

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCATRONICA

ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI DI UNA PIASTRA SOGGETTA A TRAZIONE INDEBOLITA DA UN FORO ECCENTRICO

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF A PLATE UNDER TENSION WEAKENED BY AN ECCENTRIC HOLE

Relatore: Prof. Michele Zappalorto

Correlatore: Ing. Marco Salviato

Laureando: Fabio Casarotto

ANNO ACCADEMICO 2011 – 2012

Sommario

Lo scopo di questa tesi è quello di ricavare, attraverso un'analisi agli elementi finiti, il valore del fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t riferito alla sezione netta e lorda di una piastra soggetta a trazione indebolita da un foro eccentrico e di confrontarlo con i risultati delle espressioni approssimate tratte dal libro "Peterson's stress concentration factors" di W.D. Pilkey e D.F. Pilkey.

Altro obiettivo è quello di determinare la distribuzione delle tensioni lungo la bisettrice del foro e di confrontarla con la formulazione di Kirsch.

A riguardo saranno analizzate 10 geometrie diverse di una piastra di dimensioni 100mm x 50mm variando per ogni una o il diametro del foro eccentrico o la sua distanza dal bordo inferiore della piastra lungo l'asse di simmetria.

Indice

1. Il fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t	1
1.1 Comportamento a fatica dei componenti meccanici e curva di Wöhler.....	1
1.2 Fattori che influenzano la resistenza a fatica.....	2
1.3 Fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t	4
1.4 Relazione tra K_f e K_t	6
2. Analisi	7
2.1 Descrizione del componente	7
2.2 Metodo degli elementi finiti (FEM)	8
2.3 Software Ansys	8
2.4 Fase di Preprocessor	9
2.5 Fase di Solution e di General Postprocessor.....	13
3. Formulario	15
4. Risultati	17
4.1 Geometria 1 ($a=5\text{mm}$, $a/c=0.5$).....	17
4.2 Geometria 2 ($a=5\text{mm}$, $a/c=0.41$).....	18
4.3 Geometria 3 ($a=5\text{mm}$, $a/c=0.33$).....	19
4.4 Geometria 4 ($a=5\text{mm}$, $a/c=0.3$).....	20
4.5 Geometria 5 ($a=5\text{mm}$, $a/c=0.25$).....	21
4.6 Geometria 6 ($a=7.5\text{mm}$, $a/c=0.45$).....	22
4.7 Geometria 7 ($a=6\text{mm}$, $a/c=0.36$).....	23
4.8 Geometria 8 ($a=4\text{mm}$, $a/c=0.24$).....	24
4.9 Geometria 9 ($a=3\text{mm}$, $a/c=0.18$).....	25
4.10 Geometria 10 ($a=2\text{mm}$, $a/c=0.12$).....	26
5. Conclusioni	27
Bibliografia	29
Ringraziamenti	31

1. Il fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t

1.1 Comportamento a fatica dei componenti meccanici e curva di Wöhler

Con il passare del tempo i componenti meccanici soggetti a sollecitazioni che si ripetono per un numero di cicli molto elevato, possono manifestare delle rotture nonostante l'intensità dei carichi sia nettamente inferiore a quella di rottura del materiale stesso.

Queste sollecitazioni ripetute nel tempo prendono il nome di "fatica".

L'ingegnere tedesco August Wöhler, dipendente presso le ferrovie dello stato, fu il primo che tra il 1852 e il 1870 affrontò il problema della fatica dopo aver notato che gli assali dei treni manifestavano nel tempo delle rotture dovute a sollecitazioni in esercizio molto inferiori a quelle statiche a cui erano stati sottoposti in laboratorio.

Egli, a seguito di numerose prove sperimentali su dei provini lisci di acciaio a cui applicò dei carichi variabili nel tempo, ricavò un diagramma che oggi viene universalmente chiamato "curva di Wöhler". Tale curva mette in relazione il numero N di cicli che porta a rottura il materiale con l'ampiezza di sollecitazione σ_a a cui viene sottoposto.

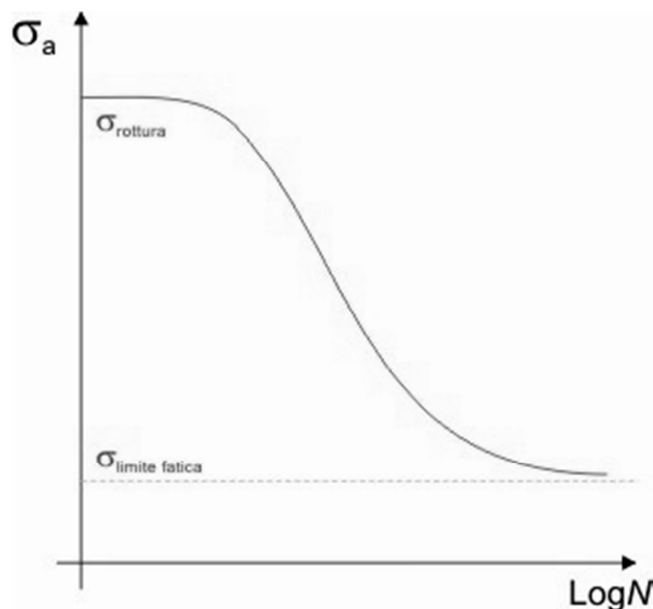


Fig 1.1 Curva di Wöhler

Considerando una variazione di tipo sinusoidale della tensione in funzione del tempo, σ_a viene definita come la semidifferenza tra la tensione minima σ_{\min} e la tensione massima σ_{\max} .

Tale curva fa riferimento ad un rapporto di ciclo R pari a -1 chiamato “ciclo fondamentale” (R viene definito come il rapporto tra σ_{\min} e σ_{\max}). La tensione media (semisomma tra σ_{\max} e σ_{\min}) in questo caso risulta nulla e non ha nessuna influenza.

Nel diagramma notiamo la presenza di un “plateau” definito limite di fatica del materiale; per valori di tensione σ inferiori ad esso non si arriverà mai alla rottura del materiale qualunque sia il numero di cicli applicato. Le recenti normative non forniscono più il limite di fatica (indicato anche con $\sigma_{a\infty}$) bensì una tensione σ_A che dà la resistenza a fatica in termini di ampiezza per un prefissato numero di cicli $N_A=2 \times 10^6$.

1.2 Fattori che influenzano la resistenza a fatica

I componenti meccanici sottoposti a fatica, sono influenzati da diversi fattori interni ed esterni che ne modificano la resistenza. I parametri interni (materiale, dimensioni assolute e forma del componente, finitura e trattamenti superficiali) sono legati alle caratteristiche del componente in esame, mentre quelli esterni (tipo di sollecitazione, ambiente e temperatura, storia e modalità di variazione del carico, tensione media) sono legati all’ambiente e alle condizioni di esercizio.

Rispetto alla resistenza a fatica σ_A del materiale base, un componente intagliato avrà una resistenza σ_A^* inferiore a causa di alcuni dei fattori sopra elencati. I coefficienti di riduzione più importanti legati a questi fattori sono:

- K_d : legato alle dimensioni assolute del componente; tiene conto del fatto che all’aumentare delle dimensioni aumenta il numero di difetti e quindi aumentano le sedi di possibile innesco di una cricca
- K_L : legato alla finitura superficiale del componente; tiene conto del fatto che la superficie sia più scadente di quella dei provini usati per le prove sperimentali
- K_f : legato al diverso valore della resistenza σ_A tra il materiale base e il componente intagliato e definito nel seguente modo

$$K_f = \frac{\sigma_{a\infty}^{mat.base}}{\sigma_{a\infty}^{comp.int.}} \approx \frac{\sigma_A^{mat.base}}{\sigma_A^{comp.int.}}$$

La resistenza a fatica del componente intagliato sarà dunque:

$$\sigma_A^* = \frac{\sigma_A}{K_d \cdot K_L \cdot K_f}$$

Il coefficiente K_f è di tipo sperimentale e le prove per determinarlo sono molto onerose e richiedono tempo. Esso però si può stimare tramite un legame numerico con il fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t .

Nella figura seguente è riportato un confronto tra la curva di un materiale base e quella del componente intagliato

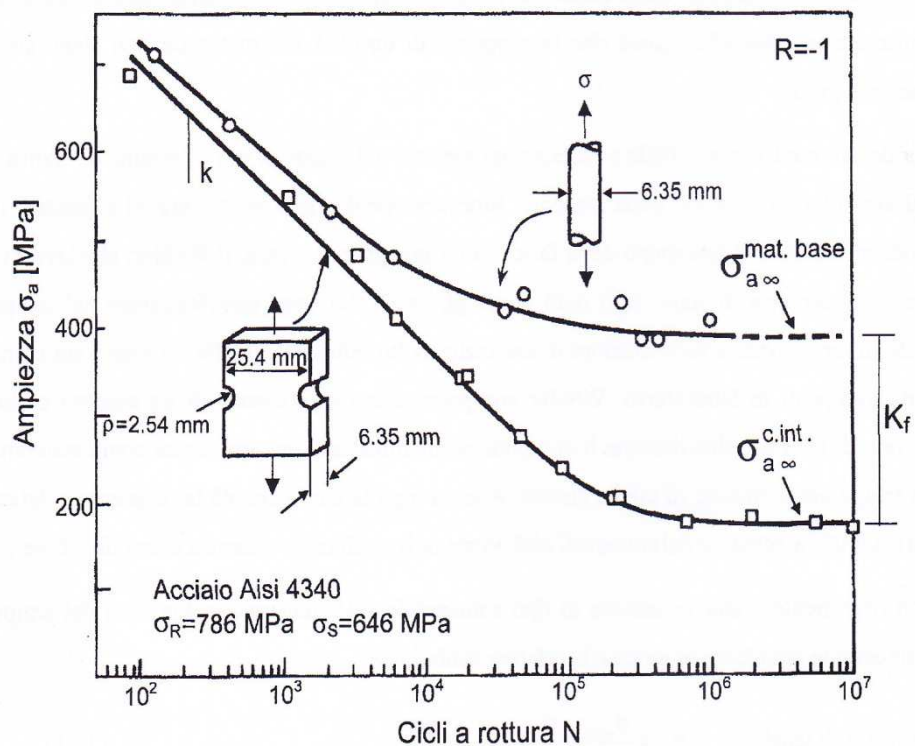


Fig 1.2 Curva di Wöhler di un materiale base e di un componente intagliato

1.3 Fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t

Se si effettuano dei fori, spallamenti, variazioni di diametro, ecc. su di un componente si avrà una variazione della sua geometria e la loro presenza comporta una drastica riduzione della tenuta a fatica del componente.

Consideriamo una piastra forata di larghezza W , diametro del foro d , spessore t e soggetta a due forze di trazione.

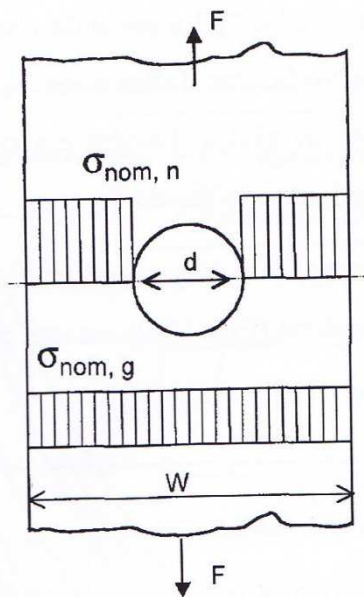


Fig 1.3 Distribuzione delle tensioni nominali in una piastra forata soggetta a trazione

Nei punti distanti dal foro si ha una tensione nominale lorda $\sigma_{nom,g}$ (riferita alla “gross area”) mentre nei punti vicini si ha una tensione nominale netta $\sigma_{nom,n}$ (riferita alla “net area”). Queste tensioni vengono calcolate con le seguenti formule:

$$\sigma_{nom,g} = \frac{F}{W \cdot t} \qquad \sigma_{nom,n} = \frac{F}{(W - d) \cdot t}$$

La tensione nominale netta $\sigma_{nom,n}$ in realtà non è presente perché a causa del foro si crea una perturbazione e si avrà un picco della tensione in corrispondenza dell'intaglio (tale tensione prende il nome di tensione elastica di picco $\sigma_{el,picco}$) e poi essa diminuirà con l'aumentare della distanza dal foro.

Nella figura seguente è riportato il reale andamento della $\sigma_{nom,n}$.

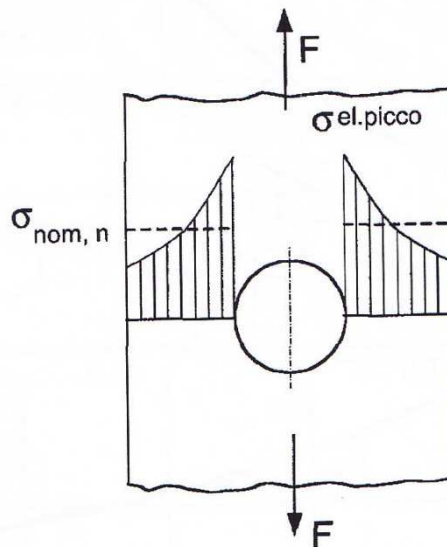


Fig 1.4 Effettivo andamento della tensione sulla sezione netta

A questo punto si può definire il fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t nel seguente modo

$$K_t = \frac{\sigma_{el,picco}}{\sigma_{nom}}$$

Visto che la σ_{nom} può essere riferita alla sezione netta o lorda, il fattore K_t si può dividere in $K_{t,n}$ e $K_{t,g}$.

Tale fattore è detto teorico perché non dipende dal materiale ma solo dalla geometria del componente e dalle condizioni di carico. Per determinarlo si può fare un'analisi agli elementi finiti (metodo numerico), oppure si possono usare metodi teorici o tecniche basate su frange ottiche (metodi sperimentali).

1.4 Relazione tra K_f e K_t

Come detto in precedenza il fattore sperimentale K_f , conosciuto anche con il nome di fattore di riduzione della pendenza a fatica, può essere determinato legandolo numericamente al fattore K_t .

Si possono distinguere due casi:

- $K_f = K_t$: completa sensibilità all'intaglio, nel caso di raggi di curvatura $\rho \geq 2\text{mm}$. In questo caso la resistenza a fatica è regolata dall'apice dell'intaglio
- $K_f < K_t$: parziale sensibilità all'intaglio, nel caso di raggi di curvatura $\rho < 2\text{mm}$. In questo caso la resistenza a fatica è regolata da una tensione applicata ad una certa distanza δ dall'apice dello intaglio. La formula che lega i due fattori è la seguente

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

dove q è l'indice di sensibilità all'intaglio ed è espresso nel seguente modo (formula dovuta a Peterson)

$$q = \frac{1}{1 + \frac{a}{\rho}}$$

dove ρ è il raggio di curvature e a un parametro che dipende microstruttura del materiale e fornito in funzione della tensione di rottura σ_R del materiale in considerazione.

L'indice q è compreso tra 0 e 1; per $q=1$ si ha il caso di completa sensibilità all'intaglio mentre per $q=0$ ci si riconduce al materiale base.

2. Analisi

2.1 Descrizione del componente

Il componente preso in esame per questa tesi è una piastra con un foro eccentrico.

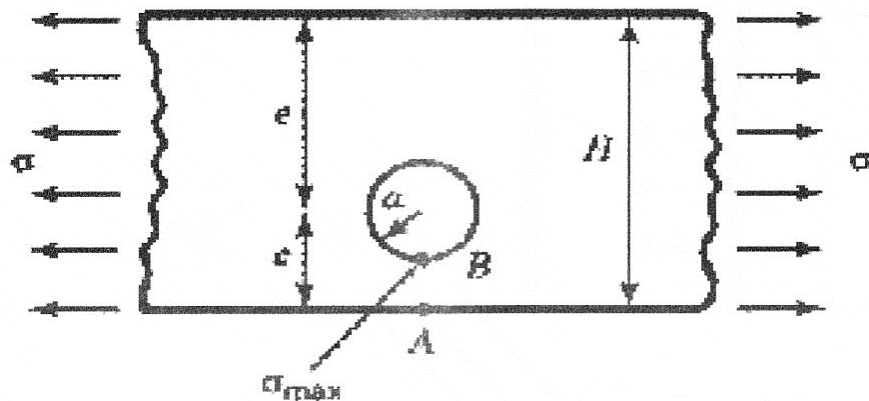


Fig 2.1 Geometria del componente

Le dimensioni della piastra sono 100mm x 50mm.

Il raggio del foro è indicato con la lettera **a**, mentre **c** corrisponde alla distanza tra il centro del foro e il bordo inferiore della piastra ed **e** è la distanza rispetto al bordo superiore (questi valori sono variabili a seconda della geometria analizzata).

In corrispondenza del punto B si ha la tensione massima σ_{\max} , indicata anche con $\sigma_{\text{el,picco}}$.

La tensione nominale σ_{nom} di trazione, indicata in figura con σ , ha valore di 1 MPa.

Per ricavare il valore del K_t , bisogna trovare il valore della $\sigma_{\text{el,picco}}$. Tale valore si può calcolare usando il programma Ansys, che sfrutta il metodo degli elementi finiti.

2.2 Metodo degli elementi finiti (FEM)

Il metodo agli elementi finiti, detto anche FEM, è un metodo di tipo numerico che sta alla base di numerosi codici di calcolo. Viene usato per risolvere in modo approssimato problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali riducendo queste ultime ad un sistema di equazioni algebriche. Questo metodo discretizza il dominio continuo di partenza in un dominio discreto, detto mesh. Per fare ciò usa delle primitive, che sono gli elementi finiti, per esempio di forma quadrilatera. Su ciascun elemento dotato di questa forma elementare, la soluzione del problema è espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette funzioni forma o shape functions. Maggiore è il numero degli elementi in cui il dominio viene diviso, maggiore è l'accuratezza del risultato finale.

2.3 Software Ansys

Il programma FEM (finite element method) usato per analizzare le varie geometrie della piastra forata è Ansys. Tale codice prevede di suddividere l'analisi del componente in tre fasi fondamentali che sono:

- *preprocessor*: prevede la scelta del tipo di elemento e della legge costitutiva da adottare per descrivere il comportamento del materiale. E' la fase in cui si effettua la realizzazione fisica del modello e la sua discretizzazione e dove si applicano i carichi e le condizioni di vincolo.
- *solution*: fase in cui si procede con la soluzione del modello.
- *postprocessor*: prevede la visualizzazione e la raccolta dei risultati.

Di seguito verrà descritto il procedimento usato per l'analisi del componente con Ansys.

2.4 Fase di Preprocessor

Per prima cosa si definisce il tipo di elemento e il tipo di deformazione usati selezionando l'opzione *Solid-8node82* e *plane strain*.

Successivamente si procede con il definire le proprietà del materiale: *isotropo in campo lineare elastico* con valore del coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$ e modulo di Young $E = 206000$ MPa.

A questo punto si crea la geometria usando i *keypoints* ossia inserendo le coordinate dei nodi (essendo il componente simmetrico si analizza solamente metà geometria).

Si procede con l'unire i nodi usando delle linee o degli archi per i keypoints del semicerchio e con la creazione delle aree selezionando le linee vicine che formano dei rettangoli.

A questo punto il modello geometrico è finito.

Vengono riportate di seguito le figure relative ad alcuni di questi passi.

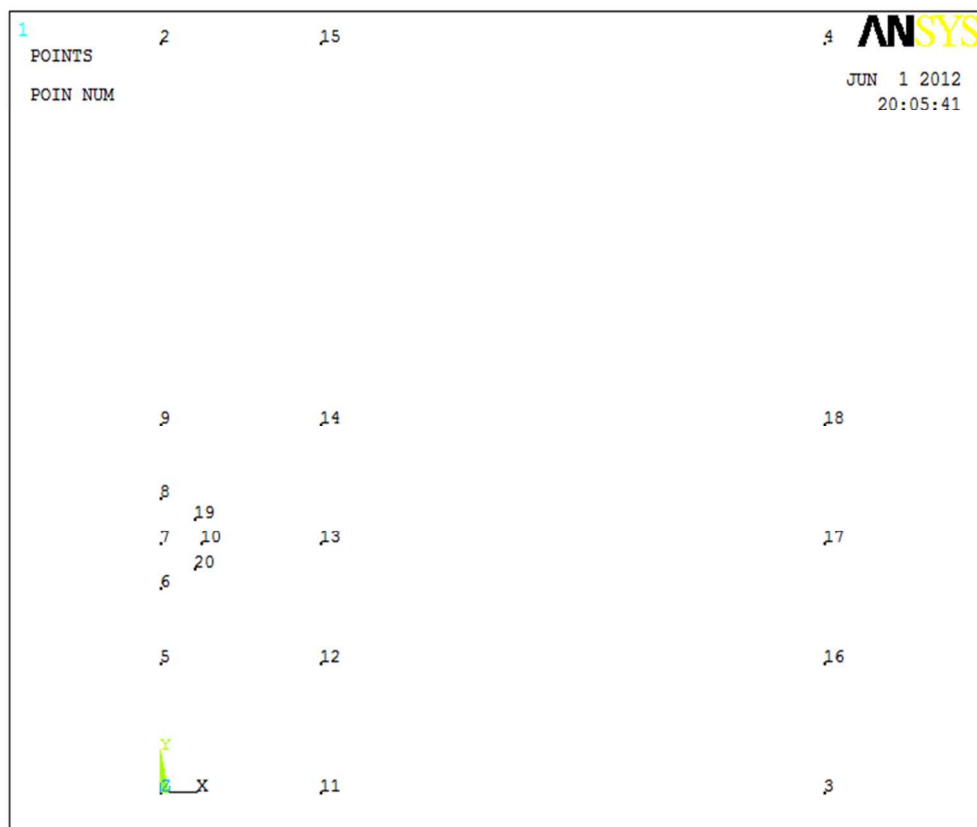


Fig 2.2 Keypoints

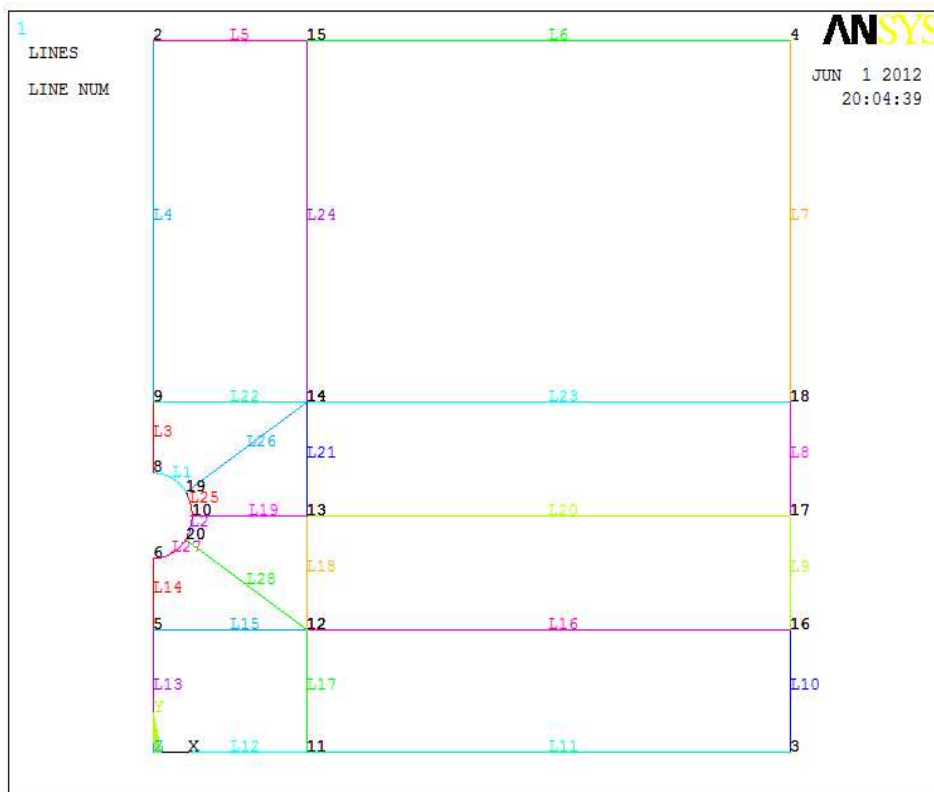


Fig 2.3 Linee

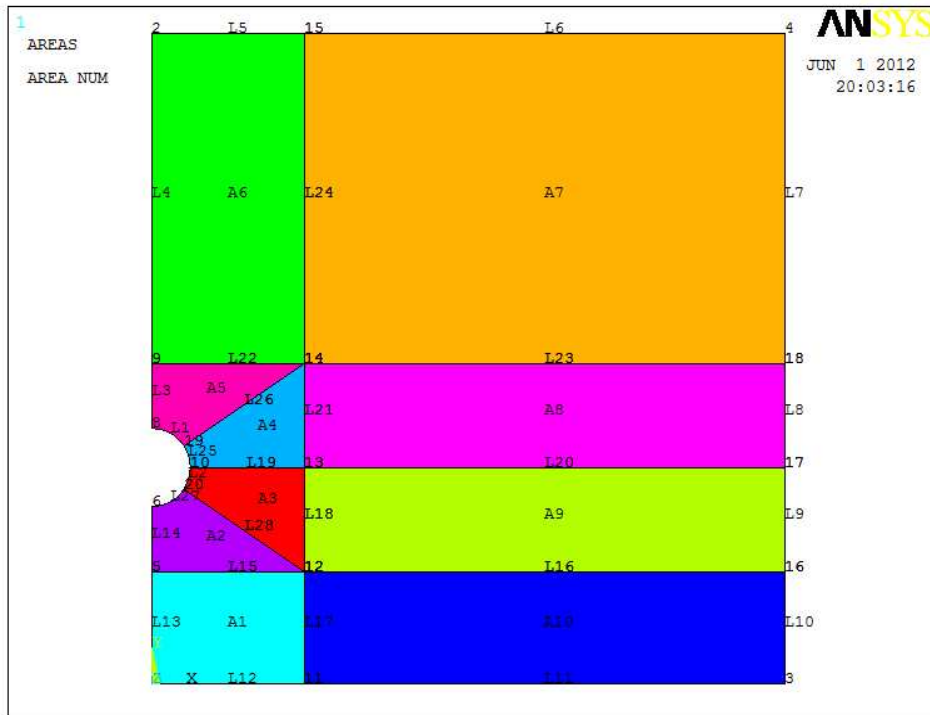


Fig 2.4 Areae

A questo punto si procede con la creazione della mesh in modo manuale (quindi più preciso) usando la modalità *mapped*. Gli elementi risulteranno più fitti vicino all'intaglio ossia nella zona di maggiore interesse.

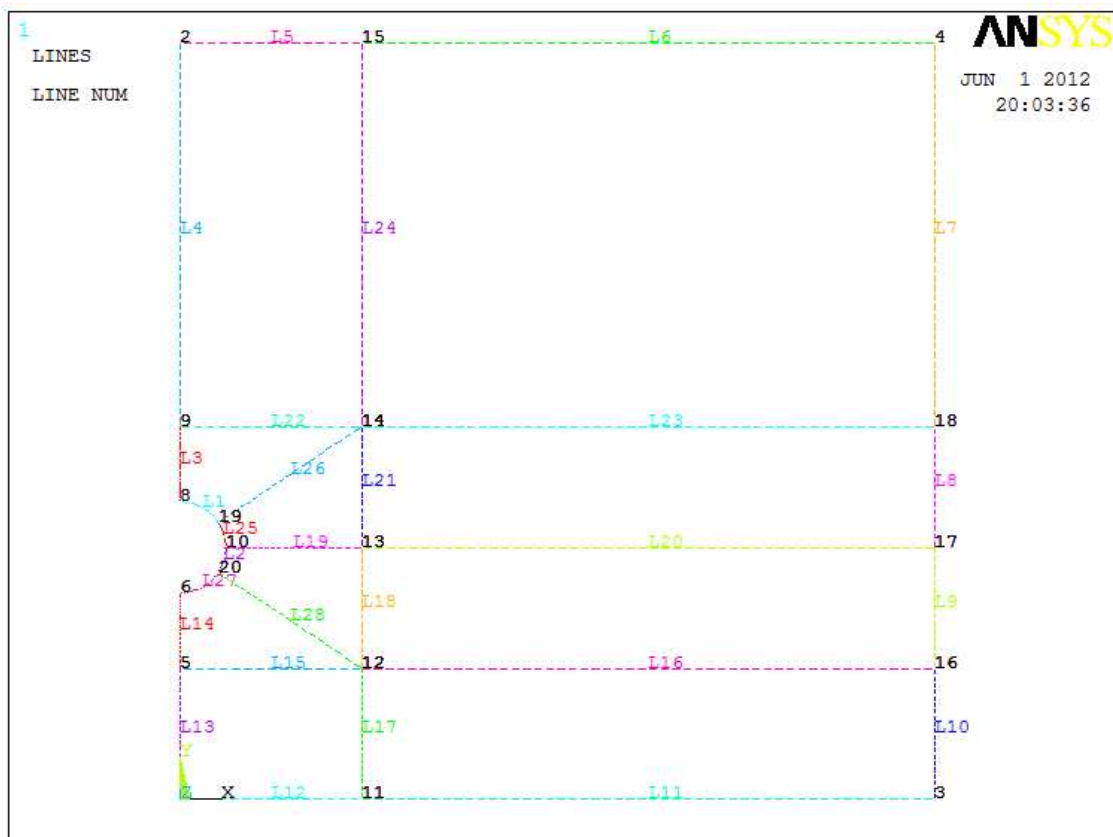


Fig 2.5 Elementi della mesh

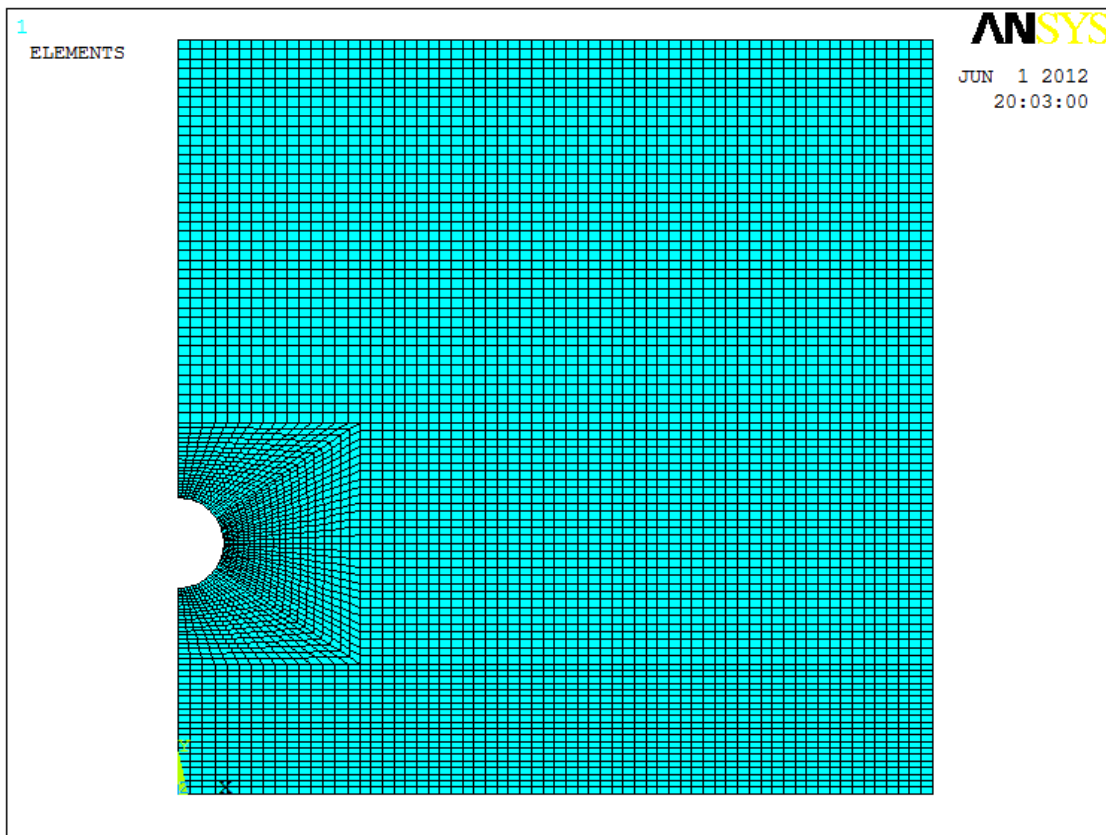


Fig 2.6 Mesh del componente

L'ultimo passo di questa fase è l'applicazione dei vincoli e dei carichi. Si imposta la simmetria della geometria selezionando l'opzione *Symmetry B.C.* e la forza di trazione selezionando *Pressure* e inserendo il valore -1 (in quanto l'opzione *pressure* prevede, se inserito un numero positivo, una forza di compressione).

2.5 Fase di Solution e di General Postprocessor

A questo punto si lancia la soluzione dell'elemento usando l'opzione *Solve* e specificando *Current LS*. Per visualizzare il risultato della soluzione si passa nella sezione di postprocessor selezionando *Plot result* e indicando che siamo interessati al risultato dello stress nella direzione X. Nella figura seguente è riportata la soluzione dell'elemento.

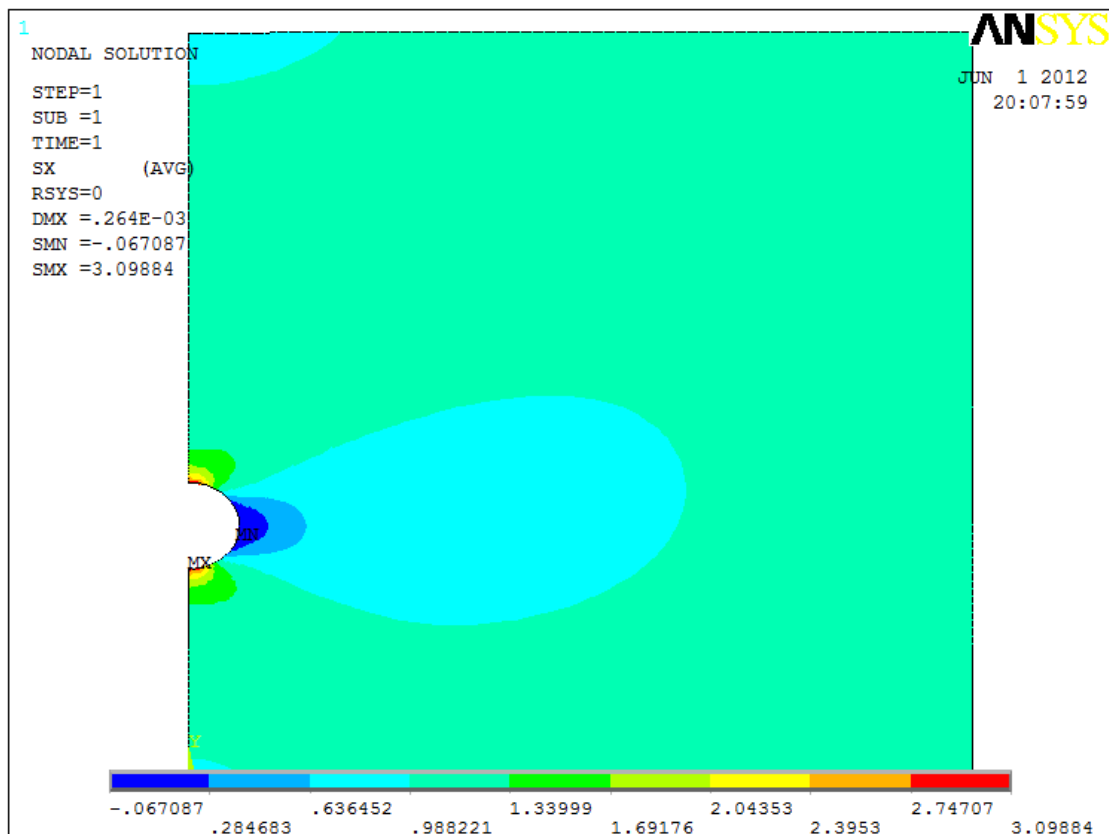


Fig. 2.7 Soluzione dell'elemento

Nella pagina seguente è riportato uno zoom del risultato nella zona dell'intaglio dove si nota che la tensione massima, ossia la $\sigma_{el,picco}$, si ha sulla parte inferiore del foro in corrispondenza della colorazione rossa (come indicato nella descrizione del componente e in Fig 2.1).

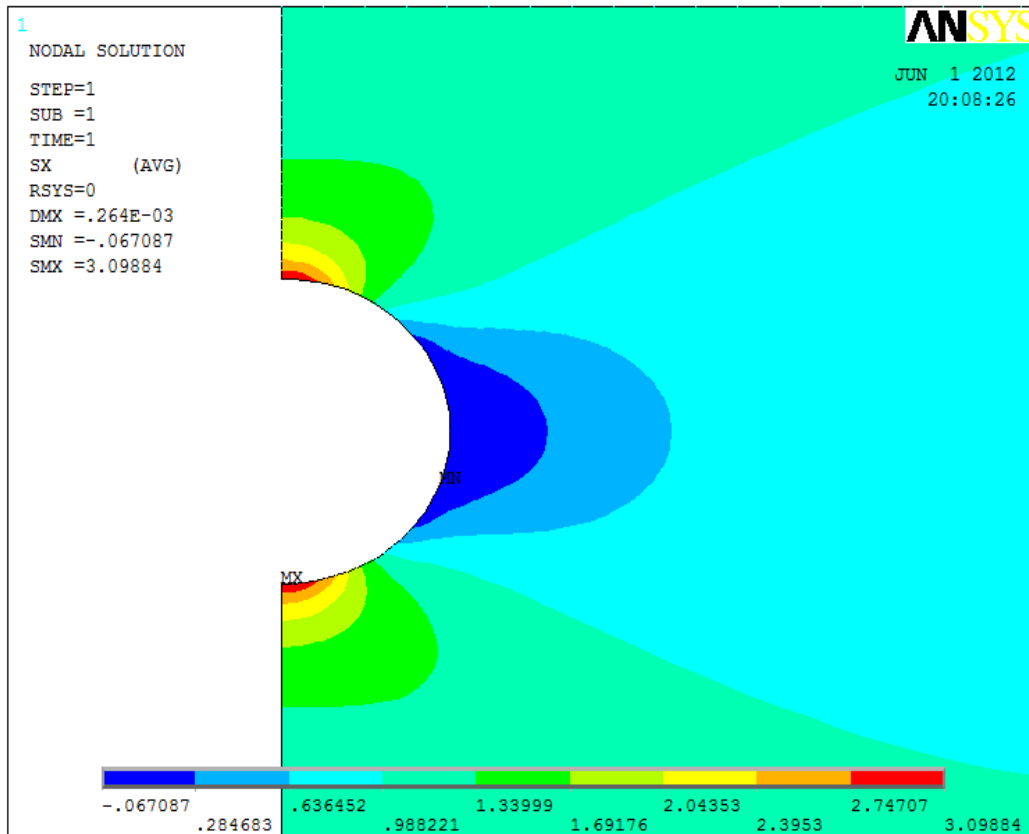


Fig 2.8 Zoom della zona dell'intaglio con la relativa distribuzione delle tensioni

A questo punto si può procedere con la valutazione dell'andamento delle tensioni sulla parte inferiore del foro (zona di nostro interesse) usando l'operazione di *path* e definendo tale path selezionando, uno ad uno e ordinatamente, i nodi che lo compongono lungo il percorso che va dalla bisettrice dell'intaglio verso la parte inferiore della piastra. Usando poi la modalità *Plot path item* si può visualizzare il grafico relativo all'andamento delle tensioni (che sarà esponenziale decrescente come mostrato in Fig. 1.4).

3. Formulario

Riporto di seguito le formule usate per il calcolo del fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t usando i simboli di Fig 2.1.

- Calcolo del K_t con i dati dell'analisi agli elementi finiti (FEM)

$$K_{t,g} = \frac{\sigma_{el,picco}}{\sigma_{nom,g}} \quad \text{con} \quad \sigma_{nom,g} = \sigma = 1 \text{ MPa}$$

$$K_{t,n} = \frac{\sigma_{el,picco}}{\sigma_{nom,n}} \quad \text{con} \quad \sigma_{nom,n} = \frac{\sigma \cdot \sqrt{1-(a/c)^2}}{1-(a/c)} \cdot \frac{1-(c/H)}{1-(c/H) \cdot [2-\sqrt{1-(a/c)^2}]}$$

- Calcolo del K_t con le formule riportate nella chart del Peterson

$$K_{t,g} = C_1 + C_2 \left(\frac{a}{c}\right) + C_3 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + C_4 \left(\frac{a}{c}\right)^3$$

$$\text{con} \quad C_1 = 2.9969 - 0.0090 \left(\frac{c}{e}\right) + 0.01338 \left(\frac{c}{e}\right)^2$$

$$C_2 = 0.1217 + 0.5180 \left(\frac{c}{e}\right) - 0.5297 \left(\frac{c}{e}\right)^2$$

$$C_3 = 0.5565 + 0.7215 \left(\frac{c}{e}\right) + 0.6153 \left(\frac{c}{e}\right)^2$$

$$C_4 = 4.082 + 6.0146 \left(\frac{c}{e}\right) - 3.9815 \left(\frac{c}{e}\right)^2$$

$$K_{t,n} = C_1 + C_2 \left(\frac{a}{c}\right) + C_3 \left(\frac{a}{c}\right)^2$$

con $C_1 = 2.989 - 0.0064 \left(\frac{c}{e}\right)$

$$C_2 = -2.672 + 0.095 \left(\frac{c}{e}\right)$$

$$C_3 = 2.348 + 0.196 \left(\frac{c}{e}\right)$$

- Calcolo della distribuzione delle tensioni lungo la bisettrice del foro con la formulazione di Kirsch (1898)

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{S}{2} \left[1 + 3 \left(\frac{a}{r}\right)^4 \right] \cos 2\theta + \frac{S}{2} \left[1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \right]$$

con $S = \frac{\sigma_{el,picco}}{3}$

a = raggio del foro

r = distanza dal foro

$\theta = 0$

4. Risultati

Riporto di seguito i valori del fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t e l'andamento della tensioni lungo la bisettrice del foro per 10 geometrie diverse di piastra con foro eccentrico (per le lettere riferimento Fig 2.1).

4.1 Geometria 1 (a=5mm, a/c=0.5)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 4.05283 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 4.05283 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.96296$$

$$K_{t,n} = 2.26153 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.26252$$

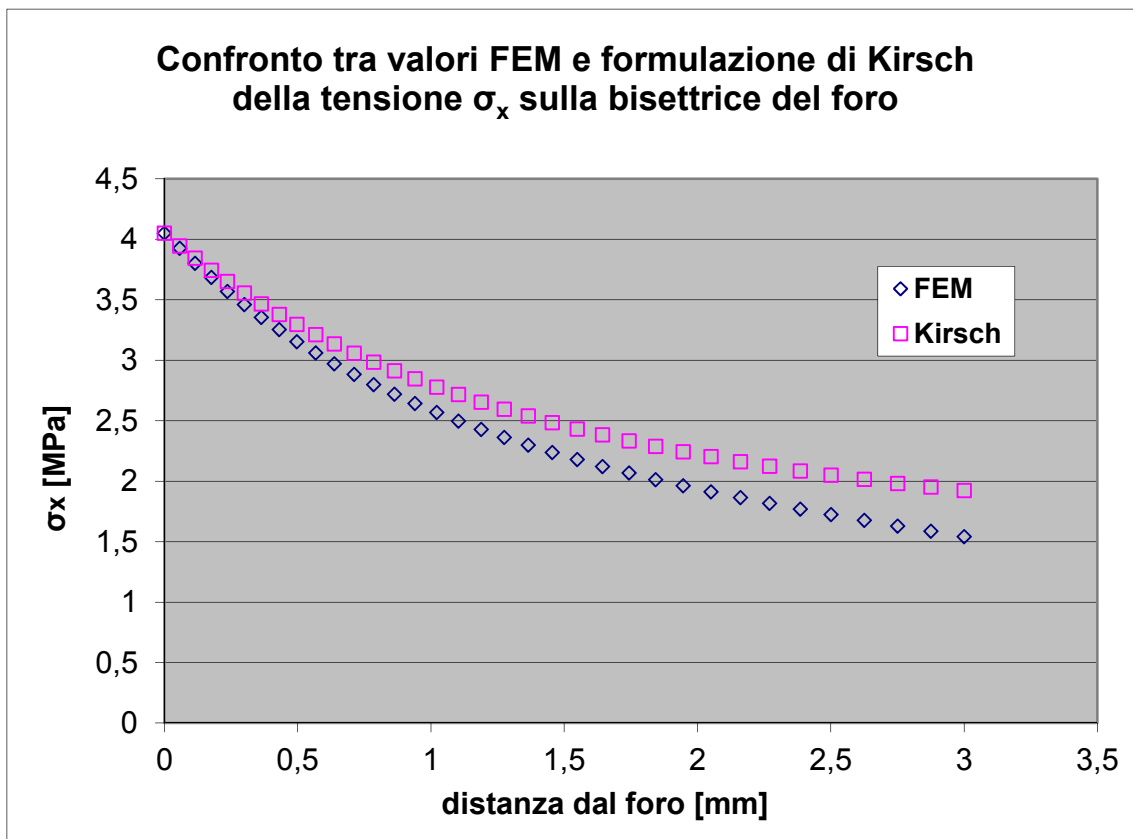


Fig 4.1 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.2 Geometria 2 (a=5mm, a/c=0.41)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.6897 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.68970 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.64158$$

$$K_{t,n} = 2.29964 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.30453$$

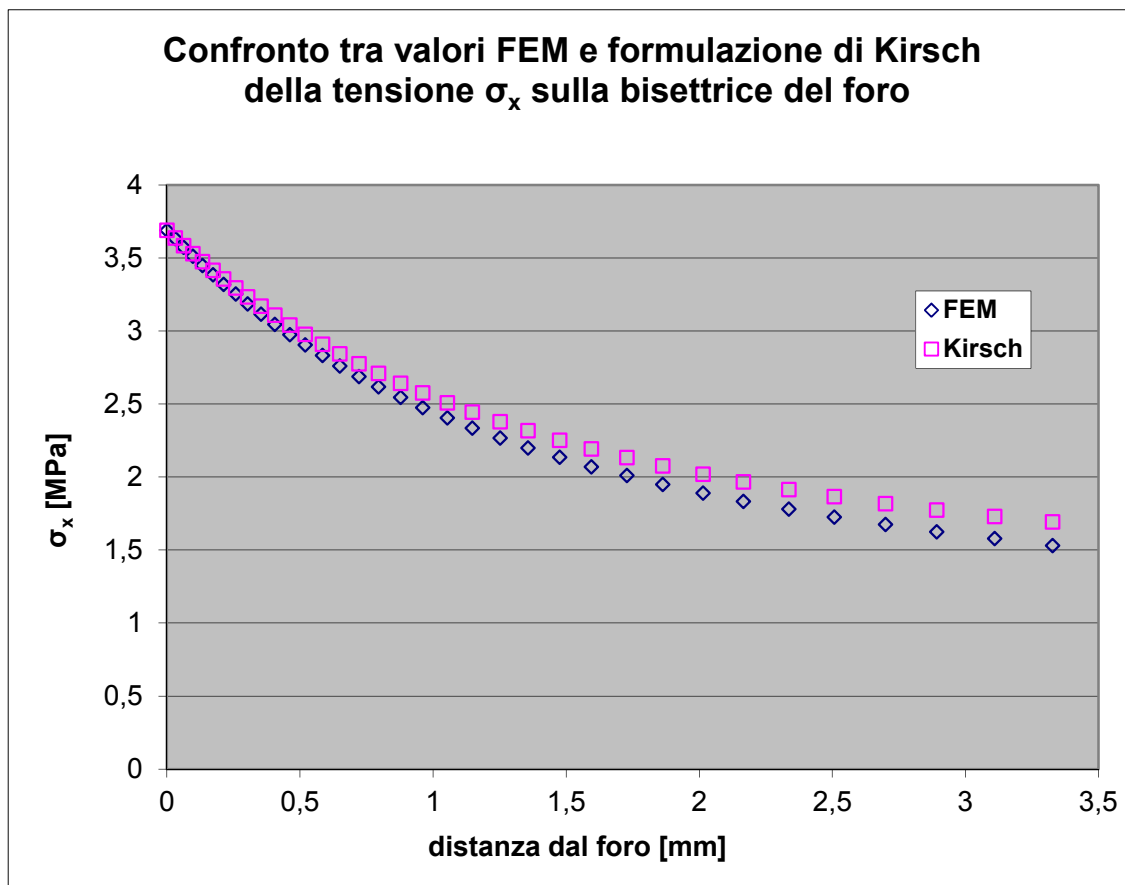


Fig 4.2 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.3 Geometria 3 (a=5mm, a/c=0.33)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.41356 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.41356 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.40521$$

$$K_{t,n} = 2.35459 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.37938$$

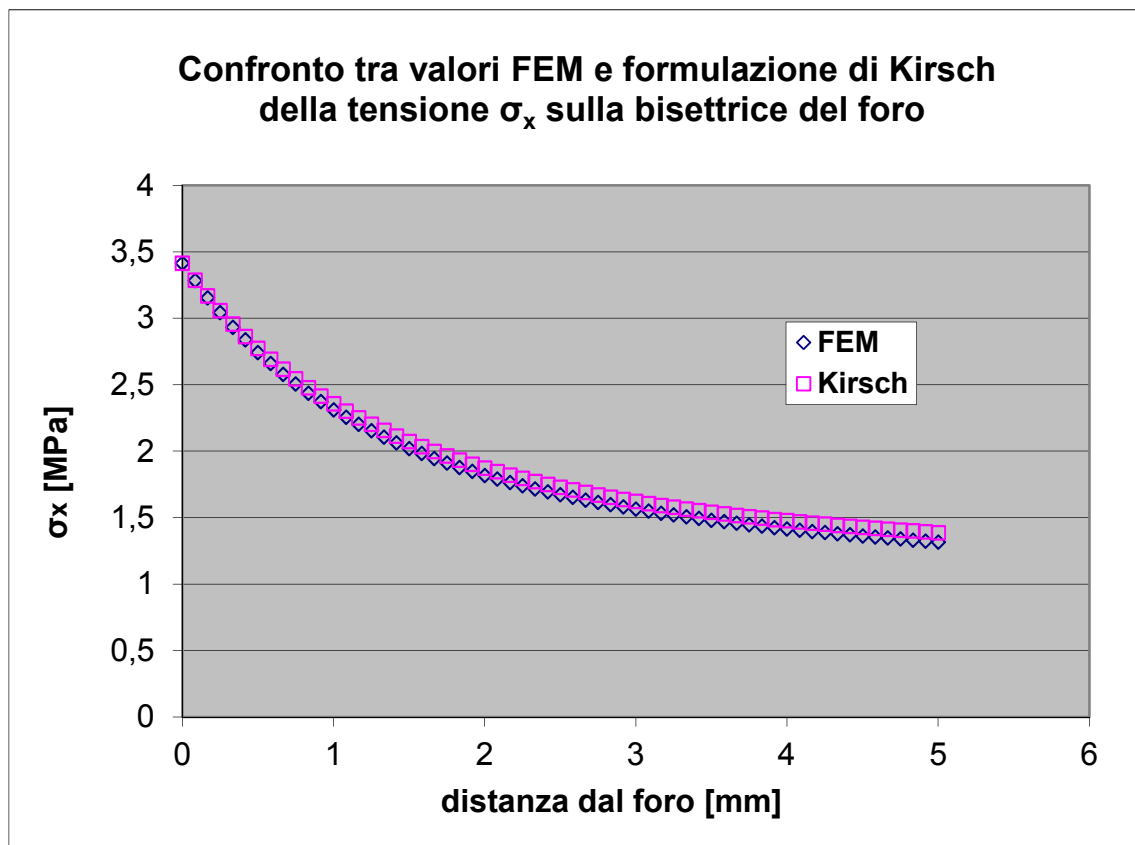


Fig 4.3 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.4 Geometria 4 (a=5mm, a/c=0.3)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.33233 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.33233 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.33368$$

$$K_{t,n} = 2.38566 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.41720$$

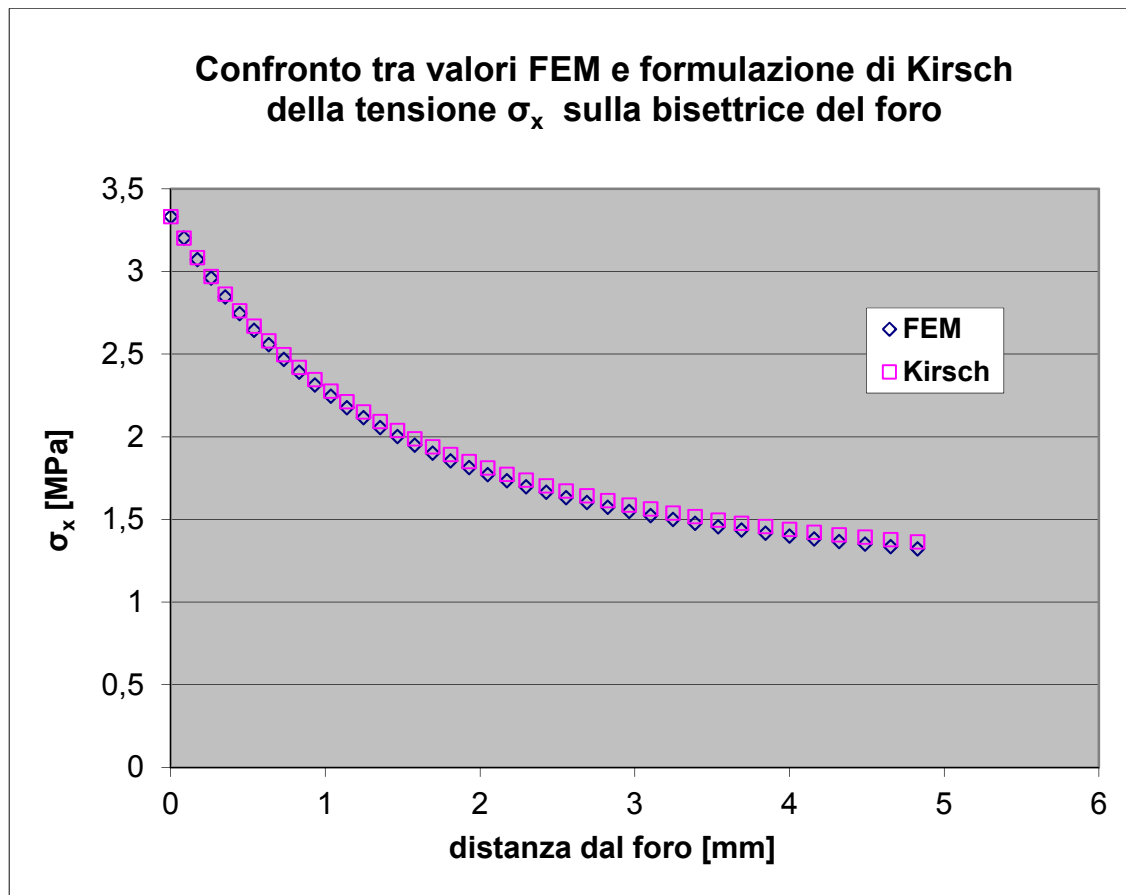


Fig 4.4 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.5 Geometria 5 (a=5mm, a/c=0.25)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.22432 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.22432 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.23515$$

$$K_{t,n} = 2.44467 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.48748$$

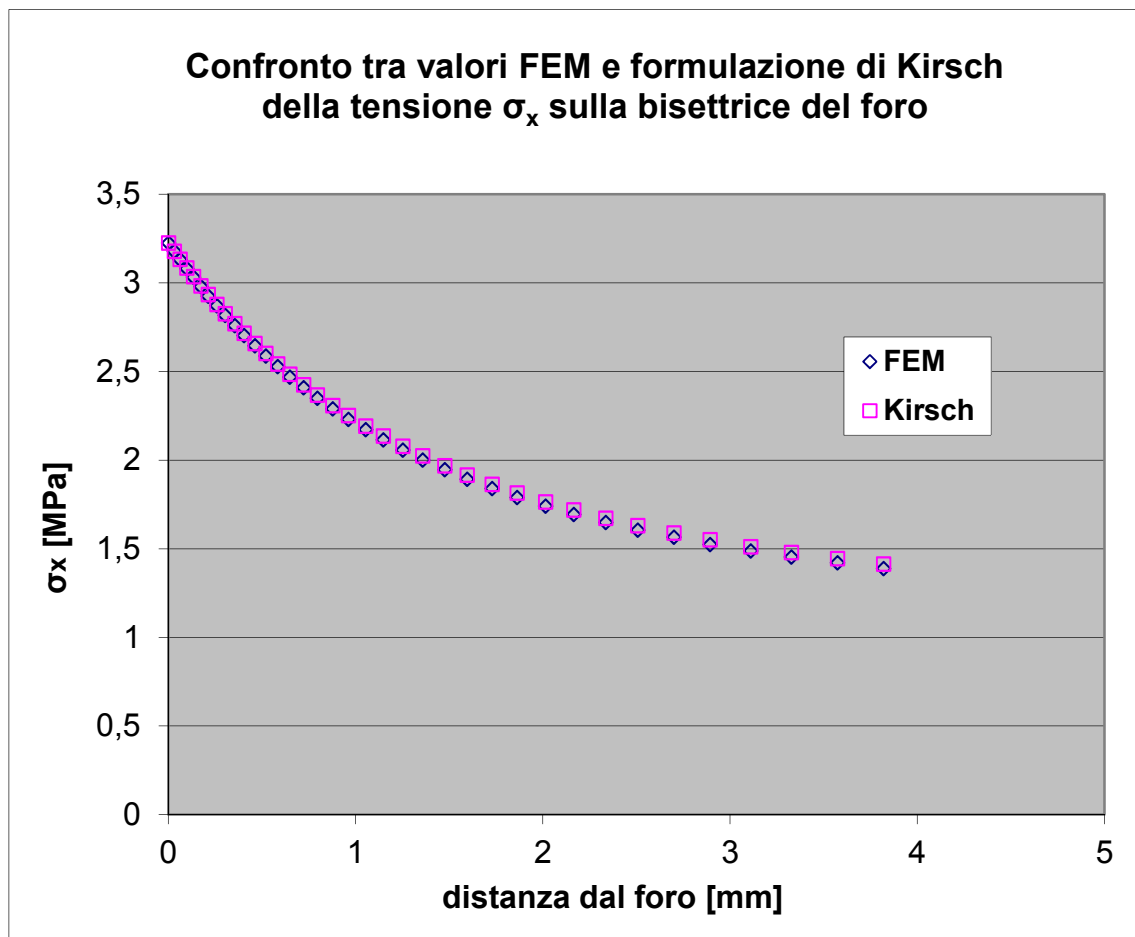


Fig 4.5 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.6 Geometria 6 (a=7.5mm, a/c=0.45)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.92660 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.92660 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.88673$$

$$K_{t,n} = 2.28346 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.29933$$

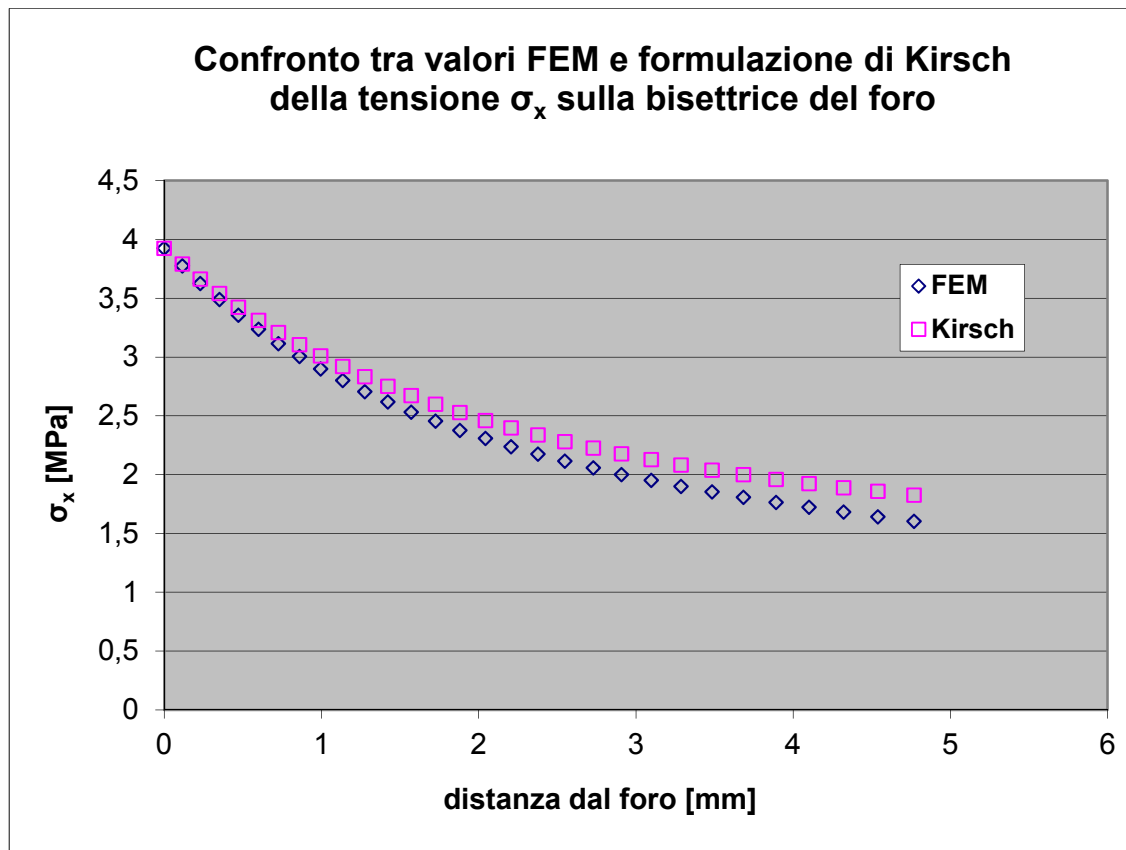


Fig 4.6 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.7 Geometria 7 (a=6mm, a/c=0.36)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.51718 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.51718 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.51222$$

$$K_{t,n} = 2.32782 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.35673$$

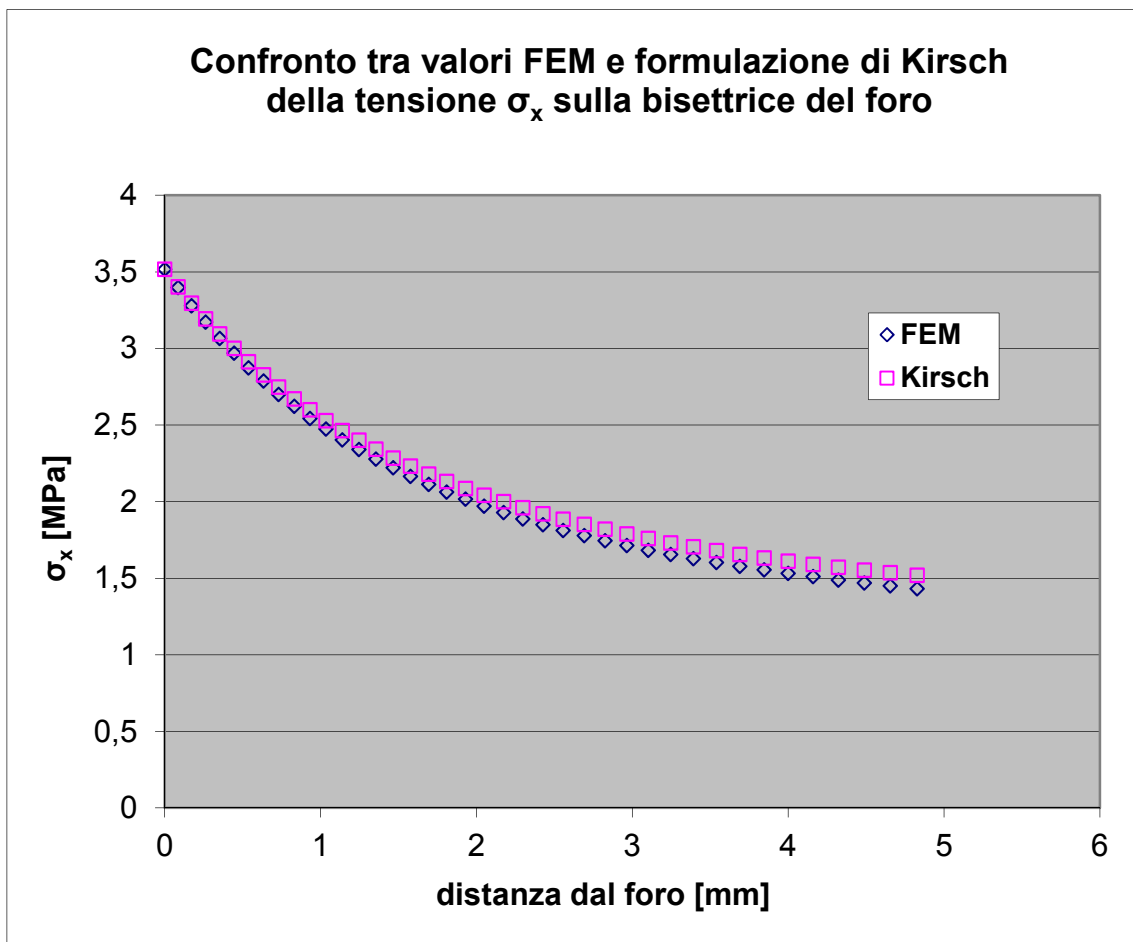


Fig 4.7 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.8 Geometria 8 (a=4mm, a/c=0.24)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.19547 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.19547 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.20274$$

$$K_{t,n} = 2.46251 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.49541$$

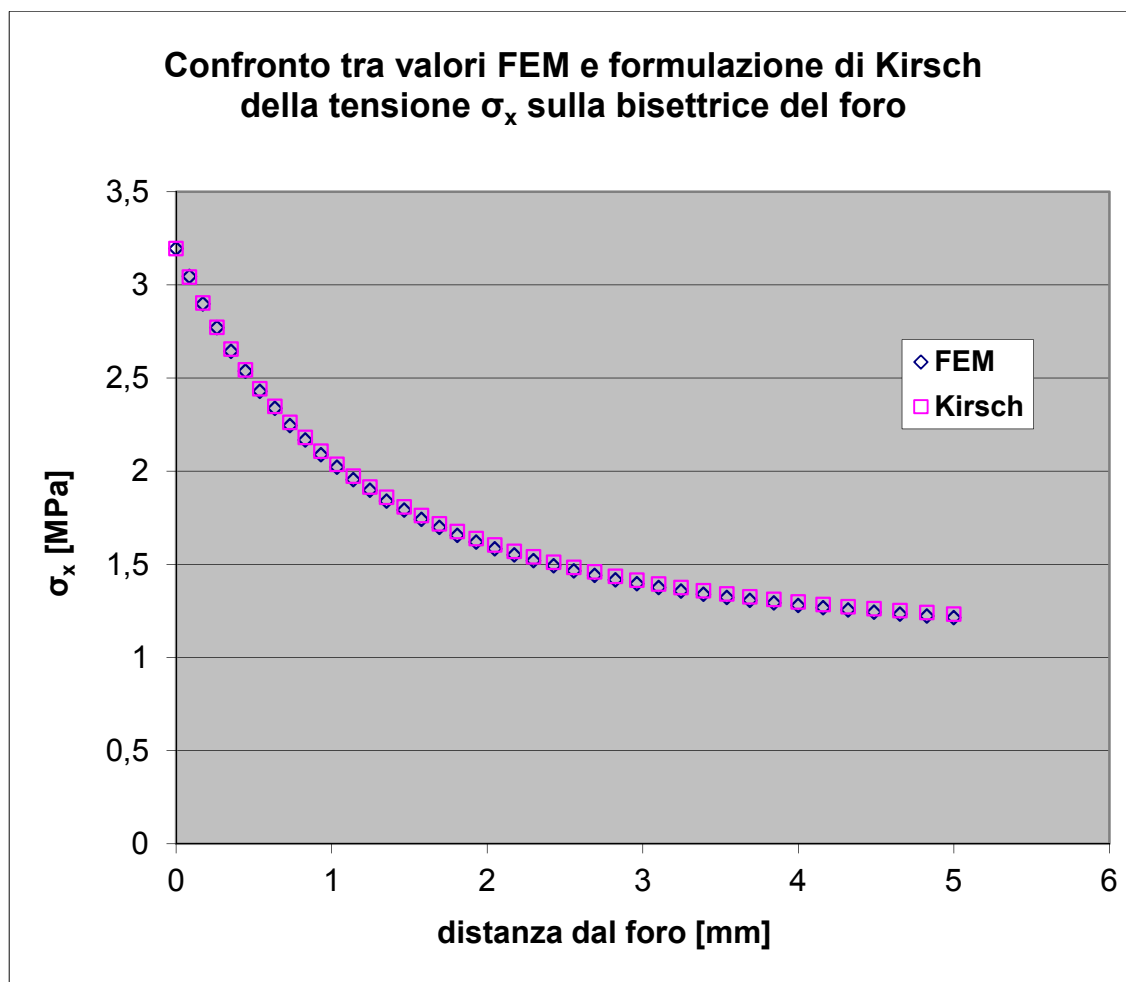


Fig 4.8 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.9 Geometria 9 (a=3mm, a/c=0.18)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.09884 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.09884 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.11144$$

$$K_{t,n} = 2.56018 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.59138$$

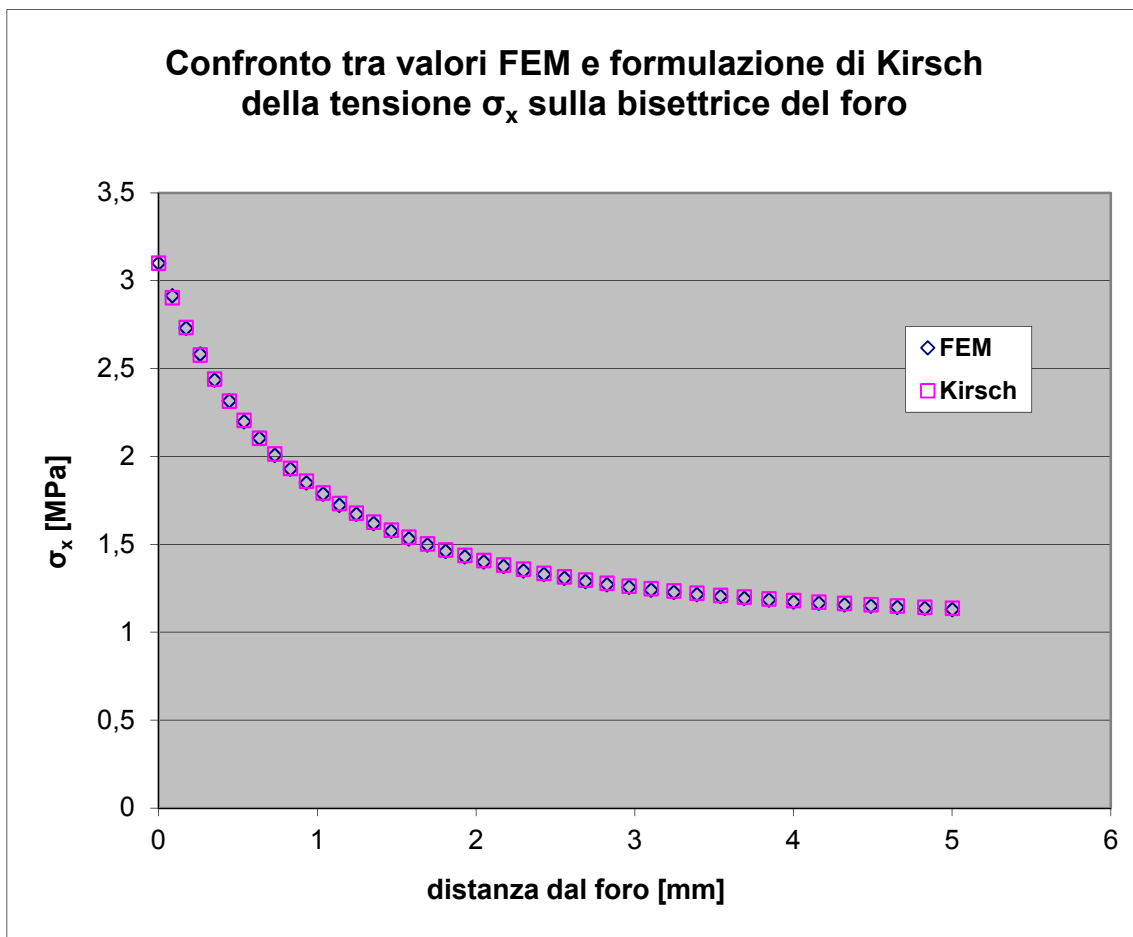


Fig 4.9 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

4.10 Geometria 10 (a=2mm, a/c=0.12)

Risultati:

$$\sigma_{el,picco} = 3.04610 \text{ [MPa]}$$

$$K_{t,g} = 3.04610 \quad K_{t,g}(Peterson) = 3.05183$$

$$K_{t,n} = 2.68898 \quad K_{t,n}(Peterson) = 2.70510$$

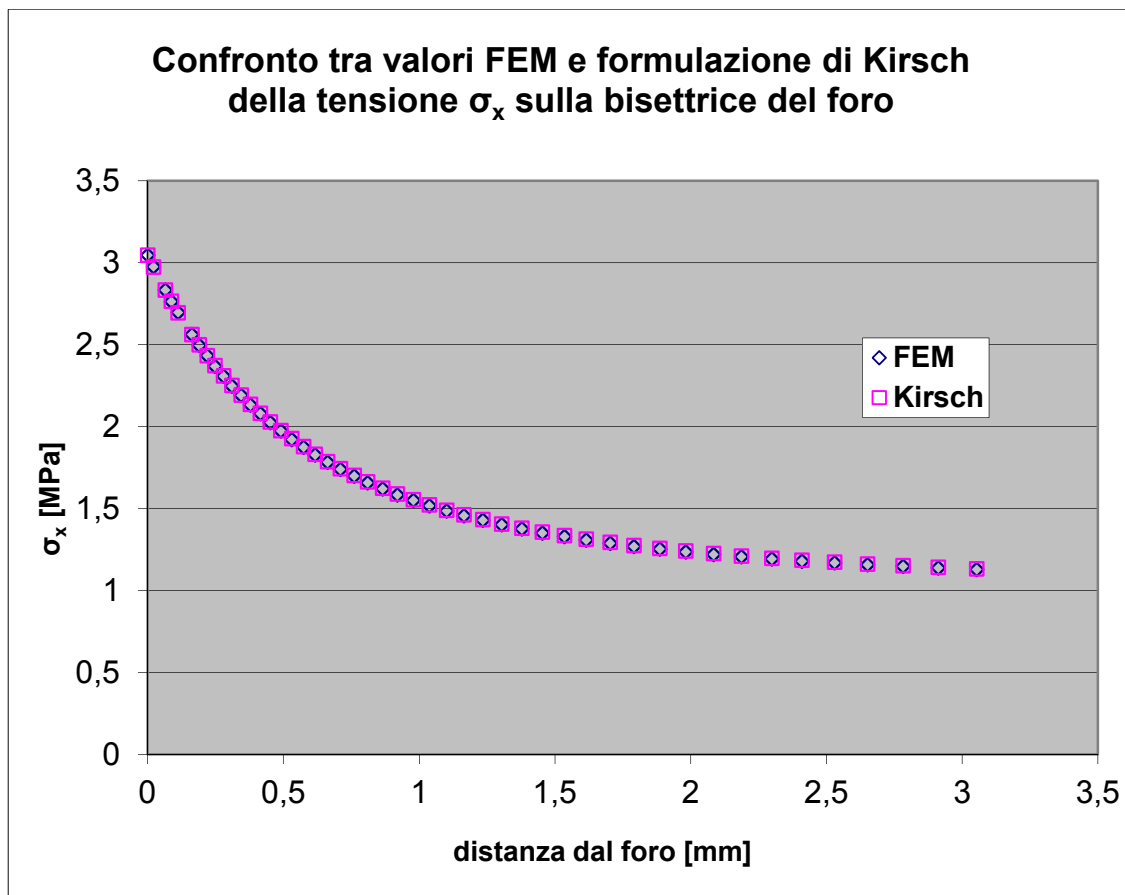


Fig 4.10 Andamento della tensione σ_x lungo la bisettrice del foro

5. Conclusioni

Per fare un confronto veloce dei valori del fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t ottenuti dalle geometrie analizzate, ho riportato in un unico grafico tutti i risultati trovati. Sull'asse delle ascisse è riportato il rapporto a/c ossia il rapporto tra il raggio del foro e la distanza tra il centro del foro e il bordo inferiore, mentre sull'asse delle ordinate è riportato il valore di K_t . Entrambi sono adimensionali in quanto rapporto di valori con la stessa unità di misura.

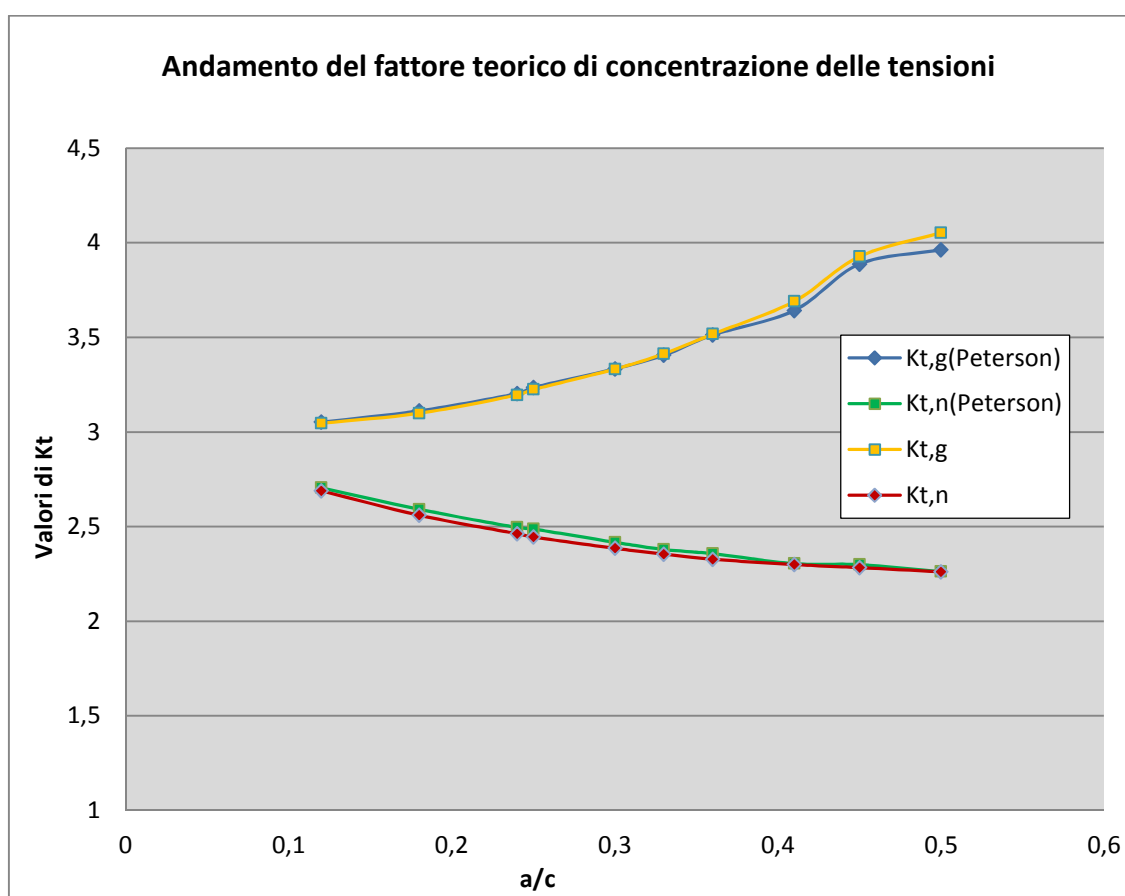


Fig 5.1 Confronto dei risultati ottenuti

Si può notare come i valori ottenuti con un'analisi agli elementi finiti e quelli ottenuti con le espressioni approssimate riportate nel libro "Peterson's stress concentrations factors" siano molto vicini tra loro; questo significa che Ansys, pur nei suoi limiti, è un buon programma per stimare il valore del K_t senza ricorrere ad analisi teoriche o a prove sperimentali che richiedono molto tempo.

Per quanto riguarda l'andamento della distribuzione delle tensioni ricavato con il metodo numerico, si può notare dai vari grafici come ci sia buona concordanza con l'andamento ottenuto usando la formulazione di Ernst Gustav Kirsch (ricavata nel 1898 e che riguarda l'andamento delle tensioni elastiche intorno ad un foro in una piastra infinita sottoposta ad uno stato di tensione monoassiale). In particolare si può osservare come gli andamenti si sovrappongono sempre di più man mano che il rapporto a/c diminuisce (infatti lo scostamento maggiore si ha per $a/c=0.5$ e quello minore per $a/c=0.18$ e 0.12).

Bibliografia

Lazzarin P., 2006, *Fondamenti di COSTRUZIONE DI MACCHINE*, Padova, Cortina editore.

Zappalorto M., *Appunti sul metodo agli elementi finiti*, dispense fornite agli studenti.

(http://it.wikipedia.org/wiki/Diagramma_di_Wohler), 2 luglio 2012

(http://it.wikipedia.org/wiki/Equazioni_di_Kirsch), 4 luglio 2012

Ringraziamenti

Per finire volevo fare dei doverosi ringraziamenti al *Professore-Ingegnere Michele Zappalorto* e all'*Ingegnere Marco Salviato* per avermi seguito nella stesura di questa tesi.

Inoltre ringrazio la *mia famiglia*, in modo particolare i *miei genitori* per avermi dato la possibilità di studiare, e i *miei amici* per avermi spronato a continuare nei momenti difficili durante questo cammino universitario.

