Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Modellizzazione e controllo movimento dell'estrusore di una stampante 3D

Laureando

Baseggio Nicolò

Matricola 2032503

Relatore

Prof. Schenato Luca

Università di Padova

Anno accademico
2023/2024

Ai miei genitori
alla mia famiglia
e ai miei amici

Sommario

Questa tesi si propone di progettare un sistema di controllo in catena chiusa per il movimento e il posizionamento dell'estrusore di una stampante 3D destinata ad applicazioni ad alta precisione e velocità. Grazie a un accurato modello matematico, sviluppato attraverso un processo di modellizzazione del sistema, è stato possibile sviluppare un efficace sistema di compensazione dei disturbi non lineari e progettare adeguatamente i controllori che compongono il sistema di controllo. Quest'ultimo utilizza un controllore di corrente per gestire la coppia tramite la tecnica FOC (Field-Oriented Control) e implementa in cascata un controllore per la velocità e un controllore per la posizione. Il sistema sviluppato è stato infine validato attraverso l'implementazione di un accurato modello Simulink che ha permesso mediante delle simulazioni di valutare le prestazioni del sistema.

Indice

1 Introduzione **1**
1.1 Cos'è una stampante 3D 1
1.2 Obiettivi della tesi 2

2 Sistema di movimento **3**
2.1 Descrizione 3
2.2 Principali componenti usati 5
2.2.1 Cinghie dentate di trasmissione 5
2.2.2 Puleggia di distribuzione 6
2.2.3 Puleggia di tensionamento dentata 6
2.2.4 Estrusore 7

3 Il motore passo passo **9**
3.1 Introduzione 9
3.2 Suddivisione 10
3.3 Motore passo passo ibrido 11
3.3.1 Descrizione 11
3.3.2 Funzionamento 13
3.4 Tecniche di pilotaggio 15
3.4.1 Motori passo-passo unipolari 15
3.4.2 Motori passo-passo bipolari 15
3.5 Tecniche di pilotaggio in catena aperta 16
3.5.1 Wave-Step mode 16
3.5.2 Full-Step mode 16
3.5.3 Half-Step mode 17
3.5.4 Microstepping 18
3.5.5 Limiti pilotaggio in catena aperta 19
3.6 Caratteristiche motore usato 20

4 Modello matematico **21**
4.1 Angolo elettrico 21
4.2 Modello elettrico 23
4.2.1 Modello elettrico completo 26
4.3 Modello meccanico 27
4.3.1 Modellizzazione coppia elettromagnetica 27
4.3.2 Modellizzazione coppia dovuta all'attrito viscoso 29
4.3.3 Modellizzazione coppia residua 29
4.3.4 Modellizzazione coppia di carico 30
4.3.5 Modello meccanico completo 30
4.4 Modello motore passo passo completo 30
4.5 Modello semplificato 31
4.5.1 Modello elettrico semplificato 31
4.5.2 Modello meccanico semplificato 31
4.5.3 Modello motore passo passo semplificato 32
4.6 Momento d'inerzia 34
4.6.1 Calcolo inerzia encoder 35
4.6.2 Calcolo inerzia rotore 35
4.6.3 Calcolo inerzia estrusore 35
4.6.4 Calcolo inerzia cinghia 35
4.6.5 Calcolo inerzia puleggia di distribuzione 36
4.6.6 Calcolo inerzia puleggia di tensionamento 36
4.6.7 Momento di inerzia complessivo 36
4.7 Modello circuito pilotaggio 37
4.7.1 Modulazione PWM 37
4.7.2 Circuito di potenza 38
4.7.3 Modello complessivo 39

5 Sensori usati **41**
5.1 Misurazione corrente 41
5.2 Misurazione posizione 42
5.3 Misurazione velocità 43

6 Controllo **45**
6.1 Introduzione 45
6.1.1 Parametri modello 46

6.2 Field Oriented Control 47
6.2.1 Introduzione 47
6.2.2 Descrizione 47
6.3 Modello in d-q frame 49
6.4 Caratteristiche controllore 50
6.4.1 Descrizione controllore PID 50
6.4.2 Obiettivi del controllore 51
6.4.3 Progettazione PID dominio delle frequenze 52
6.5 Controllori modello elettrico 56
6.5.1 Compensazione Feedforward modello elettrico 57
6.5.2 Progettazione controllore di corrente 58
6.5.3 Calcolo estremi di saturazione tensione 61
6.6 Controllori modello meccanico 62
6.6.1 Compensazione Feedforward modello meccanico 62
6.6.2 Progettazione controllore velocità 63
6.6.3 Calcolo estremi di saturazione corrente 65
6.7 Controllore di posizione 66
6.7.1 Calcolo estremi di saturazione velocità 69
6.8 Anti-windup 71
6.9 Schema controllo completo d-q frame 74
6.10 Schema controllo completo $\alpha - \beta$frame 75
6.11 Implementazione Simulink sistema di controllo 76

7 Risultati **77**
7.1 Controllore di corrente 78
7.2 Controllore di velocità 82
7.3 Controllore di posizione 86
7.4 Conclusioni 90

8 Controllo sistema di movimento **91**
8.1 Implementazione sistema coreXY 91
8.2 Validazione prestazioni sistema di movimento 93
8.2.1 Posizione 94
8.2.2 Velocità 95
8.2.3 Grandezze elettriche 96

9 Conclusioni **97**

Bibliografia **99**

Ringraziamenti **101**

1

Introduzione

1.1 Cos'è una stampante 3D

La stampa 3D è un processo industriale che permette di creare oggetti tridimensionali a partire da un modello digitale attraverso un apparato denominato stampate 3D. Questo particolare processo viene utilizzato in una vasta gamma di settori e le sue applicazioni sono in costante espansione grazie alla ricerca di nuove tecnologie e materiali che permettono la creazione di oggetti complessi in modo sempre più preciso e veloce da impiegare in diversi ambiti.

Questo processo di produzione è di tipo additivo, perciò l'oggetto viene creato aggiungendo strati successivi di un materiale fluido, capace di alterare il suo stato fisico e solidificarsi. Per molte applicazioni, questo approccio risulta più veloce ed economico rispetto ai tradizionali sistemi sottrattivi, in cui si parte da un blocco di materiale solido e si rimuove meccanicamente il materiale fino a ottenere il prodotto finale.

Tra le varie tecnologie di stampa 3D, la tecnica Fused Deposition Modeling (FDM) si è affermata per la sua accessibilità. Per creare oggetti mediante questa tecnica si fornisce a un estrusore un filamento di materiale termoplastico che viene fuso e depositato a formare gli strati che compongono il prodotto. La semplicità del sistema ha permesso una notevole diffusione di questo processo in molteplici settori, da quello industriale a quello sanitario, fino a raggiungere ambito domestico, rendendo accessibile la fabbricazione di oggetti plastici anche molto complessi.

1.2 Obiettivi della tesi

In una stampante 3D FDM uno degli aspetti più critici è il posizionamento dell'estrusore in quanto gioca un ruolo fondamentale nel determinare le caratteristiche costruttive e strutturali dell'oggetto stampato, ad esempio la sua solidità e resistenza, oltre a determinare la velocità e la risoluzione della stampa.

Durante la creazione dei vari strati di stampa, l'estrusore deve posizionarsi in modo incrementale nelle posizioni che definiscono la forma dello strato corrente. Per questo tipo di applicazioni in cui è richiesta una notevole precisione, negli anni l'uso di motori passo-passo si è ampiamente diffuso grazie alla loro ottime caratteristiche e la loro facilità di pilotaggio. Infatti la loro affidabilità rende questa tipologia di motori adatta per essere controllata in configurazione a catena aperta mediante dei semplici impulsi elettrici rettangolari adeguatamente modulati in ampiezza, ottenendo comunque risultati soddisfacenti e abbassando notevolmente i costi di implementazione in quanto non sono richiesti sensori. Tuttavia implementando un controllore in catena chiusa è possibile introdurre tutti i vantaggi di un controllo in retroazione fornendo al sistema la capacità di correggere eventuali errori di posizionamento che vengono trascurati nel pilotaggio in catena aperta. Questo porta a un significativo miglioramento delle prestazioni e dell'affidabilità del sistema, consentendo al blocco estrusore di posizionarsi con precisione compiendo movimenti fluidi e precisi, permettendo una stesura uniforme e precisa del materiale estruso, garantendo una migliore qualità di stampa.

L'obiettivo di questa tesi è sviluppare un sistema di controllo in catena chiusa per il posizionamento del blocco estrusore di una stampante 3D destinata ad applicazioni ad alta precisione e velocità, ponendo particolare attenzione al processo di modellizzazione matematica del sistema e allo sviluppo del controllore.

2

Sistema di movimento

2.1 Descrizione

Per il movimento dell'estrusore la scelta è ricaduta su un sistema di movimento di tipo cartesiano che implementa la tecnica di movimento coreXY: una particolare tipologia di manipolatore in parallelo il cui principio di funzionamento consiste nel connettere il carico da muovere, costituito in questo caso dal blocco estrusore, attraverso un sistema di cinghie dentate incrociate, messe in movimento da due motori installati in posizione fissa sulla struttura della stampante. In questa configurazione le cinghie risultano indipendenti, dunque il movimento di una cinghia non influisce nel movimento dell'altra.

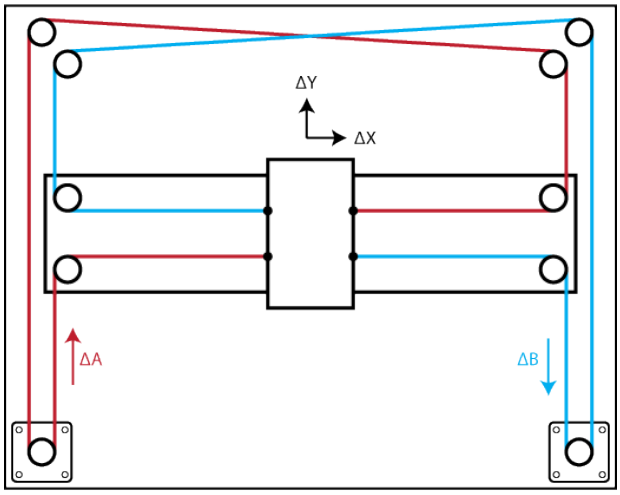


Figura 2.1: Schema coreXY

Se le cinghie si assumono inestensibili, la posizione assunta dall'ugello posizionato al centro del blocco estrusore può essere modellata matematicamente in funzione del movimento delle cinghie attraverso le seguenti equazioni [2] [19]:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2}(\Delta A + \Delta B) \\ \Delta y &= \frac{1}{2}(\Delta A - \Delta B) \end{aligned} \tag{2.1}$$

dove ΔA rappresenta il movimento compiuto dalla prima cinghia, mentre ΔB il movimento compiuto dalla seconda cinghia.

Ogni cinghia dentata è messa in movimento attraverso una puleggia di distribuzione dentata di raggio r installata sull'albero motore. In questo modo una variazione della posizione angolare dell'albero motore $\Delta\phi$ provoca un movimento della cinghia pari a $\Delta S = r\Delta\phi$.

Grazie a questa relazione è possibile ricavare le equazioni che descrivono il movimento dell'ugello in funzione della rotazione angolare:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{r}{2}(\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2) \\ \Delta y &= \frac{r}{2}(\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2) \end{aligned} \tag{2.2}$$

dove $\Delta\phi_1$ è la variazione angolare del primo motore, mente $\Delta\phi_2$ è la variazione angolare del secondo motore.

Analizzando questa equazione, si osserva che per compiere un movimento lungo l'asse x entrambi i motori devono ruotare nella stessa direzione, per compiere un movimento lungo l'asse y i due motori devono ruotare in direzione opposta, invece se solo un motore ruota il movimento risultata diagonale. Pertanto la gestione dei movimenti risulta più complessa in quanto i due motori devono lavorare in modo coordinato per permettere spostamenti lungo un asse, al contrario dei sistemi cartesiani tradizioni in cui ogni motore controlla in modo indipendente un asse.

Oltre alla puleggia di distribuzione, sono presenti altre quattro pulegge di tensionamento dentate, anch'esse di raggio r, installate su appositi perni in posizioni specifiche sulla struttura metallica della stampante. Queste pulegge creano un percorso definito per la cinghia di trazione, mantenendola in posizione e tensionandola in modo adeguato. Per minimizzare l'attrito che si genera tra la puleggia di tensionamento e il perno durante la rotazione della puleggia di distribuzione, sono utilizzati cuscinetti ad alte prestazioni.

Utilizzando i due motori in posizione fissa, la tecnica CoreXY consente di ridurre significativamente le masse in movimento, questo si traduce in una minore coppia necessaria per il movimento rispetto a un tradizionale sistema cartesiano in configurazione manipolatore in serie e in una diminuzione delle vibrazioni che potrebbero ripercuotersi negativamente sulla qualità di stampa. Con un momento di inerzia inferiore, la configurazione del manipolatore in parallelo offre un'accelerazione superiore a parità di coppia generata dal motore, garantendo movimenti più fluidi e precisi e permettendo di raggiungere velocità più elevate rispetto a una stampante 3D cartesiana tradizionale.

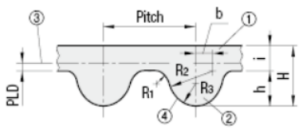
2.2 Principali componenti usati

In questa sezione è riportata una breve analisi delle principali componenti presenti nel sistema di movimento, riportando le caratteristiche essenziali per il successivo calcolo del momento di inerzia applicato sull'albero del motore necessario per ricavare un modello accurato del sistema.

2.2.1 Cinghie dentate di trasmissione

Per il sistema di movimento è stata utilizza una cinghia di trasmissione sincrona dentata con nucleo rinforzato in fibra di vetro, progettata per lavorare ad alta velocità e a temperature elevate, resistendo a forti stress e garantendo ottime performance a un costo moderato.

Tipo	GT2
Passo denti GT2	2mm
Altezza del dente	0.75mm
Altezza della cinghia	1,38 mm
Larghezza cinghia	6mm



Type	Pitch	R_1	R_2	R_3	b	H	h	i	PLD
2GT	2	0.15	1.00	0.555	0.40	1.38	0.75	0.63	0.254

Tabella 2.1: Caratteristiche cinghia di distribuzione

In modo indicativo, una cinghia di trasmissione con le caratteristiche riportate presenta una massa per unità di lunghezza pari a 8 g/m. Complessivamente per avere un'area di stampa di 400x400 mm per ogni motore è necessaria una cinghia lunga approssimativamente 3m. Perciò la massa complessiva per ogni cinghia è pari a $24\,g$.

2.2.2 Puleggia di distribuzione

Materiale	alluminio
Tipo di cinghia	GT2
Larghezza scanalatura	7mm
Numero denti	20
Massa	5.8g
Diametro foro interno	5mm
Diametro esterno	16mm
Altezza	16 mm
Diametro puleggia	12mm

Tabella 2.2: Caratteristiche puleggia di distribuzione

2.2.3 Puleggia di tensionamento dentata

Materiale	alluminio
Tipo di cinghia	GT2
Larghezza scanalatura	7mm
Numero denti	20
Massa	2.8g
Diametro foro interno	5mm
Diametro esterno	18mm
Altezza	8 mm
Diametro puleggia	12mm

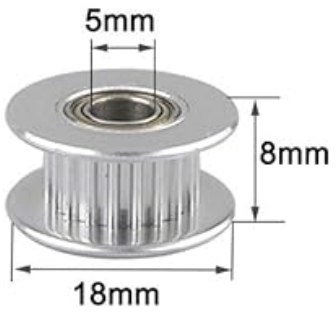


Tabella 2.3: Caratteristiche puleggia di tensionamento

2.2.4 Estrusore

L'estrusore rappresenta un elemento cruciale nel funzionamento delle stampanti 3D FDM poiché è responsabile della fusione del filamento di materiale termoplastico. Esso è composto da due parti: una sezione fredda, chiamata cold-end, che spinge il filamento verso la zona di fusione, nota come hot-end. In questa sezione il filamento viene riscaldato fino a raggiungere uno stato fluido e successivamente estruso attraverso un ugello, depositando il materiale liquido che si solidifica rapidamente.

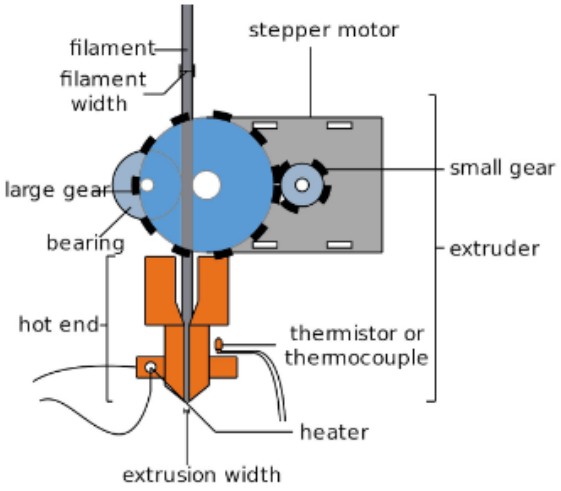


Figura 2.2: Modello estrusore

La massa di un comune estrusore si aggira intorno ai 500 g. Questo componente è montato su una struttura apposita che permette il collegamento al sistema di cinghie, portando la massa totale del blocco estrusore a circa 650 g.

Negli ultimi anni, la crescente domanda di stampe 3D più rapide ha stimolato un'importante innovazione tecnologica nel settore. Questo ha portato allo sviluppo di nuove tipologie di estrusori[13], caratterizzati da una massa significativamente ridotta che si attesta intorno ai 275g. Anche la struttura di supporto ha subito miglioramenti, consentendo di raggiungere una massa complessiva del blocco estrusore di circa 350g.

Questa tipologia di estrusore è considerata come riferimento per lo sviluppo del progetto in quanto permette di ottenere migliori prestazioni del sistema di movimento.

3

Il motore passo passo

3.1 Introduzione

Il motore passo-passo [11] è un motore sincrono a corrente continua con gestione elettronica senza spazzole la cui struttura interna permette di suddividere la rotazione in un grande numero di passi. Esso è composto principalmente da un rotore e uno statore. Lo statore è metallico ed è la parte strutturale fissa che funge da sostegno per una serie di elettromagneti, costituiti da avvolgimenti, installati in posizione precisa attorno al rotore. Quest'ultimo è installato su un albero dotato di cuscinetti e ruota seguendo il campo magnetico rotante creato intorno allo statore.

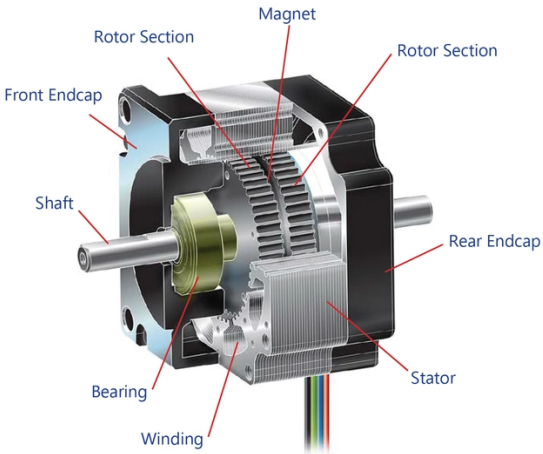


Figura 3.1: Motore passo passo

3.2 Suddivisione

Questa tipologia di motori si è sviluppata negli anni, differenziandosi in diverse categorie che si distinguono in base alle tecniche costruttive e metodo di pilotaggio, mantenendo inalterato il principio di funzionamento. In generale i tipi di motore passo-passo vengono suddivisi in:

- Motori passo-passo a magnete permanente (PMSM: Permanent Magnet Stepper Motor): integra un rotore a magnete permanente formato da vari poli/denti e uno statore a elettromagneti. Durante il funzionamento, le bobine eccitate inducono l'allineamento tra lo statore e i denti/poli del rotore. Questo tipo di motore ha coppia elevata e garantisce una precisione moderata.

- Motori passo-passo a riluttanza variabile (VRSM: Variable Reluctance Stepper Motor) : sono dotati di un rotore a denti in materiale ferromagnetico e uno statore a elettromagneti. Il principio di funzionamento deriva dalla tendenza del rotore di posizionarsi nel punto di minor resistenza magnetica (riluttanza). Quando le bobine dello statore vengono alimentate, i denti del rotore si allineano con i poli dello statore energizzato. Questo tipo di motore raggiunge velocità e risoluzioni più elevate, ma la coppia che si sviluppa è inferiore e non presenta coppia di arresto.

- Motori passo-passo ibrido (HSM: HybridStepper Motor): combina le caratteristiche delle tipologie sopra citate, combinando i loro punti forti. Lo statore è stimolato elettromagneticamente come un motore passo-passo a riluttanza variabile e il rotore ha due calotte con denti alternati ed è magnetizzato assialmente come un motore passo-passo a magneti permanenti. Questa configurazione consente di avere alta risoluzione, affidabilità, velocità e coppia di tenuta.

3.3 Motore passo passo ibrido

3.3.1 Descrizione

Negli anni, il motore passo-passo ibrido è diventato il tipo di motore passo-passo più diffuso grazie alle sue caratteristiche superiori e a un prezzo accessibile. Per questa ragione, per lo sviluppo del sistema di movimento si è optato per un motore passo passo di questa tipologia.

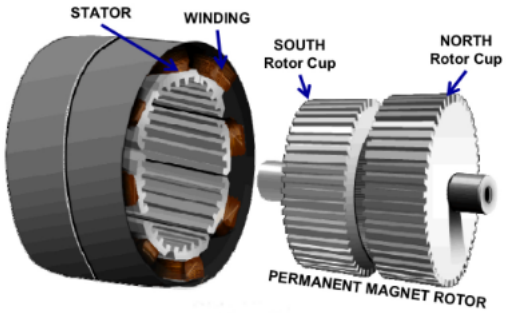


Figura 3.2: Struttura motore passo passo ibrido

Un motore passo-passo ibrido presenta un rotore costituito da una coppia di ruote dentate con un nucleo magnetico polarizzato assialmente, ognuna con p denti, affiancate e solidali all'albero. Di conseguenza, una ruota ha polarità nord mentre l'altra ha polarità sud. I denti delle due ruote sono realizzati in materiale ferromagnetico e non sono allineati tra loro; infatti vi è uno sfasamento pari a metà del passo dei denti, in modo che il dente di una ruota corrisponda alla valle dell'altra. Poiché il rotore è a magnete permanente, il motore non richiede alcun tipo di connessione elettrica tra la parte in movimento e quella fissa. In generale, il rotore è montato sulla struttura dello statore in modo da mantenere l'albero allineato tramite cuscinetti a sfera, riducendo l'attrito e garantendo movimenti più fluidi.

Lo statore costituisce la parte fissa del motore e, oltre a fungere da componente strutturale, presenta gli alloggi per gli elettromagneti. È formato da diverse lamine metalliche magnetiche progettate per massimizzare il campo magnetico generato, impilate e isolate tra loro per ridurre le perdite dovute alle correnti parassite, formando così un unico blocco solido. Le lamine presentano coppie di fori in posizioni prefissate, disposte circolarmente attorno a un foro centrale dove viene inserito il rotore. Quando le lamine sono impilate a blocco, i fori formano delle cavità lungo tutto lo statore, nelle quali vengono installati avvolgimenti di conduttori isolati, creando così degli elettromagneti a nucleo

magnetico. Quando la corrente percorre gli avvolgimenti degli elettromagneti, si forma attorno a essi un campo magnetico, con direzione e intensità che dipendono dalla corrente che li attraversa. In questo modo, alimentando adeguatamente gli elettromagneti, è possibile creare campi magnetici rotanti che consentono la rotazione del rotore. I motori passo-passo ibridi presentano solitamente statori costituiti da 4 o, più frequentemente, 8 elettromagneti.

Per semplificare la lettura, si definisce un elettromagnete con polarità nord/sud come un elettromagnete il cui polo nord/sud è rivolto verso il rotore.

Per facilitare il pilotaggio del motore, gli avvolgimenti degli elettromagneti sono raggruppati in modo ordinato in m fasi. La configurazione delle fasi è tale che gli elettromagneti adiacenti appartengano a fasi diverse e la sequenza delle fasi si ripete in modo ordinato e periodico. L'insieme degli avvolgimenti che formano una fase può essere collegato in serie o in parallelo; il tipo di collegamento influisce sulle prestazioni del sistema e sul metodo di pilotaggio, pertanto deve essere scelto con cura.

In entrambi i casi, le bobine devono essere connesse in modo che la corrente che attraversa gli avvolgimenti degli elettromagneti adiacenti appartenenti alla stessa fase li percorra in verso opposto. Ciò significa che gli avvolgimenti successivi in una fase devono avere un verso di avvolgimento opposto, creando così una sequenza alternata di avvolgimenti destrorsi e sinistrorsi. In questo modo, quando una fase viene alimentata, tutti gli elettromagneti appartenenti a quella fase vengono stimolati, ma non presentano tutti la stessa polarità; infatti, gli elettromagneti adiacenti stimolati appartenenti alla fase alimentata presentano polarità inversa. In altre parole alimentando una fase tutti gli elettromagneti che la compongono si attivano alternando la polarità, generando campi di segno opposto. Questo aspetto è molto importante e deve essere considerato per pilotare al meglio un motore passo-passo.

All'interno dello statore sono presenti piccoli denti sporgenti che si affacciano verso il rotore, organizzati in gruppi in corrispondenza degli elettromagnete. I denti dello statore sono in numero inferiore rispetto a quelli delle ruote del rotore e sono disposti in modo tale che solo i denti del gruppo degli elettromagneti energizzati siano allineati con i denti della ruota del rotore che presenta polarità magnetica opposta.

3.3.2 Funzionamento

I motori passo-passo possono essere pilotati stimolando in modo opportuno le fasi del motore attraverso degli impulsi elettrici rettangolari.

Alimentando una fase dello statore alla volta, gli elettromagneti adiacenti che la compongono vengono stimolati e assumono polarità opposte. Il campo magnetico generato interagisce con il magnete permanente del rotore, creando una forza magnetica che fa ruotare il rotore. La posizione assunta dal rotore è tale che i denti della ruota con polarità nord si allineano con i denti degli elettromagneti stimolati con polarità sud. Di conseguenza, per come è costruito il motore, anche i denti della ruota con polarità sud si allineano con i denti degli elettromagneti stimolati con polarità nord.

Una volta che il rotore si allinea con gli elettromagneti stimolati, raggiunge una condizione di equilibrio e si blocca in quella posizione. In questo stato, la forza magnetica consente al motore di opporsi a eventuali variazioni di posizione dovute a perturbazioni esterne, garantendo così il mantenimento della posizione raggiunta.

La posizione angolare assunta dal rotore in questa condizione è considerata come riferimento, a cui viene associata una posizione angolare nulla.

Se si interrompe l'alimentazione alla fase attualmente attiva e si fornisce corrente alla fase a cui appartiene l'elettromagnete subito successivo, in modo che quest'ultimo abbia la stessa polarità dell'elettromagnete appena stimolato, il rotore ruoterà fino a raggiungere una nuova condizione di allineamento, in modo analogo a quanto descritto in precedenza. Questa piccola rotazione che compie il rotore per allinearsi si definisce passo del motore e risulta pari a $\theta_{step} = 360/N_r$, dove N_r è il numero di passi del motore.

Dall'analisi si comprende che, alimentando in sequenza ciascuna fase singolarmente, è possibile stimolare gli elettromagneti per generare un campo statoriale rotante che fa ruotare il rotore passo dopo passo fino a raggiungere la posizione desiderata. Per garantire un movimento fluido, è essenziale che il campo magnetico ruoti in modo continuo. Pertanto, ogni fase deve essere alimentata in modo tale che gli elettromagneti attivi abbiano la stessa polarità degli elettromagneti adiacenti che sono stati disattivati in precedenza.

Dopo aver alimentato ciascuna fase in sequenza una sola volta, per attivare l'elettromagnete successivo mantenendo la stessa polarità è necessario invertire la corrente nella prima fase a causa della particolare configurazione degli avvolgimenti delle fasi. Così facendo il rotore assume la successiva posizione di equilibrio in modo corretto, muovendosi in modo fluido e controllato. In questa posizione il rotore ha compiuto complessivamente una rotazione pari a $\theta_m = m\,\theta_{step}$ rispetto alla posizione iniziale, corrispondente a metà del passo della ruota dentata, perciò i denti del rotore che inizialmente erano allineati con i denti dell'elettromagnete attivato, ora si trovano in corrispondenza delle valli della ruota dentata. Questo avviene perché l'elettromagnete ha invertito la sua polarità rispetto alla situazione iniziale e pertanto l'allineamento si verifica con i denti dell'altra ruota dentata del rotore.

Dopo aver alimentato tutte le fasi in sequenza con corrente inversa, per attivare l'elettromagnete successivo mantenendo la stessa polarità, è necessario alimentare nuovamente la prima fase con corrente nel verso originale. Così facendo il rotore si sposta correttamente nella successiva posizione di equilibrio. In questa posizione il rotore ha effettuato complessivamente una rotazione pari a $\theta_{2m} = 2\theta_m = 2m\theta_{step} = 360/p$ rispetto alla posizione iniziale, che corrisponde al passo dei denti del rotore, perciò i denti dello statore e del rotore sono nuovamente allineati come nella condizione iniziale.

Da questa analisi si evince che il motore mostra un comportamento periodico delle caratteristiche magnetiche in funzione dell'angolo del rotore. Infatti, il motore presenta le stesse caratteristiche a ogni rotazione del rotore corrispondente al passo dei denti della ruota del rotore.

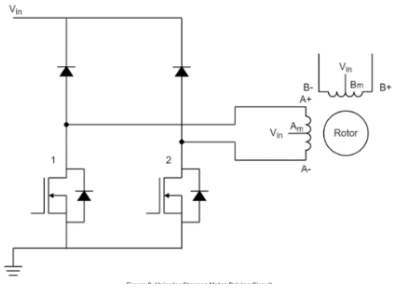
Per consentire la rotazione del rotore è necessario quindi alimentare le fasi in sequenza in modo periodico e ordinato eseguendo sequenze complete, cioè alimentando tutte le fasi prima con corrente in un verso e poi nel verso opposto. Per completare una rotazione completa del rotore, sono necessarie un numero di sequenze complete p, pari al numero di denti della ruota del rotore.

Dall'analisi sul funzionamento appena svolta è possibile ricavare il numero di passi di un motore in funzione delle caratteristiche strutturali:

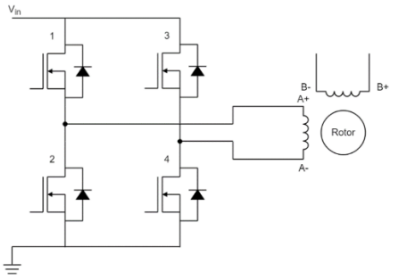
$$\begin{cases} \theta_{step} = \frac{360}{N_r} \\ \theta_m = m\,\theta_{step} \\ \theta_{2m} = 2\theta_m = 2m\theta_{step} = \frac{360}{p} \end{cases} \implies N_r = 2\,m\,p \tag{3.1}$$

3.4 Tecniche di pilotaggio

Per permettere lo scorrere della corrente in ambo i sensi si sono sviluppate due tipologie di pilotaggio:



(a) Motore passo passo unipolare



(b) Motore passo passo bipolare

3.4.1 Motori passo-passo unipolari

I motori passo-passo unipolari collegano le bobine degli elettromagneti in cascata, creando un unico avvolgimento con una presa centrale per ogni fase. Applicando una tensione costante alla presa centrale e alimentando uno dei due terminali dell'avvolgimento, è possibile controllare la direzione della corrente che scorre nel semi avvolgimento. Per gestire la commutazione, è sufficiente utilizzare un singolo transistor per ciascun semi avvolgimento.

3.4.2 Motori passo-passo bipolari

I motori passo-passo bipolari collegano le bobine degli elettromagneti in modo da formare un unico avvolgimento per fase. I vari avvolgimenti di ciascuna fase possono essere collegati in due configurazioni:

- Serie: in questa configurazione, l'induttanza e la resistenza per fase aumentano, causando una diminuzione della coppia a elevate velocità.
- Parallelo: in questa configurazione, l'induttanza e la resistenza per fase diminuiscono, garantendo prestazioni migliori in termini di coppia anche a velocità elevate.

Per consentire il passaggio della corrente in entrambe le direzioni è necessario un circuito di azionamento più sofisticato. Questa tecnica offre vantaggi prestazionali significativi che hanno portato a una maggiore diffusione, tra cui una maggiore coppia rispetto a un pilotaggio unipolare.

3.5 Tecniche di pilotaggio in catena aperta

In seguito sono trattati brevemente le tecniche di pilotaggio in catena aperta che negli anni si sono diffuse maggiormente [18] [8]:

3.5.1 Wave-Step mode

Questa tecnica consiste nell'alimentare solo una fase dello statore alla volta mediante impulsi di tensione o corrente rettangolari. In questo modo il rotore ruota posizionandosi progressivamente in corrispondenza delle posizioni di passo del motore e la velocità di rotazione è determinata dalla frequenza degli impulsi. Dunque la risoluzione massima raggiunta è pari al passo del motore.

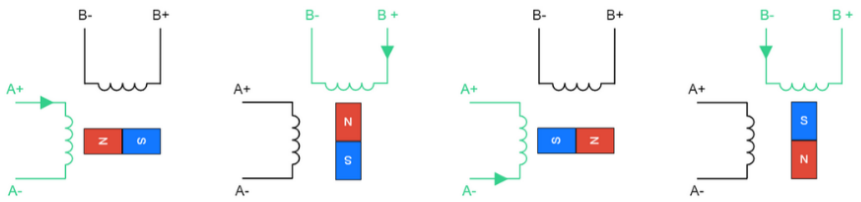


Figura 3.4: Wave Step mode

3.5.2 Full-Step mode

Questo metodo consiste nell'alimentare simultaneamente entrambe le fasi attraverso degli impulsi di tensione e corrente rettangolari che presentano la stessa ampiezza. In questo modo, il rotore si sposta posizionandosi progressivamente a metà tra la posizioni di passo del motore. Anche in questo caso la velocità di rotazione è determinata dalla frequenza degli impulsi e la risoluzione massima raggiunta da questa tecnica è pari al passo del motore. Questa tecnica consente di produrre una coppia maggiore, a fronte di un maggiore consumo energetico.

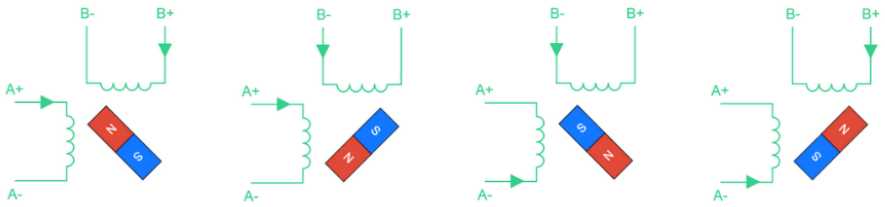


Figura 3.5: Full Step mode

3.5.3 Half-Step mode

Questa tecnica combina i principi di funzionamento delle due tecniche precedenti, consentendo di raggiungere una risoluzione pari alla metà del passo del motore. L'alimentazione viene fornita in modo alternato: prima a una singola fase e poi a entrambe le fasi simultaneamente, utilizzando impulsi di tensione o corrente rettangolari. In questo modo, il rotore ruota posizionandosi prima in corrispondenza di un passo e poi a metà passo. Anche in questo caso, la velocità di rotazione è determinata dalla frequenza degli impulsi.

Tuttavia la coppia prodotta dal motore non è costante, poiché il numero di fasi alimentate varia. Per risolvere questo problema è necessario regolare l'alimentazione delle fasi, riducendo opportunamente la corrente quando entrambe le fasi sono attive. In questo modo si ottiene una coppia costante equivalente a quella prodotta alimentando una singola fase. L'implementazione di questa tecnica richiede un circuito di pilotaggio più complesso, poiché è necessario modulare l'ampiezza del segnale di controllo.

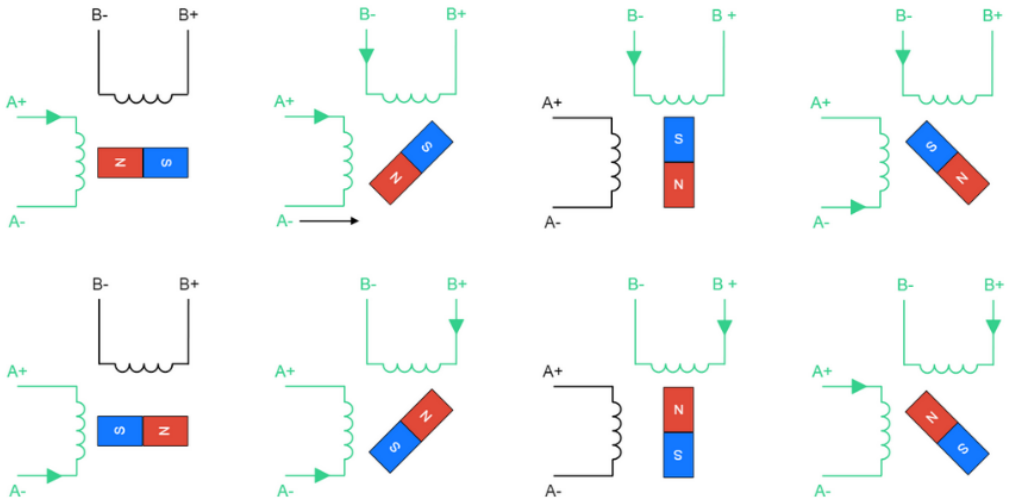


Figura 3.6: Half-Step mode

3.5.4 Microstepping

Questa tecnica rappresenta un miglioramento rispetto alla precedente, poiché consente di aumentare arbitrariamente il numero di posizioni intermedie all'interno di un passo del motore. Alimentando le fasi del motore con impulsi rettangolari di corrente o tensione opportunamente modulati in ampiezza, è possibile generare un campo magnetico statoriale che permette al rotore di stabilizzarsi idealmente in una posizione di equilibrio arbitraria, suddividendo il passo in un numero qualsiasi di posizioni intermedie. Idealmente questa tecnica permette di posizionare il rotore in una posizione arbitraria, suddividendo il passo del motore in un numero illimitato di posizioni. Tuttavia, nella pratica, è necessario stabilire un limite al numero massimo di frazionamenti, poiché si è osservato che un numero eccessivo di frazionamenti compromette l'affidabilità del posizionamento del rotore, rendendolo più suscettibile ai disturbi a causa delle non idealità del sistema. I moderni circuiti di pilotaggio consentono di suddividere il passo fino a 256 frazionamenti

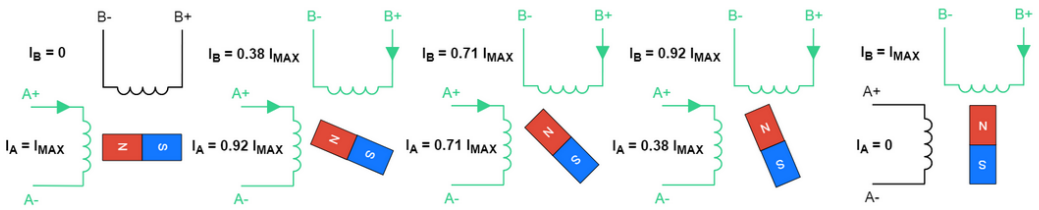


Figura 3.7: Microstepping mode

Aumentando sufficientemente il numero di passi, si riduce il caratteristico movimento a scatti del motore passo passo che rappresenta uno dei principali difetti nelle applicazioni di precisione. Per avere una coppia costante e permettere il movimento fluido, i segnali di controllo di fase assumono un andamento simile a due funzioni sinusoidali a gradini sfasate di 90 gradi e la velocità di rotazione è determinata dalla loro frequenza.

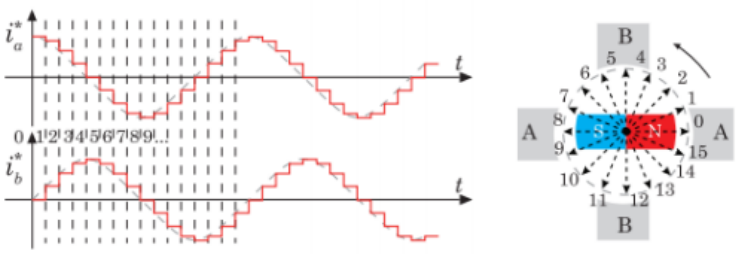


Figura 3.8: Principio funzionamento microstepping

3.5.5 Limiti pilotaggio in catena aperta

Grazie alla loro buona affidabilità, i motori passo passo vengono spesso pilotati in catena aperta, riducendo drasticamente i costi di implementazione. Infatti, applicando una delle tecniche precedentemente menzionate, per controllare un motore passo passo è sufficiente generare un segnale di controllo appropriato, composto da un numero adeguato di impulsi rettangolari, eventualmente modulati in ampiezza, per posizionare il rotore in una specifica posizione. La velocità di rotazione è determinata dalla frequenza di questi impulsi nel segnale di controllo.

Tuttavia uno dei principali problemi di questo approccio risiede sul fatto che il sistema, non avendo accesso a informazioni sulla posizione angolare del rotore, non è in grado di correggere eventuali errori di posizionamento che possono verificarsi durante il normale funzionamento. Questo risulta essere un problema notevole nei sistemi che richiedono un posizionamento accurato che implementano questa tipologia di motori, infatti è noto che i motori passo passo soffrono del cosiddetto problema di ”perdita di passo”: questo fenomeno si verifica ogni qualvolta il rotore perde la sincronizzazione con il campo magnetico statoriale poiché la coppia prodotta dal motore per lo spostamento non è sufficiente a superare il momento torcente del carico. Questo si traduce in un errore di posizionamento, poiché il rotore non riesce a spostarsi dalla sua posizione.

Per applicazioni che richiedono un’elevata precisione, come nei sistemi di posizionamento in analisi, viene solitamente implementata la tecnica di pilotaggio microstepping, che consente una maggiore accuratezza. Tuttavia questo rende il motore passo-passo più vulnerabile al fenomeno della ’perdita di passo’, poiché aumentando il numero di posizioni ammissibili, la coppia prodotta dal motore per spostarsi di una singola frazione di passo potrebbe risultare non sufficiente per superare la coppia del carico applicato.

Per risolvere questo problema è possibile implementare un controllo a catena chiusa che, grazie alle informazioni sullo stato attuale del sistema fornite da un sensore di posizione, consente di correggere prontamente eventuali errori di posizionamento. In questo modo è possibile aumentare notevolmente il numero di frazionamenti del passo, permettendo al motore di raggiungere una risoluzione di movimento molto elevata senza compromettere l’affidabilità. Ciò garantisce un posizionamento del rotore con elevata precisione e affidabilità, assicurando movimenti fluidi e precisi, caratteristiche fondamentali per i sistemi di posizionamento delle stampanti, che devono garantire una stesura uniforme e precisa del materiale.

3.6 Caratteristiche motore usato

Dati forniti dal costruttore:

Modello	ML34HD0L8500
Numero fasi	2
Numero espansioni polari	8
Numero denti rotore	50
Numero passi	200
Numero denti statore	48
Tipo di avvolgimenti	bipolare
Angolo di passo	$1.8°$
Corrente massima	$10\,A$
Coppia di tenuta	$3.8\,Nm$
Resistenza per fase	$0.126\,\Omega$
Induttanza per fase	$1.13\,mH$
Coppia residua	$90\,mNm$
Inerzia rotore	$940\,gcm^2$

Tabella 3.1: Caratteristiche motore [10]

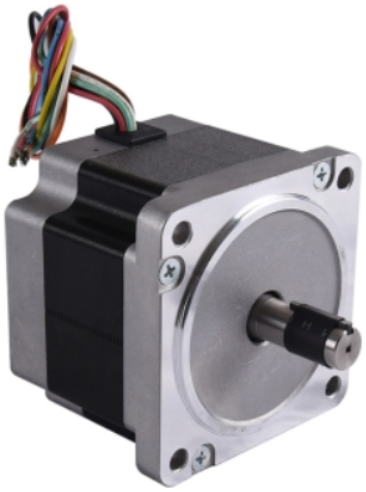


Figura 3.9: Motore utilizzato

4

Modello matematico

4.1 Angolo elettrico

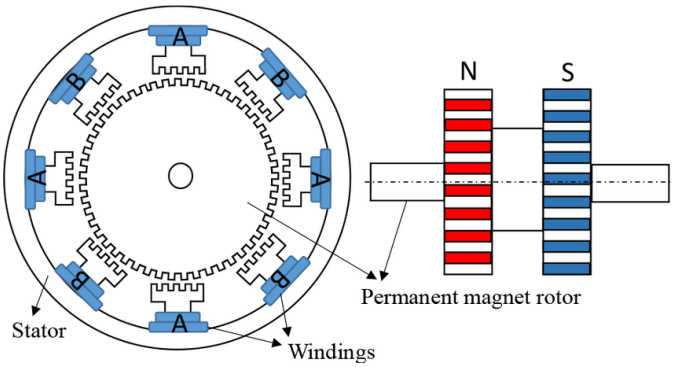


Figura 4.1: Struttura interna motore passo passo

Per lo studio del modello matematico si assume che il circuito magnetico sia lineare, pertanto si suppone che il motore non presenti saturazione del flusso magnetico e si considera trascurabile l'induzione mutua tra le fasi.

Dall'analisi del funzionamento del motore è emerso che le caratteristiche magnetiche [9] seguono un comportamento periodico in relazione alla posizione angolare. Questo fenomeno è dovuto alla struttura del motore che presenta denti sporgenti sia nel rotore che nello statore. Quando il rotore ruota, i denti del rotore si allineano e si disallineano con i denti dello statore, causando variazioni nel flusso magnetico attraverso il traferro. Queste variazioni si ripetono ciclicamente con il movimento del rotore, risultando in un'induzione magnetica che varia periodicamente in funzione della posizione angolare

del rotore. In particolare si osservano massimi quando i denti sono allineati e minimi quando i denti dello statore si trovano in corrispondenza delle valli dei denti del rotore.

Si può concludere che le caratteristiche magnetiche presentano una periodicità angolare di $360/p$, noto come periodo elettrico del motore, che coincide con il passo angolare dei denti della ruota del rotore.

Grazie a questa osservazione è possibile semplificare l'analisi del comportamento del motore introducendo il concetto di angolo elettrico [4][8]:

$$\theta_e(t) = p\,\theta(t) \tag{4.1}$$

dove p rappresenta il numero di denti di ciascuna ruota del rotore e $\theta(t)$ è l'angolo attuale del rotore.

Utilizzando il concetto di angolo elettrico nell'analisi del motore, il modello diventa più semplice e intuitivo, in quanto invece di dover considerare tutte le p coppie di poli magnetici presenti nel rotore è possibile trattare quest'ultimo come una singola coppia di poli che ruota p volte rispetto all'angolo meccanico. Inoltre nel caso di un motore bifase, questa trasformazione consente di considerare le fasi come due coppie di poli magnetici separate da un angolo elettrico di 90 gradi. Questo approccio semplifica notevolmente l'analisi del motore e facilita la comprensione delle sue dinamiche operative.

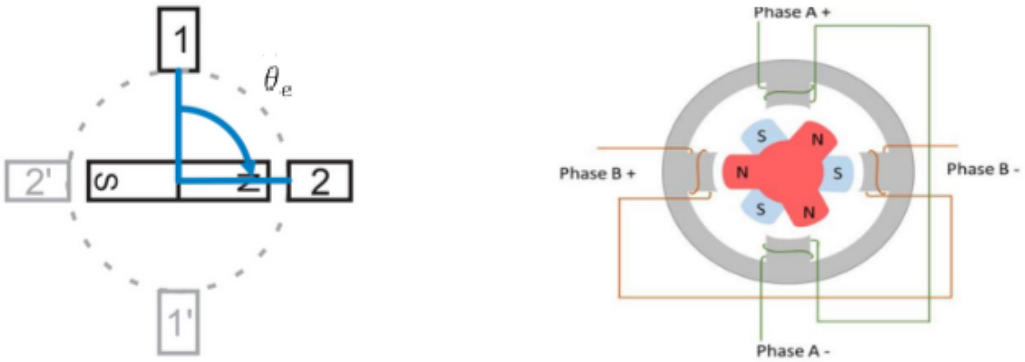


Figura 4.2: Modello semplificato attraverso trasformazione angolo elettrico

Lo studio del modello di un motore passo-passo ibrido [5, 4, 12] è suddiviso in due sezioni: l'analisi del modello elettrico e l'analisi del modello meccanico. Le equazioni ottenute da queste analisi possono essere successivamente combinate per ottenere il modello completo.

4.2 Modello elettrico

Per facilitare l'analisi è utile ricavare il circuito equivalente di Thevenin per ciascuna fase, esaminando il comportamento elettrico del motore.

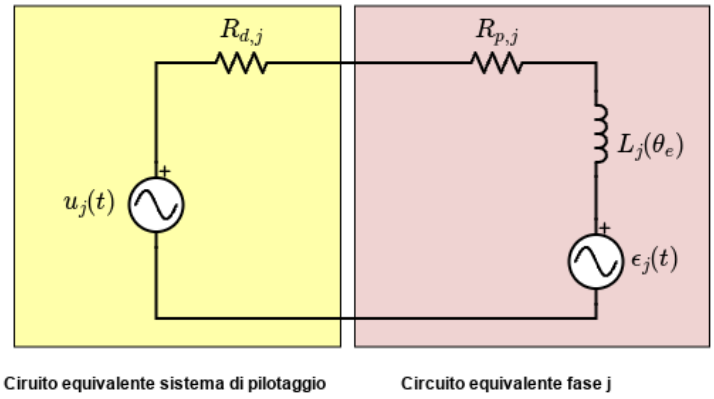


Figura 4.3: Circuito equivalente fase j

- $R_{p,j}$ resistenza equivalente della fase del motore che tiene conto della resistenza del conduttore di cui sono composti gli avvolgimenti degli elettromagneti.
- $R_{d,j}$ resistenza equivalente del circuito di pilotaggio.
- $u_j(t)$ forza elettromotrice applicata alla fase.
- $L_j(\theta_e)$ induttanza in funzione dell'angolo elettrico.
- $\epsilon_i(t)$ forza elettromotrice indotta dalla variazione di flusso del campo magnetico generato dal magnete permanente del rotore concatenato alla spira.

Come già osservato, la presenza dei denti sporgenti nel rotore e nello statore influisce sulle proprietà magnetiche del motore, le quali variano in base alla posizione del rotore. La porzione del rotore che partecipa al circuito magnetico cambia in funzione dell'angolo di rotazione, provocando una variazione della resistenza magnetica, nota come riluttanza. Essa è direttamente legata alla dimensione del traferro tra i denti dello statore e del rotore: maggiore è lo spazio tra di essi, maggiore sarà la riluttanza. Di conseguenza varia periodicamente in funzione della posizione angolare del rotore, con periodo fondamentale pari al periodo elettrico del motore, raggiungendo valori minimi quando i denti del rotore sono allineati con quelli dello statore e valori massimi quando i denti dello statore si trovano in corrispondenza delle valli del rotore.

La variazione di riluttanza può essere integrata nel modello del motore considerando un'induttanza di fase $L_j(\theta_e)$ descritta in funzione della posizione elettrica del rotore. Questa induttanza risulta periodica, con periodo fondamentale pari al periodo elettrico del motore, poiché è strettamente legata ad altre grandezze magnetiche. Può essere modellizzata attraverso uno sviluppo in serie di Fourier:

$$\begin{aligned} L_\alpha(\theta_e) &= L_{0\alpha} + \sum_{r=1}^{\infty} L_{r\alpha} \cos(r\,\theta_e + \phi_{L_{\alpha,r}}) \approx L_{0\alpha} + \sum_{r=1}^{N} L_{r\alpha} \cos(r\,\theta_e + \phi_{L_{\alpha,r}}) \\ L_\beta(\theta_e) &= L_{0\beta} - \sum_{r=1}^{\infty} L_{r\beta} \cos(r\,\theta_e + \phi_{L_{\beta,r}}) \approx L_{0\beta} - \sum_{r=1}^{N} L_{r\beta} \cos(r\,\theta_e + \phi_{L_{\beta,r}}) \end{aligned} \tag{4.2}$$

Pertanto si può osservare che l'induttanza è composta da una componente costante L_{0j} fornita dall'autoinduttanza della fase j e da un contributo che varia in funzione dell'angolo elettrico. Il termine L_{rj} rappresenta il contributo dell'armonica r alla formazione di quest'ultima componente. Basandosi su quanto riportato in letteratura, essa può essere approssimata:

$$L_\alpha(\theta_e) \approx L_{0\alpha} + L_{2\alpha} \cos(2\theta_e) \qquad L_\beta(\theta_e) \approx L_{0\beta} - L_{2\beta} \cos(2\theta_e) \tag{4.3}$$

Infatti è stato osservato sperimentalmente [12] che la seconda armonica contribuisce in misura maggiore alla componente descritta in funzione della posizione elettrica. Inoltre è emerso che l'autoinduzione della fase rappresenta il contributo predominante nella caratterizzazione dell'induttanza.

Applicando la legge di Kirchhoff delle tensioni al circuito equivalente della fase j, si ottiene la seguente equazione:

$$u_j(t) = \eta(t) + v_j(t) \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.4}$$

- $u_j(t)$ forza elettromotrice che alimenta la fase j
- $\eta_j(t)$ caduta di tensione causata dal passaggio di corrente attraverso un conduttore con resistenza. Può essere modellizzato mediante la legge di Ohm:

$$\eta_j(t) = R_j i_j(t) \tag{4.5}$$

  - $i_j(t)$ è la corrente che scorre nella fase j
  - $R_j = R_{p,j} + R_{d,j}$ è la resistenza complessiva che presenta la fase j.

- $v_j(t)$ forza elettromotrice indotta nella fase a causa delle variazioni del flusso del campo magnetico concatenato con essa.

Il flusso del campo magnetico concatenato agli avvolgimenti della fase j in un motore passo-passo ibrido può essere espresso come la somma di due contributi:

$$\psi_j(t) = \lambda_j(t) + \gamma_j(t) \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.6}$$

- $\lambda_j(t)$ rappresenta il contributo generato dal flusso del campo magnetico prodotto dall'induttanza della fase

$$\lambda_j(t) = L_j(\theta_e(t))i_j(t) \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.7}$$

- $\gamma_j(t)$ rappresenta il contributo generato dal campo magnetico del magnete permanente presente nel rotore. Risulta anch'esso periodico, con periodo fondamentale pari al periodo elettrico del motore, pertanto può essere modellizzato attraverso uno sviluppo in serie di Fourier:

$$\begin{aligned} \gamma_\alpha(t) &= \sum_{r=1}^{\infty} \psi_r \cos(r\theta_e(t) + \phi_r) \approx \sum_{r=1}^{P} \psi_r \cos(r\theta_e(t) + \phi_r) \\ \gamma_\beta(t) &= \sum_{r=1}^{\infty} \psi_r \sin(r\theta_e(t) + \phi_r) \approx \sum_{r=1}^{P} \psi_r \sin(r\theta_e(t) + \phi_r) \end{aligned} \tag{4.8}$$

  Anche in questo caso è possibile considerare la versione semplificata:

$$\gamma_\alpha(t) \approx \psi_M \cos(\theta_e(t)) \quad \gamma_\beta(t) \approx \psi_M \sin(\theta_e(t)) \tag{4.9}$$

  in quanto è stato verificato sperimentalmente [12] che la prima armonica è quella che contribuisce maggiormente. La costante ψ_M rappresenta la costante di flusso magnetico caratteristica del motore.

Grazie alla legge di Faraday, è possibile modellizzare la forza elettromotrice indotta nella fase in seguito a una variazione del flusso magnetico concatenato con essa.
Questa forza elettromotrice si genera per opporsi alla variazione del flusso, pertanto ha un segno opposto rispetto alla forza elettromotrice che alimenta la fase.

$$v_j(t) = \frac{d\psi_j(t)}{dt} = \frac{d\lambda_j(t)}{dt} + \frac{d\gamma_j(t)}{dt} = \mu_j(t) + \epsilon_j(t) \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.10}$$

- $\mu_j(t)$ rappresenta il contributo fornito dalla forza elettromotrice indotta generata dalla variazione del flusso del campo magnetico prodotto dall'induttanza

$$\mu_j(t) = \frac{d\lambda_j(t)}{dt} = \frac{dL_j(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)}\frac{d\theta_e(t)}{dt}i_j(t) + L_j(\theta_e(t))\frac{di_j(t)}{dt} \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.11}$$

- $\epsilon_j(t)$ rappresenta il contributo fornito dalla forza elettromotrice indotta generata dalla variazione del flusso del campo magnetico del magnete permanente a causa della rotazione del rotore

$$\epsilon_j(t) = \frac{d\gamma_j(t)}{dt} \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.12}$$

sostituendo si ottiene:

$$\begin{aligned} \epsilon_\alpha(t) &\approx -\sum_{r=1}^{P} r\psi_r \frac{d\theta_e(t)}{dt}\sin(r\theta_e(t) + \phi_r) \approx -\psi_M \sin(\theta_e(t))\frac{d\theta_e(t)}{dt} \\ \epsilon_\beta(t) &\approx \sum_{r=1}^{P} r\psi_r \frac{d\theta_e(t)}{dt}\cos(r\theta_e(t) + \phi_r) \approx \psi_M \cos(\theta_e(t))\frac{d\theta_e(t)}{dt} \end{aligned} \tag{4.13}$$

4.2.1 Modello elettrico completo

Combinando quanto ricavato si ottiene la seguente equazione differenziale che descrive il comportamento elettrico della fase j del motore:

$$\begin{aligned} \frac{di_j(t)}{dt} &= \frac{1}{L_j(\theta_e(t))}\left(u_j(t) - i_j(t)R_j - \frac{dL_j(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)}\frac{d\theta_e(t)}{dt}i_j(t) - \epsilon_j(t)\right) \qquad j = \alpha, \beta \\ \epsilon_\alpha(t) &\approx -\psi_M \sin(\theta_e(t))\frac{d\theta_e(t)}{dt} \\ \epsilon_\beta(t) &\approx \psi_M \cos(\theta_e(t))\frac{d\theta_e(t)}{dt} \end{aligned} \tag{4.14}$$

Ricordando la definizione di angolo elettrico (4.1) e definendo $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$

$$\begin{aligned} \frac{di_j(t)}{dt} &= \frac{1}{L_j(p\theta(t))}\left(u_j(t) - i_j(t)R_j - \frac{dL_j(p\theta(t))}{d(p\theta(t)))}p\omega(t)i_j(t) - \epsilon_j(t)\right) \qquad j = \alpha, \beta \\ \epsilon_\alpha(t) &\approx -p\psi_M \sin(p\theta(t))\omega(t) \\ \epsilon_\beta(t) &\approx p\psi_M \cos(p\theta(t))\omega(t) \end{aligned} \tag{4.15}$$

4.3 Modello meccanico

Applicando la legge del corpo rigido relativa alla conservazione del momento è possibile esprimere la coppia impressa dal motore con la seguente equazione:

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} = \sum_i \tau_i(t) = \tau_{em}(t) - \tau_{vf}(t) - \tau_{dm}(t) - \tau_l(t) \tag{4.16}$$

dove:

- $\tau_{em}(t)$ coppia elettromagnetica prodotta dal motore
- $\tau_{vf}(t)$ coppia dovuta all'attrito viscoso
- $\tau_{dm}(t)$ coppia residua
- $\tau_l(t)$ coppia di carico

4.3.1 Modellizzazione coppia elettromagnetica

La coppia elettromagnetica è generata dalle forze magnetiche che agiscono sul rotore a causa del campo magnetico creato dagli avvolgimenti stimolati presenti nello statore e da campo magnetico prodotto dal magnete permanente del rotore.

La potenza elettrica fornita dal circuito di pilotaggio alla fase j può essere espressa nel seguente modo:

$$\frac{dE_j(t)}{dt} = u_j(t)i_j(t) \tag{4.17}$$

Considerando quanto esaminato nella modellizzazione elettrica:

$$u_j(t) = \eta_j(t) + \nu_j(t) = i_j(t)R_j + \frac{dL_j(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)}\frac{d\,\theta_e(t)}{dt}i_j(t) + L_j(\theta_e(t))\frac{d\,i_j(t)}{dt} + \epsilon_j(t) \tag{4.18}$$

Effettuando la sostituzione, si ottiene:

$$\frac{dE_j(t)}{dt} = i_j^2(t)\,R_j + \frac{d\,L_j(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)}\frac{d\,\theta_e(t)}{dt}i_j(t)^2 + i_j(t)\,L_j(\theta_e(t))\frac{d\,i_j(t)}{dt} + \epsilon_j(t)\,i_j(t)$$
$$j = \alpha, \beta \tag{4.19}$$

Applicando il principio di conservazione della potenza:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(E_\alpha(t) + E_\beta(t)\right) = \frac{dE_{diss}(t)}{dt} + \frac{dE_{im}(t)}{dt} + \frac{dE_{rt}(t)}{dt} + \frac{dE_{pmt}(t)}{dt} \tag{4.20}$$

- Il primo termine rappresenta un contributo infinitesimo all'energia dissipata sotto forma di calore a causa delle componenti resistive attraverso cui scorre la corrente.

$$\frac{dE_{diss}(t)}{dt} = i_\alpha(t)^2 R_\alpha + i_\beta(t)^2 R_\beta \tag{4.21}$$

- Il secondo termine rappresenta un contributo infinitesimo all'energia immagazzinata sotto forma di campo magnetico a causa dell'induttanza.

$$\frac{dE_{im}(t)}{dt} = i_\alpha(t) L_\alpha(\theta_e(t)) \frac{di_\alpha(t)}{dt} + i_\beta(t) L_\beta(\theta_e(t)) \frac{di_\beta(t)}{dt} \tag{4.22}$$

- Il terzo termine rappresenta un contributo infinitesimo all'energia generata dal momento di riluttanza. Questo momento si origina dalla forza che agisce sul rotore, inducendolo a ruotare fino a raggiungere una configurazione di minima riluttanza, ovvero quando i denti del rotore e dello statore sono allineati.

$$\frac{dE_{rt}(t)}{dt} = \frac{dL_\alpha(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)} \frac{d\theta_e(t)}{dt} i_\alpha(t) + \frac{dL_\beta(\theta_e(t))}{d\theta_e(t)} \frac{d\theta_e(t)}{dt} i_\beta(t) \tag{4.23}$$

  Questo termine è presente fintanto si considera l'induttanza descritta in funzione dell'angolo elettrico del rotore.

- Il quarto termine rappresenta un contributo infinitesimo all'energia prodotta dal momento torcente generato dalla forza magnetica che agisce sul rotore a causa dell'interazione tra il campo magnetico creato dagli avvolgimenti dello statore e quello prodotto dal magnete permanente del rotore.

$$\begin{aligned} \frac{dE_{pmt}(t)}{dt} &= \epsilon_\alpha(t) i_\alpha(t) + \epsilon_\beta(t) i_\beta(t) \\ \approx -\psi_M \frac{d\theta_e(t)}{dt} \sin(\theta_e(t)) i_\alpha(t) &+ \psi_M \frac{d\theta_e(t)}{dt} \cos(\theta_e(t)) i_\beta(t) \end{aligned} \tag{4.24}$$

Le componenti che contribuiscono alla coppia elettromagnetica sono

$$\frac{dE_{torq}(t)}{dt} = \frac{dE_{rt}(t)}{dt} + \frac{dE_{pmt}(t)}{dt} \tag{4.25}$$

Ricordando la relazione:

$$\frac{dE_{torq}(t)}{dt} = \tau_{em}(t)\frac{d\theta(t)}{dt} = \tau_{em}(t)\omega(t) \tag{4.26}$$

e applicando la definizione di angolo elettrico (4.1) è possibile esprime la coppia elettromagnetica in funzione dell'angolo meccanico:

$$\tau_{em} = \frac{1}{\omega(t)}\frac{dE_{torq}(t)}{dt} =$$
$$p\frac{dL_\alpha(p\theta(t))}{d\left(p\theta(t)\right)}i_\alpha(t) + p\frac{dL_\beta(p\theta(t)}{d\left(p\theta(t)\right)}i_\beta(t) - \psi_M p\sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \psi_M p\cos(p\theta(t))i_\beta(t) \tag{4.27}$$

4.3.2 Modellizzazione coppia dovuta all'attrito viscoso

Il memento dovuto all'attrito viscoso può essere modellizzato come

$$\tau_{vf}(t) = B\omega(t) \tag{4.28}$$

dove B è il coefficiente di attrito viscoso che deve essere stimato attraverso misurazioni sperimentali e $\omega(t)$ la velocità angolare.

4.3.3 Modellizzazione coppia residua

Il momento residuo (detent torque) è generato dalla forza di attrazione puramente magnetica che si stabilisce tra il magnete permanente del rotore e i denti sporgenti dello statore. A causa della struttura del motore, questo momento presenta un comportamento periodico, con un periodo fondamentale corrispondente al periodo elettrico del motore. Può essere modellizzato attraverso uno sviluppo in serie di Fourier

$$\tau_{det}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k sin(k\theta_e(t) + \phi_k) \tag{4.29}$$

Si è visto sperimentalmente [12] che la seconda armonica ha contributo maggiore. Perciò può essere approssimata.

$$\tau_{det}(t) = T_{dm}\sin(2\theta_e(t)) \tag{4.30}$$

dove T_{dm} è detta costante di coppia residua del motore.

4.3.4 Modellizzazione coppia di carico

La coppia del carico può essere considerata come un disturbo che tiene in considerazione i rumori e i disturbi non inclusi nel modello poiché di entità minore.

4.3.5 Modello meccanico completo

Combinando quanto ricavato si ottiene la seguente la seguente equazione differenziale che descrive il comportamento meccanico del motore passo passo:

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega(t)}{dt} &= \frac{1}{J}\left(\tau_{em}(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \\
\tau_{em} &= p\frac{dL_\alpha(p\theta(t))}{d\left(p\theta(t)\right)}i_\alpha(t) + p\frac{dL_\beta(p\theta(t)}{d\left(p\theta(t)\right)}i_\beta(t) \\
&-\psi_M p\sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \psi_M p\cos(p\theta(t))i_\beta(t)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

4.4 Modello motore passo passo completo

Combinando le equazioni che descrivono il modello elettrico (4.15) e il modello meccanico (4.31), si ottiene il seguente modello:

$$\begin{cases}
\frac{di_\alpha(t)}{dt} = \frac{1}{L_\alpha(p\theta(t))}\left(u_\alpha(t) - i_\alpha(t)R_\alpha - \frac{dL_\alpha(p\theta(t))}{d(p\theta(t)))}p\omega(t)i_\alpha(t) - \epsilon_\alpha(t)\right) \\
\frac{di_\beta(t)}{dt} = \frac{1}{L_\beta(p\theta(t))}\left(u_\beta(t) - i_\beta(t)R_\beta - \frac{dL_\beta(p\theta(t))}{d(p\theta(t)))}p\omega(t)i_\beta(t) - \epsilon_\beta(t)\right) \\
\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(\tau_{em}(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \\
\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}
\end{cases} \tag{4.32}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_\alpha(t) &\approx -p\psi_M\sin(p\theta(t))\omega(t) \\
\epsilon_\beta(t) &\approx p\psi_M\cos(p\theta(t)(t))\omega(t) \\
\tau_{em} &= p\frac{dL_\alpha(p\theta(t))}{d\left(p\theta(t)\right)}i_\alpha(t) + p\frac{dL_\beta(p\theta(t)}{d\left(p\theta(t)\right)}i_\beta(t) \\
&-\psi_M p\sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \psi_M p\cos(p\theta(t))i_\beta(t)
\end{aligned}$$

4.5 Modello semplificato

Il modello descritto considera un'induttanza che si compone di un termine costante, rappresentato dall'autoinduttanza, e di una componente variabile in funzione dell'angolo elettrico. Tuttavia si è osservato che quest'ultima componente ha un'influenza minore rispetto al contributo dell'autoinduzione. Pertanto è possibile derivare un modello semplificato del sistema, partendo dal modello completo, in cui si considera un'induttanza per fase costante $L_j = L_{0,j} \quad j = \alpha, \beta$ che tiene conto esclusivamente del termine di autoinduzione. Nei successivi paragrafi sono riportati gli aspetti fondamentali e le differenze più importanti tra i due modelli.

4.5.1 Modello elettrico semplificato

Partendo dal modello elettrico completo (4.15) e rimuovendo la dipendenza dall'angolo elettrico dell'induttanza, l'equazione che descrive il comportamento elettrico del motore risulta:

$$\frac{di_j(t)}{dt} = \frac{1}{L_j}\left(u_j(t) - i_j(t)R_j - \epsilon_j(t)\right) \qquad j = \alpha, \beta \tag{4.33}$$

dove la forza elettromotrice indotta $\epsilon_j(t)$ può essere espressa come:

$$\begin{aligned} \epsilon_\alpha(t) &= -\psi_M p \sin(p\theta(t))\omega(t) \\ \epsilon_\beta(t) &= \psi_M p \cos(p\theta(t))\omega(t) \end{aligned} \tag{4.34}$$

4.5.2 Modello meccanico semplificato

Nel modello meccanico semplificato, l'unico elemento che subisce una modifica rispetto al modello completo è la coppia elettromagnetica. Come già menzionato, eliminando dall'induttanza la componente che dipende dall'angolo, il contributo del momento di riluttanza viene a mancare.

Pertanto, la coppia elettromagnetica si presenta nella seguente forma:

$$\tau_{em}(t) = \frac{1}{\omega(t)}\frac{dE_{pmt}(t)}{dt} = \frac{1}{\omega(t)}\left(\epsilon_\alpha(t)i_\alpha(t) + \epsilon_\beta(t)i_\beta(t)\right) \tag{4.35}$$

Può essere espressa introducendo il valore approssimato della forza elettromotrice indotta ϵ_i nelle fasi:

$$\tau_{em} \approx \frac{1}{\omega(t)}\left(-\psi_M \sin(\theta_e(t))\frac{d\theta_e(t)}{dt}i_\alpha(t) + \psi_M \cos(\theta_e(t))\frac{d\theta_e(t)}{dt}i_\beta(t)\right) \tag{4.36}$$

Ricordando la relazione tra angolo elettrico e angolo meccanico (4.1) si ottiene:

$$\tau_{em}(t) \approx -\psi_M p \sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \psi_M p \cos(p\theta(t))i_\beta(t) \tag{4.37}$$

Pertanto, partendo dal modello meccanico completo (4.31) e sostituendo quanto appena esposto, è possibile ricavare la seguente equazione differenziale che descrive il comportamento meccanico del motore:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(\tau_{em}(t) - \tau_{vf}(t) - \tau_{dm}(t) - \tau_l(t)\right) \approx$$
$$\frac{1}{J}\left(-\psi_M p \sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \psi_M p \cos(p\theta(t))i_\beta(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \tag{4.38}$$

4.5.3 Modello motore passo passo semplificato

Combinando tutte le equazioni, si ottiene il seguente modello:

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha(t)}{dt} = \frac{1}{L_\alpha}\left(u_\alpha(t) - i_\alpha(t)R_\alpha + \psi_M p \sin(p\theta(t))\omega(t)\right) \\ \frac{di_\beta(t)}{dt} = \frac{1}{L_\beta}\left(u_\beta(t) - i_\beta(t)R_\beta - \psi_M p \cos(p\theta(t))\omega(t)\right) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(\tau_{em}(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \\ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \end{cases} \tag{4.39}$$

$$\tau_{em}(t) = -\psi_M p \sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \psi_M p \cos(p\theta(t))i_\beta(t) \tag{4.40}$$

In genere, tenendo conto della simmetria costruttiva del motore e dei collegamenti elettrici, le fasi presentano approssimativamente le stesse caratteristiche elettriche:

$$L_\alpha = L_\beta = L \qquad R_\alpha = R_\beta = R \tag{4.41}$$

Inoltre si definisce costante di coppia del motore:

$$K_m = p\psi_M \tag{4.42}$$

Questa costante è caratteristica di ogni motore passo passo e dipende intrinsecamente dal numero di denti del rotore e dalle caratteristiche costruttive e magnetiche del motore.

Applicando quanto esposto, il modello complessivo risulta essere:

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(u_\alpha(t) - i_\alpha(t)R + K_m \sin(p\theta(t))\omega(t)\right) \\ \frac{di_\beta(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(u_\beta(t) - i_\beta(t)R - K_m \cos(p\theta(t))\omega(t)\right) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(\tau_{em}(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \\ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \end{cases} \tag{4.43}$$

$$\tau_{em} = K_m\left(-\sin(p\theta(t))i_\alpha(t) + \cos(p\theta(t))i_\beta(t)\right)$$

La seguente immagine riporta l'implementazione in Simulink del modello:

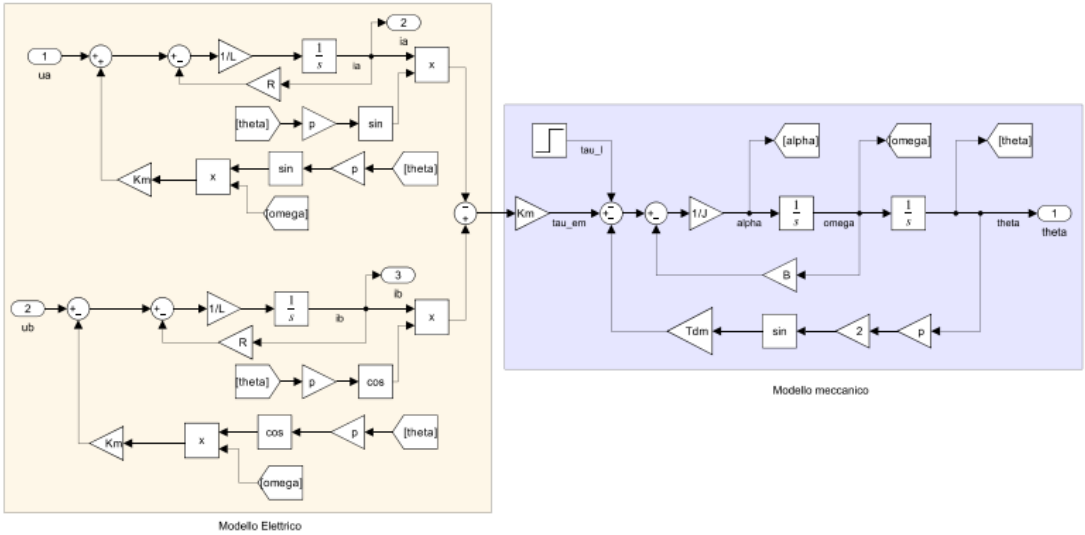


Figura 4.4: Simulink modello semplificato

Per questa analisi la coppia di carico è considerata come un rumore costante. Essa può essere stimata in modo più accurato per migliorare le prestazioni del sistema.

4.6 Momento d'inerzia

Il calcolo del momento d'inerzia costituisce un aspetto critico nella modellizzazione del sistema al fine di ottenere un modello accurato dell'apparato. Questo processo può risultare piuttosto complesso, pertanto comunemente si utilizza un valore approssimato, ottenuto con un'adeguata precisione impiegando le equazioni standard relative a forme geometriche regolari.

Il sistema di movimento CoreXY è composto da due sistemi di cinghie incrociate, ciascuno azionato da un motore, disposti in modo speculare e operanti in modo indipendente. I due sistemi presentano caratteristiche equivalenti; pertanto, calcolando l'inerzia esercitata sull'albero di un solo motore in modo indipendente, è possibile considerare lo stesso valore anche per l'altro motore.

Per calcolare l'inerzia totale applicata all'albero del motore in un sistema di movimento basato su cinghie è fondamentale considerare non solo l'inerzia del rotore e dell'albero, ma anche il carico a esso collegato. È quindi necessario includere nel modello il contributo inerziale dell'intero meccanismo di movimento, composto dalla cinghia di trasmissione, dalla puleggia di trasmissione e dalle pulegge di tensionamento, insieme al carico applicato al sistema, che in questo caso è rappresentato dal blocco estrusore.

Tutte le pulegge hanno lo stesso raggio, quindi l'inerzia complessiva applicata all'albero motore può essere modellizzata come

$$J = J_{enc} + J_{rot} + J_{ext} + J_{belt} + J_{tp} + \sum_i J_{ip,i} \tag{4.44}$$

- J_{enc} contributo al momento d'inerzia fornito dall'encoder
- J_{rot} contributo al momento d'inerzia fornito dal rotore e dall'albero motore
- J_{ext} contributo al momento d'inerzia fornito dall'estrusore
- J_{belt} contributo al momento d'inerzia fornito dalla cinghia di distribuzione
- J_{tp} contributo al momento d'inerzia fornito dalla puleggia di distribuzione
- $J_{ip,i}$ contributo al momento d'inerzia fornito dall' i-esime puleggia di tensionamento

Poiché tutte le pulegge di tensionamento sono uguali $J_{ip,i} = J_{ip}$, il momento d'inerzia complessivo può essere riscritto come

$$J = J_{enc} + J_{rot} + J_{ex} + J_{belt} + J_{tp} + 4J_{ip} \tag{4.45}$$

4.6.1 Calcolo inerzia encoder

Il contributo al momento d'inerzia fornito dall'encoder deve essere stimato sperimentalmente. Un valore tipico è:

$$J_{enc} = 0.2 \cdot 10^{-6}\, kgm^2 \tag{4.46}$$

4.6.2 Calcolo inerzia rotore

Il momento d'inerzia del rotore tiene conto sia del contributo del rotore stesso che di quello dell'albero a esso collegato. Esso è fornito dal produttore:

$$J_{rot} = 9.4 \cdot 10^{-5}\, kgm^2 \tag{4.47}$$

4.6.3 Calcolo inerzia estrusore

Per il calcolo del momento d'inerzia, il carico applicato sulla cinghia rappresentato dal blocco estrusore, può essere approssimato come una massa puntiforme che ruota attorno alla puleggia di distribuzione. Pertanto il momento di inerzia può essere calcolato come:

$$J_{ext} = m_{ext}\, r^2 = 1.26 \cdot 10^{-5}\, Kg\, m^2 \tag{4.48}$$

sapendo che la massa del blocco estrusore è $m_{ext} = 350\, g$ e il raggio della puleggia $r = 6\, mm$.

4.6.4 Calcolo inerzia cinghia

In modo analogo al caso precedente, la cinghia può essere modellizzata come una massa puntiforme che ruota attorno alla puleggia di trazione e la sua inerzia può essere calcolata come:

$$J_{belt} = m_{belt}\, r^2 = 8.64 \cdot 10^{-7}\, Kg\, m^2 \tag{4.49}$$

sapendo che la massa della cinghia di distrubuzione è $m_{belt} = 24\, g$ e il raggio della puleggia $r = 6\, mm$.

4.6.5 Calcolo inerzia puleggia di distribuzione

La puleggia di distribuzione può essere considerata come un cilindro cavo che ruota attorno al proprio asse, dunque la sua inerzia può essere calcolata come:

$$J_{tp} = \frac{1}{2} m_{tp}(r_o^2 + r_i^2) = 1.2252 \cdot 10^{-7}\, Kg\, m^2 \tag{4.50}$$

dove la massa della puleggia di distribuzione $m_{tp} = 5.8\, g$, il raggio esterno $r_o = 6\, mm$ e il raggio interno $r_i = 2.5\, mm$.

4.6.6 Calcolo inerzia puleggia di tensionamento

In modo analogo a quanto appena descritto, anche la puleggia di tensionamento può essere considerata come un cilindro cavo che ruota attorno al proprio asse. La sua inerzia è data da:

$$J_{ip} = \frac{1}{2} m_{ip}(r_o^2 + r_i^2) = 5.915 \cdot 10^{-8}\, Kg\, m^2 \tag{4.51}$$

dove la massa della puleggia di tensionamento $m_{ip} = 2.8\, g$, il raggio esterno $r_o = 6\, mm$ e il raggio interno $r_i = 2.5\, mm$.

4.6.7 Momento di inerzia complessivo

Dopo aver calcolato tutti i contributi, si ottiene che il contributo complessivo del momento d'inerzia applicato sull'albero di ciascun motore è pari a:

$$J = J_{enc} + J_{belt} + J_{ex} + J_{rot} + J_{tp} + 4J_{ip} = 1.0802 \cdot 10^{-4} Kg\, m^2 \tag{4.52}$$

4.7 Modello circuito pilotaggio

Per pilotare un motore passo-passo, una delle tecniche più diffuse consiste nel controllare un circuito di potenza tramite un segnale di controllo digitale PWM generato da un microcontrollore.

4.7.1 Modulazione PWM

La modulazione PWM (Pulse Width Modulation) è una tecnica utilizzata per regolare la potenza elettrica media. Essa consiste nel variare la larghezza di un treno di impulsi, modificando il rapporto tra il tempo in cui l'impulso è alto e quello in cui è basso all'interno di un periodo di commutazione fisso. Applicando questo segnale di controllo al circuito di potenza, esso viene amplificato, fornendo alla fase del motore il valore medio di tensione desiderato. In questo modo è possibile modulare opportunamente l'ampiezza del segnale di tensione fornito alla fase del motore.

Il segnale PWM è periodico e può essere espresso mediante sviluppo in serie di Fourier[14]:

$$
\begin{gathered}
x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \, cos(n \, w_{pwm} \, t) \\
a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \, dt = \frac{T_1}{T} \quad a_n = \frac{2}{n \, \pi} \, sin(n\pi \frac{T_1}{T}) \quad w_{pwm} = \frac{2\pi}{T}
\end{gathered}
\tag{4.53}
$$

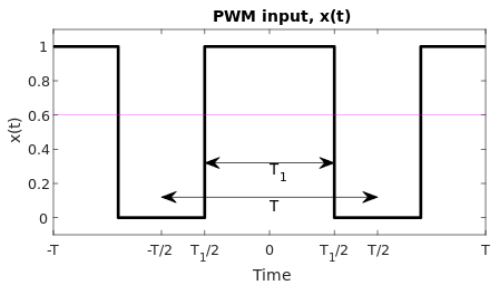


Figura 4.5: Segnale PWM

Per questo tipo di applicazioni, generalmente il segnale PWM presenta una frequenza compresa tra 25kHz-125kHz.

4.7.2 Circuito di potenza

Nella maggior parte dei casi, i circuiti di pilotaggio dei motori passo-passo si basano su un circuito di potenza composto da interruttori digitali, noto come ponte H. Questo circuito permette, attivando opportunamente gli interruttori, di far scorrere la corrente nella fase in entrambe le direzioni.

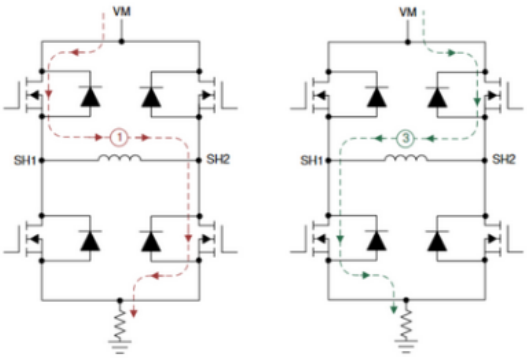


Figura 4.6: Ponte H

Il funzionamento di un ponte H è quello di un sistema a commutazione, pertanto è necessario adottare un sistema switching per modellarlo. Non è possibile descrivere il suo comportamento tramite una funzione di trasferimento, a meno che non si considerino esclusivamente gli effetti che provoca nel sistema, cioè solo il ritardo temporale corrispondente al periodo del segnale PWM.

Il ponte H scelto per il progetto presenta le seguenti caratteristiche:

Modello	Ti DRV8262
Numero di ponti H	2
Massima frequenza PWM	200KHz
Tensione	4.5-65 V
Corrente	0-10 A
Impedenza	$100m\Omega$

Tabella 4.1: Caratteristiche ponte H

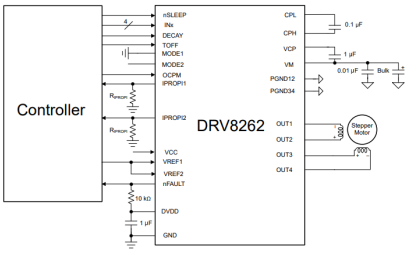


Tabella 4.2: Schema ponte H

4.7.3 Modello complessivo

Il sistema collegato al microcontrollore, che comprende il ponte H e la fase del motore, si comporta come un filtro passa basso, attenuando le armoniche del segnale di controllo. Per controllare adeguatamente un motore la frequenza di PWM deve essere significativamente superiore alla banda passante del motore, pertanto si può concludere che tutte le armoniche del segnale PWM vengono eliminate, mantenendo inalterata solo la componente costante. Quest'ultima rappresenta il valore di controllo desiderato; dunque l'effetto del circuito di pilotaggio sulla fase può essere approssimato come un semplice ritardo temporale, pari a un periodo del segnale PWM.

Il ritardo temporale del sistema di pilotaggio è molto ridotto rispetto alla dinamica del sistema a cui è collegato, quindi non influisce in modo significativo il comportamento complessivo del motore e per questa ragione, spesso viene trascurato.
Infatti scegliendo la frequenza minima consigliata di PWM $f_{pwm} = 25\,kHz$, il ritardo temporale risulta pari a $T_{pwm} = 1/f_{pwm} = 40\mu s$ ed essendo molto ridotto per modellizzarlo è sufficiente utilizzare un'approssimazione di Padè (0,1):

$$e^{-sT_{pwm}} \approx \frac{1}{\frac{sT_{pwm}}{2} + 1} \tag{4.54}$$

Pertanto il sistema di pilotaggio può essere modellizzato attraverso una funzione di trasferimento di un filtro passa basso del primo ordine, con una costante di tempo pari alla metà del periodo del segnale PWM. Perciò anche scegliendo la frequenza minima di PWM, il filtro passa basso presenta un polo a frequenza molto elevata rispetto alla banda del motore, risultando poco influente nella caratterizzazione del sistema e quindi può essere trascurato. A maggior ragione, questa approssimazione sussiste se si considerano frequenza di PWM maggiori della frequenza minima.

Per modellizzare correttamente il sistema di pilotaggio bisogna tenere in considerazione le limitazioni di corrente e tensione dettate del circuito di pilotaggio, modellizzabili attraverso delle saturazioni. Inoltre bisogna considerare nel modello elettrico del motore la resistenza del ponte H che contribuisce alla resistenza $R_{d,j}$.

5

Sensori usati

5.1 Misurazione corrente

Per misurare la corrente che circola nelle fasi del motore è stato inserito, in serie alla fase, un resistore di shunt con una resistenza molto piccola in modo da minimizzare l'effetto che esso provoca nel sistema. Per questo scopo si è scelto un resistore con resistenza $R_{shunt} = 0.1\Omega$.

Misurando la caduta di potenziale ai suoi capi e noto il valore della resistenza, è possibile ricavare il valore della corrente che circola nel ramo applicando la legge di Ohm:

$$i_{phase}(t) = \frac{v_{shunt}(t)}{R_{shunt}} \tag{5.1}$$

La resistenza di shunt sommata alla resistenza caratteristica del ponte H, definiscono la resistenza del driver da inserire nel modello elettrico del motore:

$$R_{d,j} = R_{H-bridge} + R_{shunt} = 0.2\Omega \tag{5.2}$$

5.2 Misurazione posizione

Per misurare la posizione dell'albero motore si è optato per un encoder incrementale ottico. Gli encoder sono dispositivi di misura che trasformano i movimenti rotazionali in segnali elettrici. In particolare, gli encoder rotativi di tipo incrementale sono trasduttori elettromeccanici che generano impulsi elettrici in base agli incrementi di posizione angolare di un asse rispetto a una posizione di riferimento.

Nel caso di un encoder ottico rotativo, il sistema di lettura si basa sulla rotazione di un disco graduato, che presenta un reticolo radiale composto da linee opache alternate a spazi trasparenti. Il disco è illuminato perpendicolarmente da una sorgente di raggi infrarossi e i ricevitori, opportunamente posizionati, rilevano le variazioni di luce che si verificano con il movimento del disco e le convertono in impulsi elettrici corrispondenti. Contando gli impulsi elettrici inviati dal sensore è possibile determinare la posizione angolare dell'albero del motore.

L'encoder scelto per questo progetto presenta le seguenti caratteristiche:

Modello	ADI Trinamic TMCS-28-5-10000-AT-01
Risoluzione	40000 cpt(count per revolution)
Diametro albero	5mm

Tabella 5.1: Caratteristiche encoder usato

Figura 5.1: Encoder usato

Esso presenta elevate prestazioni a un prezzo moderato ed è progettato per essere utilizzato con i motori passo passo. Un encoder di questo tipo può essere modellizzato come un quantizzatore uniforme con passo di quantizzazione pari a $\frac{2\pi}{40000}$.

5.3 Misurazione velocità

L'encoder fornisce un segnale che descrive istante per istante la posizione angolare assunta dall'albero del motore. Sapendo che $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ è possibile ricavare la velocità angolare del motore $\omega(t)$ derivando il segnale fornito dall'encoder.

L'operazione di derivata non è fisicamente implementabile in modo diretto in quanto non è causale. Si può considerare una sua versione approssimata causale applicando il segnale a un filtro passa alto con pulsazione caratteristica maggiore rispetto alla banda del segnale da derivare.

Nella pratica usualmente si applica un filtro passa banda adeguatamente progettato che porta a un notevole miglioramento rispetto all'implementazione tramite un semplice filtro passa alto, in quanto permette di approssimare l'operazione di derivata per tutte le pulsazioni inferiori alla pulsazione caratteristica ω_c e attenuare eventuali rumori presenti ad alta frequenza. Il filtro implementato presenta la seguente funzione di trasferimento:

$$\begin{gathered} H(s) = \frac{\omega_c^2 s}{s^2 + 2\delta\omega_c + \omega_c^2} \\ \delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \omega_c = 2\pi f_c \quad f_c = 120Hz \end{gathered} \tag{5.3}$$

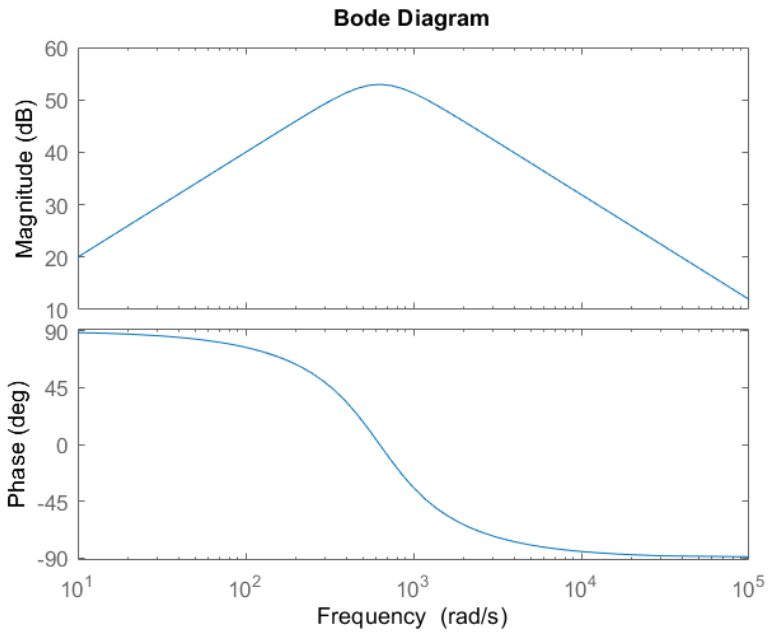


Figura 5.2: Bode filtro

6 Controllo

6.1 Introduzione

Per il controllo della posizione in catena chiusa di un motore passo-passo, nel tempo si è consolidato un approccio che prevede l'implementazione in cascata di più controllori[12] [6]. Questo particolare metodo di controllo viene applicato a processi in cui una grandezza secondaria misurabile influenza in modo diretto una grandezza primaria.

Per poter controllare in modo efficace il motore, si implementa la tecnica FOC (Field Oriented Control) che consente di controllare la coppia generata dal motore attraverso un'adeguata corrente di alimentazione. Per poter implementare efficacemente questa tecnica è necessario un controllo in retroazione per la corrente, a cui si aggiunge in cascata un controllore in retroazione per la velocità e infine un controllore in retroazione per la posizione.

Questo approccio permette di raggiungere maggiori prestazioni e permette di avere maggiore flessibilità nel controllo, poiché permette di gestire diversi aspetti su cui altrimenti non sarebbe possibile intervenire. I principali vantaggi sono:

- Flessibilità: è possibile agire singolarmente su ogni stadio di controllo, potendo cosi controllare opportunamente le variabile secondarie e migliorare in questo modo le prestazioni complessive del sistema. Ad esempio è possibile modificare opportunamente il riferimento di un controllore intermedio, aggiungendo un contributo adeguato per compensare un disturbo noto. In questo modo la compensazione risulta molto più efficace rispetto al metodo tradizionale di Feedforward, in quanto si ha un controllo diretto sulla grandezza influenzata dal disturbo.

- Limitazioni valori massimi: il controllo frammentato di più grandezze fisiche permette di limitare i valori massimi in uscita dai controllori. In questo modo è possibile tenere in considerazione le limitazioni imposte dal sistema fisico, prevenendo comportamenti indesiderati che potrebbero ridurre le prestazioni o compromettere il funzionamento dell'apparato.
- Maggiori prestazioni e controllori singoli più semplici: i controllori singoli per ogni stadio di controllo risultano più semplici poiché i benefici dei controllori più interni si ripercuotono all'esterno. Questo permette inoltre di raggiungere complessivamente prestazioni superiori, in quanto più controllori agiscono sulle variabili del sistema.
- Resistenza ai disturbi: garantisce una maggiore resistenza ai disturbi, in quanto i controllori più interni, progettati per essere progressivamente più rapidi, contribuiscono alla riduzione dei disturbi che influenzano la porzione di sistema da loro controllata, riducendone gli effetti sul sistema esterno.

6.1.1 Parametri modello

Analizzando i datasheet dei componenti e studiando il sistema è possibile ricavare i seguenti parametri:

$$L = L_j = 1.13\text{mH} \quad j = \alpha, \beta$$
$$R = R_j = R_{j,d} + R_{j,p} = 0.2\Omega + 0.126\Omega = 0.326\Omega \quad j = \alpha, \beta$$
$$p = 50$$
$$T_{dm} = 90 \cdot 10^{-3} Nm$$
$$J = 1.08 \cdot 10^{-4} Kg\, m^2$$

I rimanenti parametri che caratterizzano il modello devono essere stimati sperimentalmente sull'appartato reale. Al fine di progettare il controllore, per i parametri mancanti sono stati usati i seguenti valori indicativi:

$$K_m = p\psi_M = 0.23\, N/A\, m$$
$$B = 8 \cdot 10^{-3}\, N\, s\, m/rad$$

Bisogna inoltre tenere in considerazioni le limitazioni in tensione e corrente dettate dal circuito di pilotaggio:

$$u_j^{max} = 65V \quad i_j^{max} = 10A \qquad j = \alpha, \beta \tag{6.1}$$

6.2 Field Oriented Control

6.2.1 Introduzione

Questa tecnica consente di controllare la coppia prodotta da un motore passo-passo attraverso un cambio di coordinate che trasforma le grandezze elettriche e magnetiche da un sistema di riferimento statico rispetto alle fasi dello statore ($\alpha - \beta$ frame) a un sistema di riferimento rotante solidale al rotore ($d - q$ frame).

Questo cambio di coordinate stabilisce una relazione diretta tra corrente e coppia del motore, permettendo così di controllare la coppia erogata dal motore semplicemente utilizzando un controllore di corrente. Il successo della tecnica FOC nel corso degli anni è attribuibile alla sua semplicità e alle eccellenti prestazioni, che includono la riduzione dei consumi, il miglioramento dei tempi di transitorio e una maggiore fluidità nei movimenti.

6.2.2 Descrizione

Alimentando le fasi di un motore passo passo, si stimolano gli elettromagneti presenti nello statore che generano un campo magnetico che interagisce con il magnete permanente del rotore producendo una forza magnetica. Se il magnete permanente e il campo magnetico non sono allineati, la forza è direzionata in modo da favorire l'allineamento, generando un momento torcente che fa ruotare il rotore.

Questa forza può essere scomposta in due componenti: una componente radiale, chiamata forza diretta F_d, che genera una forza di compressione e quindi non contribuisce al momento torcente, e una componente tangenziale F_q, ortogonale rispetto alla componente radiale, nota come forza in quadratura, che genera coppia. L'intensità di queste due componenti può essere descritta in funzione dell'angolo elettrico (4.1), in particolare, la componente F_q raggiunge il suo valore massimo e F_d il valore minimo quando il flusso magnetico prodotto dal rotore è ortogonale al flusso magnetico generato dallo statore. Al contrario, quando i flussi sono paralleli, F_q risulta minima e F_d massima.

Il campo magnetico generato dallo statore è strettamente legato alle correnti fornite agli elettromagneti, perciò per agevolare l'analisi è conveniente definire uno spazio vettoriale per le correnti. La scelta più naturale per il sistema di riferimento è un sistema fisso solidale alle fasi dello statore, noto come sistema $\alpha - \beta$ frame, scegliendo come base i vettori di corrente di fase $i_\alpha(t), i_\beta(t)$.

Controllando adeguatamente le correnti di fase è possibile generare un campo magnetico statoriale che ruota mantenendosi sempre ortogonale al campo magnetico prodotto dal rotore. Così facendo è possibile minimizzare la forza diretta F_d e massimizzare la forza in quadratura F_q, affinché il motore possa produrre la coppia desiderata in modo efficiente, minimizzando il consumo energetico.

Per generare un campo con queste caratteristiche, la tecnica FOC suggerisce di applicare un cambio di coordinate allo spazio delle correnti, portando il sistema da un riferimento fisso rispetto le correnti di fase ($\alpha - \beta$ frame) a un sistema di riferimento rotante solidale al rotore, detto $d - q$ frame.

Il cambio di coordinate da $\alpha - \beta$ frame a $d - q$ frame è detto trasformata diretta di Park:

$$\begin{cases} u_d = u_\alpha \cos(\theta_e) + u_\beta \sin(\theta_e) \\ u_q = -u_\alpha \sin(\theta_e) + u_\beta \cos(\theta_e) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_d = i_\alpha \cos(\theta_e) + i_\beta \sin(\theta_e) \\ i_q = -i_\alpha \sin(\theta_e) + i_\beta \cos(\theta_e) \end{cases} \tag{6.2}$$

Il cambio di coordinate da $d - q$ frame a $\alpha - \beta$ frame è detto trasformata inversa di Park:

$$\begin{cases} u_\alpha = u_d \cos(\theta_e) - u_q \sin(\theta_e) \\ u_\beta = u_d \sin(\theta_e) + u_q \cos(\theta_e) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_\alpha = i_d \cos(\theta_e) - i_q \sin(\theta_e) \\ i_\beta = i_d \sin(\theta_e) + i_q \cos(\theta_e) \end{cases} \tag{6.3}$$

Applicando questo cambio di coordinate è possibile controllare il contributo delle due forze, poiché la corrente $i_q(t)$ determina direttamente F_q, mentre la corrente $i_d(t)$ determina la forza F_d.

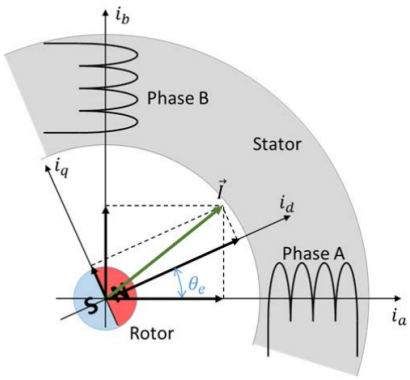


Figura 6.1: Rappresentazione corrente nei diversi sistemi di riferimento

6.3 Modello in d-q frame

Applicando questo cambio di coordinate al modello semplificato del motore (4.43), si ottiene il seguente modello equivalente nel sistema di riferimento $d-q$ frame:

$$\begin{cases} \frac{di_d(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_d(t) + pLi_q(t)\omega(t) + u_d(t)\right) \\ \frac{di_q(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_q(t) - pLi_d(t)\omega(t) + u_q(t) - K_m\omega(t)\right) \\ \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(K_m i_q(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \\ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \end{cases} \tag{6.4}$$

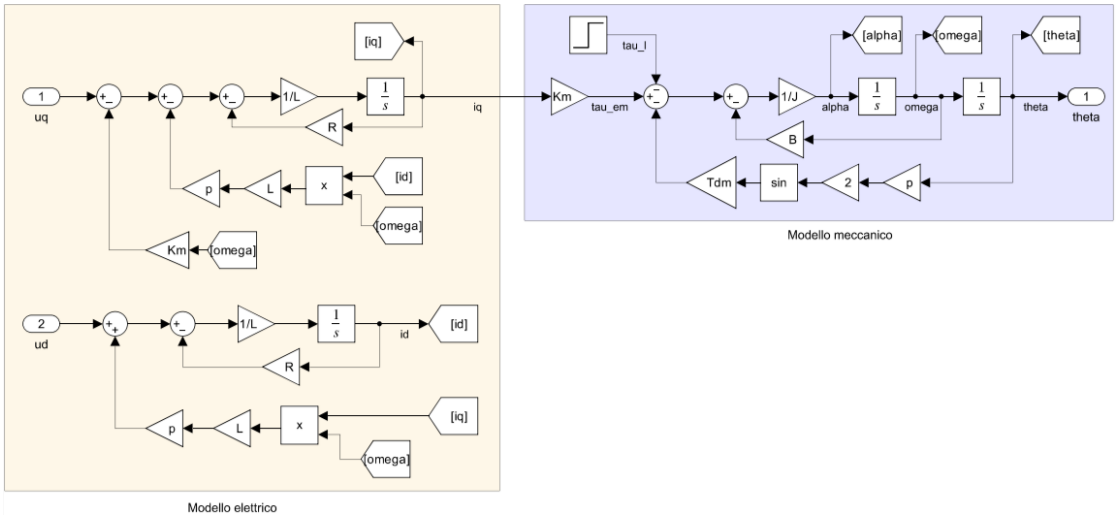


Figura 6.2: Simulink modello in d-q frame

In questo modello, la coppia elettromagnetica generata dal motore $\tau_{em} = K_m i_q(t)$ è proporzionale al valore della corrente $i_q(t)$ secondo la costante di coppia K_m caratteristica del motore. Questo giustifica l'attribuzione del nome alla suddetta costante di coppia.

Il metodo FOC suggerisce di applicare un controllore per la corrente $i_q(t)$ per avere un controllo della coppia prodotta dal motore e un controllore alla corrente $i_d(t)$, impostando come riferimento da seguire $i_d^*(t) = 0A$, per minimizzare il contributo di F_d. In questo modo si minimizzano i consumi e si massimizza la coppia prodotta dal motore.

È quindi vantaggioso sviluppare i controllori basandosi sul modello equivalente nel sistema di riferimento $d-q$ frame (6.4) e successivamente implementarli in un sistema di controllo che, attraverso opportuni cambi di riferimento, possa interagire con il motore reale che opera nel sistema di riferimento $\alpha-\beta$ frame.

6.4 Caratteristiche controllore

La progettazione dei controllori in cascata richiederebbe di essere affrontata come un generico problema di inseguimento, ma può essere ricondotta a un più semplice problema di regolazione per l'inseguimento di segnali costanti, progettando i controllori in modo che la loro dinamica risulti sufficientemente veloce da garantire un adeguato inseguimento dei segnali di riferimento forniti in ingresso.

Il sistema di controllo è stato opportunamente sviluppato in quanto presenta controllori interni progressivamente più rapidi, progettati per garantire una risposta sufficientemente veloce da consentire un inseguimento adeguato dei segnali di riferimento. Questo approccio consente l'utilizzo di controllori semplici, come i controllori PID.

6.4.1 Descrizione controllore PID

Un controllore PID $C(s)$ si presenta con la seguente funzione di trasferimento:

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D\, s \tag{6.5}$$

in cui compaiono 3 contributi: un contributo proporzionale (P), un contributo integrale (I) e un contributo derivativo (D). Quest'ultimo non è proprio perciò non implementabile in un controllore reale. Nella pratica per rendere il termine proprio si usa una sua versione filtrata, aggiungendo un polo a una pulsazione molto maggiore della banda del sistema controllato $P(s)$ in modo che non ne alteri il comportamento.

La versione filtrata del controllore PID assume una funzione di trasferimento de tipo

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D\, s}{1 + \tau_L\, s} \tag{6.6}$$

La progettazione di un controllore PID consiste nel calcolare il valore delle costanti che lo caratterizzano basandosi sulla funzione di trasferimento del processo da controllare $P(s)$ e nelle specifiche che deve rispettare il sistema in catena chiusa.

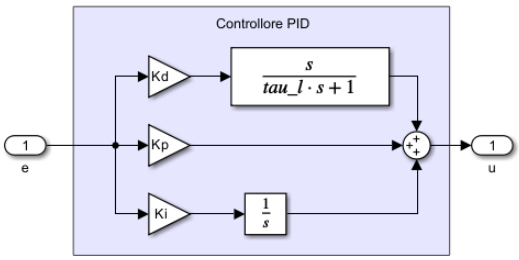


Tabella 6.1: Struttura controllore PID

6.4.2 Obiettivi del controllore

Il sistema in catena aperta può essere espresso mediante $G(s) = C(s)P(s)$ e il sistema in catena chiusa in retroazione negativa unitaria risulta $W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$.

Le specifiche sono tipicamente fornite nel dominio del tempo e tipicamente riguardano i parametri che caratterizzano la risposta forzata del sistema in catena chiusa con ingresso un gradino unitario. In generale le specifiche riguardano [1]:

- Rapidità della risposta che può essere caratterizzata in termini di:
  - Tempo di salita t_r: il tempo necessario affinché l'uscita entri (per la prima volta) in un fissato intorno $\gamma \in [0, 1]$, tipicamente $\gamma = 5\%$, del valore a regime $y(+\infty)$.

    $$t_r[\gamma] := \min \left\{ t \geq 0 : |y(t) - y(+\infty)| \leq \gamma |y(+\infty)| \right\} \tag{6.7}$$

    Di solito la specifica richiede un tempo di salita t_r minore di un valore critico t_r^*: $t_r \leq t_r^*$.
  - Tempo di assestamento t_s: il tempo necessario affinché l'uscita si assesti definitivamente in un fissato intorno $\gamma \in [0, 1]$, tipicamente $\gamma = 5\%$, del valore a regime $y(+\infty)$.

    $$t_s[5\%] := \min \left\{ t \geq 0 : \forall \tau \geq t, |y(\tau) - y(+\infty)| \leq \gamma |y(+\infty)| \right\} \tag{6.8}$$

    Di solito la specifica richiede un tempo di assestamento t_s minore di un valore critico t_s^*: $t_s \leq t_s^*$.
- Massima sovraelongazione percentuale s: massimo scostamento relativo percentuale rispetto al valore a regime $y(+\infty)$:

  $$s := \left(\sup_{t \in \mathbb{R}_+} \frac{y(t) - y(+\infty)}{y(+\infty)} \cdot 100 \right) \% = \left(\frac{y(t_p) - y(+\infty)}{y(+\infty)} \cdot 100 \right) \% \tag{6.9}$$

  dove si definisce tempo di picco

  $$t_p = \arg\max_t y(t) \tag{6.10}$$

  Di solito la specifica richiede una sovraelongazione percentuale s minore di un valore critico s^*: $s \leq s^*$.

- Errore a regime percentuale e: errore percentuale a regime rispetto al segnale di riferimento canonico $u(t)$ gradino unitario.

$$e := \left(\lim_{t \to +\infty} \frac{u(t) - y(t)}{u(t)} \cdot 100 \right) \% \tag{6.11}$$

  Di solito la specifica richiede un errore a regime percentuale e minore di un valore critico e^*: $e \leq e^*$.

  Usando il teorema del valore finale è possibile calcolare errore a regime percentuale rispetto al segnale canonico desiderato:

$$e = 100\,(1 - W(0)) = 100 \left(1 - \frac{G(0)}{1 + G(0)} \right) = \frac{100}{1 + P(0)C(0)} \tag{6.12}$$

  Le specifiche sull'errore a regime per un segnale in ingresso $u(t)$ gradino unitario sono automaticamente rispettate se $G(s) = \frac{1}{s^\nu}\tilde{G}(s)$ dove $\nu \geq 1$ e $\tilde{G}(0) \neq 0$.

  In altre parole l'errore a regime è nullo rispetto al segnale canonico gradino unitario se il processo $P(s)$ ha almeno un polo nell'origine o se il controllore PID implementa un azione integrale (I) e il processo $P(s)$ non presenta zeri nell'origine $P(s) \neq 0$.

6.4.3 Progettazione PID dominio delle frequenze

Una delle tecniche di sviluppo più consolidate per un controllore PID è la progettazione nel dominio delle frequenze [15]. Questo metodo può essere applicato solo a sistemi LTI $P(s)$ con una funzione di trasferimento propria con tutti i poli a parte reale non negativa e si basa principalmente su due parametri definiti nel dominio delle frequenze. Per un generico processo $P(s)$ si definisce:

- la pulsazione di attraversamento $\omega_c^P \in \mathbb{R}_+ : |P(j\omega_c^P)| = 1$
- il margine di fase $\phi_{PM}^P = \angle P(j\omega_c^P) + 180°$

con assunzione che esista un'unica pulsazione di attraversamento.

Il controllore $C(s)$ è progettato nel dominio delle frequenze in modo che il sistema in catena aperta $G(s) = P(s)C(s)$ presenti pulsazione di attraversamento ω_c^* e un margine di fase ϕ_{PM}^* desiderati.

Per poter determinare i parametri del controllore PID è necessario mappare le specifiche di sistema dal dominio del tempo al dominio delle frequenze.

Dalla teoria dei sistemi del secondo ordine [17] è noto che qualunque sistema in catena chiusa asintoticamente stabile può essere approssimato come un sistema del secondo ordine che presenta guadagno costante k_{DC}, margine di fase ϕ_{PM} e pulsazione di attraversamento ω_c uguale al sistema originale.

Considerando una generica funzione di trasferimento di un sistema in catena aperta $G(s)$ in modo che il corrispondente sistema in catena chiusa con retroazione negativa unitaria $W(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$ sia asintoticamente stabile. È possibile caratterizzare $G(s)$ attraverso i seguenti parametri:

- Guadagno continuo equivalente:

$$k_{DC}^G = \frac{G(0)}{1 + G(0)} \tag{6.13}$$

- Coefficiente di smorzamento equivalente:

$$\xi_G = \begin{cases} \frac{\tan \phi_{PM}^G}{2\sqrt[4]{1+tan^2\phi_{PM}^G}} & \text{se } \phi_{PM} \in (0, \phi_{PM}^{max}) \quad \phi_{PM}^{max} = \tan^{-1} \frac{2}{\sqrt{\sqrt{5}-2}} \\ 1 \qquad altrimenti \end{cases} \tag{6.14}$$

- Frequenza natura non smorzata equivalente

$$\omega_n^G = \frac{\omega_c^G}{\sqrt{\sqrt{1 + 4\xi_G^4} - 2\xi_G^2}} \tag{6.15}$$

La funzione di trasferimento che approssima il sistema in catena chiusa è

$$W_{II}^G = k_{DC}^G \frac{(w_n^G)^2}{s^2 + 2\xi_G \omega_n^G s + (\omega_n^G)^2} \tag{6.16}$$

Inoltre è possibile approssimare la funzione di trasferimento del sistema in catena aperta $G_{II}^G(s)$ che porta necessariamente ad avere $W_{II}^G(s) = \frac{G_{II}^G(s)}{1+G_{II}^G(s)}$ quando $k_{DC}^G \neq 1$:

$$G_{II}^G(s) = \frac{(\omega_n^G)^2}{s(s + 2\xi_G \omega_n^G)} \tag{6.17}$$

Inoltre, grazie alla teoria dei sistemi del secondo ordine, è possibile mettere in relazione le prestazioni nel dominio del tempo con i parametri utili alla progettazione del controllore nel dominio delle frequenze. Per un sistema del secondo ordine stabile privo di zeri, sussistono le seguenti relazioni:

- Tempo di salita t_r:

$$t_r^G[5\%] = \frac{1}{\omega_n^G} \frac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}(\xi_G)}{\sqrt{1-\xi_G^2}} \approx \frac{2.5}{\omega_n^G} \quad \forall \xi \in (\frac{1}{4}, \frac{3}{4}) \tag{6.18}$$

- Sovraelongazione percentuale massima s

$$t_p^G = \frac{\pi}{\omega_n^G \sqrt{1-\xi_G^2}} \qquad s_G = \left(e^{-\frac{\pi \xi_G}{\sqrt{1-\xi_G^2}}} \cdot 100 \right) [\%] \tag{6.19}$$

Da questa relazione è possibile esprimere il coefficiente di smorzamento

$$\xi_G = \sqrt{\frac{\ln^2 s_G}{\pi^2 + \ln^2 s_G}} \quad s_G \in (0, 1] \tag{6.20}$$

- Tempo di assestamento t_s

$$t_s^G[5\%] \leq \frac{1}{\omega_n^G} \frac{-\ln\left(0.05\sqrt{1-\xi_G^2}\right)}{\xi_G} \approx \frac{4}{\xi_G \omega_n^G} \quad \xi_G \in (0, 0.9) \tag{6.21}$$

- Pulsazione di attraversamento ω_c e margine di fase ϕ_{PM}

$$\omega_c^G = \omega_n^G \sqrt{\sqrt{1+4\xi_G^4} - 2\xi_G^2} \approx \omega_n^G \tag{6.22}$$

$$\phi_{PM}^G = \tan^{-1} \frac{2\xi_G}{\sqrt{\sqrt{1+4\xi_G^4} - 2\xi_G^2}} \approx \frac{360}{\pi} \xi_G \tag{6.23}$$

Unendo quanto appena trovato è possibile convertire le specifiche della risposta del sistema in catena chiusa, definite nel dominio del tempo, nei parametri ω_c^* e ϕ_{PM}^*, definiti nel dominio delle frequenze, utili per la progettazione del controllore.

Tipicamente non è necessario usare il controllore PID completo per soddisfare tutte le specifiche richieste. È una buona pratica infatti usare il minor numero di azioni possibile in quanto ciascuna azione presenta degli effetti collaterali.

Per rendere più agevole la progettazione del controllore è utile ricordare che il contributo del controllore alla pulsazione di attraversamento desiderata ω_c^* può essere espresso come:

$$C(j\omega_c^*) = ae^{j\alpha} \tag{6.24}$$

dove si indica con $a = |C(j\omega_c^*)|$ il guadagno e con $\alpha = \angle C(j\omega_c^*)$ la fase.

Ricordando che per un sistema in catena aperta espresso come $G(s) = C(s)P(s)$:

$$|G(j\omega)| = |P(j\omega)||C(j\omega)| \quad \angle G(j\omega) = \angle P(j\omega) + \angle C(j\omega) \tag{6.25}$$

è possibile ricavare il guadagno a che deve assumere il controllore $C(s)$ alla pulsazione ω_c^* affinché il sistema in catena aperta $G(s) = C(s)P(s)$ presenti la pulsazione di attraversamento desiderata ω_c^*:

$$|G(j\omega_c^*)| = |P(j\omega_c^*)||C(j\omega_c^*)| = |P(j\omega_c^*)|a = 1 \implies a := |C(j\omega_c^*)| = \frac{1}{|P(j\omega_c^*)|} \tag{6.26}$$

e la fase α che deve assumere il controllore $C(s)$ alla pulsazione ω_c^* affinché il sistema in catena aperta $G(s) = C(s)P(s)$ presenti il margine di fase desiderato ϕ_{PM}^*:

$$\begin{aligned} &\angle G(j\omega_c^*) + 180° = \angle P(j\omega) + \angle C(j\omega) + 180° = \angle P(j\omega) + \alpha + 180° = \phi_{PM}^* \\ &\implies \alpha := \angle C(j\omega_c^*) = \phi_{PM}^* - \angle P(j\omega_c^*) - 180° = \phi_{PM}^* - \phi_{PM}^P(\omega_c^*) \end{aligned} \tag{6.27}$$

Così facendo è possibile convertire i parametri ω_c^* e ϕ_{PM}^*, definiti nel dominio delle frequenze, in specifiche relative al guadagno e fase che deve presentare il controllore $C(s)$ alla pulsazione di attraversamento desiderata ω_C^*.

È possibile riassumere i casi di utilizzo nella seguente tabella:

		$P(0) = \infty$	$P(0) \leq \infty$
$\phi_{PM}^P(\omega_c^*) \geq \phi_{PM}^* + 90°$	$\alpha \leq -90°$	I	I
$\phi_{PM}^* \leq \phi_{PM}^P(\omega_c^*) < \phi_{PM}^* + 90°$	$0 \geq \alpha > -90°$	P	PI
$\phi_{PM}^* - 90° \leq \phi_{PM}^P(\omega_c^*) < \phi_{PM}^*$	$90° \geq \alpha > 0$	PD	PID
$\phi_{PM}^P(\omega_c^*) < \phi_{PM}^* - 90°$	$\alpha > 90°$	Non implem.	Non implem.

Tabella 6.2: Tabella PID

6.5 Controllori modello elettrico

Analizzando le equazioni differenziali che descrivono il comportamento della corrente in quadratura $i_q(t)$ e della corrente diretta $i_d(t)$:

$$\begin{cases} \frac{di_d(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_d(t) + pLi_q(t)\omega(t) + u_d(t)\right) \\ \frac{di_q(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_q(t) - pLi_d(t)\omega(t) + u_q(t) - K_m\omega(t)\right) \end{cases} \tag{6.28}$$

si osserva che il modello elettrico risulta non lineare e le equazioni differenziali che lo caratterizzano presentano un forte accoppiamento tra loro in quanto l'una influisce sull'altra.

Per ottenere un modello lineare utile alla progettazione del controllore è possibile trattare questi termini non lineari come disturbi da minimizzare mediante appropriate tecniche, per poterli così trascurare durante l'analisi.

Una delle tecniche più comuni per la reiezione di disturbi noti, di cui si conoscono con precisione la natura e le equazioni che li caratterizzano, è l'implementazione di un compensatore tramite feedforward [16]. Questa tecnica sfrutta i sensori disponibili per acquisire informazioni sullo stato attuale dell'apparato, affinché il sistema di controllo, stimando i disturbi che desidera minimizzare, possa generare un segnale di compensazione adeguato da sommare al segnale di controllo in ingresso al sistema per minimizzare gli effetti di disturbi.

Il funzionamento di questa tecnica di compensazione dei disturbi si basa sulla disponibilità di un modello matematico accurato del sistema, pertanto per garantire una reiezione efficace dei disturbi è fondamentale conoscere con precisione i parametri che lo caratterizzano. Per questa ragione si consiglia di stimare in modo accurato, attraverso delle misurazioni sperimentali sull'apparato, i parametri che caratterizzano il sistema. Idealmente, se si dispone di una conoscenza esatta del sistema è possibile eliminare il disturbo. Tuttavia nella realtà si possono ottenere ottimi risultati ma la reiezione del disturbo non è quasi mai perfetta in quanto non si ha disposizione un modello matematico esatto del sistema e le prestazioni del meccanismo di compensazione sono spesso influenzate dai tempi di computazione e dai ritardi temporali dovuti alla dinamica del sistema. Inoltre i sensori forniscono una versione approssimata delle grandezze fisiche con dei rumori e dei leggeri ritardi temporali.

6.5.1 Compensazione Feedforward modello elettrico

Analizzando l'equazione differenziale che descrive la corrente $i_d(t)$, si osserva che il termine di accoppiamento appare nella forma $+pLi_q(t)\omega(t)$. Esso può essere compensato aggiungendo al segnale di ingresso $u_d(t)$ un contributo additivo:

$$u_{d_{ff1}}(t) = -pLi_q(t)\omega(t) \tag{6.29}$$

In modo analogo, esaminando l'equazione differenziale che descrive il comportamento della corrente $i_q(t)$, si osserva che il termine di accoppiamento appare nella forma $-pLi_d(t)\omega(t)$. Anche in questo caso è possibile compensare l'effetto di questo termine aggiungendo al segnale di ingresso $u_q(t)$ un contributo additivo:

$$u_{q_{ff1}}(t) = +pLi_d(t)\omega(t) \tag{6.30}$$

Inoltre conviene compensare anche il termine $-K_m\omega(t)$ presente nell'equazione differenziale di $i_q(t)$ applicando alla tensione $u_q(t)$ un ulteriore contributo additivo:

$$u_{q_{ff2}}(t) = +K_m\omega(t) \tag{6.31}$$

Così facendo si ottiene un modello elettrico indipendente dalle altre grandezze del sistema più semplice da gestire, agevolando la seguente fase di progettazione dei controllori.

I segnali in ingresso al sistema considerando i contributi di compensazione feedforward possono essere espressi come:

$$u_d^c(t) = u_d(t) + u_{d_{ff1}}(t), \quad u_q^c(t) = u_q(t) + u_{q_{ff1}}(t) + u_{q_{ff2}}(t) \tag{6.32}$$

In seguito è riportato il modello elettrico lineare ottenuto trascurando i termini compensati e la sua rappresentazione equivalente nel dominio della trasformata di Laplace, considerando nulle le condizioni iniziali

$$\begin{cases} \frac{di_d(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_d(t) + u_d^c(t)\right) \\ \frac{di_q(t)}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_q(t) + u_q^c(t)\right) \end{cases} \xrightarrow{\mathscr{L}[\cdot]} \begin{cases} I_q(s) = \frac{U_q^c(s)}{Ls+R} \\ I_d(s) = \frac{U_d^c(s)}{Ls+R} \end{cases} \tag{6.33}$$

Da esso è possibile ricavare le seguenti funzioni di trasferimento:

$$P_d(s) = \frac{I_d(s)}{U_d^c(s)} = \frac{1}{Ls+R} \qquad P_q(s) = \frac{I_q(s)}{U_q^c(s)} = \frac{1}{Ls+R} \tag{6.34}$$

6.5.2 Progettazione controllore di corrente

Per controllare le correnti $i_q(t)$ e $i_d(t)$ sono necessari due controllori indipendenti, ma visto che i due processi da controllare presentano la stessa funzione di trasferimento:

$$P_c(s) = P_q(s) = P_d(s) = \frac{1}{Ls + R} \tag{6.35}$$

è possibile sviluppare un solo controllore da implementare a entrambi i sistemi.
Definendo come specifiche del sistema in catena chiusa per il controllore:

$$e^* = 0\%, \qquad t_s^*[5\%] \leq 500\mu s, \qquad s^* \leq 5\% \tag{6.36}$$

e applicando quanto visto in precedenza, si ricava:

$$\xi_G \geq \sqrt{\frac{\ln^2 s^*}{\pi^2 + \ln^2 s^*}} = 0.69, \quad \omega_c^G \leq \frac{4}{\xi_G t_s^*} = 11594.2\,\frac{rad}{s}, \quad \phi_{PM}^G \geq \frac{360}{\pi}\xi_G = 79° \tag{6.37}$$

È stata effettuata una scelta strategica riguardo il coefficiente di smorzamento equivalente del sistema in catena aperta, fissando il valore a $\xi_G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Questo valore è noto nella teoria dei sistemi di secondo ordine per corrispondere al caso di smorzamento critico, in cui i poli sono reali e coincidenti. In questa condizione, il sistema non presenta oscillazioni e il tempo di transitorio è il più breve possibile tra le risposte che non mostrano sovraelongazione. Di conseguenza, il sistema raggiunge il punto di equilibrio in modo ottimale.

Usando $\xi_* = \frac{1}{\sqrt{(2)}}$, il margine di fase deve essere maggiore al valore critico corrispondente, ovvero $\phi_{PM}^G \geq \frac{360}{\pi}\xi_* = 81°$. Per la progettazione del controllore, si è adottato come obiettivo un margine di fase per il sistema in catena aperta pari a $\phi_{PM}^* = 90°$, in quanto un controllore che presenta un margine di fase così elevato garantisce una buona robustezza, ossia è in grado di tollerare piccole variazioni dei parametri, assicurando la stabilità e riducendo le oscillazioni.

In conclusione gli obiettivi che il controllore deve rispettare risultano:

$$\xi_* = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \omega_c^* = \frac{4}{\xi_* t_s^*} = 11313.7\frac{rad}{s} \qquad \phi_{PM}^* = 90° \tag{6.38}$$

L'immagine seguente raffigura il diagramma di Bode del processo $P_c(s)$ e riporta tutte le informazioni utili alla progettazione del controllore.

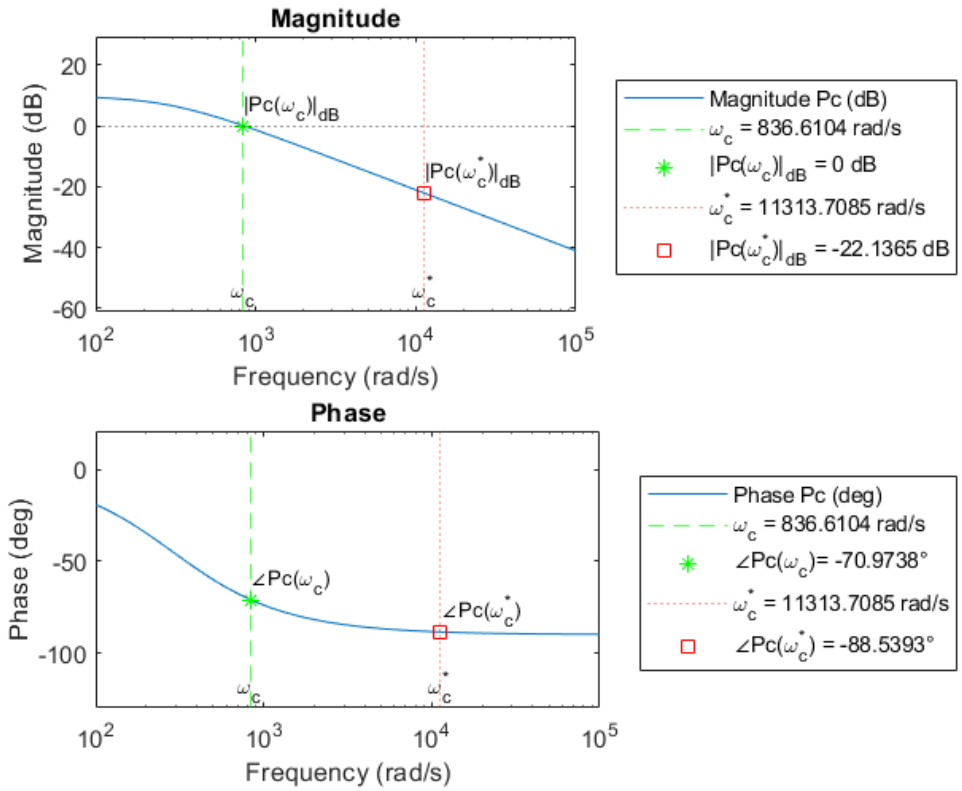


Figura 6.3: Bode funzione di trasferimento P_c

Analizzando le informazioni in essa riportate è possibile ricavare il guadagno a e la fase α che deve avere il controllore $C_c(s)$ alla pulsazione di attraversamento desiderata ω_c^*:

$$a = \frac{1}{|P_c(j\omega_c^*)|} = 12.7886 \qquad \alpha = \phi_{PM}^* - \angle P_c(j\omega_c^*) - 180° = -1.4607° \tag{6.39}$$

Si conclude che per soddisfare le richieste del sistema in catena chiusa è sufficiente un controllore PI. In particolare l'azione integrativa permette di rispettare automaticamente le specifiche sull'errore a regime in quanto la presenza del polo nell'origine permette l'inseguimento perfetto del segnale e la reiezione perfetta di eventuali disturbi costanti. Il controllore si presenta con la seguente funzione di trasferimento:

$$C_c(s) = C_q(s) = C_d(s) = K_{pc} + \frac{K_{ic}}{s} \tag{6.40}$$

La risposta in frequenza del controllore risulta:

$$C_c(j\omega) = K_{pc} - j\frac{K_{ic}}{\omega} \longrightarrow \Re\mathrm{e}[C_c(j\omega)] = K_{pc} \quad \Im\mathrm{m}[C_c(j\omega)] = -\frac{K_{ic}}{\omega} \quad \forall\omega \in \mathbb{R} \tag{6.41}$$

Analizzando la risposta del controllore alla pulsazione di attraversamento desiderata ω_c^* e applicando la relazione di Eulero è possibile ricavare:

$$C(j\omega) = ae^{j\alpha} = a\cos\alpha + ja\alpha\sin\alpha \longrightarrow \Re\mathrm{e}[C(j\omega_c^*)] = a\cos\alpha \quad \Im\mathrm{m}[C(j\omega_c^*)] = a\sin\alpha \tag{6.42}$$

Unendo quando appena visto si ricava che

$$\begin{cases} K_{pc} = a\cos\alpha = 12.7845\left[\frac{V}{A}\right] \\ -\frac{K_{ic}}{\omega_c^*} = a\sin\alpha \longrightarrow K_{ic} = -a\omega_c^* sin\alpha = 3688.3\left[\frac{V}{As}\right] \end{cases} \tag{6.43}$$

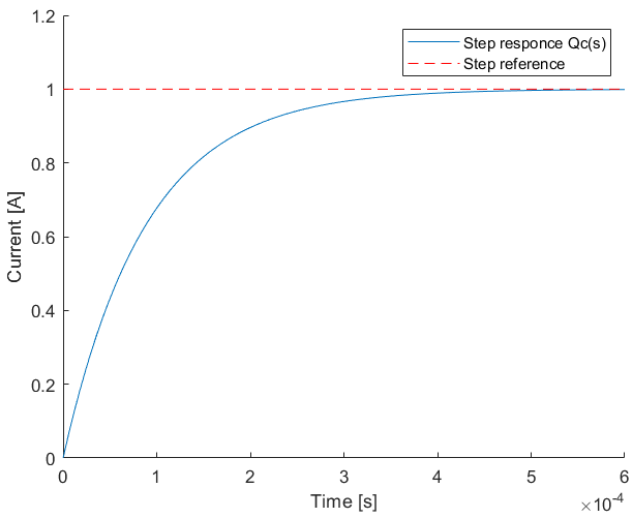
La funzione di trasferimento del sistema in catena aperta risulta:

$$G_c(s) = C_c(s)\,P_c(s) = \frac{K_{pc}\,s + K_{ic}}{s\,(L\,s + R)} \tag{6.44}$$

La funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa risulta:

$$Q_c(s) = \frac{I_q(s)}{I_q^*(s)} = \frac{I_d(s)}{I_d^*(s)} = \frac{G_c(s)}{1 + G_c(s)} = \frac{K_{pc}\,s + K_{ic}}{s\,(L\,s + R) + (K_{pc}\,s + K_{ic})} \tag{6.45}$$

La risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa risulta:



$$\left|\begin{array}{l} t_r^{Q_c}[5\%] = 264.79\mu s \\ t_s^{Q_c}[5\%] = 264.79\mu s \\ s_{Q_c} = 0\% \\ e_{Q_c} = 0\% \end{array}\right|$$

Tabella 6.3: Risposta al gradino $Q_c(s)$

6.5.3 Calcolo estremi di saturazione tensione

Per tenere in considerazione le limitazioni di tensione imposte dal circuito di pilotaggio nel sistema di riferimento $\alpha - \beta$ frame è necessario introdurre in uscita al controllore di corrente un elemento di saturazione per limitare opportunamente le tensioni nel sistema di riferimento $d - q$ frame. In questo modo si garantisce che il segnale generato dal sistema di controllo non superi i limiti di tensione imposti dal circuito di alimentazione, riducendo così il rischio di danneggiare i componenti.

Imponendo che le tensioni massime nel riferimento $d-q$ frame siano di egual valore $u_d^{max} = u_q^{max} = u_{max}$, applicando la trasformata inversa di Park 6.3, si ricava:

$$\begin{cases} u_\alpha^m(\theta_e) = u_d^{max}\cos(\theta_e) - u_q^{max}\sin(\theta_e) = u_{max}(\cos(\theta_e) - \sin(\theta_e)) \\ u_\beta^m(\theta_e) = u_d^{max}\sin(\theta_e) + u_q^{max}\cos(\theta_e) = u_{max}(\sin(\theta_e) + \cos(\theta_e)) \end{cases} \tag{6.46}$$

Visto che le funzioni risultano continue in tutto il dominio $\mathbb{R}$, per il teorema di Fermat gli angoli elettrici $\theta_e \in \mathbb{R}$ in cui la funzione presenta massimi e minimi coincidono con gli angoli elettrici per cui la funzione manifesta un comportamento stazionario:

$$\begin{cases} \frac{du_\alpha^m(\theta_e)}{d\theta_e} = u_{max}\ \left(-sin(\theta_e^{\alpha,s}) - cos(\theta_e^{\alpha,s})\right) = 0 \longrightarrow \theta_e^{\alpha,s} = \frac{1}{4}(4\pi n - \pi) \quad n \in \mathbb{Z} \\ \frac{du_\beta^m(\theta_e))}{d\theta_e} = u_{max}\ \left(cos(\theta_e^{\beta,s}) - sin(\theta_e^{\beta,s})\right) = 0 \longrightarrow \theta_e^{\beta,s} = \frac{1}{4}(4\pi n + \pi) \quad n \in \mathbb{Z} \end{cases} \tag{6.47}$$

valutando le funzioni nei punti stazionari e considerando la tensione massima in modulo fornita alle due fasi del motore dal circuito di pilotaggio $|V_{max}| = 65V$, si ottiene:

$$\begin{cases} u_\alpha^m(\theta_e^{\alpha,s}) = u_{max}\ \left(cos(\theta_e^{\alpha,s}) - sin(\theta_e^{\alpha,s})\right) = \begin{cases} u_{max}\sqrt{2} = V_{max} & \text{per n pari} \\ -u_{max}\sqrt{2} = -V_{max} & \text{per n dispari} \end{cases} \\ u_\beta^m(\theta_e^{\beta,s}) = u_{max}\ \left(sin(\theta_e^{\beta,s}) + cos(\theta_e^{\beta,s})\right) = \begin{cases} u_{max}\sqrt{2} = V_{max} & \text{per n pari} \\ -u_{max}\sqrt{2} = -V_{max} & \text{per n dispari} \end{cases} \end{cases} \tag{6.48}$$

Di conseguenza il valore di saturazione per le tensioni risultano:

$$\begin{cases} |u_d(\theta_e)| \leq |u_{max}| = \frac{|V_{max}|}{\sqrt{2}} = 45.9619V \\ |u_q(\theta_e) \leq |u_{max}| = \frac{|V_{max}|}{\sqrt{2}} = 45.9619V \end{cases} \tag{6.49}$$

6.6 Controllori modello meccanico

Analizzando l'equazione che descrive il comportamento meccanico del motore:

$$\begin{cases} \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(K_m i_q(t) - B\omega(t) - T_{dm}\sin(2p\theta(t)) - \tau_l(t)\right) \\ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \end{cases} \tag{6.50}$$

si osserva che anche in questo caso il modello meccanico si presenta non lineare a causa del contributo non lineare fornito dalla coppia residua $\tau_{det}(t) = -T_{dm}sin(2p\theta(t))$. Come visto in precedenza per il modello elettrico, si procede applicando un sistema di compensazione Feedforward per minimizzare il contributo di questo termine.

6.6.1 Compensazione Feedforward modello meccanico

Il segnale di compensazione in questo caso deve essere aggiunto in modo additivo al riferimento di corrente $i_q^*(t)$ applicato al controllore di corrente:

$$i_{q_{ff}}(t) = \frac{1}{K_m}\tau_{dm}(t) = \frac{1}{K_m}T_{dm}\sin(2p\theta(t)) \tag{6.51}$$

Il nuovo segnale di riferimento in ingresso al controllore di corrente risulta:

$$i_q^c(t) = i_q^*(t) + i_{q_{ff}}(t) \tag{6.52}$$

In seguito è riportato il modello meccanico lineare ottenuto trascurando il termine di disturbo e la sua rappresentazione equivalente nel dominio della trasformata di Laplace, considerando condizioni iniziali nulle.

$$\begin{cases} \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{J}\left(K_m i_q(t) - B\omega(t)\right) \\ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \end{cases} \xrightarrow{\mathscr{L}[\cdot]} \begin{cases} W(s) = \frac{K_m}{Js+B}I_q(s) \\ \Theta(s) = \frac{W(s)}{s} \end{cases} \tag{6.53}$$

dove si è considerato $\tau_l(t)$ un disturbo costante e $i_q(t)$ la risposta della corrente in quadratura del sistema controllato in catena chiusa $Q_c(s)$ imponendo come segnale di riferimento $i_q^c(t)$. Di conseguenza la sua trasformata di Laplace risulta $I_q(s) = Q_c(s)I_q^c(s)$.

Dal modello lineare è possibile ricavare le seguenti funzioni di trasferimento:

$$P_\omega(s) = \frac{W(s)}{I_q(s)} = \frac{K_m}{J\,s + B} \quad P_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{W(s)} = \frac{1}{s} \tag{6.54}$$

6.6.2 Progettazione controllore velocità

Per controllare la velocità del motore dunque bisogna tenere in considerazione non solo il modello elettrico ma anche il controllore di corrente applicato. La funzione di trasferimento del processo da controllore risulta:

$$P_s(s) = \frac{W(s)}{I_q^c(s)} = \frac{I_q(s)P_\omega(s)}{I_q^c(s)} = \frac{Q_c(s)I_q^c(s)P_\omega(s)}{I_q^c} = Q_c(s)P_\omega(s) = \frac{K_m\left(K_{pc}\,s + K_{ic}\right)}{(J\,s + B)\left(s\left(L\,s + R\right) + \left(K_{pc}\,s + K_{ic}\right)\right)} \tag{6.55}$$

Definendo come specifiche del sistema in catena chiusa per il controllore:

$$e^* = 0\% \qquad t_s^*[5\%] \leq 30ms \qquad s^* \leq 5\% \tag{6.56}$$

e applicando quanto visto in precedenza, si ricava:

$$\xi_G \geq \sqrt{\frac{\ln^2 s^*}{\pi^2 + \ln^2 s^*}} = 0.69, \quad \omega_c^G \leq \frac{4}{\xi_G t_s^*} = 193.2\,\frac{rad}{s}, \quad \phi_{PM}^G \geq \frac{360}{\pi}\xi_G = 79° \tag{6.57}$$

Per le stesse motivazioni viste per il controllore di corrente, si è scelto:

$$\xi_* = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \omega_c^* = \frac{4}{\xi_* t_s^*} = 188.6\,\frac{rad}{s} \qquad \phi_{PM}^* = 90° \tag{6.58}$$

L'immagine 6.4 raffigura il diagramma di Bode del processo $P_s(s)$ e riporta tutte le informazioni utili alla progettazione del controllore. Analizzando le informazioni in essa riportate è possibile ricavare:

$$a = \frac{1}{|P_s(j\omega_c^*)|} = 0.0951 \qquad \alpha = \phi_{PM}^* - \angle P_s(j\omega_c^*) - 180° = -20.4919° \tag{6.59}$$

Si conclude che per soddisfare le richieste del sistema in catena chiusa è sufficiente un controllore PI. In particolare l'azione integrativa permette di rispettare le specifiche sull'errore a regime in quanto la presenza del polo nell'origine permette l'inseguimento perfetto del segnale e la reiezione perfetta di eventuali disturbi costanti, garantisce perciò la reiezione del disturbo τ_l. Il controllore di velocità si presenta con la seguente funzione di trasferimento:

$$C_s(s) = K_{ps} + \frac{K_{is}}{s} \tag{6.60}$$

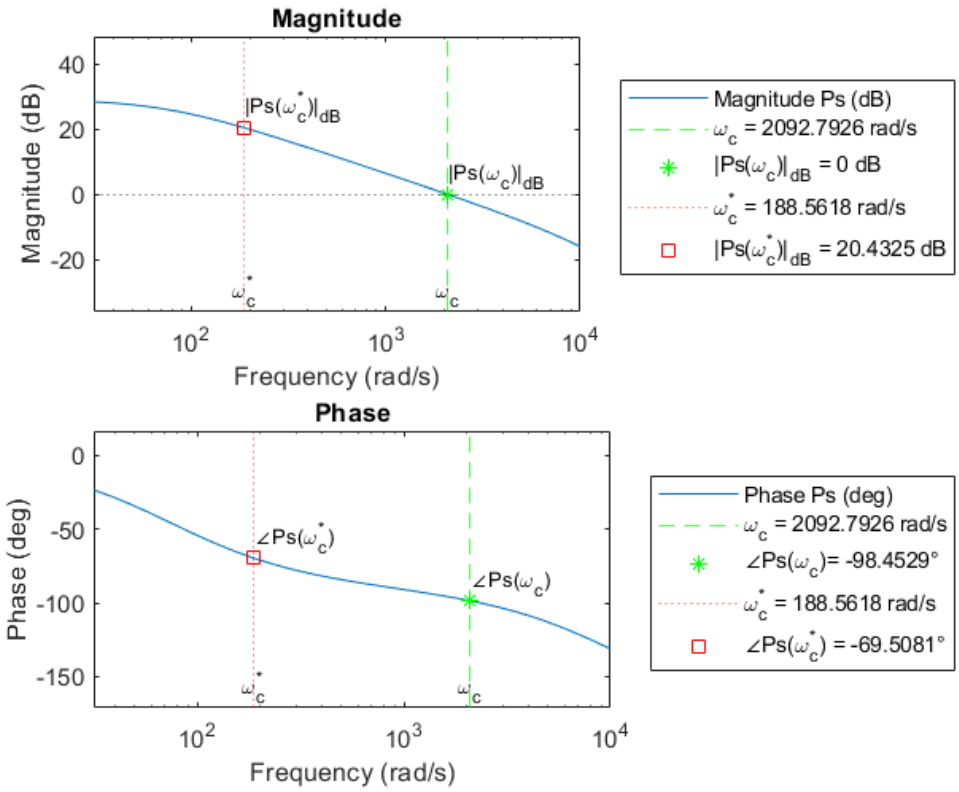


Figura 6.4: Bode funzione di trasferimento P_s

Applicando quanto visto per il controllore di corrente si ricava:

$$\begin{cases} K_{ps} = a\cos\alpha = 0.0891\left[\frac{As}{rad}\right] \\ K_{is} = -a\omega_c^* sin\alpha = 6.2804\left[\frac{A}{rad}\right] \end{cases} \tag{6.61}$$

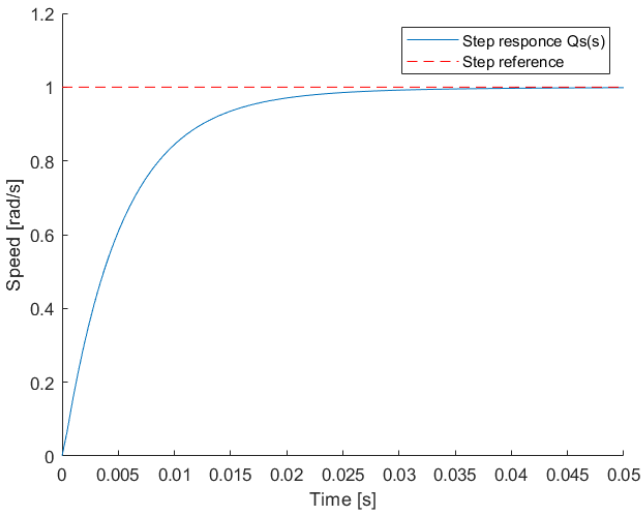
La funzione di trasferimento del sistema in catena aperta risulta:

$$G_s(s) = C_s(s)P_s(s) = \frac{K_m\,(K_{pc}\,s + K_{ic})(K_{ps}\,s + K_{is})}{s\,(J\,s + B)\,(s\,(L\,s + R) + (K_{pc}\,s + K_{ic}))} \tag{6.62}$$

La funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa risulta:

$$Q_s(s) = \frac{W(s)}{W^*(s)} = \frac{G_s(s)}{1 + G_s(s)} = \frac{K_m\,(K_{pc}\,s + K_{ic})(K_{ps}\,s + K_{is})}{s\,(J\,s + B)\,(s\,(L\,s + R) + (K_{pc}\,s + K_{ic})) + (K_m\,(K_{pc}\,s + K_{ic})(K_{ps}\,s + K_{is}))} \tag{6.63}$$

La risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa risulta:



$$\left| \begin{array}{l} t_r^{Q_c}[5\%] = 16.6ms \\ t_s^{Q_c}[5\%] = 16.6ms \\ s_{Q_c} = 0\% \\ e_{Q_c} = 0\% \end{array} \right|$$

Tabella 6.4: Risposta al gradino $Q_c(s)$

6.6.3 Calcolo estremi di saturazione corrente

Anche in questo caso è necessario aggiungere una saturazione che limiti le correnti $i_q^*(t)$ e $i_d^*(t)$ di riferimento al controllore di corrente per rispettare la corrente massima sopportata dal motore, così da garantire il suo corretto funzionamento senza danneggiarlo. La corrente massima in ingresso alla fase del motore è $|I_{max}| = 10A$ che coincide con la massima corrente che può generare il circuito di pilotaggio.

Il calcolo degli estremi di saturazione risulta analogo a quanto visto per il calcolo degli estremi di saturazione della tensione in quanto la trasformata inversa di Park (6.3) è una trasformata di grandezze elettriche vettoriali, dunque rimane invariata se si considerano le correnti invece delle tensioni.

Si può concludere che:

$$\begin{cases} |i_d(t)| \leq i_{max} = \frac{|I_{max}|}{\sqrt{2}} = 7.0711A \\ |i_q(t)| \leq i_{max} = \frac{|I_{max}|}{\sqrt{2}} = 7.0711A \end{cases} \tag{6.64}$$

In alternativa è possibile ottenere lo stesso risultato ripercorrendo i passaggi svolti per il calcolo degli estremi di saturazione della tensione.

6.7 Controllore di posizione

Sapendo che la relazione che lega velocità e posizione nel modello meccanico del motore è fornita da $\frac{d\omega(t)}{dt} = \theta(t)$, si può concludere che la posizione del motore è ottenuta integrando nel tempo la velocità in uscita dal sistema controllato in velocità. Dunque la funzione di trasferimento del processo da controllore si presenta:

$$P_p(s) = \frac{\Theta(s)}{W^*(s)} = \frac{W(s)P_\theta(s)}{W^*(s)} = \frac{Q_s(s)W^*(s)P_\theta(s)}{W^*(s)} = Q_s(s)P_\theta(s) = \frac{Q_s(s)}{s} = \frac{K_m\,(K_{pc}\,s + K_{ic})(K_{ps}\,s + K_{is})}{s\,(s\,(J\,s + B)\,(s\,(L\,s + R) + (K_{pc}\,s + K_{ic})) + (K_m\,(K_{pc}\,s + K_{ic})(K_{ps}\,s + K_{is})))} \tag{6.65}$$

Definendo come specifiche del sistema in catena chiusa per il controllore:

$$e^* = 0\% \qquad t_s^*[5\%] \leq 40ms \qquad s^* \leq 5\% \tag{6.66}$$

e applicando quanto visto in precedenza, si ricava:

$$\xi_G \geq \sqrt{\frac{\ln^2 s^*}{\pi^2 + \ln^2 s^*}} = 0.69, \quad \omega_c^G \leq \frac{4}{\xi_G t_s^*} = 144.9275\,\frac{rad}{s}, \quad \phi_{PM}^G \geq \frac{360}{\pi}\xi_G = 79° \tag{6.67}$$

Per le stesse motivazioni viste per i precedenti controllori si è optato per:

$$\xi^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \omega_c^* = \frac{4}{\xi_* t_s^*} = 141.4214\,\frac{rad}{s} \qquad \phi_{PM}^* = 90° \tag{6.68}$$

L'immagine 6.5 raffigura il diagramma di Bode del processo $P_p(s)$ e riporta tutte le informazioni utili alla progettazione del controllore. Analizzando le informazioni in essa riportate è possibile ricavare:

$$a = \frac{1}{|P_s(j\omega_p^*)|} = 177.6787 \qquad \alpha = \phi_{PM}^* - \angle P_s(j\omega_p^*) - 180° = 36.8166° \tag{6.69}$$

In questo caso per soddisfare le richieste del sistema in catena chiusa è sufficiente un controllore PD, in quanto la funzione di trasferimento del processo da controllare presenta un polo nell'origine, di conseguenza rispetta automaticamente le specifiche sull'errore a regime permettendo l'inseguimento perfetto del segnale e la reiezione perfetta di eventuali disturbi costanti.

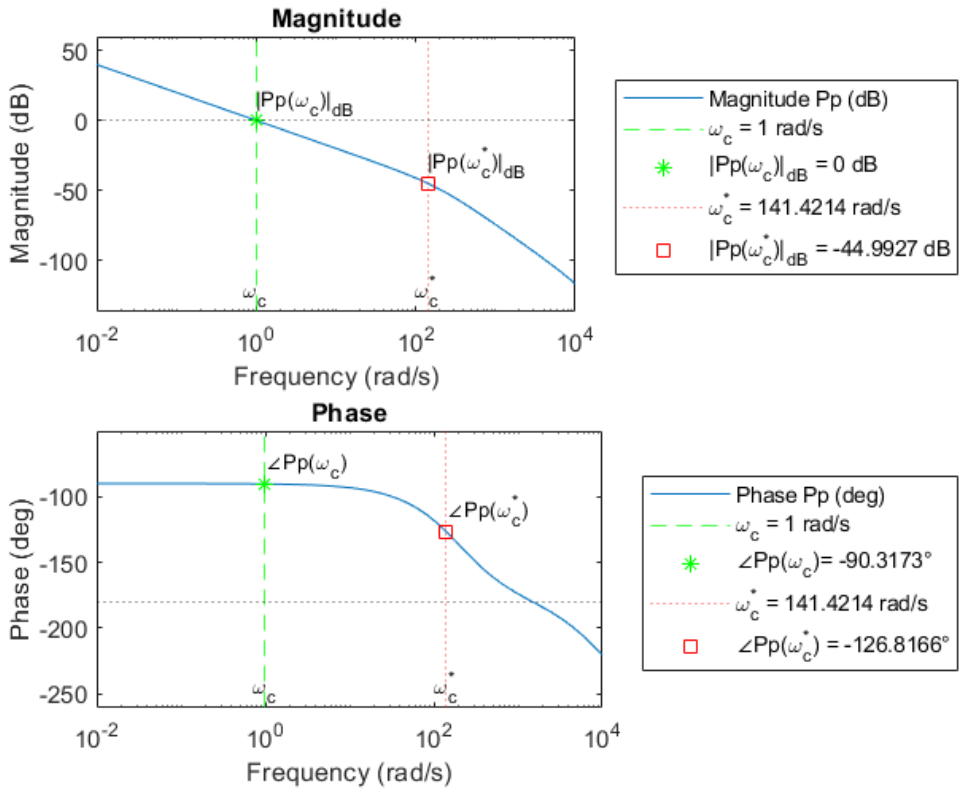


Figura 6.5: Bode funzione di trasferimento P_p

Perciò il controllore si presenta con la seguente funzione di trasferimento:

$$C_p(s) = K_{pp} + \frac{K_{dp}s}{1 + \tau_l s} \tag{6.70}$$

Per il calcolo dei coefficienti conviene usare la sua versione non propria:

$$C_p(s) = K_{pp} + K_{dp}s \tag{6.71}$$

La risposta in frequenza del controllore risulta

$$C_p(j\omega) = K_{pp} + j\omega K_{dp} \longrightarrow \Re\mathrm{e}[C_p(j\omega)] = K_{pp} \quad \Im\mathrm{m}[C_P(j\omega)] = K_{dp}\omega \quad \forall\omega \in \mathbb{R} \tag{6.72}$$

Analizzando la risposta del controllore alla pulsazione di attraversamento desiderata ω_c^*, usando la relazione di Eulero si ricava:

$$C(j\omega) = ae^{j\alpha} = a\cos\alpha + j\alpha\sin\alpha \longrightarrow \Re\mathrm{e}[C(j\omega_c^*)] = a\cos\alpha \quad \Im\mathrm{m}[C(j\omega_c^*)] = a\sin\alpha \tag{6.73}$$

La scelta di τ_l ricopre un ruolo importante in quanto si desidera avere $\frac{1}{\tau_l} \geq \omega_c^*$ in modo che il suo contributo alla funzione di trasferimento in catena chiusa complessiva alla frequenza di attraversamento ω_c^* risulti trascurabile e allo stesso tempo si desidera avere un valore $\frac{1}{\tau_l}$ non troppo piccolo per evitare elevate amplificazioni di rumori di misurazione. Una scelta tipica:

$$\frac{1}{10\omega_c^*} < \tau_l < \frac{1}{4\omega_c^*} \implies \frac{1}{|1 + j\omega_c^*\tau_l|} \approx 0 \quad \angle\frac{1}{1 + j\omega_c^*\tau_l} \approx 0 \tag{6.74}$$

Perciò si ricava che

$$\begin{cases} K_{pp} = a\cos\alpha = 142.2421\ [Hz] \\ K_{dp}\omega_c^* = a\sin(\alpha) \longrightarrow K_{dp} = \frac{a\sin\alpha}{\omega_c^*} = 0.7529\ [\backslash] \\ \tau_l = \frac{1}{10\omega_c^*} = 7.071 \cdot 10^{-4}\ \left[\frac{s}{rad}\right] \end{cases} \tag{6.75}$$

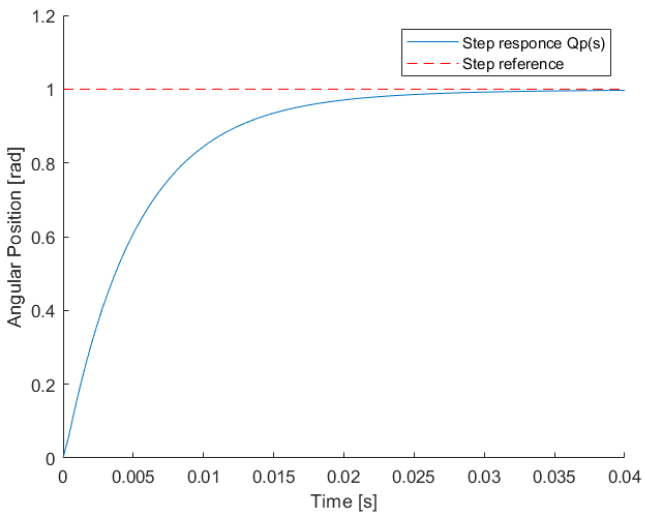
La funzione di trasferimento del sistema in catena aperta risulta:

$$G_p(s) = C_p(s)\,P_p(s) \tag{6.76}$$

La funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa risulta:

$$Q_p(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta^*(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)} \tag{6.77}$$

La risposta al gradino unitario del sistema in catena chiusa risulta:



$$\left| \begin{array}{l} t_r^{Q_c}[5\%] = 21.1ms \\ t_s^{Q_c}[5\%] = 21.1ms \\ s_{Q_c} = 0\% \\ e_{Q_c} = 0\% \end{array} \right|$$

Tabella 6.5: Risposta al gradino $Q_p(s)$

6.7.1 Calcolo estremi di saturazione velocità

Per garantire il corretto funzionamento del sistema di stampa è necessario limitare la velocità massima di movimento per diversi fattori:

- Velocità di estrusione: la velocità con cui estrusore rilascia il materiale liquido, detta velocità di estrusione, è limitata da diversi fattori, tra cui il più critico è determinato dal tempo necessario alla corretta fusione del materiale.

- Viscosità del materiale: il materiale estruso presenta una viscosità modesta variabile in base al materiale usato. Per fare in modo che il materiale si depositi in modo corretto nello strato e presenti una certa uniformità, il movimento dell'estrusore deve evitare movimenti troppo rapidi.

- Limiti strutturali: movimenti troppo rapidi del sistema potrebbero compromettere la solidità della struttura a causa dell'eccessivo stress a cui è sottoposta. Inoltre le vibrazioni generate da movimenti troppo rapidi impatterebbero negativamente sulla qualità di stampa.

- Coppia motore: ogni motore passo passo presenta una curva di coppia che decresce all'aumentare della velocità. Perciò è una buona pratica limitare la velocità massima del motore in quanto rende il suo funzionamento più prevedibile, evitando comportamenti anomali del sistema.

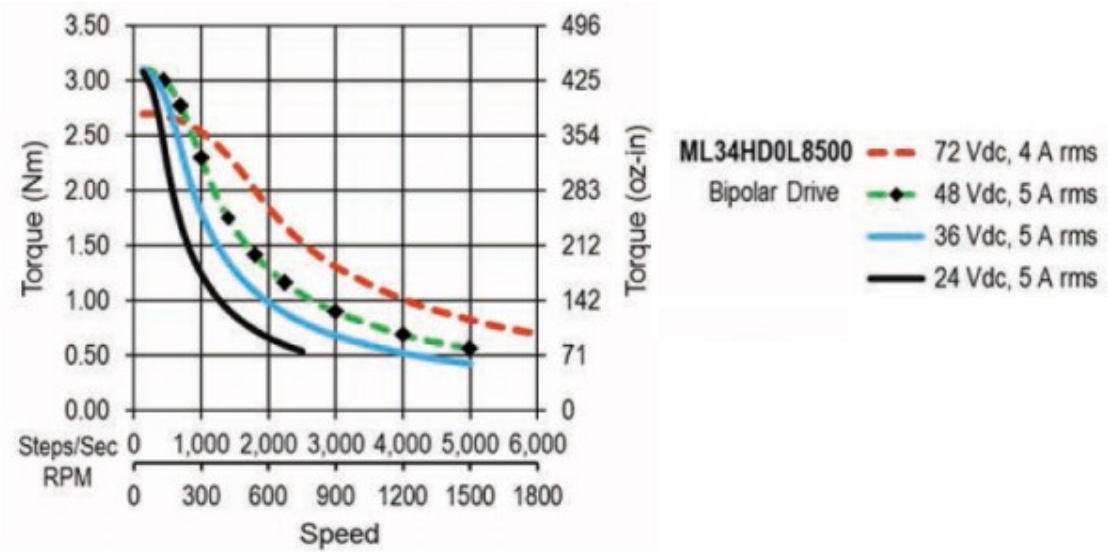


Figura 6.6: Curva coppia motore passo passo ML34HD0L8500

La velocità massima è un valore critico del sistema di stampa in quanto una velocità troppo elevata potrebbe compromettere la qualità di stampa. Essa deve essere opportunamente modificata in base al materiale usato poiché ognuno presenta tempi di fusione e viscosità differenti. In questo modo è possibile minimizzare i tempi di stampa, garantendo comunque una qualità soddisfacente.

Le moderne stampanti 3d commerciali offrono una vasta gamma di opzioni in termini di velocità massima che si aggira tra i $100mm/s - 600mm/s$. Per lo sviluppo del sistema in analisi, come valore indicativo si è optato per un limite di velocità massima degli assi pari a $v_{max} = v_x^{max} = v_y^{max} = 300mm/s$.

Per calcolare la massima velocità angolare che può assumere il motore per rispettare questo limite è necessario analizzare le equazioni che descrivono la posizione di un sistema coreXY (2.2). Portando al limite le equazioni per movimenti infinitesimi, si ottiene:

$$\begin{cases} \lim_{t\to 0} \Delta x(t) = \lim_{t\to 0} \frac{r}{2}(\Delta\phi_1(t) + \Delta\phi_2(t)) \\ \lim_{t\to 0} \Delta y(t) = \lim_{t\to 0} \frac{r}{2}(\Delta\phi_1(t) - \Delta\phi_2(t)) \end{cases} \tag{6.78}$$

Si ricava la seguente relazione che lega velocità lineari dell'ugello dell'estrusore alle velocità angolari dei motori:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = v_x(t) = \frac{r}{2}(\omega_1(t) + \omega_2(t)) \\ \frac{dy(t)}{dt} = v_y(t) = \frac{r}{2}(\omega_1(t) - \omega_2(t)) \end{cases} \tag{6.79}$$

dove $\omega_1(t)$ è la velocità angolare del primo motore, mentre $\omega_2(t)$ è la velocità angolare del secondo motore.

Considerando uguale la velocità massima dei due motori $\omega_{max} = \omega_1^{max} = \omega_2^{max}$, si ricava che

$$v_{max} = \frac{r}{2}(2\omega_{max}) = r\omega_{max} \tag{6.80}$$

Sapendo che il raggio delle pulegge di distribuzione installate corrisponde a $r = 6mm$, la velocità angolare massima per rispettare il vincolo di velocità lineare massima v_{max} risulta:

$$\omega_{max} = \frac{v_{max}}{r} = 50\frac{rad}{s} \tag{6.81}$$

6.8 Anti-windup

Come già osservato, i controllori applicano delle saturazioni in uscita per limitare opportunamente le grandezze controllate. Tuttavia queste limitazioni possono causare comportamenti indesiderati nel sistema, infatti quando si verifica una saturazione il segnale di comando inviato al processo rimane costante, indipendentemente dal valore dell'errore. Di conseguenza, la retroazione non ha più effetto nel controllore e il sistema si comporta come se fosse in catena aperta.

Nei controllori di tipo PID, in caso di saturazione, la risposta del sistema potrebbe richiedere più tempo del previsto per stabilizzarsi sul valore di regime. Questo fenomeno, noto come "windup", è causato dal termine integratore presente nel controllore che continua a integrare l'errore positivo anche quando l'ingresso è già in saturazione continuando a crescere oltre il limite di saturazione, senza generare alcun effetto utile nel processo. In questa condizione il controllore non riesce a rispondere tempestivamente a variazioni dell'errore poiché il termine integrale ha raggiunto valori molto elevati e, per sua natura, varia molto lentamente. Infatti una volta che il sistema raggiunge l'obiettivo e l'errore si annulla, il controllore presenta un termine integratore molto elevato e continua a saturare, portando il sistema a superare l'obiettivo imposto portando a una sovraelongazione. A questo punto il segnale di errore assume valori negativi per contrastare questo fenomeno e l'azione integrale lentamente diminuisce. Se il sistema è stabile e il riferimento non varia, dopo una quantità di tempo sufficiente in cui il sistema può presentare ulteriori saturazioni ed eventuali oscillazioni, il controllore torna al normale funzionamento portando l'azione integrale a valori adeguati e uscendo così dalla condizione di saturazione. Dunque la risposta del sistema a causa del fenomeno di windup presenta una marcata sovraelongazione e tempo di assestamento maggiori.

Esistono diverse tecniche, dette di anti-windup, per ridurre questo effetto indesiderato. Per questo progetto si è optato per l'implementazione di un sistema anti-windup back-calculation [16] in quanto, nonostante la sua semplicità, permette di ottenere buone prestazioni. Il suo principio di funzionamento si basa nel ricalcolare il contributo di errore in ingresso all'integratore, riducendo gli effetti della saturazione sommando un contributo negativo proporzionale alla quantità saturata. In altre parole il controllore rileva eventuali saturazioni e aggiunge una compensazione al termine integrativo attraverso un anello di retroazione negativo con guadagno K_s che tiene in considerazione la differenza tra il segnale prodotto e il segnale saturato.

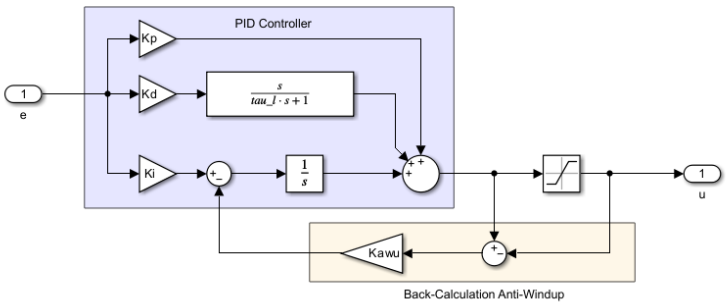


Figura 6.7: Back-Calculation anti-windup

Quando avviene una saturazione, la retroazione locale attorno all'integratore si attiva e la risposta dell'integratore si modifica diventando un filtro passa basso del primo ordine:

$$H(s) = \frac{1}{s + K_s} \tag{6.82}$$

Questo filtro risulta BIBO stabile, perciò la sua uscita rimane limitata qualunque sia il segnale di errore limitato fornito.

Lo scopo del meccanismo di anti-windup è di limitare gli effetti di windup, mantenendo il controllore stabile anche quando la retroazione principale del sistema è disattivata a causa della saturazione.

Nel sistema progettato, la tecnica anti-windup back-calculation è stata implementata nel controllore della corrente con un guadagno K_{sv} per ridurre gli effetti della saturazione della tensione e nel controllore della velocità con un guadagno K_{sc} per limitare gli effetti della saturazione della corrente.

La scelta della costante di anti-windup K_s ha un ruolo cruciale sulla determinazione delle prestazioni del meccanismo, essa deve essere scelta sufficientemente grande per mantenere l'ingresso dell'integratore piccolo a sufficienza qualunque sia la condizione di errore. Il valore della costante viene scelto a tentavi, aggiustando strategicamente il valore fino a ottenere un risultato soddisfacente. Un buon valore di partenza è dato da $k_s = \frac{5}{t_s[5\%]}$, il che porta a ottenere $K_{sv} = 10kHz$ e $K_{sc} = 166.7Hz$. In questo caso, le costanti implementate nel sistema corrispondono ai valori iniziali forniti; tuttavia, se necessario, possono essere modificate e perfezionate per migliorare ulteriormente le prestazioni del sistema.

In un sistema di controllo a cascata, quando avviene una saturazione in uno stadio di controllo interno, gli effetti si propagano anche agli stadi più esterni portando a un calo di prestazioni. Implementando il meccanismo anti-windup tradizionale per ogni con-

trollore che presenta saturazione è possibile ridurre notevolmente i tempi di saturazione. Ma gli effetti della saturazione si trasmettono anche ai controllori esterni, provocando un deterioramento delle prestazioni complessive. Quindi è necessario che il controllore esterno tenga in considerazioni eventuali saturazioni dei controllori interne.

Una tecnica sviluppata per ridurre questo problema è proposta in [7]. La soluzione proposta basa il suo principio di funzionamento sull'approccio back-calculation e consiste nel ricalcolare il contributo di errore in ingresso all'integratore del controllore esterno, riducendo gli effetti della saturazione nello stadio interno, sommando un contributo negativo proporzionale alla quantità saturata. In altre parole si aggiungono degli ulteriori anelli di retroazione, ognuno con un specifico guadagno k_r, per ogni elemento di saturazione contenuto negli stadi interni di controllo. In questo modo, quando si verifica una saturazione in uno stadio interno, il controllore esterno riesce a rilevarla e modifica il valore di controllo per ridurre l'effetto della saturazione e agevolare la de-saturazione del sistema interno.

Questo particolare sistema di anti-windup è stato implementato per fare in modo che il controllore di velocità tenga in considerazione le possibili saturazioni di tensione presenti sullo stadio di controllo della corrente in quadratura.

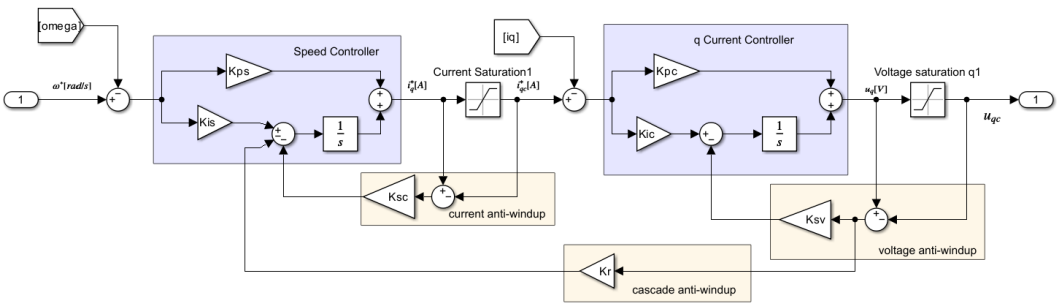


Figura 6.8: Cascade Back-Calculation anti-windup

La scelta della costante k_r anche in questo caso risulta molto importanza nel determinare le prestazioni del sistema. Essa deve essere grande a sufficienza per agevolare la riduzione dell'effetto di saturazione, ma un valore troppo elevato potrebbe compromettere le prestazioni del sistema complessivo. Dunque è necessario trovare un buon compresso per avere prestazioni soddisfacenti. In questo caso si è optato per una costante $k_r = 10Hz$. Tuttavia, se necessario, può essere modificata e perfezionata per ottenere risultati più soddisfacenti.

6.9 Schema controllo completo d-q frame

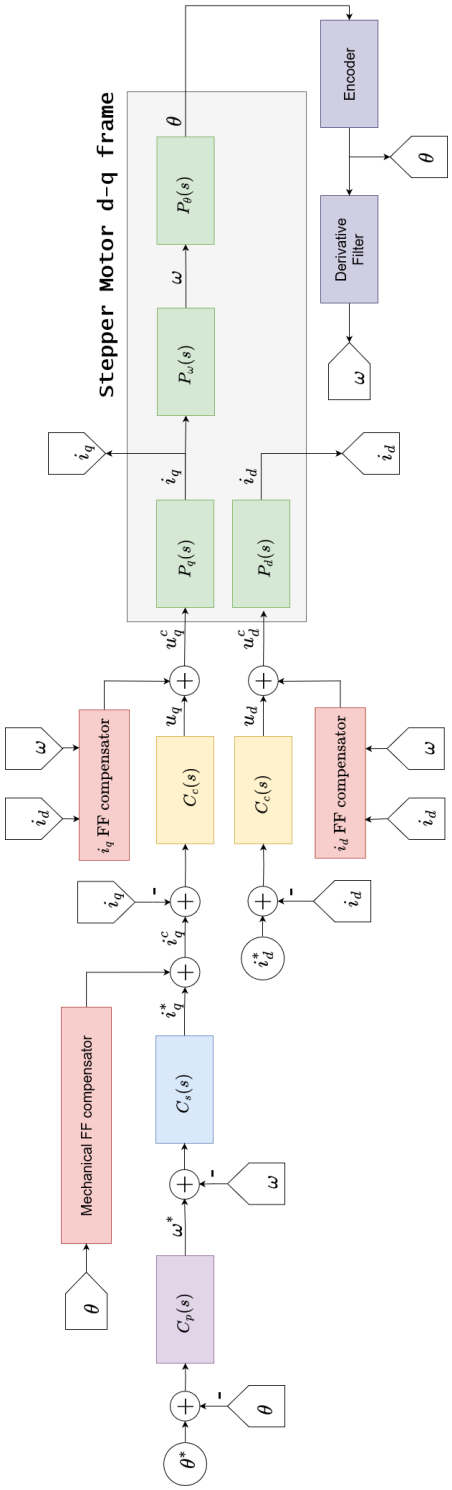


Figura 6.9: Schema controllo completo d-q frame

6.10 Schema controllo completo $\alpha - \beta$frame

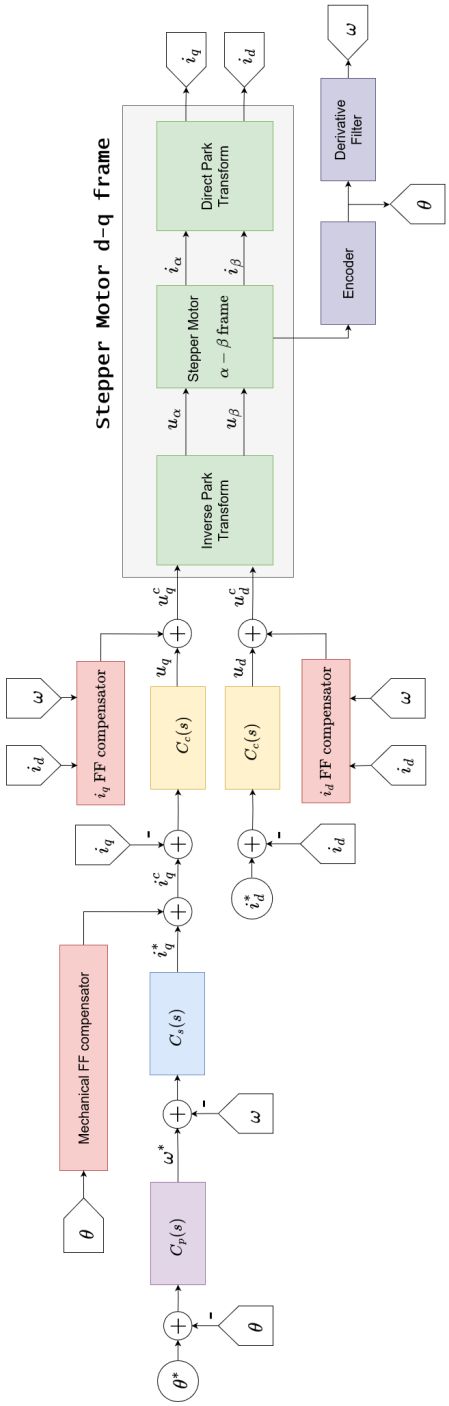


Figura 6.10: Schema controllo completo $\alpha - \beta$frame

6.11 Implementazione Simulink sistema di controllo

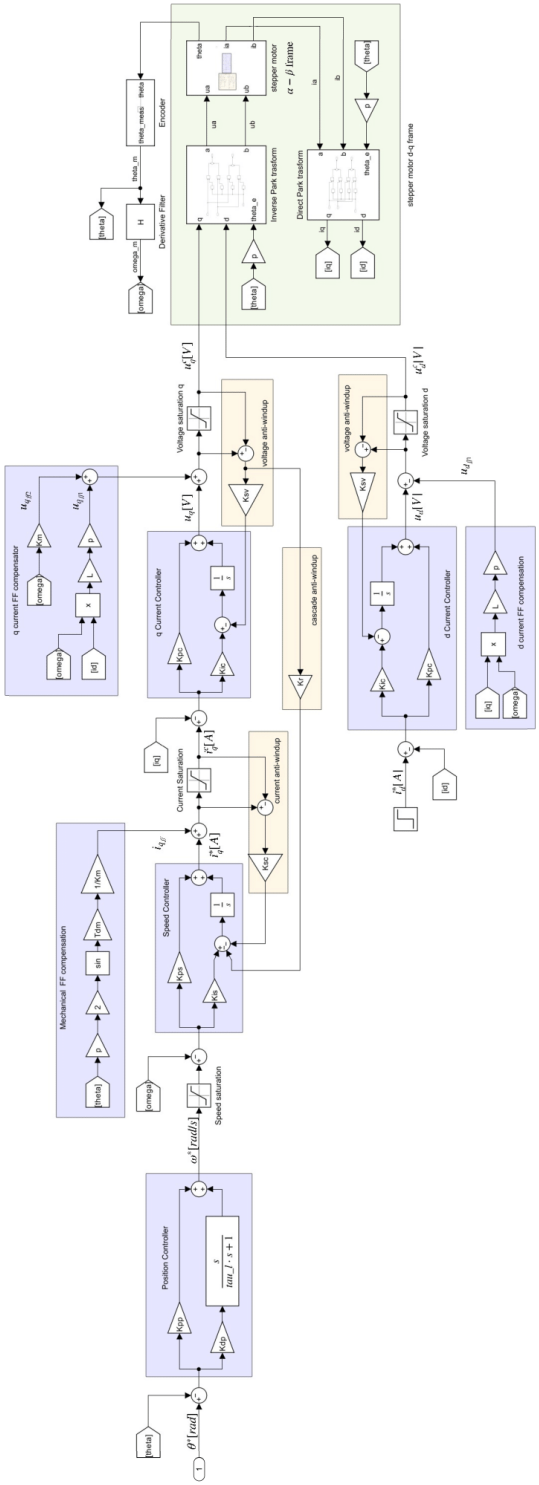


Figura 6.11: Implementazione Simulink sistema di controllo

7

Risultati

In questo capitolo vengono presentati i principali risultati e gli aspetti critici emersi durante l'analisi di funzionamento del sistema di controllo sviluppato.

Per valutare il funzionamento dei singoli controllori è stata condotta un'analisi dettagliata sul comportamento dei singoli sistemi in catena chiusa in risposta a dei segnali di riferimento a gradino. Questa analisi ha permesso di verificare il corretto funzionamento dei controllori in diverse condizioni, valutando le loro prestazioni ed evidenziando punti di forza e criticità.

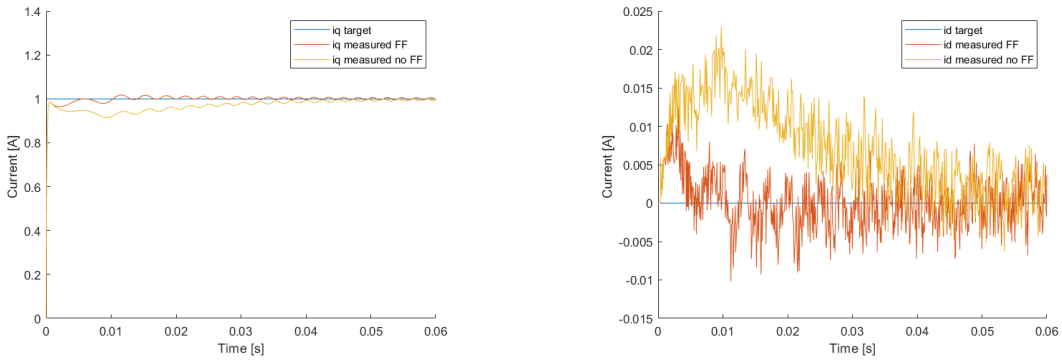
Inoltre per ogni controllore sono state confrontate e analizzate le risposte del sistema in catena chiusa con e senza il meccanismo di compensazione dei disturbi tramite feed-forward per comprendere l'impatto dei disturbi sul comportamento del sistema e quindi valutare l'efficacia del meccanismo di compensazione.

L'analisi svolta sui singoli stadi di controllo ha permesso di apprezzare alcuni aspetti chiave sul funzionamento del sistema di controllo proposto, evidenziando l'importante ruolo assunto dal meccanismo di compensazione dei disturbi per il corretto funzionamento del sistema.

7.1 Controllore di corrente

Per verificare il corretto funzionamento del controllore di corrente, implementato per il controllo della corrente diretta $i_d(t)$ e della corrente in quadratura $i_q(t)$, è necessario impostare direttamente un riferimento da seguire per i controllori. A tal fine è opportuno disattivare temporaneamente i controllori di velocità e posizione, rimuovendo anche il meccanismo di compensazione dei disturbi del modello meccanico. Solo in queste condizioni è possibile imporre direttamente un riferimento di corrente ai sistemi in esame.

La seguente figura illustra le risposte dei sistemi in catena chiusa dei controllori di corrente, impostando come riferimento per la corrente in quadratura un gradino unitario e come riferimento per la corrente diretta un segnale costante nullo. Inoltre, viene fornito un confronto tra la risposta del sistema con e senza l'implementazione del meccanismo di compensazione dei disturbi del modello elettrico tramite feedforward.



(a) risposta corrente in quadratura

(b) risposta corrente diretta

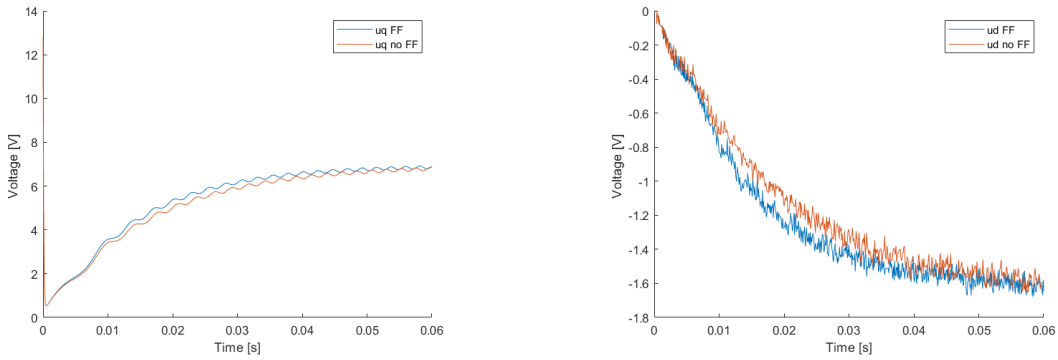
Figura 7.1: Risposta corrente

	con FF	senza FF
$t_r[5\%]$	$272.01\mu s$	$272.80\mu s$
$t_s[5\%]$	$272.01\mu s$	$18.13ms$

Tabella 7.1: Prestazioni controllore di corrente in quadratura

Analizzando le immagini delle risposte e la tabella delle prestazioni, si può concludere che la risposta del sistema privo del meccanismo di compensazione dei disturbi non soddisfa i vincoli stabiliti, poiché risulta rallentata a causa dei disturbi presenti nel modello elettrico. Al contrario, la risposta del sistema dotato di meccanismo di compensazione mostra prestazioni superiori: infatti minimizzando gli effetti dei disturbi, riesce a stabilizzarsi più rapidamente attorno al segnale di riferimento, rispettando così gli obiettivi di controllo indicati.

La seguente figura riporta gli andamenti delle tensioni nel sistema di riferimento $d - q$ frame:



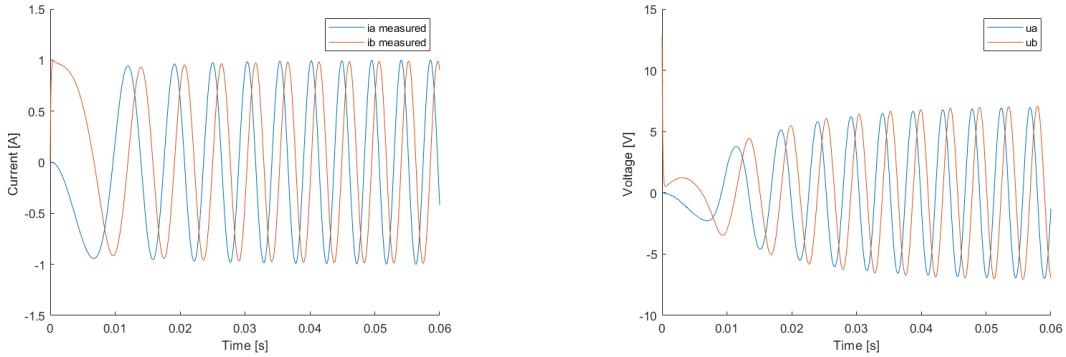
(a) tensione in quadratura

(b) tensione diretta

Figura 7.2: tensione nel sistema di riferimento $d - q$ frame

Osservando le risposte si può apprezzare il contributo additivo fornito dal meccanismo di compensazione per minimizzare gli effetti dei disturbi presenti nel modello elettrico. Inoltre analizzando accuratamente l'andamento della tensione in quadratura $u_q(t)$ si può osservare un'iniziale saturazione dalla durata molto limitata. Questo fenomeno si presenta ogni qualvolta si presenta un cambio di corrente improvviso in quanto l'induttanza si oppone a questa variazione generando una forza elettromotrice indotta di segno opposto. Questo effetto si ripercuote anche nelle grandezze elettriche nel sistema di riferimento $d - q$ frame e il controllore cerca di correggere questo comportamento anomalo, producendo una tensione di riferimento molto elevata.

Un aspetto particolarmente interessante della risposta del sistema riguarda le grandezze elettriche nel sistema di riferimento $\alpha - \beta$ frame. Queste grandezze presentano un andamento sinusoidale caratteristico, risultato dell'implementazione della tecnica di controllo FOC con corrente diretta e in quadratura costanti.

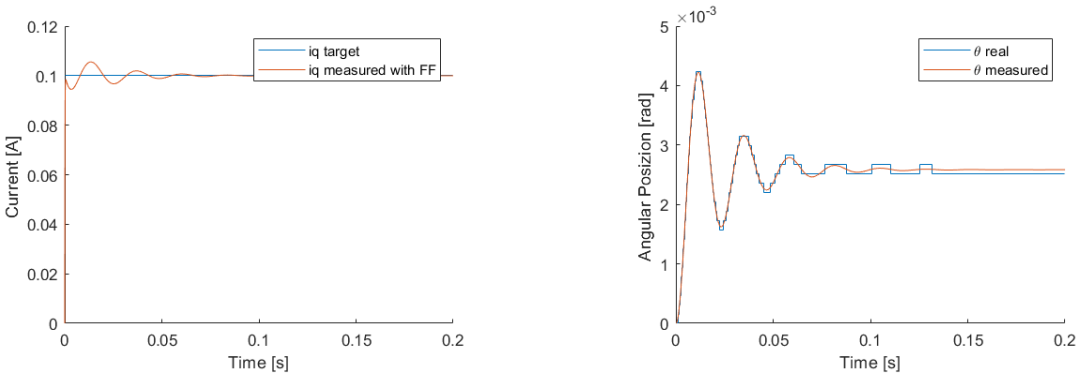


(a) corrente (b) tensione

Figura 7.3: Grandezze elettriche nel sistema di riferimento $\alpha - \beta$ frame

Analizzando le risposte della corrente in quadratura del sistema con e senza il meccanismo di compensazione, si osserva che entrambe si stabilizzano sul valore di riferimento senza mostrare particolari sovraelongazioni. Tuttavia presentano delle piccole oscillazioni che non inficiano sulle prestazioni complessive del sistema, dovute alla non idealità delle compensazioni e agli effetti provocati dal termine di disturbo presente nel modello meccanico di coppia residua. Questo disturbo si oppone alla coppia generata dal motore e ha un carattere sinusoidale, con un'ampiezza massima costante determinata dalle caratteristiche strutturali del motore e una frequenza proporzionale alla velocità angolare del motore. Inoltre sapendo che la coppia generata dal motore coincide con la coppia elettromagnetica e che quest'ultima è proporzionale alla corrente in quadratura secondo la relazione $\tau_{em}(t) = \psi_M i_q(t)$, si può concludere che l'intensità della corrente gioca un ruolo critico nel funzionamento del sistema. Infatti, se la corrente in quadratura è sufficientemente elevata da generare una coppia elettromagnetica significativamente maggiore della coppia residua, gli effetti del disturbo risultano poco rilevanti sul comportamento del motore. Al contrario, se la coppia prodotta è confrontabile con la coppia residua, gli effetti del disturbo risultano molto evidenti.

Nel caso in cui la coppia elettromagnetica non sia sufficientemente elevata da superare la coppia residua, si raggiunge una condizione critica in cui il rotore non riesce a ruotare e si stabilizza in una posizione di equilibrio. Questo fenomeno può essere osservato ad esempio imponendo come riferimento per la corrente in quadratura un gradino unitario di ampiezza $i_q^* = 0.1A$



(a) Corrente in quadratura (b) Posizione

Figura 7.4: Risposta sistema con un riferimento $i_q(t) = 0.1A$

Con l'aumentare della corrente in quadratura, la coppia generata dal motore aumenta progressivamente, favorendo una riduzione dell'impatto del termine di coppia residua, rendendo i suoi effetti meno evidenti. Infatti imponendo un segnale di riferimento a gradino con un'ampiezza maggiore, ad esempio $i_q^* = 4A$ le oscillazioni risultano meno evidenti.

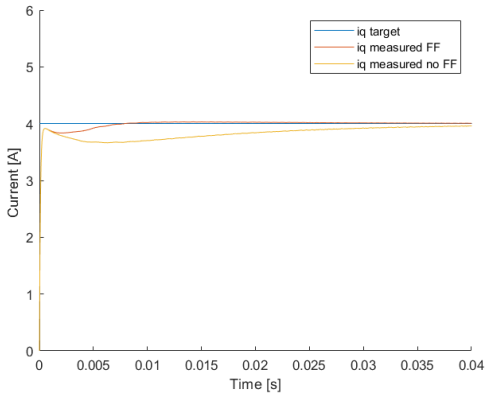


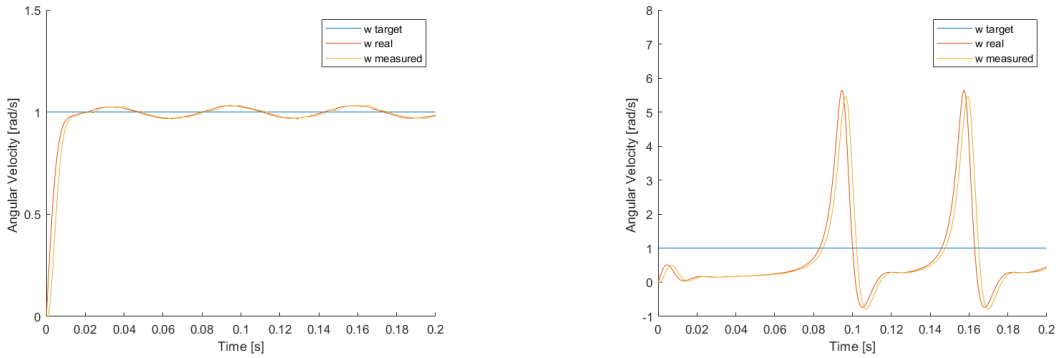
Figura 7.5: Risposta corrente in quadratura con un riferimento $i_q(t) = 4A$

Per le ragioni sopra esposte, l'implementazione del sistema di compensazione tramite feedforward del disturbo di coppia residua nel controllore di velocità riveste un ruolo cruciale per il corretto funzionamento del sistema.

7.2 Controllore di velocità

Per verificare il corretto funzionamento del controllore di velocità è necessario disattivare il controllore di posizione per poter imporre direttamente un riferimento al controllore di velocità.

Le seguenti immagini mostrano la risposta di velocità angolare del sistema, fornendo al controllore di velocità un segnale di riferimento a gradino unitario. Viene così offerto un confronto tra la risposta con e senza il meccanismo di compensazione dei disturbi meccanici ed elettrici.



(a) con meccanismo di compensazione

(b) senza meccanismo di compensazione

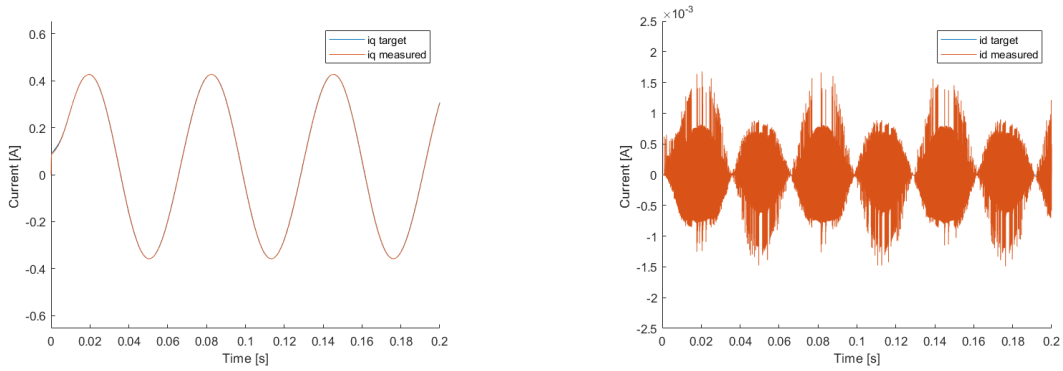
Figura 7.6: Risposta velocità angolare

	con FF	senza FF
$t_r[5\%]$	$9.46ms$	$82.56ms$
$t_s[5\%]$	$9.46ms$	Indef

Tabella 7.2: Prestazioni controllore di velocità

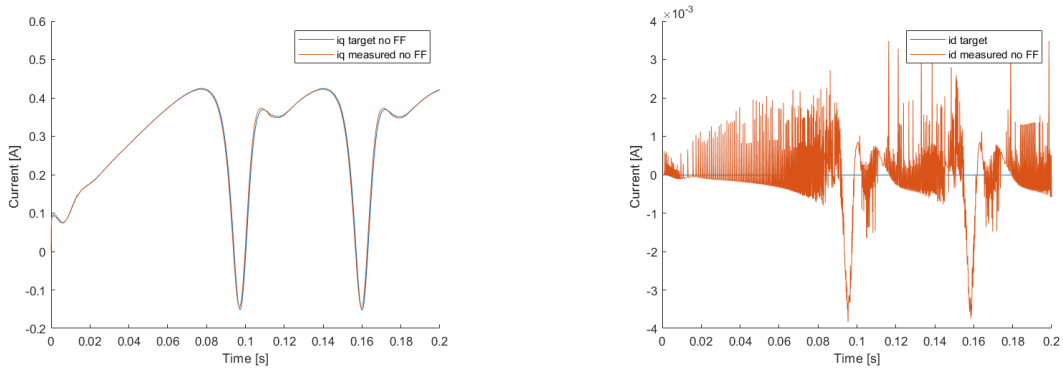
Analizzando le risposte, si osserva che solo il sistema che implementa la compensazione dei disturbi è in grado di raggiungere e mantenersi in un intorno del segnale di riferimento, rispettando i vincoli stabiliti per il controllo.

La seguente figura riporta gli andamenti delle correnti nel sistema di riferimento $d - q$ frame con e senza meccanismo di compensazione:



(a) corrente in quadratura (b) corrente diretta

Figura 7.7: Risposta corrente sistema con compensazione



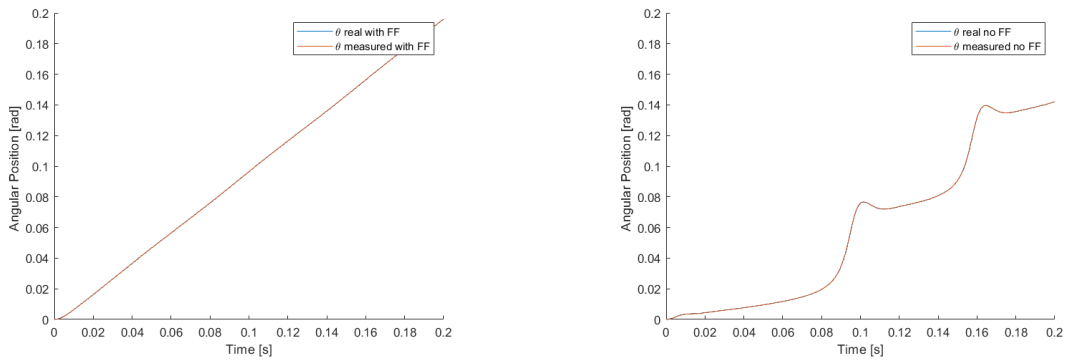
(a) corrente in quadratura (b) corrente diretta

Figura 7.8: Risposta corrente sistema senza compensazione

Analizzando la risposta della corrente in quadratura si osserva che in entrambi i casi il controllore di corrente è in grado di seguire con precisione il riferimento impostato. Inoltre, esaminando la risposta della corrente diretta, si nota che essa risulta molto ridotta, in quanto il controllore di corrente riesce a minimizzare il suo contributo in modo efficiente. Il segnale di riferimento di corrente in quadratura nel sistema che implementa il meccanismo di compensazione presenta un andamento sinusoidale dovuto al contributo predominante del segnale di compensazione della coppia residua.

La risposta di velocità senza il meccanismo di compensazione presenta un comportamento periodico piuttosto inusuale, caratterizzato da elevate sovraelongazioni che rendono il movimento del rotore non uniforme. Questo fenomeno è causato dalla presenza della coppia residua e si manifesta quando la velocità di riferimento è piuttosto bassa.

Per facilitare l'analisi del fenomeno, in seguito è riportata la posizione angolare assunta dal motore fornendo al controllore di velocità un riferimento a gradino unitario:



(a) con sistema di compensazione

(b) senza sistema di compensazione

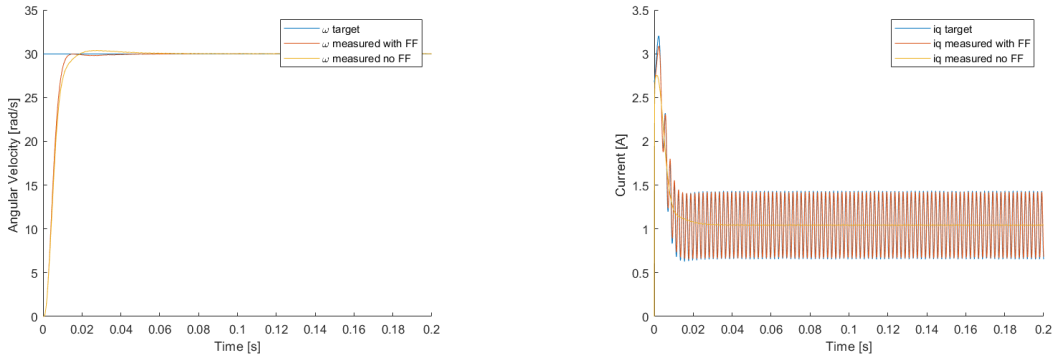
Figura 7.9: Risposta posizione angolare

Analizzando attentamente la risposta in posizione del motore e la corrente in quadratura del sistema senza compensazione si può evincere che inizialmente la coppia prodotta non è sufficiente per superare in modo costante la coppia residua. In questa situazione, il rotore si stabilizza in una condizione di equilibrio e il controllore, rilevando l'errore in velocità, aumenta il riferimento di corrente in quadratura. Quando la corrente è sufficientemente elevata da produrre una coppia che superi la coppia residua, il rotore ruota bruscamente, portandosi a velocità maggiori del riferimento. Il controllore rileva questa anomalia e cerca di correggerla generando una corrente in quadratura negativa, in modo da produrre una coppia che rallenti il sistema. In questa condizione, il rotore ruota fino a raggiungere una nuova posizione di equilibrio poiché non è più in grado di superare la coppia residua e il ciclo si ripete in modo periodico.

L'efficacia del meccanismo di compensazione della coppia residua può essere apprezzata in modo evidente analizzando la risposta in posizione angolare del sistema in quanto si presenta lineare e molto precisa. Inoltre grazie al meccanismo di compensazione la risposta di velocità rispetta i vincoli imposti dal controllo, riuscendo a raggiungere e stabilizzarsi correttamente attorno al valore di riferimento. Tuttavia, quest'ultima presenta delle piccole oscillazioni che non compromettono le prestazioni complessive del sistema, causate dalle non idealità nella compensazione dei disturbi. Infatti, i sensori non forniscono il segnale reale del sistema, ma una sua versione misurata, presentando quindi delle imperfezioni. Questo aspetto risulta evidente analizzando le risposte di velocità del motore, dove si osserva un leggero ritardo temporale tra la velocità reale e

quella misurata. Questo fenomeno è dovuto alla non idealità dell'operazione di derivata, implementata in forma approssimata attraverso un filtro passa banda.

Con l'aumento del valore del riferimento di velocità, la coppia elettromagnetica prodotta dal motore risulta maggiore rendendo gli effetti del disturbo dovuto alla coppia residua progressivamente meno evidenti. Infatti per valori elevati di velocità, la coppia prodotta risulta significativamente superiore rispetto alla coppia residua e gli effetti del disturbo possono essere trascurati in quanto non apprezzabili. Questo fenomeno può essere apprezzato ad esempio imponendo come riferimento di velocità $\omega^* = 30rad/s$



(a) risposta velocità angolare

(b) corrente in quadratura

Figura 7.10: Risposta sistema con riferimento di velocità angolare $\omega = 30rad/s$

In questo caso le due risposte mostrano andamenti molto simili se non per una leggera sovraelongazione causata dalla presenza dei disturbi. Questo conferma che avendo impostato un rifermento di velocità piuttosto elevato, la coppia elettromagnetica prodotta è sufficiente per dominare la coppia residua, rendendo di fatto gli effetti del disturbo trascurabili.

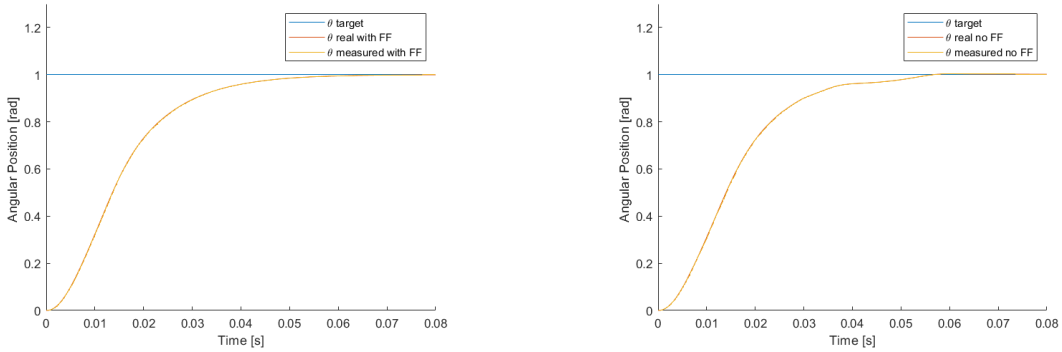
Nonostante nel sistema senza compensazione dei disturbi non sia implementata nemmeno la compensazione dei disturbi elettrici, la risposta risulta sorprendentemente molto simile. Infatti il controllore di corrente essendo molto rapido riesce a ridurre efficacemente i disturbi del modello elettrico in modo che i loro effetti non influenzino significativamente il sistema controllato in velocità.

Dunque dall'analisi svolta si può concludere che il meccanismo di compensazione dei disturbi risulta di fondamentale importanza per poter controllare la velocità angolare quando i riferimenti di velocità sono di piccola entità e quindi producono una coppia elettromagnetica non sufficiente a superare in modo costante la coppia residua.

7.3 Controllore di posizione

In questo caso per verificare il corretto funzionamento del controllore di posizione non è necessario rimuovere componenti del sistema di controllo, in quanto si ha accesso diretto al segnale di riferimento in ingresso al controllore.

Le seguenti immagini mostrano la risposta di posizione angolare del sistema, fornendo al controllore di posizione un segnale di riferimento a gradino unitario. Viene così offerto un confronto tra la risposta con e senza il meccanismo di compensazione dei disturbi meccanici ed elettrici.



(a) con meccanismo di compensazione (b) senza meccanismo di compensazione

Figura 7.11: Risposta posizione angolare

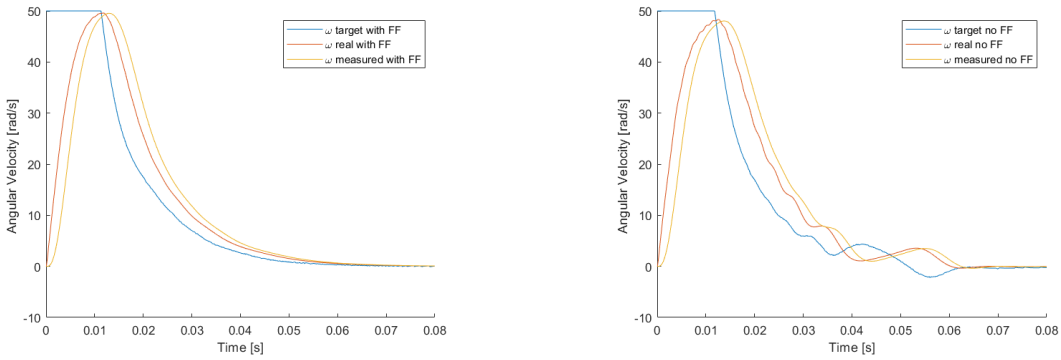
	con FF	senza FF
$t_r[5\%]$	$37.82ms$	$36.46ms$
$t_s[5\%]$	$37.82ms$	$36.46ms$
s	0%	0%
e	0%	0%

Tabella 7.3: Prestazioni controllore di posizione

Le due risposte risultano molto simili e rispettano i vincoli di controllo imposti al controllore di posizione. Questa similitudine è possibile perché la coppia generata dal motore è piuttosto elevata e dunque, come visto in precedenza, gli effetti di disturbo provocati dalla coppia residua risultano meno impattanti sul comportamento del motore.

Questo ottimo risultato è raggiunto anche grazie alla forte resistenza ai disturbi che presenta il sistema di controllo proposto, ottenuta grazie all'implementazione dei controllori a cascata. Infatti i controllori più interni, progettati per essere progressivamente più veloci, contribuiscono a minimizzare gli effetti dei disturbi che intervengono nella porzione di sistema da loro controllata prima che si propaghino sullo stadio successivo.

Le seguenti immagini mostrano la risposta in velocità angolare:

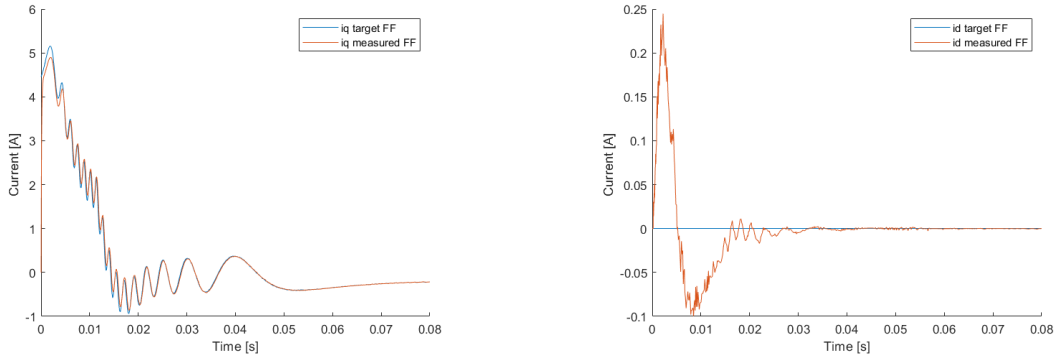


(a) con meccanismo di compensazione (b) senza meccanismo di compensazione

Figura 7.12: Risposta velocità angolare

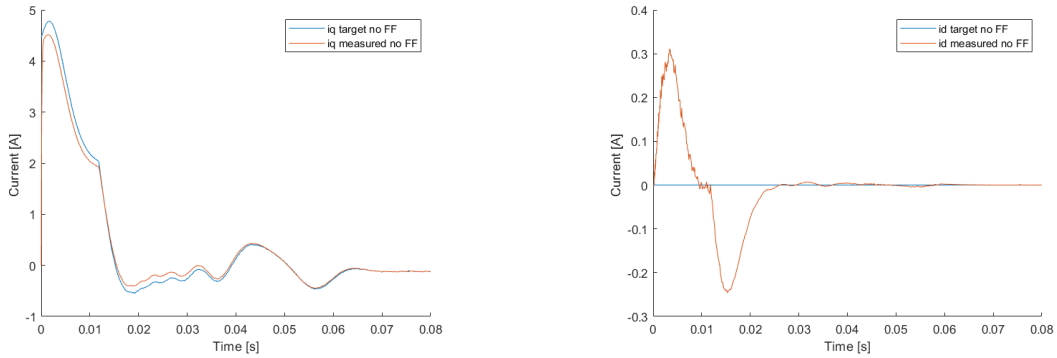
Si può apprezzare che in entrambi i casi il controllore di velocità riesce a seguire in modo piuttosto preciso l'andamento del segnale di riferimento, non presentando sovraelongazioni o comportamenti anomali, salvo per un leggero ritardo temporale che non provoca evidenti problemi nella risposta complessiva del sistema.

In seguito sono riportati gli andamenti delle correnti nel sistema di riferimento $d - q$ frame con e senza meccanismo di compensazione dei disturbi:



(a) corrente in quadratura (b) corrente diretta

Figura 7.13: Risposta corrente con meccanismo di compensazione



(a) corrente in quadratura

(b) corrente diretta

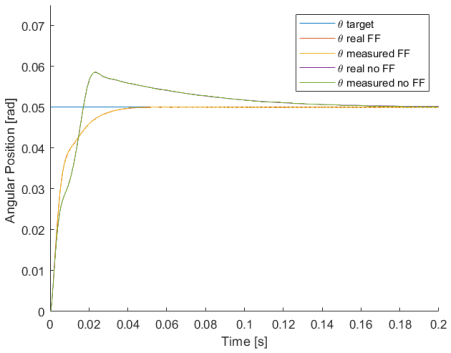
Figura 7.14: Risposta corrente senza meccanismo di compensazione

Si può notare che, anche in questo caso, il controllore di corrente riesce a seguire con precisione il riferimento impostato, senza mostrare ritardi temporali significativi, sovraelongazioni o comportamenti anomali. Le risposte di corrente in quadratura mostrano andamenti molto simili, a eccezione del fatto che la risposta con il meccanismo di compensazione presenta un termine sinusoidale di ampiezza moderata dovuto al segnale additivo di compensazione per la coppia residua.

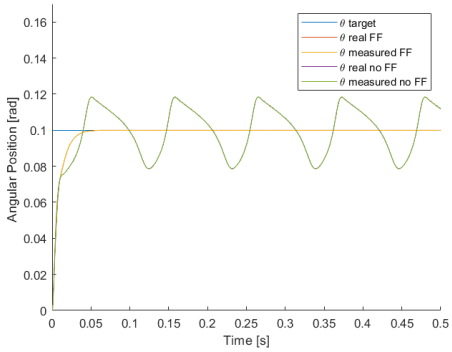
Il contributo del meccanismo di compensazione è di fondamentale importanza quando sono richiesti movimenti di piccola entità. In queste situazioni si raggiungono velocità inferiori e la corrente in quadratura genera una coppia elettromagnetica comparabile alla coppia residua, rendendo gli effetti del disturbo particolarmente significativi nel comportamento del sistema.

La figura 7.15 illustra i principali comportamenti del sistema in termini di posizione angolare quando si impongono segnali a gradino di piccola entità come riferimento per il controllo di posizione. Analizzando le risposte del sistema senza meccanismo di compensazione del disturbo:

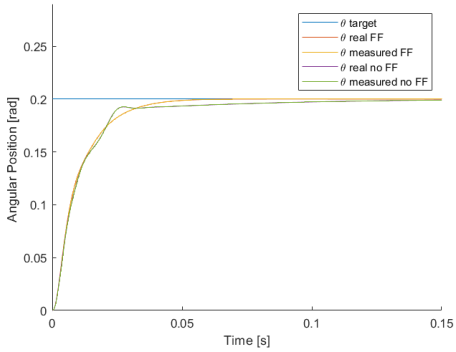
- Nella prima risposta (7.15a) si evidenzia una marcata sovraelongazione, che provoca un aumento del tempo di assestamento.
- Nella seconda risposta (7.15b) si manifestano delle significative oscillazioni periodiche attorno al valore di riferimento. Questo comportamento critico del sistema si verifica quando il rotore non riesce a stabilizzarsi in modo preciso a causa del disturbo di coppia residua e i tentativi di correzione da parte del controllore provocano oscillazioni attorno alla posizione di riferimento.
- Nella terza risposta (7.15c) si può osservare solo un leggero rallentamento.



(a) riferimento gradino con ampiezza 0.05 rad



(b) riferimento gradino con ampiezza 0.1 rad



(c) riferimento gradino con ampiezza 0.2 rad

Figura 7.15: Risposta posizione angolare

Le risposte del sistema senza meccanismo di compensazione per piccoli movimenti risultano molto diverse tra loro, poiché il comportamento del disturbo di coppia residua è sinusoidale e dipende dalla posizione angolare. Di conseguenza, a seconda della posizione assunta dal rotore, il disturbo influisce in modo diverso sul comportamento del sistema. Questa variabilità rappresenta un notevole problema in questo tipo di applicazioni in quanto rende difficile prevedere il comportamento del motore in assenza del meccanismo di compensazione per il disturbo di coppia residua.

Con l'introduzione del meccanismo di compensazione dei disturbi, le risposte migliorano notevolmente e mostrano buone prestazioni, riuscendo a raggiungere e stabilizzarsi sull'obiettivo senza presentare sovraelongazioni o comportamenti anomali. Questo rende il sistema molto più preciso e prevedibile, un aspetto di fondamentale importanza per questo tipo di applicazioni.

7.4 Conclusioni

Dall'analisi delle prestazioni è emerso che nel sistema con il meccanismo di compensazione dei disturbi, tutti i controllori progettati rispettano i vincoli di controllo imposti. Inoltre si è potuto constatare che la compensazione dei disturbi riveste un ruolo cruciale per il corretto funzionamento del motore, in particolare per la gestione della coppia residua, soprattutto quando sono richiesti movimenti di piccola entità. Infatti durante le simulazioni svolte si è potuto apprezzare chiaramente l'efficacia del meccanismo di compensazione nel ridurre gli effetti del disturbo di coppia residua.

Durante il normale funzionamento, come evidenziato dall'analisi delle risposte delle correnti, la corrente diretta $i_d(t)$ presenta sempre un'ampiezza molto inferiore rispetto alla corrente in quadratura $i_q(t)$ in quanto si cerca di minimizzarla attraverso l'uso del controllore. Pertanto si può considerare l'opportunità di modificare le soglie di saturazione della corrente rendendole asimmetriche, aumentando la soglia della corrente in quadratura e diminuendo la soglia della corrente diretta, sempre nel rispetto dei limiti di corrente imposti nel sistema di riferimento $\alpha - \beta$ frame dal motore e dal circuito di pilotaggio. In questo modo è possibile sfruttare appieno le potenzialità del motore e del circuito di pilotaggio, raggiungendo prestazioni superiori. Tuttavia, nel sistema progettato, con le limitazioni imposte e i controllori implementati, non è necessario effettuare questa operazione, poiché durante il normale funzionamento non si presentano significativi fenomeni di saturazione di corrente e tensione. Questo aspetto può essere osservato anche nel seguente capitolo, nel quale viene analizzato il comportamento del sistema in situazioni di funzionamento reali dove sono necessarie rotazioni dei motori di notevole entità. Per questa ragione durante l'analisi svolta non è stato possibile apprezzare in modo evidente i vantaggi introdotti dal meccanismo di anti-windup. Ma la sua implementazione è di fondamentale importanza per garantire il funzionamento del sistema in tutte le condizioni. Infatti potrebbero generarsi delle situazioni impreviste durante il funzionamento che causano la saturazione delle grandezze elettriche, provocando l'effetto di windup nei controllori.

8

Controllo sistema di movimento

8.1 Implementazione sistema coreXY

A questo punto, il sistema di posizionamento coreXY è equipaggiato con motori passo-passo controllati con precisione in termini di posizione angolare. Tuttavia, gestire il movimento del sistema esclusivamente attraverso le posizioni angolari dei motori si dimostra poco pratico. Nei sistemi di posizionamento è infatti più comodo e intuitivo operare in termini di posizioni nel piano lineare x-y.

Per poter interagire con il sistema in termini di coordinate nel sistema cartesiano, è fondamentale implementare in primo luogo la trasformazione elementare del sistema coreXY (2.2) all'uscita del sensore di posizione. Questa trasformazione consente di determinare in tempo reale la posizione assunta dall'ugello dell'estrusore nel piano lineare x-y in funzione delle posizioni angolari dei due motori.

Successivamente, invertendo la trasformazione elementare del sistema coreXY (2.2), si ottiene una nuova relazione che consente di determinare le posizioni angolari dei motori a partire dalle coordinate nel piano lineare.

$$\begin{aligned} \Delta\phi_1 &= \frac{1}{r}(\Delta x + \Delta y) \\ \Delta\phi_2 &= \frac{1}{r}(\Delta x - \Delta y) \end{aligned} \tag{8.1}$$

Questa trasformazione consente di ricavare, a partire dalle coordinate cartesiane di un punto desiderato, le posizioni angolari da impostare come riferimento per i motori affinché il sistema di posizionamento possa raggiungere la posizione desiderata nel piano lineare. Dunque, implementando questa trasformazione, il sistema può essere controllato direttamente attraverso le coordinate cartesiane dei punti che si desidera raggiungere.

Infine, implementando la trasformata (6.79), è possibile risalire in tempo reale alla velocità degli assi x-y a partire dalla velocità angolare misurata sui motori.

La seguente immagine raffigura l'implementazione del sistema di movimento coreXY implementando le trasformazioni sopra menzionate:

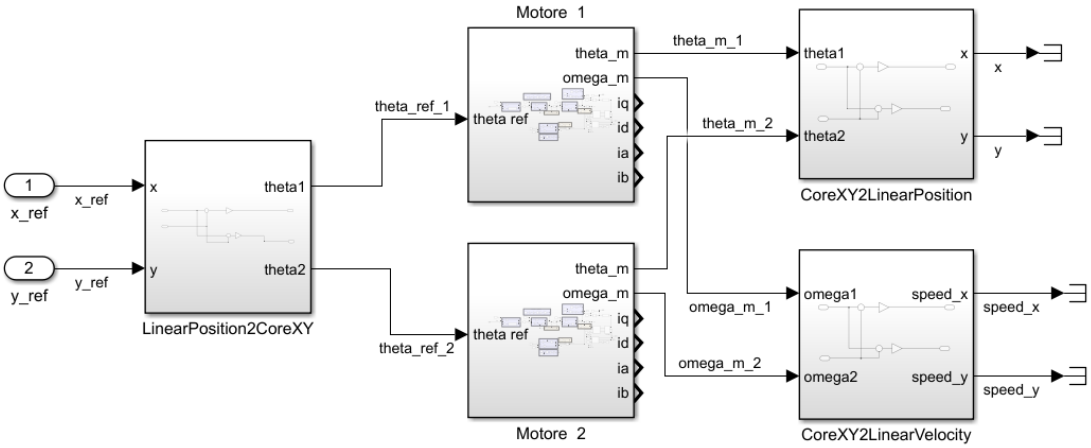


Figura 8.1: Implementazione sistema coreXY

È fondamentale sottolineare che il segnale di controllo deve essere progettato con cura, tenendo in considerazione i tempi necessari affinché il sistema possa posizionarsi correttamente nei punti prestabiliti.

8.2 Validazione prestazioni sistema di movimento

Per validare il corretto funzionamento dell'intero sistema, è stata eseguita una prova di posizionamento emulando un'applicazione reale. A tale scopo, si è simulato il posizionamento per la stampa di uno strato a forma di ottagono regolare con lati di $10cm$, fornendo al sistema di movimento un segnale di controllo contenente le coordinate x-y dei punti che definiscono i vertici della forma desiderata.

La seguente figura riporta nel piano cartesiano x-y il riferimento di posizione imposto al sistema di controllo per la stampa dello strato ottagonale e la corrispondente posizione assunta dal sistema di posizionamento:

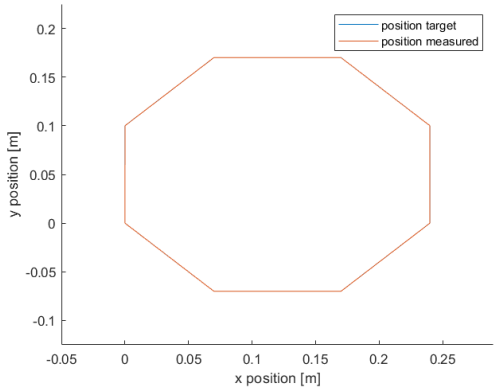


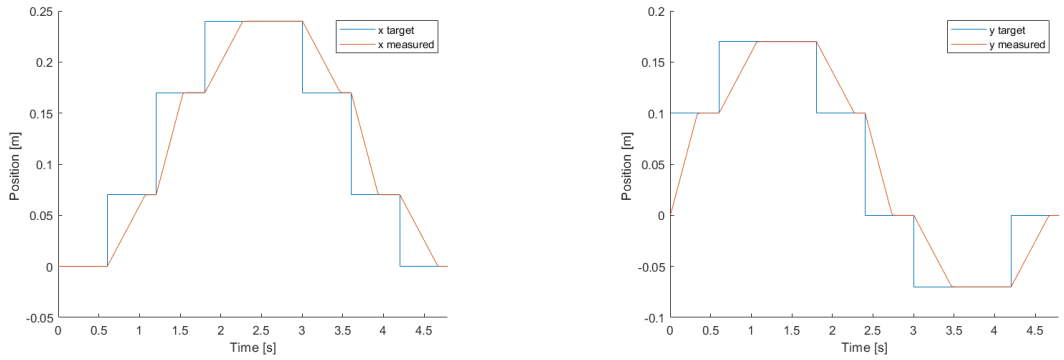
Figura 8.2: Stampa di un ottagono nel piano cartesiano lineare x-y

Analizzando la figura, si può concludere che il sistema di movimento riesce a posizionarsi in modo accurato e preciso nelle posizioni prestabilite. Questo risultato è reso possibile anche grazie a una temporizzazione adeguata del segnale di riferimento. Infatti, per garantire il corretto funzionamento del sistema, il segnale di riferimento generato deve essere pianificato tenendo in considerazione i tempi necessari per il posizionamento, affinché le variazioni del segnale di riferimento avvengano solo quando il sistema si è opportunamente posizionato. In questo modo, si fornisce al sistema il tempo necessario per posizionarsi correttamente nelle posizioni desiderate.

In seguito sono riportati e analizzati i principali risultati emersi da questa fase di validazione.

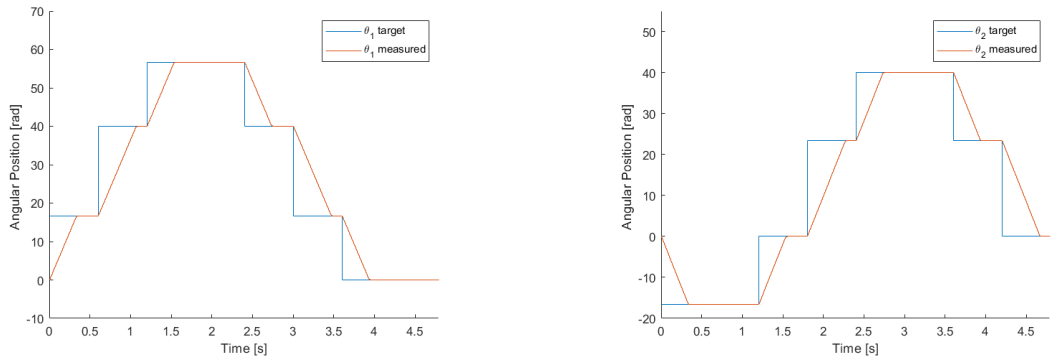
8.2.1 Posizione

Le seguenti immagini riportano la posizione lineare assunta dall'ugello dell'estrusore in termini di coordinate x-y e la posizione angolare assunta dai motori:



(a) posizione x (b) posizione y

Figura 8.3: posizione nel piano cartesiano lineare



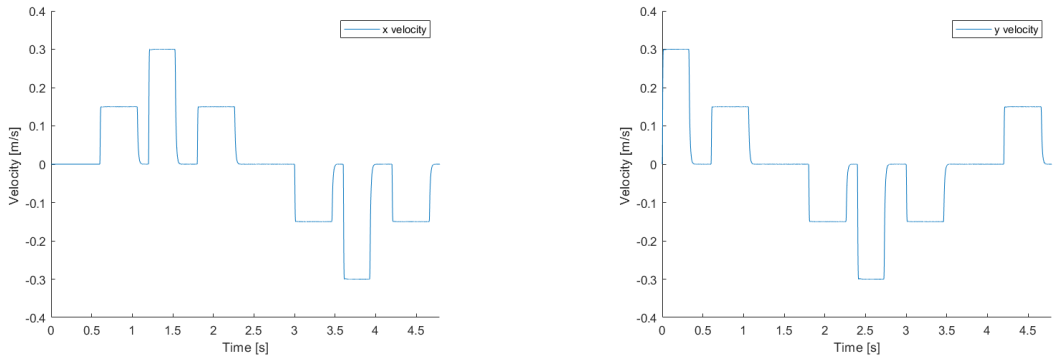
(a) motore 1 (b) motore 2

Figura 8.4: posizione angolare motori

Analizzando le risposte in posizione angolare dei motori si può concludere che anche in situazioni di funzionamento reale in cui si presentano rotazioni dei motori di notevole entità, il sistema di controllo sviluppato permette il posizionamento preciso e accurato dei motori passo passo nelle posizioni angoli di riferimento imposte, senza presentare sovraelongazioni o anomalie di nessun genere. Il posizionamento avviene in modo preciso, fluido e prevedibile, caratteristiche chiave per questo tipo di applicazioni. Questo si ripercuote anche nel posizionamento dell'ugello dell'estrusore, infatti analizzando la risposta nelle coordinate del piano cartesiano, esse rispecchiano le ottime caratteristiche delle risposte angolai dei motori.

8.2.2 Velocità

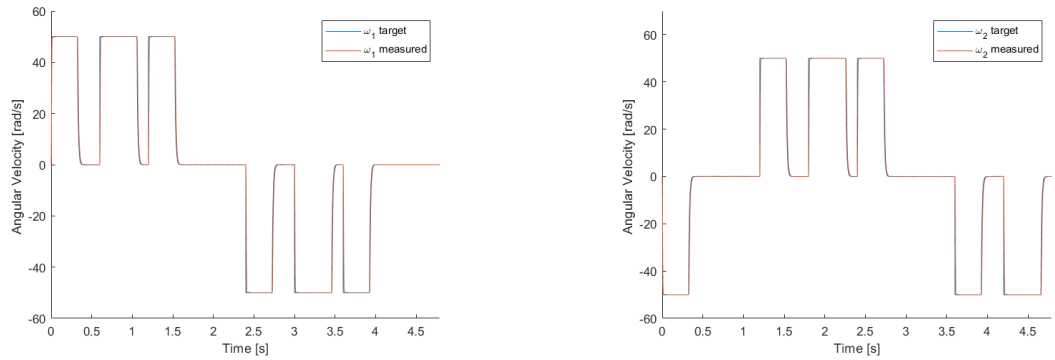
Le seguenti immagini riportano la velocità lineare assunta dell'estrusore lungo gli assi nel piano cartesiano x-y e la velocità angolare assunta dai motori:



(a) velocità asse x

(b) velocità asse y

Figura 8.5: velocità lineare assi nel piano cartesiano x-y



(a) motore 1

(b) motore 2

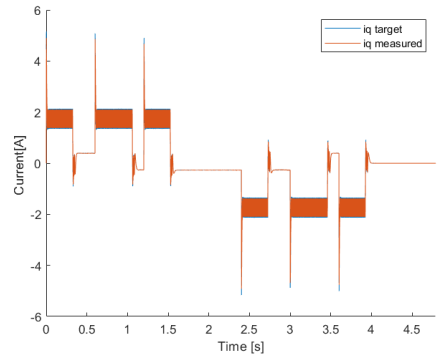
Figura 8.6: velocità angolare motori

Anche in questo caso, il sistema raggiunge gli obiettivi in modo accurato e preciso, senza manifestare comportamenti anomali. È interessante notare che in situazioni di utilizzo reale, come nel caso in analisi, possono essere necessarie rotazioni dei motori di notevole entità. In tali circostanze, la velocità angolare dei motori si stabilizza in modo preciso e accurato al valore costante di saturazione, senza mostrare alcuna sovraelongazione e garantendo un movimento fluido. Questo si riflette positivamente anche nel movimento del sistema di posizionamento nel piano cartesiano x-y, permettendo di ottenere movimenti uniformi e prevedibili, favorendo una buona qualità di stampa grazie alla stesura precisa e uniforme del materiale.

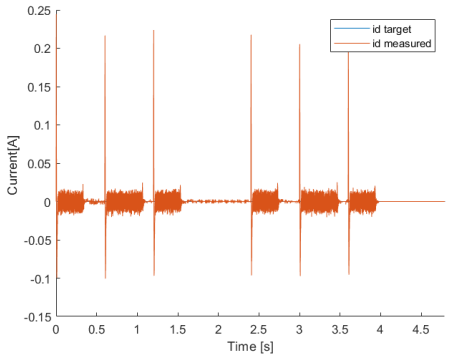
8.2.3 Grandezze elettriche

L'analisi è stata condotta esclusivamente sulle grandezze elettriche del motore 1, poiché la risposta del motore 2 mostra un comportamento analogo, con le stesse caratteristiche, senza presentare ulteriori elementi degni di nota.

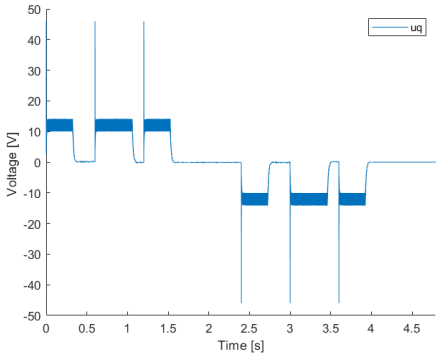
In seguito è riportata la risposta delle grandezze elettriche nel sistema di riferimento $d-q$ frame del motore numero 1:



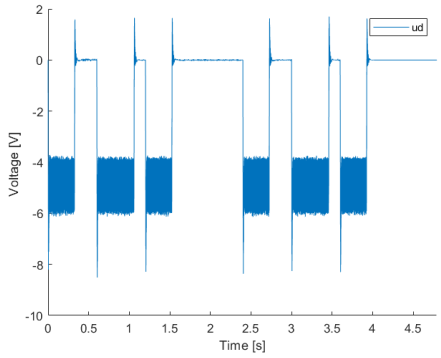
(a) corrente in quadratura i_q



(b) corrente diretta i_d



(c) tensione in quadratura u_q



(d) tensione diretta u_d

Figura 8.7: Grandezze elettriche motore 1 nel sistema di riferimento $d-q$ frame

Si può concludere che, anche in situazioni di funzionamento reale in cui si verificano rotazioni dei motori di notevole entità, il controllore di corrente riesce a seguire accuratamente il riferimento, senza manifestare comportamenti anomali. Le grandezze elettriche non evidenziano fenomeni di saturazione significativi, dimostrando così che il sistema è stato adeguatamente progettato e dimensionato. Le oscillazioni ad alta frequenza che si manifestano nelle grandezze elettriche sono attribuibili al contributo di compensazione sinusoidale del disturbo di coppia residua, il quale presenta un'elevata frequenza a causa dell'alta velocità angolare.

9 Conclusioni

Dall'analisi dei risultati esposti è emerso che il sistema proposto presenta ottime prestazioni in simulazione, rispettando tutti gli obiettivi e offrendo movimenti fluidi e prevedibili, senza presentare comportamenti anomali.

Il sistema di controllo del motore passo passo in catena chiusa proposto permette di correggere eventuali errori di posizionamento del rotore che invece sono trascurati nei sistemi di pilotaggio a catena aperta. In questo modo è possibile raggiungere una risoluzione molto più elevata, permettendo un posizionamento più preciso e fluido, evitando il movimento a passi caratteristico di questi motori. Questi aspetti migliorano la qualità di stampa in quanto permettono una stesura del materiale estruso precisa e uniforme.

Questo risultato è anche frutto della precisa modellizzazione dell'apparato che ha permesso di progettare in modo efficace il sistema di controllo a cascata proposto. Esso implementa la tecnica FOC che permette di controllare in modo diretto la coppia prodotta dal motore tramite uno strategico cambio di coordinate delle grandezze elettriche e di massimizzare la sua efficienza in termini di consumi elettrici.

Il controllo a cascata delle diverse grandezze fisiche del sistema consente di ottenere buone prestazioni e una notevole resistenza ai disturbi. Infatti i controllori interni, progettati per essere progressivamente più rapidi, minimizzano gli effetti dei disturbi che influenzano la porzione di sistema da loro gestita prima che i loro effetti si ripercuotano significativamente sugli stadi esterni. Questo approccio offre una maggiore flessibilità nel controllo delle grandezze fisiche del sistema, consentendo l'implementazione di limitazioni adeguate che assicurano un funzionamento corretto dell'apparato. Le restrizioni sulle grandezze elettriche garantiscono che i componenti di pilotaggio e il motore operino in condizioni ottimali, prevenendo picchi di tensione o corrente che potrebbero

danneggiarli. Allo stesso modo le limitazioni di velocità risultano fondamentali per garantire una corretta estrusione del materiale e impedire movimenti eccessivamente rapidi che potrebbero compromettere la struttura e generare vibrazioni dannose, influenzando negativamente la qualità di stampa.

Inoltre ha permesso l'implementazione di un particolare sistema di compensazione dei termini non lineari tramite feedforward. Esso si è rivelato particolarmente efficace nella reiezione dei disturbi e si è potuto osservare, attraverso le simulazioni svolte, che ricopre un ruolo fondamentale nel corretto funzionamento del sistema di controllo.

Per ottenere i migliori risultati dall'implementazione del sistema di controllo proposto è fondamentale stimare in modo accurato, attraverso misurazioni sperimentali sull'apparato, i parametri che lo caratterizzano. Solo in questo modo il sistema di compensazione dei disturbi può agire in modo efficace e preciso nella reiezione dei termini di disturbo.

Un futuro sviluppo del progetto prevede la creazione di un modello matematico più accurato che consideri i seguenti aspetti:

- Le non idealità del sistema di movimento: descrivendo il moto dell'estrusore ad esempio tenendo in considerazione gli effetti causati dall'elasticità della cinghia di trazione.
- Un modello più accurato dei sensori e del sistema di pilotaggio di potenza che tengano in considerazione il rumore di misura e i ritardi temporali.
- Un modello più accurato del motore, stimando sperimentalmente i parametri che descrivono l'induttanza in funzione dell'angolo elettrico del motore, in modo da considerare la variazione di riluttanza magnetica. Inoltre si possono tenere in considerazioni alcune non idealità del motore come le saturazioni di flusso magnetico e la dipendenza dei parametri dalla corrente di fase.
- Un modello più accurato della coppia di carico, stimando accuratamente nel sistema fisico eventuali rumori o disturbi

In conclusione, il sistema di posizionamento dell'estrusore si distingue per le sue buone prestazioni, offrendo un posizionamento dell'ugello preciso e accurato, accompagnato da movimenti fluidi e controllati. Grazie all'implementazione di un sistema di controllo in catena chiusa, il sistema presenta una maggiore affidabilità, prestazioni superiori e una maggiore resistenza ai disturbi rispetto a un tradizionale sistema pilotato in catena aperta. Inoltre la possibilità di correggere eventuali errori di posizionamento garantisce un comportamento più prevedibile del sistema, un aspetto cruciale per le applicazioni di questo tipo.

Bibliografia

[1] Mauro Bisiacco e M. Elena Valcher. *Controlli automatici. Tutto quello che avreste voluto sapere a riguardo ma non avete mai osato chiedere*. Gen. 2015.

[2] *coreXY*. url: https://corexy.com/.

[3] Stijn Derammelaere et al. «Sensorless load angle control for two-phase hybrid stepper motors». In: *Mechatronics* 43 (2017), pp. 6–17. issn: 0957-4158. doi: https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2017.02.003. url: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415817300168.

[4] B. Henke et al. «Modeling of hybrid stepper motors for closed loop operation». In: *IFAC Proceedings Volumes* 46.5 (2013). 6th IFAC Symposium on Mechatronic Systems, pp. 177–183. issn: 1474-6670. doi: https://doi.org/10.3182/20130410-3-CN-2034.00042. url: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015362133.

[5] Nassim A. Iqteit et al. «Simple Mathematical and Simulink Model of Stepper Motor». In: *Energies* 15.17 (2022). issn: 1996-1073. doi: 10.3390/en15176159. url: https://www.mdpi.com/1996-1073/15/17/6159.

[6] Ahmet Mehmet Karadeniz, Malek Alkayyali e Péter Tamás Szemes. «Modelling and Simulation of Stepper Motor For Position Control Using LabVIEW». In: *Recent Innovations in Mechatronics* 5.1 (apr. 2018), pp. 1–5. doi: 10.17667/riim.2018.1/7. url: https://ojs.lib.unideb.hu/rIim/article/view/3833.

[7] Marta Leal et al. «Double Back-Calculation Approach to Deal with Input Saturation in Cascade Control Problems». In: *CONTROLO 2020*. A cura di José Alexandre Gonçalves, Manuel Braz-César e João Paulo Coelho. Cham: Springer International Publishing, 2021, pp. 200–209. isbn: 978-3-030-58653-9.

[8] Michael Marne. «Model based control of PMSM using field oriented control». In: 2019. url: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:213292484.

[9] N. Matsui, M. Nakamura e T. Kosaka. «Instantaneous torque analysis of hybrid stepping motor». In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 32.5 (1996), pp. 1176–1182. doi: 10.1109/28.536880.

[10] *ML34HD0L8500*. url: https://www.moonsindustries.com/p/nema-34-standard-hybrid-stepper-motors/ml34hd0l8500-000004611110009805.

[11] *Motore passo passo*. url: https://it.wikipedia.org/wiki/Motore_passo-passo.

[12] Ricardo Picatoste Ruilope. «Modelling and Control of Stepper Motors for High Accuracy Positioning Systems Used in Radioactive Environments». Unpublished. Ott. 2014. url: https://oa.upm.es/32464/.

[13] *Printing at 300 mm / s*. url: https://dyzedesign.com/2016/11/printing-300-mm-s-part-2-calculations/.

[14] *PWM: exact and approximate time and frequency domain solutions*. url: https://lpsa.swarthmore.edu/PWM/pwmDraw.html.

[15] Luca Schenato. *Frequency domain PID Design*. url: https://stem.elearning.unipd.it/mod/resource/view.php?id=463906.

[16] Luca Schenato. *Laboratory activity 4: Speed PI control improvements for a DC servomotor*. url: https://stem.elearning.unipd.it/mod/resource/view.php?id=463918.

[17] Luca Schenato. *Second Order Dynamical Systems*. url: https://stem.elearning.unipd.it/mod/resource/view.php?id=463892.

[18] *Stepper-motors-basics-types-uses*. url: https://www.monolithicpower.com/en/learning/resources/stepper-motors-basics-types-uses.

[19] Mingzhou Yin et al. «Dynamic Modeling and Characterization of the Core- Xy-Cartesian Motion System». In: *2018 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR)*. 2018, pp. 206–211. doi: 10.1109/RCAR.2018.8621684.

Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia più sincera gratitudine ai miei genitori, il cui amore e supporto incondizionati hanno reso possibile il raggiungimento di questo importante traguardo. Grazie per aver sempre creduto in me e per avermi incoraggiato a perseguire i miei sogni, anche nei momenti più difficili dandomi la forza e la motivazione per superare qualunque sfida mi si presentasse. I vostri sforzi e sacrifici non solo mi hanno permesso di raggiungere questo obiettivo, ma sono stati anche una preziosa lezione di vita.

Inoltre desidero ringraziare in modo sincero tutti gli amici che mi sono stati vicini durante questo percorso, sopportandomi e supportandomi nei momenti di difficoltà. La vostra amicizia, il vostro sostegno e il vostro aiuto sono stati fondamentali e hanno avuto un impatto significativo sulla mia esperienza. Grazie a voi questo viaggio è stato meno pesante e difficile in quanto il vostro aiuto, la vostra simpatia e il vostro spirito positivo sono riusciti a rallegrarmi anche nei momenti più difficili.