

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

***Relazione per la prova finale
«Bici da cross: analisi cinematica e
statica del sistema di
ammortizzazione»***

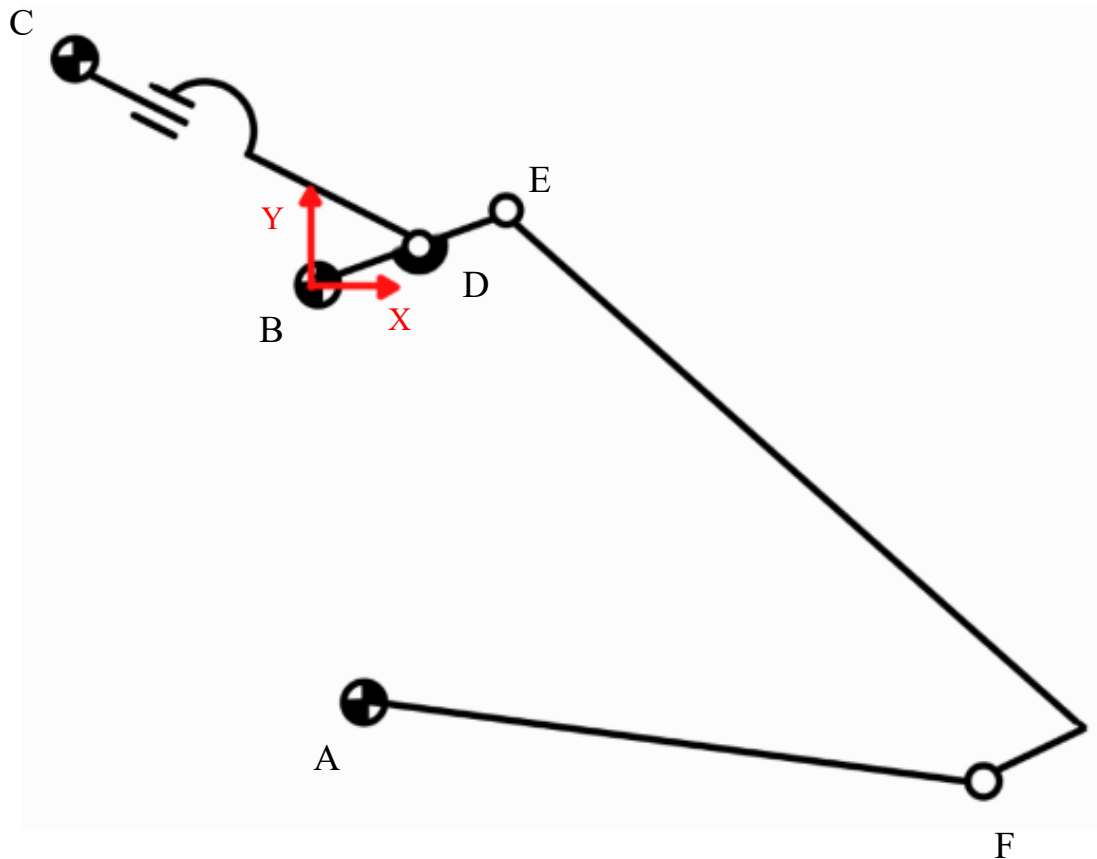
Tutor universitario: Ing. Bottin Matteo

Laureando: *Odetti Niccolò*

Padova, 09/09/2022



L'obiettivo di questo elaborato finale è quello di analizzare staticamente e cinematicamente il meccanismo di sospensione di una bici da cross marca *Specialized* modello *Stumpjumper FSR Comp Carbon 29*. Il meccanismo si compone di un pistone, fulcro del sistema di ammortizzazione, collegato tramite un quadrilatero articolato al perno della ruota posteriore



Calcolo dei gradi di libertà del meccanismo:

$$n = 3(m - 1) - 2C_1 - C_2$$

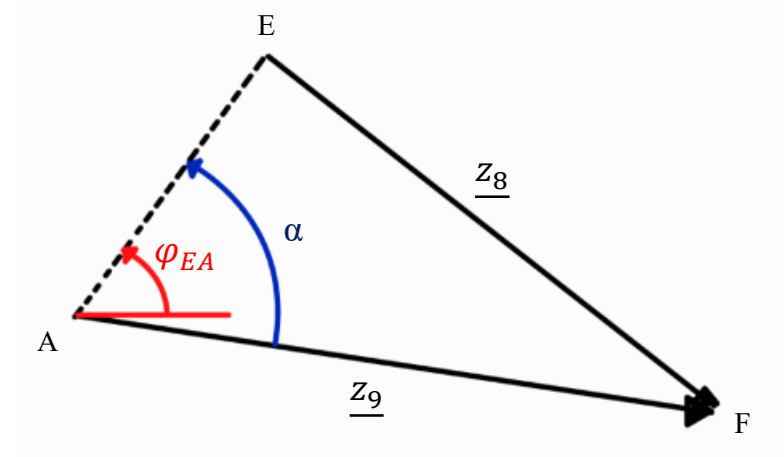
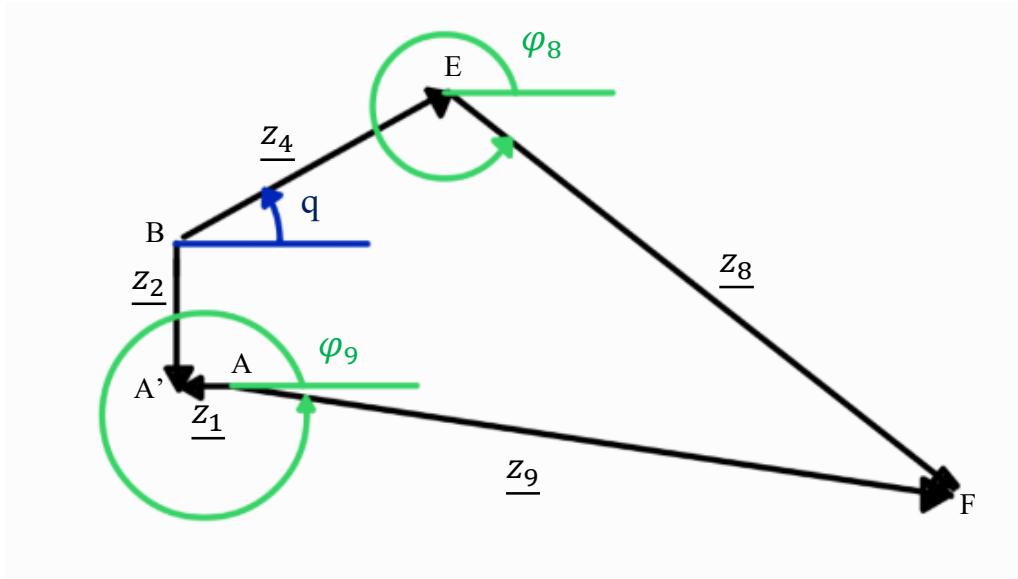
$$m = 5$$

$$C_1 = 5$$

$$C_2 = 1$$

$$n = 3 \cdot (5 - 1) - 2 \cdot 5 - 1 = 1$$

Il meccanismo presenta quindi un grado di libertà. Si è assunta come coordinata libera la quota verticale del punto F, corrispondente al perno ruota. Per l'analisi del meccanismo sono state individuate 2 maglie



$$\underline{z}_4 + \underline{z}_8 - \underline{z}_9 - \underline{z}_1 - \underline{z}_2 = 0$$

$$\begin{Bmatrix} x_E \\ y_E \end{Bmatrix} = \underline{z}_4 * \begin{Bmatrix} \cos(q) \\ \sin(q) \end{Bmatrix}$$

$$EA = \sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2}$$

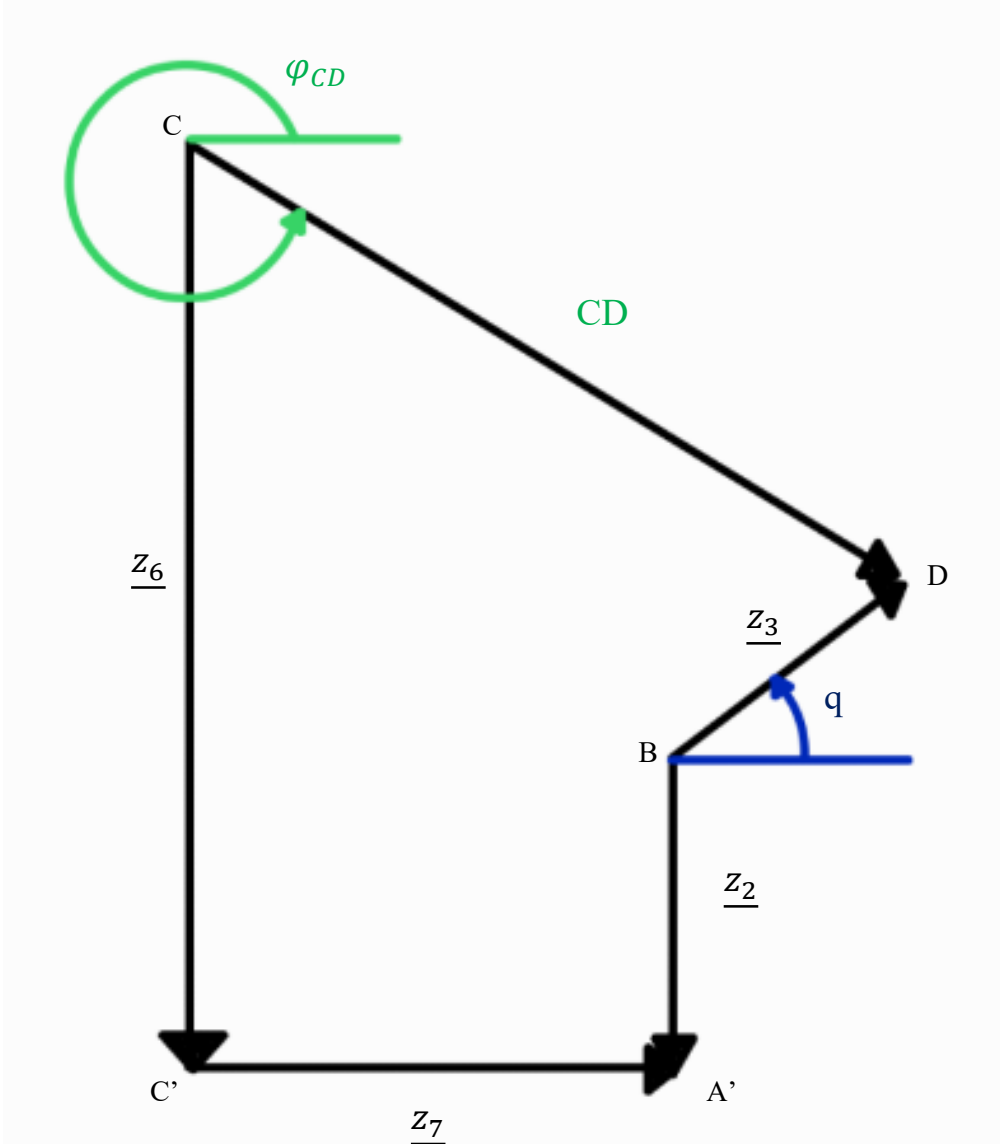
$$\varphi_{EA} = \tan^{-1} \left(\frac{y_E - y_A}{x_E - x_A} \right)$$

$$\varphi_9 = 360^\circ - (\alpha - \varphi_{EA})$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\overline{EA}^2 + \overline{AF}^2 - \overline{EF}^2}{2\overline{EA} * \overline{AF}} \right)$$

$$\begin{Bmatrix} x_F \\ y_F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_A \\ y_A \end{Bmatrix} + \underline{z}_9 \begin{Bmatrix} \cos(\varphi_9) \\ \sin(\varphi_9) \end{Bmatrix}$$

$$\varphi_8 = \tan^{-1} \left(\frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} \right)$$



$$\underline{z}_3 - \underline{CD} + \underline{z}_6 + \underline{z}_7 - \underline{z}_2 = \underline{0}$$

$$\begin{Bmatrix} x_D \\ y_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_B \\ y_B \end{Bmatrix} + \underline{z}_3 * \begin{Bmatrix} \cos(q) \\ \sin(q) \end{Bmatrix}$$

$$CD = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2}$$

$$\varphi_{CD} = 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \right)$$

Derivo l'equazione della prima maglia:

$$z_4 \begin{Bmatrix} -\sin(q) \\ \cos(q) \end{Bmatrix} \dot{q} + z_8 \begin{Bmatrix} -\sin(\varphi_8) \\ \cos(\varphi_8) \end{Bmatrix} \dot{\varphi}_8 - z_9 \begin{Bmatrix} -\sin(\varphi_9) \\ \cos(\varphi_9) \end{Bmatrix} \dot{\varphi}_9 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

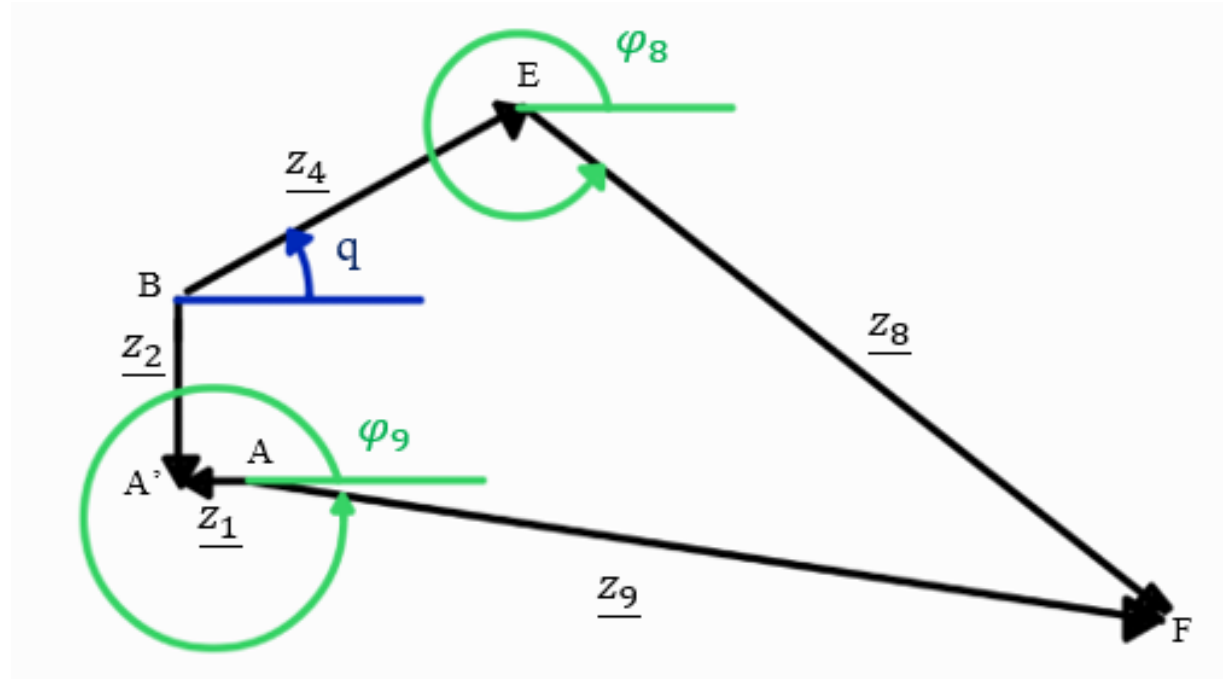
Definisco la matrice Jacobiana ed il vettore dei termini noti:

$$J = \begin{bmatrix} -z_8 \sin(\varphi_8) & z_9 \sin(\varphi_9) \\ z_8 \cos(\varphi_8) & -z_9 \cos(\varphi_9) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{Bmatrix} -z_4 \sin(q) \\ z_4 \cos(q) \end{Bmatrix}$$

Calcolo dei rapporti di velocità:

$$\begin{Bmatrix} w_{\varphi_9} \\ w_{\varphi_{11}} \end{Bmatrix} = -J^{-1}A = \begin{Bmatrix} \frac{z_4 \sin(\varphi_9 - q)}{z_8 \sin(\varphi_8 - \varphi_9)} \\ \frac{z_4 \sin(\varphi_8 - q)}{z_9 \sin(\varphi_8 - \varphi_9)} \end{Bmatrix}$$



Derivo l'equazione della seconda maglia:

$$z_3 \begin{Bmatrix} -\text{sen}(q) \\ \text{cos}(q) \end{Bmatrix} \dot{q} - CD \begin{Bmatrix} \text{cos}(\varphi_{CD}) \\ \text{sen}(\varphi_{CD}) \end{Bmatrix} - CD \begin{Bmatrix} -\text{sen}(\varphi_{CD}) \\ \text{cos}(\varphi_{CD}) \end{Bmatrix} \dot{\varphi}_{CD} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

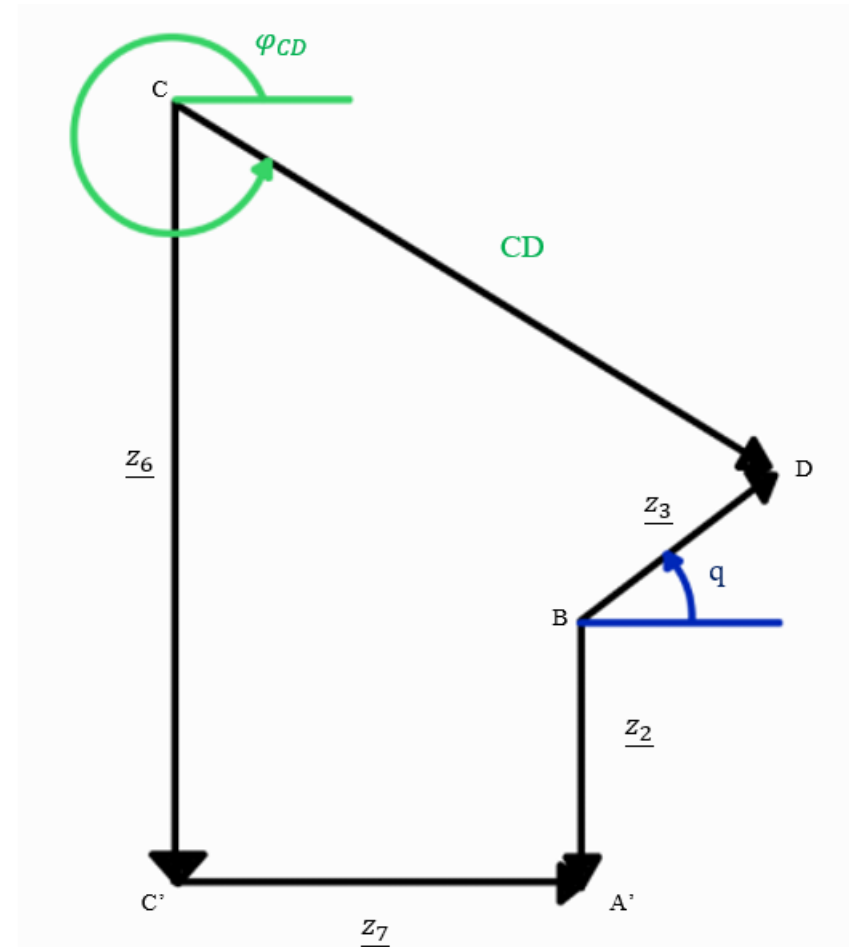
Definisco la matrice Jacobiana ed il vettore dei termini noti:

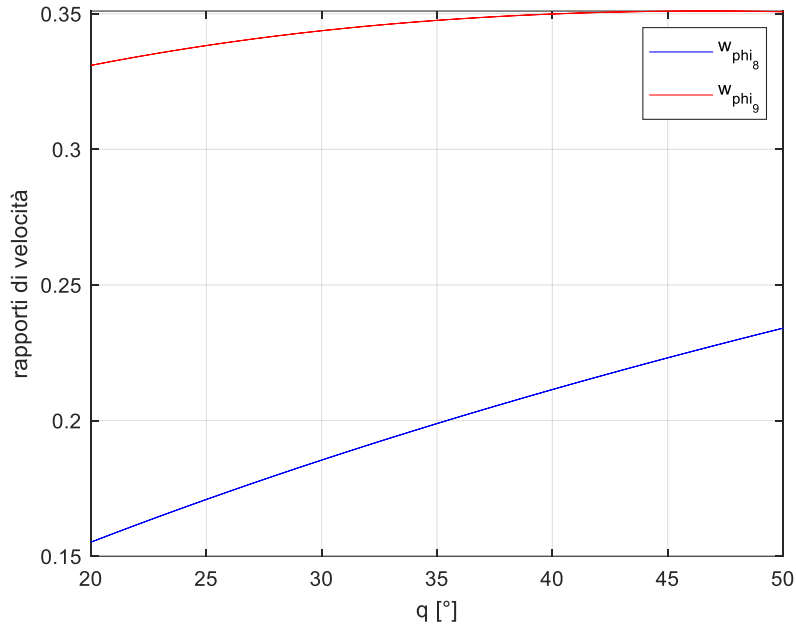
$$J = \begin{bmatrix} \text{cos}(\varphi_{CD}) & -CD\text{sen}(\varphi_{CD}) \\ \text{sen}(\varphi_{CD}) & CD\text{cos}(\varphi_{CD}) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{Bmatrix} -z_3\text{sen}(q) \\ z_3\text{cos}(q) \end{Bmatrix}$$

Calcolo dei rapporti di velocità:

$$\begin{Bmatrix} w_{CD} \\ w_{\varphi_{CD}} \end{Bmatrix} = -J^{-1}A = \begin{Bmatrix} \frac{\text{sen}(\varphi_{CD} - q)}{CD} \\ \frac{\text{sen}(\varphi_{CD})\text{sen}(q) + \text{cos}(\varphi_{CD})\text{cos}(q)}{CD} \end{Bmatrix}$$

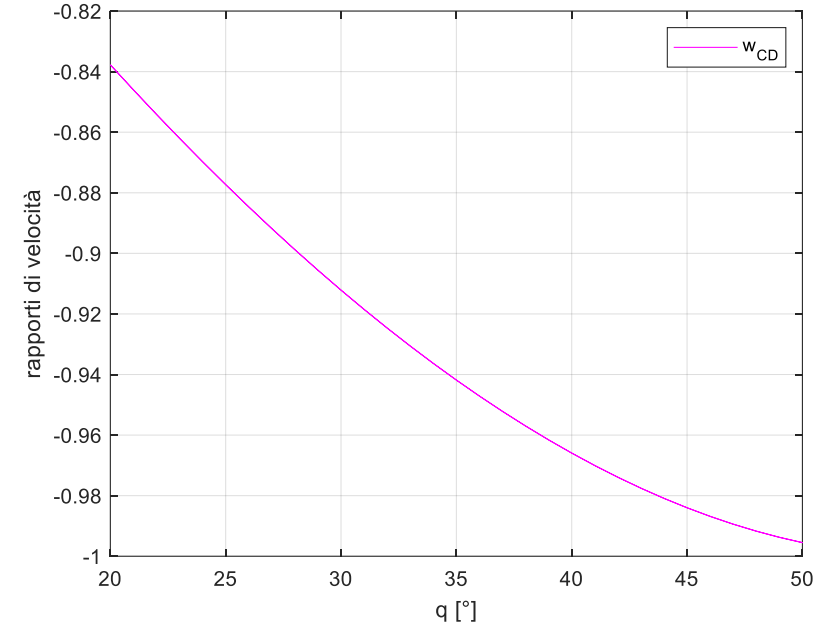




Rapporti di velocità della prima maglia

In rosso w_{ϕ_9}

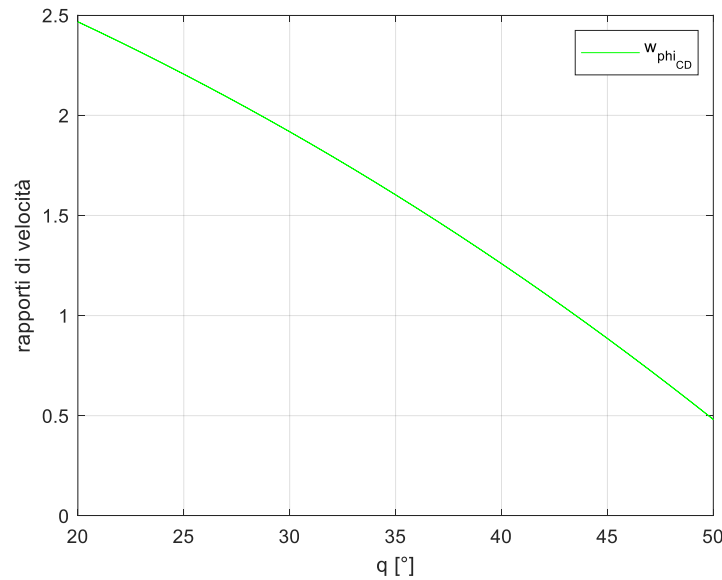
In blu w_{ϕ_8}



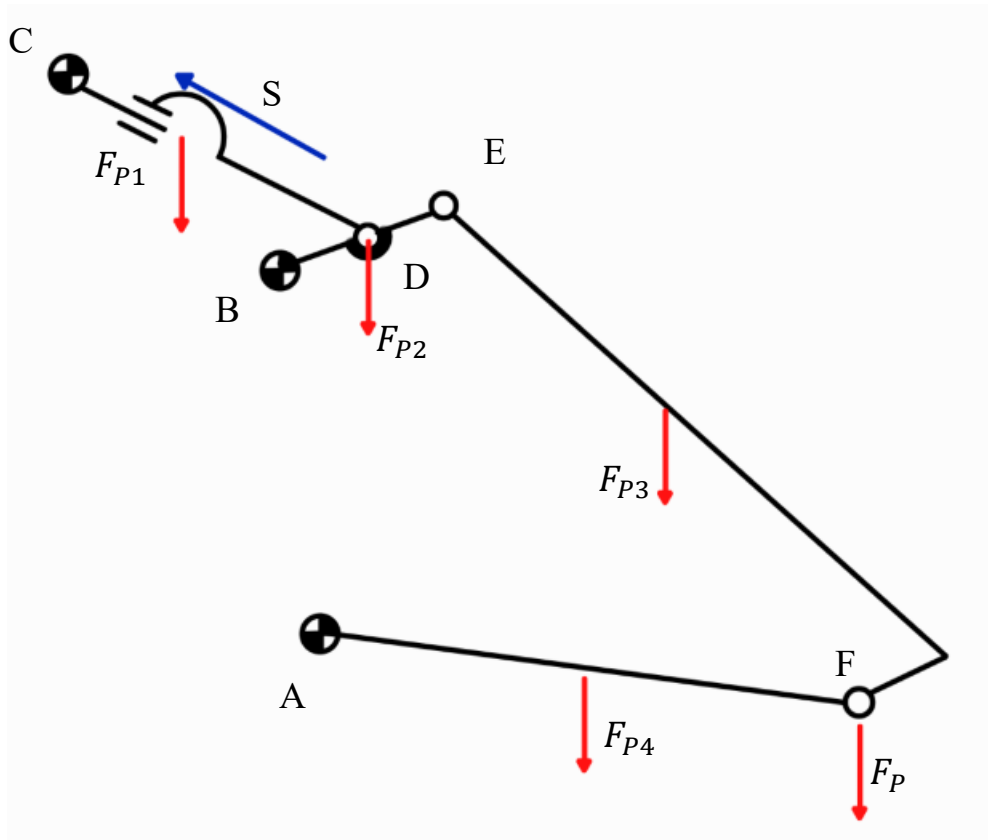
Rapporti di velocità della seconda maglia

Sopra w_{CD}

A sinistra $w_{\phi_{CD}}$



Le forze considerate per l'analisi statica sono la forza peso dei singoli membri e metà del peso del ciclista considerato ripartito equamente tra asse anteriore e posteriore:



$$w_{y_{G1}} = \frac{w_{CD}}{2} \sin(\varphi_{CD}) + \frac{CD}{2} \cos(\varphi_{CD}) w_{\varphi_{CD}}$$

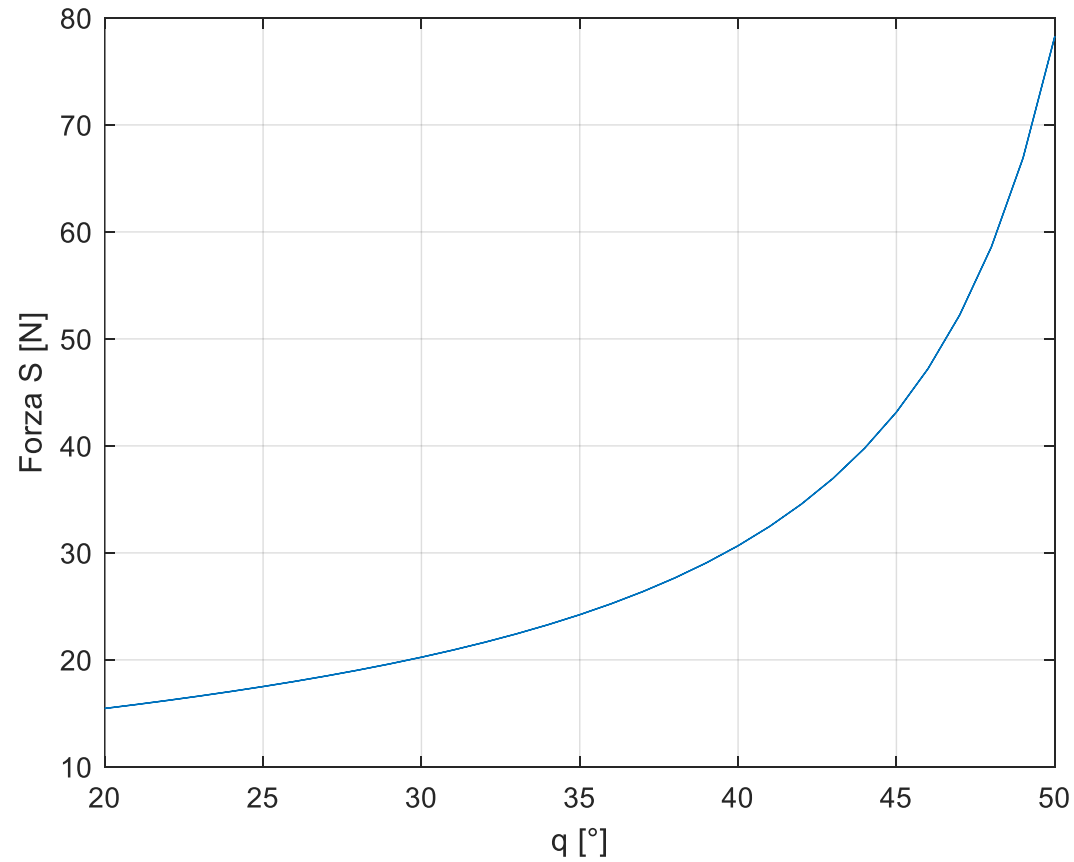
$$w_{y_{G2}} = \frac{BD}{2} \cos(\varphi_q)$$

$$w_{y_{G3}} = BE \cos(q) + \frac{EF}{2} \cos(\varphi_8) w_{\varphi_8}$$

$$w_{y_{G4}} = \frac{AF}{2} \cos(\varphi_9) w_{\varphi_9}$$

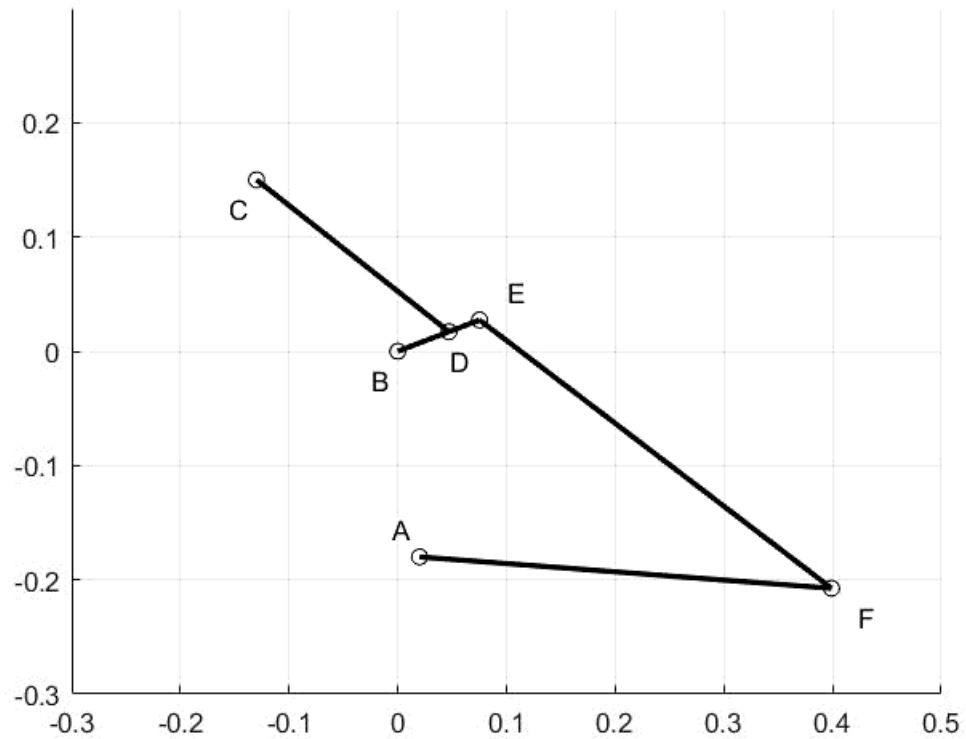
$$w_{y_F} = AF \cos(\varphi_9) w_{\varphi_9}$$

$$S = \frac{F_{P1} w_{y_{G1}} + F_P w_{y_F} + F_{P2} w_{y_{G2}} + F_{P3} w_{y_{G3}} + F_{P4} w_{y_{G4}}}{w_{CD}}$$



In questo diagramma si vede la forza richiesta al pistone per bilanciare il sistema considerando metà della forza peso del ciclista e tutte le forze peso dei singoli membri

Si riporta in conclusione un video di simulazione del meccanismo di ammortizzazione:



Ho considerato un'escursione dai 20° iniziali ai 30° della
Coordinata libera