
Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Relazione per la prova finale

***«Identificazione dei parametri e controllo dell'assetto longitudinale
di un pendolo inverso a due ruote»***

Relatore: Prof. Mattia Zorzi

Laureando : Alex El Shorbagi
Matricola n.: 1223781

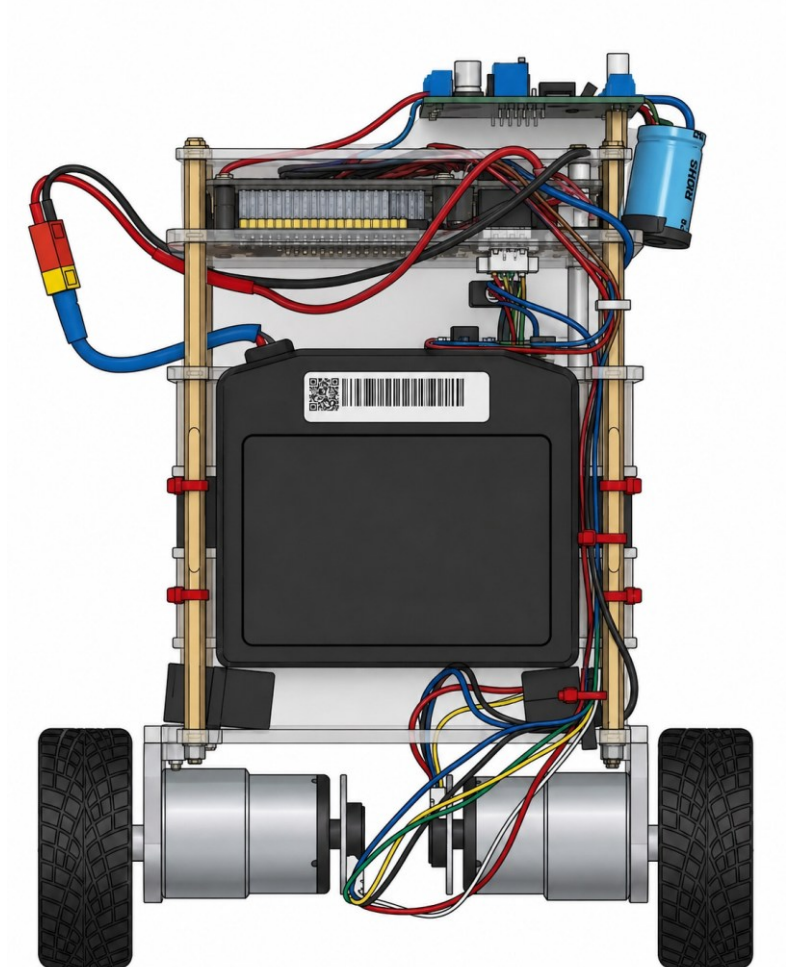
Padova, 22/07/2026



INTRODUZIONE

Obiettivi del lavoro:

- ☐ *Progettazione del robot*
- ☐ *Modello fisico e linearizzazione*
- ☐ *Identificazione parametri meccanici dei Motori DC*
- ☐ *Definizione Modello in spazio di stato*
- ☐ *Controllo LQR*



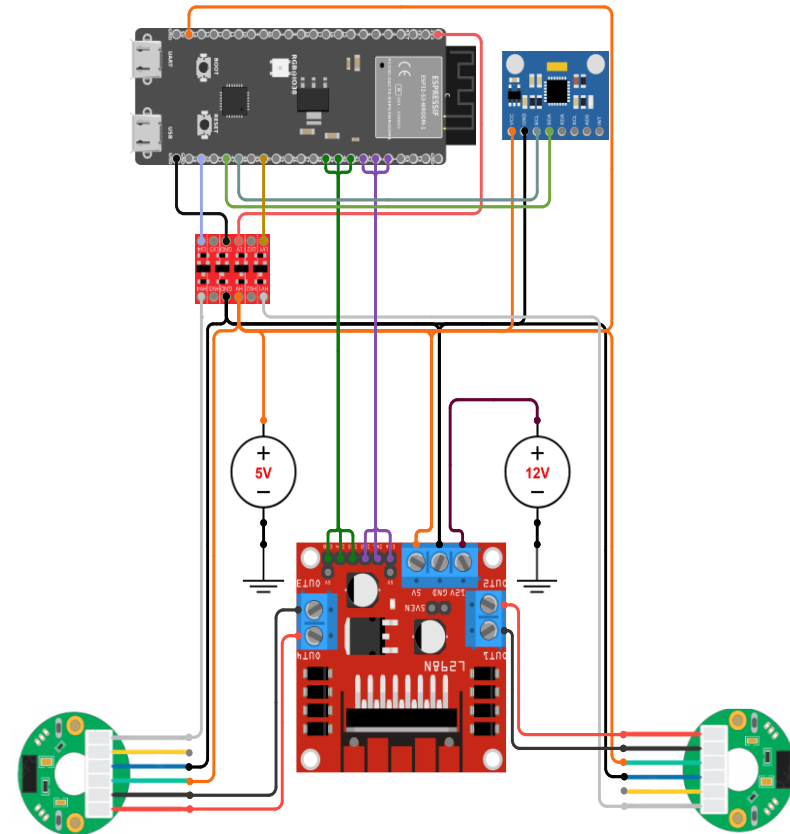
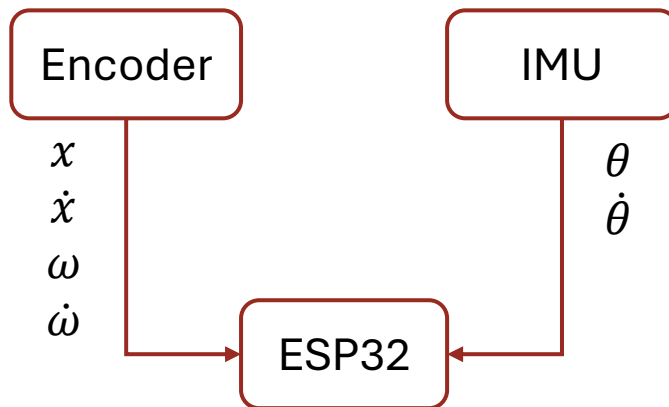


PROGETTAZIONE DEL ROBOT

Elettronica utilizzata

- **Microcontrollore** *ESP32*
- **Driver Motori** *L298N*
- **Motori DC con encoder** *JGB37520*
- **IMU** *BNO055*

Acquisizione dati



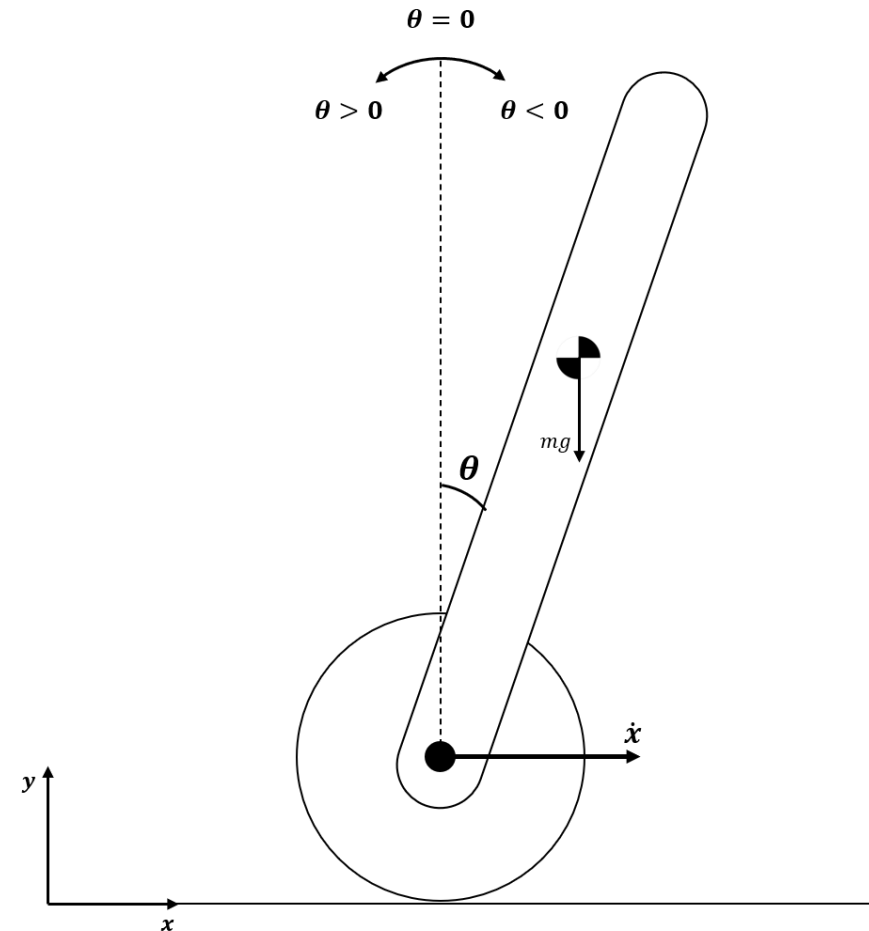
Equazioni non lineari del moto

$$\begin{cases} M_{eq}\ddot{x} - mL \cos \theta \ddot{\theta} + mL \sin \theta \dot{\theta}^2 = -b_x \dot{x} + F \\ J\ddot{\theta} - mL \cos \theta \ddot{x} - mgL \sin \theta = 0 \end{cases}$$

Linearizzazione attorno al punto di equilibrio

$$\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$$

$$\begin{cases} M_{eq}\ddot{x} - mL\ddot{\theta} = -b_x \dot{x} + F \\ J\ddot{\theta} - mL\ddot{x} - mgL\theta = 0 \end{cases}$$

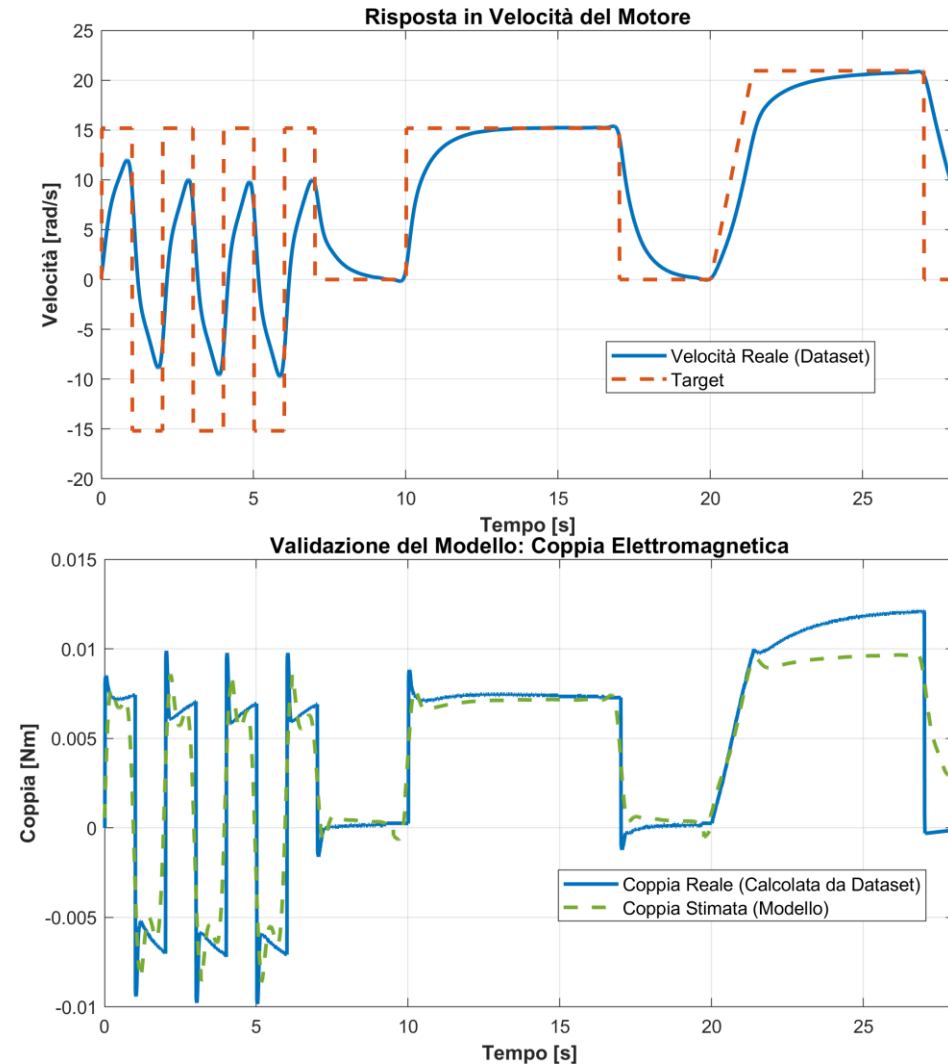


Modello elettromeccanico

$$\begin{cases} \tau_{em} = K_t \frac{V(t) - K_e \omega_m}{R_s} \\ \tau_{em} = J_{eq} \dot{\omega}_m + B_{eq} \omega_m + C_{eq} \text{sign}(\omega_m) \end{cases}$$

Stima parametri con metodo minimi quadrati

L'identificazione si basa sul confronto tra la coppia elettromagnetica reale e quella stimata dal modello dinamico



MODELLO IN SPAZIO DI STATO

Dati

Parametro	Valore	Unità di misura
m	1,300	kg
L	0,060	m
J	0,022	kg m ²
μ	0,078	kg m
K_F	4,048	N/V
M_{eq}	1,794	kg
b_x	0,738	N s/m
D	0,005	kg ² m ²

Dati di derivati da misura empirica

Dati di derivati da stima parametri motore

Vettore di stato e ingresso

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = V(t)$$

Matrici di stato

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Jb_x}{D} & \frac{m^2 g L^2}{D} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\mu b_x}{D} & \frac{M_{eq} m g L}{D} & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{JK_F}{D} \\ 0 \\ \frac{\mu K_F}{D} \end{bmatrix}$$

$$C = I_4 \quad D = 0$$

Definizione matrici di stato a tempo discreto

La conversione viene fatta attraverso la funzione *c2d* di Matlab



Legge di controllo

Il comando dato ai motori dipende dagli stati misurati con l'obiettivo di azzerare l'errore

$$u[n] = -Kx[n]$$

Funzione di costo

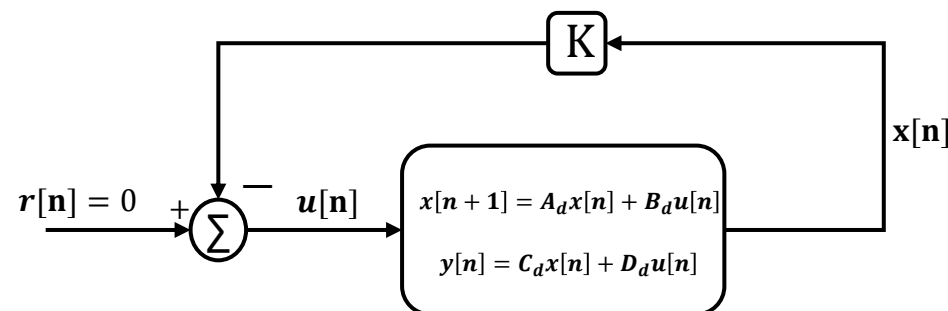
Tutti gli stati con riferimento nullo

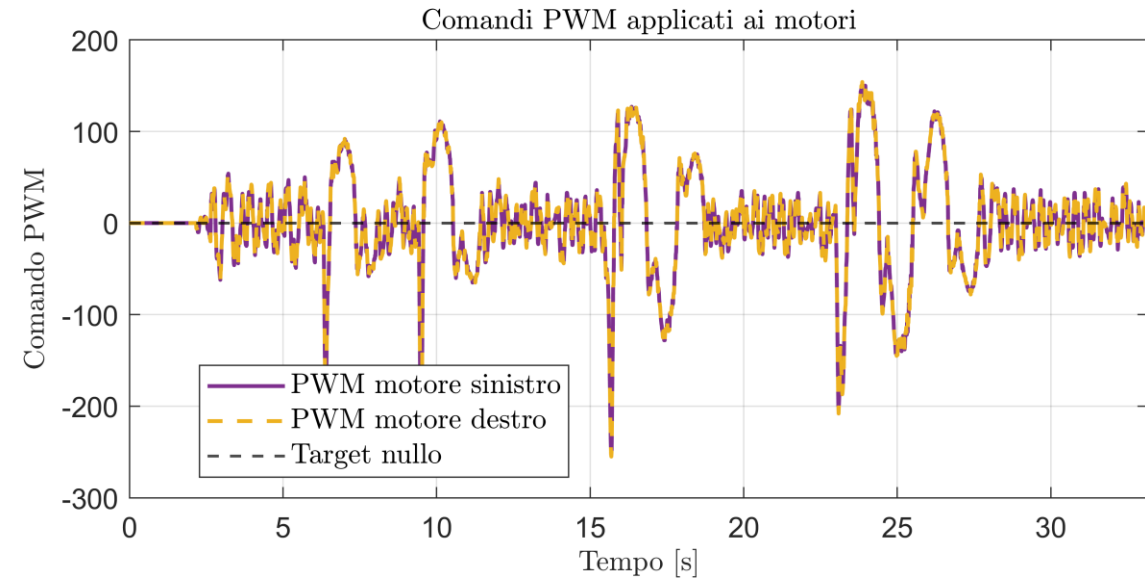
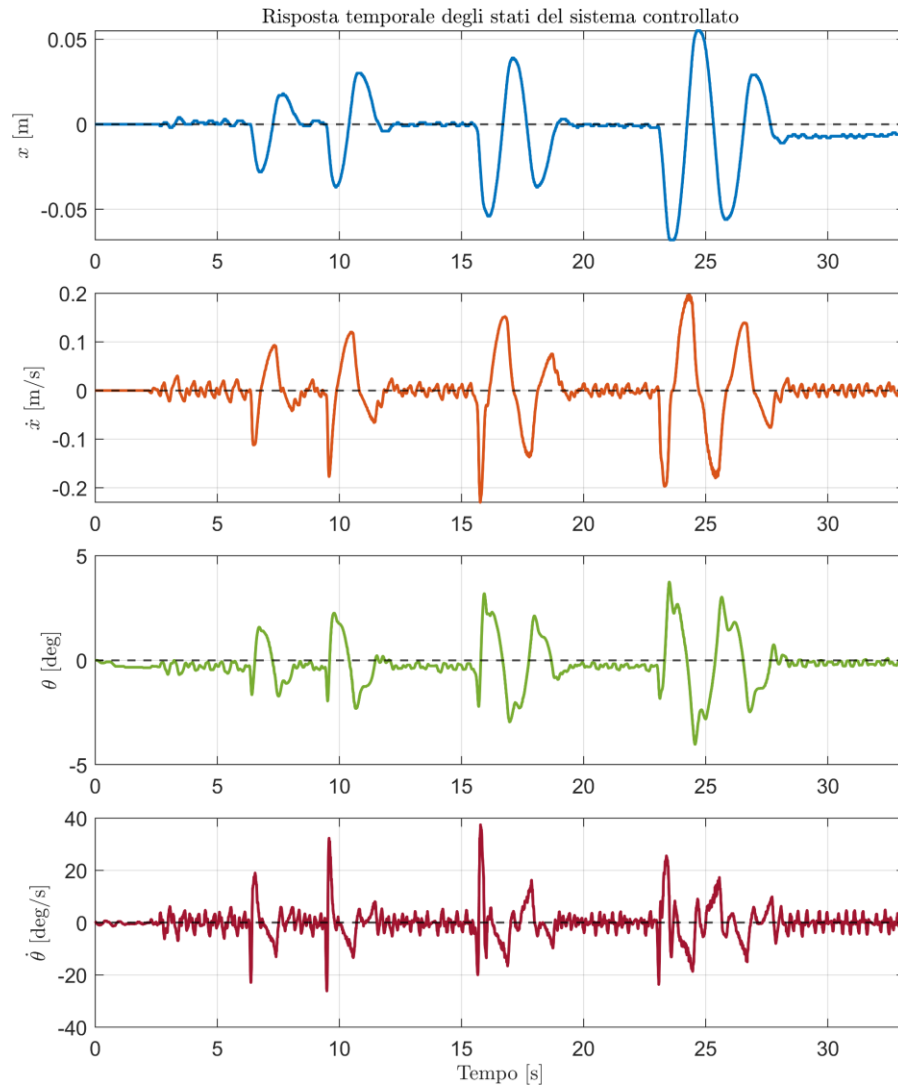
$$J = \sum_{n=0}^{\infty} (\mathbf{x}^T[n] Q \mathbf{x}[n] + u^T[n] R u[n]).$$

Matrice Q : penalizza la deviazione degli stati dall'origine

Scalare R : penalizza lo sforzo di controllo

Schema LQR





Parametri K definitivi

k_x	$k_{\dot{x}}$	k_θ	$k_{\dot{\theta}}$
-37,66	-30,15	103,55	13,61