

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE DEL PRODOTTO

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

SVILUPPO DI UN INDICE DI SENSIBILITA' CINEMATICA IN FUNZIONE DELLA TRAIETTORIA PIANIFICATA DI UN MANIPOLATORE

Relatore: Ing. Giovanni Boschetti

Laureando: Daniele Perazzolo

1040290 – IIP

ANNO ACCADEMICO: 2012-2013

INDICE

SOMMARIO

INTRODUZIONE

1.	INDICI CINEMATICI: STATO DELL'ARTE	
1.1	Numero di condizionamento e manipolabilità.....Pag.	4
1.2	DSI: Direction Selective Indexes.....	" 8
1.3	TPI: Task-dependent Performance Index.....	" 11
2.	KINEMATIC SENSITIVITY INDEXES (KSI) E DIRECTION KINEMATIC SENSITIVITY INDEXES (DSI)	
2.1	Calcolo KSI nel caso $s = \infty$	" 15
2.2	Calcolo KSI nel caso $s=2$	" 13
2.3	DKSI, introduzione.....	" 20
	2.3.1 Calcolo DKSI nel caso $s = \infty$	" 20
	2.3.2 Calcolo DKSI nel caso $s = 2$	" 21
3.	CINEMATICA ADEPT QUATTRO®	
3.1	Caratteristiche fisiche.....	" 23
3.2	Modello geometrico Adept Quattro™.....	" 26
3.3	Analisi cinematica inversa di posizione.....	" 32
3.4	Analisi cinematica di velocità.....	" 35
3.5	Analisi cinematica di accelerazione.....	" 38
4.	SIMULAZIONI E CONFRONTO INDICI CINEMATICI	
4.1	Introduzione.....	" 41
4.2	Simulazione nel caso $s=\infty$	" 42
	4.2.1 Confronto KSI e DKSI.....	" 43

4.2.2	Confronto DSI e DKSI.....	"	50
4.2.3	Confronto DSI, KSI e DKSI lungo una direzione R qualsiasi.....	"	55
4.3	Simulazione nel caso $s=2$	"	59
4.3.1	Confronto KSI e DKSI.....	"	60
4.3.2	Confronto DSI e DKSI.....	"	66
4.3.3	Confronto DSI, KSI e DKSI lungo una direzione R qualsiasi.....	"	68
4.4	Confronto DSI, KSI e DKSI per $s=\infty$ e $s=2$	"	73

CONCLUSIONI.....	"	77
------------------	---	----

RINGRAZIAMENTI

BIBLIOGRAFIA

S O M M A R I O

In fase di progettazione di una cella di produzione, spesso si deve determinare la posizione di un manipolatore o stimare il luogo dei punti nel quale il robot riesce ad eseguire, nel minor tempo possibile, l'attività richiesta. La principale caratteristica che distingue i manipolatori paralleli da quelli seriali è la possibilità di disporre i motori a telaio e di alleggerire, quindi, la struttura meccanica in movimento; ne consegue la capacità di ottenere elevate accelerazioni sull'organo terminale

Per molti anni si sono sviluppati indici cinematici e dinamici con lo scopo di valutare le prestazioni del manipolatore nello spazio di lavoro. Gli ultimi contributi in questo settore della robotica evidenziano come il comportamento di un manipolatore sia fortemente legato alla direzione lungo cui si intende muovere l'organo terminale. In questo elaborato vengono sviluppati degli indici di prestazione in funzione della direzione del moto dell'organo terminale, focalizzando l'attenzione sui robot paralleli.

Le prestazioni saranno valutate tramite indici cinematici che, tenendo conto della direzione di movimento analizzata (verticale o orizzontale), individuano le zone dello spazio di lavoro in cui il manipolatore garantisce le maggiori prestazioni riguardo a spostamenti lineari.

INTRODUZIONE

Nel corso di questo lavoro si sviluppano degli indici di prestazione per manipolatori paralleli che tengano conto del comportamento cinematico del manipolatore stesso. L'obiettivo di questi indici è quello di andare ad individuare delle zone dello spazio di lavoro dove il manipolatore possa raggiungere le migliori prestazioni in termini di tempi di spostamento dell'organo terminale.

Nel primo capitolo di questo elaborato viene fatta una sintesi dello stato dell'arte di tutti gli indici proposti finora, mettendo in evidenza pregi e difetti di ciascuno di essi. In particolare si focalizza l'attenzione nel DSI, indice cinematico che calcola le prestazioni del manipolatore considerando la direzione lungo cui si intende muovere l'organo terminale..

Nel secondo capitolo invece, viene riassunto l'indice proposto da P. Cardou, S. Bouchard, C. Gosselin in [6], e viene proposto un nuovo indice, il DKSI, combinazione del KSI descritto in [6] e del DSI descritto nel capitolo 1.

Segue il terzo capitolo, dove viene presentato il manipolatore Adept Quattro™ e si descrive il modello geometrico utilizzato per l'implementazione via software. Si risolve, inoltre, la cinematica di posizione inversa, l'analisi cinematica di velocità e di accelerazione.

Nel quarto e ultimo capitolo vengono presentati i risultati delle simulazioni effettuate con l'utilizzo del programma MATLAB®, con i confronti fra i vari indici.

CAPITOLO 1

INDICI CINEMATICI: STATO DELL'ARTE

Negli ultimi trentacinque anni numerosi indici sono stati proposti con il fine di valutare le prestazioni di manipolatori sia seriali che paralleli. Per la progettazione o il controllo di un robot è richiesta una valutazione del comportamento cinematico dei link che lo compongono. In altre parole, data una precisa configurazione assunta dal manipolatore, si vuole misurare l'effetto del movimento dei motori sullo spostamento dell'end effector (organo terminale). La valutazione delle prestazioni cinematiche di un manipolatore e il confronto con altri robot della stessa categoria possono essere eseguiti attraverso degli indici ottenibili dalla matrice Jacobiana.

1.1 Numero di condizionamento e manipolabilità

In [3] viene proposto un indice di grande diffusione per misurare la qualità dello spazio di lavoro di un manipolatore. Tale indice prende il nome di numero di condizionamento della matrice Jacobiana $[J]$ e viene definito di seguito come:

$$\kappa (J) = \sqrt{\frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}}} \quad (1)$$

dove λ_{max} e λ_{min} sono gli autovalori della matrice $[J]$ con il valore massimo e minimo. Il numero di condizionamento esprime quanto un errore relativo di posizione dei giunti risulta amplificato e trasformato in un errore relativo nell'organo terminale. Questo indice assume valori che partono dall'unità fino a raggiungere numeri anche elevati. Per questo motivo, si considera il suo inverso per ottenere valori compresi tra 0 e 1:

$$r\kappa (J) = \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}} \quad (2)$$

L'indice $r\kappa$ presenta valori unitari in caso di perfetta corrispondenza tra la velocità dei giunti e la velocità dell'organo terminale mentre si avvicina a valori nulli per condizioni prossime alla singolarità cinematica. Si è in condizioni accettabili per valori superiore a 0.2. Il numero di condizionamento fornisce una valutazione locale della destrezza (dexterity) del manipolatore, in quanto dipende dalla configurazione del manipolatore.

L'indice di manipolabilità viene definito per le macchine seriali da Yoshikawa [1] come,

$$\mu = \sqrt{\det([J] \cdot [J]^T)} \quad (3)$$

La manipolabilità misura l'attitudine del manipolatore a trasmettere velocità all'organo terminale e, per architetture non ridondanti, coincide con il valore assoluto del determinante di $[J]$. Questo indice assume valori accettabili tra 0.5 e 2. Valori dell'indice prossimi allo zero o troppo elevati individuano zone in cui il manipolatore incontra una certa difficoltà a lavorare (tipicamente corrispondono a configurazioni vicine alla frontiera dello spazio di lavoro). Per i manipolatori paralleli la matrice ricavabile in modo immediato è la Jacobiana inversa. Se indichiamo con λ_i gli autovalori di una generica matrice quadrata, gli autovalori della sua inversa saranno $1/\lambda_i$. Ricordando che il determinante è uguale al prodotto degli autovalori, si può pervenire a una definizione dell'indice di manipolabilità più adatta all'analisi di manipolatori paralleli [2]:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\det([J]^{-T} \cdot [J]^{-1})}} \quad (4)$$

dove si è sfruttato il fatto che l'inverso di un prodotto di matrici è uguale al

prodotto con ordine scambiato delle matrici di partenza invertite.

Un manipolatore si trova in una configurazione isotropica dal punto di vista della cinematica quando le sue prestazioni sono le stesse, qualunque sia la direzione del moto. In questa configurazione, il numero di condizionamento assume valore unitario, così come il determinante della matrice Jacobiana e il manipolatore presenta un'ottima capacità di trasmettere il movimento. Poiché il determinante di una matrice è uguale a quello della sua trasposta e il determinante di un prodotto di matrici è uguale al prodotto dei determinanti, se la Jacobiana ha determinante pari a uno, l'indice di manipolabilità sarà anch'esso uguale a uno.

Gli indici fin qui proposti ricorrono tutti all'utilizzo della matrice jacobiana $[J]$. Questa matrice è costituita dai rapporti di velocità e per questo può essere affetta dalla presenza di inomogeneità nelle unità di misura che portano a risultati di scarsa utilità, infatti l'indice di manipolabilità lega arbitrariamente le capacità traslazionali e quelle rotazionali, qualora presenti. I lavori successivi hanno quindi cercato di risolvere questi problemi di inomogeneità prima nel caso di manipolatori seriali e poi per quanto riguarda i manipolatori paralleli per i quali sono stati rivisitati gli indici fin qui proposti. Nel caso di manipolatori con gradi di libertà sia di traslazione sia di rotazione, è bene separare i due diversi contributi in modo da far assumere alla manipolabilità un significato fisico più chiaro ed eseguire valutazioni più precise in base al movimento d'interesse. A tal proposito, in [4], viene proposto un nuovo indice per i manipolatori paralleli, il DSI, che può essere considerato come un'estensione dell'indice di manipolabilità. Per risolvere i problemi di inomogeneità, in questo indice, la matrice jacobiana $[J]$ viene suddivisa in due sottomatrici $[J_t]$ per il contributo di traslazione e $[J_r]$ per quello di rotazione.

1.2 DSI: Direction Selective Indexes

Dalla relazione di velocità:

$$[J_x] \cdot \{\dot{x}\} - [J_q] \cdot \{\dot{q}\} = 0 \quad (5)$$

dove, il vettore $\{\dot{x}\}$ identifica le velocità cartesiane dell'end-effector, il vettore $\{\dot{q}\}$ la velocità dei giunti, e le due matrici, $[J_x]$, $[J_q]$, le matrici Jacobiane $n \times n$ rispettivamente dell'organo terminale e dei giunti. Dalla relazione (5) possiamo ricavare la soluzione al problema di velocità come:

$$\{\dot{q}\} = [J]^{-1} \cdot \{\dot{x}\} \quad (6)$$

dove $[J]^{-1} = [J_q]^{-1} \cdot [J_x]$.

Possiamo ora dividere la matrice $[J]$ in due parti per separare i contributi della traslazione $[J_t]$ da quelli della rotazione $[J_r]$:

$$[J] = [[J_t]^T \mid [J_r]^T]^T.$$

Per valutare la velocità di traslazione sarà quindi sufficiente calcolare:

$$\{\dot{q}\} = [J_t]^{-1} \cdot \{\dot{x}_t\} \quad (7)$$

dove $\{\dot{x}_t\}$ è la parte traslazionale del vettore $\{\dot{x}\} = \{ \{\dot{x}_t\}^T \mid \{\dot{x}_r\}^T \}^T$.

Per evitare l'incoerenza tra le unità di misura dei termini che compongono la matrice Jacobiana è utile ricorrere a una normalizzazione dello Jacobiano stesso. Questa soluzione può essere facilmente applicata ai robot seriali pesando $[J]$ con lunghezze caratteristiche. Per i robot paralleli si può legare la velocità di traslazione alla velocità tangenziale delle manovelle, ottenendo un indice di manipolabilità adimensionale. Per ottenere quanto detto, dalla (7), si moltiplica la

matrice $[J_t]^{-1}$ per una matrice diagonale $[D]$ che contiene la lunghezza delle manovelle e otteniamo:

$$[D] \cdot \{ \dot{q} \} = [D] \cdot [J_t]^{-1} \cdot \{ \dot{x}_t \}$$

e, scrivendola in forma compatta:

$$\{ \dot{q} \}_D = [J_{Dt}]^{-1} \cdot \{ \dot{x}_t \}. \quad (8)$$

Possiamo ora dividere la matrice $[J_{Dt}]^{-1}$ in tre colonne che corrispondono ai rapporti di velocità tra una delle tre traslazioni lungo X,Y o Z nel sistema di riferimento assoluto e la rotazione dei giunti:

$$[J_{Dt}]^{-1} = [[J_X]^{-1} \mid [J_Y]^{-1} \mid [J_Z]^{-1}] \quad (9)$$

In altre parole, le tre colonne descrivono l'effetto della traslazione dei giunti sull'organo terminale lungo le tre direzioni principali. Possiamo ora definire il DSI sostituendo nella matrice $[J]^{-1}$ con $[J_\rho]^{-1}$ con le relative matrici trasposte nell'equazione (4), ottenendo:

$$\mu_\rho = \frac{1}{\sqrt{\det ([J_\rho]^{-T} \cdot [J_\rho]^{-1})}} \quad (10)$$

dove il pedice ρ indica una possibile direzione di interesse: X, Y o Z.

In [5] viene proposta un' espressione più generale del DSI nel caso in cui si voglia determinare le prestazioni del manipolatore lungo una generica direzione (Fig. 1.1). Introduciamo un sistema di riferimento locale $(O_R) := (X_R, Y_R, Z_R)$ con l'asse X_R , orientato verso la direzione del moto R e gli altri due assi orientati arbitrariamente. Sia $[R]$ la matrice di rotazione che descrive la posizione del sistema di riferimento locale (O_R) rispetto al sistema di riferimento assoluto

$(O_A):=(X,Y,Z)$. Possiamo ora descrivere la velocità $\{\dot{x}_R\}$ dell'organo terminale riferita al sistema di riferimento assoluto con la seguente relazione:

$$\{\dot{x}_t\} = [R] \cdot \{\dot{x}_R\}$$

Riscriviamo l'eq. (8) come:

$$\{\dot{q}\}_D = [J_{Dt}]^{-1} \cdot [R] \cdot \{\dot{x}_R\} \quad (11)$$

dove la matrice $[J_{Dt}]^{-1} \cdot [R]$ può essere descritta come:

$$[J_{Dt}]^{-1} \cdot [R] = [[J_{XR}]^{-1} \mid [J_{YR}]^{-1} \mid [J_{ZR}]^{-1}]$$

Il termine $[J_{XR}]^{-1}$ contiene il rapporto di velocità tra la traslazione dell'organo terminale lungo una generica direzione R e le rotazioni dei giunti. Possiamo ridefinire il DSI in una formula più generale come:

$$\mu_R = \frac{1}{\sqrt{\det ([J_{XR}]^{-T} \cdot [J_{XR}]^{-1})}} \quad (12)$$

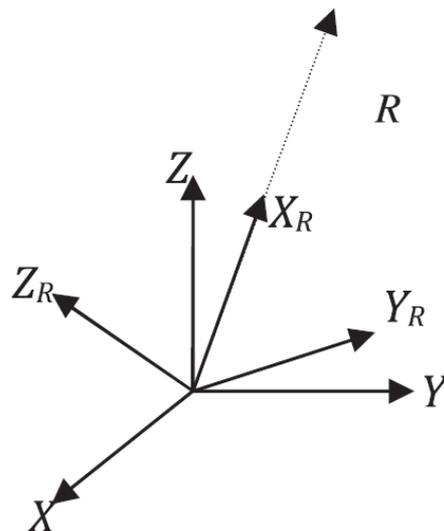


Figura 1.1: Rappresentazione schematica del sistema di riferimento assoluto e del sistema di riferimento ruotato con l'asse X_R parallelo alla direzione del moto R.

1.3 TPI: Task-dependent Performance Index

Il nuovo indice TPI proposto in [5] ha l'obiettivo di voler considerare la sequenza dei movimenti che il manipolatore deve compiere per svolgere una determinata attività, da cui il nome Task-dependent. Per comprendere il senso fisico del TPI consideriamo un generico manipolatore che deve compiere un'attività partendo da una posizione iniziale (sp) e arrivare ad una posizione finale (ep) (Fig. 1.2.a). Supponiamo di conoscere le lunghezze l_i del percorso che il manipolatore deve compiere attraverso dei punti intermedi (vp_j). Possiamo calcolare l'indice DSI in ogni punto medio del percorso (Fig. 1.2.b) per valutare la prestazione del manipolatore. Per avere un calcolo più accurato possiamo dividere il percorso in segmenti più corti (Fig. 1.2.c) e calcolare il valore del DSI in ogni singolo segmento. Definiamo ora l'indice TPI come una media pesata lungo il percorso:

$$TPI = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{Ri} \cdot l_i}{\sum_{i=1}^n l_i} \quad (13)$$

Questo indice può essere utile sia per valutare le prestazioni del robot per una specifica attività di interesse, o in fase di progettazione/installazione per determinare la posizione ottimale tra il robot e un'attività assegnata.

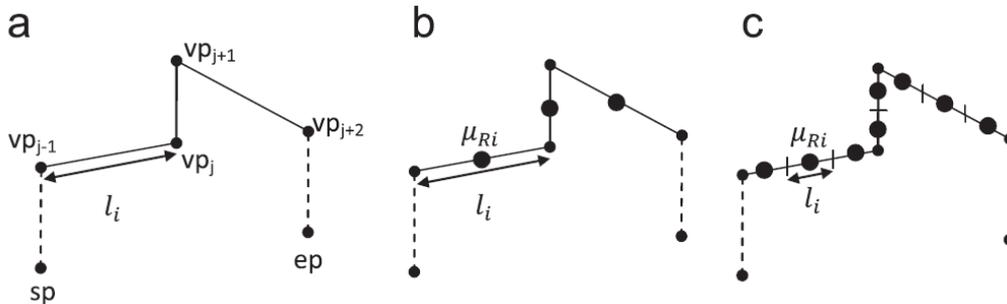


Figura 1.2: a: generico percorso di un'attività; b: stesso percorso diviso per una serie di segmenti o sottosegmenti (c)

CAPITOLO 2

KINEMATIC SENSITIVITY INDEXES (KSI) E DIRECTION

KINEMATIC SENSITIVITY INDEXES (DKSI)

In generale, le differenti equazioni di chiusura di ogni manipolatore forniscono un sistema di equazioni che possono essere scritti nella forma:

$$[J_q] \cdot \{\dot{q}\} = [J_x] \cdot \{\dot{x}\} \quad (14)$$

dove i vettori $\{\dot{q}\}$ e $\{\dot{x}\}$ rappresentano gli spostamenti rispettivamente dei giunti e dell'organo terminale, mentre le due matrici $[J_q]$ e $[J_x]$ sono le Jacobiane ad essi associati. Si suppone che le due matrici siano invertibili e si ottengono due equazioni, una per manipolatori seriali:

$$[J] \cdot \{\dot{q}\} = \{\dot{x}\} \quad (15)$$

dove $[J] = [J_x]^{-1} \cdot [J_q]$, e una per i manipolatori paralleli:

$$\{\dot{q}\} = [J] \cdot \{\dot{x}\} \quad (16)$$

dove $[J] = [J_q]^{-1} \cdot [J_x]$. Le equazioni (15) e (16) possono essere riscritte in modo da rendere dimensionalmente omogenei i termini:

$$\begin{aligned} [J_t] \cdot \{\dot{q}\} &= \{\dot{p}\} \\ [J_r] \cdot \{\dot{q}\} &= \{\dot{\phi}\} \end{aligned} \quad (17)$$

per i manipolatori seriali e:

$$\{\dot{q}\} = [J_t] \cdot \{\dot{p}\} + [J_r] \cdot \{\dot{\phi}\} \quad (18)$$

per i manipolatori paralleli, dove $[J] = [[J_p]^T \ [J_r]^T]^T$, $\{\dot{x}\} = [\{\dot{p}\}^T \ \{\dot{\phi}\}^T]^T$ con il vettore $\{\dot{\phi}\}$ che rappresenta la velocità rotazionale dell' end effector e $\{\dot{p}\}$ che rappresenta la velocità traslazionale dell'organo di presa. In [6] Cardou, Bouchard e Gosselin propongono di trovare gli spostamenti dei giunti $\{\dot{q}\}$ in modo che la norma s di questo vettore sia unitaria ($\|\{\dot{q}\}\|_s = 1$) e che i vettori $\|\{\dot{\phi}\}\|_s$ e $\|\{\dot{p}\}\|_s$, diano valori massimi. Possiamo ridefinire il problema: trovare lo spostamento dell'organo terminale $\{\dot{x}\}$ che genera uno spostamento degli attuatori di grandezza fissata $\|\{\dot{q}\}\|_s = 1$ in modo da ottenere valori massimi di $\|\{\dot{\phi}\}\|_s$ e $\|\{\dot{p}\}\|_s$.

Si cercano quindi tra le soluzioni non banali la massima grandezza di rotazione e/o di spostamento dell'organo terminale ottenuta con uno spostamento normazizzato dei giunti di valore unitario. Matematicamente si possono scrivere le due condizioni una per la rotazione e una per la traslazione come:

$$\sigma_{r,s} = \max_{\|\{\dot{q}\}\|_s=1} \{ \|\{\dot{\phi}\}\|_s \} \quad (19)$$

$$\sigma_{t,s} = \max_{\|\{\dot{q}\}\|_s=1} \{ \|\{\dot{p}\}\|_s \} \quad (20)$$

Questi due indici danno rispettivamente i valori massimi dell'ampiezza di rotazione e dello spostamento dell'organo terminale indotto da una grandezza globale costante dei spostamenti dei giunti attivi. Ci riferiremo a loro come la sensibilità massima alla rotazione e allo spostamento.

2.1 Calcolo KSI nel caso $s = \infty$

Nel caso di manipolatori seriali il calcolo risulta banale:

$$\sigma_{r,\infty} = \max_{\|\{\dot{q}\}\|_{\infty}=1} \{ \|[J_r] \cdot \{\dot{q}\}\|_{\infty} \} = \|[J_r]\|_{\infty} \quad (21)$$

$$\sigma_{t,\infty} = \max_{\|\{\dot{q}\}\|_{\infty}=1} \{ \|[J_t] \cdot \{\dot{q}\}\|_{\infty} \} = \|[J_t]\|_{\infty} \quad (22)$$

Il calcolo di $\sigma_{t,\infty}$ e $\sigma_{r,\infty}$ nel caso di manipolatori paralleli risulta più complicato. Si focalizza l'attenzione nel calcolo della sensibilità alla traslazione. Dalla (18), poiché per i manipolatori paralleli le componenti traslazionali si sommano a quelle rotazionali e non è possibile suddividerle, si ottiene una condizione di vincolo in più, cioè a dire che non si andrà a calcolare la norma direttamente sul vettore $\{\dot{q}\}$, ma su tutto il vettore che descrive gli spostamenti dell'organo terminale $\{\dot{x}\}$ moltiplicato per lo Jacobiano. Matematicamente otteniamo:

$$\sigma_{t,\infty} = \max_{\|\{\dot{x}\}\|_{\infty}} \|\{\dot{p}\}\|_{\infty} \quad \text{se e solo se } \|\{\dot{q}\}\|_{\infty} = \|[J] \cdot \{\dot{x}\}\|_{\infty} = 1 \quad (23)$$

Geometricamente, il vincolo di questo problema di ottimizzazione forma l'involuppo di una polisuperficie in R^6 che può essere scritta come:

$$P_6(K) = \left\{ \{\dot{x}\} \in R^6 \mid \|[J] \cdot \{\dot{x}\}\|_{\infty} = 1 \right\}.$$

La funzione obiettivo $\|\{\dot{p}\}\|_{\infty}$ varia solo lungo le 3 coordinate indipendenti, cioè sopra al sottospazio $\{p\} = \{O_3\}$. Possiamo riscrivere questa funzione come:

$$P_6(T(t)) = \left\{ \{\dot{x}\} \in R^6 \mid \|[T(t)] \cdot \{\dot{x}\}\|_{\infty} = 1 \right\} \quad (24)$$

dove:

$$[T(t)] = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} 1_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (25)$$

La forma di $P_6(T(t))$ in \mathbb{R}^6 è analoga a quella dell'involuppo di un prisma retto con una sezione trasversale quadrata e una lunghezza infinita (Fig. 2.1).

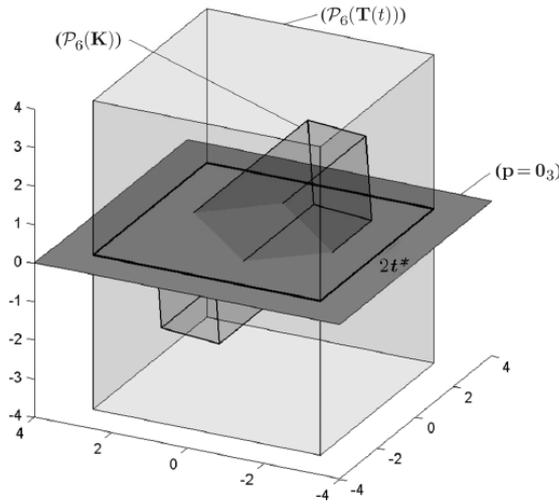


Figura 2.1: Rappresentazione degli sottospazi di σ_{p_∞}

Il problema descritto in (23) può essere risolto trovando il parametro t^* tale che $P_6(K)$ sia inscritta in $P_6(T(t^*))$, ottenendo così che:

$$t^* = \sigma_{r,\infty} \quad (27)$$

Per calcolare t^* , è sufficiente trovare i sei iperpiani di supporto di $P_6(K)$ che hanno i loro vettori normali paralleli a e_1 , e_2 , ed e_3 con $e_i \in \mathbb{R}^6$: vettori con componenti nulle, escluso l' i -esima componente che è pari a 1. Dunque si ottiene:

$$\{e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6\} = 1_{6 \times 6} \quad (26)$$

Poiché $\| [J] \cdot (-\dot{x}) \|_\infty = \| -[J] \cdot \dot{x} \|_\infty = \| [J] \cdot \dot{x} \|_\infty$, l'iperpiano deve essere simmetrico rispetto all'origine e quindi si può calcolarne solo metà. Si scelgono i punti per cui $\{e_i\}^T \cdot \dot{x} \geq 0$ dove $i=1,2,3$. Per trovare la soluzione si userà un programma lineare:

$$t_i^* = \max_{\{\dot{x}\}} \{e_i\}^T \cdot \dot{x} \quad \text{se e solo se} \quad [L] \cdot \dot{x} - \{1_{2n}\} \leq \{0_{2n}\} \quad (27)$$

dove $i=1,2,3$, $[L] = [[J]^T \quad -[J]^T]^T$, $\{1_{2n}\} = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \in R^{2n}$. Il set $P_6(T(t^*))$ in cui è inscritto $P_6(K)$ corrisponde all'iperpiano che è più lontano dall'origine. Simbolicamente questo da:

$$\begin{aligned} \sigma_{t,\infty} = t^* &= \max_{i=1,2,3} t_i^* = \\ &= \max_{i=1,2,3} \left(\max_{\{\dot{x}\}} \{e_i\}^T \cdot \dot{x} \quad \text{se e solo se} \quad [L] \cdot \dot{x} - \{1_{2n}\} \leq \{0_{2n}\} \right) \quad (28) \end{aligned}$$

Dalla (28) si calcola la sensibilità massima di traslazione risolvendo tre programmi lineari e scegliendo fra loro il valore massimo della funzione obiettivo.

2.2 Calcolo KSI nel caso $s = 2$

Dalla equazione (17) si ha che $\| \{\dot{\phi}\} \|_2 = \| [J_r] \cdot \{\dot{q}\} \|_2$ e $\| \dot{p} \|_2 = \| [J_t] \cdot \{\dot{q}\} \|_2$, per cui dalla definizione dell'indice in (19) e (20) si ottiene:

$$\sigma_{r,2} = \max_{\|\{\dot{q}\}\|_2=1} \{ \| [J_r] \cdot \{\dot{q}\} \|_2 \} = \| [J_r] \|_2 \quad (29)$$

$$\sigma_{t,2} = \max_{\|\{\dot{q}\}\|_2=1} \{ \| [J_t] \cdot \{\dot{q}\} \|_2 \} = \| [J_t] \|_2 \quad (30)$$

Per calcolare l'indice per i manipolatori seriali è sufficiente calcolare la norma 2 della matrici $[J_r]$ e $[J_p]$.

Per i manipolatori paralleli, si focalizza l'attenzione al caso della sensibilità alla traslazione. Per la norma due, l'equazione (17) può essere riscritta come:

$$\sigma_{r,2}^2 = \max_{\{\dot{x}\}^T \cdot [J]^T \cdot [J] \cdot \{\dot{x}\} = 1} (\{\dot{x}\}^T \cdot [G] \cdot \{\dot{x}\}) \quad (31)$$

dove:

$$G = \begin{bmatrix} 1_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

L'equazione (31) descrive un ellissoide in R^6 . Viene utilizzata la stessa notazione usata da Ros in [7] per rappresentare gli ellissoidi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_6(\{0\}_6, [J]^T [J]) &= \\ &= \{ \{\dot{x}\} \in R^6 \mid (\{\dot{x}\} - \{0\}_6)^T \cdot [J]^T \cdot [J] \cdot (\{\dot{x}\} - \{0\}_6) = 1 \} \end{aligned} \quad (32)$$

Risolvere il problema descritto in (32) significa trovare il raggio della sfera 3-D all'interno della proiezione di $\varepsilon_6(\{0\}_6, [J]^T [J])$ su $\varepsilon_3(\{0\}_3, [E])$. Si deve quindi trovare il semiasse maggiore di $\varepsilon_3(\{0\}_3, [E])$. La Figura 2.2 mostra una situazione analoga in R^3 invece di R^6 dove un ellissoide 3D viene proiettato in un piano.

In [7] viene proposto il calcolo della propagazione di un ellissoide attraverso una mappa da R^m a R^n . Usiamo il metodo descritto in [7] per il calcolo della matrice $[E]$, che rappresenta la proiezione dell'ellissoide $\varepsilon_3(\{0\}_3, [E])$. Per il nostro specifico calcolo abbiamo:

$$\begin{aligned} R^6 &\rightarrow R^3 \\ \{\dot{x}\} &\rightarrow [H] \cdot \{\dot{x}\} - \{\dot{p}\} = \{0\}_3 \end{aligned}$$

dove $[H] = [1_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 3}]$. Si può verificare che $[H]^L = [0_{3 \times 3} \quad 1_{3 \times 3}]^T$ è il complemento ortogonale di $[H]$, mentre $[H]^T$ è la pseudo inversa destra di Moore-Penrose. Dalla [7] si ottiene la proiezione dell'ellissoide come:

$$[E] = [H][J]^T[J][H]^T - [H][J]^T[J][H]^L([H]^L)^T[J]^T[J][H]^L)^{-1}([H]^L)^T[J]^T[J][H]^T \quad (33)$$

Supponendo $[J]$ invertibile e chiamando $[J][H]^T = [J_r]$ e $[J][H]^L = [J_p]$ si ha:

$$[E] = [J_p]^T [P_r] [J_p] \quad (34)$$

dove: $[P_r] = \{1\}_{n \times n} - [J_r] ([J_r]^T [J_r])^{-1} [J_r]^T$. Si calcola ora la lunghezza del semiasse maggiore dell'elissoide, che coincide con il calcolo dell'inversa della radice dell'autovalore minimo della matrice $[E]$ come:

$$\sigma_{t,2} = \frac{1}{\sqrt{\min_{i=1,2,3} \lambda_{pr,i}}} = \sqrt{\| ([J_p]^T [P_r] [J_p])^{-1} \|_2} \quad (35)$$

L'equazione (35) rappresenta la sensibilità alla traslazione nel caso di manipolatori paralleli. Non viene riportato il calcolo della sensibilità alla rotazione.

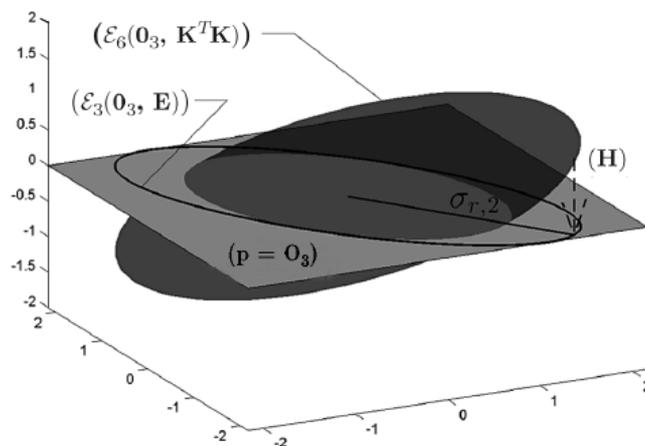


Figura 2.2: Rappresentazione degli spazi e sottospazi di $\xi_6 (O_6, [J]^T[J])$

2.3 DKSI, introduzione

Come si è potuto osservare, il calcolo del KSI viene fatto non considerando la direzione in cui il manipolatore dovrà muoversi. L'idea del nuovo indice è quella di calcolare la sensibilità del manipolatore conoscendo gli spostamenti che il robot dovrà effettuare per prevedere le prestazioni lungo le direzioni X, Y o Z o lungo una qualsiasi direzione R. Si parlerà quindi di Direction Kinematic Sensitivity Index per la stretta analogia con il DSI con cui si andrà a confrontare.

2.3.1 Calcolo DKSI nel caso $s = \infty$

L'indice è analogo a quello descritto nel paragrafo 2.1 modificato per tenere conto dell'andamento lungo la direzione di interesse. Si suppone di voler studiare le prestazioni del manipolatore lungo la coordinata assoluta X. Si suddivide la matrice $[J]$ nelle due sottomatrici $[J] = [[J_t] [J_r]]$ e si considera solo la matrice di traslazione $[J_t]$. Poichè per l'ipotesi fatta si è interessati all'andamento solo lungo la coordinata X, si calcola la norma infinito sulla colonna che identifica gli spostamenti in X, quindi lungo la prima colonna, poiché $[J_t] = [\{J_X\}; \{J_Y\}; \{J_Z\}]$. Come in (27):

$$t_i^* = \max_{\{\dot{x}\}} \{e_i\}^T \cdot \{\dot{x}\} \quad \text{se e solo se} \quad [L] \cdot \{\dot{x}\} - \{1_{2n}\} \leq \{0_{2n}\} \quad (27)$$

sarà sufficiente creare un programma lineare e prendere la prima componente con valore massimo del vettore $[L] \cdot \{\dot{x}\}$ che identifica lo spostamento lungo l'asse X, mentre nel calcolo del KSI si considerava la norma infinito di tutto il vettore risultante.

Nel caso in cui si voglia studiare il comportamento del manipolatore lungo una coordinata qualsiasi diversa da quella assoluta si devono fare alcuni

accorgimenti. Viene introdotto un sistema di riferimento locale $(O_R) := (X_R, Y_R, Z_R)$ con l'asse X_R , orientato verso la direzione del moto R e gli altri due assi orientati arbitrariamente. Sia $[R]$ la matrice di rotazione che descrive la posizione del sistema di riferimento locale (O_R) rispetto al sistema di riferimento assoluto:

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dove γ identifica l'angolo di rotazione attorno all'asse Z per portare l'asse X nel sistema assoluto nell'asse X_R che descrive la direzione del moto di interesse. Prima di risolvere il programma lineare sarà quindi necessario moltiplicare la matrice $[J_t]$ per la matrice di rotazione $[R]$:

$$[J_{Rt}] = [J_t] \cdot [R]$$

Si calcola il DKSI come descritto nel capitolo 2.1 considerando la matrice Jacobiana ruotata dell'angolo γ .

2.3.2 Calcolo DKSI nel caso $s = 2$

Anche in questo caso, il DKSI risulta simile all'indice KSI descritto in 2.2. Si suppone di essere ancora interessati all'andamento lungo l'asse assoluto X. Il procedimento segue dalla (34), prendendo come $[J_t]$ non tutta la matrice ma la prima colonna che identifica lo spostamento di interesse. Matematicamente si ha:

$$[E] = \{J_t\}_X^T \cdot [P_r] \cdot \{J_t\}_X^T \quad (36)$$

dove: $[P_r] = \{1\}_{n \times n} - [J_r] ([J_r]^T [J_r])^{-1} [J_r]^T$. Si calcola ora la sensibilità alla traslazione o la lunghezza del semiasse maggiore dell'elissoide come:

$$\sigma_{t,2} = \sqrt{(\{J_t\}_X^T \cdot [P_r] \cdot \{J_t\}_X^T)^{-1}} \quad (37)$$

Analogamente a quanto fatto nel paragrafo precedente nel caso di una direzione di interesse diversa dalla coordinata assoluta X, viene calcolato il DKSI come:

$$\sigma_{tR,2} = \sqrt{(\{J_{Rt}\}_X^T \cdot [P_r] \cdot \{J_{Rt}\}_X^T)^{-1}} \quad (38)$$

dove: $[P_r] = \{1\}_{n \times n} - [J_{Rr}] ([J_{Rr}]^T [J_{Rr}])^{-1} [J_{Rr}]^T$, e $[J_R] = [J] \cdot [R] = [[J_{Rt}] ; [J_{Rr}]]$ identifica lo Jacobiano moltiplicato per la matrice di rotazione che descrive la rotazione attorno all'asse Z per portare l'asse X_A nel sistema assoluto nell'asse X_R parallelo alla direzione del movimento.

CAPITOLO 3

CINEMATICA ADEPT 4 ®

3.1 Caratteristiche fisiche

Il robot Adept Quattro s650HTM (Fig. 3.1) è un manipolatore parallelo a quattro assi che, mediante il controllo dei quattro attuatori montati a telaio, consente la traslazione nello spazio dell'organo terminale e la sua rotazione attorno all'asse verticale. Questo particolare tipologia di robot, rende la struttura molto leggera, con motori fissi a telaio che non devono essere mossi dal manipolatore stesso. Il robot presenta una limitazione di carico massimo pari a 6 kg e i valori massimi di velocità e accelerazione lineari sono rispettivamente pari a 10 m/s e 150 m/s². Il robot Adept QuattroTM presenta una struttura simmetrica e le quattro catene cinematiche che collegano il telaio alla piattaforma mobile sono uguali.



Figura 3.1: Rappresentazione robot Adept Quattro s650HTM

Il manipolatore in esame è formato principalmente da tre componenti: un telaio, quattro catene cinematiche e una piattaforma mobile. Il telaio è una struttura fissa in alluminio nella quale sono alloggiati i quattro motori che movimentano le catene cinematiche. Ogni catena cinematica è costituita da una manovella e da una coppia di bilancieri. La manovella è collegata all'attuatore per mezzo di una coppia rotoidale.



Figura 3.2: Particolare del braccio superiore o link 1

Sia il *link* 1 (Fig. 3.2) di ciascuna delle quattro catene cinematiche del manipolatore, il braccio collegato direttamente alla parte fissa del manipolatore. Questo è formato da una manovella in fibra di carbonio collegata, tramite motoriduttore, al corrispondente motore fisso a telaio. Il movimento che la manovella può compiere è quello di rotazione sul piano ortogonale all'albero del motore; considerando come centro l'estremità collegata al telaio, il luogo dei punti dove l'altra estremità può disporsi è un arco di circonferenza.

A valle di ciascuna biella si collega una coppia di bilancieri (*link* 2) per mezzo di due giunti sferici uniti tra loro da accoppiamenti di forza tra sfera e calotta per mezzo di molle (Fig. 3.3). Le due bielle, collegate inferiormente alla piattaforma mobile, si muovono nello spazio; una volta stabilita la posizione del *link* 1, il luogo dei punti in cui l'estremità collegata alla piattaforma può

posizionarsi è una calotta sferica, il cui centro è rappresentato dall'altra estremità.

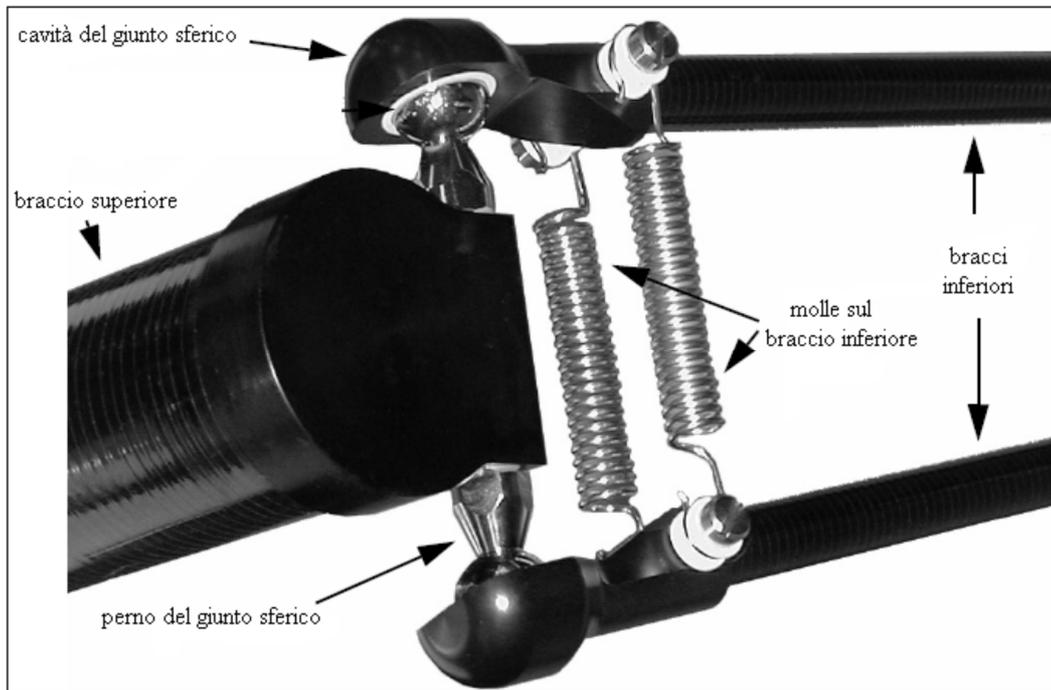


Figura 3.3: Particolare bracci inferiori

La piattaforma mobile del manipolatore in esame ha una forma che può essere ricondotta a un quadrato, su ciascun vertice del quale sono collegati i bracci inferiori. È in grado di muoversi nelle tre direzioni cartesiane e mantiene sempre una posizione parallela al piano di base. La deformazione del quadrilatero, identificata in figura 3.4 dalle forze F_i , porta alla rotazione della ruota di raggio maggiore che è collegata alla ruota di raggio minore con un rapporto di trasmissione di 1 a 4. Al di sotto della ruota di raggio minore è possibile vincolare l'organo terminale più adatto a seconda del tipo di lavorazione che si vuole effettuare con il manipolatore. Il particolare tipo di accoppiamento inibisce la rotazione attorno all'asse centrale della coppia di bielle e fa in modo che la piattaforma mobile mantenga una posizione orizzontale nel piano x-y, assumendo z come asse verticale.

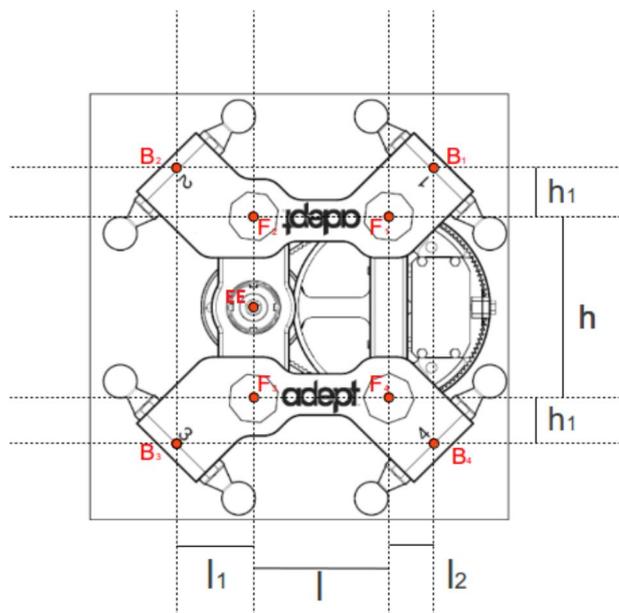


Figura 3.4: Vista dall'alto del robot Adept Quattro™

L'organo terminale, collegato alla ruota più piccola, è in grado di ruotare di $\pm 180^\circ$, in seguito ad una rotazione della ruota maggiore di $\pm 45^\circ$. L'end effector, di conseguenza, non è collocato esattamente al centro della piattaforma, ma presenta un offset pari a 75 mm rispetto al centro di simmetria. Lo spazio di lavoro del manipolatore, raffigurato in figura 3.5 è identificabile in un cilindro nella parte superiore e termina con una forma a tronco di cono nella zona inferiore.

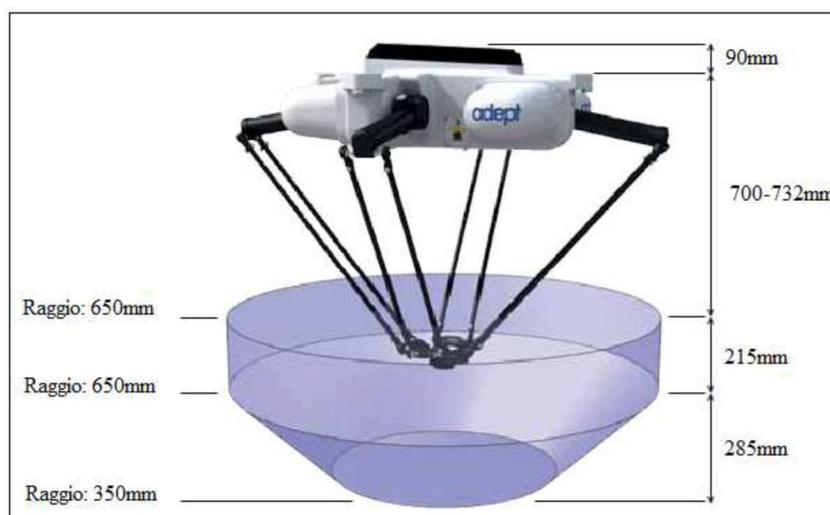


Figura 3.5: Spazio di lavoro Adept Quattro

3.2 Modello geometrico Adept QuattroTM

Per eseguire le simulazioni necessarie a provare gli indici proposti è stato necessario schematizzare il manipolatore in modo che rispecchi fedelmente i parametri geometrici reali. Si pone il sistema di riferimento assoluto al centro del telaio con una terna destrorsa, quindi l'asse e_z esce dal piano dell'immagine (Fig3.6). Siano i punti P_i , con $i = 1; 2; 3; 4$, i punti di intersezione tra l'asse di rotazione della coppia rotoidale che vincola la biella all'attuatore e l'asse longitudinale della biella stessa. Da ciascun punto P_i avrà origine l' i -esima catena cinematica i cui elementi saranno anch'essi denominati con l'indice i .

I punti P_i così definiti sono equidistanti dall'origine del sistema di riferimento assoluto e le loro proiezioni sul piano xOy giacciono sulle bisettrici dei quattro quadranti del medesimo piano cartesiano. La lunghezza del segmento generico $\overline{OP_i}$ e l'offset in z dei punti P_i rispetto al sistema di riferimento assoluto, che indichiamo con $zoff_i$, sono parametri noti forniti dal produttore e portati in tabella 3.1.

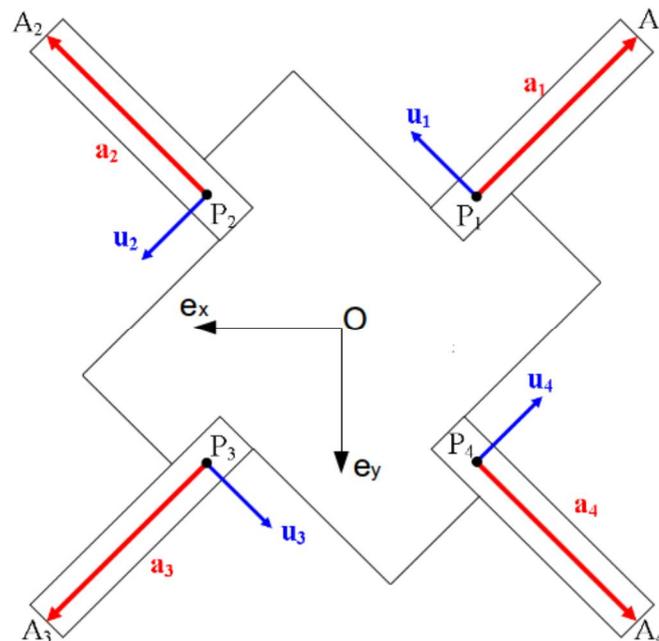


Figura 3.6 Schematizzazione manipolatore Adept QuattroTM

Parametro	Misura [m]
$\overline{OP_i}$	0,275
Z_{off1}	0,104775
a_i	0,375
Z_{off2}	0,086511
b_i	0,825
l	0,08075
l_1	0,04425
l_2	0,025
h	0,11
h_1	0,025

Tabella 3.1 Parametri geometrici manipolatore Adept Quattro™

I vettori $\{P_i\}$, che descrivono la posizione dei punti P_i , possono quindi essere definiti come di seguito:

$$\{P_1\} = \begin{Bmatrix} x_{P1} \\ y_{P1} \\ z_{P1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_1} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_1} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -Z_{off1} \end{Bmatrix}$$

$$\{P_2\} = \begin{Bmatrix} x_{P2} \\ y_{P2} \\ z_{P2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_2} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -Z_{off1} \end{Bmatrix}$$

$$\{P_3\} = \begin{Bmatrix} x_{P3} \\ y_{P3} \\ z_{P3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -Z_{off1} \end{Bmatrix}$$

$$\{P_4\} = \begin{Bmatrix} x_{P4} \\ y_{P4} \\ z_{P4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_4} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -Z_{off1} \end{Bmatrix} \quad (39)$$

E' quindi ora possibile definire il punto generico A_i come il punto di intersezione tra l'asse del bilanciere generico e la retta passante per il centro dei giunti sferici visibili in figura 3.3. La distanza tra i punti P_i e A_i , rappresentato dallo scalare a_i , è un parametro noto fornito dal produttore (tabella 3.1). L'inclinazione della biella rispetto al piano xOy viene indicata con gli angoli q_i . Tali angoli rappresentano le coordinate libere nell'analisi cinematica inversa di posizione che verrà trattata nel paragrafo seguente. In riferimento alla figura 3.7, che rappresenta una catena cinematica generica del manipolatore in esame, la variabile di giunto q_i assume valori positivi per rotazioni della biella verso il basso e valori negativi in verso opposto. I vettori $\{A_i\}$, che descrivono la posizione dei punti A_i , vengono definiti a partire dai punti fissi a telaio P_i definiti in precedenza.

$$\{A_i\} = \begin{pmatrix} x_{P_i} + \text{sign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \cos(q_i) \\ y_{P_i} + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \cos(q_i) \\ z_{P_i} - a_i \cdot \sin q_i \end{pmatrix} \quad (40)$$

Il vettore $\{a_i\}$, che descrive la posizione della generica biella, si calcola con la relazione seguente:

$$\{a_i\} = \{A_i\} - \{P_i\} \quad (41)$$

Si possono osservare i vettori biella $\{a_1\}$, $\{a_2\}$, $\{a_3\}$ e $\{a_4\}$ nella figura 3.6. Il corrispondente vettore generico $\{a_i\}$ è illustrato, in colore rosso, nella figura 3.7. Viene applicata una semplificazione alle quattro catene cinematiche: ciascuna coppia di bilancieri presente a valle della manovella generica viene sostituita da un unico link, di medesima lunghezza e orientazione, posto esattamente a metà tra i due bilancieri originali.

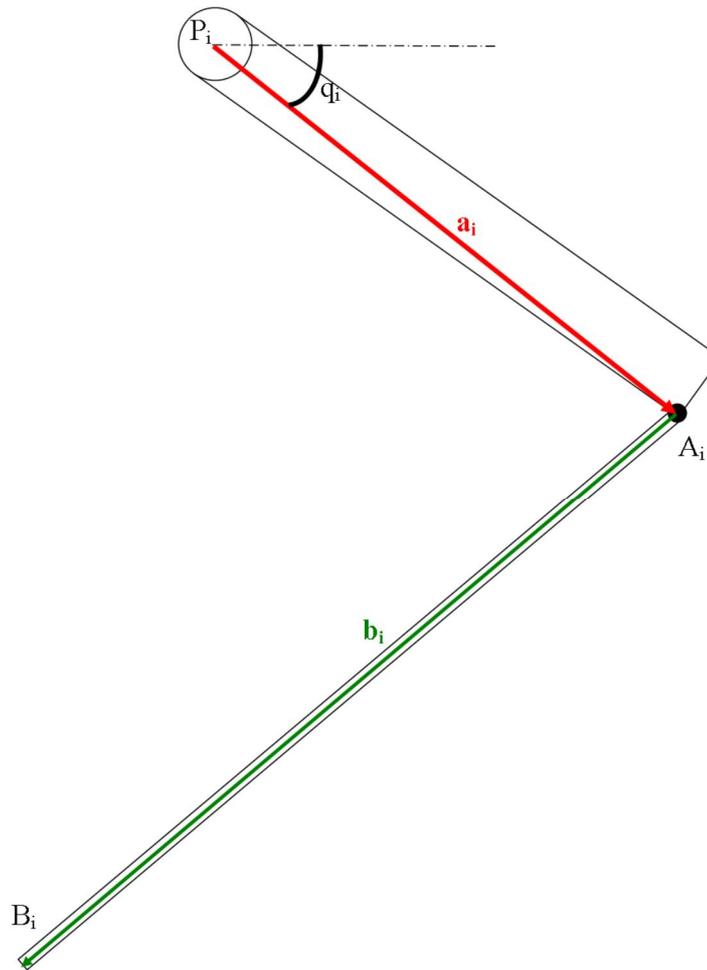


Figura 3.7: Rappresentazione di una generica catena cinematica

Si definiscono ora i punti B_i come i punti di intersezione tra l'asse del bilanciante generico e la retta passante per i centri delle due sfere presenti ai quattro vertici della piattaforma mobile. La collocazioni di questi punti si può notare in figura 3.4. La locazione dell'organo terminale, indicato in figura 3.4 con la notazione EE, viene espressa tramite il vettore $\{x\}$:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \vartheta \end{Bmatrix}$$

dove ϑ assume valori positivi per rotazioni antiorarie dell'end-effector e valori negativi per rotazioni orarie. L'offset in direzione z tra l'altezza dell'organo

terminale e quella del piano dove giacciono i punti B_i e F_i è un parametro noto fornito dal produttore che indichiamo con z_{off2} (tabella 3.1). A partire dalle coordinate dell'organo terminale, alla luce delle considerazioni fatte sulla piattaforma mobile, è possibile sviluppare l'espressione dei vettori $\{F_i\}$ che descrivono la posizione dei punti F_i :

$$\{F_i\} = \begin{cases} x - \varepsilon_i \cdot l - \text{sign}(y_{Pi}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \\ y + \text{sign}(y_{Pi}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \\ z + z_{off2} \end{cases} \quad (42)$$

Dove lo scalare l rappresenta la lunghezza dei segmenti $\overline{F_2F_1}$ e $\overline{F_3F_4}$, mentre h è la misura della lunghezza dei segmenti $\overline{F_3F_2}$ e $\overline{F_4F_1}$; ε_i viene definito come:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0, & \text{se } i = 2,3 \\ 1, & \text{se } i = 1,4 \end{cases}$$

Si definiscono ora i vettori $\{\Delta l\}$ e $\{\Delta h\}$ che permettono di descrivere i punti B_i a partire dai punti F_i :

$$\{\Delta l\} = \begin{pmatrix} l_2 \\ l_1 \\ l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}$$

$$\{\Delta h\} = \begin{pmatrix} h_2 \\ h_1 \\ h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} \quad (43)$$

I segmenti di lunghezza l , l_1 , l_2 e h_1 sono illustrati nella figura 3.4 e i loro valori in tabella 3.1. E' ora possibile andare a esprimere i vettori $\{B_i\}$ che rappresentano la posizione dei punti B_i :

$$\begin{aligned} \{B_i\} &= \begin{pmatrix} x_{Fi} + \text{sign}(x_{Pi}) \cdot \Delta l_i \\ y_{Fi} + \text{sign}(y_{Pi}) \cdot \Delta h_i \\ z_{Fi} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} x - \varepsilon_i \cdot l - \text{sign}(y_{Pi}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{sign}(x_{Pi}) \cdot \Delta l_i \\ y + \text{sign}(y_{Pi}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{sign}(y_{Pi}) \cdot \Delta h_i \\ z + z_{off2} \end{pmatrix} \quad (44) \end{aligned}$$

I vettori b_i che descrivono la posizione del bilanciere generico:

$$\{b_i\} = \{B_i\} - \{A_i\} \quad (45)$$

I vettori $\{b_i\}$ sono indicati in colore verde nella figura 3.7 e il modulo b_i del vettore appena definito, che rappresenta la misura dei quattro bilancieri, è un parametro fornito dal produttore e descritto in tabella 3.1.

3.3 Analisi cinematica inversa di posizione

A differenza di quel che succede nella risoluzione cinematica dei manipolatori seriali, dove risulta decisamente più agevole risolvere l'analisi diretta rispetto all'analisi inversa di posizione, nel caso dei manipolatori paralleli avviene esattamente l'opposto. Trattiamo quindi i passaggi che ci permettono di trovare la il valore dei quattro parametri di giunto q_i a partire dall'organo terminale $\{x\}$. L'equazione di chiusura del meccanismo risulta:

$$\{b_i\} \cdot \{b_i\}^T = b_i^2 \quad (46)$$

Possiamo riscrivere questa formula in forma algebrica come un sistema di quattro equazioni indipendenti:

$$x_{bi}^2 + y_{bi}^2 + z_{bi}^2 = b_i^2 \quad (47)$$

Considerando l'equazione (45), possiamo scrivere la relazione precedente come:

$$(x_{B_i} - x_{A_i})^2 + (y_{B_i} - y_{A_i})^2 + (z_{B_i} - z_{A_i})^2 = b_i^2 \quad (48)$$

Sostituendo nell'ultima equazione le componenti dei vettori $\{A_i\}$ e $\{B_i\}$ otteniamo:

$$\left[x - \varepsilon_i \cdot l - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{sign}(x_{P_i}) \cdot \Delta l_i - x_{P_i} - \text{sign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \cos(q_i) \right]^2 + \left[y + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \Delta h_i - y_{P_i} - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \cos(q_i) \right]^2 + \left[z + z_{off2} - z_{P_i} + a_i \cdot \sin q_i \right]^2 - b_i^2 = 0 \quad (49)$$

Sia ora:

$$M_i = -\varepsilon_i \cdot l - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{sign}(x_{P_i}) \cdot \Delta l_i - x_{P_i}$$

$$N_i = y + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{2} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \Delta h_i - y_{P_i} \quad (50)$$

E sostituendo nella (48) otteniamo:

$$I_i \cdot \sin(q_i) + L_i \cdot \cos(q_i) + K_i = 0 \quad (51)$$

dove:

$$I_i = 2 \cdot (z + z_{off2} - z_{P_i}) \cdot a_i$$

$$L_i = -\sqrt{2} \cdot [M_i \cdot \text{sign}(x_{P_i}) + N_i \cdot \text{sign}(y_{P_i}) \cdot a_i]$$

$$K_i = M_i^2 + N_i^2 + (z + z_{off2} - z_{P_i})^2 + a_i^2 + b_i^2 \quad (52)$$

Ponendo ora $t = \tan \frac{q_i}{2}$ nella (51) otteniamo:

$$(K_i - L_i) \cdot t^2 + 2 \cdot I_i \cdot t + L_i + K_i = 0 \quad (53)$$

da cui si ottiene:

$$t = \tan\left(\frac{q_i}{2}\right) = \tan\left[\frac{-I_i \pm \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i}\right]$$

Possiamo ottenere quindi l'espressione dell'i-esima coordinata libera:

$$q_i = 2 \cdot \arctan\left[\frac{-I_i \pm \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i}\right] \quad (54)$$

Nell'equazione (54) si nota la doppia soluzione al problema cinematico inverso di posizione. Come si può notare in figura 3.8 esiste una duplice possibile configurazione del sistema biella-bilanciere che porta appunto a due soluzioni per ogni variabile di giunto q_i . Il manipolatore, per raggiungere qualsiasi posizione nello spazio di lavoro, sceglie costantemente la soluzione minore tra le due possibili. Note le singole variabili di giunto q_i si può scrivere il vettore posizione q_i che rappresenta la posizione angolare delle quattro manovelle del manipolatore:

$$\{q_i\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix}$$

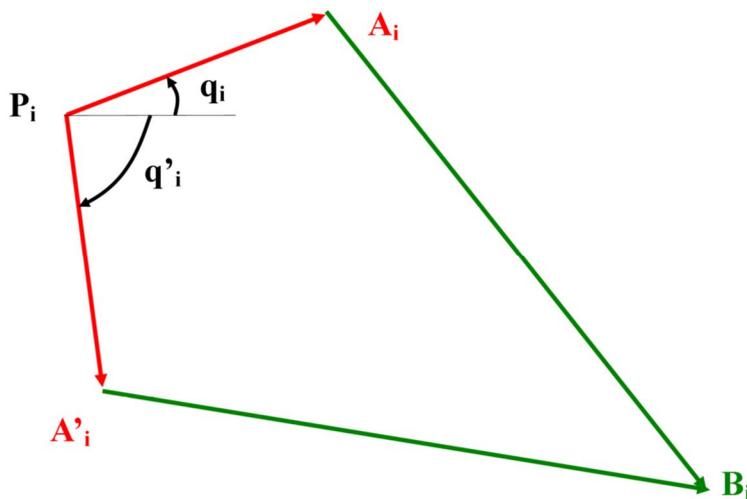


Figura 3.8: Doppia configurazione biella-manovella

3.4 Analisi cinematica di velocità

La matrice Jacobiana (o Jacobiano) di un manipolatore è formata da termini che variano in funzione della configurazione assunta dal robot. Gli elementi di questa matrice rappresentano i rapporti di velocità che legano linearmente le derivate temporali delle coordinate generalizzate dell'*end effector* con quelle delle variabili di giunto, secondo la relazione seguente:

$$\{\dot{x}\} = [J] \cdot \{\dot{q}\} \quad (55)$$

dove:

$$\{\dot{x}\} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\vartheta} \end{pmatrix}$$

$$\{\dot{q}\} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{pmatrix}$$

Sono le derivate temporali dei vettori posizione, identificate con un puntino. Risolvere il problema di velocità significa quindi trovare una relazione tra i vettori $\{\dot{x}\}$ e $\{\dot{q}\}$, ossia identificare una matrice $[J]$ avente in questo caso dimensione 4x4. La matrice $[J]$ dipende esclusivamente dalla posizione dell'organo terminale e delle variabili di giunto e contiene i rapporti di velocità. L'equazione generica di partenza alla base dell'analisi cinematica di velocità è la seguente:

$$\{b_i\}^T \cdot \{\dot{A}_i\} = \{b_i\}^T \cdot \{\dot{B}_i\} \quad (56)$$

Per otteneri i vettori $\{\dot{A}_i\}$ e $\{\dot{B}_i\}$ deriviamo le equazioni (40) e (44) e otteniamo:

$$\{ \dot{A}_i \} = \begin{pmatrix} -\text{sign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \dot{q}_i \cdot \sin(q_i) \\ -\text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \dot{q}_i \cdot \sin(q_i) \\ -a_i \cdot \dot{q}_i \cdot \cos(q_i) \end{pmatrix}$$

$$\{ B_i \} = \begin{pmatrix} \dot{x} - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{8} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \\ \dot{y} - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{8} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad (57)$$

Sia il vettore generico $\{u_i\}$ il versore parallelo al piano xOy, perpendicolare al vettore $\{a_i\}$ e con verso come in figura 3.6. La sua espressione è la seguente:

$$\{u_i\} = \begin{pmatrix} -\text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{sign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Considerando l'equazione (56) otteniamo:

$$\{b_i\}^T \cdot \{ \dot{A}_i \} = - \left[\text{sign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot x_{b_i} \cdot \sin(q_i) + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot y_{b_i} \cdot \sin(q_i) + a_i \cdot z_{b_i} \cdot \cos(q_i) \right] \cdot \dot{q}_i = \{u_i\}^T \cdot (\{a_i\} \times \{b_i\}) \cdot \dot{q}_i \quad (58)$$

Sviluppando il secondo membro otteniamo:

$$\{b_i\}^T \cdot \{ \dot{B}_i \} = x_{b_i} \cdot \dot{x} + y_{b_i} \cdot \dot{y} + z_{b_i} \cdot \dot{z} - \frac{h}{8} \cdot \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \left[x_{b_i} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + y_{b_i} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \right] \cdot \dot{\vartheta}$$

$$= x_{b_i} \cdot \dot{x} + y_{b_i} \cdot \dot{y} + z_{b_i} \cdot \dot{z} + \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_i\}) \cdot \dot{\vartheta}_i \quad (59)$$

con $\{h\}$ il vettore che rappresenta la posizione del lato della piattaforma a cui è solidale l'end-effector. Esso si calcola effettuando l'operazione $\{F_3\} - \{F_2\}$ e assume la forma seguente:

$$\{h\} = \begin{pmatrix} -h \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \\ h \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Mentre $\{e_z\}$ identifica l'asse z del sistema di riferimento assoluto:

$$\{e_z\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Si sostituiscono le equazioni (57) e (58) nella (55) e si ottiene un sistema a quattro equazioni:

$$\begin{cases} \{u_1\}^T \cdot (\{a_1\} \times \{b_1\}) \cdot q_1 = x_{b_1} \cdot \dot{x} + y_{b_1} \cdot \dot{y} + z_{b_1} \cdot \dot{z} + \text{sign}(y_{P_1}) \cdot \frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_1\}) \cdot \dot{\vartheta} \\ \{u_2\}^T \cdot (\{a_2\} \times \{b_2\}) \cdot q_2 = x_{b_2} \cdot \dot{x} + y_{b_2} \cdot \dot{y} + z_{b_2} \cdot \dot{z} + \text{sign}(y_{P_2}) \cdot \frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_2\}) \cdot \dot{\vartheta} \\ \{u_3\}^T \cdot (\{a_3\} \times \{b_3\}) \cdot q_3 = x_{b_3} \cdot \dot{x} + y_{b_3} \cdot \dot{y} + z_{b_3} \cdot \dot{z} + \text{sign}(y_{P_3}) \cdot \frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_3\}) \cdot \dot{\vartheta} \\ \{u_4\}^T \cdot (\{a_4\} \times \{b_4\}) \cdot q_4 = x_{b_4} \cdot \dot{x} + y_{b_4} \cdot \dot{y} + z_{b_4} \cdot \dot{z} + \text{sign}(y_{P_4}) \cdot \frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_4\}) \cdot \dot{\vartheta} \end{cases} \quad (60)$$

Per individuare la matrice jacobiana essa va ricondotto alla forma seguente:

$$[J_q] \cdot \{\dot{q}\} = [J_x] \cdot \{\dot{x}\} \quad (61)$$

Riscrivendo in formula matriciale il primo membro delle equazioni (59) ricaviamo:

$$[J_q] = \begin{bmatrix} \{u_1\}^T \cdot (\{a_1\} \times \{b_1\}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{u_2\}^T \cdot (\{a_2\} \times \{b_2\}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \{u_3\}^T \cdot (\{a_3\} \times \{b_3\}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{u_4\}^T \cdot (\{a_4\} \times \{b_4\}) \end{bmatrix} \quad (62)$$

Analogamente otteniamo la matrice $[J_x]$ al secondo membro:

$$[J_x] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_1\}) \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_2\}) \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & (1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_3\}) \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & (1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} \times \{b_4\}) \end{bmatrix} \quad (63)$$

Possiamo ricavare la matrice Jacobiano come:

$$[J] = [J_x]^{-1} \cdot [J_q] \quad (64)$$

Nota ora la matrice $[J]$, la soluzione al problema cinematico diretto di velocità è riconducibile all'equazione (54). Per determinare la velocità dei giunti a partire dalla velocità dell'organo terminale è necessario invertire la matrice Jacobiana e risolvere il problema cinematico inverso così descritto:

$$\{\dot{q}\} = [J]^{-1} \cdot \{\dot{x}\} \quad (65)$$

3.5 Analisi cinematica di accelerazione

L'analisi di accelerazione si effettua andando a derivare rispetto al tempo l'equazione (61). Il risultato di questa operazione è:

$$[\dot{J}_q] \cdot \{q\} + [J_q] \cdot \{\ddot{q}\} = [\dot{J}_x] \cdot \{\dot{x}\} + [J_x] \cdot \{\ddot{x}\} \quad (66)$$

Dobbiamo quindi determinare la derivata prima delle matrici $[J_x]$ e $[J_q]$. La matrice $[J_q]$ è una matrice diagonale costituita dal termine generico $\{u_i\}^T \cdot (\{a_i\} \times \{b_i\})$. Sarà quindi sufficiente andare a derivare rispetto al tempo tale termine. Si calcolano di seguito le derivate rispetto al tempo dei vettori $\{a_i\}$ e $\{b_i\}$:

$$\{\dot{a}_i\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{a_i} \\ \dot{y}_{a_i} \\ \dot{z}_{a_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\text{sign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \dot{q}_i \cdot \sin(q_i) \\ -\text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot \dot{q}_i \cdot \sin(q_i) \\ -a_i \cdot \dot{q}_i \cdot \cos(q_i) \end{Bmatrix}$$

$$\{\dot{b}_i\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{b_i} \\ \dot{y}_{b_i} \\ \dot{z}_{b_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{8} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{ign}(x_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot q_i \cdot \sin(q_i) \\ \dot{y} - \text{sign}(y_{P_i}) \cdot \frac{h}{8} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \text{ign}(y_{P_i}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a_i \cdot q_i \cdot \sin(q_i) \\ \dot{z} + a_i \cdot q_i \cdot \cos(q_i) \end{Bmatrix} \quad (67)$$

Il prodotto vettoriale risulta:

$$\{a_i\} \times \{b_i\} = \begin{Bmatrix} y_{a_i} \cdot z_{b_i} - z_{a_i} \cdot y_{b_i} \\ z_{a_i} \cdot x_{b_i} - x_{a_i} \cdot z_{b_i} \\ x_{a_i} \cdot y_{b_i} - y_{a_i} \cdot x_{b_i} \end{Bmatrix}$$

Quind il termine generico che caratterizza la matrice $[J_q]$: $\{u_i\}^T \cdot (\{a_i\} \times \{b_i\})$ assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} & \{u_i\}^T \cdot (\{a_i\} \times \{b_i\}) = \\ & = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [\text{sign}(y_{P_i}) \cdot (z_{a_i} \cdot y_{b_i} - y_{a_i} \cdot z_{b_i}) + \text{sign}(x_{P_i}) \cdot (x_{a_i} \cdot z_{b_i} - z_{a_i} \cdot x_{b_i})] \end{aligned} \quad (68)$$

Derivando rispetto al tempo questo termine si ottiene:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} [\{u_i\}^T \cdot (\{a_i\} \times \{b_i\})] = \\ & \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot [\text{sign}(y_{P_i}) \cdot (\dot{z}_{a_i} \cdot y_{b_i} + z_{a_i} \cdot \dot{y}_{b_i} - \dot{y}_{a_i} \cdot z_{b_i} - y_{a_i} \cdot \dot{z}_{b_i}) - \text{sign}(x_{P_i}) \\ & \quad \cdot (\dot{x}_{a_i} \cdot z_{b_i} + x_{a_i} \cdot \dot{z}_{b_i} - \dot{z}_{a_i} \cdot x_{b_i} - z_{a_i} \cdot \dot{x}_{b_i})] \end{aligned} \quad (69)$$

Riscrivendo in formula matriciale otteniamo:

$$[J_q] = \begin{bmatrix} (d/dt) \cdot [\{u_1\}^T \cdot (\{a_1\} \times \{b_1\})] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (d/dt) \cdot [\{u_2\}^T \cdot (\{a_2\} \times \{b_2\})] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (d/dt) \cdot [\{u_3\}^T \cdot (\{a_3\} \times \{b_3\})] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (d/dt) \cdot [\{u_4\}^T \cdot (\{a_4\} \times \{b_4\})] \end{bmatrix} \quad (70)$$

La derivata rispetto al tempo della matrice $[J_x]$ è facilmente derivabile con l'eccezione dell'ultima colonna dove compare il termine generico

$(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_i\})$. Si dimostra che questo termine assume la seguente forma estesa:

$$\frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_i\}) = -\frac{1}{8} \cdot h \cdot \left[x_{b_i} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + y_{b_i} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \right] \quad (71)$$

E derivando rispetto al tempo:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{8} \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_i\}) \right] = \\ & -\frac{1}{8} \cdot h \cdot \left[\dot{x}_{b_i} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) - \frac{1}{4} \cdot x_{b_i} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \dot{y}_{b_i} \cdot \sin\left(\frac{\vartheta}{4}\right) + \frac{1}{4} \cdot y_{b_i} \cdot \dot{\vartheta} \cdot \cos\left(\frac{\vartheta}{4}\right) \right] \end{aligned} \quad (72)$$

Quindi la derivata della matrice $[J_x]$ risulta:

$$[J_x] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -(d/dt)[(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_1\})] \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -(d/dt)[(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_2\})] \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & (d/dt)[(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_3\})] \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & (d/dt)[(1/8) \cdot \{e_z\}^T \cdot (\{h\} x \{b_4\})] \end{bmatrix} \quad (73)$$

Possiamo ora applicare l'equazione (65) per risolvere le analisi di accelerazione diretta:

$$\{\ddot{x}\} = [J_q] \cdot \{\ddot{q}\} + [J_x]^{-1} \cdot ([J_q] - [J_x] \cdot [J]) \cdot \{\dot{q}\} \quad (74)$$

e di accelerazione inversa:

$$\{\ddot{q}\} = [J]^{-1} \cdot \{\ddot{x}\} + [J_q]^{-1} \cdot ([J_x] - [J_q] \cdot [J]^{-1}) \cdot \{\dot{x}\} \quad (75)$$

CAPITOLO 4

SIMULAZIONI E CONFRONTO INDICI CINEMATICI

4.1 Introduzione

In questo capitolo vengono presentate le simulazioni effettuate in modo da valutare il comportamento del manipolatore nello spazio di lavoro. Le simulazioni sono state eseguite supponendo di dover ottimizzare le prestazioni di un manipolatore parallelo. Per effettuare queste prove è stato necessario semplificare la geometria del robot con lo scopo di facilitare la definizione del modello analitico da implementare via software. Nella figura seguente (4.1), è rappresentata graficamente la struttura semplificata del robot con la terna di riferimento posta a telaio.

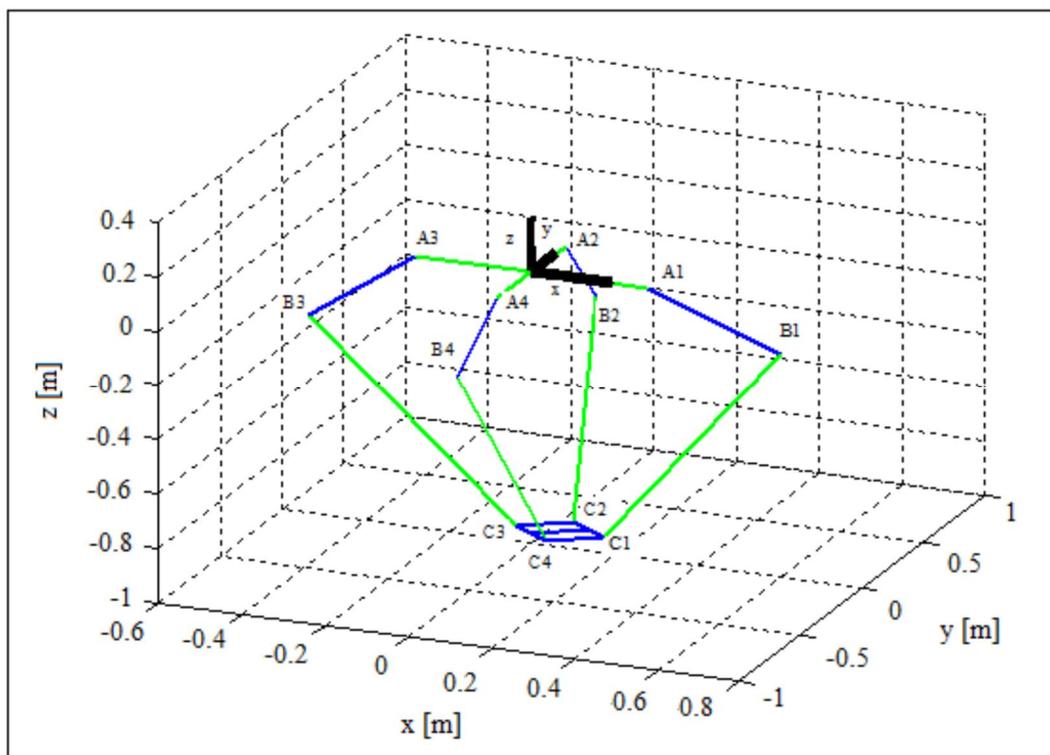


Figura 4.1 Rappresentazione semplificata Robot Adept Quattro™

La parte a telaio è stata ridotta a quattro segmenti perpendicolari tra loro. Per semplificare i calcoli, non si è considerato il sistema di riferimento proposto dalla ditta, ma uno in cui gli assi x e y giacciono su due di questi segmenti, appartenenti rispettivamente al braccio 1 e al braccio 2. Per quanto concerne i *link* 2 dei quattro bracci, si può vedere come siano stati ridotti a un unico segmento, parallelo alle bielle e passante per il centro del quadrilatero che esse formano. La piattaforma mobile, invece, è stata trattata come un puro quadrato. Il centro della terna di riferimento rappresenta l'origine $O = (0, 0, 0)$. In figura 4.1 vengono rappresentati anche i punti A_i , B_i , C_i , già descritti nel capitolo precedente: considerando l' i -esimo braccio, l'estremità del *link* 1 collegata all'attuatore individua il punto A_i , mentre l'altra estremità, l'intersezione con il *link* 2, B_i . Il punto di collegamento tra *link* 2 e piattaforma mobile è denominato C_i .

4.2 Simulazione nel caso $s = \infty$

Di seguito vengono riportati i confronti fra i tre indici: DSI, KSI e DKSI, valutati considerando la norma infinito. L'idea della norma infinito, è stata introdotta al fine di valutare le prestazioni del manipolatore considerando il link che effettua lo spostamento maggiore e che quindi ha una maggiore influenza sulle performance del robot. Fisicamente questa norma dunque, vuole calcolare le prestazioni del manipolatore considerando solamente il link che ha una locazione meno favorevole rispetto agli altri tre link e che quindi impedisce al robot di eseguire un certo movimento in un tempo minore. Matematicamente questo concetto è stato riportato nel capitolo 1 calcolando il massimo della norma infinito:

$$\max_{\|\dot{q}\|_{\infty}=1} \{ \|\dot{p}\|_{\infty} \}$$

con $\{\dot{q}\}$ che identifica le variabili di giunto e $\{\dot{p}\}$ la velocità dell'organo

terminale. Se un giunto ha una prestazione peggiore rispetto agli altri link, questo andrà a ripercuotersi anche nell'organo terminale che sarà impedito nel movimento proprio dal link a minor performance.

4.2.1 Confronto KSI e DKSI

La simulazione del KSI è stata fatta prima suddividendo la matrice Jacobiana $[J]$ nelle due sottomatrici traslazionali e rotazionali: $[J_t]$ e $[J_r]$. Essendo interessati alle prestazioni in termini di traslazione si è considerato solo la matrice $[J_t]$. Calcolata la sua pseudo-inversa: $[J_t]^*$, è stato creato un programma lineare che valutava punto per punto dello spazio di lavoro il valore massimo dell'inversa dello Jacobiano, utilizzando la norma infinito. Per far questo, si è creato un vettore ausiliario di dimensione 4x1: $\{ k \}$ che, variando lungo lo spazio di lavoro e moltiplicato per $[J_t]^*$, dà i valori in termini di prestazione del manipolatore. Infine viene calcolata la norma infinito del vettore risultante dal prodotto tra la pseudo inversa di $[J]$ e il vettore $\{ k \}$: $[J_t]^* \cdot \{ k \} = \{ \|vt\|_\infty \}$. Il risultato generale su tutto lo spazio di lavoro viene rappresentato in Fig. 4.2.

Per la simulazione del DKSI, supponendo di essere interessati a valutare le prestazioni del manipolatore lungo la coordinata assoluta X, dopo il calcolo della pseudo-inversa di $[J]$, è stato considerato il primo termine del vettore $\{vt\}$, cioè il termine che tiene conto della traslazione lungo X. Nel caso si fosse interessati a valutare le prestazioni lungo la coordinata assoluta Z, è sufficiente prendere la terza componente del vettore $\{vt\}$, quella cioè riferita alle prestazioni lungo l'asse Z. Il risultato generale su tutto lo spazio di lavoro considerando lo spostamento in X viene rappresentato in Fig. 4.3. Si ricorda che maggiore è il valore dei due indici, maggiori sono le prestazioni del manipolatore. Nelle due figure si nota in primo luogo la simmetria delle prestazioni nello spazio di lavoro. Sia la simulazione del KSI che quella del DKSI danno risultati simili in termini di performance del manipolatore, con zone ottimali nella parte inferiore dello spazio

di lavoro, tra -0.95m e -1.05m. Viene riportato infine in figura 4.4 il calcolo del DKSI lungo Z, dove anche in questa figura si nota la simmetria prestazionale e i punti a miglior rendimento sono situati all'estremità della parte superiore dello spazio di lavoro.

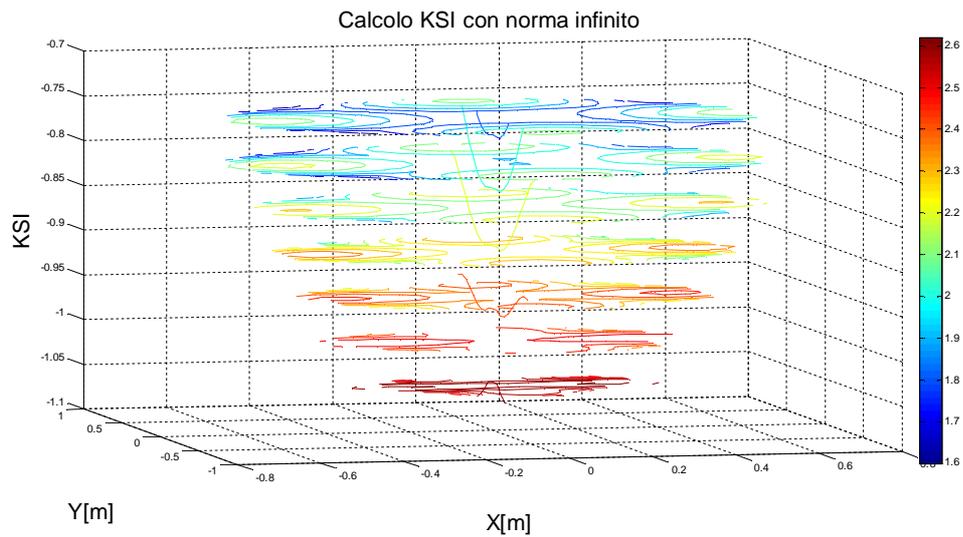


Figura 4.2: Simulazione KSI nello spazio di lavoro

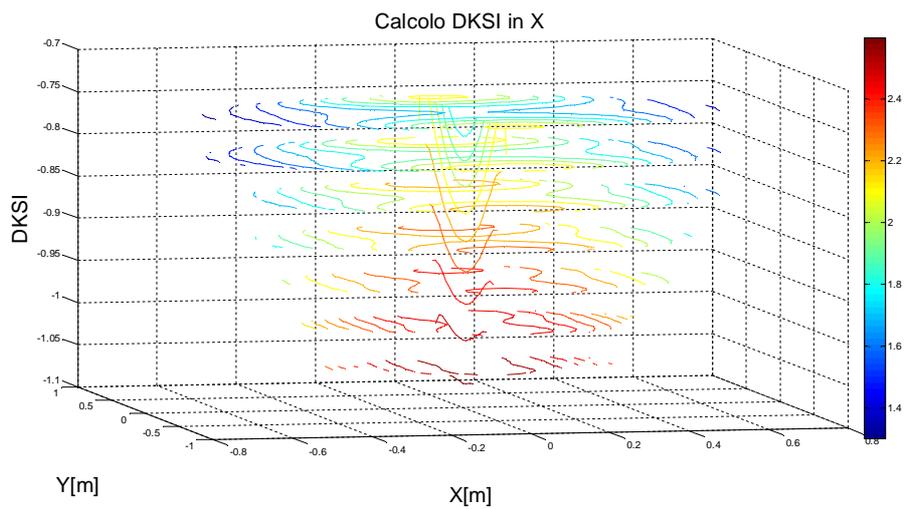


Figura 4.3: Simulazione DKSI in X lungo tutto lo spazio di lavoro

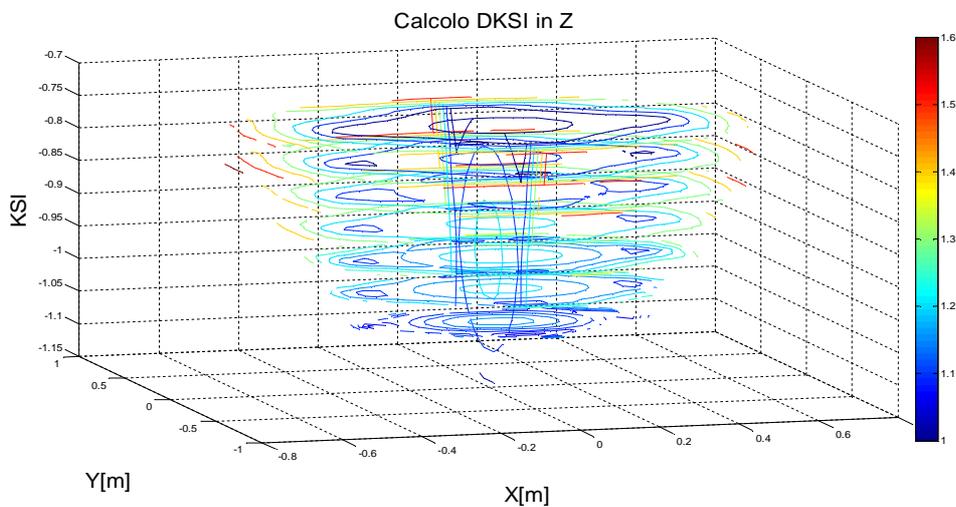


Figura 4.4: Simulazione DKSI in Z lungo tutto lo spazio d lavoro

Per comprendere meglio la differenza tra i due indici si focalizza l'attenzione su un piano scelto a discrezione. Si prende come piano di riferimento $Z = -0.8$ m. Viene riportato in Fig. 4.5 la simulazione del KSI, in Fig. 4.6 quella del DKSI lungo la coordinata assoluta X. Nelle due figure si nota ancora la simmetria nell'intorno dell'asse $X=0$ e $Y=0$ sia nel caso del KSI, sia nel caso del DKSI. Nel caso del KSI si hanno quattro zone di ottimo, posizionate sugli estremi dello spazio di lavoro. Queste quattro zone sono tra loro perpendicolari e il valore massimo si ottiene in corrispondenza delle coordinate $X=0$ e $Y=0$ all'estremità dello spazio di lavoro. La zona centrale e quelle di raccordo tra le quattro zone di ottimo è il luogo dei punti a minor prestazione. Nel caso del DKSI invece, le zone di ottimo si riducono a due e sono posizionate lungo la coordinata $X=0$ all'estremità dello spazio di lavoro, mentre le zone a minor prestazione sono localizzate lungo la coordinata $Y=0$, sempre all'estremità dello spazio di lavoro. E' interessante osservare come le due zone a maggior prestazione nel caso del KSI diventino quelle a minor prestazione nel caso del DKSI. E' ragionevole pensare che questo sia dovuto al fatto che il DKSI prevede uno spostamento lungo l'asse assoluto X, quindi se l'organo terminale è posizionato in una regione di spazio lungo la coordinata $Y=0$, i link debbano esercitare una forza maggiore per

muoversi lungo X, vista la configurazione che i giunti dovrebbero assumere per passare da una locazione in $Y=0$ ad uno spostamento rettilineo lungo X, con delle coppie di forze sbilanciate che farebbero diminuire le prestazioni del manipolatore.

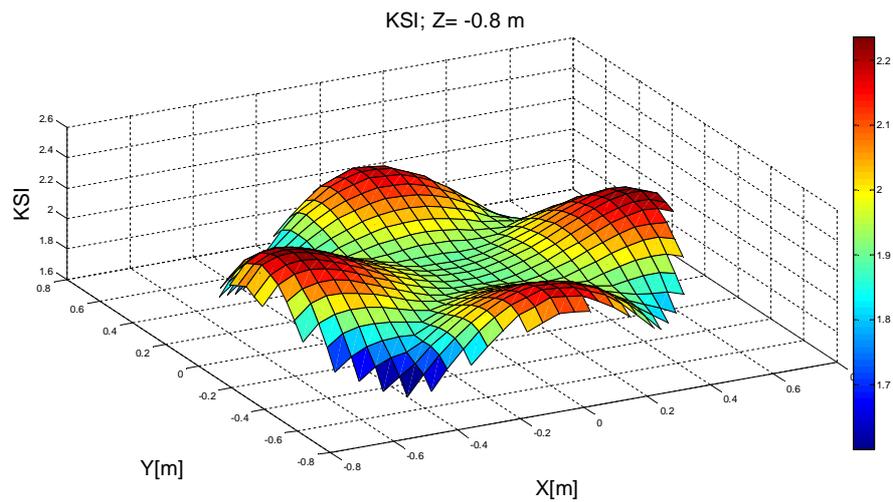


Figura 4.5: Simulazione KSI lungo Z=-0.8 m

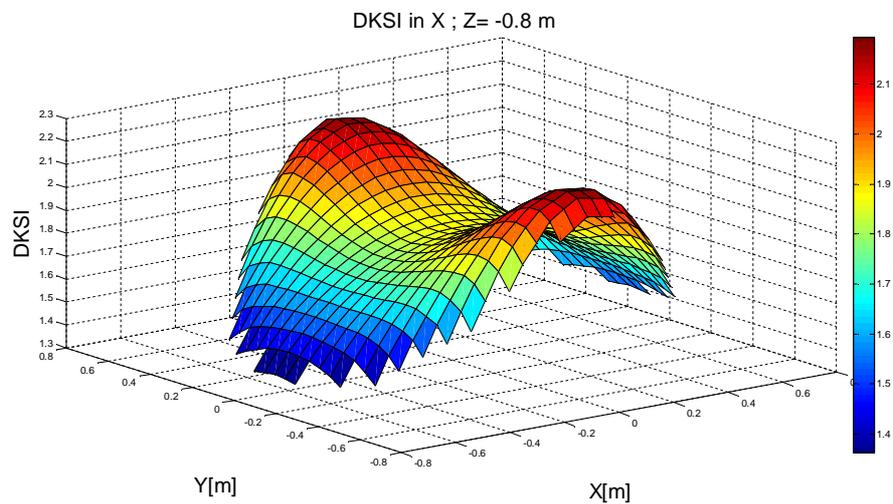


Figura 4.6: Simulazione DKSI lungo Z=-0.8 m

Nel caso del KSI, non avendo stabilito a priori la direzione di interesse lungo il quale il manipolatore dovrà muoversi, la simulazione trova quattro zone di ottimo, perché prevede che lo spostamento possa essere effettuato sia lungo X

che lungo Y. Nel caso in cui si fosse interessati alle prestazioni del manipolatore lungo l'asse Y (DKSI in Y), il grafico sarebbe uguale alla figura 4.6 ruotata di 90°. Nella figura 4.7 si può apprezzare il confronto tra KSI e DKSI in X, dove viene rappresentato in blu la simulazione del KSI e in giallo quella del DKSI.

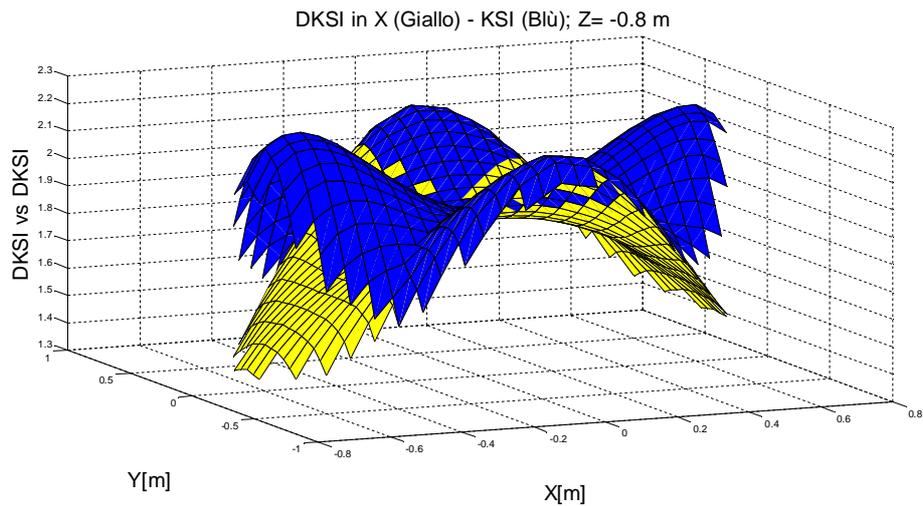


Figura 4.7: Confronto KSI - DKSI

Di seguito vengono riportate alcune simulazioni effettuate cambiando i piani di riferimento. In particolare le figure 4.8, 4.9 e 4.10 mostrano l'andamento dei due indici e il loro confronto per il piano $Z = -0.9$ m.

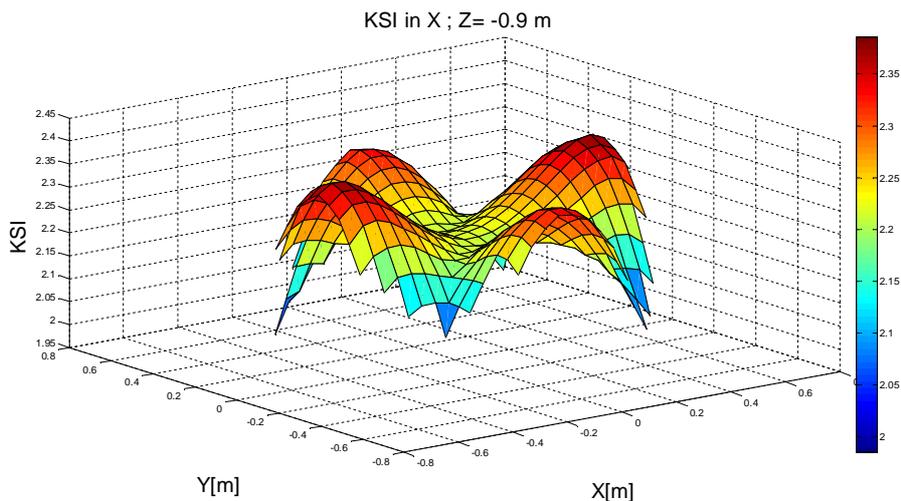


Figura 4.8: Simulazione KSI per Z= -0.9 m

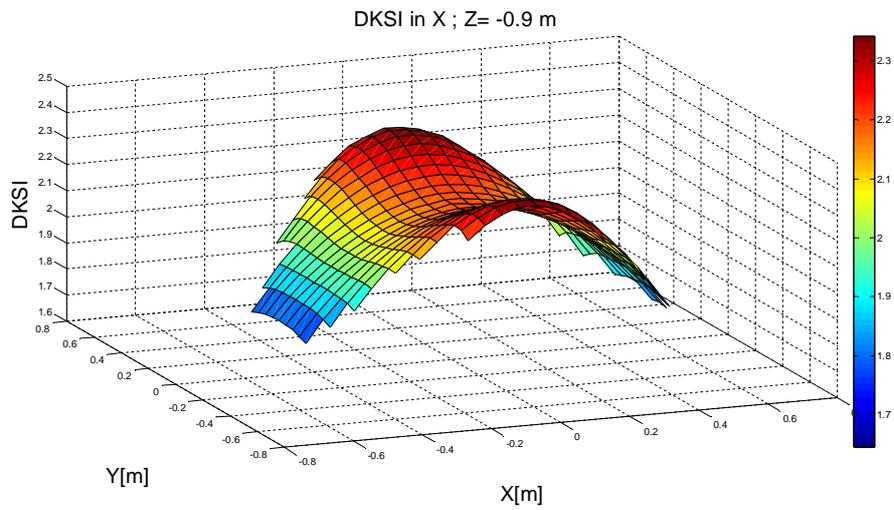


Figura 4.9 Simulazione DKSI per Z= -0.9 m

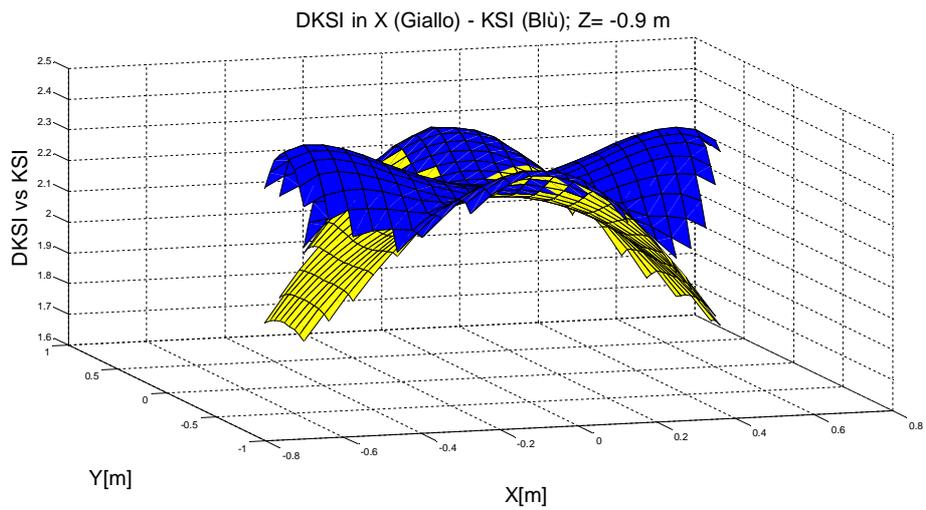


Figura 4.10: Confronto KSI (blù) e DKSI (giallo) per Z= -0.9 m

Le figure 4.10 e 4.11 mostrano l'andamento dei due indici e il loro confronto per il piano $Z = -1$ m.

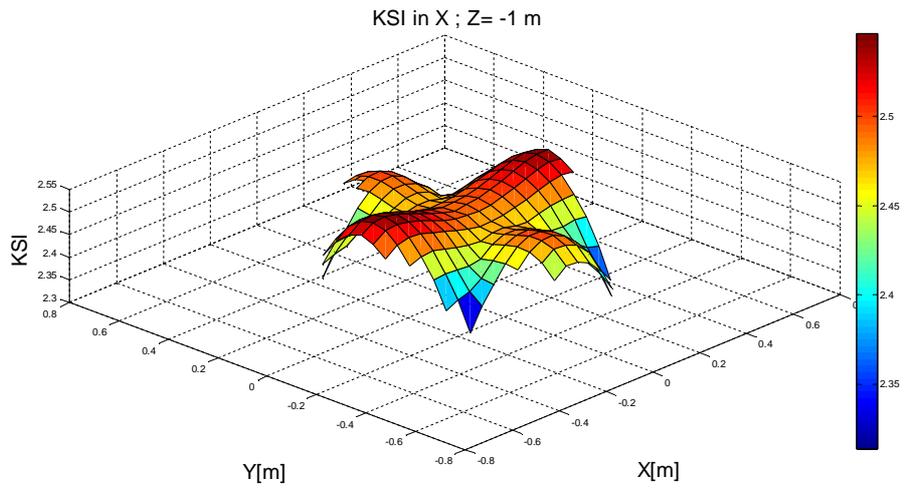


Figura 4.11: Simulazione KSI per Z= -1 m

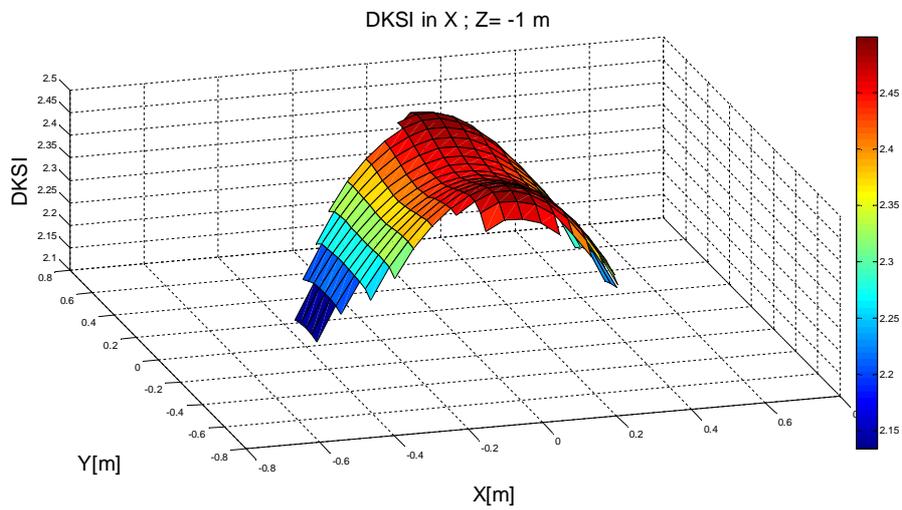


Figura 4.12: Simulazione DKSI per Z= -1 m

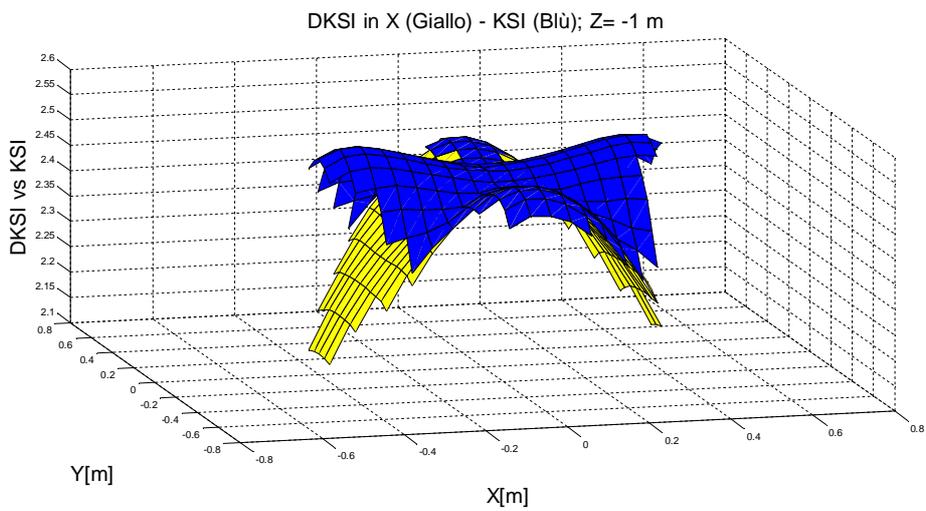


Figura 4.13 Confronto KSI (blù) e DKSI (giallo) per Z= -1 m

4.2.2 Confronto DSI e DKSI

La formula per il calcolo dell'indice DSI è riportata nel primo capitolo, nell'equazione (10). Per implementare tale indice e volendolo confrontare con il DKSI lungo la coordinata assoluta X, viene prima invertita la matrice Jacobiana e successivamente, presa la prima colonna della matrice che identifica i rapporti di trasmissione per gli spostamenti lungo X, si calcola per ogni punto dello spazio di lavoro il DSI come:

$$DSI_x = \frac{1}{\sqrt{([J_x]^{-T} \cdot [J_x]^{-1})}}$$

L'andamento generale lungo tutto lo spazio di lavoro viene riportato in figura 4.14. In questa figura si nota, nel caso del DSI lungo X, un cono centrale equiprestazionale con valori molto elevati, diversamente dal DKSI dove i valori maggiori si ottenevano nella parte inferiore dello spazio di lavoro (Fig. 4.3). Entrambi gli indici comunque sembrano indicare le zone ottimali verso l'estremità inferiore dello spazio di lavoro.

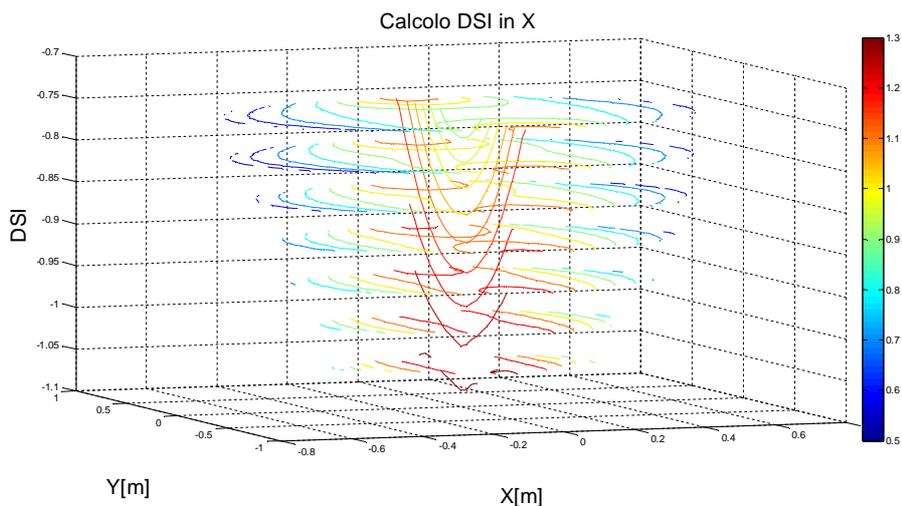


Figura 4.14: Simulazione DSI nel piano di lavoro

Passando allo studio piano per piano dei due indici, si possono osservare dalle figure 4.15 e 4.16 che rappresentano rispettivamente l'andamento del DSI e del DKSI calcolato per $Z = -0.8$ m, come i due indici siano molto simili.

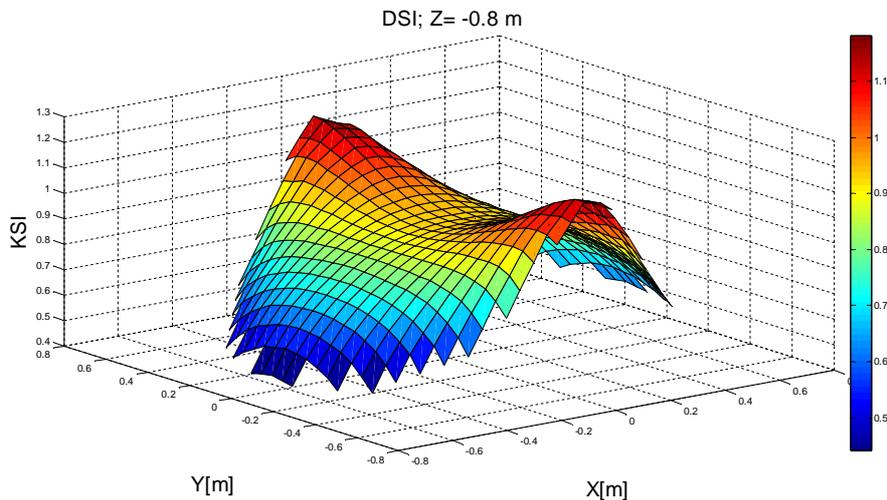


Figura 4.15: Simulazione DSI per $Z = -0.8$ m

L'andamento del DSI lungo X, confrontato con la figura 4.6 che riporta il grafico del DKSI sempre lungo X, mostra come i due indici diano le stesse previsioni in termini di prestazioni. Le zone ottimali dei due indici coincidono perfettamente e sono situate all'estremità dello spazio di lavoro nel luogo dei punti identificato dalla coordinata $X=0$. La similitudine tra i due indici si può apprezzare nella figura 4.15 dove viene rappresentato in blu il DKSI e in giallo il DSI. Le due superfici compaiono quasi sovrapponibili e sembrano traslate di una costante, che fisicamente e matematicamente è priva di significato. Questa similitudine è dovuta al fatto che il DKSI considera l'attuatore che crea la resistenza maggiore allo spostamento, mentre il DSI, per come è stato definito, calcola la radice quadrata del quadrato della prima colonna di $[J]$, sommando tra loro tutti i termini della prima colonna. È chiaro che se un termine sotto radice è molto maggiore rispetto agli altri, questo avrà molta più influenza rispetto agli altri termini. Dunque, possiamo dire che il DSI considera sia l'attuatore più impedito nel movimento sia l'effetto degli altri link. Quando un attuatore è molto

sfavorito nel movimento rispetto agli altri giunti, i due indici tendono a coincidere in quanto nel calcolo della radice quadrata del DSI il termine più grande avrà un peso maggiore e, calcolando l'inverso, otterremo un basso valore. Nel caso contrario in cui tutte le componenti della prima colonna di $[J]$ sono simili ed hanno circa lo stesso valore, il risultato della radice è una media dei termini che si scosterà di poco dai singoli valori. Tutti i giunti dunque danno una resistenza uguale al movimento e i due indici in questo caso sarebbero molto diversi. Riteniamo che la norma infinito non sia la scelta più appropriata per valutare le prestazioni del manipolatore, poiché come detto non considera tutti i link, ma solo quello a prestazione minore. Nel caso in cui tutti gli attuatori debbano esercitare la stessa forza per muoversi, con la norma infinito il risultato potrebbe non essere quello ottimale poiché non considera l'effetto di altri link.

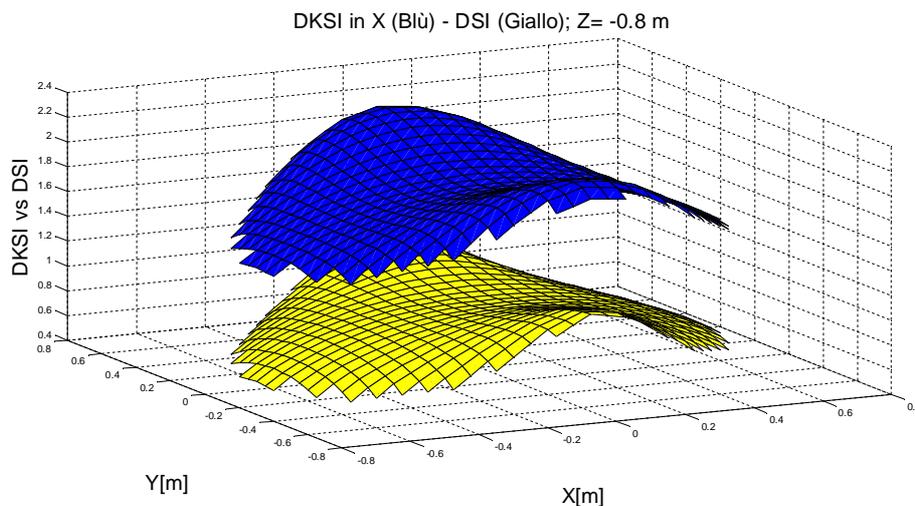


Figura 4.16: Confronto fra DKSI e KSI per $Z=-0.8$ m

Nelle figure 4.17 e 4.18 vengono riportati rispettivamente il calcolo del DSI per $Z = -0.9$ m e il confronto tra DSI e DKSI. La figura 4.17 può essere confrontata con la figura 4.9 dove viene rappresentato il DKSI lungo X nel paragrafo 4.2.1.

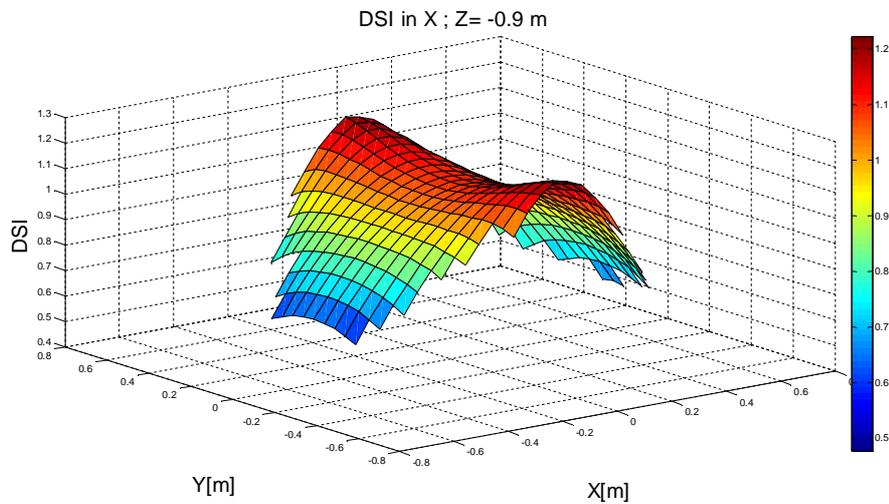


Figura 4.17: Simulazione DSI per Z=-0.9 m

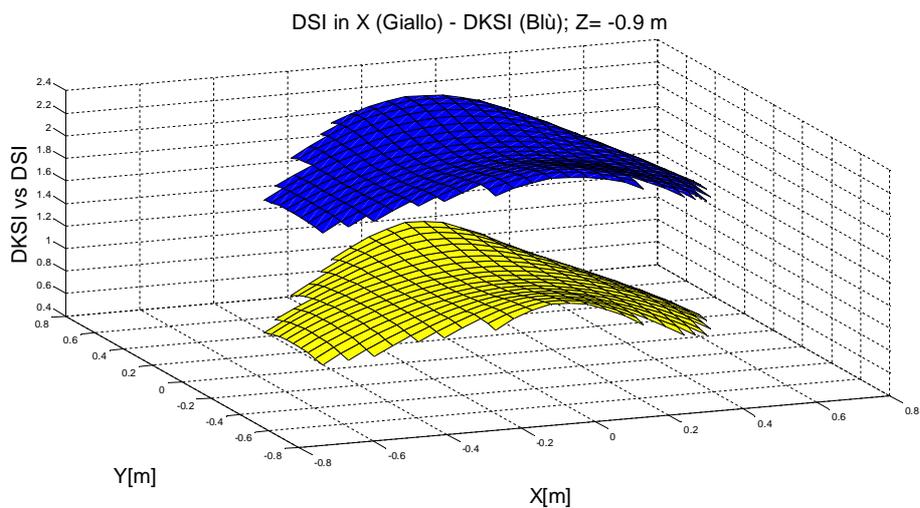


Figura 4.18: Confronto DSI - DKSI lungo Z = -0.9m

Nelle figure 4.19 e 4.20 vengono riportati rispettivamente il calcolo del DSI per $Z = -1$ m e il confronto tra DSI e DKSI. La figura 4.19 può essere confrontata con la figura 4.12 dove viene rappresentato il DKSI lungo X nel paragrafo 4.2.1.

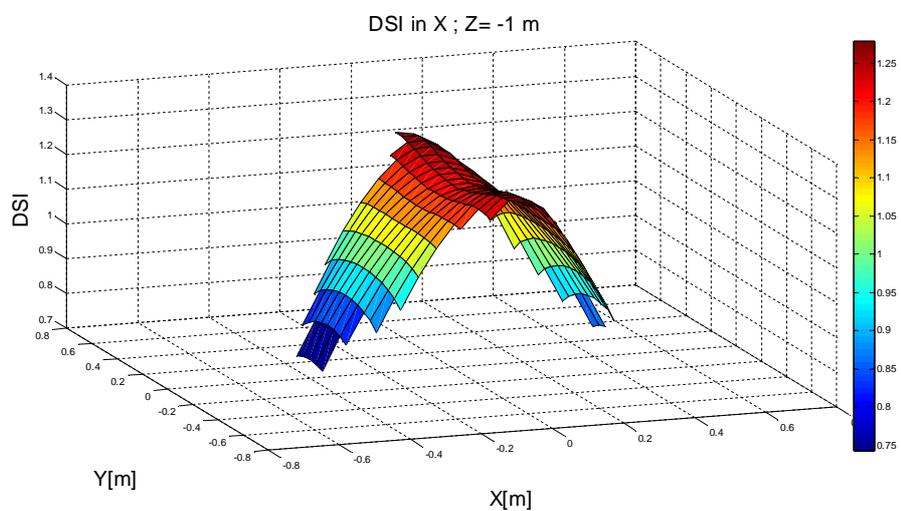


Figura 4.19: Simulazione DSI lungo X per Z=-1 m

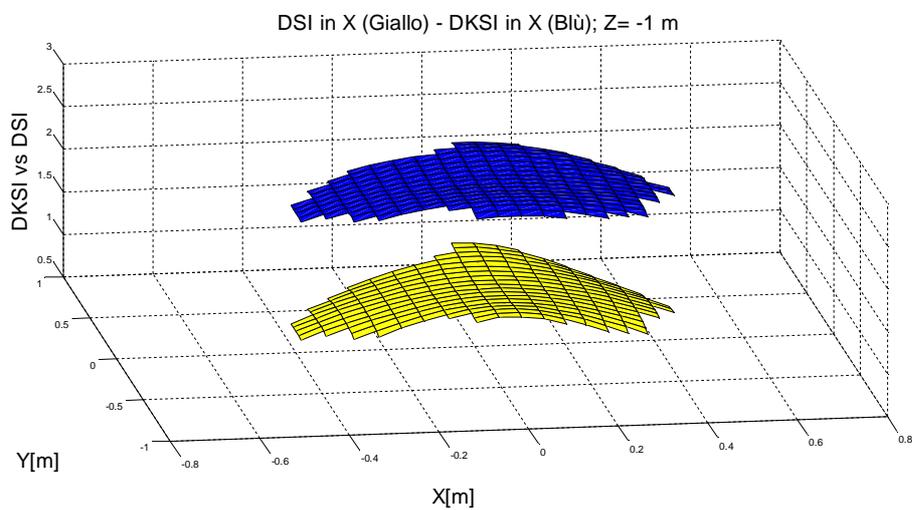


Figura 4.20: Confronto DSI - DKSI per Z=-1 m

4.2.3 *Confronto DSI, KSI e DKSI lungo una direzione R qualsiasi*

Si suppone ora di voler studiare il comportamento del manipolatore lungo una direzione diversa da quella assunta come coordinata assoluta. Per implementare questa simulazione è stato necessario moltiplicare la matrice $[J_r]$ per la matrice rotazionale $[R]$ (cap. 2.3.1) e calcolare gli indici come descritto nei capitoli 4.2.1 e 4.2.2. Si vuole studiare il comportamento del manipolatore per 3 diverse direzioni di moto: $R=15^\circ$, $R=30^\circ$, $R=45^\circ$. Vengono riportate in figura 4.21, 4.22 e 4.23 le simulazioni del KSI. Come si vede dalle figure riportate a pagina seguente, aumentando l'angolo di direzione dello spostamento, le zone ottimali ruotano. Nel caso del KSI, come già osservato nel capitolo 4.2.1, le zone a miglior prestazione sono sempre quattro e sono situate nell'estremità dello spazio di lavoro. Come ci si poteva aspettare, la simulazione del KSI non dà differenza in termini di posizioni ottimali passando da angoli di 15° , 30° e 45° poiché questo indice non è direzionale. Nella figura 4.23 che rappresenta le prestazioni del manipolatore per una direzione del moto di $R=45^\circ$ si nota che il luogo dei punti dove le prestazioni sono migliori hanno un'orientazione più chiara di 45° , con zone molto estese quasi a coprire tutto lo spazio di lavoro. L'indice comunque ha un valore massimo minore rispetto agli altri due casi, infatti passiamo da un valore massimo pari a 2.2 nel caso di una rotazione di 15° a 1.9 nel caso di una rotazione pari a 45° . Questo risultato è dovuto al fatto che, nel caso di una rotazione pari a 45° , tutti gli attuatori devono erogare la stessa potenza per muoversi in una direzione di moto diversa da quella assoluta. Quindi, poiché le prestazioni del manipolatore si abbassano notevolmente, si ha un livellamento delle zone considerate ottimali per quella specifica rotazione.

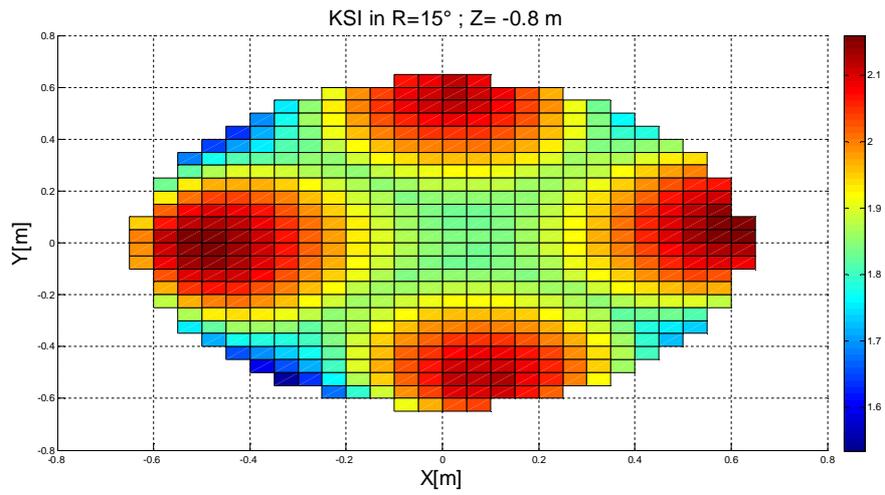


Figura 4.21: Simulazione KSI per $R=15^\circ$

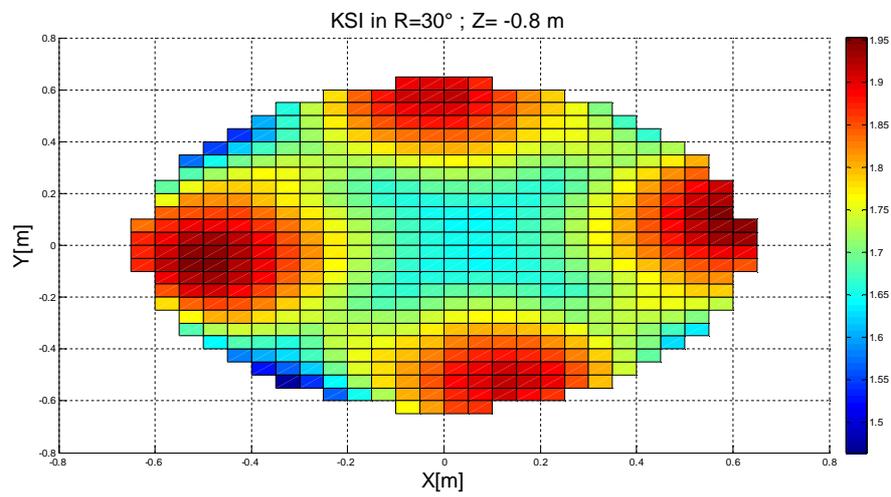


Figura 4.22: Simulazione KSI per $R=30^\circ$

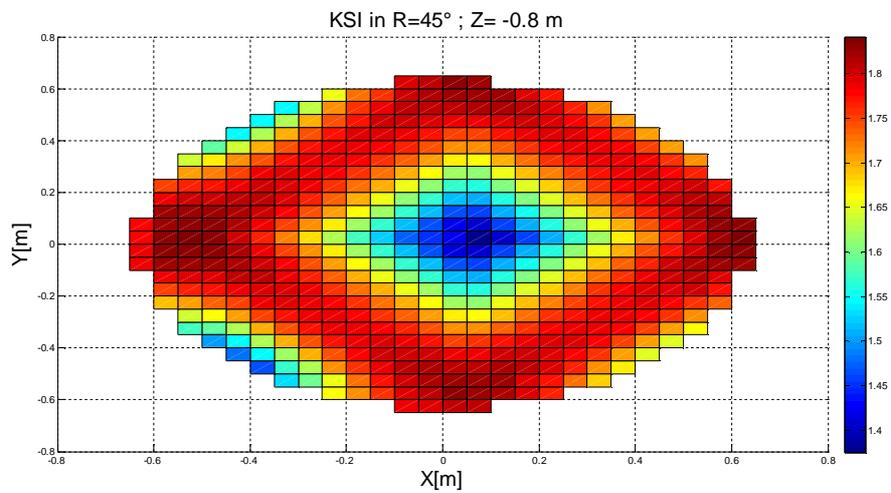


Figura 4.23: Simulazione KSI per $R=45^\circ$

Si riportano in figura 4.24, 4.25 e 4.26 le simulazioni del DKSI. In questa simulazione, le zone a miglior prestazione sono due. In questo caso infatti si è interessati a studiare il comportamento del manipolatore solo lungo una direzione di moto pari a $R=15^\circ$ (Fig. 4.24), $R=30^\circ$ (Fig. 4.25) o $R=45^\circ$ (Fig. 4.26). Nel DKSI la rotazione delle zone ottimali sono più evidenti già a partire da $R=15^\circ$. Si fa notare come le prestazioni massime diminuiscono passando da un valore di 2.2 nel caso di una rotazione pari a $R=15^\circ$ a 1.9 nel caso di $R=45^\circ$. Significative sono le due bande rappresentative delle zone ottimali nella figura 4.26 ruotate di 45° rispetto alla coordinata assoluta X.

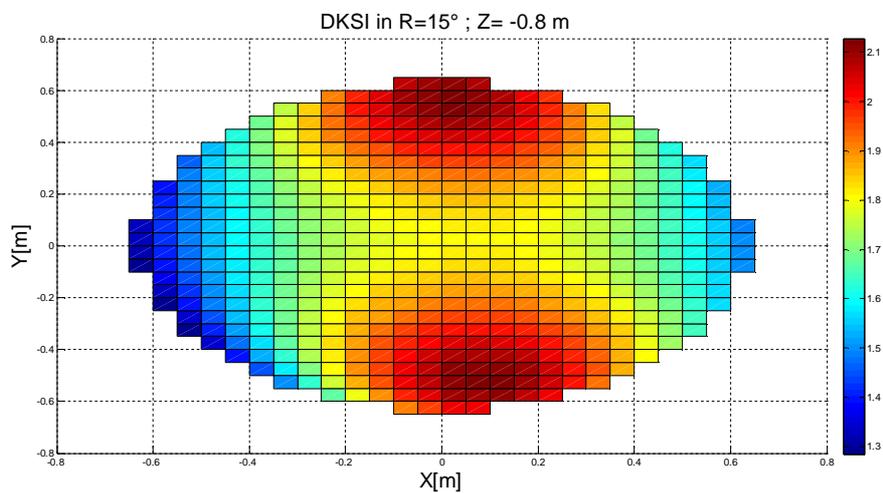


Figura 4.24: Simulazione DKSI per $R=15^\circ$

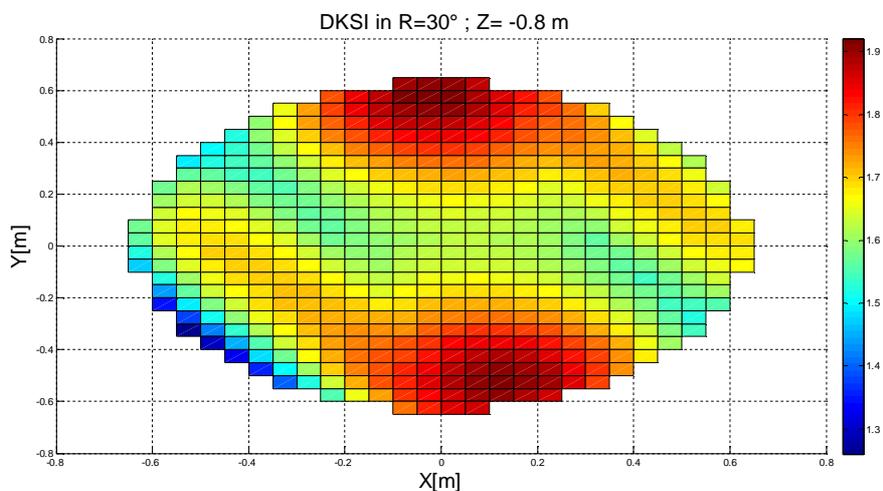


Figura 4.25: Simulazione DKSI per $R=30^\circ$

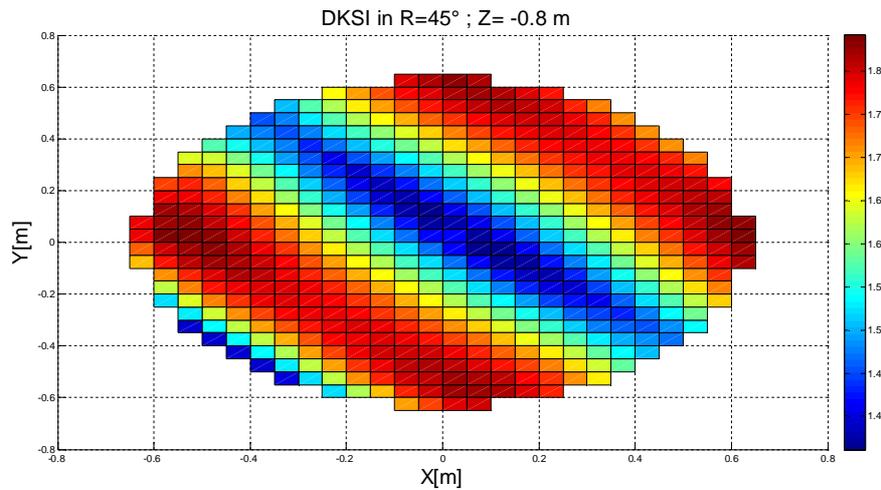


Figura 4.26: Simulazione DKSI per $R=45^\circ$

Infine si riporta in figura 4.27, 4.28 e 4.29 le simulazioni del DSI. Confrontando queste simulazioni con il DKSI si nota una forte differenza soprattutto nella zona centrale dello spazio di lavoro. I due risultati tuttavia, sono molto simili in quanto anche nelle simulazioni precedenti per il DKSI, le zone centrali non erano quelle migliori in termini assoluti, ma molto prossime al valore massimo. Anche in questo caso il valore assoluto dei tre casi passando da $R=15^\circ$ (Fig. 4.27) a $R=45^\circ$ (Fig. 4.29) decresce come nei casi precedenti. Più chiara risulta la rotazione delle zone ottimali già per $R=15^\circ$.

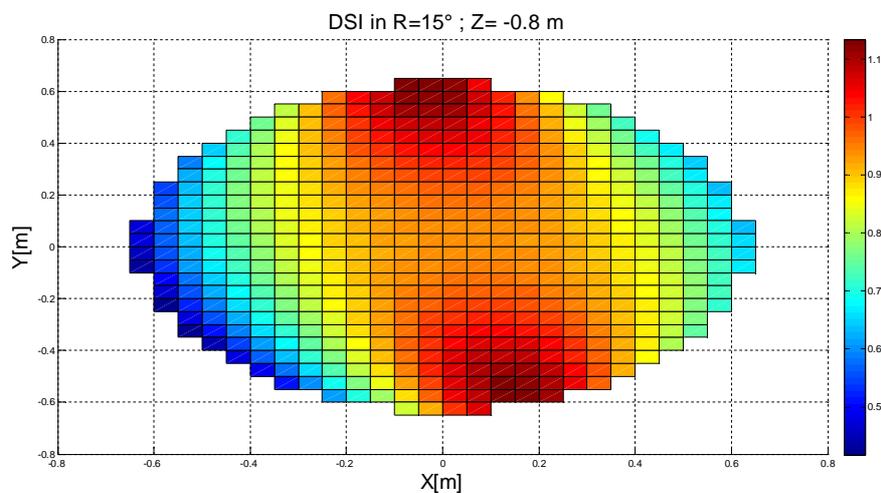


Figura 4.27: Simulazione DSI per $R=15^\circ$

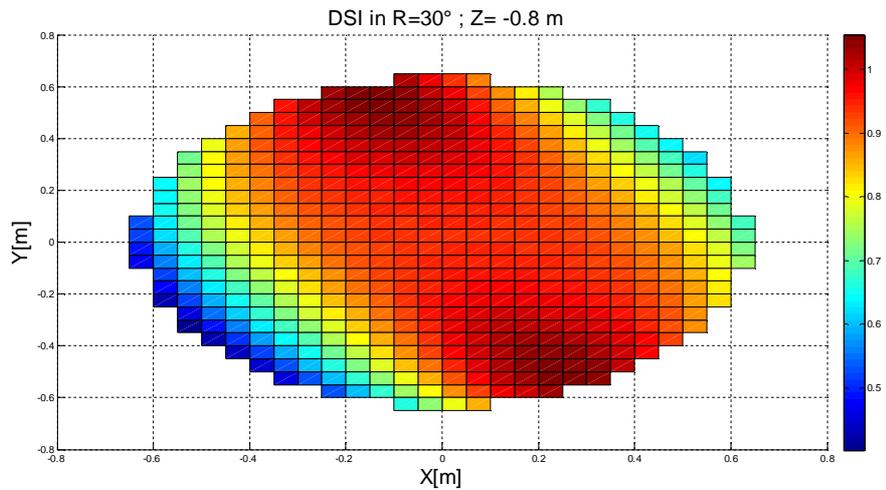


Figura 4.28: Simulazione DSI per R=30°

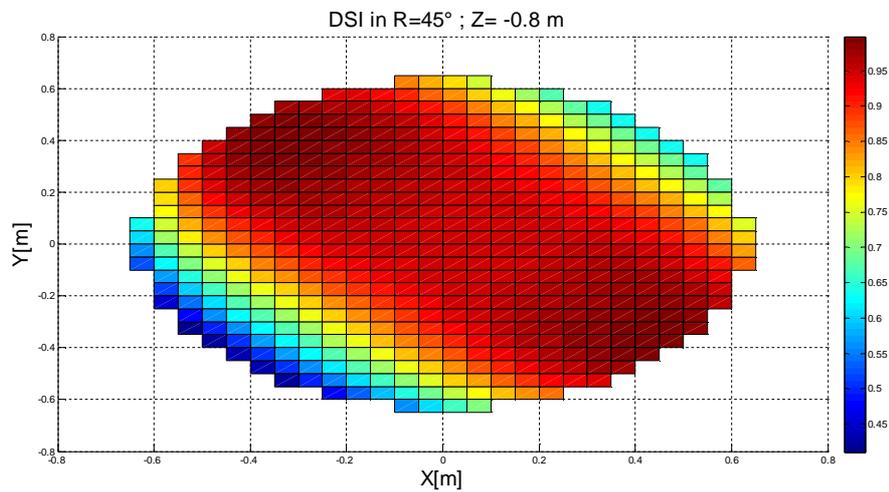


Figura 4.29: Simulazione DSI per R=45°

4.3 Simulazione nel caso $s = 2$

Di seguito vengono riportati i confronti per i tre indici: DSI, KSI e DKSI, valutati considerando la norma due. A differenza del caso a norma infinito, dove si considerava solo l'attuatore soggetto ad una maggiore forza, la norma euclidea è stata introdotta al fine di voler considerare nel calcolo delle zone a miglior prestazione tutti gli attuatori presenti nel manipolatore. Matematicamente questo si traduce nel calcolare la lunghezza del semiasse maggiore dell'ellissoide descritto

dall'equazione (32), proiettato nel piano. Come già detto nell'eq. (35) questo coincide con il calcolo dell'inverso della radice dell'autovalore minore della matrice $[E]$, matrice usata per proiettare l'elissolide da R^6 a R^3 e introdotta da Ros in [7].

4.3.1 Confronto KSI e DKSI

In questo caso, la simulazione del KSI è stata implementata suddividendo la matrice Jacobiana $[J]$ nelle due sottomatrici traslazionali e rotazionali: $[J_t]$ e $[J_r]$. Successivamente, sono state eseguite due prove: dovendo calcolare la matrice:

$$[E] = [J_t]^T [P_r] [J_t],$$

questa viene calcolata una volta considerando: $[P_r] = [I]$ dove $[I]$ indica la matrice identità, e come seconda prova, volendo considerare l'effetto della rotazione, si usa $[P_r] = \{1\}_{n \times n} - [J_r] ([J_r]^T [J_r])^{-1} [J_r]^T$, come suggerito in [6]. Infine vengono calcolate le prestazioni del manipolatore con:

$$\sigma_{t,2} = \sqrt{\| ([J_t]^T [P_r] [J_t])^{-1} \|_2}$$

Queste due soluzioni sono state considerate perché, nel caso in cui $[P_r] = [I]$, si considera un manipolatore privo del grado di libertà di rotazione lungo l'asse Z. Nel caso in cui il manipolatore possa muoversi lungo Z, si deve considerare la formula più estesa di $[P_r]$. Si vuole precisare che si sta considerando i gradi di libertà del manipolatore, quindi l'organo terminale non deve necessariamente ruotare lungo Z affinché si possa usare questa formulazione del KSI. Il fatto che si prende in considerazione l'effetto della rotazione nella previsione del moto traslazionale indica che gli attuatori devono esercitare una

certa forza anche per mantenere nella stessa angolazione l'organo terminale.

L'implementazione del DKSI è molto simile a quella del KSI con alcune differenze: si considera in primo luogo il vettore della matrice che corrisponde alla direzione di interesse: per cui se siamo interessati alle prestazioni lungo l'asse assoluto X, si andrà ad estrarre la prima colonna della matrice $[J]$. Successivamente, si calcolano sempre le due soluzioni con $[P_r] = [I]$ e $[P_r] = \{1\}_{n \times n} - [J_r] ([J_r]^T [J_r])^{-1} [J_r]^T$, e infine:

$$\sigma_{t,2} = \sqrt{(\{J_t\}_X^T \cdot [P_r] \cdot \{J_t\}_X^T)^{-1}}$$

Vengono riportati in figura 4.30 l'andamento del KSI lungo tutto lo spazio di lavoro senza considerare la rotazione e in figura 4.31 l'andamento del DKSI, sempre su tutto lo spazio di lavoro e senza considerare la rotazione. Entrambi i grafici mostrano un miglioramento delle prestazioni nella zona inferiore dello spazio di lavoro, con valori massimi molto vicini tra loro.

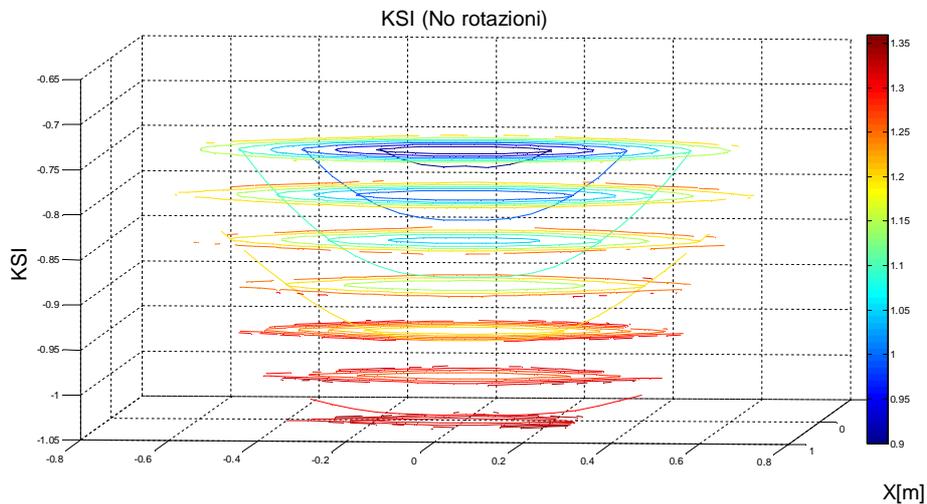


Figura 4.30: Simulazione KSI (No rotazioni) su tutto lo spazio di lavoro

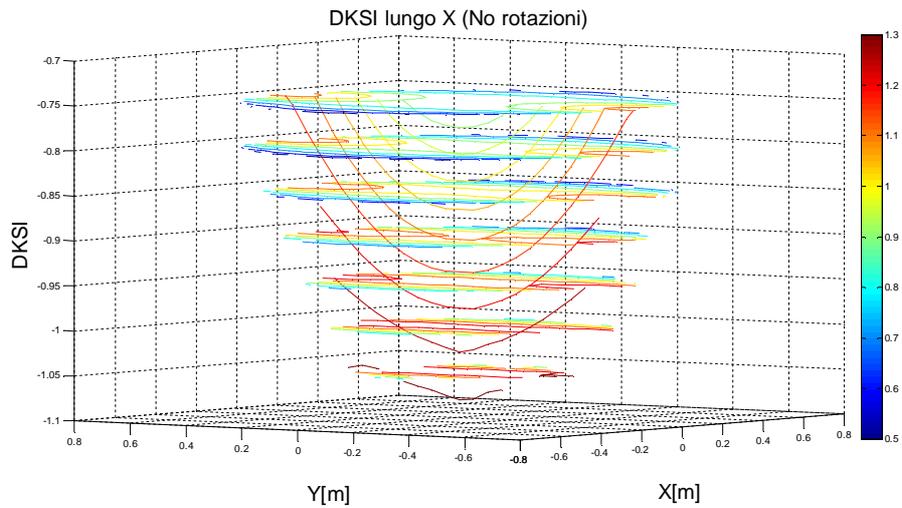


Figura 4.31 Simulazione DKSI (No rotazioni) in X su tutto lo spazio di lavoro

In figura 4.32 e 4.33 vengono riportati rispettivamente i grafici delle prestazioni del KSI nello spazio di lavoro considerando le rotazioni e quello del DKSI. Dalle due figure si nota un peggioramento generale delle prestazioni del manipolatore, con valori massimi molto minori rispetto al caso precedente. Si osserva tuttavia l'andamento generale sempre presente in tutti i grafici, il miglioramento delle prestazioni nella zona inferiore dello spazio di lavoro.

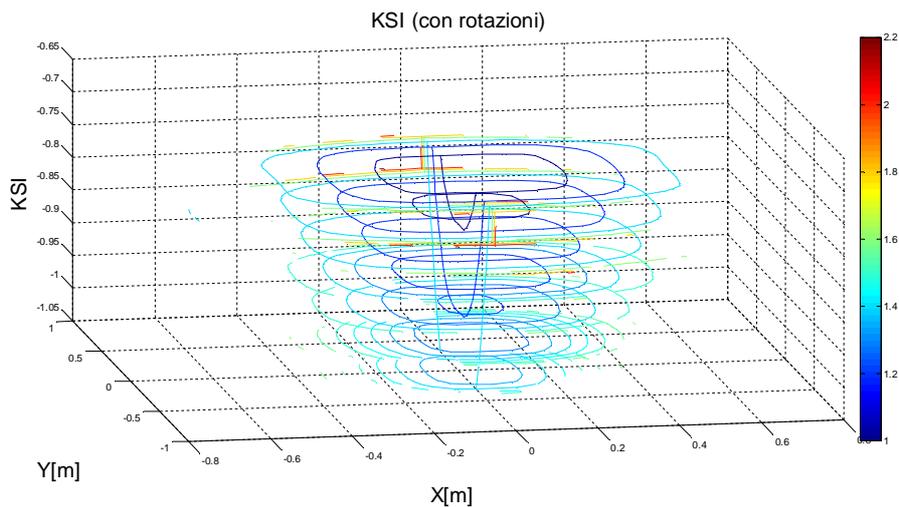


Figura 4.32: Simulazione KSI (Con rotazioni) su tutto lo spazio di lavoro

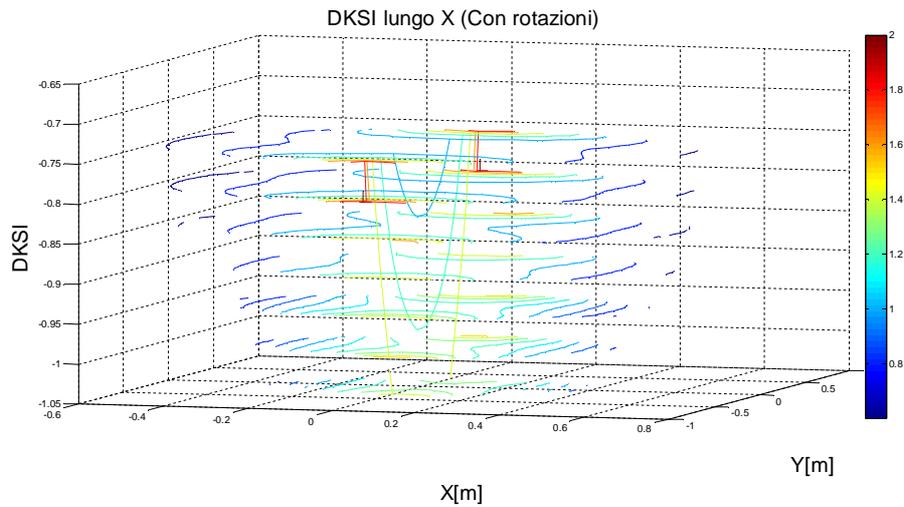


Figura 4.33: Simulazione DKSI (Con rotazioni) lungo X su tutto lo spazio di lavoro

Si studia ora l'andamento dei due indici nel piano, riportando il caso in cui non si consideri il grado di libertà di rotazione. In figura 4.34 viene presentata la simulazione del KSI, mentre in figura 4.35 quella del DKSI calcolato considerando uno spostamento lungo X. Il confronto fra i due casi viene riportato in figura 4.36. Come nel caso della norma infinito, il KSI mostra le zone ottimali nella periferia dello spazio di lavoro. Passando al DKSI le zone ottimali diventano due e sono situate lungo la coordinata $X=0$, sempre all'estremità dello spazio di lavoro.

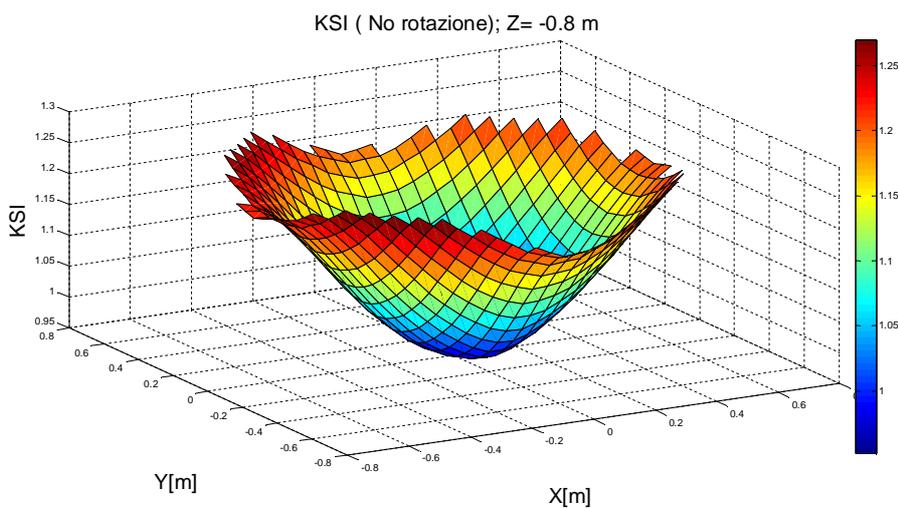


Figura 4.34: Simulazione KSI (No rotazioni) in $Z=-0.8m$

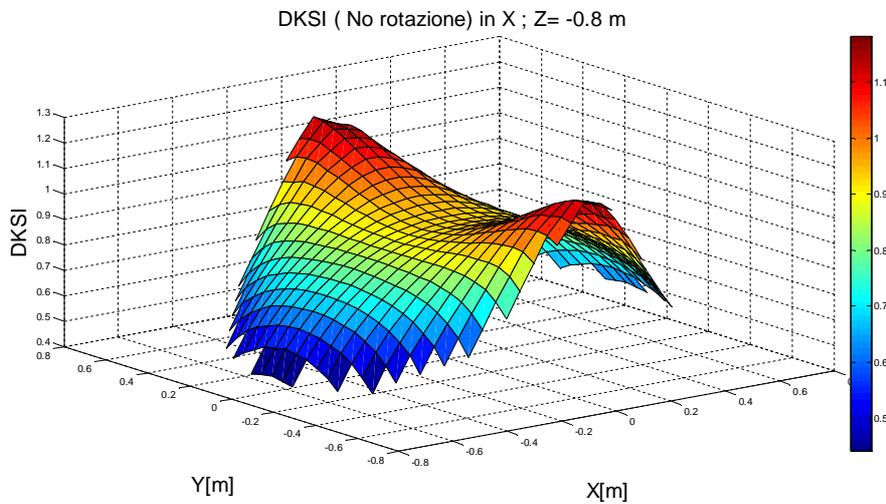


Figura 4.35: Simulazione DKSI (No rotazioni) lungo X in Z=-0.8m

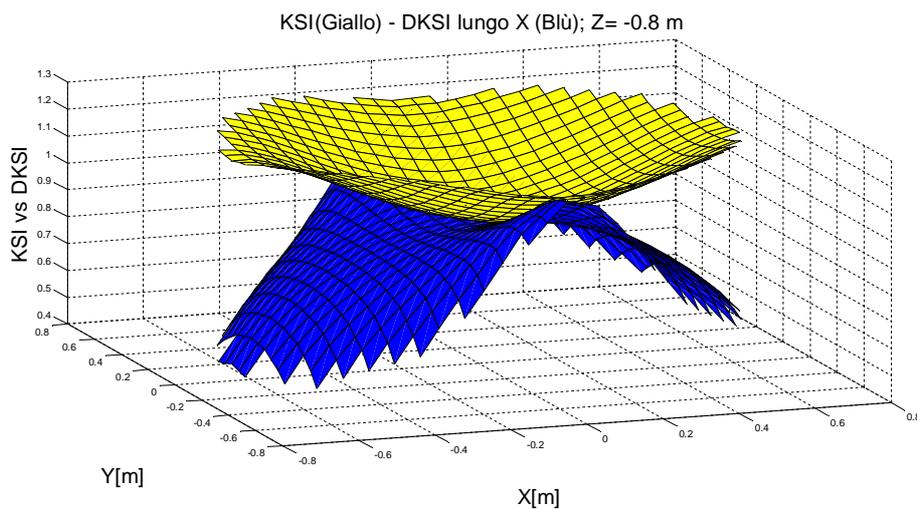


Figura 4.36: Confronto KSI (Giallo) - DKSI lungo X (Blù) senza considerare l'effetto della traslazione in Z=-0.8m

In figura 4.37 viene riportato l'andamento del KSI considerando il grado di libertà di rotazione e in figura 4.38 l'andamento del DKSI sempre lungo X. Il confronto tra i due indici viene proposta in figura 4.39. Come nel caso precedente, passando dal KSI al DKSI le zone ottimali passano da quattro a due, e sono situate sempre lungo la coordinata assoluta $Y=0$, nel caso di KSI e $X=0$ sia nel KSI che nel DKSI. Non vengono riportate ulteriori analisi effettuate per piani diversi.

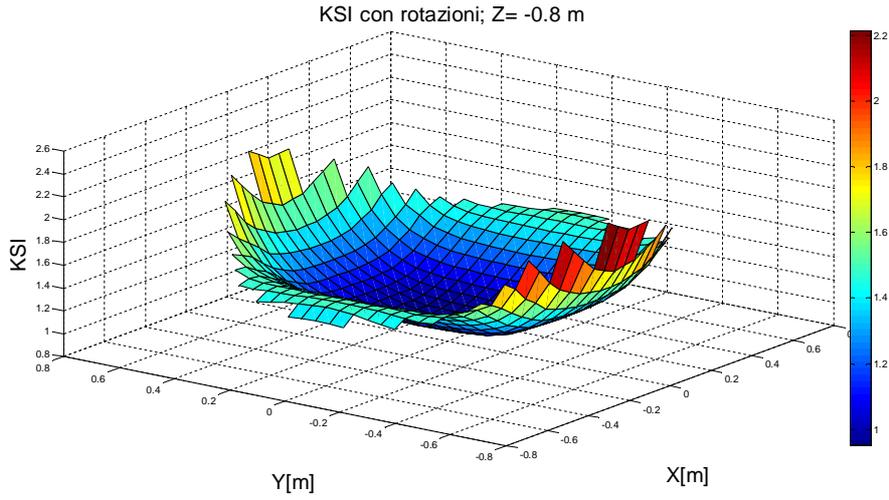


Figura 4.37: Simulazione KSI (Con rotazioni) in Z=-0.8m

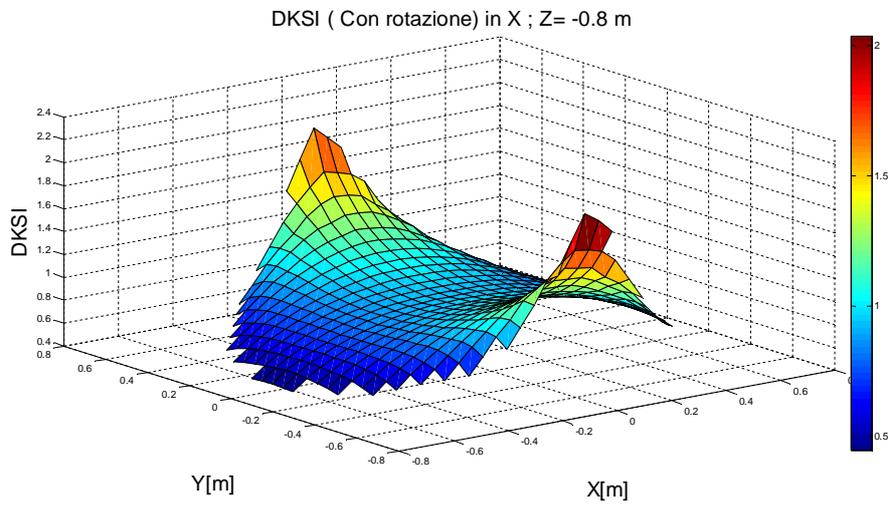


Figura 4.38: Simulazione DKSI (Con rotazioni) in Z=-0.8m

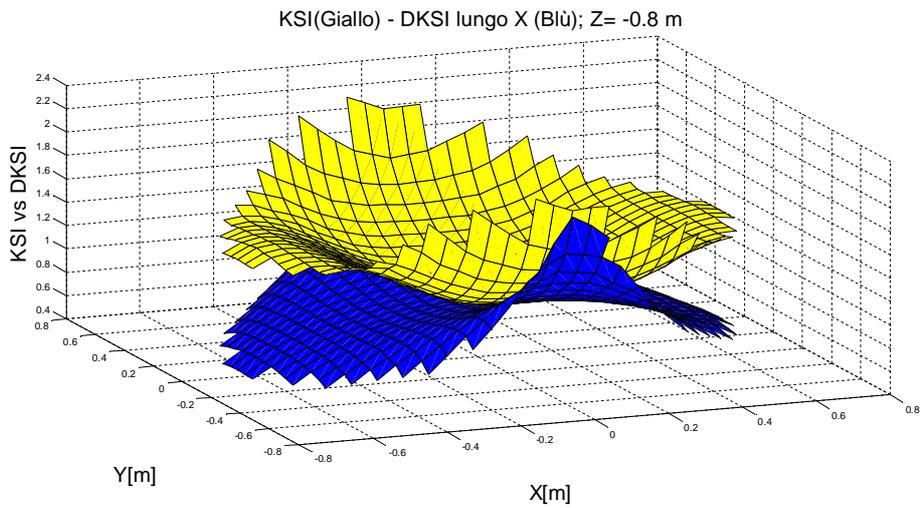


Figura 4.39: Confronto KSI (Giallo) - DKSI lungo X (Blù) senza considerare l'effetto della traslazione in Z=-0.8m

4.3.2 Confronto DSI e DKSI

L'implementazione del calcolo del DSI viene riportata nel capitolo 4.2.2. Si omette in questa analisi il confronto tra DSI in direzione X e il DKSI sempre lungo la direzione X, in quanto come possiamo vedere nella figura seguente i due indici coincidono, in quanto anche analiticamente le due formule sono uguali.

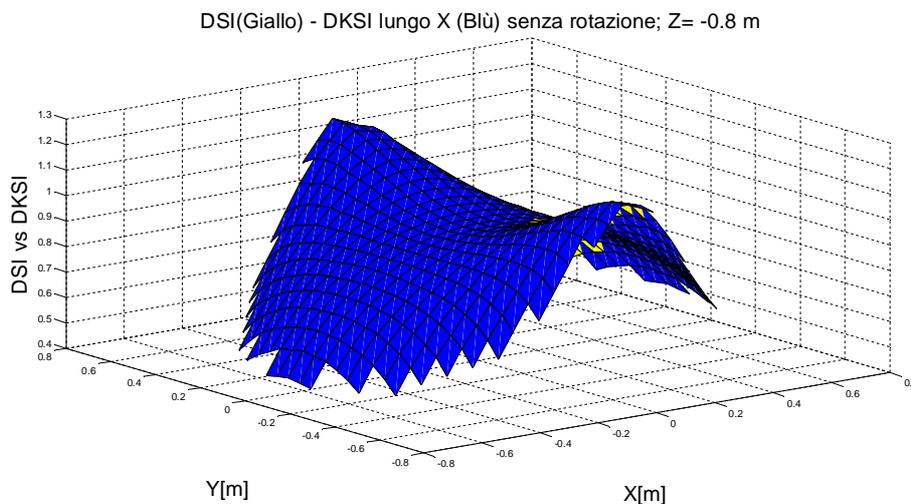


Figura 4.40: Confronto DSI (Giallo) - DKSI (Blù)

Nel caso in cui si fosse interessati alle prestazioni del manipolatore considerando la rotazione, i due indici sono leggermente diversi, come si può apprezzare nelle figure 4.41 e 4.42 dove vengono rappresentati rispettivamente l'andamento del DKSI e il confronto con il DSI. Il grafico del DSI è uguale alla figura 4.15. La figura a pagina successiva mostra come i due indici siano molto simili. Si nota un miglioramento delle prestazioni nel caso del DKSI lungo la coordinata assoluta $X=0$. Le zone peggiori in termini di prestazioni sono collocate sempre lungo la coordinata assoluta $Y=0$.

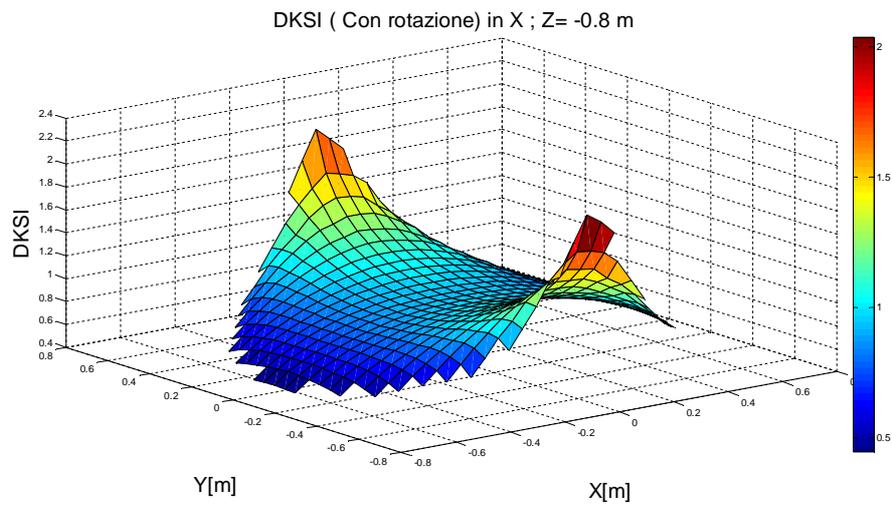


Figura 4.41: Simulazione DKSI lungo X per Z=-0.8m

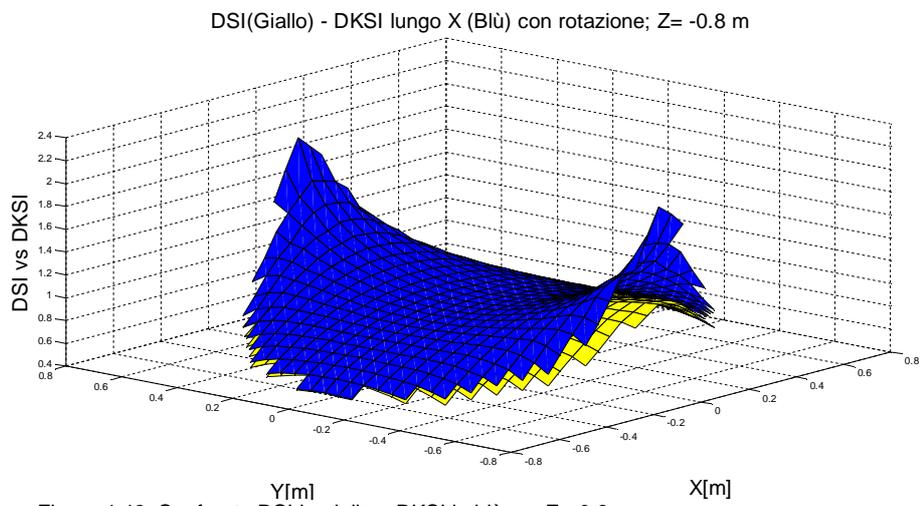


Figura 4.42: Confronto DSI in giallo e DKSI in blu per Z=-0.8m

4.3.3 Confronto DSI, KSI e DKSI lungo una direzione R qualsiasi

Come nel caso della simulazione per la norma infinito, vengono effettuate tre analisi per tre diverse direzioni di moto. In figura 4.43 viene riportata la simulazione del KSI per $R=15^\circ$ non considerando l'effetto della rotazione nell'organo terminale, mentre in figura 4.44 viene rappresentato sempre il KSI con l'effetto della rotazione. Le simulazioni raffigurano un'andamento delle prestazioni simili, le zone ottimali sono nella periferia dello spazio di lavoro e non si distinguono zone più ottimali rispetto ad altre nella frontiera dello spazio di lavoro. L'indice KSI assume valori più alti nel caso in cui consideriamo l'effetto della rotazione. Non si nota uno spostamento delle zone ottimali di 15° , questo perché l'indice in esame non è un indice direzionale. Le zone a minor prestazione sono localizzate nel centro dello spazio di lavoro.

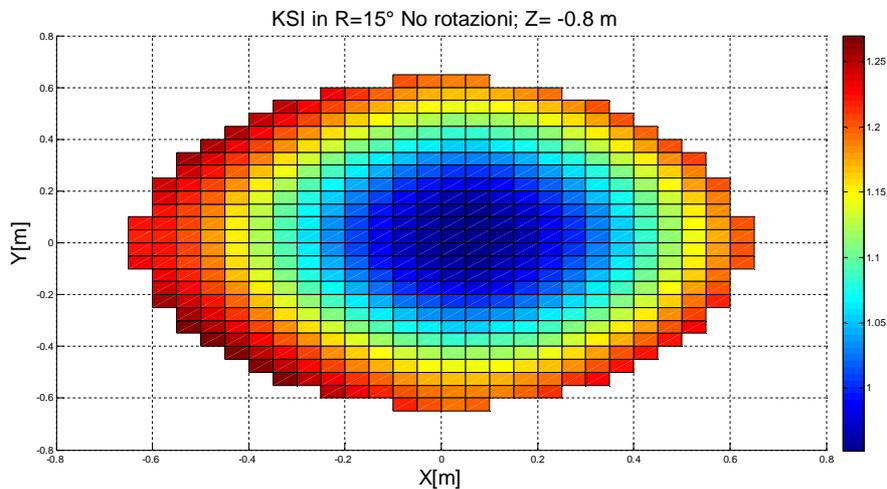


Figura 4.43: KSI in R=15° per Z=-0.8 m, senza l'effetto delle rotazioni

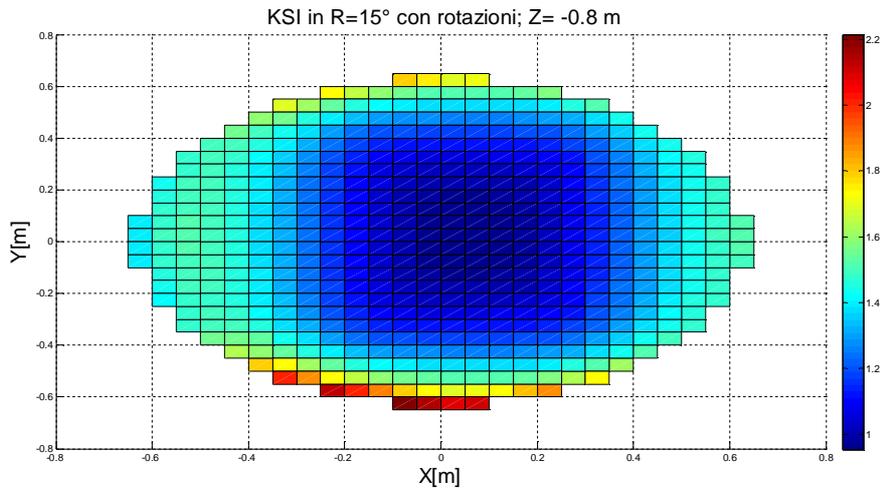


Figura 4.44:KSI in R=15° per Z=-0.8 m, con l'effetto delle rotazioni

Analizzando i risultati del DKSI riportati in figura 4.45 dove viene considerato l'effetto della rotazione, si osserva una leggera inclinazione delle zone ottimali dello spazio di lavoro. A differenza del KSI, le zone a minor prestazione si collocano perpendicolarmente rispetto alla direzione di interesse, e il centro dello spazio di lavoro ha prestazioni medie. Questo andamento è simile allo studio del DSI (Fig 4.46), dove anche in questo caso le zone ottimali sono inclinate di circa 15° rispetto alla coordinata assoluta X=0. Non viene riportato il caso del DKSI senza considerare l'effetto della rotazione perché sarebbe uguale alla simulazione del DSI, vista la stretta analogia tra le due definizioni analitiche.

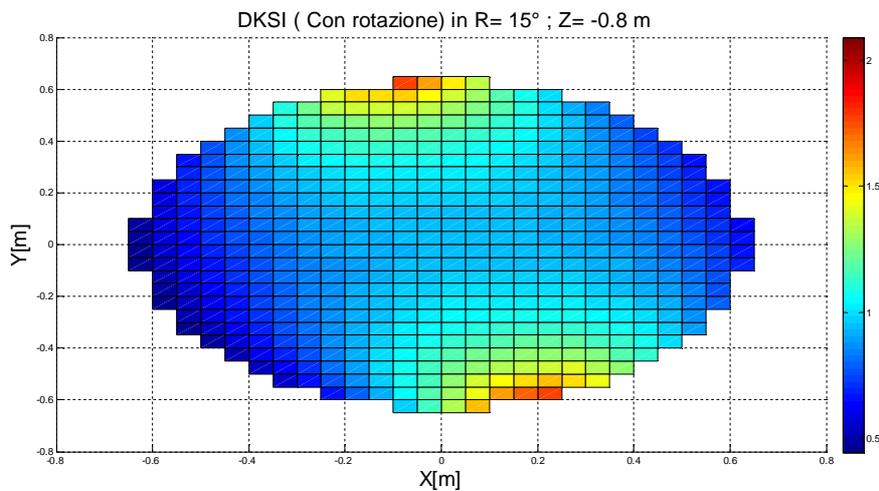


Figura 4.45: DKSI in R=15° per Z=-0.8 m, con l'effetto delle rotazioni

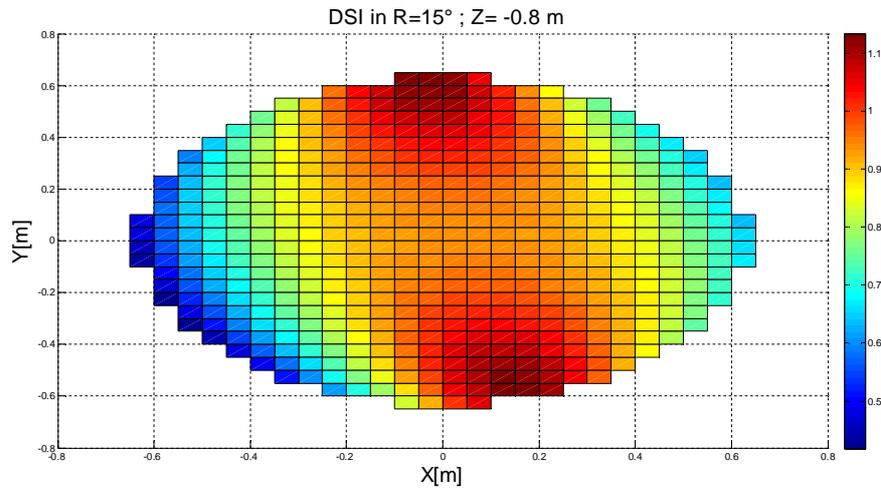


Figura 4.46: DSI in $R=15^\circ$ per $Z=-0.8$ m

Di seguito vengono riportate le simulazioni effettuate per una direzione di interesse pari prima a $R=30^\circ$ e successivamente $R=45^\circ$. L'andamento dei tre indici è analogo a quello descritto per $R=15^\circ$. Diversamente dal DKSI, nel caso del KSI non si nota in queste figure la rotazione dei luoghi dei punti a miglior prestazione aumentando l'angolo della direzione di interesse.

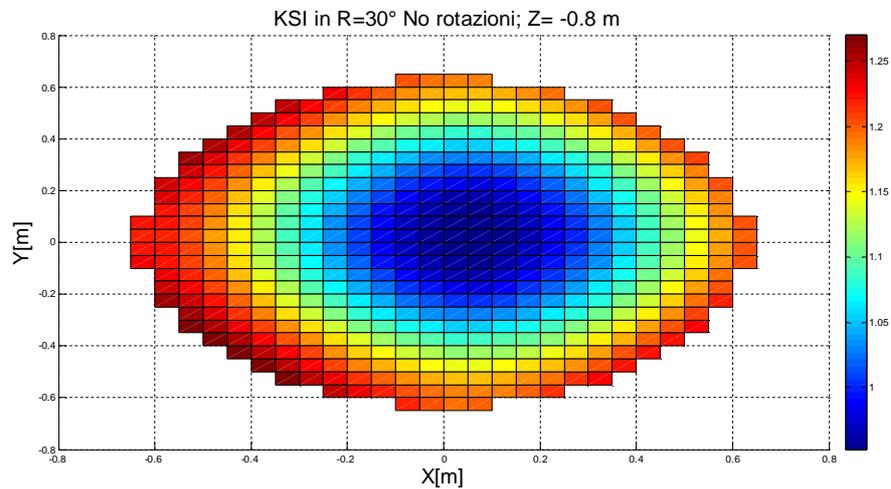


Figura 4.47: KSI in $R=30^\circ$ per $Z=-0.8$ m, senza l'effetto delle rotazioni

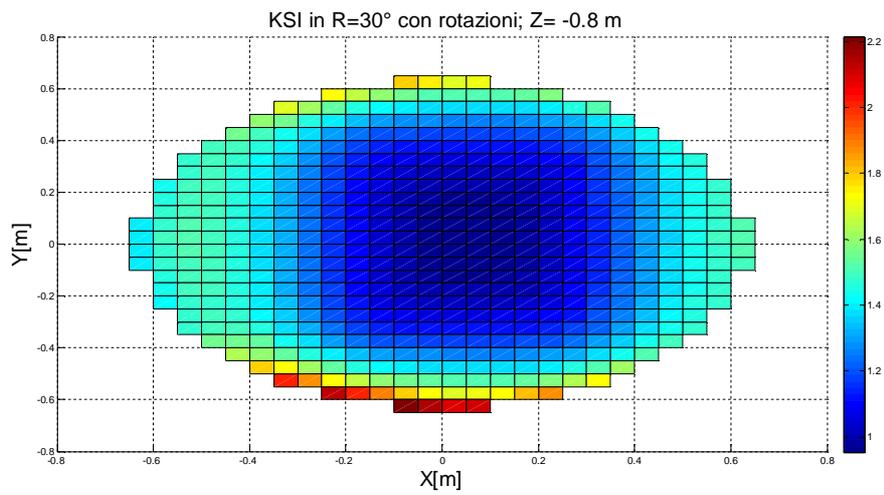


Figura 4.48: KSI in R=30° per Z=-0.8 m, con l'effetto delle rotazioni

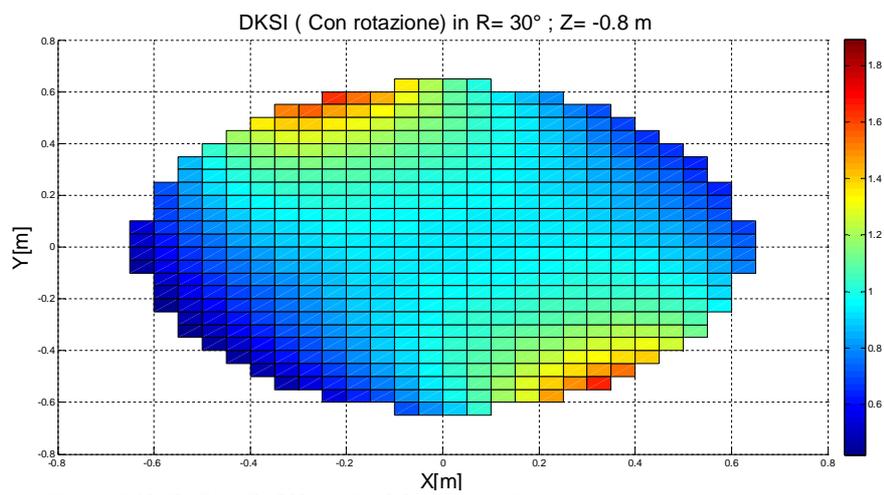


Figura 4.49: DKSI in R=30° per Z=-0.8 m, con l'effetto delle rotazioni

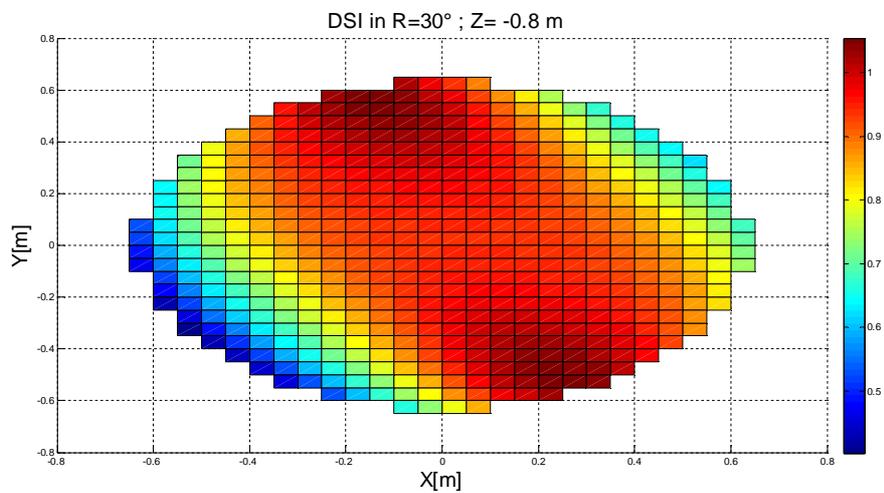


Figura 4.50: DSI in R=30° per Z=-0.8 m

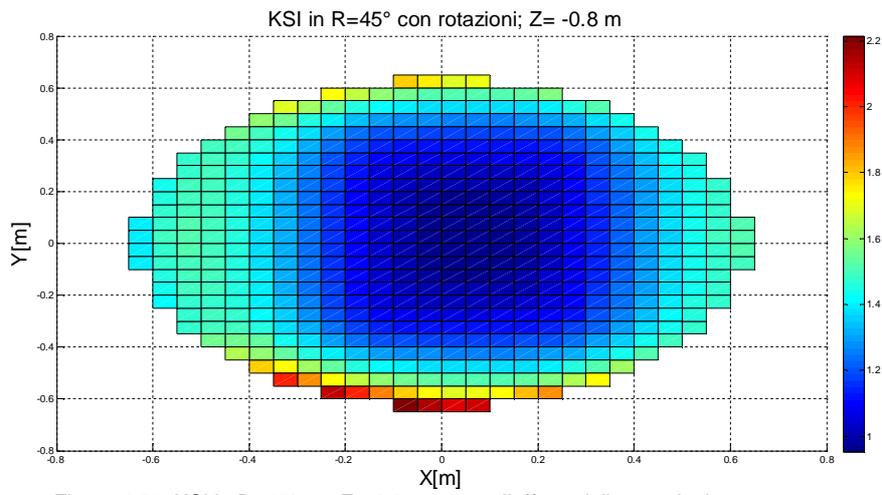


Figura 4.51: KSI in R=45° per Z=-0.8 m, senza l'effetto delle rotazioni

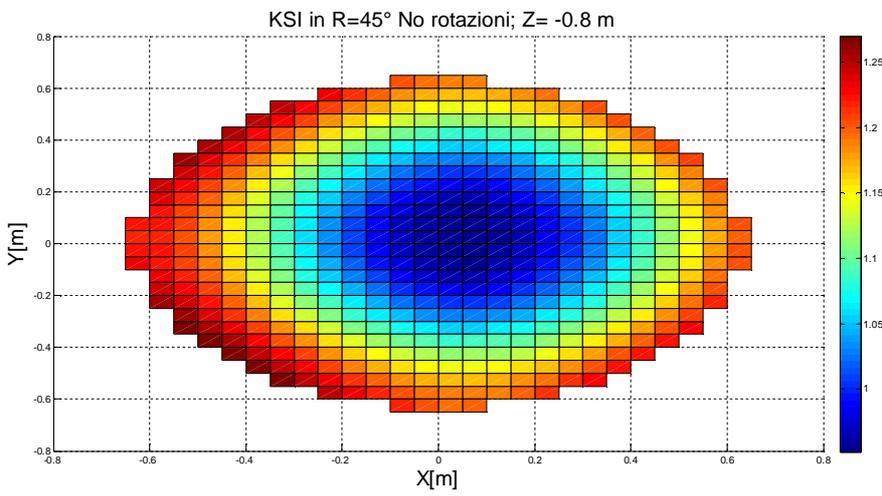


Figura 4.52: KSI in R=45° per Z=-0.8 m, con l'effetto delle rotazioni

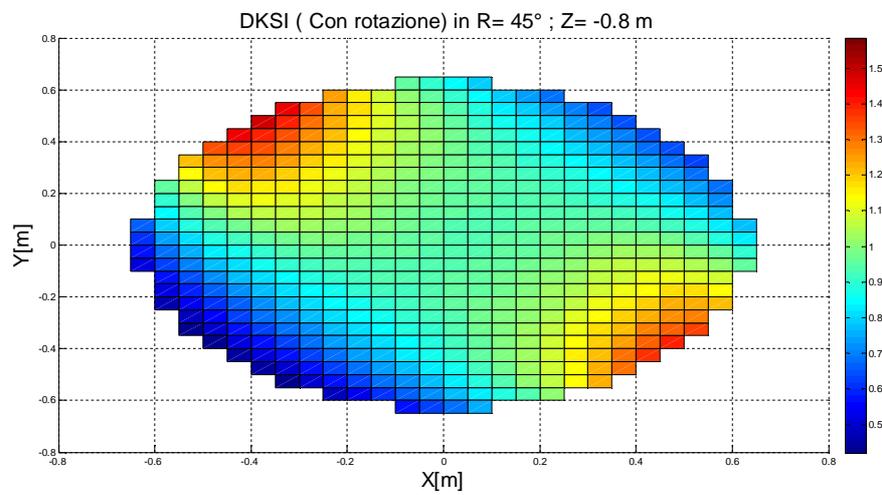


Figura 4.53: DKSI in R=45° per Z=-0.8 m, con l'effetto delle rotazioni

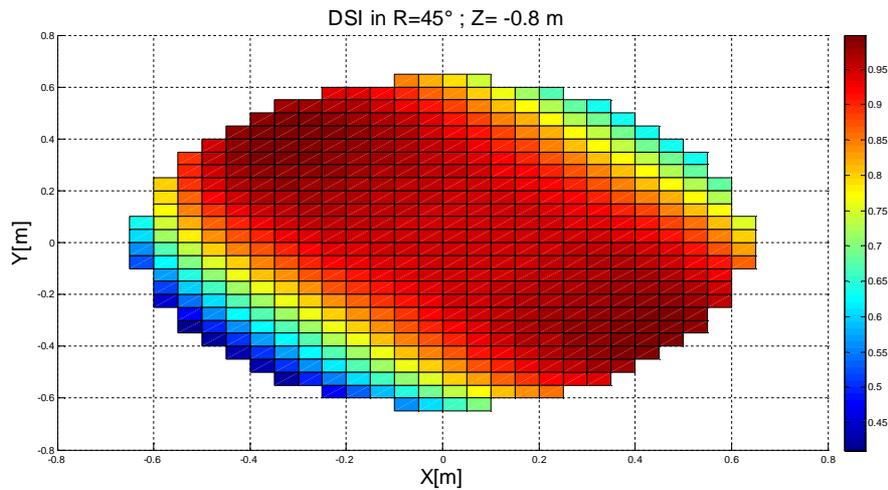


Figura 4.54: DSI in R=15° per Z=-0.8 m

4.4 Confronto DSI, KSI e DKSI per $s=\infty$ e $s=2$

In figura 4.55 viene proposto il primo confronto tra l'indice di manipolabilità e il KSI. Nello specifico nella figura viene rappresentato in verde la manipolabilità, in blu la simulazione del KSI con norma euclidea senza considerare l'effetto della rotazione, in giallo quella del KSI sempre con norma euclidea considerando però l'effetto della rotazione nell'organo terminale e infine in bianco la simulazione del KSI usando norma infinito. Questo confronto è stato proposto in quanto questi due indici (il KSI e la manipolabilità) non sono direzionali, quindi, a meno di costanti che dipendono dalla definizione analitica degli indici, i grafici, come si vede in figura, dovrebbero avere lo stesso andamento. In particolare, sia la manipolabilità, sia il KSI a norma infinito sembrano mostrare un peggioramento delle prestazioni verso la frontiera dello spazio di lavoro. Con norma due, la simulazione del KSI porta a risultati leggermente diversi soprattutto nel caso in cui consideriamo l'effetto della rotazione, come si può vedere nel grafico riportato a pagina seguente. L'effetto della rotazione sembra aumentare le prestazioni del manipolatore, lungo la

coordinata assoluta $X=0$, mentre per $Y=0$ si ha un peggioramento delle prestazioni. Tutti gli indici proposti, con le loro sfumature, sembrano comunque presentare le stesse prestazioni.

Manipolabilità (verde) - N 2: KSI con rotazione (giallo) - N 2 KSI no rotazione (blu) - N Inf: KSI (Bianco) ; $Z=-0.8$

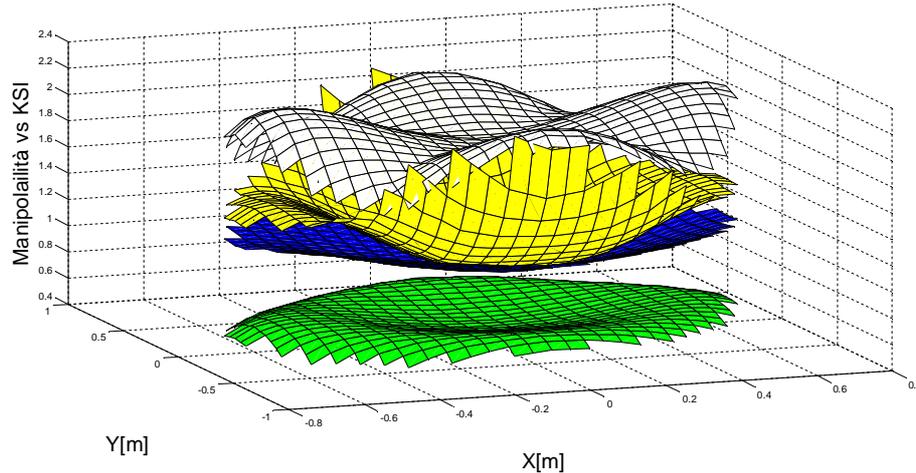


Figura 4.55: Confronto KSI-Manipolabilità per $Z=-0.8$ m

In figura 4.56 viene riportato il confronto fra DSI, DKSI calcolato con norma infinito e norma euclidea e valutati prendendo come direzione di riferimento la direzione assoluta $X=0$. Essendo entrambi gli indici direzionali, notiamo un'andamento generale che porta ad avere zone ottimali nella direzione di interesse, e zone meno prestazionali perpendicolari alle zone ottimali. Come già osservato, l'effetto della rotazione nel calcolo del DKSI a norma euclidea sembra far aumentare notevolmente le prestazioni del manipolatore. In tutti e tre i casi riportati la zona centrale sembra essere quella più sfavorita per la direzione del moto. Nel grafico non viene riportata la simulazione del DKSI a norma euclidea senza l'effetto della rotazione poiché analogo a quello del DSI come già detto.

X: DSI (Blu) - DKSI con rotazione (Giallo) - DKSI Norma Infinito (Verde) ; Z=-0.8 m

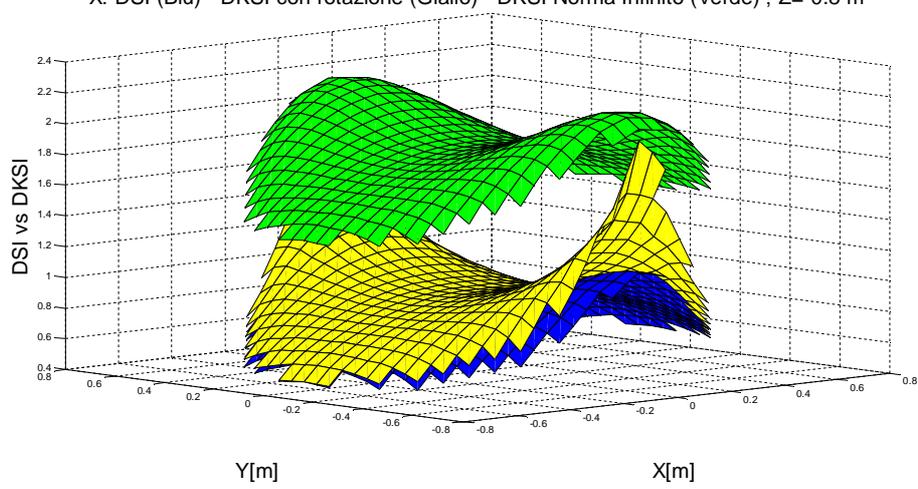


Figura 4.56: Confronto DSI - DKSI norma infinito, norma euclidea, Z=-0.8 m

CONCLUSIONI

Come abbiamo visto, tutti gli indici proposti in termini generali danno le stesse previsioni. L'indice KSI non considera l'effetto della direzione. Questo calcola le prestazioni del manipolatore punto per punto dello spazio di lavoro, a differenza del DKSI, che oltre al punto di interesse richiede la definizione della direzione in cui il manipolatore si muoverà. Nel caso estremo, in cui la direzione di spostamento non sia quella descritta dal sistema di riferimento assoluto, (X, Y, Z), ma lungo una direzione qualsiasi R, il KSI non dà risultati attendibili.

Confrontando il DSI con il DKSI, si nota come i due indici siano molto simili, con la differenza che il DKSI ha la possibilità di considerare l'effetto del grado di libertà di rotazione, mentre il DSI considera solo spostamenti traslazionali, per come è stato definito. Per entrambi gli indici si nota come le zone a maggiori prestazioni ruotano nel caso si voglia studiare una direzione diversa da quella descritta dal sistema di riferimento assoluto. Essendo entrambi indici direzionali, questi richiedono, oltre al punto di interesse su cui calcolare la prestazione, anche la definizione della traiettoria che il manipolatore dovrà seguire.

Si ritiene inoltre che l'utilizzo della norma euclidea sia la scelta più indicata per valutare le prestazioni del manipolatore, in quanto, con questa norma, si considerano tutti gli attuatori e non solo quello più sfavorito come nel caso della norma infinito.

RINGRAZIAMENTI

Ringrazio l'Ing. Giovanni Boschetti dell'Università di Padova per avermi seguito durante questo periodo di tesi e per avermi insegnato in maniera eccellente una materia innovativa in campo ingegneristico quale la robotica industriale.

Ringrazio tutta la mia famiglia: mio papà Maurizio per essermi sempre stato da esempio su come affrontare la vita, vivendo sia le cose positive che quelle negative in maniera equilibrata e per avermi aiutato a tirare fuori le motivazioni per arrivare a traguardi che io non avrei mai pensato di raggiungere; mia mamma Simonetta per l'affetto e l'appoggio che mi dà in ogni momento, per non avermi mai fatto mancare niente e... per l'energia che mi trasmette!

Un ringraziamento particolare lo devo a mio fratello Enrico per la sua straordinaria capacità di comprendermi e di guidarmi nelle scelte più difficili.

A tutti Voi, un ringraziamento particolare.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Yoshikawa T., "Manipulability of Robotic Mechanisms", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 3-9, 1985.
- [2] G. Boschetti, A.Trevisani, "Direction Selective Performance Indexes for Parallel Manipulators", *The 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics*, 2010.
- [3] Salisbury J.K., Craig J.J., "Articulated hands: force control and kinematic issues", *The International Journal of Robotics Research* 1, pp. 4-17, 1982
- [4] G. Boschetti, R. Rosa, A.Trevisani, "Parallel robot translation performance evaluation through direction selective index (DSI)", *Journal of Robotics*, 2011
- [5] G. Boschetti, R. Rosa, A.Trevisani, "Optimal robot positioning using task-dependent and direction-selective performance indexes: general definitions and application to parallel robot", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, October 2012.
- [6] P. Cardou, S. Bouchard, C. Gosselin "Kinematic-Sensitivity Indices for Dimensionally Nonhomogeneous Jacobian Matrices", *IEEE transactions on robotics*, Vol. 26, No. 1, February 2010
- [7] L. Ros, A. Sabater, F. Thomas, "An Ellipsoidal Calculus Based on Propagation and Fusion", *IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics*, Vol. 32, No. 4, August 2002