

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea Triennale

Sviluppo e test di un sistema di puntamento per  
tracking satellitare

Relatore

Dr. Francesco Vedovato

Laureando

Giovanni Merlin

Anno Accademico 2021/2022

# Indice

<b>Abstract</b>	<b>2</b>
<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>1 Elementi di comunicazione quantistica</b>	<b>4</b>
1.1 La comunicazione quantistica satellitare . . . . .	4
1.2 Aspetti fondamentali di un canale free space satellitare per QKD . . . . .	5
1.3 QKD con Micius: descrizione dell'esperimento e risultati . . . . .	7
<b>2 Elementi di ottica atmosferica</b>	<b>11</b>
2.1 I fasci gaussiani . . . . .	11
2.1.1 Proprietà dei fasci gaussiani . . . . .	13
2.1.2 Trasmissione attraverso lenti sottili . . . . .	16
2.2 Effetto della turbolenza atmosferica sulla propagazione della radiazione . . . . .	17
2.2.1 Effetti della turbolenza atmosferica sulla divergenza del fascio . . . . .	17
2.2.2 Perturbazione del fronte d'onda . . . . .	18
<b>3 Sviluppo del sistema di tracking satellitare per GaliQEye</b>	<b>21</b>
3.1 Struttura di una optical ground station . . . . .	22
3.1.1 Descrizione della optical ground station di GaliQEye . . . . .	22
3.2 Descrizione del sistema PAT per GaliQEye . . . . .	23
3.2.1 Design del sistema con PAT coarse sul piano focale . . . . .	24
3.2.2 Design del sistema con il telescopio ausiliario . . . . .	26
3.3 Calibrazione del fast steering mirror . . . . .	26
<b>4 Implementazione del sistema su GaliQEye, raccolta dati e analisi</b>	<b>29</b>
4.1 Implementazione con PAT coarse sul piano focale . . . . .	30
4.2 Implementazione con il telescopio esterno . . . . .	35
<b>Conclusioni</b>	<b>37</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>38</b>

# Abstract

Estendere le comunicazioni quantistiche su scala globale richiede l'utilizzo di link ottici satellitari, tramite lo scambio di singoli fotoni tra un terminale in orbita e una stazione ricevente a terra. Il primo passo per lo sviluppo di una stazione di terra per comunicazioni quantistiche satellitari richiede di essere in grado di inseguire satelliti in orbita bassa con alta precisione. In questa tesi si sviluppa un sistema di puntamento per oggetti brillanti in orbita bassa (e.g. la Stazione Spaziale Internazionale) implementato al telescopio GaliQEye, installato sul tetto del Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione. Durante la tesi si sono approfonditi i concetti legati alle comunicazioni ottiche (e quantistiche), alla propagazione di laser in atmosfera e ai sistemi di puntamento e di controllo necessari.

# Introduzione

Nella presente tesi è descritto il lavoro svolto ai laboratori Luxor, afferenti al Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione dell'Università di Padova, sede del gruppo QuantumFuture, che si occupa della ricerca ad ampio spettro nel settore delle comunicazioni quantistiche. Tra i differenti campi d'indagine vi è la comunicazione in *free space* (in spazio libero), ovvero la capacità di inviare, trasmettere e ricevere stati quantistici, codificati in fotoni, attraverso il mezzo atmosferico, a terra (ground-to-ground) o da/verso satelliti (satellite-to-ground or ground-to-satellite). Tale ambito, in particolare, sta ricevendo crescenti attenzioni, poiché si pone come una delle più promettenti tecnologie per lo sviluppo di un network di comunicazione basata su protocolli quantistici diffuso su grande scala.

In questo lavoro è discusso lo sviluppo di un sistema di puntamento per satelliti in orbita bassa, parte fondamentale per la corretta implementazione di protocolli di satellite-to-ground Quantum Key Distribution.

Nella prima parte viene presentata una panoramica delle comunicazioni in free space da satellite, esponendone i punti di forza rispetto alle più tradizionali trasmissioni in fibra, e descrivendo lo stato dell'arte delle capacità applicative, concentrando l'attenzione in particolare sugli esperimenti effettuati utilizzando il satellite cinese *Micius*.

Nella seconda parte viene descritta la propagazione della luce coerente prodotta da laser nel vuoto, ovvero i *fasci gaussiani*. Inoltre vengono presentati gli effetti di distorsione del fronte d'onda luminoso, le cosiddette *aberrazioni* del fascio, e in particolare gli effetti di perturbazione indotti dall'atmosfera.

Nella parte finale si pone l'attenzione sul lavoro svolto al telescopio GaliQEye: viene presentato lo schema del sistema ottico costruito, la calibrazione dello stesso e i risultati dell'analisi dei dati raccolti.

# Capitolo 1

## Elementi di comunicazione quantistica

Nel presente capitolo si introdurranno alcune nozioni fondamentali di comunicazione quantistica satellitare. Il primo paragrafo è dedicato all'esposizione dei vantaggi di un canale *free space* rispetto ad un tradizionale canale in fibra. Successivamente si concentrerà l'attenzione sugli elementi centrali di un canale *free space* dedicato alla *Quantum Key Distribution*. Infine nell'ultimo paragrafo si presenteranno i risultati ottenuti dall'esperimento *Micius*.

### 1.1 La comunicazione quantistica satellitare

Le bizzarre predizioni della Meccanica Quantistica sono note sin dalla sua formulazione negli anni '20 del XX secolo, ma è dalla fine dello scorso secolo che se ne sono intuite le potenzialità di applicazione in un campo apparentemente distante quale quello delle comunicazioni sicure. L'interesse nella trasmissione cifrata di informazioni ha origini antiche; la diffusione di internet e dei servizi ad esso annessi (e.g. i pagamenti in rete, con lo scambio di dati sensibili) ha fatto sì che il tema della privacy e della sicurezza dei dati scambiati assuma un'importanza ancora più rilevante.

Gli attuali protocolli di sicurezza sono basati sulla sostanziale intrattabilità di alcune funzioni matematiche, che li rendono sicuri dall'attacco via metodi di forza bruta [1, 2, 3]. Nonostante ciò, non si può escludere che ulteriori progressi nel "code cracking" rendano inefficaci i tradizionali algoritmi in uso [1, 3]. In questo scenario, la Meccanica Quantistica ha offerto una possibile soluzione al problema della sicurezza, promuovendo allo stesso tempo lo sviluppo della branca della crittografia quantistica. Nel 1984 Charles Bennett e Gilles Brassard inventarono un protocollo di *Quantum Key Distribution* (QKD), ora denominato BB84, effettivamente implementabile con le tecnologie dell'epoca [1, 3]. Tale protocollo, basato su elementari proprietà di un sistema quantistico a due livelli quali la sovrapposizione di stati e il *no-cloning theorem*, permette a due sistemi separati spazialmente ma comunicanti di produrre una stringa casuale di bit segreti, da utilizzare come chiave crittografica. Per esempio, l'utilizzo della QKD assieme al protocollo One-Time-Pad permette di ottenere una comunicazione incondizionatamente sicura, i.e. information-theoretically secure.

Un altro evento importante che ha spinto la ricerca di tecnologie di comunicazione quantistica sicura è stata l'invenzione nel 1994 da parte di Peter Shor dell'omonimo algoritmo quantistico di fattorizzazione che, se implementato, avrebbe la capacità di violare gli attuali protocolli di sicurezza [1].

Dal momento della loro ideazione, molti protocolli di QKD sono stati effettivamente realizzati con successo; nonostante ciò, l'obiettivo attuale è quello di rendere tale tecnologia riproducibile per comunicazioni su grandi distanze e, infine, su scala globale [4, 2].

Tra i primi metodi ideati per l'implementazione di QKD oltre la scala dimostrativa vi è l'utilizzo di fibre ottiche: una scelta naturale poiché rappresentano lo strumento fondamentale per la trasmissione classica di informazione su grandi distanze. Questo tipo di canale non si rivela però essere efficiente, in quanto soggetto ad importanti perdite, poiché fenomeni di assorbimento e di scattering nel materiale sopprimono il numero di fotoni trasmessi al suo interno esponenzialmente con la distanza, con una attenuazione fino a 0.2 dB/km per fibre ottiche in banda telecom [2, 4]. Inoltre, a differenza di un segnale classico, fotoni che codifichino degli stati quantistici non possono essere amplificati senza

introdurre necessariamente del rumore, come dimostrato dal *no-cloning theorem* [1, 2]. Questo limita la distanza della trasmissione di segnale quantistico in fibra all'ordine di centinaia di km.

Un'alternativa sfrutta la semplice trasmissione in aria (*free space*), che ha il vantaggio di non indurre effetti significativi di birifrangenza, e dunque di preservare fedelmente la polarizzazione della luce, che è usata quindi come grado di libertà per codificare l'informazione quantistica nei fotoni. Nonostante in generale l'attenuazione nel canale atmosferico sia minore rispetto a quella in fibra, la trasmissione su grandi distanze in link orizzontali in aria può comunque essere una soluzione difficile da praticare, poiché soggetta all'ostruzione di oggetti posti lungo la linea di vista, a condizioni meteorologiche sfavorevoli e alla curvatura terrestre [2, 4].

Una delle soluzioni più promettenti per una rete globale di QKD consiste nello sfruttare il link in free space combinandolo con l'utilizzo di satelliti in orbita. In tal modo, si possono potenzialmente connettere luoghi molto distanti sulla superficie della terra, con perdite di segnale contenute [4, 2].

Inoltre, le comunicazioni quantistiche satellitari si rivelano interessanti per aspetti di ricerca fondamentale: l'accesso all'ambiente spaziale permetterebbe la verifica delle predizioni e dei principi fondamentali della Meccanica Quantistica in regimi molto diversi da quelli accessibili a terra. Ciò permetterebbe ad esempio di verificare fenomeni di entanglement su larga scala, o studiare gli effetti della gravità su sistemi quantistici [4, 5, 6].

Tra i crescenti sforzi sperimentali atti a dimostrare la fattibilità di tali implementazioni, un passo fondamentale è stato compiuto nel 2016, quando l'Accademia delle Scienze cinese ha posto in orbita il satellite *Micius*, che è stato utilizzato, insieme a diverse stazioni a terra per la ricezione del segnale, per la verifica di protocolli di QKD [5].

## 1.2 Aspetti fondamentali di un canale free space satellitare per QKD

Il modo più efficace per realizzare QKD in free space è implementare il protocollo BB84 *decoy-state*, un'evoluzione dell'originario protocollo che fa uso di *weak-coherent pulses* anziché di sorgenti ideali di singolo fotone [6, 4, 7]. Tale protocollo ha un'implementazione tipica schematizzata in Fig. 1.1. I costituenti fondamentali sono la *sorgente* (Alice), che genera gli stati scambiati, e lo *state analyzer* (Bob), che li misura. L'informazione su tali stati può essere codificata in differenti modi, ad esempio sfruttando il grado di libertà di polarizzazione dei fotoni, o il *time-bin encoding*. Le altre unità necessarie per interconnettere la sorgente e il detector in un canale free space sono il sistema *Pointing, Acquisition and Tracking* (PAT), l'unità di *sincronizzazione* (Synchro) e un'interfaccia di comunicazione classica (Telecom).

Il sistema PAT permette ad Alice e Bob di scambiarsi il segnale quantistico attraverso il canale free space, e solitamente è costituito da un telescopio trasmettitore e uno ricevitore, oltre che da un sistema di tracking in feedback che assicuri il corretto allineamento dei due telescopi durante tutto il protocollo; questo è formato da uno stadio *coarse*, adibito all'allineamento grezzo dei due telescopi, e uno *fine*, che assicura una precisione maggiore. Il sistema Synchro ha il compito di correlare temporalmente e quindi di identificare i fotoni inviati e ricevuti. Per far ciò nel sistema è solitamente presente un laser pulsato e un GPS. Il laser usato per la sincronizzazione può anche essere usato come laser guida per il PAT. Infine, l'unità di Telecom è incaricata della parte di comunicazione classica necessaria al protocollo.

Nel caso specifico di QKD satellitare, la sorgente è posta su un satellite in orbita: ad esempio Micius è in orbita LEO (Low-Earth-Orbit) (400 ~ 1000 km). Ciò permette di distribuire il segnale luminoso potenzialmente a differenti ricevitori posti a terra attraversando uno strato atmosferico efficace relativamente piccolo (5 ~ 10 km), e la maggior parte della propagazione del fotone avviene quasi nel vuoto, ove gli effetti di assorbimento e turbolenza sono trascurabili. Nonostante ciò, vi sono diversi fattori che limitano la trasmissione luminosa in un canale che connette un satellite con una stazione a terra: le attenuazioni fissate dall'efficienza dei sistemi di ricezione, le perdite *geometriche* dovute alla divergenza del fascio lungo la propagazione e la dimensione del telescopio ricevitore, il

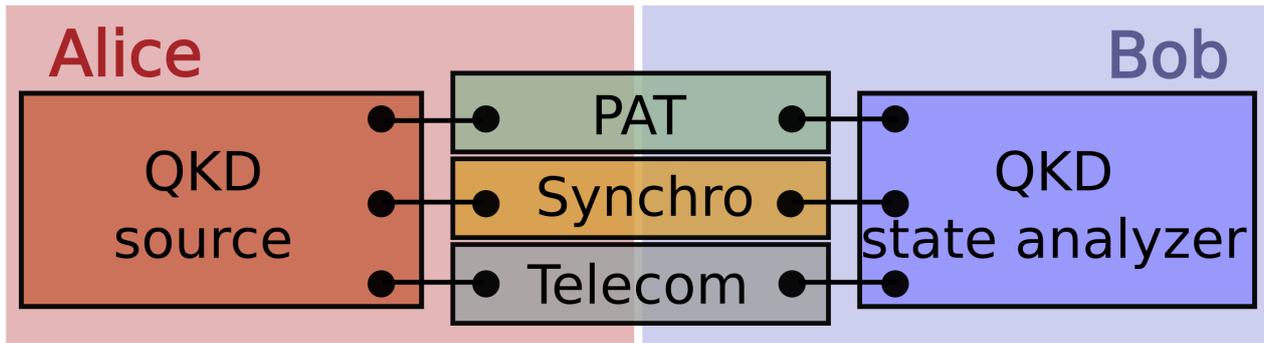


Figura 1.1: Schema tipico per un protocollo di satellite-to-ground QKD. Da [6]

contributo della turbolenza (si veda la Sezione 2.2 per maggiori dettagli sugli effetti della turbolenza) e l'errore di puntamento [5, 2].

Considerando l'attuale disponibilità tecnologica, di risorse e il costo, a partire da valori tipici si può stimare la perdita totale attesa in un canale per QKD. Prendendo il caso di Micius (approfondito nella Sezione 1.3), utilizzando come diametro del telescopio ricevitore 1.2 m, divergenza effettiva al ricevitore di  $\sim 15 \mu\text{rad}$ , e un fattore di perdita per disallineamento di 0.5, si ottiene una stima di attenuazione totale pari a  $-35 \text{ dB}$  [2]. In particolare, un fattore di disallineamento pari a 0.5 corrisponde a richiedere un'accuratezza di tracking del ricevitore di  $4 \mu\text{rad}$ . Si tenga presente che comunque la maggior parte delle perdite è imputabile alla divergenza del segnale (intrinseca e combinata con gli effetti di diffrazione atmosferica, per una stima totale di  $\sim -22 \text{ dB}$  in un percorso di 1200 km), mentre gli effetti di turbolenza atmosferica e assorbimento, che sono presenti solo nella parte bassa ( $\sim 10 \text{ km}$ ) dell'atmosfera contribuiscono in maniera meno significativa ( $-3 \sim 8 \text{ dB}$ ), così come quelli di disallineamento ( $\sim -3 \text{ dB}$ ) [5].

Come accennato nel paragrafo precedente, per assicurare una connessione efficace tra terra e un satellite in rapido movimento è necessario lo sviluppo di un sistema PAT preciso e veloce (ad alta frequenza), che consta generalmente di un sistema di tracking *coarse* e *fine*, entrambi chiusi in feedback. Il primo solitamente opera alla frequenza delle decine di hertz e ha un campo di vista (field of view, FOV) relativamente largo (ordine del grado), il che implica però un significativo errore di puntamento. Il sistema fine deve assicurare un puntamento più preciso, e per farlo avrà frequenza più elevata (fino al kilohertz) e un FOV più piccolo. La combinazione di sistema coarse e fine assicura un grande FOV, una banda larga in feedback, e un puntamento preciso.

La comunicazione quantistica satellitare può essere in *uplink* (da terra allo spazio) o *downlink* (dallo spazio a terra). Nel primo caso il fascio interagisce con l'atmosfera nella parte iniziale del percorso, e quindi la perturbazione in fase ed intensità dovuta alla turbolenza atmosferica ha modo di propagarsi lungo il tragitto e di conseguenza degradare la qualità ottica del fascio. Viceversa, per un canale downlink il fascio raggiunge le zone turbolente dell'atmosfera avendo già effettuato la maggior parte del percorso nel vuoto ed è ricevuto subito dopo aver attraversato lo strato efficace di atmosfera, che dunque non ha importanti ripercussioni in termini di qualità ottica del fascio. Per questa ragione le attenuazioni registrate in un canale downlink sono tipicamente minori, rendendolo favorito per QKD [2].

### 1.3 QKD con Micius: descrizione dell'esperimento e risultati

La fattibilità di satellite-to-ground QKD è stata dimostrata nel 2017 in una serie di esperimenti condotti dall'Accademia delle Scienze cinese [5]. Tale esperimento si è basato sull'uso, come trasmettitore, del satellite *Micius*, posto in orbita bassa nel 2016, sviluppato per dimostrare anche la fattibilità pratica di esperimenti di entanglement distribution e teletrasporto quantistico.

Tale satellite monta un telescopio Cassegrain con diametro di 300 mm e trasmette un fascio con divergenza angolare di 10  $\mu$ rad, vicina al limite di diffrazione. Data la ridotta divergenza, e poiché il satellite si muove in orbita bassa ( $\sim 500$  km) a considerevole velocità ( $\sim 7.6$  km/s) è necessario l'utilizzo di sistemi PAT, sia a terra che su satellite, veloci e precisi. Il satellite trasmette in downlink a delle stazioni predisposte a terra, compiendo un'orbita polare eliosincrona, in modo da transitare sopra le stazioni riceventi sempre alla mezzanotte locale rimanendo visibile all'incirca per 5 min.

Micius è composto da diversi payload, pensati, oltre che per esperimenti di QKD, anche per entanglement distribution e teletrasporto. Per questa ragione nel satellite sono montati due diversi trasmettitori (con i rispettivi controlli PAT), una box di controllo centrale, e una sorgente di fotoni entangled. A terra, il ricevitore è composto da un telescopio Ritchey-Chrétien con apertura di 1 m, montato nell'osservatorio di Xinglong, vicino a Beijing. Al trasmettitore, lo schema per decoy-state QKD è costruito nel seguente modo: lo stato quantistico è generato a partire da 8 diodi laser che generano impulsi alla lunghezza d'onda di 850 nm e che attraversano un modulo BB84 formato da due *polarizing beam splitter*, una lamina a mezz'onda e un *beam splitter*. Il fascio ottenuto è dunque allineato con un fascio laser verde (il *beacon*, a 532 nm) utilizzato per il tracking e per la sincronizzazione temporale. Dopo aver attraversato il telescopio, i fasci incidono su uno specchio gimbal (dunque libero di ruotare attorno a due assi indipendenti) e viaggiano verso terra. Alla stazione di ricezione, la luce è ricevuta da un telescopio, quindi viene fatta incidere su uno specchio diecrico che separa il beacon, che viene fatto incidere su una camera, dal laser quantistico, che è analizzato da un modulo di decodifica per BB84, formato da beam splitter, due polarizing beam splitter e quattro ricevitori a singolo fotone. Allo stesso tempo, un laser beacon a 671 nm è inviato da terra per essere ricevuto da specifiche camere per tracking al trasmettitore, accoppiando in questo modo i due sistemi.

In particolare, il sistema coarse del trasmettitore è formato dallo specchio gimbal (che ha un range di  $\pm 5^\circ$  sia in azimuth che in elevazione) chiuso in loop con una camera CMOS con FOV di  $2.3^\circ \times 2.3^\circ$  e un framerate di 40 Hz. Il sistema fine è basato invece sull'utilizzo di un *fast-steering mirror* (FSM) guidato da un sistema piezoelettrico (range di  $\pm 1.6$  mrad) e una camera con FOV di  $0.64$  mrad  $\times$   $0.64$  mrad e un framerate di 2 kHz. Inoltre per il trasmettitore vi è uno stadio addizionale, ovvero il sistema di controllo dell'assetto, che garantisce inizialmente che il trasmettitore punti un oggetto a terra con un errore inferiore a  $0.5^\circ$ .

Al ricevitore è implementato un sistema simile a due stadi. Il coarse è formato da una camera CCD con FOV di  $0.3^\circ \times 0.3^\circ$  e framerate di 56 Hz chiusa in loop con in telescopio ricevitore (range in azimuth da  $-270^\circ$  a  $+270^\circ$ , range in elevazione da  $-5^\circ$  a  $+95^\circ$ ), di cui può controllare la montatura. Il fine è composto da un FSM a voice coil (range di  $\pm 35$  mrad) e una camera CCD con FOV di  $1.3$  mrad  $\times$   $1.3$  mrad e framerate di 212 Hz. Uno schema dettagliato per il PAT è rappresentato in Fig. 1.2, mentre le caratteristiche delle componenti sono riassunte in Fig. 1.3.

I sistemi PAT agiscono nel seguente modo: inizialmente, basandosi sulla predizione dell'orbita, il ricevitore punta il beacon a 671 nm verso il satellite. Questo viene ricevuto dalla camera coarse che, con le correzioni in feedback dello specchio, assicura un errore di tracking inferiore a 10  $\mu$ rad, più piccolo del FOV della camera fine. Quindi l'azione del FSM porta tale errore a meno di 2  $\mu$ rad. Allo stesso tempo il trasmettitore invia il beacon a 532 nm verso terra, che viene ricevuto dalle camere del ricevitore per correggerne a sua volta l'allineamento, accoppiando i due sistemi.

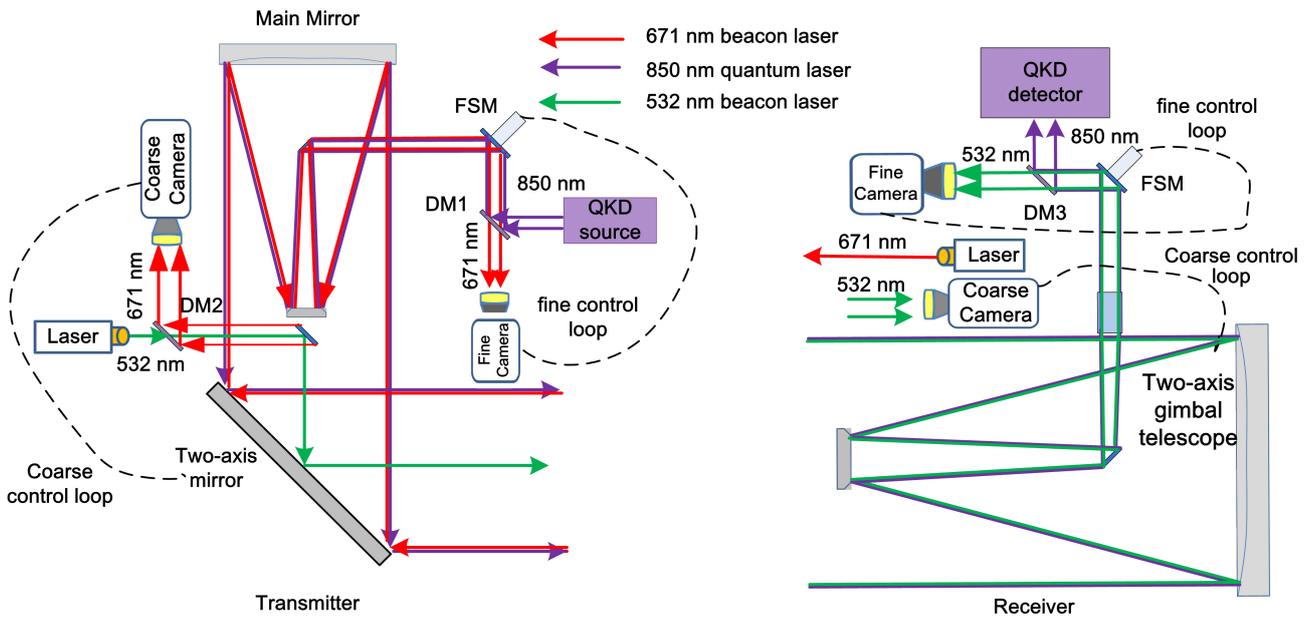


Figura 1.2: Schema PAT di trasmettitore e ricevitore di Micius. Da [5]

Components		Transmitter terminal	Receiver terminal
Coarse pointing mechanism	Type	Two-axis gimbal mirror	Two-axis gimbal mount
	Tracking range	Azimuth: $\pm 5^\circ$	Azimuth: $-270^\circ \sim +270^\circ$
		Elevation: $\pm 5^\circ$	Elevation: $-5^\circ \sim +95^\circ$
Coarse camera	Type	CMOS	CCD
	Field of view	$2.3^\circ \times 2.3^\circ$	$0.33^\circ \times 0.33^\circ$
	Pixels & frame rates	$1024 \times 1024$ & 11 Hz $512 \times 512$ & 40 Hz	$512 \times 512$ & 56 Hz
Fine pointing mechanism	Type	PZT fast steering mirror	Voice-oil fast steering mirror
	Tracking range	$\pm 0.8$ mrad	$\pm 17.5$ mrad
	Field of view	$0.64$ mrad $\times$ $0.64$ mrad	$1.3$ mrad $\times$ $1.3$ mrad
Fine camera	Pixels & frame rates	$60 \times 60$ & 2000 Hz	$128 \times 128$ & 212 Hz
	Power	160 mW	2.7 W
Beacon laser	Wavelength	531.9 nm	671 nm
	Divergence	1.25 mrad	0.9 mrad
Tracking error (1 $\sigma$ )		0.6~1.5 $\mu$ rad	1~2 $\mu$ rad

Figura 1.3: Performance delle componenti dei sistemi PAT di Micius. Da [5]

Se le condizioni meteo sono favorevoli e l'elevazione massima predetta per l'orbita del satellite è maggiore di  $25^\circ$ , l'esperimento è avviato. Innanzitutto, 10 min prima di entrare nella zona d'ombra, l'assetto del satellite è modificato in modo da puntare verso il ricevitore: così facendo, quando l'angolo di elevazione supera i  $5^\circ$ , l'accuratezza di puntamento ottenuta è superiore a  $0.5^\circ$ . Prima che il satellite superi l'orizzonte della stazione a terra, viene attivato il laser beacon al ricevitore per puntare ad un'elevazione di  $10^\circ$  sull'orbita predetta del satellite. Quando l'elevazione del satellite supera i  $10^\circ$ , il sistema di puntamento da terra ne segue l'orbita predetta, senza il controllo di feedback. Non appena il satellite intercetta il beacon da terra, il PAT si attiva allineando in maniera precisa il satellite con il ricevitore a terra, e inviando a sua volta il beacon verso terra. Quando quest'ultimo è ricevuto, anche il sistema PAT del ricevitore è attivato, garantendo un tracking bidirezionale, e assicurando un'accuratezza di  $1 \sim 2 \mu\text{rad}$  sull'intera orbita. Infine, da un'elevazione di  $15^\circ$  è avviato il protocollo di QKD, che dura fino ad un angolo di  $10^\circ$  alla fase di discesa (si veda la Fig. 1.4b).

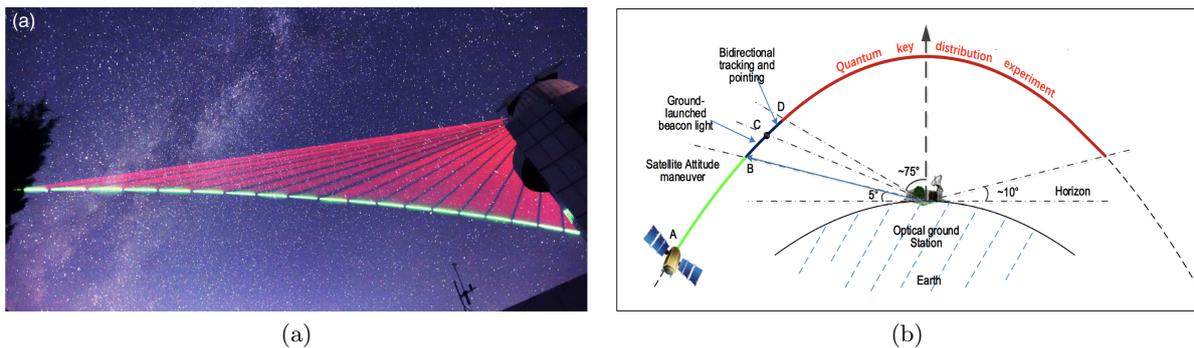


Figura 1.4: Foto a lunga esposizione dei beacon durante una presa dati con Micius (1.4a) e le diverse fasi del protocollo di QKD (1.4b). Da [5]

La collaborazione cinese, a partire da Settembre 2016, ha implementato con successo il protocollo di QKD in svariati passaggi del satellite (una foto esemplificativa è mostrata in Fig. 1.4a). In uno di questi, ad esempio, in un intervallo di 273 s, si sono generate  $\sim 1.7 \cdot 10^6$  chiavi finali, con un rate compreso tra 12 kbit/s e 1 kbit/s (con picchi ove la separazione tra il satellite e la stazione ricevente è minore, si veda la Fig. 1.5b) e un Quantum Bit Error Rate medio dell'1.1% [5]. Più recentemente, si è riusciti ad aumentare il rate di chiavi segrete generate di un fattore superiore a 40, ottenendo per un'orbita tipica un valore di  $\sim 47$  kbit/s [2].

La perdita totale del canale, misurata come il rapporto tra l'intensità dei fotoni arrivati al ricevitore e quelli inviati dal trasmettitore, varia circa tra 25 e 40 dB a seconda della distanza relativa. Di questa, si stima che a 1200 km il contributo imputabile all'assorbimento atmosferico e alla turbolenza sia di 3-8 dB e quello dovuto ad errori di puntamento solo di 3 dB (i contributi rimanenti sono dovuti alla divergenza intrinseca del fascio e all'efficienza ottica di ricevitore e trasmettitore). Per comparazione, utilizzando per la perdita in fibra ottica il valore di attenuazione ottimistico di 0.2 dB/km (tipico per fibre telecom), si ottiene che ad una distanza di 1200 km l'efficienza stimata del link in fibra sarebbe di 20 ordini di grandezza inferiore, dimostrando il notevole vantaggio dell'utilizzo di un canale free space per inviare segnali quantistici, si veda la Fig. 1.6.

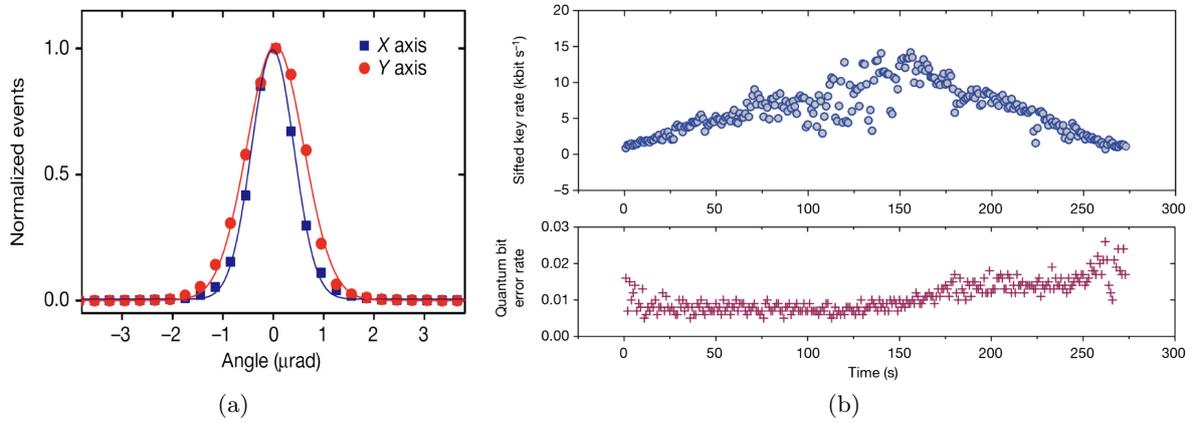


Figura 1.5: Distribuzione degli errori di tracking per Micius (1.5a) e Quantum Bit Error Rate e Secret Key Rate finale di un esperimento di QKD con Micius (1.5b). Il picco di intensità centrale è in corrispondenza con la minima distanza del satellite dalla stazione ricevente, i.e. quando si trova all'incirca allo zenith. Da [5]

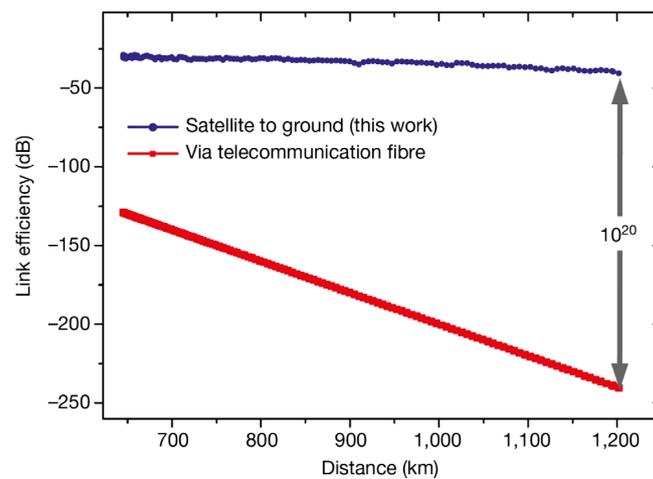


Figura 1.6: Efficienza misurata del canale free space (in dB) vs. efficienza stimata per un canale in fibra. Da [5]

## Capitolo 2

# Elementi di ottica atmosferica

Il presente capitolo è dedicato all'esposizione di alcuni concetti fisici centrali per un sistema di comunicazione quantistica in free space. Nel primo paragrafo si introdurrà l'idea di *fascio gaussiano*, che rappresenta (in ottima approssimazione) il modo in cui si propaga la luce generata da un laser. Nel secondo paragrafo si introdurranno le *aberrazioni* del fronte d'onda luminoso e il ruolo della turbolenza atmosferica in tale processo.

### 2.1 I fasci gaussiani

Per descrivere in modo realistico la propagazione della luce in un sistema ottico non è sufficiente adottare la visuale dell'ottica geometrica, in cui la luce è rappresentata come un raggio luminoso che si muove in linea retta: tra i suoi limiti, vi è ad esempio il fatto di non essere in grado di dare ragione dei fenomeni d'interferenza, non essendo possibile introdurre l'idea di "fase". Secondo l'ottica ondulatoria, invece, la luce si propaga sotto forma di onda: questa può essere descritta a livello matematico da una funzione scalare complessa delle coordinate  $\vec{r} = (x, y, z)$  e del tempo  $t$  che denoteremo  $U(\vec{r}, t)$ .<sup>1</sup>

La funzione è tale da soddisfare l'equazione d'onda

$$\nabla^2 U - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0. \quad (2.1)$$

Perciò ogni funzione che soddisfi l'eq. (2.1) è la possibile descrizione matematica di un'onda luminosa.

Nonostante non si attribuisca nessun significato fisico specifico alla funzione che descrive l'onda, la relazione con delle quantità fisiche misurabili avviene introducendo le seguenti grandezze:

- L'**intensità** luminosa  $I(\vec{r}, t)$  è definita come la potenza trasportata dall'onda luminosa per unità di superficie ( $\text{W}/\text{m}^2$ ), ed è proporzionale alla media temporale del quadrato dell'onda:

$$I(\vec{r}, t) = \langle |U(\vec{r}, t)|^2 \rangle \quad (2.2)$$

L'operazione  $\langle \cdot \rangle$  denota la media su un intervallo di tempo caratteristico del sistema, dunque che sia molto più lungo di un ciclo ottico, ma che sia molto più lungo di qualsiasi altro tempo di interesse (e.g. la durata di un impulso).

- Dalla definizione di intensità, la **potenza** ottica  $P(t)$  (W) che attraversa una superficie  $\mathbf{S}$  normale alla direzione di propagazione dell'onda corrisponde alla quantità

$$P(t) = \int_S I(\vec{r}, t) d\mathbf{S} \quad (2.3)$$

---

<sup>1</sup>L'introduzione di una funzione complessa avviene unicamente per successiva convenienza matematica. Le considerazioni successive possono essere portate avanti anche considerando semplicemente la parte reale  $u(\vec{r}, t) = \text{Re}\{U(\vec{r}, t)\}$

- L'**energia** ottica (J) trasportata da un'onda luminosa in un certo intervallo di tempo corrisponde all'integrale della potenza in tale intervallo

$$E = \int_{t_a}^{t_b} P(t) dt \quad (2.4)$$

Tra le più semplici soluzioni dell'equazione d'onda (2.1), vi sono quelle *monocromatiche* in cui la dipendenza della funzione dal tempo è di tipo armonico e la frequenza  $\nu$  è fissata,

$$U(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \exp[i(2\pi\nu t + \varphi(\vec{r}))] \quad (2.5)$$

ove  $A(\vec{r})$  è l'*inviluppo complesso* e  $\varphi(\vec{r})$  è la *fase*. In generale, ampiezza e fase sono funzioni delle coordinate spaziali: in un punto dello spazio fissato, dunque, l'onda seguirà un andamento sinusoidale nel tempo con ampiezza massima data da  $|A(\vec{r})|$ . Dalle definizioni di intensità ottica (2.2) segue che per un'onda monocromatica  $I(\vec{r}, t) = |U(\vec{r})|^2$  e non varia nel tempo.

Il luogo dei punti dello spazio in cui la fase dell'onda è costante è detto *fronte d'onda*:  $\varphi(\vec{r}) = \text{cost.}$

Per caratterizzare le diverse soluzioni di onde monocromatiche, è inoltre conveniente introdurre l'*ampiezza complessa*

$$\tilde{U}(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp\{i\varphi(\vec{r})\} \quad (2.6)$$

che è indipendente da  $t$ , cosicché si ha semplicemente  $U(\vec{r}, t) = \tilde{U}(\vec{r}) \exp\{i2\pi\nu t\}$ ,  $|A(\vec{r})| = |\tilde{U}(\vec{r})|$  e  $\varphi(\vec{r}) = \arg\{\tilde{U}(\vec{r})\}$ .

Sostituendo  $U(\vec{r}, t) = \tilde{U}(\vec{r}) \exp\{i2\pi\nu t\}$  l'equazione d'onda (2.1) viene spesso riscritta come equazione differenziale per l'ampiezza complessa in termini del *numero d'onda*  $k = \frac{2\pi\nu}{c}$ :  $\nabla^2 \tilde{U} + k^2 \tilde{U} = 0$ , nota come *equazione di Helmholtz* [8].

Differenti ampiezze complesse che sono soluzioni dell'equazione di Helmholtz saranno caratterizzate da forme del fronte d'onda differenti.

Un'onda è detta *parassiale* se le normali ai suoi fronti d'onda sono raggi parassiali, ovvero formano angoli piccoli con l'asse ottico del sistema. Il modo più semplice per "costruire" onde parassiali è partire da un'onda piana, propagante nella direzione parallela all'asse, e far variare il suo inviluppo  $A(\vec{r})$  lentamente, ovvero in modo che le variazioni siano piccole rispetto alla lunghezza d'onda considerata:  $\Delta A \ll A$  per  $\Delta z = \lambda$ .

Nell'approssimazione di onde parassiali, in cui l'inviluppo varia lentamente, l'equazione di Helmholtz può essere riscritta in modo più semplice come

$$\nabla_T^2 A - 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

in cui  $\nabla_T^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ , detta *equazione di Helmholtz parassiale*.

Una delle soluzioni più interessanti dell'eq. (2.7) è il *fascio gaussiano*: come si mostrerà dall'analisi delle sue proprietà, tale onda si avvicina il più possibile all'idealizzazione di onda parassiale che sia al contempo spazialmente localizzata e con ridotta divergenza angolare [8].

Il fascio gaussiano è caratterizzato da un inviluppo complesso dato da

$$A(\vec{r}) = \frac{A_1}{q(z)} \exp\left[ik \frac{\rho^2}{2q(z)}\right], \quad q(z) = z - iz_0 \quad (2.8)$$

ove  $z_0$  è noto come *lunghezza di Rayleigh* e  $\rho^2 = x^2 + y^2$ . Si rivela utile riscrivere  $q(z)$  separando la sua parte reale e immaginaria introducendo due funzioni  $W(z)$  e  $R(z)$  che rappresentano, come si mostrerà a breve, la larghezza del fascio e la sua curvatura in funzione della coordinata longitudinale:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{\lambda}{\pi W^2(z)} \quad (2.9)$$

cosicché l'ampiezza complessa si scrive, separando l'esponenziale complesso, come

$$\tilde{U}(\vec{r}) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp \left[ -\frac{\rho^2}{W^2(z)} \right] \exp \left[ ikz + ik\frac{\rho^2}{2R(z)} - i\zeta(z) \right] \quad (2.10)$$

dove  $A_0 = iA_1/z_0$  è una nuova costante. Gli unici parametri indipendenti che definiscono l'ampiezza del fascio gaussiano sono  $A_0$  e  $z_0$ ; i restanti sono legati a questi secondo le seguenti relazioni [8]:

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} \quad (2.11)$$

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2} \quad (2.12)$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right] \quad (2.13)$$

$$\zeta(z) = \arctan \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad (2.14)$$

### 2.1.1 Proprietà dei fasci gaussiani

Analizzando le equazioni (2.10)-(2.14) si possono determinare le caratteristiche peculiari di questa categoria di soluzioni. Si noti innanzitutto come l'onda sia a simmetria cilindrica, e dunque le uniche coordinate di interesse siano quella longitudinale  $z$  e quella radiale  $\rho$ .

#### INTENSITÀ

L'**intensità** dell'onda in funzione delle coordinate radiale e longitudinale è data da

$$I(\rho, z) = |\tilde{U}(\rho, z)|^2 = I_0 \left[ \frac{W_0}{W(z)} \right]^2 \exp \left[ -\frac{2\rho^2}{W^2(z)} \right], \quad I_0 = |A_0|^2 \quad (2.15)$$

Per valori di  $z$  fissato, l'intensità segue un profilo gaussiano in  $\rho$  (da cui il nome, si veda la Fig. 2.1). D'altra parte, sull'asse radiale ( $\rho = 0$ ) l'intensità decresce come  $I(0, z) = \frac{I_0}{1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2}$ , dunque per  $|z| \gg z_0$

$I(0, z) \approx I_0 \left( \frac{z_0}{z} \right)^2$  ovvero decresce quadraticamente, in maniera analoga ad un'onda sferica.

#### POTENZA

In accordo con (2.3), la **potenza** ottica totale trasportata dal fascio è l'integrale su un piano qualsiasi trasversale alla direzione del moto,

$$P = \int_0^\infty I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = \frac{1}{2} I_0 (\pi W_0^2) \quad (2.16)$$

Poiché l'onda si propaga lungo la direzione  $z$ , com'è naturale attendersi da considerazioni di conservazione di energia tale risultato è indipendente dalla scelta di  $z$ .

La frazione di potenza totale racchiusa entro un cerchio di raggio  $\rho_0$  sul piano trasversale ad una distanza  $z$  è

$$\frac{1}{P} \int_0^{\rho_0} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = 1 - \exp \left[ -\frac{2\rho_0^2}{W^2(z)} \right] \quad (2.17)$$

dunque la frazione di potenza contenuta in un cerchio di raggio  $\rho_0 = W(z)$  è pari all'86%, mentre per  $\rho_0 = 1.5W(z)$  è pari al 99%.

Prendendo ad esempio il caso di Micius, in cui il diametro del telescopio ricevitore è di 1.2 m, e il segnale è inviato da un telescopio con un angolo di divergenza (vicino al limite di diffrazione) di 10  $\mu\text{rad}$  [5], per la distanza massima di propagazione di 1200 km, per cui  $W(z) = 1.2$  m, la potenza raccolta è solo circa il 2% di quella inviata.

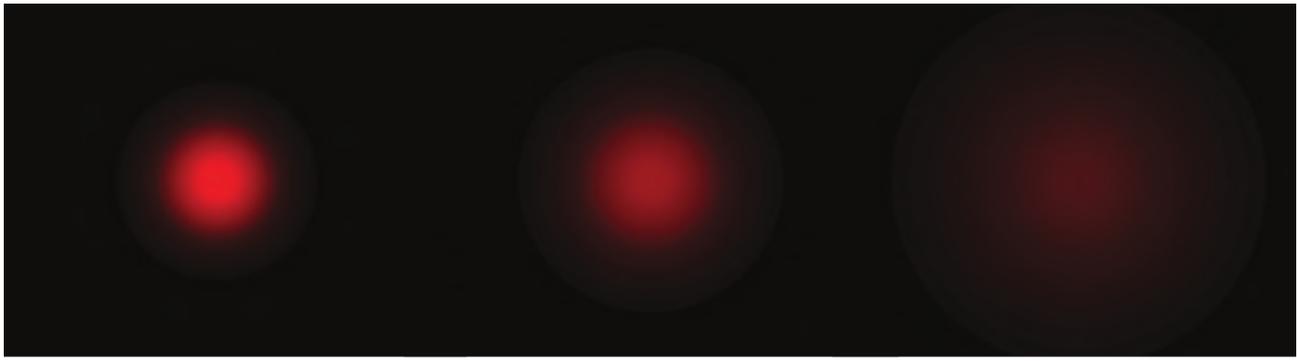


Figura 2.1: Intensità di un fascio gaussiano normalizzata  $I/I_0$  in funzione della coordinata radiale  $\rho$ : in (a) per  $z = 0$ , (b) per  $z = z_0$ , (c) per  $z = 2z_0$ . Da [8]

### RAGGIO DEL FASCIO E DIVERGENZA ANGOLARE

Come descritto sopra, poiché l'intensità del fascio è massima sull'asse  $z$  e decresce gaussianamente in direzione radiale, e poiché l'86% della potenza è contenuta in un cerchio di raggio  $\rho_0 = W(z)$  convenzionalmente si identifica  $W(z)$  come il **raggio** del fascio che si propaga, ed è legato ai parametri del fascio da (2.11)-(2.14). Il minimo valore  $W_0$  è assunto sul piano  $z = 0$ , e la grandezza  $2W_0$  è detta *spot size*. Il raggio aumenta monotonamente e per  $|z| \gg z_0$  si può approssimare con la relazione lineare  $W(z) \approx \frac{W_0}{z_0} z = \theta_0 z$ , avendo definito l'angolo di **divergenza**  $\theta_0 = W_0/z_0$ . Perciò lontano dal punto in cui si origina il fascio definisce un cono di semiampiezza  $\theta_0$  entro cui è contenuta l'86% della potenza.

### PROFONDITÀ DI FUOCO

Poiché il diametro più piccolo del fascio corrisponde allo spot size  $W_0$ , a differenza di quanto avviene nell'ottica geometrica, non vi è qui, neppure idealmente, nessun punto di fuoco geometrico. Tuttavia si definisce come **profondità di fuoco** il range entro cui l'area del fascio è al più il doppio di quella minima possibile, e tale range corrisponde al doppio della lunghezza di Rayleigh:

$$2z_0 = \frac{2\pi W_0^2}{\lambda} \quad (2.18)$$

Dunque, fissata la lunghezza d'onda della luce, la profondità di fuoco sarà proporzionale all'area del fascio nel suo punto di origine.

### FASE E FORMA DEL FRONTE D'ONDA

La **fase** dell'onda gaussiana è data da

$$\varphi(\rho, z) = kz - \zeta(z) + \frac{k\rho^2}{2R(z)} \quad (2.19)$$

e dunque sull'asse

$$\varphi(0, z) = kz - \zeta(z) \quad (2.20)$$

Si vede quindi che il termine di fase sull'asse è analogo a quello di un'onda piana, ma con termine aggiuntivo  $\zeta(z)$ , dato dalla (2.14): il fronte del fascio si propaga accumulando un "ritardo"  $\zeta(z)$  rispetto

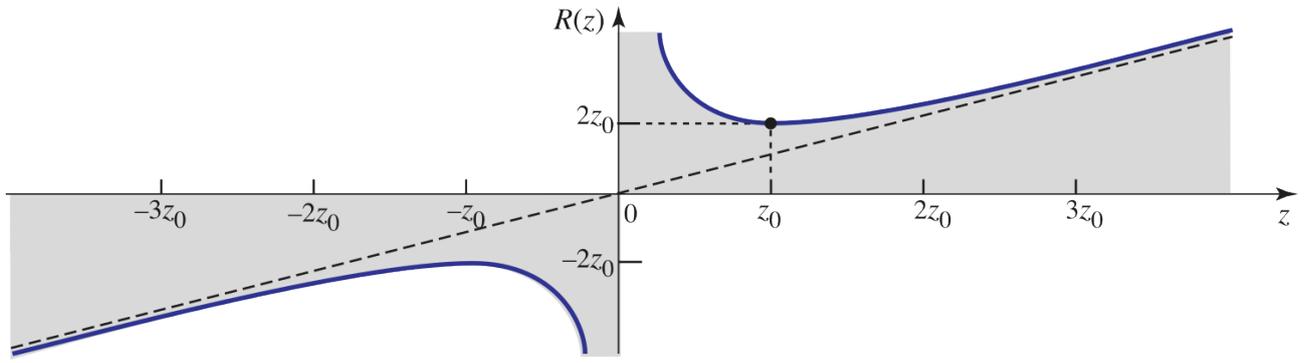


Figura 2.2: Raggio di curvatura  $R(z)$  del fronte d'onda di un fascio gaussiano in funzione della coordinata longitudinale  $z$ . La linea tratteggiata è il raggio di curvatura di un'onda sferica. Da [8]

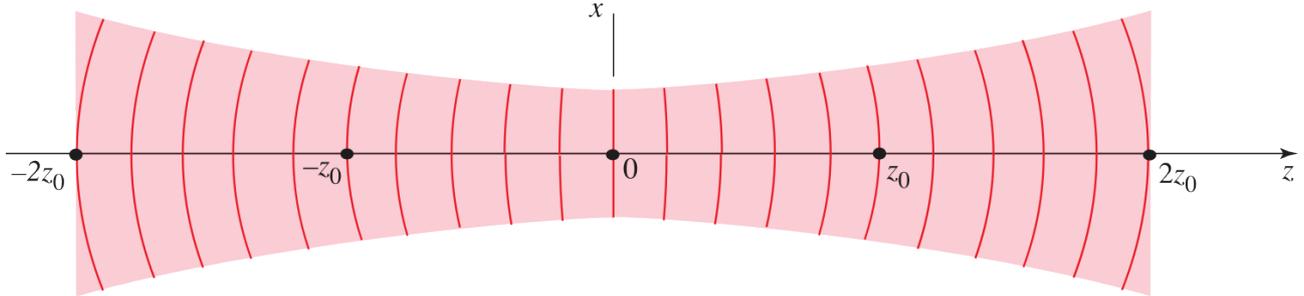


Figura 2.3: Sezione dei fronti d'onda di un fascio gaussiano. Si noti come nell'origine siano piani, per poi approssimarsi a quelli di un'onda sferica. Da [8]

ai fronti di un'onda piana o di un'onda sferica. Tale ritardo vale  $-\pi/2$  per  $z \rightarrow -\infty$  e  $\pi/2$  per  $z \rightarrow \infty$ . Il fenomeno è noto come *effetto Gouy* [8].

L'ultimo termine in (2.19) è responsabile di “piegare” il fronte d'onda durante la propagazione, allontanandolo dalla forma piana: ponendosi su un piano a  $z$  fissato, rappresenta la deviazione di fase del punto considerato rispetto all'asse. L'equazione del fronte d'onda è  $k(z + k\rho^2/2R(z)) - \zeta(z) = 2\pi m$ : poiché sia  $\zeta(z)$  che  $R(z)$  variano lentamente in  $z$ , si possono approssimare come costanti. I punti del fronte d'onda soddisfano dunque  $z + \rho^2/2R = m\lambda + \zeta\lambda/2\pi$ , che è l'equazione di un paraboloide avente raggio di curvatura  $R$ : perciò  $R(z)$  è il raggio di curvatura del fronte d'onda a distanza  $z$  sull'asse ottico (Fig. 2.2).

Il raggio tende ad infinito per  $z \rightarrow 0$ , concordemente col fatto che il fronte d'onda nell'origine è piano; viceversa per  $|z| \gg z_0$  vale  $R(z) \approx z$ , come per un'onda sferica, si veda la Fig. 2.3.

Dalle proprietà sopra esposte, segue che nei punti dello spazio lontani dal punto di origine dell'onda, ma vicini all'asse, ovvero per  $|z| \gg z_0$  e  $\rho < W_0$ , il fascio gaussiano è ben approssimato da un'onda sferica, poiché il raggio di curvatura aumenta linearmente con la distanza, e l'intensità nella direzione longitudinale diminuisce quadraticamente; la fondamentale differenza è che il fascio è parassiale, dunque l'intensità è concentrata nella direzione di propagazione.

Inoltre, il fascio gaussiano è la soluzione che minimizza la divergenza angolare, una volta fissato il diametro [8]. Essendo comunque un'idealizzazione, per stimare la qualità di un fascio prodotto, ad esempio, da un laser, si valuta il coefficiente  $M^2$ , definito come il rapporto tra divergenza per beam waist misurati e teorici:

$$M^2 = \frac{2W_m \cdot 2\theta_m}{2W_0 \cdot 2\theta_0} = \frac{2W_m \cdot 2\theta_m}{4\lambda/\pi}. \quad (2.21)$$

Se i due fasci hanno lo stesso diametro,  $M^2 = \theta_m/\theta_0 \geq 1$ . Valori tipici per laser He-Ne sono  $M^2 \approx 1.1$  [8].

### 2.1.2 Trasmissione attraverso lenti sottili

Una proprietà fondamentale di un fascio gaussiano è che attraversando un insieme di componenti ottiche a simmetria cilindrica allineate con l'asse dell'onda manterrà la sua natura gaussiana, purché rimanga parassiale, come si mostrerà ora.

L'ampiezza complessa dell'onda all'uscita di una lente è il prodotto dell'ampiezza complessa dell'onda incidente e del coefficiente complesso di trasmissione, che nel caso di una lente sottile di focale  $f$  è  $\mathbb{T} = \exp\left(-ik\frac{\rho^2}{2f}\right)$  [8]. La fase dell'onda, sul piano della lente, è dunque modificata in

$$kz + k\frac{\rho^2}{2R} - \zeta - k\frac{\rho^2}{2f} = kz + k\frac{\rho^2}{2R'} - \zeta \quad (2.22)$$

ove

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}. \quad (2.23)$$

Dunque l'onda trasmessa è ancora gaussiana, con la medesima larghezza sul piano di incidenza  $W' = W$ , e il raggio di curvatura soddisfa l'equazione delle immagini  $1/R - 1/R' = 1/f$  (si veda la Fig. 2.4).

Ciò è sufficiente per determinare tutti i nuovi parametri per l'onda trasmessa, che sono in relazione con quelli dell'onda incidente secondo

$$\begin{aligned} W'_0 &= \mathbf{M} W_0 \\ (z' - f) &= \mathbf{M}^2 (z - f) \\ 2z'_0 &= \mathbf{M}^2 2z_0 \\ 2\theta'_0 &= \frac{2\theta_0}{\mathbf{M}} \\ \mathbf{M} &= \frac{M_r}{(1 + r^2)^{1/2}} \\ r &= \frac{z_0}{z - f} \\ M_r &= \left| \frac{f}{z - f} \right| \end{aligned}$$

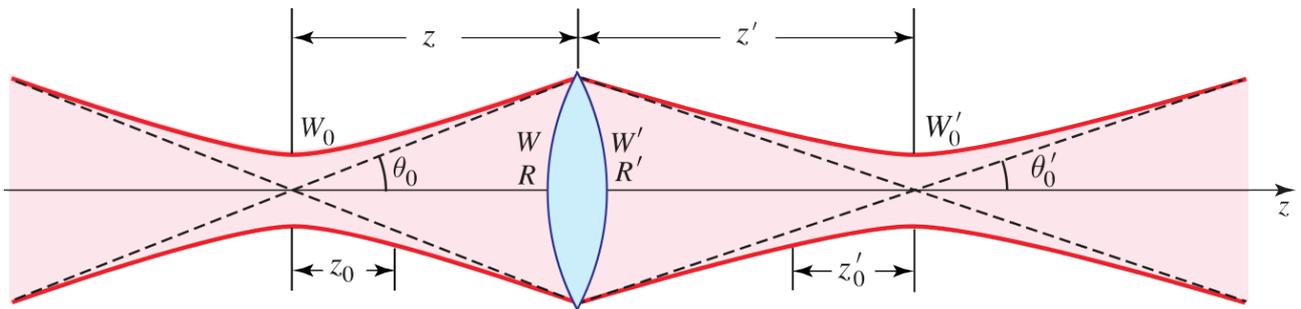


Figura 2.4: Trasmissione di un fascio gaussiano attraverso una lente sottile. Da [8]

## 2.2 Effetto della turbolenza atmosferica sulla propagazione della radiazione

Nei protocolli di QKD in free space, e più in generale nelle applicazioni in cui si ha la propagazione di radiazione luminosa in atmosfera, l'onda luminosa si propaga in un mezzo con un indice di rifrazione  $n(x, t)$  che ne determina l'evoluzione. Nel caso particolare del mezzo atmosferico,  $n$  risulta essere estremamente dipendente da variazioni di temperatura su piccola scala che, uniti ad altri effetti di dinamica atmosferica quali la turbolenza, fanno sì che l'indice di rifrazione atmosferico debba essere trattato come una variabile casuale della posizione e del tempo. Le fluttuazioni nell'indice di rifrazione indotte da un gradiente di temperatura sono dette *turbolenze ottiche* [9].

Le fluttuazioni casuali dell'indice di rifrazione inducono effetti di distorsione dell'onda trasmessa: il raggio  $W(z)$  di un fascio gaussiano che si propaga lungo la direzione  $z$  non è più descritto dall'eq. (2.12) corrispondente alla propagazione nel vuoto di un'onda nel caso "diffraction-limited"; inoltre vengono introdotte fluttuazioni casuali nella fase del fronte d'onda, che portano ad una perdita di *coerenza spaziale*. Questi effetti inducono in generale una perdita di segnale nel canale, poiché portano ad una diminuzione dell'efficienza di collezione del rivelatore  $\eta_{D_{Rx}}$ .

### 2.2.1 Effetti della turbolenza atmosferica sulla divergenza del fascio

La turbolenza atmosferica che si genera nella parte bassa dell'atmosfera ha l'effetto di aumentare la divergenza del fascio trasmesso: tale effetto avrà dunque peso nell'efficienza totale di un canale free space, poiché diminuirà l'efficienza di collezione del ricevitore. In particolare, quest'ultima dipenderà dal cosiddetto *long-term spot size* ( $W_{LT}$ ), ovvero dalla dimensione dello spot al ricevitore mediata su tempi molto maggiori della dinamica della turbolenza.

Si mostra, in particolare, che  $W_{LT}$  può essere espresso in una forma simile a quella di eq. (2.12), considerando però un termine aggiuntivo che descriva la divergenza causata dalla turbolenza.

Si trova infatti che vale [10]

$$W_{LT}(z) = \sqrt{W_0^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi W_0}\right)^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \rho_0}\right)^2} \quad (2.24)$$

ove  $\rho_0$  è la cosiddetta *lunghezza di coerenza spaziale trasversale*.

L'informazione sull'intensità della turbolenza ad un'altezza  $h$  rispetto alla superficie terrestre è racchiusa nella *costante di struttura* dell'indice di rifrazione  $C_n^2(h)$ , che può essere calcolata usando il modello di Hufnagel-Valley [9]. Nel caso di un protocollo QKD in downlink, il segnale non è trasmesso lungo un link orizzontale, ma segue percorsi obliqui al variare della posizione del satellite trasmettitore, perciò  $C_n^2(h)$  non sarà costante;  $\rho_0$  sarà dunque stimato parametrizzando il percorso dalla luce per mezzo di una variabile ausiliaria  $\xi \in [0, 1]$  che rappresenta la frazione di percorso totale compiuto a partire dal punto di trasmissione.

La lunghezza di coerenza spaziale può essere scritta come [10]

$$\rho_0 = \left(1.46 k^2 R \int_0^1 (1 - \xi)^{\frac{5}{3}} C_n^2(h(\xi)) d\xi\right)^{-\frac{3}{5}} \quad (2.25)$$

ove  $h(\xi)$  è dunque la parametrizzazione dell'altezza per il particolare percorso considerato,  $R$  è la distanza totale di trasmissione e  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  è il numero d'onda.

L'efficienza media di collezione per un telescopio di apertura  $D_{Rx}$  che riceve un segnale in downlink ha perciò la stessa forma della frazione di potenza già calcolata in eq. (2.17), considerando però come  $W(z)$  quello calcolato in (2.24):

$$\langle \eta_{D_{Rx}} \rangle = 1 - \exp\left[-\frac{D_{Rx}^2}{2 W_{LT}^2(z)}\right]. \quad (2.26)$$

La turbolenza e la fluttuazione casuale dell'indice di rifrazione fanno sì che il fascio, durante la propagazione, sia soggetto a deflessioni casuali [9]: la misura della direzione istantanea di propagazione dell'onda che arriva al ricevitore è data dall'*Angle of Arrival* (AoA), che si può immaginare come l'angolo formato tra il fronte d'onda istantaneo e un piano di riferimento (e.g. il piano dell'apertura del telescopio). Le fluttuazioni dell'AoA producono sul piano focale del telescopio delle fluttuazioni casuali del centroide istantaneo del fascio che arriva al ricevitore, dando origine al cosiddetto *jittering* dello spot, poiché questo apparirà muoversi erraticamente. Per valori piccoli dell'angle of arrival  $\alpha$ , e considerando come ricevitore un telescopio di focale equivalente  $f$ , la variazione istantanea della posizione del centroide dell'immagine misurata sul piano focale del telescopio sarà  $\delta \approx f\alpha$ : dalle misure di tali centroidi (la cui media aspettata è nulla) è possibile risalire all'entità della loro varianza e quindi ad una stima del jittering.

Oltre alla turbolenza, altri effetti possono contribuire alle fluttuazioni dell'AoA, come l'utilizzo di predizioni orbitali per inseguire i satelliti (che sono imprecise), errori sistematici di puntamento (come il time-bias) e drift meccanici del sistema (e.g. montatura o ottiche). Per questa ragione risulta tipicamente necessario in tali sistemi correggere per l'AoA al ricevitore.

Nella presente tesi si è sviluppato e testato un sistema ottico che, grazie alla presenza di uno specchio piezoelettrico, è proprio in grado di centrare il fascio ricevuto nel punto desiderato del piano focale e ridurre la varianza dell'AoA, diminuendo l'entità dell'errore di puntamento consentendo un più ottimale allineamento tra il ricevitore e la sorgente luminosa, e di conseguenza migliorando l'efficienza del canale (si veda il capitolo 4 per maggiori dettagli).

### 2.2.2 Perturbazione del fronte d'onda

Nella propagazione attraverso il mezzo atmosferico il fronte d'onda della radiazione viene distorto determinando la perdita della coerenza spaziale. Tali distorsioni sono dette *aberrazioni* del fronte d'onda. Le fluttuazioni di fase istantanee del fronte d'onda  $\phi(\vec{x}, t)$  in un punto  $\vec{x}$  dell'apertura del ricevitore possono essere descritte matematicamente in termini dei polinomi di Zernike, un set di polinomi ortogonali sul disco unitario [9]. Considerando un ricevitore di apertura  $D_{Rx}$  e un sistema di coordinate  $(r, \varphi)$ , con  $r = 2|\vec{x}|/D_{Rx}$  ( $r \in [0, 1]$ ,  $\varphi \in [0, 2\pi[$ ) si può decomporre

$$\phi(r, \varphi, t) = \sum_{n,m} b_n^m(t) Z_n^m(r, \varphi), \quad (2.27)$$

ove  $b_n^m(t)$  sono dei coefficienti che pesano i diversi polinomi.

La forma dei polinomi di Zernike è tale per cui  $Z_n^m(r, \varphi) = R_n^m(r)\Theta^m(\varphi)$  [9], con

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{(n-|m|)/2} \frac{(-1)^k (n-k)!}{\left(\frac{n+m}{2}-k\right)! \left(\frac{n-m}{2}-k\right)! k!} r^{n-2k} \quad (2.28)$$

$$\Theta^m(\varphi) = \begin{cases} \cos(|m|\varphi) & \text{se } m \geq 0 \\ \sin(|m|\varphi) & \text{se } m < 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

e  $n, m$  interi,  $n \geq 0$ ,  $-n \leq m \leq n$  e  $n+m$  è pari.

I primi polinomi di Zernike, che corrispondono alle aberrazioni più basse, sono detti *pistone* ( $Z_0^0$ , che corrisponde alla media temporale  $\langle \phi(r, \varphi) \rangle$ ), *tilt* ( $Z_1^{\pm 1}$ ) in direzione  $x$  e  $y$  (detti anche *tip-tilt*), *fuoco* ( $Z_2^0$ ), *astigmatismo* ( $Z_2^{\pm 2}$ ) e *coma*. Una rappresentazione grafica dei successivi fino all'ordine radiale  $n = 5$  si vede in Fig. 2.5.

L'intensità di un particolare ordine di aberrazione  $Z_n^m$  nella perturbazione del fronte d'onda è quantificato dai coefficienti  $b_n^m$  di eq. (2.27), ed in particolare dalla loro varianza temporale (la media temporale  $\langle \phi(r, \varphi) \rangle$  è semplicemente una costante). Si trova in particolare che la varianza dei

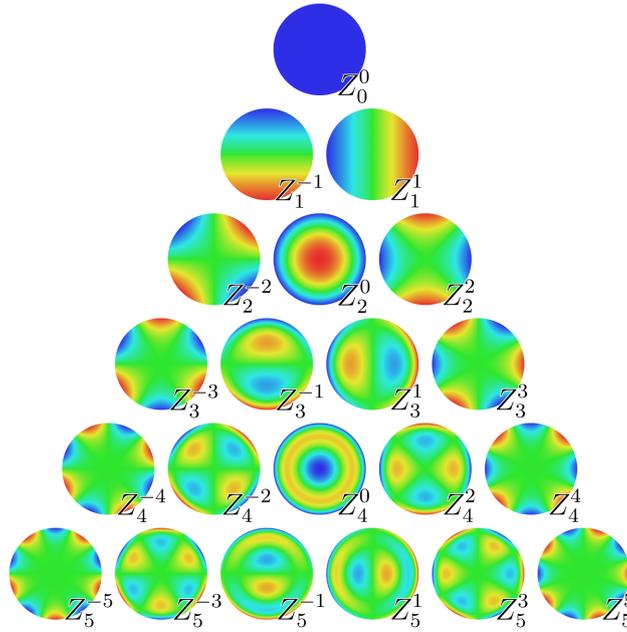


Figura 2.5: Schema dei primi polinomi di Zernike fino ad  $n = 5$ . Da [https://it.wikipedia.org/wiki/Polinomi\\_di\\_Zernike](https://it.wikipedia.org/wiki/Polinomi_di_Zernike)

coefficienti di Zernike vale [11]

$$\langle b_n^{m2} \rangle = \left( \frac{D_{Rx}}{r_0} \right)^{\frac{5}{3}} \frac{n+1}{\pi} \frac{\Gamma(n - \frac{5}{6}) \Gamma(\frac{23}{6}) \Gamma(\frac{11}{6}) \sin(\frac{5}{6}\pi)}{\Gamma(n + \frac{23}{6})}. \quad (2.30)$$

Perciò l'intensità dell'aberrazione dipende dal rapporto tra l'apertura del ricevitore  $D_{Rx}$  e il *parametro di Fried*  $r_0 = 2.1 \rho_0$ , ove  $\rho_0$  è il *raggio di coerenza spaziale* [9], e da un termine che distingue i vari modi secondo l'ordine radiale dei polinomi. La coerenza spaziale rappresenta la capacità del fascio luminoso di interferire con una versione traslata di sé, e riveste un ruolo centrale in ottica, in quanto permette di definire il “grado” di coerenza di un'onda luminosa [8]. Un fascio totalmente coerente è tale per cui il suo fronte d'onda si propaga indisturbato, i.e. non è deviato dalla forma attesa; per luce parzialmente coerente, invece, il fronte d'onda è perturbato durante la propagazione. Il raggio di coerenza  $\rho_0$ , che dipende dal tipo di fascio considerato, fornisce dunque una misura caratteristica della lunghezza per cui si può ammettere che la luce sia sostanzialmente coerente; nel caso di luce propagante nel mezzo atmosferico, è fortemente dipendente dall'intensità della turbolenza, ed è un fattore rilevante nella limitazione della risoluzione di un telescopio.

La lunghezza di coerenza di Fried  $r_0$  corrispondente varia solitamente da meno di 5 cm nel caso di cattive condizioni di osservazione fino a più di 20 cm nel caso di condizioni ottimali [12].

Dall'eq. (2.30) si trova dunque che l'intensità dei modi decresce all'aumentare di  $n$ , quindi le aberrazioni maggiormente significative saranno quelle di ordine radiale minore. É possibile perciò stimare, anche per un fascio aberrato, quanti ordini radiali è necessario sopprimere per riottenere una qualità del fronte d'onda che sia comparabile con quella di un fascio unicamente “diffraction-limited”. Per far ciò si utilizza il *criterio di Rayleigh*, secondo cui le aberrazioni con  $\sqrt{\langle b_n^{m2} \rangle} \leq 0.05 \lambda$  non necessitano di essere corrette [11], si veda la Fig. 2.6. Tale “soppressione” delle aberrazioni di un certo ordine si può ottenere con la tecnica dell'*ottica adattiva*, in cui per esempio uno specchio deformabile impone al fronte d'onda una determinata trasformazione per compensare quella introdotta dalla turbolenza atmosferica.

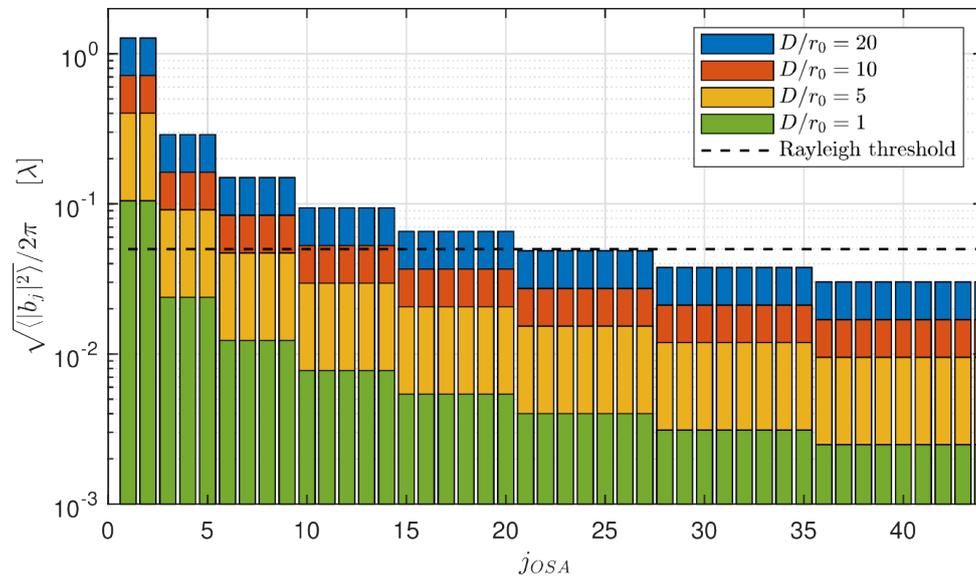


Figura 2.6: Varianza dei primi 8 ordini radiali dei polinomi di Zernike in notazione ANSI  $j = [n(n + 1) + m]/2$  (escludendo il pistone  $j = 0$ ) in unità di  $\lambda$  per differenti valori di  $D_{Rx}/r_0$ . La linea tratteggiata rappresenta il limite del criterio di Rayleigh. Da [13]

## Capitolo 3

# Sviluppo del sistema di tracking satellitare per GaliQEye

In questo capitolo si presenterà lo sviluppo del sistema di tracking satellitare per GaliQEye e in particolare del sistema “PAT fine” adatto al tracking di oggetti in orbita bassa che sia veloce ed affidabile. In particolare, il sistema presentato in questo lavoro è pensato per correggere le aberrazioni al primo ordine del fronte d’onda, ovvero l’angolo rispetto all’asse ottico con cui i raggi arrivano al telescopio ricevitore (AoA, Angle of Arrival).

Tali correzioni sono sufficienti per protocolli che sfruttano segnale di QKD con lunghezza d’onda di  $\sim 800$  nm qualora si usassero detector in free space o fibre multimodo che, come suggerisce il nome, non necessitano di ricevere un modo gaussiano definito [2]. Nei casi in cui il segnale abbia lunghezza d’onda maggiore (e.g.  $\sim 1500$  nm) la moderna tecnologia dei detector a singolo fotone a tale lunghezza d’onda costringe ad accoppiare il segnale in una fibra ottica *a singolo modo* (SMF) per poter essere decodificato. In questo caso è necessario in generale correggere anche per ordini di aberrazione superiore, con una tecnica di “ottica adattiva” più raffinata. Comunque, anche nei sistemi di ottica adattiva, tipicamente il primo stadio è dedicato alla correzione dell’AoA, rendendo il sistema presentato in questo capitolo realisticamente applicabile a più configurazioni e schemi di QKD satellitari.

Componente fondamentale per tale sistema è un *Fast Steering Mirror* (FSM). Questo consiste in uno specchio che ha la capacità di ruotare rapidamente, tipicamente su due assi ortogonali indipendenti, sfruttando le proprietà piezoelettriche di alcuni materiali, quali le ceramiche. Un FSM è quindi uno specchio montato su un attuatore piezoelettrico: applicando una tensione all’attuatore ceramico, questo si deforma inducendo un movimento meccanico allo specchio sovrastante.

La stessa tecnologia piezoelettrica può essere impiegata anche per realizzare quelli che vengono chiamati *specchi deformabili*, costituiti da più attuatori piezoelettrici ricoperti di materiale riflettente. A seconda della disposizione degli attuatori, è possibile ottenere vari tipi di movimenti, sfruttando i diversi gradi di libertà: quello essenziale è di tip-tilt, ovvero la rotazione attorno agli assi  $x$  e  $y$ .

I vantaggi nell’usare un supporto fast-steering risiede nella velocità di risposta del sistema, che può raggiungere l’ordine dei kHz, e l’ottima risoluzione angolare, inferiore ai prad; di contro, il range angolare è relativamente ridotto, e non supera di solito qualche grado in entrambi gli assi. Queste caratteristiche sono essenziali da tenere in considerazione nel design del sistema di puntamento.

Non disponendo di un beacon trasmettitore su un satellite, per testare il sistema di tracking sviluppato si è sfruttata la luce solare riflessa da oggetti in orbita bassa (e.g. la Stazione Spaziale Internazionale). Per questa ragione, la radiazione utilizzata non è da considerarsi coerente. Nonostante ciò, lo sviluppo di tale sistema si pone come Proof-of-Concept, dimostrandone la possibilità di implementazione in esperimenti più complessi.

### 3.1 Struttura di una optical ground station

La optical ground station funge da parte di ricezione per un sistema di QKD da satellite: il suo scopo è duplice, ovvero quello di ricevere il segnale quantistico inviato da una sorgente su satellite e poi decodificarlo. È composta in genere da due unità fondamentali: (1) il ricevitore ottico (dotato di un sistema PAT), e (2) il modulo di decoding per QKD. Il ricevitore è l'unità incaricata di instaurare il link ottico con il satellite e, grazie al sistema PAT, assicurare che il segnale possa arrivare al decoder in maniera ottimale (e.g. possa essere accoppiato in fibra, o come fascio collimato e stabilizzato). Il modulo QKD ha invece il compito di effettuare le misure quantistiche (e.g. di polarizzazione) sui fotoni.

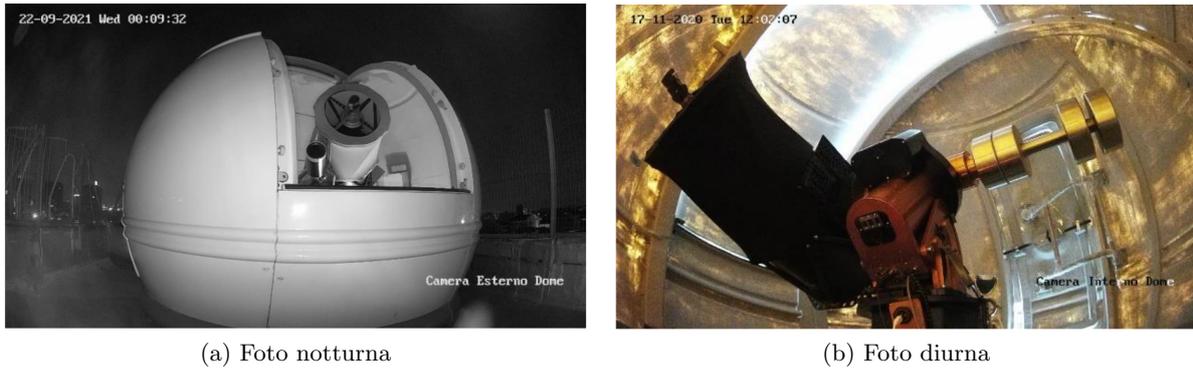
#### 3.1.1 Descrizione della optical ground station di GaliQEye

La ground station utilizzata a Padova si basa sull'utilizzo del un telescopio (denominato *GaliQEye* da *Galileo's Quantum Eye*) posto sul tetto del dipartimento di Ingegneria dell'Informazione (DEI) dell'Università di Padova. Il telescopio è un *Pro RC 400* di Officina Stellare, modello Ritchey-Chrétien con diametro dello specchio di  $D_{Rx} = 410$  mm e lunghezza focale di 3200 mm, che può essere modificata essendo possibile variare la distanza tra i due specchi fino a 20 mm. L'apertura presenta un'ostruzione dovuta allo specchio secondario di  $D_{Ob} = 172$  mm. Gli specchi hanno un ricoprimento che ne ottimizza la riflettività per lunghezze d'onda tra 530 e 1600 nm. La montatura è di tipo equatoriale alla tedesca, modello *Paramount ME II* fornita da Software Bisque, con una risoluzione nominale inferiore a 0.1 arcosecondi (o 0.5  $\mu$ rad). La cupola, che completa l'osservatorio, è stata realizzata da ScopeDome ed è il modello *ScopeDome 3M*, con diametro di 3 m. Le componenti della ground station, rappresentate in Fig. 3.1, sono automatizzate e controllate via software da *TheSkyX professional* fornito da Software Bisque.

GaliQEye è inoltre accessoriatato con una breadboard ottica di 600 mm x 600 mm alloggiata sul retro dello specchio primario e fornita di uno specchio al centro, che devia il fascio luminoso sul piano della breadboard (si veda anche Fig. 3.5). Su tale piano verranno alloggiare le componenti ottiche che formeranno il sistema PAT fine e l'iniezione del segnale per il ricevitore per QKD. Infine, sulla parte superiore o inferiore di GaliQEye può essere montato un telescopio più piccolo, modello *Maksutov SkyMax 127/1500* di SkyWatcher (apertura di 127 mm e focale di 1500 mm) che può essere accessoriatato con una camera posta sul suo piano focale.



Figura 3.1: Elementi fondamentali della optical ground station di GaliQEye



(a) Foto notturna

(b) Foto diurna

Figura 3.2: Foto di GaliQEye in azione

(a) Telescopio ausiliario *Maksutov SkyMax 127/1500*(b) Camera per PAT coarse *ASI-183MM*(c) Camera per PAT coarse *ASI-294MCPPro*

Figura 3.3: Alcune componenti del PAT coarse

## 3.2 Descrizione del sistema PAT per GaliQEye

Il PAT è il sistema incaricato di garantire l'allineamento tra il telescopio trasmettitore e ricevitore, in modo che il segnale QKD possa essere decodificato a terra. Come precedentemente accennato, è composto da una parte “coarse”, caratterizzata da un range di movimento molto ampio, ma lento e con un grande FOV, e una parte “fine”, con un range di movimento più ristretto, ma più veloce e con un piccolo FOV. Entrambi i sistemi di allineamento implementati con un sistema di feedback che si compone solitamente di tre parti: un sensore, un controllore e un attuatore.

Il sensore, che può essere una camera o un PSD (*Position Sensitive Detector*), acquisisce lo spot del beacon laser inviato da satellite, e invia l'informazione al controllore (e.g. un PC o una board dedicata), che la processa per determinare le correzioni da apportare. Tale segnale è inviato al driver dell'attuatore e quindi allo stesso, che compie fisicamente i movimenti di correzione.

Per il sistema PAT coarse in esame, il sensore è costituito da una camera CMOS (modello *ASI-183MM* o *ASI-294MCPPro* di ZWO) e l'attuatore è la montatura del telescopio; per il sistema PAT fine il sensore è nuovamente una camera CMOS (*UI-3060CP-M-GL* di iDS) e l'attuatore è il fast steering mirror (*STT-25.4* di SmarAct).

Nel caso del sistema PAT coarse per GaliQEye l'immagine acquisita dalla camera viene processata da PC per determinarne il centroide e calcolare le correzioni, che vengono inviate al driver della montatura del telescopio principale per essere eseguite. Tale processo di feedback in real-time ad una frequenza dell'ordine dell'Hz si ripete dunque per tutta la durata del tracking, e ha sostanzialmente lo scopo di garantire che lo spot ricevuto dal satellite sia costantemente entro il FOV della camera fine.

La precisione di puntamento (fluttuazioni AoA) che è garantita dal sistema coarse (calcolata come la radice della varianza della posizione del centroide) è dell'ordine dei 100 prad (si vedano le considerazioni successive alla Sezione 4.1).

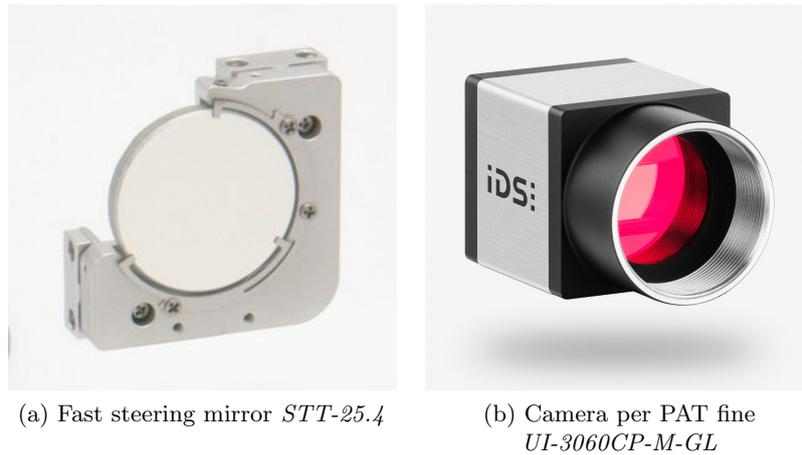


Figura 3.4: Alcune componenti del PAT fine

Si noti che *TheSkyX professional* è distribuito con la funzionalità di cercare oggetti visibili in cielo (i.e. stelle, pianeti, satelliti) e di seguirne il moto, una volta specificate le informazioni necessarie, ma tale precisione di tracking, in open-loop, è insufficiente per seguire oggetti in orbita bassa in rapido movimento, a causa dell'imprecisione nelle predizioni orbitali. Per questo motivo è stato implementato nel software un algoritmo aggiuntivo di ricerca degli oggetti basato su un movimento a spirale attorno alla posizione nominale prevista. Una volta che lo spot compare nel FOV della camera coarse, è possibile attivare il feedback in modo tale da centrarlo nel punto di target: in questo punto lo spot diventa visibile anche nel FOV della camera del sistema PAT fine, che può essere quindi attivato.

Per l'integrazione effettiva nel telescopio del sistema di tracking si sono indagate due configurazioni ottiche differenti, come descritto nelle sezioni successive.

### 3.2.1 Design del sistema con PAT coarse sul piano focale

Nel primo caso, entrambi i sistemi PAT sono implementati sulla breadboard, secondo lo schema illustrato in Fig. 3.6.



Figura 3.5: Render della breadboard installata sulla culatta di GaliQEye con flip mirror.

La scelta delle caratteristiche delle componenti ottiche, in particolare, ha dovuto tener conto in primis del vincolo della dimensione ridotta della breadboard (600 mm x 600 mm). La luce dell'oggetto

puntato è raccolta dal telescopio principale (focale equivalente  $f_{tel} = 3200$  mm) ed è deviata in modo da essere disponibile sulla breadboard. Quindi incide su un beam splitter (50:50 di Thorlabs), che la separa nelle componenti componenti riflessa e trasmessa. I raggi riflessi vanno a fuoco sulla camera coarse (FOV di  $\sim 7$  mrad), mentre la luce trasmessa viene ricollimata da una lente con  $f_{coll} = 50$  mm e fatta incidere sul fast steering mirror. L'inverso del rapporto di magnificazione è dunque  $M^{-1} = \frac{f_{tel}}{f_{coll}} \sim 64$ , perciò la dimensione del fascio che arriva al FSM è di  $D_{Rx}/M \sim 6.4$  mm. In particolare, ci si è assicurati che tale dimensione fosse inferiore a  $1'' \sim 25.4$  mm, che corrisponde alla grandezza del FSM a disposizione.

In particolare, il FSM è posto sul piano della pupilla, ovvero sul piano dove si forma l'immagine dello stop di apertura del sistema ottico, che in questo caso coincide con l'apertura fisica del telescopio (dov'è posizionato il sostegno dello specchio secondario). Posizionare il FSM nel piano della pupilla è particolarmente utile perché è il piano in cui l'immagine dell'apertura è fissa. Questo implica che, nell'imaging di un oggetto distante in moto (e.g. un satellite), la diversa inclinazione dei raggi luminosi provenienti da tale oggetto e che arrivano all'apertura del telescopio si tradurrà in una diversa inclinazione dei raggi che incidono sul FSM, ma non in uno spostamento complessivo dell'immagine sul FSM. In tale maniera, il FSM dovrà unicamente correggere proporzionalmente al disallineamento dei raggi provenienti dall'oggetto, e non sarà influenzato dalla disposizione della restante ottica del sistema.

Con l'ausilio del sistema PAT coarse i raggi incidono sull'apertura del telescopio principale formando angoli  $\alpha_{in}$  distribuiti con rms (root mean square)  $\sigma_{\alpha_{in}} \sim 100$   $\mu$ rad, perciò arriveranno al fast steering mirror con inclinazione  $\alpha_{out} = M \cdot \alpha_{in}$  e proporzionalmente con rms  $\sigma_{\alpha_{out}} \sim 6$  mrad  $\sim 0.34^\circ$ . Considerando almeno  $3\sigma$  di fluttuazione otteniamo una massima deflessione del FSM dell'ordine di  $1^\circ$  perciò il range angolare dello specchio, che è di  $\pm 2.5^\circ$  in entrambi gli assi, assicura di poter apportare le correzioni richieste.

Infine, il fascio collimato incide su una lente ( $f_{camera} = 200$  mm) che lo focalizza sulla camera fine (FOV di  $\sim 1$  mrad): per angoli di incidenza di  $100$   $\mu$ rad, questo si traduce in uno spostamento sul sensore di  $1$  mm, compatibile con le sue caratteristiche. Tale camera è quindi chiusa in feedback con il FSM, in modo da poter controllare le correzioni necessarie.

Tale configurazione ha il vantaggio che le due camere, essendo entrambe sulla breadboard, si muovano in maniera solidale, assicurando un buon allineamento relativo al variare della direzione di puntamento del telescopio principale. Di contro, lo spazio sulla breadboard sarà ridotto; inoltre l'utilizzo di un beamsplitter diminuisce l'intensità della luce ricevuta, rendendo necessario aumentare il tempo di esposizione della camera, e di conseguenza dilatando i tempi di risposta complessivi.

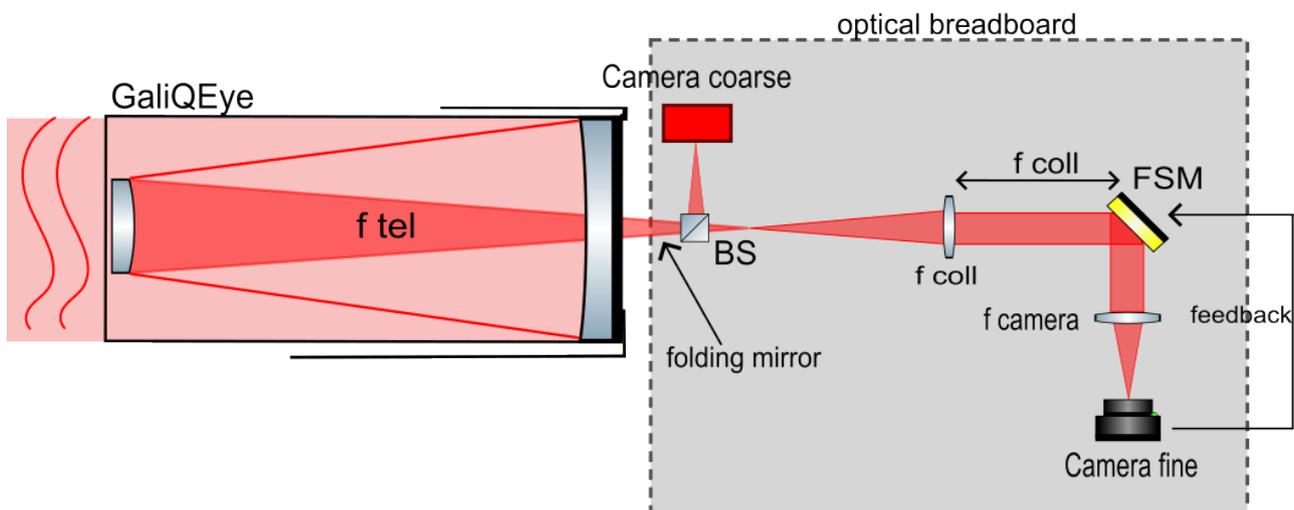


Figura 3.6: Design del sistema PAT con camera coarse sulla breadboard

### 3.2.2 Design del sistema con il telescopio ausiliario

Nella seconda configurazione (in Fig. 3.7), si fa uso del telescopio ausiliario montato sulla parte superiore di GaliQEye come componente del PAT coarse. In tale maniera non è più necessario alloggiare la camera sulla breadboard, ma la si può montare direttamente sul piano focale del telescopio ausiliario (FOV di  $\sim 10$  mrad). La parte restante dello schema è analoga a quanto descritto nel paragrafo precedente. In questo secondo caso, la lente di ricollimazione scelta ha ancora focale di  $f_{coll} = 50$  mm, perciò  $M^{-1} = \frac{f_{tel}}{f_{coll}} \sim 64$  e lo spot sul FSM è di  $D_{Rx}/M \sim 6.4$  mm. Per raggi entranti distribuiti con rms  $\sigma_{\alpha_{in}} \sim 100$   $\mu$ rad, incideranno sul FSM con rms  $\sigma_{\alpha_{out}} \sim 10$  mrad  $\sim 0.34^\circ$ . Infine, la lente che focalizza sulla camera fine ha  $f_{camera} = 300$  mm (FOV di  $\sim 0.7$  mrad): per angoli di incidenza di 100  $\mu$ rad, questo si traduce in uno spostamento sul sensore di 2 mm, compatibile con le sue caratteristiche.

A differenza della configurazione precedente, stavolta tutta la luce raccolta dal telescopio è focalizzata sulla camera fine, che dunque necessita di tempi di integrazione minori. Il fatto che le due camere non siano entrambe alloggiare sulla breadboard, però, introduce delle non banali difficoltà di allineamento, come descritto nella Sezione 4.2.

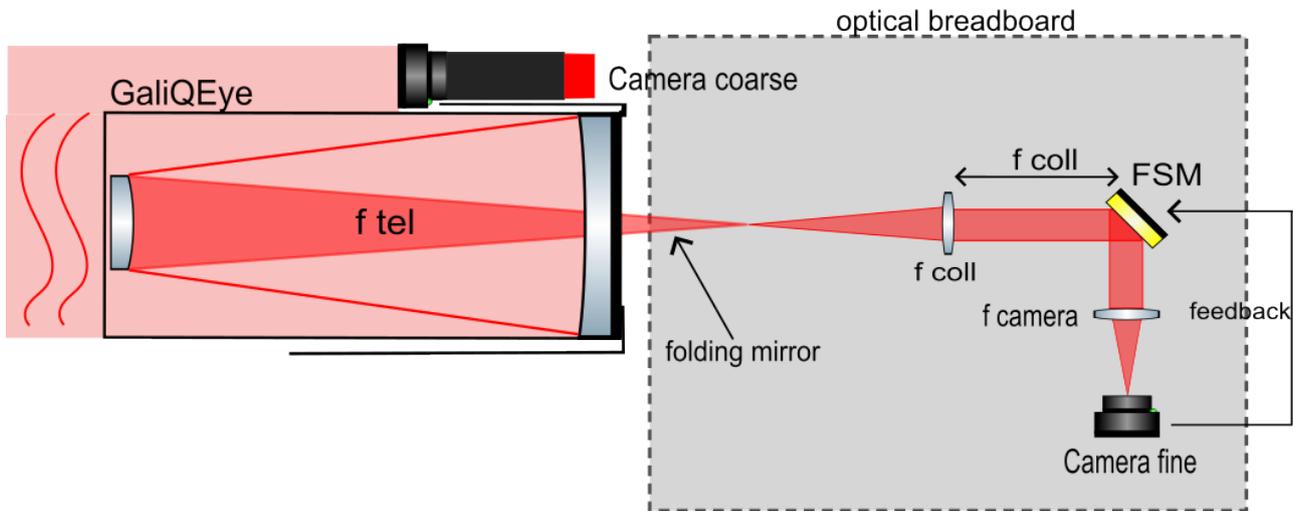
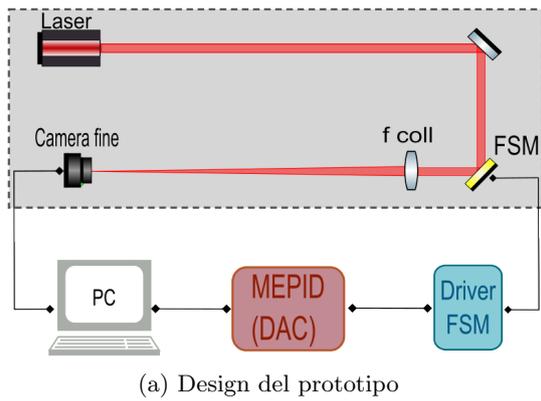


Figura 3.7: Design del sistema PAT con telescopio ausiliario

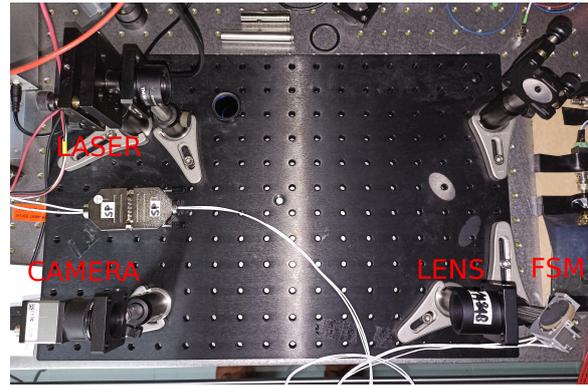
### 3.3 Calibrazione del fast steering mirror

Prima dello sviluppo del sistema vero e proprio sul telescopio, si è realizzata una versione preliminare dello schema sul banco ottico in laboratorio. In questo modo si sono potute testare le componenti ottiche e il corretto funzionamento del feedback e si è potuto calibrare il fast steering mirror. Lo schema è mostrato in Fig. 3.8, dove si sono ora esplicitamente disegnate le diverse parti che compongono il sistema di feedback camera-FSM.

Come sorgente luminosa si è utilizzato un diodo laser (*UT5-3.5G-635* di World Star Tech) che emette un fascio collimato a 635 nm, in modo da poter emulare lo spot dell'oggetto di cui si effettua il tracking. Il PC funge da controllo per il PAT: su di esso è eseguito del codice C++ (“GaliQEyeFSMApp”) appositamente scritto per GaliQEye, che interfaccia il computer con un sensore (una camera o un PSD, da cui riceve il segnale di input) e con una DAC (Digital to Analog Converter). Tale software può essere eseguito sia da terminale che tramite una GUI sviluppata con il toolkit “Qt”, che implementa una vasta gamma di comandi, dedicati sia al controllo della camera che a quello dello specchio (si veda la Fig. 3.9).



(a) Design del prototipo



(b) Implementazione su banco ottico

Figura 3.8: Design del prototipo (3.8a) e sua implementazione su banco ottico (3.8b)

Tramite la GUI, si può innanzitutto visualizzare l'immagine acquisita con la camera e regolare le impostazioni di quest'ultima (framerate, tempo di esposizione, gain interno). Di ogni frame acquisito, viene calcolata la posizione del centroide, ovvero la stima del centro dello spot, come media pesata dell'intensità luminosa registrata sui pixel del sensore. Anche in questo caso vi sono svariati comandi implementati, che permettono, ad esempio, di regolare il fondo o di ridurre l'area di integrazione ("centroid threshold" e "centroid searching radius", nella figura più sotto), sviluppati per velocizzare il processamento dell'immagine e ridurre il rumore in fase di tracking. Quindi vi sono le impostazioni per il controllo, che specificano la posizione centrale del target e il suo raggio.

Nella parte destra della GUI vi sono i comandi dedicati allo specchio, che regolano le tensioni inviate dalla DAC. Nella finestra "Manual", è possibile specificare i valori di tensione (tra 1 e 5 V) e di tempo da applicare ai due assi del FSM, distinguendo anche il verso: in tale maniera è possibile verificare approssimativamente l'uniformità della risposta dello specchio per tensioni applicate ripetutamente. In "Calibrated" sono implementati i comandi utili per la calibrazione del FSM, ovvero nuovamente le tensioni da applicare ai due assi, gli intervalli di tempo minimo, massimo e l'incremento, e il numero di volte per cui ripetere l'operazione. Infine, nella sezione "Controller", si possono specificare le impostazioni ottimali ottenute a seguito della calibrazione e attivare quindi il sistema di controllo fine, col comando "control on".

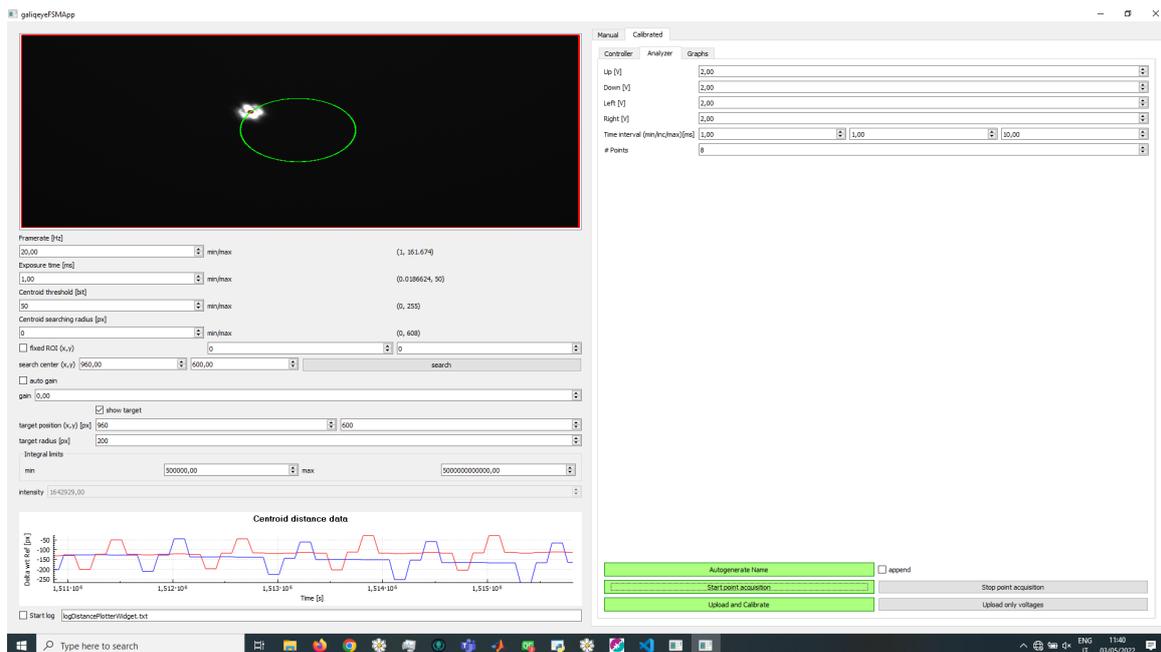


Figura 3.9: Schermata della GUI del software di controllo

Il software di controllo del FSM è pensato per fornire, per un intervallo di tempo variabile, un valore fissato di tensione a ciascuno dei due assi dello specchio: il necessario movimento angolare sarà quindi determinato dalle diverse durate di applicazione della tensione. In particolare, è auspicabile lavorare in un regime tale per cui la risposta dello specchio sia lineare nel tempo di applicazione di una determinata ddp, ovvero “calibrare” il FSM. Per far ciò è stato implementato un apposito algoritmo nel software: dopo aver specificato il voltaggio sugli assi, e i tempi minimo, massimo e l’incremento, la tensione è applicata consecutivamente nei quattro versi, nel numero di ripetizioni indicato, in modo che lo spot formi un movimento “a croce” via via più ampio. Quindi vengono generati quattro grafici aventi in ascissa i tempi (in ms) e in ordinata lo spostamento (in pixel) dalla posizione iniziale, per i quattro versi. Se al valore di tensione specificato la risposta dello specchio è sufficientemente lineare al crescere dei tempi, i punti vengono interpolati con una retta. Trovati i valori di tensione che forniscono la risposta ottimale, si specificano come parametri del controllo i coefficienti angolari ricavati, che vengono utilizzati come mappa per determinare i tempi a partire dal displacement registrato sul sensore, ad un valore di voltaggio fissato. Un esempio di calibrazione è riportata in Fig. 3.10. Nel caso in esame, si è osservato come la risposta ottimale si avesse per una tensione di 5 V su entrambi gli assi, in quanto permetteva tempi di applicazioni minori.

Dopo aver calibrato il FSM, si è testato il corretto funzionamento del PAT, sostituendo allo specchio fisso in figura 3.8a un altro FSM, che veniva fatto oscillare periodicamente, generando lo spostamento dello spot sulla camera. Una volta specificata la posizione del target (il centro della camera) e il relativo raggio (in verde nella figura sotto), il software del controllo calcola la distanza tra il centroide del frame acquisito e la posizione del target; quindi traduce tale distanza in pixel in valore di tensione da inviare al FSM per compiere il movimento opposto, utilizzando come scala il valore del coefficiente angolare trovato. Quindi il PC invia il segnale digitale alla DAC, che li converte in tensioni e le invia al driver del FSM, che comunica con lo specchio. La DAC sviluppata per GaliQEye (MEPID) è pensata per interfacciarsi sia con una camera che con un PSD. Se il controllo è acceso, la funzione “Loop” di GaliQEyeFSMApp continua ad eseguire il procedimento descritto per ogni frame acquisito. Il software permette, inoltre, di salvare in un logbook i dati, in modo da poterli analizzare successivamente.

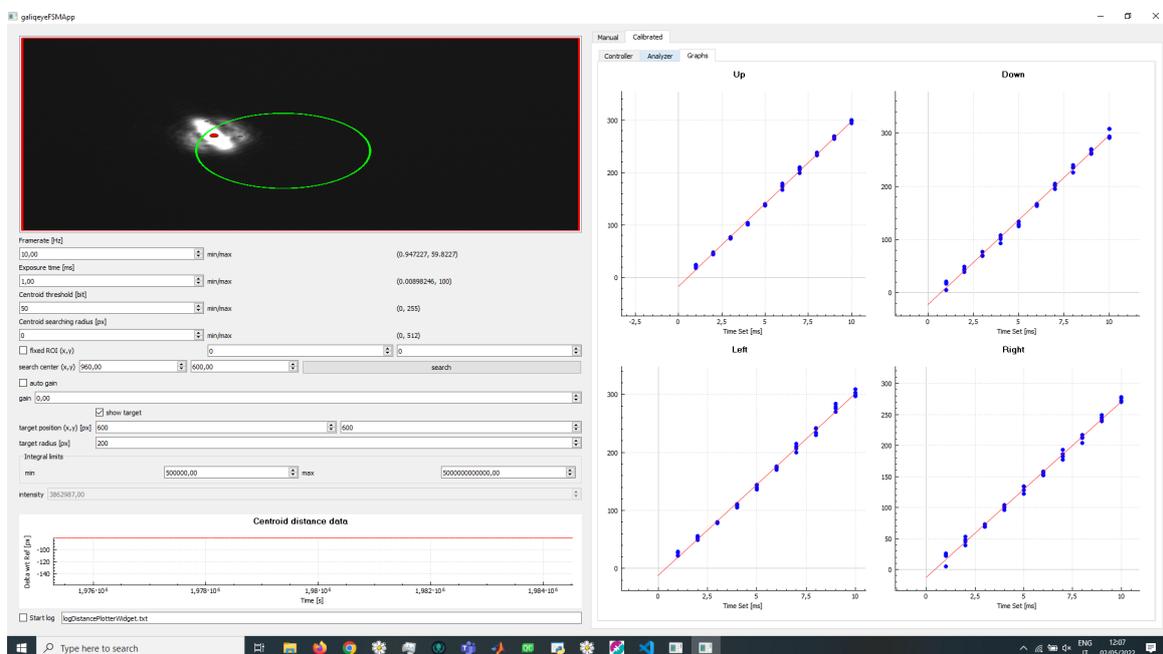


Figura 3.10: Schermata della GUI del software di controllo

## Capitolo 4

# Implementazione del sistema su GaliQEye, raccolta dati e analisi

Dopo aver calibrato il fast steering mirror, si sono implementati al telescopio GaliQEye i due design per il sistema di puntamento descritti nel capitolo precedente. In aggiunta, la camera fine è stata montata su un'apposita slitta, che può essere manovrata da PC, con una risoluzione di movimento submillimetrica e range di 12 mm, per assicurarsi che l'immagine acquisita sia a fuoco.

Come obiettivo del tracking si è scelta la Stazione Spaziale Internazionale (ISS, si veda Fig. 4.1), in orbita circolare LEO approssimativamente a 400 km di altitudine, poiché le sue grandi dimensioni la rendono uno dei satelliti artificiali più luminosi osservabili da terra. Dato che il satellite non emette luce, è possibile osservarlo solo di notte, tramite la riflessione luminosa dalla sua superficie.



Figura 4.1: Foto della ISS catturata dal telescopio GaliQEye.

Le operazioni di tracking si sono svolte controllando da remoto il PC che comanda l'intera ground station di GaliQEye. In particolare, basandosi sulle predizioni orbitali, si sono sfruttate le finestre di osservazione che garantissero una buona visibilità, i.e. che assicurassero un tempo di passaggio ed elevazione massima sufficientemente alti.

Se le condizioni meteo sono favorevoli, il telescopio principale viene puntato in modo che intersechi la linea di volo del satellite in prossimità dell'orizzonte. Non appena il satellite appare nel field of view della camera coarse, il PAT coarse è avviato, rimanendo in azione per tutta la durata del tracking, assicurando che l'obiettivo rimanga sempre visibile. Tramite le GUI dedicate alle due camere, come descritto al paragrafo 4.3, è possibile avviare il salvataggio del logbook con i dati del tracking per l'analisi successiva. Se il controllo fine è attivato e lo spot è entro il FOV della camera fine, il PAT fine comanda il fast steering mirror in modo da mantenere l'immagine sempre entro il target di raggio specificato.

## 4.1 Implementazione con PAT coarse sul piano focale

Di seguito si presentano i dati raccolti in due passaggi notturni della ISS. La camera fine è stata impostata nei due casi ad un framerate rispettivamente di 40 Hz e 30 Hz.

In Fig. 4.2-4.3 sono riportate le serie temporali del sottoinsieme dei dati raccolti con il controllo fine attivato, rappresentati come ovvero la differenza tra la posizione del centroide dell'oggetto inseguito e il centro della camera considerata, tradotto in spostamenti angolari  $\delta_x$  e  $\delta_y$ . In particolare si è usato un sistema di coordinate equatoriali, ove la direzione  $x$  corrisponde alla declinazione, e  $y$  all'ascensione retta.

Il PAT fine è stato attivato non appena si è osservato lo spot nella camera fine, ed è rimasto attivo fintantoché l'intensità registrata sulla camera non era troppo bassa per poter continuare il tracking. Come si può osservare, il controllo è rimasto in azione per più di un minuto in entrambi i casi. A questo riguardo è da notare che i passaggi della ISS sono visti in direzione Est-Ovest da Padova: questo fa sì che la montatura (essendo equatoriale alla tedesca) debba interrompere il tracking a metà, limitando il tempo effettivo di tracking a circa 2.5 minuti nei casi ad elevazione più alta.

In Fig. 4.4-4.5 sono rappresentati gli spostamenti come dispersioni dei punti registrati sulle camere, per il sottocampione di dati raccolti con il fine attivo.

Si può osservare qualitativamente come, entro l'intervallo di tempo considerato, il PAT fine assicuri una stabilizzazione dell'immagine più precisa ed accurata di quanto non sia ottenibile con il solo uso del sistema coarse.

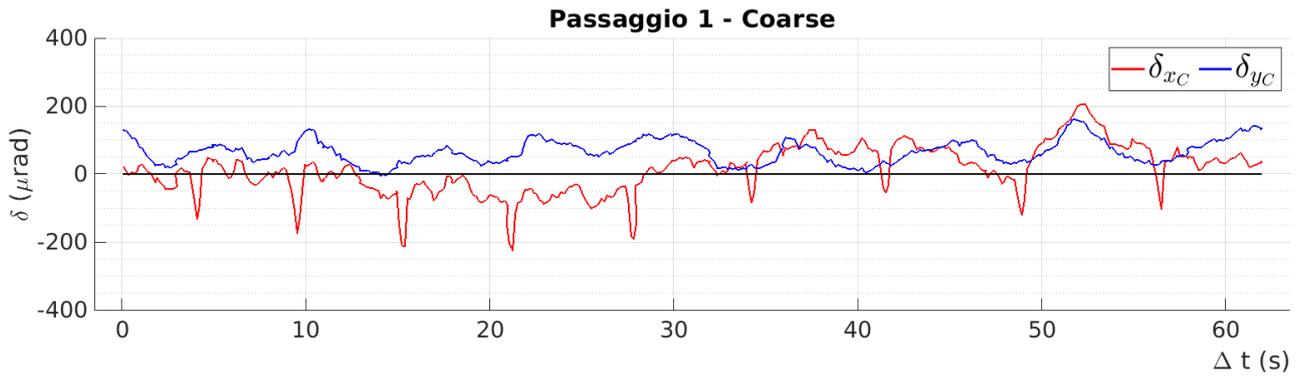
Ciò è confermato in Fig. 4.6-4.7, ove sono raccolti in istogrammi i dati per il displacement sui due assi, per ogni camera. Le stime per le deviazioni standard dei campioni ottenute dal fit sono raccolti nella tabella 4.1.

Passaggio		$\sigma_x$ ( $\mu\text{rad}$ )	$\sigma_y$ ( $\mu\text{rad}$ )
1	coarse	$\approx 95$	$\approx 56$
	fine	$\approx 15$	$\approx 12$
2	coarse	$\approx 33$	$\approx 64$
	fine	$\approx 13$	$\approx 20$

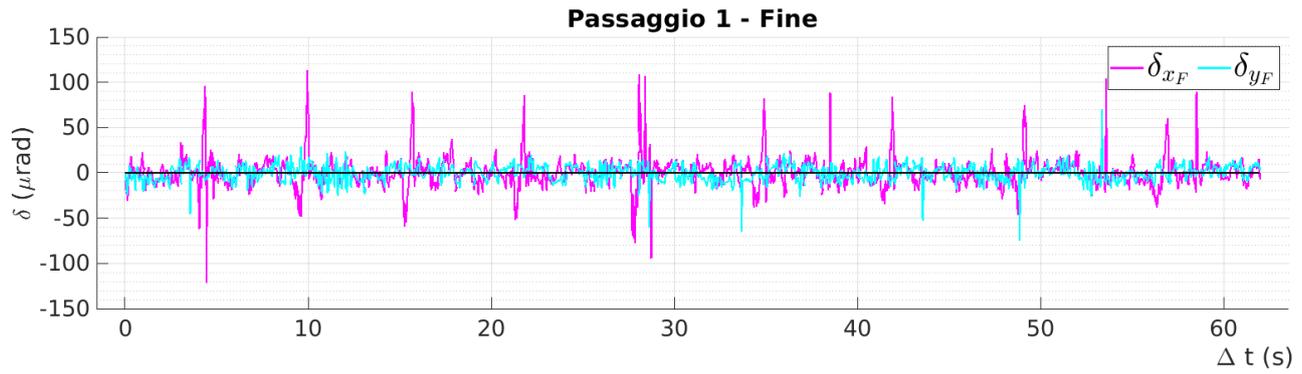
Tabella 4.1: Deviazioni standard delle distribuzioni degli spostamenti angolari per i due controlli

Si osserva come con l'uso del controllo fine la precisione di puntamento possa essere significativamente migliorata riducendola a  $10 \sim 20 \mu\text{rad}$  rispetto al solo sistema coarse.

È inoltre interessante notare come, nonostante il controllo coarse non dimostri sempre di rispondere in maniera accurata (la media non è infatti nulla), tale effetto possa essere efficacemente compensato dal fine. Inoltre, è da notare che questi dati sono raccolti utilizzando un satellite (la ISS) illuminato dal sole, per cui la magnitudine apparente è bassa, costringendo ad utilizzare tempi di integrazione nel controllo del FSM più lunghi che nel caso di un vero beacon laser da satellite, limitando così l'efficacia del controllo e la precisione ottenibile.

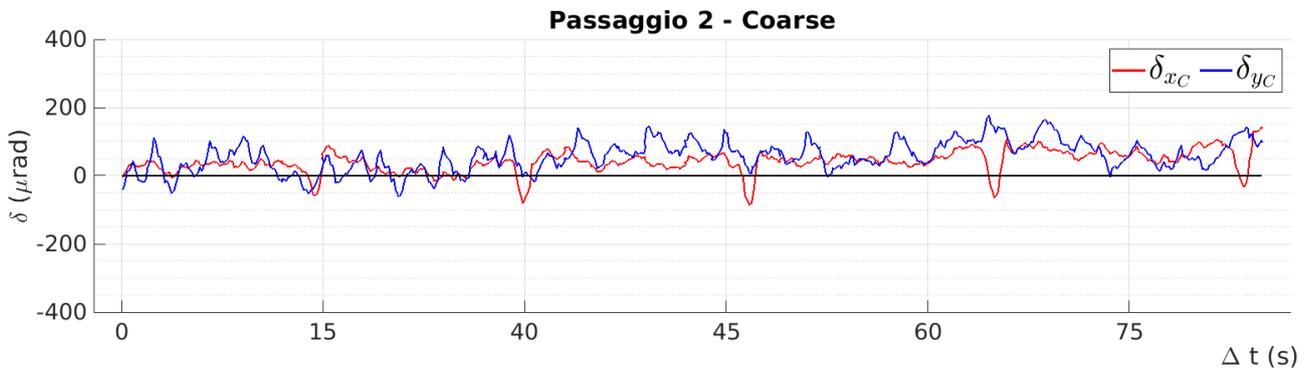


(a) Spostamenti angolari misurati sulla camera coarse

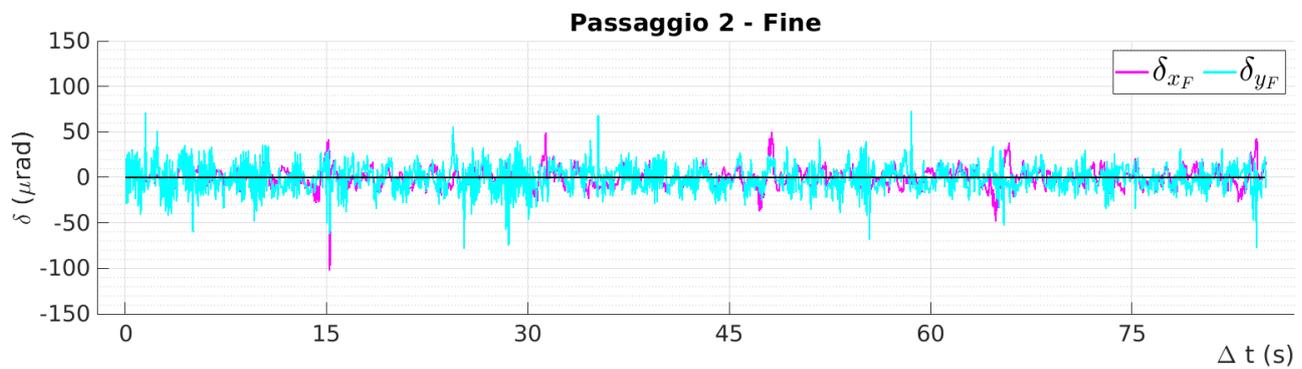


(b) Spostamenti angolari misurati sulla camera fine

Figura 4.2: Serie temporale parziale del primo passaggio con controllo fine attivo



(a) Spostamenti angolari misurati sulla camera coarse



(b) Spostamenti angolari misurati sulla camera fine

Figura 4.3: Serie temporale parziale del secondo passaggio con controllo fine attivo

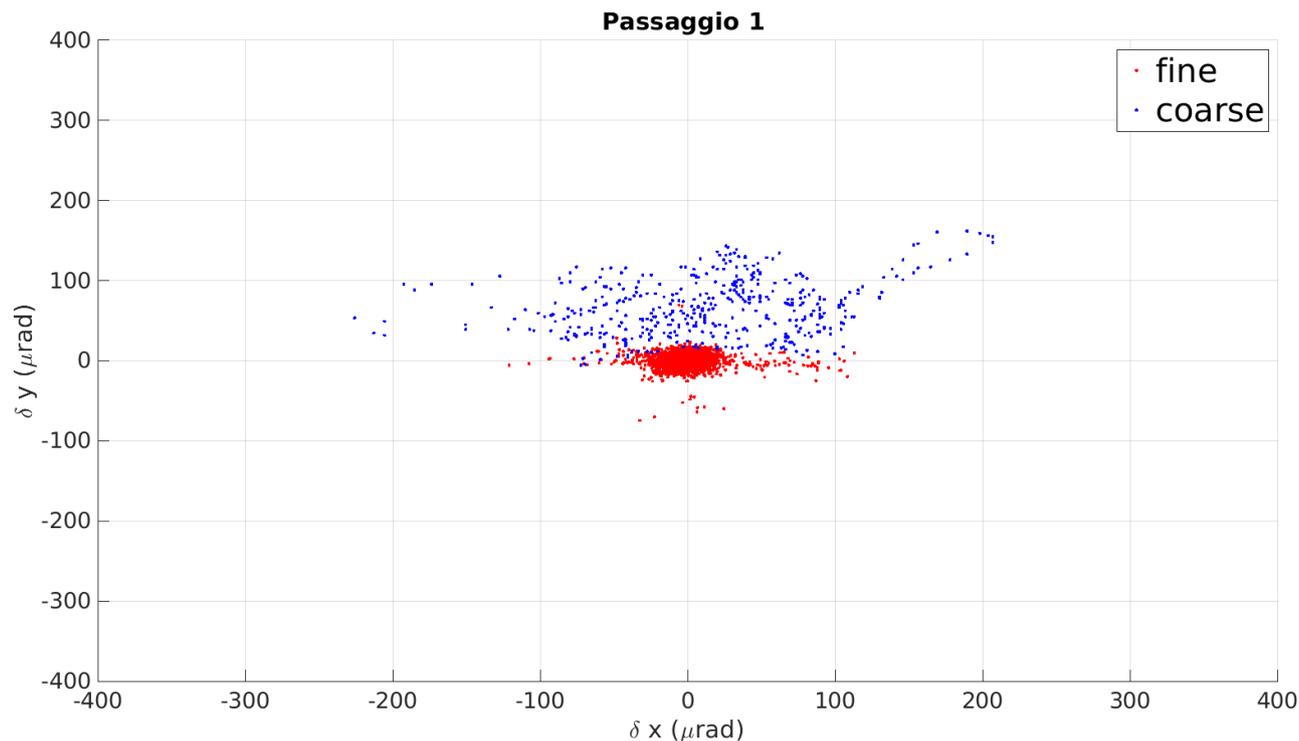


Figura 4.4: Scatter plot dei dati del primo passaggio con controllo fine attivo: in blu le posizioni del centroide sulla camera coarse, in rosso sulla camera fine

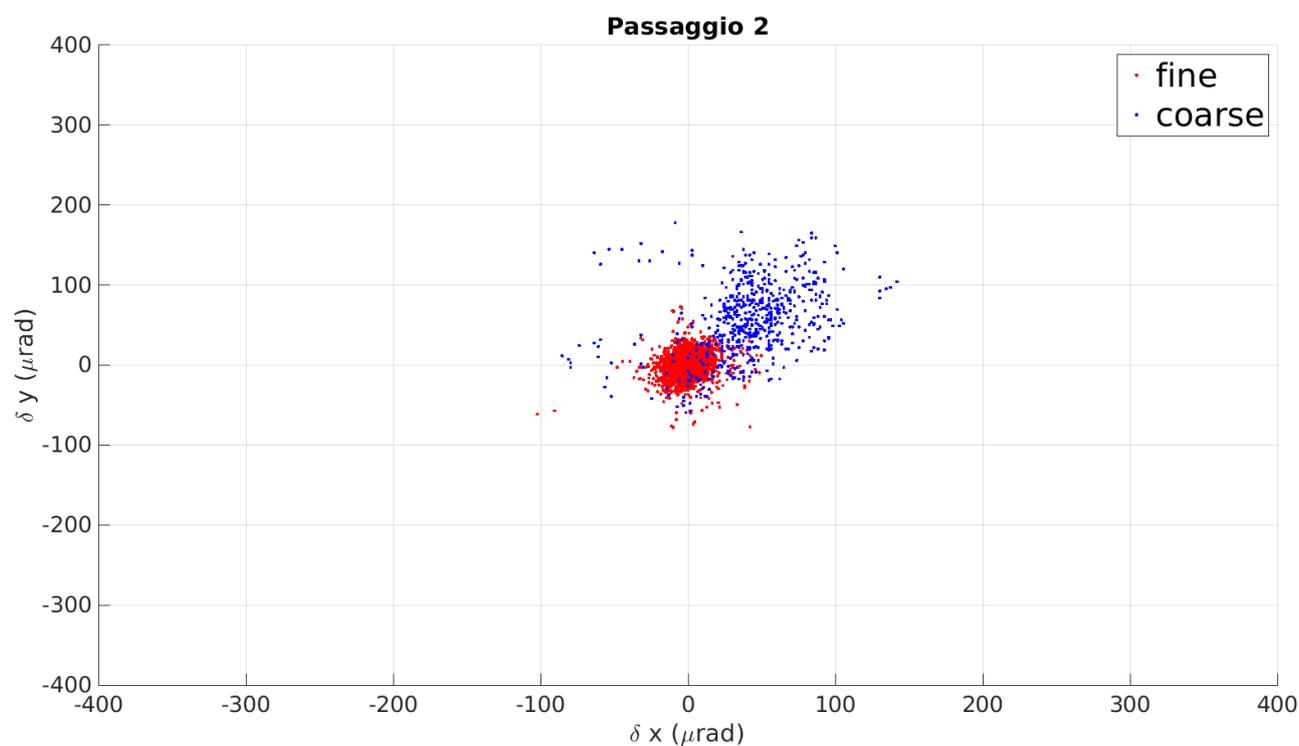
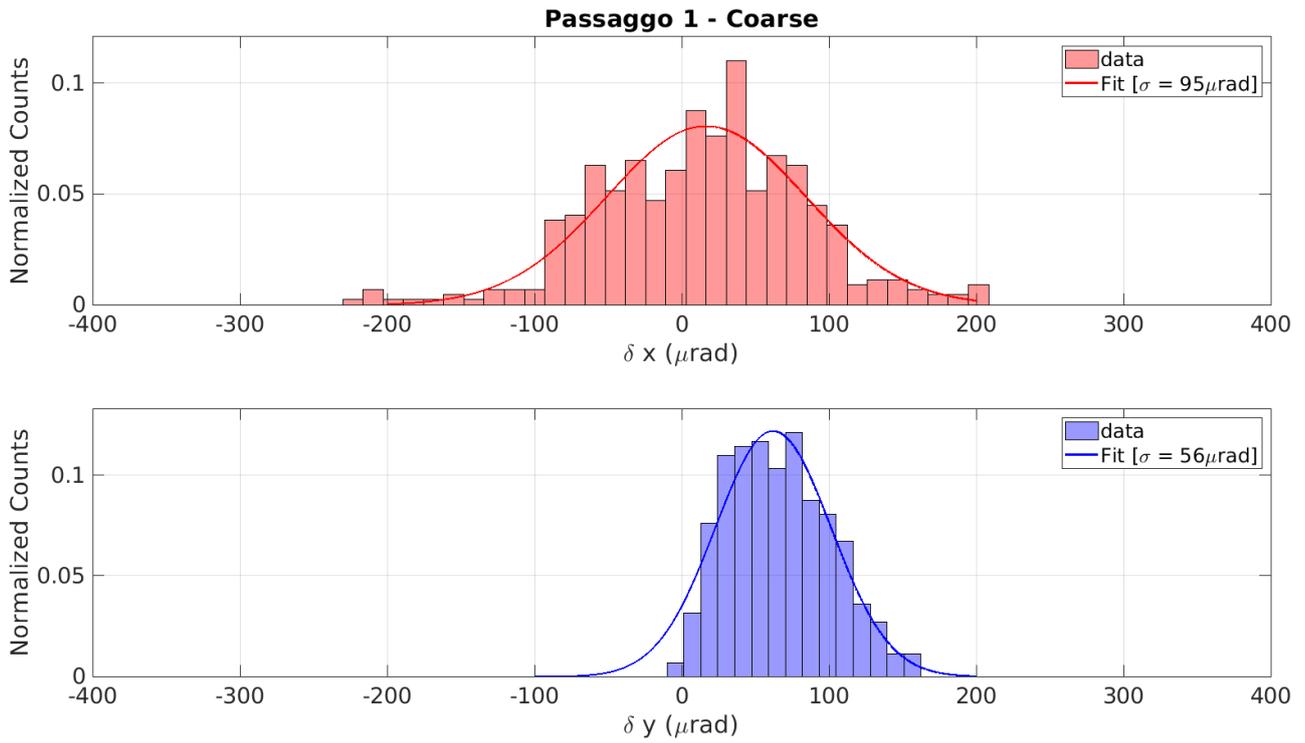
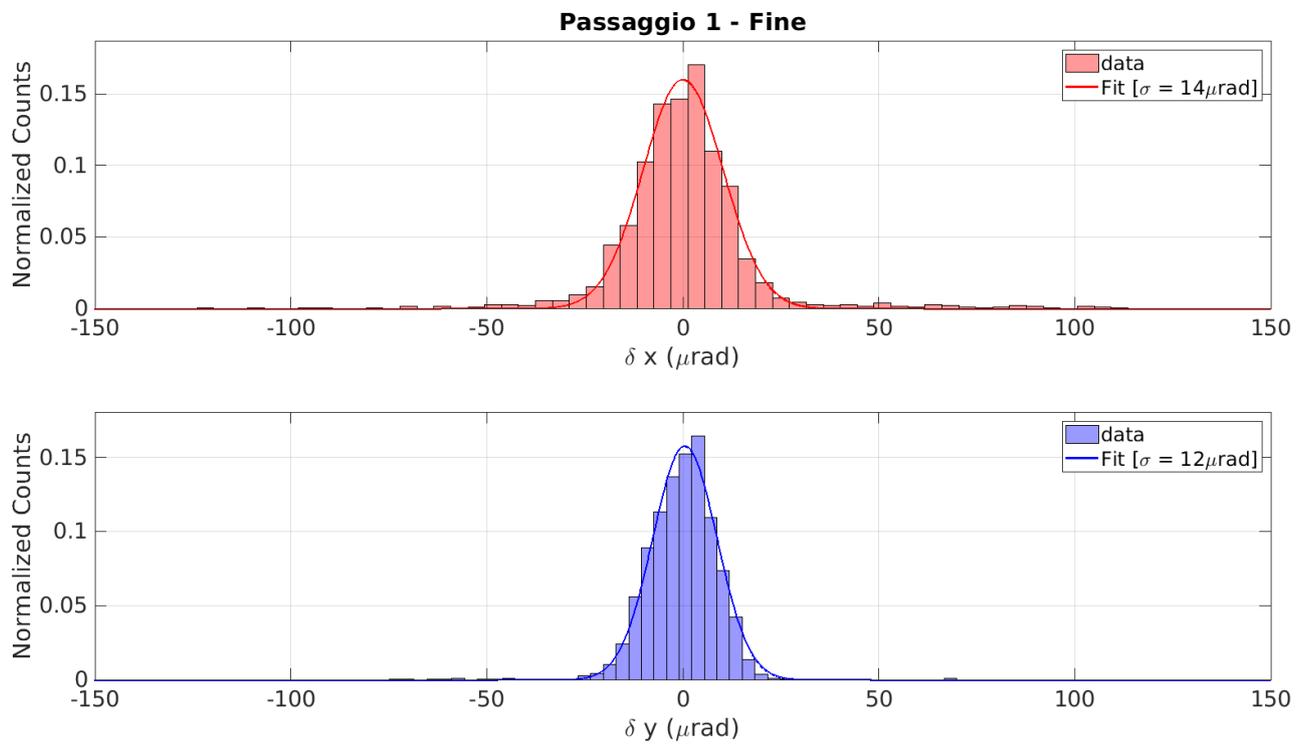


Figura 4.5: Scatter plot dei dati del secondo passaggio con controllo fine attivo: in blu le posizioni del centroide sulla camera coarse, in rosso sulla camera fine

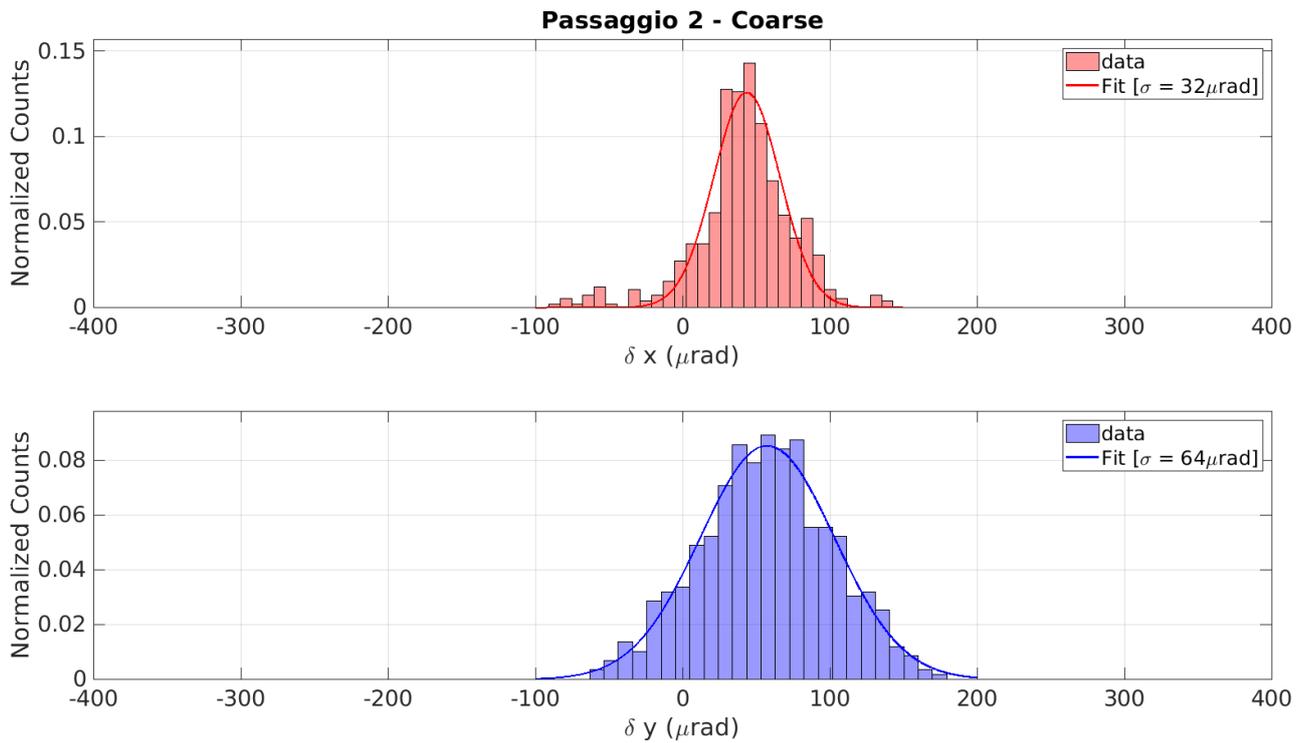


(a) Sistema coarse

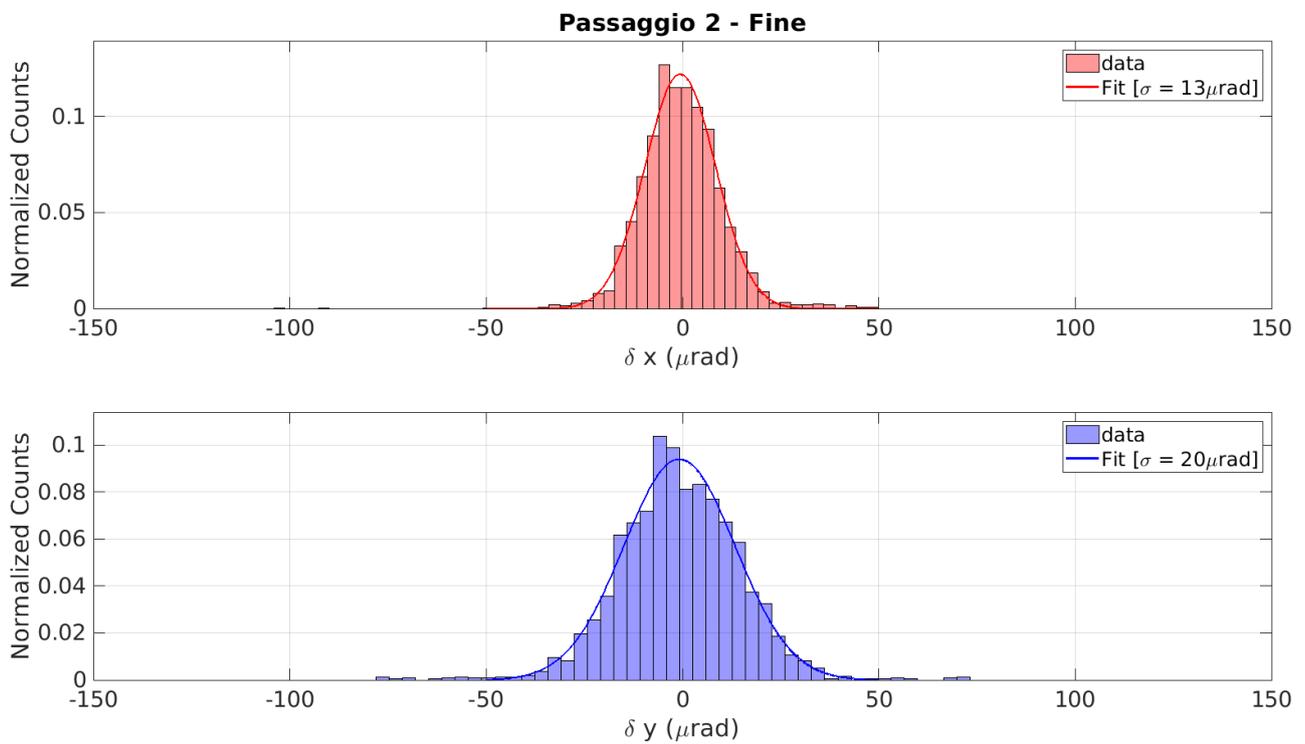


(b) Sistema fine

Figura 4.6: Distribuzioni degli spostamenti angolari nelle due direzioni per il primo passaggio con controllo fine attivo; agli istogrammi è sovrainpesso il fit gaussiano



(a) Sistema coarse



(b) Sistema fine

Figura 4.7: Distribuzioni degli spostamenti angolari nelle due direzioni per il secondo passaggio con controllo fine attivo; agli istogrammi è sovrappreso il fit gaussiano

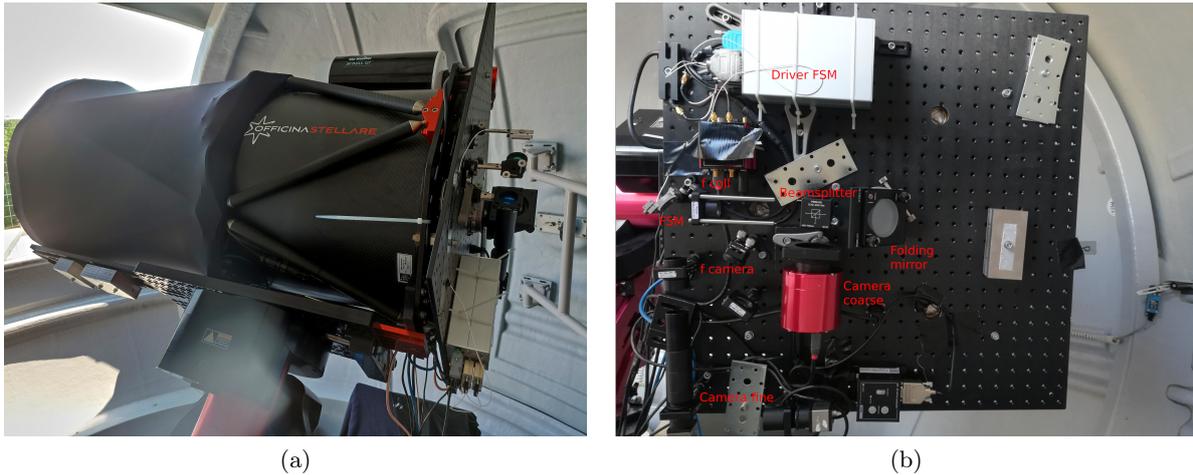


Figura 4.8: Foto di GaliQEye (4.8a) e della breadboard con il primo design per il sistema PAT fine (4.8b)

## 4.2 Implementazione con il telescopio esterno

In questa seconda configurazione (Fig. 4.9), non essendo le due camere solidali, si è innanzitutto verificato che l'allineamento relativo tra la camera del telescopio ausiliario (montato al di sopra di quello principale) e la camera fine (montata sulla breadboard) fosse preservato durante il moto del telescopio principale. Per far ciò, si è modificato il design di Fig. 3.7, sostituendo al folding mirror una camera posta sul fuoco (modello *ASI-294MC* di ZWO, per un FOV di 7.3 mrad), e si è quindi studiata la posizione relativa registrata nelle due camere per diverse stelle.

In particolare, per ogni astro puntato, ci si è posti nella configurazione in cui il centroide appariva centrato nella camera coarse. Si è quindi stimato il disallineamento relativo tra i due telescopi, al variare della zona di cielo osservata, analizzando le immagini raccolte dalla camera posta sul piano focale. Calcolando i centroidi delle foto raccolte si è notato che il disallineamento relativo tra i due telescopi non è fisso, ma varia al variare delle coordinate della stella target. In particolare tale variazione angolare è più pronunciata nella direzione  $x$ , e può arrivare anche a valori dell'ordine dei 400  $\mu$ rad in ambo i versi. Questo significa che il FOV della camera fine (700  $\mu$ rad) non è sufficiente ad assicurare che lo spot appaia anche se il PAT coarse è perfettamente centrato nel suo punto di target. Inoltre, poiché l'angolo non è fisso, è ipotizzabile che tale fenomeno sia imputabile alla meccanica del telescopio principale. Tale fenomeno ha in effetti impedito lo svolgersi con successo del tracking della ISS in questa nuovo design.

Il modo più immediato per sopperire a tale problema consisterebbe nell'aumentare il FOV della camera fine. Ciò può essere ottenuto sia diminuendo la lunghezza focale della lente che focalizza sulla camera fine, che aumentando quella della lente di ricolimazione. Tuttavia, nel primo caso ciò si tradurrebbe in una perdita di risoluzione dell'immagine ottenuta; nel secondo, invece, porterebbe ad avere dimensioni delle pupille più grandi (che potrebbero essere tagliate dalle ottiche) e percorsi ottici più lunghi, con la conseguente necessità di montare ulteriori componenti, e dunque un maggior ingombro della breadboard e difficoltà nell'allineamento del fascio. Per tale ragione si ritiene più opportuno l'uso della prima configurazione presentata.

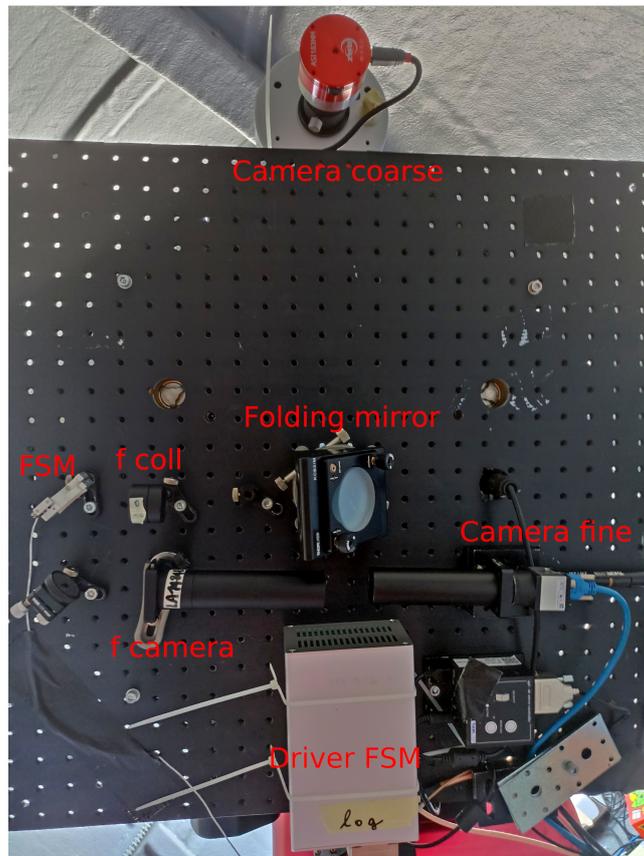


Figura 4.9: Foto della breadboard con il secondo design per il sistema PAT fine

# Conclusioni

In questo lavoro si è discusso lo sviluppo di un sistema di puntamento per tracking di satelliti in orbita bassa, che costituisce una delle componenti fondamentali per l'implementazione di protocolli di comunicazione quantistica satellitare in free space. Dopo aver descritto sinteticamente la struttura di un canale free space satellitare per QKD e lo stato dell'arte (Cap. 1), si sono introdotte alcune nozioni centrali della propagazione dei fasci laser e le perturbazioni nel mezzo atmosferico (Cap. 2). Quindi sono discusse due possibili soluzioni per il design del sistema di *Pointing, Acquisition and Tracking* (Cap. 3) e la successiva implementazione al telescopio GaliQEeye (Cap. 4): in particolare si è osservato come solo la configurazione in cui entrambe le camere sono poste sulla breadboard si sia rivelata funzionare correttamente. La componente centrale di tale sistema è un fast steering mirror, che funge da attuatore ed è montato sul piano focale di GaliQEeye. Si è mostrato infine come, tramite l'utilizzo del sistema sviluppato, le fluttuazioni dell'angolo di arrivo al telescopio possano essere ridotte da  $\sim 100 \mu\text{rad}$  (con l'uso del solo coarse) a  $\sim 10 \mu\text{rad}$ , migliorando significativamente la precisione di puntamento (Cap. 4). Una configurazione analoga a quella presentata è effettivamente utilizzata per protocolli di QKD free space, come avviene nel caso del satellite di QKD Micius.

Nell'ambito della QKD in free space, uno degli obiettivi del prossimo futuro sarà quello di trovare soluzioni per poter effettuare esperimenti satellite-to-ground in *daylight*, ovvero non limitarsi a scambiare il segnale quantistico solo di notte, ma poter operare anche con la luce solare, assicurando, a meno di condizioni meteo proibitive, una continuità di trasmissione [4, 14]. Per far ciò è necessario utilizzare luce con lunghezza d'onda nella banda telecom (attorno a 1550 nm) ed accoppiarla in fibre a singolo modo, per minimizzare il rumore esterno e filtrare efficacemente il segnale per poter essere decodificato. Sarà dunque necessario implementare al ricevitore, oltre ad un FSM, anche un sistema di correzione delle aberrazioni di ordine superiore (e.g. un sensore di fronte d'onda in closed-loop con uno specchio deformabile), tale da poter ricostruire fedelmente il modo del fascio trasmesso. In tale maniera si potrebbe contribuire alla creazione di un network di comunicazione quantistica su larga scala.

# Bibliografia

- [1] S. Pirandola et al. “Advances in quantum cryptography”. In: *Adv. Opt. Photon.* 12.4 (2020), pp. 1012–1236.
- [2] C.-Y. Lu et al. “Micius quantum experiments in space”. In: *Rev. Mod. Phys.* 94 (2022), p. 035001. DOI: [10.1103/RevModPhys.94.035001](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.94.035001).
- [3] N. Gisin et al. “Quantum cryptography”. In: *Rev. Mod. Phys.* 74 (2002), pp. 145–195.
- [4] J. S. Sidhu et al. “Advances in space quantum communications”. In: *IET Quantum Communication* 2.4 (2021), pp. 182–217.
- [5] SK. Liao et al. “Satellite-to-ground quantum key distribution”. In: *Nature* 549 (2017), pp. 43–47. DOI: <https://doi.org/10.1038/nature23655>.
- [6] F. Vedovato. “Quantum Optics Experiments in Space”. Tesi di dott. Università degli Studi di Padova, 2018.
- [7] V. Scarani et al. “The security of practical quantum key distribution”. In: *Rev. Mod. Phys.* 81 (2009), pp. 1301–1350.
- [8] B.E.A. Saleh e M.C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2019. ISBN: 9781118770092.
- [9] L.C. Andrews. *Field Guide to Atmospheric Optics*. Field Guides. SPIE Press, 2019. ISBN: 9781510619371.
- [10] R.L. Fante. “Electromagnetic beam propagation in turbulent media”. In: *Proceedings of the IEEE* 63.12 (1975), pp. 1669–1692. DOI: [10.1109/PROC.1975.10035](https://doi.org/10.1109/PROC.1975.10035).
- [11] A. Scriminich et al. “Optimal design and performance evaluation of free-space quantum key distribution systems”. In: *Quantum Science and Technology* 7.4 (2022), p. 045029. DOI: [10.1088/2058-9565/ac8760](https://doi.org/10.1088/2058-9565/ac8760).
- [12] R.K. Tyson e B.W. Frazier. *Field Guide to Adaptive Optics*. Field Guides. Society of Photo Optical, 2012. ISBN: 9780819490179.
- [13] A. Scriminich. “Advancements in Satellite Quantum Communications: Studies on Quantum Memories and Quantum Channels”. Tesi di dott. Università degli Studi di Padova, 2022.
- [14] SK. Liao et al. “Long-distance free-space quantum key distribution in daylight towards inter-satellite communication”. In: *Nature Photon.* 11 (2017), pp. 509–513.