

# Università degli studi di Padova

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Corso di Laurea Triennale in

Ingegneria Meccanica e Meccatronica

# ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI DELLE DISTRIBUZIONI DI TENSIONE IN UN SERBATOIO IN PARETE SOTTILE

## FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THE STRESS DISTRIBUTION

### IN A THIN-WALLED TANK

RELATORE: CH.MO PROF. Marino Quaresimin

CORRELATORE: ING. Paolo Andrea Carraro

LAUREANDO: Simone Fontana

ANNO ACCADEMICO: 2012/2013

## INDICE

INTRODUZIONE
CAPITOLO 1: La teoria delle membrane4
CAPITOLO 2: Procedura di analisi agli elementi finiti
CAPITOLO 3: Serbatoio con fondi semisferici12
3.1.Definizione dei Path12
3.2.Risultati
<u>3.2.1.Path 1</u>
<u>3.2.2.Path 2</u>
<u>3.2.3.Path 3</u> 20
<u>3.2.4.Path 4</u> 22
<u>3.2.5.Path 5</u>
<u>3.2.6.Path6</u>
<u>3.2.7.Path 7</u>
CAPITOLO 4: Dimensionamento serbatoio con fondi piatti
4.1.Introduzione del problema e definizione dei parametri di progetto 31
4.2.Trattazione analitica
4.2.1.Parete cilindrica
<u>4.2.2.Fondo piatto</u>
4.3.Modellazione della struttura34
4.4.Risultati
<u>4.4.1.Path 1</u>
<u>4.4.2.Path 2</u>
4.4.3.Tensioni nella zona del collegamento saldato42
Conclusioni
Bibliografia47

### INTRODUZIONE

A partire dalla seconda metà del secolo scorso, lo sviluppo del metodo di calcolo agli elementi finiti ha ridefinito le frontiere della progettazione ingegneristica generale. Infatti, pur permettendo una formulazione matematicamente coerente e meccanicamente ben fondata del problema strutturale, l'approccio continuo produce equazioni difficili da risolvere nel caso generale: a livello matematico, i problemi di interesse ingegneristico cui è possibile arrivare ad una forma chiusa esatta sono, seppur di fondamentale importanza, molto limitati. Il metodo di calcolo agli elementi finiti rappresenta una procedura numerica per la risoluzione di problemi della meccanica del continuo con una accuratezza ingegneristicamente accettabile.

Nel seguente elaborato verrà utilizzato come software di calcolo il programma *Ansys* per l'analisi di due serbatoi contenenti gas a una certa pressione uniforme aventi caratteristiche geometriche differenti, il primo a fondi semisferici e il secondo a fondi piatti. Nel caso del primo serbatoio l'analisi sarà condotta a partire da caratteristiche geometriche e condizioni di carico note e non verrà eseguita nessuna verifica strutturale, bensì verrà valutata la bontà dei valori di tensione teorici relativi mediante confronto con i risultati dell'elaborazione. Nel secondo caso invece, note le condizioni di carico, la tensione di snervamento del materiale e il coefficiente di sicurezza statico, si procederà al dimensionamento strutturale secondo normativa internazionale e alla relativa verifica mediante analisi agli elementi finiti.

La prima parte dell'elaborato prevede dei cenni sulla teoria delle membrane e la definizione delle formulazioni che vengono utilizzate. La sezione successiva è dedicata alla modellazione di dettaglio dei serbatoi: il filo logico seguito in tale parte è la completa ripetibilità della costruzione dello stesso modello o di altri affini. Quindi segue la parte di manipolazione e confronto dei risultati per quanto riguarda il serbatoio a fondi semisferici ed infine vi è l'ultima parte dedicata al dimensionamento strutturale del secondo serbatoio, alla costruzione del modello con Ansys e al relativo confronto dei risultati.

### **CAPITOLO 1**

## La teoria delle membrane

Le membrane rappresentano uno schema strutturale bidimensionale, in cui la terza dimensione, rappresentata dallo spessore della membrana, risulta trascurabile rispetto alle altre due dimensioni. Mediante questa schematizzazione si possono studiare strutture meccaniche ingegneristiche come i serbatoi ed i recipienti in parete sottile che contengono gas o liquidi ad una pressione interna costante.

Le ipotesi fondamentali che regolano la trattazione matematica delle membrane sono tre:

- 1. Lo spessore t della membrana è trascurabile rispetto alle altre dimensioni;
- 2. La geometria è assialsimmetrica;
- 3. I carichi esterni sono distribuiti e assialsimmetrici.

Come conseguenza della prima ipotesi si ha, considerando un elementino di parete come quello di figura 1.1, che lo stato di tensione su di esso è biassiale e dalle rimanenti due ipotesi fondamentali si asserisce che le due tensioni  $\sigma_m$  e  $\sigma_t$  sono tensioni principali; si definiscono rispettivamente  $\sigma_m$  la tensione sul piano meridiano e  $\sigma_t$  la tensione sul piano trasversale (figura 1.2).



Fig 1.1 Tensioni principali in una porzione infinitesima di superficie di serbatoio avente area ds<sup>2</sup> e spessore t

Lo stato tensionale del punto P di figura 1.1 è completamente determinato una volta note le due tensioni principali.

Il piano meridiano contiene l'asse di assialsimmetria ed il punto P, mentre il piano trasversale si appoggia alla normale passante per P contenuta nel piano meridiano.



Fig 1.2 Piani di definizione delle due tensioni principali.

L'elemento di figura 1.1 ha una propria curvatura sia nel piano meridiano che sul piano trasversale. I raggi di curvatura nel piano meridiano e nel piano trasversale vengono chiamati rispettivamente  $R_m e R_t$ .Con riferimento al piano meridiano:



Fig 1.3 Scomposizione della tensione meridiana in direzione n.

La componente in direzione n della tensione meridiana vale  $2\sigma_m \operatorname{sen}\left(\frac{d\theta_m}{2}\right)$  e moltiplicandola per tds, ovvero l'area su cui essa agisce, si ottiene la risultante in direzione n:

$$H_{m} = 2\sigma_{m} \operatorname{sen}\left(\frac{d\theta_{m}}{2}\right)(tds) = 2\sigma_{m}\left(\frac{d\theta_{m}}{2}\right)(tds) = \sigma_{m} d\theta_{m}(tds)$$

in quanto essendo l'angolo  $\theta_m$  piccolo lo si può confondere con il suo seno.

Nota la relazione 
$$d\theta_m = \frac{ds}{R_m}$$
 si ottiene:

$$H_m = \sigma_m t \, \frac{ds^2}{R_m}$$

Le stesse considerazioni si possono fare nel piano trasversale, sostituendo Rm con Rt :

$$H_t = \sigma_t t \frac{ds^2}{R_t}$$

Queste due componenti devono eguagliare l'effetto della pressione interna, che agisce in direzione normale a ds<sup>2</sup> e tende a fare espandere la membrana.

Per l'equilibrio dell'elementino deve allora valere  $H_m+H_t=H_p$ , con  $H_p=pds^2$ , e in definitiva:

$$\sigma_{\rm m} t \frac{{\rm d}s^2}{R_{\rm m}} + \sigma_{\rm t} t \frac{{\rm d}s^2}{R_{\rm t}} = {\rm pd}s^2 \quad 
ightarrow \quad \frac{\sigma_{\rm m}}{R_{\rm m}} + \frac{\sigma_{\rm t}}{R_{\rm t}} = \frac{p}{t}$$

L'equazione ottenuta prende il nome di **equazione fondamentale delle membrane**. I segni da utilizzare caso per caso sono uguali a quelli della formula sopra a patto che:

- La pressione interna tende a far espandere la membrana
- I centri di curvatura sono verso l'asse di simmetria, all'interno della membrana(curvatura della membrana convessa)

Uno dei casi ingegneristici più comuni è il serbatoio cilindrico a parete sottile con fondi di estremità semisferici di raggio  $R_0$  contenente gas ad una pressione uniforme p.



Fig 1.4 Serbatoio in parete sottile a fondi semisferici con pressione interna uniforme.

La trattazione analitica porta a distinguere fra parete cilindrica e fondi sferici. Per quanto riguarda la parete cilindrica la curvatura nel piano meridiano è nulla, ovvero  $R_m$  è infinito. Di conseguenza, sostituendo questo valore di  $R_m$  nell'equazione fondamentale delle membrane è immediato ricavare la tensione trasversale:

$$\sigma_t = \frac{p R_0}{t}$$

nota come equazione di Mariotte.

Per ricavare la tensione meridiana nella parete cilindrica si deve imporre una condizione di equilibrio in direzione longitudinale, andando a considerare la spinta agente sui fondi del serbatoio e la risultante delle tensioni meridiane sulla corona circolare di raggio R<sub>0</sub>:

$$p\pi R_0^2 = 2\pi \sigma_m R_0 t$$

da cui è immediato ricavare la tensione meridiana:

$$\sigma_{\rm m} = \frac{{\rm pR}_0}{2{\rm t}}$$

il cui valore è esattamente la metà di quello della tensione trasversale.

Per quanto riguarda invece il fondo semisferico si può dire fin da subito che, essendo i raggi di curvatura R<sub>m</sub> e R<sub>t</sub> uguali per motivi di simmetria, saranno uguali anche le tensioni meridiana e trasversale. L'equazione fondamentale delle membrane diventa allora:

$$\frac{2\sigma}{R} = \frac{p}{t}$$

e ricavando la tensione:

$$\sigma = \sigma_{\rm m} = \sigma_{\rm t} = \frac{p R}{2t}$$

E' opportuno ricordare che nel punto di transizione fra parete cilindrica e fondo del serbatoio l'equazione fondamentale delle membrane cade in difetto, in quanto si ha un cambiamento dei raggi di curvatura.

### **CAPITOLO 2**

### Procedura di analisi agli elementi finiti

In questo capitolo viene riportato il procedimento di analisi strutturale, per gran parte comune ai serbatoi analizzati, eseguito mediante il programma di elaborazione Ansys. L'analisi mediante questo programma è sostanzialmente divisa in tre parti: la prima, *preprocessor*, consente di definire tutti i parametri della struttura, come il tipo di elemento utilizzato per l'analisi, le proprietà del materiale, la geometria, la mesh, i carichi e i gradi di libertà. La seconda parte, *solution*, consente di avviare l'analisi vera e propria e di ottenere la soluzione. La terza parte, *postprocessor*, mediante la quale si possono visualizzare tutti i risultati ottenuti,come tensioni,spostamenti,deformazioni oppure andamenti di alcuni parametri d'interesse,mediante la definizione di *path*. L'analisi eseguita per i serbatoi è così strutturata:

Alla voce preprocessor, element type, add si definisce il tipo di elemento che caratterizza la struttura. Per definire la geometria completa dei serbatoi è sufficiente, come rappresentato in figura2.1, riportare nel piano xy metà sezione meridiana e ruotare questa di trecentosessanta gradi attorno all'asse di assialsimmetria, che Ansys associa di default all'asse y. Essendo allora l'analisi piana si sceglie dalla libreria di Ansys l'elemento 8 nodi 183,impostando alla voce behaviour il comportamento axialsymmetric. L'elemento scelto è quello di figura 2.2.



Fig 2.1 Rappresentazione di metà sezione meridiana del serbatoio a fondi semisferici.



Fig 2.2 Rappresentazione dell'elemento denominato 8 nodi 183 per analisi piana.

- Le proprietà del materiale vanno definite alla voce *material props, material models, structural, linear, elastic, isotropic.* Impostando un'analisi di tipo elastico, le proprietà del materiale richieste sono solo due, per cui si immettono per E il valore 206000 MPa (modulo elastico dell'acciaio) e per il coefficiente di Poisson v il valore 0.3
- A questo punto è possibile definire la geometria del componente. La prima cosa da immettere sono i punti su cui si appoggiano le linee della struttura e su cui vanno applicati carichi esterni e vincoli, i keypoints. Come già anticipato prima, è sufficiente disegnare solo metà sezione meridiana per ottenere la geometria completa dei serbatoi. In realtà la figura 2.1 presenta un altro asse di sola simmetria, sulla cui linea di appoggio si potrebbe dare la proprietà di simmetria e quindi disegnare un solo quarto della sezione meridiana: questa proprietà verrà sfruttata per il serbatoio a fondi piatti, che richiede una modellazione più complessa. Per il serbatoio a fondi sferici invece per non alterare lo stato di sollecitazione da esaminare nei primi path (si vedrà in seguito) si è scelto di disegnare l'intera metà della sezione meridiana. In generale comunque è sempre conveniente sfruttare le proprietà simmetriche delle strutture, in quanto si risparmia tempo sia a livello di disegno in sé che di analisi, e si alleggerisce l'elaborazione del calcolo. Per l'inserimento dei punti preprocessor, modeling, create, keypoints, on working plane e da qui basterà inserire le coordinate di ogni singolo punto. Si riporta di seguito la lista dei keypoints da inserire per il serbatoio a fondi semisferici ( i keypoints per il serbatoio a fondi piatti non verranno inseriti ).

N° kpt	х	У
1	0	250
2	0	200
3	0	246
4	46	200
5	50	200
6	46	0
7	50	0
8	0	-200
9	0	-246
10	0	-250
11	46	-200
12	50	-200

Tab.1 Lista dei keypoints per la modellazione del serbatoio con fondi semisferici

- Definiti i keypoints ora li si deve collegare mediante *linee*. Il percorso per la loro definizione è *preprocessor, modeling, create, lines, straight line*. Per il collegamento dei keypoints si veda la figura 2.3. Per la creazione delle linee dei fondi semisferici si deve inserire un arco, specificando i keypoints di estremità e di centro.
- La geometria è ora completamente definita e può iniziare il processo di analisi vero e proprio. Come prima cosa, per poter definire la griglia (la mesh) di elaborazione occorre definire le aree su cui essa verrà costruita. Ogni porzione piana chiusa individuata dalle linee rappresenta un'area. Per definirle allora preprocessor, modeling create, areas, arbitrary, by lines. Una volta selezionate ad una ad una le linee che ne definiscono il contorno, si avrà definito l'area.
- Il passaggio successivo per la definizione della griglia di analisi è l'impostazione delle sue dimensioni; ciò si fa suddividendo ogni linea della struttura in un determinato numero di tratti. Maggiore è il numero di suddivisioni delle linee più fitta sarà la griglia dell'intera struttura, più la soluzione finale del problema sarà precisa. Tuttavia nel momento in cui andando ad infittire le suddivisioni si nota che la soluzione del problema ha una variazione ingegneristicamente trascurabile, una meshatura "pesante" non apporta nessun guadagno in termini di precisione alla soluzione del problema, al contrario rende il calcolo più pesante per l'elaboratore con una grossa

quantità di dati aggiuntivi da archiviare. Si riportano di seguito le suddivisioni per il serbatoio a fondi semisferici; non essendoci zone critiche da esaminare come ad esempio intagli o cricche si è adottata una suddivisione uniforme delle linee. La suddivisione delle linee del serbatoio a fondi piatti, essendo esse molto più numerose non verrà riportata.



Fig 2.3 Suddivisione delle linee del serbatoio a fondi semisferici. La suddivisione rimane la stessa nell'altra metà della sezione meridiana.

Per impostare su una linea una suddivisione uniforme *preprocessor, meshing, size control, manual size, lines, picked lines*, si seleziona una linea per volta o più linee assieme se hanno lo stesso numero di suddivisioni, e nelle caselle corrispondenti una volta che si è approvata la selezione si definisce il numero di suddivisioni per quella/e linea/e. Per impostare una suddivisione uniforme si definisce nella casella alla voce *ratio* il valore unitario. Come accennato sopra tale suddivisione porta ad una soluzione della stessa precisione di una griglia avente tutte le dimensioni doppie.

- La mesh è ora virtualmente definita. Per crearla *preprocessor, meshing, mesh, areas, mapped, 3 or 4 sided*. Si selezionano le aree da meshare e gli elementi della struttura sono definiti.
- Il penultimo punto dell'analisi consente di definire i carichi esterni. Per entrambi i serbatoi si dovrà imporre una pressione costante e uniforme interna che tende a far espandere la struttura. Il percorso in Ansys per la definizione della pressione è *preprocessor, loads, define loads, apply, structural, pressure, on lines.* Viene chiesto di selezionare le linee su cui applicare la pressione e successivamente di definirne la modalità d'applicazione (selezionare *constant value*) ed il valore, che per entrambi i serbatoi è 10 bar, quindi 1 MPa. Come evidenziato prima per le linee, l' unità di misura per le pressioni è di default il [MPa]. Le linee da selezionare sono tutte quelle che poi, dalla rotazione della geometria piana, definiranno tutta la superficie interna dei serbatoi.
- L'ultimo parametro da definire prima di poter lanciare la soluzione sono i vincoli. Anche se per comodità si potrebbe sfruttare il secondo asse di simmetria delle strutture si è deciso, come spiegato prima, di disegnare (per il solo serbatoio a fondi semisferici) l'intera metà della sezione meridiana. Per vincolare la struttura in modo isostatico è sufficiente bloccare la traslazione lungo l'asse y, in quanto la traslazione lungo l'asse x e la rotazione sono già impedite dalla condizione di assialsimmetria. Per imporre i vincoli preprocessor, loads, define loads, apply, structural, displacements, on keypoints si seleziona il keypoints su cui definire il vincolo e alla voce DOF to be constrained si evidenzia Uy. Per il serbatoio a fondi semisferici il keypoint su cui si deve applicare il vincolo è quello alla coordinata (0,-250).

La parte riguardante il *preprocessor* è conclusa. Ora è possibile lanciare la soluzione andando su *Solution, solve, current LS*. Una volta dato l'ok, il programma inizierà l'elaborazione, che una volta terminata, darà l'avviso di soluzione eseguita. Tutti i risultati dell'analisi sono visualizzabili alla voce *postprocessor*.

## **CAPITOLO 3**

### Serbatoio con fondi semisferici

#### 3.1. Definizione dei Path

In questo capitolo verranno analizzate le distribuzioni di tensione lungo i path evidenziati in rosso in figura 3.1 ( la figura non è in scala ma è solo rappresentativa).



Fig 3.1 Definizione dei path nel serbatoio a fondi semisferici.

Un **path** è una selezione arbitraria di nodi di struttura da cui è possibile visualizzare o estrapolare dati riguardo la distribuzione di tutti i parametri che definiscono lo stato di sollecitazione sui nodi stessi.

Per fare ciò, una volta ottenuta la soluzione, dal menù di postprocessor si va alla voce *path* operations, define path, by nodes. Si figura a schermo la struttura nodale e si vanno a selezionare in modo **ordinato** i nodi che definiranno il path voluto ( per ordinato si intende in rigoroso ordine lungo una direzione,dal basso verso l'alto,da destra verso sinistra,senza saltare un punto per poi tornare indietro). Terminata la selezione, alla voce *Map* onto path è possibile selezionare la o le componenti dello stato di sollecitazione che si vogliono visualizzare lungo il path, come una o più tensioni,spostamenti,deformazioni. Superato anche questo step si può decidere se visualizzare direttamente a schermo le componenti volute oppure se le si vuole esportare sottoforma di lista in un foglio di calcolo per analizzarle all'esterno dell'ambiente Ansys. Nel primo caso, alla voce *plot path item* basterà selezionare i dati ad esempio in ambiente Excel si dovrà salvare la lista con formato *nome.txt* e poi aprire questo file con Excel, invertendo in quest'ultimo le impostazioni di default per i separatori virgola e punto.

### 3.2.Risultati

Per i path numero uno, due e tre che stanno sulla parete cilindrica, i valori dei vari parametri da utilizzare nelle formulazioni riportate al capitolo 1 sono:

Parametro	Simbolo	Valore
Pressione del gas	р	1 MPa
Spessore della parete	t	4 mm
Raggio di curvatura	R <sub>0</sub>	48 mm

Per il raggio di curvatura R<sub>0</sub> si è deciso di utilizzare il raggio medio in corrispondenza della metà dello spessore.

Per il path numero quattro, come spiegato nel primo capitolo, le formulazioni analitiche cadono in difetto e quindi non si potrà avere un confronto con risultati teorici, tuttavia sarà messo in evidenza lo stato di transizione nelle tensioni fra la parete cilindrica e il fondo semisferico. Per i path numero cinque, sei e sette si riportano di seguito i valori dei parametri da utilizzare nelle relative formulazioni:

Parametro	Simbolo	Valore
Pressione del gas	р	1 MPa
Spessore della parete	t	4 mm
Raggio di curvatura	R	48 mm

Nel fondo semisferico si utilizza per la tensione meridiana e per quella tangenziale il valore R = 48 mm, essendo i raggi di curvatura nel piano meridiano e in quello trasversale uguali, quindi non occorre fare una distinzione.

Per tutti i grafici riportati di seguito elaborati con Excel si presti attenzione all'asse delle ordinate: il range di valori scelto potrà trarre in inganno l'occhio sullo scarto effettivo fra i risultati confrontati.

#### 3.2.1.Path 1

Si riportano di seguito i grafici delle tensioni elaborate sul path 1:







Dalla teoria delle membrane al capitolo 1:

 $\sigma_{\rm m} = \frac{pR_0}{2t} = 6$  MPa per la tensione meridiana teorica

 $\sigma_t = \frac{p}{t} R_0 = 12 \text{ MPa} \quad \text{per la tensione tangenziale teorica}$ 

 $\sigma_{eq}=\sqrt{{\sigma_m}^2+{\sigma_t}^2-{\sigma_m}{\sigma_t}}~=$  10,39 MPa per la tensione equivalente secondo Von Mises teorica.

Per poter confrontare direttamente il valore della tensione che si ricava dal path con quello della trattazione analitica è necessario ricavare il valore medio del suo andamento. Semplicemente, si applica allora il teorema della media integrale all'equazione che definisce l'andamento della tensione del path, dopo averla estrapolata con Excel.

La tensione meridiana nel path 1 ha un andamento perfettamente costante pari 5,51 MPa e quindi direttamente confrontabile col valore teorico senza bisogno di estrapolare il valore medio, mentre per la tensione tangenziale il cui andamento non è costante:

$$\sigma_{t \text{ media}} = \frac{1}{4} \int_0^4 -0.2493x + 12 \, dx = 11.49 \text{ MPa}$$

Le stesse considerazioni valgono per la tensione equivalente secondo V.Mises:

$$\sigma_{\text{eq media}} = \frac{1}{4} \int_0^4 -0.4326x + 11.244 \, \text{dx} = 10.38 \, \text{MPa}$$

Come si nota nei grafici, i valori nell'asse delle ascisse vanno da zero a quattro, la dimensione dello spessore, e al valore zero corrisponde il nodo situato nella parete **interna** del serbatoio.

Commentando **l'andamento** delle tensioni, si può spiegare quello della tensione meridiana, perfettamente costante, dall'analisi della deformata nella zona intorno al path1, in quanto i nodi che lo definiscono, disposti lungo l'asse x, subiscono una deformazione tale da rimanere disposti sempre lungo l'asse x, senza altri spostamenti: ciò è diretta conseguenza dell'assialsimmetria del problema. La tensione tangenziale invece presenta un andamento decrescente dall'interno verso l'esterno della membrana e questa caratteristica si vedrà in seguito essere mantenuta per tutti i path definiti. Ciò è dovuto al fatto che i nodi più interni subiscono un'espansione radiale maggiore rispetto a quelli più esterni, di conseguenza saranno sottoposti a una tensione tangenziale maggiore. Noti allora gli andamenti delle tue tensioni principali quello della tensione equivalente di V.Mises risulta di conseguenza.

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,51 MPa	6 MPa	8,16 %
Tangenziale	11,49 MPa	12 MPa	4,25 %
V.Mises	10,38 MPa	10,39 MPa	0,1 %

Gli errori sono contenuti e come si può dedurre derivano dalla trattazione teorica che considera nullo lo spessore. L'errore rispetto alla tensione equivalente di Von Mises teorica è un ordine di grandezza inferiore rispetto agli errori sulle altre due tensioni: questo perché essendo appunto lo spessore non nullo, in direzione radiale si instaura una tensione che è sempre di compressione nel caso in cui la pressione interna tende a far espandere la membrana e ciò si traduce, nella relazione di Von Mises per lo stato di tensione triassiale con tensioni principali, in una compensazione dell'errore. Tale considerazione deve essere comunque catalogata come una coincidenza del problema e non ha validità a livello generale.

Per il solo path1 si riportano di seguito i grafici direttamente da Ansys della terza tensione principale (quella radiale, ipotizzata nulla in teoria, figura 3.1) e delle tensioni di taglio associate alle direzioni principali (figura 3.2).

Per definizione, una tensione normale  $\sigma$  è **principale** se nella faccia su cui essa agisce le tensioni di taglio  $\tau$  sono nulle.



Fig. 3.1 Tensione radiale estrapolata dal path1.

La tensione radiale ha un valore medio sul path di circa 0,45 MPa, quindi tendente a zero: si conferma lo stato di tensione piana.



Fig. 3.2 Tensioni di taglio associate alle direzioni principali estrapolate in path1: tutti i valori tendono a zero.

Ciò dimostra che le tensioni meridiana, tangenziale e radiale così come sono state definite, sono tensioni principali.

#### 3.2.2.Path 2







La trattazione teorica per le tensioni su path 2 è uguale a quella fatta per il path1 in quanto si è sempre sulla parete cilindrica del serbatoio. I valori sperimentali si discostano per un valore praticamente nullo da quelli ricavati per il path 1, infatti si è ottenuto:

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,51 MPa	6 MPa	8,16 %
Tangenziale	11,50 MPa	12 MPa	4,16 %
V.Mises	10,37 MPa	10,39 MPa	0,2 %

I dati estrapolati quindi confermano anche in questo caso quelli teorici; anche gli andamenti delle tensioni sul path risultano pressoché identici a quelli precedenti, e ciò è confermato dalla costanza della conformazione della deformata.







Anche per il path 3 i valori di riferimento teorici sono i medesimi utilizzati per il confronto dei risultati nei primi due path. La tensione meridiana ora non è più perfettamente uniforme ma assume un andamento leggermente decrescente e la spiegazione di ciò sta nel fatto che in questa zona il campo tensionale inizia ad essere influenzato dalla presenza del fondo semisferico, anche se i valori medi delle varie tensioni estrapolate rimangono sostanzialmente gli stessi. L'andamento della tensione tangenziale rimane il medesimo delle prime due distribuzioni di tensione analizzate e lo stesso vale per la tensione equivalente di V.Mises.

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,51 MPa	6 MPa	8,16 %
Tangenziale	11,55 MPa	12 MPa	3,75 %
V.Mises	10,42 MPa	10,39 MPa	0,3 %

#### 3.2.4.Path 4







L'equazione fondamentale delle membrane cade in difetto in questo path, in quanto questo rappresenta un punto di variazione dei raggi di curvatura.

Andando a commentare i risultati e gli andamenti messi in evidenza nei grafici, si nota un'inversione di tendenza per la tensione meridiana e ciò è dovuto alla modalità di deformazione della struttura in questa zona. Per quanto riguarda la tensione tangenziale, è sempre presente una tendenza decrescente dell'andamento di tale tensione, questa volta con valori compresi in un intervallo più ristretto; anche il valore medio risulta inferiore a quelli fin qui analizzati. Anche la tensione equivalente di V.Mises presenta un valore medio inferiore a quelli ottenuti nei path precedenti, mentre l'unica componente di tensione che mantiene il suo valore medio perlopiù costante è la tensione meridiana. Ciò è in linea ( si vedano le distribuzioni nei path successivi) con i risultati attesi per il fondo sferico del serbatoio. Riportando i valori medi sperimentali:

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,52 MPa	-	-
Tangenziale	8,78 MPa	-	-
V.Mises	8,15 MPa	-	-

Viene confermata l'ipotesi di difetto dell'equazione fondamentale per questo punto, in quanto i valori in tabella presentano uno scarto considerevole sia per il caso parete cilindrica sia per quello (vedi path successivo) per fondi semisferici.

#### <u>3.2.5.Path 5</u>

Questo path non ha più l'obiettivo di valutare le tensioni nella parete cilindrica del serbatoio, bensì nei fondi sferici.

La teoria delle membrane esposta al capitolo 1 fornisce, per il calcolo dei valori teorici di riferimento per le tensioni:

$$\sigma = \sigma_m = \sigma_t = \frac{p R}{2t}$$

Avendo allora la solita pressione uniforme di 1 MPa, R pari a 48mm e uno spessore t uguale a quello della parete cilindrica, quindi di 4mm si ottiene:

$$\sigma = \sigma_{\rm m} = \sigma_{\rm t} = 6$$
 MPa

$$\sigma_{\rm eq} = \sqrt{\sigma^2} = 6 \, \rm MPa$$

Questi valori teorici servono per il confronto con quelli sperimentali nei path numero 5, 6 e 7, fatti sul fondo semisferico.

Di seguito i grafici con i risultati e gli andamenti delle tensioni in path5:







Andando a visualizzare graficamente l'andamento della tensione meridiana nell'intera struttura si nota che questa porzione di serbatoio, ovvero il primo tratto di fondo semisferico dopo la fine della parete cilindrica, è quella avente, nel lato interno, i valori maggiori per la tensione meridiana e ciò è rappresentato nel primo grafico (il valore medio di tale tensione sul path deve comunque rimanere all'incirca costante). Per quanto riguarda la tensione tangenziale vale sempre lo stesso andamento decrescente dall'interno all'esterno, anche se nel fondo sferico essa è più contenuta rispetto alla parete cilindrica e i valori di tale tensione sono in un range più contenuto. Come diretta conseguenza dei primi due andamenti si ha quello della tensione equivalente di V.Mises. I valori medi delle tre tensioni sul path confermano quelli attesi dalla trattazione teorica. Il teorema della media integrale sugli andamenti delle tre tensioni fornisce i seguenti valori:

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,38 MPa	6 MPa	10,32 %
Tangenziale	5,70 MPa	6 MPa	5,00 %
V.Mises	5,97 MPa	6 MPa	0,5 %

#### 3.2.6.Path6







I valori e gli andamenti delle tensioni estrapolati dal path numero 6 sono praticamente identici a quelli del path numero 5 ed in linea con i risultati teorici. I valori sperimentali medi sono infatti:

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,43 MPa	6 MPa	9,48 %
Tangenziale	5,51 MPa	6 MPa	8,16 %
V.Mises	5,95 MPa	6 MPa	0,83 %

#### <u>3.2.7.Path 7</u>

Si riportano di seguito i risultati dell'ultimo path eseguito sul serbatoio con fondi semisferici, che estrapola le tensioni nei punti del fondo semisferico che stanno sull'asse di assialsimmetria.







Essi confermano i risultati attesi e sono praticamente identici a quelli esaminati per i precedenti path sul fondo semisferico.

I valori sperimentali medi sul path numero 7 sono dunque:

Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	5,52 MPa	6 MPa	8,18 %
Tangenziale	5,52 MPa	6 MPa	8,18 %
V.Mises	5,99 MPa	6 MPa	0,16 %

# **CAPITOLO 4**

## Dimensionamento serbatoio con fondi piatti

### 4.1.Introduzione del problema e definizione dei parametri di progetto

Nel capitolo 1 è stata esposta la teoria delle membrane dopo aver specificato le ipotesi su cui si fonda, quest'ultime dimostrate nell'analisi delle tensioni del path 1 e date per valide in tutti gli altri path del serbatoio.

Nel caso di un serbatoio con fondi piatti anziché sferici ci si aspetta che tali ipotesi siano ancora valide per quanto riguarda la parete cilindrica e che lì lo stato tensionale si possa determinare a livello teorico utilizzando le formule fin qui utilizzate. Se si passa però allo studio dei fondi ci si accorge che per una porzione di piatto le tensioni meridiana e trasversale così come sono state definite nel primo capitolo non sono sufficienti a garantire l'equilibrio del piatto stesso: un ruolo fondamentale per l'equilibrio dei fondi è svolto dalla tensione di taglio, che nella trattazione delle membrane invece non serve a garantire l'equilibrio.

Per determinare quindi i parametri dello stato di sollecitazione in un punto del fondo di questo serbatoio non si possono utilizzare le formulazioni note dalla teoria delle membrane, ma si deve ricorrere ad altri metodi: si deve cioè integrare l'equazione della superficie elastica imponendo le condizioni al contorno per i valori della deformata ed utilizzare le estensioni delle formulazioni di Navier del caso monodimensionale studiate nel corso di Costruzione di Macchine per i valori delle tensioni. In questa sede tuttavia si utilizzeranno i risultati finali di tali calcoli riportati nel *Manuale dell'Ingegnere* e nel *Roark's*.

Nelle pagine che seguono verrà effettuato il dimensionamento di un serbatoio a fondi piatti saldati alla parete cilindrica note che siano le seguenti condizioni di progetto:

Pressione interna gas	10 bar
Tensione di snervamento	235 MPa
Coefficiente di sicurezza sullo	2
snervamento	
Tensione ammissibile	117,5 MPa

Il serbatoio è quindi costruito utilizzando l'acciaio S 235 JR, avente appunto una tensione di snervamento di 235 MPa. Una volta eseguito il dimensionamento si procederà, come fatto per il serbatoio a fondi semisferici, alla modellazione dell'intera struttura e verranno estrapolate le tensioni nei path di figura 4.1, in modo da poterle confrontare con i valori teorici di riferimento. Per il dimensionamento del serbatoio si seguirà pedissequamente la normativa internazionale ASME (*American Society of Mechanical Engineers*) VIII Div.1 che in Italia definisce, tra le altre applicazioni, la normativa per la costruzione di recipienti in pressione. Tale estratto è esposto alle pagine 1574-1576 del *Manuale dell'Ingegnere, Hoepli, seconda edizione, 2013*.



Fig 4.1 Definizione dei path (in rosso) nel serbatoio a fondi piatti.

In figura 4.1 è rappresentato in modo schematico (non in scala) il serbatoio che si andrà a modellare. Nei path evidenziati in rosso verranno estrapolati i valori di tensione da confrontare con i risultati teorici: nel path numero uno lo stato tensionale teorico è definito dalla teoria delle membrane, mentre per il secondo path i valori teorici di riferimento si ricavano dal *Roark's formulas for stress and strain,7th edition, Young, Budynas,* a pagina 488. Come si nota dalla figura, gli spessori della parete cilindrica e del fondo non sono ancora noti,tuttavia le dimensioni di massima esterne devono essere fissate: si è deciso così di tenere una lunghezza complessiva della struttura pari a 500mm e un diametro interno del fondo pari a 92mm,ovvero gli stessi valori del serbatoio a fondi semisferici. Nel dimensionamento si terrà conto, come indicato nella norma, del diametro interno e non di quello medio come fatto per il primo serbatoio.

#### 4.2. Trattazione analitica

#### 4.2.1.Parete cilindrica

Come primo step di dimensionamento, la normativa prevede di determinare lo spessore minimo della parete cilindrica che,nell'ipotesi di parete sottile,si ricava dalla teoria delle membrane riportata al capitolo 1. Note quindi la pressione del gas interna, la tensione ammissibile e il raggio R<sub>0</sub> si può scrivere:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_t^2 - \sigma_m \sigma_t} = \sigma_{amm} = 117,50 \text{ MPa}$$

in cui:

$$\sigma_{\rm m} = \frac{p R_0}{2t}$$
$$\sigma_{\rm t} = \frac{p R_0}{t}$$

Andando allora a sostituire le due tensioni principali in forma letterale nell'espressione della tensione equivalente si ottiene:

$$\sigma_{\rm eq} = \frac{0.86 \, \mathrm{p \, R_0}}{\mathrm{t}} = 117,50 \, \mathrm{MPa}$$

e con p = 1 MPa ,  $R_0$  = 46 mm è immediato ricavare lo spessore minimo:

 $t_{min} = 0,34 \text{ mm}$ .

Per adottare uno spessore unificato, si considera:

t = 0,50 mm .

#### 4.2.2.Fondo piatto

Nel caso di serbatoio con fondo piatto saldato alla parete cilindrica, le formulazioni teoriche di riferimento sono quelle dei piatti circolari avente il bordo di estremità incastrato. Dalla teoria della Scienza delle Costruzioni risulta allora che la sollecitazione massima  $\sigma_{max}$  su un fondo piatto di spessore costante *s* e di raggio  $R_0$  soggetto ad una pressione uniforme *p* sulla sua intera superficie vale:

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{4} p \frac{R_0^2}{s^2}$$

Per ricavare lo spessore minimo  $s_0$  basterà invertire la relazione, imponendo  $\sigma_{max} = \sigma_{amm}$ :

$$s_0 = D_0 \sqrt{\frac{C p}{\sigma_{amm}}}$$

con C = 0,1875 nel caso teorico.

Tuttavia la norma introduce a questo punto un coefficiente m di rettifica alla relazione precedente, che tiene conto del collegamento del fondo alla parete cilindrica. Non si assume infatti per C il valore teorico, bensì quello definito dalla seguente relazione:

C = 0,33 m

in cui *m* vale:

$$m = \frac{s_{rc}}{s_c}$$

con  $s_c$  spessore adottato per la parete cilindrica e  $s_{rc}$  spessore minimo della stessa.

Il valore massimo che può assumere C è dunque 0,33 mentre il valore minimo lo impone la norma a 0,20. Nel caso in esame:

$$m = \frac{0,339}{0,5} = 0,68$$

In definitiva quindi il coefficiente C assume il valore:

C = 0,33 x 0,678 = 0,22

Dalla relazione che definisce allora lo spessore minimo del fondo del serbatoio con  $D_0$  = 92mm, p = 1 MPa e  $\sigma_{amm}$  = 117,50 MPa si ricava il valore:

s<sub>0</sub> = 4,01 mm

Si adotta come valore di spessore per il fondo **s = 4 mm**.

L'ultimo parametro definito da normativa è l'altezza utile del cordone di saldatura  $s_w$ , di cui viene imposto il valore minimo nel caso esso sia realizzato con lo stesso materiale della struttura:

 $s_w \ge 0.7 \ s_c$  ovvero  $s_w \ge 0.7 \ * \ 0.5 = 0.35 \ mm$ .

Nella modellazione del giunto saldato è stata considerata un'altezza utile pari a **2 mm**: un cordone di dimensione maggiore a quella scelta assicura sì una miglior tenuta ma porta al rischio di danneggiamenti della parete cilindrica. Le dimensioni della parte terminale della parete cilindrica oltre il fondo circolare non sono funzionali e quindi possono essere scelte arbitrariamente.



Fig 4.2 Definizione degli spessori di struttura e dell'altezza utile del cordone di saldatura (immagine rappresentativa non in scala)

#### 4.3. Modellazione della struttura

Per la modellazione della struttura verranno sfruttate tutte le proprietà di simmetria, quindi sia l'asse y che l'asse x (vedi fig.4.1). Oltre quindi all'assialsimmetria questa volta si dovrà dare l'ulteriore proprietà di sola simmetria per l'asse x, alla voce *preprocessor, loads, define loads, apply, structural, displacement, simmetry BC, on lines.* Basterà quindi selezionare la linea di struttura che si appoggia all'asse x e la geometria sarà completamente definita. Per vincolare la struttura in modo isostatico, al keypoint avente coordinata y nulla e coordinata x massima (per intendersi dove è situato il triangolo in figura 4.2) si bloccherà lo spostamento in y.

Tutti gli altri parametri della modellazione sono identici a quelli riportati per il serbatoio a fondi semisferici al capitolo 2; non verranno riportate la lista dei keypoints e la suddivisione delle linee ma solamente la definizione di queste ultime che consente di avere una mesh precisa, in particolar modo nel fondo del serbatoio e nella zona vicino alla saldatura. In figura 4.2 sono riportate le ultime grandezze che consentono di iniziare l'analisi, mentre per la modellazione del giunto saldato si è deciso di disegnare un cordone retto avente altezza utile di 2 mm e con le stesse caratteristiche del materiale della struttura, in quanto un'analisi elasto-plastica richiederebbe delle conoscenze che esulano dai fini di questo elaborato. I valori puntuali di tensione quindi non saranno direttamente utilizzabili, in quanto manca l'effetto termico nella sollecitazione delle zone attorno alla saldatura e il giunto ha appunto nel caso reale proprietà elasto-plastiche. Tuttavia l'effetto di vincolo che il cordone di saldatura è tenuto a svolgere può essere valutato nelle zone distanti dal collegamento fondo-parete cilindrica. In prossimità del giunto non saranno eseguiti dei path veri e propri, ma si andrà a visualizzare direttamente lo stato tensionale nella zona attorno ad esso. Per evitare le concentrazioni di tensione dovute a spigoli vivi nel cordone retto si è deciso di sagomare la saldatura dando un arco di raccordo del raggio di 1 mm nel contatto cordone-parete cilindrica e cordone-fondo. La suddivisione delle linee può essere fatta anche in questo serbatoio in modo uniforme, basta che nella zona del giunto la mesh sia sufficientemente fitta tale da garantire un risultato attendibile. In figura 4.3 viene riportata la modellazione delle linee.



Fig 4.3 Definizione delle linee di modellazione del fondo e della zona di collegamento con la parete cilindrica

La figura è puramente rappresentativa e non è in scala; la parete cilindrica può essere modellata allo stesso modo di quella del serbatoio precedente. Una modellazione molto accurata potrebbe presentare una zona di vuoto nel collegamento fondo-parete, tuttavia si vedrà poi nei risultati non viene raggiunta la condizione di incastro perfetto, bensì una situazione intermedia fra l'incastro e l'appoggio semplice, che porta quindi ad avere la zona più esterna poco caricata, per cui il risultato rimarrebbe invariato.

#### 4.4.Risultati

#### 4.4.1.Path 1

Dalla teoria delle membrane:

$$\sigma_{\rm m} = \frac{p R_0}{2t}$$

ed avendo una pressione interna del gas di 1 MPa,  $R_0$  pari a 46 mm e uno spessore t di 0,5 mm si ottiene ( si utilizza  $R_0$  = 46 mm in quanto è stato utilizzato per tutto il dimensionamento; utilizzare il raggio medio porta ad ottenere un risultato ingegneristicamente uguale a questo):

$$\begin{split} \sigma_{m} &= 46 \text{ MPa ;} \\ \sigma_{t} &= \frac{p R_{0}}{t} = 92 \text{ MPa ;} \\ \sigma_{eq} &= \sqrt{\sigma_{m}^{2} + \sigma_{t}^{2} - \sigma_{m} \sigma_{t}} = 79,67 \text{ MPa ;} \end{split}$$







Tensioni	Valore medio	Valore teorico	Scarto assoluto
Meridiana	41,65 MPa	46 MPa	9,45 %
Tangenziale	92,01 MPa	92 MPa	0,01 %
V.Mises	80,25 MPa	79,67 MPa	0,72 %

I risultati dell'analisi confermano quelli teorici.

#### 4.4.2.Path 2

Il path numero due ha lo scopo di estrapolare le tensioni al centro del fondo piatto. Le formulazioni teoriche per poter fare un confronto sono a pagina 488 del Roark's formulas for stress and strain, 7th edition, Young, Budynas, e vengono di seguito riportate:

$$y_{c} = \frac{qa^{4}}{64D}$$
$$M_{c} = \frac{q(1+\nu)a^{2}}{16}$$

dove  $y_c$  rappresenta l'abbassamento ed è espresso in [mm] mentre  $M_c$  rappresenta un *momento per unità di lunghezza circonferenziale* [N]. La variabile D invece corrisponde dimensionalmente a un momento [Nmm] e la sua espressione è:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-v^2)}$$

essendo nelle formulazioni appena riportate *a* il raggio del piatto pari a 46mm, *q* il valore della pressione che agisce sul piatto, pari a 1 MPa, e *t* lo spessore del piatto (4 mm) si ricava:

M<sub>c</sub> = 171,925 N;

i valori del modulo di elasticità *E* e del modulo di Poisson *v* rimangono gli stessi definiti nel capitolo dedicato alla modellazione generale.

Per ottenere il valore della tensione al centro il testo di riferimento riporta una semplice relazione:

$$\sigma = \frac{6M_c}{t^2}$$

da cui è immediato ottenere:

$$\sigma_{c} = 64,47 \text{ MPa};$$

Data la semplicità di modellazione, tali risultati teorici sono stati verificati definendo un piatto incastrato all'estremità con spessore costante e pressione uniforme in tutta l'area:



Fig 4.4 Modello per l'analisi del caso ideale di piatto con spessore costante e pressione uniforme su tutta l'area, con gli estremi incastrati.

Basta infatti costruire un rettangolo per poi assegnare agli elementi la proprietà di assialsimmetria per ottenere il piatto e quindi andare a vincolare in modo isostatico tutti i punti che stanno nel raggio più esterno. I risultati del modello teorico sono:





Le formulazioni teoriche sono quindi perfettamente confermate. Si può inoltre notare che nel caso bidimensionale, come in quello monodimensionale,le fibre tese e quelle compresse hanno in modulo lo stesso valore di tensione (nel caso di lastra piana) e che il piano neutro coincide con il piano geometrico.

Si riportano ora i valori di tensione e abbassamento estrapolati dal path numero due del serbatoio a fondi piatti:





Sia i dati relativi alla tensione che all'abbassamento presentano scostamenti notevoli rispetto al caso ideale di riferimento, tuttavia per entrambi i casi c'è una giustificazione. Si prenda come punto di partenza il grafico relativo all'abbassamento centrale: a meno della deformazione longitudinale dello spessore stesso il valore medio dell' andamento presenta uno scarto considerevole rispetto al modello teorico. Questo perché mentre nel modello di riferimento l'incastro all'estremità è considerato perfetto e di rigidezza infinita, nel caso reale è la saldatura che garantisce la tenuta del fondo e quindi sono da considerare la sua deformabilità e soprattutto le dimensioni del cordone. Inoltre la saldatura assicura il collegamento fra il fondo e la parete cilindrica, avente anche quest'ultima possibilità di deformarsi; sono quindi molti i fattori che discostano il caso reale dal caso ideale. Se il vincolo complessivamente tende quindi ad allontanarsi dalla condizione di incastro perfetto, la situazione che si presenta è intermedia fra il caso ideale di lastra incastrata agli estremi e lastra semplicemente appoggiata agli estremi: nel primo caso si ha che all'estremo si ha la zona più sollecitata, mentre nel secondo caso gli estremi sono scarichi e il momento flettente assume valori maggiori nella zona centrale. La rigidezza dell'incastro reale è determinata per gran parte dalle dimensioni del cordone di saldatura: anche se al limite della fattibilità pratica, un'altezza utile del cordone di tre millimetri anziché due porterebbe ad avere al centro un valore di tensione prossimo a quello teorico. Un'ultima considerazione riguarda l'andamento della tensione al centro del piatto: dalla figura precedente ciò non è deducibile per motivi strettamente grafici, ma se si va ad analizzare lo stesso andamento elaborato direttamente da Ansys si nota come il piano geometrico non coincide con il piano neutro, infatti quest'ultimo è leggermente spostato verso l'interno del serbatoio. Per spiegare ciò si pensi alla tensione  $\sigma$  che agisce al centro del fondo dovuta solo alla pressione agente sul fondo stesso: essa ha una distribuzione assialsimmetrica ed è esprimibile in coordinate polari in funzione della sola variabile r. Nel raggio più esterno del piatto agisce una ulteriore tensione di trazione in tutto lo spessore, assialsimmetrica, dovuta al collegamento fra il fondo e la parete cilindrica; queste due tensioni si possono sommare in modo algebrico e ciò spiega l'andamento della tensione complessiva al centro.

#### 4.4.3.Tensioni nella zona del collegamento saldato

Come già accennato in precedenza, la definizione di un path in questa zona della struttura non avrebbe un gran significato in quanto,nella quasi totalità dei casi,le tensioni massime in un collegamento saldato vengono raggiunte nelle zone più termicamente alterate e il cordone ha un comportamento plastico,non elastico. Il punto di partenza per un'analisi delle tensioni nella zona periferica del fondo piatto del serbatoio è comunque il valore di tensione nel raggio esterno del caso teorico ovvero:

$$\sigma_{max} = \frac{3}{4}p \frac{R_0^2}{s^2}$$

ed essendo come sempre p = 1 MPa ,  $R_0 = 46$  mm e s = 4 mm restituisce:

$$\sigma_{max} = 99,19 \text{ MPa}$$

Tale formulazione, riportata nel Manuale dell' Ingegnere a pagina 1576, è la stessa riportata nel Roark's a pagina 488. Tale tensione è seguita dalla notazione *max* in quanto nel caso ideale, all'incastro, si raggiunge il valore massimo della tensione. Non è noto se la formulazione contenga o meno il contributo del taglio alla sollecitazione complessiva che, in ogni caso, sarebbe comunque trascurabile.

Detto questo, si riportano di seguito i risultati dell'analisi nella zona del collegamento saldato: come più volte motivato fin qui si riporta la panoramica completa della sollecitazione di Von Mises in tale area, per poi commentare tutti gli andamenti significativi.



Fig 4.5 Distribuzione della tensione di Von Mises nella zona del collegamento fondo-parete, con cordone d'angolo piano ad estremità raccordate.

In prossimità del raggio di raccordo fra il cordone di saldatura e la parete cilindrica viene raggiunto un picco di tensione. Tale valore puntuale non è direttamente utilizzabile per confronti con la tensione ammissibile di progetto per le varie motivazioni abbondantemente esposte fino a qui. Tuttavia si può comunque andare ad esaminare la sollecitazione presente nella parte terminale della parete cilindrica: tutta la sezione è soggetta ad una tensione maggiore del valore di progetto. Questo è dovuto in parte a motivi geometrici di concentrazione delle tensioni ed in parte alla differente deformabilità della parete cilindrica e della parte ad essa soprastante; infatti la deformazione radiale della parete cilindrica nella zona della saldatura è praticamente annullata. Per ridurre allora l'incremento delle tensioni per motivi geometrici in tale zona è possibile adottare una saldatura ad ampio raccordo avente sempre la stessa altezza utile. L'incremento della sollecitazione dovuto alla differenza di deformabilità è funzione invece delle dimensioni del fondo, del cordone di saldatura e della parete cilindrica. Nel caso esaminato, il rapporto fra lo spessore della zona cilindrica e del piatto è 1/8. Il dato base nel dimensionamento della struttura è la tensione ammissibile  $\sigma_{amm}$ : a livello matematico essa è legata allo spessore della parete cilindrica tramite potenza prima, mentre è legata allo spessore del fondo tramite radice quadrata. Questo significa che se si abbassa il valore della tensione ammissibile, lo spessore della parete cresce in proporzione molto più velocemente rispetto a quello del fondo, a parità di tutti gli altri parametri. Per tensioni ammissibili più basse quindi di quella utilizzata in questo progetto, si arriva ad avere rapporti fra gli spessori 1/2, 1/3 e quindi a parità del valore della pressione interna, l'incremento delle tensioni in quella zona si riduce perché la parete cilindrica si deforma meno, acquistando robustezza nei confronti dello spessore. La deformabilità della parte cilindrica può essere altresì ridotta scegliendo per il piatto un valore di spessore maggiore di quello minimo: così facendo esso avrà una minor curvatura e di conseguenza una minor deformazione l'avrà anche la parete cilindrica nella zona del giunto saldato. L'ultima considerazione riguarda la distribuzione di tensioni nella zona di collegamento fondo-parete: come anticipato in precedenza una modellazione rigorosa potrebbe prevedere il distacco fra le due parti, ma come previsto e confermato dalla figura precedente, in quella zona la sollecitazione è bassa e di fatto si andrebbe a complicare la modellazione senza apportare variazioni al risultato finale.

A conferma delle considerazioni fin qui fatte, si riporta di seguito la distribuzione della tensione di Von Mises nella medesima zona di un serbatoio modellato con gli stessi parametri, ma con un cordone di saldatura ad ampio raccordo avente la stessa altezza utile di due millimetri.



Fig 4.6 Distribuzione della tensione di Von Mises nella zona del collegamento fondo-parete, con cordone d'angolo ad ampio raccordo.

Il valore di picco della tensione si è notevolmente ridotto, pur rimanendo comunque elevato rispetto alla tensione prevista. Per queste dimensioni della parete e dello spessore si può notare come la zona del giunto saldato non sia molto sollecitata: questo perché la tensione viene scaricata dal cordone alla parete cilindrica, la quale tende a cedere in quella zona. Ciò consente quindi di affermare che, se nella modellazione si fosse considerata una saldatura con comportamento plastico, quindi vicina al caso reale, il risultato finale non avrebbe subito grandi variazioni,a meno sempre dell'effetto termico.

Si è inoltre modellato lo stesso serbatoio utilizzando questa volta un coefficiente di sicurezza pari a 4, cosicchè la tensione ammissibile risulta:  $\sigma_{amm} = 235 / 4 = 58,75$  MPa. Per la parete cilindrica lo spessore risultante è 1 mm, mentre per il fondo lo spessore è 6 mm. L'altezza utile del cordone di saldatura è la stessa; la distribuzione della tensione di Von Mises è riportata di seguito:



Fig 4.7 Distribuzione della tensione di Von Mises nella zona del collegamento fondoparete, utilizzando per il dimensionamento un coefficiente di sicurezza pari a quattro.

Vi è ancora una concentrazione delle tensioni in quella zona, tuttavia ora il rapporto fra la tensione di picco ( che come si ricorda è puramente indicativo se utilizzato per un confronto dati) e la tensione ammissibile è diminuito, ed inoltre si ha un buon margine sulla tensione di snervamento in tutta la zona. Avendo ora una parete cilindrica più spessa, è possibile aumentare l'altezza utile del cordone rispetto ai due millimetri considerati, in modo da avere un collegamento più robusto e quindi ridistribuire la tensione fra il centro del fondo e la parte esterna, e per abbassare ancora la concentrazione delle tensioni nella zona evidenziata.

## Conclusioni

L'analisi del serbatoio a fondi semisferici ha confermato con precisione più che accettabile i risultati attesi dall'impostazione del problema mediante teoria delle membrane. Sia la parete che il fondo semisferico del serbatoio sono stati trattati con le stesse formulazioni e dall'analisi non sono risultati punti critici di struttura o zone di concentrazione delle tensioni.

Più complicata è risultata invece la trattazione generale del secondo serbatoio, con i fondi piatti anziché semisferici. La trattazione analitica per determinare lo stato tensionale della parete cilindrica si è basata anche in questo caso sulla teoria delle membrane, ed i valori ivi estrapolati hanno confermato con precisione quelli attesi.

Lo studio generale dei fondi del secondo serbatoio ha richiesto numerose considerazioni e osservazioni: il dimensionamento dell' intera struttura è stato eseguito seguendo in modo pedissequo la normativa specifica internazionale, tuttavia i modelli teorici di riferimento si sono rilevati esatti per la parete cilindrica mentre non si sono rilevati altrettanto precisi per i fondi. Ciò era comunque prevedibile, in quanto una serie di fattori reali va ad incidere sul confronto dei dati elaborati con quelli dei modelli ideali. Nell' elaborato è stato comunque dedicato ampio spazio ad osservazioni specifiche e considerazioni, sempre prima esposte e poi dimostrate mediante la costruzione di ulteriori modelli,come la saldatura ad ampio raccordo per ridurre la concentrazione di tensioni oppure l'utilizzo di un coefficiente di sicurezza statico più elevato per il dimensionamento non tanto per avere un maggior margine sullo snervamento ( termine comunque importante) bensì per rafforzare la parete cilindrica nei confronti del fondo piatto nei termini di concentrazione delle tensioni per deformazioni indotte.

# Bibliografia

- 1. Warreng C. Young, Richard G. Budynas, *Roark's Formulas For Stress And Strain,* McGraw-Hill, 7<sup>th</sup> edition
- 2. Manuale dell'Ingegnere Meccanico, Hoepli, 2a edizione 2013
- 3. Marino Quaresimin, Michele Zappalorto, *Lezioni ed Esercizi di Costruzione di Macchine*, 2013

## Ringraziamenti

Voglio rivolgere i ringraziamenti più sentiti per la stesura di questo elaborato all' Ing. Paolo Andrea Carraro e al Dott. Alessandro Pontefisso per la disponibilità concessa e per il supporto didattico, ai Proff.ri Michele Zappalorto e Marino Quaresimin per il corso di preparazione all'utilizzo di Ansys e per la reperibilità nonostante il periodo estivo in cui è stato prodotto l'elaborato. Un ringraziamento significativo lo rivolgo ai miei genitori Elio e Daniela, per il supporto morale e soprattutto economico durante questo periodo triennale di studi, per avermi sempre messo in condizione di affrontare il percorso universitario nel miglior modo possibile. Ringrazio anche tutte le persone che credendo nelle mie capacità mi hanno sempre sostenuto in ogni momento, positivo e negativo, sino ad arrivare a questo importante traguardo.

Vicenza, 03/09/13