Università degli Studi di Padova

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale

Tesi di Laurea

"La gestione delle scorte: modelli discreti"

"Inventory management: discrete models"

Relatore: Ch.mo Prof. Giorgio Romanin Jacur

Laureando: Andrea Guiotto

Anno Accademico 2010-2011

INDICE

INTRODUZIONE

La gestione delle scorte è una voce di primaria importanza nell'ambito dell'operations management, poiché le scorte richiedono un grande investimento di capitale e hanno effetti sulla consegna dei beni ai clienti/consumatori.

Le scorte consistono nell'accumulo progressivo di risorse trasformate.

La gestione delle scorte o inventory management è l'attività di pianificazione e controllo degli accumuli di risorse che si generano nell'attraversare le reti di fornitura, le operations e i processi.

La creazione delle scorte è dovuta ad una discrepanza temporale tra offerta e domanda. Se la fornitura di un determinato prodotto avvenisse nel momento in cui viene richiesto, quel prodotto non starebbe mai in magazzino. Quasi tutte le organizzazioni devono affrontare una discordanza tra domanda e offerta.

La gestione delle scorte ha implicazioni strategiche e manageriali allo stesso tempo e deve considerare anche le scelte e gli obiettivi delle funzioni aziendali. L'attività finanziaria generalmente preferisce mantenere un livello di scorte basso per risparmiare capitale, il marketing punta su alti livelli di scorte per accrescere gli sconti, mentre le operations preferiscono adeguare le scorte allo scopo di ottenere una produzione efficiente e livelli regolari di impiego. La gestione delle scorte deve bilanciare questi obiettivi contrastanti e organizzare e gestire i livelli di scorta nell'interesse dell'impresa nel suo complesso.

Si rende perciò necessaria un'analisi approfondita sui vantaggi e svantaggi di avere le scorte partendo da una serie di motivazioni che rendono necessarie e vantaggiose le scorte:

- Le scorte sono usate come assicurazione contro l'incertezza: nel caso la domanda non sia stata prevista adeguatamente e vi è una richiesta inaspettata le scorte garantiscono la fornitura dei prodotti.
- Le scorte possono compensare la mancanza di flessibilità: dove si offre ai clienti un'ampia gamma di opzioni, se l'organizzazione non è perfettamente flessibile, occorreranno delle scorte per assicurare la fornitura quando la produzione è impegnata in altre attività.
- Le scorte si possono usare per anticipare la domanda: nel caso la domanda presenti caratteristiche di stagionalità è necessario accumulare delle scorte per soddisfare la richiesta.
- Le scorte possono sfruttare le opportunità di breve termine: se un fornitore applica degli sconti su un certo numero di articoli per un periodo limitato di tempo si possono accumulare delle scorte anche se non c'è una domanda immediata.

- Le scorte possono ridurre i costi complessivi: ciò può accadere quando l'acquisto di grandi volumi minimizza il costo di acquisto (sconti quantità), o di amministrazione (emissione ordini), o di movimentazione dei materiali (materiali difficilmente trasportabili).
- Le scorte possono aumentare il valore: a volte i prodotti tenuti a magazzino possono aumentare di valore e quindi diventare un investimento (vini di qualità).

L'accumulo delle scorte non ha solo dei vantaggi ma ci sono anche delle ragioni per cercare di evitarlo:

- Le scorte rappresentano una immobilizzazione di denaro, sotto forma di capitale circolante, che si rende perciò indisponibile per altri impieghi.
- Le scorte rallentano la produttività: mentre giace in magazzino la risorsa non è né lavorata, né tantomeno crea valore aggiunto.
- Le scorte possono diventare obsolete.
- Le scorte nascondono i problemi: scorte elevate disaccoppiano le attività produttive e questo fa sì che i problemi restino nascosti rendendo impossibile migliorare i processi, soprattutto nell'ottica di una produzione snella.
- Le scorte si possono danneggiare.
- Le scorte possono essere voluminose e occupare spazi eccessivi rispetto al loro valore.
- Le scorte possono essere pericolose da immagazzinare per cui richiedono strutture e strumenti speciali.
- Le scorte possono comportare altri costi amministrativi e assicurativi.

Una corretta gestione delle scorte consente l'accumulo di materiali solo quando i relativi benefici superano gli svantaggi, ovvero massimizza la qualità del servizio ai clienti e minimizza i costi per l'azienda.

CAPITOLO 1

Generalità

1.1 Scorte: definizione e classificazioni

Prima di affrontare il tema centrale dell'inventory management, è opportuno definire il concetto di scorta. Le scorte vengono definite come un insieme di materiali, semilavorati e prodotti finiti che in un determinato momento sono in attesa di partecipare ad un processo di trasformazione o di distribuzione e possono essere, quindi, paragonati a dei serbatoi dai quali attingono i responsabili della produzione e i consumatori.

Una prima classificazione possibile delle scorte, viene fatta sulla base della loro destinazione funzionale, cioè del loro ruolo all'interno del processo acquisto-produzione-vendita. Distinguiamo, quindi, tra:

- le *materie prime,* costituite dai fattori produttivi in entrata, destinati alla trasformazione, che alimentano il processo produttivo;
- i *semilavorati,* materiali che hanno subito una qualche trasformazione, ma che non sono stati ancora ultimati;
- i *prodotti finiti*, beni che hanno attraversato tutte le fasi di produzione e sono pronti per essere venduti.

Le scorte di materie prime sono detenute al fine di ovviare ai ritardi nelle consegne degli approvvigionamenti o di ridurre i costi di acquisto in caso di sconti su quantità o condizioni di deprezzamento; le scorte di semilavorati sono cumulate per ovviare ai ritardi di consegna di sub-fornitori o di altri reparti, svincolare/disaccoppiare i reparti dai ritmi e dalla programmazione della produzione, consentire alle singole stazioni di organizzarsi con un minimo di autonomia; le scorte di prodotti finiti, infine, servono ad evadere celermente gli ordini, a far fronte ad andamenti ciclici della domanda, ad evitare modificazioni radicali della programmazione della produzione per fronteggiare le irregolarità richieste.

Una seconda classificazione delle scorte viene fatta per destino d'uso:

- le *scorte operative,*cioè scorte che permettono all'impresa di svolgere la normale attività di produzione e di distribuzione;
- le *scorte speculative,* costituite esclusivamente con finalità speculative, cioè per trarre vantaggio da una variazione nei prezzi di acquisto o nei prezzi di vendita. Ad esempio,

l'impresa che prevede nel breve termine un aumento del prezzo di acquisto di una materia prima, può immagazzinare una certa quantità di tale materia prima con lo scopo di ridurre i costi costituendo una scorta speculativa;

- le *scorte di sicurezza*, sono costituite per fronteggiare situazioni di incertezza come possibili variazioni della domanda di mercato o problemi di approvvigionamento.

Le scorte operative a loro volta sono suddivise in:

- *scorte in transito,* dette anche di trasferimento o di lavorazione, accumulate in relazione al tempo necessario al trasporto di una unità di scorta da un punto di lavorazione ad un altro, tenute in magazzino con il fine ultimo di ottimizzare l'efficienza del processo produttivo. L'ammontare totale della scorta in transito dipende, oltre che dal tempo di transito, anche dalla quantità da trasportare, legata a sua volta alla domanda da soddisfare. L'entità di tali giacenze viene generalmente rappresentata dall'espressione:

  $$I = S \times T$$

  dove:

  I = scorta in transito necessaria in un certo stadio;

  S = vendite (o consumo) medi nell'unità di tempo;

  T = tempo impiegato per passare dallo stadio precedente al punto di stoccaggio.

  L'espressione indica, tra l'altro, che per ridurre il livello di giacenza delle scorte in transito o si riducono i relativi tempi di trasferimento o se ne aumenta il ritmo di consumo/vendita;

- *scorte organizzative,* utilizzate per organizzare efficacemente le fasi del processo acquisto-produzione-vendita, con il fine ultimo di evitare malfunzionamenti per il sistema impresa nel suo complesso. Tali scorte rendono indipendenti le diverse fasi del sistema produttivo-distributivo, svolgendo funzioni di "volano" (allo scopo di superare le inerzie ed i punti morti riscontrabili in alcune fasi del ciclo di trasformazione) o di «ammortizzatore» (al fine di attutire le variabilità contingenti di produzione o di vendita dell'organizzazione) o ancora di «polmone» (per far fronte ad ogni eventuale distonia del sistema). Le scorte organizzative sono a loro volta suddivise in tre grandi categorie, in relazione alle funzioni che sono chiamate ad assolvere:
  - *scorte da unità economica (lot size inventory),* relative ad acquisti (o produzioni) in quantità superiori alle immediate necessità, motivati da eventuali sconti di prezzo o ottimizzazione della logistica;
  - *scorte stagionali (buffer stock),* connesse alla necessità di compensare oscillazioni più o meno prevedibili della domanda del consumo;

- *scorte preventive (anticipation stock),* la cui funzione è tutelare l'impresa da eventuali difficoltà di approvvigionamento o per far fronte a eventuali temporanee fermate degli impianti.

Un'altra possibile distinzione delle scorte tiene conto del loro utilizzo e del loro ruolo all'interno del processo produttivo.

A tale proposito si è soliti distinguere le scorte in:

- *scorta esistente* o *scorta effettiva*, che indica la quantità di materiali effettivamente presenti in magazzino in un certo momento;
- *scorta virtuale* che viene determinata tenendo conto, oltre che dei materiali effettivamente presenti in magazzino anche delle quantità già ordinate ai fornitori e di quelle impegnate per i clienti;
- *scorta normale*, cioè la scorta normalmente disponibile in media nel magazzino durante un certo lasso di tempo;
- *scorta minima* che rappresenta la quantità minima di materiali da tenere in magazzino, al di sotto della quale l'impresa corre il rischio che la produzione o la distribuzione possano interrompersi;
- *scorta massima* che rappresenta la quantità massima di materiali da tenere in magazzino oltre la quale l'impresa sosterrebbe costi finanziari e di gestione eccessivi e si troverebbe ad avere eccessivi tempi di smaltimento di tali scorte.

1.2 Costi di gestione delle scorte

Gestire ottimamente le scorte di magazzino significa essere in grado di rispondere adeguatamente a due problematiche: quanta scorta ordinare e conservare in magazzino, considerando gli obiettivi di costo e livello di servizio, e quando emettere un ordine di approvvigionamento, per assicurare la puntuale alimentazione dei processi produttivi e distributivi ed eludere ogni rischio di insoddisfazione delle domanda interna o esterna.

Un'efficace risposta ai quesiti deve essere ricercata considerando sia elementi di natura economica che tecnica. Anzitutto è necessario individuare i costi implicati nella gestione delle scorte, nella considerazione che ogni decisione presa in questo ambito non è isolata dal resto del sistema impresa. La scelta del "quanto ordinare" ha implicazioni strategiche e manageriali allo stesso tempo, e deve essere presa considerando anche le scelte e gli obiettivi delle funzioni aziendali. La funzione produzione, ad esempio, vorrebbe avere magazzini di materie prime sempre pieni, per poter

attingere giacenze nelle quantità e nei tempi desiderati; la funzione marketing vorrebbe magazzini di prodotti finiti sempre pieni, per poter soddisfare in ogni momento le richieste di mercato; la funzione finanza, al contrario, vorrebbe magazzini di materie prime e di prodotti finiti sempre vuoti, perché le scorte assorbono risorse finanziarie.
È necessario dunque comprendere la struttura dei costi della gestione delle scorte.

Costo dell'articolo

E' il costo dell'acquisto o della produzione dei singoli oggetti a magazzino. Il costo dell'oggetto è normalmente espresso come un costo per unità moltiplicato per la quantità procurata o prodotta. A volte il costo dell'articolo è scontato se abbastanza unità sono acquistate in una volta sola.

Costo di ordinazione (o di setup)

Sono i costi che intervengono per effetto dell'emissione di un ordine di acquisto (costi di ordinazione) o per l'inizio di un processo di produzione (costi di setup). I costi di ordinazione comprendono i costi organizzativi, il tempo perso per le operazioni, eventuali costi di trasporto se a carico dell'acquirente. La quantificazione di questi costi non risulta agevole ed immediata e viene solitamente ricavata sulla base di considerazioni quantitative sul lungo periodo. In prima approssimazione, è possibile considerare tale costo indipendente dal quantitativo di merce ordinata e proporzionale al numero di ordini che vengono emesse nell'unità di tempo. I costi di set-up, detti anche di attrezzaggio, sono i costi necessari per avviare un processo di produzione in seguito ad una interruzione o ad un cambio di lavorazione. Essi sono rappresentati, ad esempio, dai tempi morti per portare a regime impianti e macchinari o per effettuare operazioni di manutenzione, o da tempi e costi per modificare o sostituire attrezzature.

Costo di mantenimento

Riguardano tutti i costi relativi alla gestione vera e propria del magazzino, alla manutenzione delle scorte ed al mancato profitto derivante da possibili usi alternativi del capitale investito in scorte. I costi di mantenimento possono essere espressi in costo per unità di merce e per unità di tempo (es: 100,00€ per quintale al mese) o in termini di valore percentuale della merce conservata per unità di tempo (es: 10% all'anno). In generale, essi sono assunti proporzionali al livello medio di giacenza nell'unità di tempo. Il costo di mantenimento e' composto normalmente da tre componenti:

- *Costo del capitale*. Quando gli articoli vengono portati in magazzino, il capitale investito non è utilizzabile per altri scopi. Questo rappresenta un costo di perdita di opportunità per altri investimenti, che è assegnato al magazzino come un costo opportunità.

- *Costo di stoccaggio*. Questo costo include i costi di spazio variabile, assicurazioni, e tasse.
- *Costi di obsolescenza, deterioramento, e perdita*. I costi di obsolescenza dovrebbero essere assegnati agli articoli che hanno un alto rischio di diventare obsoleti; più alto è il rischio, più alto è il prezzo. I costi di deterioramento sono assegnati agli articoli che si deteriorano con il passare del tempo, ad esempio cibo e sangue. Il costo di perdita include i costi derivanti dal furto o dalla rottura, dovuti al tenere gli articoli a magazzino.

<u>Costi di stock out (sotto scorta)</u>

Sono i costi legati alla mancanza di scorta in magazzino e alla correlata impossibilità di fornire quanto richiesto alla rete distributiva o produttiva, e quindi è da considerare non solo il danno economico, ma anche la mancata soddisfazione della domanda, la potenziale perdita del cliente, la necessità di attivarsi per soddisfare il cliente in modo alternativo, l'obbligo a pagare eventuali penali. Una situazione di stock-out è in assoluto la più pericolosa da dover affrontare, non solo per gli effetti diretti generati (il mancato guadagno), ma anche per gli effetti indotti che ne derivano (perdita di immagine,fiducia e serietà dell'impresa).

<u>Costi di over stock (sovra scorta)</u>

Sono i costi legati all'eccesso di scorta detenuta in magazzino per ogni periodo. Al suo interno rientrano tre voci di costo: oneri finanziari, costi di giacenza e di movimentazione, costi di obsolescenza: all'aumentare del livello dei suddetti costi, il manager è incentivato al contenimento delle scorte in magazzino.

Le categorie di costo di mantenimento e di ordinazione, vengono utilizzate per il calcolo del "quanto ordinare" nelle situazioni di certezza, situazione, ad esempio, in cui la domanda di periodo è stabile, i beni non sono deperibili e i prezzi sono costanti. Diversamente, le ultime due categorie di costo, di stock-out e overstock, intervengono nelle situazioni di incertezza, legate all'instabilità della domanda di periodo, al maggiore consumo di scorte per l'impresa e all'affidabilità delle consegne dei fornitori.
I costi delle scorte sono difficili da valutare, ma con persistenza possono essere stimati abbastanza accuratamente. Il costo dell'articolo può essere stimato normalmente direttamente dai dati storici. Il costo dell'ordine (o di setup) può essere determinato dai dati dell'azienda. Comunque, si hanno difficoltà nel separare le componenti fisse e variabili dei costi dell'ordine. Il costo dell'ordine dovrebbe includere solo i costi che variano con il numero di ordini. Il costo di mantenimento è più difficile da determinare accuratamente. Prima di tutto il costo del capitale è un costo opportunità che non può essere derivato dai dati storici. Si può, comunque, determinare un costo di capitale

appropriato sulla base di considerazioni finanziarie. Il resto dei costi di mantenimento (stoccaggio, deterioramento, obsolescenza, e perdite) possono essere basati sui dati aziendali e su speciali studi sul costo. Il costo di stockout è, tra tutti i costi delle scorte, il più difficile da stimare. Le stime possono basarsi sul concetto di profitti persi; in pratica, comunque, il problema è spesso trattato indirettamente specificando un livello di rischio di stockout accettabile. Questa pratica può essere costosa; può implicare costi di stockout molto alti. Per questo motivo il problema della misura dei costi di stockout non ha una soluzione soddisfacente.

1.3 Priorità nella gestione del magazzino: il sistema ABC

Nei casi reali le materie prime e/o i semilavorati da utilizzare nel processo di produzione, in genere indicati con i termini prodotti o articoli (items), possono essere di numero molto elevato (centinaia o migliaia). Non tutti gli articoli, però, hanno lo stesso valore e sono utilizzati nelle stesse quantità.
Per gestire una complessità di tal genere occorre un approccio in grado di discriminare tra le diverse categorie di prodotti, in modo che ognuno di essi sia oggetto di una gestione appropriata alla sua importanza.
Gli articoli che hanno un valore di utilizzo molto elevato vanno assoggettati ad un controllo più intenso, mentre quelli che hanno un basso valore di utilizzo non necessitano di un controllo così rigoroso.
Per questa ragione è opportuno dividere l'insieme degli articoli in categorie, sulla base delle quali impostare diverse politiche di gestione e di controllo. Il sistema di classificazione si basa sul principio, riscontrato in una vasta casistica, che le operazioni più significative di acquisto e/o vendita fanno riferimento ad un numero limitato di articoli. In genere, una percentuale relativamente limitata della gamma complessiva di articoli a magazzino incide sostanzialmente sul valore di utilizzo complessivo. Questo fenomeno è noto come legge di Pareto, da cui il nome classificazione di Pareto o ABC.
Questa classificazione, largamente utilizzata, prevede la suddivisione degli articoli in tre gruppi (A,B,C) sulla base della loro importanza relativa.
Si considerino, per ciascun articolo i, i seguenti parametri:

- q_i articoli entrati in magazzino in un certo periodo (es: un anno);
- v_i valore medio di un articolo nel periodo di riferimento;
- $v_i = v_i \cdot q_i$ valore totale medio dei q_i articoli.

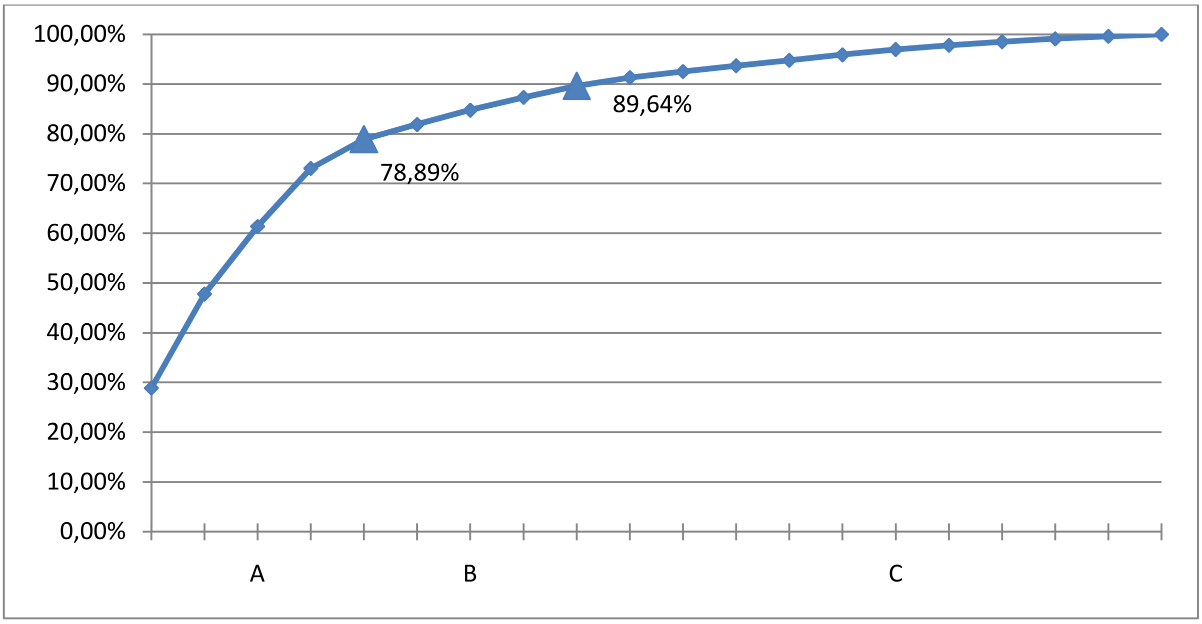
Gli articoli si ordinano secondo il valore totale decrescente ($v_i \geq v_{i+1}$); sulla base di questo ordinamento, si definisce il valore totale cumulato $vc_i = \sum_{j \leq i} v_j$. Il valore totale cumulato percentuale dell'articolo i ($vc\%_i$), invece, è dato da $vc\%_i = vc_i / vc_n \cdot 100$ se n è il numero totale di prodotti. In pratica esso rappresenta l'incidenza relativa dei primi i articoli sul totale.

Se si introducono due valori v_a, v_b apparterranno al gruppo A tutti gli articoli tali che $0 \leq vc\%_i \leq v_a$, al gruppo B gli articoli tali che $v_a \leq vc\%_i \leq v_b$, e al gruppo C gli articoli rimanenti (tali, cioè, che $v_B \leq vc\%_i \leq 100$). Ponendo, ad esempio, v_a=70% e v_b=90% gli articoli del gruppo A rappresentano il 70% del valore totale mentre quelli del gruppo B incidono per un ulteriore 20%. La scelta dei valori v_a e v_b non è rigida: valori tipici per v_a sono 70-80% e per v_b 80-90%.

In Tabella si riporta una lista di articoli ordinata secondo valori totali decrescenti. Per ciascun articolo si riporta il valore totale cumulato ed il valore totale cumulato percentuale. Se si pone v_a=80% e v_b=90% si ha che gli articoli 1-5 appartengono al gruppo A, quelli 6-9 al gruppo B e quelli 10-20 al gruppo C.

Articolo	Quantità q_i	Valore medio $\overline{v_i}$	Valore totale $v_i = \overline{v_i} \cdot q_i$	Valore totale cumulato vc_i	Valore totale cumulato $vc\%_i$
1	130	40,00	5200,00	5200,00	28,89%
2	100	34,00	3400,00	8600,00	47,78%
3	70	35,00	2450,00	11050,00	61,39%
4	300	7,00	2100,00	13150,00	73,06%
5	700	1,50	1050,00	14200,00	78,89%
6	300	1,80	540,00	14740,00	81,89%
7	400	1,30	520,00	15260,00	84,78%
8	65	7,00	455,00	15715,00	87,31%
9	280	1,50	420,00	16135,00	89,64%
10	100	3,00	300,00	16435,00	91,31%
11	120	1,80	216,00	16651,00	92,51%
12	700	0,30	210,00	16861,00	93,67%
13	200	1,00	200,00	17061,00	94,78%
14	400	0,50	200,00	17261,00	95,89%
15	100	1,90	190,00	17451,00	96,95%
16	40	3,80	152,00	17603,00	97,79%
17	10	13,00	130,00	17733,00	98,52%
18	360	0,30	108,00	17841,00	99,12%
19	140	0,60	84,00	17925,00	99,58%
20	150	0,50	75,00	18000,00	100,00%

In Figura è riportato l'andamento del valore cumulato percentuale rispetto ai prodotti considerati e viene messa in evidenza la classificazione in gruppi A, B, C.



I criteri per discriminare le varie categorie di articoli più utilizzati riguardano l'utilizzo annuo e il valore, ma altri criteri potrebbero contribuire alla classificazione. La conseguenza di una rottura di stock potrebbe dare una priorità più elevata ad alcuni prodotti o componenti che ritarderebbero od ostacolerebbero seriamente le fasi successive se non fossero a magazzino. Anche l'incertezza nella fornitura potrebbe dare la priorità ad alcune referenze, al pari dell'obsolescenza elevata o del rischio di deterioramento.

1.4 Obiettivi strategici e gestione dei materiali

Non sempre l'obiettivo dell'inventory management deve essere la riduzione delle scorte. Il professor Marshall Fisher sostiene che non ha senso perseguire questa ricerca dell'efficienza, e configurare di conseguenza la struttura del supply network e il processo di gestione dei materiali. Per certi prodotti la ricerca dell'efficienza e la riduzione delle scorte potrebbero essere controproducenti.
Fisher distingue i prodotti tra funzionali e innovativi. I primi sono caratterizzati da cicli di vita molto lunghi e a domanda prevedibile con margini di profitto minimi. Invece i prodotti innovativi sono caratterizzati da cicli di vita brevi, avendo molto spesso un forte contenuto moda, e quindi rimangono sul mercato per poco tempo; hanno generalmente dei margini di profitto elevati.

Secondo Fisher non ha senso investire in capacità produttiva o in scorte per ridurre il rischio di mancata vendita nel caso di prodotti i cui margini sono bassi, e quindi nel caso di prodotti polifunzionali. Al contrario, questo tipo di politica ha senso per prodotti con alto margine, ossia per prodotti innovativi.

Quando il margine di contribuzione di un prodotto è elevato, la reattività del supply network diventa una condizione necessaria, in quanto le mancate vendite impattano significativamente sul profitto. Con un margine basso invece la reattività comporta elevati investimenti logistici, che non sono giustificati quando le mancate vendite non generano elevati costi opportunità.

Le strategie che mirano all'efficienza hanno come obiettivo la minimizzazione delle scorte, specialmente nella parte di network a valle, mentre le strategie che mirano a rendere il supply network più reattivo consentono il raggiungimento di elevati livelli di servizio, attraverso metodi di fornitura che permettono di rispondere repentinamente alle esigenze del consumatore finale. Le scorte sono posizionate il più vicino possibile ai clienti.

1.5 Modelli per la gestione delle scorte

Per affrontare il problema della gestione delle scorte, si ricorre a modelli che forniscono una rappresentazione schematica e, in generale, semplificata del problema. La scelta del modello da assumere va effettuata sulla base di considerazioni relative al contesto tecnologico, produttivo ed organizzativo. I criteri principali di cui bisogna tener conto sono dati dalla complessità del problema, dal livello tecnologico, dal grado di informatizzazione, dalla situazione organizzativa, dalla flessibilità richiesta rispetto a possibili variazioni dei dati e delle caratteristiche del problema (es: prevedibilità della domanda e/o dei prezzi, variabilità del tempo di riordino).

Secondo le ipotesi che si assumono alla base del modello, è possibile distinguere tra modelli deterministici e stocastici. Nei primi i valori dei parametri si suppongono noti, mentre, nei modelli stocastici, essi sono descritti in termini statistici(es: funzione di distribuzione, media, varianza).

I modelli possono essere inoltre definiti statici se si suppone che il valore delle variabili non vari nel tempo e dinamici in caso contrario.

Una distinzione fondamentale è quella tra modelli a domanda dipendente e modelli a domanda indipendente.

La domanda di un certo prodotto è considerata dipendente se essa e' direttamente correlata a quella di altri prodotti. E' il caso della domanda relativa a parti o semilavorati componenti di prodotti più complessi. Se, ad esempio, bisogna produrre un certo numero di autoveicoli entro una certa data, è necessario produrre o acquisire tutte le parti necessarie per il montaggio (es: sportelli, fari, sedili) in misura proporzionale e secondo una tempificazione tale da rendere possibili le operazioni di assemblaggio entro la scadenza richiesta.

L'andamento della domanda è, invece, considerato indipendente se la conoscenza del fabbisogno futuro non è legata a quella di altri articoli; in questo caso essa è il risultato di previsioni e/o di ordini già registrati.

I modelli possono essere continui o discreti, se le grandezze di riferimento per la gestione delle scorte (domanda, tempo di approvvigionamento) sono descritte attraverso funzioni continue o discrete.

I modelli continui sono modelli teorici. Nella pratica, infatti, le operazioni di programmazione fanno riferimento ad unità di tempo discrete (giorni, settimane, mesi). La discretizzazione può creare qualche problema dal momento che un mese, ad esempio, non è multiplo di settimane e le settimane, per la presenza di giorni non lavorativi, non sono composte sempre dallo stesso numero di giorni. Una convenzione utilizzata è quella di considerare la settimana come unità di riferimento per la domanda mentre i tempi di riordino sono generalmente espressi in giorni o settimane lavorative. Nel seguito si farà riferimento a generiche unità di tempo (*bucket*) che assumono significato diverso secondo i casi.

In questo elaborato verrà considerata proprio quest'ultima distinzione e si analizzeranno i modelli discreti.

CAPITOLO 2

I modelli discreti

Nei modelli discreti l'orizzonte temporale viene suddiviso in *N* periodi di uguale durata (es: un giorno, una settimana, un mese); in questo modo la domanda è definita da una successione di valori d_i $i = 1, .., N$ ciascuno dei quali rappresenta la richiesta in corrispondenza di ciascun periodo.

Quando una informazione (es: la domanda) viene associata ad un intervallo di tempo, non è chiaro in quale momento di quel periodo essa deve essere disponibile. Ad esempio, se per una determinata settimana è richiesta una certa quantità di merce, non si comprende se essa debba essere disponibile a partire da un giorno preciso della settimana, entro la fine della settimana o in qualsiasi altro istante di tempo.

Per risolvere questa ambiguità è necessario adottare una convenzione; nel seguito si supporrà che le informazioni che si riferiscono alla domanda e agli ordini devono essere disponibili a partire dall'istante di inizio del periodo, mentre le informazioni relative alla giacenza si riferiscono alla giacenza disponibile alla fine del periodo.

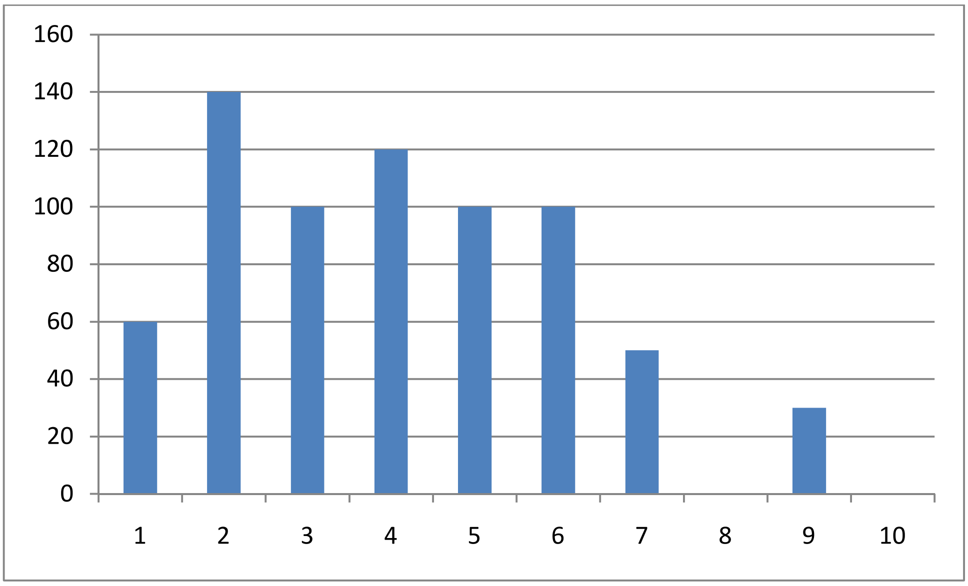
In Tabella è indicato un possibile andamento della domanda con riferimento ad un orizzonte temporale suddiviso in 10 periodi.

Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Domanda	50	20	30	80	0	20	30	70	20	10

Per il calcolo del costo di mantenimento si ipotizza che la giacenza media nel periodo *i* sia pari alla giacenza disponibile alla fine del periodo *i*, che sarà indicata con s_i. In pratica si assume che la merce consumata nel periodo non produce alcun costo di mantenimento. Nella tabella successiva viene riportato il valore della giacenza s_i per ogni periodo, sulla base degli andamenti della domanda e di possibili consegne. Facendo riferimento ai dati relativi al periodo 3, si deve intendere che per l'inizio del periodo deve essere soddisfatta una domanda di 80 unità ed è previsto l'arrivo di 40 unità mentre alla fine del periodo è disponibile una giacenza di 100 unità.

Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
Domanda d_i	100	0	80	60	120	80	50	50	0	60	600
Ordini	160	80	40	80	100	80	0	0	30	30	600
Giacenza s_i	60	140	100	120	100	100	50	0	30	0	700

L'andamento della giacenza è illustrato nella figura successiva.



Suddividendo il periodo di riferimento in N periodi, indicando con

- *P* il costo di acquisto di una unità di prodotto;
- *h* il costo di mantenimento di una unità di prodotto espresso come percentuale del valore del prodotto (es: 0,15 in N periodi);
- $c_m=Ph$ il costo di mantenimento di una unità di prodotto in valore assoluto (es: 30,00 € in N periodi);
- $c_{1m}=c_m/N$ il costo di mantenimento di una unità di prodotto per periodo espresso in valore assoluto (es: 1,50 € per periodo);
- $S_m=\sum s_i/N$ la giacenza media

il costo di mantenimento della scorta per l'intero orizzonte temporale di riferimento pari a:

$$C_i(s_i) = (Ph)\, S_m = c_m \frac{\sum_{i=1,N} s_i}{N} = c_{1m} \sum_{i=1,N} s_i$$

2.1 La nettificazione della domanda

La domanda relativa ad un determinato periodo è in generale il risultato della somma di due aliquote: una calcolata sulla domanda prevista per quel periodo attraverso, ad esempio, una tecnica di previsione, e una seconda basata sugli ordini già pianificati. La somma di queste aliquote è detta domanda lorda (gross requirement). Per soddisfare il fabbisogno rappresentato dalla domanda lorda si possono utilizzare eventuali scorte già presenti in magazzino e gli ordini già pianificati di quel prodotto.

Il fabbisogno che non si riesce a coprire con scorte già presenti in magazzino e nuovi arrivi programmati rappresenta la domanda netta (net requirement) che deve essere soddisfatta con nuovi ordini. Per questa ragione la prima operazione da effettuare è l'individuazione della domanda netta. Nella tabella successiva è illustrato un esempio di determinazione della domanda netta, a partire dalla disponibilità di una scorta iniziale e dai dati relativi alla domanda lorda e a ordinativi di merce già pianificati.

Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Totale
Domanda lorda	0	20	40	90	20	40	40	0	20	10	280
Ordini pianificati		30		10	60						100
Giacenza	100	110	70	0	40	0	0	0	0	0	
Domanda netta	0	0	0	10	0	0	40	0	20	10	80

I valori di giacenza riportati sono stati determinati nel seguente modo:

giacenza relativa al periodo i-1 +

ordini pianificati per il periodo i -

domanda lorda al periodo i =

Giacenza relativa al periodo i

attribuendo un valore nullo se il risultato dell'operazione è negativo.

La domanda netta per il periodo *i*, ovvero il quantitativo di merce da ordinare per evitare di andare sotto scorta alla fine del periodo *i*, è dato da

domanda lorda al periodo i -

ordini pianificati per il periodo i -

giacenza relativa al periodo i-1 =

Domanda netta relativa al periodo i

Anche in questo caso si assegna valore nullo nel caso di risultato negativo.

Con riferimento all'esempio della tabella precedente si ha, ad esempio, che la giacenza relativa al periodo 2 (110) è data dalla giacenza al periodo 1 (100) più la consegna programmata per il periodo 2 (30) meno la domanda lorda nel periodo 2 (20).

La domanda netta relativa la periodo 4 (10) è data, invece, dalla domanda lorda al periodo 4 (90) meno gli ordini pianificati al periodo 4 (10) meno la giacenza relativa al periodo 3 (70).

2.2 Il modello del lot sizing

Il modello fondamentale per descrivere il problema di gestione delle scorte a tempo discreto è il cosiddetto modello del lot-sizing per singolo prodotto.

Per illustrarne la formulazione si introducono i seguenti parametri:

- N numero di periodi dell'orizzonte temporale di programmazione;
- d_i domanda netta relativa al periodo i;
- p_i costo di acquisto o produzione durante il periodo i;
- c_i costo di mantenimento per unità di prodotto durante il periodo i;
- f_i costo di ordinazione o set-up relativo al periodo i dovuto all'emissione di un nuovo ordine o alla riattivazione della produzione rispetto al periodo i-1;
- s_i giacenza di prodotto alla fine del periodo i;

e le variabili decisionali

- q_i quantità da produrre o da ordinare durante il periodo i;
- y_i variabile binaria pari a 1 se all'inizio del periodo i si emette un ordine o si riattiva la produzione rispetto al periodo $i-1$ (y_i=1 se q_{i-1}=0 e q_i>0), 0 altrimenti;

Sulla base della notazione introdotta il modello matematico del lot sizing assume la seguente formulazione:

$$Z = Min\left[\sum_{i=1,N}(p_i q_i + c_i s_i + f_i y_i)\right]$$

Sottoposto a

$$s_i=s_{i-1}+q_i-d_i \qquad i=1,..,N \qquad (1)$$

$$s_0=s_N=0 \qquad (2)$$

$$q_i \leq y_i \textstyle\sum_{k=1,N} d_k \qquad i=1,..,N \qquad (3)$$

$$s_i \geq 0 \qquad i=1,..,N \qquad (4)$$

$$q_i \geq 0 \qquad i=1,..,N \qquad (5)$$

$$y_i=0/1 \qquad i=1,..,N \qquad (6)$$

La funzione obiettivo Z rappresenta la somma dei costi di acquisto o di produzione ($\sum p_i q_i$), dei costi di mantenimento ($\sum c_i s_i$) e degli eventuali costi di ordinazione o set-up ($\sum f_i y_i$) per tutto l'orizzonte temporale.

I vincoli (1) legano le giacenze di prodotto tra due periodi consecutivi. In pratica, alla fine di ogni periodo, la scorta disponibile (s_i) deve essere pari alla somma della scorta relativa al periodo precedente (s_{i-1}) e della quantità prodotta o acquistata nel periodo (q_i) meno la domanda relativa al periodo (d_i).

Le relazioni (2) rappresentano le condizioni iniziale e finale della giacenza (nel modello indicato si suppone che all'inizio ed alla fine del periodo di riferimento la giacenza sia nulla).

I vincoli (3) indicano che il quantitativo da ordinare o produrre durante il periodo i non deve essere superiore alla somma delle domande dal periodo i fino alla fine della programmazione.

Le condizioni (4) impongono che la soluzione sia tale da soddisfare sempre la domanda, in modo da non rendere possibile, dal punto di vista matematico, la presenza di una scorta negativa.

Le relazioni (5 e 6) sono legate al significato delle variabili decisionali introdotte.

Nel caso si ipotizzi che i costi p_i , f_i , c_i non varino durante i periodi (p_i=P, f_i=f_0, c_i=c_{1m} $\forall i$) , l'espressione della funzione obiettivo diventa

$$Z = \sum_{i=1,N} (p_i q_i + c_i s_i + f_i y_i) = P \sum_{i=1,N} q_i + c_{1m} \sum_{i=1,N} s_i + f_0 \sum_{i=1,N} y_i = P \cdot D + c_{1m} \sum_{i=1,N} s_i + f_0 n_0$$

essendo D la domanda totale, c_{1m} il costo di mantenimento unitario per una unità di tempo in valore assoluto, $n_0 = \sum y_i$ il numero di ordini da emettere o di processi produttivi da avviare. Trascurando il termine $(P \cdot D)$ che rappresenta una costante, si osserva che l'espressione del costo totale coincide con quella utilizzata nel caso di modelli continui.

Si può dimostrare che la soluzione ottima implica che $s_{i-1} \cdot y_i = 0 \quad \forall i$. Questo significa che, se vi è presenza di scorte alla fine di un periodo ($s_{i-1} > 0$), non si effettuano ordini all'inizio del periodo successivo ($y_i > 0$) e, quindi, si emettono ordini solo quando non vi è giacenza. Di conseguenza la politica di gestione delle scorte si compone di ordini di dimensione pari alla somma della domanda relativa ad un numero intero di periodi consecutivi:

$$q_i = \sum_{j=i}^{j=i+k} d_j$$

Sulla base di questo risultato, fissato un numero di periodi N, si può pensare di risolvere il problema andando a selezionare la combinazione di ordini che consente di minimizzare i costi totali di gestione attraverso un algoritmo di programmazione dinamica.

Una tecnica risolutiva di questo tipo è stata proposta da Wagner e Whitin e consente di individuare la soluzione ottima del problema in tempo polinomiale rispetto al numero di periodi.

Nella pratica questa tecnica è scarsamente utilizzata per diverse ragioni: poiché una politica di gestione delle scorte va riferita contemporaneamente a più prodotti e va aggiornata ogni volta che i dati del problema (domanda, ordini pianificati) si modificano, l'utilizzazione di questo algoritmo si rivela, nella pratica, poco efficiente.

Per questa ragione si utilizzano tecniche euristiche dette di lot sizing che, rispettando la condizione matematica secondo la quale ciascun ordine deve essere di dimensione pari alla somma della domanda relativa ad un numero intero di periodi consecutivi, individuano la composizione degli ordini attraverso regole più semplici che possono essere rapidamente implementate, anche con strumenti di facile e largo uso (es: fogli elettronici).

Le tecniche di lot sizing si distinguono in tecniche a generazione di lotti di dimensione fissa o variabile a seconda che il quantitativo da ordinare sia costante o vari nel tempo.

Nel seguito si illustrano l'algoritmo di Wagner-Whitin e le principali tecniche di lot sizing.

2.3 L'algoritmo di Wagner-Whitin

Un algoritmo è una procedura che porta ad una soluzione di un dato problema attraverso dei processi ripetitivi. Risolvere un algoritmo è più complesso di risolvere una singola equazione, e richiede molti più calcoli.

Alla base di questo algoritmo e di quasi tutte le tecniche di lot sizing ci sono molte ipotesi, tra le quali le seguenti:

1. La domanda è assunta nota in ciascun periodo e si verifica all'inizio dello stesso.
2. L'orizzonte temporale di pianificazione è finito e composto di molti periodi di uguale lunghezza.
3. La dimensione del lotto deve includere uno o più periodi interi di domanda presi nella stessa sequenza della cronologia dell'orizzonte temporale di pianificazione.
4. L'intera quantità richiesta per ogni periodo deve essere disponibile all'inizio dello stesso. Tutti i rifornimenti sono costretti ad arrivare all'inizio del periodo (nessun rifornimento arriva nel mezzo del periodo)
5. Non ci sono sconti sulla quantità, così il costo unitario di un prodotto è costante.
6. Tutti i prodotti sono trattati indipendentemente dagli altri.
7. L'intera quantità ordinata è consegnata allo stesso istante e non sono consentite carenze e stock out.
8. I prodotti richiesti in un periodo sono ritirati dal magazzino all'inizio del periodo. Così il costo di mantenimento a scorta è applicato solo alle scorte che vengono tenute in magazzino almeno tra un periodo ed il successivo. I prodotti consumati durante un periodo non generano costi di mantenimento.

9. Il costo di magazzino (costo ordinazione e costo di mantenimento) e i lead time sono conosciuti con certezza e sono costanti.
10. Gli ordini messi all'inizio di un periodo sono considerati disponibili in tempo da supplire alle richieste di quel periodo (zero lead time). Questa ipotesi non è una limitazione gravosa, perché nel caso di lead time diverso da zero basta spostare l'ordine indietro nel tempo della stessa quantità del lead time.
11. Non ci sono previsioni/disposizioni sul magazzino oltre l'orizzonte temporale di pianificazione (ipotesi che la domanda oltre l'orizzonte temporale di copertura sia zero).
12. La giacenza iniziale è zero. Se non lo fosse, deve essere sottratta alla domanda richiesta nel primo periodo e ottenere così una richiesta netta per quel periodo. Se la giacenza iniziale è superiore alla domanda del primo periodo, questo processo di aggiustamento prosegue fino all'esaurimento della stessa.

L'algoritmo di Wagner-Whitin è una applicazione di programmazione dinamica che trova una soluzione ottima di minimo costo. Lo sforzo computazionale, spesso notevole per risolvere problemi di programmazione dinamica, è in questo caso molto ridotto dalla considerazione (derivata appunto Wagner e Whitin) che la soluzione ottima del problema deve possedere le seguenti proprietà:

1. Un riempimento ha luogo solo quando il livello di inventario è nullo;
2. C'è un limite superiore al numero di periodi di anticipo dell'ordine di una quantità d_j rispetto al periodo j in cui viene richiesta (alla fine i costi di mantenimento a scorta sarebbero troppo elevati rispetto ai costi di ordinazione o setup)

L'algoritmo consiste nei 3 seguenti step:

1. Calcolo della matrice del costo variabile per tutte le possibili alternative di ordine per un orizzonte temporale di N periodi. Il costo variabile totale include il costo di mantenimento e il costo di ordinazione. Viene definito Z_{xy} come il costo variabile nei periodi da x ad y, con ordinazione effettuata nel periodo x e che soddisfa le richieste nei periodi da x ad y.

$$Z_{xy} = C + hP \sum_{i=x}^{y} (Q_{xy} - Q_{xi}) \qquad \text{per } 1 \leq x \leq y \leq N,$$

dove:

C = costo ordinazione,

h = tasso di costo mantenimento scorte per periodo,

P = prezzo unitario di acquisto,

$Q_{xy} = \sum_{j=x}^{y} d_j$

d_j = domanda nel periodo j.

2. Si definisce f_y come il costo minimo possibile nei periodi da 1 a y, dato che il livello di inventario alla fine del periodo y è zero. L'algoritmo comincia con f_0=0 e calcola in ordine $f_1, f_2, \ldots, f_N$. f_y è calcolato in ordine crescente usando la seguente formula:

$$f_y = Min(Z_{xy} + f_{x-1}) \qquad \text{per} \quad x=1,2,\ldots,y.$$

   In altre parole, per ogni periodo tutte le combinazioni alternative di ordinazione e di strategie complementari f_x sono confrontate. La migliore (a minor costo) combinazione è salvata come la strategia f_y che soddisfa le richieste per i periodi da 1 ad y. Il valore di f_N è il costo totale dello schema ottimale.

3. Per trasformare la soluzione ottima (f_N) ottenuta dall'algoritmo in quantità da ordinare, si applicano le seguenti formule:

$f_N = Z_{wN} + f_{w-1}$	L'ordine finale avviene nel periodo w ed è sufficiente a soddisfare la domanda dei periodi da w ad N.
$f_{w-1} = Z_{vw-1} + f_{v-1}$ …	L'ordine prima dell'ordine finale si verifica nel periodo v ed è sufficiente a soddisfare la domanda nei periodi da v a $w-1$.
… $f_{u-1} = Z_{1u-1} + f_0$	Il primo ordine è nel periodo 1 ed è sufficiente a soddisfare la domanda nei periodi da 1 a u-1.

È utile avere un esempio applicativo di come funziona questo algoritmo: si rimanda al capitolo 3.

2.4 Le tecniche euristiche

2.4.1.La tecnica del lotto per lotto

E' la tecnica più semplice e consiste nell'ordinare all'inizio di ogni periodo il quantitativo richiesto per il periodo stesso (non ci sono ordinazioni oltre il periodo immediato). Questa tecnica annulla i costi di mantenimento, infatti non vi è nessuna giacenza fra un periodo e il successivo, ed è particolarmente adatta quando la domanda è fortemente discontinua. L'implementazione reale richiede grande capacità di monitoraggio e coordinamento delle politiche di approvvigionamento in modo da abbattere i costi di ordinazione.

Essendo nulli i costi di giacenza, il costo di gestione è dato dai soli costi di ordinazione.

$$Z(n_0) = C_0 = f_0 n_0$$

2.4.2.La tecnica a tempo di approvvigionamento costante

Secondo questa tecnica si ordinano quantitativi variabili di prodotto tali da soddisfare la domanda totale relativa ad un certo numero prefissato di periodi consecutivi, numero che viene determinato arbitrariamente. In questo modo si mantiene costante il tempo di approvvigionamento e si varia la dimensione del lotto. Nel caso un ordine dovesse coincidere con un periodo di domanda nulla, esso viene posticipato in modo tale da ridurre la giacenza media. Il costo di gestione a seguito della politica indicata e' dato da

$$Z(s_i, n_0) = C_i + C_o = c_{1m}(\Sigma \mathrm{s_i}) + f_0 n_0$$

2.4.3.La tecnica del ciclo di approvvigionamento economico

E' una tecnica a tempo di approvvigionamento costante, in cui il tempo di approvvigionamento T^* viene determinato attraverso la formula del lotto economico.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2f_0\overline{D}}{Ph}}$$

Dove $\overline{D}$ è la domanda media per periodo.

In pratica, se Q^* è il lotto economico, si individua il numero di ordini $n^*=D/Q^*$ e si determina T^* dividendo il numero totale di periodi per il numero di ordini. Il valore ottenuto è arrotondato per eccesso o per difetto all'unità più vicina e viene detto ciclo di approvvigionamento economico. La dimensione del lotto è semplicemente la domanda accumulata nei periodi del ciclo. Anche in questo caso, come nel precedente, qualora l'ordine dovesse coincidere con un periodo di domanda nulla, esso viene posticipato.

Il costo di gestione a seguito della politica indicata è dato da

$$z(s_i, n_0) = C_i + C_o = c_{1m}(\Sigma \mathrm{s_i}) + f_0 n_0$$

2.4.4.Euristica di Silver-Meal o tecnica del minimo costo totale

Edward Silver e Harlan Meal hanno sviluppato una tecnica euristica che seleziona la quantità di riordino replicando una caratteristica che ha il lotto economico di riordino nel caso di domanda costante, ovvero quella di minimizzare il costo totale nell'unità di tempo. Ricordiamo infatti che l'EOQ (Economic Order Quantity) viene infatti derivato trovando il minimo della funzione che esprime i costi totali nell'unità di tempo.

Questo metodo euristico seleziona una dimensione del lotto che include le richieste per un numero intero di periodi tale che il totale dei costi relativi alla gestione delle scorte (TRC: Total Relevant Costs) sia ridotto al minimo. Questi costi sono i costi di ordinazione e i costi di mantenimento. Se un ordine arriva all'inizio del primo periodo e copre le richieste per i periodi fino alla fine del periodo T-esimo, la funzione del criterio può essere espressa come:

$$\frac{TRC(T)}{T} = \frac{costi\ di\ ordinazione + costi\ di\ mantenimento\ totali\ fino\ alla\ fine\ del\ periodo\ T}{numero\ di\ periodi}$$

$$= \frac{C + Ph\sum_{j=1}^{T}(j-1)d_j}{T}$$

dove

C = costo ordinazione,

h = tasso di costo mantenimento scorte per periodo,

P = prezzo unitario di acquisto,

d_j = domanda nel periodo *j.*

Questa tecnica dunque consiste nello scegliere il periodo T, e conseguentemente la quantità di riordino associata, che minimizza i futuri costi totali nell'unità di tempo. L'euristica valuta valori crescenti di *T*, fino a che non si riscontra questa condizione:

$$\frac{TRC(T+1)}{T+1} > \frac{TRC(T)}{T} \qquad (7)$$

Vediamo come funziona nel dettaglio questa tecnica.

Se *T=1*, si sceglie di ordinare solo la quantità d_1 per coprire solo il primo periodo. Si sosterrà quindi un costo di lancio ordine *C*, ma nessun costo di mantenimento a scorta:

$$\frac{TRC(1)}{T} = \frac{C}{1}$$

Se *T=2* verrà invece ordinata la quantità d_1+d_2, ed oltre al costo di ordinazione *C* verrà sostenuto un costo di mantenimento a scorta della quantità d_2 per un periodo:

$$\frac{TRC(2)}{T} = \frac{C + Phd_2}{2}$$

Se *T=3* verrà invece ordinata la quantità $d_1+d_2+d_3$, ed oltre al costo di ordinazione *C* verrà sostenuto un costo di mantenimento a scorta della quantità d_2 per un periodo e di d_3 per due periodi:

$$\frac{TRC(3)}{T} = \frac{C + Phd_2 + 2Phd_3}{3}$$

In generale, per un ordine delle quantità $d_1+d_2+\ldots+d_T$, che copre appunto *T* periodi:

$$\frac{TRC(T)}{T} = \frac{C + Ph[d_2 + 2d_3 + .. + (T-1)d_T]}{T}$$

Appena la condizione (7) si verifica, il periodo T viene selezionato come il periodo che deve essere coperto dal riempimento, a cui corrisponde una quantità ordinata che sarà calcolata attraverso la seguente formula:

$$Q(T) = \sum_{j=1}^{T} d_j$$

Il procedimento si ripete in maniera analoga ai periodi successivi al primo.

L'euristica di Silver-Meal garantisce solo un minimo per il rifornimento corrente. È possibile che valori maggiori di T possano rendere ancora minori i costi per unità di tempo, ma la probabilità di miglioramento nella maggior parte dei casi reali è piccola.

La giustificazione nell'usare un'euristica non ottimale è una combinazione di semplicità e di costi di prestazione ragionevoli. In molti casi la penalità di costo rispetto all'ottimo ottenibile dall'algoritmo di Wagner-Whitin è meno dell'1%, e spesso non vi è alcuna differenza. Due situazioni dove l'algoritmo può non essere efficace sono:

1. Quando la domanda decresce rapidamente con il tempo dopo molti periodi,
2. Quando ci sono molti periodi a domanda zero.

2.4.5.La tecnica del minimo costo unitario (Least Unit Cost)

È una variante dell'euristica di Silver-Meal. La tecnica del minimo costo unitario determina i lotti confrontando la possibilità di ordinare quantitativi pari alla somma delle domande relative ad un numero crescente di periodi consecutivi (1,2,3…). Per ogni possibile lotto così determinato si calcola il costo di gestione per unità di prodotto e si ordina il quantitativo che corrisponde al costo unitario minimo.

In questa euristica la funzione del criterio può essere espressa come:

$$\frac{TRC(T)}{Q(T)} = \frac{costi\ di\ ordinazione + costi\ di\ mantenimento\ totali\ fino\ alla\ fine\ del\ periodo\ T}{quantitativo\ che\ si\ ordina\ per\ coprirsi\ fino\ al\ periodo\ T}$$

$$= \frac{C + Ph\sum_{j=1}^{T}(j-1)d_j}{\sum_{j=1}^{T} d_j}$$

dove

C = costo ordinazione,

h = tasso di costo mantenimento scorte per periodo,

P = prezzo unitario di acquisto,

d_j = domanda nel periodo *j.*

Si confronta l'andamento del costo totale per unità ordinate al crescere del lotto di ordinazione (il lotto cresce all'aumentare del numero di periodi T di copertura garantiti dall'ordine) e si prende come dimensione del lotto quella che determina il minore costo fra tutte le alternative. Si ripete la procedura partendo dal periodo appena successivo a quello coperto dal precedente ordine.

Il costo di gestione a seguito della politica indicata è dato dalla somma dei costi di ordinazione e dei costi di mantenimento:

$$Z = Costo\ ordinazione + Costo\ mantenimento\ totale = Cn_0 + Ph\sum_j s_j$$

dove n_0 è il numero di ordinazioni effettuate $\sum_j s_j$ sono tutte le giacenze che generano costi di mantenimento.

2.4.6.La tecnica del bilanciamento dei costi per periodo (Metodo del Part-Period Balancing)

Questa tecnica seleziona un numero di periodi che deve essere coperto dal rifornimento tale che i costi di mantenimento accumulati uguaglino i costi di ordinazione. L'esatta uguaglianza è solitamente impossibile a causa della natura discreta dei rifornimenti, quindi la dimensione dell'ordine è incrementata fino a che i costi di mantenimento accumulati sono minori o uguali ai costi di ordinazione. L'obiettivo è determinare la dimensione del lotto che include un numero intero di periodi di rifornimento tale che

$$Ph\sum_{j=1}^{T}(j-1)d_j = C$$

da cui

$$\sum_{j=1}^{T}(j-1)d_j = \frac{C}{Ph}$$

Dove

C = costo ordinazione,

h = tasso di costo mantenimento scorte per periodo,

Ph = costo di mantenimento per part-period,

d_j = domanda nel periodo *j*

C/Ph = EPP = Economic Part-Periods,

$\sum_{j=1}^{T}(j-1)d_j$ = APP = Accumulated Part-Periods.

Viene definita EPP, ovvero part-period economico, la giacenza equivalente per periodo unitario Q_1 intesa come livello di scorta che, se presente a magazzino per la durata di un periodo, produce un costo di mantenimento della scorta pari al costo di ordinazione. Il part-period economico rappresenta un punto di breakeven tra costi di ordinazione e costi di mantenimento.

APP rappresenta le scorte che generano costi di mantenimento, ovvero la somma cumulata delle scorte che sono in magazzino tra un periodo e l'altro fino al periodo *T*.

La dimensione del lotto è sequenzialmente incrementata dalle richieste di successivi periodi fino a che APP supera EPP. L'ordine iniziale è messo nel primo periodo con domanda netta positiva. Il successivo ordine è pianificato per il primo periodo dove il valore di APP supera il valore EPP. L'entità del successivo ordine è ottenuta in maniera analoga. La quantità di ordine associata ad un particolare valore di T è

$$Q = \sum_{j=1}^{T} d_j$$

Il costo di gestione a seguito della politica indicata è dato dalla somma dei costi di ordinazione e dei costi di mantenimento:

$$Z = Costo\ ordinazione + Costo\ mantenimento\ totale = Cn_0 + Ph \sum_{j} s_j$$

dove n_0 è il numero di ordinazioni effettuate $\sum_j s_j$ sono tutte le giacenze che generano costi di mantenimento.

CAPITOLO 3

Esempi

Per comprendere bene il funzionamento di tutti i modelli discreti di gestione delle scorte presentati nel capitolo precedente è utile vedere degli esempi di come si applicano. Inoltre per capire e per far risaltare le possibili differenze, in termini di costo di gestione, fra tutte le varie tecniche si propone la risoluzione dello stesso esempio.

Un prodotto ha un costo di acquisto di €50, un costo di ordinazione di €100, e un tasso di mantenimento del 2%. Si assume una giacenza iniziale nulla e che la domanda sia la seguente:

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10

Si attuano le diverse tipologie di gestione, dall'algoritmo di Wagner-Whitin alle varie tecniche euristiche.

3.1 Risoluzione con algoritmo di Wagner-Whitin

Si calcola la matrice del costo variabile totale per tutte le possibili alternative:

$$Z_{xy} = C + hP\sum_{i=x}^{y}(Q_{xy} - Q_{xi})$$

$Z_{11} = 100 + 50 \cdot 2\% \cdot (75 - 75) = 100,$

$Z_{12} = 100 + 1[(75 - 75) + (75 - 75)] = 100,$

$Z_{13} = 100 + 1[(108 - 75) + (108 - 75) + (108 - 108)] = 166,$

$Z_{14} = 100 + 1[(136 - 75) + (136 - 75) + (136 - 108) + (136 - 136)] = 250,$

$Z_{15} = 100 + 1[(136 - 75) + (136 - 75) + (136 - 108) + (136 - 136) + (136 - 136)] = 250,$

$Z_{16} = 100 + 1[(146 - 75) + (146 - 75) + (146 - 108) + (146 - 136) + (146 - 136) +$
$(146 - 146)] = 300,$

$Z_{22} = 100 + 1(0 - 0) = 100,$

$Z_{23} = 100 + 1[(33 - 0) + (33 - 33)] = 133,$

$Z_{24} = 100 + 1[(61 - 0) + (61 - 33) + (61 - 61)] = 189,$

$Z_{25} = 100 + 1[(61 - 0) + (61 - 33) + (61 - 61) + (61 - 61)] = 189,$

$Z_{26} = 100 + 1[(71 - 0) + (71 - 33) + (71 - 61) + (71 - 61) + (71 - 71)] = 229,$

$Z_{33} = 100 + 1(33 - 33) = 100,$

$Z_{34} = 100 + 1[(61 - 33) + (61 - 61)] = 128,$

$Z_{35} = 100 + 1[(61 - 33) + (61 - 61) + (61 - 61)] = 128,$

$Z_{36} = 100 + 1[(71 - 33) + (71 - 61) + (71 - 61) + (71 - 71)] = 158,$

$Z_{44} = 100 + 1(28 - 28) = 100,$

$Z_{45} = 100 + 1[(28 - 28) + (28 - 28)] = 100,$

$Z_{46} = 100 + 1[(38 - 28) + (38 - 28) + (38 - 38)] = 120,$

$Z_{55} = 100 + 1(0 - 0) = 100,$

$Z_{56} = 100 + 1[(10 - 0) + (10 - 10)] = 110,$

$Z_{66} = 100 + 1(10 - 10) = 100.$

	Z_{xy}					
x	y=1	2	3	4	5	6
1	100	100	166	250	250	300
2		100	133	189	189	229
3			100	128	128	158
4				100	100	120
5					100	110
6						100

Tabella. Matrice del costo variabile

Si determina il costo minimo possibile nei periodi da 1 a *y*:

$$f_y = Min(Z_{xy} + f_{x-1})$$

$f_0 = 0,$

$f_1 = Min(Z_{11} + f_0) = Min(100 + 0) = 100$ per $Z_{11} + f_0,$

$f_2 = Min(Z_{12} + f_0,\ Z_{22} + f_1) = Min(100 + 0, 100 + 100) = 100$ per $Z_{12} + f_0,$

$f_3 = Min(Z_{13} + f_0,\ Z_{23} + f_1,\ Z_{33} + f_2) = Min(166 + 0, 133 + 100, 100 + 100) = 166$ per $Z_{13} + f_0,$

$f_4 = Min(Z_{14} + f_0,\ Z_{24} + f_1,\ Z_{34} + f_2,\ Z_{44} + f_3) = Min(250 + 0, 189 + 100, 128 + 100, 100 + 166) = 228$ per $Z_{34} + f_2,$

$f_5 = Min(Z_{15} + f_0,\ Z_{25} + f_1,\ Z_{35} + f_2,\ Z_{45} + f_3,\ Z_{55} + f_4) = Min(250 + 0, 189 + 100, 128 + 100, 100 + 166, 100 + 228) = 228$ per $Z_{25} + f_1,$

$f_6 = Min(Z_{16} + f_0,\ Z_{26} + f_1,\ Z_{36} + f_2,\ Z_{46} + f_3,\ Z_{56} + f_4,\ Z_{66} + f_5) = Min(300 + 0, 229 + 100, 158 + 100, 120 + 166, 110 + 228, 100 + 228) = 258$ per $Z_{36} + f_2$.

Viene definito c_{xy} il costo della miglior strategia di riempimento che soddisfa le domande $d_1,\dots,d_x$ considerando che l'ultimo riempimento è avvenuto nel periodo *y*. In pratica si tratta delle possibili alternative di ordinazioni e di strategie tra le quali è stato trovato il minimo.

$$c_{xy} = Z_{xy} + f_{x-1}$$

Si ottiene la seguente matrice:

x	*y*=1	2	3	4	5	6
1	c_{11}=100	**100**	166	250	250	300
2		200	233	289	289	329
3			200	228	228	**258**
4				266	266	286
5					328	338
6						328
f_y	100	100	166	228	228	**258**

Tabella. Matrice costo totale

Nell'esempio l'orizzonte temporale è di 6 periodi, e bisogna individuare la migliore strategia di riordino che porta al soddisfacimento delle domande d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6 al costo più basso. Si parte dall'ultima colonna, e si individua il minor costo f_6 di tutte le possibili strategie che portano a soddisfare tutte e 6 le domande. Nell'esempio, $f_6 = c_{36} = Z_{36} + f_2$, e ciò significa che l'ultimo ordine eseguito della strategia è stato pari alla somma delle domande $d_3 + d_4 + d_5 + d_6$, e che nella politica migliore l'ultimo ordine di replenishment è stato eseguito nel periodo 3 per coprire le domande dei quattro mesi successivi. Si ha dunque che nella strategia migliore le domande d_3, d_4, d_5, d_6 vengono ordinate nel periodo 3.

A questo punto si va alla ricerca della miglior strategia di riordino che permette di arrivare al periodo 3, cioè la miglior strategia che soddisfa le domande d_1, d_2. Analogamente a prima si cercherà quindi il costo della miglior strategia che soddisfa tali domande, che è il costo minimo della colonna relativa al periodo 2. Nell'esempio si ha che $f_2 = c_{12} = Z_{12} + f_0$, ciò significa che l'ordine, pari alla somma delle domande $d_1 + d_2$ è stato emesso nel periodo 1 per coprire le domande dei due periodi successivi. Si ha dunque che nella strategia migliore le domande d_1, d_2 vengono ordinate nel periodo 1.

Riassumendo la strategia migliore che porta al minor costo totale, pari a f_6, prevede:

	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3	Periodo 4	Periodo 5	Periodo 6
Quantità	d_1+d_2	-	$d_3+d_4+d_5+d_6$	-	-	-
ordinata	75	0	71	0	0	0

Il costo di gestione è f_6 = 258€.

La proprietà B (riferimento al capitolo 2) è utilizzabile per evitare di calcolare tutti gli elementi di costo nella tabella.

Si prenda infatti il caso in cui in un periodo j si verifichi la seguente condizione:

$Ph \cdot d_j > C$ o equivalentemente $d_j > C/Ph$,

vale a dire, il costo di mantenimento a scorta della domanda nel periodo *j* supera il costo di lancio ordine *C* (che servirebbe a ordinare la stessa quantità). Ciò vuol dire che sicuramente non converrebbe aver ordinato la quantità in un periodo precedente (dovendo sostenere il costo di mantenimento a scorta almeno per un periodo), ma converrà invece ordinarla nel periodo *j* stesso. Quindi nella soluzione ottima, sicuramente avverrà un riempimento nel periodo *j*.

Quest'ultima considerazione ci permette di non calcolare tutti i costi della tabella. Infatti, se si osservasse che per esempio $Ph \cdot d_4 > C$, sicuramente come detto la soluzione ottima vedrà un riempimento nel periodo 4. Per cui non ha senso valutare ad esempio il costo c_{15}, corrispondente al costo dell'opzione che nel periodo 5 considera di aver effettuato l'ultimo riempimento nel periodo 1 per le domande ($d_1+ d_2+ d_3+ d_4+ d_5$). Gli unici due costi da calcolare nel periodo 5 saranno infatti c_{45} e c_{55}, relativi alle due opzioni che prevedono di aver riempito rispettivamente nel periodo 4 una quantità d_4+d_5 e nel periodo 5 la sola quantità d_5. E così, non ha senso valutare i costi c_{15}, c_{16}, c_{25}, c_{26}, c_{35}, c_{36}, relativi a costi di opzioni che nei periodi 5 e 6 considerano di aver effettuato l'ultimo ordine nei periodi 1 (c_{15}, c_{16}), 2 (c_{25}, c_{26}) e 3 (c_{35}, c_{36}) (in grassetto nella tabella sottostante).

In generale, se $d_j > C/Ph$ non sarà necessário calcolare tutti i costi c_{xy} con *x>j* e *y<j*.

				$d_4 > C/Ph$		
	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3	Periodo 4	Periodo 5	Periodo 6
Opzione 1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	$\mathbf{c_{15}}$	$\mathbf{c_{16}}$
Opzione 2		c_{22}	c_{23}	c_{24}	$\mathbf{c_{25}}$	$\mathbf{c_{26}}$
Opzione 3			c_{33}	c_{34}	$\mathbf{c_{35}}$	$\mathbf{c_{36}}$
Opzione 4				c_{44}	c_{45}	c_{46}
Opzione 5					c_{55}	c_{56}
Opzione 6						c_{66}

Prima di eseguire tutti i calcoli dei costi relativi alle varie opzioni conviene dunque calcolare la quantità C/Ph e confrontarla con le domande di ciascun periodo, evitando così di calcolare i costi di opzioni che si possono già escludere.

3.2 Risoluzione con tecnica lotto per lotto

L'utilizzo di questa tecnica è molto semplice ed immediato. Si tratta di ordinare all'inizio di ogni periodo il quantitativo richiesto per il periodo stesso.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10
Ordini	75	0	33	28	0	10
Giacenza	0	0	0	0	0	0

Il costo di gestione è dato dai soli costi di ordinazione. Sono stati lanciati 4 ordini per una spesa totale di:

$$Z(n_0) = C_o = C \cdot n_0 = 100 \cdot 4 = 400€$$

Si nota come questa tecnica è molto svantaggiosa rispetto all'algoritmo di Wagner-Whitin.

3.3 Risoluzione con tecnica a tempo di approvvigionamento costante

Si assegna arbitrariamente il tempo di approvvigionamento: *T=2*. Questo significa che si deve ordinare un quantitativo variabile di prodotto in modo da soddisfare la domanda di 2 periodi consecutivi.

L'ordine nel periodo 1 deve coprire la domanda d_1+d_2.

$$d_1 + d_2 = 75 + 0 = 75$$

Si passa poi all'ordine nel periodo 3 che deve coprire la domanda d_3+d_4.

$$d_3 + d_4 = 33 + 28 = 61$$

L'ordine successivo andrebbe posto nel periodo 5 ma, essendo la domanda nulla, viene posticipato al periodo 6 e deve coprire solo la domanda di tale periodo.

$$d_6 = 10$$

Lo scheduling di questa tecnica è presentato nella seguente tabella.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10
Ordini	75	0	61	0	0	10
Giacenza	0	0	28	0	0	0

Il costo di gestione è:

$$Z(s_i, n_0) = C_m + C_o = Ph(\Sigma \mathrm{s_i}) + Cn_0 = 50 \cdot 0.02 \cdot 28 + 100 \cdot 3 = 328€$$

3.4 Risoluzione con tecnica del ciclo di approvvigionamento economico

Prima di tutto si calcola il lotto economico:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2f_0\overline{D}}{Ph}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot (75 + 33 + 28 + 10)/6}{50 \cdot 0.02}} = 69.7 \rightarrow 70$$

Il lotto economico risulta essere di 70 pezzi, quindi si ha:

$$n^* = \frac{D}{Q^*} = \frac{75 + 33 + 28 + 10}{70} = \frac{146}{70} \cong 2.09$$

da cui

$$T^* = \frac{6}{2.09} \cong 2.87 \rightarrow 3$$

Il tempo di approvvigionamento è 3. Nel periodo 1 si ordina un quantitativo pari a d_1+d_2+d_3.

$$d_1 + d_2 + d_3 = 75 + 0 + 33 = 108$$

Nel periodo 4 si lancia un ordine che copre la domanda d_4+d_5+d_6.

$$d_4 + d_5 + d_6 = 28 + 0 + 10 = 38$$

La schedulazione risulta essere la seguente:

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10
Ordini	108	0	0	38	0	0
Giacenza	33	33	0	10	10	0

Il costo di gestione è:

$$Z(s_i, n_0) = C_m + C_o = Ph(\Sigma \mathrm{s_i}) + Cn_0 =$$
$$= 50 \cdot 0.02 \cdot (33 + 33 + 10 + 10) + 100 \cdot 2 = 286€$$

3.5 Risoluzione con euristica di Silver-Meal

Si parte dal periodo 1 e si deve valutare la dimensione del primo rifornimento aumentando i periodi e quindi la domanda che deve coprire.

Se si ordina la quantità d_1 per coprire solo il primo periodo si sosterrà quindi il solo costo di lancio, ovvero non si avranno costi di mantenimento a scorta. La funzione del criterio dell'euristica diventa:

$$\frac{TRC(T=1)}{T} = \frac{C}{1} = 100$$

Se si ordina la quantità d_1+d_2 si coprono due periodi e si sosterranno sia il costo di ordinazione che quello di mantenimento. Si ha:

$$\frac{TRC(T=2)}{T} = \frac{C + Phd_2}{2} = \frac{100 + 50 \cdot 2\% \cdot 0}{2} = 50$$

Si valuta la condizione di stop dell'euristica:

$$\frac{TRC(2)}{2} = 50$$
$$\frac{TRC(1)}{1} = 100$$

La condizione non si verifica per cui si prosegue.

Se si ordina la quantità $d_1+d_2+d_3$ si coprono tre periodi. Si ha:

$$\frac{TRC(T=3)}{T} = \frac{C + Phd_2 + 2Phd_3}{3} = \frac{100 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \cdot 33}{3} = 55.33$$

Questa volta la condizione di stop è verificata infatti:

$$\frac{TRC(T+1=3)}{3} = 55.33 > 50 = \frac{TRC(T=2)}{2}$$

L'ordinazione posta nel periodo 1 deve coprire la domanda dei periodi 1 e 2. Nel verificarsi della condizione risulta infatti *T+1=3*, e quindi *T=2* è il numero di periodi che devono essere coperti. La quantità ordinata sarà:

$$Q(2) = \sum_{j=1}^{2} d_j = 75 + 0 = 75$$

Ora si ripetono gli stessi calcoli partendo dal periodo 3.

Si ordina la quantità d_3 e si copre un solo periodo (*T=1* periodo di copertura). Si ha:

$$\frac{TRC(T=1)}{T} = \frac{C}{1} = 100$$

In alternativa si può ordinare la quantità d_3+d_4 per coprire due periodi ($T=2$ periodi di copertura). Le scorte d_4 generano costi di mantenimento e si ha:

$$\frac{TRC(T=2)}{T} = \frac{C + Phd_4}{2} = \frac{100 + 1 \cdot 28}{2} = 64$$

La condizione di stop non è verificata quindi si passa allo step successivo:

Si valuta la possibilità di ordinare la quantità $d_3+d_4+d_5$ che copre tre periodi ($T=3$). Si ha:

$$\frac{TRC(T=3)}{T} = \frac{C + Phd_4 + 2Phd_5}{3} = \frac{100 + 1 \cdot 28 + 2 \cdot 1 \cdot 0}{3} = 42.67$$

Anche in questo caso non è verificata la condizione di stop.

Si passa ad un periodo di copertura $T=4$ per cui si ordina la quantità $d_3+d_4+d_5+d_6$. Si ha:

$$\frac{TRC(T=4)}{T} = \frac{C + Phd_4 + 2Phd_5 + 3Phd_6}{4} = \frac{100 + 1 \cdot 28 + 2 \cdot 1 \cdot 0 + 3 \cdot 1 \cdot 10}{4} = 39{,}50$$

Nemmeno in questo caso si ha la condizione di stop. Siamo comunque alla fine dell'orizzonte temporale considerato per cui al periodo 3 si ordinerà la quantità $d_3+d_4+d_5+d_6$.

Nella tabella seguente sono riportati tutti i calcoli richiesti da questo algoritmo: risulta utile per avere una visione d'insieme sulle operazioni di questo algoritmo.

Periodo j	T	Domanda d_j	Costo di mantenimento incrementale: $Ph(T-1)d_j$			Costo di mantenimento cumulato: $Ph\sum_{j=1}^{T}(j-1)\,d_j$	TRC(T)	TRC(T)/T	
1	1	75	50(0,02)(0)75	=	0,00	0,00	100,00	100,00	←
2	2	0	50(0,02)(1)0	=	0,00	0,00	100,00	50,00	
3	3	33	50(0,02)(2)33	=	66,00	66,00	166,00	55,33	←
3	1	33	50(0,02)(0)33	=	0,00	0,00	100,00	100,00	
4	2	28	50(0,02)(1)28	=	28,00	28,00	128,00	64,00	
5	3	0	50(0,02)(2)0	=	0,00	28,00	128,00	42,67	
6	4	10	50(0,02)(3)10	=	30,00	58,00	158,00	39,50	

La schedulazione finale degli ordini viene riassunta nella tabella seguente.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10
Ordini	75	0	71	0	0	0
Giacenza	0	0	38	10	10	0

Il costo di gestione totale è:

$$Z = C_o + C_m = Cn_0 + Ph \sum_j s_j = 100 \cdot 2 + 50 \cdot 0.02 \cdot (38 + 10 + 10) = 258€$$

Si nota che in questa situazione l'euristica di Silver-Meal arriva alla stessa schedulazione degli ordini e allo stesso costo di gestione dell'algoritmo di Wagner-Whitin con il vantaggio di risparmiare un buon numero di calcoli.

3.6 Risoluzione con tecnica del minimo costo unitario

Questa tecnica riprende grossomodo gli stessi calcoli dell'euristica di Silver-Meal. Anche in questo caso si parte dal periodo 1 e si valutano le alternative di quanto ordinare.

La dimensione del lotto aumenta con il periodo di copertura a meno che non si incontrino periodi con domanda nulla: per esempio la dimensione del lotto non varia se si decide di coprire il solo periodo 1 o i periodi 1 e 2 perché la domanda del periodo 2 è nulla. Nella tabella seguente sono mostrati i calcoli.

Dimensione lotto	Giacenza relativa a ciascun periodo						Periodi di copertura	Somma giacenze	Costo di ordinazione	Costo di mantenimento	Costo unitario	
	1	2	3	4	5	6						
75	0	0					2	0	100	0	1,33	←
108	33	33	0				3	66	100	66	1,54	
136	61	61	28	0	0		5	150	100	150	1,84	
146	71	71	38	10	10	0	6	200	100	200	2,05	

Il costo unitario altro non è che il valore della funzione $\frac{TRC(T)}{Q(T)}$ e si sceglie la dimensione del lotto che minimizza tale valore.

Nel periodo 1 si ordinano quindi una quantità di 75 pezzi che garantiscono un periodo di copertura di due periodi.

Ora si ripetono gli stessi calcoli posizionandosi nel periodo 3. In tabella i calcoli:

Dimensione lotto	Giacenza relativa a ciascun periodo				Periodi di copertura	Somma giacenze	Costo di ordinazione	Costo di mantenimento	Costo unitario	
	3	4	5	6						
33	0				1	0	100	0	3,03	
61	28	0	0		3	28	100	28	2,10	←
71	38	10	10	0	4	58	100	58	2,23	

La dimensione del lotto che minimizza il costo unitario in questo caso è 61. Nel periodo 3 si ordinano 61 pezzi che garantiscono la copertura della domanda fino al periodo 5.

Si passa a considerare l'ultima ordinazione che necessariamente deve coprire la domanda del solo ultimo periodo del nostro orizzonte temporale. In questo caso non ci sono costi di manutenzione per cui il costo totale (TRC) è rappresentato dal solo costo dell'ordinazione. Per questo ultima ordinazione il costo unitario è molto alto infatti $\frac{TRC(T)}{Q(T)} = \frac{100}{10} = 10$. Questa situazione evidenzia un limite di questo metodo. Infatti il costo dell'ordinazione influisce molto negativamente sul costo unitario di quest'ultimo periodo. È facilmente ipotizzabile che, se fossero disponibili informazioni sul periodo successivo al periodo 6, la scelta della dimensione dell'utlimo lotto utilizzando questa tecnica sarebbe diversa. Si nota che questo metodo, più degli altri, necessita di essere utilizzato con una logica di rolling. Ciò significa che uno stesso intervallo di tempo all'interno dell'orizzonte di pianificazione può essere rivisto più volte. Qualora si aggiungessero nuove informazioni circa la domanda successiva al periodo 6 si consiglia di revisionare l'ultimo ordine in modo da ridurre i costi totali.

Nella tabella seguente viene proposta la schedulazione che si ottiene con questo metodo.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10
Ordini	75	0	61	0	0	10
Giacenza	0	0	28	0	0	0

Il costo di gestione complessivo risulta essere il seguente:

$$Z = C_o + C_m = Cn_0 + Ph\sum_j s_j = 100 \cdot 3 + 50 \cdot 0.02 \cdot 28 = 328€$$

3.7 Risoluzione con tecnica del bilanciamento dei costi per periodo

Prima di tutto si calcola il part-period economico (EPP).

$$EPP = \frac{C}{Ph} = \frac{100}{50 \cdot 0.02} = 100$$

Nella tabella successiva sono indicati i vari calcoli effettuati per calcolare le quantità di riapprovvigiona mento.

Periodo	Periodo di copertura *T*	Domanda d_j	Giacenze incrementali $(T\text{-}1)d_T$			APP	
1	1	75	0(75)	=	0	0<100	←
2	2	0	1(0)	=	0	0<100	
3	3	33	2(33)	=	66	66<00	
4	4	28	3(28)	=	84	150>100	←
4	1	28	0(28)	=	0	0<100	
5	2	0	1(0)	=	0	0<100	
6	3	10	2(10)	=	20	20<100	

Si parte dal periodo 1: l'APP viene calcolato progressivamente aumentando i periodi di copertura. Nel periodo 4, l'APP (150) supera l'EPP (100), quindi l'ordine iniziale nel periodo 1 avrà dimensioni tali da coprire la domanda fino al periodo 3, ovvero $d_1+d_2+d_3=108$.
L'ordine successivo sarà effettuato nel periodo 4 e coprirà la domanda fino al periodo 6: $d_4+d_5+d_6=38$.
La pianificazione degli ordini viene riassunta nella tabella seguente.

Periodo	1	2	3	4	5	6
Domanda	75	0	33	28	0	10
Ordini	108	0	0	38	0	0
Giacenza	33	33	0	10	10	0

Si ha il seguente costo di gestione.

$$Z = C_o + C_m = Cn_0 + Ph\sum_j s_j = 100 \cdot 2 + 50 \cdot 0.02 \cdot (33 + 33 + 10 + 10) = 286€$$

CONCLUSIONI

Tutti gli approcci esaminati in questo elaborato identificano gli ordini e la dimensione del lotto nell'orizzonte di pianificazione per un singolo prodotto. Essi si basano su regole semplici per il dimensionamento del lotto che risultano di facile implementazione. La qualità della soluzione prodotta dalle diverse tecniche può cambiare sensibilmente in funzione dei parametri del problema (es: costo di ordinazione, costo di mantenimento) o dell'andamento della domanda.

Nessuno di questi metodi considera le conseguenze del dimensionamento nel caso di più prodotti e di una struttura multi-livello. Sebbene le tecniche di lot sizing siano generalmente considerate efficaci sui prodotti finali e meno sui prodotti di livello più basso, questo tipo di uso può avere effetti di vasta portata: nel caso di prodotti con molti livelli, cambiamenti della dimensione del lotto a livelli superiori nella struttura del prodotto possono creare difficoltà nel dimensionamento del lotto ai livelli più bassi, creando nervosismo nel sistema (risposte esagerate a livello dei componenti per piccole variazioni nei livelli superiori).

Un'altra importante considerazione nell'uso di tecniche di lot sizing riguarda la loro adattabilità ad ambienti dinamici. Nella pratica, questo tipo di politiche sono fatte in un orizzonte temporale secondo la logica rolling. Dopo la fine di un periodo, la schedulazione della domanda è aggiornata eliminando il periodo appena passato e aggiungendo un periodo alla fine, in modo da valutare le richieste nel nuovo orizzonte temporale. In questo modo, il numero di periodi su cui applicare il metodo è mantenuto costante ogni volta la schedulazione viene portata avanti. Sebbene il dimensionamento possa essere calcolato per l'intero orizzonte temporale, solo la decisione più imminente è solitamente implementata. I successivi ordini potranno essere modificati. Questi aggiornamenti possono presentare un problema per algoritmi di lot sizing che sono sensibili all'orizzonte di pianificazione, ovvero quelli in cui un cambiamento del numero di periodi o l'aumento della domanda alterano qualcuna, se non tutte, le decisioni di ordinazione. L'algoritmo di Wagner-Whitin attraversa l'intero orizzonte di pianificazione per determinare gli ordini ed è sensibile a cambiamenti in periodi successivi ad esso. Gli approcci con tecniche euristiche generano i primi ordini considerando solo la richiesta dei periodi appena successivi e sono quindi meno sensibili a cambiamenti di domanda. Essi risultano poco performanti nell'ottimizzare i periodi più distanti, ma se usati con una logica di rolling, possono dare risultati anche migliori dell'algoritmo di Wagner-Whitin.

Le tecniche di lot sizing si concentrano sul controllare i costi di mantenimento e di ordinazione. Nessuno degli approcci, tranne l'algoritmo di Wagner-Whitin, assicura una soluzione ottimale o a minimo costo per domanda variabile nel tempo. Questo metodo viene spesso usato come un benchmark per misurare la performance di approcci di lot sizing non ottimali ma meno complicati. Siccome l'algoritmo di Wagner-Whitin è comunemente criticato come difficile da spiegare e calcolare, gli altri metodi di tipo euristico sono stati sviluppati in sostituzione di esso.

Va sottolineato che il modello del lot sizing a singolo prodotto presenta diverse ipotesi semplificative rispetto alle situazioni reali. Modelli più complicati prevedono la gestione contemporanea di più prodotti, la presenza di vincoli sulla dimensione del lotto e sul livello di servizio da assicurare e ipotesi sulla variabilità dei dati e dei parametri di riferimento.

BIBLIOGRAFIA

Adam, Ebert, Everett E., Ronald J., 1992, “Production and operations management: concepts, models, and behavior”, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Betts A., Chambers S., Danese P., Johnston R., Romano P., Slack N., Vinelli A., 2007, “Gestione delle operations e dei processi”, Piacenza: Pearson Education.

Giuseppe Bruno, 2003, “Operations management. Modelli e metodi per la logistica”, Napoli: Edizioni scientifiche italiane.

Pamela Danese, Pietro Romano, 2006, “Supply chain management. La gestione dei processi di fornitura e distribuzione”, Milano: McGraw Hill.

H. A. Harding, D. T. Johns, 1989, “Operations management. A personal skills handbook”, Aldershot: Gower Techincal.

Roger G. Schroeder, 1993, “Operations management. Decision making in the operations function”, New York: McGraw-Hill.

Richard J., Tersine, 1988, “Principles of inventory and materials management”, New York: North Holland.

Siti web utilizzati

www.egiunical.it , 15 dicembre 2010.

http://impianti.dii.unipg.it/tiacci/GestioneSistemiProduttivi/testi_materiale.html , 15 dicembre 2010.

www.impresacompetitiva.it , 15 dicembre 2010.