



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**



**DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA BIOMEDICA

**FILTRAGGIO DEL SEGNALE ECG PER LA
RIMOZIONE DEL RUMORE E METODO LMS**

Relatore: Prof. Erseghe Tomaso

Laureando: Lepore Francesco

ANNO ACCADEMICO 2021–2022

Data di laurea 25/11/2022

FILTRAGGIO DEL SEGNALE ECG PER LA
RIMOZIONE DEL RUMORE E METODO LMS

INDICE

ABSTRACT	2
INTRODUZIONE	3
1 CENNI DI ELETTROCARDIOGRAFIA	4
1.1 ORIGINE E PROPAGAZIONE DEL BATTITO	4
1.2 CELLULE MUSCOLARI CARDIACHE.....	6
1.2.1 PA DELLE CELLULE MIOCARDICHE	6
1.2.2 PA DELLE CELLULE AUTORITMICHE	7
1.3 ELETTROCARDIOGRAFIA	8
1.3.1 MODELLIZZAZIONE	8
1.3.2 IL TRIANGOLO DI EINTHOVEN.....	10
1.4 ANALISI DEL TRACCIATO.....	12
2 SIGNAL PROCESSING DI ECG	15
2.1 RUMORE E SIGNAL PROCESSING.....	15
2.1.1 SNR	15
2.1.2 NOISE CORRELATION	16
2.1.3 SEPARABILITÀ SEGNALE-RUMORE	16
2.2 SPETTRO DEL SEGNALE ECG.....	17
2.3 SORGENTI DI RUMORE NEL SEGNALE ECG	18
2.3.1 BASELINE WANDER (BLW).....	18
2.3.2 POWERLINE INTERFERENCE (PLI).....	21
2.3.3 RUMORE ELETTROMIOGRAFICO (EMG NOISE).....	26
2.3.4 MOTION ARTIFACT (MA).....	30
3 FILTRAGGIO ADATTATIVO E METODO LEAST MEAN SQUARE	33
3.1 FILTRI ADATTATIVI	33
3.2 LEAST MEAN SQUARE (LMS)	34
3.2.1 ALGORITMO DI AGGIORNAMENTO DEI COEFFICIENTI.....	35
3.3 PRESTAZIONI DI LMS E NLMS E CONFRONTO.....	36
3.4 CASE STUDY: FILTRAGGIO ADATTATIVO LMS CON MATLAB PER RIMOZIONE DI ARTEFATTO DA MOVIMENTO	39
CONCLUSIONI.....	41
BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA.....	42
RINGRAZIAMENTI.....	44

ABSTRACT

L'elettrocardiogramma (ECG) è la riproduzione grafica dell'attività elettrica del cuore, ottenuta tramite il posizionamento di elettrodi superficiali. In fase di rilevazione, esso subisce l'interferenza di vari tipi di rumori e artefatti, che, alterando la morfologia del tracciato, riducono l'accuratezza delle analisi. Per studiare accuratamente il tracciato ECG a scopi medici, tali interferenze devono essere rimosse. Questa tesi si propone di presentare le principali fonti di rumore e le loro caratteristiche, fornendo per ciascuna di esse delle possibili tecniche di rimozione implementate durante il *signal processing*. La tesi offre inoltre una visione più dettagliata del metodo LMS (Least Mean Square).

INTRODUZIONE

La pulizia del segnale dal rumore è un processo di cruciale importanza nell'analisi dell'elettrocardiogramma a scopo medico, per evidenziare eventuali patologie cardiache.

Nel primo capitolo di questa tesi si spiega sinteticamente grazie a quali tipi di cellule e in che modo avviene la conduzione nel cuore e come la sua attività elettrica viene tradotta e registrata sottoforma di elettrocardiogramma, analizzando poi le varie porzioni del tracciato e collegandole al relativo evento fisiologico.

Il secondo capitolo verte sul filtraggio: si analizzano le caratteristiche delle principali fonti di rumore presenti in fase di rilevazione di ECG (*baseline wander*, *powerline interference*, *electromyographic noise* e *motion artifact*) e per ciascuna di esse si propongono delle possibili soluzioni per ripulire il segnale dal rumore attraverso il *signal processing*, fornendo anche un codice Matlab dimostrativo.

L'ultimo capitolo offre una visione d'insieme del filtraggio adattativo, più complesso, ma che risulta più performante del filtraggio lineare in determinate situazioni. In particolare, viene descritto il metodo Least Mean Square (LMS).

1 CENNI DI ELETTROCARDIOGRAFIA

1.1 ORIGINE E PROPAGAZIONE DEL BATTITO

Le parti del cuore (figura 1.1) battono normalmente in sequenza ordinata: prima avviene la contrazione dell'atrio (sistole atriale), seguita dalla contrazione del ventricolo (sistole ventricolare), durante la diastole tutte le 4 camere sono rilassate. Il battito del cuore è generato da un sistema di conduzione specializzata e si diffonde attraverso questo sistema a tutte le parti del miocardio. Le strutture in questione sono: il nodo senoatriale (nodo SA), i percorsi atriali internodali e il nodo atrioventricolare (nodo AV), il fascio di His e i suoi rami e il sistema di Purkinje. Le diverse parti del sistema sono in grado di scaricarsi in modo autonomo, tuttavia il nodo SA di norma si scarica in modo più rapido rispetto agli altri, con la depolarizzazione che si diffonde da essa alle altre regioni prima di spegnersi spontaneamente. Esso rappresenta quindi il cosiddetto pacemaker cardiaco, e con la sua velocità di scarico determina la velocità del battito. A differenza dagli altri muscoli del corpo, che vengono “controllati” da cervello e midollo spinale, il cuore è un muscolo involontario e autosufficiente, in quanto possiede un proprio stimolatore che genera l'impulso elettrico che determina la contrazione cardiaca. Lo stimolo che genera la contrazione è di natura elettrica e si origina in modo spontaneo dai centri di controllo posti nel sistema nervoso centrale nell'encefalo e nel midollo spinale. Esso viene trasportato dal sistema nervoso centrale al cuore attraverso le vie efferenti parasimpatiche e simpatiche.

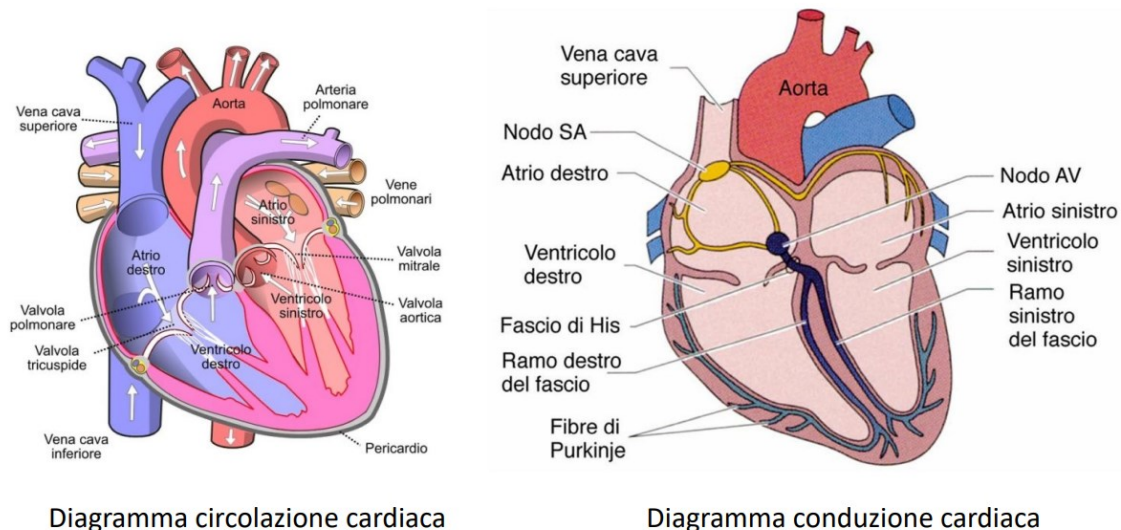


Figura 1.1 (slides prof. Veronese M., 2022) Circolazione e conduzione cardiaca

Il nodo senoatriale, ovvero lo “stimolatore” situato nell’ atrio destro, nei pressi dello sbocco della vena cava superiore, produce l’impulso nervoso che dà l’input elettrico alla

contrazione del cuore. Il nodo senoatriale produce quindi in modo spontaneo lo stimolo che regola la frequenza cardiaca (ritmo sinusale). Questa sua particolarità dovuta alle sue cellule (si veda Cap 1.2.2) è detta automatismo e lo rende un vero e proprio “segnapassi” (*pacemaker*) del cuore.

L’onda di potenziali d’azione che poi si propagano di cellula in cellula è presentata in figura 1.2. Dopo l’emissione dell’impulso da parte del nodo SA, che depolarizza il muscolo cardiaco adiacente, le onde che ne derivano si propagano attraverso gli atri (**depolarizzazione atriale**) raggiungendo il nodo AV. Arrivato qui lo stimolo rallenta, perché le cellule nodali ritardano la trasmissione in modo da permettere agli atri di completare la polarizzazione (**ripolarizzazione atriale**); successivamente riacquista velocità diffondendosi nel sistema deputato alla conduzione nei ventricoli: il fascio di His (**depolarizzazione settale**). Perifericamente entrambe le branche del fascio comune si suddividono formando le fibre di Purkinje, molto veloci nella trasmissione del segnale (4 m/s). Esse si estendono nelle pareti ventricolari in rapporto diretto con le fibre della muscolatura ventricolare. A seguire avviene la depolarizzazione dei ventricoli con l’onda di propagazione che si propaga dal basso verso l’alto. Pertanto, nel momento in cui l’impulso elettrico arriva ai ventricoli, il cuore batte e il sangue scorre a raggiungere tutti i distretti corporei. Infine, i ventricoli vengono ripolarizzati (**ripolarizzazione ventricolare**).

Propagandosi, il *ritmo sinusale* spegne gli altri centri sussidiari di regolazione del ritmo cardiaco che si trovano lungo il sistema di conduzione che sta a valle del nodo seno atriale. Vi è, inoltre, un ulteriore gruppo di fibre atriali costituito dal fascio di Bachmann e dalle vie internodali di conduzione dell’atrio destro. Nelle eventualità in cui ci sia un cattivo funzionamento del nodo del seno, il nodo atrioventricolare lo sostituisce. In questo caso però lo stimolo cardiaco ha una frequenza più bassa del ritmo sinusale e prenderà il nome di *ritmo giunzionale*.

I potenziali non restano confinati all’interno del miocardio, poiché il tessuto che lo circonda è conduttivo. Essi sono perciò presenti anche sulla superficie esterna del corpo e possono essere rilevati applicando sulla pelle degli elettrodi: in questo modo si ottiene l’elettrocardiogramma (Cap 1.3).

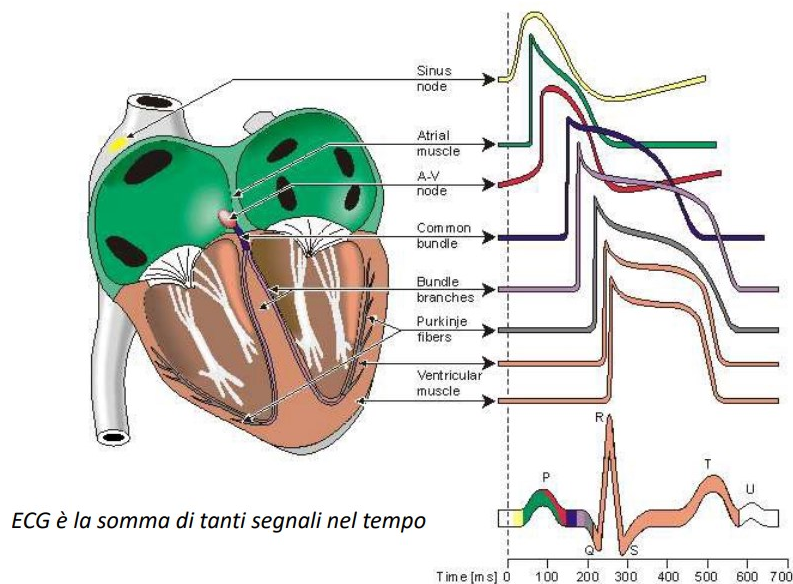


Figura 1.2 (slides prof. Veronese M., 2022) Sfasamento temporale e potenziali d'azione nelle cellule cardiache

1.2 CELLULE MUSCOLARI CARDIACHE

La polarizzazione e conduzione del segnale elettrico è a carico di due tipi di cellule cardiache:

- **CELLULE CONTRATTILI DEL MIOCARDIO:** costituiscono il 99% delle cellule muscolari cardiache, sono organizzate in fibre contrattili raggruppate in sarcomeri. Hanno la funzione di condurre, attraverso le giunzioni comunicanti, il segnale elettrico dal nodo SA (dove viene avviato) attraverso gli atri, al nodo atrioventricolare e ai ventricoli. Hanno un **potenziale a riposo** di circa -90 mV.
- **CELLULE PACEMAKER O AUTORITMICHE** (il restante 1%) situate nel nodo seno-atriale e costituite da poche miofibrille. Possiedono la capacità di generare autonomamente dei potenziali d'azione grazie a particolari canali ionici che rendono il loro potenziale di membrana instabile, e quindi di iniziare e condurre la contrazione.

1.2.1 PA DELLE CELLULE MIOCARDICHE

Il potenziale d'azione delle cellule del miocardio ha la forma descritta in figura 1.3 e una durata di circa 250 ms. A riposo, il potenziale di membrana di queste cellule è di circa -90 mV. Si individuano le varie fasi.

- **DEPOLARIZZAZIONE** (nel grafico, in giallo): A seguito di una stimolazione cellulare, se il potenziale di riposo è portato alla soglia di depolarizzazione, si verifica un'improvvisa inversione di potenziale: una massiccia quantità di ioni Na^+ entrano nella cellula a causa dell'apertura dei canali Na^+ voltaggio-dipendenti.

- **RIPOLARIZZAZIONE INIZIALE** (in arancione): si chiudono i canali di Na^+ , la cellula comincia a ripolarizzarsi mentre lo ione potassio esce dai canali K^+ aperti.
- **PLATEAU** (in verde): è il risultato della combinazione di due eventi: diminuzione della permeabilità al K^+ e aumento della permeabilità al Ca^{2+} . I canali del Ca^{2+} a voltaggio dipendente attivati dalla depolarizzazione si aprono lentamente durante le prime due fasi. Quando alla fine si aprono completamente, il Ca^{2+} entra nella cellula. Contemporaneamente, i canali rapidi del K^+ si chiudono. La combinazione dell'ingresso di Ca^{2+} e di uscita di K^+ portano al plateau.
- **RIPOLARIZZAZIONE RAPIDA**: (in viola) i canali del Ca^{2+} si chiudono e la permeabilità al K^+ aumenta nuovamente. Quando questi canali lenti si aprono, il K^+ esce velocemente, riportando la cellula al suo potenziale di riposo.

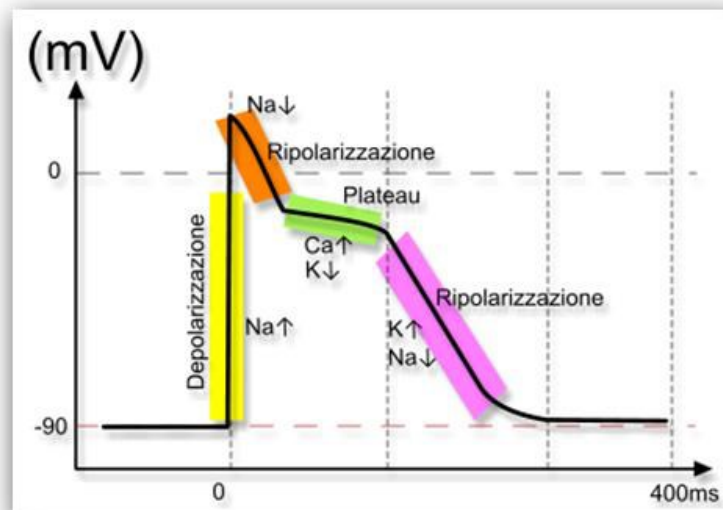


Figura 1.3 (Brattoli L., 2017) Potenziale d'azione di cellule miocardiche

Il periodo refrattario in queste cellule dura quasi quanto l'intera contrazione, quindi non può verificarsi la sommazione di segnali (che sarebbe letale nel cuore) dato che uno stimolo che arriva durante questo periodo non è in grado di innescare potenziali d'azione e, quando arriva uno stimolo a seguito del periodo refrattario, la cellula sta concludendo la sua fase di contrazione ed è quasi rilassata.

1.2.2 PA DELLE CELLULE AUTORITMICHE

La capacità unica delle cellule autoritmiche di generare spontaneamente potenziali d'azione in assenza di stimoli provenienti dal sistema nervoso è data dal loro potenziale instabile (detto potenziale pacemaker), che parte da -60 mV e sale lentamente verso un valore soglia (figura 1.4). Tale potenziale è instabile a causa di peculiari canali delle cellule pacemaker, i canali I_f , permeabili sia al K^+ che al Na^+ . Questi canali, appartenenti alla famiglia

HCN (hyperpolarizationactivated cyclic nucleotide-gated channels, o canali attivati da iperpolarizzazione) permettono alla corrente (I) di fluire con una cinetica particolare.

Quando i canali I , si aprono, a potenziali di membrana negativi, il Na^+ che entra supera il K^+ che esce. L'ingresso netto di cariche positive depolarizza lentamente la cellula autoritmica. Nel momento in cui il potenziale di membrana diventa più positivo, i canali I si chiudono gradualmente e alcuni canali del Ca^{2+} si aprono. Il conseguente ingresso di Ca^{2+} continua la depolarizzazione, e il potenziale di membrana si sposta progressivamente verso il valore soglia.

Quando il potenziale di membrana raggiunge la soglia, si aprono ulteriori canali del Ca^{2+} . Il Ca^{2+} entra velocemente nella cellula, generando la fase di depolarizzazione rapida del potenziale di azione.

Quando i canali del Ca^{2+} si chiudono al picco del potenziale d'azione, i canali lenti del K^+ si aprono. Ne consegue l'efflusso di K^+ , responsabile della fase di ripolarizzazione del potenziale d'azione autoritmico. Questa fase è simile alla ripolarizzazione negli altri tipi di cellule eccitabili.

Il potenziale d'azione delle cellule autoritmiche (figura 1.4) ha una durata di 150-200 ms e la velocità alla quale le cellule si depolarizzano determina la frequenza cardiaca, ossia la frequenza alla quale il cuore si contrae.

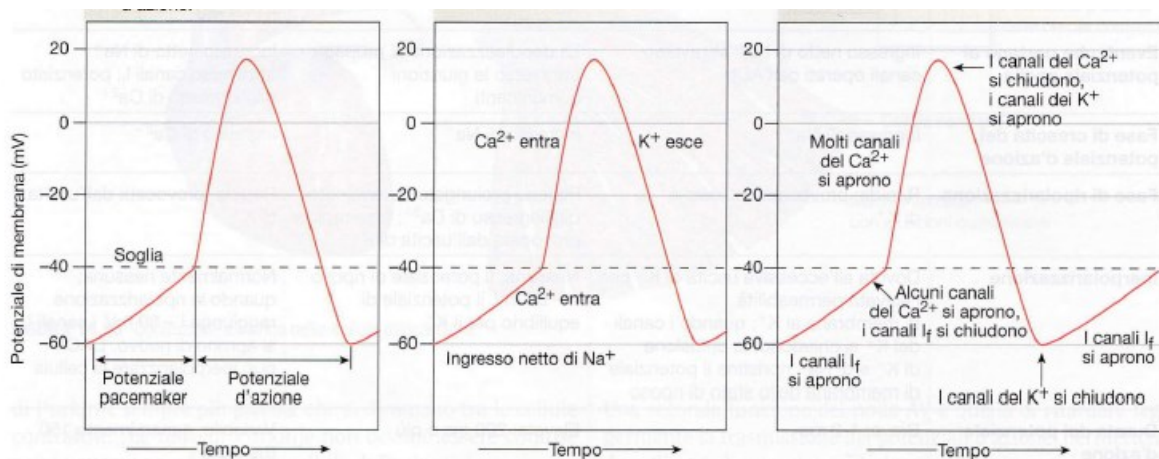


Figura 1.4 (Silverthorn, 2017) Potenziale d'azione di cellule autoritmiche

1.3 ELETTROCARDIOGRAFIA

1.3.1 MODELLIZZAZIONE

Un dispositivo ECG ha il compito di produrre ciò che viene chiamato tracciato elettrocardiografico.

Per descrivere il funzionamento dell'ECG in riferimento all'attività elettrica, si sceglie il modello semplificato sorgente-conduttore. Il cuore viene descritto come la "sorgente", mentre il corpo come "conduttore".

La sorgente di segnale è modellizzata come un momento di dipolo elettrico caratterizzato da un vettore cardiaco $H(t)$, del quale direzione, verso e modulo cambiano durante il ciclo cardiaco in dipendenza dal numero di cellule interessate nella polarizzazione e dalla loro collocazione. Per rilevare un PA cellulare, si dovrebbe porre un elettrodo intracellulare e uno extracellulare, cosa che ovviamente non si realizza nella pratica. Nei fatti, si registra l'attività cardiaca misurando una differenza di potenziale tra due elettrodi posti sull'epidermide: si rileva la **proiezione** di un vettore momento di dipolo elettrico lungo la direzione del vettore che congiunge i due elettrodi (figura 1.5), detto derivazione. La differenza di potenziale registrata costituisce la somma di molti PA, e non si tratta di quella di una singola cellula.

Il corpo invece assume il modello di conduttore omogeneo, parte di un'infinità conduttrice, di cui il cuore è il centro. La tensione V_{ab} indotta da $H(t)$ tra due elettrodi posti in a e b (derivazioni) è proporzionale alla proiezione di H su direzione (a-b), secondo la seguente legge:

$$V_{ab} = V_b - V_a = kH(t) \cdot L_{ab}$$

(1.1)

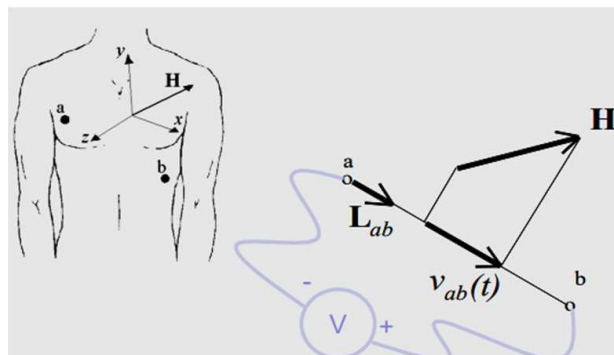


Figura 1.5 (slides prof. Schiavon M., 2021). Misura della proiezione di H sull'asse di derivazione ab

Ove

V_{ab} : tensione indotta in derivazione a-b

L_{ab} : versore di derivazione (lead) a-b

k : costante di proporzionalità

1.3.2 IL TRIANGOLO DI EINTHOVEN

Il triangolo di Einthoven è il principio fisiologico su cui si basa la rilevazione dell'attività elettrica del cuore. La sua ideazione si deve al fisiologo Willem Einthoven che, nel 1901, effettuò il primo ECG a tre derivazioni (figura 1.6). Il triangolo si basa sulla disposizione immaginaria di un triangolo equilatero rovesciato sul torace del paziente, al cui centro vi è il cuore. Ogni angolo della figura geometrica coincide elettricamente con un punto di un arto specifico a cui viene assegnato un nome: VL (left, sinistra), VR (right, destra) e VF (foot, piede sinistro). Il piede destro è definito neutro e non partecipa alla formazione del triangolo. Ognuno di questi punti “guarda” elettricamente il cuore dal proprio punto di vista, ma è nella reciproca visione di due punti alla volta che il bipolo cardiaco riesce a registrare gli eventi che si originano dal cuore posto al centro.

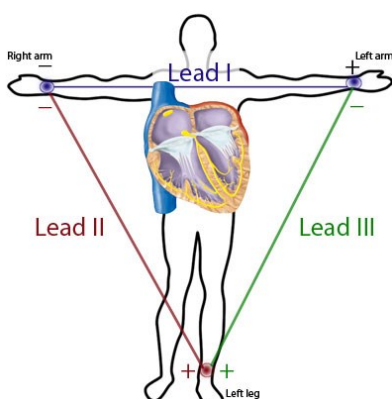


Figura 1.6 (storiadellamedicina.net) Triangolo di Einthoven

Oggi si utilizza l'ECG a dodici derivazioni per monitorare il vettore $H(t)$ sia sul piano coronale che su quello trasverso.

Ciò che il tracciato ECG registra è una serie di vettori elettrici che sono la manifestazione elettrica di una depolarizzazione miocardica. Ogni vettore elettrico rappresenta quindi come l'elettrodo vede arrivare o allontanarsi questo fenomeno elettrico e lo registra di conseguenza (figura 1.7).

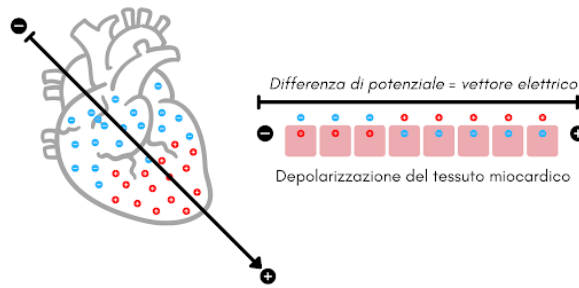


Figura 1.7 Correlazione tra depolarizzazione e vettore elettrico lungo la derivazione II

Il tracciato ECG viene registrato con una derivazione alla volta. Una derivazione è indicata da una freccia ed è rappresentata da una coppia di elettrodi, uno assegnato positivo e uno negativo. Ponendo due elettrodi in punti accessibili e distanti tra loro, si misura V_{ab} in funzione del tempo e si ottiene il tracciato associato a quella derivazione.

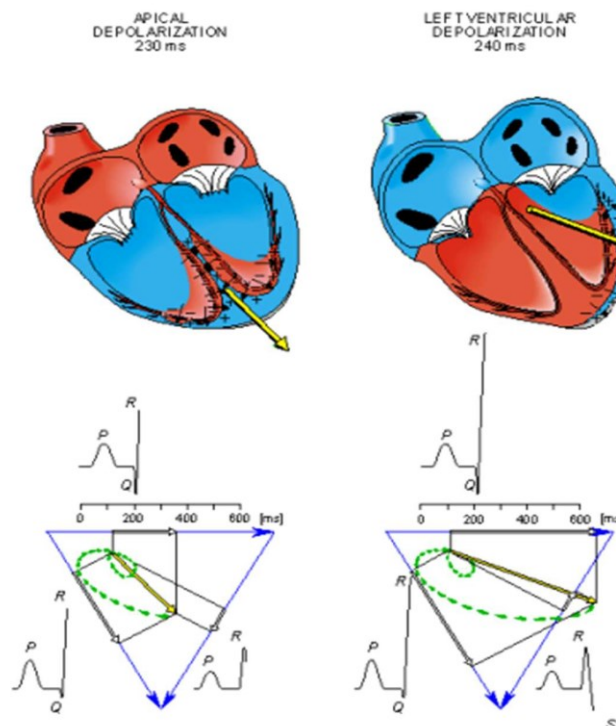


Figura 1.8 (slides Schiavon M., 2021). Fasi di depolarizzazione apicale e depolarizzazione ventricolare sinistra precoce. A ciascuna di queste è associata una configurazione del vettore $H(t)$. Le corrispondenti proiezioni lungo i tre assi di derivazione generano i tre tracciati.

Alle varie fasi del ciclo cardiaco (Cap 1.1) corrispondono diverse configurazioni del vettore $H(t)$: le sue proiezioni lungo gli assi delle derivazioni restituiscono le deflessioni dei tracciati, come specificato in figura 1.8. La figura 1.9 sintetizza invece l'intera procedura per la derivazione piede sinistro-braccio destro.

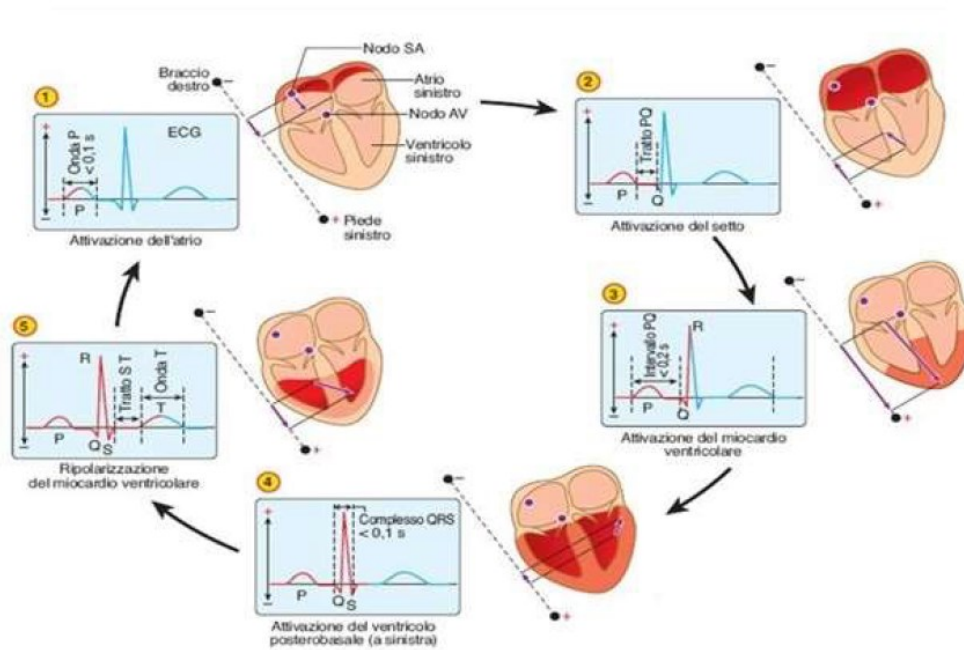


Figura 1.9 Esempio di procedura di derivazione per la lead II (piede sinistro-braccio destro)

1.4 ANALISI DEL TRACCIATO

L'andamento di un tipico tracciato non patologico è descritto in figura 1.10. Ogni tratto del tracciato corrisponde a uno degli eventi elettrici (associati a eventi meccanici, come contrazione e rilassamento di atri e ventricoli) che si susseguono nel ciclo cardiaco. Di seguito si correlano le varie porzioni del tracciato con il loro significato fisiologico, con riferimento alla figura 1.10

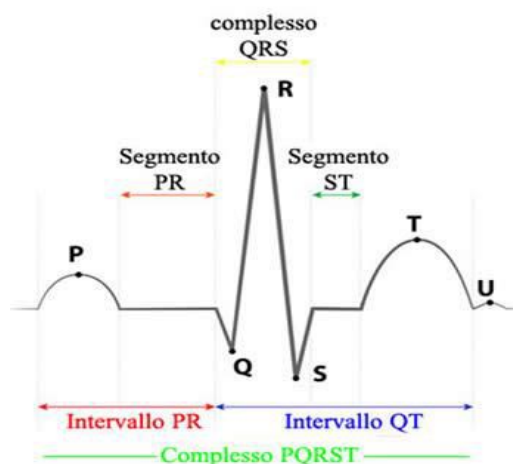


Figura 1.10 Elettrocardiogramma non patologico

ONDA P: avvio dello stimolo dal nodo SA e depolarizzazione degli atri

SEGMENTO PR: conduzione nel nodo atrioventricolare; rappresenta il rallentamento dell'onda di potenziale a causa del ritardo nel nodo AV

COMPLESSO QRS: depolarizzazione dei ventricoli. In particolare, l'onda Q coincide con la depolarizzazione del setto, l'onda R con la depolarizzazione dell'apice del ventricolo sinistro. L'onda S equivale alla depolarizzazione delle regioni basali e posteriori del ventricolo sinistro. In condizioni normali la durata del complesso QRS è compresa tra 60 e 90 ms.

SEGMENTO ST: fine del complesso QRS e inizio dell'onda T, rappresenta la contrazione dei ventricoli che tornano a riposo.

ONDA T: ripolarizzazione ventricolare

INTERVALLO QT: sistole elettrica, ovvero il periodo in cui avviene la depolarizzazione e ripolarizzazione dei ventricoli.

ONDA U: non sempre individuabile perché spesso di dimensioni minime, è associata alla ripolarizzazione dei muscoli papillari e delle fibre di Purkinje

Dall'analisi dell'ECG si possono desumere immediatamente informazioni su:

- Frequenza cardiaca (misurata come l'inverso del tempo intercorrente tra un'onda P e la successiva)
- Anomalie delle varie sezioni del cuore (osservando la morfologia delle varie porzioni del tracciato)
- Problemi di conduzione atrio-ventricolo (osservando se compaiono tutte le onde P, o se sono assenti (figura 1.11), e se il segmento PR è costante)
- Irregolarità (se i vari complessi PQRST si verificano a intervalli irregolari tra loro)

A seguito di questa prima rudimentale analisi delle caratteristiche più facilmente estraibili, ne viene svolta una più attenta, esaminando con più accuratezza ogni porzione del tracciato, allo scopo di segnalare irregolarità o patologie non visibili immediatamente.

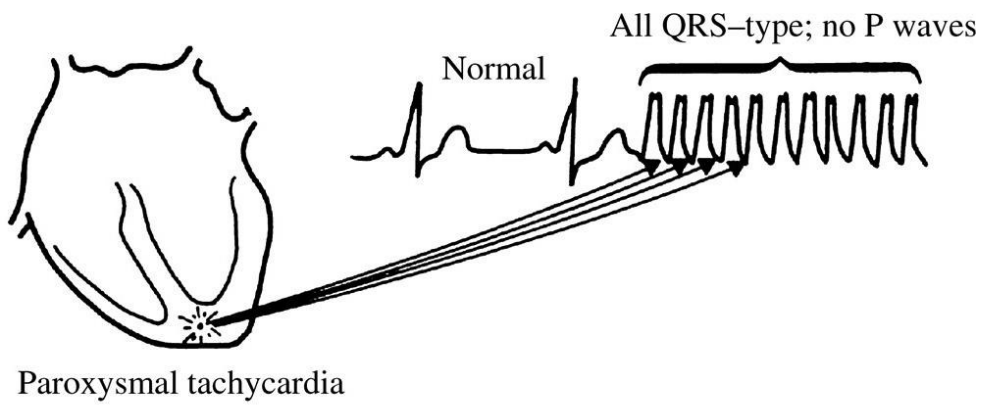


Figura 1.11 (slides Schiavon M., 2022) Esempio di aritmia da formazione (tachicardia parossistica), irregolarità facilmente riconoscibile in un ECG.

2 SIGNAL PROCESSING DI ECG

2.1 RUMORE E SIGNAL PROCESSING

Il rumore è l'insieme di segnali indesiderati che si sovrappongono al segnale utile, che comportano una perdita di informazione o alterazione del segnale desiderato. Per gli scopi di questa tesi, si possono considerare tre tipi di rumore:

- CASUALE (interferenza proveniente da un processo casuale, come ad esempio il rumore termico nei dispositivi elettronici)
- STRUTTURALE (interferenza di rete a 50 o 60 Hz, nota in anticipo)
- INTERFERENZA FISIOLOGICA (prodotta dai processi fisiologici che avvengono spontaneamente nel corpo, che producono segnali di tipo diverso; ad esempio il respiro)

L'obiettivo del *signal processing* è quello di rimuovere o attenuare, attraverso tecniche come il filtraggio, il rumore, senza degradare il segnale di interesse.

2.1.1 SNR

Parametro indicativo della quantità di segnale e rumore presenti in una forma d'onda è il Signal to Noise Ratio (SNR), definito come:

$$SNR = \frac{P_{segnale}}{P_{rumore}} \quad (2.1)$$

Ove $P_{segnale}$ è la potenza del segnale utile e P_{rumore} la potenza totale del rumore presente nel sistema, grandezze solitamente espresse in Watt o dBm. L'SNR è un numero puro compreso tra 0 e infinito, chiaramente più è elevato il valore dell'SNR, più "pulito" è il segnale.

$$0 \leq SNR < +\infty$$

L'SNR può anche essere definito sulla scala logaritmica (decibel), come segue:

$$SNR = 20 \log \left(\frac{P_{segnale}}{P_{rumore}} \right) \quad (2.2)$$

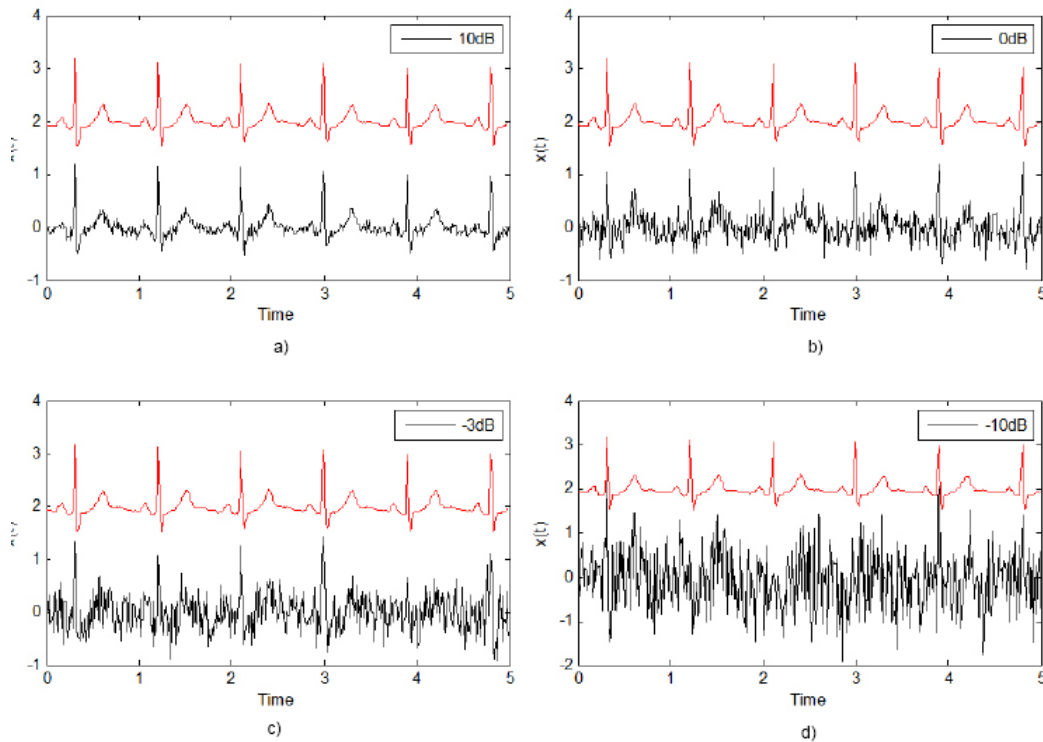


Figura 2.1 (Meireles A., 2011) segnale ECG a cui vengono sovrapposte quantità diverse di rumore. Il segnale è appena riconoscibile quando l'SNR è -3 dB, non visibile quando è a -10 dB

2.1.2 NOISE CORRELATION

Un aspetto importante di cui si terrà conto anche nel seguito, nella trattazione del filtraggio adattativo (Cap. 3), è quanto un valore istantaneo del rumore si correla con quello immediatamente vicino. La correlazione è una misura statistica della relazione tra due variabili. I valori di correlazione risiedono in un range $[-1, 1]$, dove lo zero significa che non c'è alcuna relazione tra le due variabili; -1 è indice di perfetta correlazione negativa (ovvero, quando una delle due variabili cresce, l'altra decresce); +1 indica la perfetta correlazione positiva (ovvero entrambe le variabili crescono o decrescono insieme).

2.1.3 SEPARABILITÀ SEGNALE-RUMORE

Un segnale è **separabile** dal rumore se gli spettri nel dominio della frequenza del segnale e del rumore non si sovrappongono. La figura 2.2a mostra un esempio in cui segnale e rumore sono posti in parti diverse dello spettro di frequenza: il segnale può essere ripulito tramite un filtro passa basso, che mantenga “vive” solo le basse frequenze. Viceversa, la figura 2.2b mostra un caso in cui vi è **aliasing** tra gli spettri dei segnali. In casi come questo, non è possibile separare completamente il segnale dal rumore, tuttavia esistono tecniche di filtraggio che possono ridurlo.

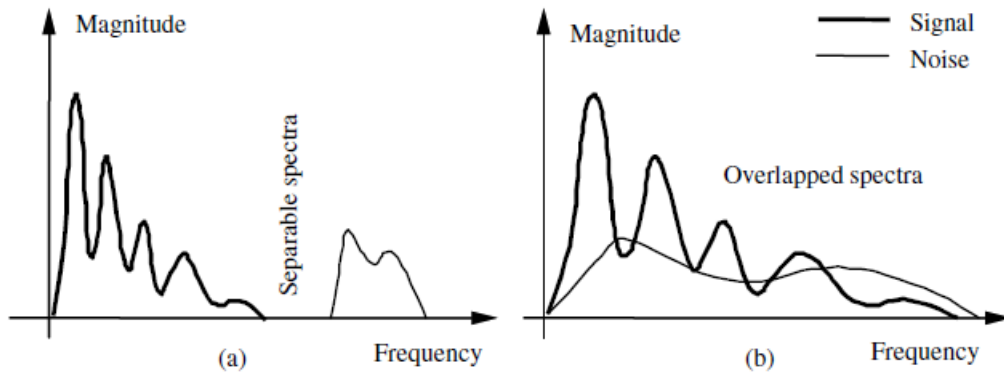


Figura 2.2 (Meireles A., 2011) Separabilità segnale-rumore: (a) Gli spettri di segnale e rumore si sovrappongono e il rumore è eliminabile; (b) Vi è aliasing tra spettro del segnale e spettro del rumore, non è possibile rimuovere completamente il rumore

2.2 SPETTRO DEL SEGNALE ECG

Generalmente lo spettro del segnale ECG è compreso tra 0.5 e 100 Hz, ma il range di frequenze può allargarsi a 0.01-250 Hz in condizioni patologiche. Tuttavia, il 90% dell'energia spettrale del segnale si raccoglie nella banda 0.5-2 Hz. La sua ampiezza è invece compresa nell'intervallo 0.1-4 mV.

Il segnale elettrocardiografico è un segnale stazionario, ovvero presenta caratteristiche invariabili nel tempo, per brevi tratti, e le sue proprietà caratteristiche non dipendono dallo stato, e **pseudoperiodico**: pur non essendo periodico, ha spesso un ritmo prevalente concentrato su specifiche bande di frequenza.

La figura 2.3 mostra il diagramma delle frequenze caratteristiche delle onde del tracciato. Come si vede, lo spettro delle onde P e T risiede nelle basse frequenze, mentre il complesso QRS possiede la maggior parte delle componenti ad alte frequenze; il suo spettro si presenta come una deflessione verso l'alto che si estende circa fino ai 40 Hz, con un picco attorno ai 10 Hz.

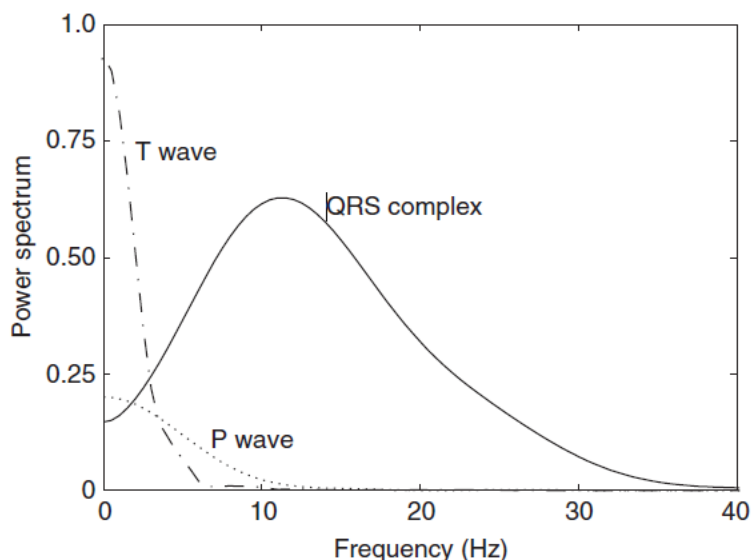


Figura 2.3 (Sörnmo L., 2006) Spettro di onda P, complesso QRS e onda T. Il grafico rappresenta una guida indicativa, vi possono essere ampie variazioni dipendenti dal soggetto, dalla derivazione e altri fattori.

2.3 SORGENTI DI RUMORE NEL SEGNALE ECG

Le principali fonti di rumori da rimuovere nel Signal Processing sempre presenti in un elettrocardiogramma sono *baseline wander*, interferenza di rete (*powerline interference*), *rumore elettromiografico* e *motion artifact*. Nel seguito le si espongono una per una, proponendo per ognuna di esse alcuni metodi per compensarle, mostrando anche alcuni codici Matlab esplicativi.

2.3.1 BASELINE WANDER (BLW)

Per interferenza della linea di base, o *baseline wander*, si intende un rumore a bassa frequenza (può variare tra 0.05 Hz fino a 3 Hz durante stress test) principalmente dovuto a movimenti del torace durante la respirazione, movimenti del paziente, inadeguata preparazione della pelle dove si vanno a porre gli elettrodi o insufficiente pulizia degli elettrodi stessi.

Questo disturbo altera la morfologia delle onde P e T e delle linee isoelettriche (ad esempio il segmento ST), e la sua rimozione è di centrale importanza per permettere un'analisi clinica accurata del segnale elettrocardiografico. Come suggerito dal nome, la *baseline wander* è riconoscibile in un tracciato dal fatto che la linea di base sembra “vagare” (*wander*), fluttuare, muovendosi verso l'alto o verso il basso (figura 2.4).

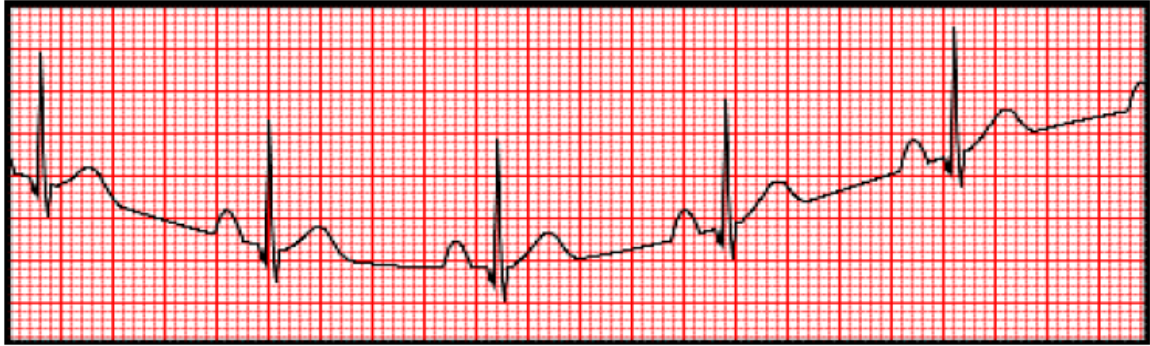


Figura 2.4 (Hongzu Li, 2020) Esempio di grafico di ECG disturbato da Baseline Wander

L'idea più semplice per approcciarsi al problema della rimozione della baseline wander è quella del filtro **passa alto**, proposta anche in (Kher, 2019). Un filtro passa alto che abbia le caratteristiche richieste si realizza con la seguente funzione di trasferimento:

$$H(e^{-iw}) = \begin{cases} 0, & 0 < |w| < w_c \\ 1, & w_c < |w| < \pi \end{cases}$$

(2.3)

Dove $w_c = 2\pi f_c$ pulsazione di taglio (f_c frequenza di taglio).

Lo scopo è quello di “tagliare”, scegliendo opportunamente le pulsazioni w_c (o le frequenze f_c) di taglio, il contributo del segnale BLW e lasciare inalterato il segnale utile. Generalmente la banda del segnale ECG è [0.5, 100] Hz, ma occorre individuare frequenze di taglio più precise. Si può ipotizzare che in condizioni di bradicardia, i battiti possano scendere a 40 al minuto (frequenza di 0.67 Hz), ma essendo il battito cardiaco non regolare, è più opportuno scegliere una frequenza di taglio più bassa di 0.5 Hz per assicurarsi di non tagliare frequenze utili. Inoltre bisogna tenere conto del fatto che in condizioni di movimento il battito aumenta, e in questi casi può essere più efficiente adattare le frequenze di taglio variandole nel tempo, in relazione alla frequenza cardiaca.

La risposta impulsiva del filtro passa alto sopra descritto è:

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{w_c}^{\pi} 1 e^{iwn} dw + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{-w_c} 1 e^{iwn} dw = \begin{cases} 1 - \frac{w_c}{\pi}, & n = 0 \\ \frac{-\sin(w_c)}{\pi n}, & n = \pm 1, \pm 2 \dots \end{cases}$$

(2.4)

che ha evidentemente lunghezza infinita. Per limitare questa funzione in una finestra, è necessario moltiplicare $h(n)$ per una funzione $g(n)$ del tipo:

$$g(n) = \begin{cases} 1, & |n| = 1, \dots, L \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

I filtri FIR (finite impulsive response) come questo sono vantaggiosi per la loro stabilità e perché non portano distorsioni di fase. Lo svantaggio è che per raggiungere prestazioni soddisfacenti devono avere un ordine piuttosto grande (Kher, 2019): servono molti coefficienti del filtro per raggiungere un buon livello di complessità, mentre un filtro IIR (infinite impulsive response) richiede meno coefficienti ed è più semplice da realizzare.

Di seguito si implementa in MATLAB il codice per la rimozione esemplificativa di un disturbo di tipo BLW attraverso il filtraggio con un passa alto (con frequenza di taglio 0.2 Hz) nel dominio della frequenza.

```

1 - clear all; close all; clc;
2 - load data_ecgB
3 - load('data_ecg.mat') % carico il segnale ecg_dist, disturbato
4 - Fc = 125; % frequenza di campionamento [Hz]
5 - Tc = 1/Fc; % passo di campionamento [s]
6 - N = length(ecg_dist); % lunghezza segnale ecg_dist
7 - t = Tc*(0:N-1); % tempi associati al segnale ecg_dist
8
9 - sdist=ecg_dist-mean(ecg_dist); %rimuovo la media
10 - FT_sdist=fftshift(Tc*fft(sdist)); %trasformata di Fourier
11 - f=(-N/2:N/2-1)/(N*Tc); %asse delle frequenze
12 - %creazione del filtro PA con cutoff 0.2Hz
13 - fcut=0.2;
14 - ind=find(f>=-fcut & f<=fcut);
15
16 - FT_sfilt=FT_sdist;
17 - %ora azzero frequenze che non devono passare
18 - FT_sfilt(ind)=zeros(length(FT_sfilt(ind)),1);
19 - ecg_filt=1/Tc*ifft(ifftshift(FT_sfilt))+mean(ecg_dist);
20 - figure
21 - subplot(2,1,1)
22 - plot(t,ecg_dist,'b-')
23 - title('segnale ECG disturbato')
24 - xlabel('t [s]'); ylabel('[uV]'); grid on;
25 - axis([0 t(end) 1300 3200])
26 - subplot(212)
27 - plot(t,ecg_filt)
28 - title('segnale ECG filtrato')
29 - xlabel('t [s]'); ylabel('[uV]'); grid on;

```

Figura 2.5 Codice per la rimozione delle fluttuazioni del segnale ECG attraverso un filtro passa-alto, utilizzando la funzione `fft/ifft` di Matlab, che restituiscono rispettivamente trasformata e antitrasformata di Fourier. Le frequenze che vengono “tagliate” vengono poste a 0.

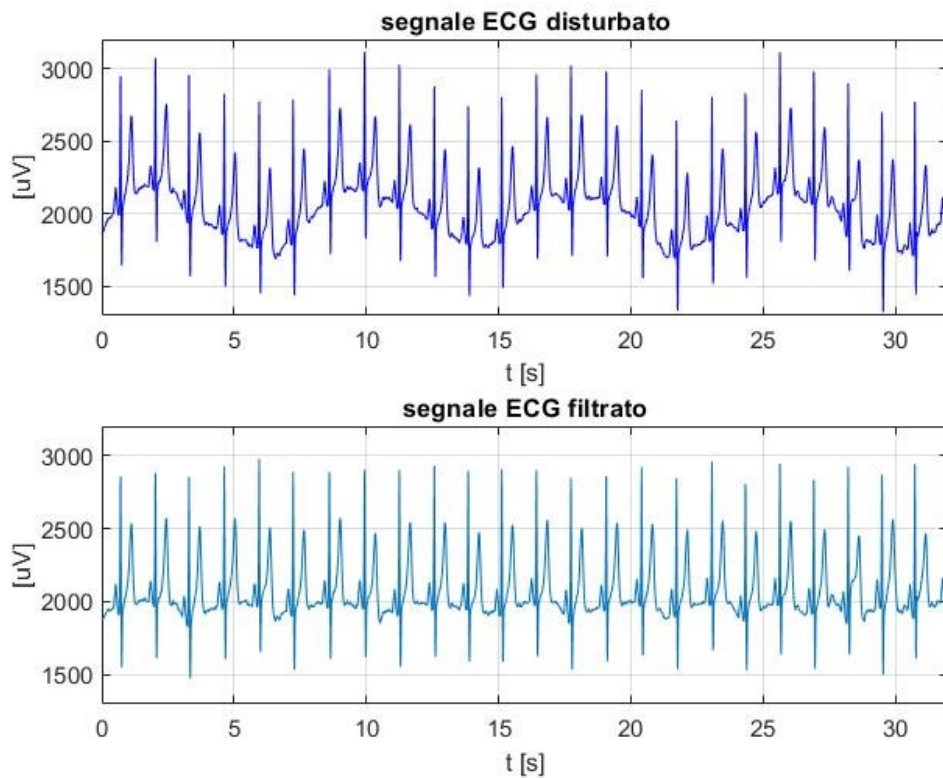


Figura 2.6 Risultato del codice precedente: il drift è stato rimosso.

2.3.2 POWERLINE INTERFERENCE (PLI)

Il campo elettromagnetico generato da una linea elettrica (PLI, powerline interference) rappresenta una comune fonte di rumore per l'ECG, come del resto ogni altro segnale bioelettrico registrato sulla superficie corporea. Si tratta di un'interferenza caratterizzata da sinusoidi di ampiezza di 50 (frequenza corrente elettrica in Europa) o 60 Hz (in America), accompagnata da armoniche. Questo tipo di rumore ostacola l'analisi dell'ECG in particolare perché si sovrappone alle onde a basse frequenze come l'onda P e l'onda T. La figura 2.7 mostra un elettrocardiogramma corrotto da PLI.

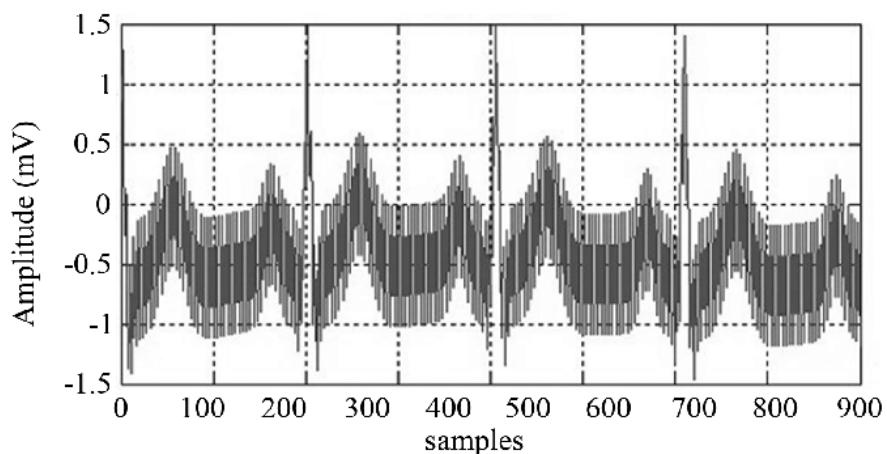


Figura 2.7 (Umer M. et al., 2014) Esempio di segnale ECG corrotto da interferenza di rete

Il modo più semplice ed efficace per rimuovere questo disturbo è quello di utilizzare un filtro **Notch**, anche detto “filtro elimina banda”, che ha lo scopo di eliminare solo una certa componente di frequenza.

PROGETTO DEL FILTRO NOTCH

Per progettare un filtro che assolva a questo compito, si farà uso della trasformata zeta, e si terrà conto dei seguenti vincoli per la realizzabilità fisica di un sistema lineare tempo-invariante. Un sistema LTI fisicamente realizzabile deve possedere una risposta impulsiva $h(n)$ **causale** e con **coefficienti reali**.

- Causale \rightarrow la regione di convergenza $H(z)$ corrisponde all'esterno di un cerchio di raggio maggiore del polo di $H(z)$ di valore assoluto massimo
- Coefficienti reali \rightarrow per ogni polo e zero complesso, deve essere presente anche il suo polo complesso coniugato

Dato che si desidera anche che il filtro sia **stabile**, cosa che avviene solo se la regione di convergenza contiene il cerchio di raggio 1, si deve avere che tutti i poli risiedono all'interno di tale circonferenza; dunque devono avere modulo minore di 1.

La progettazione dei filtri in trasformata zeta tramite posizionamento di zeri e poli si basa sulle seguenti regole generali:

- Si posizionano i poli in prossimità del cerchio di raggio unitario nei punti z corrispondenti alle frequenze del segnale di ingresso da enfatizzare
- Si posizionano gli zeri vicino a quei punti z del cerchio di raggio unitario corrispondenti alle frequenze da attenuare

Per creare un filtro Notch che elimini solo una certa componente, ad esempio quella a 60 Hz, si procede come di seguito.

Innanzitutto, tenendo conto della frequenza di campionamento f_c e della frequenza che si vuole eliminare f_0 si trova la “posizione” degli zeri

$$w_0 = \frac{f_0}{f_c} 2\pi$$

(2.5)

Di conseguenza, gli zeri (complessi coniugati) si troveranno in:

$$z_{12} = e^{\pm jw_0}$$

(2.6)

Si devono poi porre dei poli, anch'essi in coppia di complessi coniugati per garantire la realizzabilità fisica del filtro, in posizione vicina agli zeri trovati prima

$$p_{12} = \rho e^{\pm jw_0} \quad \text{con } \rho \approx 1$$

(2.7)

Tanto più vicino sarà il valore di ρ a 1, tanto più la larghezza di banda da eliminare diminuisce, e dunque il filtro sarà più "preciso" nel tagliare la frequenza Notch. Tuttavia ciò va a discapito del transitorio del filtro che aumenterà (Kher, 2019), quindi si deve valutare un compromesso. Ad esempio, $\rho=0.95$. La figura mostra un esempio di diagramma zeri e poli tipico di un filtro Notch.

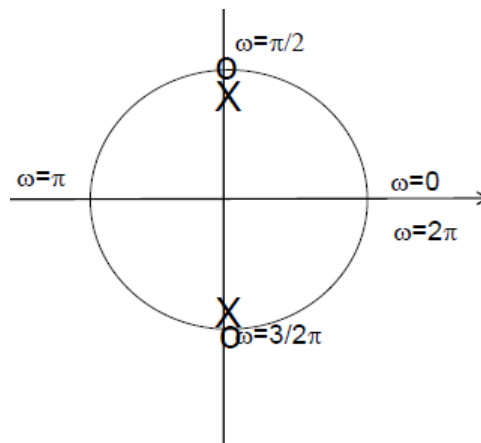


Figura 2.8 (slides prof. Saccomani M.P., 2021) Diagramma poli-zeri di filtro Notch. In questo caso esemplificativo la frequenza che si vuole eliminare è quella a $\pi/2$.

La funzione di trasferimento che tiene conto del procedimento finora svolto è:

$$H(z) = G \frac{(1 - z_1 z^{-1})(1 - z_2 z^{-1})}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})} = G \frac{1 - 2 \cos(w_0) z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2\rho \cos(w_0) z^{-1} + \rho^2 z^{-2}}$$

(2.8)

L'equazione tradizionale si scriverebbe senza il fattore G (guadagno) che tuttavia va aggiunto e scelto in modo opportuno per avere modulo unitario a frequenze distanti da quella Notch, ed evitare distorsioni del segnale. Nel caso in cui si voglia tagliare la componente a 60 Hz, si impone che

$$G = \frac{1}{|H(1)|}$$

(2.9)

Per un esempio calcolo di G (attraverso la *function* `polyval`) si rimanda al codice MATLAB per la costruzione del filtro Notch sottostante (figura 2.9). Il codice propone una possibile soluzione per rimuovere l'interferenza di rete.

```

1  %filtraggio ECG corrotto da powerline interference a 60Hz
2  - load ecg_60hz
3  - Fs=1/(t(2)-t(1))%trovo frequenza di campionamento
4  - Fnotch=60;
5  - wo=Fnotch*(2*pi/Fs)
6  - zeri=[exp(i*wo), exp(-i*wo)];
7  - p=0.95;
8  - poli=[p*exp(i*wo), p*exp(-i*wo)];
9  - num=poly(zeri); %dati gli zeri, la funzione poly restituisce il polinomio
10 - denom=poly(poli);
11 %calcolo Guadagno, tenendo conto che il modulo della funzione
12 %trasferimento deve essere unitario in z=1
13 % la funzione polyval(a,p) restituisce il valore del polinomio a in p
14 - G=polyval(denom,1)/polyval(num,1)
15 - num=G*num;
16 - figure(1)
17 - freqz(num,denom,2048,Fs) %plot dei diagrammi di Bode del filtro
18 - figure(2)
19 - zplane(num,denom) %diagramma zeri-poli del filtro
20 - ecg_filt=filter(num,denom,ecg_60)
21 - figure(2)
22 - subplot(211)
23 - plot(t, ecg_60); title('ecg rumoroso')
24 - xlabel('t[s]')
25 - ylabel('V[mV]')
26 - subplot(212)
27 - plot(t,ecg_filt); title('ecg filtrato')
28 - xlabel('t[s]')
29 - ylabel('V[mV]')

```

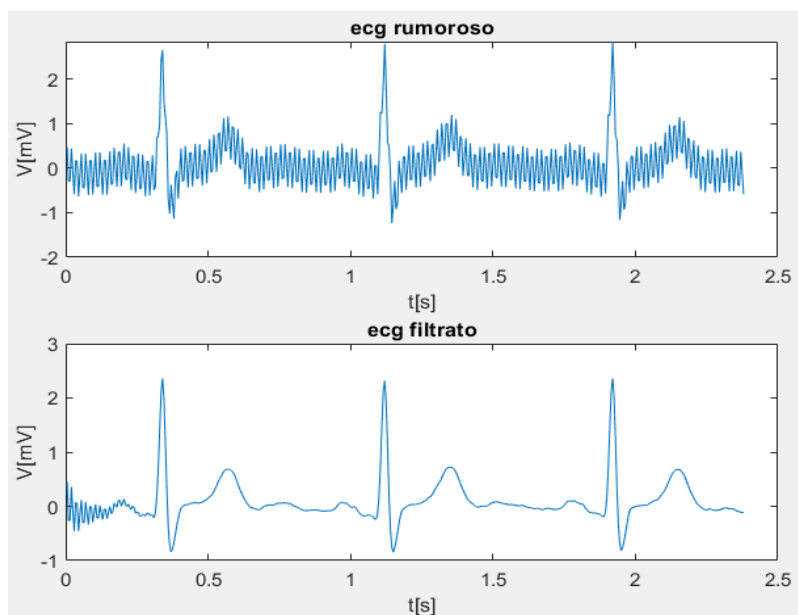


Figura 2.9 Codice MATLAB per la rimozione della PLI a 60 Hz (sopra) e confronto tra ECG base e filtrato (sotto).

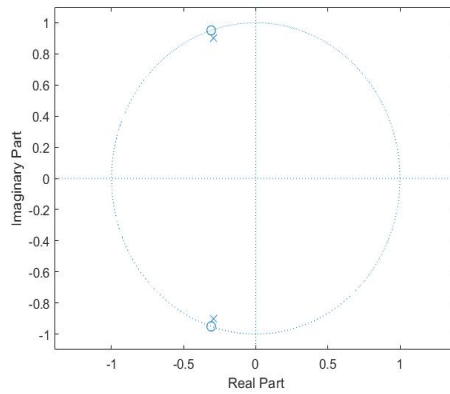


Figura 2.10 Plot degli zeri e dei poli del filtro. In accordo con le regole per il progetto di un filtro notch, vi sono due zeri complessi coniugati che servono ad eliminare le frequenze a 60 Hz e due poli interni alla circonferenza unitaria, vicini agli zeri.

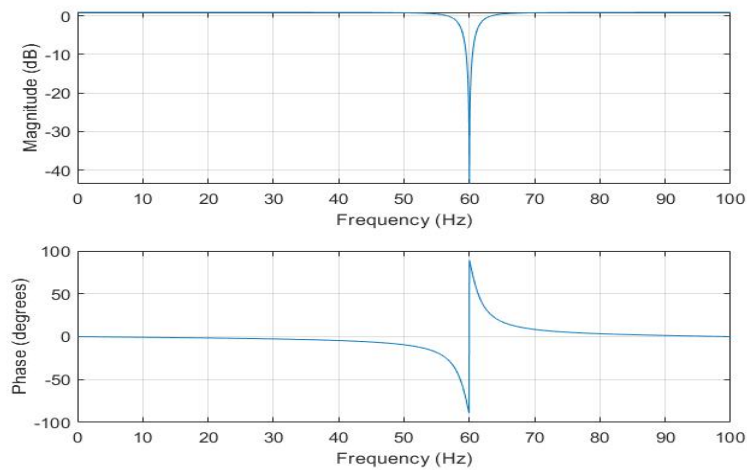


Figura 2.11 Diagramma di Bode (modulo e fase) del filtro

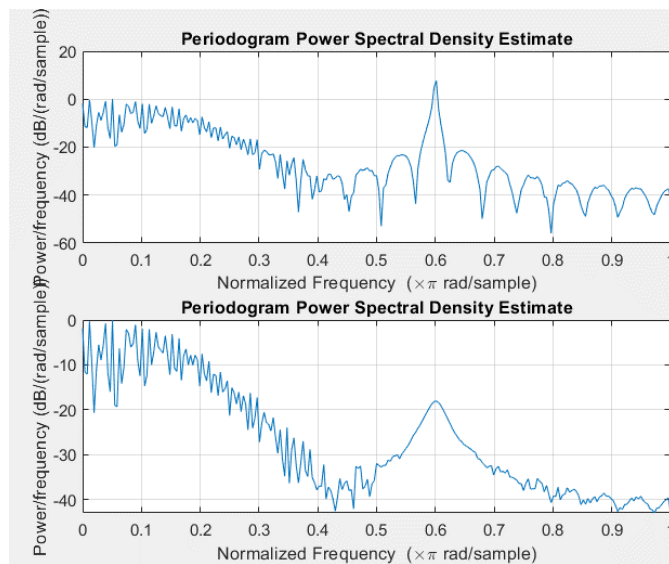


Figura 2.12 Periodogramma di segnale corrotto (sopra) e filtrato (sotto): si vede che il “picco” presente nel primo grafico alla frequenza di 60 Hz è stato attenuato.

2.3.3 RUMORE ELETTROMIOGRAFICO (EMG NOISE)

L'attività di contrazione dei muscoli estranei al cuore rappresenta un'altra fonte di rumore per un ECG, specialmente se l'acquisizione del segnale viene svolta durante esercizio fisico o su soggetti in condizioni di stress o che presentano tremore. Il rumore elettromiografico può essere intermittente, ma può anche avere caratteristiche stazionarie, dato che i motoneuroni che innervano il muscolo possono inviare stimoli anche in condizioni di riposo, e di conseguenza alcuni muscoli in situazioni normali mantengono un certo livello di tensione elettrica.

Nella figura 2.13 è visibile, oltre al contenuto dell'artefatto da movimento (Cap 2.3.4), il contenuto relativo in frequenza del rumore EMG e del complesso QRS: come si può osservare, questi due spettri si sovrappongono. Se si usasse un comune filtro passa-basso, si eliminerebbero anche componenti del segnale utile.

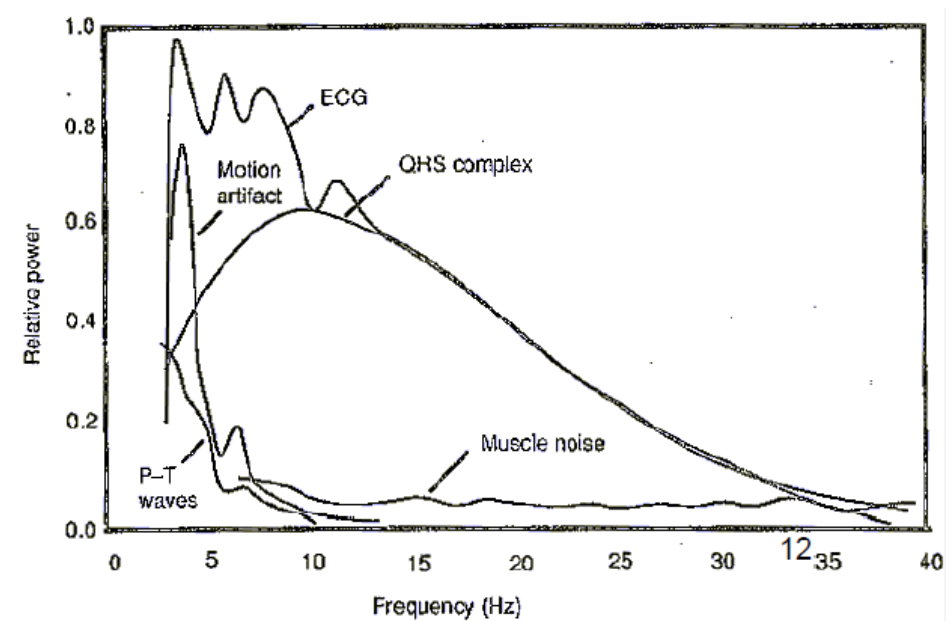


Figura 2.13 *Contenuto relativo in frequenza di rumore elettromiografico, complesso QRS e artefatto da movimento.*

Una tecnica per sopprimere questo tipo di rumore è quella del **filtro a media mobile**, che sfrutta la ripetitività del segnale ECG. Il filtro a media mobile è generalmente impiegato per estrapolare la componente continua o a bassa frequenza di un segnale. Tale metodo è però applicabile a un solo complesso QRS alla volta e richiede la registrazione di molti battiti. L'idea dietro il filtro a media mobile è quello di "spostare" l'operazione di media lungo una sequenza di campioni.

Generalmente un filtro a media mobile ha la forma:

$$y(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)$$

(2.10)

O alternativamente

$$y(n) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k)$$

(2.11)

Dove y è il segnale di uscita, x il segnale in ingresso, $N-1$ è l'ordine del filtro e b_k i coefficienti, che inglobano la divisione per N numero di campioni.

In trasformata Zeta, si ottiene che la funzione di trasferimento di un filtro con queste caratteristiche è

$$H(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} z^{-k} = \frac{1}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{N} \frac{z^N - 1}{z^{N-1}(z - 1)}$$

(2.12)

In (Kher, 2019) e in (slides prof. Saccomani M.P., 2021) viene risolto il problema del rumore elettromiografico su un segnale ECG campionato a 1000Hz attraverso un filtro a media mobile di ordine 7: viene calcolata la media dei campioni del segnale su una finestra di otto campioni. La sua funzione di trasferimento è:

$$H(z) = \frac{1}{8} \frac{1 - z^{-8}}{1 - z^{-1}}$$

(2.13)

Moltiplicando sia il numeratore che il denominatore per z^8 si ottiene:

$$H(z) = \frac{1}{8} \frac{z^8 - 1}{z^7(z - 1)}$$

(2.14)

Tale filtro ha 7 zeri disposti lungo la circonferenza di raggio unitario (sono le radici complesse del polinomio a numeratore), come descritto in figura 2.14, e un unico polo in zero.

$$H(z) = \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 z^{-k}$$

Zeri a:

$$\frac{f_c}{8} = 125 \text{ Hz}, \quad \frac{f_c}{4} = 250 \text{ Hz},$$

$$\frac{3f_c}{8} = 375 \text{ Hz}, \quad \frac{f_c}{2} = 500 \text{ Hz},$$

...

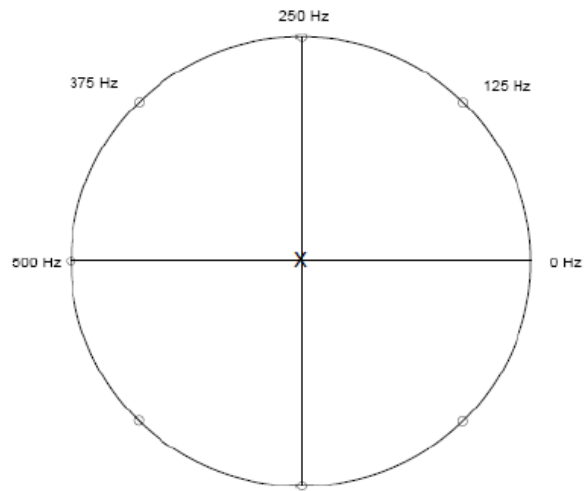


Figura 2.14 (slides prof. Saccomani M.P.) Zeri e poli di filtro a media mobile di ordine 7.

Applicando il filtro a un segnale ECG rumoroso, il rumore viene attenuato sensibilmente, anche se non completamente (figura 2.16). Il problema della rimozione del segnale EMG da un elettrocardiogramma è ancora oggi aperto, per migliorare i risultati ottenuti si fa in genere ricorso ad altre tecniche come filtri passabasso con risposta in frequenza variabile (Kher, 2019).

Di seguito si riporta la risoluzione del problema del filtraggio di ECG corrotto da muscle noise implementato in Matlab, con relativi risultati.

```

emg_filtering.m x +
1 %filtraggio EMG
2 - clear all
3 - close all
4 - clc
5 - load ecghfn
6 - Fs=1/(t(2)-t(1));
7 - N=8;
8 - num=[1 zeros(1,N-2) -1];
9 - denom=[1 -1];
10
11 - ecg_filt=filter(num, denom, ecg);
12 - figure(1)
13 - freqz(num,denom,2048,Fs)
14 - figure(2) %plot dei risultati
15 - subplot(211)
16 - plot(t,ecg,'r'); title('ecg corrotto')
17 - xlabel('t'); ylabel('x(t)')
18 - subplot(212)
19 - plot(t,ecg_filt,'b'); title('ecg filtrato')
20 - xlabel('t'); ylabel('x(t)')

```

Figura 2.15 codice Matlab per la rimozione di rumore ad alta frequenza (assimilabile a disturbo elettromiografico) con un filtro media mobile.

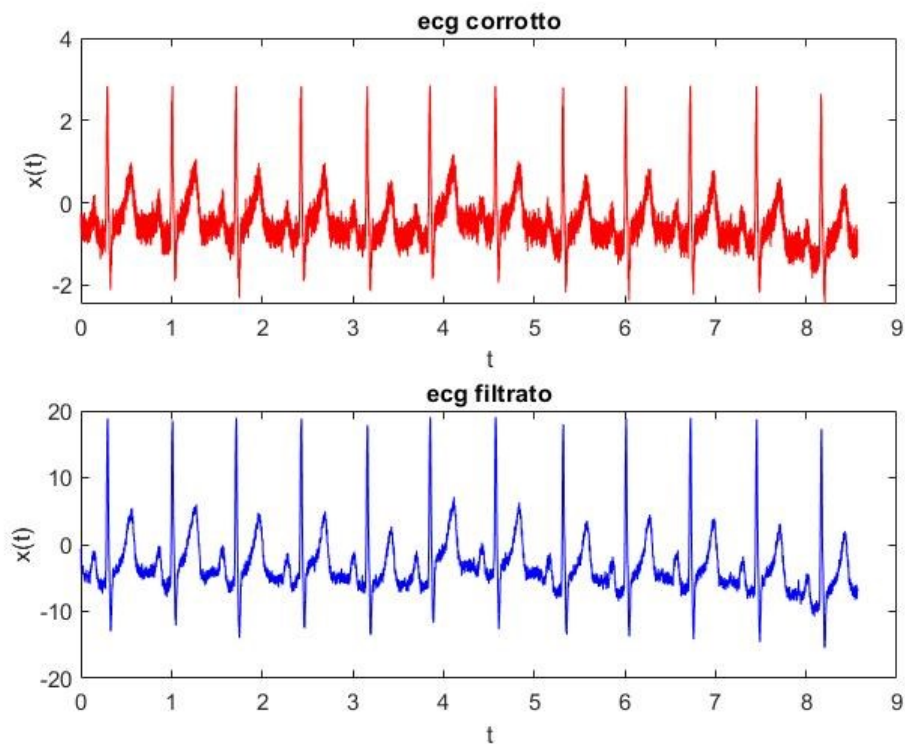


Figura 2.16 Output del codice precedente e confronto tra ECG corrotto e ripulito in cui la differenza è visibile.

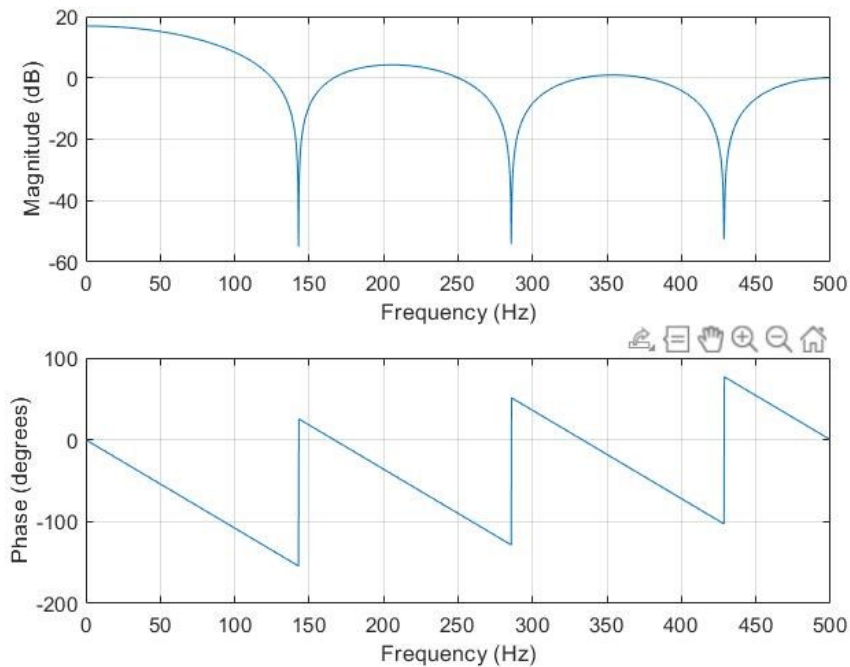


Figura 2.17 Diagrammi di Bode del filtro

2.3.4 MOTION ARTIFACT (MA)

L'artefatto da movimento intacca in modo considerevole l'ECG nel caso di rilevazione dinamica (ad esempio, è largamente presente nel caso di rilevazione di ECG tramite dispositivi wearable o con Holter) ed è principalmente dovuto al movimento del paziente e allo stiramento della pelle: questi fenomeni alterano l'impedenza della cute sull'elettrodo e provocano la generazione di micropotenziali che disturbano il segnale.

Il motion artifact ha frequenze che risiedono tra 1 e 10 Hz. Ciò lo rende il rumore più difficile da eliminare perché il suo spettro è completamente sovrapposto a quello di tutte le componenti del segnale (onda P, T e complesso QRS) e molti approcci di filtraggio lineare si rivelano poco efficaci.

Sul piano visivo, l'artefatto da movimento si presenta con onde anche molto ampie, che in fase di analisi possono essere confondibili con complessi QRS. Esso si potrebbe considerare simile a una interferenza di tipo baseline wander, anche se transitoria e più accentuata. La figura 2.18 mostra un esempio di ECG affetto da motion artifact.

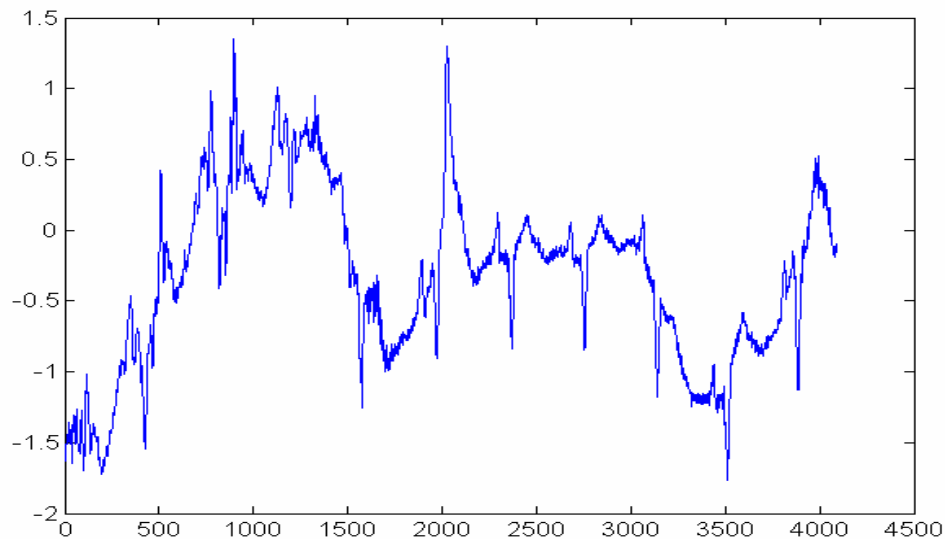


Figura 2.18 (Stoljescu C., 2012) ECG affetto da artefatto da movimento

In (An & Stylios, 2020), si afferma che, secondo l'American Heart Association, per ridurre gli artefatti del segmento ST “la frequenza di taglio del passa alto raccomandata è di 0.05 Hz per i filtri usuali, ma questa specifica può salire fino a 0.67 Hz nel caso di filtri digitali con distorsione di fase nulla”. Una possibile soluzione potrebbe essere quella di utilizzare un filtro FIR, che assicura stabilità e linearità di fase (figura 2.15), ma esso non si dimostra efficace per rimuovere tale rumore perché la larghezza di transizione del diagramma di Bode del suo modulo è troppo ampia, e per migliorarne la selettività occorrerebbe usare un elevato numero di coefficienti.

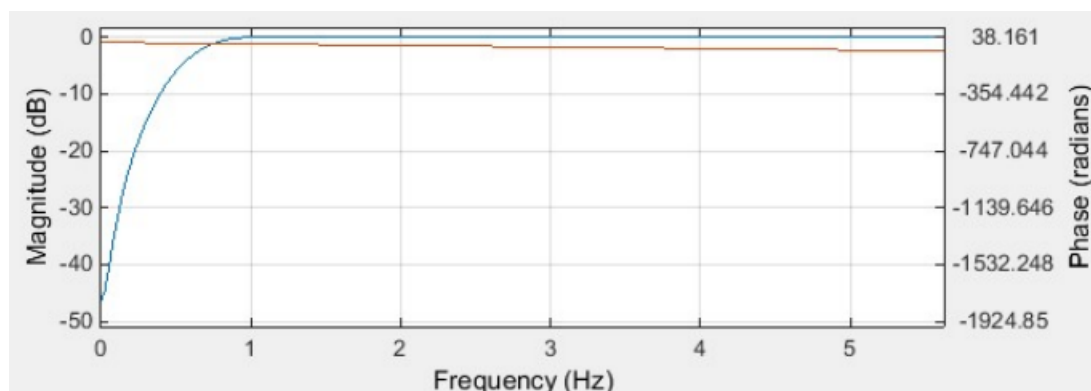


Figura 2.19 (An & Stilios, 2020) Diagrammi di Bode di un filtro FIR. In rosso la fase, che dovrebbe essere costante per tutte le frequenze. In blu il guadagno in dB, che evidentemente non ha un passaggio di frequenza di cutoff ripido e ben definito.

Come esposto anche nel Cap 2.3.1, per un filtro IIR è sufficiente un ordine minore per ottenere il risultato. Per contro, però, tali filtri non hanno una risposta di fase lineare, proprietà

che permette di non intaccare la morfologia caratteristica delle onde. Il paper (Stylios, 2020) propone un filtro Butterworth IIR passa alto con frequenza di taglio inferiore di 0.5 Hz e di ordine 2, compensando il problema della non-linearità di fase con l'escamotage del filtro Forward-Backward, che permette di ottenere linearità di fase evitando anche lo sfasamento, utilizzando su di esso la tecnica del filtraggio a fase zero. Il paper valuta le prestazioni del filtro IIR con e senza il filtraggio a fase zero (figura 2.20), evidenziando come nel primo caso la forma del segnale venga maggiormente modificata.

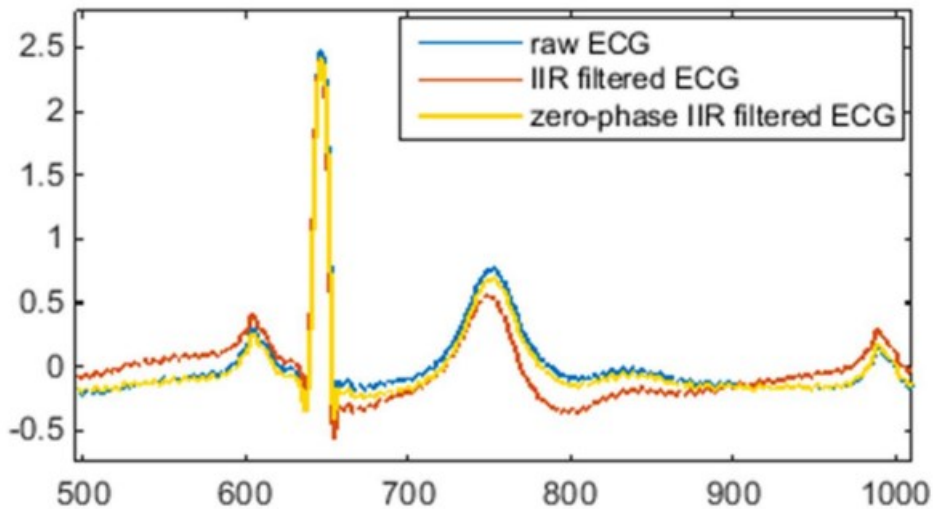


Figura 2.20 (An & Stylios, 2020) Confronto tra risultati del filtraggio con filtro IIR convenzionale e con IIR a fase zero.

In letteratura compaiono molti metodi, più avanzati e complessi, per far fronte al problema dell'artefatto da movimento, e più in generale di tutti i rumori che corrompono il segnale ECG: oltre a filtri FIR, IIR e a media mobile, sono utilizzati filtri ellittici, tecniche basate sulla trasformata Wavelet e tecniche come il fitting polinomiale e, in particolare, il **filtraggio adattativo**: questo rappresenta un ottimo metodo per compensare molti tipi di rumore, risultando funzionale per la riduzione anche e soprattutto del motion artifact. Di esso si offre una descrizione più dettagliata nel Cap 3, nel quale (Cap 3.4) viene anche implementata una soluzione per la rimozione del Motion Artifact attraverso il filtraggio adattativo.

3 FILTRAGGIO ADATTATIVO E METODO LEAST MEAN SQUARE

3.1 FILTRI ADATTATIVI

I filtri adattativi sono considerati sistemi non lineari, la cui risposta in frequenza varia in base alle caratteristiche del segnale in ingresso. Il processo di adattamento di tali filtri avviene in modo che essi processino il segnale di ingresso modellando i propri parametri allo scopo di ottimizzare un predeterminato indice di prestazione. Essi richiedono solo una piccola (se non alcuna) conoscenza a priori del segnale e del rumore in input.

Solitamente un filtro adattativo è interessato da un periodo iniziale di apprendimento, durante il quale le sue prestazioni sono insoddisfacenti, seguito da un periodo in cui tende a seguire le variazioni non stazionarie delle statistiche del segnale e del rumore, con prestazioni dipendenti dalla bontà dell'algoritmo. Il tempo di adattamento è quindi un parametro importante per indicare quanto un filtro adattativo è valido. Segnali che presentano variazioni rapide necessitano di filtri che vi si possano adattare rapidamente.

Un filtro adattativo si può pensare come la composizione di tre elementi:

- L'indice di prestazione cui si riferisce il criterio di ottimo prescelto
- L'algoritmo che calcola i parametri del filtro sulla base della massimizzazione dell'indice di prestazione; serve a determinare iterativamente i coefficienti del filtro
- La struttura del filtro che realizza le operazioni di filtraggio vere e proprie sul segnale e conferisce caratteristiche di robustezza, convergenza e sensibilità dell'algoritmo

I filtri adattativi vengono utilizzati per segnali e rumori non-stazionari, o in tutti quei casi in cui le loro caratteristiche non sono note a priori. La figura 3.1 illustra un tipico setup per la rimozione del rumore basato sul filtraggio adattativo. L'ingresso principale è $x(k)$, cui è sovrapposto il rumore $n_1(k)$. Dall'altro lato $n_2(k)$, dato in input al filtro adattativo, è un ingresso che deve essere in qualche modo **correlato** al rumore $n_1(k)$, ed è detto riferimento (*reference*), mentre l' "errore" $e(k)$ è il segnale in uscita. Il funzionamento intuitivo del filtro si potrebbe descrivere nel modo seguente: i coefficienti del filtro sono aggiornati man mano che nuovi campioni vengono acquisiti. Il metodo di apprendimento del filtro è basato sulla minimizzazione, nel senso quadratico medio, del segnale di errore.

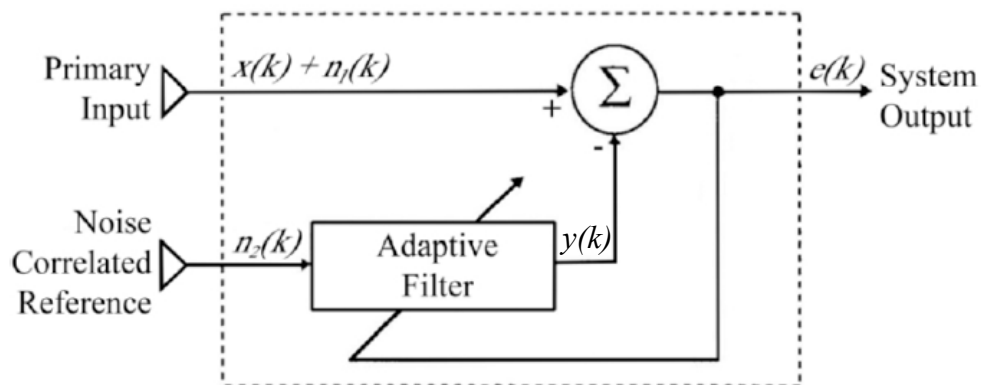


Figura 3.1 (Meireles A., 2011) Schema di filtraggio adattativo

Denominando con $y(k)$ l'uscita del filtro adattativo si ha

$$y(k) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(k)x(k-i)$$

(3.1)

Ove k è l'indice (discreto) di tempo, N l'ordine e w_i i coefficienti del filtro

Detto inoltre $d(k)$ il segnale desiderato,

$$e(k) = d(k) - y(k)$$

(3.2)

Il filtro ha lo scopo di adattarsi e imitare, utilizzando questa informazione, il segnale rumoroso $n_1(k)$, per poi sottrarlo dal segnale in ingresso (come si vede in figura 3.2), rendendolo sempre più vicino al segnale utile desiderato.

3.2 LEAST MEAN SQUARE (LMS)

I Least Mean Square sono una classe di algoritmi adattativi (Cap 3.1) usati per imitare un rumore (e di conseguenza rimuoverlo, Cap 3.1) cercando i coefficienti che producono il minimo errore quadratico medio. La sua ideazione è avvenuta nel 1960 ad opera del professor Bernard Widrow e del suo primo studente di dottorato, Ted Hoff.

L'algoritmo confronta il segnale desiderato d con il segnale ottenuto dalla simulazione $y(k)$, se questi segnali non sono uguali di ha $e(k) \neq 0$, tale errore $e(k)$ si può usare per costruire una funzione costo (J) di tipo deterministico

$$J(w) = \sum |e(k)|^2 \tag{3.3}$$

Oppure stocastico, se definita come **Mean Square Error (MSE)**

$$J(w) = \sum E\{|e(k)|^2\} \tag{3.4}$$

Minimizzare la funzione costo coincide con il minimizzare la distanza tra il segnale desiderato e quello stimato. Dalla minimizzazione di tale funzione costo si ricava l'algoritmo di aggiornamento dei coefficienti. L'algoritmo LMS considera l'errore quadratico istantaneo $e^2[k]$ al posto del valore atteso. Per ogni iterazione si calcola l'errore in un fissato istante r ; la funzione costo si riduce a

$$\hat{J}(w) = e^2(r) \tag{3.5}$$

stimata.

3.2.1 ALGORITMO DI AGGIORNAMENTO DEI COEFFICIENTI

La direzione verso il minimo della funzione costo si ottiene dal gradiente cambiato di segno: ad ogni iterazione ci si sposta verso la direzione indicata dal gradiente, si ottiene la funzione di aggiornamento dei coefficienti del filtro adattativo w all'iterazione k -esima.

$$w(k) = w(k - 1) + \frac{1}{2}\mu(-\nabla\hat{J}(w)) \tag{3.6}$$

Il gradiente istantaneo dell'errore quadratico si esprime come:

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial w(k)} = \frac{\partial}{\partial w(k)} [d(k) - w^T(k)x(k)]^2 = -2x(k)[d(k) - w^T(k)x(k)] = -2x(k)e(k)$$

La (3.6) sostituita nella (3.5) permette di ottenere la funzione esplicita di aggiornamento dei coefficienti dell'algoritmo LMS:

$$w(k + 1) = w(k) + \mu e(k)x(k) \tag{3.7}$$

Dove μ è un parametro $0 < \mu < 0.2$ da scegliere per la convergenza.

Esiste anche una variante di questo algoritmo che include la normalizzazione della step-size, detta Normalized Least Mean Square, che in genere ha prestazioni migliori. Tralasciando la trattazione matematica, che è molto simile a quella descritta per l'algoritmo LMS, l'equazione di aggiornamento dei coefficienti in questo caso è

$$w(k+1) = w(k) + \frac{\mu}{\alpha + \|x(k)\|} x(k)e(k) \tag{3.8}$$

Con α parametro da aggiungere al denominatore per evitare la divisione per zero o, in altre parole, che $w(k+1)$ risulti illimitato quando il vettore in ingresso è molto piccolo (Shihab J, 2011).

La figura 3.2 mostra un esempio di forma della funzione MSE (Mean Square Error) di un filtro con due soli coefficienti (w_0, w_1) e un singolo punto di minimo, in corrispondenza del quale il gradiente si annulla.

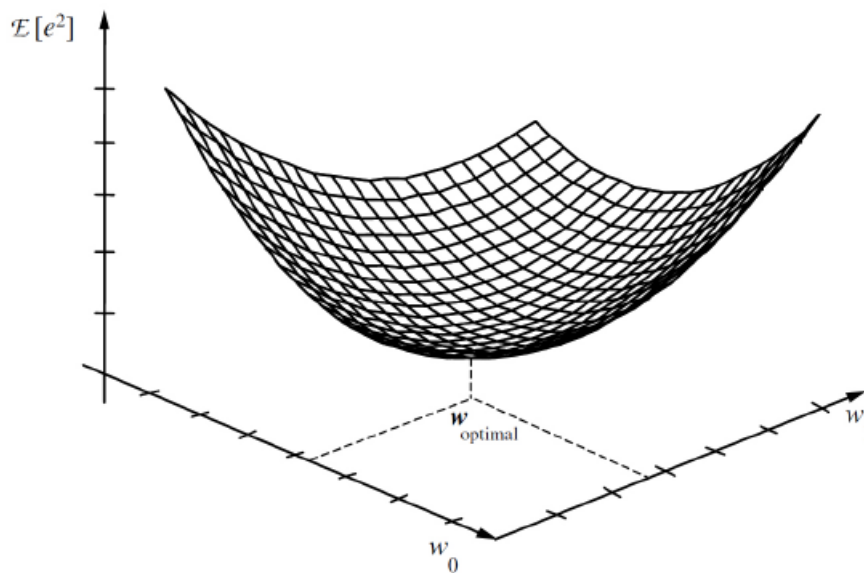
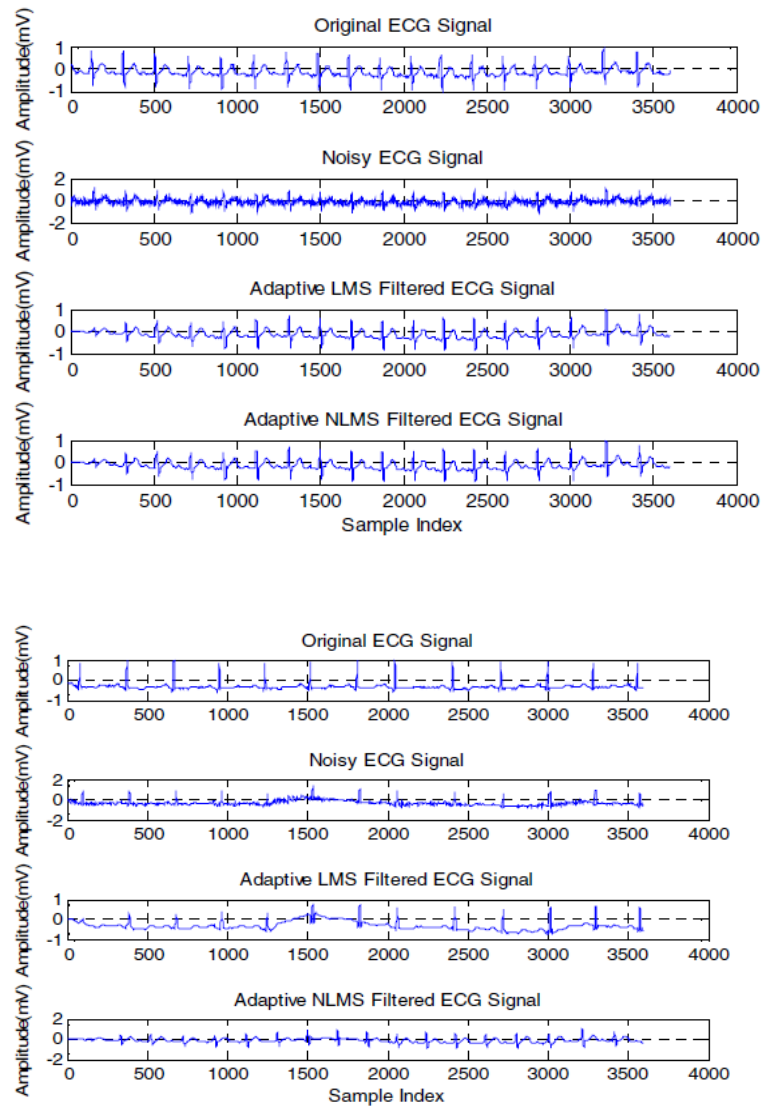


Figura 3.2 (Meireles A., 2011) Superficie MSE per un filtro a due coefficienti, dove è evidenziato il punto di ottimo

3.3 PRESTAZIONI DI LMS E NLMS E CONFRONTO

Il paper (Biswas U. et al., 2014) analizza le prestazioni del filtraggio con metodo LMS e NLMS. Nell'articolo vengono utilizzati i 4000 campioni di segnale ECG ottenuto dal MIT-BIH arrhythmia database, di ampiezza 1 mV. Ad esso vengono sovrapposti vari tipi di rumore, generati con Matlab. Questi rumori sono stati poi rimossi utilizzando il filtraggio basato su

algoritmo LMS o NLMS. I risultati dell'esperienza sono riportati in figura 3.3. Se l'ampiezza del segnale cresce, ci sarà distorsione più alta, e viceversa. Il parametro μ è stato fissato, dopo ricerche sperimentali, al valore di 0.007, che viene reputata la migliore scelta sebbene comporti una lieve distorsione.



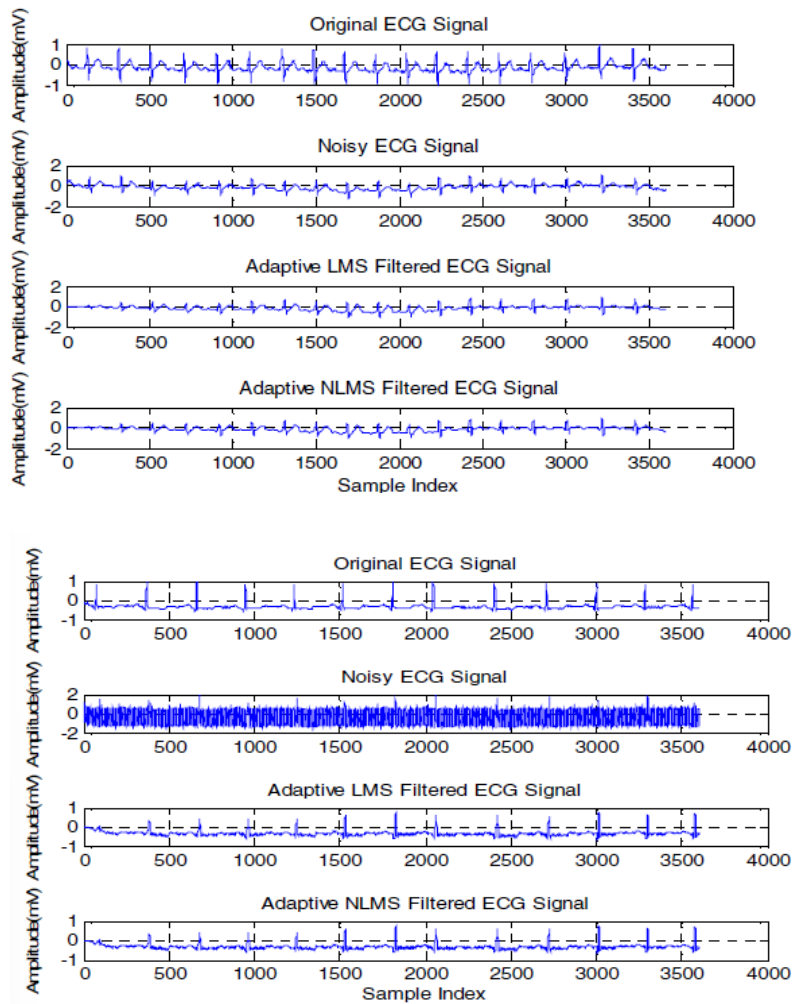


Figura 3.3 (Biswas U. et al.) Rappresentazione grafica di alcuni dei segnali ECG presi in esame dall'articolo, filtrati con LMS ($\mu=0.007$) e NLMS ($\mu=1$). I segnali ECG sono corrotti, nell'ordine, dai seguenti rumori: Rumore bianco gaussiano, Rumore EMG, Artefatto da movimento degli elettrodi, Powerline Interference.

I valori di SNR, %PRD (Percentage Root-Mean-Square Difference) e MSE ottenuti per i vari tipi di rumori (nei casi in cui i record di dati sono pari a 100, 106 e 215 rispettivamente), filtrati usando i due algoritmi, sono riportati nella tabella sottostante (figura 3.4).

Noises	Adaptive Filters	Reconstructed Signal's											
		SNR				%PRD				MSE			
		Patient Data 100	Patient Data 106	Patient Data 215	Average	Patient Data 100	Patient Data 106	Patient Data 215	Average	Patient Data 100	Patient Data 106	Patient Data 215	Average
White	LMS	4.1988	3.4309	2.7827	3.4708	4.3718	6.5914	10.435	7.1328	0.0098	0.0521	0.0304	0.0308
	NLMS	4.5994	3.7449	3.2337	3.8593	2.7126	5.1899	8.9146	5.6057	0.0091	0.0520	0.0288	0.0300
Color	LMS	2.8301	3.4613	2.8301	3.0405	3.2286	5.8652	9.8299	6.3079	0.0097	0.0517	0.0305	0.0306
	NLMS	4.6847	3.7206	4.0082	4.1378	1.7977	4.7011	5.7894	4.0961	0.0095	0.0516	0.0303	0.0305
Muscle artifact	LMS	2.3405	1.9804	2.8204	2.3804	2.4575	2.6642	2.2378	2.4532	0.0303	0.0760	0.0483	0.0515
	NLMS	2.4160	2.0303	2.9380	2.4614	2.1411	2.4341	1.8119	2.1290	0.0300	0.0759	0.0482	0.0514
Material	LMS	6.4302	5.7663	6.2186	6.1383	0.2212	0.2160	0.1373	0.1915	0.0434	0.0955	0.0524	0.0638
	NLMS	6.4331	5.7775	6.3196	6.1767	0.2157	0.2107	0.1376	0.1880	0.0432	0.0943	0.0523	0.0633
Base line wander	LMS	8.4746	6.9457	8.1197	7.8466	0.1818	0.1639	0.2644	0.2034	0.0491	0.0954	0.0515	0.0653
	NLMS	8.4757	6.9466	8.1204	7.8475	0.1818	0.1639	0.2644	0.2034	0.0491	0.0951	0.0514	0.0652
Composite	LMS	4.7719	4.6630	5.2204	4.8851	6.3385	4.6630	5.2204	5.4073	0.0331	0.0834	0.0487	0.0551
	NLMS	4.1510	4.6037	5.1443	4.6330	6.2417	4.7037	5.1443	5.3632	0.0274	0.0834	0.0485	0.0531
Power line Interference	LMS	-6.4651	-5.9427	-10.365	-7.5909	3.4789	6.3419	10.075	6.6319	0.0097	0.0531	0.0306	0.0311
	NLMS	-5.8527	-5.3141	-9.9306	-7.0324	0.9092	3.5101	8.6050	4.3414	0.0096	0.0530	0.0305	0.0310

Figura 3.4 (Biswas U. et al., 2014) Valori dei parametri di performance di filtraggio LMS e NLMS per diversi tipi di rumore

L'analisi della tabella suggerisce che entrambi i metodi sono efficaci e portano miglioramenti consistenti nella riduzione del rumore; dal confronto tra LMS e NLMS risulta che il secondo ricostruisce il segnale ECG con un maggior SNR, bassi %PRD e MSE per tutti i tipi di rumore.

3.4 CASE STUDY: FILTRAGGIO ADATTATIVO LMS CON MATLAB PER RIMOZIONE DI ARTEFATTO DA MOVIMENTO

Di seguito viene presentato un possibile codice Matlab per il filtraggio adattativo del segnale ECG corrotto da artefatto di movimento, che in questo caso è stato simulato nella prima parte del codice. Per il filtraggio è stata usata la libreria dsp (digital signal processing) di Matlab, grazie alla quale è stato creato un oggetto di tipo LMSFilter.

```

load data_ecg
Fc = 125; %frequenza di campionamento [Hz]
Tc = 1/Fc; %passo di campionamento [s]
N = length(ecg_dist); %lunghezza segnale ecg_dist
t = Tc*(0:N-1); % tempi associati al segnale ecg_dist

K=10;
A=rand(1,K);
phi=2*pi*rand(1,K);
f=[1:1:K]/25/2/2;
disturbo=A*cos(2*pi*f*t+phi);

ref=sum(cos(2*pi*f*t),1);

L = 500;
lms=dsp.LMSFilter('Length',L,'Method','Normalized LMS',...
    'LeakageFactor',.99,'StepSize',.15);

ecg = (ecg-dist)/1000;
distorted =ecg'+disturbo';
[y,ecg_hat,wts]=lms(ref',distorted);

figure
subplot(211)
plot(t,distorted)
subplot(212)
plot(t,ecg_hat,t,ecg)

```

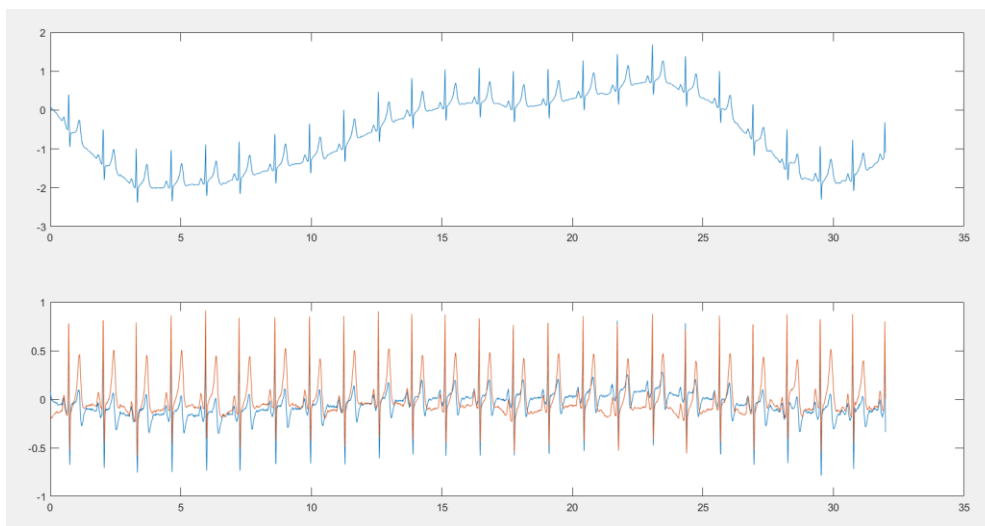


Figura 3.5 Codice Matlab per il filtraggio attraverso LMS e output del codice, in cui sono visibili l'ECG disturbato (sopra, in blu), l'ECG filtrato (sotto, in blu) confrontato con l'ECG pulito (in rosso). Il filtraggio non risulta perfetto, ma l'attenuazione del disturbo è apprezzabile.

CONCLUSIONI

Il filtraggio è la tecnica più semplice con cui è possibile ripulire un segnale ECG dai relativi disturbi: la baseline wander si può rimuovere con il filtraggio con un passa alto; la powerline interference con un filtro Notch; l'artefatto da movimento con un filtro a media mobile; mentre per il motion artifact, sebbene siano utilizzate tecniche di filtraggio IIR (in particolare a fase zero) e FIR, spesso le loro prestazioni non sono ottimali: molto meglio lavora un filtro adattativo, ad esempio l'LMS, (o, ancor meglio, l'NLMS), capace di adattare nel tempo i propri coefficienti allo scopo di avvicinarsi sempre di più al segnale desiderato.

La letteratura è tuttavia ricca di molti metodi più avanzati ed efficaci, anche se più complessi: filtri ellittici, trasformata Wavelet, fitting polinomiale sono solo alcuni di essi. La sfida per trovare il miglior compromesso tra semplicità e prestazioni rimane quindi ancora aperta.

Il filtraggio, nella sua relativa semplicità di implementazione, rappresenta comunque, come esposto in questa tesi, un ottimo metodo per elaborare il segnale rimuovendo i principali disturbi e per predisporre il segnale al riconoscimento di anomalie e patologie, oggetto di studio del campo biomedicale.

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

Silverthorn D.; Fisiologia Umana. Un approccio integrato; Pearson; 2017

Brattoli L.; Elettrofisiologia del cuore e pacemaker; Università di Bologna; 2017

Sörnmo L. & Laguna P; ECG Signal Processing. In Bioelectrical Signal Processing in Cardiac and Neurological applications-Chapter 7; Elsevier Academic Press; 2005

Kher R.; Signal processing Techniques for Removing Noise from ECG Signals; Journal of Biomedical Engineering and Research; 2019

Meireles A.; ECG Denoising Based on Adaptive Signal Processing Technique; Instituto Superior de Engenharia do Porto; 2011

Biswas U. et al; ECG Signal Denoising by Using Least-Mean-Square and Normalised-Least-Mean-Square Algorithm Based Adaptive Filter; 2014

An X. & Stylios G; Comparison of Motion Artefact Reduction Methods and the Implementation of Adaptive Motion Artefact Reduction in Wearable Electrocardiogram Monitoring; 2020

Romero P. et al.; Baseline Wander Removal Methods for ECG Signals: A comparative study; 2019

Da Villa C.; Dispositivi Wearable per la Rilevazione e l'Elaborazione del Segnale Elettrocardiografico; Università di Padova; 2022

Limaye H. & Deshmukh V.; ECG Noise Sources and Various Noise Removal Techniques: A Survey; 2016

Haldar S.; A Study of Sensitivity of a Least Mean Square Filter on its Tap Weight Vector Length and Step Size in Adaptively Cancelling Noise in an Electrocardiogram Signal; from International Journal of Computer Applications, Volume 152-No. 8, October 2016

Saxena C.- et al.; Denoising of ECG Signals Using LMS Adaptive Filters; from International Journal of Future Revolution In Computer Science & Communication Engineering-Volume 4; 2018

Stolojescu C.; ECG Signal Classification using Statistical and Time Frequency Features; 2012

Shihab J.; Convergence Evaluation of a Random Step-Size NLMS Adaptive Algorithm in System Identification and Channel Equalization; from the book Adaptive Filtering by Garcia Morales L.; University of Madrid; 2011

Hongzu Li, A Survey of Heart Anomaly Detection Using Ambulatory Electrocardiogram (ECG); University of Alberta; 2020

Sharma N. & Sidhu J.; Removal of Noise From ECG Signal Using Adaptive Filtering; Indian Journal of Science and Technology, Vol 9; 2016

Karthika R. et al.; ECG Signal Denoising by Using Least-Mean-Square and Normalised-Least-Mean-Square Algorithm Based Adaptive Filter; International Journal & Magazine of Engineering Technology, Management and Research, Volume 2, Issue no. 7; 2015

Umer M.; Electrocardiogram Feature Extraction and Pattern Recognition Using a Novel Windowing Algorithm; Advances in Bioscience and Biotechnology-Vol 05; 2014

Slides Prof Schiavon M., dal Corso “Tecnologia e Strumentazione Biomedica” 2021/2022
<https://elearning.dei.unipd.it/course/view.php?id=8337>

Slides Prof.ssa Saccomani M.P., dal Corso “Elaborazione di Segnali Biomedici” 2021/2022
<https://elearning.dei.unipd.it/course/view.php?id=8162>

Slides Prof Erseghe T., dal Corso “Segnali e Sistemi” 2020/2021
<https://elearning.dei.unipd.it/course/view.php?id=7620>

Slides Prof Facchinetti A., dal corso “Elaborazione di Segnali Biologici” 2022/2023
<https://stem.elearning.unipd.it/course/view.php?id=3039>

Slides Prof Veronese M., dal Corso “Elaborazione di Segnali Biomedici” 2022/2023
<https://stem.elearning.unipd.it/course/view.php?id=2799>

Triangolo di Einthoven, tratto da storiadellamedicina.net

Least Mean Square, Wikipedia, https://it.wikipedia.org/wiki/Least_Mean_Square

Documentazione di dsp.LMS filter: <https://it.mathworks.com/help/dsp/ref/dsp.lmsfilter-system-object.html>

RINGRAZIAMENTI

Ringrazio il mio Relatore, il Prof. Tomaso Erseghe, che mi ha aiutato nella stesura dell'elaborato di tesi, guidandomi sempre con grande gentilezza, disponibilità e solarità.

Ringrazio la mia famiglia, mio papà, mia mamma e mio fratello, che hanno creduto in me e mi hanno supportato in questo cammino, dandomi come sempre tutto l'affetto, la fiducia e il sostegno di cui avevo bisogno, anche e soprattutto nei momenti critici.

Un grazie va ovviamente agli amici, quelli di sempre, quelli nuovi e quelli dell'Università, che con il loro aiuto, la loro compagnia e il loro sorriso hanno contribuito a rallegrare e alleggerire questi tre anni del mio percorso: senza di voi raggiungere questo traguardo sarebbe stato difficile.