



Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Tesi di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione

Estrazione di energia dalle onde tramite boe a moto verticale: modellizzazione e controllo

Relatore: Prof. Paolo Mattavelli

Correlatore: Ing. Elisabetta Tedeschi

Laureando: Matteo Carraro

ANNO ACCADEMICO 2009-2010

Indice

1. INTRODUZIONE	pag. 1
2. MODELLIZZAZIONE DEL SISTEMA	pag. 3
2.1 Richiami di Fluidodinamica	pag. 6
2.2 Teoria delle onde	pag. 9
2.2.1 Condizioni al contorno	
2.2.2 Teoria lineare delle onde superficiali	
2.2.3 Descrizione stocastica delle onde	
2.3 Forze idrodinamiche agenti sulla boa	pag. 21
2.3.1 Spinta idrostatica	
2.3.2 Forza di radiazione	
2.3.3 Forza di eccitazione	
2.4 Equazioni dinamiche e modello simulink	pag. 33
2.4.1 Modellizzazione ed analisi in frequenza	
2.4.2 Limiti del modello	
3. CONTROLLO DEL WEC	pag. 39
3.1 Passive Loading	pag. 44
3.1.1 Eccitazione sinusoidale	
3.1.2 Regime irregolare	
3.2 Sub Optimal Latching	pag. 52
3.2.1 Eccitazione sinusoidale	
3.2.2 Regime irregolare	
3.3 Reactive Control	pag. 58
3.3.1 Eccitazione sinusoidale	
3.3.2 Regime irregolare	
3.4 Analisi con rendimento non unitario	pag. 66
3.4.1 Passive Loading	
3.4.2 Reactive Control	
3.5 Comparazione dei risultati	pag. 70

4. CONFIGURAZIONE ELETTROMECCANICA DEL SISTEMA	pag. 73
5. CONCLUSIONI	pag. 77
BIBLIOGRAFIA	pag. 79

1. Introduzione

L'aumento del fabbisogno energetico sta coinvolgendo ormai quasi ogni parte del mondo, favorendo così un precoce esaurimento delle fonti comunemente usate per la produzione di energia elettrica ed aumentando allo stesso tempo l'inquinamento atmosferico.

Nel corso degli anni, questa pressante richiesta ha spinto i paesi maggiormente industrializzati a investire in fonti di energia alternativa quali vento, luce, calore spontaneamente generati dalla terra; queste energie data la loro inesauribilità sono state definite "rinnovabili".

Alle più classiche forme di energia rinnovabile, come quella eolica o quella fotovoltaica, se ne affianca una ancora poco sfruttata: l'energia ricavabile dalle onde marine e oceaniche.

Se reso possibile, il connubio tra queste diverse fonti energetiche sarebbe vincente nel diminuire l'attuale dipendenza dei diversi paesi dai combustibili fossili dannosi e inquinanti.

La questione è che mentre nel campo delle fonti eoliche e fotovoltaiche gli studi sono a buon punto, per quel che concerne l'energia delle onde invece, mancano ancora dei risultati ottenuti da analisi effettuate su larga scala.

La necessità di compiere degli studi più sistematici diventa pregnante se si considera che i mari e gli oceani del pianeta costituiscono un'illimitata riserva di energia.

E' per questa ragione che in molti paesi si stanno compiendo sforzi sempre maggiori per sviluppare le tecnologie e le conoscenze tecniche necessarie allo sfruttamento di questa risorsa [28].



Figura 1.1 – Potenza teorica ricavabile dalle onde $\left[\frac{kW}{m}\right]$ [25]

In figura 1.1 è riportato il valore della potenza unitaria mediamente estraibile nelle acque profonde dei mari del pianeta, misurata in $\left[\frac{kW}{m}\right]$.

Geograficamente, le potenze maggiori si estraggono a 40°-50° di latitudine, ma le stime precise sulla reale portata di energia sono molto varie, anche se con buona approssimazione nel Nord Atlantico è possibile estrarre mediamente in prossimità

delle coste $10 \left[\frac{kW}{m} \right]$ (e quasi $80 \left[\frac{kW}{m} \right]$ in pieno oceano), mentre nel Mediterraneo appena $3 \left[\frac{kW}{m} \right]$ [4].

Lo scopo della presente trattazione è dunque quello di studiare un possibile sistema per convertire il movimento oscillatorio delle onde in energia elettrica.

Nella prima parte della tesi sarà esposto lo studio di un modello matematico che possa rappresentare nel modo più accurato possibile il sistema di conversione, che sarà definito con l'acronimo WEC (Wave Energy Converter), questo sarà il punto di partenza per la creazione di un modello da implementare nel simulatore numerico Matlab/Simulink.

Nella seconda parte della tesi invece si indagheranno le tecniche di controllo per massimizzare l'energia estraibile, seguendo due filoni diversi di studio. Il primo e più classico approccio si baserà sull'analisi dei risultati che si ottengono assumendo un profilo del mare regolare (sinusoidale); mentre il secondo studio cercherà di indagare come il profilo del mare reale (che si presenta come fortemente irregolare) possa influire sull'estrazione di potenza rispetto al primo caso teorico.

In fase di conclusione della tesi invece, si descriverà brevemente la parte di elettronica e di controllo necessaria al funzionamento del generatore elettrico.

2. Modellizzazione del sistema

L'obiettivo di questo capitolo è derivare un modello matematico per descrivere con sufficiente chiarezza il sistema di forze che il mare esercita su un corpo galleggiante. Va precisato che la formulazione idrodinamica del problema è cosa già nota in letteratura, e molti dei concetti che appariranno sono perciò frutto di una mirata ricerca bibliografica. Per arrivare a un'equazione di semplice implementazione, saranno fatte alcune ipotesi semplificative che consentiranno di ridurre un problema intrinsecamente non lineare come il galleggiamento di un corpo soggetto a moto ondos, a un più semplice problema lineare.

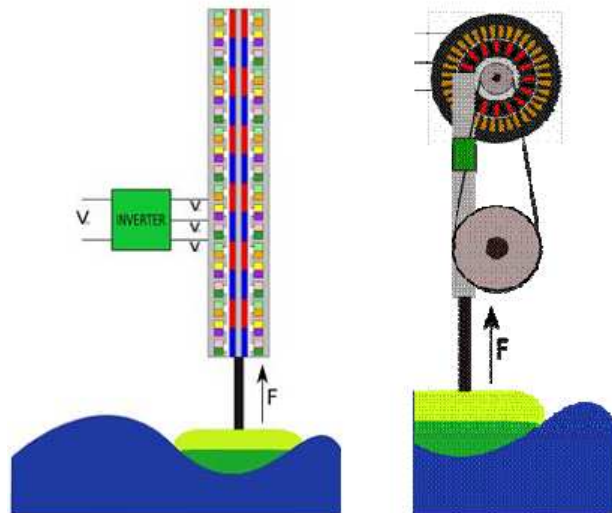


Figura 2.1 – Due differenti soluzioni WEC, a sinistra un generatore lineare mentre a destra un sistema che trasforma il moto lineare in rotativo[16]

L'idea di sfruttare il moto ondos per produrre energia elettrica ha interessato molti studi nel corso degli ultimi decenni, e nel tempo sono stati sviluppati vari prototipi, anche molto diversi tra loro per tipologia e principio di funzionamento. In particolare è possibile fare una prima grande distinzione tra impianti di estrazione fissi e mobili [17]:

1. Impianti di estrazione fissi: a questa categoria di sistemi, in genere fissati al fondale e che possono essere collocati vicino o lontano dalla costa, fanno capo tutti i sistemi di conversione in cui è sfruttata la differenza di pressione generata dall'onda in un condotto. La depressione che si forma al passaggio dell'onda consente l'azionamento di una turbina, che a sua volta attiva un classico generatore.
2. Sistemi di estrazione mobile: questo secondo tipo di sistemi, generalmente posti a molti km dalla costa e in acque profonde, sfrutta il movimento tipico delle onde per attivare direttamente un generatore elettrico oppure un sistema idraulico di accumulazione. Questi sistemi a loro volta sfruttano due diversi principi di funzionamento: il primo principio è utilizzato dal progetto Pelamis, costituito da una struttura semisommersa che grazie al movimento dettato dalle onde, agisce su dei pistoni idraulici accoppiati a dei generatori

[25]. Il secondo principio di funzionamento invece sfrutta l'oscillazione ondosa per far muovere direttamente un generatore, ed è questa seconda strategia che interesserà la seguente trattazione.

La tipologia di WEC presa in esame in questa tesi sarà quella denominata “heaving buoy WEC”, che appartiene alla seconda categoria di sistemi appena definita.

Nella sua forma più generale, un macchinario di conversione basato su questo principio (definito a volte come Point Absorber – [3]) è composto da una boa galleggiante, con limitazioni ad effettuare qualsiasi movimento tranne la possibilità di oscillare verticalmente. Durante il galleggiamento della boa per effetto del moto ondoso varia il livello dell'altezza dell'acqua al suo esterno, questo provoca una variazione della spinta di galleggiamento, generando così un'ulteriore forza che interviene agendo sul sistema.

Va precisato che se la boa fosse completamente sommersa, il passaggio di un'onda non influirebbe sulla spinta idrostatica e non sarebbe tratta alcuna forza.

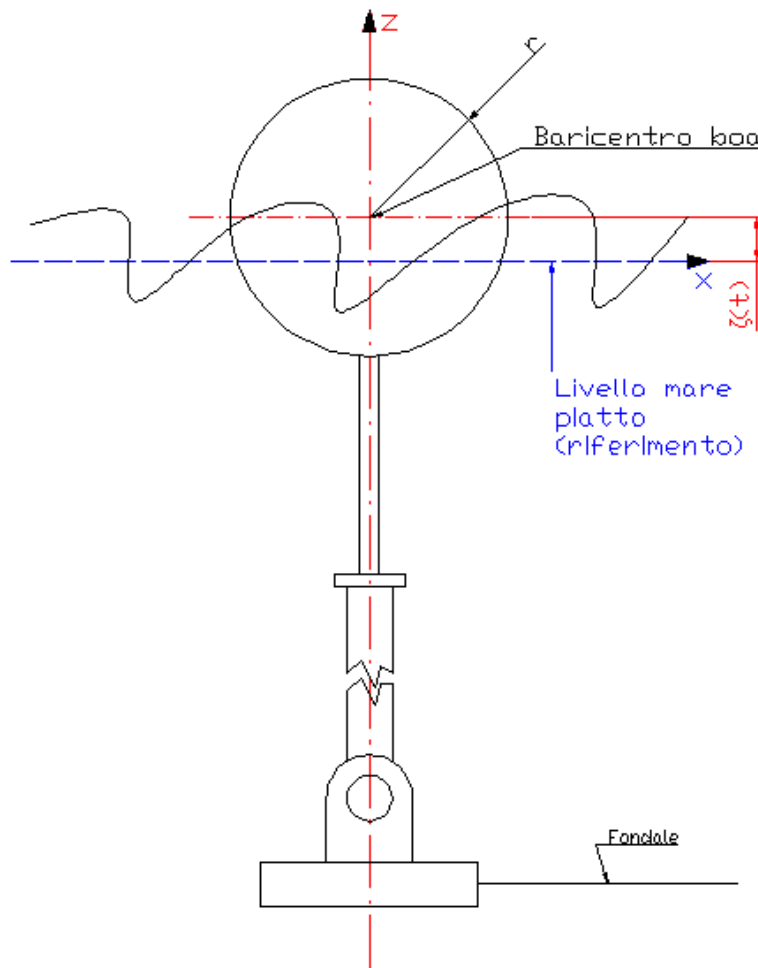


Figura 2.1 – Schema della boa ipotizzata per la simulazione, e relativo scostamento verticale $\zeta(t)$ dalla posizione di equilibrio

La struttura portante del WEC è fissata al fondale e il movimento oscillatorio della boa consente l'azionamento di un sistema idraulico o la rotazione/traslazione di un

generatore elettrico. In questa tesi s'ipotizzerà che possa essere messo in movimento direttamente un generatore.

La connessione di quest'ultimo con la boa può esser fatta in due modi:

1. Connessione diretta fra boa e generatore, che in questa situazione dovrà essere di tipo lineare, cioè con il rotore che compie una traslazione rispetto allo statore fisso (figura 2.1 sinistra).
2. Connessione che commuti il movimento di traslazione verticale in un movimento rotativo, come raffigurato in figura 2.1 a destra (eventualmente seguito da un riduttore/moltiplicatore di giri).

La scelta fra l'una o l'altra soluzione dipende da vari fattori, tra cui l'efficienza e il costo attuale della prima tecnologia, ancora in fase di studio.

Lo studio proposto nel corso della trattazione è facilmente adattabile sia a una sia all'altra delle due soluzioni descritte, giacché la metodologia di conversione elettromeccanica non influisce sulla stesura del modello.

Prima di procedere con la modellizzazione è utile presentare il sistema fisico semplificato cui si farà riferimento per tutto il resto della trattazione.

Tale sistema è composto da una boa galleggiante di geometria sferica di raggio r , libera di scorrere lungo una guida verticale ancorata al fondale [21]. Il movimento della boa mette in azione il sistema meccanico che trasforma il moto verticale in rotazione, alla parte meccanica è connesso un generatore elettrico, a sua volta interfacciato alla rete elettrica per mezzo di un sistema di convertitori elettronici.

La figura 2.1 rappresenta il sistema appena descritto in modo molto schematico. Numericamente [21], si è scelto per la boa un raggio $r = 5 [mt]$, ed una massa stimata $m = 268340 [Kg]$.

2.1 Richiami di fluidodinamica

Il problema di determinare quali siano le forze impresse ad un corpo immerso in un fluido, inizia conoscendo le leggi fisiche che governano il fluido stesso.

L'equilibrio di un corpo immerso in un fluido è generalmente studiato in termini di traslazione e rotazione attorno ai suoi assi, e imponendo che il profilo d'onda sia sinusoidale con propagazione trasversale.

La teoria che si userà per definire il moto è la teoria del moto a potenziale (o flusso potenziale) [1].

Il punto di partenza è la definizione di quattro ipotesi:

1. Il flusso sia irrotazionale
2. La viscosità sia del fluido sia trascurabile ($\nu \cong 0$)
3. Il flusso sia incomprimibile, cioè a densità costante ($\rho = \text{cost}$)
4. Le forze di inerzia siano trascurabili

Nel sistema di coordinate $O(x, y, z)$ con l'origine posto sulla superficie libera e l'asse verticale z positivo verso l'alto (come mostrato in figura 2.1), le quattro ipotesi fatte, permettono di definire un potenziale $\phi(x, y, z, t)$, funzione delle coordinate spaziali e del tempo che permette di definire in ogni punto del dominio fluido le variabili caratterizzanti il fenomeno (velocità, posizione, pressione).

In modo molto intuitivo è ad esempio possibile definire la velocità del fluido \vec{V} , calcolando il gradiente di $\phi(x, y, z, t)$. $\vec{V}(x, y, z, t)$ si definisce perciò in modo naturale come:

$$\vec{V} = \nabla\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z}\right) = (u, v, w) \quad (2.1.1)$$

Fissato perciò il sistema di riferimento $O(x, y, z)$ e un generico punto P appartenente al dominio, il moto del liquido sarà noto se si conosce istantaneamente la funzione vettoriale $\vec{V}(x, y, z, t)$, che fornisce la velocità di generico punto del fluido P al tempo t .

Questo approccio al problema prende il nome di approccio euleriano.

La prima ipotesi fatta, che riguarda l'irrotazionalità del fluido, si esprime nella seguente identità [1]:

$$\nabla \times \vec{V} = 0 \quad (2.1.2)$$

Mentre l'ipotesi tre, cioè l'ipotesi di incompressibilità, permette di riscrivere una delle equazioni cardine della fluidodinamica, l'equazione di conservazione della massa (2.1.3).

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{V}) = 0 \quad (2.1.3)$$

Come detto adottando la terza ipotesi, $\rho = \text{costante}$, la precedente relazione si riduce a:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.1.4)$$

In generale l'ipotesi iniziale, che il flusso sia irrotazionale, è valida solamente in regioni dove non vi siano ricircoli, scie, vortici; questo sarà ritenuto valido nel seguito della presente trattazione. Esiste però un modo più formale per definire il concetto di irrotazionalità di un campo vettoriale. Sia

$$\vec{V}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

un campo vettoriale. Il campo vettoriale si dice irrotazionale se il suo rotore è nullo, cioè:

$$\text{rot}\vec{V} = 0 \quad (2.1.5)$$

dove il rotore è formalmente definito come:

$$\text{rot}\vec{V} = \det \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_3}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial z} & \frac{\partial V_1}{\partial z} - \frac{\partial V_3}{\partial x} & \frac{\partial V_2}{\partial x} - \frac{\partial V_1}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (2.1.6)$$

E' inoltre possibile dimostrare che la condizione sopra citata corrisponde alla simmetria della matrice Jacobiana che gli corrisponde.

Sostituendo quindi la (2.1.1) nella (2.1.4) si ottiene l'equazione (2.1.7), detta equazione di Laplace. Nel caso particolare di flusso incomprimibile, il potenziale ϕ deve soddisfare l'equazione di Laplace.

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1.7)$$

Per lo studio della dinamica invece, è necessario ricorrere al principio di Bernoulli, secondo il quale a un incremento/decremento della velocità del fluido corrisponde una tendenza inversa della pressione o un equivalente cambiamento nell'energia potenziale. Le forze idrodinamiche agenti sul corpo sono perciò ricavabili per integrazione della pressione esercitata dal fluido sulla superficie immersa S_B . La pressione si definisce molto semplicemente come:

$$p = \frac{F}{S_B} \quad (2.1.8)$$

L'equazione di Bernoulli (2.1.9) dunque, nelle particolari ipotesi in cui ci si è ridotti e in particolar modo grazie all'ipotesi di non stazionarietà del fluido, restituisce il valore della pressione p in funzione del potenziale scalare ϕ che deve soddisfare l'equazione di Laplace (2.1.7).

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{(\nabla \phi)^2}{2} + \frac{1}{\rho}(p + \rho g z) = C(t) \quad (2.1.9)$$

$C(t)$ è una generica funzione del tempo.

Si può dunque concludere che il potenziale deve obbedire alle equazioni (2.1.7) e (2.1.9), da cui è possibile desumere analiticamente la pressione sulle superfici

immerse del corpo. Integrando quindi la pressione lungo la normale a ciascun punto, si ottiene il valore della forza agente sulla superficie di integrazione. Questa è la procedura che sarà usata per definire le forze agenti sulla boa.

La soluzione dell'equazione differenziale di Laplace è soggetta al soddisfacimento di determinate condizioni al contorno, alcune di carattere cinematico e alcune di carattere dinamico, che saranno definite nel prossimo paragrafo.

2.2 Teoria delle onde

Notoriamente, i fluidi perturbati internamente o esternamente sono sede di moti ondosi. In relazione al tipo di forze che genera il fenomeno ondoso, esistono diversi tipi di onde, ma nella seguente trattazione saranno considerate solamente le onde gravitazionali.

Le onde gravitazionali si originano in un liquido soggetto solamente alla forza peso. Quando tale liquido è spostato dalla sua posizione di equilibrio a causa di una perturbazione esterna, compie delle oscillazioni che si propagano nel mezzo.

Supponendo che il flusso delle onde sia bi-dimensionale, cioè che si propaghi solo lungo la x , che la forza di Coriolis e la viscosità siano trascurabili, l'onda può in un primo momento essere pensata come una sinusoidale, che, come detto, viaggia nella sola direzione x e si eleva in z .

Un'onda regolare (sinusoidale) piana è perciò descrivibile sinteticamente attraverso grandezze fisiche che la caratterizzano, tra cui la lunghezza d'onda λ , l'altezza picco-picco $H = 2A$ e il periodo d'onda T [7].

$$\eta(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi) \quad (2.2.1)$$

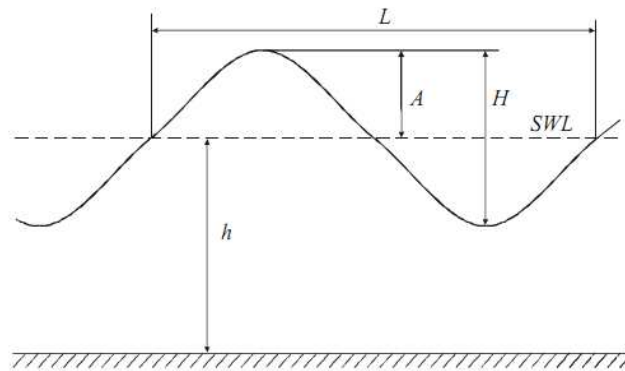


Figura 2.2.1 Schematizzazione di un'onda regolare piana [26]

Il termine k è definito come “numero d'onda”, x la distanza lungo la direzione di propagazione e $\omega = \frac{2\pi}{T}$ la frequenza angolare associata al periodo d'onda.

Va precisato che il termine λ indica la distanza fra due creste a un tempo prestabilito. Un modo alternativo per definire un'onda sinusoidale è quello di adottare la notazione fasoriale. Con questa notazione la (2.2.1) può essere riscritta come:

$$\eta(x, t) = \mathcal{R}e(Ae^{i(\omega t - kx + \phi)}) \quad (2.2.2)$$

E' importante rilevare che generalmente la dipendenza dal termine x è omessa, poiché si assume che l'osservazione parta da un punto di riferimento fisso, e dunque la (2.2.1) diviene semplicemente:

$$\eta(t) = A \cos(\omega t + \phi) = \mathcal{R}e(Ae^{i(\omega t + \phi)}) \quad (2.2.3)$$

Una successiva categorizzazione distingue le onde gravitazionali regolari piane in progressive e stazionarie. Alle onde progressive appartengono per esempio le onde

generate dal vento oppure quelle dovute al moto delle navi. Qualunque onda piana possiede una propria velocità di propagazione c , che nel caso di onde gravitazionali regolari assume però la forma [7]:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega\lambda}{2\pi} \quad (2.2.4)$$

Si rende necessario, prima di procedere nello sviluppo del modello, definire in modo rigoroso le condizioni fisiche in cui si espande il fluido, inserendo delle limitazioni (condizioni al contorno), che riducano il problema generico al caso specifico esaminato.

2.2.1 Condizioni al contorno

Trattando il caso di una boa posta a sufficiente distanza dalla costa si può notare che i limiti fisici verso cui si espande il fluido sono solamente due, quindi il dominio di espansione del fluido è delimitato solo dal fondale e dalla superficie libera (profilo dell'onda).

Le quattro condizioni che saranno imposte vengono presentate in questa sezione in modo sommario, ma saranno usate nel prossimo paragrafo per completare la trattazione analizzando la teoria lineare di Airy, in cui avverrà una semplificazione delle stesse.

In maggior dettaglio si può affermare che nel caso venissero a mancare l'ipotesi di lontananza dalla costa e l'elevata profondità del mare, le conseguenti interazioni tra la massa d'acqua e il fondale/costa renderebbero inesatte le equazioni che ci si accinge a ricavare [11].

Dall'irrotazionalità del fluido, definita nel precedente paragrafo, consegue l'esistenza di un potenziale $\phi(x, y, z, t)$ di velocità, da cui è possibile dedurre la velocità $\vec{V}(x, y, z, t)$ (come gradiente del potenziale). Si è inoltre osservato che a questo potenziale è possibile applicare le equazioni di Laplace e di Bernoulli, che devono essere vere in qualunque punto del campo fluido.

Le seguenti quattro condizioni sono perciò necessarie per definire i limiti di definizione del fluido in esame, in altre parole l'acqua in mare aperto.

a) Condizione sul fondale

La condizione al contorno sul fondale è formulata imponendo che esso sia impermeabile, e pensando che la velocità ortogonale a esso sia nulla, a causa dell'elevata profondità a cui ci si trova (non si risente degli spostamenti superficiali della massa d'acqua). Il potenziale di velocità perciò, alla quota $z = -h$ sarà certamente nullo [3].

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0 \quad (2.2.1.1)$$

b) Condizione sulla superficie libera d'acqua

Questa condizione al contorno può essere divisa in una condizione di carattere cinematico, e in una di carattere dinamico. La condizione cinematica si esprime imponendo che il movimento infinitesimale di una particella d'acqua, pur variando

posizione nel tempo, appartenga sempre alla superficie libera. Questo implica che il potenziale di velocità debba essere legata alla derivata di $\eta(x, t)$ secondo la (2.2.1.2).

$$\eta(\dot{x}, t) = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=\eta} = \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial x} u = w \quad (2.2.1.2)$$

Anticipando momentaneamente il contenuto del prossimo sottoparagrafo, si precisa che nel particolare caso in cui si considera l'altezza dell'onda piccola rispetto alle altre grandezze del moto (profondità e lunghezza d'onda), è possibile, eseguendo lo sviluppo di Taylor (Mc Laurin) nell'intorno di $z = 0$ della (2.2.1.2), trascurare tutti i termini della sommatoria non lineari (essendo moltiplicati per η^l), che, a parte il primo, possono quindi essere eliminati [3].

$$\eta(\dot{x}, t) = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} + \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right|_{z=0} \cdot \eta + \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3} \right|_{z=0} \cdot \eta^2 + \dots \quad (2.2.1.3)$$

Sotto queste ipotesi dunque, la condizione cinematica può essere reinterpretata nel modo seguente:

$$\eta(\dot{x}, t) = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (2.2.1.4)$$

La condizione dinamica invece esprime l'influenza che le forze agenti sulla superficie libera hanno su quest'ultima, e per descriverla si parte dall'equazione di Bernoulli (2.1.9).

Assumendo che le uniche forze di superficie siano la pressione atmosferica, e che essa possa ritenersi costante, cioè [3]:

$$P_\eta = P_{atm} = 0 \quad (2.2.1.5)$$

Allora l'equazione di Bernoulli (2.2.9) diviene:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{(\nabla \phi)^2}{2} + gz = C(t) \quad (2.2.1.6)$$

E $C(t)$ può essere pensata nulla, nel caso di mare relativamente calmo. Ipotizzando che $\frac{(\nabla \phi)^2}{2}$ sia trascurabile si linearizza l'equazione di Bernoulli e si elimina la seconda non linearità, tale ipotesi è valida nel caso in cui gli scostamenti siano così piccoli da poter ignorare i termini del 2° ordine. Imponendo nella (2.2.1.6) $z = \eta$, si ottiene la condizione dinamica (2.2.1.7).

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.2.1.7)$$

Analizzando infine il caso di onde di piccola ampiezza e riprendendo la condizione cinematica (2.2.1.4), la condizione dinamica può essere riscritta come:

$$\eta(\dot{x}, t) = \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (2.2.1.8)$$

Riordinando i termini della (2.2.1.8) si giunge finalmente all'equazione lineare

differenziale cui deve sottostare qualunque potenziale di velocità sulla superficie libera (nell'ipotesi di acque profonde e onde di piccola ampiezza).

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad (2.2.1.9)$$

La (2.2.1.9) può essere riscritta evidenziando parte reale e immaginaria, pensando cioè al caso di onde sinusoidali e riscrivendo quindi il potenziale nella forma $\phi(x, y, z, t) = \text{Re}(\hat{\phi}(x, y, z)e^{i\omega t})$ [3].

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2(\hat{\phi}e^{i\omega t})}{\partial t^2} + g \frac{\partial(\hat{\phi}e^{i\omega t})}{\partial z} \Big|_{z=0} &= -\frac{\omega^2}{g} \hat{\phi}e^{i\omega t} + e^{i\omega t} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \Big|_{z=0} \\ -\frac{\omega^2}{g} \hat{\phi} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.1.10)$$

c) Condizione sulla superficie bagnata (impermeabilità)

La condizione di impermeabilità della carena della boa si esprime imponendo che la velocità normale alla sua superficie sia nulla in ciascun punto.

Assumendo che il modello sia lineare, il potenziale $\hat{\phi} = \varphi$, può essere scomposto nella somma di due potenziali di velocità, φ_A e φ_j .

Il potenziale φ_A deriva dall'interazione fra il corpo in galleggiamento, presunto fisso, e l'onda incidente su di esso.

Quando perciò l'onda si frange per la presenza di un ostacolo (in questa situazione la boa), essa devia il suo percorso originale variando anche la sua ampiezza. La nuova onda che si crea è detta onda di diffrazione, e si genera durante questo processo di frangimento.

φ_A può dunque essere pensato come somma di due termini: il potenziale di diffrazione φ_7 e il potenziale incidente φ_0 [3].

Definendo il potenziale di diffrazione con φ_7 e il potenziale incidente con φ_0 , φ_A risulta perciò pari a:

$$\varphi_A = \varphi_7 + \varphi_0 \quad (2.3.1.11)$$

Quanto detto può essere descritto analiticamente imponendo l'assenza di penetramento dell'acqua nel corpo, e quindi:

$$\frac{\partial \varphi_A}{\partial n} \Big|_{S_B} = \frac{\partial(\varphi_7 + \varphi_0)}{\partial n} \Big|_{S_B} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \varphi_7}{\partial n} \Big|_{S_B} = -\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \quad (2.3.1.12)$$

Dove S_B , come detto, indica la superficie immersa (bagnata) del corpo. Il potenziale di radiazione φ_j invece, è indotto dal movimento del solo corpo galleggiante in assenza di moto ondoso (mare piatto), e deve perciò essere trattato separatamente.

La derivata del potenziale di radiazione φ_j rispetto al versore normale alla superficie della boa, sarà perciò uguale alla normale della forza generata dal movimento forzato della boa (per ζ_j unitario). In pratica, definendo con j le tre possibili direzioni di traslazione della boa:

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} \Big|_{S_B} = n_j \quad (2.2.1.13)$$

$$j = 1, 2, 3$$

d) Condizione sul perimetro del natante:

La presenza del corpo galleggiante e dei suoi moti genera un disturbo al potenziale, che tende però ad annullarsi quanto più ci si allontana dal corpo stesso.

Su tale corpo, sarà perciò presente solo il potenziale delle onde marine se si definisce un perimetro esterno oltre al quale si possa ritenere nullo l'effetto della boa.

2.2.2 Teoria lineare delle onde superficiali

La prima teoria irrotazionale delle onde periodiche è la teoria di Airy (1845), successivamente sviluppata e approfondita da Stokes (1847) [19].

In tale teoria, se si ipotizza che l'ampiezza delle onde sia relativamente modesta, e se è soddisfatta la seguente condizione [9]:

$$H \ll \lambda \quad (2.2.2.1)$$

è possibile trovare una forma analitica del potenziale di velocità, ottenuta linearizzando le condizioni cinematiche e dinamiche sulla superficie libera descritte nel precedente paragrafo.

Trattando il caso semplificato di onde sinusoidali regolari, è possibile passare alla rappresentazione complessa (fasoriale) del potenziale e di tutte le altre grandezze in gioco (pressione, velocità, elevazione superficiale), ponendo cioè [1]:

$$\phi(x, y, z, t) = \mathcal{Re}(\hat{\phi}(x, y, z)e^{i\omega t}) \quad (2.2.2.2)$$

dove $\hat{\phi}(x, y, z)$ è l'ampiezza del potenziale di velocità nello spazio di definizione (x, y, z) .

Limitando inoltre l'analisi al caso di onde regolari piane il cui movimento si svolge nel piano (x, z) , e per cui $\frac{\partial y}{\partial z} = 0$; è possibile, alla luce delle ipotesi fatte, procedere alla linearizzazione del problema.

Il problema differenziale per un'onda sinusoidale periodica di ampiezza costante libera di viaggiare in uno spazio indefinito (come il mare), può essere riformulato unendo le condizioni precedentemente dedotte [27]:

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi(x, z, t) = \mathcal{Re} \left(\left(\frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\phi}}{\partial z^2} \right) e^{i\omega t} \right) = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0 \text{ (condizione sul fondale)} \\ \frac{\partial \eta(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} \text{ (condizione cinematica)} \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \text{ (condizione dinamica)} \end{cases} \quad (2.2.2.3)$$

Questo sistema è risolubile per separazione delle variabili, ponendo cioè la funzione potenziale come prodotto di tre funzioni, ciascuna delle quali dipende dalle variabili

indipendenti del problema.

$$\phi(x, z, t) = \mathcal{R}e(\hat{\phi}(x, z)e^{i\omega t}) = T(x)Z(z)F(t) \quad (2.2.2.4)$$

dove $F(t) = \sin(\omega t)$ oppure arbitraria combinazione di funzioni sinusoidali. Le soluzioni da cercare saranno perciò unicamente tutte quelle che soddisfano l'equazione di Laplace (da rilevare che l'operatore di Laplace è lineare). Considerando solo l'ampiezza del potenziale perciò:

$$\nabla^2 \hat{\phi}(x, z, t) = T(x)Z''(z) + Z(z)T''(x) = 0 \quad (2.2.2.5)$$

Dividendo ambo i membri per $\hat{\phi}(x, z, t)$ si ottiene:

$$\frac{Z''(z)}{Z(z)} = -\frac{T''(x)}{T(x)} = -k^2 \quad (2.2.2.6)$$

Con $k \in \mathfrak{R} - \{0\}$. Le soluzioni da trovare perciò, saranno del tipo:

$$\begin{cases} T(x) = E\cos(kx) + B\sin(kx) \\ Z(z) = Ce^{kz} + De^{-kz} \end{cases} \quad (2.2.2.7)$$

nelle incognite E, B, C, D . L'ampiezza del potenziale complesso deve perciò risultare ([7]-[27]):

$$\hat{\phi}(x, z, t) = T(x)Z(z) = (E\cos(kx) + B\sin(kx))(Ce^{kz} + De^{-kz}) \quad (2.2.2.8)$$

Sfruttando ora la condizione sul fondale, è possibile ridurre il numero di coefficienti incogniti. Essendo $\left. \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0 \forall x, t$, derivando in z si ottiene:

$$\left. \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial z} \right|_{z=-h} = (E\cos(kx) + B\sin(kx))k(Ce^{-kh} - De^{kh}) = 0 \Leftrightarrow (Ce^{-kh} - De^{kh}) = 0 \quad (2.2.2.9)$$

Da cui

$$Ce^{-kh} = De^{kh} \Rightarrow C = De^{2kh} \quad (2.2.2.10)$$

E infine

$$\begin{aligned} (Ce^{kz} + De^{-kz}) &= De^{kh}(e^{k(h+z)} + e^{-k(h+z)}) \\ &= 2De^{kh} \cosh(k(h+z)) \end{aligned} \quad (2.2.2.11)$$

Concludendo: se si utilizzano le altre due condizioni a sistema è possibile (tralasciati i calcoli) ottenere la formulazione del potenziale di velocità per onde progressive piane di ampiezza relativamente piccola, che si propagano lungo la direzione positiva dell'asse delle x .

$$\hat{\phi}(x, z, t) = -i \frac{gA \cosh(k(h+z))}{\omega \cosh(kh)} \quad (2.2.2.12)$$

Dove $A = \frac{H}{2}$ con H ampiezza picco-picco dell'onda, e $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ numero d'onda, che caratterizza il numero delle onde presenti in un tratto dell'asse orizzontale lungo 2π metri.

$$\phi(x, z, t) = \text{Re}(\hat{\phi}(x, z) e^{i\omega t}) = \text{Re}\left(\left(-\frac{igA \cosh(k(h+z))}{\omega \cosh(kh)}\right) e^{i(\omega t - kx)}\right) \quad (2.2.2.13)$$

Il termine ω , che definisce la frequenza angolare dell'onda, è legato alla lunghezza dell'onda dalla seguente equazione, detta relazione di dispersione [7]:

$$\omega^2 = gk(\tanh(Kh)) \quad (2.2.2.14)$$

E nel particolare caso di onde con ampiezza piccola, la velocità di propagazione è pari a:

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}(\tanh(kh))} \quad (2.2.2.15)$$

Questa forma del potenziale e delle relazioni che ne conseguono, vale solamente nelle condizioni descritte, ovvero nel singolare caso in cui l'ampiezza dell'onda possa considerarsi piccola, in modo che le condizioni al contorno possano essere linearizzate.

Nel caso invece l'ampiezza delle onde non possa ritenersi costante e piccola, si rende necessaria una trattazione alternativa che sfrutti la teoria non lineare, come dimostrato da Stokes, questa deve essere utilizzata per definire il potenziale di velocità (con conseguente maggiore complessità nel calcolo delle eq. differenziali).

Nel caso delle onde di piccola ampiezza, energia cinetica e potenziale si equivalgono, e quindi $E_c = U$.

Per un tratto d'onda di lunghezza paria λ e di larghezza unitaria, si dimostra che l'energia totale $E[J]$ risulta [7]:

$$E = E_c + U = \frac{1}{2} \rho g A^2 \lambda \quad (2.2.2.16)$$

dove con ρ si è indicata la densità dell'acqua di mare $\approx 1020 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$, con g è l'accelerazione di gravità e $A = \frac{H}{2}$.

Il sistema che si sta considerando nelle particolari condizioni imposte, è un sistema conservativo e, per questa tipologia di sistemi, una lieve perturbazione dall'equilibrio stabile delle traiettorie, non cambia la media dell'energia cinetica e potenziale che rimangono identiche.

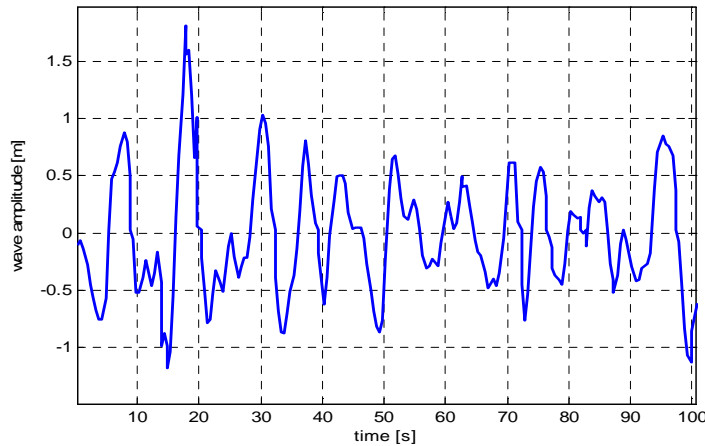


Figura 2.2.2.1 – Esempio di registrazione ondametria $\eta(t)$ nel Nord Atlantico [2]

Quindi per unità di area, l'energia è:

$$\bar{E} = \rho g \langle \eta(x, t)^2 \rangle = \frac{1}{2} \rho g A^2 \left[\frac{J}{m^2} \right] \quad (2.2.2.17)$$

Il termine $\langle \eta(x, t)^2 \rangle$ definisce la media degli scostamenti, che quindi devono essere stimati/misurati. In figura 2.2.2.1 a titolo esemplificativo, è riportata una registrazione dello scostamento della superficie del mare inviata da una boa ondametria del Nord Atlantico [2].

2.2.3 Descrizione stocastica delle onde

Il mare è formato da infinite onde di differenti ampiezze e frequenze che accavallandosi le une con le altre generano la classica superficie crespata a tutti nota. Il profilo ondoso istantaneo sarà definito come una funzione continua solo del tempo $\eta(t)$, si eviterà cioè di includere la dipendenza dal punto iniziale nei prossimi paragrafi.

Secondo la teoria di Fourier, la funzione $\eta(t)$, essendo regolare, può essere rappresentata nell'intervallo $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$ come la somma di una serie infinita di funzioni sinusoidali. In particolare:

$$\eta(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi n f t) + b_n \sin(2\pi n f t)) \quad (2.2.3.1)$$

dove a_0 è la media nel periodo considerato, mentre

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \eta(t) \cos(2\pi n f t) dt \quad n = (0, 1, 2, \dots \dots \dots) \quad (2.2.3.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \eta(t) \sin(2\pi n f t) dt \quad n = (0, 1, 2, \dots \dots \dots) \quad (2.2.3.3)$$

Va precisato che per tempi di circa un'ora e distanze prossime alla decina di km, le

onde marine sono abbastanza stabili da ritenere i coefficienti a_n e b_n costanti [2].
 E' inoltre possibile definire la trasformata di Fourier della medesima funzione regolare $\eta(t)$ come

$$H_n(2\pi f) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \eta(t) e^{-i2\pi n f t} dt \quad n = (0,1,2, \dots \dots \dots) \quad (2.2.3.4)$$

E riscrivere la (2.2.3.1) come somma delle trasformate, ovvero [2]:

$$\eta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n e^{i2\pi n f t} \quad (2.2.3.5)$$

La densità spettrale $S(\eta(t))$, nota la trasformata di fourier H_n è facilmente ricavabile usando la relazione seguente:

$$S(\omega) = H_n H_n^* = |H_n|^2 \quad (2.2.3.6)$$

Dove * indica il complesso coniugato. In definitiva, la superficie marina può essere, almeno localmente, pensata come una sovrapposizione lineare di onde sinusoidali aventi lunghezze d'onda differenti oppure frequenze e fasi differenti che viaggiano in direzioni diverse.

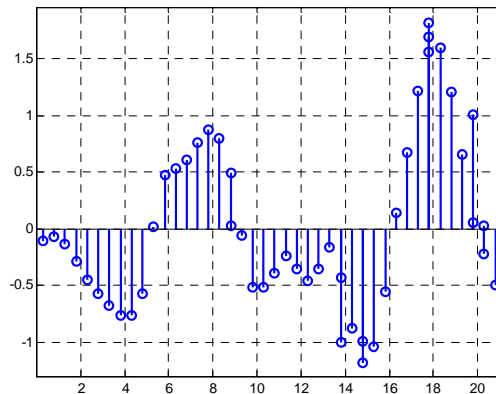


Figura 2.2.3.1 – Campionamento dei primi 50 punti di figura 2.2.1.1 con intervallo di campionamento $\Delta = 0.32s$

Pensare però di ottenere un'espressione analitica della serie di Fourier per una superficie marina è un compito arduo. Si può però, partendo dalla registrazione istantanea del profilo d'onda (figura 2.2.2.1), ricavare lo spettro in frequenza desiderato. Campionando i dati della registrazione e imponendo un tempo di campionamento e un numero di campioni prestabilito, la $\eta(t)$ diviene $\eta_j \equiv \eta(t_j)$ con $j = 0,1, \dots \dots N - 1$ e $t_j = j\Delta$ con Δ intervallo di campionamento [2]. Perché il campionamento sia valido (non vi siano fenomeni di Aliasing), occorre però rispettare il teorema di Shannon. Il teorema richiede che la frequenza di campionamento sia almeno doppia rispetto a quella del segnale da campionare, ovvero:

$$\frac{1}{T} < f_{onde} < \frac{1}{2\Delta} \quad (2.2.3.7)$$

Lo spettro delle onde discreto, è perciò calcolabile come:

$$S_n = \frac{1}{N^2} [|H_n|^2 + |H_{N-n}|^2] \quad n = \left(1, 2, \dots \dots \left(\frac{N}{2} - 1\right)\right) \quad (2.2.3.8)$$

Dove S_n è la trasformata di Fourier discreta (DFT), calcolabile numericamente con algoritmi come la FFT (particolarmente veloce nel caso N sia potenza di 2).

E' dunque possibile, partendo da una registrazione temporale del profilo ondoso, ricavare lo spettro d'onda di quella determinata condizione ventosa/atmosferica. Noto quindi uno spettro "artificiale", ottenuto cioè usando delle formule parametriche, è possibile generare un probabile profilo ondoso le cui frequenze risultino in sintonia con lo spettro di partenza.

Come noto le onde sono prodotte dal vento, le che variando la sua intensità e durata muta ii fenomeni ondosi.. Se si pensa dunque a una situazione atmosferica costante, è allora possibile stimare, sotto alcune ipotesi, la densità spettrale di energia contenuta nelle onde stesse come una curva in funzione della frequenza.

Pierson e Moskowitz svilupparono un modello in tal senso, anche se esistono equazioni fornite da diversi autori (Newmann, Jonswap, etc..), oltre a quelli citati che però non verranno utilizzati nella presente trattazione [22].

Pierson e Moskowitz notarono che alla presenza di vento costante su un estesa regione di mare le onde tendono ad assestarsi su una situazione che rimarrà costante se la condizione ventosa rimane inalterata.

Per ottenere lo spettro di un mare completamente sviluppato (così definirono la condizione di stazionarietà dei fenomeni meteorologici), utilizzarono i dati che registrarono a seguito di misurazioni condotte in mare aperto.

Ciò consentì di definire la densità spettrale di energia $S(\omega)$, in funzione della frequenza delle onde, espressa con la seguente relazione semiempirica [7]:

$$S(\omega) = \frac{A}{f^5} e^{\left[-B\left(\frac{1}{f}\right)^4\right]} \quad \left[\frac{m^2}{Hz}\right] \quad (2.2.3.9)$$

I parametri che compaiono nell'equazione (2.2.3.9) sono la frequenza f delle onde, misurata in [Hz] e i parametri A e B , definiti nel seguente modo:

$$A = \frac{BH_s^2}{4} \quad (2.2.3.10)$$

$$B = \frac{5}{4} f_p^4 \quad (2.2.3.11)$$

In particolare H_s denota l'altezza significativa dell'onda, e f_p la frequenza di picco (la frequenza a cui lo spettro ha il suo massimo). L'altezza significativa dell'onda è definita come $H_s = 4\sqrt{\overline{\eta^2(x, y, t)}} = 4\sqrt{\int_0^\infty S(\omega)d\omega}$, in cui $\overline{\eta^2(x, y, t)}$ denota la media del quadrato degli scostamenti della superficie del mare, e nel caso sinusoidale $H_s = H = 2A$.

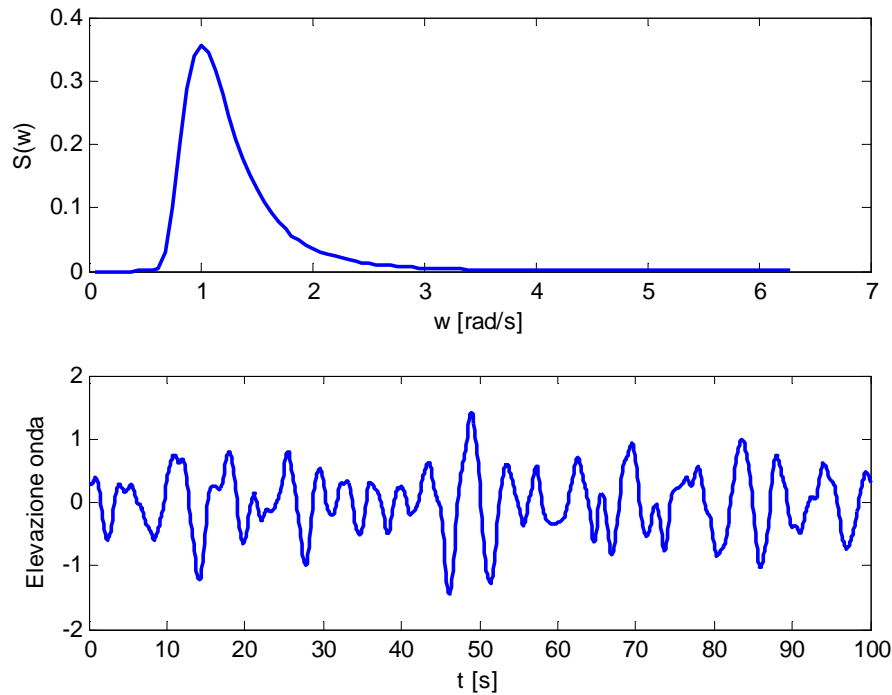


Figura 2.2.3.2– Spettro di Pierson Moskowitz centrato in $T = 6.25s$ ed $H_s = 2 m$.
Nella figura sotto il profilo $\eta(t)$ generato a partire da tale spettro

Come per altri spettri semplici, l'area compresa tra la curva e l'asse delle ascisse rappresenta l'energia specifica complessiva del moto ondoso, e analogamente l'area sottesa da una frequenza f_1 alla massima rappresenta l'energia specifica di quel determinato range.

La massima densità di energia specifica si ha per la frequenza di picco f_p , a cui corrisponde il periodo di picco $T_p = \frac{1}{f_p}$, che non si discosta molto dal periodo T delle onde significative.

L'utilità di uno spettro "artificiale" come quello appena descritto di Pierson-Moskowitz (PM), risiede nella possibilità di generare, da esso, un probabile profilo ondoso le cui frequenze abbiano distribuzione spettrale decisa a priori.

In origine furono studiate queste tecniche per la generazione delle onde in vasche di prova artificiali per i test delle imbarcazioni, e quella che sarà adottata per generare il profilo ondoso irregolare prende il nome di "Random phase method" [15].

Pensando che la superficie del mare sia un processo gaussiano a media nulla, la generazione del profilo consiste nel sommare un numero finito di componenti armoniche funzioni del tempo, come mostrato nella seguente formula:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2S(\omega_n)d\omega} \sin(\omega_n t - fase) \quad (2.2.3.12)$$

Dalla formula appena citata, si evince come la generazione del profilo preveda la discretizzazione dello spettro di PM (con evidenza continuo), in intervalli di ampiezza $d\omega$. Il termine $\sqrt{2S(\omega_n)d\omega}$ è infatti l'antitrasformata di Fourier della densità spettrale discretizzata $S(\omega_n)$, in cui l'intervallo di campionamento $d\omega$ è scelto pari a:

$$d\omega = \frac{2\pi}{T_{DFT}} \quad (2.2.3.13)$$

Dove T_{DFT} è la lunghezza della serie temporale che si desidera generare. Il termine "fase" infine, è generato in modo casuale, e in genere corrisponde a una distribuzione uniforme di frequenze spaziata fra 0 e la lunghezza del vettore frequenza.

$$fase = 2\pi U[0: frequenza] \quad (2.2.3.14)$$

Con questa tecnica, se si sceglie il valore di $d\omega$ esattamente pari a $\frac{2\pi}{T_{DFT}}$ si ottiene una sequenza esattamente periodica di periodi della durata di T_{DFT} ciascuno [13]. Viceversa se

$d\omega \neq \frac{2\pi}{T_{DFT}}$ si otterranno sequenze temporali di periodo diverso da T_{DFT} .

Un esempio di spettro di Pierson e Moskowitz e relativo profilo generato da esso, è mostrato in figura 2.2.3.2.

2.3 Forze idrodinamiche agenti sulla boa

Da quanto emerso nel precedente paragrafo, la determinazione del flusso potenziale riporta l'esatto valore di pressione sulla superficie bagnata di un corpo galleggiante. Tale pressione, variando nel tempo fa muovere il corpo lungo sei direzioni, e precisamente lungo 3 movimenti di traslazione e 3 rotazioni. Perciò una boa priva di vincoli, possiede 6 gradi di libertà (g.d.l.), che tecnicamente vengono chiamati nel seguente modo:

Traslazioni: Avanzamento (1.surge), Ondeggiamento (2.sway), Alzata (3.heave)
 Rotazioni: Rollio (4.roll), Beccheggio (5.pitch), Imbardata (6.yaw)

Nel caso in esame la boa è vincolata a traslare solamente lungo l'asse z, in quanto le altre 5 direzioni sono bloccate per costruzione, e dunque l'unico movimento di interesse è il 3.

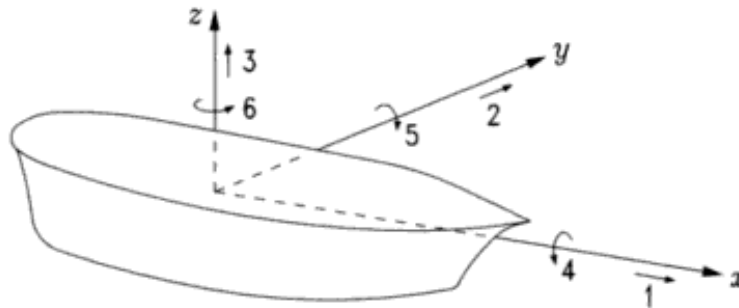


Figura 2.3.1 – Gradi di libertà possibili per un corpo galleggiante, secondo legenda sopra [7]

Scelto dunque un sistema di coordinate con l'asse z posto nel centro di massa della boa galleggiante, e definendo con S_B la superficie immersa del corpo, la velocità di un punto infinitesimo della superficie (indicato dal vettore ortogonale congiungente il centro di massa con tale punto) del corpo è possibile indicarla con \vec{V} (nel caso in esame $\vec{V} = V_3$). La velocità \vec{v} di una superficie infinitesima dS perciò sarà priva della componente angolare, e quindi equivalente alla velocità del potenziale stesso.

$$\vec{v} = \vec{V} \quad (2.3.1)$$

Infine, il potenziale $\phi(x, y, z, t)$ deve soddisfare alla seguente uguaglianza [7]:

$$\frac{\partial \phi(x, y, z, t)}{\partial n} = u_n \quad (2.3.2)$$

Dove u_n è la componente normale al vettore di velocità \vec{v} della superficie $dS \in S_B$. Da quanto analizzato fino a questo punto, emerge che la descrizione del movimento di un corpo immerso in un fluido è assai ricca di approssimazioni senza le quali non sarebbe possibile ottenere un sistema di equazioni di facile manipolazione. In particolare le principali linearizzazioni fatte sono le seguenti:

1. Nella formulazione delle condizioni al contorno sulla superficie libera e sullo scafo, le posizioni di entrambi dipendono dal movimento reciproco di entrambi, creando perciò una non-linearità del sistema, dovuta all'interazione dei movimenti. Il modo comunemente usato per eliminare questa non linearità (la più evidente), è quello di considerare separatamente le forze eccitanti agenti sullo scafo ipotizzandolo bloccato al fondale in presenza di un fronte d'onda, e alla risposta della boa messa in movimento nel mare perfettamente piatto. Va ricordato che la scomposizione appena fatta genera un certo grado di errore, poiché nella realtà le due componenti hanno interazioni reciproche.
2. L'eq. di Bernoulli 2.2.9 contiene un termine quadratico, eliminato durante l'esposizione della teoria di Airy ipotizzando che l'ampiezza delle onde sia infinitesima.

L'eliminazione della seconda non linearità, unitamente alla prima, consente di applicare il principio di sovrapposizione degli effetti al potenziale di velocità, spezzandolo cioè nella somma di due componenti:

$$\begin{aligned}\phi(x, y, z, t) &= \phi_j(x, y, z, t) + \phi_A(x, y, z, t) \\ &= \operatorname{Re}(\zeta_j \varphi_j(x, y, z) e^{i\omega t} + A\varphi_A(x, y, z) e^{i\omega t})\end{aligned}\quad (2.3.3)$$

in cui $\phi_j(x, y, z, t)$ definisce il potenziale di radiazione, e $\phi_A(x, y, z, t)$ il potenziale di eccitazione. Nel caso della boa (o in genere di un qualsiasi corpo galleggiante), è possibile riscrivere il potenziale usando l'espressione compatta (2.3.4), nella quale si sommano per tutti e sei i gradi di libertà i rispettivi potenziali di radiazione e di eccitazione [3].

$$\phi(x, y, z, t) = \operatorname{Re}\left[\left(\sum_{j=1}^6 \zeta_j \varphi_j(x, y, z) + A\varphi_A(x, y, z)\right) e^{i\omega t}\right]\quad (2.3.4)$$

La formulazione (2.3.4) è scritta in modo generico, perché non è imposto che il movimento dell'onda si esprima solamente lungo la componente x , come invece era stato supposto, ma si assume che il verso di propagazione sia nel piano $O(x, y, z)$, ottenendo perciò un movimento spaziale.

Nel seguito della trattazione però, come già detto nel precedente paragrafo, si penserà invece a onde che si propagano solamente lungo la direzione x . L'assunto sempre vero per cui la pressione sul pelo dell'acqua ($z = 0$) sia uguale alla pressione atmosferica, permette di riscrivere l'espressione della pressione in funzione del potenziale complesso. In particolare, sostituendo la (2.3.4) nell'equazione di Bernoulli (2.1.9), e isolando la pressione si ottiene:

$$\begin{aligned}p &= -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + gz \right) \\ &= -\rho \operatorname{Re}\left[i\omega \left(\sum_{j=1}^6 \zeta_j \varphi_j(x, z) + A\varphi_A(x, z) \right) e^{i\omega t} \right] - \rho gz\end{aligned}\quad (2.3.5)$$

dove il termine $\frac{(\nabla\phi)^2}{2}$ della (2.2.9), come già detto, è stato trascurato per l'ipotesi di onde di modesta ampiezza, in modo da linearizzare l'equazione di Bernoulli.

Definendo con n_k il versore normale a ciascun punto della superficie immersa

secondo i 6 g.d.l. della boa, le forze F_k che agiscono lungo le 6 direzioni si ottengono semplicemente integrando l'espressione della pressione appena ricavata secondo le componenti normali ai sei gradi di libertà n_k . Ciò si traduce nel calcolo di [3]:

$$F_k = \iint_{S_B} n_k p ds = \iint_{S_B} n_k \left(-\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + gz \right) \right) ds$$

$$k = 1 \dots 6 \quad (2.3.6)$$

che ricordando la (2.3.5), può essere riscritta come:

$$F_k = -\rho g \iint_{S_B} n_k z ds - \rho \mathcal{R}e \left[i\omega \sum_{j=1}^6 \zeta_j e^{i\omega t} \iint_{S_B} n_k \varphi_j ds \right] - \rho \mathcal{R}e \left[i\omega \sum_{j=1}^6 A e^{i\omega t} \iint_{S_B} n_k \varphi_A ds \right]$$

$$k = 1 \dots 6 \quad (2.3.7)$$

Oppure in forma compatta

$$F_k = F_{h_k} + F_{r_k} + F_{x_k}$$

$$k = 1 \dots 6 \quad (2.3.8)$$

In particolare: F_{h_k} rappresenta la spinta idrostatica, F_{r_k} la forza di radiazione e F_{x_k} la forza di eccitazione [3].

$\zeta_j \varphi_j(x, z)$, da cui deriva F_{r_k} , è il potenziale di radiazione, che genera le forze dovute al movimento del corpo in galleggiamento ipotizzando che esso sia in moto e la superficie libera non sia soggetta a moto ondoso.

$A\varphi_A(x, z)$, da cui deriva F_{x_k} , rappresenta invece il potenziale di eccitazione, dovuto al frangimento e alla ricombinazione delle onde sul corpo.

In quest'ultimo caso si considera la boa come un corpo rigido fisso al fondale e si analizza la risposta della superficie libera attorno alla superficie del corpo, non più disturbata dai movimenti della boa.

Tralasciando i momenti rotatori generati dal moto ondoso sui corpi corrispondenti alle F_k per $k = 4, 5, 6$, il movimento che interessa maggiormente è l'alzata (movimento 3, heave), a cui corrisponde la relativa forza F_3 , a sua volta somma delle tre componenti.

$$F_3 = F_{h_3} + F_{r_3} + F_{x_3} \quad (2.3.9)$$

Per trovare una forma analitica esatta per queste tre forze bisogna perciò ricavare un'espressione per i potenziali φ_A e φ_j . Da questo momento quindi non saranno più considerati gli altri cinque movimenti della boa, ma solamente il movimento di alzata 3.

2.3.1 Spinta idrostatica

Ricordando che per definizione la forza (spinta) idrostatica F_{h_3} , è pari a [3]:

$$F_{h_3} = -\rho g \iint_{S_B} n_3 z ds \quad (2.3.1.1)$$

e ricordando che la boa scelta è di geometria sferica di massa $m = \frac{\pi \rho_{boa}}{3} 2r^2$, la forza esercitata a seguito di uno spostamento verticale $\zeta_3(t)$ risulta [21]:

$$\begin{aligned} F_{h_3}(t) &= \rho V g - m g - c_{33} \zeta_3(t) \\ &= -m g - \frac{\pi g \rho}{3} [2r^3 - 3r^2 \zeta_3(t) - \zeta_3(t)^3] \end{aligned} \quad (2.3.1.2)$$

Dove $V = \frac{\pi}{3} [2r^3 - 3r^2 \zeta_3(t) - \zeta_3(t)^3]$ indica il volume di acqua spostato, e c_{33} , per una sfera galleggiante di raggio r si ottiene osservando che:

$$c_{33} \zeta_3(t) = \frac{\pi g \rho}{3} [3r^2 \zeta_3(t) - \zeta_3(t)^3] \quad (2.3.1.3)$$

da cui $c_{33} = \frac{\pi g \rho}{3} [3r^2 - \zeta_3(t)^2]$, in cui compare il termine $\zeta_3(t)^2$. Ipotizzando che lo scostamento sia piccolo, cioè $|\zeta_3(t)| \ll r$, è possibile semplificare l'espressione (2.3.1.3) ottenendo:

$$c_{33} \approx \rho g \pi r^2 \left[\frac{N}{m} \right] \quad (2.3.1.4)$$

c_{33} viene spesso chiamato “smorzamento idrostatico”. Da notare che il primo termine della (2.3.1.3) sparisce $(\rho V g - m g) = 0$, essendo la boa in equilibrio sulla superficie dell'acqua e che c_{33} , come detto, è stato linearizzato per piccoli scostamenti $\zeta_3(t)$ dalla posizione di equilibrio.

2.3.2 Forza di radiazione

La componente di radiazione delle forze, riprendendo l'equazione (2.3.7), può essere rimodellata, riscrivendo il potenziale di radiazione complesso in regime sinusoidale, ponendolo cioè nella forma:

$$\widehat{\phi}_r = \varphi_3 \widehat{\zeta}_3 \quad (2.3.2.1)$$

Dove il termine $\varphi_3 = \varphi_3(x, y, z)$ rappresenta un coefficiente di proporzionalità complesso. La forza che gli corrisponde è perciò riscrivibile come:

$$\widehat{F}_{r3} = \mathcal{R}e \left(\rho i \omega \iint_{S_B} \widehat{\zeta}_3 n_3 \varphi_3 ds \right) = \mathcal{R}e \left(-Z_{33}(\omega) \widehat{\zeta}_3 \right) \quad (2.3.2.2)$$

Dove $Z_{33} = -\rho i \omega \iint_{S_B} n_k \varphi_3 ds$ viene definita impedenza di radiazione. In particolare, è possibile riscrivere l'impedenza di radiazione come:

$$Z_{33}(\omega) = -\rho i \omega \iint_{S_B} \varphi_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} ds \left[\frac{Ns}{m} \right] \quad (2.3.2.3)$$

Come detto in precedenza, il potenziale di velocità φ_j deve soddisfare le condizioni al contorno ovunque, questo implica che l'impedenza di radiazione non potrà essere la stessa, a parità di geometria del corpo, se lo si pone in mare aperto o in un canale

ristretto. φ_3 risulta complesso, e dunque anche Z_{33} apparirà nella forma seguente:

$$Z_{33}(\omega) = R_{33}(\omega) + iX_{33}(\omega) = R_{33}(\omega) + i\omega m_{33}(\omega) \quad (2.3.2.4)$$

Dove R_{33} è denominata “resistenza di radiazione o (added) damping coefficient” e X_{33} “reattanza di radiazione”. Al termine $m_{33}(\omega)$ si attribuisce invece il nome di “massa aggiunta o added mass”.

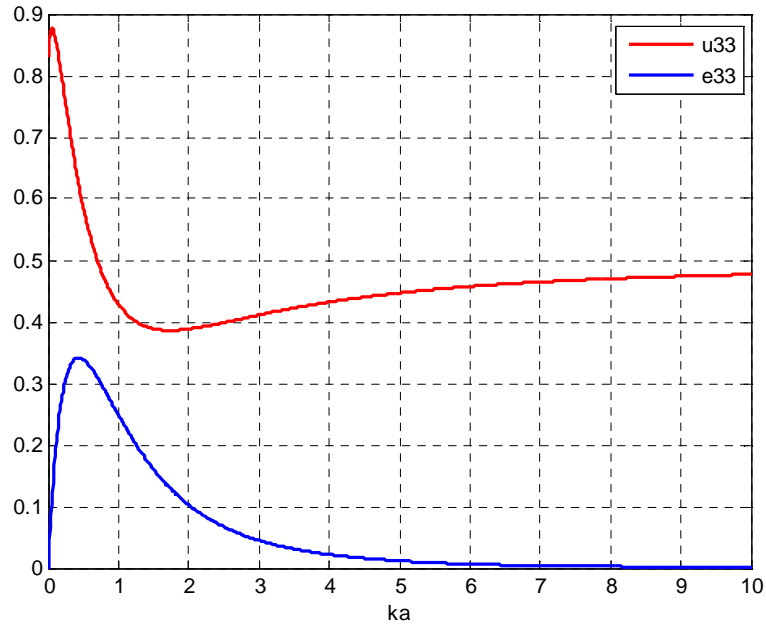


Figura 2.3.2.1 – Parametri adimensionali dell’impedenza di radiazione per una boa sferica di raggio r posta in acque profonde in funzione del parametro adimensionale ka

Il calcolo esplicito dei due parametri della Z_{33} è ottenibile numericamente, usando per esempio un software FEM (Finite Element Method) come i tool Comsol Multiphysics o Wamit [6], oppure interpolando, ad esempio con il metodo delle splines cubiche dei valori numerici tabellati [12]. Nel particolare caso di geometria sferica, come la boa in esame, l’impedenza di radiazione è riscrivibile come ([7] e [23]):

$$Z_{33}(\omega) = R_{33}(\omega) + i\omega m_{33}(\omega) = \frac{\omega\rho 2\pi r^3}{3} (\epsilon_{33} + i\mu_{33}) \quad (2.3.2.5)$$

In cui i due termini ϵ_{33} e μ_{33} sono adimensionali. In figura 2.3.2.1 sono plottati ϵ_{33} e μ_{33} , per una boa sferica di $r = 5[m]$ in acque profonde in funzione del parametro ka .

In particolare il valore $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ è il numero d’onda e $a = r$ il raggio della boa. Generalizzando la trattazione al caso in cui le oscillazioni possano essere anche non sinusoidali, è possibile calcolare la trasformata di Fourier della forza di radiazione $F_{r_3}(t)$ e della velocità $\zeta_3(t)$, ottenendo [10]:

$$F_{r3} = -Z_{33}(\omega)\dot{\zeta}_3 \quad (2.3.2.6)$$

L'analogia espressione per la forza di radiazione nel dominio del tempo si ottiene perciò anti trasformando l'espressione (2.3.2.6), ottenendo la convoluzione:

$$F_{r3}(t) = -z_{33}(t) * \widehat{\zeta_3(t)} \quad (2.3.2.7)$$

Dove il termine

$$z_{33}(t) = \mathcal{F}^{-1}[Z_{33}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_{33}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.3.2.8)$$

è l'antitrasformata di Fourier dell'impedenza di radiazione, che corrisponde ad una risposta impulsiva nel tempo. Da notare che $z_{33}(t) = 0 \forall t < 0$, e dunque il sistema è causale, questo perché non si manifesta alcuna forza di radiazione se non è presente velocità in ingresso.

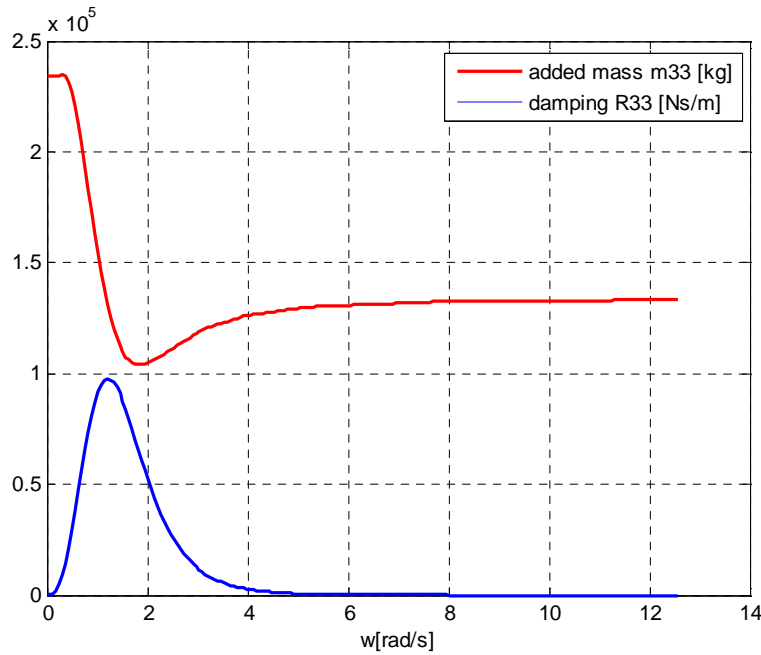


Figura 2.3.2.2 – Added mass e damping coefficient per boa sferica di raggio $r = 5 [m]$ posta in acque profonde (100 metri circa), in funzione della frequenza angolare dell'onda incidente.

Il termine $m_{33}(\omega)$ dell'impedenza di radiazione, in generale, per $\omega \rightarrow \infty$ non svanisce [7]. Per ovviare a ciò è possibile definire una funzione $H(\omega)$, diversa dalla funzione $Z_{33}(\omega) = R_{33}(\omega) + i\omega m_{33}(\omega)$:

$$H(\omega) = m_{33}(\omega) - m_{33}(\infty) + \frac{R_{33}(\omega)}{i\omega} \quad (2.3.2.9)$$

in cui $H(\omega) \rightarrow 0$ in quanto $R_{33}(\omega)$ per $\omega \rightarrow \infty$ tende a 0. Si supponrà inoltre che $H(\omega)$ tenda velocemente a zero per $\omega \rightarrow 0$. Conseguentemente, la forza di radiazione risulta[7]:

$$\begin{aligned}
F_{r3}(\omega) &= (-i\omega H(\omega) - i\omega m_{33}(\infty))\dot{\zeta}_3(\omega) \\
&= F'_{r3}(\omega) - i\omega m_{33}(\infty)\dot{\zeta}_3(\omega)
\end{aligned}
\tag{2.3.2.10}$$

Dove si è definito $i\omega H(\omega) = K(\omega)$. Antitrasformando l'espressione appena trovata risulta:

$$\begin{aligned}
F_{r3}(t) &= F'_{r3}(t) - m_{33}(\infty)\ddot{\zeta}_3(t) \\
&= -\int_{-\infty}^t k(t-\tau)\dot{\zeta}(\tau)d\tau - m_{33}(\infty)\ddot{\zeta}_3(t)
\end{aligned}
\tag{2.3.2.11}$$

Dove il termine $k(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) e^{i\omega t} d\omega$ può essere riscritto, utilizzando le relazioni di Kramers-Kronig (applicabili grazie al fatto che la funzione analitica complessa $H(\omega) \rightarrow 0$ e alla causalità del sistema) nel seguente modo:

$$\begin{aligned}
k(t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_{33}(\omega) \cos \omega t d\omega = 2\mathcal{F}^{-1}(R(\omega)) \\
&= -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \omega [m_{33}(\omega) - m_{33}(\infty)] \sin \omega t d\omega
\end{aligned}
\tag{2.3.2.12}$$

$k(t)$ è perciò calcolabile risolvendo i due integrali sopra mostrati. Numericamente è perciò possibile, noti i parametri idrodinamici che caratterizzano l'impedenza di radiazione, trovare l'andamento di $k(t)$.

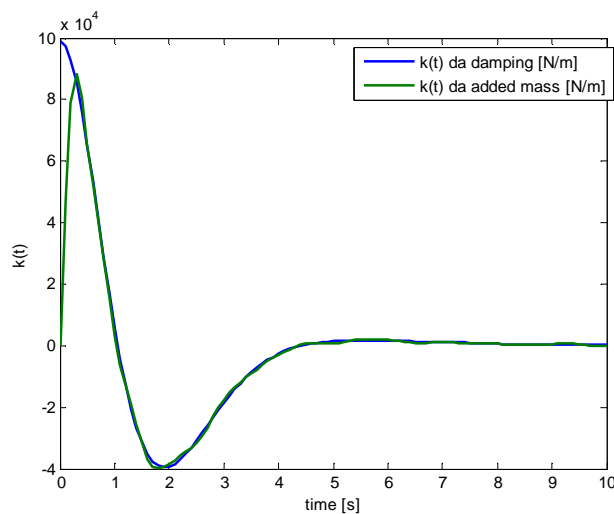


Figura 2.3.2.3 – $k(t)$ calcolato numericamente secondo la relazione analitica 2.3.2.12

Il calcolo esplicito della risposta impulsiva secondo la relazione (2.3.2.12) ha evidenziato subitaneamente un primo difetto di questo approccio. Infatti, la precisione (numero di punti) di $R_{33}(\omega)$ o $m_{33}(\omega)$ influisce pesantemente sul risultato atteso.

Ciò è facilmente confermato se si sovrappongono in uno stesso grafico (figura 2.3.2.3) le risposte impulsive che si trovano usando indifferentemente la prima o la seconda relazione (2.3.2.12). Se teoricamente l'andamento dovrebbe essere lo stesso, a causa dell'inevitabile incertezza dei parametri $R_{33}(\omega)$ o $m_{33}(\omega)$, le due risposte

non combaciano perfettamente. Dalla risposta impulsiva è poi possibile trovare il modello in spazio di stato che la genera. Per fare ciò è possibile usare il comando “imp2ss”, contenuto nel pacchetto dedicato all’identificazione di Matlab (ident) [3], che restituisce esattamente una possibile rappresentazione del modello (di ordine generalmente molto elevato) nota la risposta impulsiva. A seguire, usando il comando “balmr”, si riduce l’ordine del modello al valore desiderato (nel nostro caso 5).

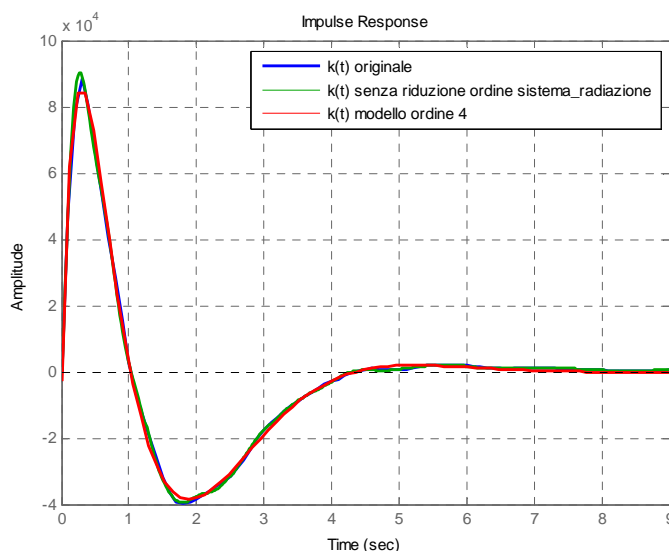


Figura 2.3.2.4 – Risposta impulsiva originale del sistema sovrapposta a quella ottenuta dopo identificazione del sistema.

Avendo a disposizione il modello, si è infine verificato l’effettivo grado di accuratezza del modello. E’ stata quindi plottata la risposta in frequenza del modello (dopo aver aggiunto il termine $m_{33}(\infty)$ per trovare l’impedenza di radiazione “identificata”), mostrata in figura 2.3.2.5, da cui è possibile constatare come la risposta in frequenza del termine di smorzamento differisca in modo sensibile dal valore originale.

La discrepanza nel termine $R_{33}(\omega)$ è inevitabilmente dovuta all’inesatto calcolo numerico della risposta impulsiva (che però migliorerebbe con l’aumento di precisione dei parametri dell’impedenza di radiazione).

Anche se la risposta in frequenza ottenuta differisce solo nel termine $R_{33}(\omega)$, tale discrepanza non è accettabile, in quanto le successive simulazioni numeriche del modello necessitano di quanta più accuratezza possibile per evitare di ottenere risultati fuorvianti.

Non avendo un vettore dati con più punti (la maggior precisione ridurrebbe l’errore), si è cercato un modo alternativo per identificare il modello in spazio di stato della forza di radiazione ridotta. Il metodo scelto sfrutta un algoritmo di identificazione denominato n4sid, che appartiene al tool di identificazione Matlab.

L’uso di questa routine di identificazione, basata sulla decomposizione della matrice di Hankel [14], richiede che i dati (risposta in frequenza dell’impedenza di radiazione) siano organizzati come oggetto Matlab “iddata”. Inseriti i dati nella forma corretta, l’applicazione diretta della routine genera immediatamente un modello dell’ordine prescelto. In funzione dell’ordine scelto per il modello è inoltre

possibile conoscere il “fit”, ovvero l’accuratezza con cui esso approssima il modello originale. La determinazione del “fit” avviene analizzando l’accuratezza con cui il modulo della risposta in frequenza del modello trovato ricalca l’originale. In figura 2.3.2.6 sono mostrati i risultati dell’identificazione in funzione dell’ordine scelto per il modello.

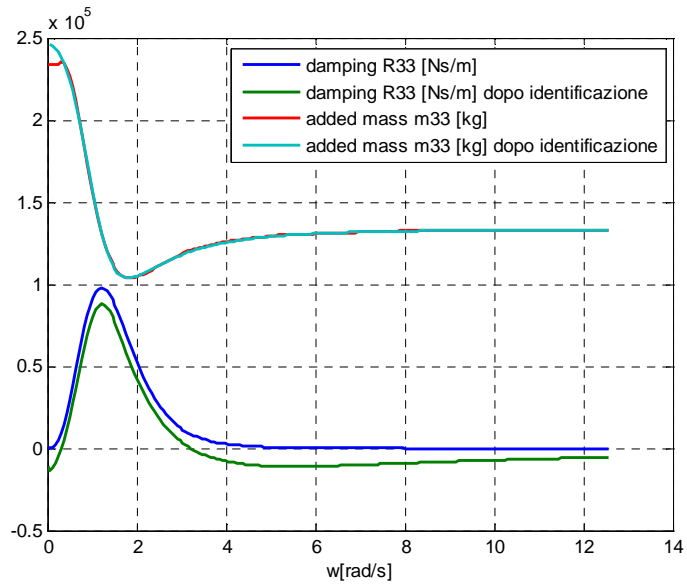


Figura 2.3.2.5 – Risposta in frequenza della forza di radiazione sovrapposta a quella trovata dopo l’identificazione basata sulla risposta impulsiva

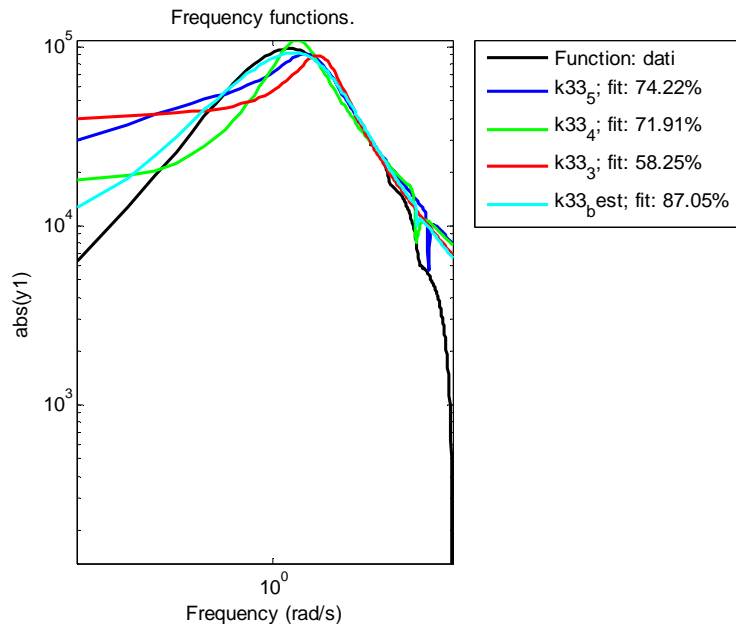


Figura 2.3.2.6 – Risultati dell’identificazione in funzione dell’ordine scelto per il modello

Come nella precedente identificazione, dopo aver scelto l’ordine del modello (5), si è plottata la risposta in frequenza ottenuta con l’identificazione sovrapponendola a

quella di partenza. L'andamento della risposta ottenuta dal modello identificato con n4sid ricalca bene la risposta in frequenza originale, che a differenza del primo tentativo non mostra più forti discrepanze.

Questo modello sarà perciò usato nella successiva implementazione Simulink del WEC, ottenendo un'accuratezza del modello ricavato maggiore. Se si osserva poi la risposta impulsiva ottenuta, si può facilmente notare come questa sia molto simile a quella ricavata usando la relazione 2.3.2.12 da $m_{33}(\omega)$, a sottolineare che evidentemente l'accuratezza maggiore si ha nel parametro idrodinamico $R_{33}(\omega)$.

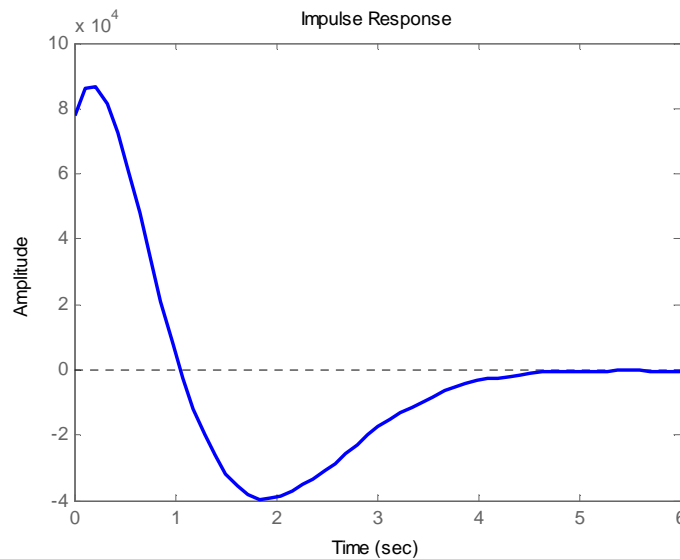


Figura 2.3.2.7 – Risposta impulsiva del modello per la radiazione ridotta trovato con il secondo metodo di identificazione

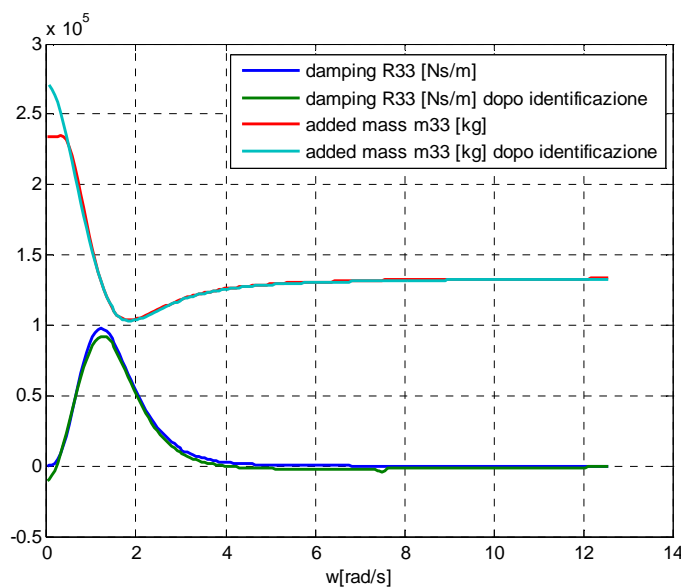


Figura 2.3.2.8 – Risposta in frequenza del modello ricavato con n4sid sovrapposta all'originale

2.3.3 Forza di eccitazione

La forza di eccitazione relativa al solo movimento di alzata della boa F_{X_3} , si ottiene integrando il potenziale di velocità φ_A , secondo la relazione (2.3.7).

$$F_{X_3}(\omega) = -\rho \operatorname{Re} \left[i\omega A e^{i\omega t} \iint_{S_B} n_3 \varphi_A ds \right] \quad (2.3.3.1)$$

φ_A , che origina la forza di eccitazione, è soluzione del problema di diffrazione descritto precedentemente dalle condizioni al contorno. Da tutte le condizioni al contorno, unite all'equazione di Laplace, emerge inoltre la seguente relazione, valida in regime sinusoidale [1]:

$$\widehat{F_{X_3}}(\omega) = X_3(\omega) \operatorname{Re}(A e^{i\omega t}) \quad (2.3.3.2)$$

Dove $X_3(\omega)$ è l'impedenza complessa che indica la forza di eccitazione generata dall'onda incidente sulla carena della boa.

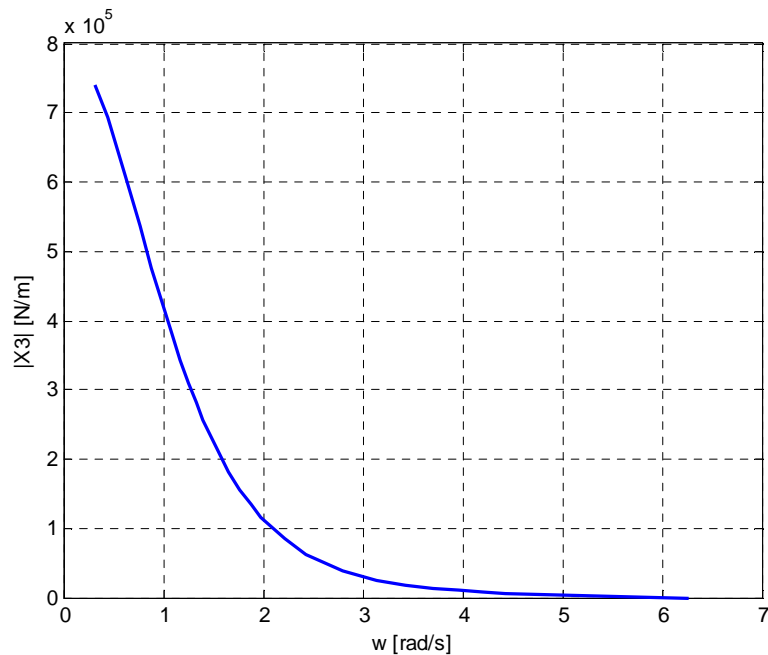


Figura 2.3.3.1 – $|X_3|$ per la boa sferica in esame

Ricordando che il coefficiente di eccitazione $X_3(\omega)$, che lega l'elevazione della superficie ondosa con la forza di eccitazione, è pari a:

$$X_3(\omega) = -\rho \iint_{S_B} (\varphi_7 + \varphi_0) \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} ds \quad (2.3.3.3)$$

E applicando alla precedente relazione appena citata il teorema di Green [1][p.303-304], è possibile esplicitare il termine $X_3(\omega)$ sfruttando il potenziale φ_j anziché il potenziale φ_7 .

$$X_3(\omega) = -\rho \iint_{S_B} \left(\varphi_0 \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} - \varphi_j \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \right) ds \quad (2.3.3.4)$$

E' dunque evidente che l'ampiezza dell'onda emessa dalla boa, e conseguentemente la forza di eccitazione $F_{X_3}(\omega)$ non appare legata al potenziale di diffrazione φ_7 , ed è quindi possibile calcolare la funzione di trasferimento $X_3(\omega)$ sulla base del solo problema di radiazione.

La relazione di Haskind [7], valida nel caso di corpo simmetrico secondo l'asse (come la sfera in esame) noto il termine $R_{33}(\omega)$ restituisce il valore di $X_3(\omega)$. Usando questa relazione per una boa sferica è perciò possibile trovare una formulazione esplicita del termine $X_3(\omega)$ [21].

$$X_3(\omega) = \sqrt{\left(\frac{2\rho g^3}{\omega^3}\right)} R_{33}(\omega) \quad (2.3.3.5)$$

In figura 2.3.3.1 è mostrato l'andamento di $|X_3(\omega)|$ per la boa sopraccitata. Conseguentemente, la forza di eccitazione in regime sinusoidale può essere riscritta come segue:

$$\begin{aligned} F_{X_3}(\omega) &= \widehat{F_{X_3}} \cos \omega t = |\eta(t)| |X_3(\omega)| \cos \omega t \\ &= A \sqrt{\left(\frac{2\rho g^3}{\omega^3}\right)} R_{33}(\omega) \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.3.3.6)$$

Questa rappresentazione della forza di eccitazione è certamente valida in regime sinusoidale, ma quando il profilo d'onda non è sinusoidale, è necessario trovare una rappresentazione differente per la forza di eccitazione, che non sia cioè "frequenza per frequenza".

Ricordando le note presentate nel precedente paragrafo, e ricordando che $X_3(\omega)$ lega la forza di eccitazione all'ampiezza dell'onda, è possibile moltiplicare la generica forma d'onda generata dal profilo di Pierson Moskowitz con $|X_3(\omega)|$ per ottenere la rispettiva forza di eccitazione in regime non sinusoidale.

$$F_{X_3,irr}(t) = \sum_{n=1}^N |X_3(\omega)| \sqrt{2S(\omega_n) d\omega} \sin(\omega_n t - fase) \quad (2.3.3.7)$$

In particolare il termine "fase" definisce, come già precisato in precedenza, un vettore random di frequenze, pari a:

$$fase = 2\pi U[0: frequenza] \quad (2.3.3.8)$$

Dove $U[0: frequenza]$ è la distribuzione uniforme compresa fra 0 e il numero delle frequenze scelte.

2.4 Equazioni dinamiche e modello Simulink

Lo scopo di questo capitolo è esporre le equazioni che governano il WEC presentato nei precedenti capitoli. Le equazioni precedentemente esposte rimangono in buona parte valide anche per altre tipologie di WEC basati sullo stesso principio di funzionamento e i loro valori numerici possono essere adattati e riutilizzati.

Saranno presentati due differenti modelli, il primo con validità generale e il secondo valido solamente nel caso teorico di onde sinusoidali.

Chiaramente questo secondo modello sviluppato nel dominio della frequenza è una particolarizzazione del primo, ma la sua utilità risiede soprattutto nella forte analogia con un oscillatore elettronico/meccanico che è possibile ottenere.

Ricordando che l'unico movimento di interesse (per questa trattazione) è l'oscillazione verticale, l'equazione del moto secondo tale direzione è ottenibile applicando la seconda legge di Newton al corpo immerso. In particolare [3] si può pensare che la dinamica della boa debba sottostare alla seguente equazione differenziale:

$$(m + J)\zeta''(t) + R_f\zeta'(t) + c_{33}\zeta(t) = F_{X3}(t) + F_{r3}(t) + F_{PTO}(t) \quad (2.4.1)$$

Dove m denota la massa della boa, J l'inerzia della macchina elettrica che funge da generatore ed R_f il coefficiente di attrito ipotetico, dovuto agli organi di trasmissione e alle conversioni meccaniche. Questo coefficiente è stato stimato in $R_f = 2500 \left[\frac{Ns}{m} \right]$, partendo dalla semplice constatazione che esso debba coincidere con circa il 1-2% della massima potenza estraibile [3].

$\zeta(t)$ indica la posizione della boa (scostamento verticale) rispetto alla condizione di riferimento ed $F_{PTO}(t)$ la forza del sistema di Power Take Off, ovvero la forza esercitata dal generatore elettrico. Infine $F_{X3}(t)$ e $F_{r3}(t)$ rappresentano la forza di eccitazione e radiazione nel dominio del tempo. Questi ultimi due termini, sono, come visto in precedenza, degli integrali di convoluzione nel tempo, e perciò si deve trovare una formulazione alternativa per poterli implementare in un modello Simulink a tempo continuo.

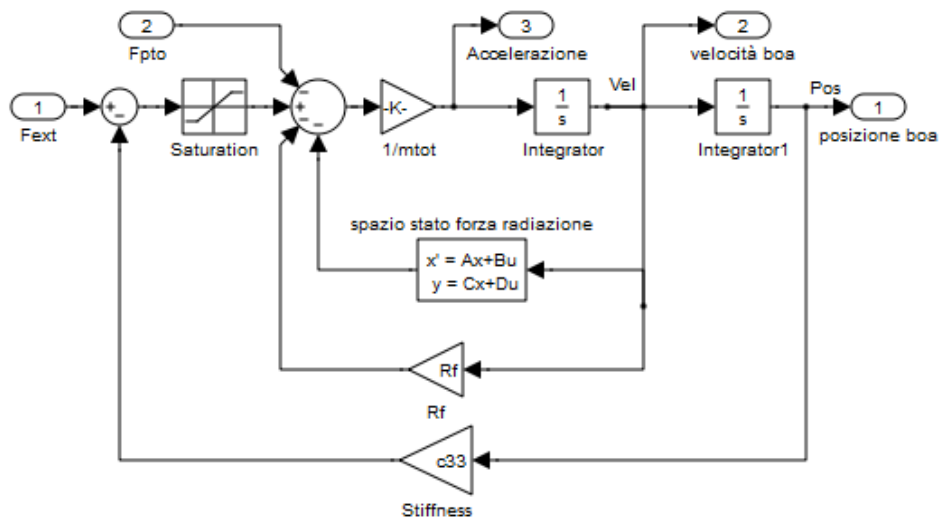


Figura 2.4.1 – modello Simulink della boa con oscillazione verticale

La forza di radiazione, è implementabile usando il modello in spazio di stato ricavato nel precedente capitolo tramite l'identificazione della risposta in frequenza, secondo la relazione (2.3.2.11).

In particolare, il modello in spazio di stato sostituisce il solo termine di convoluzione (risposta impulsiva $k(t)$), a cui si aggiunge il termine $m_{33}(\infty)$, da moltiplicare per l'accelerazione della boa, che andrà perciò a sommarsi al termine $(m + J)$ della formula (2.4.1).

Il secondo integrale di convoluzione, ovvero la forza di eccitazione, sarà usato come ingresso del sistema e il suo calcolo esplicito non è necessario.

La forza di eccitazione è infatti esprimibile noto lo spettro di Pierson Moskowitz, utilizzando la relazione (2.3.3.7) del paragrafo precedente.

Unendo dunque le relazioni appena citate, è possibile riscrivere l'equazione (2.4.1) nella seguente forma [9]:

$$(m + J + m_{33}(\infty))\ddot{\zeta}(t) + R_f\dot{\zeta}(t) + \int_{-\infty}^t k(t - \tau)\dot{\zeta}(\tau)d\tau + c_{33}\zeta(t) - F_{PTO} = F_{X3} \quad (2.4.2)$$

L'equazione così ottenuta rappresenta la dinamica del WEC nel dominio del tempo ed è la rappresentazione più completa che si possa dare al sistema in esame. Va comunque precisato che il termine F_{PTO} avrà una forma che dipende dal tipo di controllo generato (assimilabile ad un disturbo in ingresso), ed è per questa ragione che non viene indicata esplicitamente la dipendenza dalla velocità o dall'accelerazione.

L'implementazione in Simulink del modello è riportata in figura 2.4.1. Nello schema la forza di radiazione è il modello in spazio di stato ordine 5 trovato nel capitolo precedente, il termine F_{X3} proviene da una routine Matlab che genera lo spettro di Pierson-Moskowitz e la forza di eccitazione ad esso associata oppure, nel caso si voglia eccitare il sistema con una semplice senoide, implementa la relazione (2.3.3.6) [3].

Nel modello Simulink di figura 2.4.1 compare inoltre un blocco saturatore. La saturazione previene che il baricentro della boa abbia uno scostamento maggiore di 2 [m] rispetto al baricentro della boa.

Ciò consente di rendere valida l'ipotesi che le oscillazioni della boa siano di piccola entità, raffrontate con l'ampiezza d'onda. Se venisse a mancare tale ipotesi, la determinazione del coefficiente idrostatico fatta non sarebbe più corretta.

2.4.1 Modellizzazione ed analisi in frequenza

Nell'ipotesi che il profilo ondoso sia una senoide di ampiezza A e frequenza angolare ω , cioè:

$$\eta(t) = A\cos(\omega t + \phi) \quad (2.4.1.1)$$

È possibile semplificare l'espressione 2.4.4 (intrinsecamente non lineare) è linearizzarla riscrivendo tutte le forze come funzione lineare della risposta. Ciò consente di compiere un'analisi dettagliata del comportamento del sistema, sfruttando molte delle conoscenze derivanti dalla teoria dei controlli. Applicando quanto appena detto, e ricordando che la forza di radiazione nel dominio della frequenza è pari a:

$$F_{r3} = -(R_{33}(\omega) + i\omega m_{33}(\omega))\dot{\zeta} \quad (2.4.1.2)$$

con $R_{33}(\omega)$ e $m_{33}(\omega)$ i due parametri caratterizzanti l'impedenza di radiazione, funzione della frequenza scelta per la sinusoide. Anche la forza di eccitazione F_{X3} nel dominio della frequenza è funzione di $X_3(\omega)$, che come le precedenti due funzioni dipende dalla geometria della boa e dal valore di ω .

Per linearizzare il sistema è sufficiente considerare i termini $R_{33}(\omega)$, $m_{33}(\omega)$, $X_3(\omega)$ come dei parametri costanti, calcolati alla frequenza d'interesse (ω^* frequenza dell'onda di eccitazione). Ponendo cioè:

$$\begin{aligned} R_{33} &= R_{33}(\omega^*) \left[\frac{Ns}{m} \right] \\ m_{33} &= m_{33}(\omega^*) [kg] \\ X_3(\omega^*) &= X_3 \end{aligned} \quad (2.4.1.3)$$

Per quanto riguarda la forza di eccitazione, ricordando che quest'ultima è legata alla trasformata all'elevazione dell'onda $H(\omega)$ per mezzo del coefficiente $X_3(\omega)$ (nell'assunzione che l'elevazione sia sinusoidale), l'ingresso del sistema può essere riscritto come:

$$F_{X3}(\omega) = X_3(\omega)H(\omega) \quad (2.4.1.4)$$

La (2.4.1), opportunamente riorganizzata (tralasciando per il momento la componente F_{PTO}), diviene perciò un'equazione del 2° ordine lineare [9], in cui la forza di eccitazione rimane l'ingresso del sistema:

$$(m + m_{33} + J)\ddot{\zeta}(t) + (R_f + R_{33})\dot{\zeta}(t) + c_{33}\zeta(t) = F_{X3}(t) \quad (2.4.1.5)$$

Al modello lineare ottenuto è perciò possibile applicare la trasformata di Laplace per ottenere la funzione di trasferimento tra forza di eccitazione e posizione della boa.

$$G(s) = \frac{\zeta(s)}{F_{X3}(s)} = \frac{1}{(m+m_r+J)s^2 + (R_f + R_{33})s + c_{33}} = \frac{1}{c_{33}} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.4.1.6)$$

Questa f.d.t. del secondo ordine rappresenta quella di un modello massa-molla-smorzatore (o circuito oscillante RLC serie), ed ha perciò senso esplicitare due grandezze tipiche di questo sistema: la pulsazione di risonanza ω_n e il fattore di smorzamento ξ .

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c_{33}}{(m+m_{33}+J)}} \quad (2.4.1.7)$$

$$\xi = \frac{(R_f + R_{33})}{2} \sqrt{\frac{1}{(m+m_{33}+J)c_{33}}} \quad (2.4.1.8)$$

Nota la funzione di trasferimento tra forza in ingresso e posizione della boa in uscita, la frequenza di risonanza e lo smorzamento della (2.4.1.5) è utile plottare anche il diagramma di Bode (figura 2.4.1.1), in cui è evidente il picco di risonanza alla frequenza angolare ω_n , com'è logico attendersi da un modello del secondo ordine risonante.

Tra le molte rappresentazioni che può avere questo modello fisico, oltre a quella appena ricavata, è forse utile ricavare una formulazione dello stesso in spazio di stato [9]. In particolare, a seguito di semplici calcoli si ottiene il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \dot{q}(t) = A \begin{bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} + BF(t) \\ q(t) = C \begin{bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} + DF(t) \end{cases} \quad (2.4.1.9)$$

Dove lo stato $q(t)$ è un vettore colonna bidimensionale di componenti:

$$q(t) = \begin{bmatrix} \zeta \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} \quad (2.4.1.10)$$

e le matrici A, B, C, D sono invece:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c_{33}}{(m + m_{33} + J)} & -\frac{(R_f + R_{33})}{(m + m_{33} + J)} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ (m + m_{33} + J) \end{bmatrix}; \quad C = I_{2 \times 2}; \quad D = [0] \quad (2.4.1.11)$$

Ricavate le tre principali rappresentazioni del modello in esame, lo schema Simulink usato per una prima simulazione del WEC, secondo le considerazioni fatte finora, è mostrato in figura 2.4.1.3.

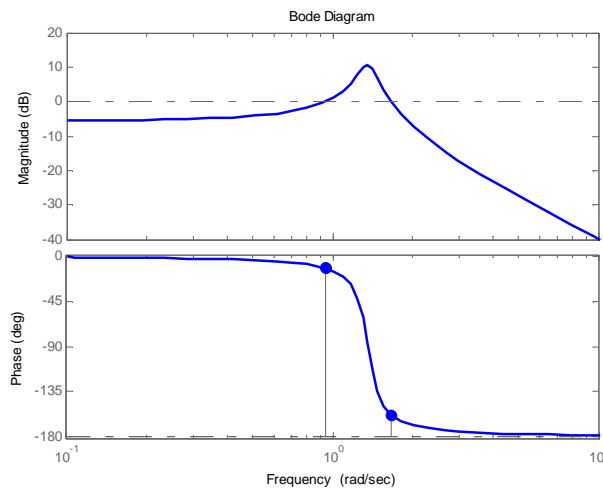


figura 2.4.1.1 – diagramma di Bode della (2.4.1.6)

Il modello ottenuto però non tiene in alcun modo in considerazione fenomeni non lineari che inevitabilmente si verificano nella realtà. In particolare, oltre all'ondeggiamento verticale, la boa oscillerà pure secondo l'asse y (beccheggio), e questo potrebbe invalidare la scelta del coefficiente di eccitazione X_3 , ottenuto pensando che la superficie su cui sbatte l'onda sia ortogonale ad essa.

Infatti se il corpo si inclinasse notevolmente, l'onda si frangerebbe su un profilo differente da quello teoricamente ammesso, invalidando così la scelta di X_3 e i risultati della simulazione.

La scelta di una boa sferica limita in parte questo fenomeno, che però andrebbe tenuto in considerazione nel caso in cui il profilo della boa oscillante non fosse simmetrico.

2.4.2 Limiti del modello

La modellizzazione della boa ottenuta, sia essa nel dominio del tempo che nel dominio della frequenza, è da considerarsi un modello afflitto da approssimazioni che, in certe situazioni non potrebbero essere trascurate

La seguente breve lista riporta in modo minimale alcune assunzioni fatte fino a questo punto.

1. Il modello discusso è interamente derivato da un modello linearizzato del moto ondoso (Teoria di Airy), mentre il reale modello è interamente costituito da forze idrodinamiche non lineari.
2. I parametri caratterizzanti l'impedenza di radiazione sono calcolati (tabellati) per particolari geometrie (come la sfera), ma in cui si considera sempre il corpo con parte sommersa di una quantità costante, ipotesi certamente non vera nel caso di un corpo in galleggiamento soggetto a moto ondoso variabile nel tempo. Nel particolare caso in cui il movimento relativo tra il baricentro del corpo e il pelo dell'acqua sia piccolo, questa approssimazione è comunque accettabile [3].
Il fatto che il parametro $R_{33}(\omega)$ sia largamente usato per dedurre sia la forza di radiazione che quella di eccitazione (relazione di Haskind), mostra come una deduzione sbagliata di quest'ultimo possa essere causa di grandi errori.
3. La geometria reale della boa non potrà mai essere, per ovvie ragioni, una sfera perfetta e conseguentemente esisterà un ulteriore discrepanza tra i parametri di radiazione reali e calcolati.
4. Non è stato in alcun modo considerato l'effetto dello sbattimento che può avere la boa con le onde nel caso in cui essa entri con forza nell'acqua a seguito di ampie oscillazioni.
5. Non è stato considerato in alcun modo tutto l'apparato che sostiene la boa durante il movimento oscillatorio. Anche se rigido, questo sistema potrebbe invalidare alcune parti del modello non essendo stato dettagliatamente considerato il contributo che esso ha nella modellizzazione.

3. Controllo del WEC

Come emerso nei precedenti paragrafi, la boa galleggiante che compone il WEC seguendo il profilo ondoso mette in movimento un sistema elettromeccanico per la conversione del moto in energia elettrica. Più che in altre tipologie di WEC, questa soluzione richiede quindi che l'oscillazione sia controllata. In altre parole è necessario applicare una forza al sistema perché possa esserci trasferimento di potenza.

Con il termine "controllo" s'intende proprio la determinazione di questa forza che, come si vedrà, differenzia un tipo di controllo dall'altro.

Scopo di questo capitolo è proprio quello di analizzare le differenti tecniche di controllo necessarie per massimizzare l'estrazione di potenza dal WEC.

Utilizzando il modello in frequenza ricavato nel capitolo precedente, sarà proposta un'analogia con il mondo elettrico per descrivere la dinamica del sistema in regime sinusoidale.

Basandosi su questa rappresentazione, saranno poi presentate tre diverse tecniche di controllo. All'analisi in regime sinusoidale seguirà poi un'analisi del comportamento del sistema usando anziché un profilo d'onda regolare (sinusoidale a frequenza determinata), un'elevazione d'onda irregolare, che riproduce le reali condizioni marine.

Come per tutti i sistemi meccanici, la potenza è data dal prodotto della forza per la velocità. Nel sistema di conversione di energia dal moto ondoso perciò è possibile definire la potenza istantanea $P_d(t)$ come prodotto della velocità per la forza esercitata dal generatore, ovvero:

$$P_d(t) = F_{PTO}(t)\zeta(t) [W] \quad (3.1)$$

Oltre alla potenza istantanea, è chiaramente possibile definire anche la potenza media su un periodo, pari a :

$$\overline{P(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T P_d dt = \frac{1}{T} \int_0^T F_{PTO}(t)\zeta(t) dt [W] \quad (3.2)$$

la potenza massima $P_{max} = \max\{P_d(t)\}$ è semplicemente il massimo della potenza istantanea $P_d(t)$, ed infine il rapporto fra potenza massima e media, ovvero

$$P_{ratio} = \frac{P_{max}}{\overline{P(t)}} \quad (3.3)$$

Il rapporto P_{ratio} è importante perché consente di capire come istantaneamente la potenza oscilla attorno al valore medio. Tanto maggiore è questo indice, tanto maggiore sarà la fluttuazione istantanea di potenza.

Parallelamente alla definizione di potenza, è possibile definire l'energia teoricamente estraibile da un periodo d'onda come l'integrale della potenza istantanea su tale periodo [9].

$$E_d(T) = \int_0^T P_d dt [J] \quad (3.4)$$

Il massimo trasferimento di energia in un periodo d'onda perciò, si ottiene quando è massimizzata la (3.4). Ciò avviene solamente quando la frequenza naturale del

sistema combacia con la frequenza dell'onda incidente. Dalla definizione di energia è inoltre possibile desumere, nota l'ampiezza del profilo ondoso $\eta(t)$, l'energia disponibile per metro di fronte d'onda (2.2.2.18), ovvero:

$$E = \rho g \frac{1}{T} \int_0^T \eta^2 dt = \frac{1}{2} \rho g |\eta|_{max}^2 = \frac{1}{2} \rho g \frac{H^2}{4} \left[\frac{J}{mt^2} \right] \quad (3.5)$$

Ricordando inoltre che la velocità di propagazione del fronte d'onda si definisce con V_p , prodotto moltiplicando E per $\frac{V_p}{2}$ si ottiene la potenza per metro di fronte ondoso J [7].

$$J = \frac{EV_p}{2} = \left(\frac{1}{2} \rho g |\eta|_{max}^2 \right) \frac{g}{2\omega} = \left(\frac{1}{2} \rho g |\eta|_{max}^2 \right) \frac{gT}{4\pi} \\ = \frac{\rho g^2 H^2 T}{32\pi} \left[\frac{J}{mt^2} \frac{mt}{s} = \frac{W}{mt} \right] \quad (3.6)$$

Dove $A = \frac{H}{2}$ e T definisce il periodo dell'onda. Chiaramente, non è pensabile che le onde che si frangono sulla boa abbiano frequenza pari a quella risonante, ed è per questa ragione che si studiano dei sistemi che inducano il WEC ad amplificare le proprie oscillazioni.

Le brevi considerazioni appena esposte fanno riferimento al sistema meccanico presentato nel precedente paragrafo.

Le equazioni che descrivono la dinamica di un circuito R-L-C sono equivalenti a quelle dell'oscillatore meccanico, a meno di definire le equivalenze meccanico/elettriche [7].

In particolare, con riferimento allo schema di figura 3.1, è possibile scrivere le equazioni che caratterizzano la dinamica del sistema (lineare) elettrico.

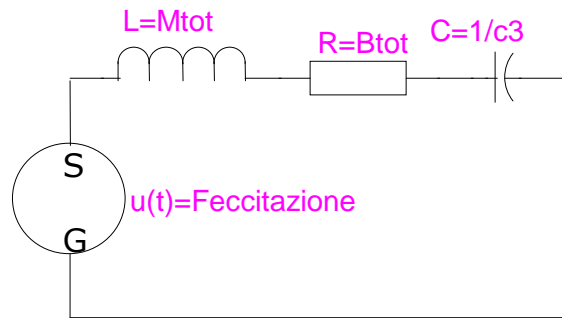


Figura 3.1 – Circuito RLC equivalente

Dal bilancio delle tensioni:

$$u(t) = Ri(t) + \frac{Ldi}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad (3.7)$$

Ponendo l'analogia tra corrente e velocità della boa, cioè $i(t) = \dot{\zeta}(t)$, e ponendo $u(t) = F_{x3}(t)$, l'analogia tra l'equazione (2.4.6) e la (3.7) è chiara, a meno della definizione delle seguenti relazioni:

$$L = M_{tot} ; R = B_{tot} ; C = \frac{1}{c_{33}} \quad (3.9)$$

In regime sinusoidale, come noto, è possibile definire l'impedenza del circuito usando i fasori, ponendo cioè le grandezze in funzione della frequenza. L'impedenza del circuito è dunque:

$$Z_{wec}(j\omega) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = B_{tot} + j\left(\omega M_{tot} - \frac{c_{33}}{\omega}\right) = B_{tot} + jX \quad (3.10)$$

Dove ω è la frequenza dell'onda incidente. La potenza media è perciò esprimibile come [7]:

$$\begin{aligned} \overline{P(t)} &= \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \widehat{F}_{tot} \widehat{\zeta}(t)^* \right\} = \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \widehat{F}_{X_3} \widehat{\zeta}(t)^* \right\} + \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \widehat{F}_{r_3} \widehat{\zeta}(t)^* \right\} \\ &= \overline{P_{X_3}(t)} + \overline{P_{r_3}(t)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

F_{tot} indica la forza totale dell'onda che si scaglia contro la boa, mentre F_{r_3} e F_{X_3} sono le componenti di radiazione (che la boa manifesta oscillando) e la forza prodotta dall'onda incidente.

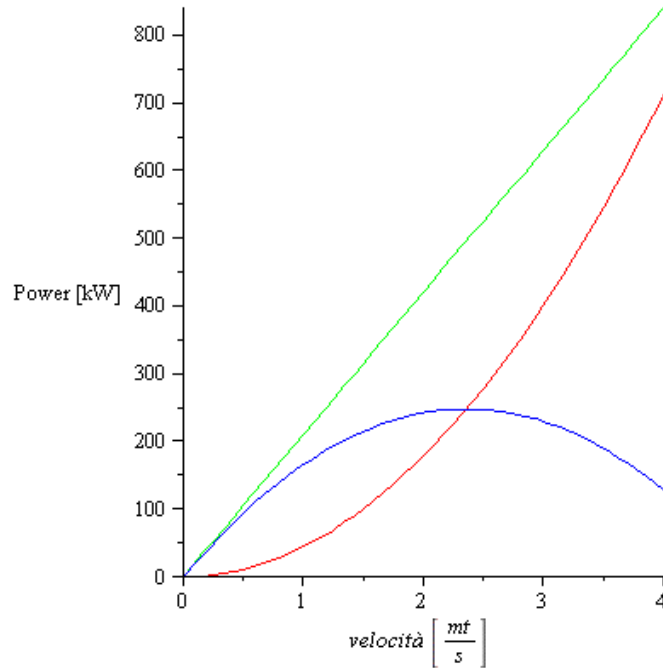


Figura 3.2 – Potenza teorica ottenibile con la boa sferica in esame eccitata con un'onda sinusoidale di periodo $T = 6.25$ [s] e $A = 1$ [m]. La linea blu rappresenta $\overline{P(t)} = \overline{P_{X_3}(t)} + \overline{P_{r_3}(t)}$ nel caso $\varphi_{X_3} - \varphi_{\widehat{\zeta}(t)} = 0$, ed il suo massimo è in

$$\text{corrispondenza di } \left| \widehat{\zeta}(t) \right|_{opt} = \frac{1}{2} \frac{|F_{X_3}|}{R_{33}}$$

In particolare, è possibile definire la forza di radiazione come il prodotto dell'impedenza di radiazione per la velocità della boa, e dunque la $\overline{P_{r_3}(t)}$ risulta [7]:

$$\begin{aligned}
\overline{P_{r_3}(t)} &= \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \widehat{F}_{r_3} \widehat{\zeta}(t)^* \right\} = \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ - \left(Z_{33} \widehat{\zeta}(t) \right) \widehat{\zeta}(t)^* \right\} = \\
&= \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ - \left(R_{33} + j\omega m_{33} \right) \widehat{\zeta}(t) \widehat{\zeta}(t)^* \right\} = \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ - \left(R_{33} + j\omega m_{33} \right) \left| \widehat{\zeta}(t) \right|^2 \right\} = \\
&= -\frac{1}{2} R_{33} \left| \widehat{\zeta}(t) \right|^2
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Mentre la potenza dell'onda di eccitazione è riscrivibile come:

$$\begin{aligned}
\overline{P_{X_3}(t)} &= \frac{1}{2} \mathcal{R}_e \left\{ \widehat{F}_{X_3} \left| e^{i\varphi_{X_3}} \right| \left| \widehat{\zeta}(t) \right| e^{-i\varphi_{\widehat{\zeta}(t)}} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \left| \widehat{F}_{X_3} \right| \left| \widehat{\zeta}(t) \right| \cos \left(\varphi_{X_3} - \varphi_{\widehat{\zeta}(t)} \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

La potenza (utile) complessiva quindi risulta:

$$\overline{P(t)} = \overline{P_{X_3}(t)} + \overline{P_{r_3}(t)} = \frac{1}{2} \left| \widehat{F}_{X_3} \right| \left| \widehat{\zeta}(t) \right| \cos \left(\varphi_{X_3} - \varphi_{\widehat{\zeta}(t)} \right) - \frac{1}{2} R_{33} \left| \widehat{\zeta}(t) \right|^2 \tag{3.14}$$

Che rappresenta una parabola nel piano. Il valore di massima potenza media si trova determinando il massimo di $\overline{P(t)}$ in funzione di $\left| \widehat{\zeta}(t) \right|$. Risolvendo:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overline{P(t)}}{\partial \left| \widehat{\zeta}(t) \right|} &= \frac{1}{2} \left| \widehat{F}_{X_3} \right| \cos \left(\varphi_{X_3} - \varphi_{\widehat{\zeta}(t)} \right) - R_{33} \left| \widehat{\zeta}(t) \right| = 0 \\
\Rightarrow \left| \widehat{\zeta}(t) \right|_{opt} &= \frac{\frac{1}{2} \left| \widehat{F}_{X_3} \right| \cos \left(\varphi_{X_3} - \varphi_{\widehat{\zeta}(t)} \right)}{R_{33}}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Da cui si vede che se $\varphi_{X_3} - \varphi_{\widehat{\zeta}(t)} = 0 + k\pi$ si ha il massimo trasferimento di potenza utile ([5],[8]). In tal caso la potenza media massima che ne deriva risulta:

$$\overline{P(t)} \Big|_{\left| \widehat{\zeta}(t) \right|_{opt}} = \frac{1}{2} \frac{\left| \widehat{F}_{X_3} \right|^2}{2R_{33}} - \frac{\left| \widehat{F}_{X_3} \right|^2}{8R_{33}} = \frac{\left| \widehat{F}_{X_3} \right|^2}{8R_{33}} \tag{3.16}$$

Ottenere lo sfasamento nullo fra il profilo dell'onda di eccitazione e la velocità verticale della boa è perciò l'obiettivo per massimizzare la potenza media.

Questa situazione è ottenibile in diversi modi, dato che si sta analizzando il caso di onde regolari di cui si conoscono con precisione ampiezza e fase, è possibile distinguere tre metodologie di controllo:

1. **Passive Loading:** in questa prima tipologia di controllo, la forza applicata dal generatore è semplicemente proporzionale alla velocità della boa, e non è possibile ottenere sfasamento nullo tra forza di eccitazione e velocità della boa. Delle tre soluzioni che saranno presentate è la più semplice dal punto di vista implementativo ma anche quella teoricamente meno efficiente.
2. **Sub Optimal Latching:** questa seconda tecnica di controllo a differenza della prima è non lineare, è stata studiata per ottenere proprio lo sfasamento nullo

tra profilo e velocità. La particolarità di questa tecnica risiede nella possibilità di estrarre una potenza che mediamente si avvicina a quella del terzo tipo di controllo, ma con il vantaggio di avere una potenza istantanea sempre positiva.

3. Reactive control: l'ultima delle tre tecniche di controllo, consente di annullare lo sfasamento e di ottenere il miglior trasferimento di potenza tra sorgente e carico, ma presenta una notevole fluttuazione di potenza istantanea attorno al valore medio, ed è uno dei maggiori inconvenienti di questa tecnica.

In particolare, soprattutto nella parte conclusiva di questo capitolo, saranno maggiormente considerate la prima e la terza tecnica di controllo, dato che complessivamente le analisi condotte sono state fatte proprio raffrontando queste due soluzioni.

3.1 Passive Loading

Il “Passive Loading” è la più semplice azione di controllo implementabile sul WEC per la conversione del moto oscillatorio in energia elettrica, nella quale il carico passivo è una forza proporzionale alla velocità.

Questo tipo di controllo, delle tre soluzioni che saranno presentate, è l’unico in cui non sarà mai considerata la frequenza di risonanza ω_n . Come per le due successive tipologie di controllo sarà prima studiata l’analogia in regime sinusoidale per poi proseguire con l’analisi in regime irregolare.

3.1.1 Eccitazione sinusoidale

Supponendo dunque che il generatore sia in grado di produrre una forza proporzionale alla velocità, cioè [7]:

$$F_{PTO} = B_{pto}\dot{\zeta}(t) \quad (3.1.1.1)$$

affinché vi sia il massimo (relativo) trasferimento di potenza tra carico (Forza esercitata dal power take off) e generatore (onda incidente), è necessario scegliere il coefficiente B_{pto} in modo ottimale.

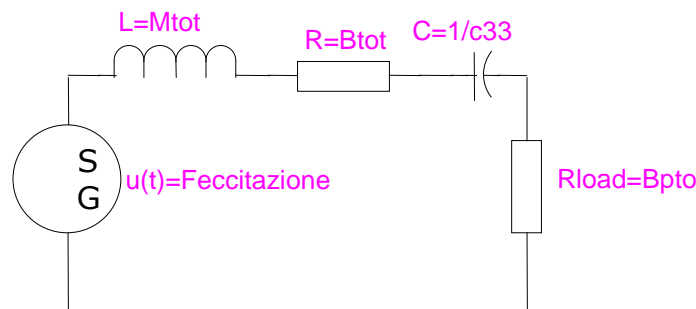


Figura 3.1.1.1 – Circuito equivalente per il WEC con forza proporzionale alla velocità

L’analogia con il mondo elettrico è molto utile, poiché avere una forza proporzionale alla velocità è equivalente ad avere un carico puramente resistivo nel circuito RLC descritto in precedenza (figura 3.1.1.1). L’impedenza di carico perciò, in regime sinusoidale, è descrivibile come:

$$Z_{pto}(i\omega) = B_{pto} \quad (3.1.1.2)$$

E conseguentemente, la potenza su di essa sarà pari a:

$$P_{carico} = B_{pto}|i|^2 \quad (3.1.1.3)$$

e la corrente sul circuito pari a:

$$i(t) = \frac{u(t)}{B_{pto} + B_{tot} + jX} \Rightarrow |i(t)| = \frac{|u(t)|}{\sqrt{(B_{pto} + B_{tot})^2 + X^2}} \quad (3.1.1.4)$$

Chiaramente la potenza sul carico P_{carico} sarà pari a:

$$P_{carico} = B_{pto} |i(t)|^2 = \frac{B_{pto} |u(t)|^2}{(B_{pto} + B_{tot})^2 + X^2} \quad (3.1.1.5)$$

Conseguentemente il massimo trasferimento di potenza tra sorgente e carico si trova calcolando il massimo di P_{carico} in funzione di B_{pto} . Si determina così il valore di B_{pto} tale che:

$$\frac{\partial P_{carico}}{\partial B_{pto}} = \frac{\partial}{\partial B_{pto}} \left(\frac{B_{pto} |u(t)|^2}{(B_{pto} + B_{tot})^2 + X^2} \right) = 0 \quad (3.1.1.6)$$

e dopo alcuni passaggi di derivazione è possibile concludere che $B_{pto,opt}$ è pari a:

$$B_{pto,opt} = \sqrt{B_{tot}^2 + X^2} = |Z(j\omega)| \quad (3.1.1.7)$$

Risultati della simulazione

Usando una sinusoide di ampiezza $A = 1 [m]$ e $T = 6.25 [s]$, è stato fatto il primo test del Passive Loading in regime sinusoidale.

In particolare per il modello in esame il coefficiente $B_{pto,opt} = 367080 \left[\frac{Ns}{m} \right]$ e il modello Simulink adottato per questo primo controllo è riportato in figura 3.1.1.2..

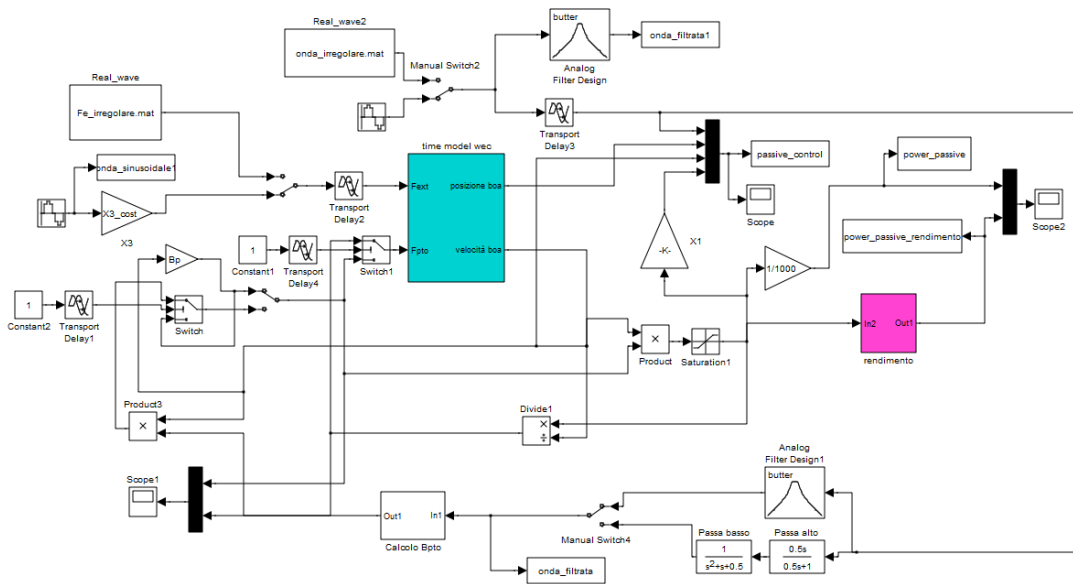


Figura 3.1.1.2 – Modello Simulink adottato per il controllo “Passive Loading”

Si rende necessaria una breve spiegazione dei blocchi presenti nello schema. Il blocco denominato “Time Model WEC” è un sub system in cui è implementato il modello idrodinamico della boa di figura 2.4.1, e la forza F_{PTO} è calcolata moltiplicando la velocità istantanea per il $B_{pto,opt}$.

Gli altri blocchi visibili nello schema assumeranno significato nel seguito della trattazione, poiché lo schema usato per tutte le simulazioni è il medesimo da cui, secondo il caso in esame, si estraggono i dati d’interesse.

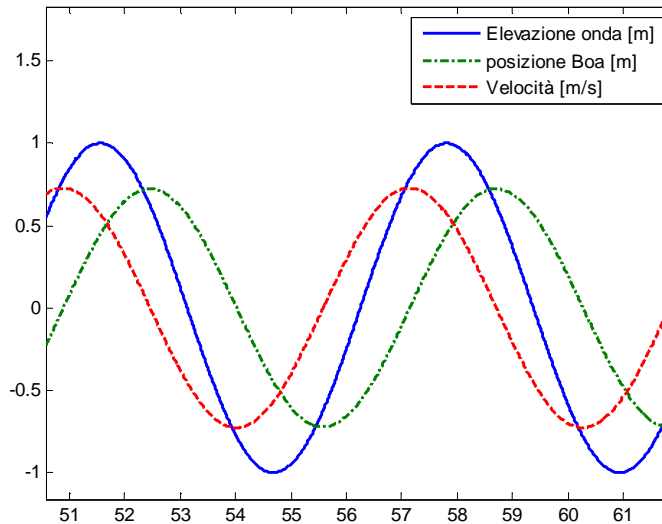


Figura 3.1.1.3 – Posizione e velocità della boa nel caso di controllo “Passive Control”

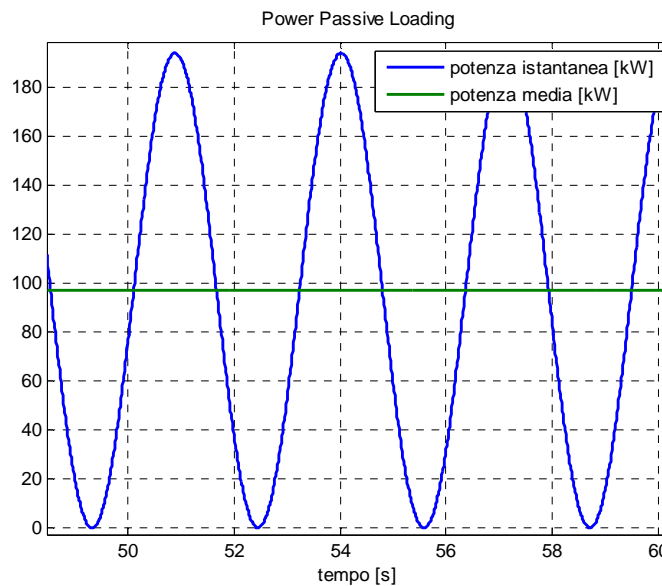


Figura 3.1.1.4 – Potenza media e istantanea estraibili usando il controllo “Passive Loading” usando $B_{pto,opt} = 367080 \frac{Ns}{m}$. $\bar{P} = 97 [kW]$ e $P_{ratio} = 2$

Per quanto riguarda la simulazione in regime sinusoidale (condotta usando $H = 2A = 2 [m]$, $T = 6.25 [s]$ e $B_{pto} = B_{pto_opt}$), essa ha evidenziato l'assenza di aumento nelle oscillazioni della boa, che segue il profilo d'onda in modo regolare. La potenza media che si riesce a estrarre in regime sinusoidale, escludendo il transitorio iniziale dal calcolo ed eseguendo la media su di un numero multiplo di periodi d'onda, è pari a $\bar{P} = 97 [kW]$, con un rapporto $P_{ratio} = 2$, come la teoria prevede per questo caso.

Il passive control, come evidenziato dalla figura 3.1.1.8, non garantisce sfasamento nullo tra velocità e forza di eccitazione, condizione necessaria per massimizzare la potenza estratta.

Da ciò si conclude che il "Passive Loading", analogamente a quanto accade nel mondo elettrico, non massimizza il trasferimento di potenza fra carico e alimentazione e di conseguenza la potenza sarà molto inferiore a quella che si potrebbe teoricamente estrarre, essendo $\cos(\varphi_{x_3} - \varphi_{\zeta(t)}) \neq 1$, e perciò $\zeta(t) \neq \zeta_{topt}$.

Le prossime due tecniche di controllo, hanno invece come obiettivo primario l'annullamento dello sfasamento tra carico e alimentazione, e per questa ragione la potenza mediamente estratta supera ampiamente quella del caso appena esaminato, almeno in regime sinusoidale.

Analisi della stabilità

Interpretando la figura 3.1.1.1 come schema a blocchi e imponendo che il Power Take Off induca un ritardo nel perpetrare la propria azione di controllo, è possibile rappresentare il sistema con uno schema a blocchi.

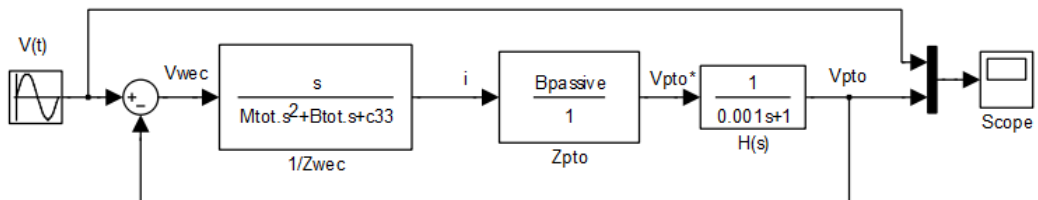


Figura 3.1.1.5 – Schema equivalente per il controllo della boa

In particolare, la figura 3.1.1.5 ne mostra una possibile interpretazione, da cui si può ricavare la funzione di anello del sistema e la funzione di trasferimento in catena chiusa. In particolare, la funzione di anello risulta:

$$\begin{aligned}
 G(s)F(s) &= \frac{V_{pto}}{V_{wec}} = \frac{Z_{pto}}{Z_{wec}} F(s) = \frac{Z_{pto}}{Z_{wec}} \frac{1}{1 + s\tau} \\
 &= B_{pto} \frac{1}{(m+m_{33}+J)s^2 + (R_f + R_{33})s + c_{33}} \frac{1}{1 + s\tau}
 \end{aligned} \tag{3.1.1.8}$$

Dove la funzione $F(s) = \frac{1}{1 + s\tau}$ indica il ritardo indotto dal controllore/motore ($\tau = 0.001 [s]$) per applicare la coppia equivalente per applicare la forza di controllo $F_{PTO}(t)$ prescritta.

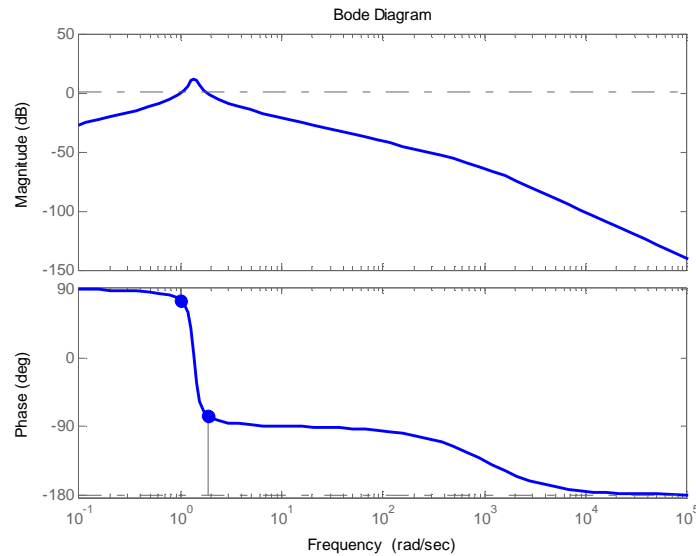


Figura 3.1.1.6 – Diagramma di Bode per la (3.1.1.10)

Il diagramma di Bode della funzione di anello (figura 3.1.1.5), mostra un margine di fase molto alto (94.5°), perciò sufficiente ad assicurare la stabilità del sistema in catena chiusa. Coerentemente con il diagramma, i poli in catena chiusa del sistema retro azionato di figura 3.1.4 si trovano calcolando il denominatore della (3.1.1.8) e ponendolo a zero.

$$\frac{GF}{1+GF} = \frac{V_{pto}}{V} \quad (3.1.1.9)$$

e questi, in accordo con i risultati ottenuti risultano complessi coniugati e con parte reale nel semipiano sinistro.

3.1.2 Regime irregolare

Il profilo ondoso reale, tutt'altro che sinusoidale, è formato da una serie infinita di onde a diverse frequenze e provenienti da tutte le direzioni.

Nel cap. 2 è stata descritta una possibile rappresentazione del mare (monodirezionale), utile per generare una condizione ondosa irregolare, che, creata a partire dallo spettro di PM (figura 2.2.3.1), verrà ora usata per testare il modello del WEC comprensivo di controllo passivo.

Il profilo d'onda, anche se fortemente variabile, è generato da uno spettro centrato nel periodo $T = 6.25$ s.

Nelle simulazioni si è scelto di utilizzare il B_{pto} che ottimizza il sistema eccitato con una sinusoide di periodo $T = 6.25$, ovvero il B_{pto} trovato nel precedente paragrafo.

La scelta di mantenere B_{pto} ad un valore costante è risultata la miglior scelta possibile per massimizzare l'estrazione media di potenza in regime irregolare.

Chiaramente questa scelta non consente di utilizzare un B_{pto} ottimizzato per il singolo profilo, ma è interessante perché, oltre ad essere la più semplice da

implementare, garantisce anche i migliori risultati nei test.

In un primo momento si era, infatti, tentato di adattare il valore del coefficiente B_{pto} al periodo d'onda istantaneo, implementando un modello che ricalcolasse il B_{pto} ad ogni passaggio positivo del profilo per lo 0.

La misurazione del periodo d'onda era stata fatta in anticipo sul frame di dati in ingresso, così che il B_{pto} fosse l'ottimo per il profilo in arrivo e non per quello appena trascorso.

Va precisato che per evitare un'errata misurazione del periodo istantaneo, l'onda irregolare era stata filtrata usando un filtro passa banda, in modo tale che le frequenze maggiori di 3 volte la frequenza media fossero eliminate, così come le frequenze inferiori di 2 volte.

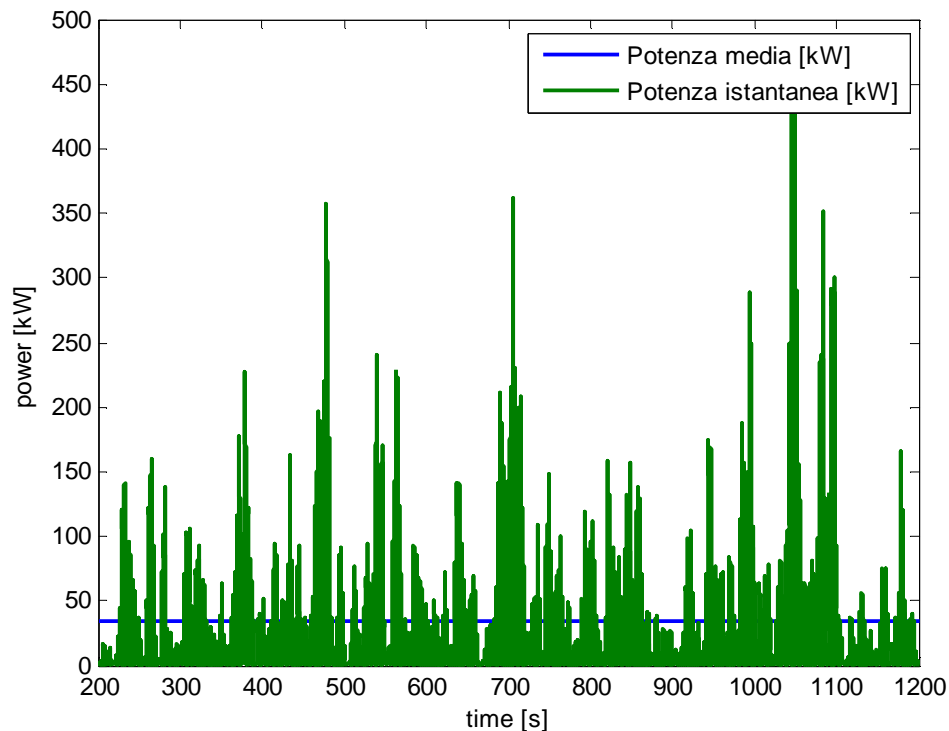


Figura 3.1.2.1 – Potenza istantanea e media ottenuta applicando il “Passive control” con $B_{pto} = |Z(j\omega)| = 367010 \left[\frac{Ns}{m} \right]$. $\bar{P} = 34.5 [kW]$

Nonostante questa soluzione fosse apparsa in un primo momento come ottimale, si è verificato che questo non ha contribuito in alcun modo ad aumentare l'estrazione di potenza rispetto al caso in cui B_{pto} sia mantenuto costante al suo valore “ottimo”.

Nel modello Simulink di figura 3.1.1.2 il blocco denominato “calcolo Bpto” esegue le operazioni appena descritte e lo switch posto dopo di esso consente di bypassare questa soluzione a favore di quella effettivamente utilizzata.

Si è dunque provveduto (sia per il Passive Loading che per gli altri due tipi di controllo), ad eccitare il modello con un profilo di durata 1000 [s].

Anche se è possibile ottenere differenti forme d'onda usando $T_{DFT} = 1000$ s, la loro componente spettrale in ampiezza rimane la stessa, e dunque la potenza che mediamente si estrae da due differenti profili generati in questo modo è la medesima.

Questa considerazione è stata verificata; infatti in un primo momento si è testato il modello usando trenta profili della durata di mille secondi creati a partire dallo stesso spettro; da questo è emerso che la potenza media rimane invariata mentre i picchi di potenza massima (o in modo equivalente il rapporto $P_{ratio} = \frac{P_{max}}{\bar{P}}$) variano da profilo a profilo.

Ciò ha consentito, ai fini della valutazione delle grandezze medie, di proseguire l'analisi in regime irregolare utilizzando un singolo profilo di 1000 [s] periodicamente ripetuto (lo stesso cui si farà riferimento per tutti i controlli) di cui non si consideri il transitorio iniziale nel calcolo delle potenze, essendo quest'ultimo variabile da profilo a profilo.

Va precisato che il periodo considerato per la determinazione della potenza media \bar{P} non è quello che va da 0 a 1000 [s], bensì quello da 200 a 1200 [s], in modo che il transitorio iniziale si possa ritenere esaurito. In figura 3.1.2.1 è riportato l'andamento della potenza istantanea e la relativa potenza media.

Effetti della saturazione sulla potenza massima

Osservando la figura 3.1.2.1 e il valore del $P_{ratio} = \frac{P_{max}}{\bar{P}}$ (o equivalentemente i picchi di potenza istantanea) si evince che la potenza è abbastanza fluttuante e che in certi casi i picchi sono molto accentuati. Una successiva analisi è perciò necessaria per comprendere come possa variare la potenza media nel caso i picchi di potenza massima non siano accettabili per garantire l'integrità del sistema e vadano pertanto limitati.

PASSIVE LOADING (Pavg = 34,5 kW)			
Psat [kW]	k	Pmedia [kW]	Pmedia _sin [kW]
69	2	28,42	57,03
103,5	3	31,53	79,64
138	4	33,19	94,92
172,5	5	33,90	97,2
207	6	34,24	96,97
241,5	7	34,48	96,97

Tabella 3.1.2.1 – Risultati della saturazione sul Passive Loading nel caso sinusoidale e irregolare

Il successivo inserimento dell'elettronica di potenza (capace di gestire una potenza prefissata) nella catena di estrazione dell'energia, potrebbe rappresentare la prima limitazione fisica ad un'estrazione così irregolare.

Nel modello Simulink di figura 3.1.1.2, infatti, è visibile il blocco predisposto per la saturazione della potenza istantanea, cui deve corrispondere una diretta riduzione della forza F_{pto} , ottenuta dividendo la potenza saturata per la velocità.

I risultati ottenuti applicando la procedura appena descritta, sono riportati in tabella 3.1.2.1. La potenza saturata è stata scelta pari a $k \cdot \bar{P}$, dove $\bar{P} = P_{avg} = 34.5 [kW]$ e il parametro k è variabile. I risultati così ottenuti dimostrano che pur in presenza di

una notevole saturazione ($k=2$ e $k=3$) la diminuzione della potenza media resta contenuta.

L'ultima colonna della tabella riporta inoltre l'equivalente saturazione applicata al caso sinusoidale. Ricordando che il $P_{ratio} = 2$ in regime sinusoidale, era lecito aspettarsi che la riduzione di potenza si manifestasse solamente per $k < 4$, a dimostrazione che il "Passive Loading" ha una fluttuazione di potenza istantanea mediamente contenuta.

3.2 Sub Optimal Latching

Questa tecnica di ottimizzazione si deve al lavoro svolto da Budal e J. Falnes [24], i quali per primi la adottarono per incrementare l'estrazione di potenza.

A differenza del controllo "Passive Loading" la soluzione del "Sub Optimal Latching" ha come obiettivo quello di annullare lo sfasamento tra forza di eccitazione e velocità della boa.

Tale tecnica si fonda sull'idea di massimizzare l'energia estraibile mantenendo ferma la boa per un periodo sufficiente affinché la velocità sia in fase con la forza di eccitazione, in altre parole che la velocità sia prossima a quella ottimale $\left| \widehat{\zeta}(t) \right|_{opt} =$

$$\frac{1}{2} \frac{|F_{X3}|}{R_{33}}$$

L'aggettivo "Sub Optimal" è scelto in funzione del fatto che questa soluzione consente di estrarre una potenza prossima al caso di controllo ottimo, ottenibile solamente usando l'analogia con il mondo elettrico, adottando cioè un'impedenza di carico complessa coniugata rispetto all'impedenza propria del sistema.

Operativamente, nell'istante in cui la velocità della boa è prossima allo zero, si blocca il sistema alla posizione in cui si trova per un tempo denominato T_{latch} ([24], [3]).

Passato questo periodo, si procede al rilascio della boa, e vi si applica, come per il controllo Passive Loading, una forza proporzionale alla velocità (con coefficiente di smorzamento B_{pto}).

3.2.1 Eccitazione sinusoidale

La tecnica appena descritta è palesemente non lineare, e dunque la scelta del coefficiente B_{pto} e dei periodi di applicazione delle differenti azioni non può essere dedotta sfruttando l'analogia elettrica presentata all'inizio del capitolo.

Nell'ipotesi che il campo ondoso cui è soggetta la boa sia composto da una serie di onde sinusoidali regolari, dopo alcuni periodi, in cui verrà applicata la tecnica di controllo descritta, la velocità risulterà in fase con la forza di eccitazione, consentendo quindi di estrarre la massima potenza (relativa).

Il problema principale da risolvere è la determinazione del periodo in cui tener ferma la boa (T_{latch}). Pensando dunque al periodo d'onda come somma del periodo di risonanza proprio del sistema T_n , e del doppio di T_{latch} (nel caso di controllo latching simmetrico), si può scrivere la seguente uguaglianza [3]:

$$T_{onda} = T_n + 2T_{latch} \quad (3.2.1.1)$$

$$\text{Dove } T_n \text{ è calcolabile molto semplicemente come } T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (3.2.1.2)$$

Durante tale periodo, si applica una forza proporzionale alla velocità (3.2.1.3), come per il controllo Passive Loading.

Il coefficiente di smorzamento B_{pto} costituisce un ulteriore grado di libertà in questo controllo, poiché un suo aumento - diminuzione corrisponde ad una variazione di potenza media e istantanea estraibile.

$$F_{PTO} = B_{pto} \dot{\zeta}(t) \quad (3.2.1.3)$$

Più precisamente, per simulare l'azione del freno in T_{latch} , è stato imposto uno smorzamento prossimo a ∞ . La fase del profilo di velocità (3.2.1.4), infatti, calcolata con riferimento alla (2.4.7), mostra come lo sfasamento di tale grandezza possa essere mutato andando a modificare opportunamente alcuni parametri.

$$\angle \frac{G(j\omega)}{s} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega(R_f + R_{33})}{c_{33} - (m + m_r + J)\omega^2} \right) \quad (3.2.1.4)$$

E' infatti sufficiente che il termine $\tan^{-1} \left(\frac{\omega(R_f + R_{33})}{c_{33} - (m + m_r + J)\omega^2} \right)$ sia $\frac{\pi}{2}$, perché lo sfasamento vada a 0, ottenendo l'allacciamento desiderato. Perché ciò avvenga, dev'essere $c_{33} = (m + m_r + J)$, oppure $(R_f + R_{33}) = \infty$ [9].

Operativamente si è scelto di imporre nel periodo T_{latch} una forza con costante di smorzamento molto elevata, in modo che $(R_f + R_{33} + B_{pto})$ risulti molto elevato (si simula un freno). Anche per questo controllo è possibile mostrare la potenza istantanea P_d , nel seguente modo:

$$P_d = F_{PTO} \zeta(t) = B_{pto} \zeta(t)^2 \quad (3.2.1.5)$$

e conseguentemente l'energia, sul periodo di interesse, sarà pari a [9]:

$$E_d(T) = \int_0^T P_d dt = \int_0^T B_{pto} \zeta(t)^2 dt \quad (3.2.1.6)$$

La potenza però, in questa soluzione di controllo, è discontinua. Nel periodo T_{latch} , infatti, la velocità $\zeta(t) = 0$, perciò anche la potenza sarà nulla.

Un vantaggio di questa soluzione è l'applicazione di una forza proporzionale alla velocità, che come per il caso del Passive Loading richiede solamente la conoscenza del coefficiente B_{pto} . Inoltre il flusso di potenza risulta unidirezionale.

Risultati della simulazione

La figura 3.2.1.1 mostra il modello Simulink usato per implementare l'azione di controllo descritta.

Per determinare il punto esatto in cui la velocità si azzerava, è stato utilizzato il blocco "Hit Crossing", seguito da un blocco ritardo e da una memoria latch.

Con questi tre elementi è stato possibile realizzare un segnale che rimanesse alto per il periodo T_{latch} (visibile in figura 3.2.1.3 in azzurrino), da utilizzare per comandare uno switch.

Lo switch a tre posizioni, infatti, commuta a ogni periodo in modo da applicare sequenzialmente la forza prescritta per quel periodo.

Come per il controllo Passive Loading, anche per il Latching Control il primo test è stato fatto usando come onda d'ingresso una sinusoide di ampiezza $A = 1 [m]$ e $T = 6.25 [s]$.

A differenza del controllo Passive, nel Latching Control non può essere calcolato analiticamente il valore B_{pto} ottimale usando l'analogia con il mondo elettrico, essendo questa tecnica non lineare.

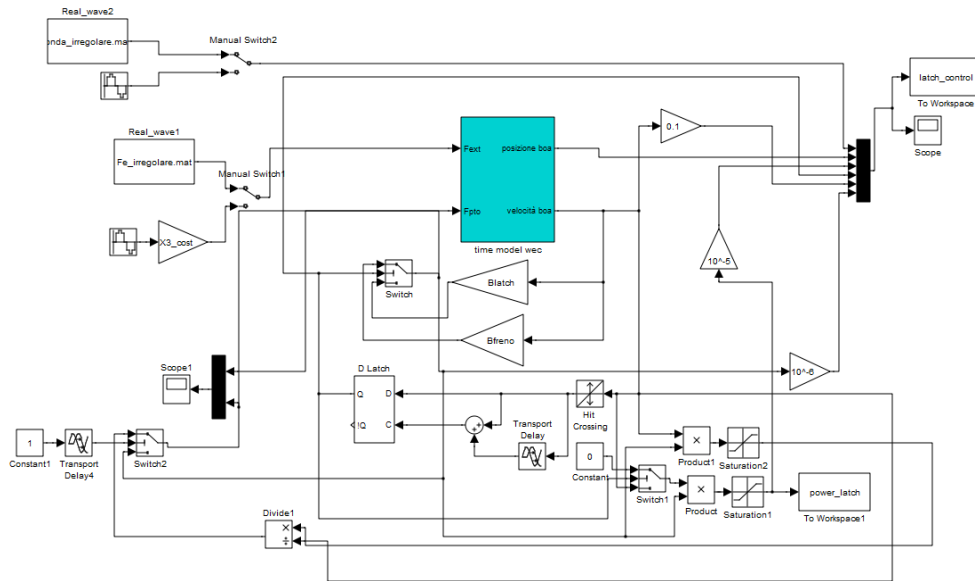


figura 3.2.1.1 – Modello Simulink usato per implementare il controllo Latching

Si sono perciò trovati il B_{pto_ottimo} e il T_{latch_ottimo} iterativamente, testando cioè il modello e registrando la potenza media che era possibile estrarre per ogni singolo valore di B_{pto} e T_{latch} .

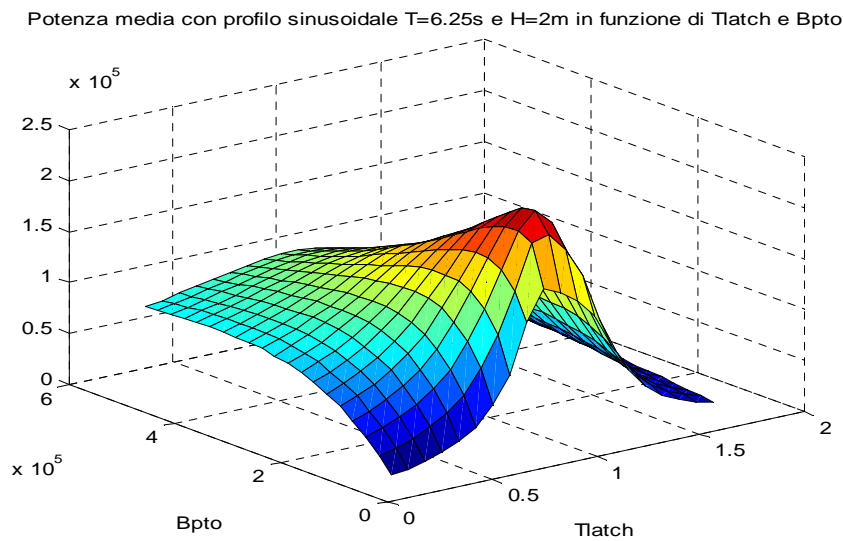


Figura 3.2.1.2 – Potenza media in funzione di B_{pto} e T_{latch} per onda sinusoidale di $A = 1 [m]$ e $T = 6.25 [s]$

In figura 3.2.1.2 è riportato l'andamento della potenza media in funzione dei due parametri B_{pto} e T_{latch} . La massima potenza media estraibile con profilo d'onda sinusoidale è stata trovata usando un $B_{pto_ottimo} = 73190 \left[\frac{Ns}{m} \right]$ e $T_{latch_ottimo} = 0.89 [s]$. Si può osservare inoltre che il periodo T_{latch_ottimo} ottenuto si discosta poco da quello ottenibile usando la relazione 3.2.1.1. Applicando la forma d'onda prescritta al modello, nel tempo si è ottenuta la risposta riportata in figura 3.2.1.3, da

cui è possibile desumere la potenza media teorica ottima per il controllo Latching (figura 3.2.1.4). Questa è pari a $\bar{P} = 221.16 \text{ kW}$ con un rapporto $P_{ratio} = \frac{P_{max}}{\bar{P}} = 2.88$, molto basso e di poco superiore al caso del Passive Loading sinusoidale. Come ci si attendeva, la velocità della boa (superato un transitorio iniziale di alcuni secondi) è in fase con la forza di eccitazione, e l'oscillazione verticale della boa (misurata sul suo baricentro immerso) supera di poco la cresta dell'onda. Come si vedrà poi nel controllo reattivo, la potenza media che si riesce a estrarre (nel teorico caso sinusoidale) con il controllo Latching è di poco inferiore alla massima estraibile usando il controllo complesso coniugato, a conferma del nome "Sub Optimal".

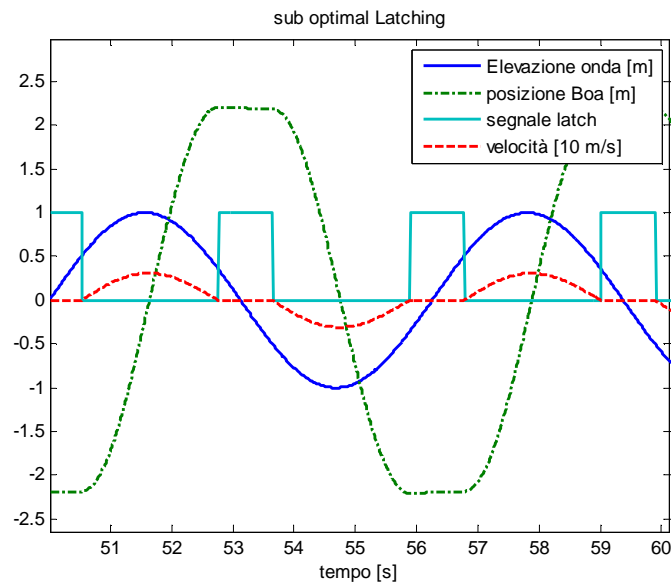


figura 3.2.1.3 – Posizione, velocità e segnale di Latch di controllo della boa ottenute applicando il “Latching Control”

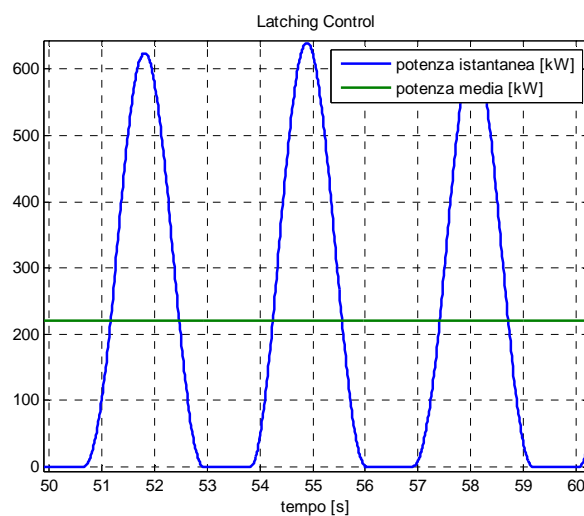


Figura 3.2.1.4 – Andamento della potenza nel controllo Latching, applicato alla boa di riferimento, con coefficiente $B_{pto} = 73190 \left[\frac{Ns}{m} \right]$ e $T_{latch} = 0.89s$.

$$\bar{P} = 221.16 [kW]$$

3.2.2 Regime irregolare

In regime irregolare non risulta ottima la scelta dei coefficienti che massimizzano la potenza nel caso sinusoidale.

Ciò nonostante, come nel controllo “Passive Loading”, si è scelto di eseguire le simulazioni con profilo d’onda reale mantenendo costanti e pari al valore ottimo del caso sinusoidale i coefficienti B_{pto} e T_{latch} .

Il controllo Latching è stato quindi testato in regime irregolare utilizzando il profilo di 1000 [s] in precedenza descritto nel paragrafo dedicato al controllo passivo.

La figura 3.2.2.1 riporta l’andamento della potenza istantanea e media ricavate usando questa soluzione.

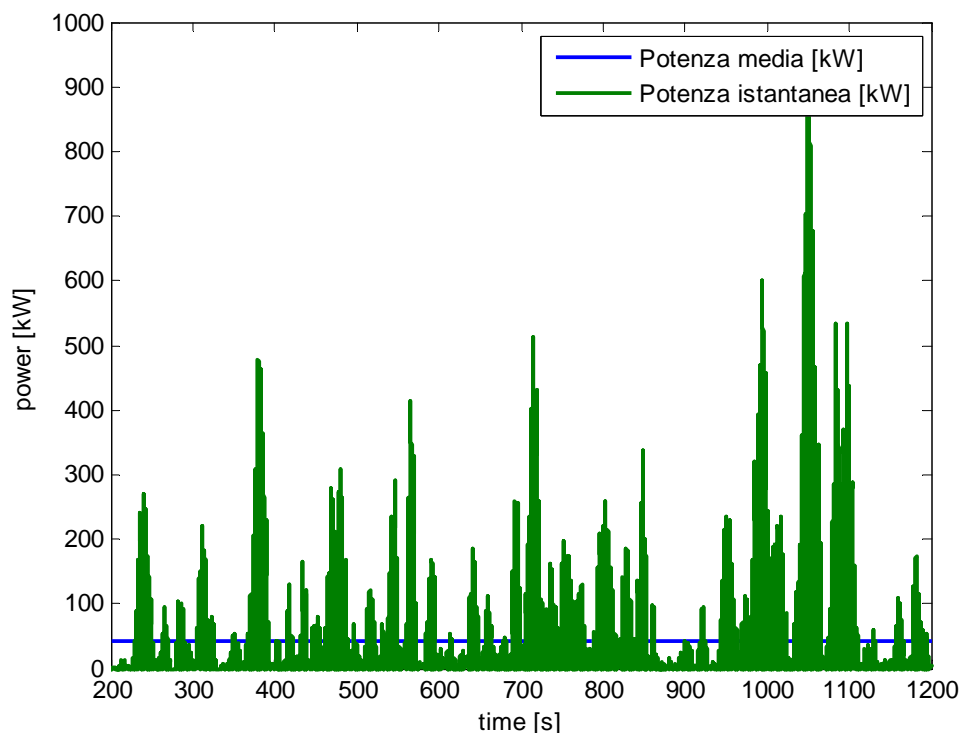


Figura 3.2.2.1 - Potenza istantanea e media ottenute applicando il controllo latching, con coefficiente $B_{pto} = B_{pto_ottimo}$, $T_{latch} = T_{latch_ottimo}$. $\bar{P} = 41.8 [kW]$

La media (fatta senza considerare il transitorio) è risultata pari a $\bar{P} = 41.8 [kW]$ con un $P_{ratio_max} = 26.9$

Se raffrontata con il caso del Passive Loading, la fluttuazione di potenza istantanea (e conseguente fluttuazione dei picchi di potenza massima) è notevolmente aumentata nel controllo Latching.

E’ importante rilevare che il controllo latching, come il controllo passivo, genera una potenza sempre positiva e non bidirezionale (come si vedrà poi nel controllo reattivo).

Effetti della saturazione sulla potenza massima

Per le medesime ragioni esposte nel caso del “Passive Loading”, anche nel “Latching

control” si è saturata la potenza massima (e conseguentemente la forza che il generatore è capace di erogare).

In particolare, è stato scelto di eseguire una saturazione pari a k volte la potenza media \bar{P} trovata precedentemente e i risultati sono riportati in tabella 3.2.2.

Anche nel caso del “Latching Control”, assunta come riferimento una potenza media $\bar{P} = 41.8 [kW]$, la saturazione non ha influito pesantemente sul valore di potenza media effettivamente estratta. Ciò è in parte dovuto al fatto che, come detto, la potenza è nel caso Latching sempre positiva, e inoltre i picchi di potenza massima sono relativamente pochi.

Da queste considerazioni è possibile desumere che un’implementazione pratica di questo controllo è fattibile. Se, ad esempio, si considerasse un’eventuale interfaccia elettronica dimensionata anche solo per $250 [kW]$, la riduzione di potenza che ne conseguirebbe sarebbe accettabile.

LATCHING CONTROL		
(Pavg=41,8 kW)		
Psat [kW]	k	Pmedia [kW]
167,2	4	34,78
209	5	36,89
250,8	6	38,36
292,6	7	39,45
334,4	8	40
376,2	9	40,56
418	10	40,94
459,8	11	41,21
501,6	12	41,38
543,4	13	41,51
585,2	14	41,6
627	15	41,67
668,8	16	41,73
710,6	17	41,76
752,4	18	41,79
794,2	19	41,8
836	20	41,8

Tabella 3.2.2 – Potenza media estraibile con controllo latching in presenza di saturazione della potenza istantanea

E’ stato inoltre testato il controllo con diversi profili di $1000 [s]$ generati dallo stesso spettro ma con fase random ricalcolata volta per volta. E’ stato verificato come mediamente la potenza istantanea presenti sempre pochi e sporadici picchi superiori ai $500 [kW]$, come nel profilo usato e riportato in figura 3.2.2.1.

3.3 Reactive control

La terza strategia di controllo prende il nome di “Reactive Control o Controllo Complesso Coniugato” [18]. Riprendendo, infatti, l’analogia con il mondo elettrico già usata nel “Passive Loading”, si dimostra che il massimo trasferimento di potenza fra generatore e carico avviene adottando un’impedenza di carico complessa coniugata rispetto a quella del circuito.

Tale risultato si ottiene imponendo che la forza applicata dal generatore sia della forma:

$$F_{PTO} = B_{pto}\dot{\zeta}(t) + M_{fittizia}\ddot{\zeta}(t) \quad (3.3.1)$$

in cui compare un termine proporzionale alla velocità e uno all’accelerazione.

Per imporre la condizione di risonanza al sistema è sufficiente calcolare i valori $B_{pt,ottimo}$ e $M_{fittizia,ottima}$, in modo che l’impedenza equivalente del carico verifichi la condizione sopra citata.

Un primo metodo per determinare i parametri B_{pto} e $M_{fittizia}$ tali per cui la potenza estratta sia la massima possibile, consiste nel portare il sistema in condizioni di risonanza, anche se la forza di eccitazione è a frequenza differente rispetto alla frequenza naturale di oscillazione della boa [3].

Essendo per definizione la frequenza di risonanza del sistema pari a:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c_{33}}{(m+m_r+J)}} \quad (3.3.2)$$

e l’onda di eccitazione, supposta sinusoidale, a frequenza ω , affinché vi sia risonanza sarà sufficiente modificare la ω_n , aggiungendo una massa fittizia, denominata $M_{fittizia}$, in modo che la pulsazione di risonanza sia $\omega_n = \omega$.

Tale massa fittizia dovrà essere calcolata per ogni particolare frequenza dell’onda incidente, ed è ricavabile imponendo $M_{fittizia}$ come incognita nella (3.3.2). In particolare:

$$\omega_n = \omega = \sqrt{\frac{c_{33}}{(m+m_r+J)+M_{fittizia}}} \quad (3.3.3)$$

E risolvendo per l’incognita cercata, si ottiene:

$$M_{fittizia} = \frac{c_{33}}{\omega^2} - (m + m_r + J) \quad (3.3.4)$$

3.3.1 Eccitazione sinusoidale

Un modo alternativo per formulare il problema, è, come per il “Passive Loading”, considerare l’analogia tra sistema meccanico ed elettrico.

Ricordando che nell’analogia elettrica la forza di eccitazione corrisponde alla tensione sul generatore e la corrente del circuito corrisponde alla velocità della boa, è possibile pensare alla forza applicata come alla tensione ai capi dell’impedenza $Z_{pto}(i\omega)$ definita come:

$$Z_{pto}(i\omega) = B_{pto} + j\omega M_{fittizia} = B_{pto} + jX_{pto} \quad (3.3.1.1)$$

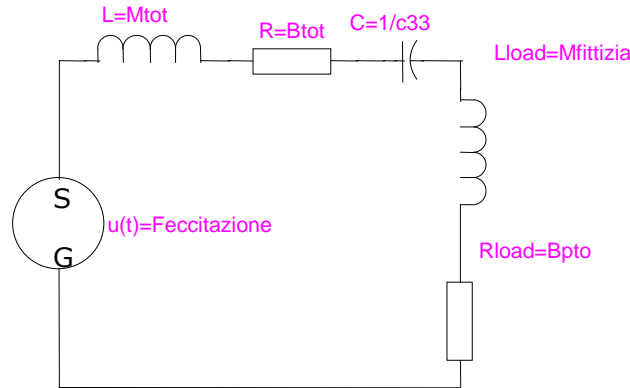


Figura 3.3.1.1 – Schema elettrico equivalente per controllo complesso coniugato

Con B_{pto} e $M_{fittizia}$ parametri da calcolare in modo che vi sia massimo trasferimento di potenza. Ricordando che la potenza attiva su un carico resistivo induttivo si calcola semplicemente come:

$$P_{carico} = B_{pto} |i|^2 \quad (3.3.1.2)$$

Ed essendo la corrente sul circuito di figura 3.3.1.1 pari a:

$$i(t) = \frac{u(t)}{B_{pto} + jX_{pto} + B_{tot} + jX} \Rightarrow |i(t)| = \frac{|u(t)|}{\sqrt{(B_{pto} + B_{tot})^2 + (X + X_{pto})^2}} \quad (3.3.1.3)$$

Sostituendo l'espressione (3.3.1.3) nella (3.3.1.2) si ottiene:

$$P_{carico} = B_{pto} \frac{|u(t)|^2}{(B_{pto} + B_{tot})^2 + (X + X_{pto})^2} \quad (3.3.1.4)$$

P_{carico} avrà certamente il suo massimo in quei punti nei quali $X = -X_{pto}$, in modo che il denominatore sia il più piccolo possibile. Questa condizione equivale a chiedere:

$$X_{pto} = \omega M_{fittizia} = -\omega M_{tot} + \frac{c_{33}}{\omega} \Rightarrow M_{fittizia} = \frac{c_{33}}{\omega^2} - (m + m_r + J) \quad (3.3.1.5)$$

Sostituendo il valore $X = -X_{pto}$ nella (3.3.1.4) si ottiene infine:

$$P_{carico} = B_{pto} \frac{|u(t)|^2}{(B_{pto} + B_{tot})^2} \quad (3.3.1.6)$$

La quale ha il suo massimo (derivando per B_{pto}) per $B_{pto} = B_{tot}$. In definitiva, il valore che deve assumere l'impedenza di carico perché vi sia massimo trasferimento è:

$$Z_{pto,opt}(j\omega) = B_{tot} - jX = B_{tot} - j\left(\frac{c_{33}}{\omega^2} - (m + m_r + J)\right) \quad (3.3.1.7)$$

Risultati della simulazione

Il modello Simulink utilizzato per quest'ultimo tipo di controllo è mostrato in figura 3.3.1.2.

Analogamente allo schema del "Passive Loading", in questo caso è stata impostata la forza del generatore proporzionale a velocità e accelerazione, come previsto dalla relazione (3.3.1).

I vari switch presenti consentono di scegliere quale tipo di forma d'onda (e relativa forza di eccitazione) utilizzare per testare il modello. Il blocco di saturazione è chiaramente usato per implementare l'analisi successiva sulla limitazione della potenza istantanea, come già descritto in precedenza. E', infatti, possibile saturare la potenza istantanea a un valore di soglia prestabilito (lo stesso era stato fatto per Passive e Latching Control); la successiva divisione per la velocità consente infine di ottenere la relativa F_{PTO} massima che il generatore è capace di erogare.

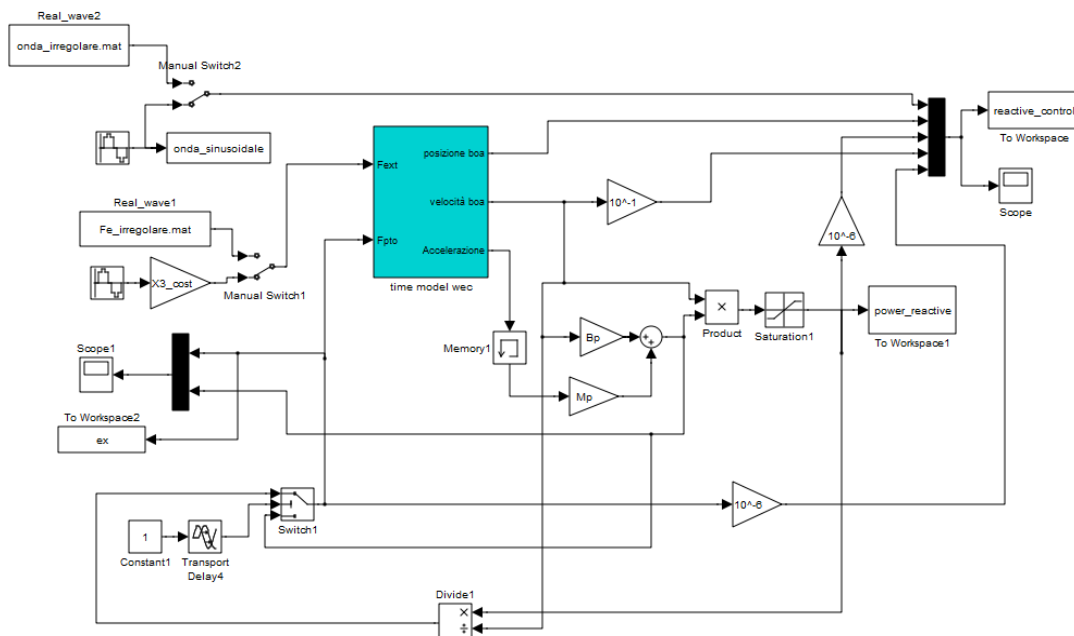


Figura 3.3.1.2 – Modello Simulink per il controllo complesso coniugato

Come per le altre due soluzioni, il primo test è stato eseguito con un'onda sinusoidale (sinusoide con ampiezza picco-picco $H = 2A = 2 [m]$ e $T = 6.25 [s]$), e la risposta del sistema dopo l'esaurimento del transitorio iniziale è riportata in figura 3.3.1.3.

Com'era logico attendersi, ora velocità e forza di eccitazione sono perfettamente in fase (come nel mondo elettrico devono essere in fase corrente e tensione del generatore affinché vi sia il massimo trasferimento di potenza), e la potenza media che si riesce a estrarre con questo tipo di controllo è di poco inferiore ai $247 [kW]$ teoricamente estraibili. Per quanto riguarda l'oscillazione verticale della boa (ora in condizione di perfetta risonanza), la massima quota raggiunta supera di poco i 2 metri di altezza (riferiti al baricentro), quota compatibile con le dimensioni alla boa, che ha la parte immersa pari a 5 metri. Questo dato sembra accettabile se raffrontato

al raggio stesso della boa, pertanto alla luce di questi risultati si è pensato di non inserire alcun blocco di controllo sulla posizione relativa baricentro boa-profilo onda. Come accennato in precedenza, la potenza media non eguaglia esattamente quella teorica ammessa (247 [kW]), e tale discrepanza merita una spiegazione. Ricordando che nel misurare la potenza media non è stato considerato il transitorio iniziale, della durata approssimativa di trenta secondi, esistono due motivazioni per cui sussiste tale differenza nel valore di potenza.

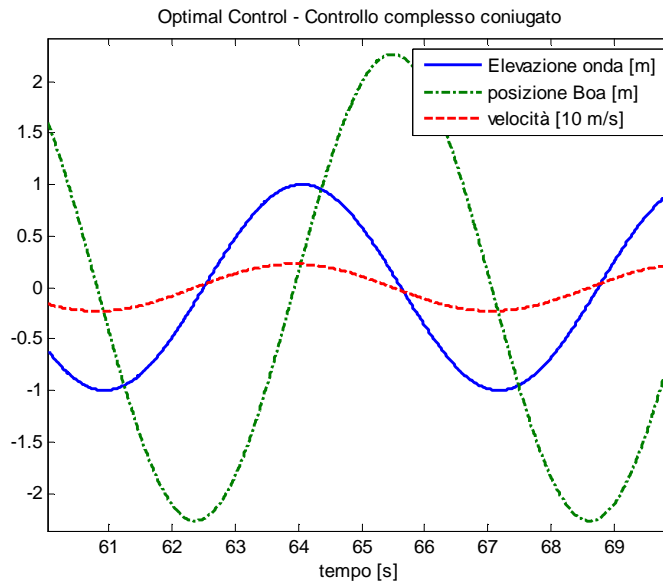


Figura 3.3.1.3 – Posizione e velocità della boa nel caso applicando il “Reactive Control”

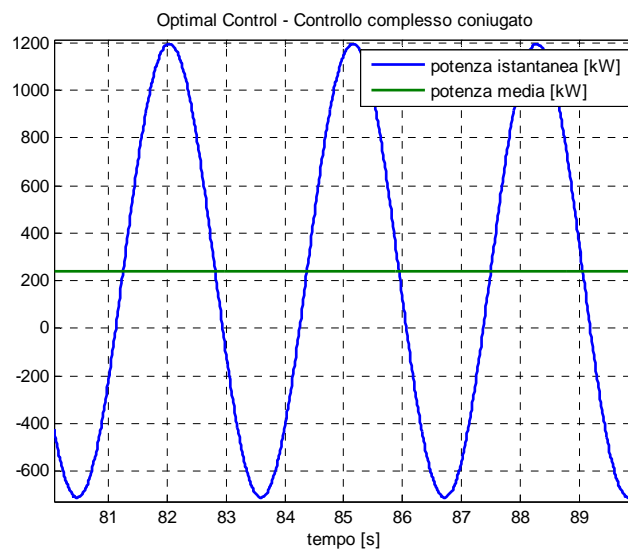


Figura 3.3.1.4 – Andamento della potenza in regime sinusoidale nel “Reactive Control”, con coefficiente $B_{pto} = B_{tot} \left[\frac{Ns}{m} \right]$, $X_{pto} = \omega M_{fittizia}$. $\bar{P} = 234 [kW]$ e $P_{ratio} = 5.14$

Anzitutto, il modello idrodinamico della boa utilizza un modello in spazio di stato per definire la forza di radiazione, che essendo frutto dell'identificazione fatta sulla risposta in frequenza è affetto da un lieve errore.

La seconda causa è dovuta alla presenza della saturazione sulla massa inserita nel modello idrodinamico, come descritto nel paragrafo 2.4, che interviene non appena lo scostamento relativo tra il baricentro della boa e il profilo ondosso supera il limite imposto.

Si è perciò misurata nuovamente la potenza media sostituendo al modello in spazio di stato l'esatto valore $R_{33} = R_{33}(\omega^*)$, dove $\omega^* = \frac{2\pi}{6.25}$, e non è stato considerato il blocco che implementa la saturazione.

La potenza media è infine risultata pari a 247 [kW], confermando così la bontà del modello.

Va precisato che la differenza principale emerge nella considerazione o meno del blocco di saturazione, mentre il parametro di radiazione non muta quasi per nulla il risultato (a conferma che l'identificazione fatta ha dato una buona stima).

Analisi della stabilità

Come per il "Passive Loading", con riferimento allo schema elettrico equivalente 3.3.1, è possibile definire la funzione di anello $G(s)F(s)$ usando lo schema a blocchi di figura 3.3.1.5, che è esattamente quello di figura 3.1.1.4, con la sola differenza che $Z_{pto} = M_{fittizia}s + B_{pto}$.

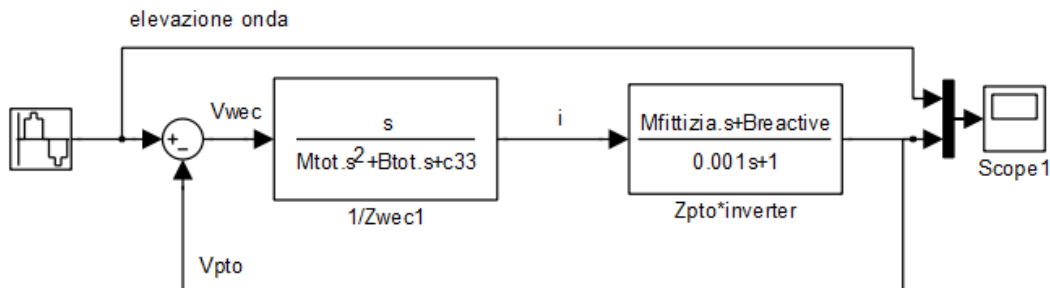


Figura 3.3.1.5 – Schema equivalente per rappresentare il controllo Reactive

$$\begin{aligned}
 G(s)F(s) &= \frac{V_{pto}}{V_{wec}} = \frac{Z_{pto}}{Z_{wec}} \frac{1}{1 + s\tau} \\
 &= (M_{fittizia}s + B_{pto}) \left(\frac{s}{(m+m_{33}+J)s^2 + (R_f + R_{33})s + c_{33}} \right) \frac{1}{1 + s\tau} \quad (3.3.1.8)
 \end{aligned}$$

La funzione $F(s) = \frac{1}{1+s\tau}$ indica, come descritto nel caso del Passive Loading, il ritardo indotto dal controllore/motore ($\tau = 0.001$ [s]) che genera la coppia necessaria per fornire la forza di controllo $F_{PTO}(t)$ prescritta.

In questo caso, a differenza del "Passive Loading", il margine di fase è più basso ed è quindi ipotizzabile l'insorgere di instabilità non appena uno dei parametri stimati/imposti vari, anche in modo poco significativo.

Questo fatto induce a riflettere su quale sia, almeno in teoria, la soluzione ottimale per guidare la boa nella sua oscillazione.

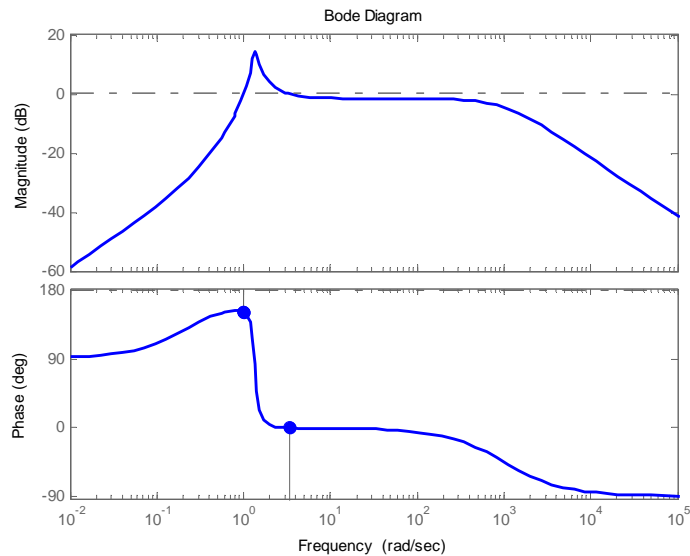


Figura 3.3.1.5 – Diagramma di Bode della (3.3.1.8)

Come visto, il Passive Loading presenta un margine di fase molto elevato, e questo è palesemente un vantaggio, ma la potenza che si riesce ad estrarre è molto ridotta se confrontata con il controllo reattivo, il quale però soffre di un margine inferiore di stabilità.

Le conclusioni cui si è giunti analizzando il diagramma di Bode si possono ottenere anche guardando i poli in catena chiusa del sistema, ovvero analizzando la funzione di trasferimento:

$$\frac{GF}{1+GF} = \frac{V_{pto}}{V} \quad (3.3.1.9)$$

In particolare, i poli in c.c. sono molto vicini allo zero nel semipiano sinistro, ciò a conferma della bassa stabilità del sistema.

3.3.2 Regime irregolare

Come nei due precedenti tipi di controllo, l'ultimo e forse più interessante test è riferito ad un profilo d'onda irregolare. Come per "Passive Control" e "Latching", nelle simulazioni sono stati usati i parametri ottimi (B_{tot} e $X_{pto} = \omega M_{fittizia}$) mantenuti costanti al loro valore ottimo trovato nel caso sinusoidale).

La figura 3.3.2.1 riporta la potenza media e istantanea che si produce usando il controllo reattivo, in cui il profilo usato è lo stesso utilizzato precedentemente, di durata 1000 [s].

Da una prima analisi visiva dell'andamento istantaneo della potenza, a differenza del "Passive Loading", essa fluttua maggiormente, con picchi positivi superiori ai 1000 [kW].

La potenza media è notevolmente ridotta se raffrontata al caso teorico sinusoidale, questo a dimostrazione che il controllo reattivo è molto inefficiente se utilizzato in regime non sinusoidale.

Il rapporto P_{ratio} , infatti, ora supera abbondantemente il valore 20, e questo lascia presagire che la saturazione dei picchi potrà influire molto vantaggiosamente sul

dimensionamento del sistema.

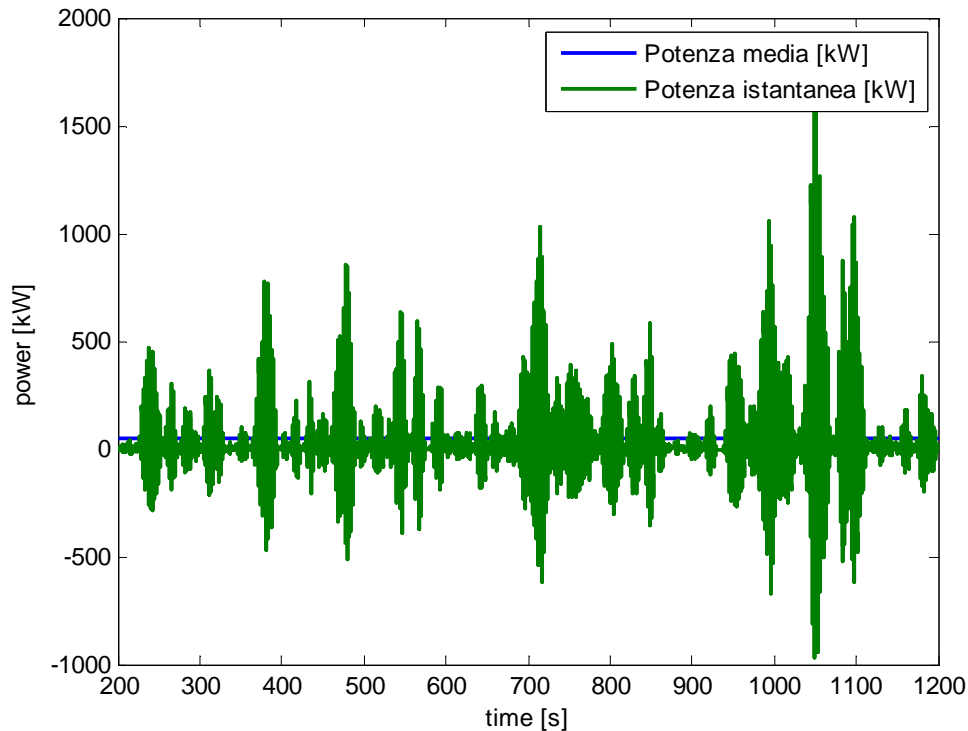


Figura 3.3.2.1 – Potenza istantanea e media ottenuta applicando il “Reactive Control” alla boa di riferimento, con coefficiente $B_{pto} = B_{tot} \left[\frac{Ns}{m} \right]$ e $X_{pto} = \omega M_{fittizia} \cdot \bar{P} = 46 [kW]$

Effetti della saturazione sulla potenza massima

Come negli altri due casi, anche per il “Reactive Control” è utile inserire la saturazione della potenza istantanea nel modello, in modo da verificare l’incidenza che un eventuale ridotto dimensionamento dell’elettronica di potenza, necessaria all’azionamento del generatore, ha sull’estrazione di potenza.

Come per il “Passive Control”, la tabella 3.3.2.1 riporta la potenza media calcolata sul profilo escludendo il transitorio, in cui però la forza applicata dal generatore è ottenuta dopo aver saturato la potenza istantanea al valore ammesso, calcolato come prodotto della $\bar{P} = 46 [kW]$ per k variabile.

La terza colonna della tabella riporta la potenza media misurata nel caso irregolare, mentre la quarta colonna riporta l’analoga potenza media ma con il profilo sinusoidale del paragrafo 3.3.1. L’osservazione più ovvia è certamente il fatto che in regime sinusoidale, a parità di saturazione, la potenza media sia notevolmente maggiore. Nel caso irregolare si può però notare come le saturazioni comprese tra $k = 16$ e $k = 30$ non riducano in modo così accentuato la potenza media che, infatti, diminuisce di appena il 7% tra questi due estremi. A differenza dei due precedenti controlli, nel controllo reattivo la saturazione sembra influire pesantemente sull’estrazione di potenza. Per estrarre, infatti, la potenza media $\bar{P} = 46 [kW]$, si dovrebbe teoricamente predisporre un sistema elettronico dimensionato per

supportare potenze ben oltre 1 [MW].

REACTIVE CONTROL			
(Pavg=46 kW)			
Psat [kW]	k	Pmedia [kW]	Pmedia_sin [kW]
184	4	17,93	21,88
230	5	21,71	27,12
276	6	24,74	32,36
322	7	27,94	37,63
368	8	30,51	42,98
414	9	32,51	48,51
460	10	34,50	54,57
506	11	36,17	60,97
552	12	37,76	68,58
598	13	39,22	77,9
644	14	40,46	86
690	15	41,39	92,3
736	16	42,17	98,56
782	17	42,77	104,75
828	18	43,26	110,75
874	19	43,67	116,73
920	20	43,99	123,00
966	21	44,32	130,12
1012	22	44,60	138,82
1058	23	44,84	150,96
1104	24	45,04	192,92
1150	25	45,24	228,78
1196	26	45,43	234,09
1242	27	45,59	234,09
1288	28	45,71	234,09
1334	29	45,81	234,09
1380	30	45,88	234,09
1426	31	45,92	234,09
1472	32	45,96	234,09
1518	33	45,98	234,09
1564	34	46,00	234,09
1610	35	46,01	234,09

Tabella 3.3.2.1 – Effetti della saturazione sulla potenza istantanea nel “Reactive Control” nel caso sinusoidale ed irregolare

3.4 Analisi con rendimento non unitario

Fino a questo punto, nelle simulazioni si è sempre considerato l'apparato di conversione ideale, o in altre parole si è supposto che la parte elettromeccanica di conversione abbia rendimento pari a uno. Va precisato che il rendimento di conversione elettromeccanico di una macchina elettrica, utilizzata come generatore ($P_{el} < P_{mecc}$), è definito percentualmente come:

$$\eta = \frac{P_{el}}{P_{mecc}} \cdot 100 \quad (3.1.1)$$

Scopo di questo paragrafo è proprio quello di ripetere i test dei controlli “Passive Loading” e “Reactive Control” considerando però il rendimento della macchina elettrica non unitario in modo da incrementare il realismo delle simulazioni, pur continuando a trascurare il rendimento dell'azionamento elettrico e degli organi meccanici di trasmissione.

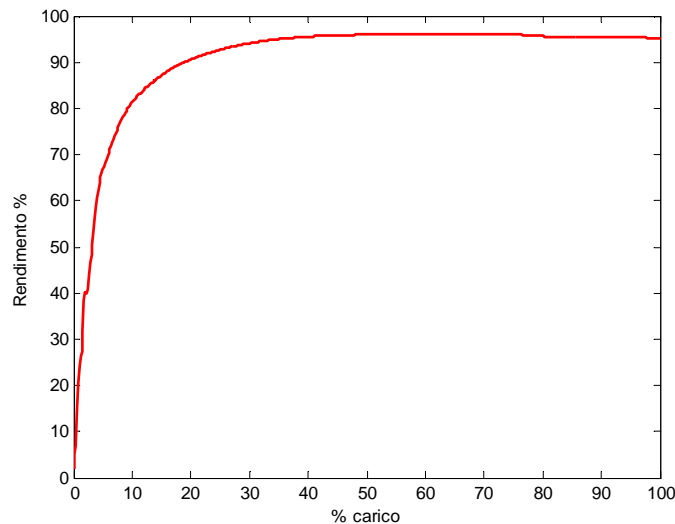


Figura 3.4.1 – Rendimento teorico di una macchina asincrona

La figura 3.4.1 riporta, a tal proposito, il teorico rendimento di una macchina asincrona di 441 [kW].

3.4.1 Passive Loading

Il primo controllo testato, inizialmente nel caso sinusoidale, inserendo il rendimento nella catena di simulazione è stato il Passive Loading.

Dalla percentuale di carico a cui sta lavorando il generatore (normalizzata al valore della curva di figura 3.4.1), è possibile ricavare il rispettivo valore di rendimento, a sua volta moltiplicato per la potenza istantanea.

In figura 3.4.1.1 è riportato l'andamento della potenza teorica sovrapposto a quella ottenuta inserendo il rendimento non unitario di figura 3.4.1 nel modello Simulink. Graficamente è evidente che istantaneamente la potenza subisce una diminuzione, anche se di lieve entità. Si riduce così il valore teorico trovato in precedenza, pari a

$\bar{P} = 97 [kW]$), al nuovo valore $\bar{P} = 89.85 [kW]$. Inoltre il rapporto P_{ratio} passa dal valore 2, al nuovo valore $P_{ratio} = 2.06$, leggermente più alto.

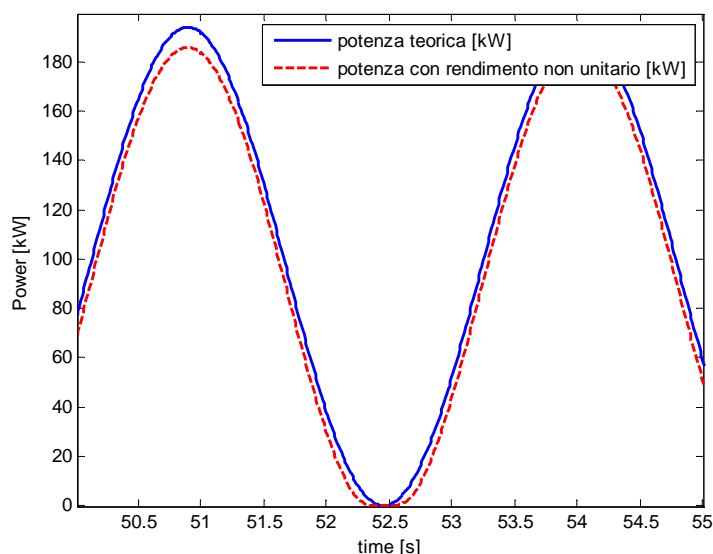


Figura 3.4.1.1 – Potenza istantanea teorica e con rendimento non unitario nel caso “Passive Loading”. $\bar{P} = 89.85 [kW]$ e $P_{ratio} = 2.06$

Oltre al semplice test in regime sinusoidale, è stato anche testato il controllo in regime irregolare con il medesimo profilo di 1000 [s] già considerato in precedenza. Prima dell’analisi con la saturazione della potenza istantanea, è forse utile riportare il valore di potenza mediamente estratta su questo profilo in regime irregolare, che in assenza di rendimento era pari a $\bar{P} = 34.5 [kW]$, mentre con l’inserimento del rendimento, ma in assenza di saturazione si riduce a $\bar{P} = 29.92 [kW]$, con un valore $P_{ratio} = 15.09$. Tutti i risultati ottenuti sono stati inseriti in tabella 3.4.1.2, affiancando ai già noti risultati senza rendimento, quelli ricavati con l’aggiunta del rendimento e con l’inserimento della saturazione sulla potenza istantanea, come descritto nel precedente paragrafo.

PASSIVE LOADING (Pavg = 34,5 kW)			
Psat [kW]	k	Pmedia [kW]	Pmedia_rendimento irregolare [kW]
69	2	28,42	22,68
103,5	3	31,53	25,95
138	4	33,19	27,67
172,5	5	33,90	28,39
207	6	34,24	28,71
241,5	7	34,48	28,86

Tabella 3.4.1.2 – Potenza media estraibile con controllo passivo con o senza rendimento ed in presenza di saturazione della potenza massima

3.4.2 Reactive control

Il secondo controllo testato usando il rendimento non unitario è il controllo reattivo. In questa seconda tecnica di controllo, come rilevato nei precedenti paragrafi, la potenza istantanea assume valori sia positivi sia negativi, il rendimento è stato quindi moltiplicato per la potenza istantanea se quest'ultima è positiva, altrimenti la potenza è stata invece divisa per il corrispondente valore di rendimento. Tale accorgimento nel modo di procedere è dovuto al fatto che la macchina elettrica è sempre un sistema in perdita, perciò se la potenza è positiva (erogata) essa andrà moltiplicata per il rendimento, viceversa, se la potenza è negativa, cioè richiesta dall'azionamento, al valore massimo corrisponde un assorbimento leggermente superiore.

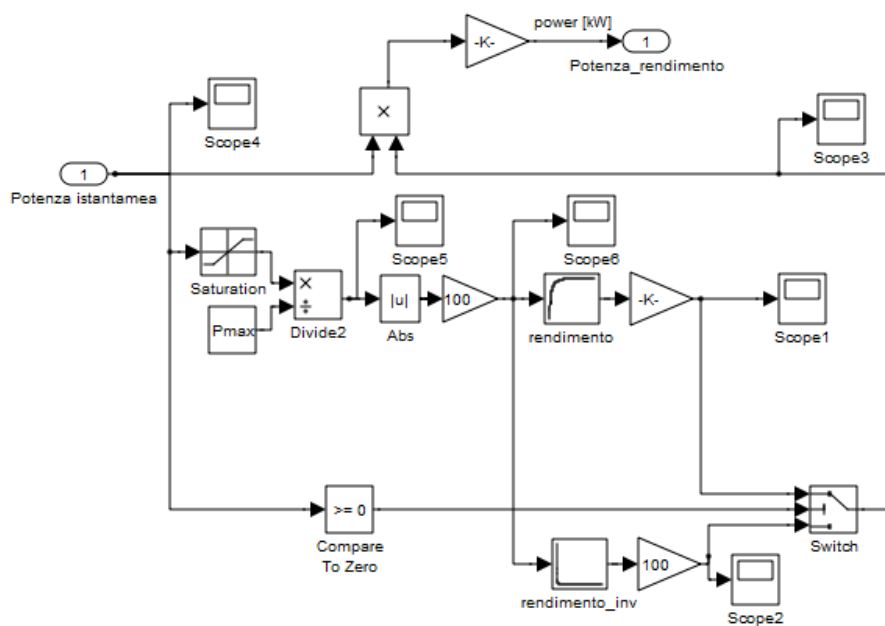


Figura 3.4.2.1 – Modello Simulink usato per la simulazione con rendimento del controllo reattivo.

Lo schema Simulink usato per realizzare l'operazione appena descritta è riportato in figura 3.4.2.1, in cui la potenza istantanea è divisa per la massima teorica che la macchina è in grado di erogare per determinare l'esatta condizione di carico. Da tale condizione si trova poi il corrispondente valore di rendimento, e si moltiplica/divide in funzione del verso della potenza. La figura 3.4.2.2 riporta invece l'andamento della potenza istantanea ottenuta in regime sinusoidale, da cui è evidente come al massimo valore negativo della potenza teorica corrisponda un maggiore assorbimento di potenza (dovuto alla divisione per il rendimento). Nel caso reattivo in regime sinusoidale, la potenza è passata dai $\bar{P} = 234 [kW]$ al valore $\bar{P} = 203.37 [kW]$. Testando invece il controllo con profilo irregolare, si è riscontrato che la riduzione di potenza è stata assai maggiore, passando dal valore in assenza di rendimento pari a $\bar{P} = 46 [kW]$ e $P_{ratio} = 35.37$ ad una $\bar{P} = 35.37 [kW]$ e $P_{ratio} = 44.02$ con l'inserimento del rendimento.

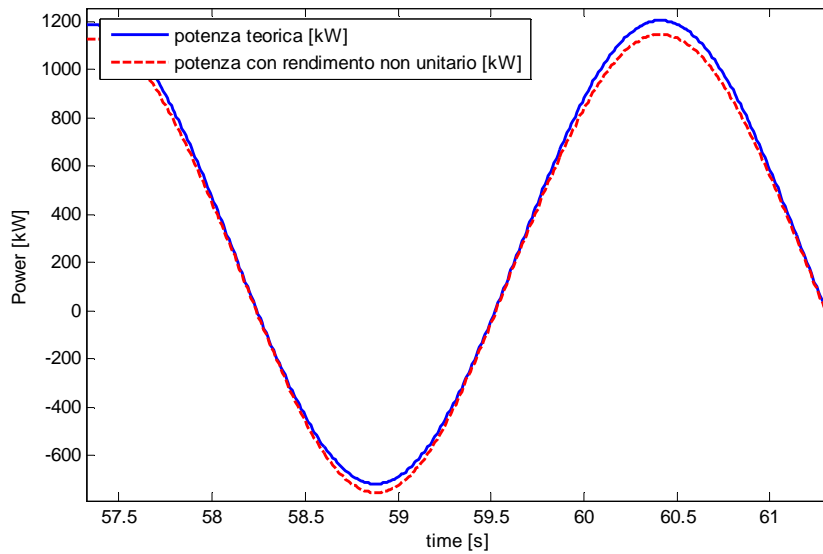


Figura 3.4.2.2 – Potenza istantanea teorica e con rendimento non unitario nel caso “Reactive Control”. $\bar{P} = 203.65 [kW]$ e $P_{ratio} = 5.68$

Infine in tabella 3.4.2.3 sono stati inseriti i dati trovati saturando istantaneamente la potenza, affiancati ai risultati ottenuti nel caso senza rendimento ricavati nel precedente paragrafo.

REACTIVE CONTROL			
(Pavg=46 kW)			
Psat [kW]	k	Pmedia [kW]	Pmedia Rendimento [kW]
184	4	17,93	9,11
230	5	21,71	12,69
460	10	34,50	24,11
690	15	41,39	30,68
920	20	43,99	33,30
1012	22	44,60	33,90
1104	24	45,04	34,33
1196	26	45,43	34,73
1288	28	45,71	35,03
1380	30	45,88	35,21
1426	31	45,92	35,26
1472	32	45,96	35,31
1518	33	45,98	35,34
1564	34	46,00	35,36
1610	35	46,01	35,37

Tabella 3.4.2.3 – Potenza media estraibile usando il “Reactive Control”, con o senza rendimento ed in presenza di saturazione della potenza massima

3.5 Comparazione dei risultati

In questo paragrafo si farà un riepilogo dei risultati ottenuti, applicando alla boa le tre tipologie di controllo analizzate.

Una prima e ovvia considerazione riguarda la forte diminuzione di potenza che si manifesta passando dal caso teorico sinusoidale a quello realistico con profilo d'onda irregolare.

Ciò riduce drasticamente la potenza media estraibile; tale riduzione si riscontra soprattutto usando le tecniche di controllo "Reactive Control" e "Sub Optimal Latching", mentre si presenta più contenuta nel controllo "Passive Loading".

Se si considera, infatti, la strategia di controllo "Passive Loading", nel caso ottimo sinusoidale la potenza media estraibile è $\bar{P} = 97 [kW]$, con $P_{ratio} = 2$, mentre nel caso irregolare testato è risultata pari a $\bar{P} = 34,5 [kW]$, ridotta dunque a circa $\frac{1}{3}$.

Nel caso "Reactive Control" e "Sub Optimal Latching", invece, a fronte di una potenza massima teorica di oltre $\bar{P} = 200 [kW]$, nel test in regime irregolare la potenza è risultata di poco superiore a $\bar{P} = 40 [kW]$ in entrambi i casi, e dunque la potenza si riduce a circa $\frac{1}{5}$. Nei precedenti paragrafi l'analisi in regime irregolare è stata condotta usando lo stesso profilo periodico di 1000 [s].

La scelta di non eseguire un'analisi "statistica", ovvero di considerare per esempio 30 profili e farne poi la media, è frutto di una precedente analisi. Il grafico di figura 3.5.1 riporta i risultati ottenuti applicando in successione diversi profili periodici di durata 1000 [s] (calcolati escludendo il transitorio) generati dallo stesso spettro di Pierson e Moskowitz.

I risultati mostrano come nel "Passive Loading" e "Reactive Control" la fluttuazione di potenza media rimanga molto contenuta, se non assente, come nel controllo passivo. Nel controllo "Latching" invece la fluttuazione è un po' più accentuata, ma comunque contenuta entro un valore accettabile. Questa è la ragione per cui è stato usato un singolo profilo e non una media statistica nelle precedenti simulazioni.

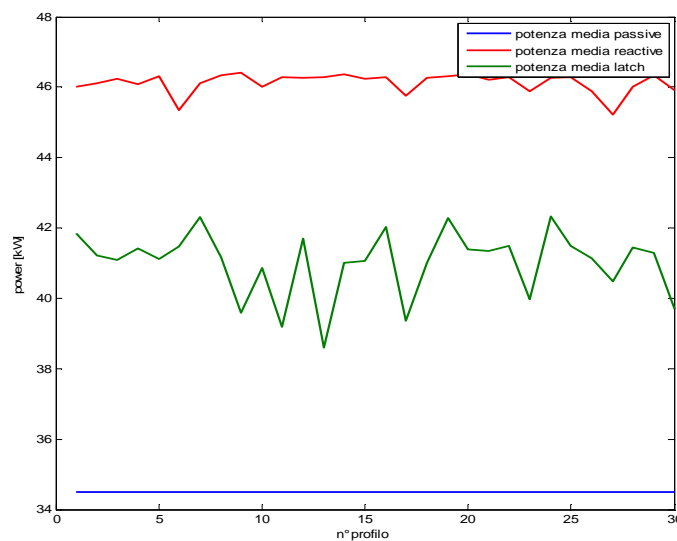


Figura 3.5.1 – potenza media \bar{P} trovata generando diversi profili periodici di durata 1000 [s]

Un aspetto fino ad ora poco analizzato è il rapporto fra potenza massima e media, cioè la P_{ratio} . In figura 3.5.2 è riportato l'andamento del massimo rapporto P_{ratio} in regime irregolare registrato per ciascuno dei 30 profili di 1000 [s] di durata.

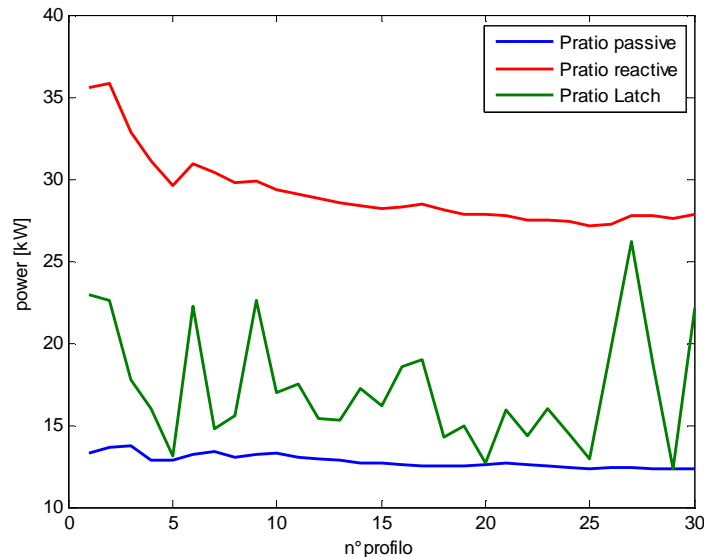


Figura 3.5.2 – Rapporto P_{ratio} registrato nella simulazione dei tre controlli

Nel controllo “Passive Loading”, il rapporto P_{ratio} è mediamente inferiore a 12, valore che se raffrontato con il P_{ratio} del “Reactive Control” è decisamente più basso, a conferma del fatto che il controllo “Reactive” ha un grado di efficienza inferiore rispetto al “Passive Loading”.

Il “Latching Control” mostra invece una forte oscillazione della potenza massima, comportamento molto diverso rispetto agli altri due tipi di controllo, ma comunque ragionevole se si pensa alla natura non lineare di questo secondo controllo.

Le considerazioni più interessanti si possono però fare con riferimento al primo e al terzo controllo. Per capire quale dei due rappresenti la miglior strategia di controllo a parità di potenza e di implementazione è forse utile focalizzare l’attenzione su come, a parità di saturazione, si comportino questi controlli.

La saturazione rappresenta, come affermato in precedenza, il limite fisico cui è dimensionata la parte elettronica di conversione, composta da generatore e convertitori elettronici.

In tali condizioni ci si chiede quale, tra “Passive Control” e “Reactive Control”, a parità di saturazione, sia il controllo che garantisce la maggior estrazione di potenza.

In tabella 3.5.1 sono raggruppati i risultati di questa comparazione, compresi gli analoghi valori calcolati in regime sinusoidale con e senza l’inserimento del rendimento nella simulazione numerica.

Da un rapido confronto fra i due emerge che, a parità di saturazione, il controllo passivo garantisce una maggiore estrazione di potenza (media), e questo non cambia se si considera anche il caso con rendimento.

Si può notare come, per bassi livelli di saturazione, il controllo reattivo sia praticamente inutilizzabile (nel più realistico caso con rendimento la potenza anzi è negativa, cioè il sistema non estrae alcuna potenza ma si deve invece erogare), mentre i medesimi valori consentono già una discreta estrazione di potenza nel caso

del “Passive Control”. Se, per ipotesi, si dimensiona la parte elettronica di conversione per supportare al massimo 241,5 [kW] e si considera anche la più semplice implementazione del controllo passivo, risulta che tale controllo fornisce dei risultati migliori. Tale osservazione resta valida anche in regime irregolare, con e senza rendimento, anche se a livello teorico e in condizioni lineari (analisi in regime regolare) il controllo passivo appariva come il meno efficiente dei tre presentati.

P _{sat} [kW]	Reactive control		Passive control		Reactive control		Passive control	
	Senza rendimento				Con rendimento			
	P _{media} [kW]	P _{media_sin} [kW]	P _{media} [kW]	P _{media_sin} [kW]	P _{media} [kW]	P _{media_sin} [kW]	P _{media} [kW]	P _{media_sin} [kW]
69	7,94	8,53	28,42	57,03	-1,22	-0,38	22,68	49,27
103,5	11,13	12,48	31,53	79,64	2,21	4,06	25,95	72,14
138	13,97	16,39	33,19	94,92	5,22	8,47	27,67	87,75
172,5	16,97	20	33,90	97,2	8,21	12,42	28,39	90,13
207	19,79	24,16	34,24	96,97	10,88	15,83	28,71	89,85
241,5	22,46	28,42	34,48	96,97	13,38	19,11	28,86	89,85

Tabella 3.5.1 – Riduzione di potenza a parità di saturazione nel “Passive Control” e nel “Reactive Control”

Un’ultima considerazione riguarda l’andamento stesso della potenza istantanea. Come si è visto nel “Reactive Control” la potenza fluttua in verso positivo e negativo, mentre nelle altre due tipologie di controllo la potenza ha verso solamente positivo. Pertanto l’implementazione del controllo reattivo, a differenza degli altri due, richiede la bidirezionalità dell’interfaccia elettronica e il funzionamento della macchina elettrica sia come motore sia come generatore.

4. Configurazione elettromeccanica del sistema

L'ultima parte di questa tesi completa la modellizzazione fatta fino a questo punto inserendo la descrizione dell'elettronica per il controllo del generatore elettrico.

Prima di approfondire questi aspetti è forse utile descrivere sinteticamente di quali elementi si compone un sistema di conversione elettromeccanica, come quello che ci si accinge a descrivere.

Si è visto che per estrarre energia dal movimento oscillatorio della boa, è possibile idealizzare l'intero sistema come un circuito oscillatore. Il trasferimento di potenza in questo caso si massimizza se il carico, che nella realtà corrisponde alla coppia che il motore esercita, è in condizione di risonanza con l'impedenza del sistema.

Come esposto nel primo paragrafo, in questa trattazione non saranno prese in considerazione macchine elettriche lineari, bensì sarà considerato il caso in cui il movimento oscillatorio è trasformato in rotativo per azionare una macchina elettrica asincrona.

La trasformazione del moto lineare in rotativo può essere ottenuta in diversi modi [16], come mostrato a titolo esemplificativo nella figura 4.1, anche se non è lo scopo primario della tesi definire quale sia il migliore e/o chiarirne le specifiche.

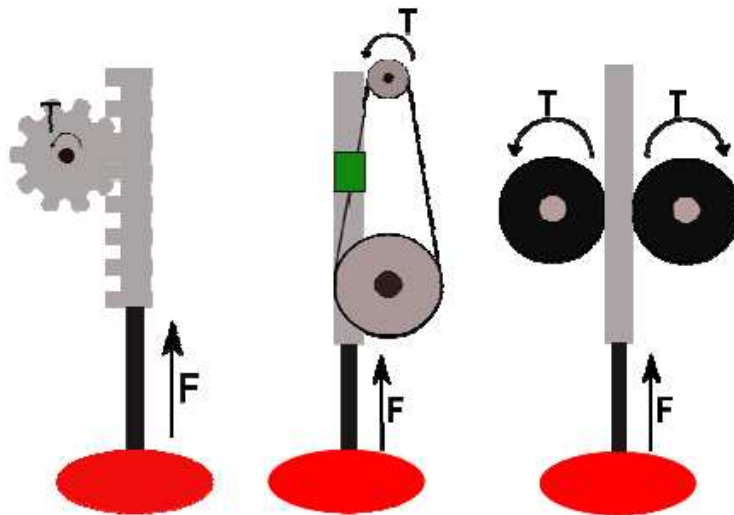


Figura 4.1 – Differenti tipologie di conversione del moto lineare in rotativo [16]

Per modellizzare il sistema si è usata la prima delle tre soluzioni mostrate in figura 4.1, ovvero un sistema meccanico composto da pignone e cremagliera. Questo metodo di conversione garantisce uno dei rendimenti maggiori, pari a $\eta = 0.96$. [16]. Al pignone è connesso un moltiplicatore di giri ad alta efficienza, per mezzo del quale è possibile innalzare la velocità di rotazione dell'albero condotto su cui è calettata la macchina elettrica.

Lo schema di figura 4.2 rappresenta graficamente tale soluzione, ponendo in evidenza le connessioni appena descritte.

Con i dati teorici a disposizione sulla velocità raggiunta dalla boa, (ad esempio nel caso "Passive Loading") pari a $v_{boa} = 0.75 \left[\frac{m}{s} \right]$, e ipotizzando che il pignone abbia un diametro di $R = 0.1 [m]$, è possibile calcolare l'esatto rapporto di moltiplicazione tra pignone e asse del motore. Ricordando che:

$$v_{boa} = \omega_{boa}R \Rightarrow \omega_{boa} = \frac{v_{boa}}{R} = \frac{0.75}{0.1} = 7.5 \left[\frac{rad}{s} \right] \quad (4.1)$$

e ipotizzando infine per la macchina elettrica una velocità di rotazione nominale di $n = 1700 [rpm]$, pari a $\omega_{gen} = 1700 \frac{2\pi}{60} = 178 \left[\frac{rad}{s} \right]$, si può facilmente desumere il rapporto di moltiplicazione i , pari a:

$$i = \frac{\omega_{gen}}{\omega_{boa}} = \frac{178}{7.5} = 23.73 \quad (4.2)$$

La macchina elettrica dovrà essere dotata di un sistema elettronico di interfacciamento alla rete, che consenta il doppio funzionamento della macchina.

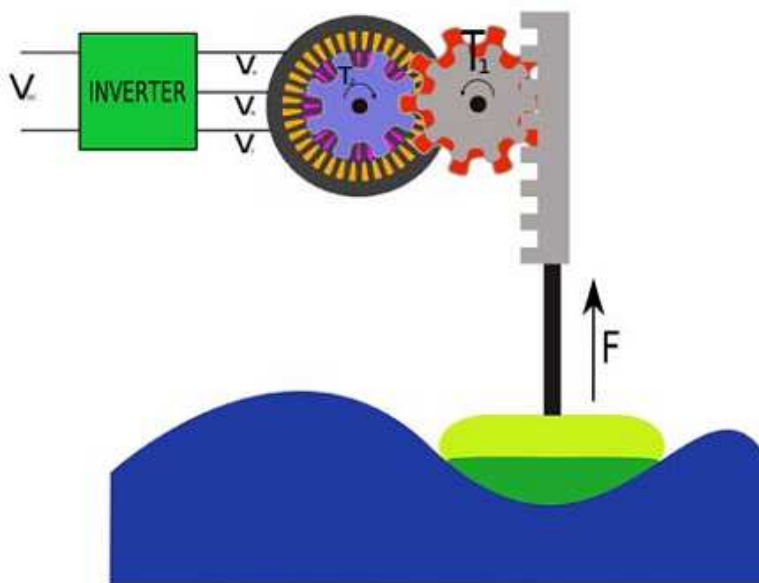


Figura 4.2 – Schema di principio di un sistema composto da pignone-cremagliera e moltiplicatore di giri per mettere in rotazione la macchina ad induzione [16]

Da un punto di vista strettamente funzionale, per strategia di controllo di un motore elettrico s'intende quell'insieme di azioni atte a individuare le evoluzioni temporali delle grandezze di alimentazione da imporre al motore (tensioni e/o correnti).

A tali azioni corrisponde l'andamento desiderato per le grandezze controllate (velocità, coppia o posizione).

Il funzionamento di un motore/generatore elettrico è rappresentabile mediante adeguati modelli, o schemi a blocchi, la cui complessità è determinata in funzione della precisione che si desidera ottenere e della precisione con cui è possibile stimare/calcolare i parametri.

Una possibile configurazione per compiere la conversione energetica richiesta è riportata in figura 4.3., ed in letteratura essa è riportata con il nome di "Back to Back Converter".

Il movimento del WEC muove il generatore asincrono, che oltre a trasferire potenza verso la rete, deve anche generare la forza di controllo.

Tale forza, come visto, dipende dalla tipologia di controllo che s'intende adottare, e a essa corrisponde la coppia che il generatore deve erogare.

Dalla forza F_{PTO} è possibile desumere la coppia approssimativa che la macchina

deve erogare.

Dividendo, infatti, la forza per il raggio del pignone e moltiplicando per i (poiché tra boa e generatore è interposto un moltiplicatore di giri) si ottiene il riferimento di coppia per il controllo del generatore. In particolare:

$$m^* = F_{PTO} Ri \quad (4.3)$$

Dalle tre fasi del motore, si ottiene una tensione continua (E) mediante un raddrizzatore trifase controllato PWM.

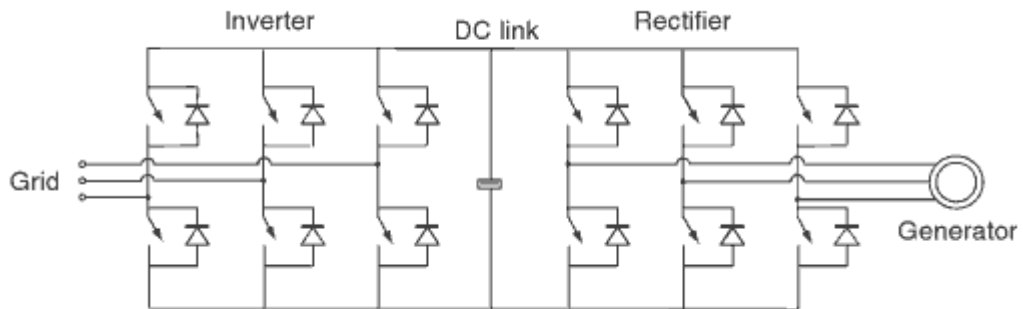


Figura 4.3 –Configurazione “Back to Back” (detto anche a doppio inverter) per l’interfacciamento del WEC alla rete, composta da raddrizzatore AC/DC lato boa, – bus in c.c.– e inverter per la generazione delle correnti trifase da immettere in rete [20].

Questa tensione alimenta un secondo inverter, il cui compito è invece generare la terna di correnti da immettere, a fattore di potenza unitario, nella rete di distribuzione trifase. Lo schema di principio di tale applicazione è mostrato in figura 4.3.

5. Conclusioni

L'obiettivo della presente tesi è stato quello di ricavare un modello matematico che rappresentasse nel migliore dei modi la dinamica di una boa a moto verticale soggetta alle forze dovute al moto ondoso, e la definizione di un sistema di controllo delle oscillazioni per massimizzare l'estrazione di potenza.

Dalle considerazioni sulle forze idrodinamiche agenti sulla boa, derivate a loro volta dalla scelta di adottare la teoria lineare di Airy, è stato possibile constatare che le approssimazioni a cui è soggetta tutta la modellizzazione non sono poche, essendo il movimento di un fluido estremamente complesso e difficile da rappresentare con modelli di complessità ridotta.

Nonostante ciò, è stato comunque sintetizzato un modello che rappresenta nel migliore dei modi il sistema analizzato.

Dalle equazioni dedotte a livello teorico, rappresentando la forza di radiazione tramite un modello in spazio di stato, si è potuto implementare in ambiente di simulazione Matlab/Simulink il modello idrodinamico corrispondente.

Nel caso di onde sinusoidali, la dinamica del sistema è rappresentabile come un circuito equivalente RLC, in analogia con il mondo elettrico.

Partendo da tale analogia, la seconda parte della tesi ha riguardato l'indagine delle diverse tipologie di controllo che è possibile adottare per massimizzare l'estrazione di potenza.

Delle tre tecniche di controllo analizzate, "Passive Loading", "Sub Optimal Latching" e "Reactive Control", la prima e la terza sono le due tipologie di controllo che trovano esatta trasposizione nel mondo elettrico e su cui è stata fatta la maggior parte delle considerazioni e dei confronti.

Inizialmente, per tutti e tre i casi, è stata condotta l'analisi in regime sinusoidale, in modo che fosse possibile verificare l'andamento ideale di tutte le grandezze, mentre in seguito è stata condotta l'analisi con profilo d'onda irregolare.

Per effettuare queste simulazioni è stato anzitutto creato un ipotetico profilo irregolare del mare, partendo dallo spettro (densità spettrale) di Pierson e Moskowitz. I risultati di queste simulazioni hanno consentito di verificare come, a differenza del caso sinusoidale teorico, la potenza che è possibile estrarre in date condizioni sia notevolmente inferiore.

A tal proposito è doveroso rilevare che per tutta la trattazione si è sempre considerata un'onda regolare di ampiezza e periodo invariati.

Analogamente, nelle analisi condotte in regime irregolare, si è sempre usato lo stesso profilo irregolare generato da uno spettro di Pierson e Moskowitz generato a partire dagli stessi valori di riferimento della forma d'onda regolare.

I dati numerici riportati in tutta la tesi perciò, sono riferiti specificamente al caso analizzato, e potrebbero variare notevolmente se si considerasse un diverso periodo d'onda o una differente ampiezza.

E' stato inoltre indagato come il successivo inserimento di un sistema elettrico (composto da generatore elettrico e relativa elettronica di controllo), caratterizzato da un limite fisico di potenza massima, possa mutare i risultati ottenuti in sua assenza e indurre a considerazioni diverse sulle prestazioni delle varie tecniche di controllo. A conclusione delle simulazioni condotte ipotizzando un rendimento di conversione unitario, è stato inserito nella catena di simulazione un ipotetico rendimento non unitario, che ha consentito di aumentare il grado di realismo dei risultati ottenuti e di constatare gli effetti sulla potenza estratta.

L'ultimo capitolo della tesi è stato infine dedicato alla sintetica descrizione del modello completo per l'estrazione di energia dalle onde, comprendente anche la macchina elettrica e l'interfaccia elettronica che ne consente il collegamento alla rete.

In particolare è stato presentato un sistema elettronico di conversione, denominato "back to back", che consente di gestire un flusso bidirezionale di potenza, come richiesto dall'applicazione analizzata nel caso di controllo reattivo.

E' possibile immaginare diversi sviluppi da intraprendere sfruttando i risultati ottenuti fino a questo punto.

A completamento delle simulazioni sarebbe opportuno inserire un modello Simulink comprensivo del controllo elettronico e del generatore, in modo da comparare la potenza effettivamente estratta con quella prevista dalle simulazioni teoriche.

Sarebbe inoltre interessante ripetere le analisi condotte, variando però il periodo d'onda usato, in modo da ottenere una serie di dati comparabili a diverse condizioni marine, con onde di periodo maggiore/minore e altezza differente da quella utilizzata per tutta la trattazione.

Tali dati garantirebbero una migliore conoscenza del fenomeno studiato, e permetterebbero di raffrontare il WEC analizzato in questa tesi con altre tipologie di WEC, che sfruttano diversi principi di funzionamento.

Bibliografia

- [1] J.N. Newman "Marine hydrodynamics". The MIT Press Cambridge, Massachusetts, and London, 1977
- [2] Robert Stewart "Introduction to Physical Oceanography", Department of Oceanography, Texas A&M University
http://oceanworld.tamu.edu/resources/ocng_textbook/contents.html
- [3] Ottar Skjervheim "Wave Energy Conversion - Direct Coupled Point Absorber with Induction Machine as Power Take Off", Master Thesis, 2007
- [4] Roger Henri Charlier, John R. Justus "Ocean energies: environmental, economic, and technological aspects of alternative power source", 1993
- [5] Korde, U.A., "Control system applications in wave energy conversion", Proc. MTS/IEEE Oceans 2000, invited paper, Sept. 2000
- [6] Wamit Documentation, 2009.
- [7] J. Falnes, "Ocean Wave Energy and Oscillating Systems: Linear Interaction Including Wave-Energy Extraction", Cambridge University Press; 1 edition 2002.
- [8] Johannes Falnes "Mechanical oscillator and its application for absorption of wave", Department of Physics, Norwegian University of Science and Technology NTNU. Trondheim, Norway
- [9] John Ringwood "The Dynamics of Wave Energy", Dept. of Electronic Engineering NUI Maynooth Maynooth, Co. Kildare, Ireland
- [10] Budal, K. and Falnes, J. "Optimum operation of wave power converter". Technical report. Institutt for eksperimentalfysikk, NTH, January 1976
- [11] J.V. Wehausen and E.V. Laitone "Encyclopedia of Physics", volume IX, Springer-verlag, 1960
- [12] A. Hulme "The wave forces acting on a floating hemisphere undergoing forced periodic oscillations", Journal of Fluid Mechanics, Volume 121, August 1982
- [13] Robert George Dean, Robert A. Dalrymple "Water wave mechanics for engineers and scientists", volume 2
- [14] Documentazione del software Matlab
- [15] Miles, MD and ER Funke "A comparison of methods for synthesis of directional seas". Proc. 6th Int. Offshore Mech. and Arctic Engrg. 247-255 , 1987
- [16] H. Lendenman, K-C. Strømsem, M. Dai Pre, W. Arshad, A. Leirbukt, G. Tjensvoll, T. Gulli "Direct generation wave energy converters for optimized

electrical power production”

[17] I. Glendenning, B.Sc, “Wave energy”

[18] J.K.H. Shek, D.E. Macpherson, and M.A. Mueller “Phase and Amplitude Control of a Linear Generator for Wave Energy Conversion”, Institute for Energy Systems, School of Engineering and Electronics

[19] Valerio Milano “Idraulica marittima”, Maggioli Editore, marzo 2008

[20] T. Ackerman, “Wind Power in Power Systems”, Wiley, 2005

[21] J. Hals, T. Bjarte-Larsson and J. Falnes “Optimum reactive control and control by latching of a wave-absorbing semisubmerged heaving sphere”, 21° International Conference on Offshore Mechanics, June 23-28, 2002, Oslo, Norway

[22] Michel, W.H. "Sea Spectra Revisited", Marine Technology, vol. 36, no. 4, pp. 211-227

[23] Kristiansen E., Hjulstad A., and Egelando “State-Space Representation of Radiation Forces in Time-Domain Vessel Models,” Ocean Eng., 2005

[24] J. Falnes: "Principles for capture of energy from ocean waves. Phase control and optimum oscillation."

[25] H.Polinder and M. Scuotto “Wave energy converters and their impact on power systems”. International Conference on Future Power Systems 2005

[26] A. Muetze, J.G. Vining, “Ocean Wave Energy Conversion – A Survey,” IEEE IAS Conference, Oct. 2006

[27] F. Pasanisi, “Interazione tra il moto ondoso ed una barriera sommersa”, Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Reti Civili e dei Sistemi Territoriali, Università degli Studi di Napoli Federico II, Novembre 2005

[28] “Enciclopedia degli idrocarburi” Volume III, Generazione elettrica dalle onde e dalle maree.

http://www.treccani.it/export/sites/default/Portale/sito/altre_aree/scienze_della_terra/enciclopedia/italiano_vol_3/575-594_ita.pdf