



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

**PROGETTO DI CONTROLLO DI UN SISTEMA
FRENANTE PER AEROMOBILI**

Relatore: Professoressa Maria Elena Valcher

Laureando: Marco Minchella

ANNO ACCADEMICO 2022 – 2023

Data di laurea 21/07/2023

Sommario

1. INTRODUZIONE	2
2. ANALISI DEL SISTEMA	3
2.1 MODELLO MATEMATICO	3
2.2 MODELLO IN SPAZIO DI STATO	5
2.3 DATI DEL PROBLEMA.....	6
2.4 OBIETTIVI E PARAMETRI DI PROGETTO.....	6
3. STUDIO DEL SISTEMA IN CATENA APERTA	8
3.1 FUNZIONE DI TRASFERIMENTO.....	8
3.2 STABILITÀ DEL SISTEMA	9
3.3 RISPOSTA AL GRADINO UNITARIO	9
4. PROGETTO DI UN CONTROLLORE PROPORZIONALE	11
4.1 RETROAZIONE UNITARIA.....	11
4.2 RETROAZIONE PROPORZIONALE.....	12
5. CONTROLLORE MEDIANTE SINTESI PER TENTATIVI	16
5.1 SINTESI DI UNA RETE CORRETTRICE	17
5.2 MIGLIORAMENTO DEL CONTROLLORE	20
5.3 RISPOSTA DEL SISTEMA A CONDIZIONI INIZIALI NON NULLE	24
6. CONTROLLO TRAMITE PID	27
6.1 CONTROLLORE P.....	28
6.2 CONTROLLORE PI.....	28
6.3 CONTROLLORE PD	29
6.4 CONTROLLORE PID	32
7. CONCLUSIONI	34
8. BIBLIOGRAFIA	36

1. INTRODUZIONE

Le portaerei sono delle mastodontiche opere di ingegneria che solcano i mari da ormai più di 70 anni, con il preciso compito di trasportare, far decollare e atterrare velivoli. L'operazione di appontaggio, in particolar modo, è senza dubbio la più complicata e delicata, dato che richiede coordinazione tra personale a bordo di aereo e nave, una capacità di pilotaggio fuori dal comune e un affidabile sistema di cavi d'arresto in grado di portare ad uno stop completo in circa 100 metri velivoli che viaggiano a 250 km/h e pesano 30 tonnellate. L'assorbimento di tutta l'energia cinetica è un compito estremamente complesso con il cavo che passa attraverso una serie di pulegge, formanti un paranco, e trasferisce l'energia ad un pistone idraulico che l'assorbe tramite uno smorzatore. Quando il cavo viene preso in forza dal gancio di coda, questo deve fornire all'aereo una decelerazione costante di circa 5-6 g, l'accorciamento del paranco provoca lo spostamento del pistone nel cilindro che comprime un fluido, il quale viene inviato in un accumulatore idraulico, passando attraverso una valvola che ne regola il flusso per garantire un arresto controllato.

In questa tesi viene preso in esame un modello semplificato dove l'arresto è garantito da una zavorra collegata all'aereo mediante una fune elastica durante la fase di atterraggio.

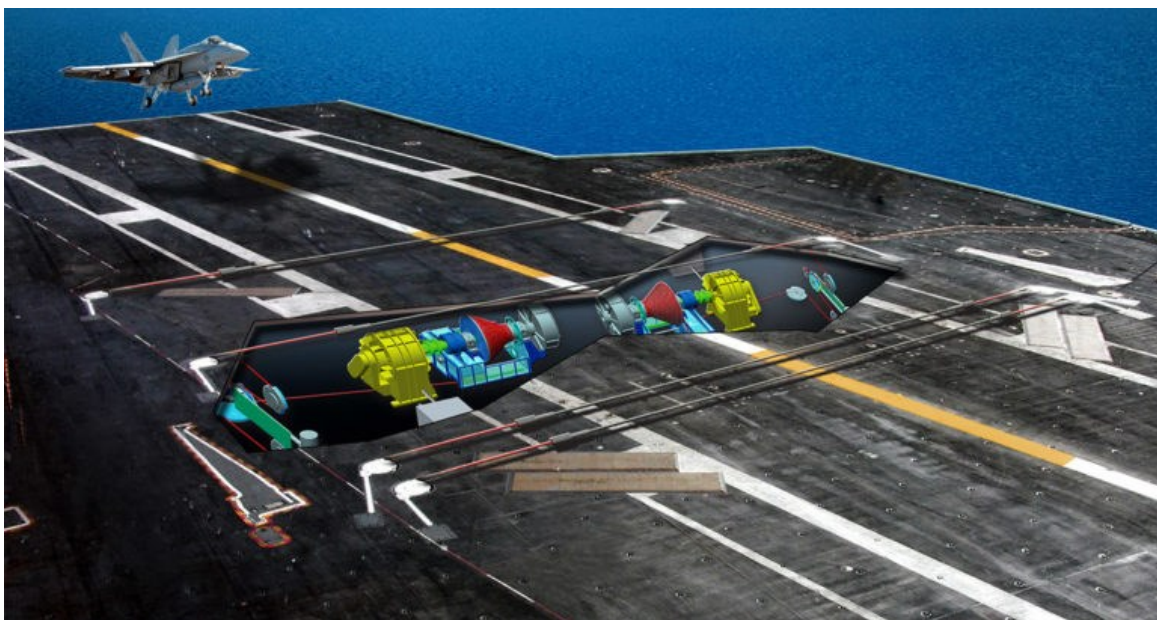


Figura 1 : Cross section dell'Advanced Arresting Gear operativo dal 2017 sulla portaerei Gerald Ford

2. ANALISI DEL SISTEMA

2.1 MODELLO MATEMATICO

Il meccanismo è descritto da un sistema di due equazioni che esprimono le forze risultanti su

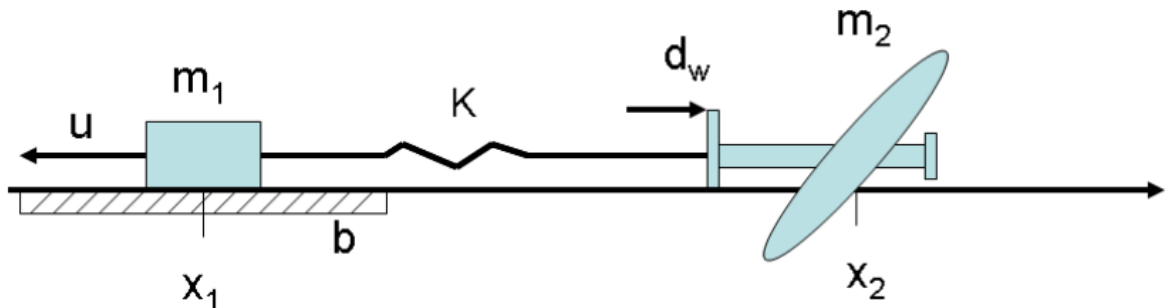


Figura 2: Rappresentazione schematica del modello

zavorra e aereo. Assumendo che l'asse orizzontale sia orientato verso destra avremo che la risultante delle forze sulla zavorra sarà espressa dall'equazione

$$F_1 = -F_{att} + F_k - F_u$$

dove F_{att} è la forza d'attrito viscoso del sistema idraulico della zavorra, F_k è la forza elastica del cavo d'arresto e F_u è la forza frenante applicata alla zavorra nonché input del nostro sistema.

Prima di procedere è bene ricordare alcuni concetti che ci permetteranno di esprimere le relazioni tra le grandezze in gioco: il secondo principio della dinamica, la legge di Hooke e l'espressione generale dell'attrito viscoso.

Il secondo principio della dinamica stabilisce che la forza agente su un corpo è direttamente proporzionale alla massa del corpo e all'accelerazione, e ha stessa direzione e verso.

La formula è $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, tuttavia sapendo che l'accelerazione è esprimibile come derivata seconda della posizione, avremo $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{x}}$.

La legge di Hooke recita: la forza elastica è direttamente proporzionale alla deformazione e di verso opposto alla forza esterna che ha provocato questa deformazione, quindi, la sua formula è $\mathbf{F} = -K\Delta\mathbf{x}$, dove K è la costante elastica della molla.

L'attrito viscoso, invece, in generale è dato da $\mathbf{F}_{att} = b\mathbf{v}$ dove b è un coefficiente che incorpora in sé le informazioni sul fluido e sulle dimensioni del corpo, mentre v è la velocità che può essere espressa come derivata prima della posizione; dunque, la forza d'attrito viscoso si scriverà come $\mathbf{F}_{att} = -b\dot{\mathbf{x}}$.

Alla luce di queste due leggi, e tenendo conto della figura 2, possiamo riscrivere la seconda equazione della dinamica come

$$m_1 \ddot{x}_1 = -bx_1 + k(x_2 - x_1) - u$$

dove u è la forza applicata sulla zavorra, x_1 e x_2 sono le rispettivamente le posizioni di zavorra e massa dell'aereo mentre le loro derivate successive rappresentano, naturalmente, le relative velocità ed accelerazioni.

La risultante delle interazioni sull'aeromobile è invece

$$F_2 = -F_k + F_w$$

dove F_w è la forza disturbante del vento; perciò, definendo quest'ultima come d scriveremo

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) + d$$

Nello studio del sistema la forza disturbante del vento verrà inizialmente ignorata quindi l'equazione può essere scritta come

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1)$$

La presenza del vento verrà considerata successivamente nell'analisi della reiezione dei disturbi costanti.

2.2 MODELLO IN SPAZIO DI STATO

Con ipotesi di vento nullo, vogliamo descrivere il sistema (in assenza di disturbi) nella forma di stato

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{cases}$$

Definisco il vettore $\mathbf{z} := (x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$ e riscrivendo il sistema di equazioni trovo

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_3 \\ \dot{z}_2 = z_4 \\ \dot{z}_3 = -\frac{k}{m_1}z_1 + \frac{k}{m_1}z_2 - \frac{b}{m_1}z_3 - \frac{1}{m_1}u \\ \dot{z}_4 = \frac{k}{m_1}z_1 - \frac{k}{m_1}z_2 \end{cases}$$

A questo punto posso identificare le matrici A, B, C e D

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & 0 \\ \frac{k}{m_1} & -\frac{k}{m_1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{b}{m_1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T \quad D = 0$$

quindi il sistema in forma matriciale è

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k}{m_1} & \frac{k}{m_1} & -\frac{b}{m_1} & 0 \\ \frac{k}{m_1} & -\frac{k}{m_1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{b}{m_1} \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$y = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{pmatrix}$$

dove si assume come uscita del sistema la variabile z_2 ovvero la posizione del jet.

2.3 DATI DEL PROBLEMA

Di seguito vengono riportate le grandezze fisiche utilizzate per descrivere il modello con i relativi valori

Incognita	Valore	Grandezza fisica
m_1	5000 kg	Massa della zavorra
m_2	24500 kg	Massa dell'aereo
b	8000 Ns/m	Coefficiente d'attrito della zavorra
k	10000 N/m	Costante elastica del cavo d'arresto
d	90 N	Forza del vento

I valori dei dati riportati sono stati cercati in maniera tale da avvicinarsi quanto più possibile ad un caso reale; infatti, sia massa dell'aereo che velocità d'atterraggio sono relative all'appontaggio di un F-14 Tomcat. Come condizioni iniziali abbiamo le posizioni dei due corpi poste a zero, la velocità iniziale della zavorra nulla ma la velocità d'atterraggio dell'aereo pari a 65 m/s (circa 230 km/h).

Il fattore di disturbo del vento è stato calcolato immaginando un vento di coda moderato (circa 5 m/s) che agisce parallelamente all'aereo infrangendosi su un'area di 5,25 metri quadri, trovata a partire dalla superficie dei motori.

I dati relativi a costante elastica, coefficiente d'attrito e massa della zavorra sono stati scelti in maniera tale da avere ordini di grandezza ragionevoli nel contesto del caso in esame.

2.4 OBIETTIVI E PARAMETRI DI PROGETTO

Come già detto in precedenza l'obiettivo finale è quello di far fermare completamente un aeromobile in maniera controllata agendo sulla zavorra, assumendo che al momento del contatto con la portaerei la velocità dell'aereo sia 65 m/s. Naturalmente per fare ciò è necessario rispettare dei vincoli, in primo luogo, la lunghezza della pista. Su portaerei di classe Nimitz lo spazio disponibile per l'atterraggio di un jet è approssimativamente 140 metri misurando la lunghezza a partire dalla posizione dei cavi. In genere ci si aspetta che l'aeromobile si arresti in uno spazio di 90 metri; dunque, vogliamo che a regime venga raggiunta quella posizione in un tempo non superiore ai 20 secondi.

Dobbiamo anche rispettare dei limiti relativi a sovra elongazione percentuale; infatti, la posizione massima non deve superare i 120 metri quindi l'*overshoot* deve essere non superiore al 30%.

3. STUDIO DEL SISTEMA IN CATENA APERTA

3.1 FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

Usando MATLAB andiamo a calcolare la funzione di trasferimento dall'ingresso u all'uscita y. Tramite i comandi

```
A = [0 0 1 0; 0 0 0 1; -k/m1 k/m1 -b/m1 0; k/m2 -k/m2 0 0];  
B = [0 0 -1/m1 0]';  
C = [0 1 0 0];  
sistema = ss(A,B,C,0);  
[z,p,k]=zpkdata(sistema,'v');  
sistema_zp=zpk(z,p,k);
```

inizializzo le matrici, creo lo space state system e tramite il comando “zpk” genero la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{-8.1633 * 10^{-5}}{s (s + 0.328) (s^2 + 1.272s + 1.991)} = \frac{-12.5 * 10^{-5}}{s \left(1 + \frac{s}{0.328}\right) \left(1 + 0.639s + \left(\frac{s}{1.411}\right)^2\right)}$$

i cui diagrammi di Bode sono

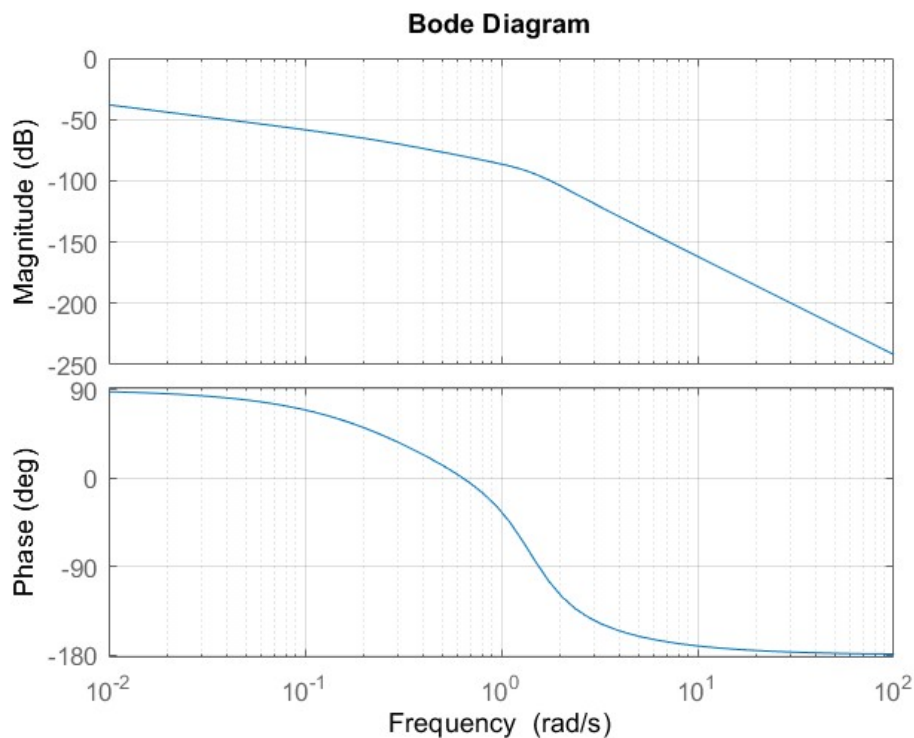


Figura 3: Diagrammi di Bode di G(s)

3.2 STABILITÀ DEL SISTEMA

È possibile trarre delle conclusioni sulla stabilità del sistema BIBO in catena aperta osservando la sua funzione di trasferimento; infatti, notiamo immediatamente come siano presenti tre poli a parte reale negativa e un polo nell'origine.

Quest'ultimo è causa dell'instabilità del sistema, infatti condizione necessaria e sufficiente per la BIBO stabilità è che la funzione di trasferimento $G(s)$ abbia tutti i poli a parte reale negativa, ma se il sistema non è BIBO stabile allora sarà necessariamente asintoticamente instabile. L'assenza di stabilità interna è un fattore critico dato che è un requisito essenziale per qualunque sistema dinamico poiché assicura che le sue prestazioni non degenerino in presenza di condizioni iniziali qualsiasi, inoltre i concetti di risposta transitoria e risposta a regime al gradino unitario perdono senso.

3.3 RISPOSTA AL GRADINO UNITARIO

Tramite MATLAB andiamo a vedere come effettivamente la risposta al gradino non si assesti su un valore, ma prosegua all'infinito.

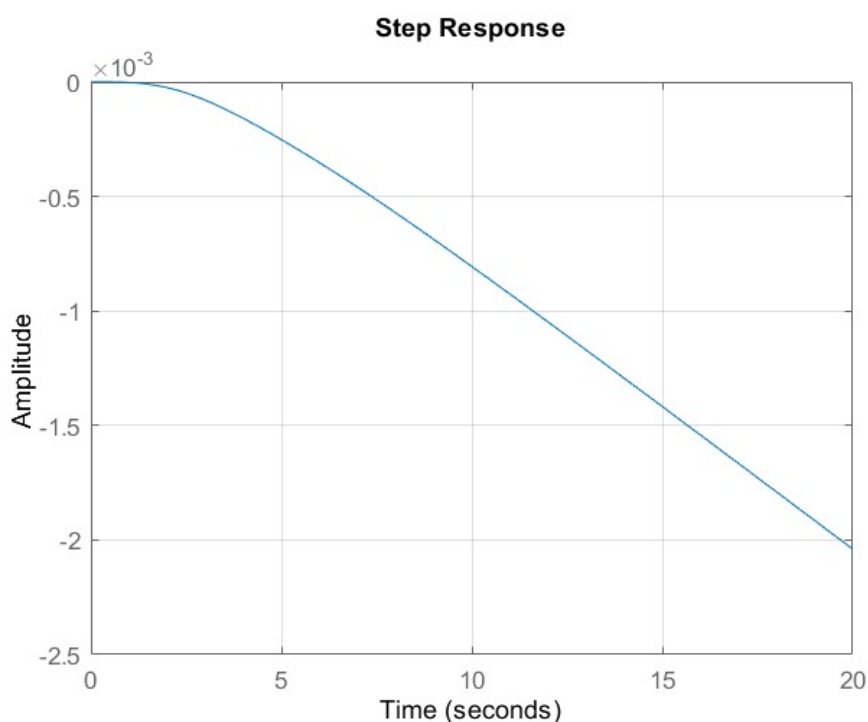


Figura 4: Risposta al gradino unitario di $G(s)$

Questa situazione equivale ad avere l'aereo inizialmente fermo e agganciato al cavo con la zavorra che esercita una forza costante, la quale spinge il velivolo sempre più indietro.

Il grafico conferma ciò che è stato detto nel paragrafo precedente; infatti, con una risposta al gradino tipica di una funzione di trasferimento integratrice non ha senso parlare di *rise time*, *overshoot* e di *settling time*.

4. PROGETTO DI UN CONTROLLORE PROPORZIONALE

I parametri di progetto sono:

- Raggiungimento dell'obiettivo a regime senza errore
- Sovra elongazione percentuale massima del 30%
- Tempo di salita al 10% inferiore ai 3 secondi
- Tempo d'assestamento al 5% inferiore ai 20 secondi

4.1 RETROAZIONE UNITARIA

Ipotizziamo di usare un controllore in retroazione unitaria domandandoci se basti per rendere il sistema BIBO stabile e se sia in grado di soddisfare i parametri di progetto. A priori, senza alcun tipo di analisi, non possiamo trarre conclusioni, ma sapendo che dai poli dipende la stabilità esterna del sistema forse attraverso il ricorso della retroazione unitaria negativa saremo in grado di spostarli in maniera tale da rendere stabile lo stesso.

La funzione di trasferimento risulta essere

$$W(s) := \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

ottenibile tramite il comando MATLAB

$$R1 = \text{feedback}(\text{система}, 1)$$

che ci da

$$W(s) := \frac{-8.1633 * 10^{-5}}{(s + 0.3282) (s - 0.0001249) (s^2 + 1.272s + 1.444)}$$

Risulta immediata la conclusione di instabilità dovuta ad un polo con parte reale positiva; dunque, non ha senso procedere con analisi dei parametri di risposta al gradino.

4.2 RETROAZIONE PROPORZIONALE

Ora si esplorerà l'ipotesi di un controllore proporzionale tramite l'analisi del luogo delle radici.

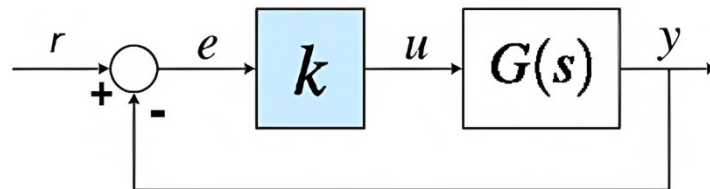
Ci troviamo nella situazione dove la funzione di trasferimento in catena aperta è data da

$$\tilde{G}(s) := C(s)G(s) = k \frac{n(s)}{d(s)}$$

e il corrispondente sistema in retroazione avrà funzione di trasferimento

$$W(s) := \frac{\tilde{G}(s)}{1 + \tilde{G}(s)} = \frac{k * n(s)}{d(s) + k * n(s)}$$

rappresentabile col corrispondente sistema a blocchi



dove r è il segnale di riferimento, e è l'errore ricavato dalla differenza tra r e l'output y mentre u è l'input di $G(s)$ corrispondente all'output del regolatore.

Notiamo immediatamente come la posizione dei poli vari al variare di k e come $d(s) + kn(s) = 0$ sia l'equazione che descrive il luogo delle radici.

Tramite MATLAB usando il comando “*rlocus*” vado a plottare il luogo delle radici negative e positive.

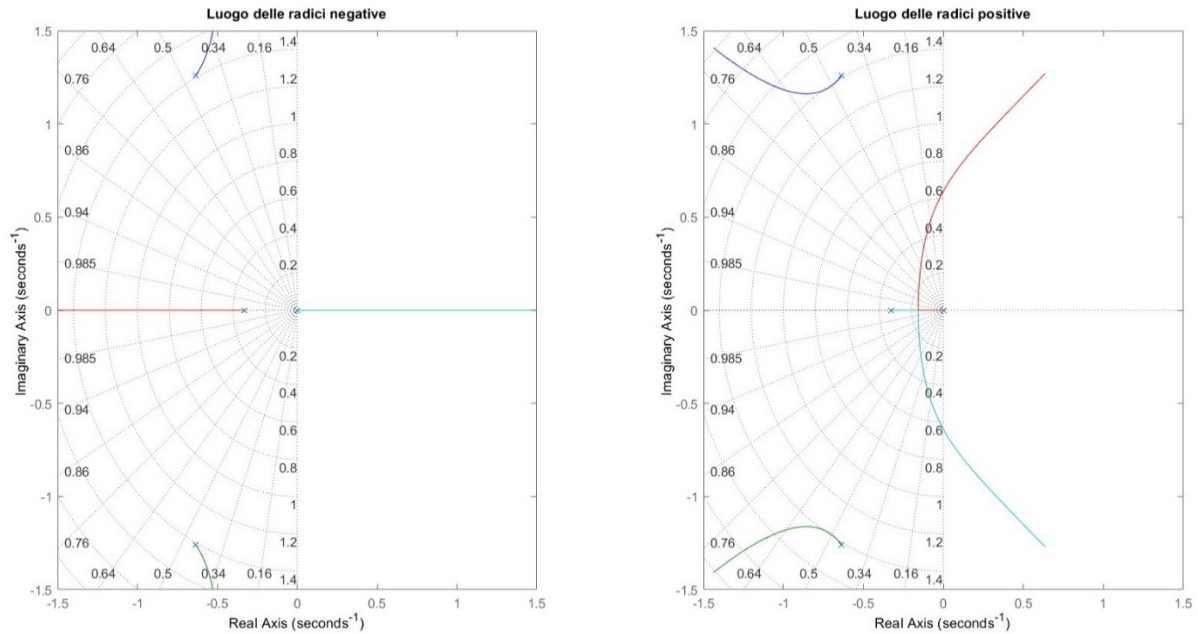


Figura 5: Luogo delle radici negativo e positivo

È doveroso precisare che, se il numeratore della $G(s)$ è una costante negativa, allora tramite il controllore proporzionale con k è positivi si ottiene il luogo delle radici negative, mentre con $k < 0$ si avrà il luogo positivo.

Salta all'occhio come nel luogo delle radici negative abbiamo un ramo che giace completamente sulla parte destra del grafico; dunque, per qualsiasi $k > 0$ avremo sempre a che fare con un polo a parte reale positiva il quale comprometterà la stabilità del sistema retroazionato.

Nel luogo delle radici positive invece possiamo apprezzare la presenza di k negativi che garantiscono la BIBO stabilità di $W(s)$, inoltre il luogo presenta un punto doppio il cui k corrispondente è calcolabile tramite l'equazione dei punti doppi. Nel nostro caso presenterà un termine nullo dato che dobbiamo derivare un numeratore costante:

$$n(s) \frac{d}{ds} d(s) = 0$$

$$-0.00008163 (0.6531 + 4.816 s + 4.8 s^2 + 4 s^3) = 0$$

L'unica soluzione reale è $s = -0.1569$ che porge $k = -661$. Questo risultato ci dà già delle indicazioni sul comportamento della risposta al gradino unitario del sistema in retroazione: notiamo come due rami appartengano all'asse reale per k compresi tra -661 e 0 e due siano complessi coniugati a parte reale negativa per ogni k .

Questo potrebbe far pensare che ci troveremo esclusivamente di fronte ad un andamento oscillante data la costante presenza di poli complessi; tuttavia, quando selezioniamo k negativi in valore assoluto minori di 661 vedremo come i due poli reali domineranno sui due complessi, quindi, in quell'intervallo di valori ci troveremo una risposta con andamento monotono crescente senza oscillazioni, ovvero senza *overshoot*.

L'assenza di sovra elongazione si paga con un aumento del rise time e, osservando i parametri di progetto fissati, capiamo come in questo caso possiamo accettare un *tradeoff* e permettere un aumento dell'*overshoot* percentuale con l'obiettivo di ridurre il tempo di salita.

Troviamo che per avere l'*overshoot* massimo dobbiamo porre un k in valore assoluto minore a 2920 poiché valori di modulo superiore porterebbero una sovra elongazione eccessiva.

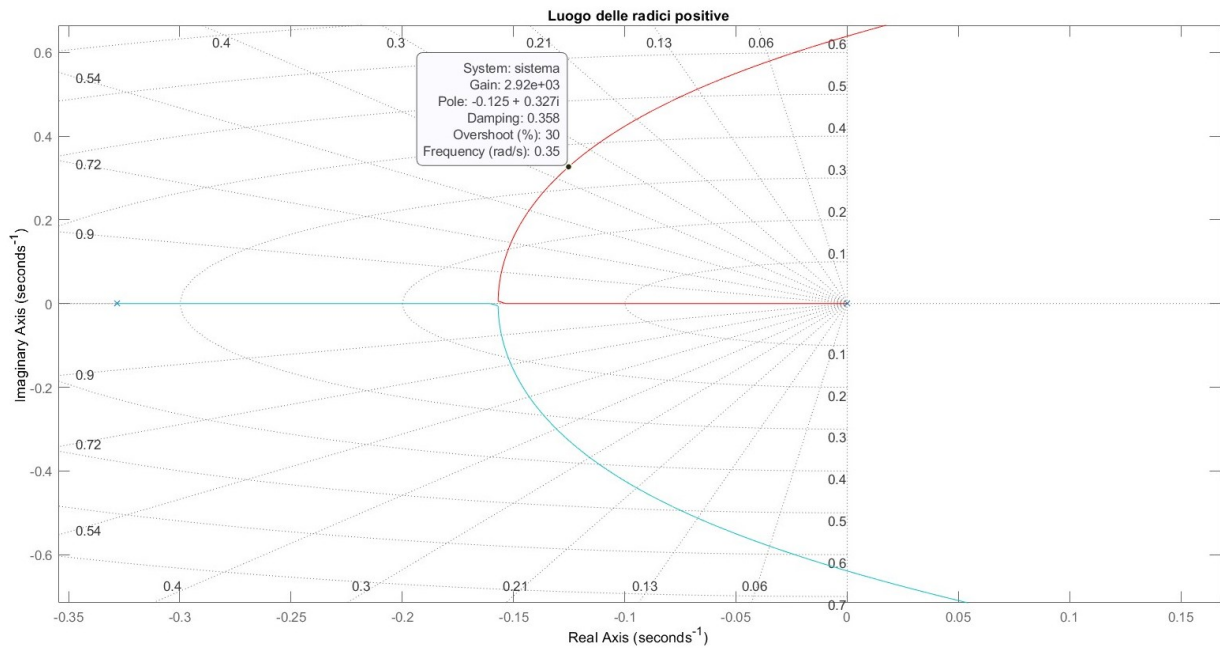


Figura 6: Luogo delle radici positivo dove è evidenziato il modulo di k che garantisce overshooting percentuale pari al 30%

Andiamo a plottare 3 risposte al gradino per sistemi in retroazione con valori di k diversi: uno che garantisca due poli dominanti reali, uno che sia pari a -2920 e uno con un valore nettamente inferiore alla soglia di tolleranza.

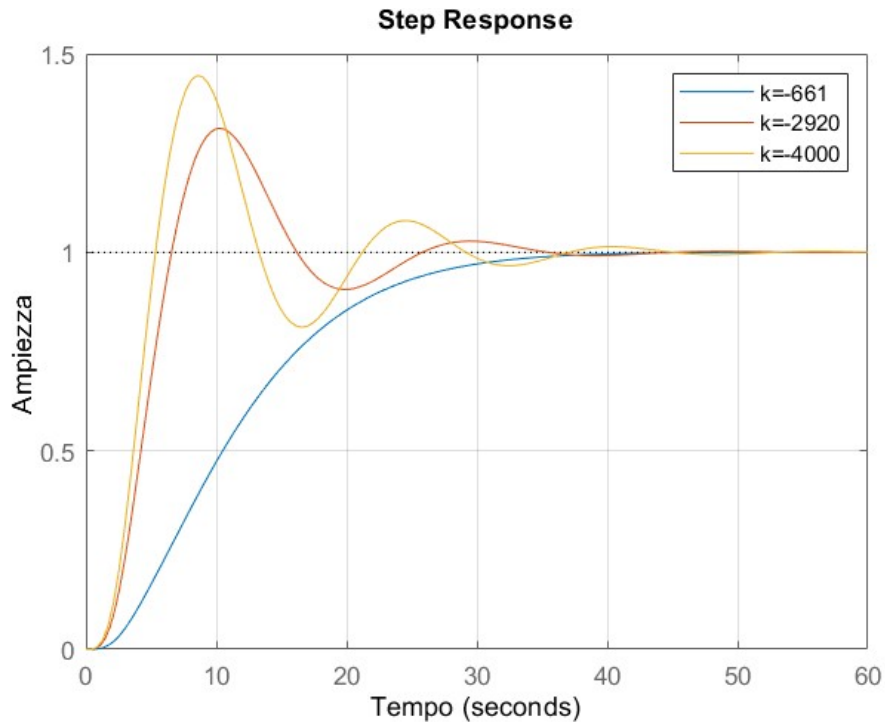


Figura 7: Confronto tra risposte al gradino di controllori proporzionali con guadagni diversi

Nel sistema con $k=-661$ è evidente l'assenza di fenomeni oscillatori come avevamo previsto, ma ci troviamo di fronte ad un tempo di salita esageratamente alto di 22 secondi.

Osservando il caso di $k=-2920$ abbiamo effettivamente il rispetto del parametro di *overshoot* con una sovra elongazione pari al limite superiore del 30%; tuttavia, il sistema ha ancora un *rise time* troppo elevato e pensare di risolvere questo problema con un k ancora più basso non farà altro che produrre un sistema con una sovra elongazione percentuale che va ben oltre le nostre richieste.

Nel grafico è riportato l'esempio di $k=-4000$ per far notare come una leggera riduzione del tempo di salita comporti un *overshoot* del 44.5%.

Possiamo affermare quindi che abbiamo bisogno di altre strategie per la realizzazione del controllo visto che con condizioni iniziali nulle non esiste alcun regolatore proporzionale che ci garantisce il rispetto dei parametri di progetto.

5. CONTROLLORE MEDIANTE SINTESI PER TENTATIVI

Proviamo ora a realizzare un controllore tramite la sintesi per tentativi, una tecnica che mira a dare delle indicazioni di massima che possono rivelarsi ugualmente utili al fine di risolvere casi pratici.

Le specifiche di regime (1) e di transitorio (2,3 e 4) sono:

1. Funzione di trasferimento in catena chiusa $W(s)$ di tipo 1
2. La risposta al gradino deve avere tempo di salita al 10% $t_r \approx 3 s$
3. La sovra elongazione percentuale deve essere non superiore al 30%
4. Il tempo d'assestamento al 5% t_s deve essere inferiore ai 20 s

In particolar modo le specifiche 2,3 e 4 dipendono direttamente da pulsazione d'attraversamento ω_a e margine di fase m_ψ della funzione di trasferimento in catena aperta: un loro aumento o una loro diminuzione hanno effetti sui parametri della risposta transitoria al gradino della funzione di trasferimento in catena chiusa.

Per determinare in maniera approssimativa la pulsazione di attraversamento che vogliamo ottenere ci avvaliamo della relazione $B_p t_r = H$, dove B_p è la banda passante a 3dB e H è una costante che assume valori relativamente piccoli. Questa uguaglianza ha validità abbastanza generale dato che si estende ad un'ampia gamma di sistemi a condizione di introdurre piccole modifiche alla costante H . Un valore di H che offre un buon punto di partenza per una sintesi per tentativi è $H=3$ e imponendo $t_r = 3 s$ si ricava

$$B_p = \frac{3}{3} \approx 1 \text{ rad/s}$$

In realtà il valore appena ricavato va interpretato come un limite inferiore; infatti, sarebbe più corretto scrivere

$$B_p \geq 1 \text{ rad/s}$$

A questo punto possiamo sfruttare il fatto che, se la funzione di trasferimento del sistema in catena aperta presenta solo poli e zeri sufficientemente lontani da ω_a e la pendenza nel diagramma di Bode nell'intorno della pulsazione d'attraversamento è di -20 dB/decade la banda passante ad anello chiuso può tipicamente essere ben approssimata dalla pulsazione ω_a .

Alla luce di questa uguaglianza possiamo riscrivere la precedente disequazione come

$$\omega_a \geq 1 \text{ rad/s}$$

Per il margine di fase imponiamo il valore minimo di 60° per evitare picchi di risonanza nel sistema retroazionato.

I parametri di margine di fase e pulsazione di attraversamento appena ricavati ci dovrebbero dare un punto di partenza sufficientemente buono per la sintesi di una rete correttiva.

Abbiamo inoltre imposto il che il sistema sia di tipo 1 per far sì che la funzione step unitario venga inseguita con errore nullo.

5.1 SINTESI DI UNA RETE CORRETTIVA

La prima fase è la sintesi di un controllore C' che sia in grado di soddisfare le specifiche di regime. Siccome la funzione di trasferimento $G(s)$ presenta già un polo nell'origine vuol dire che il tipo del sistema retroazionato è già rispettato; dunque, ci basterà determinare il guadagno $k(C')$. Il segno dovrà essere concorde a quello del guadagno di $G(s)$ mentre possiamo assegnare al valore assoluto del guadagno $|k(C')| = 500$ in maniera tale da alzare il diagramma delle ampiezze.

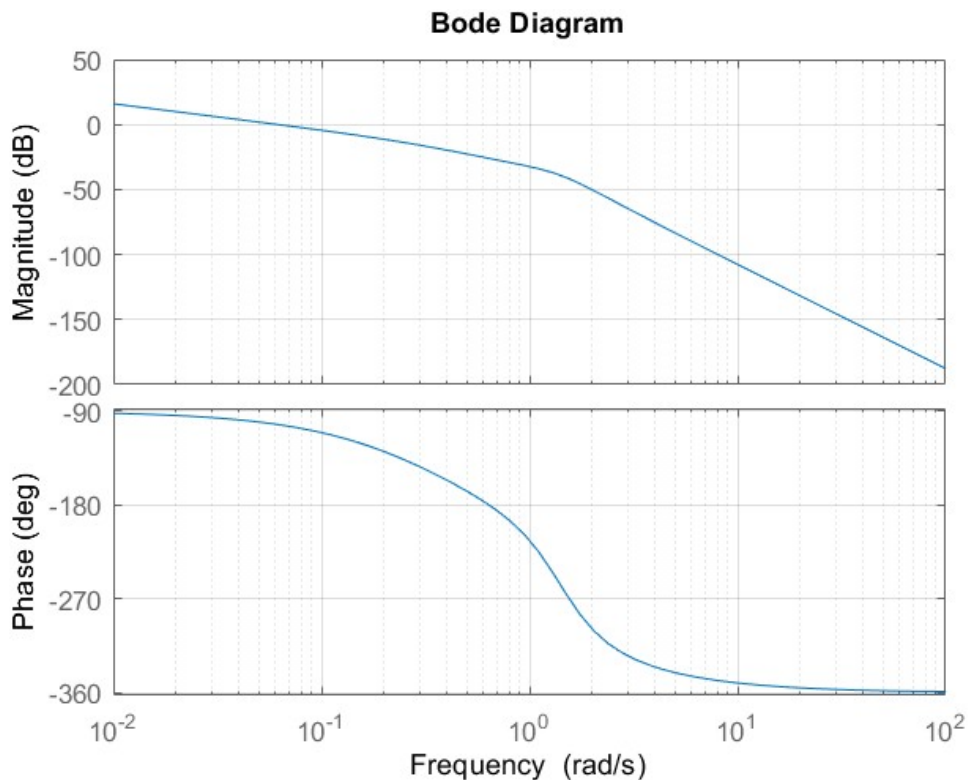


Figura 8: Diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $C'(s)G(s)$

Il sistema ottenuto tramite questa retroazione unitaria negativa è BIBO stabile, tuttavia, in catena aperta oltre ad avere una pulsazione di attraversamento eccessivamente distante da quella richiesta, in corrispondenza di pulsazioni superiori a 1 rad/s il margine di fase presenta valori inferiori ai -180° .

È necessario alzarlo ben oltre questa soglia dato che la presenza di un margine di fase piccolo ci espone al pericolo che perturbazioni non previste lo facciano scendere sotto i -180° e rendano instabile il sistema.

Per soddisfare le specifiche di transitorio ricorriamo ad una rete anticipatrice, cioè zeri stabili in grado di spostare la pulsazione di attraversamento verso destra e contemporaneamente alzare il margine di fase seguiti da poli ad alta frequenza col compito di rendere il regolatore proprio.

La loro collocazione può essere scelta in maniera tale da sfruttare cancellazioni incrociate zero/polo (lecite dato che abbiamo a che fare solo con poli a parte reale negativa) e cercando il più possibile di rispettare le condizioni di transitorio tramite metodi non rigorosi.

Cominciamo con la scelta di un controllore $C''(s)$ di funzione di trasferimento

$$C''(s) = \frac{(1 + \frac{s}{0,1})}{(1 + \frac{s}{1000})}$$

Definendo la funzione di trasferimento del controllore come $C(s) = C'(s)C''(s)$ e la funzione di trasferimento in catena aperta come $\tilde{G}(s) = C(s)G(s)$, tracciamo il diagramma di Bode di $\tilde{G}(s)$ per verificare se pulsazione di attraversamento e margine di fase possono essere considerati soddisfacenti.

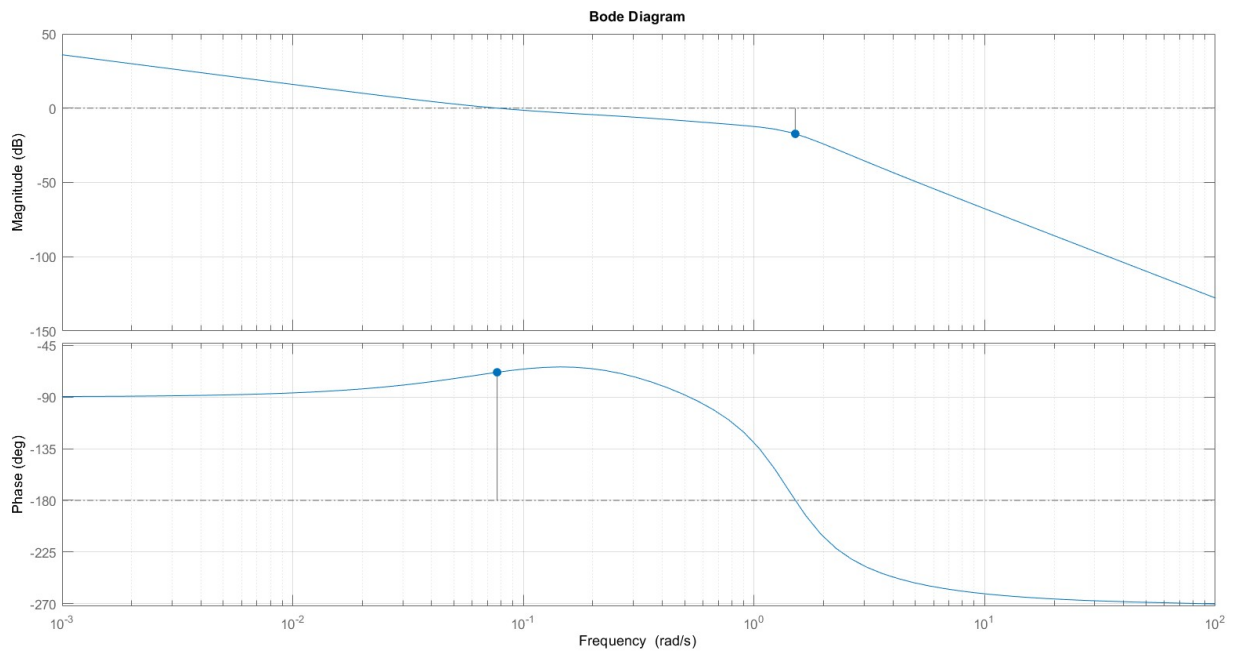


Figura 9: Diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $\tilde{G}(s)$

Osserviamo come pur avendo un aumento del margine di fase, lo zero del regolatore posto in corrispondenza a 0,1 rad/s non è sufficiente a spostare ω_a alle pulsazioni richieste.

Possiamo constatare la sua inefficacia osservando il grafico della risposta al gradino

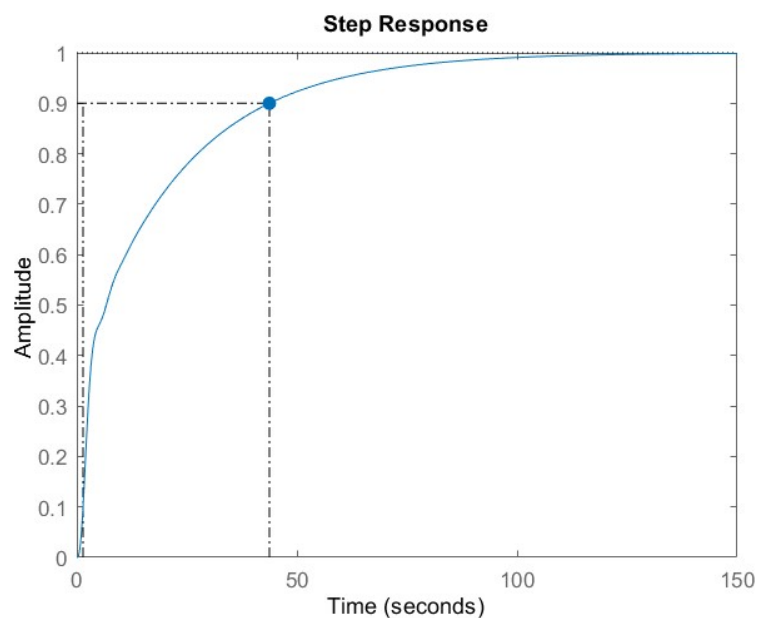


Figura 10: Risposta al gradino della funzione di trasferimento $\tilde{G}(s)$

Tramite il comando “*stepinfo*” ricaviamo che il tempo di salita t_r è pari a 44 s e che il tempo d’assestamento al 5% t_s è di circa un minuto.

È necessario migliorare il controllore aggiungendo un numero maggiore di zeri.

5.2 MIGLIORAMENTO DEL CONTROLLORE

Operiamo una cancellazione zero/polo per alzare il diagramma della fase in corrispondenza del termine trinomio; dunque, $C''(s)$ diventa

$$C''(s) = \frac{\left(1 + \frac{s}{0,1}\right)(0,5023 s^2 + 0,6389 s + 1)}{\left(1 + \frac{s}{1000}\right)^3}$$

e di conseguenza il diagramma di Bode di $\tilde{G}(s)$ è

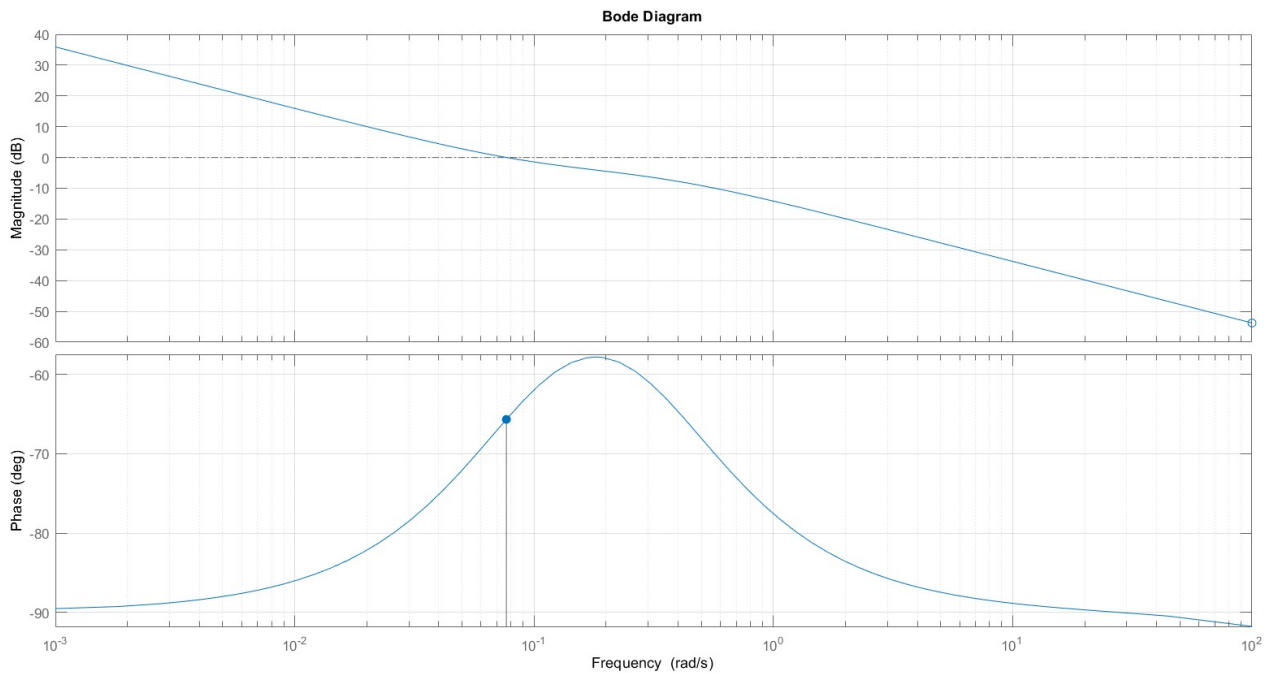


Figura 11: Diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $\tilde{G}(s)$

Ancora una volta la pulsazione di attraversamento non raggiunge il valore desiderato, ma avendo un margine di fase accettabile in corrispondenza di pulsazioni uguali o superiori al 1 rad/s la soluzione si trova aumentando il guadagno: in questa maniera siamo in grado di alzare il diagramma delle ampiezze lasciando il diagramma delle fasi inalterato.

Applicando un ulteriore guadagno k' di 5.15 il diagramma delle fasi si alza di circa 14 dB e la pulsazione di attraversamento diventa $\omega_a = 1$ rad/s con margine di fase $m_\psi = 103^\circ$.

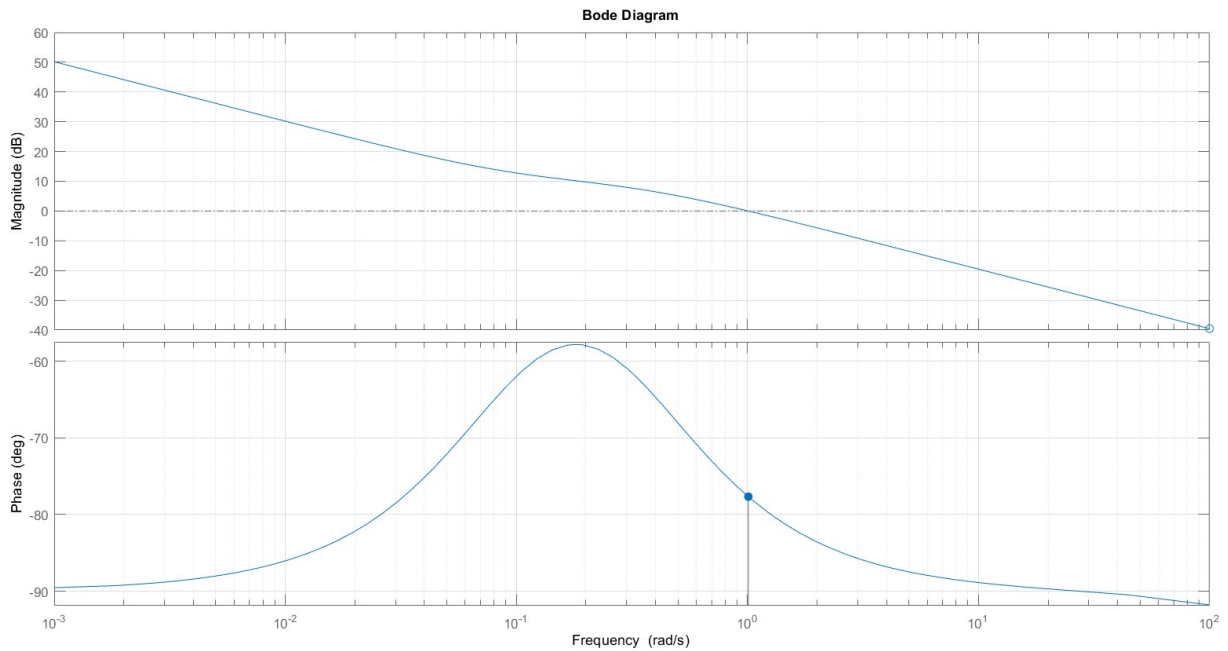


Figura 12: Diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $\tilde{G}(s)$ alla quale è stato aggiunto un ulteriore guadagno di 5.15

Il risultante sistema retroazionato sollecitato da un gradino unitario presenta la seguente risposta

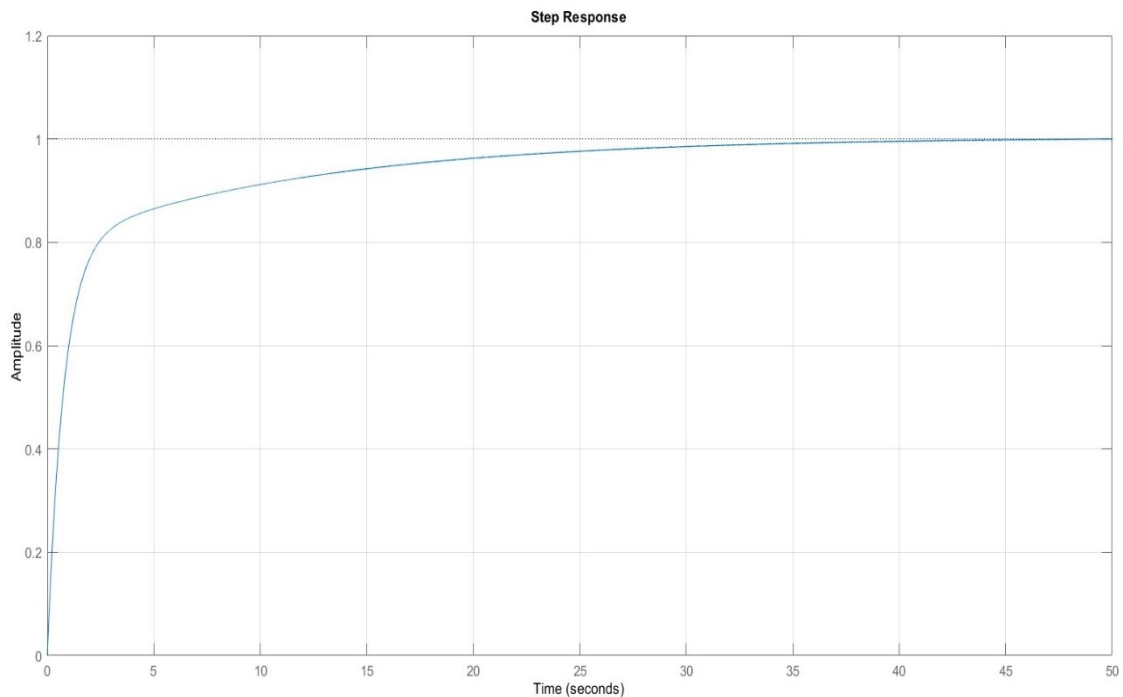


Figura 13: Risposta al gradino unitario di $\tilde{G}(s)$

I parametri di risposta del gradino sono i seguenti: t_r è pari a 8,4 s e il tempo d'assestamento al 5% t_s di 17 s; dunque, è necessario aumentare il valore della pulsazione d'attraversamento.

Riportiamo nel seguente grafico le risposte al gradino per alcuni valori di k' .

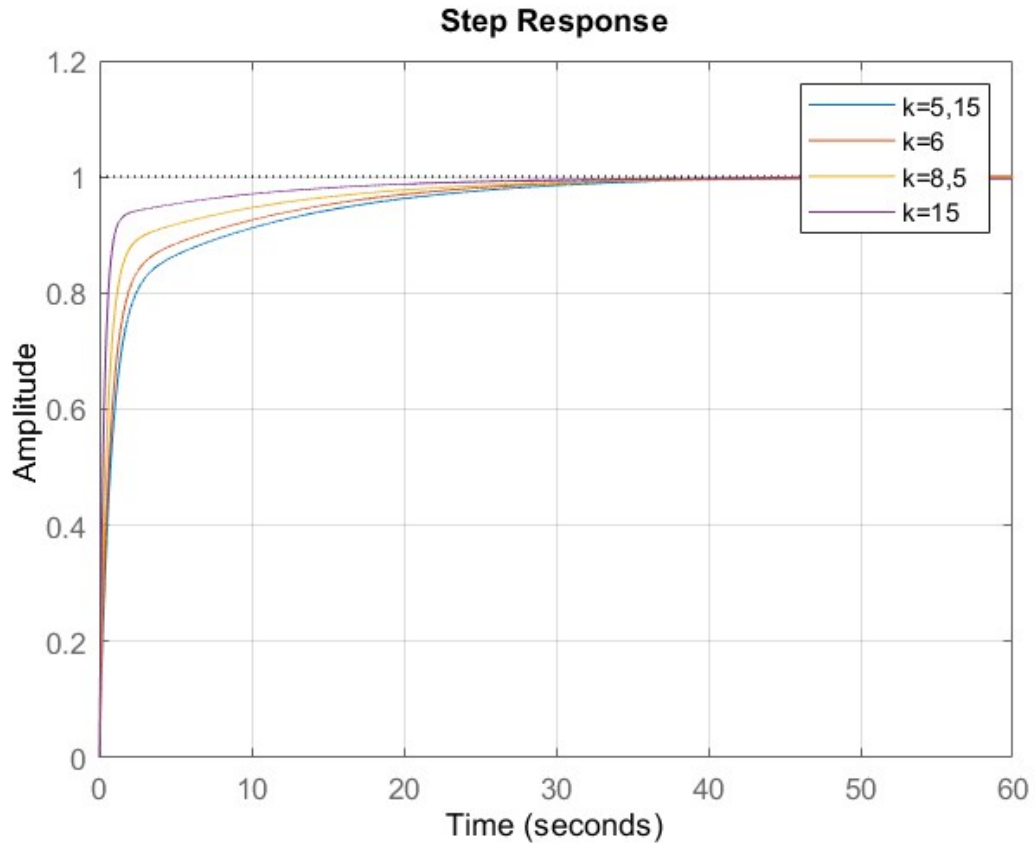


Figura 14: Confronto tra risposte al gradino unitario per guadagni differenti

Per ciascun k' riportiamo i parametri di risposta allo step unitario nella seguente tabella:

k'	t_r	t_s	ω_a	m_ψ
5,15	8,4 s	16,9 s	1 rad/s	103°
6	6,5 s	14,6 s	1,2 rad/s	101°
8,5	2,97 s	11,1 s	1,71 rad/s	$97,7^\circ$
15	0,96 s	4,2 s	3,06 rad/s	$94,2^\circ$

Scegliamo il k' più piccolo che garantisca il rispetto dei parametri di progetto, dato che un'eccessiva prontezza garantita da guadagni più alti, per quanto sulla carta possa sembrare desiderabile, nella realtà può portare a rotture meccaniche nel sistema.

Il controllore scelto ha funzione di trasferimento

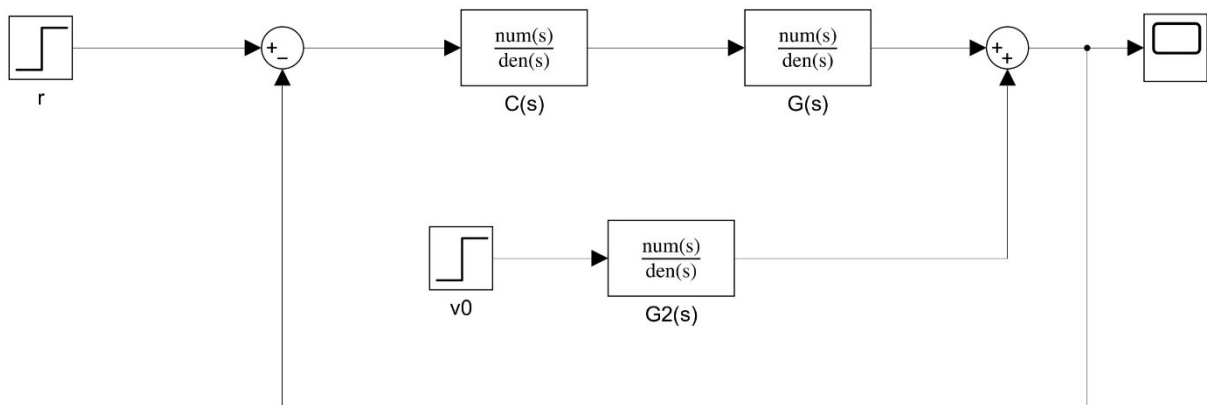
$$C(s) = 8.5 * 500 * \frac{(1 + \frac{s}{0.1})(0.5023 s^2 + 0.6389 s + 1)}{(1 + \frac{s}{1000})^3}$$

5.3 RISPOSTA DEL SISTEMA A CONDIZIONI INIZIALI NON NULLE

A questo punto una volta sintetizzato il controllore bisogna verificare il comportamento del sistema in catena chiusa quando è presente la velocità iniziale dell'aereo.

Nel caso in esame un F-14 Tomcat ha velocità sul finale di circa 65 m/s e per verificare la capacità del sistema di controllare l'atterraggio ci si avvale del principio di sovrapposizione degli effetti e non si fa altro che aggiungere il contributo dell'evoluzione libera a quello dell'evoluzione forzata in risposta a un gradino di ampiezza pari a 90 m.

Tramite *Simulink* costruiamo lo schema a blocchi del sistema con condizioni iniziali non nulle.



$G_2(s)$ è la funzione di trasferimento da condizioni iniziali a uscita del sistema, che quindi simula l'effetto delle condizioni iniziali. Per far sì che la velocità iniziale non venga considerata come segnale gradino, ma come impulso di ampiezza 65 m/s, si è deciso di moltiplicare $G_2(s)$ per uno zero nell'origine dato che Simulink non offre la possibilità di utilizzare il blocco impulso.

Il segnale $r(t)$ è un gradino di ampiezza 90 m ed è la posizione finale che vogliamo far raggiungere al jet.

Ricordiamo che il ponte di volo è lungo 140 m e l'aeromobile non deve superare la soglia massima dei 120 m corrispondente ad un *overshoot* del 30%.

L'uscita del sistema comprensiva delle condizioni iniziali è la seguente

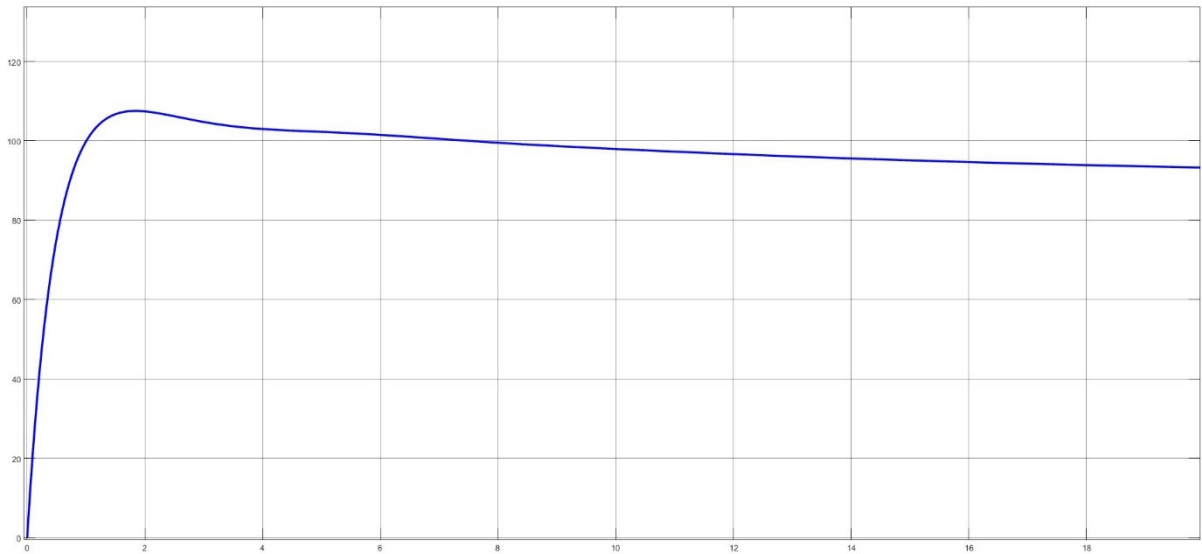
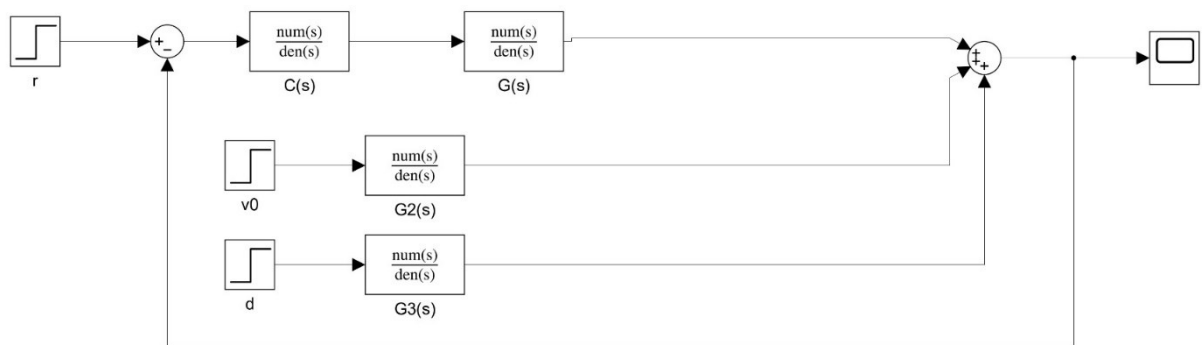


Figura 15: Posizione del jet rispetto al tempo con condizioni iniziali non nulle

L'aereo raggiunge una distanza massima di 107 metri in 1,7 secondi per poi fare un *rollback* fino ai 94,5 metri in circa 16 secondi, dopo quella soglia il jet si assesta esattamente sui 90 metri.

Analizziamo ora il caso di atterraggio in presenza di un vento di coda costante con una forza di 90 N. In questa istanza lo schema a blocchi è il seguente



dove il disturbo d è un gradino di ampiezza 90 N e $G3(s)$ è la funzione di trasferimento tra disturbo e uscita del sistema.

La posizione dell'aereo nel tempo con condizioni iniziali non nulle e vento di coda è rappresentata nel grafico seguente

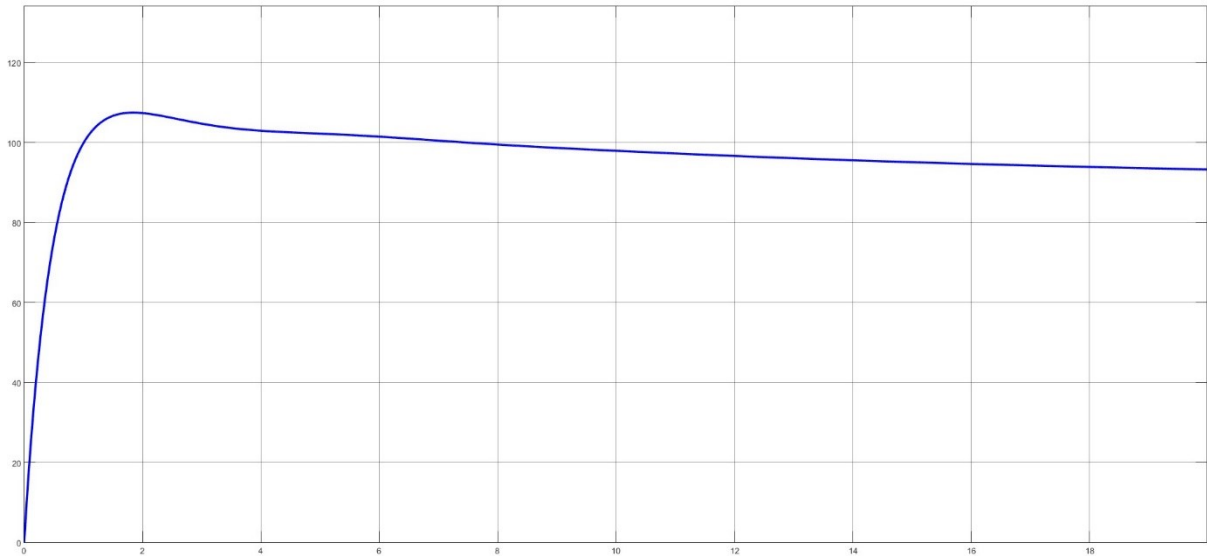


Figura 16: Posizione del jet rispetto al tempo con condizioni iniziali non nulle e vento di coda costante

Notiamo come il controllore progettato sia solido, infatti non solo con condizioni iniziali non nulle i parametri imposti vengono rispettati, ma anche in presenza di disturbi costanti l'uscita del sistema retroazionato tende ad assestarsi sul valore di 90 metri senza alcun errore a regime.

6. CONTROLLO TRAMITE PID

Un controllore proporzionale-integrale-derivativo (o PID) è un tipo di regolatore ampiamente utilizzato nei sistemi di controllo industriale e in un'ampia gamma di altre applicazioni in cui è richiesto un controllo modulato in maniera continua.

La funzione di trasferimento mette in luce la presenza dei tre contributi ed è ricavabile partendo da

$$u(t) = k_p e(t) + k_d \dot{e}(t) + k_i \int_0^t e(x) dx$$

e applicando la trasformata di Laplace, ottenendo in tal modo

$$C_{PID}(s) = k_p + k_d s + \frac{k_i}{s}$$

k_p è il guadagno dell'azione proporzionale e aumentarlo farà sì che il controllore corregga in maniera più aggressiva un dato livello di errore, in altre parole ne aumenta sia prontezza che *overshoot*. Un effetto secondario è anche la riduzione dell'errore a regime.

k_d è il guadagno dell'azione derivativa che ha il "ruolo" di anticipare l'errore, dal momento che ne pesa la derivata.

k_i è la componente integrale e aiuta a ridurre l'errore a regime.

Nel progettare un controllore PID non siamo vincolati ad usare contemporaneamente azione proporzionale, integrale e derivativa, in determinati casi possiamo limitarci solo ad alcune di queste azioni per risolvere il problema di controllo. Procediamo a sintetizzare il controllore tenendo a mente che è preferibile usare meno componenti possibili per soddisfare i parametri di progetto che ricordiamo essere:

- Tempo di salita al 10% inferiore ai 3 secondi
- Tempo d'assestamento al 5% inferiore ai 20 secondi
- *Overshoot* percentuale inferiore al 30%
- Raggiungimento dell'obiettivo a regime senza errore

Per il progetto di un controllore PID ci appoggeremo all'applicazione MATLAB “*PidTuner*” in grado di determinare automaticamente i guadagni proporzionale, integrale e derivativo in virtù delle specifiche di prontezza e robustezza richieste al sistema.

6.1 CONTROLLORE P

Immediatamente alla luce dei tentativi di sintesi tramite retroazione proporzionale ci rendiamo conto che un controllore che presenta esclusivamente un guadagno k_p non soddisferà mai le nostre richieste; dunque, dobbiamo rivolgere la nostra attenzione verso controllori più complessi.

6.2 CONTROLLORE PI

Analizziamo la possibilità di sintetizzare un controllore che oltre ad un guadagno proporzionale abbia anche una componente integratrice. La presenza di un polo nell'origine nella funzione di trasferimento del controllore ha l'effetto di alzare di 1 il tipo del sistema e di garantire la reiezione dei disturbi costanti. Imponendo un tempo di salita al 90% pari a 3 secondi la funzione di trasferimento del regolatore PI è

$$C_{PI} = \frac{-4935 s - 35}{s}$$

ma non è in grado di garantire un *overshoot* inferiore al 30%. La risposta al gradino risulta essere

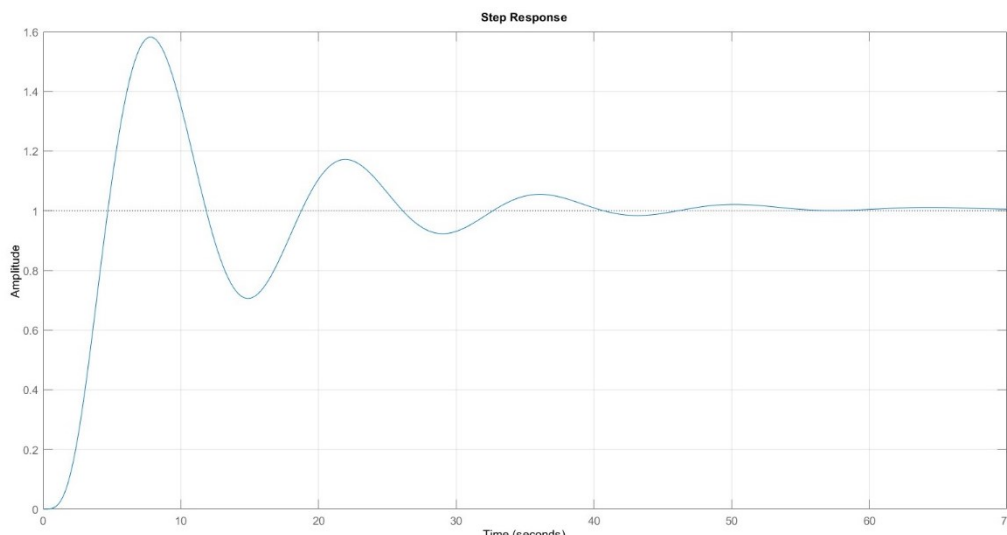


Figura 17: Risposta al gradino della funzione di trasferimento in catena chiusa con controllore PI

Tentare di ridurre l'*overshoot* aumentando la robustezza del controllore tramite gli strumenti di tuning rivela l'impossibilità di sintetizzare un controllore PI in grado di soddisfare contemporaneamente i parametri di sovra elongazione percentuale e di tempo di salita. Con un regolatore di questo tipo mantenendo un *overshoot* inferiore al 30% avremo un tempo di salita esageratamente alto, mentre mantenendo un *rise time* inferiore ai 3 secondi sacrifichiamo completamente il parametro di sovra elongazione facendolo salire ben oltre i limiti progettuali.

6.3 CONTROLLORE PD

Consideriamo ora un controllore PD, che dovrebbe essere il tipo di regolatore che fa al caso nostro dato che non abbiamo bisogno di alzare il tipo del sistema avendo già un polo in zero nella funzione di trasferimento del sistema.

Imponendo il *risetime* a 3 secondi troviamo la seguente funzione di trasferimento del controllore

$$C_{PD} = -14090 s - 5043$$

la quale però risulta esse impropria, dunque, è necessario aggiungere un polo ad alta frequenza

$$C_{PD} = \frac{-14090 s - 5043}{0,0001s + 1}$$

Sollecitando il sistema con uno step unitario otteniamo la seguente risposta forzata

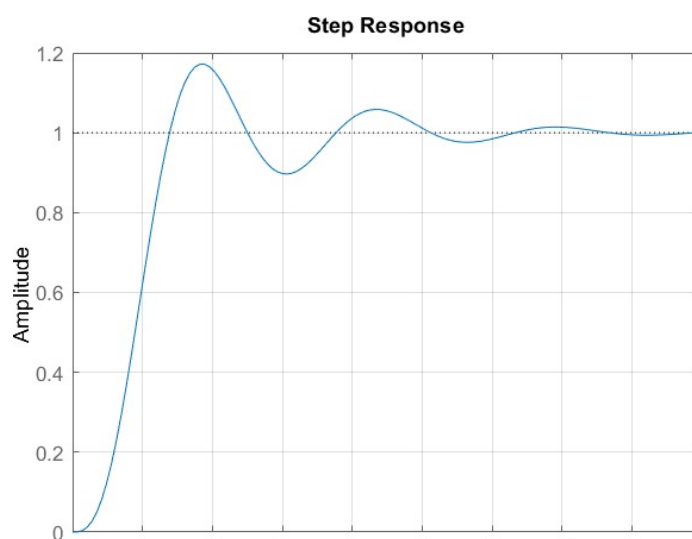


Figura 18: Riposta al gradino della funzione di trasferimento in catena chiusa con controllore PD

la quale presenta tempo di salita pari a 2,53 secondi, tempo d'assestamento di 12 secondi e sovra elongazione percentuale del 17,2%.

Nonostante i parametri di transitorio della risposta al gradino unitario siano soddisfacenti è necessario verificare che con condizioni iniziali non nulle e disturbo costante del vento la posizione dell'aereo abbia un andamento accettabile.

Tramite *Simulink*, avvalendoci dello stesso identico schema a blocchi usato per la rete correttiva, simuliamo l'uscita del sistema con vento costante e condizioni iniziali non nulle.

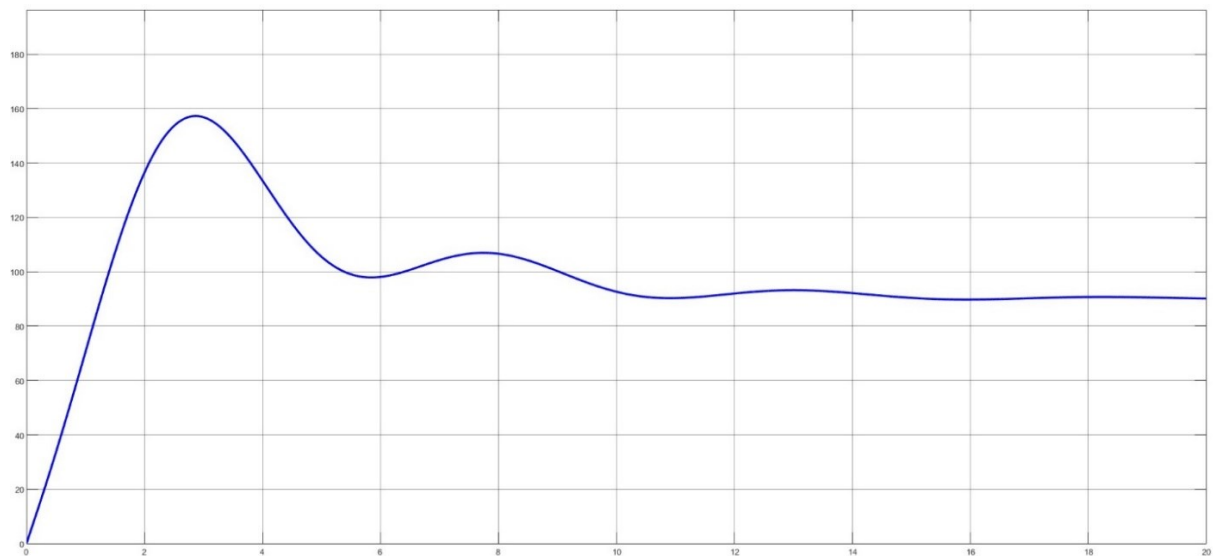


Figura 19: Simulazione del sistema controllato tramite regolatore PD con condizioni iniziali non nulle e vento costante

Si giunge alla conclusione che tramite un controllore PD il jet supera la fine del ponte di volo andando oltre i 140 metri, perciò questo regolatore non è soddisfacente.

È possibile tentare di aumentare la robustezza del controllore tramite il tuner ricavando una nuova funzione di trasferimento

$$C_{PD} = \frac{-11070 s - 4274}{0,0001s + 1}$$

che porge risposta al gradino

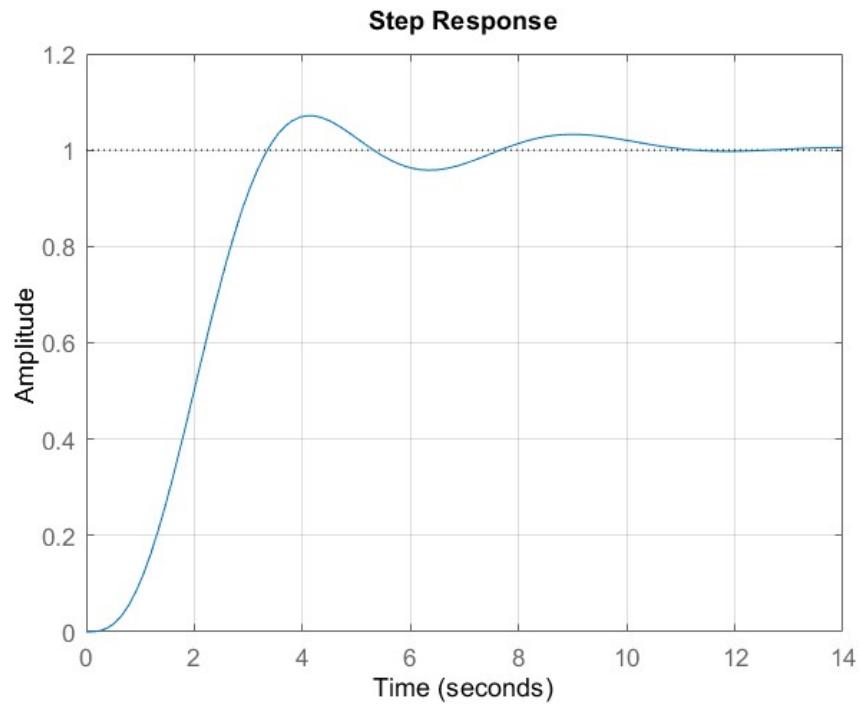


Figura 20: Riposta al gradino della funzione di trasferimento in catena chiusa con controllore PD con parametri modificati

L'overshoot ora è del 7% mentre il tempo di salita è di 3 secondi; tuttavia, simulando la risposta con condizioni iniziali non nulle e vento di coda costante troviamo un andamento dell'uscita del sistema ugualmente non soddisfacente.

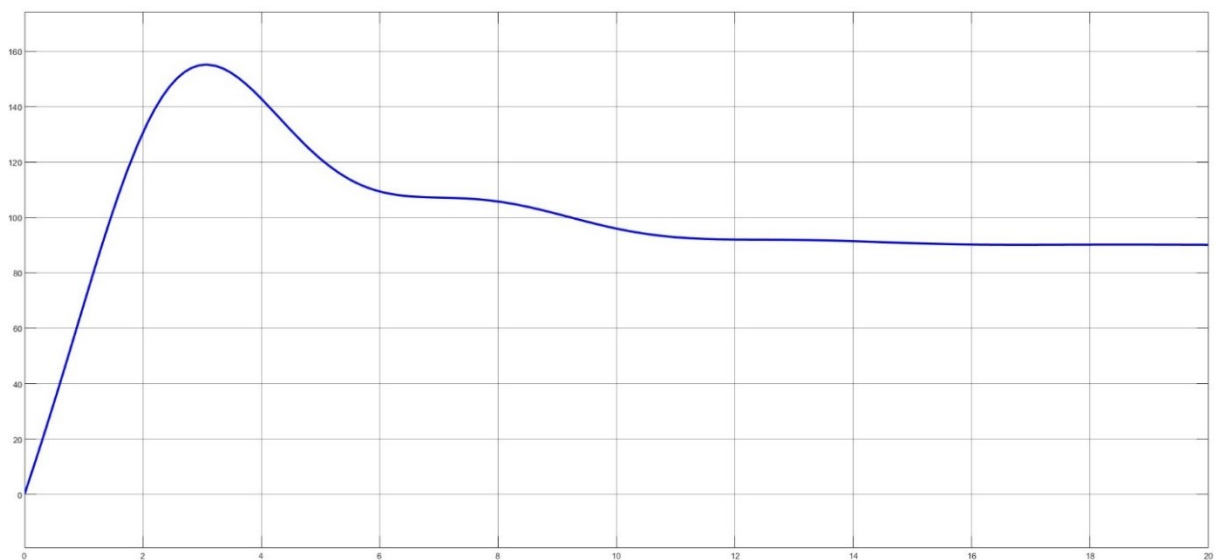


Figura 21: Simulazione del sistema controllato tramite regolatore PD modificato con condizioni iniziali non nulle e vento costante

Notiamo come la soglia dei 140 metri venga superata anche in questo caso.

Aumentare ulteriormente prontezza e robustezza nell'app di tuning nel tentativo di migliorare le prestazioni del controllore porterà a risposte del sistema non soddisfacenti: con velocità iniziale pari a 65 m/s la posizione del jet supererà sempre la fine del ponte di volo.

6.4 CONTROLLORE PID

Spostiamo la nostra attenzione sulla sintesi di un controllore PID, che presenta contemporaneamente contributo proporzionale, integrativo e derivativo imponendo come in precedenza le specifiche di *rise time* e *overshoot* desiderate.

Il regolatore ha funzione di trasferimento

$$C_{PID}(s) = \frac{-12460 s^2 - 4059 s - 330}{s}$$

alla quale va aggiunto un polo ad alta frequenza per renderla propria

$$C_{PID}(s) = \frac{-12460 s^2 - 4059 s - 330}{s(0,0001s + 1)}$$

Riportiamo di seguito la risposta al gradino unitario

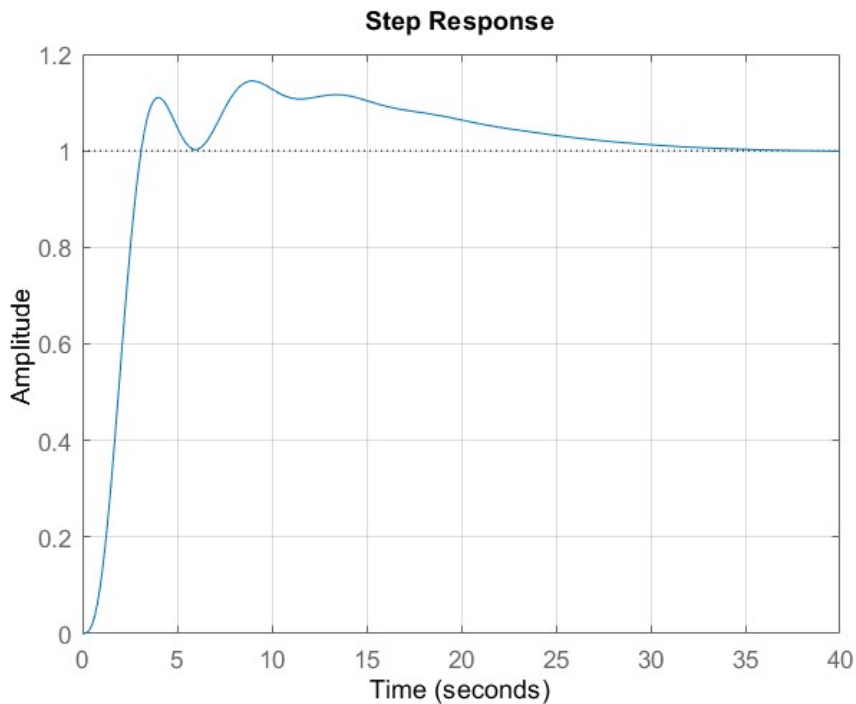


Figura 22: Risposta al gradino della funzione di trasferimento in catena chiusa con controllore PID

Questa soluzione ci presenta un *settling time* di oltre 20 secondi andando a violare una delle specifiche di transitorio imposte.

Tentare di migliorare il controllore con altri guadagni si rivela una tattica fallimentare dato che ogni volta che si prova ad aggiustare una specifica, si va a sacrificarne un'altra rendendo impossibile anche in questo caso la sintesi di un controllore PID in grado di soddisfare contemporaneamente tutti i parametri progettuali.

7. CONCLUSIONI

In questa tesi si è preso in esame un sistema composto da un aereo collegato tramite una fune elastica ad una zavorra sulla quale viene applicata una forza frenante: la posizione dell'aereo viene considerata l'output del sistema mentre la forza applicata alla zavorra è l'input.

Il problema di controllo a cui si è dovuto far fronte era un problema di regolazione; infatti, il controllore doveva essere sintetizzato in maniera tale che, con condizioni iniziali non nulle e vento di coda costante, il sistema in catena chiusa inseguisse senza errore un segnale di riferimento costituito da un gradino.

Nella nostra analisi siamo partiti dal controllore proporzionale nella speranza che un regolatore semplice fosse sufficiente per risolvere il problema di controllo; tuttavia, tramite l'analisi del luogo delle radici si è giunti alla conclusione che tutte le specifiche sui parametri di transitorio della risposta al gradino non potevano essere soddisfatti contemporaneamente. Nell'intento di ridurre i tempi di salita, la sovra elongazione percentuale cresceva ben oltre ai limiti imposti.

Si è poi deciso di progettare un controllore tramite la sintesi per tentativi, partendo prima da un guadagno arbitrario, in maniera tale da alzare il diagramma delle ampiezze, e poi aggiungendo una rete anticipatrice con l'intento di alzare il margine di fase e la pulsazione di attraversamento. A questo punto, avvalendoci di una cancellazione zero/polo stabile e di un ulteriore guadagno, siamo riusciti a trovare una funzione di trasferimento in grado di far soddisfare al risultante sistema retroazionato le specifiche di progetto. Il passo successivo è stato la simulazione della posizione dell'aereo con condizioni iniziali non nulle e disturbo costante dovuto al vento di coda, dove è stato possibile notare l'efficacia del regolatore progettato.

Si è poi deciso di esplorare la possibilità di sintetizzare un controllore PID, tentando regolatori di tipo PI, PD e PID tramite l'app di MATLAB *pidTuner*. Purtroppo, questi regolatori si sono rivelati inefficaci per controllare l'atterraggio dell'aereo, dunque, l'unica scelta possibile è stata quella del controllore realizzato tramite rete correttiva.

Una doverosa considerazione finale è che il caso appena analizzato è una semplificazione di un problema estremamente complesso; infatti, in situazioni realistiche ci sono molte più variabili da considerare, per esempio, quella relativa all'affidabilità meccanica del sistema. Un pilota al momento dell'appontaggio non "aiuta" il sistema cercando di rallentare, bensì non appena tocca

il ponte di volo applica circa il 75% della manetta dato che in caso di mancato aggancio deve essere in grado di avere abbastanza velocità per riprendere il volo.

È possibile vedere come il problema del controllo dell'atterraggio di un aereo su portaerei sia molto delicato, dato che il progettista del regolatore deve essere in grado di coniugare un'elevata affidabilità con alti livelli di prontezza.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] Mauro Bisiacco, Maria Elena Valcher, “Controlli automatici. Tutto quello che avreste voluto sapere a riguardo ma non avete mai osato chiedere”, Edizioni Libreria Progetto Padova, 2015
- [2] <https://marinecue.it/portaerei-appontaggio-cavo-arresto/11260/>
- [3] <https://science.howstuffworks.com/aircraft-carrier4.htm>
- [4] <https://www.omnicalculator.com/physics/wind-load>
- [5] <http://www.voodoo-world.cz/tomcat/info.html>
- [6] <http://www.ladispe.polito.it/corsi/contrautoinf270/material/IntroduzioneMatlab1.pdf>
- [7] <http://www.dei.unipd.it/~zampi/dispensa/comp.pdf>
- [8] <https://engineeringmedia.com>