

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE ED AMBIENTALE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**MODELLO GEOMORFOLOGICO
DEL BACINO IDROGRAFICO
DEL FIUME BACCHIGLIONE**

Relatore: Ch.mo Prof. ANDREA RINALDO

Correlatore: Ing. GIULIA PASSADORE

Laureando: ALBERTO DI BERNARDO

ANNO ACCADEMICO 2013-2014

*alla mia famiglia,
a Francesca,
a chiunque mi voglia bene.*

Sommario

I modelli matematici utilizzati per riprodurre la risposta idrologica di un bacino sono molto importanti, sia per previsioni sulle portate affluenti allo scopo di monitoraggio e utilizzazione del corso d'acqua, sia per prevedere eventi di piena a seguito di una precipitazione particolarmente intensa.

Lo studio effettuato si concentra sulla modellazione idrologica del bacino idrografico del fiume Bacchiglione, chiuso nella sezione di Vicenza (Ponte degli Angeli). Il Bacchiglione è un corso d'acqua molto particolare, il cui regime idraulico è da un lato alimentato da rapidi deflussi montani provenienti dal torrente Leogra e Timonchio, dall'altro dalle acque di risorgiva. Oltre a questo, il sistema Leogra-Timonchio disperde in falda una parte della portata che vi transita, la cui stima è effettuabile sulla base di osservazioni empiriche. Questo complesso di peculiarità si manifesta anche nella modellazione idrologica, rendendola assai complessa.

Un modello geomorfologico per la teoria della risposta idrologica, nel caso di analisi di singoli eventi di piena, necessita in generale di informazioni riguardanti la geometria del bacino e la rete idrica, la distribuzione delle precipitazioni e la valutazione di un certo numero di parametri.

Il bacino idrografico è stato estratto in formato digitale. La parte montana, in virtù delle elevate pendenze del terreno, è ottenuta in modo automatico a partire da una *DTM*, mentre la parte di pianura è stata disegnata manualmente.

Scelti gli eventi da esaminare, che in questo studio sono di numero pari a dieci e distribuiti tra il 2009 e il 2012, la struttura della precipitazione si ottiene da un'interpolazione spaziale dei valori misurati a livello puntuale mediante la tecnica del Kriging, e successiva media sui sottobacini.

Infine i parametri del modello sono stati calibrati su un singolo evento di piena, cercando di sovrapporre la portata modellata con quella misurata dalla stazione. Nello studio in esame, la calibrazione avviene parallelamente tra la sezione di chiusura del bacino a Vicenza e la sezione a Torrebelvicino, posizionata al termine della parte montana. A monte della calibrazione è stata eseguita l'analisi di sensibilità dei parametri. La validità del modello si verifica applicando i valori calibrati ad altri eventi di piena scelti.

I risultati ottenuti, precisi o imprecisi che siano, devono sempre essere esaminati cercando di comprendere le cause che giustifichino la forma dell'idrogramma. Per esempio l'evento avvenuto l'1 Novembre 2010 ha causato forti esondazioni in località Caldogno ed importanti alluvioni a Vicenza, e senza tale informazione l'evento di piena modellato sarà sempre molto distante dai valori di portata misurati.

Dallo studio effettuato si osserva in generale un buona previsione delle onde di piena esaminate tranne che per qualche evento isolato. Su tali eventi tuttavia, a seguito di una semplice osservazione, si ipotizza l'esistenza di un qualche particolare fenomeno esterno, ancora sconosciuto, che abbia sensibilmente agito sulla portata. Lo studio sui modelli idrologici deve essere sempre soggetto ad aggiornamenti e miglioramenti, per poter rappresentare al meglio la specificità di ogni bacino idrografico naturale.

Indice

Sommario	v
Indice	vii
Elenco delle tabelle	ix
Elenco delle figure	xi
1 Caratteristiche del bacino del Bacchiglione	1
1.1 Inquadramento territoriale	1
1.2 La falda vicentina e l'assetto idrogeologico	2
1.3 La dispersione di portata lungo il fiume Bacchiglione	5
1.3.1 Modellazione matematica della dispersione	7
1.4 Il rischio idrogeologico	7
1.4.1 Alluvione di Vicenza del 2010	9
2 Estrazione della rete idrografica	13
2.1 I modelli digitali di elevazione <i>DEM</i> e le mappe digitali del terreno <i>DTM</i> .	13
2.2 Estrazione della rete idrografica con il toolbox TauDEM di ArcMap	13
2.2.1 L'algoritmo <i>Pit Remove</i>	15
2.2.2 L'algoritmo <i>D8 Flow Direction</i>	15
2.2.3 L'algoritmo <i>D8 Contributing Area</i>	16
2.2.4 L'algoritmo <i>D∞ Flow Direction</i>	17
2.2.5 L'algoritmo <i>D∞ Contributing Area</i>	17
2.2.6 L'algoritmo <i>Grid Network</i>	18
2.2.7 Individuazione dei siti canalizzati: L'algoritmo <i>Stream Definition By</i> <i>Threshold</i>	19
2.2.8 Individuazione dei siti canalizzati: L'algoritmo <i>Slope Area Stream</i> <i>Definition</i>	20
2.2.9 Creazione dei sottobacini: L'algoritmo <i>Stream Reach And Watershed</i>	21
2.2.10 Analisi della densità di drenaggio in funzione della soglia sull'area drenata	22
2.3 Estrazione manuale della rete idrografica	22
3 Analisi dei dati idrologici per singoli eventi di piena	27
3.1 Misurazioni di portata e di livello effettuate da ARPAV	27
3.2 La misura delle precipitazioni e delle portate	32
4 Elementi di geostatistica per l'idrologia	43
4.1 Introduzione e definizioni	43
4.1.1 Variabili aleatorie discrete	44
4.1.2 Variabili aleatorie continue	45
4.1.3 Frequenza e momenti campionari della distribuzione	46
4.1.4 Distribuzioni di probabilità congiunta	46
4.1.5 Distribuzioni di una variabile aleatoria somma di due variabili aleatorie	47
4.2 Processi stocastici e campi aleatori	47
4.2.1 Realizzazione di un processo stocastico	48
4.2.2 Momenti di un processo stocastico	48

4.2.3	Processo stocastico stazionario	50
4.2.4	Campo aleatorio	50
4.2.5	L'ipotesi di ergodicit�	51
4.3	Il Kriging nel campo omogeneo	52
4.4	Il Kriging nel campo non omogeneo	53
4.5	Il variogramma sperimentale	54
4.6	Kriging delle piogge cumulate per alcuni eventi di piena	55
4.6.1	Confronto tra le precipitazioni cumulate medie per ogni sottoba- cino: calcolo con ArcMap e calcolo con la matrice J del modello geomorfologico	55
5	La teoria della risposta idrologica ed il modello geomorfologico	61
5.1	Il bilancio idrologico	61
5.2	La separazione dei contributi di deflusso	62
5.2.1	Estrazione delle curvature e della conducibilit� idraulica satura . . .	65
5.2.2	Schema per l'implementazione del modello di ripartizione dei deflussi	68
5.3	I modelli di trasformazione afflussi-deflussi	69
5.4	L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico	71
5.4.1	Analisi dei possibili percorsi di una particella liquida	73
5.4.2	La densit� di probabilit� relativa al tempo di residenza nello stato versante	75
5.4.3	La densit� di probabilit� relativa al tempo di residenza nello stato canale	75
6	Applicazione del modello geomorfologico per gli eventi di piena	79
6.1	Generalit� sul modello	79
6.2	Il bilancio idrologico del modello	80
6.3	L'analisi di sensibilit� del modello	80
6.4	Calibrazione del modello - Primo evento del 2012	93
6.5	Validazione del modello	96
6.5.1	Osservazioni sugli eventi non modellati correttamente	97
7	Conclusioni	111
	Conclusioni	111
	Bibliografia	113
A	Dimostrazioni e passaggi matematici	115
A.1	Il Kriging nel campo omogeneo [18]	115
A.2	Il Kriging nel campo non omogeneo [18]	116
A.3	L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico [18] [19]	118
B	Struttura dei file del modello geomorfologico utilizzato	121
B.1	File di input	121
B.2	File di output	122

Elenco delle tabelle

2.1	Input ed Output dell'algoritmo <i>Pit Remove</i>	15
2.2	Input ed Output dell'algoritmo <i>D8 Flow Direction</i>	16
2.3	Input ed Output dell'algoritmo <i>D8 Contributing Area</i>	16
2.4	Input ed Output dell'algoritmo <i>D∞ Flow Direction</i>	17
2.5	Input ed Output dell'algoritmo <i>D∞ Contributing Area</i>	17
2.6	Input ed Output dell'algoritmo <i>Grid Network</i>	19
2.7	Input ed Output dell'algoritmo <i>Stream Definition By Threshold</i>	20
2.8	Input ed Output dell'algoritmo <i>Slope Area Stream Definition</i>	20
2.9	Input ed Output dell'algoritmo <i>Stream Reach And Watershed</i>	22
2.10	Calcolo della densità di drenaggio relativa al bacino del torrente Leogra	24
3.1	Stazioni di misura adottate, le coordinate sono in riferimento Gauss-Boaga	34
3.2	Portate massime e volumi misurati per gli eventi di piena considerati a Torrebelvicino e a Vicenza. L'asterisco indica la presenza di un'esonazione avvenuta	34
5.1	Tipologie di suolo individuate nel bacino del Bacchiglione	66
5.2	Tabella riassuntiva delle aree, delle curvature e delle conducibilità idrauliche sature relative al bacino del Bacchiglione	70
6.1	Bilancio idrologico del modello geomorfologico applicato al primo evento del 2012	80
6.2	Parametri di calibrazione del primo evento di piena del 2012	94
6.3	Confronto misurato-modellato della portata massima e del volume per il primo evento del 2012	96
6.4	Confronto tra il volume misurato a Vicenza e il volume misurato a Torrebelvicino. In grassetto sono riportati valori anomali	98

Elenco delle figure

1.1	Schema dei bacini idrografici più importanti del Veneto	2
1.2	Storica mappa del Bacchiglione a monte di Vicenza (<i>Biblioteca Civica Bertoliana</i>)	3
1.3	Schema idrogeologico dell'Alta e Media pianura vicentina	4
1.4	Schematizzazione del fenomeno della dispersione: a) pelo libero superiore al livello di falda, b) dispersione in falda, c) pelo libero inferiore al livello di falda, d) drenaggio della falda [1]	5
1.5	Schema idrografico del sistema Leogra-Timonchio [2]	6
1.6	Correlazione tra portate affluenti e portate disperse del sistema Leogra-Timonchio [2]	6
1.7	Contributi del sistema Leogra-Timonchio all'acquifero [2]	7
1.8	Curva di durata delle portate disperse del sistema Leogra-Timonchio [2]	8
1.9	Curva di dispersione del fiume Bacchiglione modellata	8
1.10	Rischio idrogeologico nel Veneto diviso per comuni [3], pag. 30	10
1.11	Rischio idrogeologico nel Veneto diviso per comuni [3], pag. 31	11
1.12	Precipitazione cumulata nel Veneto tra il 31 Ottobre ed il 2 Novembre 2010 (<i>Elaborazioni Regione Veneto - ARPAV</i>)	12
1.13	Fotografia del livello idrico in corrispondenza di Ponte Degli Angeli	12
2.1	<i>DEM</i> del bacino del Bacchiglione con risoluzione $50 \times 50 m$	14
2.2	Sequenza completa degli algoritmi per l'estrazione e l'analisi di una rete idrografica con TauDEM [5]	14
2.3	Esempio di modifica apportata ad un <i>DEM</i> a seguito del <i>Pit Remove</i> [6]	15
2.4	Schema di funzionamento dell'algoritmo <i>D8 Flow Direction</i> e valutazione della direzione di drenaggio [6]	16
2.5	Schema della direzione di drenaggio valutata con l'algoritmo <i>D∞ Flow Direction</i> [6]	17
2.6	Ordine di Strahler del bacino idrografico del torrente Leogra ottenuta mediante l'algoritmo <i>Grid Network</i>	18
2.7	Schema di funzionamento dell'algoritmo <i>Stream Definition By Threshold</i> [6]	19
2.8	Estrazione della rete idrografica del bacino del torrente Leogra con diversi valori di soglia	22
2.9	Legame tra valore della soglia (algoritmo <i>Stream Definition By Threshold</i>) e densità di drenaggio	23
2.10	Bacino del Bacchiglione chiuso a Vicenza (Ponte degli Angeli)	25
2.11	Sottobacini estratti dal bacino del Bacchiglione	25
3.1	Velocità medie misurate a Vicenza e scala di deflusso proposta per il teleidrometro del fiume Bacchiglione a Vicenza [10]	29
3.2	Scala di deflusso in piena e in magra proposta per il teleidrometro del fiume Bacchiglione a Vicenza [11]	30
3.3	Scala di deflusso in piena e in magra proposta per il teleidrometro del fiume Bacchiglione a Vicenza [12]	31
3.4	Rilievo della sezione del Bacchiglione a Vicenza [10]	33
3.5	Posizione delle stazioni pluviometriche di riferimento (in rosso) e delle stazioni di misura della portata di riferimento (in verde)	33
3.6	Eventi di piena scelti per l'analisi: anni 2009 e 2010	35
3.7	Eventi di piena scelti per l'analisi: anni 2011 e 2012	36

3.8	Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2009. In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino	37
3.9	Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2010 (primo e secondo). In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino	38
3.10	Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2010 (terzo e quarto). In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino	39
3.11	Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2011. In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino	40
3.12	Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2012. In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino	41
4.1	Esempi di possibili realizzazioni di un processo stocastico	48
4.2	Descrizione empirica della variabilità spaziale: coefficiente di correlazione [13]	49
4.3	Singola realizzazione campionaria di un processo stocastico (A) e insieme di realizzazioni campionarie provenienti dallo stesso modello (B)	52
4.4	Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2009 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)	56
4.5	Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2010 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)	57
4.6	Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2011 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)	58
4.7	Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2012 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)	59
4.8	Confronto tra le piogge cumulate medie per ogni sottobacino calcolate con ArcMap e con la matrice del modello geomorfologico J	60
5.1	Schema della ripartizione dei deflussi	65
5.2	Curvature ed aree urbane del bacino del Bacchiglione	66
5.3	Indicazioni sulla curvatura media positiva di ogni sottobacino	67
5.4	Tipologie di suolo del bacino del Bacchiglione	67
5.5	Indicazioni sulla conducibilità idraulica media di ogni sottobacino, espressa in mm/h	68
5.6	A: Rappresentazione grafica dei termini dell'equazione (5.3.2). B: Concetto di invarianza e linearità. C: Schema semplificato di una convoluzione. Ogni impulso genera un proprio idrogramma di piena, il quale si somma agli altri idrogrammi, tenendo conto dello sfasamento temporale con cui essi avvengono	72
5.7	Generico bacino di ordine $\Omega = 3$ con uno stato aggiuntivo relativo alla sezione di chiusura [17]	74
6.1	Sensibilità del modello al parametro K_c	83
6.2	Sensibilità del modello al parametro a	84
6.3	Sensibilità del modello al parametro Z_r	85
6.4	Sensibilità del modello al parametro α	86
6.5	Sensibilità del modello al parametro c	87
6.6	Sensibilità del modello al parametro sst	88
6.7	Sensibilità del modello al parametro n	89
6.8	Sensibilità del modello al parametro b	90

6.9	Sensibilità del modello al parametro t_{urb} e t_{sup}	91
6.10	Sensibilità del modello al parametro t_{sub} e t_{prof}	92
6.11	Sensibilità del modello al parametro h_{prof}	93
6.12	Confronto tra le zone alluvionate nella città di Vicenza tra l'evento del 1 Novembre 2010 e l'evento del 11 Novembre 2012	94
6.13	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il primo evento del 2012 .	95
6.14	Parametri complessivi adottanti nelle modellazioni. In rosso l'evento di calibrazione	99
6.15	Confronto tra la portata misurata, modellata senza esondazione e modellata con esondazione	99
6.16	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il primo evento del 2009 .	100
6.17	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2009	101
6.18	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il primo evento del 2010 .	102
6.19	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2010	103
6.20	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il terzo evento del 2010 . .	104
6.21	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il terzo evento del 2010 . .	105
6.22	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il primo evento del 2011 .	106
6.23	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2011	107
6.24	Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2012	108
6.25	Confronto misurato-modellato della portata massima e del volume (eventi 2009-1, 2009-2, 2010-1, 2010-2, 2010-3)	109
6.26	Confronto misurato-modellato della portata massima e del volume (eventi 2010-4, 2011-1, 2011-2, 2012-1, 2011-2)	110

Caratteristiche del bacino del Bacchiglione

1.1 Inquadramento territoriale

Il fiume Bacchiglione con i suoi 119 *km* di lunghezza, dalla sorgente del Leogra al canale di Pontelongo, ed un bacino di raccolta di 1400 *km*² è uno dei sistemi idrografici più importanti delle province di Vicenza e Padova. Secondo gli studiosi la sua attuale denominazione deriva dal verbo dialettale “bacajare” ovvero rumoreggiare, chiacchierare in continuazione, termine attribuitogli probabilmente a causa del rumore delle risorgive vicentine che gli danno origine, oppure per i rumori continui delle piene improvvise. La denominazione di “Bacchiglione” giunta fino ai nostri giorni compare però solo in epoca medievale: è infatti in un documento del 1074 che per la prima volta a Vicenza il fiume Bacchiglione viene indicato con il nome di “Bacalone”, probabilmente in sostituzione di nomi come Evrone, Edrone, Retrone (Retenus), attribuiti al corso d’acqua durante l’età romana.

Nella storia è stato oggetto di contese e scontri tra padovani e vicentini all’epoca dei Comuni, tanto da essere citato per ben due volte nella Divina Commedia di Dante:

*colui potei che dal servo de’ servi
fu trasmutato d’Arno in Bacchiglione,
dove lasciò li mal protesi nervi.*

(If XV 113, dove è nominato Andrea de’ Mozzi, Bacchiglione designa Vicenza, così come Arno Firenze.)

*ma tosto fia che Padova al palude
cangerà l’acqua che Vincenza bagna,
per essere al dover le genti crude;*

(Pd IX 47, Cunizza profetizza la sconfitta subita dai Padovani il 17 dicembre 1314 da parte di Cangrande venuto in soccorso ai Vicentini.)

La formazione del Bacchiglione è il frutto dell’unione di due sistemi idrografici: il primo originato dalle risorgive del Comune di Dueville che danno vita al corso d’acqua chiamato nel suo primo tratto “Bacchiglioncello”; il secondo costituito dal sottobacino del Leogra-Timonchio che raccoglie le acque provenienti dal monte Pasubio, le quali confluiscono nel Bacchiglioncello in corrispondenza di località Vivaro, incrementandone in modo cospicuo la portata. Dopo questa immissione il fiume prende il nome “Bacchiglione”.

L’incontro di questi due distinti sistemi idrografici fa in modo che le tipologie fluviali che caratterizzano il corso d’acqua del Bacchiglione siano notevolmente diverse. Da un lato gli affluenti torrenziali che si formano nelle Prealpi Vicentine (Leogra, Timonchio, Astico), i quali producono piene improvvise e rapide, specialmente nei mesi autunnali e primaverili; dall’altro i rii di risorgiva che arrivano al corso d’acqua dopo aver attraversato per vie sotterranee i terreni calcarei e carsici, fornendo la sola portata di magra ($30 \div 40 \text{ m}^3$).

Il regime idrologico del fiume Bacchiglione è di tipo “misto”, caratterizzato da rapide transizioni dallo stato di magra a quello di piena. I periodi di massima portata del fiume sono i mesi di Novembre e Maggio, mentre i valori minimi si registrano generalmente ad Agosto

e Gennaio.

Nel Comune di Vicenza il Bacchiglione riceve da destra le acque del fiume Retrone e da sinistra quelle del torrente Astichello. Altri affluenti giungono da sinistra a sud est del capoluogo: il fiume Astico - Tesina e il Ceresone. A Padova il fiume si dirama in due canali: il Canale Battaglia e il Canale Scaricatore, che come suggerisce lo stesso nome, è un canale scavato per evitare che le piene rovinose del Bacchiglione entrassero nella città a Padova. Dopo aver attraversato la bassa pianura padovana, il fiume si unisce al Canale del Brenta sfociando in mare presso la località Brondolo di Chioggia.

Il Bacchiglione presenta nel tratto vicentino un andamento ricco di meandri e anse mentre nel tratto padovano e fino alla foce presenta una fisionomia differente, con diramazioni e tratti rettilinei condizionati da molteplici interventi dell'uomo. In questo studio si considererà il fiume nella sua parte iniziale, dove il carattere torrenziale e risorgivo si uniscono, vale a dire nella città di Vicenza, scelta come sezione di chiusura.

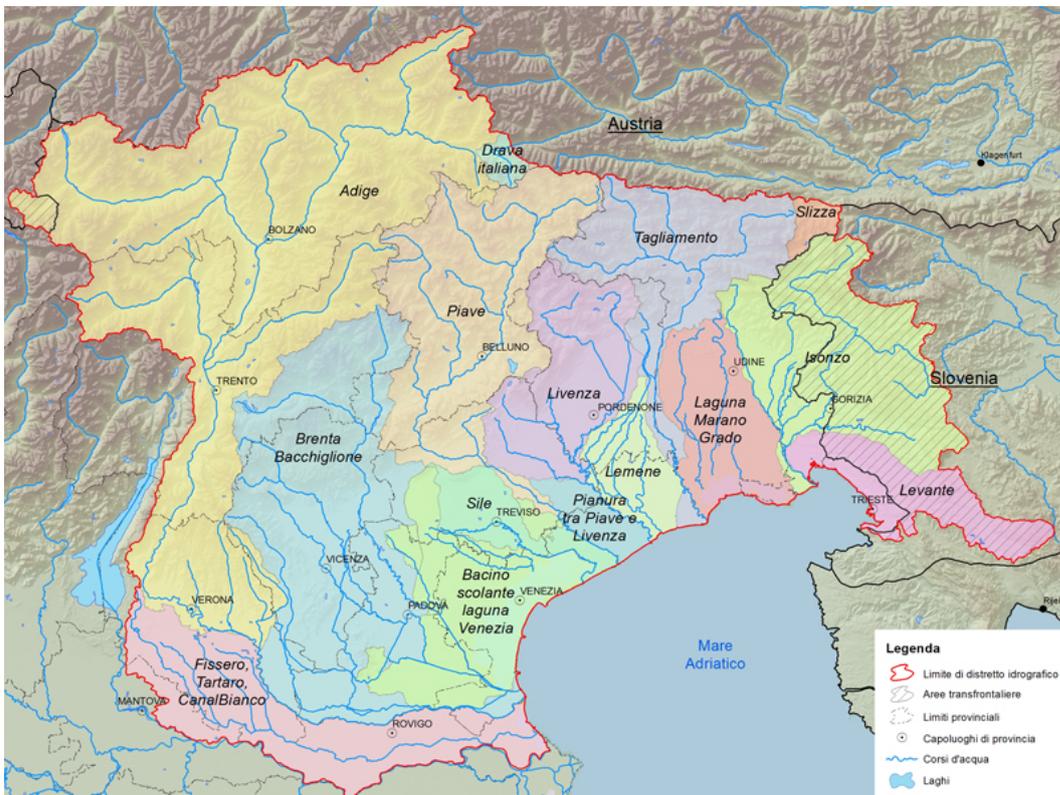


Fig. 1.1: Schema dei bacini idrografici più importanti del Veneto

1.2 La falda vicentina e l'assetto idrogeologico

L'Alta e la Media pianura vicentina sono caratterizzate da un patrimonio idrico sotterraneo di importanza notevole: gli acquiferi di questa zona, infatti, costituiscono la fonte di approvvigionamento idrico per la maggior parte del territorio provinciale vicentino e contribuiscono ad alimentare la rete acquedottistica di buona parte della provincia di Padova. Questa ricchezza delle falde è presente grazie agli stretti rapporti tra acque superficiali ed acque sotterranee, che consentono efficaci ricariche degli acquiferi esistenti. L'Alta pianura vicentina copre un'area di circa 270 km^2 e si estende a nord di Vicenza sino alle pendici meridionali dell'Altopiano di Asiago ed è compresa fra i monti Lessini a ovest e il Fiume Astico a est.

La zona è attraversata da alcuni corsi d'acqua il cui bacino idrografico è particolarmente

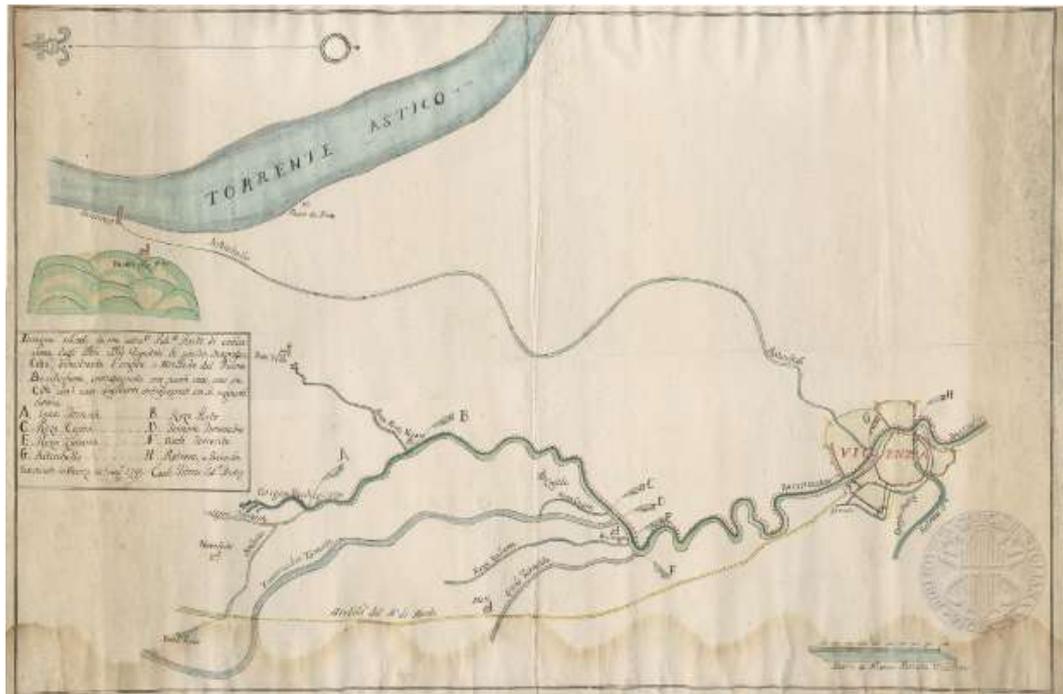


Fig. 1.2: Storica mappa del Bacchiglione a monte di Vicenza (*Biblioteca Civica Bertoliana*)

esteso; tra questi, il Fiume Astico con un bacino tributario a monte dello sbarramento di Leda di 556 km^2 ed il Leogra-Timonchio con un bacino di 105 km^2 .

All'interno dell'area, l'andamento del terreno è sostanzialmente pianeggiante, con pendenze decrescenti da nord-ovest verso sud-est.

Uno dei caratteri principali di questa zona è la straordinaria ricchezza d'acqua sotterranea, che ha contribuito a creare uno sviluppo economico e sociale notevole. Questa ricchezza delle falde deriva da due fattori:

- la situazione geologica del sottosuolo particolarmente favorevole;
- gli strettissimi rapporti tra acque superficiali ed acque sotterranee, che consentono efficaci ricariche degli acquiferi esistenti.

La pianura alluvionale può essere suddivisa in tre zone principali (Fig. 1.3), qui di seguito elencate.

1. La zona di ricarica dei sistemi acquiferi profondi, individuata dal materasso alluvionale (ghiaioso-sabbioso) indifferenziato che caratterizza la parte a nord delle risorgive, detta Alta pianura. Questa zona è caratterizzata dalla presenza di un'unica falda a superficie libera che regola, da un punto di vista idraulico, le variazioni delle riserve idriche profonde a sud, interessate dalle attività di emungimento. Nella parte più meridionale di questa zona compare un orizzonte argilloso che separa l'acquifero libero superficiale da uno più profondo in pressione, creando una fascia di transizione tra l'acquifero indifferenziato regolatore a monte ed il sistema multistrato a valle delle risorgive.
2. La zona delle risorgive (o fontanili), in corrispondenza delle quali si ha la naturale fuoriuscita dalla falda sotterranea delle portate idriche eccedenti, con deflussi molto rilevanti. Queste acque emergenti originano un reticolo superficiale molto fitto ed esteso da cui si originano sia corsi d'acqua quali il Bacchiglione e l'Astichello, sia zone umide, aree di particolare bellezza ed importanza ecologica, come, ad esempio,

il Bosco di Villaverla. La posizione della linea delle risorgive migra stagionalmente in funzione delle variazioni dei diversi fattori del bilancio idrico, interessando una fascia di larghezza variabile fra 2 km e 10 km.

- La zona di accumulo, a sud delle risorgive, caratterizzata da una differenziazione in falde sovrapposte in pressione che danno luogo ad un complesso acquifero multistrato tipico della Media pianura. Gli strati limosi-argillosi presenti nell'Alta pianura sotto forma di lenti discontinue di dimensioni limitate diventano in questa zona dei veri e propri strati continui; essi delimitano acquiferi che nel sub-bacino Astico raggiungono spessori di qualche decina di metri. Tutti gli strati permeabili presentano un progressivo assottigliamento da ovest verso est e da nord a sud, con un aumento di strutture lenticolari nelle stesse direzioni ed una diminuzione granulometrica. Nel sistema multistrato si distinguono sei fasce sovrapposte ad elevata permeabilità orizzontale, localizzate a circa 30, 50, 90, 120, 160, 210 metri di profondità. Un'ulteriore falda presente, quella più superficiale, compresa nei 25 metri sotto il piano campagna e con caratteristiche semi-artesiane, è poco utilizzata. La prima falda artesiane in pressione, alla profondità media di 30 metri, è sottoposta ad un utilizzo più consistente. Le prime due fasce sembrano non essere nettamente delimitate tra di loro; a profondità maggiore la distinzione tra le altre fasce diviene più netta: la quarta e la quinta sono separate da un livello impermeabile che si ispessisce verso SE. Le falde più profonde costituiscono la più importante fonte di approvvigionamento a scopi acquedottistici.

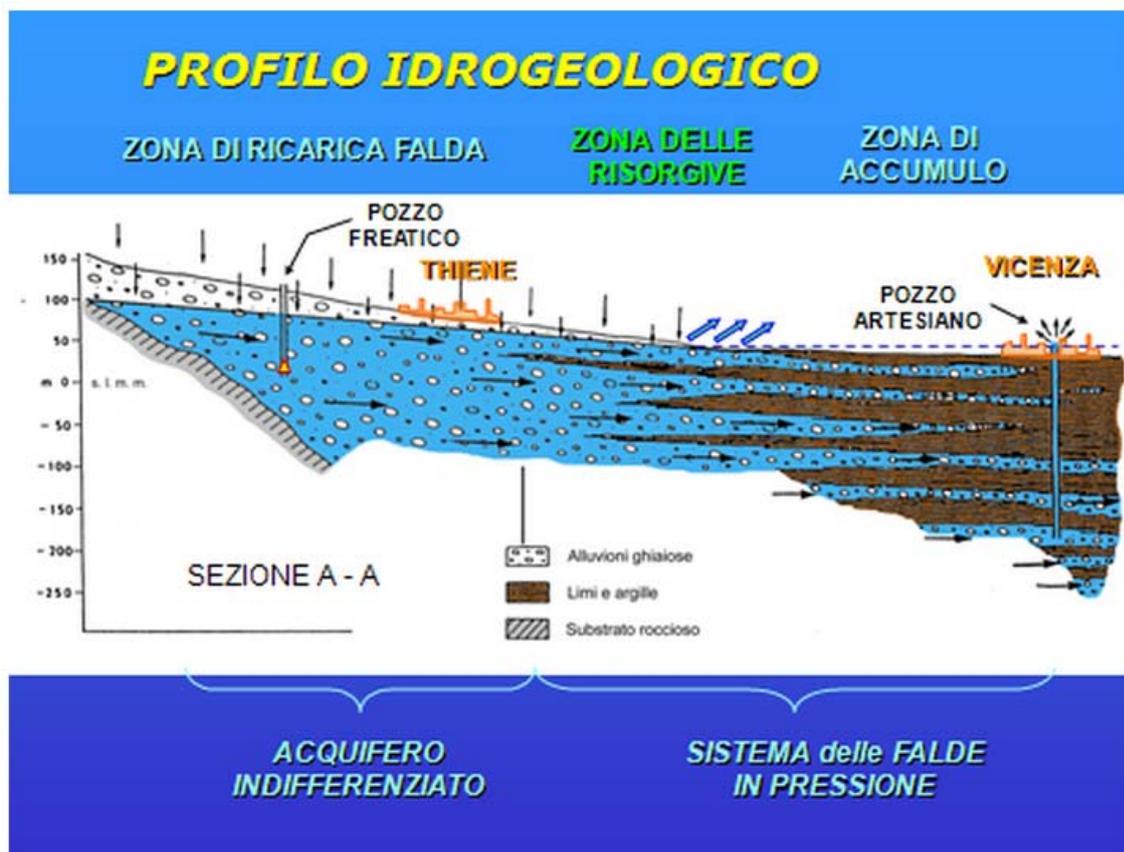


Fig. 1.3: Schema idrogeologico dell'Alta e Media pianura vicentina

1.3 La dispersione di portata lungo il fiume Bacchiglione

Qualunque corso d'acqua che scorra all'interno di un alveo naturale interagisce con il livello di falda presente nel sottosuolo circostante, in modo più o meno reattivo a seconda delle caratteristiche geologiche dell'alveo stesso, del livello liquido e del livello di falda. Si ha dispersione in un alveo quando la superficie libera del corso d'acqua è ad una quota superiore rispetto al livello freatico; in caso contrario sarà l'acquifero ad alimentare il corso d'acqua, come riportato in Fig. 1.4. Le oscillazioni della falda sono condizionate dalla variabilità spaziale e temporale del processo di dispersione-ricarica.

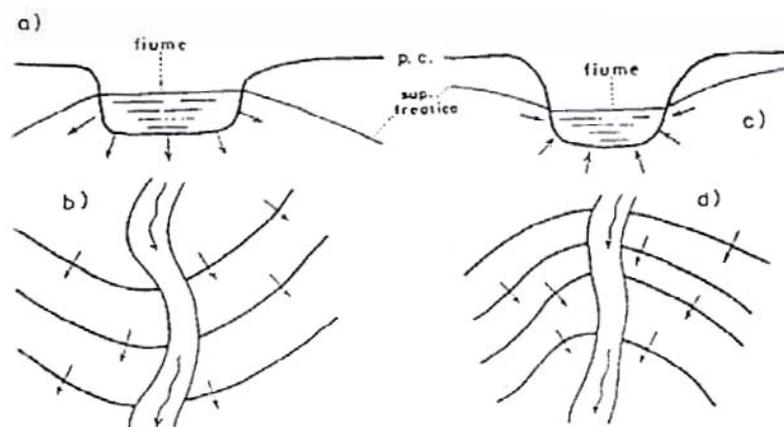


Fig. 1.4: Schematizzazione del fenomeno della dispersione: a) pelo libero superiore al livello di falda, b) dispersione in falda, c) pelo libero inferiore al livello di falda, d) drenaggio della falda [1]

Il processo di dispersione in falda, per quanto riguarda il bacino del Bacchiglione, ha inizio ai piedi della parte montana, costituita dal sistema di torrenti Lagora-Timonchio, fino alla linea delle risorgive.

Dal mese di settembre del 1979 al mese di gennaio del 1981 l'A.I.M. di Vicenza ha svolto un importante studio sulle portate disperse in falda dai principali corsi d'acqua, permettendo la raccolta di numerosi dati [2]. La stima della portata dispersa avviene semplicemente per differenza tra la somma delle portate in arrivo all'ingresso dei corsi d'acqua di pianura e la portata in corrispondenza del termine del tratto disperdente, permettendo così il tracciamento di curve di "dispersione".

Nel caso specifico del fiume Bacchiglione, le portate in ingresso sono costituite dalla somma delle seguenti portate (Fig. 1.5):

- $1Le_a$ Leogra a Torrebelficino: rilevazione in continuo delle portate mediante idrometrografo;
- $1Le_b$ canaletta a pelo libero della Ditta Rosabel: determinazione delle portate mediante curva di correlazione sperimentale;
- $1VGo$ Rio Val Gogna: rilevazione settimanale di altezze idrometriche e determinazione della portata mediante "curva di taratura" sperimentale;
- $1VMe$ Rio Val Mercanti: determinazione delle portate mediante curva di regressione sperimentale con i valori del Rio Val Tesserà;
- $1Ca$ torrente Caussa: determinazione delle portate mediante curva di regressione dei valori di Rio Val Gogna;
- $1T$ Timonchio a Santorso: rilevazione in continuo delle portate mediante idrometrografo.

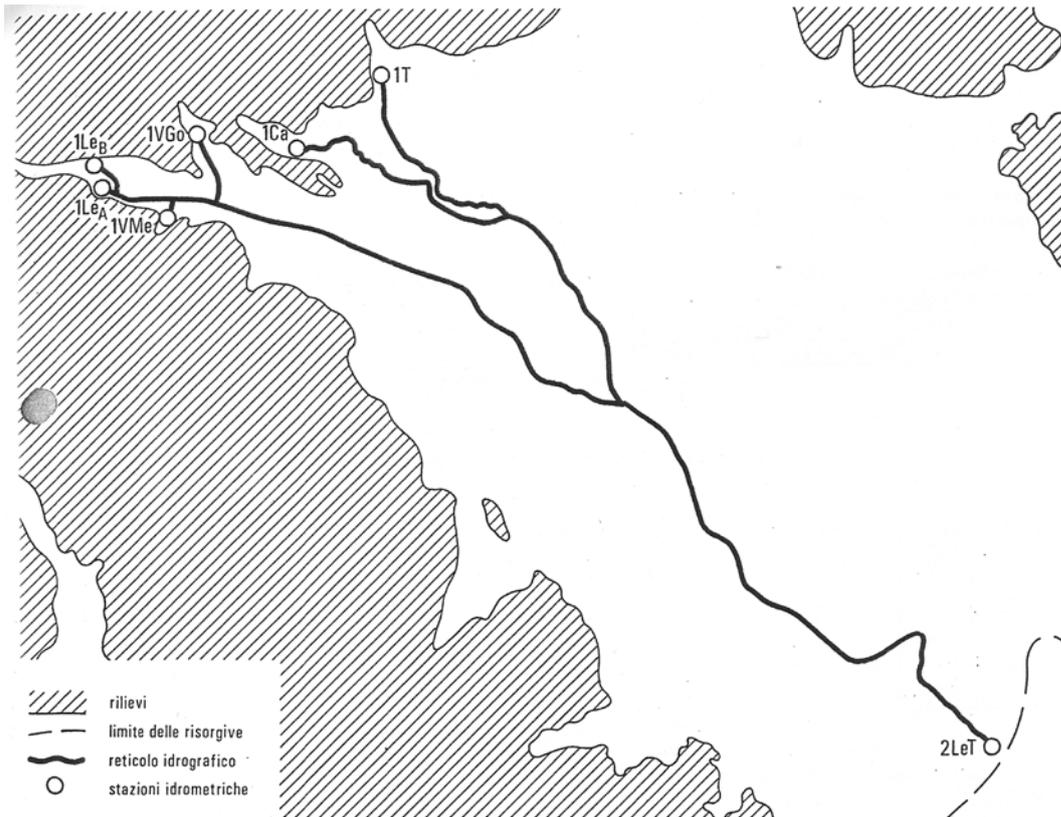


Fig. 1.5: Schema idrografico del sistema Leogra-Timonchio [2]

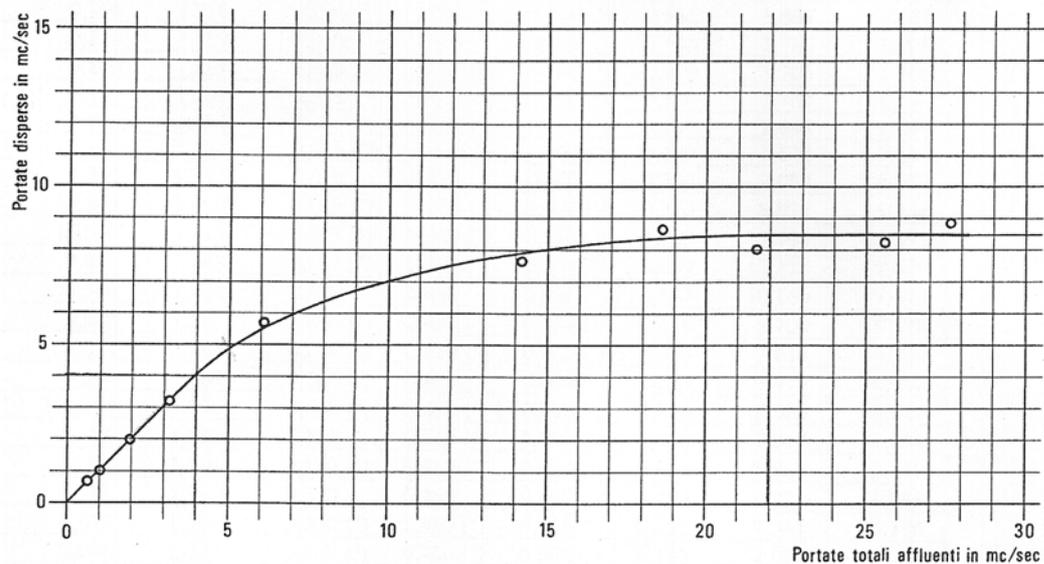


Fig. 1.6: Correlazione tra portate affluenti e portate disperse del sistema Leogra-Timonchio [2]

Le elaborazioni dei dati sperimentali hanno permesso il tracciamento di una curva di dispersione del sistema Leogra-Timonchio. A causa dell'inesistenza di un manufatto stabile o della presenza di un fondo ghiaioso mobile non è stato possibile effettuare delle misurazioni in continuo. La curva ha un chiaro andamento di tipo asintotico che indica la costanza delle dispersioni per valori di portata in ingresso complessivi superiori a 25 mc/s. Inoltre si osserva che al di sotto dei 4 mc/s tutta l'acqua si disperde in falda.

Il lavoro effettuato di raccolta ed elaborazione dei dati ha permesso anche il calcolo dei contributi alla falda acquifera (Fig. 1.7) ed il tracciamento della curva di durata (Fig. 1.8).

La curva di durata mostra come una portata inferiore a 5 mc/s, che si infila completamente, sia verificata per ben 337 giorni, pari al 70% del periodo.

In definitiva vengono annualmente dispersi, dalle sezioni di Torrebelvicino e Santorso alla sezione di Borgo Redentore (Malo), circa 146 milioni di metri cubi. Aumentando la portata in ingresso il tratto disperdente si allunga, generando un'ulteriore dispersione: 17 milioni di metri cubi (10% del totale) che interessa il tratto Borgo Redentore-Villaverla per 80 giorni circa. Per il restante periodo da dispersione avviene lungo la parte restante dell'asta, circa 6 milioni di metri cubi.

Va infine ricordato che in occasione di piene particolarmente elevate si è verificata nella sezione di Capovilla (2LeT in Fig. 1.5) una portata maggiore rispetto a quella affluente. La principale causa di questo fenomeno è l'incremento del livello di falda che avviene in virtù delle abbondanti piogge (Fig. 1.4).

Periodo	Qd	
	mc × 10 ⁶	mc/sec
dal 21/9 al 30/9/1979	7,34	8,5
10/1979	22,00	8,2
11/1979	9,28	3,6
12/1979	14,80	5,5
1/1980	12,62	4,7
2/1980	8,61	3,4
3/1980	12,01	4,5
4/1980	8,18	3,2
5/1980	13,02	4,9
6/1980	15,55	6,0
7/1980	9,33	3,5
8/1980	4,83	1,8
9/1980	2,77	1,1
10/1980	11,00	4,1
11/1980	11,05	4,3
12/1980	5,82	2,2
dall'1/1 al 6/1/1980	0,84	1,6
dal 21/9/1979 al 6/1/1980	169,05	4,1

Fig. 1.7: Contributi del sistema Leogra-Timonchio all'acquifero [2]

1.3.1 Modellazione matematica della dispersione

A partire dai dati sperimentali della curva in Fig. 1.6, si è tracciata una curva di dispersione matematica che cercasse quanto più possibile di esser fedele alle misure effettuate [2].

Il risultato migliore è stato ottenuto considerando la curva di dispersione come insieme di due equazioni, valide in campi differenti:

$$\begin{cases} \text{se } Q_{in} \leq 4 \text{ mc/s allora: } Q_d = Q_{in} \\ \text{se } Q_{in} > 4 \text{ mc/s allora: } Q_d = 9 (1 - e^{-0.15Q_{in}}) \end{cases} \quad (1.3.1)$$

1.4 Il rischio idrogeologico

Il rischio naturale legato alle catastrofi idrogeologiche è in Italia tra i problemi più rilevanti, sia per i danni prodotti che per il numero di vittime. Il sempre maggiore impatto delle catastrofi idrogeologiche sul territorio, dal dopoguerra ad oggi, va innanzitutto attribuito ai mutati scenari territoriali che hanno privilegiato l'occupazione e lo sfruttamento di aree naturalizzate e, marginalmente, a variazioni di tipo meteo-climatico.

Già all'indomani della disastrosa alluvione di Firenze del 1966 la commissione De Marchi

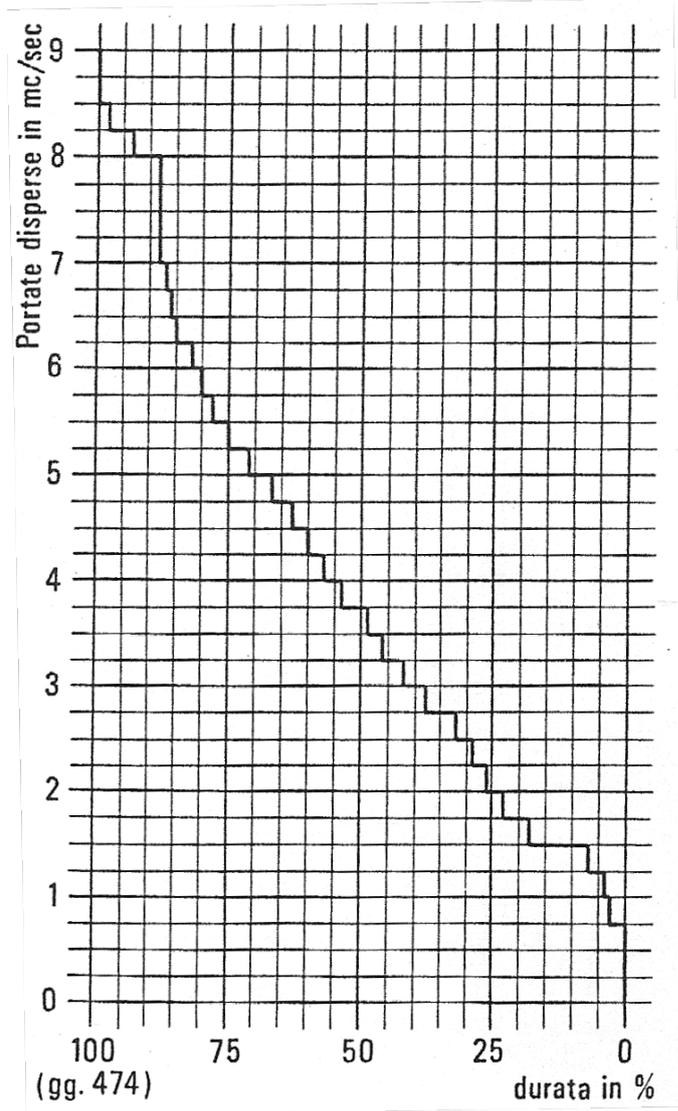


Fig. 1.8: Curva di durata delle portate disperse del sistema Leogra-Timonchio [2]

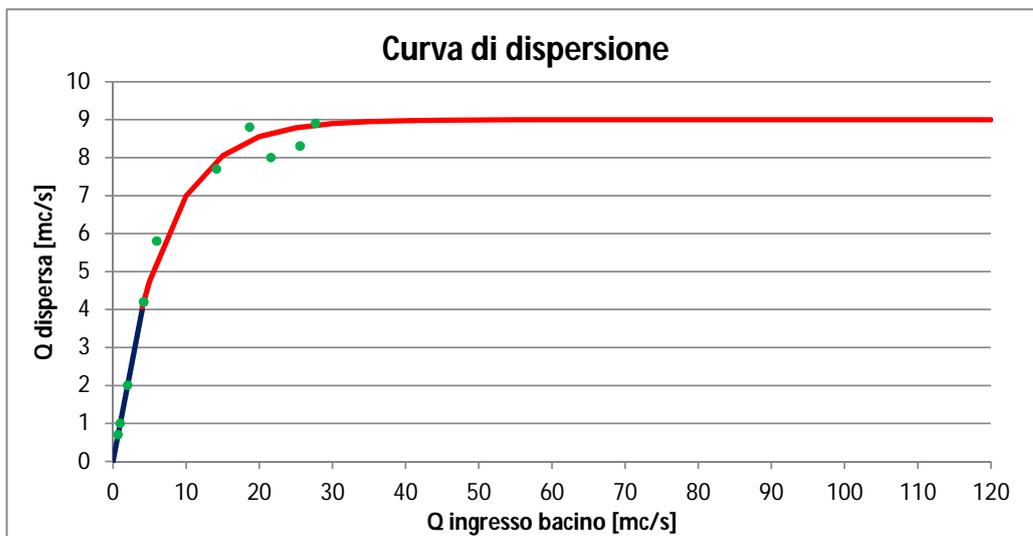


Fig. 1.9: Curva di dispersione del fiume Bacchiglione modellata

ha evidenziato in modo chiaro ed ancora attuale i problemi legati alla prevenzione dal rischio idrogeologico, ma ad oggi ancora non sono state realizzate le opere proposte, se non in parte.

Gli eventi che una volta venivano classificati come “eccezionali” sembrano ordinari al giorno d’oggi. Ogni anno, specialmente nel mese di Novembre, il rischio di alluvioni è praticamente certo. Ed ogni anno bisogna investire in sistemi di protezione e prevenzione rapidi e purtroppo poco efficaci, in quanto mancano le strutture idrauliche predisposte alla concreta protezione del territorio.

Un territorio urbanizzato è in grado, a parità di pioggia caduta, di produrre un deflusso venti volte superiore rispetto a quello prodotto da un terreno agricolo, e questo è più che sufficiente per spiegare le continue alluvioni che affliggono sempre più frequentemente molti bacini italiani.

Le alluvioni più importanti che hanno interessato l’Italia e che hanno comportato un pesante bilancio sia in termini di perdita di vite umane che di danni, sono state quelle del Po nel Polesine (1951), dell’Arno (1966) e del Po nel Nord Italia (1994 e 2000). Tuttavia in Italia sono frequenti alluvioni che si verificano in bacini idrografici di piccole dimensioni a causa di precipitazioni intense e localizzate, che sono difficili da prevedere. Tali bacini, presenti soprattutto in Liguria e Calabria, sono caratterizzati da tempi di sviluppo delle piene dell’ordine di qualche ora che determinano alluvioni di elevata pericolosità che spesso provocano vittime, danni all’ambiente e possono compromettere gravemente lo sviluppo economico delle aree colpite.

Un efficiente sistema di allertamento basato su modelli di previsione collegati ad una rete di monitoraggio è fondamentale per allertare gli organi istituzionali presenti sul territorio con il maggior anticipo possibile e ridurre l’esposizione delle persone agli eventi nonché limitare i danni al territorio attraverso l’attuazione di misure di prevenzione in tempo reale.

Il Ministero dell’Ambiente nel 2000 ha redatto un documento dal titolo: “*Classificazione dei Comuni Italiani in base al Livello di attenzione per il Rischio Idrogeologico*”, di cui se ne riporta un estratto che riguarda la regione Veneto in Fig. 1.10 e Fig. 1.11. Si osserva che la provincia di Belluno è quella avente maggior numero di comuni in cui il rischio idrogeologico è “elevato” o “molto elevato”, seguono Rovigo e Vicenza.

1.4.1 Alluvione di Vicenza del 2010

Da domenica 31 ottobre a martedì 2 novembre 2010 il Veneto è stato interessato da piogge persistenti, a tratti anche a carattere di rovescio, in particolare sulle zone prealpine e pedemontane, dove si sono superati diffusamente i 300 mm complessivi, con punte massime locali anche superiori a 500 mm di pioggia. I valori medi areali di precipitazione su diverse zone sono stati molto significativi, in particolare i valori medi areali complessivi di tutto l’evento sono stati di 339 mm sull’area dell’alto vicentino, di circa 175 mm sulle aree montane e collinari del bellunese e del veronese, e di 128 mm sull’area che comprende i bacini del basso Piave, Sile e il bacino scolante in laguna (Fig. 1.12).

La piena del Fiume Bacchiglione è stata così rapida ed intensa che tutte le sezioni di riferimento hanno superato il livello massimo storico registrato. Basti pensare che l’idrometro di Montegalda non ha più funzionato in corrispondenza del colmo di piena. Anche gli affluenti del Bacchiglione hanno realizzato livelli idrometrici superiori o molto prossimi ai massimi valori storicamente registrati, in particolare il Tesina a Bolzano Vicentino ha superato il livello della massima piena storica. Numerose sono state anche le alluvioni e le esondazioni a seguito di rotture arginali.

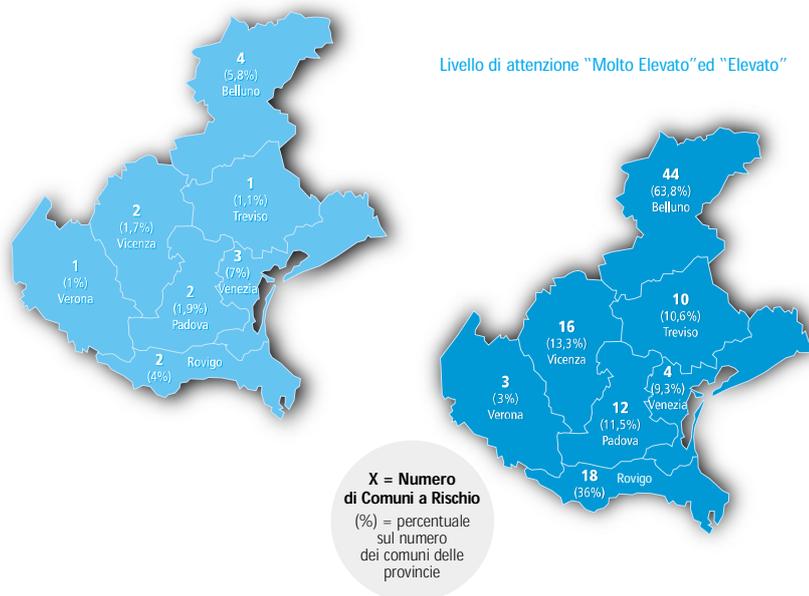
- Nel territorio comunale di Caldogeno sono stati allagati completamente i centri abitati di Cresole e Rettorgole

Capitolo 4: Sintesi Provinciale per Regioni

REGIONE VENETO

Sintesi Provinciale della distribuzione dei comuni in base al Livello di attenzione per il rischio idrogeologico Molto Elevato ed Elevato.

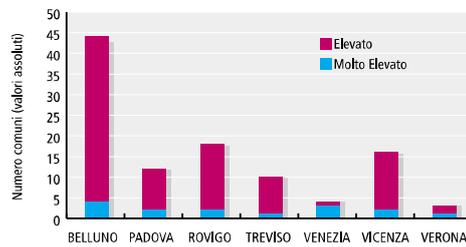
Livello di attenzione "Molto Elevato"



Comuni con Livello di attenzione per il rischio idrogeologico "Molto Elevato" ed "Elevato" (Valori assoluti e percentuali regionali)						
Province	Molto Elevato v.a.	Elevato v.a.	Totale v.a.	Molto Elevato %	Elevato %	Totale %
VERONA	1	2	3	1,0	2,0	3
VICENZA	2	14	16	1,7	11,6	13,3
BELLUNO	4	40	44	5,8	58,0	63,8
TREVISO	1	9	10	1,1	9,5	10,6
VENEZIA	3	1	4	7,0	2,3	9,3
PADOVA	2	10	12	1,9	9,6	11,5
ROVIGO	2	16	18	4,0	32,0	36,0
totale regionale	15	92	107	2,6	15,9	18,5

VENETO

Comuni con Livello di attenzione per rischio idrogeologico "Molto Elevato" ed "Elevato" (Ordinato per valori decrescenti assoluti e percentuali)				Comuni con Livello di attenzione per rischio idrogeologico "Molto Elevato" (Ordinato per valori decrescenti assoluti e percentuali)			
Province	Totale v.a.	Province	Totale %	Province	Molto Elevato v.a.	Province	Molto Elevato %
BELLUNO	44	BELLUNO	63,8	BELLUNO	4	VENEZIA	7,0
ROVIGO	18	ROVIGO	36,0	VENEZIA	3	BELLUNO	5,8
VICENZA	16	VICENZA	13,3	PADOVA	2	ROVIGO	4,0
PADOVA	12	PADOVA	11,5	ROVIGO	2	PADOVA	1,9
TREVISO	10	TREVISO	10,6	VICENZA	2	VICENZA	1,7
VENEZIA	4	VENEZIA	9,3	TREVISO	1	TREVISO	1,1
VERONA	3	VERONA	3	VERONA	1	VERONA	1,0
totale	107	totale	18,5	totale	15	totale	2,6



Sintesi provinciale della distribuzione dei comuni in base al Livello di attenzione per il rischio idrogeologico Molto Elevato ed Elevato

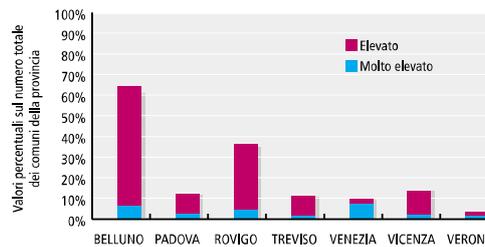


Fig. 1.11: Rischio idrogeologico nel Veneto diviso per comuni [3], pag. 31

- Nel centro storico di Vicenza si sono allagati lo stadio Menti, i quartieri San Paolo e Santa Bertilla, la zona della Riviera Berica e di Casale. Complessivamente si è allagata circa il 20% della città.
- A Padova sono stati inondati i comuni di Casalserugo, Bovolenta e Maserà.

Il sormonto e quindi la rotta dell'argine in località Caldogno ha comportato una fuoriuscita di un volume, nella sola area a nord di Vicenza, compreso tra 4 e i 7 milioni di metri cubi. In ambito urbano gli allagamenti sono invece stimabili in circa 3 milioni di metri cubi, mentre a Sant'Agostino il volume di allagamento è stato di circa 5 milioni di metri cubi. Complessivamente i volumi esondati, riferibili al solo Bacchiglione entro la sezione di Vicenza, sono compresi tra 10 milioni e 15 milioni di metri cubi. La massima altezza idrometrica registrata a Ponte degli Angeli è pari a 6.18 m, realizzata l'1 Novembre, che è vicinissima al limite di esondazione nella città.

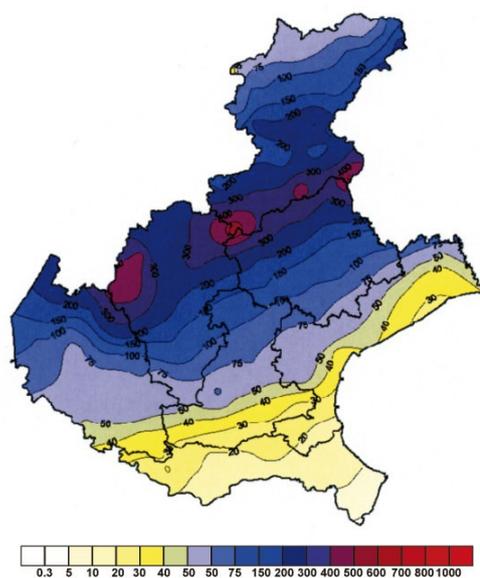


Fig. 1.12: Precipitazione cumulata nel Veneto tra il 31 Ottobre ed il 2 Novembre 2010 (*Elaborazioni Regione Veneto - ARPAV*)



Fig. 1.13: Fotografia del livello idrico in corrispondenza di Ponte Degli Angeli

Estrazione della rete idrografica

2.1 I modelli digitali di elevazione *DEM* e le mappe digitali del terreno *DTM*

I modelli digitali di elevazione (*Digital Elevation Model* in inglese, abbreviato *DEM*) sono delle rappresentazioni digitali (raster) di una porzione di territorio, nelle quali ciascun pixel è caratterizzato da un numero indicante la quota rispetto ad una superficie di riferimento.

Le mappe *DEM* racchiudono una particolare tipologia di mappe: le mappe digitali del terreno *DTM*. La differenza sostanziale sta nel fatto che una *DEM* rappresenta una superficie tridimensionale di natura generica (livello di inquinamento atmosferico, profondità della falda, contenuto di fosfati nel suolo, quota rispetto al livello medio mare di territori comprendenti anche edifici ed alberi...) mentre una *DTM* rappresenta solo la superficie geodetica.

Ogni pixel occupa una porzione del territorio che varia in base al dettaglio con cui è stata realizzata la mappa; ad esempio un pixel sottintende una superficie pari a: $10 \times 10 m$, $20 \times 20 m$ oppure $50 \times 50 m$.

L'estrazione digitale delle reti di drenaggio si sostituisce o si affianca alle usuali tecniche di identificazione della rete idrografica svolte con l'ausilio di rilievi sul campo (assai laboriosi per bacini molto estesi).

2.2 Estrazione della rete idrografica con il toolbox TauDEM di ArcMap

La procedura che sta alla base della moderna estrazione di una rete idrografica a partire da un *DEM* è descritto in [4]. Il primo passo si basa sull'individuazione delle direzioni di drenaggio, le quali seguono la massima pendenza che si realizza osservando le differenze di quota tra un pixel e gli otto pixel adiacenti.

Successivamente si determina l'area cumulata, che non è altro che la somma dei pixel appartenenti alle direzioni di drenaggio che stanno a monte rispetto al pixel considerato. Tale valore è una misura di come il flusso si organizza e costituisce un surrogato della portata locale prodotta da una precipitazione istantanea e uniforme in tutto il bacino.

Il passo successivo è il più delicato, in quanto bisogna stabilire il valore dell'area drenata superato il quale si ha la formazione del corso d'acqua; in altre parole, l'imposizione di una soglia. La soglia da adottare ha il significato fisico di flusso minimo necessario per l'innescarsi dei meccanismi di incisione della rete.

Una soglia bassa produrrà quindi una rete idrica molto intensa, e viceversa. Un parametro che esprima questo concetto è la densità di drenaggio d_d in una sezione, calcolata come rapporto tra la somma delle lunghezze dei collettori della rete e l'area del bacino.

$$d_d = \frac{\sum L_i}{S} \quad (2.2.1)$$



Fig. 2.1: DEM del bacino del Bacchiglione con risoluzione $50 \times 50 \text{ m}$

Il toolbox TauDEM (*Terrain Analysis Using Digital Elevation Models*) inserito all'interno dei toolbox di ArcMap permette l'estrazione e l'analisi delle informazioni idrologiche da un modello digitale di elevazione. La procedura si articola in una serie di operazioni a cascata per le quali generalmente gli output prodotti sono gli input dello step successivo, secondo lo schema riportato in Fig. 2.2. Si analizzano nelle seguenti sottosezioni gli algoritmi più importanti da utilizzare.

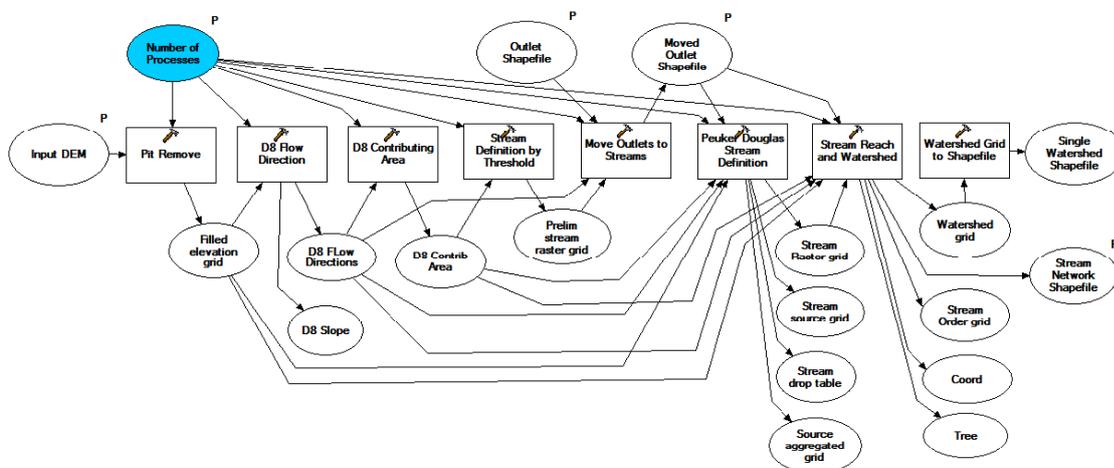


Fig. 2.2: Sequenza completa degli algoritmi per l'estrazione e l'analisi di una rete idrografica con TauDEM [5]

2.2.1 L'algoritmo *Pit Remove*

Il primo algoritmo da applicare al *DEM* originario è il *Pit Remove*, il quale permette di individuare e rimuovere quelle celle aventi altezze anomale, portandole allo stesso valore di elevazione delle celle presenti sul loro bordo.

Questi pixel pozzo sono dei punti assorbenti di direzioni di drenaggio, che interferiscono con il percorso dell'acqua, e per questo devono essere corretti. Nella maggior parte dei casi si tratta di errori artificiali della mappa.

L'algoritmo richiede in input il *DEM* originario e restituisce il *DEM* corretto, differenziandolo dall'originale tramite la parola *fel* dopo il nome.

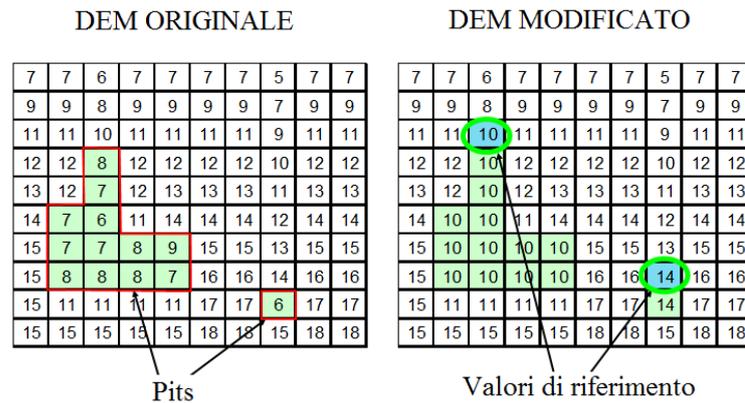


Fig. 2.3: Esempio di modifica apportata ad un *DEM* a seguito del *Pit Remove* [6]

Pit Remove	
Input	Output
map.tif	mapfel.tif

Tab. 2.1: Input ed Output dell'algoritmo *Pit Remove*

2.2.2 L'algoritmo *D8 Flow Direction*

L'algoritmo *D8 Flow Direction*, che parte dal *DTM* corretto, confronta la quota di un pixel con la quota degli otto pixel adiacenti ed individua come direzione di drenaggio quella verso la cella con pendenza maggiore (ovviamente diretta verso il basso). La pendenza è definita come rapporto tra la differenza di quota delle celle e la distanza, valutata, in riferimento alla figura in Fig. 2.4, pari al lato del pixel se le direzioni sono 1, 3, 5, 6, oppure pari al lato per la radice di 2 se le direzioni sono 2, 4, 6, 8. Nel caso in cui ci fossero più di una direzione corretta possibile, la direzione di drenaggio sarà scelta in modo casuale.

Da un punto di vista operativo, l'algoritmo crea due griglie rappresentate graficamente da due *DEM*: la prima attribuisce ad ogni pixel un numero che va da 1 ad 8, indicando quindi il numero di cella verso la quale si realizza la direzione di drenaggio, mentre la seconda attribuisce per ogni pixel la pendenza lungo tale direzione.

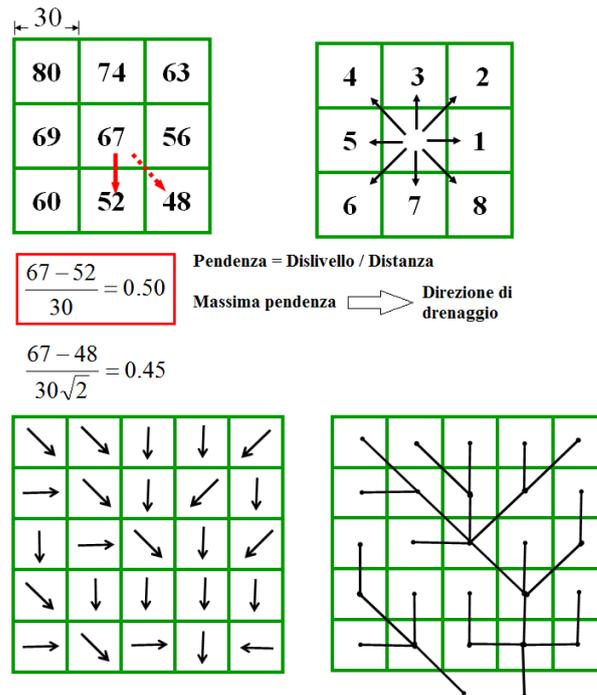


Fig. 2.4: Schema di funzionamento dell'algoritmo *D8 Flow Direction* e valutazione della direzione di drenaggio [6]

D8 Flow Direction	
Input	Output
mapfel.tif	mapp.tif mapsd8.tif

Tab. 2.2: Input ed Output dell'algoritmo *D8 Flow Direction*

2.2.3 L'algoritmo *D8 Contributing Area*

Una volta individuate le direzioni di drenaggio con il *D8 Flow Direction*, l'algoritmo *D8 Contributing Area* associa ad ogni cella appartenente alla direzione di drenaggio il numero di pixel che si trovano a monte della cella stessa. Quindi ogni pixel versa sul pixel a valle il proprio contributo unitario sommato al contributo che altri singoli pixel vicini apportano ad esso.

È possibile inserire una sezione di chiusura, in modo da considerare solo l'area contribuyente fino a tale sezione, individuando in questo modo un particolare bacino idrografico. La sezione di chiusura deve essere inserita in corrispondenza di un pixel canalizzato. Se a priori non è nota tale posizione, bisognerà eseguire l'estrazione della rete per tutta la mappa, individuare dove posizionare la sezione di chiusura e rieseguire l'estrazione.

D8 Contributing Area	
Input	Output
mapp.tif outlet.shp	mapad8.tif

Tab. 2.3: Input ed Output dell'algoritmo *D8 Contributing Area*

2.2.4 L'algoritmo D_{∞} Flow Direction

L'algoritmo D_{∞} Flow Direction ha lo stesso obiettivo dell'algoritmo $D8$ Flow Direction, cioè determinare la direzione di drenaggio e la pendenza, ma in questo caso la massima pendenza non è valutata considerando solo le otto direzioni ordinarie. Si consideri una cella e le otto celle adiacenti e si individui il baricentro di ogni cella. Unendo ciascun baricentro con quelli adiacenti si ottengono un insieme di facce triangolari.

La pendenza scelta dall'algoritmo è la massima verso il basso tra tutte le pendenze possibili. Essa, in generale, non si realizzerà esattamente lungo una linea di collegamento tra due baricentri, ma avrà una propria direzione.

Anche in questo caso si ottengono due distinte griglie. La prima indica, per ogni cella, l'angolo della direzione di drenaggio misurato in radianti in senso antiorario a partire dalla direzione EST. La seconda indica il valore della pendenza lungo tale direzione.

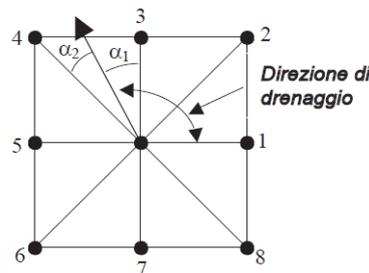


Fig. 2.5: Schema della direzione di drenaggio valutata con l'algoritmo D_{∞} Flow Direction [6]

Dinf Flow Direction	
Input	Output
mapfel.tif	mapang.tif mapslp.tif

Tab. 2.4: Input ed Output dell'algoritmo D_{∞} Flow Direction

2.2.5 L'algoritmo D_{∞} Contributing Area

L'algoritmo D_{∞} Contributing Area è concettualmente simile a $D8$ Contributing Area, ma in questo caso un pixel generico non riversa interamente la propria area cumulata verso un solo pixel adiacente, ma tale area viene distribuita tra due pixel in maniera proporzionale agli angoli α_1 e α_2 , in riferimento alla figura Fig. 2.5.

L'output produce una griglia in cui ad ogni pixel corrisponde il prodotto tra l'area cumulata (secondo l'algoritmo D_{∞}) e la dimensione spaziale di un singolo pixel (50 m per esempio). Anche in questo caso si può inserire la sezione di chiusura per circoscrivere l'analisi ad un solo bacino idrografico.

Dinf Contributing Area	
Input	Output
mapang.tif outlet.shp	mapsca.tif

Tab. 2.5: Input ed Output dell'algoritmo D_{∞} Contributing Area

2.2.6 L'algoritmo *Grid Network*

Utilizzando le direzioni di drenaggio ottenute mediante l'algoritmo *D8*, il *Grid Network* fornisce tre matrici. Anche in questo caso si può inserire una sezione di chiusura per limitare l'analisi ad un particolare bacino:

1. Il numero di ordine di Strahler: Calcola per ogni cella un numero pari all'ordine di Strahler. Le regole di tale numerazione sono riportate di seguito.
 - le sorgenti hanno numero di ordine pari ad 1;
 - il ramo generato dalla confluenza di due rami di ordine diverso assume l'ordine del maggiore;
 - il ramo generato dalla confluenza di due rami di ordine uguale assume l'ordine di uno dei due incrementato di uno;
 - quando più rami confluiscono il ramo uscente assume l'ordine del più grande dei confluenti oppure il secondo ordine più grande incrementato di uno.

Un esempio di rete ordinata secondo Strahler si può osservare in Fig. 2.6, che rappresenta il bacino idrografico del torrente Leogra chiuso nella sezione di Torrebelvicino;

2. Il percorso più lungo: Ad ogni pixel è associato un numero pari alla distanza tra quel pixel ed il suo affluente più lontano;
3. Il percorso totale: Viene calcolata, per ogni cella, la lunghezza dell'intera rete di drenaggio a monte di essa, data dalla somma delle lunghezze dei percorsi seguiti dai flussi che drenano verso la cella considerata.

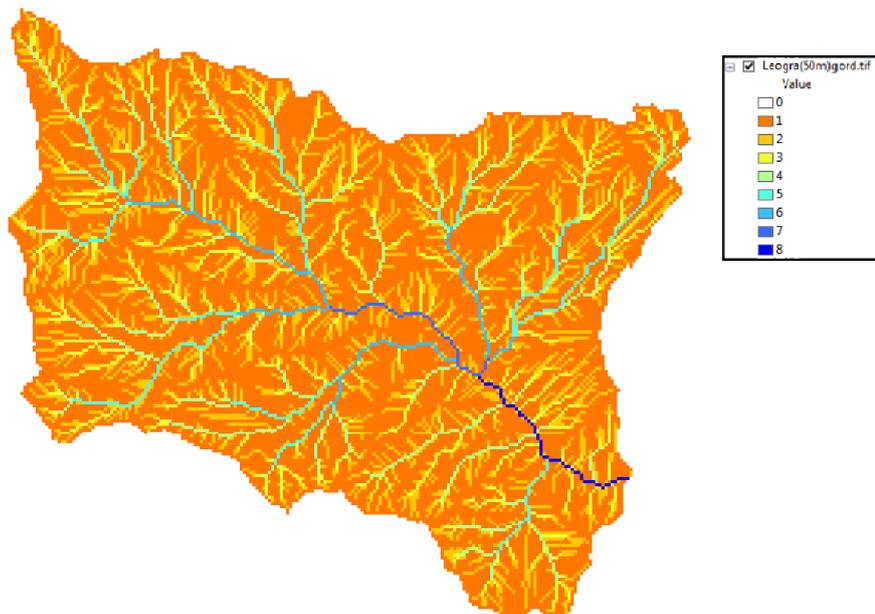


Fig. 2.6: Ordine di Strahler del bacino idrografico del torrente Leogra ottenuta mediante l'algoritmo *Grid Network*

Grid Network	
Input	Output
mapp.tif	mapgord.tif
outlet.shp	mapplen.tif
	maptlen.tif

Tab. 2.6: Input ed Output dell'algoritmo *Grid Network*

2.2.7 Individuazione dei siti canalizzati: L'algoritmo *Stream Definition By Threshold*

Con gli algoritmi precedentemente analizzati si sono sostanzialmente ottenute delle griglie in formato raster che forniscono informazioni sulle direzioni di drenaggio e sull'area cumulata. L'individuazione dei siti canalizzati appartenenti alla regione studiata è ottenuta mediante l'utilizzo di soglie topografiche, che sono in qualche modo proporzionali alle portate minime in corrispondenza delle quali si ha la generazione del corso d'acqua.

Il primo algoritmo esaminato è lo *Stream Definition By Threshold*.

Da un punto di vista operativo, l'algoritmo è molto semplice. Basta inserire un valore di soglia, chiamato *Threshold*, che è pari all'area cumulata oltre la quale si ha la nascita del corso d'acqua. In altre parole, ogni pixel avente area cumulata maggiore della soglia sarà classificato come canalizzato (valore 1), altrimenti no (valore 0).

Come input necessita la matrice dell'area cumulata ottenuta con il procedimento *D8*. È possibile utilizzare la griglia ottenuta con l'algoritmo *D∞*, ma in questo caso la soglia avrà significato di prodotto tra area cumulata e la dimensione geometrica di un pixel. Volendo descrivere il procedimento con una formulazione matematica e chiamando A_i e A_s l'area drenata e la soglia, si può scrivere l'equazione (2.2.2).

$$A_i \geq A_s . \tag{2.2.2}$$

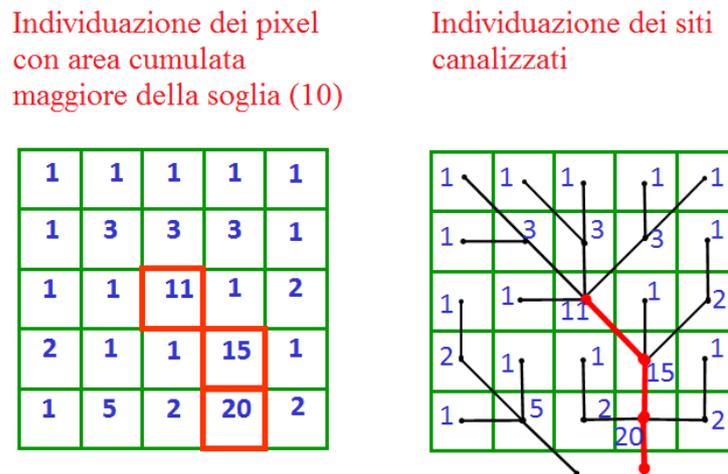


Fig. 2.7: Schema di funzionamento dell'algoritmo *Stream Definition By Threshold* [6]

Il valore della soglia A_s deve essere scelto cercando di approssimare il meglio possibile la rete idrografica riportata nella cartografia ufficiale e nelle mappe vettoriali. Tanto più elevato è il valore della soglia e tanto più bassa sarà la densità di drenaggio. Una soglia eccessivamente bassa genera una rete molto fitta, con diversi corsi d'acqua che nella realtà esistono solo temporaneamente e che hanno caratteristiche idrauliche molto diverse rispetto ai canali tradizionali, come ad esempio i rivoli.

Stream Definition By Threshold	
Input	Output
mapad8.tif	mapsrc.tif

Tab. 2.7: Input ed Output dell'algoritmo *Stream Definition By Threshold*

2.2.8 Individuazione dei siti canalizzati: L'algoritmo *Slope Area Stream Definition*

Nelle parti montane del bacino le pendenze del terreno sono un fattore rilevante nella formazione dei corsi d'acqua. A parità di flusso, il fenomeno della canalizzazione è favorito dalla presenza di pendenze elevate. Appare quindi, in alcuni casi, inadeguata una soglia sulla sola area drenata.

L'algoritmo *Slope Area Stream Definition* permette di estrarre la rete considerando un effetto combinato di area cumulata A_i e pendenza ∇z_i che superi un valore di soglia S . La relazione matematica che sta alla base di tale procedimento è l'equazione (2.2.3):

$$A_i^m \nabla z_i^k \geq S . \quad (2.2.3)$$

Nel considerare una soglia che tenga conto anche della pendenza locale si assume che il meccanismo principale sia l'erosione, cioè che la testa del canale si verifichi in corrispondenza di un cambiamento nei processi di trasporto. È infatti stato dimostrato che al di sotto di una certa area critica i meccanismi di trasporto dipendono solo dalla pendenza, mentre al di sopra diventa limitante la portata [7].

Le reti di drenaggio estratte in questo modo risultano caratterizzate da densità di drenaggio decrescenti da monte verso valle, per via della naturale diminuzione delle pendenze in gioco nelle zone più prossime alla sezione di chiusura del bacino, rendendo conto pertanto delle disomogeneità spaziali delle reti naturali. Il valore maggiormente prescelto dell'esponente k nell'equazione (2.2.3) è assunto pari a 2, mentre per l'area l'esponente m si assume pari ad 1, cosicché la quantità a primo membro possa essere proporzionale al quadrato dello sforzo tangenziale al fondo prodotto dal flusso in transito [8]. Questo criterio sulla base della combinazione area-pendenza è stato validato in via sperimentale su numerosi bacini [9], per i quali è stato dimostrato come i punti di formazione dei canali siano caratterizzati da un valore costante del prodotto area cumulata e quadrato della pendenza.

Per quanto riguarda l'applicazione con TauDEM, l'algoritmo riceve in ingresso le direzioni di drenaggio $D8$, l'area drenata cumulata, e le pendenze di drenaggio, entrambe ottenute con il processo $D\infty$. Eventualmente si può inserire una sezione di chiusura. Bisogna impostare il valore degli esponenti k ed m ed il valore di soglia S . Come output produce tre griglie. La prima è la rete idrica, la seconda indica per ogni pixel la quantità calcolata al primo membro dell'equazione (2.2.3) mentre la terza associa ad ogni pixel il massimo prodotto calcolato a monte di esso secondo la direzione di drenaggio $D8$, sempre secondo l'equazione (2.2.3).

Slope Area Stream Definition	
Input	Output
mapp.tif	mapsrc.tif
mapsca.tif	mapsa.tif
mapslp.tif	mapsa.tif
outlet.shp	mapssa.tif

Tab. 2.8: Input ed Output dell'algoritmo *Slope Area Stream Definition*

2.2.9 Creazione dei sottobacini: L'algoritmo *Stream Reach And Watershed*

L'ultimo algoritmo utile per l'estrazione della rete è lo *Stream Reach And Watershed*. In input si inserisce la mappa corretta estratta dall'algoritmo *Pit Remove*, le direzioni di drenaggio e l'area cumulata *D8*, la geometria della rete estratta con la soglia sull'area cumulata oppure con la soglia sul prodotto tra area cumulata e pendenza ed infine, se presente, la sezione di chiusura del bacino.

In output si ottengono due mappe digitali, due documenti di testo ed uno shapefile del corso d'acqua (leggibile con ArcGis). La prima mappa riporta l'ordine di Strahler dei rami della rete idrografica estratta, la seconda divide l'intero bacino oggetto di analisi in sottobacini, assegnando per ogni pixel il numero di sottobacino a cui appartiene. I due documenti testuali, che si chiamano *Network Connectivity Tree* e *Network Coordinates*, sintetizzano la geometria della rete e sono utili per poter essere inseriti, con eventualmente delle modifiche, all'interno di un codice di calcolo.

Il file *Network Connectivity Tree* contiene nelle diverse colonne:

- colonna 1: numero che identifica ciascun tronco della rete generico;
- colonna 2 e 3: numero che identifica la posizione in corrispondenza del file *Network Coordinates* del punto iniziale e finale del tronco generico;
- colonna 4: indica il numero di collegamento del tronco successivo (a valle); se uguale a -1 indica che non è presente alcun tratto a valle, ovvero indica un tratto terminale della rete;
- colonne 5 e 6: indicano i numeri di collegamento dei tratti precedenti (a monte), che sono massimo due per ogni tronco; se uguale a -1 indica che non sono presenti tratti a monte;
- colonna 7: ordine di Strahler del tratto considerato;
- colonna 8: indica il punto di monitoraggio identificatore dell'estremità a valle del collegamento; se uguale a -1 indica che l'estremità a valle non è un punto di monitoraggio;
- colonna 9: indica il numero di tronchi sorgenti a monte del tratto considerato; se uguale a 1 indica che è un tratto sorgente.

Invece il file *Network Coordinates* contiene nelle diverse colonne per ciascun pixel canalizzato:

- colonna 1: coordinata X;
- colonna 2: coordinata Y;
- colonna 3: distanza, lungo il canale, dalla sezione di chiusura;
- colonna 4: elevazione;
- colonna 5: area contribuyente.

Stream Reach And Watershed	
Input	Output
mapfel.tif	mapord.tif
mapp.tif	maptree.txt
mapad8.tif	mapcoord.txt
mapsrc.tif	stream_reach.shp
outlet.shp	mapw.tif

Tab. 2.9: Input ed Output dell'algoritmo *Stream Reach And Watershed*

2.2.10 Analisi della densità di drenaggio in funzione della soglia sull'area drenata

Con l'algoritmo *Stream Definition By Threshold* è possibile imporre una soglia sull'area drenata cumulata oltre la quale un pixel possa definirsi canalizzato. Tanto quindi più bassa sarà la soglia e tanto più densa sarà la rete estratta. Nella figura Fig. 2.8 si osserva la rete estratta ed i relativi sottobacini con tre valori diversi di soglia per il bacino del torrente Leogra, con sezione di chiusura posta a Torrebelvicino.

Per ogni rete estratta si calcola la densità di drenaggio con l'equazione (2.2.1).

Riportando in un grafico (Fig. 2.9) il legame tra numero di pixel di soglia e densità di drenaggio si osserva come i punti siano ben interpolabili da una legge di potenza (2.2.4), nella quale l'esponente deve necessariamente essere negativo. Si osserva come, eseguendo l'analisi su altri bacini, tale esponente sia in generale poco variabile. A parità di valore di soglia, l'esponente b è tanto minore quanto maggiore è la dimensione del bacino.

$$d_d = an^b \quad (2.2.4)$$

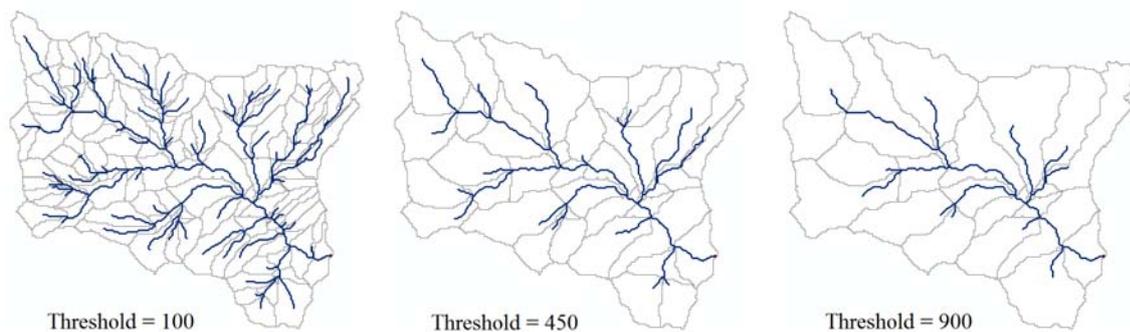


Fig. 2.8: Estrazione della rete idrografica del bacino del torrente Leogra con diversi valori di soglia

2.3 Estrazione manuale della rete idrografica

Il toolbox *TauDEM* permette l'estrazione di una rete idrografica sfruttando sostanzialmente le differenti quote tra i pixel di una mappa digitale del terreno. Dai dislivelli si valutano le pendenze e quindi le direzioni di drenaggio, con tutto ciò che ne consegue. Si è però osservato che tale procedimento non è adatto per ricostruire la rete idrica nelle zone pianeggianti del territorio, in cui le pendenze sono molto più basse rispetto alla parte

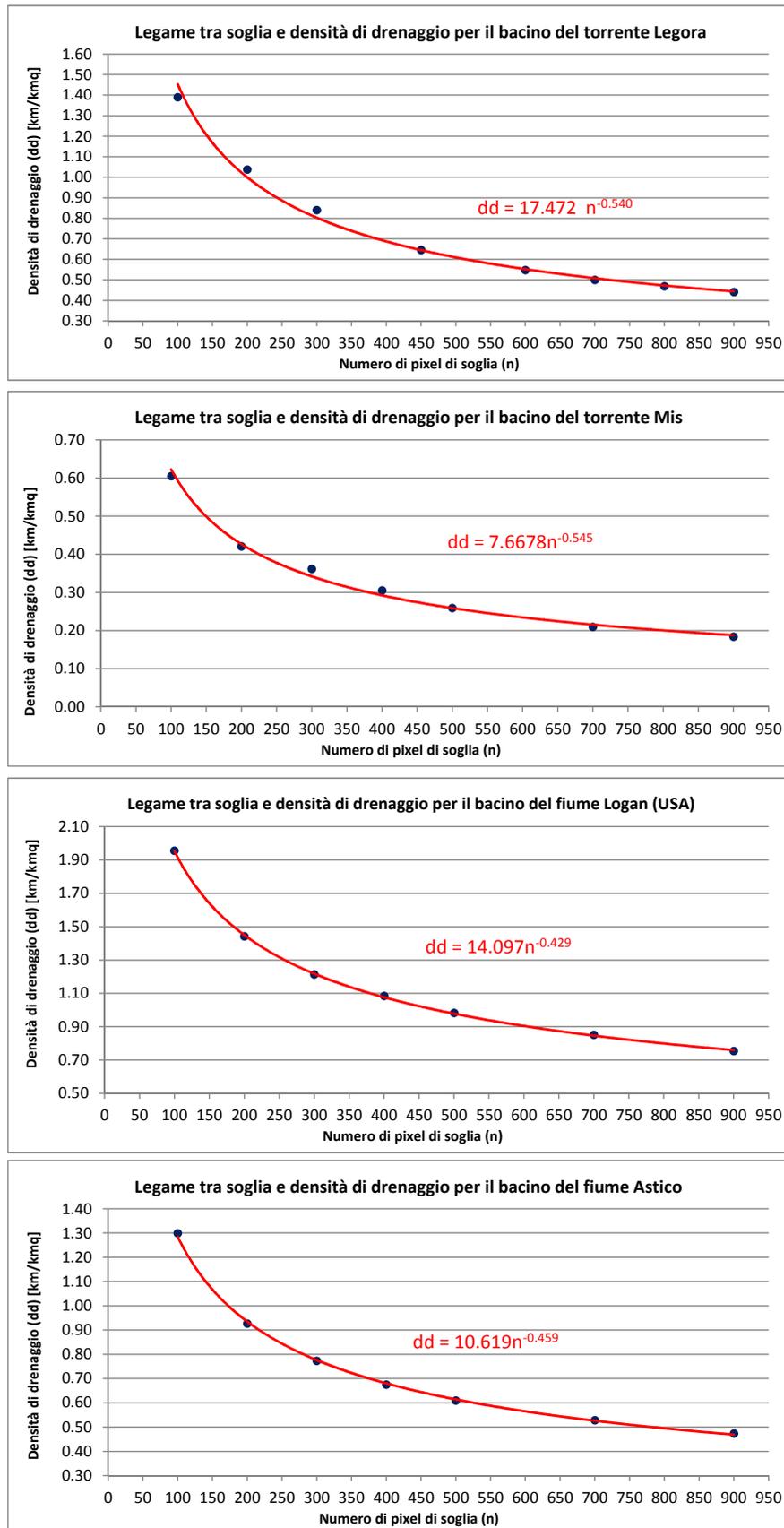


Fig. 2.9: Legame tra valore della soglia (algoritmo *Stream Definition By Threshold*) e densità di drenaggio

Calcolo della densità di drenaggio relativa al bacino del torrente Leogra			
Soglia	$\sum L$ [km]	Superficie bacino [kmq]	Densità di drenaggio [km/kmq]
100	92.128	66.270	1.390
200	68.750	66.270	1.037
300	55.649	66.270	0.840
450	42.781	66.270	0.646
600	36.333	66.270	0.548
700	33.136	66.270	0.500
800	31.046	66.270	0.469
900	29.236	66.270	0.441

Tab. 2.10: Calcolo della densità di drenaggio relativa al bacino del torrente Leogra

montana. I fiumi di pianura sono inoltre soggetti a numerosi cambiamenti artificiali, ad esempio mediante la creazione di canali secondari e derivazioni, impossibili da ottenere con una procedura automatica.

In questi casi l'estrazione delle rete avviene in modo manuale, utilizzando le funzioni di disegno del software *ArcMap*. I corsi d'acqua si ottengono da mappe vettoriali esistenti, mentre i bacini ed i sottobacini si costruiscono a mano. La scelta quindi è del tutto arbitraria e deve essere fatta analizzando in territorio, individuando delle particolarità o delle singolarità che possano rappresentare una separazione tra sottobacini, come ad esempio una rete stradale particolare, delle opere idrauliche esistenti, oppure delle arginature. Può essere utile anche osservare le pendenze del territorio che, seppur piccole, possono avere delle direzioni specifiche verso una determinata zona.

Che si scelga una procedura manuale o automatica, il risultato finale è la mappa vettoriale del bacino idrografico e della rete fluviale, di cui ogni ramo è afferente ad un sottobacino. Si riporta in Fig. 2.10 e in Fig. 2.11 il bacino completo e i sottobacini del Bacchiglione, estratto per la parte montana con il toolbox *TauDEM* (con sezione di chiusura a Torrebvicino) e per la parte in pianura manualmente.

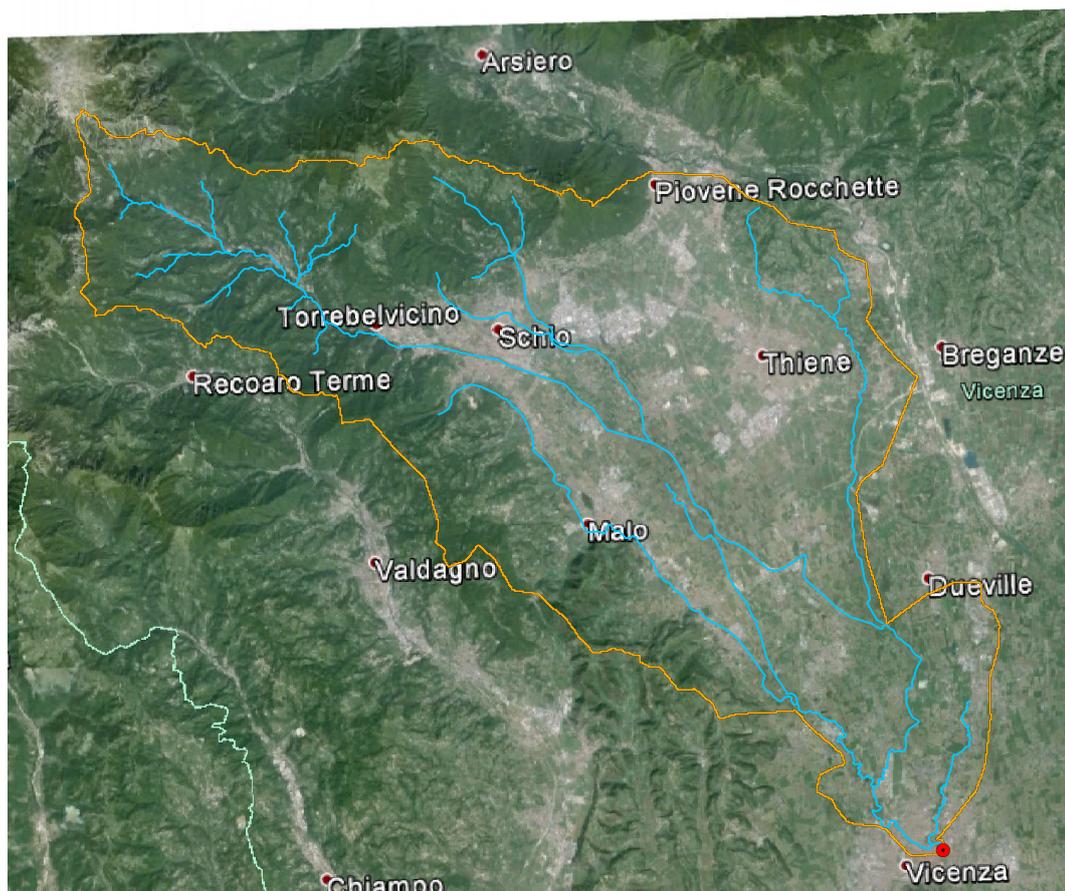


Fig. 2.10: Bacino del Bacchiglione chiuso a Vicenza (Ponte degli Angeli)

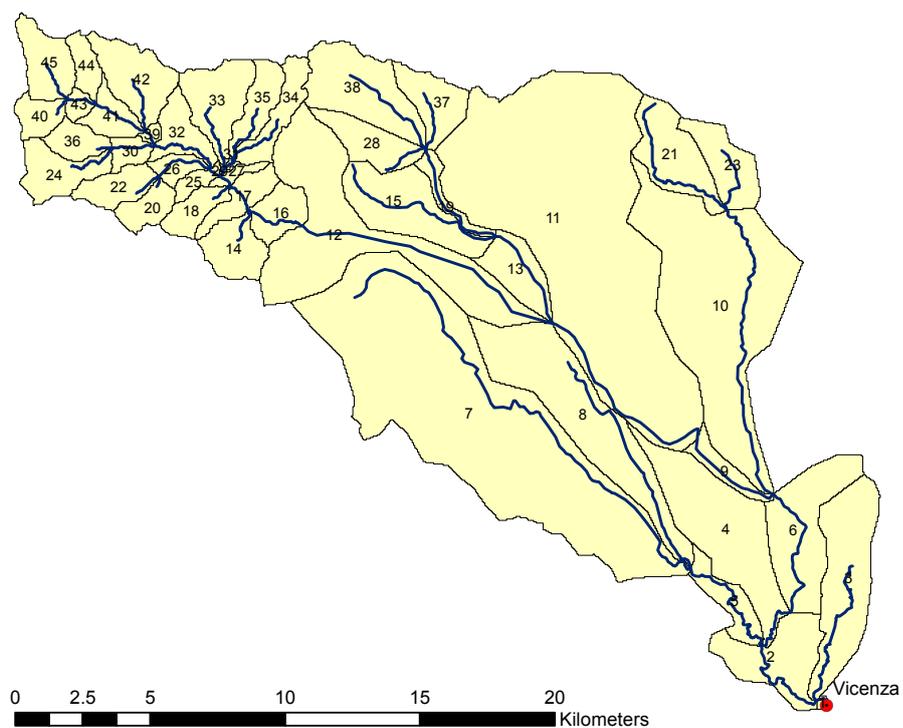


Fig. 2.11: Sottobacini estratti dal bacino del Bacchiglione

Analisi dei dati idrologici per singoli eventi di piena

3.1 Misurazioni di portata e di livello effettuate da ARPAV

Il Servizio Idrologico di *ARPAV* svolge, nell'ambito delle proprie attività istituzionali, misure di portata fluviale e di livelli idrometrici in tutto il territorio regionale. I risultati delle misure vengono pubblicate su internet sotto forma di apposite relazioni. In particolare le relazioni a cui fare riferimento per il bacino del Bacchiglione chiuso a Vicenza sono di due tipologie, tra loro correlate:

- *Misure di portate eseguite da ARPAV nell'anno X;*
- *Livelli e portate medie giornaliere del fiume Bacchiglione a Vicenza negli anni X, Y (solitamente due).*

Il primo documento riporta le portate misurate in apposite stazioni di monitoraggio. Le misure vengono effettuate nel pieno rispetto della normativa italiana ed europea vigente, e vengono eseguite con diverse metodologie:

- mediante uso di correntometro meccanico;
- mediante profilatore acustico ad effetto Doppler;
- mediante diluizione salina;
- misure volumetriche.

Le misure di portata sono strumenti utili soprattutto per tre finalità: costruzione della scala delle portate, supporto per il monitoraggio della qualità delle acque, controllo delle portate di magra.

1. La *scala delle portate* o *scala dei deflussi* relativa ad una sezione è una relazione tra il livello e la portata. Con una scala di deflusso è possibile quindi, a seguito di una misura di livello, stimare il valore della portata che transita. Le applicazioni di questa relazione nell'ambito ingegneristico sono molteplici, ad esempio: la caratterizzazione idrologica ed idraulica di bacini, la taratura di modelli matematici, la valutazione del bilancio idrologico e del trasporto solido. Per poter definire una scala delle portate sono necessarie alcune condizioni di tipo idraulico-morfologico, un punto di misura del livello e la conoscenza di un congruo numero di misure dirette di portata. Da un punto di vista idraulico, la scala delle portate rappresenta un legame approssimato tra portata e livello, in quanto per fenomeni a moto vario si realizza una corrispondenza non più univoca.
2. Il monitoraggio quantitativo delle portate permette di analizzare la qualità ambientale delle acque superficiali, la valutazione degli habitat e la disponibilità di zone di rifugio per determinate specie. Dal 2008 è inoltre iniziato un piano di monitoraggio delle acque sotterranee.

3. Vengono regolarmente effettuate misure di portata in regime di magra, per la valutazione della disponibilità idrica lungo particolari tratti fluviali. Particolarmente importante è il controllo del deflusso minimo vitale.

Il secondo documento, redatto in conformità con il primo, riporta le misure dei livelli idrometrici effettuati con cadenza semioraria tramite un rilevatore ad ultrasuoni. L'asta idrometrica costituisce un importante riferimento per la verifica della funzionalità della stazione. A ciascuna misura di livello è associata una stima della portata effettuata applicando la scala delle portate. Vengono inoltre riportate le portate misurate direttamente, per un confronto. È importante specificare che la scala delle portate cambia a seconda del periodo di riferimento e a seconda del regime idraulico (magra o piena).

Una scala delle portate può essere estrapolata mediante diverse tecniche, una delle più utilizzate risulta essere quella di osservare come si distribuiscono le velocità in funzione del livello e calcolare la portata con la relazione di continuità a moto permanente $Q = v \times A$, essendo A l'area della sezione liquida (Fig. 3.1). Le misure di portata effettuate, indipendentemente dal periodo esaminato, hanno posto in luce una forte variabilità della scala di deflusso; in particolar modo, in regime di magra, il livello di riferimento h_0 è molto importante ma la sua stima, in assenza di una soglia fissa, è assai difficile da ottenere a causa del rilevante trasporto solido. In condizioni di piena invece si manifestano gli effetti del rigurgito del Retrone. Osservando le scale di portata proposte da *ARPAV* si può notare che la massima portata misurata è pari a 194 mc/s , associata ad un livello di 5.03 m . Nel caso quindi di livello più elevato, che rappresenterebbe un evento molto pericoloso, la scala di deflusso non è più in grado di fornire un valore di portata valido.

A Vicenza il livello di guardia del Bacchiglione a Ponte Degli Angeli è impostato a 4.5 m , il livello di sicurezza è pari a circa 5.7 m . Verso i 6 m la città di Vicenza inizia ad allagarsi, mentre oltre i 6.20 m si ha l'esondazione del Bacchiglione nella città. Oltre quindi i 5.5 m non solo vi è una forte incertezza sulla stima della portata a partire dal livello, ma è molto probabile che il moto sia condizionato da esondazioni avvenute più a monte (come nel caso dell'alluvione del 2010). La conoscenza del territorio è quindi un fattore fondamentale per utilizzare in modo critico i dati messi a disposizione, specialmente quando si tratta di eventi di piena molto intensi.

Le scale di deflussi proposte da *ARPAV* sono riportate di seguito [10][11][12]. Le differenze si osservano principalmente in periodo di magra, mentre per portate superiori a circa 80 mc/s le curve tendono ad un'unica modellazione.

1. da 01/01/2004 a 30/04/2006:

$$\begin{cases} Q = 1.25(h + 1.2)^{2.9} & \text{per } h < 253 \text{ cm} \\ Q = A(0.116h + 0.34) & \text{per } h > 253 \text{ cm, con } A = 40.99h - 14.06 \end{cases}$$

2. da 01/05/2006 a 24/11/2007:

$$\begin{cases} Q = 1.28(h + 1.0)^{2.89} & \text{per } h < 334 \text{ cm} \\ Q = (0.116h + 0.34)A & \text{per } h > 334 \text{ cm, con } A = 40.99h - 14.06 \end{cases}$$

3. da 25/11/2007 a 27/04/2009:

$$\begin{cases} Q = 1.25(h + 1.2)^{2.9} & \text{per } h < 253 \text{ cm} \\ Q = (0.116h + 0.34)A & \text{per } h > 253 \text{ cm, con } A = 40.99h - 14.06 \end{cases}$$

4. da 28/04/2009 a 03/05/2010:

$$\begin{cases} Q = 5.04(h + 0.59)^{2.072} & \text{per } h < 451 \text{ cm} \\ Q = (0.116h + 0.34)A & \text{per } h > 451 \text{ cm, con } A = 40.99h - 14.06 \end{cases}$$

5. da 04/04/2010 a 01/11/2010:

$$\begin{cases} Q = 1.28(h + 1.08)^{2.893} & \text{per } h < 300 \text{ cm} \\ Q = (0.116h + 0.34)A & \text{per } h > 300 \text{ cm, con } A = 40.99h - 14.06 \end{cases}$$

6. da 02/11/2010 ad oggi:

$$\begin{cases} Q = 5.16(h + 0.72)^{2.014} & \text{per } h < 196 \text{ cm} \\ Q = (0.116h + 0.34)A & \text{per } h > 196 \text{ cm, con } A = 40.99h - 14.06 \end{cases}$$

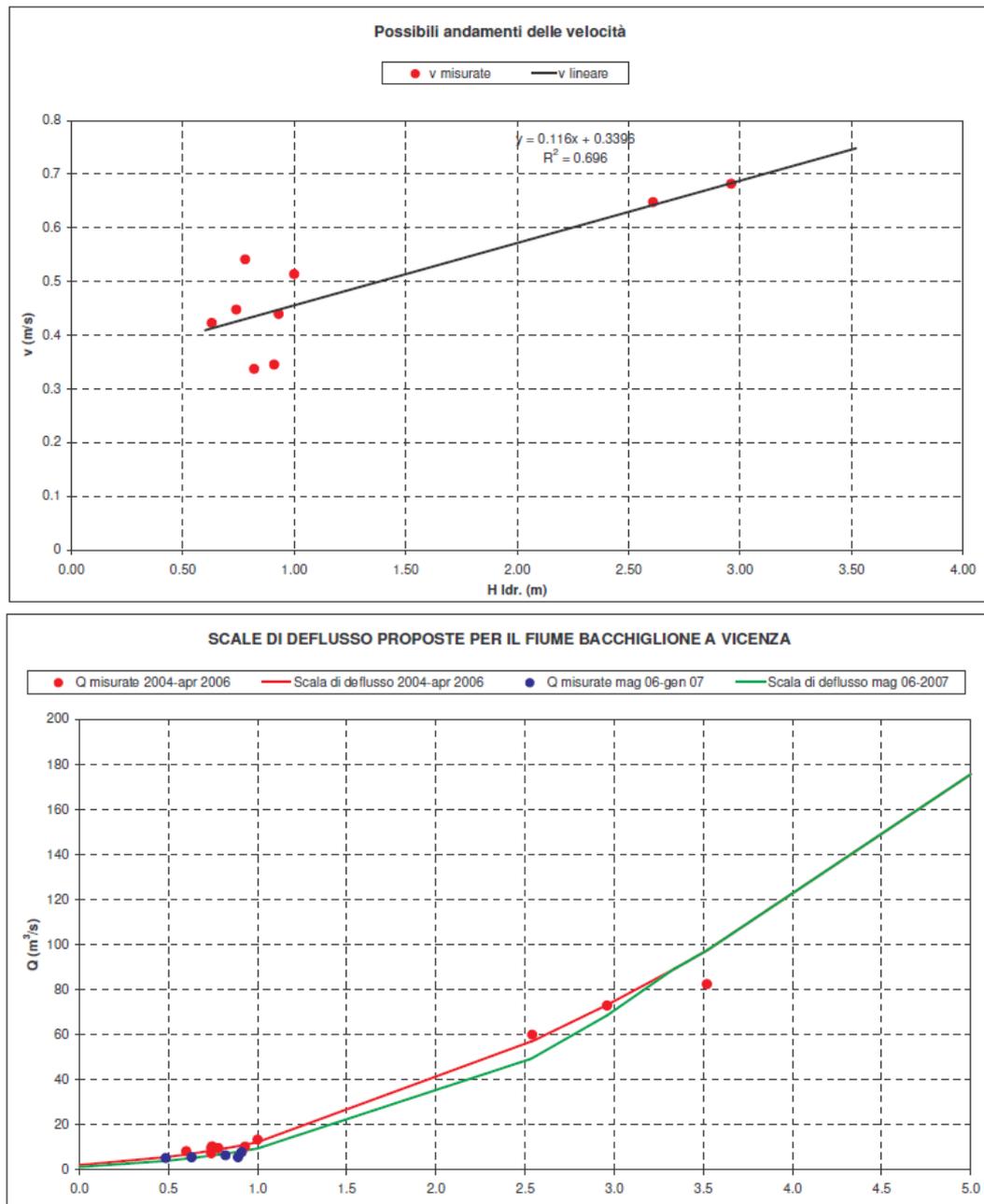


Fig. 3.1: Velocità medie misurate a Vicenza e scala di deflusso proposta per il teleidrometro del fiume Bacchiglione a Vicenza [10]

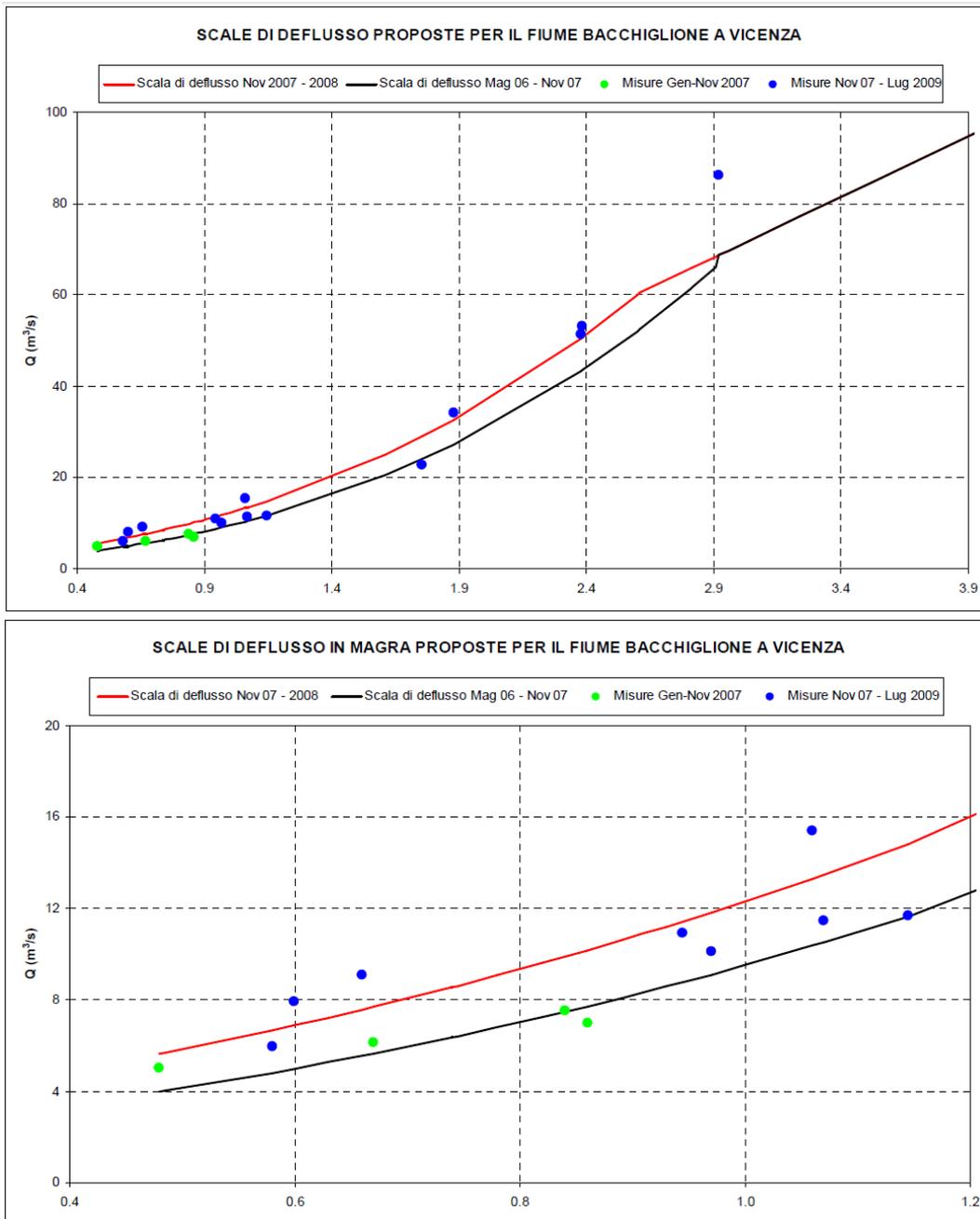


Fig. 3.2: Scala di deflusso in piena e in magra proposta per il teleidrometro del fiume Bacchiglione a Vicenza [11]

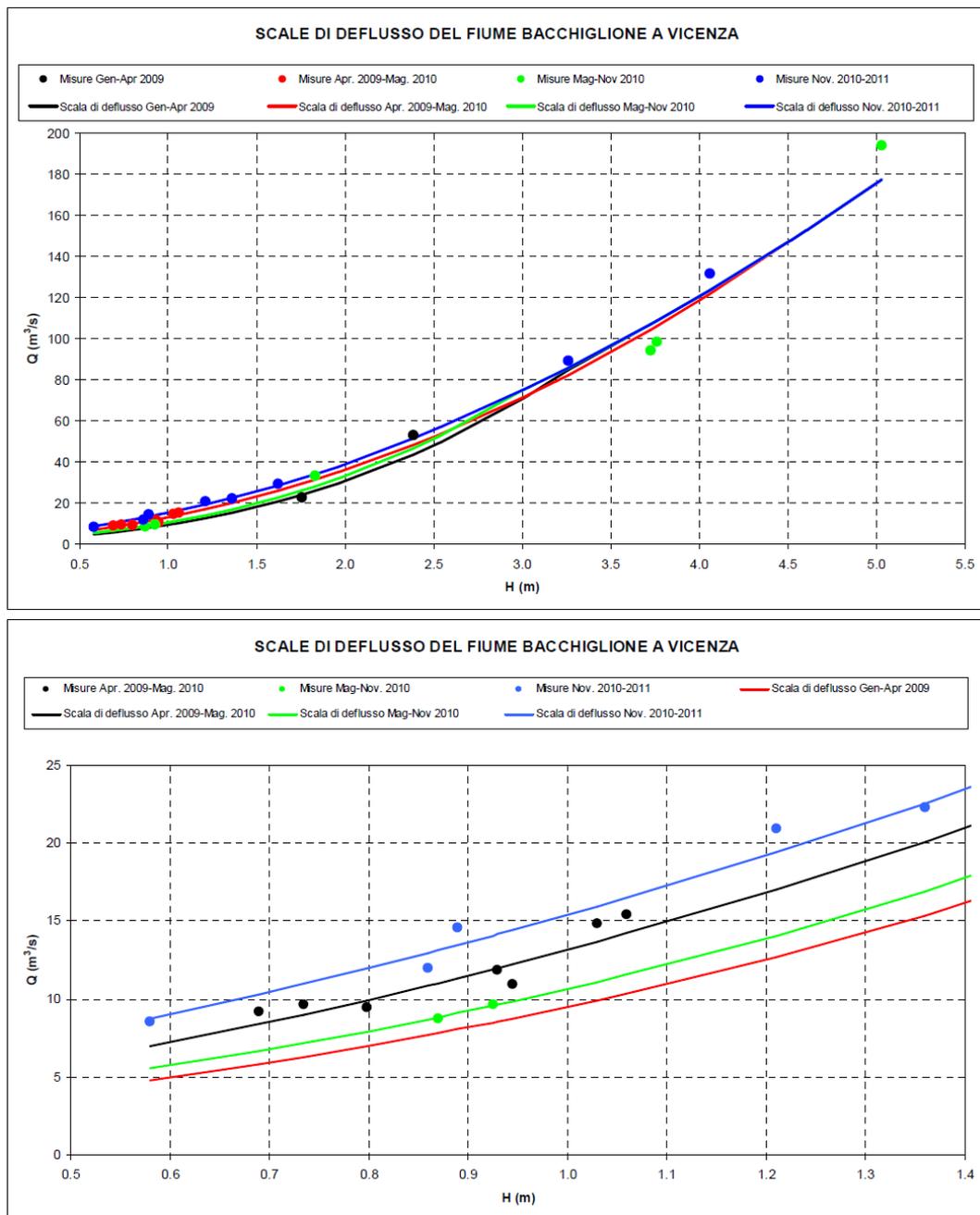


Fig. 3.3: Scala di deflusso in piena e in magra proposta per il teledrometro del fiume Bacchiglione a Vicenza [12]

3.2 La misura delle precipitazioni e delle portate

I dati idrologici da reperire per poter realizzare un modello idrologico di un bacino dipendono dalla complessità e dall'obiettivo del modello stesso. Per esempio per ottenere un modello che generi onde di piena, i dati necessari sono quelli relativi alle precipitazioni, che costituiscono il principale input, e le portate liquide registrate, che consentono la calibrazione e la validazione. Altri dati, come temperatura, umidità, velocità del vento, non sono necessari per studiare un evento di piena, che ha una durata di pochi giorni.

- Le piogge sono misurate mediante pluviografi a cadenza oraria. Viene misurata e registrata l'altezza di precipitazione, espressa in *mm*. L'*ARPAV* (Agenzia Regionale per la Prevenzione e Protezione Ambientale del Veneto) possiede diversi pluviometri sparsi nel territorio veneto, ed i dati di pioggia misurati sono disponibili online. Per quanto riguarda le stazioni presenti in Trentino - Alto Adige, si può fare riferimento a *METEOTRENTINO*.
- L'altezza idrometrica è misurata a cadenza oraria o semioraria, mentre le portate sono estrapolate dalla scala delle portate o misurate direttamente. Anche in questo caso si può fare riferimento ad *ARPAV* per le stazioni nel territorio veneto, non necessariamente le stesse dove si misurano le precipitazioni. Le misurazioni delle portate sono sempre accompagnate da un documento tecnico a cadenza annuale o biennale che spiega come implementare correttamente la scala delle portate relativa ad una certa stazione di misura, specificando inoltre i limiti e le cautele da adottare.

Tra i possibili eventi a disposizione si sono scelti dieci eventi significativi: due nel 2009, quattro nel 2010, due nel 2011 e due nel 2012, riportati nelle figure Fig. 3.6 e Fig. 3.7. In particolare il primo evento del 2012 è stato adottato per calibrare il modello di risposta idrologica, mentre gli altri sono stati utilizzati in fase di validazione. Le precipitazioni sono state misurate da ventidue stazioni sparse lungo il bacino del Bacchiglione. Sono tutte localizzate in territorio veneto, tranne due (Vallarsa Diga Speccheri e Vallarsa Parrocchia) che si trovano in Trentino Alto-Adige. Solo per gli eventi del 2012 sono state possibili le misure delle precipitazioni da tutte le stazioni, per gli altri eventi alcune stazioni non erano in funzione.

Osservando la disposizione spaziale dei pluviografi in Fig. 3.5 si osserva che la maggioranza delle stazioni si trova nella parte montana del bacino. All'intero del bacino del Bacchiglione, da Torrebelticino a Vicenza, esiste una sola stazione di misura posizionata a Malo. Questa carenza di stazioni di misura *ARPAV* influisce negativamente sulla qualità e la significatività dei valori di precipitazione da inserire in un modello matematico, che sono frutto di una interpolazione spaziale dei dati misurati localmente.

Infine va precisato che le precipitazioni misurate nella stazione di Vallarsa-diga negli 2009 e 2010 sono di tipo giornaliero e non orario. In questo caso si è costruita la precipitazione oraria semplicemente dividendo per 24 la pioggia giornaliera.

Si riportano di seguito: il rilievo della sezione del Bacchiglione a Ponte degli Angeli (Fig. 3.4), la mappa delle stazioni pluviometriche esaminate (Fig. 3.5), la tabella con le coordinate delle stazioni di misura pluviometriche (Tab. 3.1), la tabella riepilogativa contenente le informazioni sugli eventi scelti per l'analisi (Tab. 3.2), l'andamento nel tempo delle portate misurate da *ARPAV* con indicati gli eventi di piena esaminati (Fig. 3.6 e Fig. 3.7), ed infine l'andamento della portata misurata associato alla pioggia media piovuta sul bacino per ogni singolo evento (Fig. 3.8, Fig. 3.9, Fig. 3.10, Fig. 3.11 e Fig. 3.12).

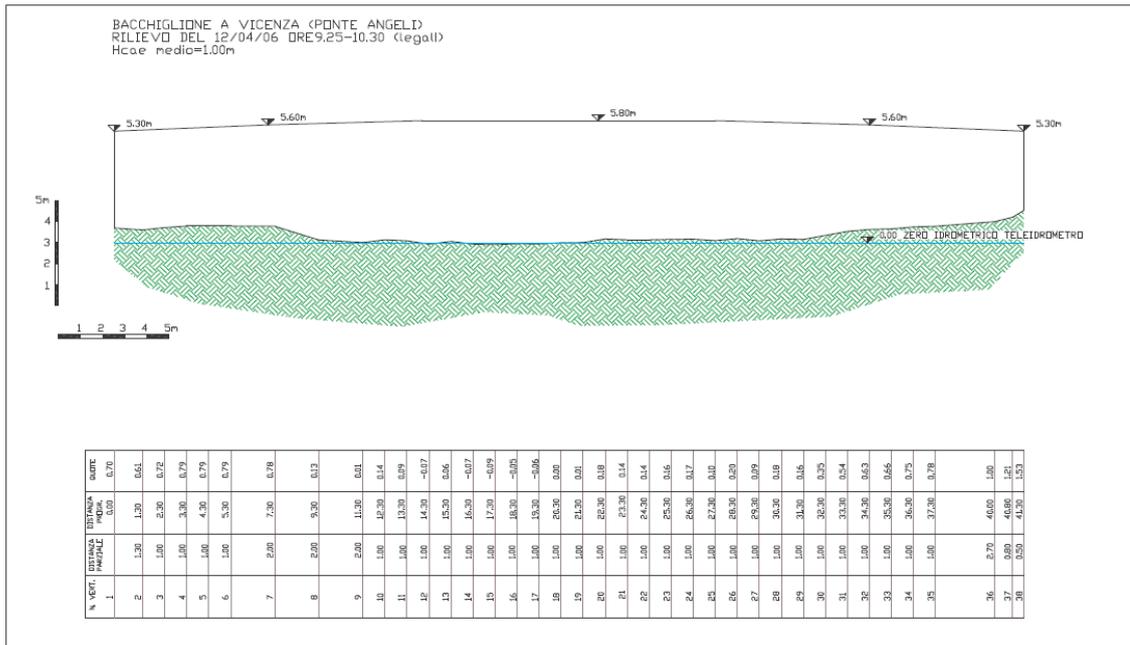


Fig. 3.4: Rilievo della sezione del Bacchiglione a Vicenza [10]

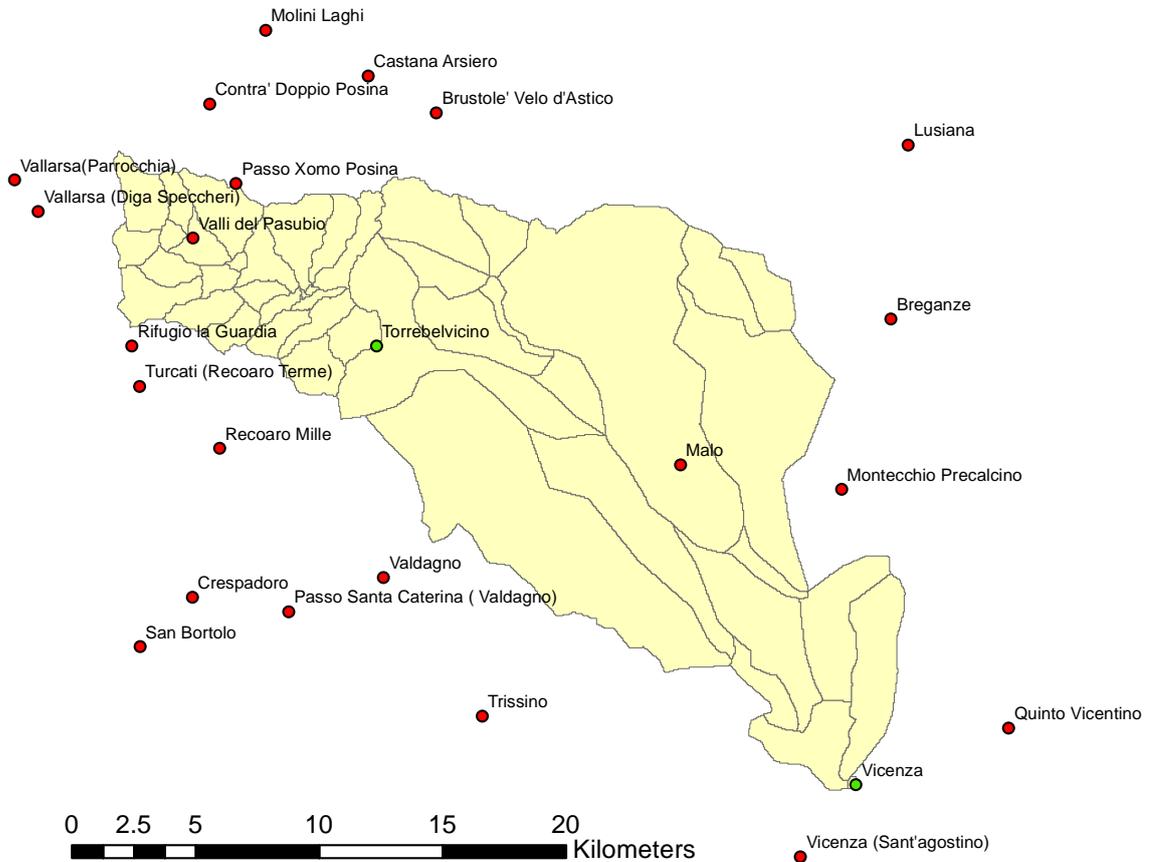


Fig. 3.5: Posizione delle stazioni pluviometriche di riferimento (in rosso) e delle stazioni di misura della portata di riferimento (in verde)

Stazioni di misura ARPAV			
Nome stazione	X	Y	Z
Breganze	1700519	5066236	182
Brustole' Velo d'Astico	1682121	5074661	328
Castana Arsiero	1679369	5076164	430
Contra' Doppio Posina	1672938	5075022	725
Crespadoro	1672246	5054903	382
Lusiana	1701210	5073345	772
Malo	1692000	5060290	99
Molini Laghi	1675208	5078024	957
Montecchio Precalcino	1698530	5059290	74
Passo Santa Caterina (Valdagno)	1676151	5054310	806
Passo Xomo Posina	1674012	5071777	1056
Quinto Vicentino	1705283	5049560	33
Recoaro Mille	1673341	5060970	1071
Rifugio la Guardia	1669793	5065149	1131
San Bortolo	1670129	5052884	936
Trissino	1683986	5050040	265
Turcati (Recoaro Terme)	1670107	5063499	705
Valdagno	1679980	5055700	228
Vallarsa (Diga Speccheri)	1666011	5070636	875
Vallarsa (Parrocchia)	1665044	5071918	737
Valli del Pasubio	1672265	5069542	600
Vicenza (Sant'Agostino)	1696854	5044313	43

Tab. 3.1: Stazioni di misura adottate, le coordinate sono in riferimento Gauss-Boaga

Evento	Date di riferimento	Data picco di piena	Qmax [mc/s]	Volume defluito misurato [mc]
TORREBELVICINO				
2009-1	26/04/2009 0:00 - 05/05/2009 23:00	28/04/2009	120.03	1.74E+07
2009-2	21/12/2009 0:00 - 30/12/2009 23:00	25/12/2009	40.81	6.37E+06
2010-1	02/05/2010 0:00 - 09/05/2010 23:00	04/05/2010	65.29	9.23E+06
2010-2	30/10/2010 0:00 - 08/10/2010 23:00	01/11/2010	181.48	2.86E+07
2010-3	14/11/2010 0:00 - 24/11/2010 23:00	16/11/2010	75.12	1.98E+07
2010-4	20/12/2010 0:00 - 29/12/2010 23:00	24/11/2010	95.15	1.69E+07
2011-1	13/03/2011 0:00 - 21/03/2011 23:00	16/03/2011	58.24	9.89E+06
2011-2	04/11/2011 0:00 - 12/11/2011 23:00	08/11/2011	68.10	1.86+07
2012-1	09/11/2012 0:00 - 15/11/2012 23:00	11/11/2012	100.17	8.54E+06
2012-1	26/11/2012 0:00 - 02/12/2012 23:00	28/11/2012	55.09	6.55E+06
VICENZA				
2009-1	26/04/2009 0:00 - 05/05/2009 23:00	28/04/2009	173.50	4.13E+07
2009-2	21/12/2009 0:00 - 30/12/2009 23:00	25/12/2009	150.45	2.48E+07
2010-1	02/05/2010 0:00 - 09/05/2010 23:00	04/05/2010	184.70	2.73E+07
2010-2*	30/10/2010 0:00 - 08/10/2010 23:00	01/11/2010	252.10	6.71E+07
2010-3	14/11/2010 0:00 - 24/11/2010 23:00	16/11/2010	176.80	5.25E+07
2010-4	20/12/2010 0:00 - 29/12/2010 23:00	24/11/2010	191.75	5.09E+07
2011-1	13/03/2011 0:00 - 21/03/2011 23:00	16/03/2011	164.40	3.45E+07
2011-2	04/11/2011 0:00 - 12/11/2011 23:00	08/11/2011	125.30	3.11E+07
2012-1	09/11/2012 0:00 - 15/11/2012 23:00	11/11/2012	233.30	2.39E+07
2012-1	26/11/2012 0:00 - 02/11/2012 23:00	28/11/2012	133.90	1.97E+07

Tab. 3.2: Portate massime e volumi misurati per gli eventi di piena considerati a Torrebelvicino e a Vicenza. L'asterisco indica la presenza di un'esondazione avvenuta

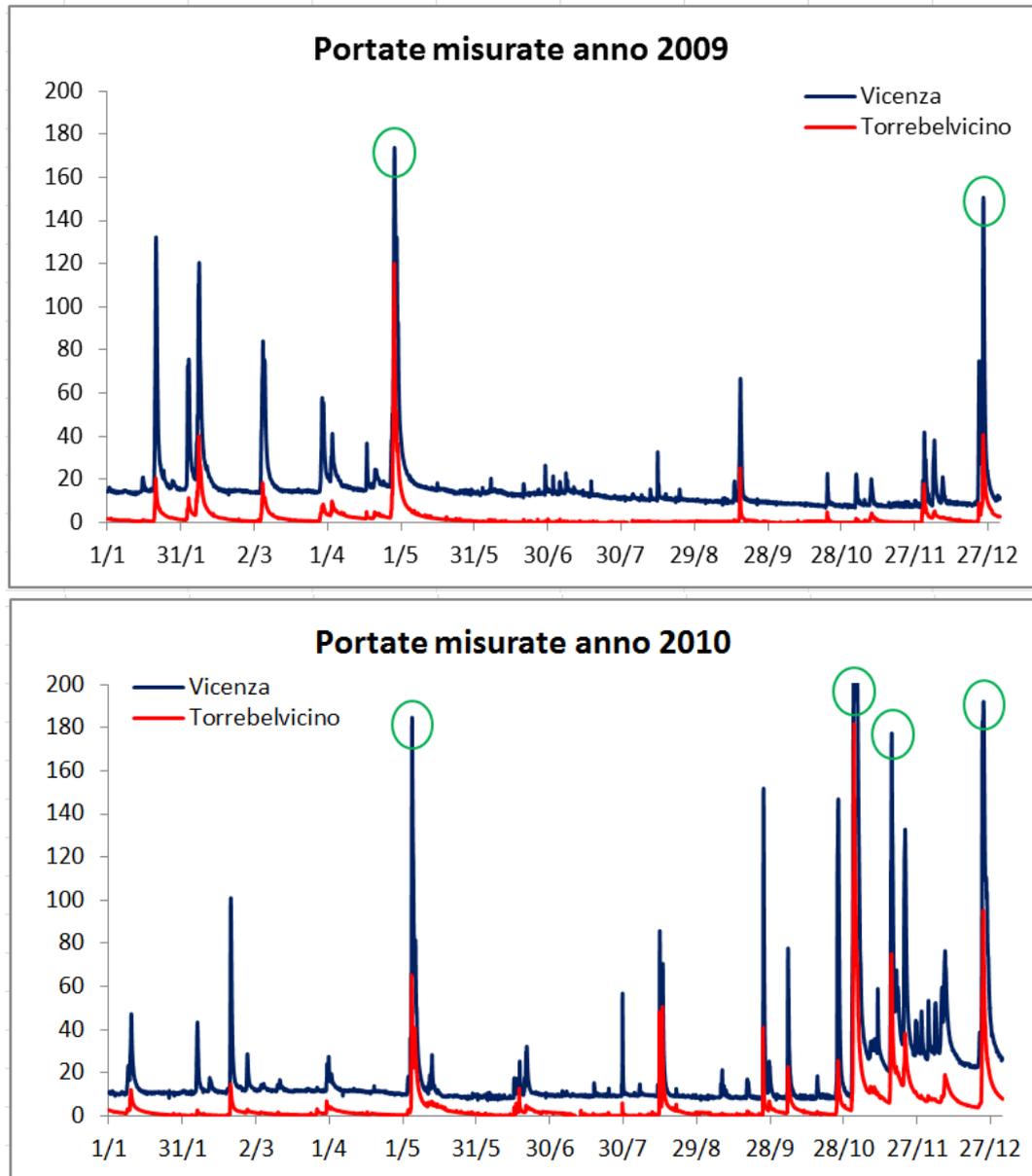


Fig. 3.6: Eventi di piena scelti per l'analisi: anni 2009 e 2010

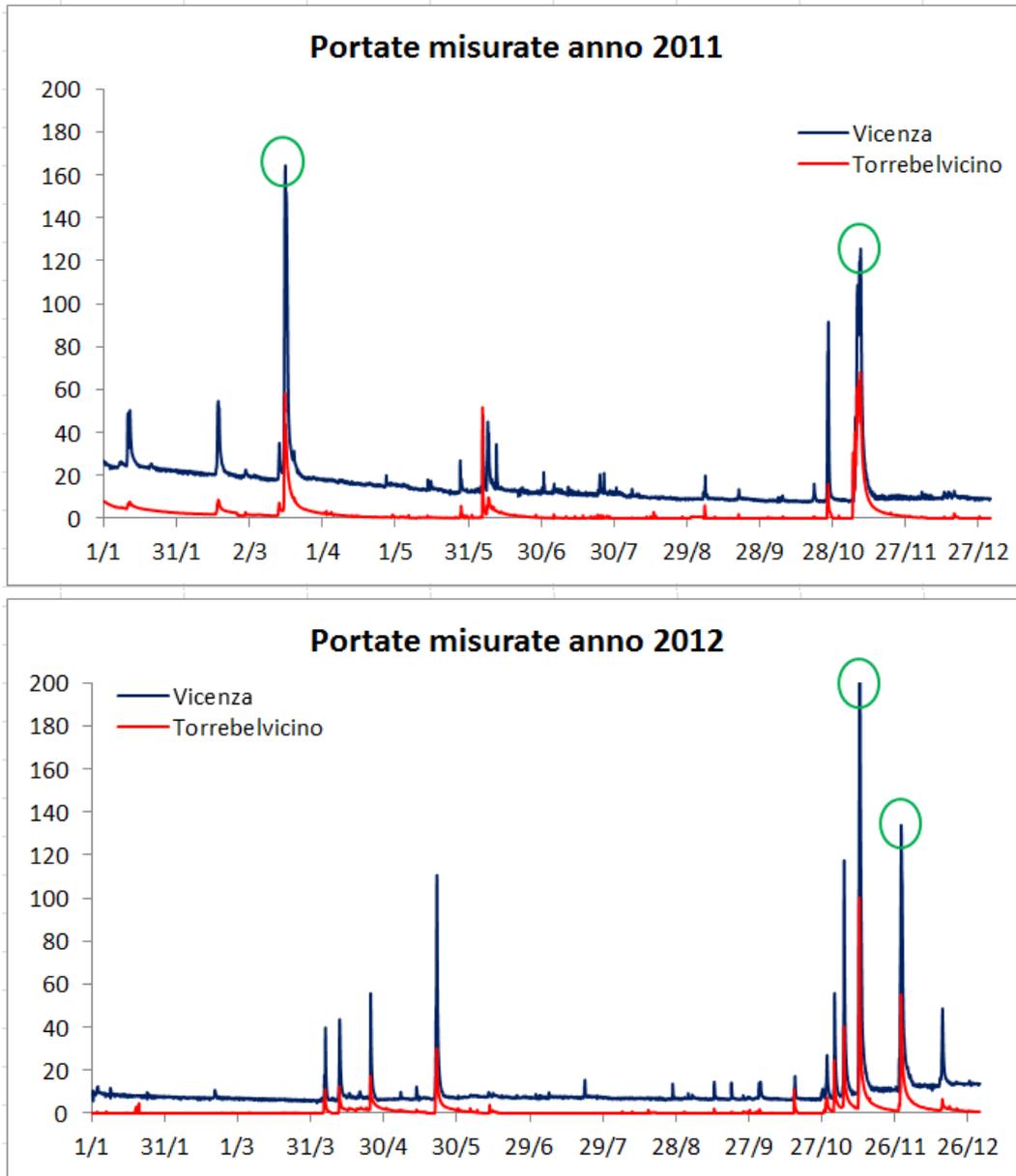


Fig. 3.7: Eventi di piena scelti per l'analisi: anni 2011 e 2012

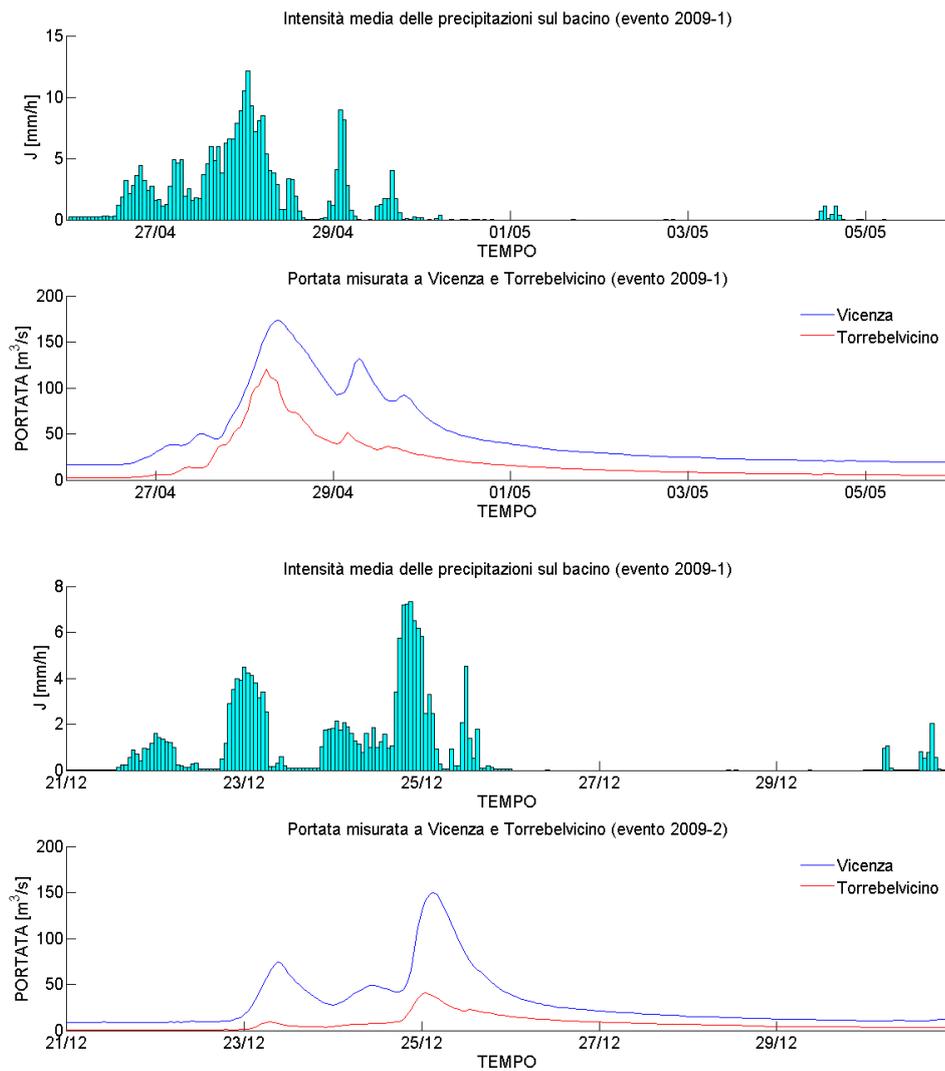


Fig. 3.8: Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2009. In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino

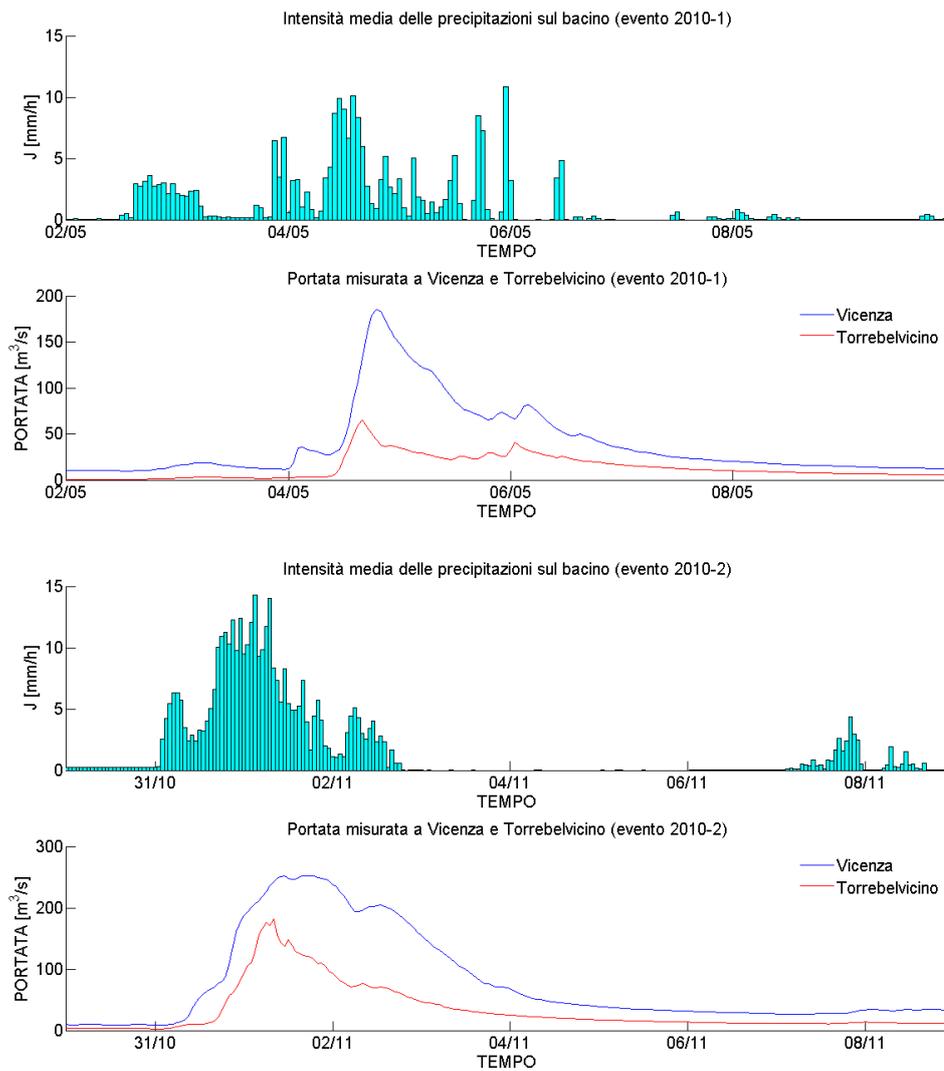


Fig. 3.9: Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2010 (primo e secondo). In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino

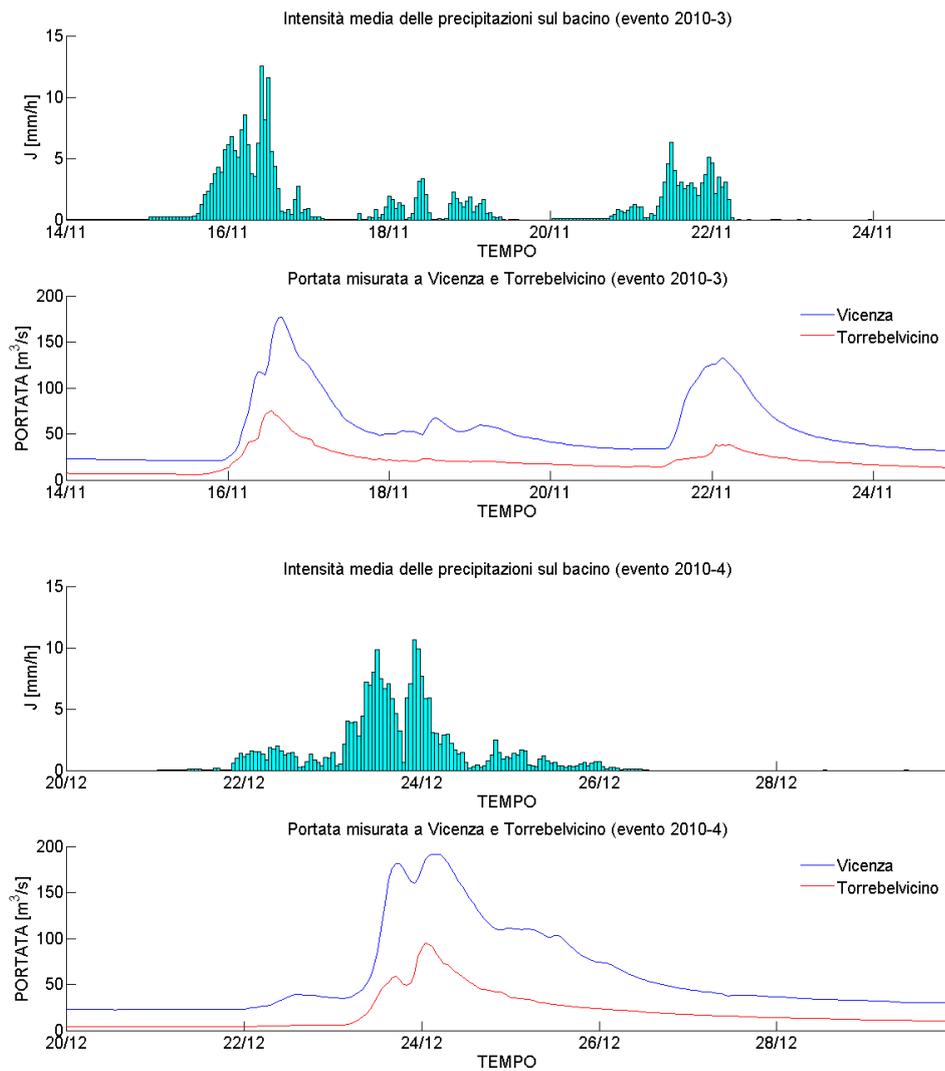


Fig. 3.10: Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2010 (terzo e quarto). In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino

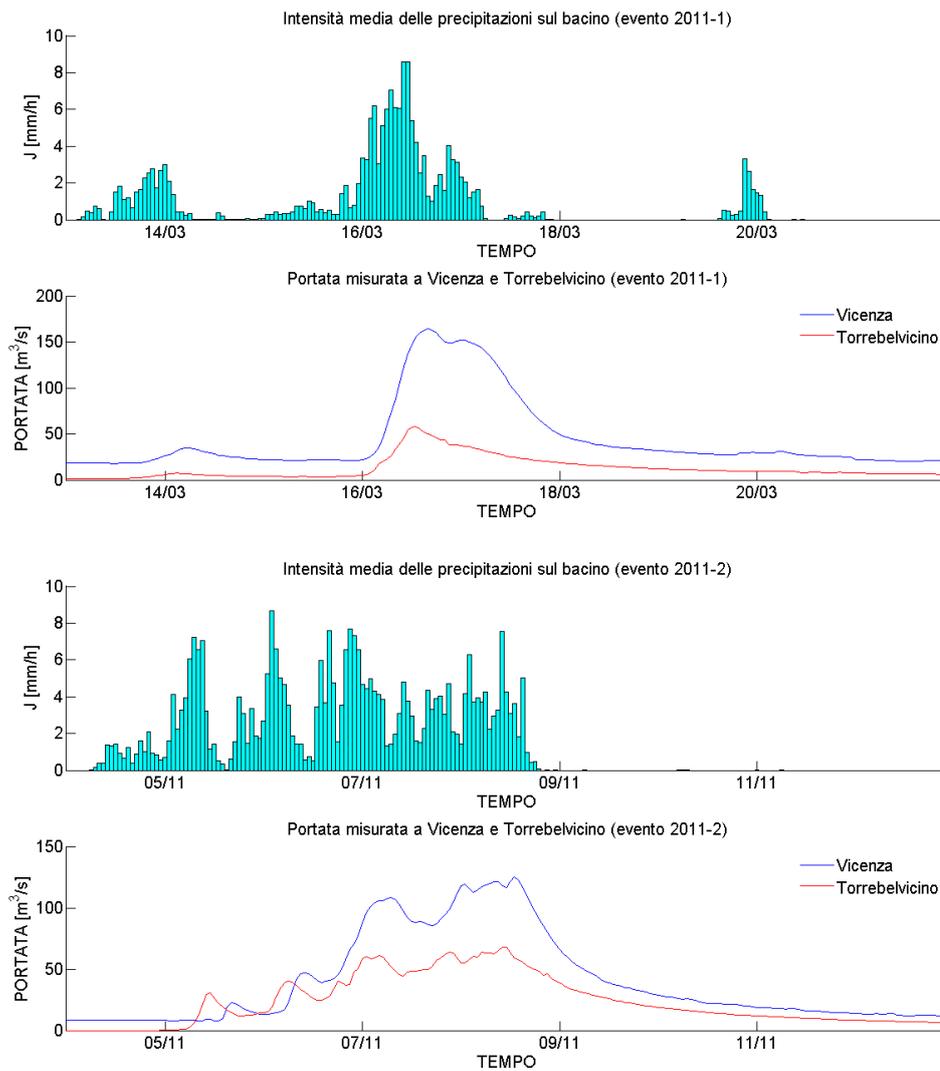


Fig. 3.11: Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2011. In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino

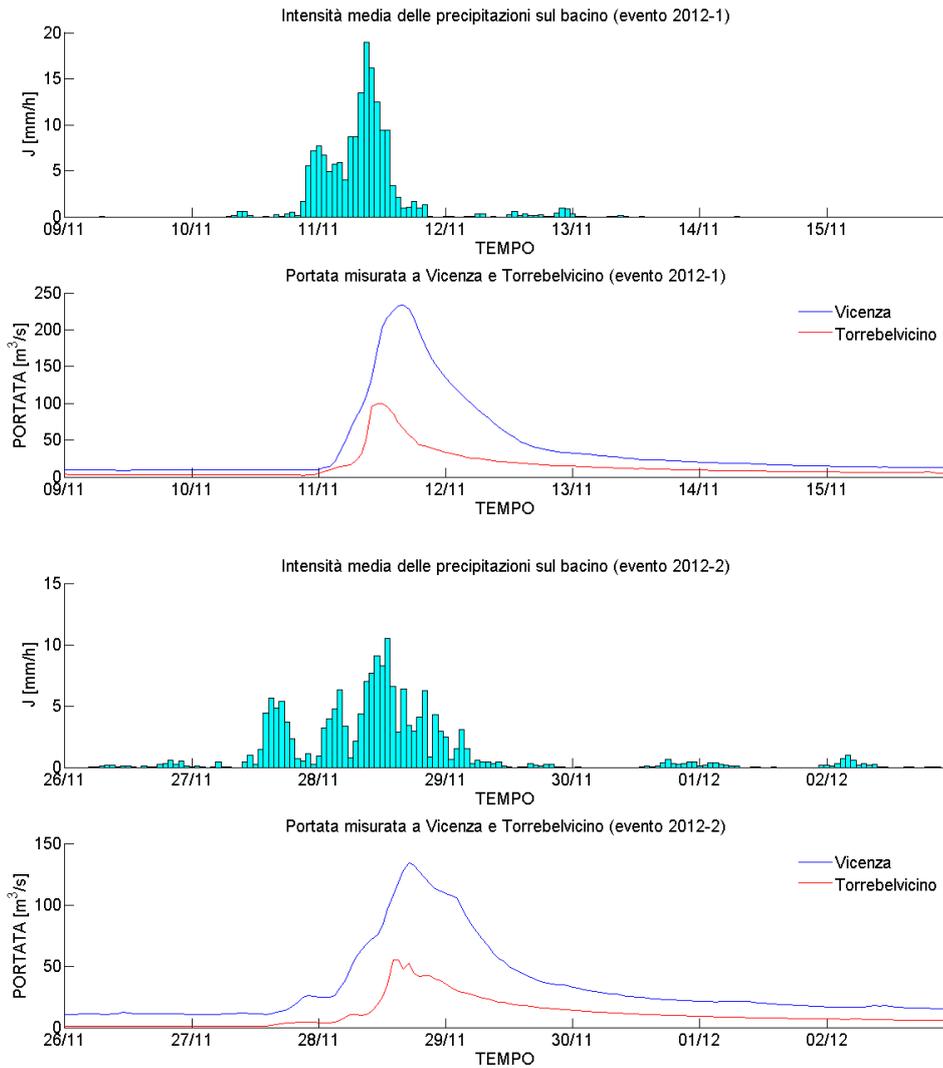


Fig. 3.12: Portate misurate dalla stazione di Vicenza (Ponte degli Angeli) per gli eventi di piena del 2012. In alto sono riportate le intensità di pioggia mediate su tutto il bacino

Elementi di geostatistica per l'idrologia

4.1 Introduzione e definizioni

Ogni fenomeno fisico che si manifesti in natura non è mai completamente prevedibile e quantificabile. Molti processi naturali sono di difficile comprensione, in quanto generati da un insieme di eventi più o meno casuali. In ambito ingegneristico è fondamentale riuscire a prevedere tutti gli eventi particolarmente pericolosi che possano compromettere il funzionamento di un'opera, ma ogni evento è dato dalla somma di singoli fattori che devono essere compresi, misurati e modellati.

In ambito idrologico alcune grandezze fisiche fondamentali sono: l'altezza e la durata di precipitazione in un punto, la conducibilità idraulica di un suolo, il tempo di percorrenza di una particella d'acqua prima del suo arrivo alla sezione di chiusura, la concentrazione di inquinante in un corpo idrico. I valori che tali grandezze possono assumere sono delle variabili casuali (o aleatorie), delle quali non è possibile dare una quantificazione certa ma è possibile associare, ad ogni valore, una probabilità di realizzazione. Si definisce con *probabilità* la frequenza con cui un particolare valore di una variabile aleatoria si realizza all'interno di un campione di realizzazioni, chiamato *popolazione*. Si definisce *evento* un qualsiasi sottoinsieme della popolazione.

La principale classificazione delle variabili aleatorie si basa sulla loro natura matematica:

- variabile DISCRETA: Può assumere solo valori all'interno dei numeri naturali (per esempio il numero di giorni piovosi in un anno);
- variabile CONTINUA: Può assumere ogni valore reale (per esempio il valore della portata in una sezione di un corso d'acqua).

Gli assiomi fondamentali della teoria della probabilità sono:

1. La probabilità di un evento è compresa tra 0 ed 1. In particolare il valore 0 è associato ad un evento impossibile, viceversa 1 è attribuito all'evento certo. La probabilità associata alla popolazione è sempre pari ad 1;
2. La probabilità di un evento E_3 , unione di due eventi E_1 e E_2 , è data da:

$$P(E_3) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2);$$

3. La probabilità dell'intersezione tra due eventi è data dalla probabilità che si verifichi il primo evento moltiplicata la probabilità che accada il secondo evento una volta che sia accaduto il primo:

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2|E_1) = P(E_2)P(E_1|E_2).$$

Se i due eventi sono indipendenti la probabilità dell'intersezione è semplicemente il prodotto delle probabilità degli eventi:

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2).$$

Gli elementi fondamentali per poter descrivere e modellare il comportamento delle variabili aleatorie sono riportati di seguito, differenziando tra variabile discreta e variabile continua.

4.1.1 Variabili aleatorie discrete

Si consideri un insieme di N realizzazioni x_k di una variabile aleatoria X . La popolazione è quindi l'insieme di tutti gli x_k , compresi tra un valore minimo x_{min} e x_{max} . Si suddivida la popolazione in M intervalli di ampiezza Δx_i fissata. All'interno di ogni intervallo i -esimo si conterranno n_i elementi. Si riportano di seguito gli strumenti adatti ad analizzare la distribuzione di una variabile aleatoria discreta:

- *Probabilità di un evento* appartenente all'intervallo i -esimo:

$$p_i \approx \frac{n_i}{N};$$

- *Densità di probabilità di un evento* appartenente all'intervallo i -esimo:

$$f_i = \frac{p_i}{\Delta x_i} \approx \frac{n_i}{N \Delta x_i};$$

- *Probabilità frequentistica* di un valore X tale che sia minore di un valore x_k arbitrario appartenente all'intervallo K :

$$P(X \leq x_k) = F_k = \sum_{i=1}^K f_i \Delta x_i \approx \sum_{i=1}^K \frac{n_i}{N};$$

- *Tempo di ritorno* di un valore X tale che sia minore di un valore x_k arbitrario appartenente all'intervallo K :

$$T_r = \frac{1}{1 - P(X \leq x_k)};$$

- *Momento del primo ordine* di una distribuzione di variabili discrete, chiamato anche *media*:

$$\mu = \sum_{k=1}^N x_k f(x_k);$$

- *Momento del secondo ordine* rispetto alla media di una distribuzione di variabili discrete, chiamato anche *varianza*:

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^N (x_k - \mu)^2 f(x_k);$$

Le distribuzioni di variabili discrete più diffuse sono:

- *distribuzione Binomiale* a parametri N e θ : Si effettuino N osservazioni, nelle quali m volte si verificato l'evento E . La probabilità che si realizzi ciò è:

$$p(m) = \binom{N}{m} \theta^m (1 - \theta)^{N-m}$$

i parametri della distribuzione sono legati a media e varianza:

$$\mu(m) = N\theta$$

$$\sigma^2(m) = N\theta(1 - \theta);$$

- *distribuzione di Poisson*:

$$p(m) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!}$$

il cui parametro λ coincide in questo caso sia con la media che con la varianza: $\lambda = \mu = \sigma^2$.

4.1.2 Variabili aleatorie continue

La caratterizzazione della distribuzione della probabilità di una variabile aleatoria continua può essere ottenuta a partire da quella di una variabile discreta immaginando di tendere ad infinito N e di tendere a zero la dimensione Δx_i . In questo modo la funzione densità di probabilità diventa una funzione continua $f(x)$ e la probabilità frequentistica diventa la funzione probabilità cumulata di non superamento $F(x)$. Il dominio delle realizzazioni delle variabili continue per applicazioni idrologiche è nella maggior parte dei casi compreso tra 0 ed infinito. Le relazioni esaminate in precedenza per variabili discrete vengono ora riscritte:

$$f(x) = \frac{dF}{dx};$$

$$P(X \leq \bar{x}) = F(x) = \int_0^{\bar{x}} f(x) dx;$$

$$T_r(x) = \frac{1}{1 - F(x)};$$

$$\mu_x = \int_0^{\infty} x f(x) dx;$$

$$\sigma_x^2 = \int_0^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx.$$

Data funzione densità di probabilità $f(x)$ si definisce *valore atteso* di una certa funzione $g(x)$ come:

$$E[g(x)] = \int_0^{\infty} f(x) g(x) dx.$$

Il valore atteso è un operatore lineare che fornisce un valore attorno al quale ci si può attendere ricada il valore effettivamente assunto dalla variabile aleatoria in esame. Le relazioni precedenti stabiliscono quindi:

$$\mu_x = E[x];$$

$$\sigma_x^2 = E[(x - \mu)^2].$$

Si riportano di seguito le distribuzioni di variabili continue più frequenti:

- distribuzione Normale:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2};$$

- distribuzione Esponenziale:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x} e^{-\frac{x-\mu_x+\sigma_x}{\sigma_x}};$$

- distribuzione Doppio-Esponenziale (Gumbel):

$$F(x) = P(X \leq x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}}$$

i cui parametri della distribuzione sono legati alla media e alla varianza secondo:

$$\mu_x = \frac{0.5772}{\alpha} + u$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\pi^2}{\alpha^2 6}.$$

4.1.3 Frequenza e momenti campionari della distribuzione

La *Statistica* si occupa di adattare un'insieme di dati osservati ad una distribuzione di probabilità. Si definisce *campione* un numero N di valori osservati di una variabile aleatoria, che sarà sempre un sottoinsieme di tutte le possibili realizzazioni. A partire dai dati rilevati, si cerca di calibrare i parametri della distribuzione affinché si adatti il meglio possibile ai dati.

Il postulato empirico fondamentale della statistica stabilisce come al crescere della dimensione del campione la frequenza campionaria di un evento tenda alla probabilità dell'evento stesso. Chiamando $P(E)$ la probabilità dell'evento ed n_E il numero di volte in cui si verifica l'evento rispetto a N osservazioni, il postulato fondamentale si scrive come:

$$f_E = \frac{n_E}{N} \approx P(E).$$

Nell'ambito delle variabili aleatorie continue, si consideri n_i il numero di volte in cui la realizzazione di una variabile generica X sia minore di una soglia \bar{x} , ed N il numero totali di osservazioni. La frequenza cumulata di non superamento campionaria viene espressa nella pratica mediante la formula di Weibull:

$$P(X \leq \bar{x}) \approx F_i = \frac{n_i}{N+1}.$$

Per quanto riguarda media e varianza, la loro scrittura a livello campionario diventa:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i;$$

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - m)^2.$$

4.1.4 Distribuzioni di probabilità congiunta

Si considerino due variabili casuali X_1 e X_2 i cui valori sono mutuamente dipendenti (per esempio l'intensità di pioggia in due punti diversi dello spazio nello stesso istante). È possibile caratterizzare le singole distribuzioni di probabilità, ma esse non contengono alcuna informazione sul legame tra le due variabili. Si introduce quindi il concetto di *distribuzione di probabilità congiunta di non superamento* definita come:

$$F(x_1, x_2) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) = \int_0^{x_1} ds_1 \int_0^{x_2} f(s_1, s_2) ds_2.$$

La definizione appena esposta va si adatta anche nel caso di n variabili casuali dipendenti tra loro. L'operatore valore atteso si traduce nel seguente modo:

$$E[g(x_1, x_2)] = \int_0^\infty \int_0^\infty g(x_1, x_2) f(x_1, x_2) dx_1 dx_2.$$

Il momento del primo ordine associato alla funzione di probabilità congiunta è di estrema importanza e si chiama *covarianza*, la cui espressione integrale e campionaria è:

$$c_{X_1 X_2} = E[x_1 - E[x_1], x_2 - E[x_2]] = \int_0^\infty \int_0^\infty (x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2) dx_1 dx_2$$

$$s_{X_1 X_2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{1i} - m_{x_1})(x_{2i} - m_{x_2}).$$

La covarianza è positiva quando valori crescenti di X_1 si associano a valori crescenti di X_2 , mentre è negativa quando al crescere di X_1 X_2 decresce.

Si può dimostrare che quando le due variabili siano tra loro indipendenti la covarianza è nulla (l'inverso è falso), e la densità di probabilità congiunta diventa il prodotto delle singole densità di probabilità. L'entità della correlazione tra due variabili aleatorie può essere meglio analizzata tramite l'*indice di correlazione*, dato dal rapporto tra la covarianza ed il prodotto della radice delle varianze delle singole variabili:

$$\rho_{X_1 X_2} = \frac{c_{X_1 X_2}}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}}.$$

L'indice di correlazione varia tra -1 ed 1 , in particolare è nullo quando le due variabili sono indipendenti (non correlate) ed è pari ad uno quando le due variabili coincidono.

4.1.5 Distribuzioni di una variabile aleatoria somma di due variabili aleatorie

Si consideri una variabile aleatoria Y che sia data dalla somma di due variabili aleatorie:

$$Y = X_1 + X_2. \quad (4.1.1)$$

Fissata una realizzazione generica y di Y , l'equazione (4.1.1) rappresenta una retta nel piano $(X_1; X_2)$ e le coppie di valori $(x_1; x_2)$ la cui somma è minore di del valore y giacciono in un dominio A che coincide con il semipiano inferiore di tale retta. La probabilità cumulata di non superamento della variabile Y si scrive come:

$$F_Y(y) = P(A) = \int_0^\infty dx_1 \int_0^{y-x_1} f_{X_1 X_2}(x_1, x_2) dx_2.$$

La derivata di F_Y è la densità di probabilità f_Y :

$$f_Y(y) = \frac{dF_Y}{dy} = \int_0^\infty f_{X_1 X_2}(x_1, y - x_1) dx_1.$$

Se le due variabili aleatorie sono indipendenti, la densità di probabilità viene definita *integrale di convoluzione* e si scrive come:

$$f_Y(y) = \int_0^\infty f_{X_1}(s) f_{X_2}(y - s) ds. \quad (4.1.2)$$

4.2 Processi stocastici e campi aleatori

Un *processo stocastico* è una famiglia di variabili casuali Z_t descritte da un parametro t appartenente ad un insieme parametrico T . Nel campo dell'idrologia le misurazioni sono prese in modo equispaziato ed i processi stocastici sono una successione di variabili aleatorie continue Z_t , $t \in T$ e $T = [1, 2, 3, \dots]$ e vengono definiti *processi stocastici continui a parametro discreto*.

Si consideri, per esempio, la successione dei valori di portata in una sezione di un corso d'acqua misurata ad intervalli orari. Tali valori sono certamente aleatori, ma per ragioni fisiche esiste una tendenza dei valori successivi a non essere tanto diversi dai precedenti. Da un punto di vista probabilistico, la portata $Q(t)$ e la portata $Q(t + \Delta t)$ sono due variabili aleatorie certamente correlate ed il processo fisico è perfettamente descritto una volta note le densità di probabilità dell'una, dell'altra, e la funzione di covarianza (densità di probabilità congiunta). Ma nella pratica conoscere esattamente la funzione di probabilità

congiunta non è possibile e quindi si ricorre all'analisi dei momenti di un processo stocastico.

4.2.1 Realizzazione di un processo stocastico

Si supponga che un processo stocastico Z_t rappresenti il risultato di un esperimento in successivi istanti di tempo. Osservando una singola prova si ottengono un insieme di risultati campionari $[Z_1, Z_2, Z_3, \dots]$ ciascuno funzione della variabile t . È evidente come, dato un processo Z_t , esistono infinite possibili realizzazioni, che sono tutte quelle ottenibili ripetendo la prova un numero indefinito di volte, come riportato in Fig. 4.1. Una porzione finita di una realizzazione si definisce *serie storica*. Per quanto essa possa essere estesa, costituisce solamente un campione unico della famiglia delle variabili aleatorie che descrivono il processo ed inoltre è troncato fino ad N istanti temporali. Ciò impone una limitazione della classe dei processi stocastici su cui è possibile indagare da un punto di vista statistico.

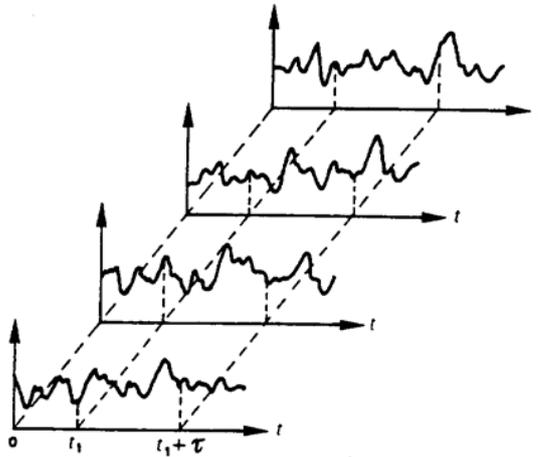


Fig. 4.1: Esempi di possibili realizzazioni di un processo stocastico

4.2.2 Momenti di un processo stocastico

Non essendo possibile esaminare processi stocastici mediante serie temporali illimitate è necessario riassumere le loro caratteristiche mediante lo studio dei momenti della distribuzione, in particolare il momento del primo ordine (valore atteso del processo) e il momento del secondo ordine (covarianza e grandezze ad essa collegate).

1. Valore medio atteso teorico:

$$\mu(t) = E[Z_t] = \int_0^{\infty} u f_{Z_t}(u) du ;$$

2. Varianza teorica:

$$\sigma^2(t) = E[Z_t - \mu(t)]^2 = \int_0^{\infty} [u - \mu(t)]^2 f_{Z_t}(u) du = \text{var}(Z_t) ;$$

3. Autocovarianza teorica:

$$c(t, t+k) = E[(Z_t - \mu(t))(Z_{t+k} - \mu(t+k))] = \text{cov}(Z_t, Z_{t+k}) ;$$

4. Autocorrelazione teorica:

$$\rho_k(t) = \frac{\text{cov}(Z_t, Z_{t+k})}{\text{var}(Z_t)\text{var}(Z_{t+k})}.$$

Tutte le funzioni esposte sono funzione del tempo t e ciò rappresenta un grosso vincolo, sia sul piano teorico che nelle applicazioni pratica.

Per comprendere meglio il concetto di correlazione tra due variabili si consideri la figura Fig. 4.2. Sia $z(x)$ una variabile aleatoria di supporto puntuale, nota in tutti i punti del piano S . Si consideri una generica coppia di punti distanti tra loro \mathbf{h} ed il cui modulo è pari a h_1 , piccolo rispetto alle dimensioni di S (caso A). In corrispondenza dei punti si misura $z(x)$ e $z(x+\mathbf{h})$. In maniera analoga si fanno assumere al primo punto n posizioni diverse in maniera che in secondo punto sia sempre dentro al campo e distante \mathbf{h} . Si ottengono quindi altrettante coppie di valori $z(x)$ e $z(x+\mathbf{h})$ che graficamente possono essere rappresentati da una nuvola di correlazione, i cui assi esprimono i valori del primo in funzione del secondo. Essendo h_1 piccolo saranno verosimilmente anche piccole le differenze tra i due valori ed i punti si disporranno nell'intorno della bisettrice del quadrante. Scegliendo un valore h_2 maggiore di h_1 si otterrà una nuvola di punti più dispersa (caso B). Nel caso in cui le variabili fossero indipendenti la nube è uniformemente dispersa nel grafico (caso C), viceversa se $z(x)$ fosse uguale per ogni punto la nube si disporrebbe esattamente lungo la bisettrice.

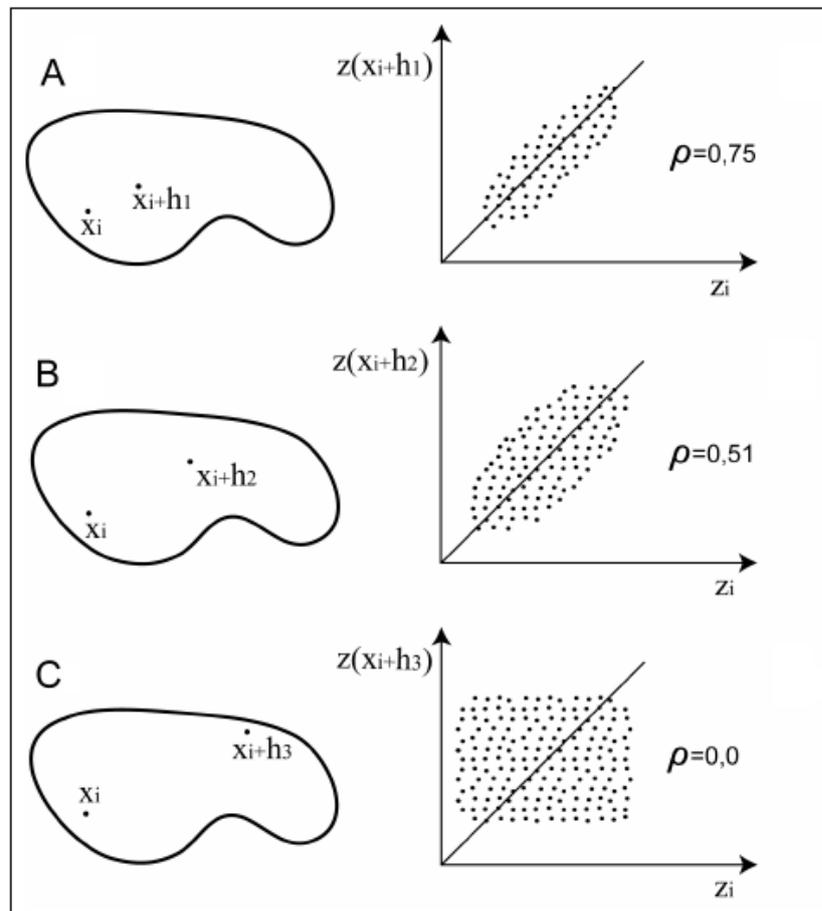


Fig. 4.2: Descrizione empirica della variabilità spaziale: coefficiente di correlazione [13]

4.2.3 Processo stocastico stazionario

L'ipotesi di stazionarietà fino al secondo ordine comporta l'indipendenza del valore medio e della varianza del processo stocastico dal tempo. In questo caso è possibile calcolare i momenti della distribuzione in modo campionario, ipotizzando di avere N realizzazioni z_i :

$$\mu(t) = \mu \approx m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i ;$$

$$\sigma^2(t) = \sigma^2 \approx s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - m)^2 .$$

L'autocovarianza e la autocovarianza campionaria sono descritte nel seguente modo, ipotizzando di calcolarla tra osservazioni spaziate di k intervalli:

$$c(t, t+k) = c_k = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)] = E[(Z_t - \mu)(Z_{t-k} - \mu)]$$

$$c_k \approx c_k^* = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} (z_t - m_1)(z_{t+k} - m_2)$$

in cui m_1 è la media dei primi $n-k$ dati della serie e m_2 è la media degli ultimi $n-k$ dati della serie.

$$\rho_k = \frac{c_k}{c_0} \approx \rho_k^* = \frac{c_k^*}{c_0^*} .$$

Quindi la media e la varianza sono costanti, mentre l'autocovarianza è solo funzione di k , cioè del lag temporale.

4.2.4 Campo aleatorio

Si definisce *campo aleatorio* un campo bidimensionale in cui sono noti, tramite misure, dei valori $x(\mathbf{s}_i)$ che sono realizzazioni di una variabile aleatoria X , dove si indica con \mathbf{s}_i il vettore che congiunge il punto considerato dall'origine del campo. Per la completa caratterizzazione del campo aleatorio, come nel caso dei processi stocastici, si rende necessario specificare le infinite distribuzione di probabilità congiunta che coinvolgono tutte le possibili combinazioni delle variabili in gioco:

$$f[x(\mathbf{s}_i), x(\mathbf{s}_i + \mathbf{k}_1), x(\mathbf{s}_i + \mathbf{k}_2), x(\mathbf{s}_i + \mathbf{k}_3), \dots, x(\mathbf{s}_i + \mathbf{k}_n)] \quad \forall i, \mathbf{k}_j. \quad (4.2.1)$$

dove \mathbf{k}_j è il generico vettore spostamento nel piano.

Anche in questo caso, come per i processi stocastici, l'equazione (4.2.1) non è utile ai fini pratici e bisogna ricorrere ai momenti della distribuzione fino al secondo ordine. Media e funzione di covarianza sono definite come:

$$\mu(\mathbf{s}) = E[X(\mathbf{s})] ;$$

$$c(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = E[(X(\mathbf{s}) - \mu(\mathbf{s}))(X(\mathbf{s}') - \mu(\mathbf{s}'))] .$$

Un campo si definisce *omogeneo nel senso del secondo ordine* se i momenti della distribuzione sono indipendenti dal punto \mathbf{s} nel quale sono calcolati:

$$\mu(\mathbf{s}) = \mu ;$$

$$c(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = c(\mathbf{r}) \text{ con } \mathbf{r} = \mathbf{s}' - \mathbf{s} .$$

Se inoltre la covarianza è indipendente dalla direzione considerata, il campo è definito *isotropo* e la rappresentazione probabilistica del campo aleatorio diviene unidimensionale:

$$c(\mathbf{r}) = c(r) \text{ con } r = |\mathbf{r}| .$$

Alcuni campi stocastici di interesse pratico presentano la particolarità di non avere una varianza finita, e quindi non è possibile determinare nemmeno l'autocovarianza ed il coefficiente di autocorrelazione. In questo caso si introduce la definizione di *variogramma* di un campo aleatorio, che è una generalizzazione della funzione di covarianza poichè, a differenza di quest'ultima, il variogramma esiste anche quando la varianza non è finita :

$$v(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \frac{1}{2} E[X(\mathbf{s}) - X(\mathbf{s}')]^2 \quad (4.2.2)$$

Si dimostra che nell'ipotesi di campo omogeneo avente varianza finita, l'equazione (4.2.2) diventa:

$$v(\mathbf{r}) = \sigma^2 - c(\mathbf{r}) .$$

Se inoltre il campo è isotropo si ha:

$$v(r) = \sigma^2 - c(r) .$$

Al tendere di r a zero la funzione di covarianza tende alla varianza, quindi il variogramma tende a 0. Invece quando r tende a diventare infinitamente grande la covarianza si annulla ed il variogramma tende asintoticamente alla varianza, indicando che le due realizzazioni sono non correlate.

4.2.5 L'ipotesi di ergodicità

Il fatto di poter ottenere una stima valida delle proprietà statistiche di un processo stocastico stazionario o di un campo aleatorio stazionario, dallo studio di un solo campione di grandezza finita non è affatto ovvio.

Per definire in termini quantitativi l'ipotesi di ergodicità si consideri una sola manifestazione di un processo stocastico (A) e dall'altro un insieme di manifestazioni campionarie derivate tutte dallo stesso processo (B), come riportato nella figura Fig. 4.3.

In riferimento al caso (A), considerati n punti temporali equidistanti, si definisce *media temporale* la seguente quantità:

$$\bar{z}(t) = \frac{\sum z_k(t_i)}{n} .$$

Con riferimento invece al caso (B) si può considerare un certo istante temporale, per esempio t_1 , e determinare la *media d'insieme* nel seguente modo:

$$\bar{z}(t_1) = \frac{\sum z_i(t_i)}{n} .$$

Un processo temporale si definisce *ergodico* se la media d'insieme tende alla media temporale per un numero di osservazioni n sufficientemente grande.

Se è valida l'ipotesi di ergodicità la rilevazione effettuata su una singola manifestazione temporale in un gran numero di tempi successivi porta alle stesse distribuzioni statistiche che si otterrebbero considerando un gran numero di valori riferiti allo stesso istante t_i .

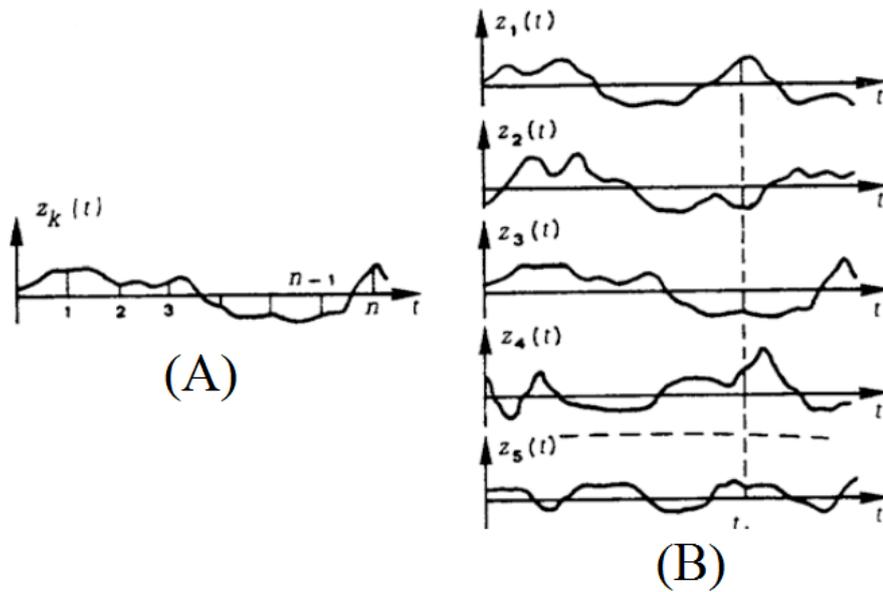


Fig. 4.3: Singola realizzazione campionaria di un processo stocastico (A) e insieme di realizzazioni campionarie provenienti dallo stesso modello (B)

4.3 Il Kriging nel campo omogeneo

Il *Kriging* è uno strumento di interpolazione spaziale molto usato in ambito idrologico che permette di stimare una grandezza fisica in un punto dello spazio sulla base di osservazioni disponibili in punti vicini.

Si consideri un campo aleatorio omogeneo $Z(\mathbf{x})$ ed una sua realizzazione $z(\mathbf{x})$. Di questa siano noti i valori z_i in n punti dello spazio \mathbf{x}_i e si voglia stimare il valore z_0 in un generico punto di coordinate \mathbf{x}_0 .

Data l'ipotesi di omogeneità si può sottrarre dal campo $Z(\mathbf{x})$ il valore medio $E[Z]$ che è costante in tutto il campo, ottenendo quindi un nuovo campo $Y(\mathbf{x})$ a media nulla. Si tratta quindi di stimare la variabile aleatoria y_0 in un generico punto note le realizzazioni y_i . Il valore stimato di y_0 viene indicato con \hat{y}_0 e dovrà essere *ottimale*, il che significa:

- priva di errore sistematico:

$$E[\hat{y}_0 - y_0] = 0 ;$$

- minima varianza dell'errore:

$$\sigma^2(\hat{y}_0 - y_0) = \min .$$

Il Kriging in campo omogeneo permette di calcolare la stima ottimale \hat{y}_0 come combinazione lineare delle variabili y_i misurate.

$$\hat{y}_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_{i0} y_i \quad (4.3.1)$$

La stima \hat{y}_0 passa quindi per la conoscenza dei coefficienti λ_{i0} . La trattazione matematica del Kriging in campo omogeneo è riportata in *Appendice A*. I coefficienti λ_{i0} si calcolano risolvendo il sistema lineare scritto in forma matriciale (4.3.2) :

$$\tilde{C} \cdot \bar{\lambda}_0 = \bar{c}_0 \quad (4.3.2)$$

- $\bar{\lambda}_0$ è il vettore dei coefficienti incogniti λ_{i0} di dimensione n ;

- \tilde{C} è la matrice delle covarianze di dimensione $n \times n$. Il generico elemento c_{ij} è la covarianza del campo aleatorio $Y(\mathbf{x})$ tra un punto \mathbf{x}_i ed un punto \mathbf{x}_j , aventi quindi lag \mathbf{r}_{ij} ;
- \bar{c}_0 è un vettore di dimensione n in cui il generico elemento c_{i0} è la covarianza tra il punto \mathbf{x}_i ed il punto \mathbf{x}_0 , avente quindi lag \mathbf{r}_{i0} .

Questo tipo di soluzione comporta che la varianza dell'errore sia minore della varianza della variabile aleatoria $Y(\mathbf{x})$, sempre dimostrato in *Appendice A*. Tanto più le realizzazioni sono correlate e tanto è minore l'errore commesso nella stima.

4.4 Il Kriging nel campo non omogeneo

In alcuni casi può capitare che la varianza spaziale di un campo aleatorio non sia definita e se ciò accade le proprietà del secondo ordine del campo non sono a loro volta definite e non può essere applicata l'ipotesi di omogenità.

In questo caso la definizione di una procedura di stima ottimale si può basare sulle ipotesi che siano omogenei gli incrementi spaziali del campo aleatorio, più precisamente:

$$E[Y(\mathbf{x} + \mathbf{r})] = E[Y(\mathbf{x})] = \mu ;$$

$$\sigma^2[Y(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - Y(\mathbf{x})] = 2v(\mathbf{r}) .$$

Si utilizza, come in campo omogeneo, una stima lineare di \hat{y}_0 esattamente come riportato in (4.3.1) e si impone:

- assenza di errore sistematico:

$$E[\hat{y}_0] = \mu ;$$

- varianza minima:

$$\sigma^2(\hat{y}_0 - y_0) = \min .$$

La soluzione, come nel caso omogeneo, passa tramite il calcolo dei coefficienti λ_{i0} , che si ottengono risolvendo il sistema (4.4.1). È questo il caso di un problema di minimizzazione vincolata, con l'aggiunta di un parametro α (la dimostrazione completa è riportata in *Appendice A*):

$$\tilde{V} \cdot \bar{\lambda}_0 = \bar{v}_0. \quad (4.4.1)$$

in cui

$$\bar{\lambda}_0 = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \alpha] \quad \bar{v}_0 = [v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}, \alpha] \quad \tilde{V} = \begin{bmatrix} v(r_{11}) & \dots & v(r_{1n}) & 1 \\ v(r_{21}) & \dots & v(r_{2n}) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Questa è una soluzione generale del problema di interpolazione spaziale di un campo aleatorio ed è particolarmente indicata nel caso in cui la media del campo aleatorio non sia conosciuta, in quanto non è mai richiesto il suo calcolo esplicito.

4.5 Il variogramma sperimentale

Il Kriging in un campo non omogeneo viene effettuato una volta costruita la matrice dei coefficienti ed il termine noto. A livello pratico, tali elementi vengono calcolati se è possibile fornire una relazione di tipo analitico per il calcolo del variogramma tra due punti, costruita sulla base di dati misurati.

Si supponga di avere n stazioni di misura in cui è stata rilevata nel tempo una certa variabile aleatoria Y , che può essere ad esempio l'altezza di precipitazione o la temperatura, e si voglia eseguire il Kriging di questa variabile stimandola in punti appartenenti ad una griglia regolare. Si ipotizzi inoltre la stazionarietà nel tempo e nello spazio di Y . L'interpolazione spaziale, dipendente dalla costruzione della matrice e del termine noto, deve essere eseguita per ogni istante di tempo. In questo modo non solo si ha l'andamento spaziale della variabile analizzata, ma anche la sua evoluzione temporale. Per ottenere questo, bisogna per ogni evento costruire il variogramma sperimentale della variabile aleatoria Y nell'istante temporale di riferimento. Esso è ottenibile interpolando con legge esponenziale la media dei variogrammi calcolati in ognuno degli intervalli temporali considerati, ricordando che in ipotesi stazionarie essi dipendono solo dalla distanza tra i punti.

$$\gamma_h(r) = \sigma_Y^2 [1 - e^{-Z}] \quad Z = \sqrt{\left(\frac{r_x}{I}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{I}\right)^2} \quad (4.5.1)$$

nella quale r_x e r_y rappresentano le componenti secondo gli assi coordinati della distanza fra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato, I è la scala integrale di Y e σ_h^2 è la varianza della variabile aleatoria h .

La stima dei parametri del modello, $\sigma^2(Y)$ e I , si può ottenere mediante il metodo dei minimi quadrati. Nell'ipotesi di stazionarietà del campo aleatorio, la macroscale I dipende solamente dalla distanza r_i tra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato; indicando con $\gamma_i(r_i)$ la serie dei variogrammi sperimentali l'equazione (4.5.1) si può scrivere nel modo seguente:

$$\gamma_i(r_i) = \sigma^2 [1 - e^{-r_i/I}]. \quad (4.5.2)$$

Per non appesantire la notazione, si è ommesso il pedice Y . Si tratta di determinare i valori dei parametri che meglio approssimano la serie sperimentale ovvero di determinare i valori dei parametri che rendono minimo l'errore quadratico Φ definito come:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n [\gamma_i(r_i) - \sigma^2 [1 - e^{-r_i/I}]]^2 \quad (4.5.3)$$

dove n è il numero di dati sperimentali. Imponendo la condizione di minimo:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial I} = 0 \quad (4.5.4)$$

si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i(r_i) (1 - e^{-r_i/I})}{\sum_{i=1}^n (1 - e^{-r_i/I})^2} \\ \sum_{i=1}^n \gamma_i(r_i) r_i e^{-r_i/I} - \sigma^2 \sum_{i=1}^n (r_i) e^{-r_i/I} (1 - e^{-r_i/I}) &= 0 \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

Risolvendo la seconda equazione delle (4.5.5) per tentativi (per esempio con il metodo della bisezione), si ricava il valore della scala integrale I , che, sostituito nella prima, permette di determinare σ^2 .

4.6 Kriging delle piogge cumulate per alcuni eventi di piena

Per quattro eventi tra i dieci individuati nel paragrafo (3.2) si è eseguito il Kriging delle piogge cumulate utilizzando un'apposita funzione di *ArcMap*, impostando un variogramma di tipo esponenziale (equazione 4.5.2) e poi riportando i risultati in una mappa raster di lato $50 \times 50 m$.

Il risultato fornisce un'indicazione sulla quantità di pioggia che ha generato l'evento di piena considerato. Successivamente si è calcolata l'altezza cumulata media di pioggia caduta in ogni sottobacino.

Questo lavoro non è necessario per il modello geomorfologico, il quale ha bisogno del Kriging applicato direttamente sulle misure delle precipitazioni per ogni step temporale (e non sulle cumulate); per questo motivo si è eseguito solo per alcuni eventi, scegliendo quelli che avessero il maggior numero di stazioni attive e la maggiore intensità media (si vedano le figure da Fig. 3.8 a Fig. 3.12). I quattro eventi scelti sono rispettivamente: il primo del 2009, il secondo del 2010, il primo del 2011 ed il primo del 2012.

Si riportano nelle figure Fig. 4.4, Fig. 4.5, Fig. 4.6 e Fig. 4.7 il Kriging delle precipitazioni cumulate e il valor medio di tali precipitazioni su ogni sottobacino. Eseguendo ulteriormente la media tra i sottobacini, si ottiene un unico valore di pioggia che indica la precipitazione media caduta nel bacino durante l'intero evento di piena. Questa indicazione è utile per avere una rapida idea della dimensione dell'evento di precipitazione.

4.6.1 Confronto tra le precipitazioni cumulate medie per ogni sottobacino: calcolo con ArcMap e calcolo con la matrice J del modello geomorfologico

Il modello geomorfologico utilizzato in questo studio utilizza come input una matrice delle intensità di pioggia J , in cui il generico elemento j_{ik} è l'intensità della precipitazione media caduta sul bacino k -esimo all'istante i -esimo. Eseguendo la somma per colonne e moltiplicando i valori per la durata dello step temporale (1 ora) si ottiene la precipitazione cumulata media dell'intero evento in ogni sottobacino, cioè lo stesso risultato estratto con il Kriging di ArcMap, esaminato in precedenza.

In altri termini, il calcolo delle altezze cumulate a partire dalla matrice J avviene a valle del processo di Kriging, mentre lo stesso calcolo è l'input per il Kriging con Arcmap. È interessante quindi osservare le differenze prodotte tra le due procedure in termini di precipitazione media per ogni sottobacino e di precipitazione media dell'intero bacino (Fig. 4.8).

Il valore medio complessivo della precipitazione è molto simile in tutti i casi, mentre a livello locale si apprezzano delle differenze solo in certi sottobacini.

Questo confronto può essere molto utile per esaminare la qualità del Kriging con cui è stata calcolata la matrice J , ed eventualmente individuare la presenza di errori significativi che possano compromettere i risultati della modellazione.

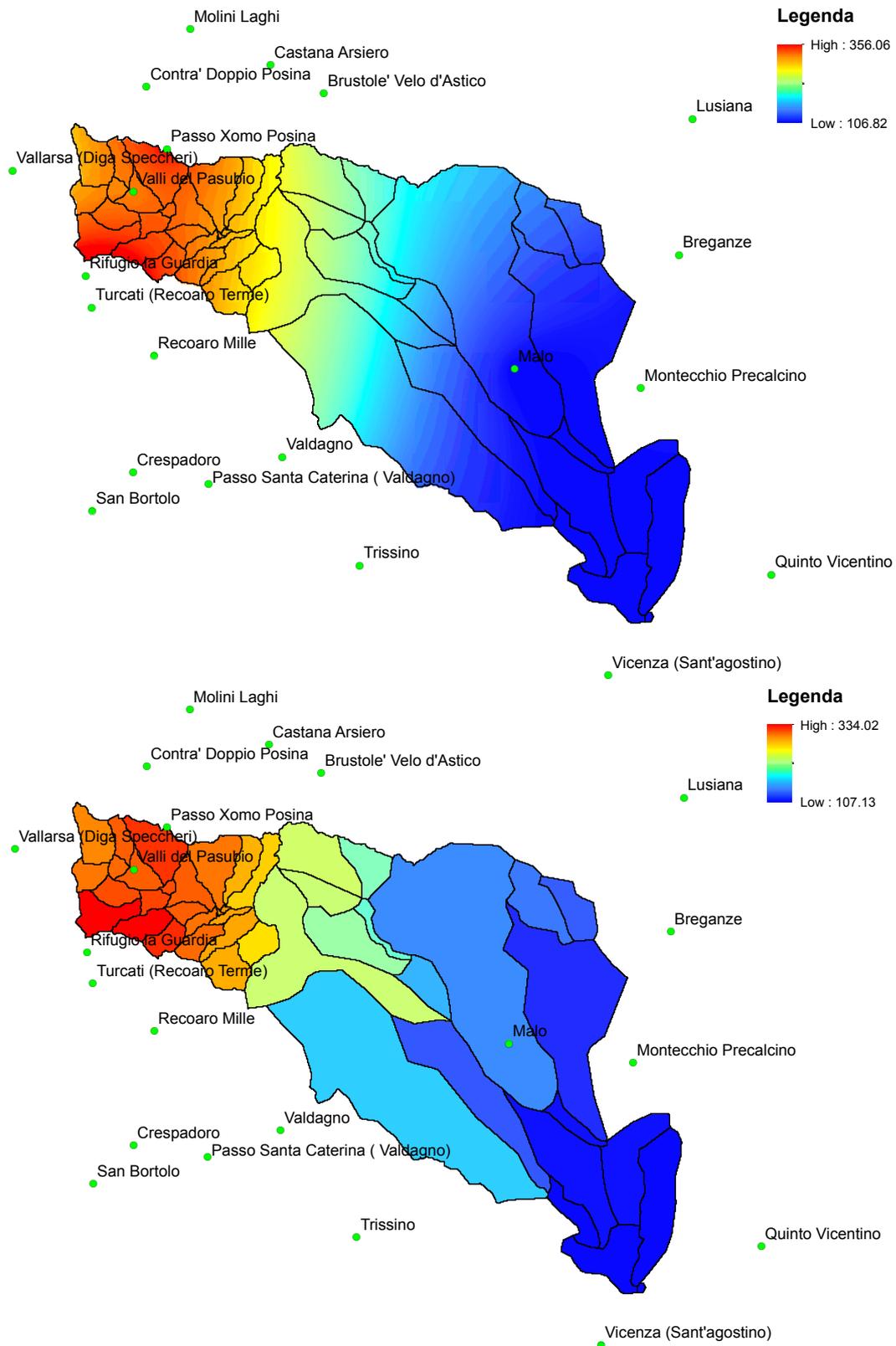


Fig. 4.4: Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2009 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)

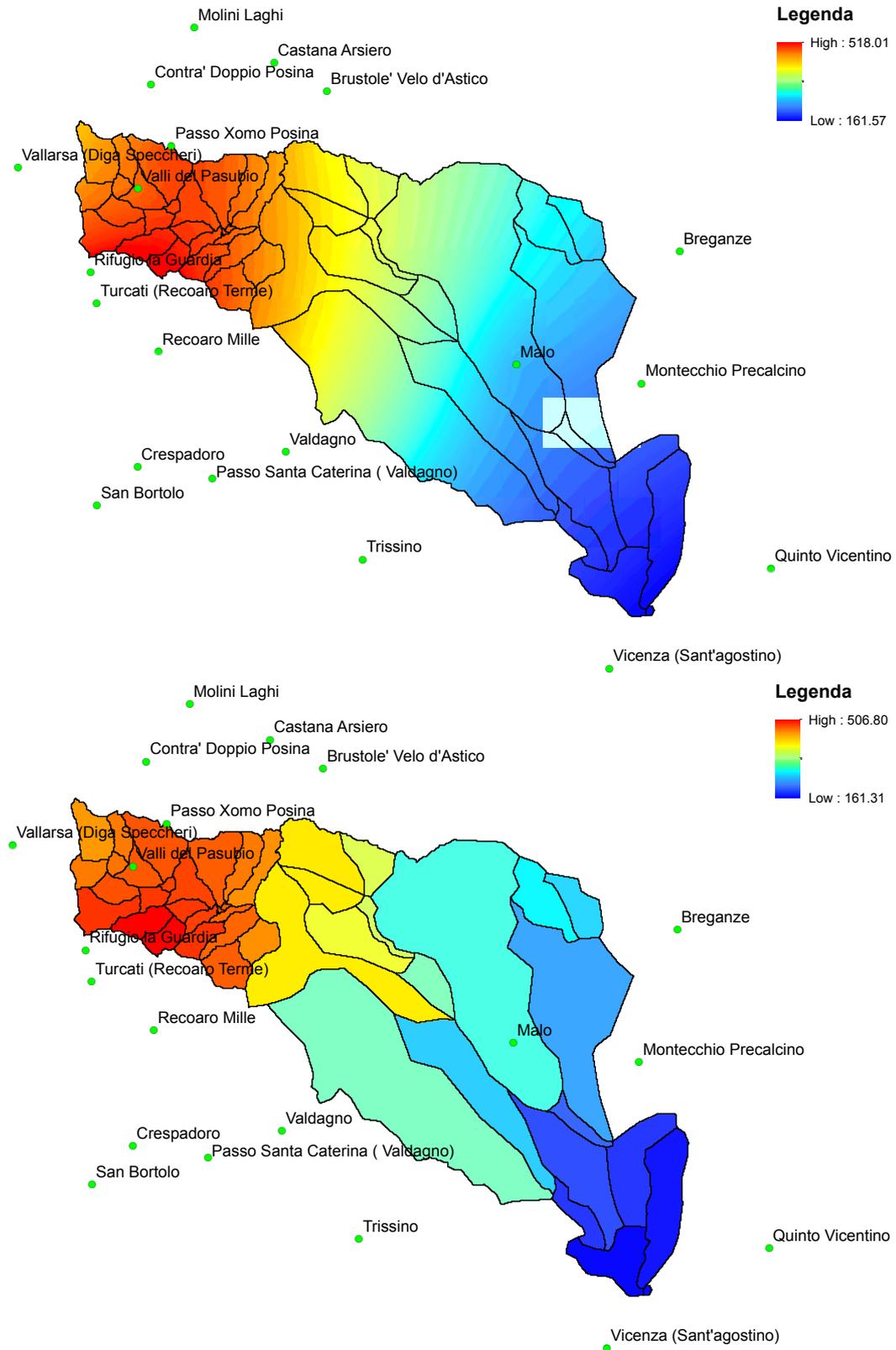


Fig. 4.5: Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2010 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)

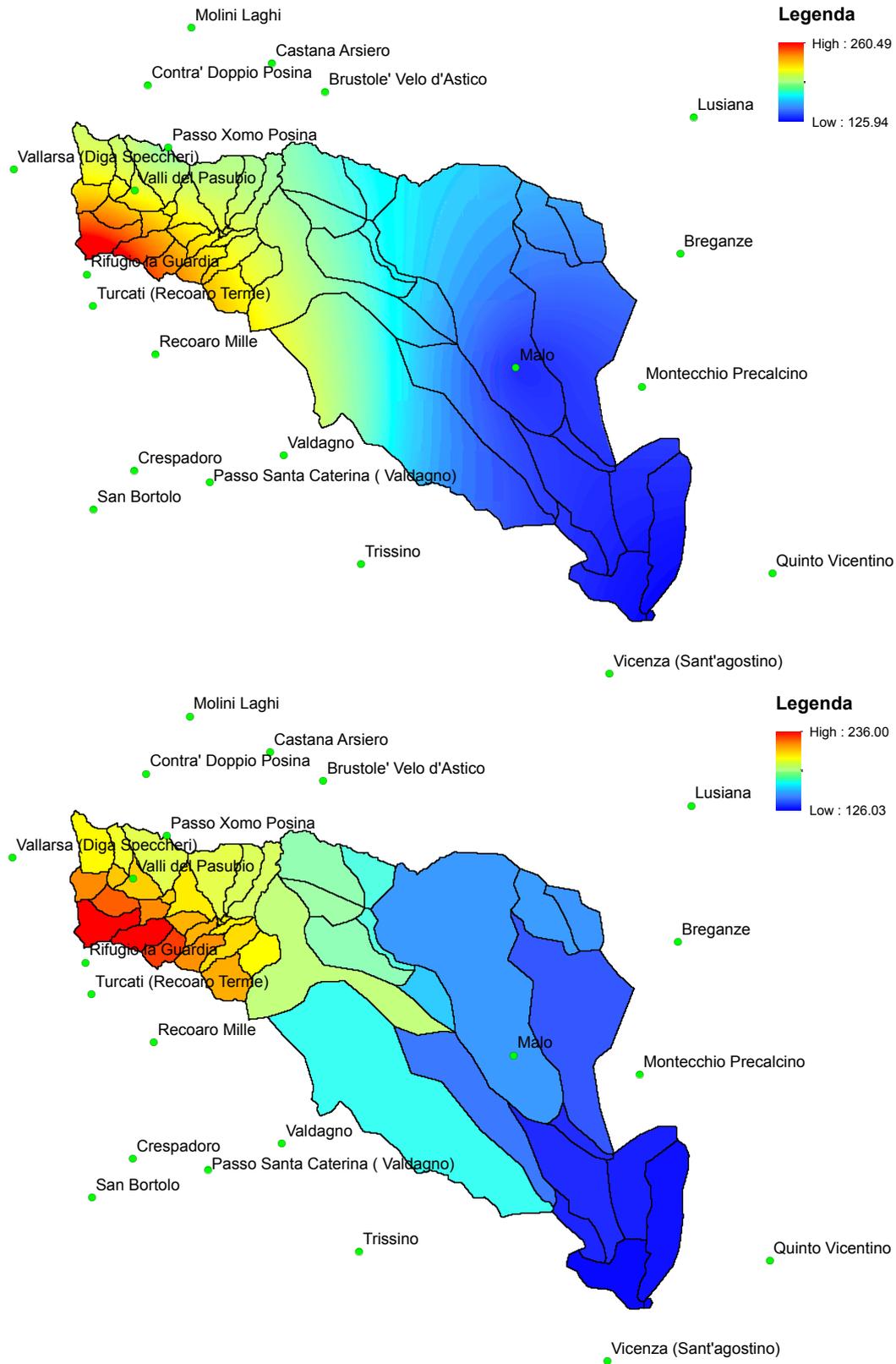


Fig. 4.6: Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2011 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)

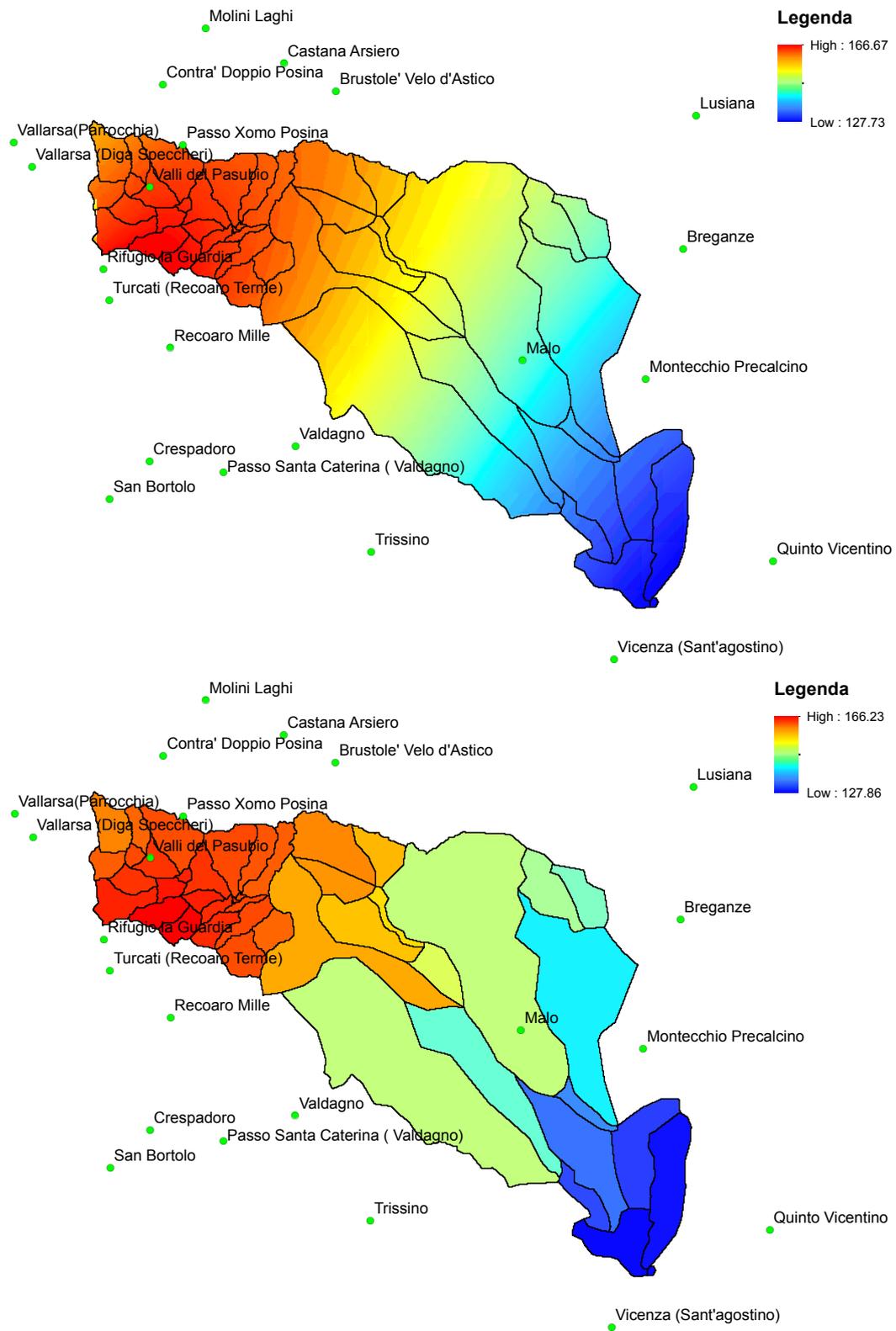


Fig. 4.7: Kriging delle precipitazioni cumulate per il primo evento del 2012 e precipitazione cumulata media su ogni sottobacino (altezze espresse in millimetri)

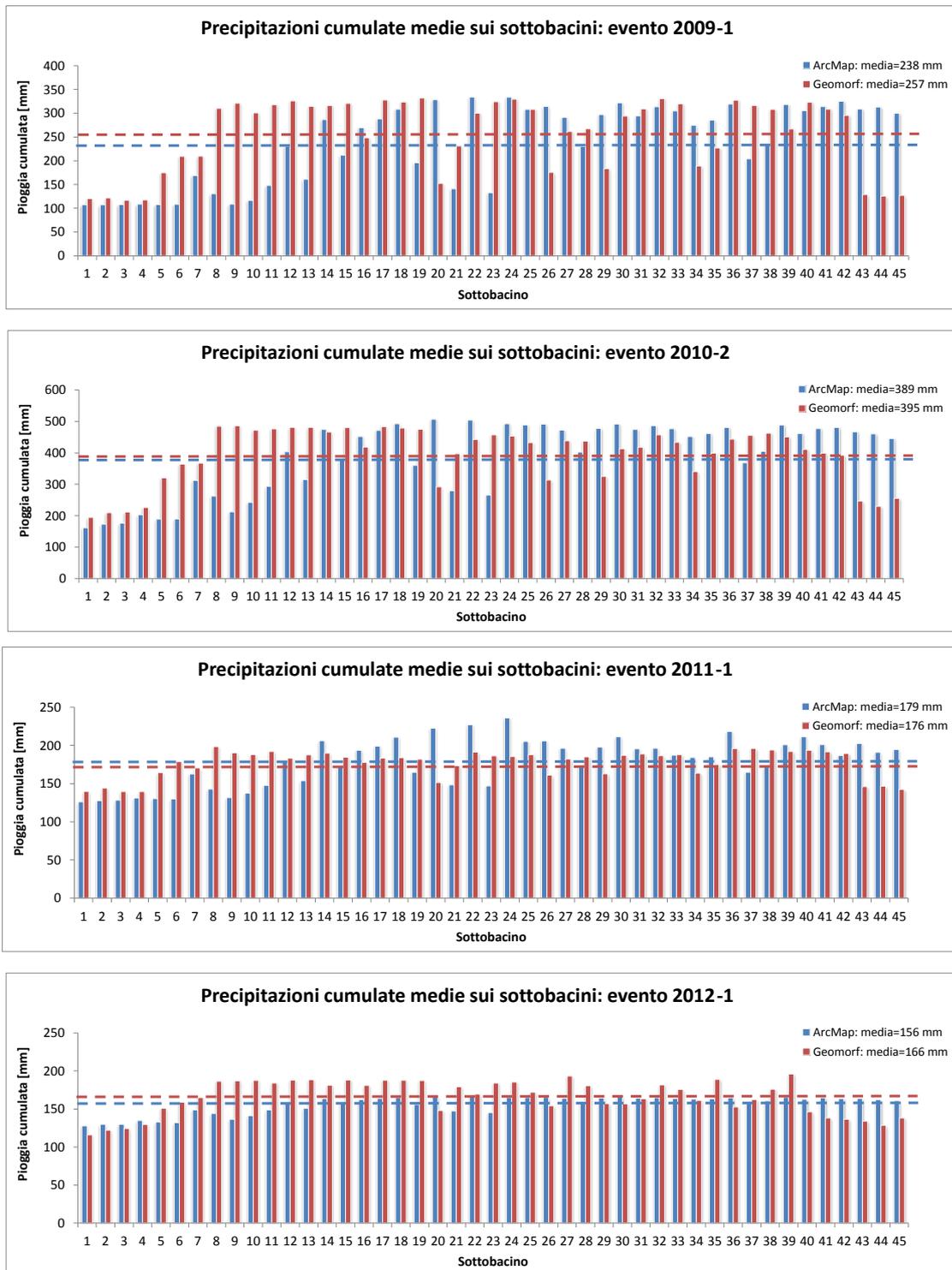


Fig. 4.8: Confronto tra le piogge cumulate medie per ogni sottobacino calcolate con ArcMap e con la matrice del modello geomorfologico J

La teoria della risposta idrologica ed il modello geomorfologico

5.1 Il bilancio idrologico

Si consideri un generico corso d'acqua e si fissi su di esso una sezione di riferimento. Si definisce *bacino idrografico*, relativo alla sezione considerata, chiamata *sezione di chiusura*, la porzione di territorio nella quale la pioggia caduta transita ed arriva alla sezione di chiusura, al netto della parte che ricarica la falda e che evapora.

Il problema fondamentale dell'idrologia è capire come il volume d'acqua che precipita al suolo si ripartisce all'interno e al di sopra di esso e come sarà l'idrogramma di piena nella sezione di chiusura.

Il *bilancio idrologico* esprime il principio di conservazione della massa e stabilisce una relazione tra i flussi idrologici relativi ad un fissato volume di controllo e la variazione della quantità d'acqua contenuta in tale volume, mentre il modello *afflussi-deflussi* permette di determinare l'idrogramma di piena in una sezione a partire dalla conoscenza della precipitazione sul territorio, applicando il bilancio idrologico associato a leggi di propagazione dell'onda all'interno dell'alveo.

Il bilancio idrologico è fortemente dipendente dalla dimensione del volume di controllo e dai tempi con cui si manifestano i fenomeni. Un bilancio a scala mondiale analizzerà eventi di durata annuale o stagionale, mentre un bilancio a scala di bacino idrografico analizzerà eventi dell'ordine delle ore o dei giorni.

Fissato un volume di controllo coincidente con una porzione di suolo, si osservano due fondamentali tipologie di fenomeni: i deflussi e gli accumuli.

1. Termini di flusso:

- flusso d'acqua dall'atmosfera alla superficie, sottoforma di pioggia o neve P ;
- flusso d'acqua al di sopra della superficie S ;
- flusso d'acqua dalla superficie del suolo all'interno del suolo, mediante infiltrazione;
- flusso d'acqua all'interno del suolo (deflusso sub-superficiale e profondo) F ;
- flusso d'acqua dalla vegetazione all'atmosfera e dal suolo all'atmosfera, nel complesso chiamato *evapotraspirazione* ET .

2. Termini di accumulo V :

- umidità del suolo;
- acqua di falda;
- acqua negli oceani;
- acqua in superficie (fiumi, laghi, etc...).

Immaginando che il volume di controllo sia inferiormente delimitato da una superficie impermeabile, il bilancio idrologico in termini generali è espresso come:

$$\frac{dV}{dt} = P(t) - S(t) - F(t) - ET(t). \quad (5.1.1)$$

È importante precisare che il bilancio idrologico è un bilancio di massa e non di volume, in quanto l'acqua si può presentare in tutte e tre le fasi, ed è quindi fortemente accoppiato al bilancio di energia. Se si volesse applicare il bilancio per un fenomeno di piena, che ha quindi la durata di qualche giorno, l'evapotraspirazione ET e i deflussi profondi F (quindi i moti di filtrazione) non intervengono all'interno del bilancio, avendo bisogno di tempi maggiori per svilupparsi. Per il singolo evento di piena, immaginando di separare il volume invasato V in volume superficiale V_s e sub-superficiale V_g , si può scrivere:

$$Q(t) = P(t) - \frac{dV}{dt} = P(t) - \frac{dV_s}{dt} - \frac{dV_g}{dt}.$$

La derivata del volume V_g rappresenta il flusso di precipitazione che si infila nel suolo e raggiunge la falda, risultando praticamente perso ai fini della formazione dell'evento. Per questo motivo si definisce *pioggia efficace* P_e la quantità:

$$P_e(t) = P(t) - \frac{dV_g}{dt}.$$

La pioggia efficace non è altro che la porzione di pioggia che concorre direttamente alla formazione della piena. L'equazione di continuità a scala di evento diventa:

$$Q(t) = P_e(t) - \frac{dV_s}{dt}. \quad (5.1.2)$$

La teoria della risposta idrologica passa quindi attraverso tre fasi fondamentali:

1. modellazione dei processi di infiltrazione e separazione dei deflussi alla superficie e all'interno del suolo;
2. modellazione della divisione delle componenti dei deflussi in superficiale, profondo e sub-superficiale;
3. modellazione del trasporto dell'onda all'interno dei siti canalizzati e l'interazione tra i rami della rete.

5.2 La separazione dei contributi di deflusso

I modelli matematici predisposti alla descrizione dei meccanismi di infiltrazione e alla redistribuzione dell'acqua, sulla superficie e nel profondo del suolo, utilizzabili in un modello idrologico sono molteplici e di diversa complessità. Un esempio molto valido è il traespiazione del modello *Topmodel* [14]. Esso si basa sulle caratteristiche topografiche e geologiche del territorio, rappresentate in digitale da *DTM* e *Shapefile*.

Il primo passo è classificare il territorio in quattro distinte categorie:

- suolo urbanizzato, completamente impermeabile;
- aree fondovalle, per le quali il software *ArcGIS* attribuisce una curvatura negativa, caratterizzata da un valore soglia (arbitrario) $\chi < -0.2$, e considerate come impermeabili;
- aree pianeggianti, individuate da un valore di curvatura (arbitrario) $-0.2 < \chi < 0.02$;
- aree spartiacque, per le quali il software *ArcGIS* attribuisce una curvatura positiva, caratterizzata da un valore soglia (arbitrario) $\chi > 0.02$.

La ripartizione dei deflussi è governata dallo *strato collaborante*. Lo strato collaborante è una porzione di suolo, caratterizzato da una certa porosità n e da un certo contenuto d'acqua s , avente uno spessore variabile in funzione della curvatura. In particolare lo spessore dello strato collaborante, valutato per ogni sottobacino, è una media pesata tra uno spessore uniforme pesato con l'area a curvatura nulla e uno spessore variabile pesato con l'area a curvatura positiva:

$$Z = \frac{Z_0 A_{cn} + Z_{cd} A_{cd}}{A_{cn} + A_{cd}}. \quad (5.2.1)$$

La relazione che lega lo spessore dello strato collaborante variabile Z_{cd} con la curvatura è descritta nel seguente schema:

- se il suolo è impermeabile lo spessore è nullo e quindi $Z = 0$
- se il suolo presenta una curvatura negativa, che avviene quando si è in presenza di un fondovalle, lo spessore è nullo e quindi $Z = 0$
- se il suolo presenta una curvatura positiva lo spessore dello strato collaborante variabile Z_{cd} , valutato per ogni sottobacino, si determina nel modo seguente:

$$Z_{cd} = \frac{Z_0}{0.2} (0.2 - \chi_{cd})$$

essendo χ_{cd} la curvatura media positiva del sottobacino. Il numero 0.2 è il massimo valore di curvatura media positiva riscontrato nell'analisi del bacino del Bacchiglione.

Il modello costruisce, a partire dal volume precipitato, quattro tipologie di deflussi, che sommati nella sezione di chiusura producono l'idrogramma di piena: urbano, superficiale, sub-superficiale e profondo. Essi vengono calcolati immaginando che siano generati da serbatoi, all'interno dei quali vale l'equazione di continuità associata ad una relazione lineare tra portata uscente e volume.

I volumi d'acqua contenuti nei diversi serbatoi vengono calcolati risolvendo i seguenti bilanci:

- deflusso superficiale dovuto a zone sature:

$$\frac{dV_{sup}}{dt} = P \cdot A_{sat} - Q_{sup}$$

dove A_{sat} indica le aree sature, P è l'intensità di pioggia che cade su A_{sat} e Q_{sup} viene espressa attraverso la relazione:

$$Q_{sup} = K_{sup} \cdot V_{sup}$$

dove K_{sup} è il coefficiente di propagazione del deflusso superficiale.

- deflusso superficiale-urbano dovuto ad aree urbane:

$$\frac{dV_{urb}}{dt} = P \cdot A_{urb} - Q_{urb}$$

dove A_{urb} indica le aree impermeabili e Q_{urb} viene espresso attraverso la relazione:

$$Q_{urb} = K_{urb} \cdot V_{urb}$$

dove K_{urb} è il coefficiente di propagazione del deflusso urbano.

- deflusso sub-superficiale:

$$\frac{dV_{sub}}{dt} = L_{sub} - Q_{sub}$$

dove Q_{sub} viene espresso attraverso la relazione:

$$Q_{sub} = K_{sub} \cdot V_{sub}$$

dove K_{sub} è il coefficiente di propagazione del deflusso sub-superficiale.

- deflusso profondo:

$$\frac{dV_{prof}}{dt} = L_{prof} - Q_{prof}$$

dove Q_{prof} viene espresso attraverso la relazione:

$$Q_{prof} = K_{prof} \cdot V_{prof}$$

dove K_{prof} è il coefficiente di propagazione del deflusso profondo.

Per poter risolvere il bilancio nel serbatoio superficiale è necessario conoscere l'area satura A_{sat} di ciascun sottobacino in funzione del contenuto medio d'acqua s . L'area satura è definita tramite la seguente relazione:

$$A_{sat} = A_{sc}s^b + A_{cu}$$

Il termine A_{sc} è la porzione di area di sottobacino su cui eseguire l'analisi dello strato collaborante:

$$A_{sc} = AA - A_{urb} - A_{cu}$$

dove AA e A_{cu} indicano rispettivamente le aree totali e le aree a curvatura negativa. Osservando i bilanci dei serbatoi si osserva come nella parte urbana e nella parte satura del territorio tutta la precipitazione sia di fatto efficace. I serbatoi sub-superficiale e profondo sono alimentati rispettivamente da un flusso L_{sub} e L_{prof} . Questi flussi sono generati eseguendo un ulteriore bilancio all'interno dello strato collaborante:

$$\frac{dV_{sc}}{dt} = (I - L - ET) \cdot A_{urb}$$

- a) V_{sc} è il volume dello strato collaborante, valutato come:

$$V_{sc} = A_{sc} \cdot n \cdot Z \cdot s \quad (5.2.2)$$

- b) I è l'intensità di pioggia efficace, valutata come:

$$I = P - P \frac{A_{sat} + A_{urb}}{AA}$$

- c) $L \cdot A_{urb}$ è il flusso in uscita dal serbatoio dello strato collaborante, valutabile mediante l'espressione:

$$L = K_0 s^c$$

K_0 è la conducibilità satura del suolo, assunta pari al prodotto tra una conducibilità satura uniforme K_c e dei particolari pesi che caratterizzano il bacino, ed c è l'esponente di Clapp e Hornberger [15]. Il flusso L alimenta i serbatoi sub-superficiale e profondo mediante la seguente ripartizione:

$$L_{sub} = \alpha \cdot L \cdot A_{sc}$$

$$L_{prof} = (1 - \alpha) \cdot L \cdot A_{sc}$$

d) $ET \cdot A_{urb}$ è il flusso di evapotraspirazione.

Per quanto riguarda il coefficiente di propagazione K , si definisce mediante le seguenti relazioni, dove il pedice m indica l'entità in esame mediata sull'intero bacino ed ogni tempo viene inserito nel modello come input:

$$K_{urb} = \frac{1}{t_{urb} \sqrt{\frac{A_{urb}}{A_{urbm}}}}$$

$$K_{sup} = \frac{1}{t_{sup} \sqrt{\frac{AA}{AA_m}}}$$

$$K_{sub} = \frac{1}{t_{sub} \sqrt{\frac{(AA - A_{urb})}{(AA - A_{urb})_m}}}$$

$$K_{prof} = \frac{1}{t_{prof} \sqrt{\frac{AA}{AA_m}}}$$

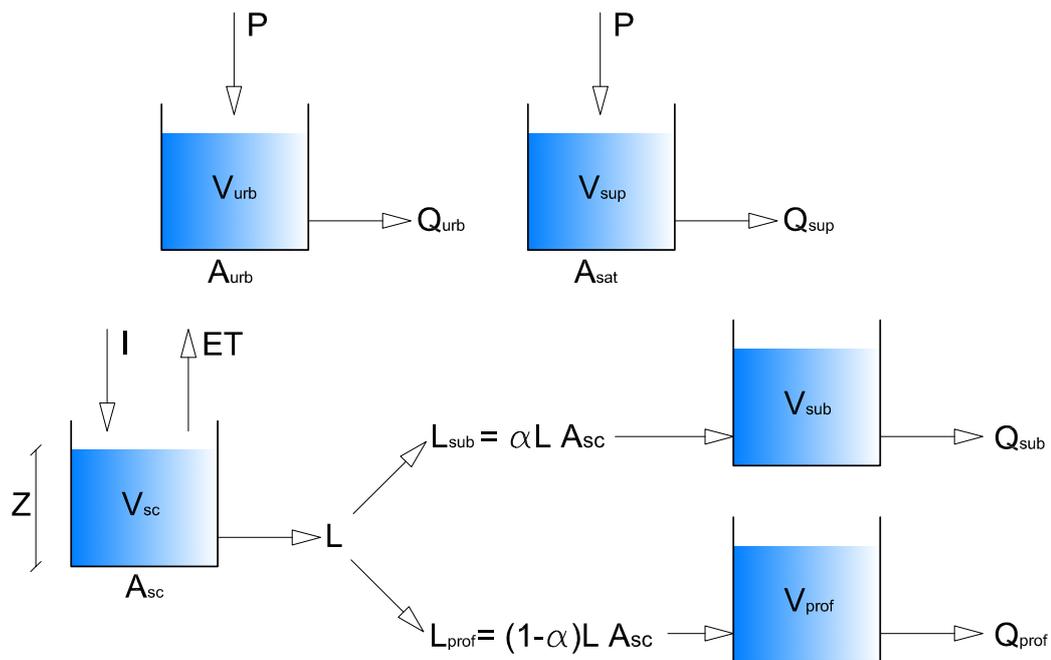


Fig. 5.1: Schema della ripartizione dei deflussi

5.2.1 Estrazione delle curvature e della conducibilità idraulica saturata

- **CURVATURE E AREE IMPERMEABILI:** La curvatura della mappa viene calcolata da un apposito algoritmo, dopo aver filtrato il raster originale. Una volta calcolata, la curvatura viene classificata secondo quanto previsto dal modello. Per le zone di curvatura positiva, bisogna calcolare la curvatura media per ogni sottobacino (Fig. 5.3), che servirà per il calcolo dello spessore dello strato collaborante. Le zone impermeabili sono invece determinate a partire dalla mappa d'uso del suolo. La distribuzione complessiva delle curvature e delle zone urbane è riportata in Fig. 5.2.

- **CONDUCEBILITÀ IDRAULICA SATURA DEL SUOLO:** La conducibilità satura di ogni sottobacino da applicare nel modello è calcolata come prodotto tra una conducibilità base, valida per l'intero bacino idrografico, ed un peso particolare, associato al singolo sottobacino. Il peso viene calcolato come rapporto tra la conducibilità idraulica satura media del sottobacino e la conducibilità satura media dell'intero bacino. Queste informazioni sono calcolabili a partire da mappe digitali che classificano la tipologia di suolo. In particolare, nell'analisi del Bacchiglione, si sono individuate le classi riportate nella tabella (5.1) classificate secondo il codice della geopedologia del Veneto, visibili anche graficamente nella Fig. 5.4.

Codice	Tipo di suolo
RC	Rilievi collinari prealpini posti al piede di massicci (calcarei marnosi, conglomerati calcarei, calcareniti, marne, argilliti): $K_s=360$ mm/h
SM-SI	Versanti rettilinei molto pendenti costituiti da rocce dolomitiche: $K_s=3.6$ mm/h
SA-PD-LB	Rilievi prealpini costituiti da rocce calcaree: $K_s=36$ mm/h
AR	Alta pianura recente, ghiaiosa e calcarea, costituita da conoidi e terrazzi dei fiumi alpini e secondariamente da piane alluvionali dei torrenti prealpini: $K_s=2800$ mm/h
AA	Alta pianura antica, ghiaiosa e calcarea, costituita da conoidi fluvioglaciali localmente terrazzati: $K_s=2800$ mm/h
BA	Bassa pianura antica, calcarea, a valle della linea delle risorgive, con modello deposizionale a dossi sabbiosi e piane alluvionali a depositi fini: $K_s=1800$ mm/h
BR	Bassa pianura recente, calcarea, a valle della linea delle risorgive, con modello deposizionale a dossi sabbiosi e piane e depressioni a depositi fini: $K_s=1800$ mm/h
BA-BR	Bassa pianura, calcarea, a valle della linea delle risorgive: $K_s=1800$ mm/h

Tab. 5.1: Tipologie di suolo individuate nel bacino del Bacchiglione

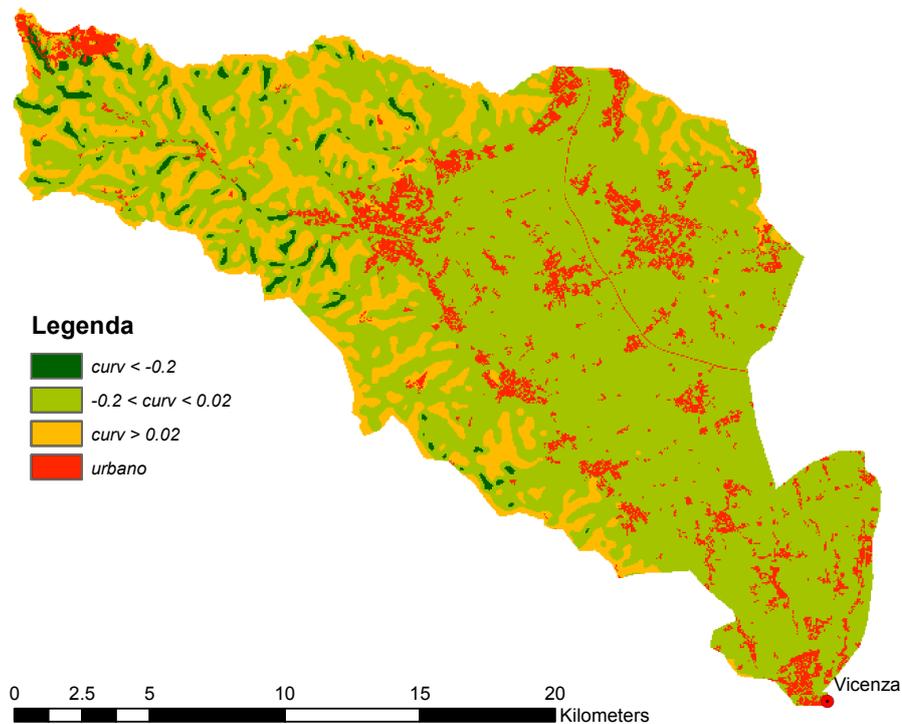


Fig. 5.2: Curvature ed aree urbane del bacino del Bacchiglione

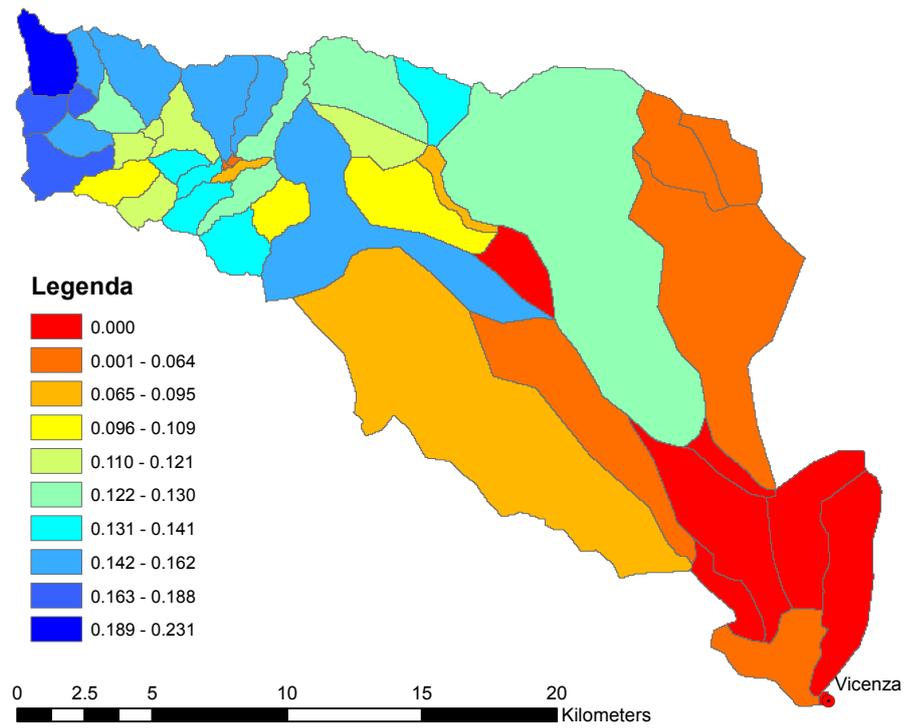


Fig. 5.3: Indicazioni sulla curvatura media positiva di ogni sottobacino

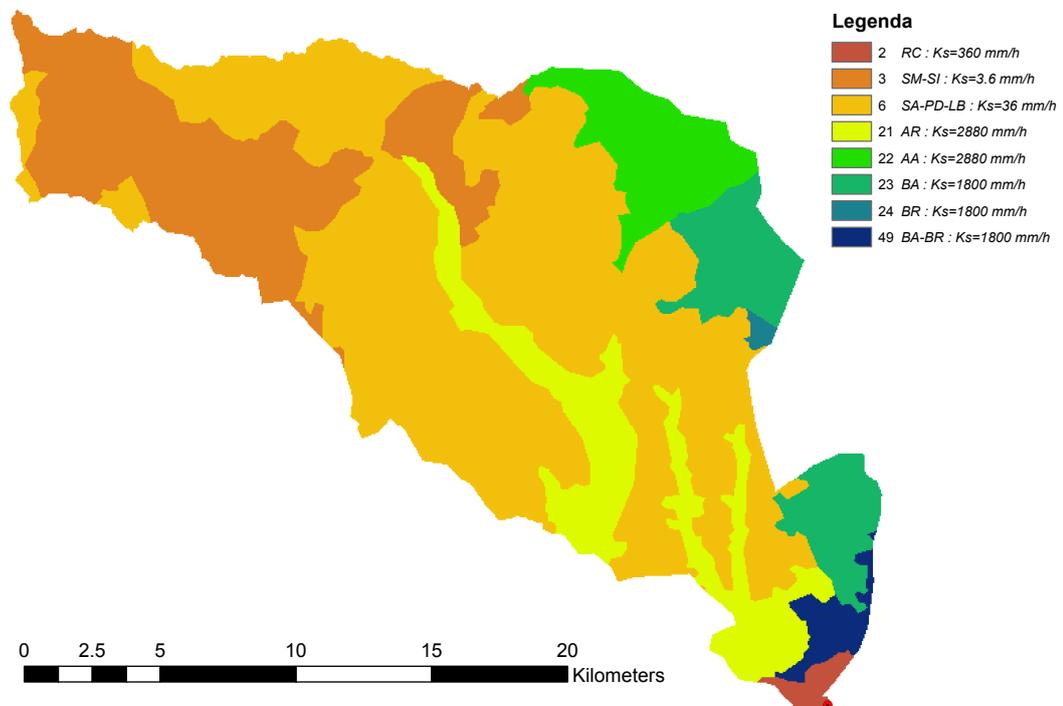


Fig. 5.4: Tipologie di suolo del bacino del Bacchiglione

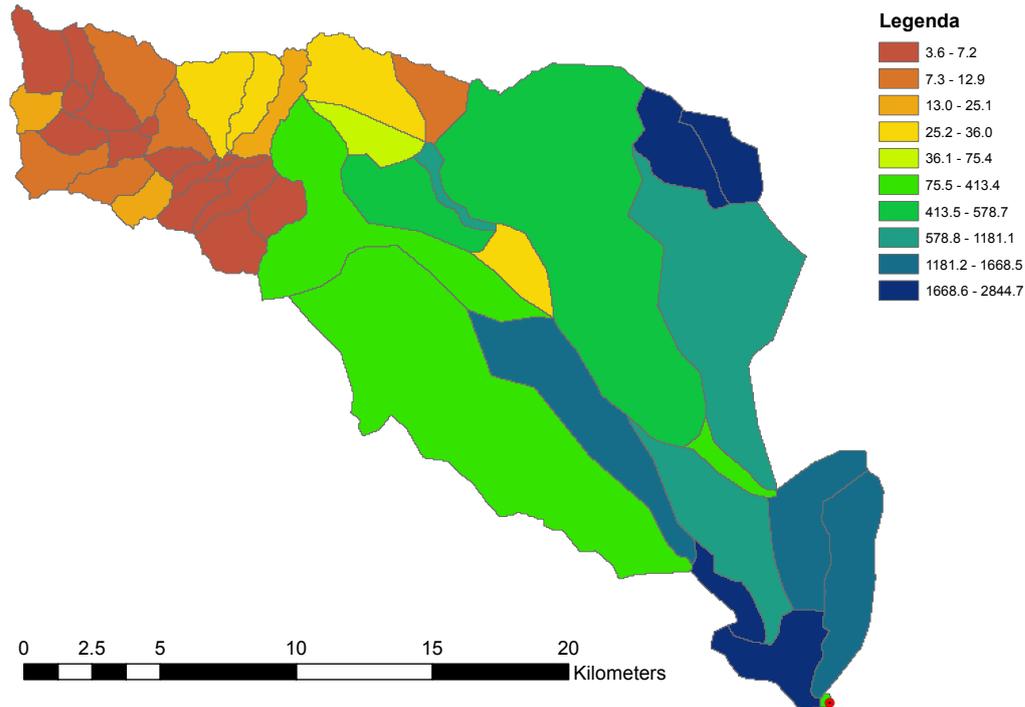


Fig. 5.5: Indicazioni sulla conducibilità idraulica media di ogni sottobacino, espressa in mm/h

5.2.2 Schema per l'implementazione del modello di ripartizione dei deflussi

Le equazioni descritte nella sezione (5.2) possono essere implementate in un programma di calcolo secondo la seguente procedura:

1. calcolo dei valori dei coefficienti di propagazione K per ogni sottobacino;
2. calcolo dello spessore Z dello strato collaborante per ogni sottobacino;
3. calcolo dell'area dello strato collaborante A_{sc} per ogni sottobacino;
4. a partire dal grado di saturazione iniziale, si calcolano le aree sature e i tutti volumi iniziali;
5. si imposta un ciclo che va da 1 a $N - 1$ istanti temporali, dove N è il numero di istanti temporali dell'analisi;
6. si determina l'area satura al tempo t in funzione del grado di saturazione valutato al tempo t ;
7. calcolo dell'intensità di pioggia I al tempo t in funzione dell'area satura al tempo t ;
8. calcolo della portata urbana e superficiale al tempo $t + 1$ in funzione dei coefficienti di propagazione e dei volumi urbano e saturo calcolati al tempo t ;
9. calcolo del volume urbano e superficiale al tempo $t + 1$ in funzione delle portate calcolate al tempo $t + 1$, scrivendo la derivata alle differenze finite;
10. calcolo del flusso L in funzione del grado di saturazione al passo t e separazione in L_{sub} ed L_{prof}

11. calcolo del volume dello strato collaborante al tempo $t + 1$ nell'equazione di bilancio, scritta alle differenze finite. Il volume al passo t viene calcolato con l'equazione (5.2.2);
12. calcolo del contenuto d'acqua al tempo $t + 1$, che si ricava dall'equazione (5.2.2), in funzione del volume V_{sc} calcolato al tempo $t + 1$;
13. calcolo della portata sub-superficiale e profonda al tempo $t + 1$ in funzione dei coefficienti di propagazione e dei volumi sub-superficiale e profondo calcolati al tempo t ;
14. calcolo del volume sub-superficiale e profondo al tempo $t + 1$ in funzione delle portate calcolate al $t + 1$, scrivendo la derivata alle differenze finite;
15. si ritorna al punto 5 aggiornando il tempo e si ripete la procedura dal punto 5 in poi, fino a quando non terminano tutti gli istanti temporali.

Al termine dell'algoritmo si ottengono una serie di matrici, dove il generico elemento $m_{i,j}$ rappresenta il valore dell'entità m (portata o volume) valutata al tempo i e per il bacino j . Serve quindi un secondo algoritmo che trasformi queste matrici in un idrogramma di piena.

5.3 I modelli di trasformazione afflussi-deflussi

Il legame esistente tra la pioggia caduta in un bacino e la portata che transita nella sua sezione di chiusura può essere considerato come una sorta di *scatola nera* e viene chiamato *operatore di trasformazione*. Nella più vasta generalità delle ipotesi, questo operatore dipende sicuramente dalle caratteristiche del bacino, ma anche dagli eventi di pioggia passati e dal tempo corrente.

Un'espressione concettuale che descriva un modello di trasformazione afflussi-deflussi è esprimibile nel seguente modo:

$$Q(t) = F(\theta, t, \tau)j(t - \tau) \quad (5.3.1)$$

- θ : è un particolare valore temporale che inizia da molto lontano e permette di considerare gli eventi precedenti;
- t : è il tempo cronologico, la cui origine è arbitraria, solitamente posta all'inizio dell'idrogramma;
- τ : è il tempo la cui origine è posta in corrispondenza di un impulso di pioggia. Tale impulso, rispetto all'idrogramma, si realizza al tempo $t - \tau$;
- $F(\theta, t, \tau)$ è l'operatore di trasformazione del modello afflussi-deflussi, nella sua forma più generale;
- $j(t - \tau)$ è lo ietogramma, ovvero l'andamento nel tempo delle intensità delle precipitazioni efficaci.

Se l'operatore F è indipendente da t si definisce *invariante e quasi stazionario* mentre se è indipendente sia da t che da θ si definisce *invariante*. Un operatore invariante comporta una risposta idrologica del bacino indipendente dal tempo. In altre parole, un impulso di pioggia genera una certa risposta che dipende solo ed esclusivamente dall'intensità dell'impulso stesso, non dal tempo in cui esso si realizza. L'ipotesi di invarianza è spesso accompagnata dall'ipotesi di *linearità*. La linearità stabilisce che sia l'intensità di

Numero sottobacino	L asta [km]	Area [kmq]	Area urb [kmq]	A cu [kmq]	A cn [kmq]	A cd [kmq]	$\bar{\chi}_{Acd}$	$\bar{K}s$ [mm/h]	PESO
1	1.761	0.175	0.090	0.000	0.085	0.000	0.000	360.000	0.504
2	1.952	8.185	1.980	0.000	6.058	0.148	0.064	2185.730	3.059
3	2.976	12.683	1.920	0.000	10.763	0.000	0.000	1668.504	2.335
4	4.221	15.735	1.953	0.000	13.783	0.000	0.000	1160.677	1.625
5	4.225	3.660	0.300	0.000	3.360	0.000	0.000	2691.566	3.767
6	5.016	11.290	0.828	0.000	10.463	0.000	0.000	1402.111	1.963
7	4.899	62.240	4.250	0.630	39.708	17.653	0.095	387.259	0.542
8	8.444	19.235	1.203	0.000	17.938	0.095	0.045	1658.344	2.321
9	7.324	2.428	0.130	0.000	2.298	0.000	0.000	413.425	0.579
10	5.637	36.065	4.063	0.000	31.363	0.640	0.042	1181.065	1.653
11	9.996	68.313	8.503	0.050	55.868	3.893	0.130	578.664	0.810
12	12.731	25.238	2.233	0.973	15.875	6.158	0.148	302.733	0.424
13	12.690	4.835	0.445	0.000	4.390	0.000	0.000	36.000	0.050
14	17.373	4.383	0.010	0.248	2.338	1.788	0.140	3.600	0.005
15	13.152	9.770	2.790	0.015	5.843	1.123	0.103	470.762	0.659
16	14.447	3.410	0.118	0.138	1.788	1.368	0.109	3.600	0.005
17	14.809	2.978	0.040	0.070	1.818	1.050	0.125	3.600	0.005
18	16.630	2.660	0.010	0.138	1.455	1.058	0.132	3.600	0.005
19	13.314	1.853	0.235	0.000	1.488	0.130	0.094	911.640	1.276
20	28.974	2.528	0.030	0.055	1.418	1.025	0.120	19.816	0.028
21	6.170	7.425	0.345	0.000	4.943	2.138	0.064	2844.727	3.982
22	28.824	3.270	0.080	0.043	1.800	1.348	0.104	12.047	0.017
23	8.516	5.185	0.355	0.000	3.708	1.123	0.055	2632.131	3.684
24	31.097	4.633	0.013	0.180	2.718	1.723	0.167	11.066	0.015
25	26.177	1.160	0.018	0.053	0.523	0.568	0.133	3.600	0.005
26	26.660	1.575	0.053	0.168	0.653	0.703	0.141	3.600	0.005
27	19.643	0.805	0.040	0.000	0.420	0.345	0.095	3.600	0.005
28	14.221	4.670	0.065	0.075	2.860	1.670	0.118	75.405	0.106
29	20.950	0.078	0.003	0.000	0.060	0.015	0.052	3.600	0.005
30	29.978	1.533	0.028	0.008	0.883	0.615	0.121	3.600	0.005
31	27.963	0.135	0.000	0.000	0.105	0.030	0.054	3.600	0.005
32	27.605	3.598	0.168	0.160	1.695	1.575	0.119	9.094	0.013
33	25.056	6.305	0.003	0.298	3.553	2.453	0.151	31.259	0.044
34	38.369	3.858	0.018	0.023	2.260	1.558	0.126	25.123	0.035
35	36.151	3.470	0.025	0.228	1.868	1.350	0.159	34.249	0.048
36	42.167	2.525	0.028	0.195	1.308	0.995	0.146	3.600	0.005
37	17.209	4.690	0.013	0.005	3.048	1.625	0.134	12.857	0.018
38	23.035	9.830	0.065	0.360	5.333	4.073	0.127	30.974	0.043
39	47.486	0.433	0.020	0.000	0.260	0.153	0.116	3.600	0.005
40	65.445	2.303	0.000	0.315	1.185	0.803	0.188	23.019	0.032
41	53.187	2.700	0.110	0.000	1.580	1.010	0.128	3.600	0.005
42	49.782	6.253	0.725	0.395	2.955	2.178	0.148	12.552	0.018
43	59.861	0.928	0.000	0.223	0.295	0.410	0.182	3.600	0.005
44	57.667	1.995	0.703	0.175	0.680	0.438	0.162	3.600	0.005
45	60.443	4.585	1.075	0.583	1.653	1.275	0.231	7.239	0.010

Tab. 5.2: Tabella riassuntiva delle aree, delle curvature e delle conducibilità idrauliche sature relative al bacino del Bacchiglione

pioggia che l'idrogramma possono essere scritti come combinazioni lineari, mantenendo gli stessi coefficienti:

$$j(t) = \sum_i c_i j_i(t)$$

$$Q(t) = \sum_i c_i Q_i(t).$$

Le ipotesi di invarianza e linearità sono molto vantaggiose, in quanto tutti gli effetti non lineari del processo possono essere “trasferiti” solo nello ietogramma, lasciando che il bacino risponda di conseguenza. In questo modo si può dimostrare che l'espressione (5.3.1) viene formalizzata come:

$$Q(t) = S \int_0^{\infty} u(t) j(t - \tau) d\tau = S(u * j) \quad (5.3.2)$$

- S : Superficie complessiva del bacino idrografico;
- j : Intensità della precipitazione efficace agente sull'intera superficie S ;
- u : È una particolare funzione chiamata *idrogramma unitario istantaneo*. Esso corrisponde ad un idrogramma di piena prodotto da un impulso di pioggia di intensità unitaria iniettato istantaneamente in modo uniforme su tutto il bacino. Dimensionalmente è il reciproco di un tempo.

L'integrale espresso nell'equazione (5.3.2) si chiama *integrale di convoluzione*. In base alla scelta della funzione u si ottengono diversi modelli afflussi-deflussi, che negli anni si sono sempre più migliorati con l'obiettivo di riprodurre una realtà fisica accurata e legata alla vera morfologia dell'alveo, piuttosto che ad un'analisi empirica globale basata su pochi parametri.

Si osserva che la definizione stessa di idrogramma unitario istantaneo necessita che l'altezza di precipitazione sia costante nello spazio per tutto l'evento esaminato. In altre parole gli impulsi di pioggia variano nel tempo ma sono sempre agenti in modo uniformemente distribuito nello spazio. Questo è vero da un punto di vista fisico solo se la dimensione della perturbazione è molto maggiore della dimensione del bacino. Nella realtà questo fatto spesso non si verifica. In questo caso si suddivide il bacino in sottobacini e si applica l'equazione (5.3.2) per ogni sottobacino, sovrapponendo poi i risultati.

Se si volesse implementare numericamente l'integrale di convoluzione, a partire da un vettore con le intensità di pioggia ed uno con l'andamento dell'idrogramma unitario istantaneo, si scriverebbe la *sommatoria di convoluzione*:

$$Q_n = S \sum_{m=1}^{n \leq M} u_n j_{n-m+1}. \quad (5.3.3)$$

5.4 L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico

Il modello geomorfologico consente di determinare la teoria della risposta idrologica di un bacino a partire unicamente dalle sue caratteristiche morfologiche, le quali possono essere attualmente desunte da *DTM* o da altri tipi di mappe digitali, costantemente aggiornate. Questo modello tratta, con speciali modalità concettuali ed operative, la sorte di ogni singola particella di pioggia che cade nel bacino in funzione del punto di impatto e del percorso che essa deve seguire per giungere alla sezione terminale. Appare evidente come

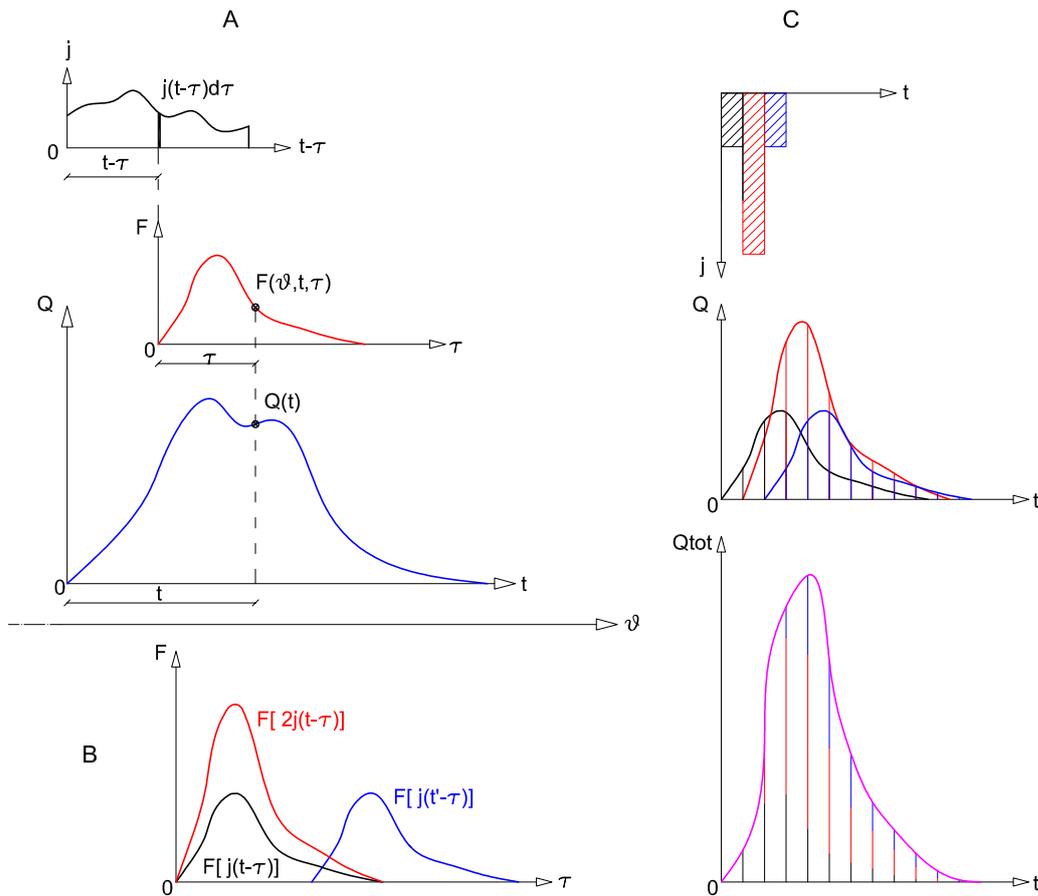


Fig. 5.6: A: Rappresentazione grafica dei termini dell'equazione (5.3.2). B: Concetto di invarianza e linearità. C: Schema semplificato di una convoluzione. Ogni impulso genera un proprio idrogramma di piena, il quale si somma agli altri idrogrammi, tenendo conto dello sfasamento temporale con cui essi avvengono

non sia praticabile una trattazione deterministica di questo fenomeno, date le molteplicità delle situazioni che caratterizzano il percorso della particella e la complessità morfologica di qualunque bacino idrografico, anche se di limitata estensione [16]. La soluzione deve quindi essere ricercata seguendo un approccio di tipo stocastico, cercando di specificare delle grandezze probabilistiche da associare ad ogni percorso possibile. Tali grandezze sono a loro volta fortemente dipendenti dal livello di dettaglio della rete e della descrizione morfologica del bacino, in altre parole dalla *scala* impiegata.

Si considerino N particelle d'acqua di egual volume v_0 iniettate istantaneamente ed in modo spazialmente uniforme nel bacino all'istante $t = 0$. Il volume complessivo invasato all'istante generico t si scrive come:

$$V(t) = v_0 \sum_{i=1}^N I_i(T_{ri}). \quad (5.4.1)$$

T_{ri} è il tempo di residenza dell' i -esima particella all'interno del bacino, che dipende dalla posizione in cui la particella viene iniettata, e I_i è una *funzione indicatrice* tale per cui:

- se $t \leq T_{ri}$ allora $I_i = 1$;
- se $t > T_{ri}$ allora $I_i = 0$.

In altre parole, se nell'istante t la particella è ancora dentro al bacino significa che il suo tempo di residenza è maggiore di t e quindi il suo volume v_0 viene contato, altrimenti no. Se il numero di particelle N è sufficientemente elevato, il modello è in grado di campionare tutti i possibili percorsi all'interno del bacino. Il tempo di residenza T_r diventa una variabile aleatoria, descritta da una propria funzione di densità di probabilità di probabilità cumulata di non superamento. Lo stesso concetto si avrebbe immaginando di iniettare una pioggia di altezza h in modo uniforme su tutto il bacino, che sicuramente campiona tutti i possibili percorsi. L'equazione (5.4.1) in questo caso si scrive in forma integrale:

$$V(t) = \int_0^\infty I(t_r)hSf(t_r)dt_r = \int_0^t I(t_r)hSf(t_r)dt_r + \int_t^\infty I(t_r)hSf(t_r)dt_r. \quad (5.4.2)$$

Il prodotto $hSf(t_r)dt_r$ indica la porzione di volume piovuto caratterizzata dall'aver un tempo di residenza compreso tra $[t_r : t_r + dt_r]$. Inoltre, fissato un generico istante t , tutti i tempi di residenza inferiori ad esso comportano l'annullarsi della funzione indicatrice, mentre per tempi di residenza superiori la funzione indicatrice vale 1. L'equazione (5.4.2) diventa:

$$V(t) = Sh \int_t^\infty f(t_r)dt_r = ShP[T_r \geq t]. \quad (5.4.3)$$

Il significato espresso dall'equazione (5.4.3) è evidente: il volume d'acqua presente nel bacino al tempo t è la frazione P del volume totale istantaneamente iniettato che al tempo t soggiorna ancora dentro al bacino stesso.

Si consideri ora l'equazione di continuità del bacino, associata all'equazione (5.4.3):

$$\frac{dV}{dt} = -Q(t) = Sh \frac{d}{dt} P[T_r \geq t] = -Sh \frac{d}{dt} P[T_r \leq t] = -Sh \frac{dF}{dt} = -Shf(t). \quad (5.4.4)$$

Se il volume iniettato, pari a Sh , fosse unitario, la portata in uscita dal serbatoio sarebbe per definizione l'idrogramma unitario istantaneo $u(t)$, e l'equazione (5.4.4) diventa:

$$u(t) = f(t). \quad (5.4.5)$$

L'idrogramma unitario istantaneo coincide con la funzione densità di probabilità associata alla distribuzione dei tempi di residenza delle particelle dentro al bacino.

Questo risultato è importantissimo, poichè stabilisce che per ottenere l'idrogramma unitario istantaneo basterà identificare la funzione $f(t)$, che sarà a sua volta legata ai diversi percorsi che una particella può compiere all'interno del bacino.

5.4.1 Analisi dei possibili percorsi di una particella liquida

I percorsi che una particella d'acqua può compiere si possono classificare in due gradi *stati*: lo stato *versante (overland)*, che rappresenta il percorso da un punto generico del bacino fino ad un corso d'acqua, e lo stato *canale* che rappresenta la propagazione della particella lungo la rete idrica. Il tempo di residenza nel bacino è una variabile aleatoria, che quindi si può esprimere come somma degli altri due tempi, anch'essi variabili aleatorie mutuamente indipendenti:

$$t_r = t_{ro} + t_{rc}.$$

Nel sezione (3.1.5) è stato dimostrato come la densità di probabilità associata alla somma sia la convoluzione delle densità di probabilità dei singoli termini:

$$f(t) = f_o(t) * f_c(t) = \int_0^t f_o(t - \tau) f_c(\tau) d\tau = \int_0^t f_o(\tau) f_c(t - \tau) d\tau \quad (5.4.6)$$

L'equazione (5.4.6) vale per un percorso composto da un tratto lungo il versante ed un tratto lungo un singolo canale. Nella realtà un bacino idrografico presenta diversi corsi d'acqua, ciascuno dei quali raggiunge prima o poi l'asta principale. Bisogna quindi individuare all'intero del bacino degli stati, dalla cui composizione si ottengono tutti i possibili percorsi attraverso i quali le particelle d'acqua transitano. Ciò che stabilisce il numero dei percorsi possibili è l'ordine di Strahler. Nell'esempio riportato in Fig. 5.7 si osservano quattro possibili percorsi, e la densità di probabilità di ciascuno di essi si esprime con l'equazione (5.4.6):

$$p1 : f_1(t) = f_{o1} * f_{c1} * f_{c2} * f_{c3};$$

$$p2 : f_2(t) = f_{o1} * f_{c1} * f_{c3};$$

$$p3 : f_3(t) = f_{o2} * f_{c2} * f_{c3};$$

$$p4 : f_4(t) = f_{o3} * f_{c3}.$$

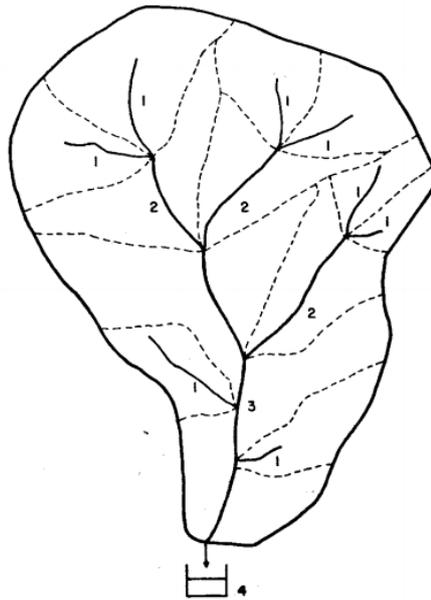


Fig. 5.7: Generico bacino di ordine $\Omega = 3$ con uno stato aggiuntivo relativo alla sezione di chiusura [17]

Le regole per la determinazione dei percorsi sono molto semplici: ciascuno stato versante drena solamente verso il corrispondente stato canale, ciascuno stato canale drena solamente nel successivo stato canale e la sezione di chiusura è una barriera assorbente di ordine $\Omega + 1$. Inoltre si considera sempre che le particelle di pioggia inizialmente siano posizionate in uno stato versante [17]; questo significa trascurare la pioggia che cade direttamente al di sopra dei corsi d'acqua, scelta giustificata dal fatto che la superficie dei corsi d'acqua è nella maggior parte dei casi molto inferiore rispetto a quella della parte restante di bacino.

Per ottenere la densità di probabilità relativa al tempo di residenza complessivo bisognerà sommare ogni densità di probabilità associata ad un percorso pesata con la probabilità che la particella compia quel percorso specifico. Chiamando γ il generico percorso,

$x_\omega \rightarrow \dots \rightarrow x_\Omega$ la successione di stati che formano γ , Γ l'insieme di tutti i possibili percorsi e f_{x_i} la densità di probabilità all'interno dello stato x_i si ottiene:

$$f(t) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) (f_{x_\omega} * \dots * f_{x_\Omega})(t). \quad (5.4.7)$$

L'equazione mostra come un impulso di pioggia iniettato istantaneamente su tutto il bacino transiti nella sezione di chiusura "diluito" nel tempo, in virtù di una dispersione operata dalla geomorfologia del bacino. Solitamente il peso $p(\gamma)$ si calcola come rapporto tra l'area afferente al percorso γ e l'area totale del bacino.

5.4.2 La densità di probabilità relativa al tempo di residenza nello stato versante

La densità di probabilità relativa al tempo di residenza nello stato versante, che fa capo al percorso generico γ , viene espressa solitamente mediante una funzione esponenziale:

$$f_{o\gamma}(t) = \frac{1}{k_\gamma} e^{-\frac{t}{k_\gamma}}. \quad (5.4.8)$$

Per questo tipo di distribuzione, media e deviazione standard (la radice quadrata della varianza) coincidono e sono pari al valore del parametro k_γ .

5.4.3 La densità di probabilità relativa al tempo di residenza nello stato canale

All'interno di ogni singolo tratto di canale avvengono processi di natura idraulica che producono una dispersione ulteriore rispetto a quella geomorfologica. In un generico tratto di corso d'acqua, lungo L , il campo delle velocità può essere considerato come composto da due elementi: il valore medio della velocità ed il termine pulsante, che genera un casuale scostamento dal valor medio:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t). \quad (5.4.9)$$

Il termine pulsante ha la caratteristica di possedere un valor medio nullo. Integrando l'equazione (5.4.9) si ottiene al tempo t la posizione della particella $\mathbf{x}(t)$ che precedentemente si trovava nella posizione \mathbf{x}_0 al tempo $t = 0$:

$$\mathbf{x}(t) = \langle \mathbf{u} \rangle t + \int_0^t \mathbf{u}'(\mathbf{x}(\tau), \tau) d\tau + \mathbf{x}_0 = \langle \mathbf{x} \rangle + \mathbf{x}'(t) + \mathbf{x}_0. \quad (5.4.10)$$

La componente $\mathbf{x}'(t)$ non può essere descritta da relazioni deterministiche, ed è quindi necessario utilizzare un approccio probabilistico.

Indicando con x la coordinata intrinseca, parallela in ogni sezione al vettore velocità media, sia $g(x, t)dx$ la probabilità che una generica particella, rilasciata nella sezione x_0 al tempo $t = 0$, si trovi al tempo t nell'intorno di $[x, x + dx]$. La probabilità che tale particella si trovi al tempo t dentro al tronco di canale, e quindi che il suo tempo di residenza T_r sia maggiore di t , è:

$$P[T_r \geq t] = \int_0^L g(x, t) dx = 1 - P[T_r \leq t] = 1 - F(t).$$

La densità di probabilità del tempo di residenza all'interno del generico tronco è dunque:

$$f(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^L g(x, t) dx. \quad (5.4.11)$$

Ricordando la definizione di idrogramma unitario istantaneo (5.4.5), che quindi implica un volume di pioggia iniettato unitario, associata all'equazione di bilancio dei serbatoi, si ottiene:

$$f(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^L g(x, t) dx = u(t) = -\frac{dV}{dt}$$

ovvero:

$$V = \int_0^L g(x, t) dx = P[T_r \geq t]. \quad (5.4.12)$$

L'equazione (5.4.12) stabilisce che il volume d'acqua contenuto all'interno del tronco generico di lunghezza L al tempo t è uguale all'integrale nello spazio della probabilità che il tempo di residenza della particella sia maggiore del tempo t . D'altra parte il volume, da un punto di vista geometrico, è proporzionale all'integrale nello spazio del livello liquido $y(x, t)$. Per questo motivo si può scrivere:

$$y(x, t) \propto g(x, t). \quad (5.4.13)$$

Questa proporzionalità indica l'esistenza di un legame tra le equazioni che governano il moto del fluido e la densità di probabilità dei tempi di residenza. Il livello $y(x, t)$ si calcola a partire dalle equazioni che governano il moto d'acqua dentro ai canali, che nel caso di corrente monodimensionale a moto vario, sono l'equazione di continuità e l'equazione di De Saint Venant:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial x} U + i_f - j. \end{cases} \quad (5.4.14)$$

L'equazione di De Saint Venant viene spesso modificata a seconda del grado di complessità che si vuole adottare per la modellazione dell'onda di piena. Un particolare modello impiegato di frequente in ambito idraulico è il *modello parabolico*. Si ottiene a partire dal sistema (5.4.14) trascurando nella seconda equazione i termini di accelerazione temporale e convettiva ed ipotizzando una sezione rettangolare:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x} = i_f - j. \end{cases} \quad (5.4.15)$$

La portata liquida dipende dal livello $y(x, t)$ e dalla pendenza della linea dell'energia j . I singoli termini dell'equazione (5.4.15) possono essere scritti come segue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x} &= \frac{\partial Q}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial j}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A} B \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial j} \frac{\partial j}{\partial x}; \\ \frac{\partial j}{\partial x} &= -\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

Inserendo la seconda equazione nella prima e riscrivendo l'equazione di continuità si ottiene il modello dell'onda parabolico:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + a \frac{\partial y}{\partial x} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (5.4.16)$$

Il termine a è la celerità di propagazione dell'onda di piena, mentre il termine D_H si chiama *dispersione idrodinamica*. La soluzione del modello parabolico, associata all'equazione di proporzionalità (5.4.13) e alla relazione (5.4.11), permette di ottenere in definitiva

la densità di probabilità della variabile aleatoria tempo di residenza all'interno di un canale rettangolare di lunghezza L :

$$f_c(t) = \frac{L}{\sqrt{4\pi D_H}} t^{-3/2} \exp \left[-\frac{(L - at)^2}{4D_H t} \right]. \quad (5.4.17)$$

La dimostrazione dell'equazione (5.4.17) passa attraverso la trasformata di Laplace, ed è riportata in *Appendice A*.

A questo punto è possibile esplicitare l'equazione (5.4.7), ottenendo *l'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico*:

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_H}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) \left\{ f_o(t) * L(\gamma) t^{3/2} \exp \left[-\frac{(L(\gamma) - at)^2}{4D_H t} \right] \right\}. \quad (5.4.18)$$

Applicazione del modello geomorfologico per gli eventi di piena

6.1 Generalità sul modello

Gli eventi di piena descritti nel capitolo 3 sono stati ricostruiti mediante l'utilizzo di un modello geomorfologico scritto con il linguaggio di programmazione *Matlab*. Il modello per poter correttamente funzionare necessita di una serie di file in input, riportati in *Appendice B*. Il processo di evapotraspirazione non viene considerato. Per poter preparare gli input si sono applicate le seguenti operazioni:

1. Creazione del bacino idrografico oggetto di studio, estrazione della sua rete idrografica e dei sottobacini;
2. Raccolta dei dati idrologici e scelta degli eventi di piena da esaminare;
3. Interpolazione geostatistica mediante Kriging dei dati pluviometrici di ogni evento. In output sono state prodotte delle matrici contenenti l'intensità di pioggia uniforme per ogni sottobacino e per ogni istante temporale, che saranno utilizzate come input per il modello geomorfologico;
4. Analisi delle curvature del territorio e della conducibilità idraulica. Successiva costruzione della matrice contenente informazioni sulla geo-morfologia del bacino.
5. Modifica al modello originale mediante l'inserimento della dispersione operata dall'alveo secondo l'equazione (1.3.1).

Il primo passo consiste nel scegliere un evento di piena di partenza da analizzare e applicare il modello utilizzando dei parametri che siano fisicamente basati (anche se per il momento non ancora corretti), in modo da ottenere una prima verosimile modellazione. Nel caso in esame è stato scelto il primo evento del 2012, che va dalla mezzanotte del 9 novembre alle 23.00 del 15 novembre.

Successivamente si esegue l'analisi di sensibilità, applicando più volte il modello variando di volta in volta un singolo parametro e tenendo costanti gli altri, in modo da osservare gli effetti dei singoli parametri.

Una volta compresa l'importanza e gli effetti dei parametri si procede con la calibrazione del modello, che consiste nel far variare i parametri fino a quando l'onda di piena riprodotta dal modello sia il più fedele possibile all'idrogramma di piena misurato. Un buon indicatore della bontà della calibrazione è il punteggio di *Nash-Sutcliffe*, che si basa sulla varianza campionaria dell'errore:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^T (Q_{t,mod} - Q_{t,mis})^2.$$

$Q_{t,mod}$ è la portata modellata al tempo generico t e $Q_{t,mis}$ è la portata misurata nello stesso istante. Il punteggio di Nash-Sutcliffe è calcolato come il complemento ad uno del rapporto tra la varianza dell'errore e la varianza delle portate misurate:

$$E = 1 - \frac{\sigma_e^2}{\sigma_{mis}^2}. \quad (6.1.1)$$

Un modello che si adatti perfettamente alle osservazioni avrebbe $E = 1$, ma nella pratica ci si accontenta di un valore di E che sia più vicino possibile all'unità. Una volta ultimata la calibrazione si passa alla validazione del modello, cioè si mantengono fissi i parametri determinati e si applica il modello ad altri eventi di piena. Il modello dovrebbe adattarsi bene anche agli altri eventi, in caso contrario bisogna identificare la presenza di errori, correggerli e rieseguire la procedura.

6.2 Il bilancio idrologico del modello

Il modello geomorfologico ha sempre un bilancio idrologico chiuso. Tutto il volume precipitato transiterà attraverso la sezione di chiusura, con tempi più o meno lunghi a seconda dei parametri adottati. L'analisi degli eventi di piena è però limitata nel tempo, di conseguenza nel bilancio bisognerà tenere in considerazione i volumi d'acqua che in quel momento sono invasati nel bacino (si può fare riferimento alla figura Fig. 5.1).

L'equazione che governa il bilancio idrologico, valutata tra il tempo 0 ed il tempo generico t ed assumendo che la precipitazione sia esaurita in un tempo precedente a t , può essere espressa nel seguente modo:

$$V_{pio} = \int_0^t Q dt + \Delta V_{urb} + \Delta V_{sup} + \Delta V_{sub} + \Delta V_{prof} + \Delta V_{sc}. \quad (6.2.1)$$

Q è la portata che transita attraverso la sezione di chiusura, mentre il simbolo Δ indica la differenza dell'entità valutata tra il tempo t ed il tempo 0. Se il tempo t è sufficientemente grande i valori Δ tendono ad annullarsi e l'integrale dell'idrogramma tende ad eguagliare il volume piovuto.

Il bilancio idrologico è applicato al primo evento di piena del 2012 e fornisce i seguenti risultati:

Durata evento (2012-2) (ore)	168
V piovuto complessivo (mc)	6.533E+07
V idrogramma di piena (mc)	3.315E+07
ΔV urbano (mc)	6.991E+03
ΔV superficiale (mc)	2.181E+05
ΔV sub-superficiale (mc)	3.983E+06
ΔV profondo (mc)	1.661E+07
ΔV strato collaborante (mc)	1.301E+07
Bilancio (mc)	-1.659E+06

Tab. 6.1: Bilancio idrologico del modello geomorfologico applicato al primo evento del 2012

Matematicamente il bilancio non chiude a zero, ma la differenza è di un ordine di grandezza inferiore rispetto ai volumi in gioco più significativi. La sottrazione di portata che simula la dispersione del corso d'acqua non è applicata in questo bilancio, per cui l'idrogramma di piena è al lordo della dispersione.

6.3 L'analisi di sensibilità del modello

L'analisi di sensibilità si svolge su quindici parametri diversi, due dei quali, il contenuto d'acqua iniziale ed il livello iniziale nel profondo, possono essere modificati per ogni singolo evento di piena esaminato, in quanto costituiscono una condizione iniziale del sistema, mentre gli altri una volta calibrati non possono più essere modificati. Le entità che entrano in gioco sono descritte nel paragrafo (5.2).

Si riportano di seguito l'analisi di ogni singolo parametro, con alla fine i rispettivi grafici, precisando fin da subito che gli unici parametri che influenzano il deflusso urbano sono la celerità di propagazione dell'onda e il tempo di residenza medio urbano. Per questo motivo non verrà menzionato nell'analisi degli altri parametri.

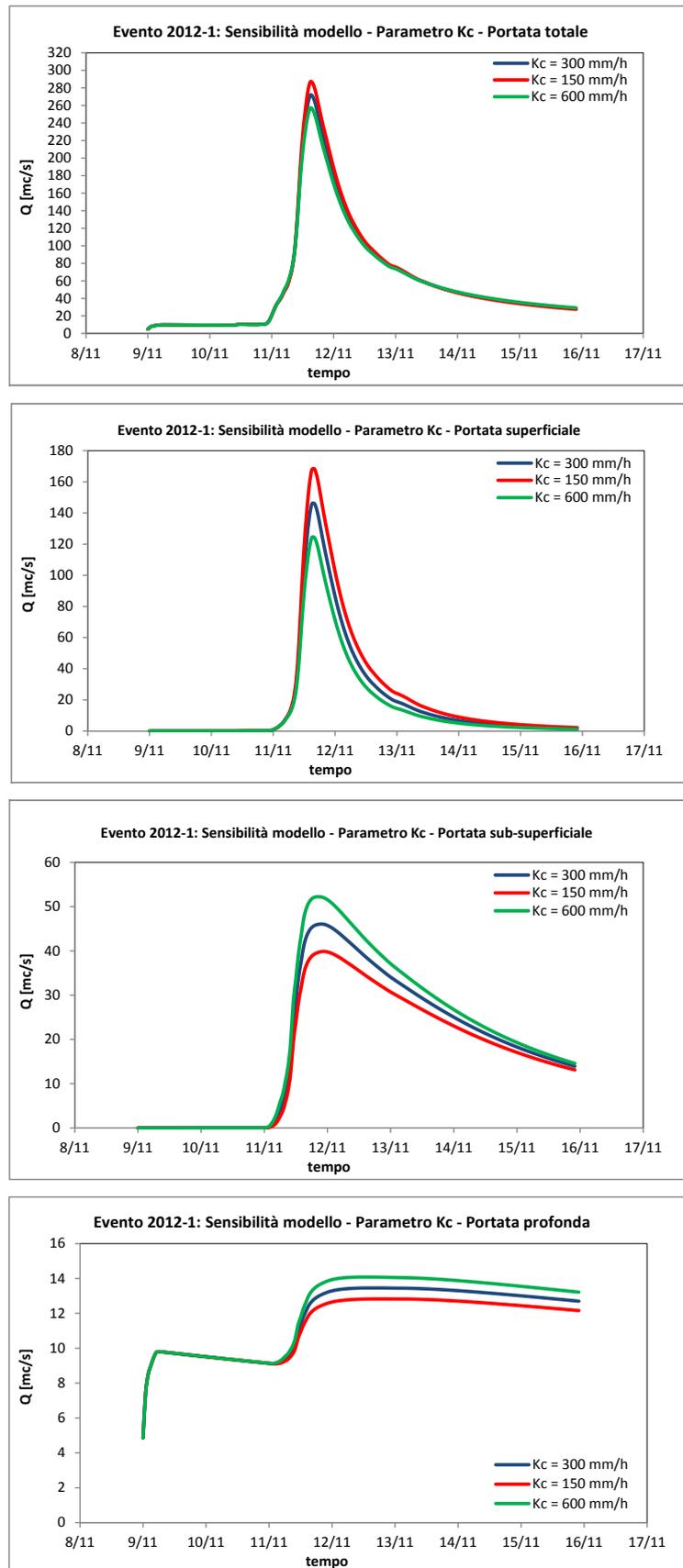
- Conducibilità idraulica satura K_c : questo parametro, moltiplicato per i pesi relativi ad ogni sottobacino, è direttamente legato alla portata liquida L in uscita dallo strato collaborante e in entrata sui volumi sub-superficiale e profondo. Al crescere di K_c cresce L , quindi crescono contemporaneamente sia Q_{sub} e Q_{prof} , e si abbassa il volume d'acqua nello strato collaborante. Questo comporta un abbassamento del livello di saturazione dello strato stesso ed una conseguente perdita di aree sature e quindi di Q_{sup} . Essendo il volume superficiale maggiore di quello degli strati inferiori, il modello è più sensibile ad un abbassamento di K_s rispetto che ad un suo aumento. Infatti si osserva, a livello globale, come l'onda di piena venga amplificata al diminuire di K_s , sia in termini di portata massima che in termini di volume d'acqua. Si osserva inoltre come l'istante in cui si realizza il colmo di piena non venga modificato. Un ordine di grandezza accettabile per K_c è di 10^2 , 10^3 mm/h (Fig. 6.1)
- Celerità di propagazione dell'onda di piena a : la celerità di propagazione interviene nella valutazione dell'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico. Una sua variazione si ripercuote su tutte le portate in gioco, modificando però solo la forma degli idrogrammi ma non i volumi. Al crescere della celerità l'onda di piena realizza un colmo più elevato e sempre più anticipato. Gli effetti sono visibili soprattutto a livello urbano e superficiale, molto meno nel sub-superficiale e nel profondo. Un ordine di grandezza accettabile per a è di 10^0 m/s (Fig. 6.2)
- Profondità base dello strato collaborante Z_r : questo parametro interviene sul calcolo dello spessore dello strato collaborante Z , che varia per ogni sottobacino in funzione delle aree A_{cn} e A_{cu} . Avere a disposizione uno strato collaborante più profondo significa rendere più difficile la sua saturazione. Questo comporta una perdita sia di deflusso superficiale che di deflussi sub-superficiale e profondo, perchè Q_{sup} è legata alla aree sature, mentre Q_{sub} e Q_{prof} sono legati al flusso L in uscita dallo strato collaborante, che è minore in virtù del maggiore invaso d'acqua. In definitiva, al crescere di Z_r diminuiscono sia i colmi di portata che sia i volumi defluiti attraverso la sezione di chiusura. Per quanto riguarda gli istanti in cui si realizzano i colmi si nota, al crescere di Z_r , un evidente ritardo sul deflusso sub-superficiale ma questo non ha nessuna influenza a livello globale per il bacino in esame. Un ordine di grandezza accettabile per Z_r è da 10^1 a 10^3 mm (Fig. 6.3)
- Coefficiente α : il coefficiente α stabilisce la ripartizione del flusso L in flusso L_{sub} ed L_{prof} , che alimentano rispettivamente il serbatoio sub-superficiale e profondo. Al crescere di α cresce il contributo dello strato sub-superficiale e decresce quello dello strato profondo. È quindi evidente come tale parametro non abbia influenza ne' sul deflusso urbano, ne' sul deflusso superficiale. L'effetto di α a livello globale non è così immediato da valutare, in quanto tutto dipende dal volume di base degli strati. Nel caso specifico, al crescere di α si osserva un incremento del colmo di piena. I tempi dei colmi non vengono modificati, mentre i volumi sì. (Fig. 6.4)
- Esponente di Clapp-Hornberger c : il parametro c è l'esponente del grado di saturazione che è direttamente legato al flusso L . Essendo il grado di saturazione un numero inferiore all'unità, al crescere di c esso diminuisce e di conseguenza diminuisce anche L . Questo comporta un maggiore volume invasato nello strato collaborante, che si traduce in un incremento di grado di saturazione e quindi di deflusso superficiale.

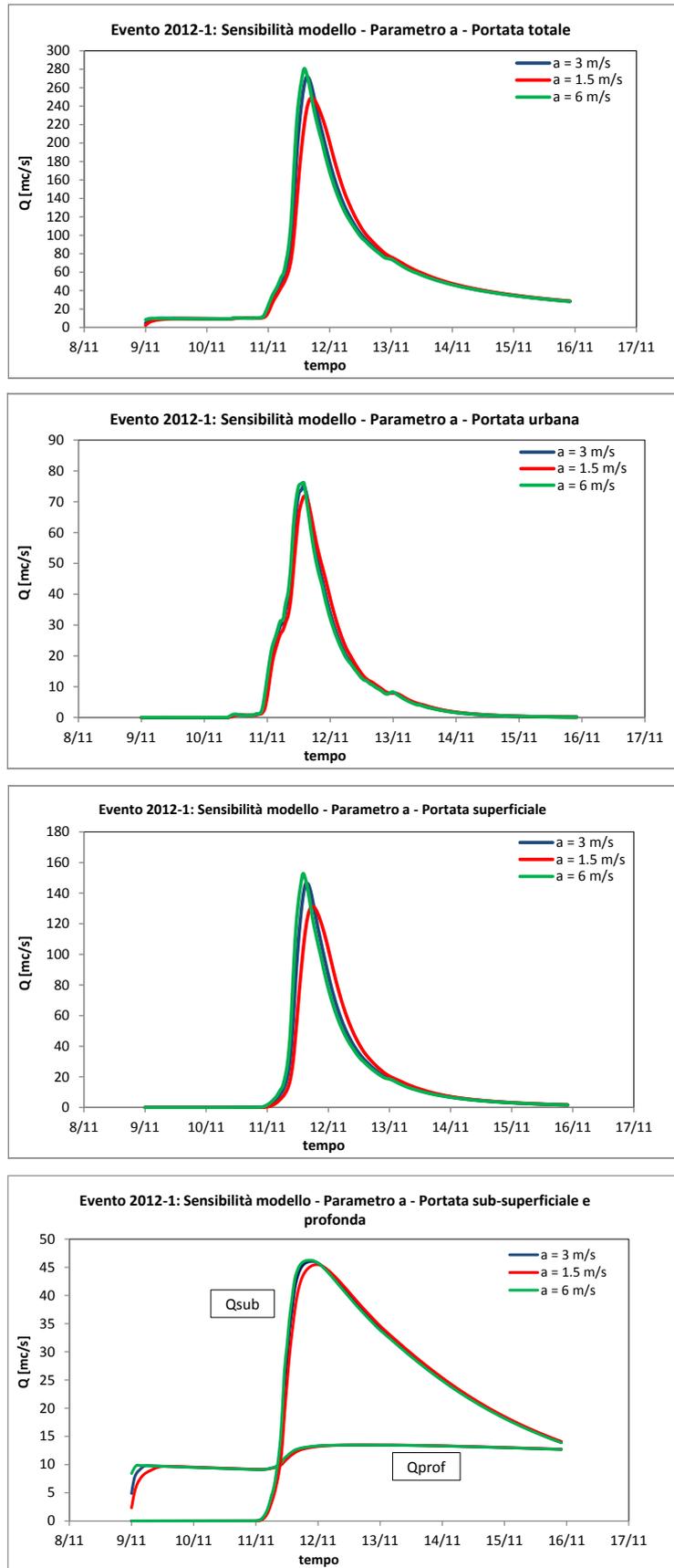
Osservando gli idrogrammi prodotti si osserva esattamente questo fenomeno, che a livello globale comporta un incremento sia del colmo di portata che del volume, senza alcuna modifica ai tempi. Numericamente coefficiente c varia da 1 a 20. (Fig. 6.5)

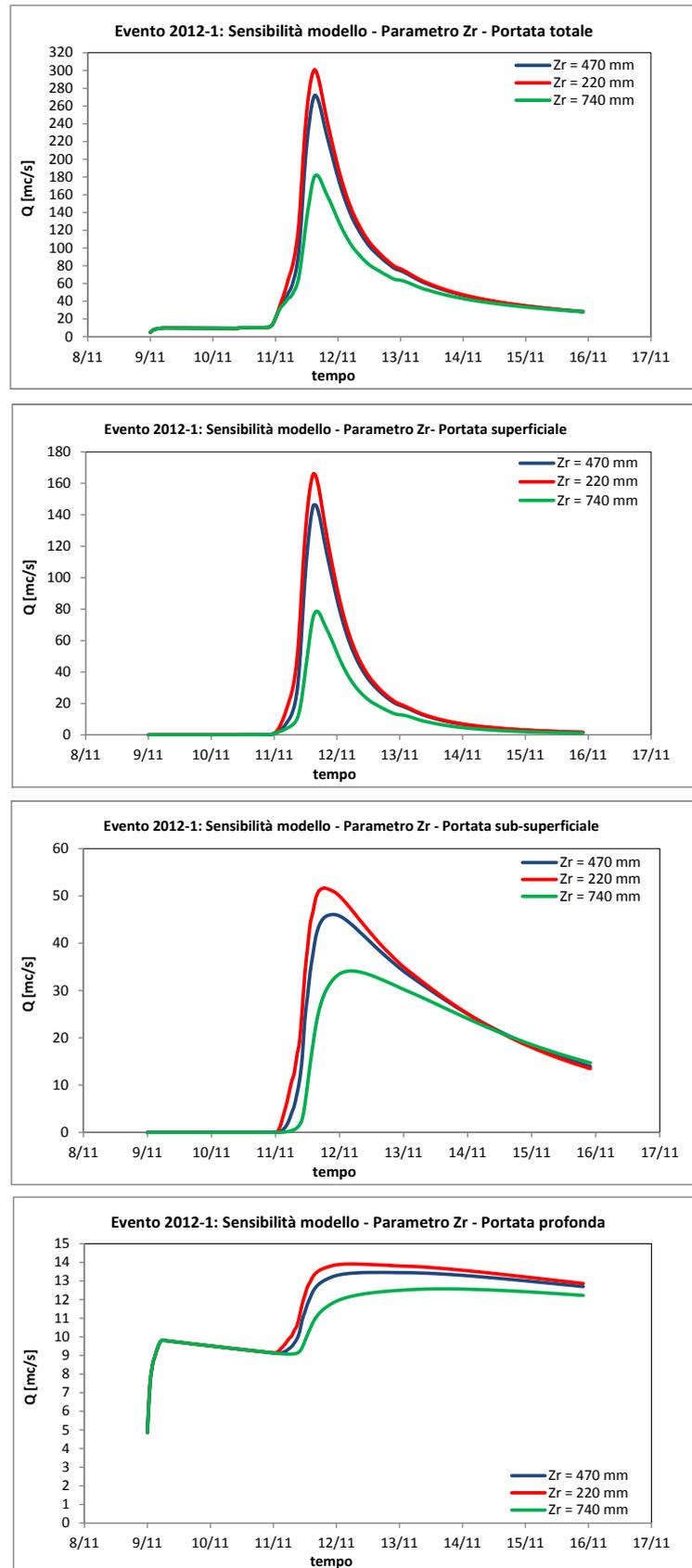
- Contenuto d'acqua iniziale sst : questo parametro è in realtà una condizione iniziale, che identifica uno stato particolare in cui il bacino si trova prima dell'evento di piena. Per questo motivo può essere variato anche dopo la calibrazione. Avere un elevato contenuto d'acqua iniziale sst significa avere elevate zone sature ed una bassa capacità di invaso dello strato collaborante. Questo comporta un incremento di tutti i deflussi. (Fig. 6.6)
- Coefficiente di dispersione idrodinamica D_H : il coefficiente di dispersione idrodinamica agisce all'interno dell'idrogramma unitario istantaneo. Teoricamente agisce in modo opposto rispetto alla celerità di propagazione a , ma in pratica si osserva come esso sia ininfluente ai fini del modello, in quanto ogni variazione comporta dei cambiamenti non apprezzabili. Si è scelto un valore arbitrario di $1000 \text{ m}^2/\text{s}$.
- Porosità del suolo n : la porosità del terreno gioca lo stesso ruolo dello spessore dello strato collaborante Z . Al crescere di n cresce il volume immagazzinato nello strato collaborante, con una perdita di tutti i deflussi. (Fig. 6.7)
- Esponente b : l'esponente b agisce sul grado di saturazione, che a sua volta influenza la dimensione dell'area satura in ogni sottobacino ed in ogni istante di tempo. Essendo il grado di saturazione compreso tra zero ed uno, al crescere di b si ottiene un conseguente abbassamento delle aree sature. Ciò comporta un minore flusso superficiale. Allo stesso tempo si ha un incremento della frazione di precipitazione I , che genera una maggiore saturazione dello strato collaborante, con conseguente incremento del flusso L e quindi di Q_{sub} e Q_{prof} . La maggiore saturazione dello strato porterebbe ad un incremento di aree sature, ma questo non avviene a causa dell'esponente b . (Fig. 6.8)
- Tempo di residenza medio t_i : il tempo di residenza medio è una grandezza associata ad una generica tipologia di deflusso, che può essere urbano, superficiale, sub-superficiale o profondo. Si generalizza quindi l'analisi poichè il meccanismo di funzionamento è il medesimo. Il tempo medio di residenza, associato al deflusso i -esimo, si applica al coefficiente di propagazione K_i , tramite una proporzionalità inversa. Questo comporta, nel caso di tempo medio di residenza crescente, un calo del picco di piena associato ad una maggiore lentezza sia in fase di crescita che in fase di esaurimento, e ad un lieve ritardo del colmo. In generale si osserva una sorta di "rallentamento" generalizzato del fenomeno, come se il bacino rispondesse in modo meno reattivo agli impulsi ricevuti. Il fenomeno è più evidente nel caso di deflusso urbano e superficiale, meno nel caso di deflusso sub-superficiale e profondo, dove le portate in gioco sono inferiori (Fig. 6.9 e Fig. 6.10). In generale è valida la seguente relazione:

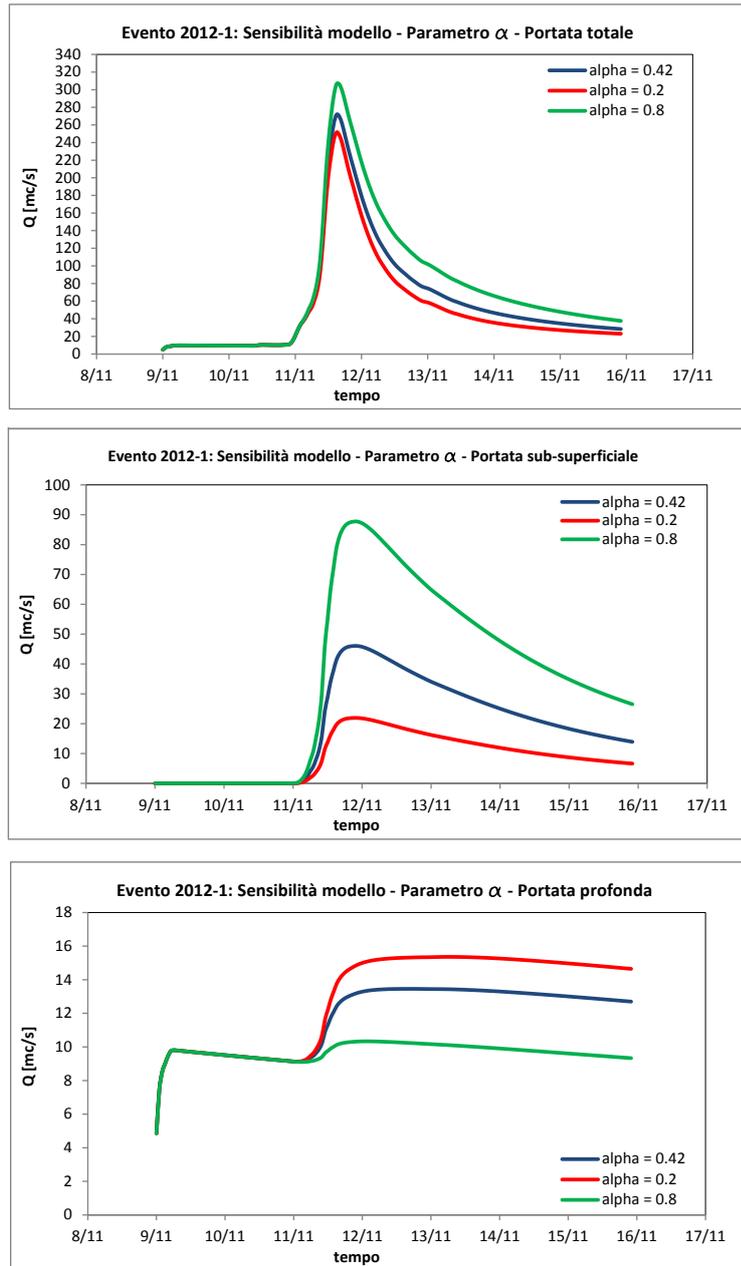
$$t_{urb} < t_{sup} < t_{sub} < t_{prof}.$$

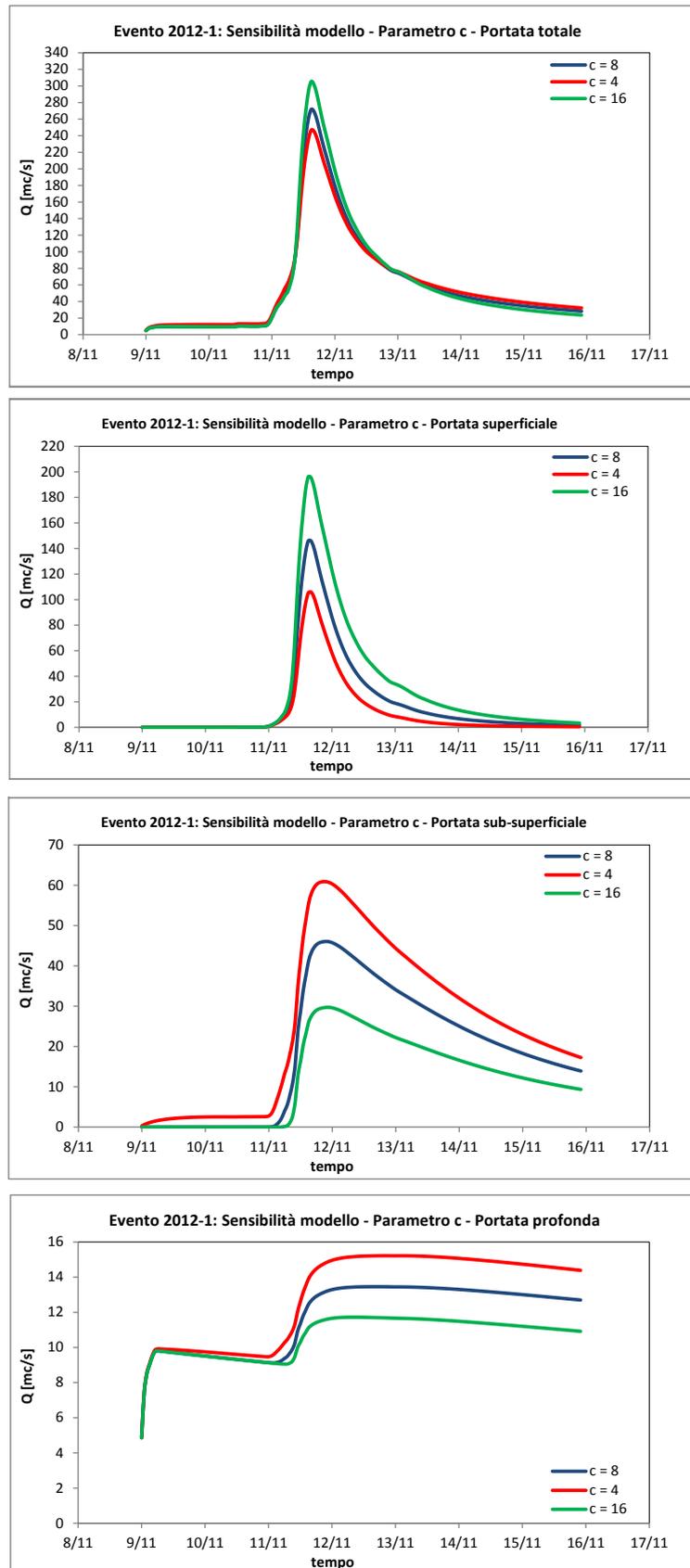
- Livello iniziale nel profondo h_{prof} : Il livello iniziale nel profondo, moltiplicato per l'area totale del bacino, fornisce il volume d'acqua V_{prof} contenuto all'interno del serbatoio profondo nel primo istante temporale. È quindi, assieme al contenuto d'acqua iniziale, una condizione che potrà essere scelta di volta in volta al di fuori della calibrazione. Un aumento del livello h_{prof} in pratica non fa altro che traslare verso l'alto la curva dei deflussi profondi e di riflesso genera una traslazione verso l'alto dell'intero idrogramma, in modo tanto maggiore quanto maggiore è l'influenza del deflusso profondo (solitamente prima e dopo l'onda di piena). (Fig. 6.11)

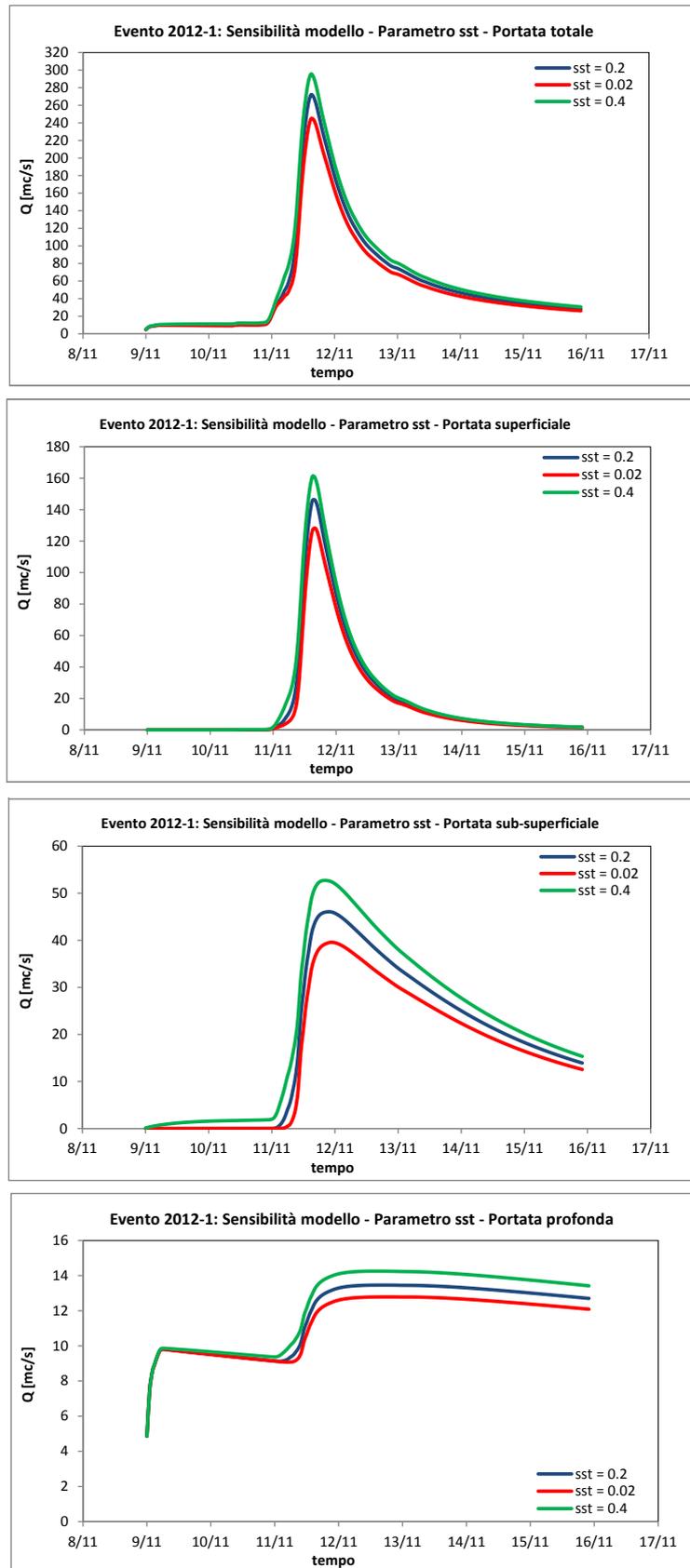
Fig. 6.1: Sensibilità del modello al parametro K_c

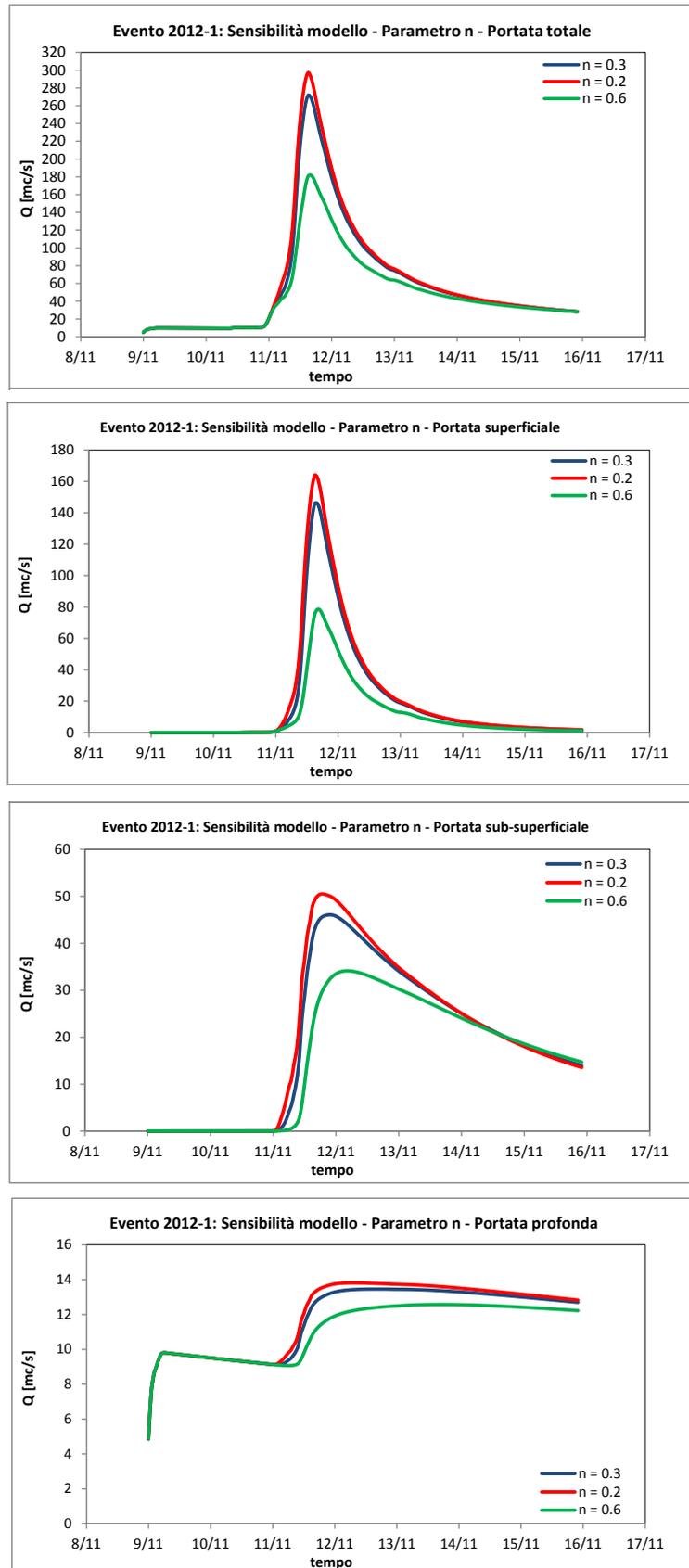
Fig. 6.2: Sensibilità del modello al parametro a

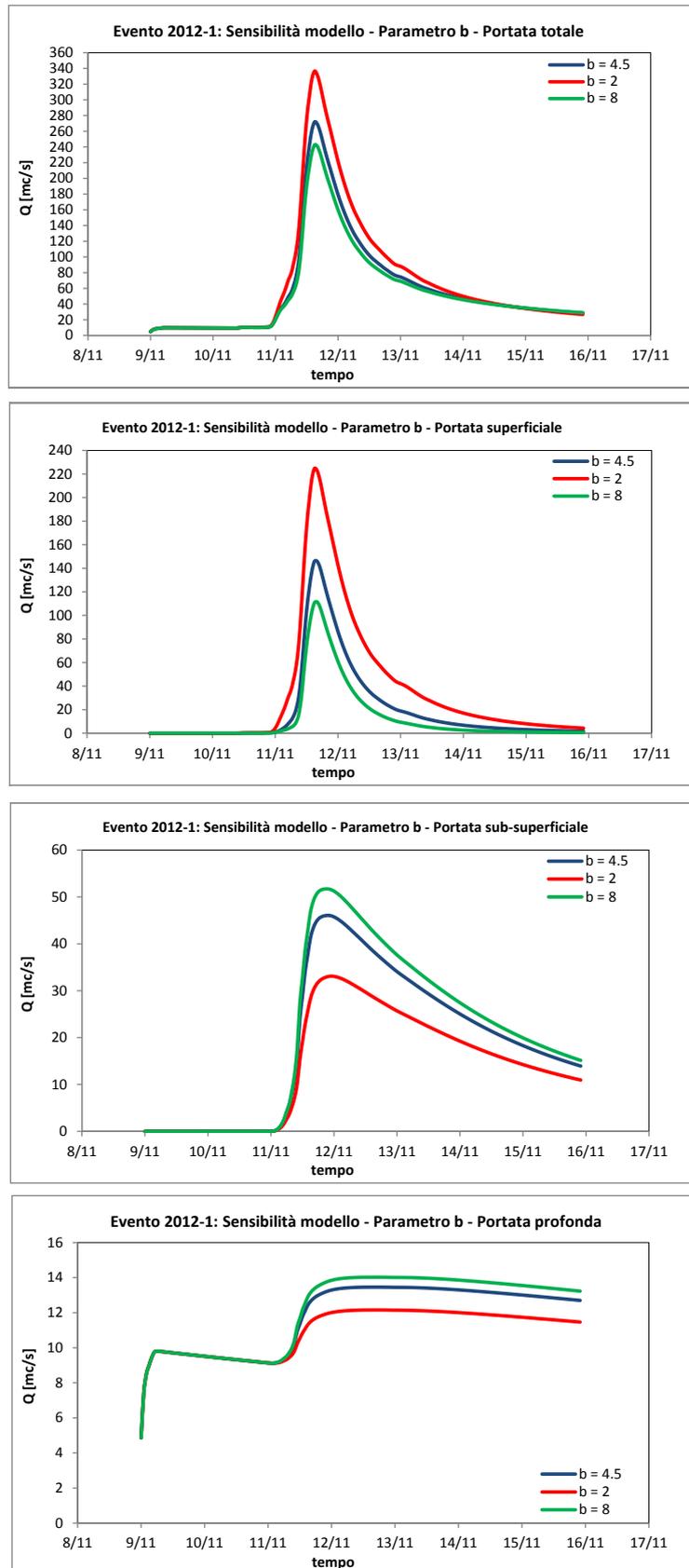
Fig. 6.3: Sensibilità del modello al parametro Z_r

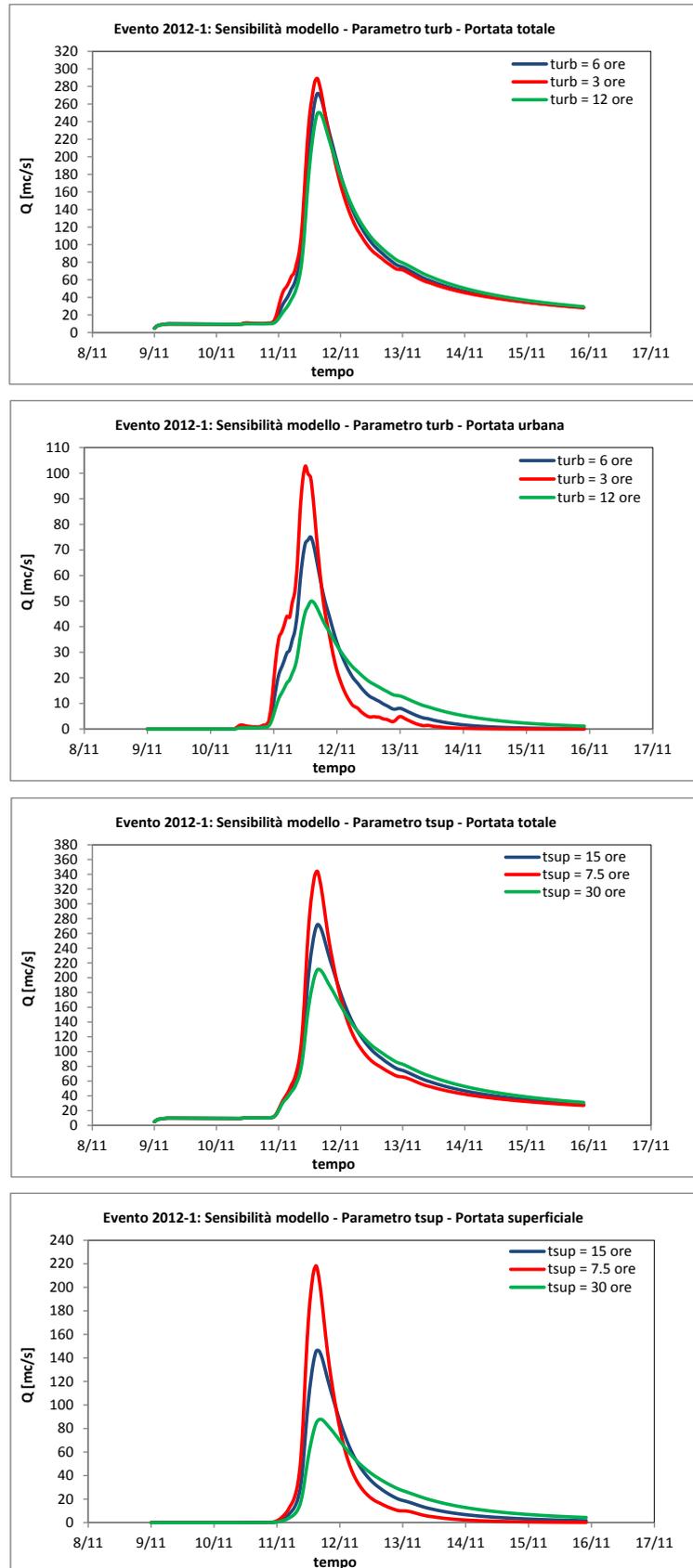
Fig. 6.4: Sensibilità del modello al parametro α

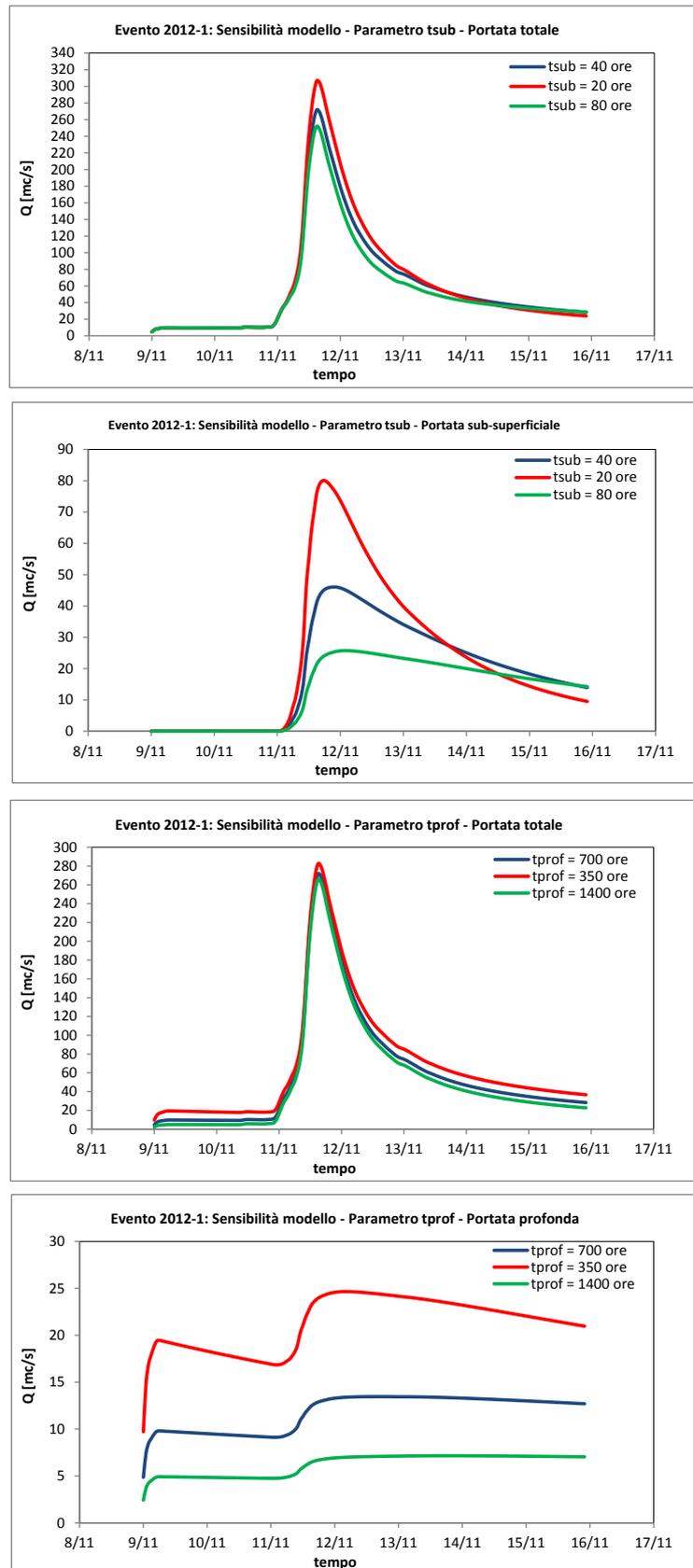
Fig. 6.5: Sensibilità del modello al parametro c

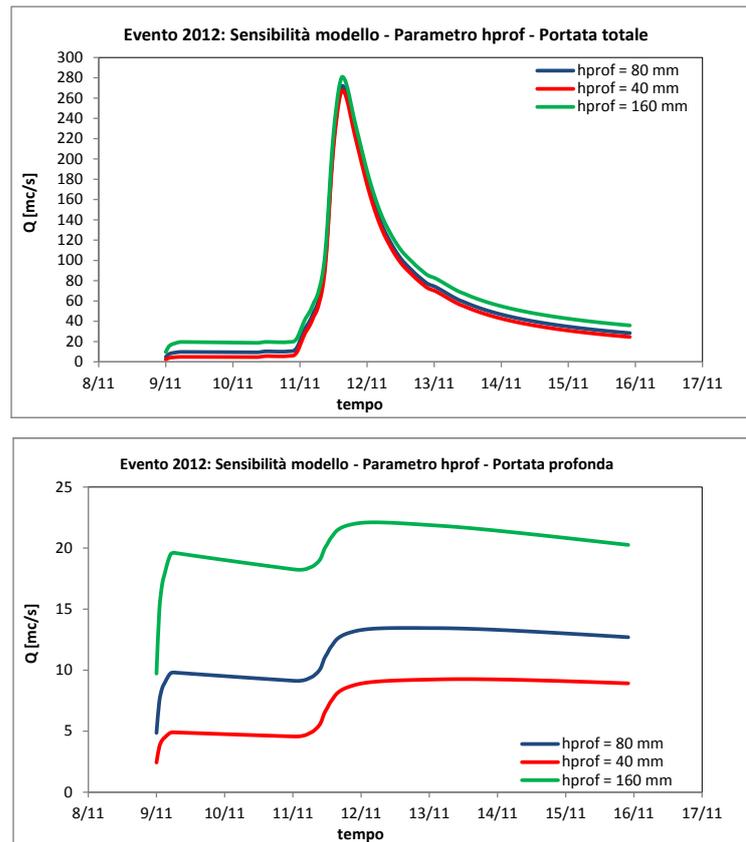
Fig. 6.6: Sensibilità del modello al parametro *sst*

Fig. 6.7: Sensibilità del modello al parametro n

Fig. 6.8: Sensibilità del modello al parametro b

Fig. 6.9: Sensibilità del modello al parametro t_{urb} e t_{sup}

Fig. 6.10: Sensibilità del modello al parametro t_{sub} e t_{prof}

Fig. 6.11: Sensibilità del modello al parametro h_{prof}

6.4 Calibrazione del modello - Primo evento del 2012

Una volta compresi gli effetti che i singoli parametri producono sul modello geomorfologico, si procede alla calibrazione del primo evento di piena del 2012.

Si è scelto questo evento perchè, da un punto di vista della pericolosità, ha avuto dimensione paragonabile a quella della piena del 2010, solo che in questo caso non è avvenuta nessuna significativa esondazione. Quindi l'onda di piena ha potuto transitare interamente attraverso la città di Vicenza. Il livello idrometrico a Ponte degli Angeli ha segnato i 6.05 m, circa 2.3 km² su 80.54 km² di territorio comunale si sono allagati.

Per quanto riguarda la bontà della calibrazione, essa è determinata dall'indice E , calcolato con l'equazione (6.1.1).

Le portate modellate sono due: una nella sezione di chiusura del bacino del Bacchiglione, nello specifico a Vicenza (Ponte degli Angeli), e l'altra nella sezione di Torreblicino.

La portata calcolata dal modello a Vicenza viene modificata per tenere conto degli effetti di dispersione dall'alveo (paragrafo 1.3.1), andando a sommare la portata del torrente Leogra a Torreblicino (sottobacino numero 12) con la portata del sistema Timonchio-Causa nella loro confluenza (sottobacino numero 13).

La calibrazione viene eseguita cercando di modellare il meglio possibile entrambe le sezioni. Se eseguita manualmente non esiste un'unica calibrazione possibile, data la vasta quantità di parametri modificabili. Per questo motivo, se la validazione dovesse dare risultati non soddisfacenti, si tenterà una seconda calibrazione diversa.

La calibrazione, osservando singolarmente le sezioni, sembrerebbe non ottimale, ma avendo cercato di calibrarle entrambe contemporaneamente si è ottenuto in buon risultato, sia per quanto riguarda la piena modellata nella sezione di Torreblicino ($E = 0.71$)

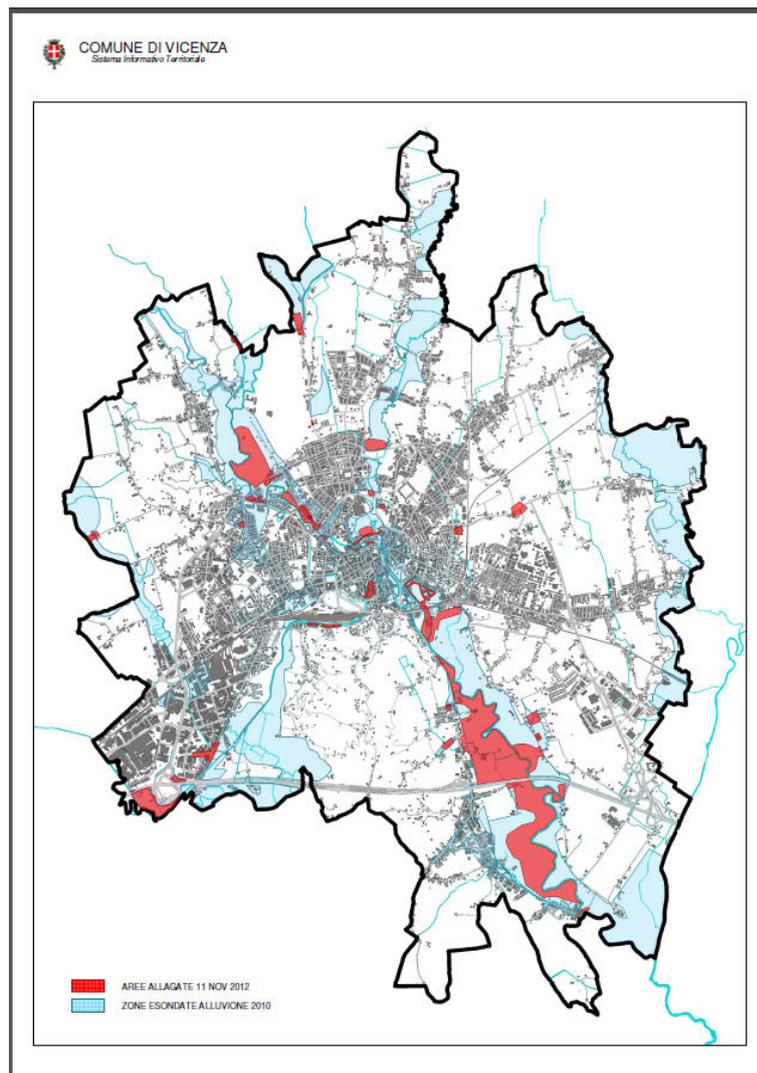


Fig. 6.12: Confronto tra le zone alluvionate nella città di Vicenza tra l'evento del 1 Novembre 2010 e l'evento del 11 Novembre 2012

Parametri 2012-1	
K_c [mm/h]	300
a [m/s]	3
Z_r [mm]	370
α	0.42
c	8
sst	0.2
D_H [m^2/s]	1000
n	0.3
b	4.5
t_{urb} [ore]	6
t_{sup} [ore]	15
t_{sub} [ore]	40
t_{prof} [ore]	700
h_{prof} [mm]	40

Tab. 6.2: Parametri di calibrazione del primo evento di piena del 2012

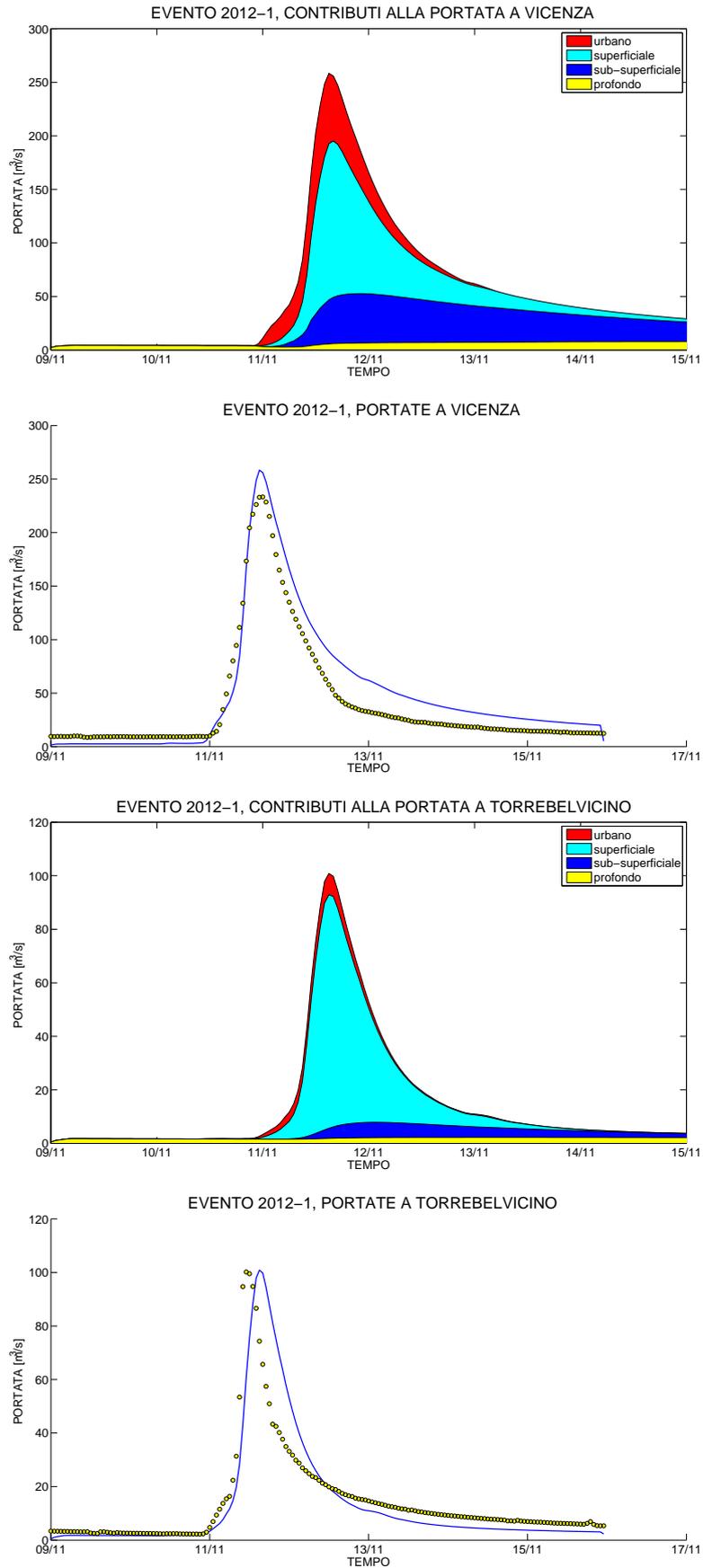


Fig. 6.13: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il primo evento del 2012

EVENTO 2012-1		
	Torrebelvicino	Vicenza
Q_{max} modellata [m^3/s]	100.86	258.37
Q_{max} misurata [m^3/s]	100.17	233.30
differenza Q %	0.69	9.70
V modellato [m^3]	8.06E+06	2.97E+07
V misurato [m^3]	8.54E+06	2.39E+07
differenza V %	-6.01	19.48
E	0.71	0.89

Tab. 6.3: Confronto misurato-modellato della portata massima e del volume per il primo evento del 2012

che per quella modellata nella sezione di Vicenza ($E = 0.89$).

Osservando i valori determinati nella tabella (6.2) e la figura Fig. 6.13, si nota immediatamente la forte differenza tra i tempi di residenza dei deflussi urbano e superficiale rispetto ai deflussi sub-superficiale e profondo. L'evento complessivamente si sviluppa molto rapidamente (dura circa tre giorni). La fase di crescita è ben modellata in entrambe le sezioni, mentre ci sono delle differenze nella fase di esaurimento. La portata nella sezione di Torrebelvicino è quasi interamente sostenuta dalla parte superficiale, mentre la sezione di Vicenza, pur mantenendo prevalentemente una composizione superficiale, è alimentata in modo significativo anche dai deflussi urbano e sub-superficiale. Il deflusso profondo, con tempo medio di residenza di 700 ore, esiste praticamente grazie al contenuto d'acqua iniziale. I valori numerici di confronto su portata massima e volume sono riportati in tabella (6.3).

6.5 Validazione del modello

I parametri calibrati per il primo evento di piena del 2012 devono essere validati sugli altri eventi. Gli unici due parametri che è possibile scegliere per ogni evento sono il contenuto d'acqua iniziale sst e il livello d'acqua contenuto nello strato profondo iniziale h_{prof} , in quanto essi rappresentano uno stato iniziale del sistema e non una caratteristica intrinseca del bacino. Dall'analisi si osserva come alcuni risultati siano soddisfacenti, mentre altri non lo siano affatto. Si precisa che, nella sezione di Vicenza, le portate misurate superiori a $180 mc/s$ non siano pienamente attendibili, in quanto estrapolate da una scala di deflussi calibrata per portate minori. Inoltre il secondo evento del 2010 è stato soggetto ad una esondazione significativa a monte, le cui ripercussioni sul modello saranno esaminate successivamente.

1. *Evento di piena 2009-1*: l'idrogramma a Torrebelvicino è ben riprodotto complessivamente, solo il colmo è sottostimato di una ventina di mc/s . A Vicenza si osserva una sovrastima generalizzata, soprattutto nel primo colmo (Fig. 6.16).
2. *Evento di piena 2009-2*: la modellazione di questo evento non ha riprodotto in modo fedele i dati misurati. A Torrebelvicino vi è una sovrastima fino a metà esaurimento. A Vicenza il risultato è globalmente migliore, il primo colmo è molto sottostimato ma il secondo è ben modellato (Fig. 6.17).
3. *Evento di piena 2010-1*: in questo caso il primo colmo di piena è ben previsto, soprattutto a Torrebelvicino. I colmi secondari sono sovrastimati a Vicenza, mentre a Torrebelvicino sono correttamente modellati. A Vicenza si nota una importante

presenza di deflusso sub-superficiale che porta una fase di esaurimento più lenta rispetto alle misurazioni (Fig. 6.18).

4. *Evento di piena 2010-2*: questo evento va analizzato con attenzione, in quanto le portate misurate a Vicenza sono conseguenti alle esondazioni avvenute a Caldogno. Si osserva infatti un colmo di piena che permane nel tempo, mentre solitamente tende a scendere immediatamente. Il modello geomorfologico usato non è in grado di prevedere e modellare i fenomeni di esondazione, infatti il colmo di piena è sovrastimato. A Torrebelticino il risultato è accettabile nel complesso, a parte una sottostima del colmo (Fig. 6.19).
Per poter tener conto in modo indicativo delle esondazioni avvenute si è modificata l'onda di piena modellata a Vicenza dal 1 Novembre in avanti, modificando le portate in modo che il volume di differenza sia pari a $1.3 \times 10^6 mc$, che è un valore stimato del volume di esondazione. Il risultato ottenuto migliora notevolmente la modellazione (Fig. 6.15).
5. *Evento di piena 2010-3*: questo evento, successivo alla esondazione, presenta due colmi isolati. Sia a Vicenza che a Torrebelticino l'onda di piena è stata ben modellata. (Fig. 6.20).
6. *Evento di piena 2010-4*: l'idrogramma modellato a Vicenza sovrastima il colmo ma la fase di crescita ed esaurimento sono molto fedeli. Accade il contrario a Torrebelticino, ma nel complesso la modellazione è accettabile (Fig. 6.21).
7. *Evento di piena 2011-1*: come per il terzo evento del 2010, anche in questo caso si osserva un'ottima riproduzione dell'onda misurata, specialmente a Vicenza. Infatti l'indice E è pari rispettivamente a 0.88 per Torrebelticino e 0.96 per Vicenza. Anche le differenze sui colmi e sui volumi transitati sono molto ridotte (Fig. 6.22).
8. *Evento di piena 2011-2*: questo evento di piena è molto particolare, l'idrogramma possiede una serie di rapidi colmi in fase di crescita ed un doppio picco. A Torrebelticino la modellazione è accettabile nel complesso anche se non proprio fedelissima. A Vicenza invece la portata modellata è molto diversa da quella misurata, in particolare è più grande di quasi 1.5 volte. (Fig. 6.23).
9. *Evento di piena 2012-2*: si osserva, sia a Torrebelticino che a Vicenza, un colmo modellato più elevato di circa l'11% rispetto a quello misurato, e leggermente ritardato (Fig. 6.24).

6.5.1 Osservazioni sugli eventi non modellati correttamente

La validazione ha messo in luce diversi casi in cui lo scostamento tra entità modellate ed entità misurate è rilevante. Se il problema fosse diffuso sarebbe sintomo di un'inappropriata calibrazione, o di errori nella programmazione del modello, o di errori sugli input (piogge e geometria). Quando invece, come in questo caso, alcuni risultati sono validi ed altri no significa che deve esserci una particolarità non prevista nella modellazione, come nel caso delle esondazioni prese in considerazione nel secondo evento del 2010, oppure il problema risiede nei dati utilizzati.

Per quanto detto, portate misurate superiori a $180 mc/s$ non sono affidabili, ma questo non basta a spiegare le differenze sostanziali riscontrate ad esempio negli eventi del 2009 o nel secondo evento del 2011.

Una giustificazione può essere ricercata eseguendo il rapporto tra il volume d'acqua misurato a Vicenza e quello misurato a Torrebelticino, non considerando quindi la modellazione geomorfologica. I rapporti sono riportati nella tabella (6.4).

EVENTO	V_{mis} Torre [mc]	V_{mis} Vi [mc]	V_{mis} Vi / V_{mis} Torre
2009-1	1.74E+07	4.13E+07	2.371
2009-2	6.37E+06	2.48E+07	3.888
2010-1	9.23E+06	2.73E+07	2.962
2010-2	2.86E+07	6.71E+07	2.350
2010-3	1.98E+07	5.25E+07	2.654
2010-4	1.69E+07	5.09E+07	3.004
2011-1	9.89E+06	3.45E+07	3.487
2011-2	1.86E+07	3.11E+07	1.678
2012-1	8.54E+06	2.39E+07	2.801
2012-2	6.55E+06	1.97E+07	3.004

Tab. 6.4: Confronto tra il volume misurato a Vicenza e il volume misurato a Torrebelficino. In grassetto sono riportati valori anomali

Come si può osservare, il rapporto varia in media da circa 2.3 a 3. Ma nel secondo evento del 2009 e nel secondo evento del 2011 questo rapporto vale rispettivamente circa 4 e circa 1.7, molto lontani rispetto agli altri eventi. Questa semplice verifica è sufficiente per stabilire la necessità di arricchire il modello geomorfologico utilizzato, in quanto evidentemente la portata di piena non è sempre ottenuta solamente a seguito delle piogge intense, ma associata da altri meccanismi che agiscono parallelamente.

I motivi per i quali si siano verificate queste differenze sono sconosciuti ed andrebbero indagati. Forse per l'evento del 2011 è accaduta una insolita e maggiore affluenza d'acqua dal Timonchio. In ogni caso il modello geomorfologico non può prescindere dalla conoscenza del territorio e dai meccanismi idrogeologici che su di esso avvengono.

2009-1		2009-2		2010-1		2010-2		2010-3	
Kc [mm/h]	300								
u [m/s]	3								
Zr [mm]	370								
α	0.42								
c	8	c	8	c	8	c	8	c	8
sst	0.2	sst	0.2	sst	0.2	sst	0.4	sst	0.3
n	0.3								
b	4.5								
turb [ore]	6								
tsup [ore]	15								
tsub [ore]	50								
tprof [ore]	700								
hprof [mm]	40	hprof [mm]	20	hprof [mm]	40	hprof [mm]	50	hprof [mm]	150

2010-4		2011-1		2011-2		2012-1		2012-2	
Kc [mm/h]	300	Kc [mm/h]	300	Kc [mm/h]	300	Kc [mm/h]	350	Kc [mm/h]	300
u [m/s]	3	u [m/s]	3	u [m/s]	3	u [m/s]	3	u [m/s]	3
Zr [mm]	370	Zr [mm]	370	Zr [mm]	370	Zr [mm]	450	Zr [mm]	370
α	0.42	α	0.42	α	0.42	α	0.4	α	0.42
c	8	c	8	c	8	c	8	c	8
sst	0.7	sst	0.3	sst	0.1	sst	0.2	sst	0.1
n	0.3	n	0.3	n	0.3	n	0.3	n	0.3
b	4.5	b	4.5	b	4.5	b	8	b	4.5
turb [ore]	6	turb [ore]	6	turb [ore]	6	turb [ore]	8	turb [ore]	6
tsup [ore]	15	tsup [ore]	15	tsup [ore]	15	tsup [ore]	15	tsup [ore]	15
tsub [ore]	50	tsub [ore]	50	tsub [ore]	50	tsub [ore]	50	tsub [ore]	50
tprof [ore]	700	tprof [ore]	700	tprof [ore]	700	tprof [ore]	500	tprof [ore]	700
hprof [mm]	60	hprof [mm]	110	hprof [mm]	20	hprof [mm]	40	hprof [mm]	20

Fig. 6.14: Parametri complessivi adottanti nelle modellazioni. In rosso l'evento di calibrazione

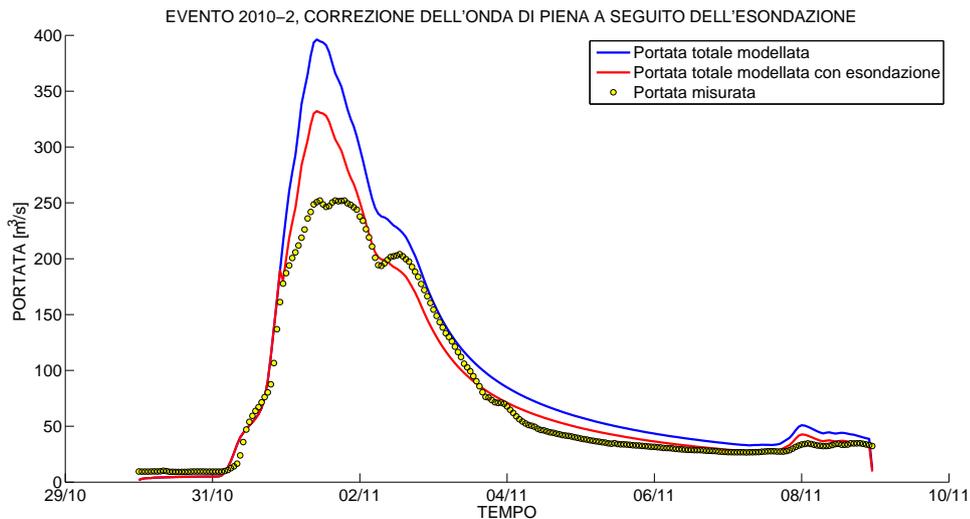


Fig. 6.15: Confronto tra la portata misurata, modellata senza esondazione e modellata con esondazione

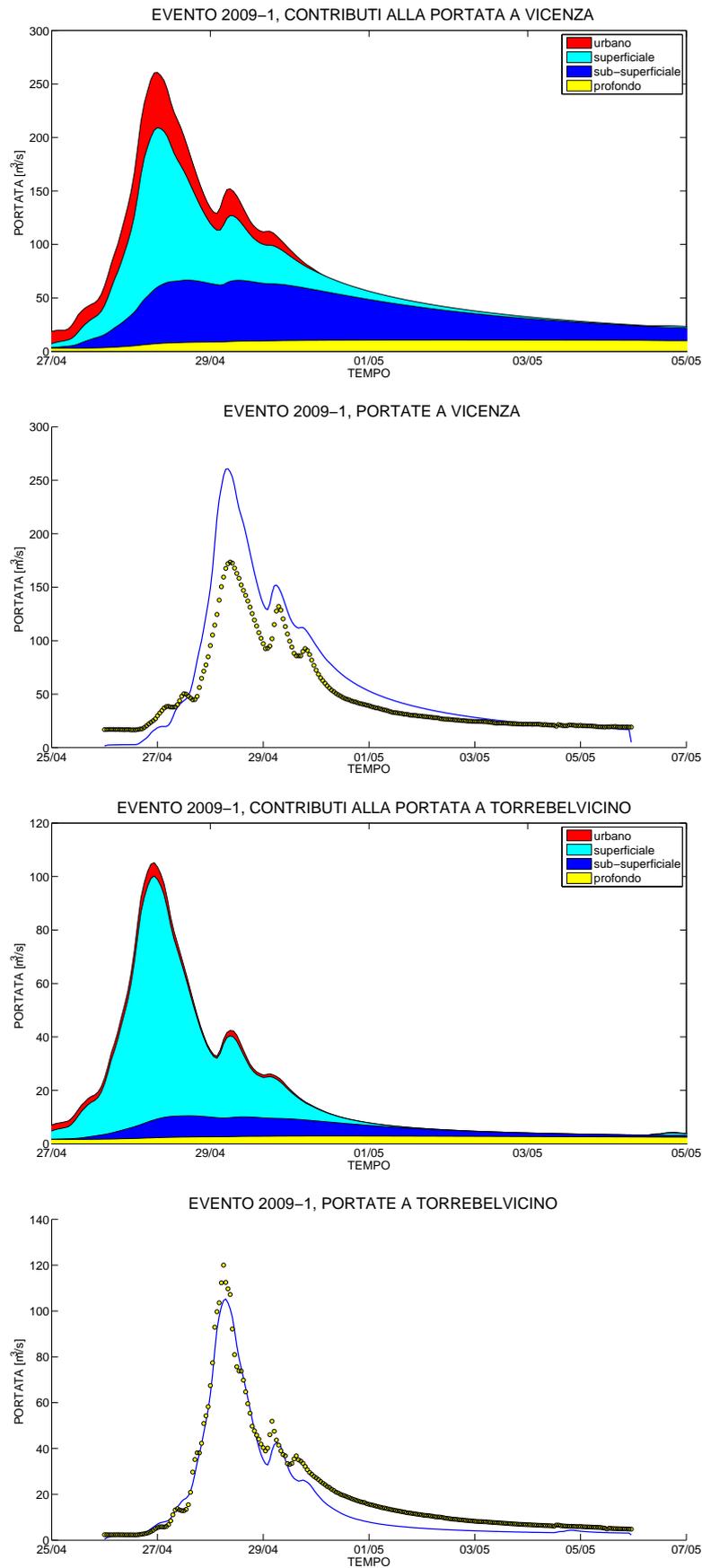


Fig. 6.16: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelvicino per il primo evento del 2009

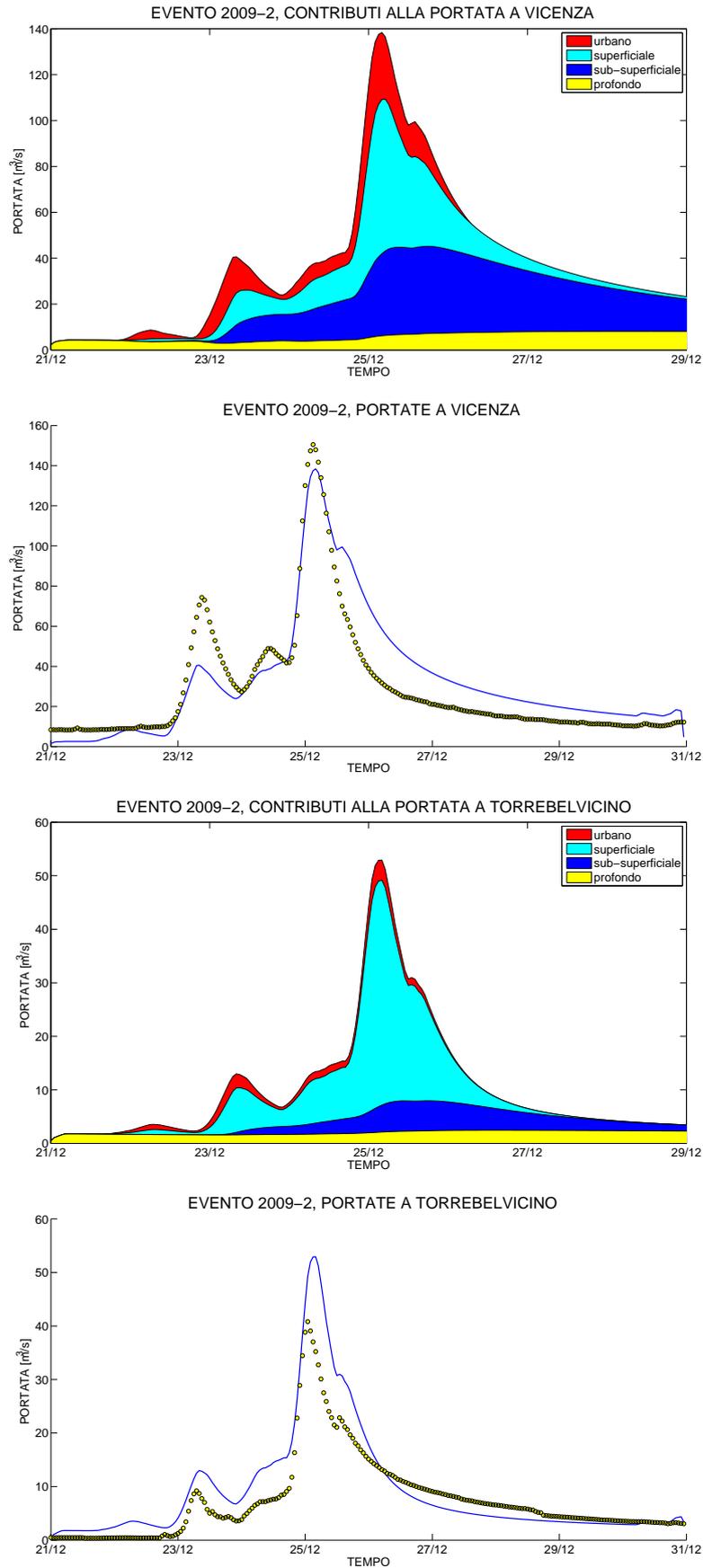


Fig. 6.17: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2009

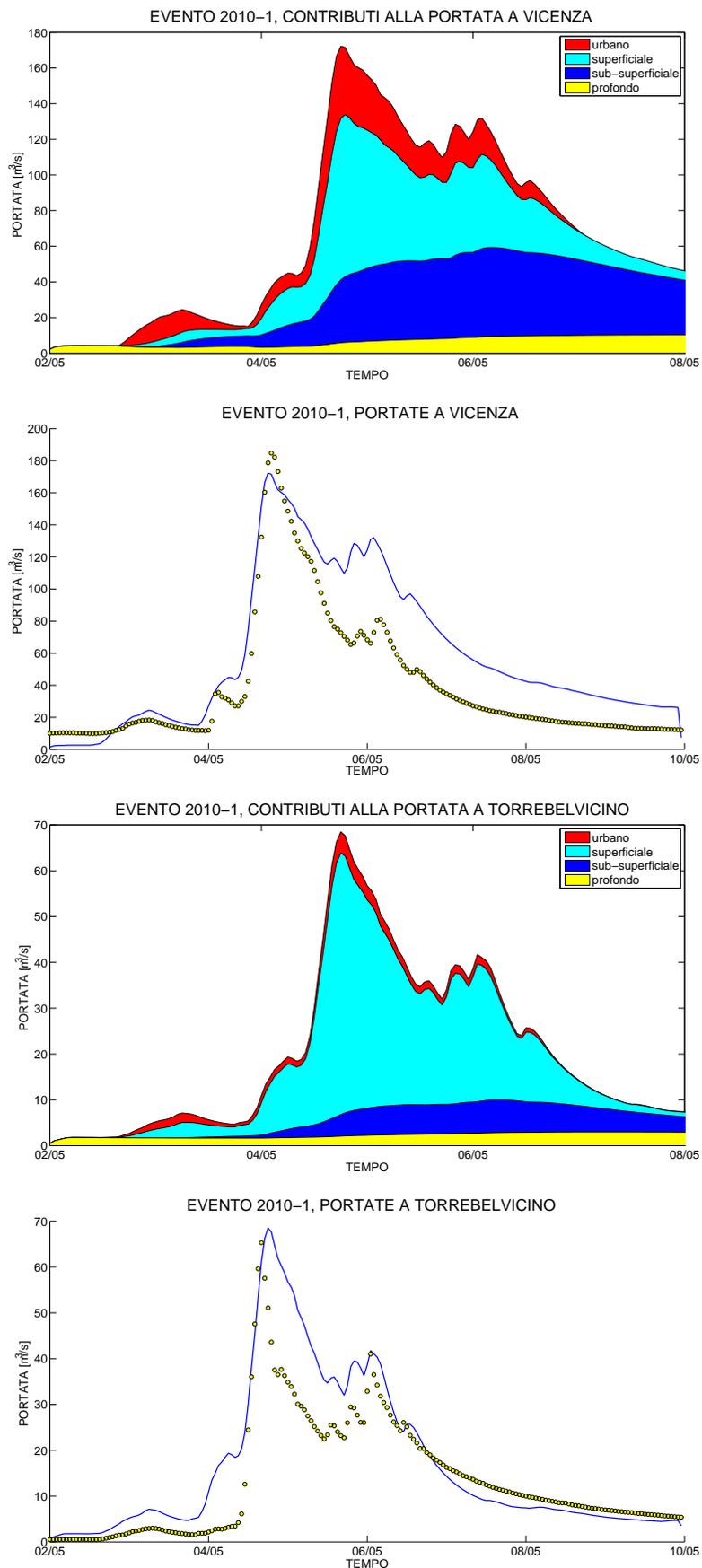


Fig. 6.18: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelvicino per il primo evento del 2010

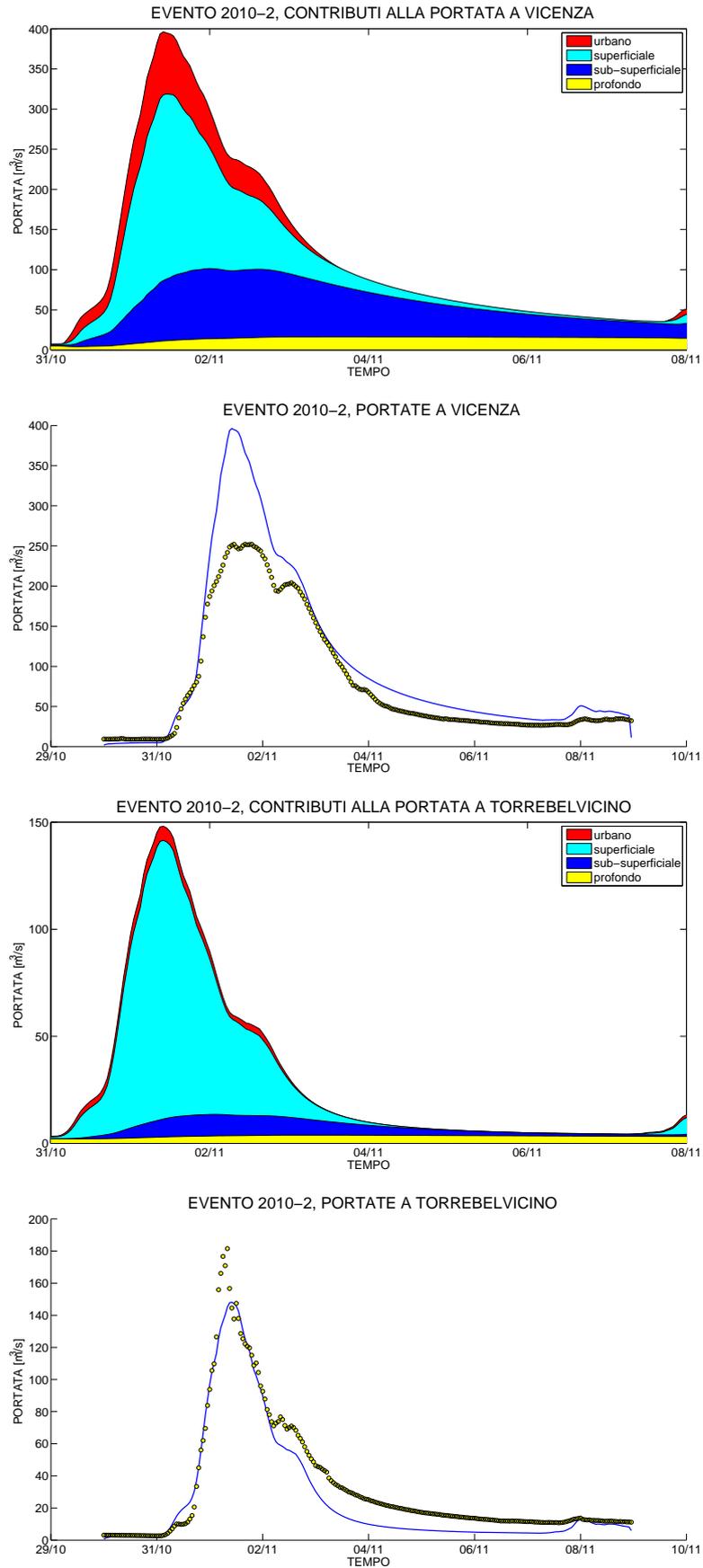


Fig. 6.19: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2010

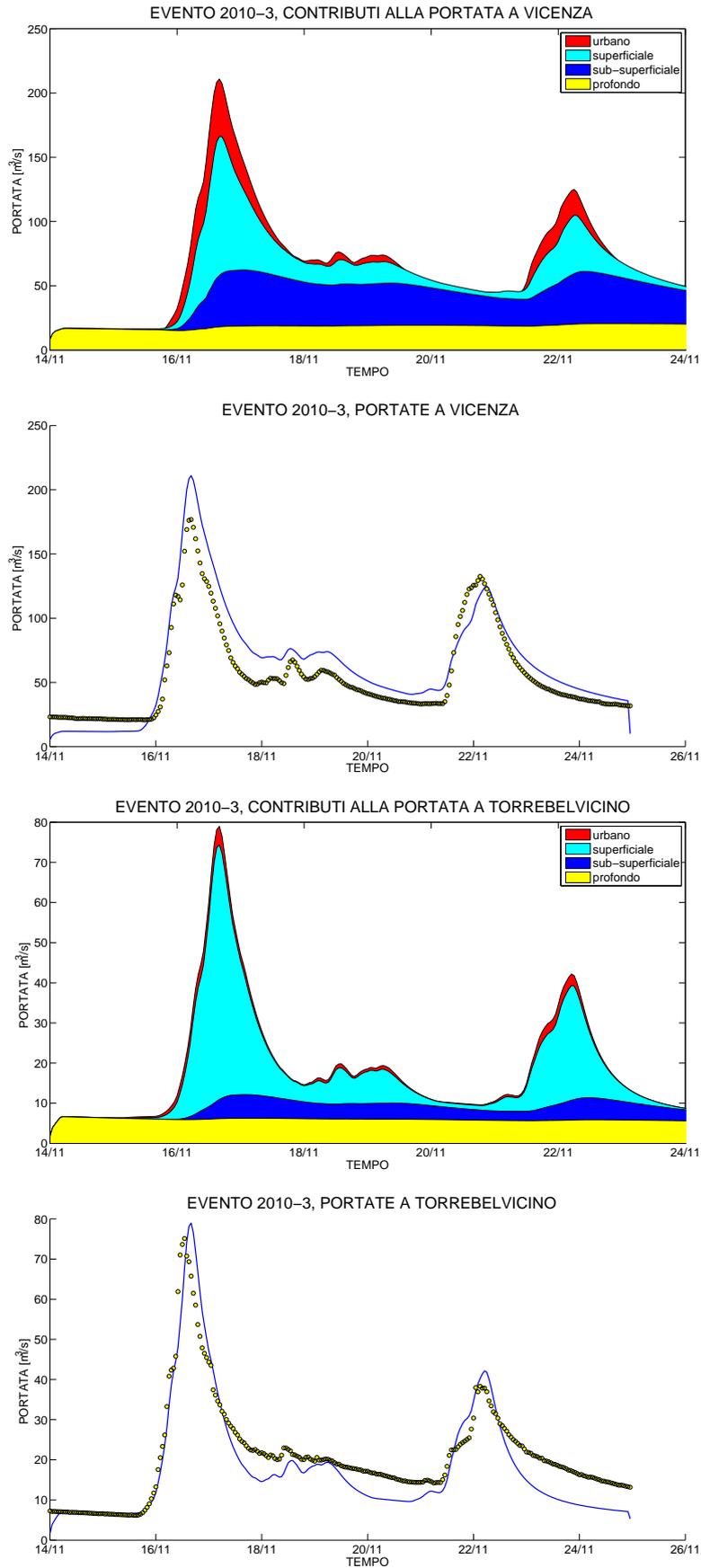


Fig. 6.20: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelvicino per il terzo evento del 2010

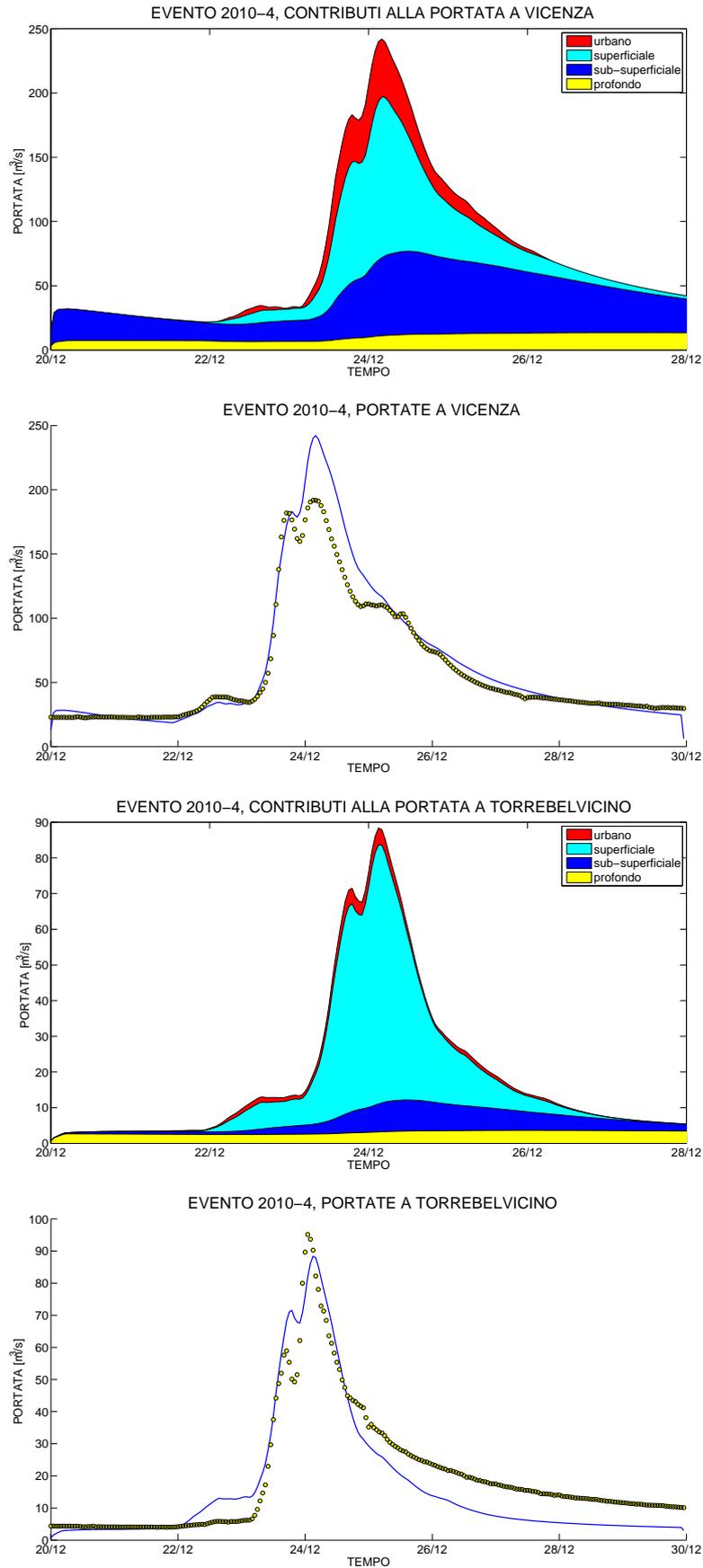


Fig. 6.21: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il terzo evento del 2010

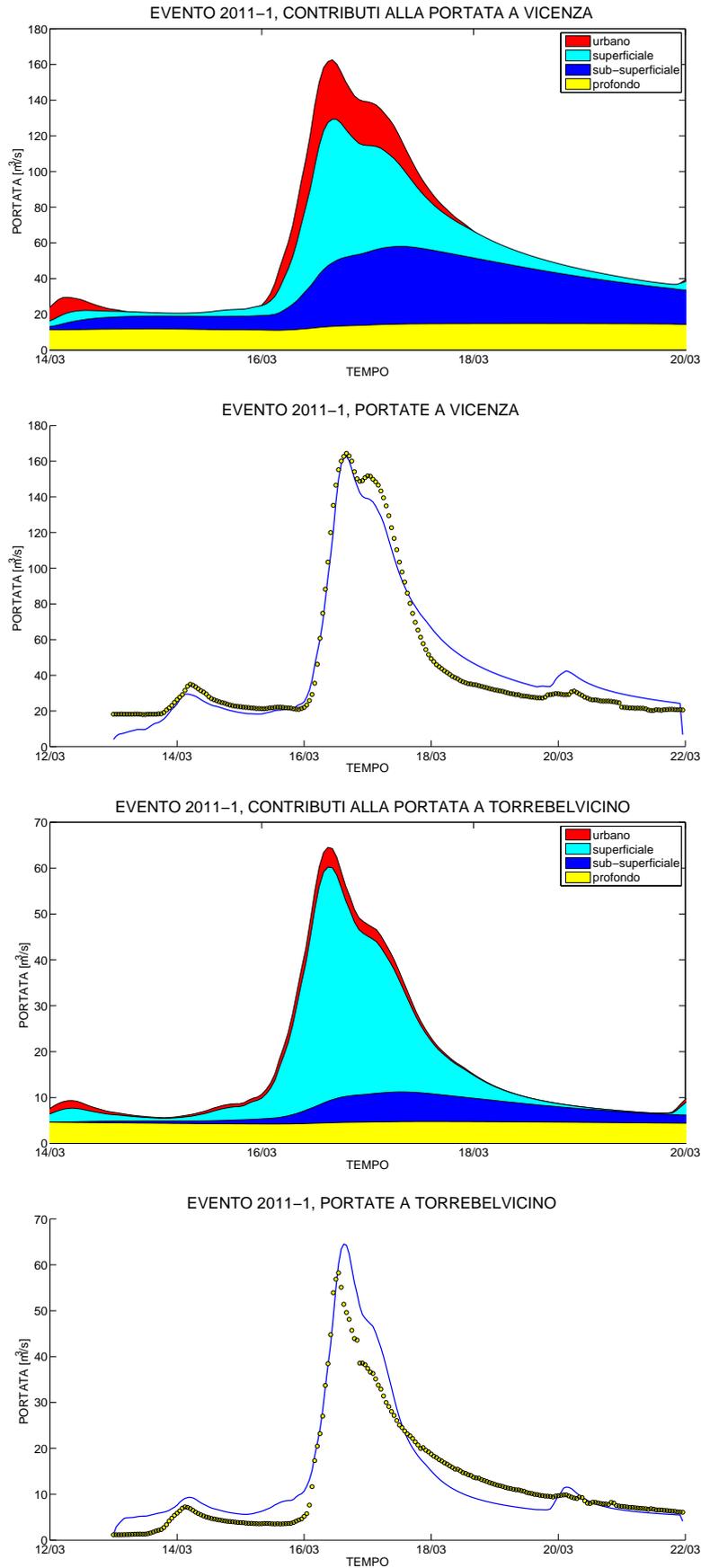


Fig. 6.22: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelvicino per il primo evento del 2011

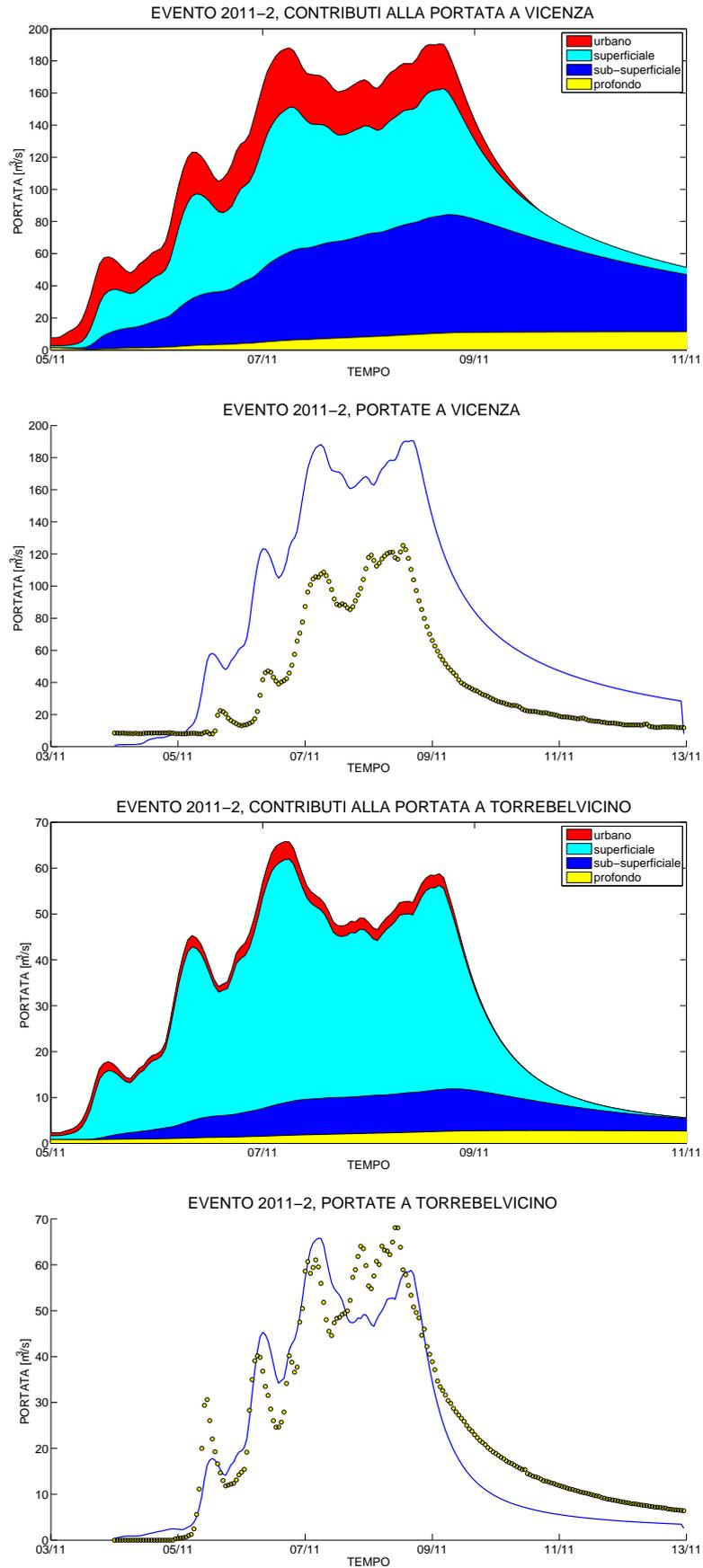


Fig. 6.23: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelticino per il secondo evento del 2011

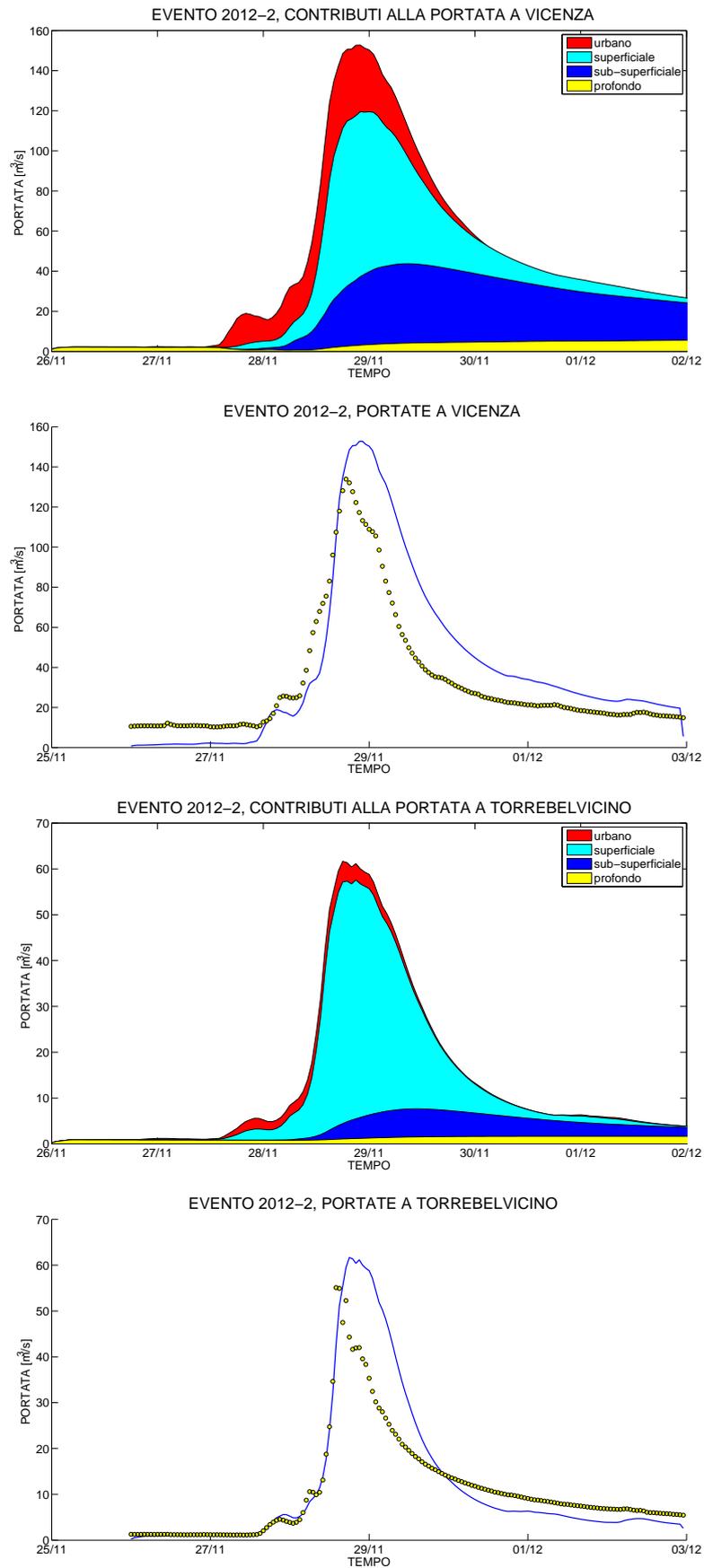


Fig. 6.24: Contributi cumulati di deflusso e confronto tra portata misurata e modellata per la sezione di Vicenza e di Torrebelvicino per il secondo evento del 2012

Evento 2009-1	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		105.21	120.03	-14.08	1.44E+07	1.74E+07	-21.05	0.95
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		260.73	173.50	33.45	5.21E+07	4.13E+07	20.65	0.56
Evento 2009-2	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		52.24	40.81	21.88	7.33E+06	6.37E+06	12.99	0.80
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		136.27	150.45	-10.40	2.70E+07	2.48E+07	8.17	0.71
Evento 2010-1	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		68.49	65.29	4.67	1.20E+07	9.23E+06	22.90	0.63
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		172.21	184.70	-7.25	4.01E+07	2.73E+07	31.86	0.62
Evento 2010-2	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		148.10	181.48	-22.54	2.25E+07	2.86E+07	-26.91	0.92
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		396.26	252.10	36.38	8.58E+07	6.71E+07	21.79	0.74
Evento 2010-3	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		75.38	75.12	0.35	1.81E+07	1.98E+07	-9.46	0.90
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		184.55	176.80	4.20	6.36E+07	5.25E+07	17.36	0.76

Fig. 6.25: Confronto misurato-modellato della portata massima e del volume (eventi 2009-1, 2009-2, 2010-1, 2010-2, 2010-3)

Evento 2010-4	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		88.37	95.15	-7.67	1.41E+07	1.69E+07	-10.83	0.86
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		242.04	191.75	20.78	5.52E+07	5.09E+07	12.78	0.91
Evento 2011-1	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		64.51	58.24	9.73	1.07E+07	9.89E+06	2.35	0.88
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		162.60	164.40	-1.11	3.58E+07	3.45E+07	3.72	0.96
Evento 2011-2	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		65.79	68.10	-3.51	1.65E+07	1.86E+07	-12.34	0.88
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		190.53	125.30	34.24	6.29E+07	3.11E+07	50.51	-
Evento 2012-1	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		100.87	100.17	0.69	8.06E+06	8.54E+06	-6.01	0.71
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		258.36	233.30	9.70	2.97E+07	2.39E+07	19.48	0.89
Evento 2012-2	Torreb.	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		61.66	55.09	10.66	7.30E+06	6.55E+06	19.84	0.63
	Vi	Q max modellata [mc/s]	Q max misurata [mc/s]	diff Q %	V modellato [mc]	V misurato [mc]	diff V %	E
		152.75	133.90	12.34	2.44E+07	1.97E+07	24.34	0.59

Fig. 6.26: Confronto misurato-modellato della portata massima e del volume (eventi 2010-4, 2011-1, 2011-2, 2012-1, 2011-2)

Conclusioni

La difficoltà legata alla creazione di un modello geomorfologico è strettamente correlata alla complessità del bacino idrografico oggetto di studio.

Numerose sono le forzanti esterne che possono intervenire sul regolare deflusso del corso d'acqua, ad esempio: un improvviso sbarramento dovuto ad una frana, una derivazione particolarmente sostanziosa, lo scioglimento nivale, le manovre di regolazione di un serbatoio, un'esondazione, ecc...

Tutti questi effetti esterni sono impossibili da prevedere con certezza e molto complessi da modellare matematicamente, se non in modo approssimato. È necessario quindi utilizzare estrema cautela quando si esaminano i valori di portata misurata che vengono forniti, soprattutto se tali valori sono estrapolati da una scala delle portate.

La qualità di un modello geomorfologico non è solamente legata ad una corretta modellazione matematica delle equazioni, ma anche ad un uso critico e consapevole dei dati forniti. Le applicazioni effettuate in questo studio sostanzialmente evidenziano questo fatto.

Dopo aver estratto la rete ed eseguito il Kriging delle precipitazioni, la calibrazione del modello è avvenuta scegliendo un evento particolare, in questo caso il primo del 2012, e modificando i parametri in modo da ricostruire in modo più fedele possibile l'onda di piena misurata. Nella successiva fase di validazione si è osservato che la maggior parte delle onde di piena è stata riprodotta in modo soddisfacente.

Essendoci la necessità di modellare sia la portata nella sezione di Torrebelvicino che la portata a Vicenza, si sono adottati dei compromessi, cercando quanto più possibile di riprodurre al meglio entrambe. Le due località rappresentano le sezioni di chiusura di bacini molto diversi tra loro, il primo con caratteristiche montane poco urbanizzate i cui deflussi sono governati dalle pendenze, il secondo con caratteristiche per lo più pianeggianti e ricche di territorio urbanizzato, sul quale avvengono le confluenze tra il torrente Leogra, il torrente Timonchio, il torrente Orlo e vari corsi d'acqua di risorgiva.

L'evento dell'1 Novembre 2010 ha causato un'importante esondazione nella zona di Caldognon e questo fenomeno si riflette anche sulle portate misurate a Vicenza. La modellazione ha naturalmente prodotto una forte sovrastima del colmo di piena. Provando ad eliminare 13 milioni di metri cubi dalla portata modellata il risultato è notevolmente migliorato.

Altri due eventi, uno nel 2009 ed uno nel 2010 hanno portato ad un risultato non soddisfacente. Eseguendo però il rapporto tra il volume d'acqua misurato a Vicenza e quello misurato a Torrebelvicino, si osserva in generale un valore compreso tra 2.5 e 3, tranne che per i due eventi sopraccitati.

Questa incongruenza ha permesso di giungere alla conclusione che, come nel 2010, sia esistito un qualche fenomeno che abbia causato la differenza. Senza questo controllo e senza un'analisi critica dei dati forniti, il modello potrebbe apparire sempre errato.

Non è quindi possibile immaginare di realizzare un modello geomorfologico che vada bene in generale, ma è necessario arricchirlo e personalizzarlo in funzione del territorio che è chiamato a riprodurre. La conoscenza del territorio è il primo passo di una corretta modellazione.

Bibliografia

- [1] A. Rinaldo, L. Altissimo, M. Putti, G. Passadore, M. Monego, and A. Sottani, “Modello matematico di flusso nei sistemi acquiferi dei territori dell’autorità d’ambito territoriale ottimale a.t.o. brenta,” Università degli Studi Di Padova, Centro idrico di Novoledo, Provincia di Padova, Provincia di Vicenza, A.T.O Brenta, Relazione finale, Maggio 2010.
- [2] Sottani, Pretto, Viero, and Marcolongo, *Gli acquiferi nella pianura a nord di Vicenza: studio del sistema, bilancio idrico e proposte gestionali*, CNR, Ed. Aziende Industriali Municipalizzate di Vicenza e Consiglio Nazionale delle Ricerche, 1982.
- [3] M. dell’Ambiente, “Classificazione dei comuni italiani in base al livello di attenzione per il rischio idrogeologico,” Servizio per la Difesa del Territorio, Tech. Rep., 2000.
- [4] D. G. Tarboton, “A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models,” *Water Resources Research*, vol. 33, pp. 309–319, 1997.
- [5] —, *TauDEM 5.0, WATERSHED DELINEATION USING TAUDDEM, A tutorial for using TauDEM to delineate a single watershed*, Utah State University, August 2011.
- [6] D. Tarboton, D. Watson, R. Wallace, K. Schreuders, and J. Neff, “Terrain analysis using digital elevation models (taudem),” workshop.
- [7] W. E. Dietrich and T. Dunne, “The channel head,” in *Channel network hydrology*, K. Beven and M. J. Kirkby, Eds. J. Wiley and Sons, 1993, pp. 175–219.
- [8] D. Montgomery, *Channel initiation and landscape evolution*, Berkeley, Ed. Univ.of Calif., 1991.
- [9] D. Montgomery and W. Dietrich, “Channel initiation and the problem of landscape scale,” in *Science*, no. 255, 1992, pp. 826–830.
- [10] ARPAV, “Considerazioni sulla scala di deflusso del fiume bacchiglione a vicenza. livelli e portate anni 2004-2006,” Agosto 2007.
- [11] —, “Livelli e portate medie giornaliere del fiume bacchiglione a vicenza negli anni 2007-2008,” Dicembre 2009.
- [12] —, “Livelli e portate medie giornaliere del fiume bacchiglione a vicenza negli anni 2009-2011,” Febbraio 2012.
- [13] Raspa, “Dispense di geostatistica applicata.”
- [14] K. J. Beven, *Rainfall-Runoff Modelling*, L. University, Ed. Wiley,Blackwell, 2004.
- [15] G. H. Roger Clapp, *Empirical equations for some soil hydraulic properties*. Water Resources Research, 1987, vol. 14, ch. Issue 4, pp. 601–604.
- [16] I. Rodriguez-Iturbe and A. Rinaldo, “The geomorphological theory of hydrologic response,” *Hydrological Processes*, vol. 10, no. 6, pp. 803–829, 1996.
- [17] I. Rodriguez-Iturbe and J. B. Valdes, “The geomorphological structure of hydrologic response,” *Water Resources*, vol. 15, no. 6, pp. 1409–1420, 1979.

- [18] M. Marani, “Processi e modelli dell’idrometeorologia. un’introduzione,” Marzo 2003, dispensa.
- [19] E. A. Celegon, “Contributi allo sviluppo di modelli idrologici accoppiati previsionali e montecarlo,” Tesi di dottorato, Università degli Studi di Padova, 2008.
- [20] I. Rodriguez-Iturbe and A. Rinaldo, *Fractal River Basins*, C. University, Ed. Cambridge University Press, 1997.

Nota: il simbolo — indica che l’autore è il medesimo del punto precedente

Dimostrazioni e passaggi matematici

A.1 Il Kriging nel campo omogeneo [18]

Si consideri una variabile aleatoria $z(x,y)$ appartenente ad un campo aleatorio omogeneo, di cui sia noto il valore misurato in alcuni punti di un determinato dominio, e si voglia stimare z in un generico punto di coordinate (x_0, y_0) . Una stima ottimale $\hat{z}(x_0, y_0)$ è definita da assenza di errore sistematico (errore medio nullo) e varianza dell'errore minima:

$$\begin{aligned} E[\hat{z}_0 - z_0] &= 0 \\ \sigma^2(\hat{z}_0 - z_0) &= \min. \end{aligned} \quad (\text{A.1.1})$$

Il Kriging si limita a considerare le possibili stime lineari del tipo:

$$\hat{z} = \sum \lambda_{i0} \cdot z_i \quad (\text{A.1.2})$$

dove $z_i(x_i, y_i)$ sono i valori di z in n . Sostituendo l'espressione (A.1.2) nella prima delle (A.1.1) e sfruttando la linearità dell'operatore valore atteso, si ottiene una prima condizione per la stima ottimale:

$$E[\hat{z}_0 - z_0] = E\left[\sum \lambda_{i0} z_i - z_0\right] = \mu - \mu = 0 \quad (\text{A.1.3})$$

La seconda condizione, introducendo la definizione di varianza e sfruttando la relazione appena ricavata (A.1.3), risulta

$$\text{var}(\hat{z}_0 - z_0) = E[(\hat{z}_0 - z_0) - E(\hat{z}_0 - z_0)]^2 = E[(\hat{z}_0 - z_0)]^2 = \min \quad (\text{A.1.4})$$

Al fine di semplificare la trattazione è opportuno trasformare il campo originario in un campo a media nulla, definendo la variabile $Y(x, y)$: $[Y(x, y) = z(x, y) - \mu]$, in modo da ridurre il problema ad una stima lineare:

$$\hat{Y}_0 = \sum \lambda_i \cdot Y_i \quad (\text{A.1.5})$$

L'equazione (A.1.4) diventa quindi:

$$\text{var}(\hat{z}_0 - z_0) = \text{var}(\hat{Y}_0 - Y_0) = E[(\hat{Y}_0 - Y_0)^2] \quad (\text{A.1.6})$$

Sviluppando il quadrato e sfruttando la proprietà di linearità del valore atteso, si ottiene:

$$E[(\hat{Y}_0 - Y_0)^2] = \sum_i \sum_k \lambda_{0i} \lambda_{0k} E[Y_i Y_k] + \sigma_Y^2 - 2 \sum_i \lambda_{0i} E[Y_0 Y_i] \quad (\text{A.1.7})$$

dove $E[(Y_i Y_k)]$ rappresenta la covarianza della variabile aleatoria $Y(x, y)$, valutata nei punti (x_i, y_i) e (x_k, y_k) :

$$E[(Y_i Y_k)] = C[(x_i, y_i) - (x_k, y_k)] = C(\mathbf{r}_{ik}) \quad (\text{A.1.8})$$

avendo posto $\sum \lambda_{0i} C(\mathbf{r}_{ik}) = C(\mathbf{r}_{0k})$ e $\mathbf{r}_{ik} = (x_i - x_k)$, $\mathbf{r}_{0k} = (x_0 - x_k)$.
Sostituendo l'equazione (A.1.8) nella (A.1.7) si ottiene l'espressione finale per la funzione obiettivo:

$$\text{var}(\widehat{Y}_0 - Y_0) = \sum_i \sum_k \lambda_{0i} \lambda_{j0} C(\mathbf{r}_{ik}) + \sigma_Y^2 - 2 \sum \lambda_{0i} C(\mathbf{r}_{0i}) . \quad (\text{A.1.9})$$

Si tratta ora di determinare i valori dei parametri λ che minimizzano tale funzione:

$$\frac{\partial[\text{var}(\widehat{Y}_0 - Y_0)]}{\partial \lambda_{k0}} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n . \quad (\text{A.1.10})$$

La soluzione delle (A.1.10) è data dal seguente sistema lineare, scritto in forma matriciale:

$$\widetilde{C} \bar{\lambda} = \bar{c}_0 . \quad (\text{A.1.11})$$

Risolvendo il sistema lineare si determinano quindi i pesi λ_{0i} che inseriti nell'Equazione (A.1.2) permettono il calcolo di \widehat{z}_0 . In corrispondenza della soluzione del sistema lineare la funzione obiettivo (Equazione A.1.7) presenta un minimo:

$$\sum \lambda_{0i} C(\mathbf{r}_{ik}) = c(\mathbf{r}_{0k}) .$$

Quindi:

$$[\text{var}(\widehat{Y}_0 - Y_0)]_{MIN} = \sigma_Y^2 - \sum \lambda_i c(\mathbf{r}_{0i}) \quad (\text{A.1.12})$$

da cui si deduce infine che la varianza dell'errore è più piccola della varianza della variabile. Quanto più il campo è correlato, tanto più grande è $c(\mathbf{r}_{0i})$ e tanto minore è l'errore che viene commesso nella stima.

A.2 Il Kriging nel campo non omogeneo [18]

Al fine di poter applicare le tecniche di Kriging per interpolare i dati osservati in campo non omogeneo, si introduce l'*ipotesi intrinseca*, assumendo che il campo degli incrementi sia omogeneo:

$$\begin{aligned} E[Y(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - Y(\mathbf{x})] &= \mu_{\Delta}(\mathbf{r}) \\ \sigma^2[Y(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - Y(\mathbf{x})] &= 2v(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = 2v(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

La formulazione del Kriging nell'ipotesi intrinseca risulta essere analoga a quella del caso omogeneo:

$$\begin{aligned} E(\widehat{y}_0) &= \mu \\ \sigma^2(\widehat{y}_0 - y_0) &= \min \end{aligned} \quad (\text{A.2.1})$$

Sviluppando la prima delle (A.2.1), si ottiene

$$E\left(\sum_i^n \lambda_{i0} y_i\right) = \sum_i^n \lambda_{i0} E(y_i) = \mu \sum_i^n \lambda_{i0} \quad (\text{A.2.2})$$

da cui

$$\sum_i^n \lambda_{i0} = 1 \quad (\text{A.2.3})$$

In questo modo si ottiene un vincolo in più rispetto al caso stazionario, che dovrà essere usato per determinare della soluzione. Dalla seconda delle (A.2.1), si ottiene

$$E \left[\sum_i^n (\lambda_{i0} y_i - y_0)^2 \right] = \min \quad (\text{A.2.4})$$

Si deve ora minimizzare la (A.2.4). Sviluppando il quadrato come prodotto di due sommatorie si ottiene:

$$E[(\hat{y}_0 - y_0)^2] = E \left[\left(\sum_i \lambda_{0i} (y_i - y_0) \right) \cdot \left(\sum_j \lambda_{0j} (y_j - y_0) \right) \right]. \quad (\text{A.2.5})$$

Ricordando l'espressione del variogramma, la si modifica sommando e sottraendo y_0 :

$$v(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{1}{2} E[(y_i - y_j)^2] = \frac{1}{2} E[((y_i - y_0) - (y_j - y_0))^2] \quad (\text{A.2.6})$$

Sviluppando questo quadrato, sostituendo nella (A.2.5) e applicando il vincolo espresso dall'equazione (A.2.3) si ricava:

$$E[(\hat{y}_0 - y_0)^2] = 2 \sum_i \lambda_{i0} v(\mathbf{r}_{i0}) - \sum_i \sum_j \lambda_{i0} \lambda_{0j} v(\mathbf{r}_{ij}) \quad (\text{A.2.7})$$

L'espressione ottenuta ha una forma molto simile a quella del caso omogeneo, con la differenza che qui si ha un caso di *minimizzazione vincolata*. Per determinare la soluzione si utilizza il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, ovvero si costruisce una nuova funzione obiettivo in cui sia presente quella di partenza, imponendo il vincolo sui pesi. Il problema diventa, allora, ricercare la seguente condizione:

$$f(\lambda_{i0}) = \left\{ \frac{1}{2} E[(\hat{y}_0 - y_0)^2] - \alpha \left(\sum \lambda_{i0} - 1 \right) \right\} = \min \quad (\text{A.2.8})$$

a cui imporre il vincolo:

$$\sum_i^n \lambda_{i0} = 1.$$

Derivando l'Equazione (A.2.8), rispetto a λ_{i0} e α , si ottengono le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \lambda_{0k}} = v(\mathbf{r}_{0k}) - \sum \lambda_{i0} v(\mathbf{r}_{ik}) - \alpha = 0 & k = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha} = \sum \lambda_i - 1 = 0 \end{cases} \quad (\text{A.2.9})$$

La soluzione del problema diviene

$$\begin{cases} v(\mathbf{r}_{k0}) = \sum \lambda_{0i} v(\mathbf{r}_{ik}) + \alpha = 0 \\ \sum \lambda_i = 1 \end{cases}$$

Scrivendo il sistema in forma compatta:

$$\begin{cases} \bar{v}_0 = \tilde{V} \bar{\lambda}_0 \\ \sum \lambda_i = 1 \end{cases}$$

in cui

$$\bar{\lambda}_0 = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \alpha] \quad \bar{v}_0 = [v_{10}, v_{20}, \dots, v_{n0}, \alpha] \quad \tilde{V} = \begin{bmatrix} v(r_{11}) & \dots & v(r_{1n}) & 1 \\ v(r_{21}) & \dots & v(r_{2n}) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

È importante notare come i termini della matrice dei coefficienti siano dipendenti solo dalla distanza reciproca tra i due punti di misura. In altre parole, la matrice \tilde{V} rappresenta la struttura spaziale dell'informazione. Invece il vettore dei termini noti è legato alla posizione del punto in cui eseguire la stima e descrive i rapporti spaziali con gli altri punti di misura.

In questo modo si ottiene una rappresentazione della soluzione generale del problema di interpolazione spaziale di dati misurati in campi aleatori, valida quindi anche nel caso di campo omogeneo.

A.3 L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico [18] [19]

La componente geomorfologica non è l'unica sorgente di dispersione presente nel sistema; esiste infatti una componente dispersiva idrodinamica agente nei singoli tratti dei corsi d'acqua legata alle fluttuazioni turbolente di velocità.

Per rendere conto di tali fenomeni e quantificarli si consideri il moto del fluido in un generico tratto di corso d'acqua di lunghezza L . Il campo di moto $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ all'interno del tratto al tempo t può essere scomposto in due termini: una componente media $\langle \mathbf{u} \rangle = E[\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)]$ ed una fluttuante $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.3.1})$$

Integrando l'equazione (A.3.1) è possibile esprimere la posizione $\mathbf{x}(t)$ della particella, al tempo t :

$$\mathbf{X}(t) = \langle \mathbf{X} \rangle + \mathbf{X}'(t; \mathbf{X}_0, t_0) + \mathbf{X}_B(t)$$

dove

$$\langle \mathbf{X} \rangle = \langle \mathbf{u} \rangle t$$

$$\mathbf{X}'(t) = \int_0^t \mathbf{u}'(\mathbf{x}(\tau), \tau) d\tau$$

e \mathbf{x}_0 è la posizione della particella al tempo $t = 0$; il termine $\mathbf{X}_B(t)$ definisce una componente isotropica e browniana del moto, la quale viene matematicamente definita da $\langle \mathbf{X}_B \rangle = 0$, media nulla, e varianza pari a $\langle \mathbf{X}_B^2 \rangle = 2D_B t$, con D_B coefficiente di diffusione.

Al fine di caratterizzare la densità di probabilità degli spostamenti $g(\mathbf{x}, t)$, si utilizza il modello di Fokker-Planck:

$$\frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i} = \sum_i \sum_j D_{ij}(t) \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{A.3.2})$$

dove $D_{ij}(t)$ è il tensore di dispersione. La funzione $g(\mathbf{x}, t)$ caratterizza la probabilità che la traiettoria di una particella sia in \mathbf{x} , al tempo t ; la probabilità massima è data dalla traiettoria media $\langle X \rangle_i = \langle u \rangle_i t$. Il termine $\sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x}, t)}{\partial x_i}$ tende a spostare

la probabilità massima lungo la traiettoria media, mentre il secondo membro dell'uguaglianza considera la probabilità di avere degli scostamenti dalla traiettoria media, dovuti alle fluttuazioni turbolente della velocità. È da notare che, matematicamente, il termine diffusivo è generalmente anisotropo e dipendente dal tempo (poichè è legato alla struttura eterogenea dei campi convettivi), ma indipendente dallo spazio (e.g. [20]), in contrasto con i modelli di tipo Fickiano.

Si procede ora a risolvere l'equazione del modello dell'onda parabolica (A.3.3):

$$\frac{\partial y}{\partial t} + a \frac{\partial y}{\partial x} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (\text{A.3.3})$$

È questa una buona approssimazione quando le onde non sono molto ripide e dunque ben sia adatta allo studio della propagazione di un onda di piena in un corso d'acqua. Si osserva inoltre che è un'equazione del tipo dispersione-diffusione (dispersione idrodinamica espressa da D_H) con una componente di natura convettiva (celerità di propagazione a); tale equazione, tenendo conto della proporzionalità espressa in (5.4.13), è del tipo della (A.3.2).

Senza perdita di generalità si può semplificare la (A.3.3) introducendo la nuova variabile indipendente $s = x - at$. La (A.3.3) diviene così:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \quad (\text{A.3.4})$$

Moltiplicando la (A.3.4) per s^2 e integrando tra $-\infty$ e $+\infty$, si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial t} ds = \int_{-\infty}^{+\infty} D_H s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} ds = D_H \left[s^2 \frac{\partial y}{\partial s} - 2sy \right] + 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (\text{A.3.5})$$

Se:

$$\lim_{s \rightarrow \pm\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial s} = 0$$

e:

$$\lim_{s \rightarrow \pm\infty} sy = 0$$

allora la (A.3.5) può essere riscritta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds = 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (\text{A.3.6})$$

Si noti che, assumendo come riferimento di coordinate il baricentro di $y(s)$, la varianza di $y(s)$ è definita:

$$\sigma^2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds}{\int_{-\infty}^{+\infty} y ds} \quad (\text{A.3.7})$$

La varianza costituisce una misura di quanto "dispersa" sia la massa rispetto al baricentro della distribuzione. La (A.3.6) fornisce allora:

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D_H \quad (\text{A.3.8})$$

nella quale si è tenuto conto del fatto che

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} y ds = \frac{\partial M}{\partial t} = 0$$

poichè la massa totale M deve conservarsi.

La (A.3.8) porge allora:

$$\sigma^2(t) \propto 2D_H t \quad (\text{A.3.9})$$

Questa relazione indica che la varianza di $y(s)$ cresce linearmente nel tempo e proporzionalmente al coefficiente di dispersione. È questa una proprietà generale dell'equazione della dispersione (A.3.3).

Dalla relazione $f(t) = -d/dt \int_V g(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$ e risolvendo la (A.3.2) con le opportune condizioni al contorno, si ottiene la densità di probabilità dei tempi di residenza. Le appropriate condizioni al contorno per risolvere la (A.3.2) sono le seguenti:

i) $g(x, 0) = 0$ per $x \neq 0$; per $x = 0$ vale:

$$| \langle u \rangle g(x, t) - D_L \frac{\partial g}{\partial x} |_{x=0} = \delta(t) \quad (\text{A.3.10})$$

ii) barriera assorbente per $x = L$, per cui $g(L, t) = 0$.

Al fine di ottenere una soluzione forma chiusa è utile introdurre la trasformata di Laplace:

$$\hat{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt$$

Mentre la sua inversa è:

$$f(t) = \int_0^\infty \hat{f}(s) e^{st} ds$$

La trasformata di Laplace gode della proprietà seguente:

$$(f \hat{*} g)(s) = \hat{f}(s) \hat{g}(s)$$

Ipotizzando che a e D_H siano indipendenti dall'ordine del ramo, la soluzione risulta:

$$f_x(t) = \frac{L(\gamma)}{(4\pi D_H t^3)^{1/2}} \exp \left[\left(-\frac{(L - at)^2}{4 D_H t} \right) \right], \quad (\text{A.3.11})$$

Struttura dei file del modello geomorfologico utilizzato

Si riporta di seguito la lista degli input che il modello geomorfologico utilizza per il suo corretto funzionamento, validi per tutti gli eventi esaminati. Successivamente si riportano i principali output prodotti.

B.1 File di input

- *param.txt*: contiene il valore dei parametri di calibrazione del modello, la frazione di ora a cui corrisponde il passo *dt* della simulazione ed i parametri per la legge di dispersione della portata;
- *date.txt*: contiene le date di inizio e fine del periodo di interesse e una data di riferimento per l'evento in analisi pari al 31 dicembre dell'anno precedente a quello in cui si è verificato l'evento;
- *sezioni_controllo.txt*: contiene il codice identificativo delle sezioni in cui si desidera conoscere i valori della portata modellata;
- *precipitazioni.mat*: valori di precipitazione a passo orario per ciascun sottobacino appartenente al bacino del Bacchiglione (questo file si ottiene al termine delle operazioni di interpolazione geostatistica);
- *MODE.txt*: contiene le scelte riguardanti l'attivazione o meno del modulo di accumulo e scioglimento nivale, attivazione degli effetti del serbatoio di Corlo e del modulo di evapotraspirazione;
- *geometria.txt* (DA USARE NEL CASO DI ESTRAZIONE MANUALE): contiene le informazioni sulla geometria del sistema. La prima colonna indica il numero del sottobacino *i*-esimo, la seconda indica il numero di sottobacino successivo a quello *i*-esimo seguendo il corso d'acqua, la terza indica la lunghezza del corso d'acqua, la quarta indica l'area totale del sottobacino, la quinta l'area urbana, la sesta l'area a curvatura negativa, la settima a curvatura nulla, l'ottava a curvatura positiva, la nona indica il valor medio della curvatura positiva e la decima indica il peso per il calcolo della conducibilità satura;
- *Aree.txt* (DA USARE NEL CASO DI ESTRAZIONE CON TauDEM): contiene per ciascun sottobacino i valori dell'area totale, dell'area urbana, dell'area concava, dell'area piatta, dell'area convessa, della curvatura media della sola area convessa e i pesi per il calcolo della conducibilità idraulica;
- *Bacchiglionecoord.dat* (DA USARE NEL CASO DI ESTRAZIONE CON TauDEM): file ottenuto dall'estrazione della rete;
- *Bacchiglionetree.dat* (DA USARE NEL CASO DI ESTRAZIONE CON TauDEM): file ottenuto dall'estrazione della rete;
- *Q_Ponte_Angeli.txt*: contiene le registrazioni della portata osservata nella sezione di chiusura a Vicenza a Ponte degli Angeli;

- *Q_Torrebelvicino.txt*: contiene le registrazioni della portata osservata nella sezione di chiusura a Torrebelvicino.

B.2 File di output

- *portate.mat*: valori delle portate (in m^3/s) con passo temporale pari a quello scelto per la simulazione, nell'intervallo temporale di interesse, a Vicenza, sezione di chiusura del bacino del fiume Bacchiglione (variabile *Qtot_fin_corretta*) e alle sezioni intermedie precedentemente scelte (variabile *Qtot_int*; le colonne della matrice contengono i dati riferiti alle diverse sezioni, nell'ordine riportato nel file di output *ordine_sezioni_controllo*);
- *moisture.mat*: contiene il valore del contenuto d'acqua dello strato radicale del suolo (variabile *s_start*) e il volume d'acqua contenuto negli strati più profondi del suolo (variabile *Sprof_start*) nell'ultimo istante temporale della simulazione, dati che permettono di utilizzare il modello 'in continuo' utilizzandoli come condizioni iniziali di simulazioni successive;
- *3_contributi.fig*: figura che mostra i contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo della portata modellata nella sezione di Vicenza;
- *3_contributi_Torrebelvicino.fig*: figura che mostra i contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo della portata modellata nella sezione di Torrebelvicino;
- *Q_Vicenza1.fig*: figura che mostra la sequenza i singoli deflussi nella sezione di Vicenza;
- *Q_Torrebelvicino1.fig*: figura che mostra la sequenza i singoli deflussi nella sezione di Torrebelvicino;
- *Q_Vicenza2.fig*: figura che mostra la portata complessiva modellata e la portata misurata a Vicenza;
- *Q_Torrebelvicino2.fig*: figura che mostra la portata complessiva modellata e la portata misurata a Torrebelvicino.