



Universita' degli Studi di Padova

FACOLTA' DI INGEGNERIA

*Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica*

Analisi della propagazione del fascio attraverso  
gli elementi ottici di un trasduttore  
basato sulla surface plasmon resonance

*Relatore*

Prof.ssa Maria Guglielmina Pelizzo

*Laureando*

Matteo Miozzi



# Sommario

In questa tesi viene presentato il fenomeno della surface plasmon resonance fornendo nel primo capitolo una spiegazione dal punto di vista della propagazione del campo elettromagnetico e del suo comportamento sull'interfaccia metallica. Vengono analizzati i motivi per cui è necessario che il campo elettromagnetico sia in polarizzazione TM e come si calcolano i coefficienti di riflessione e la riflettanza di un multilayer su cui incide un fascio laser polarizzato *p*.

Nel secondo capitolo vengono trattate le possibili configurazioni che prevedono l'accoppiamento tra un film metallico e un prisma per realizzare un sensore SPR.

In particolare verrà trattata la configurazione di Kretschmann, visto che è stata realizzata negli anni in laboratorio al Luxor, sia in configurazione dinamica che statica. Verranno analizzate le differenze di prestazione di queste due configurazioni e la possibilità di realizzare un sensore SPR statico che funzioni con luce incidente bianca.

Nell'ultima parte del capitolo è proposta una breve panoramica su configurazioni, che realizzano un sensore SPR, alternative alla configurazione con accoppiamento prisma/metallo. Nel terzo capitolo è descritta dettagliatamente la configurazione statica, con fascio monocromatico convergente e prisma cilindrico, realizzata su banco ottico nel Maggio 2011 al Luxor. Si parla delle varie componenti che compongono il sistema ottico e delle motivazioni della loro scelta. Inoltre verrà illustrato il lavoro svolto in laboratorio per creare un modello bidimensionale in Matlab che simuli l'andamento teorico dell'intensità del fascio riflesso dal multilayer (prisma, film metallico e analita).

Nel quarto capitolo sarà valutata la possibilità di inserire uno specchio adattivo, nella configurazione realizzata in laboratorio, per ridurre l'aberrazione introdotta dal sistema ottico e gli errori di focalizzazione ed esposti i primi risultati ottenuti con questo up-grade.



# Indice

<b>1</b>	<b>Principi fisici alla base di un trasduttore Surface Plasmon Resonance</b>	<b>1</b>
1.1	Propagazione delle onde elettromagnetiche nel plasma . . . . .	1
1.2	Oscillazioni di superficie del plasma . . . . .	6
1.3	Scelta della componente polarizzata $p$ e riflettanza . . . . .	8
1.3.1	<i>Coefficiente di riflessione e riflettanza</i> . . . . .	9
1.4	Oscillazioni di superficie in un sistema a tre elementi . . . . .	12
1.5	Eccitazione delle “surface plasma oscillation” . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Configurazione dei Sensori SPR realizzati con accoppiamento prisma/metallo</b>	<b>19</b>
2.1	Configurazione di Otto . . . . .	19
2.2	Configurazione di Kretschmann . . . . .	20
2.3	Configurazione con ottica dinamica . . . . .	22
2.4	Configurazione statica . . . . .	23
2.4.1	<i>Sistema statico con luce monocromatica</i> . . . . .	23
2.4.2	<i>Sistema statico con luce bianca</i> . . . . .	24
2.5	Metodi di scelta delle componenti del sistema e come influenzano la precisione di misurazione del sensore . . . . .	25
2.5.1	<i>La sorgente di luce</i> . . . . .	25
2.5.2	<i>Film metallico</i> . . . . .	26
2.5.3	<i>Vetro del prisma</i> . . . . .	27
2.5.4	<i>Geometria del prisma</i> . . . . .	28
2.5.5	<i>Stima della precisione del sensore in configurazione dinamica</i> . . . . .	29
2.5.6	<i>Stima della precisione del sensore in configurazione statica</i> . . . . .	29
2.6	Altre configurazioni possibili . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Esperienza in laboratorio, analisi della propagazione del fascio</b>	<b>31</b>
3.1	Configurazione del banco ottico . . . . .	31
3.2	Lente e prisma cilindrici . . . . .	35

3.3	Problemi introdotti sul fascio da componenti ottiche non ideali . . . . .	36
3.3.1	<i>Aberrazione sferica</i> . . . . .	37
3.4	Diffrazione da pin-hole . . . . .	38
3.5	Confronto tra intensità teorica e intensità del fascio in ingresso alla lente L4 . . . . .	40
3.6	Confronto tra intensità teorica e intensità del fascio dopo la riflessione nel sensore SPR . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Inserimento di uno specchio adattivo nella configurazione su banco ottico</b>	<b>45</b>
4.1	L'ottica adattiva . . . . .	45
4.2	Specchio adattivo utilizzato . . . . .	47
4.3	Introduzione dello specchio adattivo nel sensore SPR . . . . .	48
4.3.1	<i>Correzione dell'aberrazione sferica</i> . . . . .	49
4.3.2	<i>Correzione dell'errore sulla distanza focale</i> . . . . .	51
	<b>Conclusioni</b>	<b>53</b>
	<b>Appendice A</b> <i>Riflettività di un multilayer</i>	<b>55</b>
	<b>Appendice B</b> <i>Codice Matlab, diffrazione da pinhole</i>	<b>57</b>
	<b>Appendice C</b> <i>Simulazione spot riflesso dal prisma</i>	<b>61</b>
	<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>63</b>

# Capitolo 1

## Principi fisici alla base di un trasduttore

### Surface Plasmon Resonance

Con questo termine si intende l'eccitazione del plasmone di superficie per mezzo di un'onda elettromagnetica come la luce.

Plasma in fisica indica un *fluido ionizzato in equilibrio dinamico*, cioè un sistema costituito dai due fluidi elettronico e ionico, che coesistono con particelle neutre e in cui i processi di ricombinazione e ionizzazione si bilanciano reciprocamente (equilibrio dinamico), cioè il numero di particelle che si ricombinano formando una particella neutra è uguale al numero di queste che vengono trasformate in coppie ione-elettrone.

Una caratteristica fondamentale del plasma è quella di essere un sistema con proprie frequenze di risonanza, che dipendono dalla densità, dalla carica e dalla massa delle particelle che lo costituiscono. Se la densità di questi fluidi viene perturbata (ad esempio da un'onda elettromagnetica), tende a riportarsi alle condizioni di equilibrio del sistema attraverso oscillazioni di frequenza caratteristica (*frequenza di plasma*).

I plasmoni di superficie sono onde elettromagnetiche che si propagano in direzione parallela all'interfaccia e dal momento che l'onda è al limite tra il plasma e il mezzo esterno, queste oscillazioni sono molto sensibili a qualsiasi cambiamento di questo confine.

Per realizzare un trasduttore ottico basato sulla SPR si ha bisogno di un materiale che, in condizioni normali, abbia struttura e caratteristiche di propagazione delle onde elettromagnetiche quanto più possibile simile a quello di un plasma.

#### 1.1 Propagazione delle onde elettromagnetiche nel plasma

Il modello più utilizzato per lo studio della propagazione delle onde elettromagnetiche nel plasma è il modello a due fluidi, in cui gli ioni e gli elettroni sono trattati come due fluidi indipendenti e compenetranti descritti attraverso le equazioni della meccanica dei fluidi.

L'equazione del moto di un fluido di particelle  $k$  è:

$$m_k n_k \left[ \frac{\partial \vec{u}_k}{\partial t} + (\vec{u}_k \cdot \nabla) \vec{u}_k \right] = \nabla p_k + q_k n_k (\vec{E} + \vec{u}_k \times \vec{B}) - m_k n_k \nu_{c,k} \vec{u}_k \quad (1.1)$$

dove:

$m_k n_k$  è la densità di massa;

$q_k n_k$  è la densità di carica;

$n_k$  è il numero di elettroni (o ioni) per unità di volume;

$p_k$  è la pressione del fluido;

$\vec{u}_k = \vec{u}_k(\vec{r}, t)$  funzione della posizione e del tempo, è la velocità media del moto di insieme delle particelle;

$\frac{d\vec{u}_k}{dt} = \left[ \frac{\partial \vec{u}_k}{\partial t} + (\vec{u}_k \cdot \nabla) \vec{u}_k \right]$  è la derivata totale della velocità del fluido;

L'equazione (1.1) rappresenta il caso di un plasma debolmente ionizzato, tale cioè che le collisioni di elettroni e ioni avvengono solo con atomi neutri. Stiamo trattando quindi un sistema a tre fluidi, dove il fluido degli atomi neutri viene considerato a riposo. Le particelle  $k$  del fluido in movimento saranno soggette a delle collisioni con le particelle neutre, con una frequenza di collisione  $\nu_{c,k}$  considerata indipendente dalla velocità  $\vec{u}_k$  (per semplificare il modello). La decelerazione prodotta dagli urti è espressa sotto forma di attrito viscoso, quindi proporzionale alla velocità, e il termine  $-m_k \nu_{c,k} \vec{u}_k$  rappresenta la variazione nell'unità di tempo della quantità di moto, quindi la forza media statistica che gli atomi neutri esercitano su una singola particella  $k$ .

La trattazione delle collisioni nei plasmi in realtà è un problema complesso e non ancora soddisfacentemente formulato.

Stiamo considerando un "fluido" in *condizioni ambientali normali*, cioè a temperatura ambiente, a pressione atmosferica e con nessuna forza meccanica agente su di esso. Questa approssimazione definita del "plasma freddo" porta a considerare il gradiente di pressione poco influente e lo si può considerare tendente a zero ( $\nabla p_k = 0$ ).

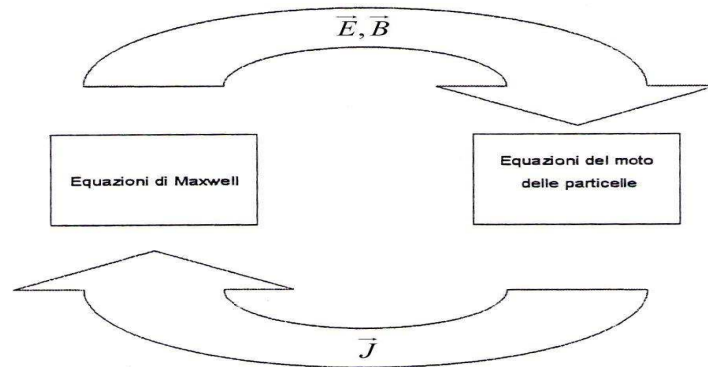
I termini che rimangono nell'equazione (1.1) sono tutti proporzionali alla densità  $n_k$ , è quindi possibile dividere ambo i membri per tale quantità ottenendo:

$$m_k \left[ \frac{\partial \vec{u}_k}{\partial t} + (\vec{u}_k \cdot \nabla) \vec{u}_k \right] = q_k \vec{E} + q_k \vec{u}_k \times \vec{B} - m_k \nu_{c,k} \vec{u}_k \quad (1.2)$$

Dato un campo elettromagnetico  $\vec{E}, \vec{B}$  che fa muovere le particelle (elettroni e ioni), si dovrà determinare la densità di corrente che trasportano nel loro moto:  $\vec{J} = -en_e \vec{u}_e + en_i \vec{u}_i$ .



La densità di corrente dovrà essere introdotta nelle equazioni di Maxwell in modo da ottenere per il campo elettromagnetico una soluzione che secondo il principio dell'autoconsistenza porti a una relazione precisa tra  $\omega$  e  $\vec{k}$  chiamata *relazione di dispersione*.



Ora applicando l'approssimazione “degli ioni di massa infinita”, per cui gli ioni avendo massa molto più grande rispetto a quella degli elettroni non danno un contributo rilevante alla corrente  $\vec{J}$ , ci si limita a considerare solo il moto degli elettroni e la corrente che trasportano nel loro moto:  $\vec{J} = -en_e \vec{u}_e$ . (1.3)

Quindi, utilizzando l'approssimazione “degli ioni di massa infinita”, si dovrà considerare solo un'equazione del moto dei fluidi, quella che esprime il moto del fluido di elettroni:

$$m_e \left[ \frac{\partial \vec{u}_e}{\partial t} + (\vec{u}_e \cdot \nabla) \vec{u}_e \right] = -e \vec{E} + (\vec{u}_e \times \vec{B}) - m_e \nu_{c,e} \vec{u}_e \quad (1.4)$$

dove  $\vec{E}, \vec{B}$  sono i campi elettrico e magnetico dell'onda incidente.

Lo studio che seguirà tratterà la propagazione di *onde piane sinusoidali* nel plasma.

Alla formula (1.4) è possibile applicare un'ultima approssimazione, definita “delle onde di piccola ampiezza”, in cui si considera piccola l'ampiezza del campo elettromagnetico oscillante e di conseguenza saranno piccoli anche gli effetti che produce; in particolare la velocità  $\vec{u}_e$  e le sue derivate. In questo modo si rendono lineari le equazioni, trascurando il termine non lineare  $(\vec{u}_e \cdot \nabla) \vec{u}_e$  e la forza di Lorentz  $-e(\vec{u}_e \times \vec{B})$  ottenendo come eq. del moto:

$$m_e \frac{\partial \vec{u}_e}{\partial t} = -e \vec{E} - m_e \nu_{c,e} \vec{u}_e \quad (1.5)$$

Poiché stiamo trattando onde piane sinusoidali isofrequenziali, le grandezze vettoriali presenti nella (1.5) sono esprimibili come fasori del tipo:  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\dot{E}e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}\}$  e  $\vec{U}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\dot{U}e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}\}$ , con  $\dot{E}, \dot{U}$  ampiezza complessa. Le operazioni di derivazione e integrazione nel tempo definiscono altre onde piane sinusoidali del tipo  $e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ .

Le ampiezze complesse che ci interessano sono per la derivata  $\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \rightarrow j\omega \bar{A}$  e  $\bar{A}(\vec{r}, t) \rightarrow \bar{A}$ .

L'equazione del moto (1.5) può essere studiata nella forma:

$$m_e j\omega \bar{U}_e = -e\bar{E} - m_e v_{c,e} \bar{U}_e \quad (1.6)$$

La soluzione stazionaria è data da  $\bar{U}_e = \frac{-e\bar{E}}{m_e(j\omega + v_{c,e})}$ , che inserita nell'equazione (1.3) per-

mette di ricavare la densità di corrente complessa:

$$\bar{J} = -en_e \bar{U}_e = \frac{n_e e^2}{m_e(j\omega + v_{c,e})} \bar{E} = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{j\omega + v_{c,e}} \bar{E} \quad (1.7)$$

dove  $n_e$  è la densità di equilibrio del plasma, mentre  $\omega_p = \frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}$  è la *pulsazione di plasma*.

La *costante dielettrica relativa* è definita come  $\dot{\epsilon}_r = 1 + \frac{\bar{J}}{j\omega \epsilon_0 \bar{E}}$ , dove  $\dot{\epsilon}_r$  rappresenta la *conduttività complessa* definita da  $\bar{J} / \bar{E}$ .

Quindi la costante dielettrica relativa del plasma risulta complessa:

$$\dot{\epsilon}_r = 1 + \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{(j\omega + v_{c,e}) j\omega \epsilon_0} = 1 + \frac{\omega_p^2}{(jv_{c,e} - \omega)\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2(1 - j\frac{v_{c,e}}{\omega})} \quad (1.8)$$

Se si considera il moto degli elettroni in un metallo allo stato solido a temperatura ambiente, è plausibile supporre che la frequenza delle collisioni (proporzionale alla temperatura del sistema)  $v_{c,e}$  sia minore di  $\omega$ . Considerando  $v_{c,e} < \omega$  e moltiplicando numeratore e denominatore dell'equazione (1.8) per  $(1 + j\frac{v_{c,e}}{\omega})$  si ottiene come costante dielettrica relativa:

$$\dot{\epsilon}_r \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 + j\frac{v_{c,e}}{\omega} \right) \quad (1.9)$$

Si rende ora necessario calcolare la *relazione di dispersione* sostituendo la  $\bar{J}$  nelle equazioni di Maxwell sui rotori dei campi:

$$\nabla \wedge \bar{E} = -\mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \quad , \quad \nabla \wedge \bar{H} = \bar{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$$

che nel caso di onde trasversali, cioè con  $\bar{E}$  perpendicolare a  $\vec{k}$  possono essere scritte come:

$$\nabla^2 \bar{E} = \mu_0 \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (1.10)$$

Per calcolare la relazione di dispersione si sostituisce  $\bar{J}$  nella (1.10) con il suo valore trovato nella (1.7) e passando alle ampiezze complesse si giunge a:

$$-\dot{k}^2 \bar{E} = \mu_0 j \omega \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{j\omega + \nu_{c,e}} \bar{E} - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \bar{E} \text{ raccogliendo diventa } \left[ \dot{k}^2 + \epsilon_0 \mu_0 \left( \frac{j\omega}{j\omega + \nu_{c,e}} \omega_p^2 - \omega^2 \right) \right] \bar{E} = 0 \quad (1.11)$$

L'equazione (1.11) ammette due soluzioni:

1.  $\bar{E} = 0$ ;
2.  $\left[ \dot{k}^2 + \epsilon_0 \mu_0 \left( \frac{j\omega}{j\omega + \nu_{c,e}} \omega_p^2 - \omega^2 \right) \right] = 0$ .

La soluzione di nostro interesse è la seconda da cui si ricava un vettore d'onda complesso, ricordando che  $c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ :

$$\dot{k}^2 = \frac{1}{c^2} \left( \omega^2 - \frac{j\omega}{j\omega + \nu_{c,e}} \omega_p^2 \right) \quad (1.12)$$

L'indice di rifrazione complesso è dato da  $\dot{N} = \frac{\dot{k}c}{\omega}$  ed è verificata l'uguaglianza  $\dot{\epsilon}_r = \dot{N}^2$ .

Mantenendo l'ipotesi  $\nu_{c,e} < \omega$  con cui si era calcolata la costante dielettrica relativa nella (1.9), l'espressione di  $\dot{k}^2$  può essere semplificata:

$$\dot{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 + j \frac{\nu_{c,e}}{\omega} \right) \right] = \frac{\omega^2}{c^2} \left[ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - j \frac{\nu_{c,e}}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right] \quad (1.13)$$

1. Se vale  $\omega > \omega_p$  la parte reale ed immaginaria di  $\dot{k}$  valgono approssimativamente:

$$\text{Re}(\dot{k}) \simeq \frac{\omega}{c} \left[ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right]^{1/2}$$

$$\text{Im}(\dot{k}) \simeq -\frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\nu_{c,e}}{\omega} \left[ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right]^{-1/2}$$

Si può osservare che una radiazione con pulsazione superiore alla pulsazione di plasma riesce a propagarsi nel plasma con un'attenuazione (dovuta alla parte  $\text{Im}(k)$ ) dovuta alle collisioni, che comporta la perdita di parte dell'energia dell'onda che viene dissipata e ceduta al plasma sotto forma di calore.

Si osserva che l'attenuazione è direttamente proporzionale alla frequenza di collisione  $\nu_{c,e}$  e che, a parità di altre condizioni, cala al crescere della frequenza dell'onda (vedi  $\omega^2$ ).

2. Se invece  $\omega_p > \omega$  si può osservare che la *parte reale* di  $\dot{k}$ , e di conseguenza dell'indice di rifrazione  $\dot{N}$ , è *negativa*: l'onda non si propaga e viene riflessa.

Si osserva che al crescere di  $\omega$  il valore assoluto della parte reale di  $\dot{k}$  decresce, mentre quello della parte immaginaria aumenta. Il fenomeno della SPR può aver luogo fintanto che  $|\text{Im}(\dot{k})| \ll |\text{Re}(\dot{k})|$ .

Tra dielettrici e metalli sono questi ultimi ad avere un comportamento e costanti dielettriche complesse simili a quelle descritte. Poter usare o meno per un metallo i modelli di analisi tipici del plasma dipende dalla configurazione elettronica del metallo.

Affinché un metallo risponda alle caratteristiche desiderate, deve avere una configurazione elettronica tale da renderlo donatore e non accettore: più facilmente cederà i propri elettroni di valenza più questi potranno essere considerati nell'insieme un gas quasi libero e maggiore sarà l'aderenza al modello del plasma "a due fluidi". I metalli di interesse sono quelli del *gruppo 11* della tavola periodica, ovvero quelli con il minor numero di elettroni nel guscio esterno come rame, argento e oro.

Questo tipo di metalli sono quelli più indicati per la realizzazione di un trasduttore ottico basato sulla SPR.

Le proprietà ottiche dei metalli possono essere studiate analizzando la reazione degli elettroni di conduzione ai campi elettromagnetici, ricorrendo alla teoria di *Drude-Lorentz-Sommerfeld*; nella quale il metallo è immaginato come un insieme di nuclei o ioni immersi in una nube di elettroni, una parte legata ai nuclei, mentre quelli più esterni (di conduzione) risulteranno liberi. Sottoposti ad un campo  $\vec{E}$  gli elettroni di conduzione vengono studiati come un sistema oscillante soggetto a smorzamento viscoso. Poiché ogni elettrone viene supposto indipendente e rispondente in modo analogo agli altri alla forza  $\vec{F} = e\vec{E}$ , si studia il comportamento di un singolo elettrone per poi estenderlo al numero totale di elettroni. [1]

## 1.2 Oscillazioni di superficie del plasma

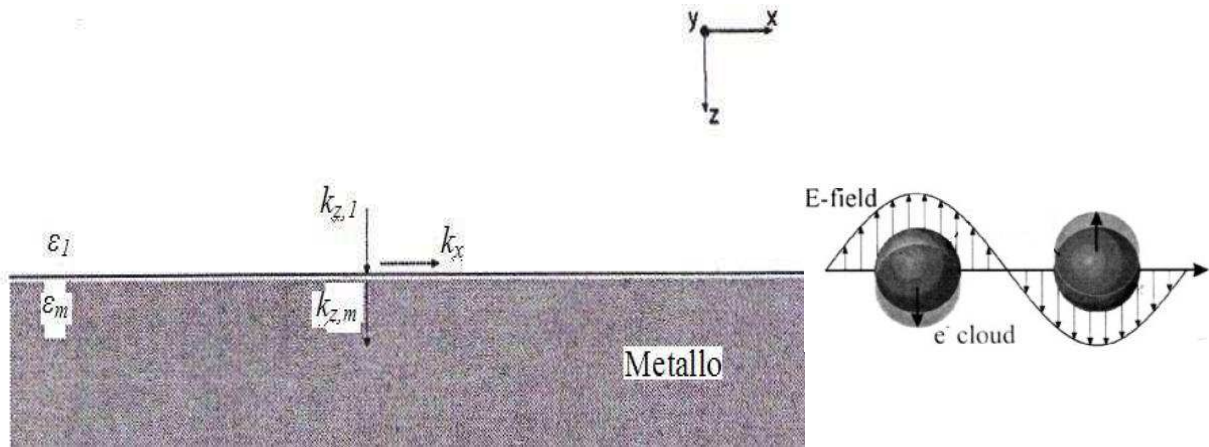
Il modello introdotto nel paragrafo precedente permette di conoscere, grazie alla determinazione di  $\dot{\epsilon}$  e  $\dot{k}$ , come si comporta un plasma sottoposto all'azione del campo elettromagnetico esterno.

Come accennato, i metalli utilizzati per realizzare trasduttori SPR hanno energia di ionizzazione più bassa degli altri metalli, in modo che gli elettroni di valenza siano facilmente

separabili dall'atomo formando un fluido quasi libero che circonda il corpo centrale costituito dagli ioni.

Sotto l'azione di un campo elettrico a onde piane sinusoidali, gli elettroni tendono a risalire tale campo, generando un accumulo di carica negativa nella zona di incidenza (all'interfaccia dielettrico metallo). Se tale carica ha fluttuazioni coerenti nello spazio e nel tempo si hanno oscillazioni superficiali di plasma, *surface plasmon*.

Per analizzare cosa accade sulla superficie del metallo (plasma), sottoposto a un campo elettrico incidente, si può immaginare di avere due mezzi semi-infiniti a contatto. In questo modo si può creare un primo modello che preveda una sola interfaccia di contatto tra il mezzo dielettrico e il metallo.



**Figura 1.1** Singola interfaccia metallo/dielettrico semi-infiniti

Sotto l'azione di un campo elettrico a onde piane sinusoidali che giacciono sul piano  $xz$ , sulla superficie del metallo si produce una carica superficiale di elettroni  $\sigma = \epsilon_m E_{z,m} - \epsilon_1 E_{z,1}$ .

Questa carica è soggetta a un moto ondulatorio nello spazio e nel tempo che si propaga lungo l'asse  $x$ , in quanto il campo elettrico che lo genera è contenuto nel piano  $xy$ , come da ipotesi, e la carica è vincolata alla superficie.

$$\sigma(x, t) = \sigma e^{j(kx - \omega t)} \quad (1.14)$$

La carica oscillando produce un campo elettrico che può diffondersi lungo l'interfaccia o nello spazio che la circonda:

$$\vec{E} = A e^{j(k_x x + k_z z - \omega t)} \quad (1.15)$$

dove  $A$  è una costante arbitraria. La componente del campo normale all'interfaccia è  $E_z$ :

$$E_z = A e^{j(k_x x - \omega t)} e^{jk_z z} \quad (1.16)$$

A seconda che  $k_z$  appartenga ai numeri reali o immaginari, l'espressione caratterizza due tipi diversi di onda:

- se  $k_z \in \text{Im}$  l'onda è vincolata alla superficie e il campo si estende lungo  $z$  attenuandosi esponenzialmente come  $e^{-|k_z|z}$ . Non c'è trasporto di energia lontano dall'interfaccia, siamo in presenza di un'onda evanescente;
- se  $k_z \in \text{Re}$  l'onda non è più legata alla superficie e può esserci trasporto di energia lontano dall'interfaccia. Si è quindi in presenza di un'onda di superficie radiativa.

Ciò che determina quale dei due tipi di onda sia presente è la costante dielettrica del mezzo che si sta considerando. Visto che:  $|\vec{k}| = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon}$  e che  $\vec{k} \in xz \Rightarrow \vec{k} = (k_x, 0, k_z)$ , considerando la presenza di una discontinuità del mezzo di propagazione lungo l'asse  $z$  si ha:

$$|\vec{k}|^2 = k_x^2 + k_{z,\text{mezzo}}^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{\text{mezzo}} \text{ esplicitando } k_z \text{ nel mezzo si ha } k_{z,\text{mezzo}} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{\text{mezzo}} - k_x^2} \quad (1.17)$$

Supponendo che il mezzo esterno al plasma sia un dielettrico senza perdite ( $\epsilon \in \text{Re}$ ) avremo:

- un'onda evanescente se  $\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{\text{mezzo}}} < k_x$ ;
- un'onda di superficie radiativa se  $\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{\text{mezzo}}} > k_x$ .

### 1.3 Scelta della componente polarizzata $p$ e riflettività

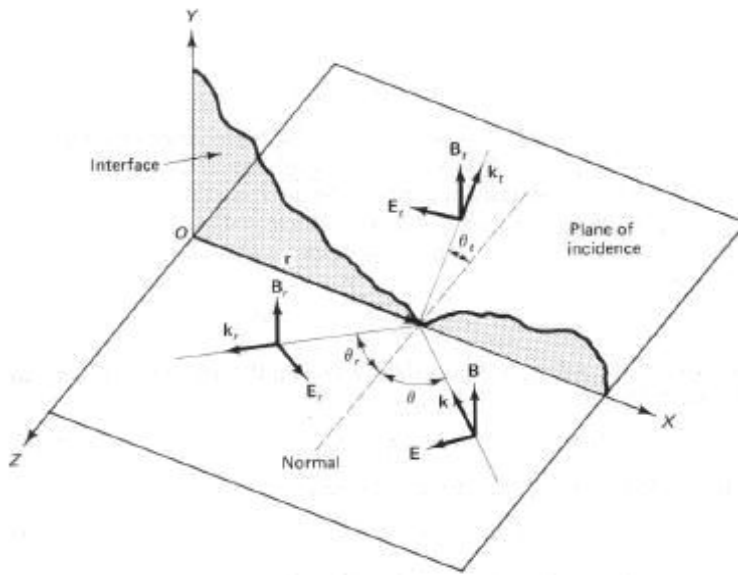
A differenza delle polarizzazioni rettilinee, ellittiche e circolari, che descrivono modalità e direzione di propagazione del campo elettromagnetico e il rapporto tra le varie componenti, la polarizzazione di tipo  $p$  ( $\pi$ , TM) o  $s$  ( $\sigma$ , TE) non sono proprie dell'onda e non danno informazioni sulle caratteristiche del campo.

Ogni onda elettromagnetica può essere descritta da una combinazione lineare delle sue componenti  $p$  e  $s$ , che si riferiscono alla direzione di propagazione del campo, permettendo di semplificare i calcoli necessari alla risoluzione del sistema formato dalle equazioni di Maxwell e dalle condizioni di continuità.

Posto che il campo si propaghi lungo la direzione  $z$  si dice:

- parte dell'onda polarizzata  $p$  quella per cui il campo elettrico dell'onda luminosa giace nello stesso piano del raggio incidente e della normale alla superficie (TM transverse magnetic mode).

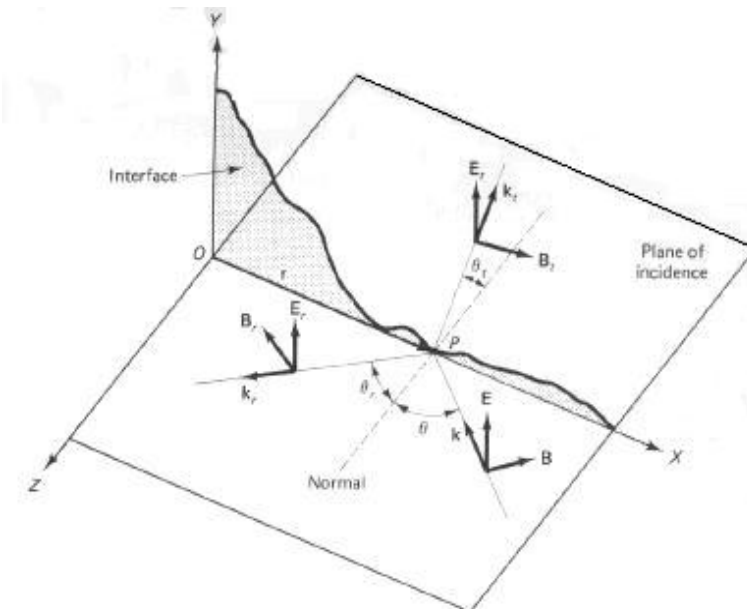
$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}^{(p)} = (E_x, 0, E_z) \\ \vec{B} = \vec{B}^{(p)} = (0, B_y, 0) \end{cases}$$



**Figura 1.2** Diagramma per i raggi incidenti, riflessi e trasmessi a un'interfaccia sul piano xy quando il campo magnetico è perpendicolare al piano di incidenza, TM mode.

Scegliendo il vettore  $\vec{B}$  dell'onda incidente nella direzione positiva di y, considerando un'onda piana sinusoidale, la direzione del corrispondente campo elettrico è determinata per garantire  $\vec{k}$ , direzione di propagazione dell'onda, data da  $\vec{E} \times \vec{B}$ .

- parte dell'onda polarizzata s quella per cui il campo elettrico è perpendicolare al piano di incidenza (TE transverse electric mode)



**Figura 1.3** Diagramma per i raggi incidenti, riflessi e trasmessi a un'interfaccia sul piano xy quando il campo elettrico è perpendicolare al piano di incidenza, TE mode.

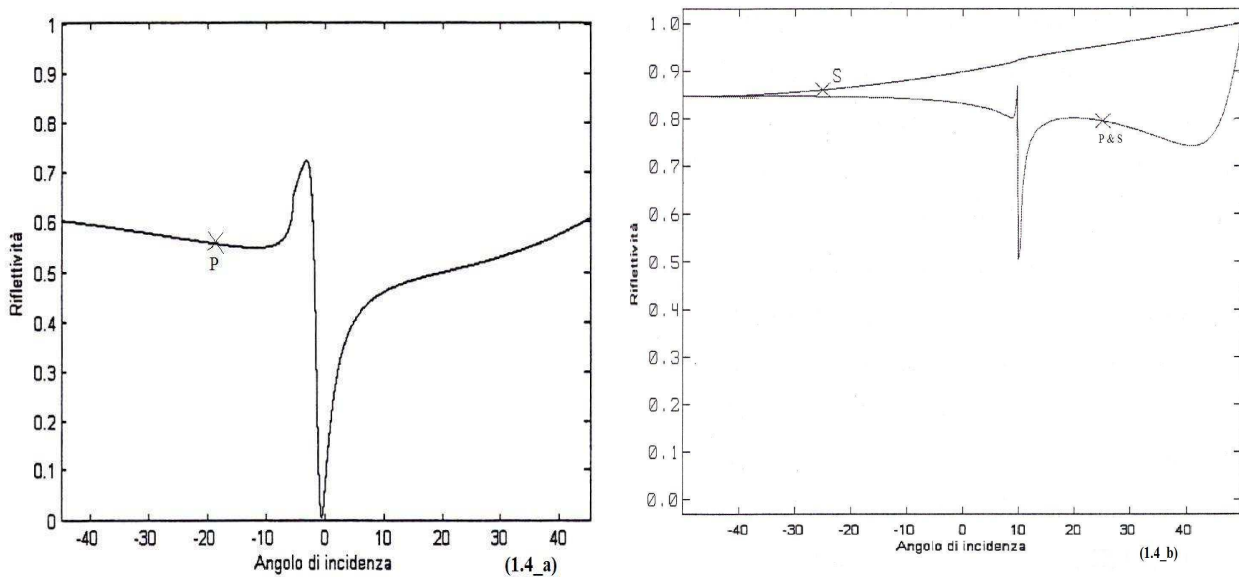
$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}^{(s)} = (0, E_y, 0) \\ \vec{B} = \vec{B}^{(s)} = (B_x, 0, B_z) \end{cases}$$

Nel paragrafo 1.2 per analizzare cosa accade all'interfaccia dielettrico/metallo si è ipotizzato un campo elettrico che giace sul piano  $xz$ , queste condizioni corrispondono a un'onda incidente polarizzata  $p$ .

Si osserva che la parte polarizzata  $s$  di un'onda incidente, in quanto priva della componente del campo elettrico normale alla superficie di separazione, non è in grado di produrre la densità di carica superficiale le cui oscillazioni costituiscono il fenomeno surface plasmon.

Pertanto è necessario togliere la parte polarizzata  $s$ , che rende più difficile rilevare il minimo di riflettanza nel grafico di un trasduttore SPR, come si può notare dai grafici seguenti che riassumono prove che sono state fatte per arrivare alla realizzazione del trasduttore attuale.

In Figura (1.4\_a) si può notare che la sola componente polarizzata  $p$  dà luogo a un picco di risonanza, mentre la componente polarizzata  $s$  dà una riflettanza pressoché piatta (fig. 1.4\_b) e la presenza di entrambe le componenti del campo elettrico contemporaneamente dà luogo a un fenomeno attenuato.



**Figura 1.4** Riflettanza in funzione della polarizzazione

### 1.3.1 Coefficiente di riflessione e riflettanza

Assumiamo che la luce incidente all'interfaccia sia un'onda piana sinusoidale:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

l'onda riflessa e trasmessa in Figura 1.2 possono essere espresse nella forma dell'onda incidente, rispettivamente come:

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} e^{j(\vec{k}_r\vec{r} - \omega t)} \qquad \vec{E}_t = \vec{E}_{0t} e^{j(\vec{k}_t\vec{r} - \omega t)}$$



All'interfaccia sul piano  $xy$ , dove le tre onde esistono simultaneamente, deve esserci una relazione fissata tra le tre ampiezze delle onde che andremo a determinare.

Le condizioni all'interfaccia di confine tra i due mezzi derivanti dalle equazioni di Maxwell, trattate di seguito senza dimostrazione, richiedono che le componenti parallele all'interfaccia di entrambi i campi, elettrico e magnetico, siano continue quando l'interfaccia viene attraversata [3]. Analizzando le scelte fatte per le direzioni di  $\vec{B}$  nella polarizzazione TM di Figura 1.2, questo determina per il campo magnetico la relazione all'interfaccia:

$$B + B_r = B_t \quad (1.18)$$

che descrive il campo totale sul lato di incidenza all'interfaccia come sovrapposizione dell'onda incidente e di quella riflessa, mentre dall'altra parte con solo il campo trasmesso.

Per il campo elettrico, invece, le componenti parallele all'interfaccia che soddisfano le condizioni al confine sono nella seguente relazione:

$$-E \cos \theta + E_r \cos \theta = -E_t \cos \theta \quad (1.19)$$

dove i segni meno indicano che la componente del vettore è in disaccordo con il verso dell'asse  $x$ ; inoltre si è posto  $\theta = \theta_r$  in accordo con la legge di riflessione dell'ottica.

Le equazioni (1.18) e (1.19) sono valide per i valori istantanei del campo all'interfaccia.

Il campo magnetico può essere espresso in termini di campo elettrico attraverso la relazione:

$$E = vB = \left( \frac{c}{n_{\text{mezzo}}} \right) B$$

Considerando  $n_1$  l'indice di rifrazione del mezzo in cui si sta propagando l'onda incidente e  $n_2$  l'indice di rifrazione del mezzo in cui si propaga l'onda trasmessa si ottiene:

$$\begin{cases} n_1 E + n_1 E_r = n_2 E_t \\ -E \cos \theta + E_r \cos \theta = -E_t \cos \theta \end{cases} \quad (1.20)$$

Risolvendo il sistema si ottiene il *coefficiente di riflessione*  $r = (E_r/E)$ , per il modo TM:

$$r^p = \frac{E_r}{E} = \frac{n_2 \cos \theta - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta + n_1 \cos \theta_t} \quad (1.21)$$

e ricordando che  $\theta_t$  è relazionato a  $\theta$  attraverso l'indice di rifrazione dalla legge di Snell  $n_1 \sin \theta = n_2 \sin \theta_t$  si ottiene:

$$r^p = \frac{E_r}{E} = \frac{n^2 \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \quad \text{con } n = n_2/n_1.$$

Sempre attraverso il sistema (1.20) si può determinare il *coefficiente di trasmissione*:

$$t^p = \frac{E_t}{E} = \frac{2n \cos \theta}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}$$

La relazione tra il coefficiente di riflessione e di trasmissione nel modo TM è  $nt = r+1$ .

I coefficienti appena visti esprimono il rapporto tra l'ampiezza del campo  $\vec{E}$  riflesso (o trasmesso) e l'ampiezza del campo incidente. Nella realtà la misura del coefficiente di riflessione e trasmissione dipendono anche dalle perdite per dispersione dovute a un'interfaccia tra i due mezzi non perfettamente piana.

Ricordando che l'intensità luminosa è proporzionale al quadrato del campo elettrico, si definisce la *riflettanza* come la percentuale di luce riflessa rispetto a quella incidente:

$$R^p = (r^p)^2 = \left( \frac{E_r}{E} \right)^2 = \left( \frac{I_{riflessa}}{I_{incidente}} \right)^p \quad (1.22)$$

In modo analogo viene definita la *trasmittanza* come la percentuale di luce trasmessa rispetto a quella incidente.

#### 1.4 Oscillazioni di superficie in un sistema a tre elementi

Di seguito verrà analizzato il comportamento delle onde di superficie in un sistema a tre elementi costituito da un dielettrico<sub>1</sub>, uno strato di metallo e un altro dielettrico<sub>2</sub>. Questa configurazione costituisce un modello delle normali condizioni operative di un trasduttore ottico SPR. I due dielettrici, a contatto che le due facce del metallo, possono essere considerati semi-infiniti poiché la loro dimensione ortogonale alla superficie di contatto con il metallo è molto più grande della lunghezza d'onda  $\lambda$  e dello spessore  $d$  dello strato metallico, che invece è inferiore a  $\lambda$ .

I due dielettrici hanno costanti dielettriche differenti e questa condizione permettere il funzionamento del trasduttore, come si vedrà più avanti nel paragrafo 1.5.

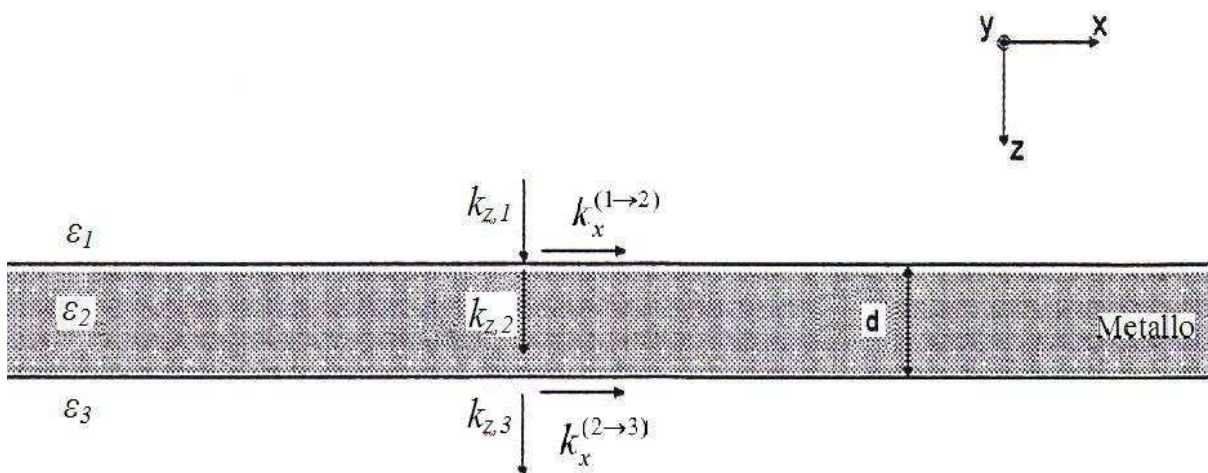


Figura 1.5 Sistema a tre elementi dielettrico<sub>1</sub>/metallo/dielettrico<sub>2</sub>

Le condizioni di nostro interesse prevedono che l'onda sia polarizzata  $p$ . In questo caso analizzando il sistema sopra descritto, si ricava dalle equazioni di Maxwell, imponendo le condizioni di continuità, la seguente relazione di dispersione:

$$\left(\dot{\epsilon}_2 k_{z,1} + \epsilon_1 \dot{k}_{z,2}\right)\left(\epsilon_3 \dot{k}_{z,2} + \dot{\epsilon}_2 k_{z,3}\right) + \left(\dot{\epsilon}_2 k_{z,1} - \epsilon_1 \dot{k}_{z,2}\right)\left(\epsilon_3 \dot{k}_{z,2} - \dot{\epsilon}_2 k_{z,3}\right) e^{j2k_{z,2}d} = 0 \quad (1.23)$$

A differenza del modello presentato nel paragrafo precedente, qui sono presenti due interfacce tra il metallo e i dielettrici.

Prima di analizzare la relazione di dispersione è utile fare delle considerazioni sulla propagazione delle onde nei tre mezzi in esame:

- nel dielettrico<sub>1</sub> possono esistere solo onde di propagazione (radiative) poiché  $k_{z,1}$  è un numero reale, poiché i dielettrici hanno indice di rifrazione reale;
- il metallo (mezzo<sub>2</sub>) può essere attraversato solo da onde evanescenti, il fenomeno SPR si può osservare quando  $\omega < \omega_p$  come visto nel primo paragrafo;
- all'interfaccia, in quanto zona di transizione, è possibile l'esistenza di entrambi i tipi di onde. Però non è possibile trasferire energia da un'onda di propagazione a una evanescente. Per questo motivo, come si vedrà anche nel paragrafo 1.5 e nel capitolo 2, viene fatta propagare un'onda evanescente incidendo in *riflessione totale interna* sul dielettrico<sub>1</sub> in modo da rendere possibile l'uso di un'onda radiativa per eccitare un'oscillazione non-radiativa.

Per questi motivi è utile analizzare la relazione di dispersione (1.23) nel caso di onde di superficie non radiative, cioè  $k_{z,1}$ ,  $k_{z,2}$  e  $k_{z,3}$  sono numeri immaginari [2].

Siano:  $k_{z,1} = j|k_{z,1}|$ ,  $k_{z,2} = j|k_{z,2}|$  e  $k_{z,3} = j|k_{z,3}|$  sostituendoli nelle (1.23) ed approssimando  $\dot{\epsilon}_2$  del metallo con la sua parte reale  $\left(\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$ , poiché come visto nel paragrafo 1.1 per osservare il fenomeno SPR siamo nelle condizioni  $|\text{Im}(\dot{\epsilon}_r)| \ll |\text{Re}(\dot{\epsilon}_r)|$ , dopo opportuni passaggi si riesce a risolvere la relazione di dispersione in funzione di  $\omega$  ottenendo due soluzioni:

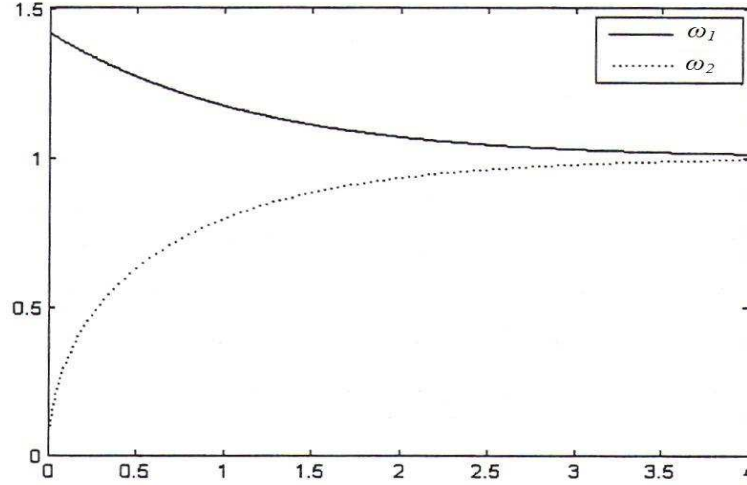
$$\omega_1 = \frac{\omega_p}{\left(1 + \epsilon_1 \frac{k_{z,2}}{k_{z,1}}\right)^{1/2}} \left(\frac{1 + e^{j d k_{z,2}}}{1 - \gamma_1 e^{j d k_{z,2}}}\right)^{1/2} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{\omega_p}{\left(1 + \epsilon_3 \frac{k_{z,2}}{k_{z,3}}\right)^{1/2}} \left(\frac{1 - e^{j d k_{z,2}}}{1 + \gamma_2 e^{j d k_{z,2}}}\right)^{1/2} \quad (1.24)$$

dove  $-\gamma_1 = \frac{k_{z,1} - \epsilon_1 k_{z,2}}{k_{z,1} + \epsilon_1 k_{z,2}}$  e  $-\gamma_2 = \frac{k_{z,3} - \epsilon_3 k_{z,2}}{k_{z,3} + \epsilon_3 k_{z,2}}$  sono in modulo compresi tra 0 e 1.

La presenza di due pulsazioni è dovuta all'interazione tra le due facce dello strato metallico.

Per verificare l'esistenza di un fenomeno di accoppiamento si analizza l'andamento di  $\omega_1$  e  $\omega_2$  al variare della distanza  $d$  tra le due interfacce.

Solo per questo caso, al fine di semplificare gli andamenti delle due pulsazioni, si ipotizza che i due dielettrici siano uguali, questo implica  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  e  $k_{z,1} = k_{z,3}$ .



**Figura 1.6** Andamento di  $\omega_1$  e  $\omega_2$  con dielettrici uguali ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  e  $k_{z,1} = k_{z,3}$ )

Come si vede dal grafico in Figura 1.6 per  $d \rightarrow \infty$  le due pulsazioni tendono a coincidere in un'unica pulsazione, è come se ci fosse un'unica interfaccia dielettrico/metallo. Come nel caso dei due mezzi semi-infiniti abbiamo una sola pulsazione, non c'è oscillazione superficiale all'altra interfaccia che non viene colpita dal campo incidente, poiché l'onda evanescente non riesce ad attraversare l'intero spessore del metallo.

Invece, al diminuire di  $d$  la separazione tra  $\omega_1$  e  $\omega_2$  aumenta sempre di più, le due oscillazioni cominciano a influenzarsi a vicenda. Quando  $d \ll \lambda$ , circa un ordine di grandezza nel setup sperimentale, la separazione tra le pulsazioni è molto pronunciata.

Risulta più utile esprimere la relazione di dispersione nella forma  $\vec{k} = \vec{k}(\omega)$  anziché  $\omega = \omega(\vec{k})$ .

Riprendendo la relazione di dispersione (1.23) e considerandola nel caso  $|k_{z,2}|d \gg 1$ , cioè con  $d$  grande (caso utilizzato solo ai fini del calcolo poiché non è una situazione realistica, perché con  $d$  grande non ci sarebbe oscillazione alla seconda interfaccia metallo/dielettrico<sub>2</sub>), si ottiene:

$$\left(\dot{\varepsilon}_2 k_{z,1} + \varepsilon_1 \dot{k}_{z,2}\right) \left(\varepsilon_3 \dot{k}_{z,2} + \dot{\varepsilon}_2 k_{z,3}\right) = 0 \quad (1.25)$$

che risulta verificata per  $\left(\dot{\varepsilon}_2 k_{z,1} + \varepsilon_1 \dot{k}_{z,2}\right) = 0$  e  $\left(\varepsilon_3 \dot{k}_{z,2} + \dot{\varepsilon}_2 k_{z,3}\right) = 0$  da cui si ricavano due differenti relazioni di dispersione, una per ognuna delle due interfacce dielettrico/metallo.

- Per l'interfaccia dielettrico<sub>1</sub>/metallo si ha:

$\frac{\dot{\epsilon}_2}{\epsilon_1} = \frac{\dot{k}_{z,2}}{k_{z,1}}$  e considerandola lungo la componente  $x$  di  $\vec{k}$ ,  $k_x$  nel mezzo è esprimibile

secondo la formula (1.17) come  $k_{z,mezzo} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon_{mezzo} - k_x^2}$ .

Sostituendo si ottiene  $\frac{\dot{\epsilon}_2^2}{\epsilon_1^2} = \frac{\dot{k}_{z,2}^2}{k_{z,1}^2} = \frac{\dot{\epsilon}_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}{\epsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}$  che dopo opportuni passaggi dà:

$$\dot{k}_x^{(1 \rightarrow 2)} = \frac{\omega}{c} \left( \frac{\dot{\epsilon}_2 \epsilon_1}{\dot{\epsilon}_2 + \epsilon_1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.26)$$

- In modo analogo per l'interfaccia metallo/dielettrico<sub>2</sub> dall'equazione  $(\epsilon_3 \dot{k}_{z,2} + \dot{\epsilon}_2 k_{z,3}) = 0$  si ottiene:

$$\dot{k}_x^{(2 \rightarrow 3)} = \frac{\omega}{c} \left( \frac{\dot{\epsilon}_2 \epsilon_3}{\dot{\epsilon}_2 + \epsilon_3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.27)$$

Si nota che se  $\dot{\epsilon}_2 \in C$  anche  $k_x$  risulta complesso, inoltre siamo sempre nella condizione  $|\text{Im}(\dot{\epsilon}_2)| \ll |\text{Re}(\dot{\epsilon}_2)|$  e sviluppando  $\dot{k}_x$  nella sua parte reale e immaginaria si trova  $|\text{Im}(\dot{k}_x)| \ll |\text{Re}(\dot{k}_x)|$ .

## 1.5 Eccitazione delle “surface plasma oscillation”

Un campo elettromagnetico riesce a stimolare le onde di superficie nel plasma quando la componente lungo l'asse  $x$  della sua *velocità di fase* ( $v_f$ ) è confrontabile con la velocità di fase, sempre lungo  $x$ , delle onde di superficie. Quando le due velocità di fase sono uguali si ha un effetto di risonanza, con massimo trasferimento di energia tra i due sistemi.

$$v_f = \frac{\omega}{k_x} \quad (1.28)$$

Nel paragrafo precedente si è accennato all'impossibilità di creare un effetto di risonanza delle onde di superficie nel plasma attraverso l'uso di onde radiative incidenti sul metallo, poiché in questo materiale possono propagarsi solo onde non radiative.

Questa affermazione è verificabile ricordando che il modulo del vettore d'onda è:

$$|\vec{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_z^2} \rightarrow |\vec{k}|^2 = k_x^2 + k_z^2 \quad (1.29)$$

Come già visto nel paragrafo 1.2 siamo in presenza di un'onda radiativa se  $k_z \in \text{Re}$ , allora:

$$k_z^2 > 0 \rightarrow k_x^2 < |\vec{k}|^2 \rightarrow k_x < |\vec{k}| \quad (1.30)$$

Mentre per le onde non radiative  $k_z \in \text{Im}$  allora:

$$k_z^2 < 0 \rightarrow k_x^2 > |\vec{k}|^2 \rightarrow k_x > |\vec{k}| \quad (1.31)$$

Usando come nomenclatura  $v_f^r$  per indicare la velocità di fase di un'onda radiativa e  $v_f^{nr}$  velocità di fase di un'onda non radiativa si ha:

$$v_f^r = \frac{\omega}{k_x^r} > \frac{\omega}{|\vec{k}|} = c \quad \text{e} \quad v_f^{nr} = \frac{\omega}{k_x^{nr}} < \frac{\omega}{|\vec{k}|} = c \quad (1.32)$$

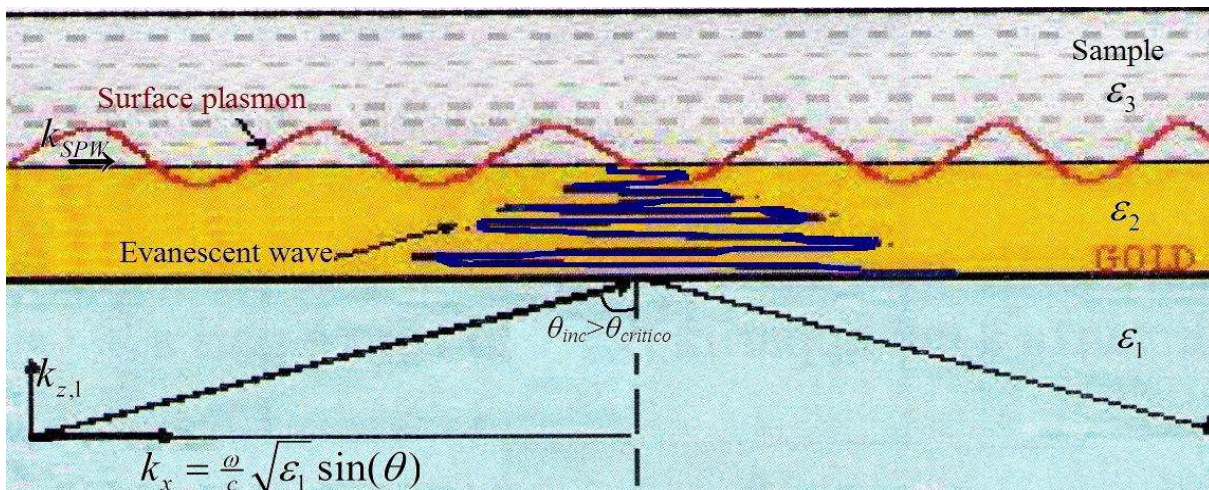
Come si può vedere le velocità di fase dei due tipi di onde non sono confrontabili e non si possono generare i fenomeni di risonanza necessari al funzionamento di un trasduttore SPR.

Nel caso in cui il campo elettromagnetico esterno utilizzato sia luce visibile, come ad esempio quella generata da un laser, nel dielettrico si propaga un'onda radiativa incidente sull'interfaccia con angolo  $\theta$  rispetto alla normale:

$$k_x^{laser} = k \sin(\theta) \rightarrow v_f^{laser} = \frac{\omega}{k_x^{laser}} = \frac{\omega}{k \sin(\theta)} > c \quad (1.33)$$

Questo comporta che per ottenere un fenomeno di risonanza tra l'onda incidente sulla superficie del metallo e le onde di superficie bisogna far incidere sul metallo un'onda non radiativa. Ciò si può ottenere con la luce visibile adottando il metodo della *riflessione totale interna*; in questo modo, nel dielettrico colpito dall'onda luminosa, nelle condizioni di riflessione totale, si propaga un'onda evanescente (non radiativa) che andrà a incidere sul metallo a contatto con il dielettrico generando fenomeni di accoppiamento con le onde di superficie nel plasma.

### 1.5.1 Metodo della riflessione totale attenuata



**Figura 1.7** Schema funzionamento sensore SPR in attenuazione della riflessione totale

Nel dielettrico<sub>1</sub> si propaga un raggio di luce polarizzato  $p$  (di seguito la polarizzazione verrà indicata con l'apice  $p$ ) la cui componente lungo  $x$  vale:

$$k_x^p = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1} \sin(\theta) \quad (1.34)$$

e lungo tale direzione la velocità di fase è data da

$$v_{fx}^p = \frac{\omega}{\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1} \sin(\theta)} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_1} \sin(\theta)} \quad (1.35)$$

Se il dielettrico<sub>1</sub> è l'aria,  $\varepsilon_1$  vale circa 1, il denominatore è compreso tra 0 e 1 ( $0 < \sin\theta < 1$ ) e il campo incidente non scambia energia con le oscillazioni superficiali di carica, poiché  $v_{fx}^p > c$ . Se si considera un dielettrico con  $\varepsilon_1 > 1$  è possibile che per certi valori di  $\theta$  il termine al denominatore della (1.35) sia maggiore di uno, per questi valori risulta  $v_{fx}^p < c$  ed è possibile il trasferimento di energia dalla luce incidente all'onda non radiativa.

Quando per un valore di  $\theta$  risulta  $v_{fx}^p = v_f^{SPW}$  si hanno le *condizioni di risonanza* tra le due perturbazioni, il trasferimento di energia dal campo incidente alle onde di superficie è massimo e a questo angolo di incidenza corrisponde la minima *intensità di luce riflessa*.

$$v_{fx}^p = v_f^{SPW} \rightarrow \frac{\omega}{k_x^p} = \frac{\omega}{k_x^{SPW}} \Rightarrow k_x^p = k_x^{SPW} \quad (1.36)$$

Da notare che poiché  $k_x^{SPW} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_3}{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}}$ , ogni variazione dell'indice di rifrazione del campione (e quindi della costante dielettrica  $\varepsilon_3$ ) cambia il valore di  $k_x^{SPW}$ , richiedendo un diverso valore di  $k_x$  affinché si possa osservare la risonanza e di conseguenza varierà anche l'angolo di incidenza  $\theta$  al quale corrisponde il minimo di intensità luminosa riflessa.

Il sensore SPR può essere considerato come un rifrattometro basato sull'*attenuazione della riflessione totale* (ATR), poiché lavora su un intervallo di angoli  $\theta$  per cui valgono le condizioni di riflessione totale interna:

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}} \leq \sin(\theta) \leq 1 \quad (1.37)$$





# Capitolo 2

## Configurazione dei Sensori SPR realizzati con accoppiamento prisma/metallo

In questo capitolo verranno trattate le configurazioni che prevedono l'accoppiamento tra un film metallico e un prisma per la realizzazione di un sistema che costituisca un sensore SPR. Saranno trattate le due configurazioni di *Otto* e di *Kretschmann*, le prime configurazioni realizzate per l'osservazione dei fenomeni SPR descritti e sviluppate parallelamente dagli omonimi fisici intorno al 1968. [7]

Ci si soffermerà particolarmente sulla descrizione della configurazione di *Kretschman*, poiché è quella adottata nello sviluppo del sensore realizzato su banco ottico al laboratorio Luxor.

Si accennerà ai lavori di messa a punto fatti durante gli anni, descritti nelle tesi [1, 2, 5, 6] e saranno trattati i due differenti setup: *dinamico* e *statico* in cui può essere realizzata la configurazione Kretschmann.

### 2.1 Configurazione di Otto

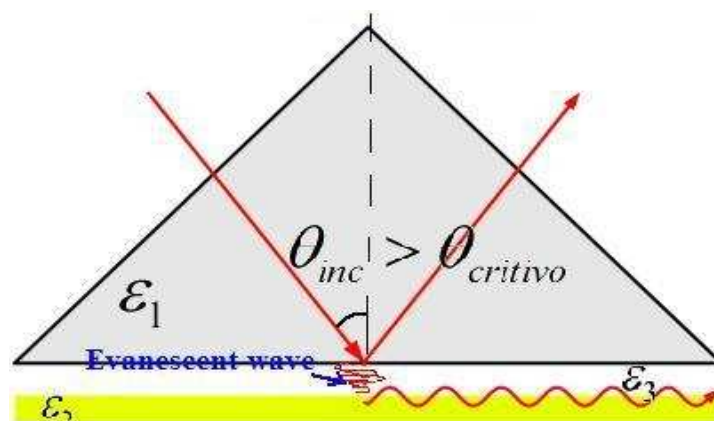


Figura 2.1 Schema configurazione di Otto

Nella configurazione di Otto la luce è fatta brillare sulla parete di un prisma dielettrico<sub>1</sub> con  $\epsilon_1 > \epsilon_3$  dove viene totalmente riflessa.

La pellicola sottile di metallo deve essere posizionata abbastanza vicino in modo che le onde evanescenti possano interagire con le onde del plasma sulla superficie ed eccitare così i plasmoni.

Lo spazio tra il prisma e la pellicola metallica viene riempito con la sostanza da analizzare, che dovrà avere indice di rifrazione più basso di quello del prisma.

La distanza tra la superficie in cui avviene la riflessione interna totale e il metallo riducono l'efficienza del sistema SPR, rendendolo meno adatto all'analisi di sostanze in soluzione e più utilizzato per lo studio di materiali in fase solida.

## 2.2 Configurazione di Kretschmann

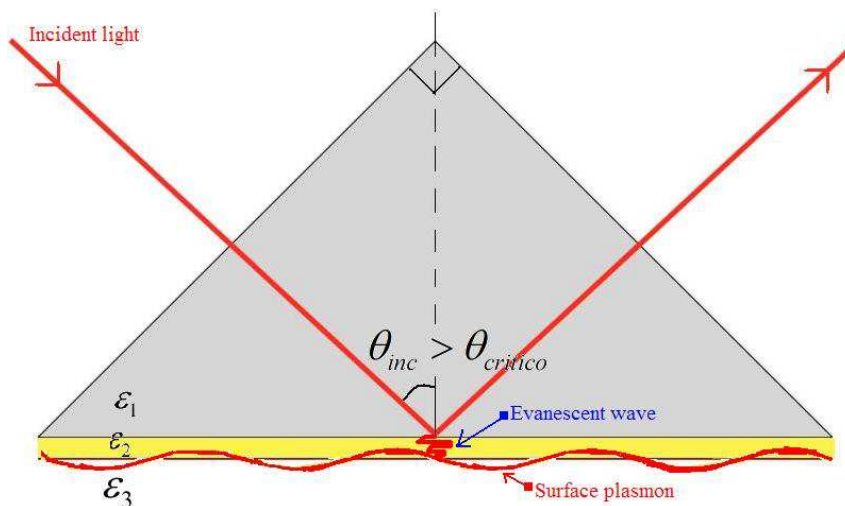


Figura 2.2 Schema configurazione di Kretschmann

Nella configurazione Kretschmann la pellicola di metallo viene depositata direttamente su una faccia del prisma, che è l'ipotenusa nel caso venga utilizzato un prisma a triangolo rettangolo. La luce incidente attraversa il prisma e nel passaggio da un materiale con alto indice di rifrazione, come il vetro, a un altro con indice di rifrazione più basso viene parzialmente riflessa dall'interfaccia che separa i due materiali. Quando l'angolo al quale la luce incide sulla superficie è più alto di un valore critico ( $\theta_{critico}$ ), la luce viene completamente riflessa (riflessione totale interna) e dall'interfaccia di separazione si propaga un'onda evanescente che penetra attraverso la pellicola metallica. I plasmoni vengono eccitati sul lato esterno del film metallico, sul lato non a contatto con il prisma.

Questo accoppiamento della luce incidente con i plasmoni di superficie porta a una perdita di energia, in quanto l'energia dei fotoni viene trasmessa ai plasmoni, così che l'effetto

dell'eccitazione dei plasmoni consiste in una attenuazione dell'intensità della luce riflessa (ATR), che può essere osservata come un minimo della *riflettanza* al variare dell'angolo della radiazione incidente, definendo uno spettro SPR (Figura 2.3).

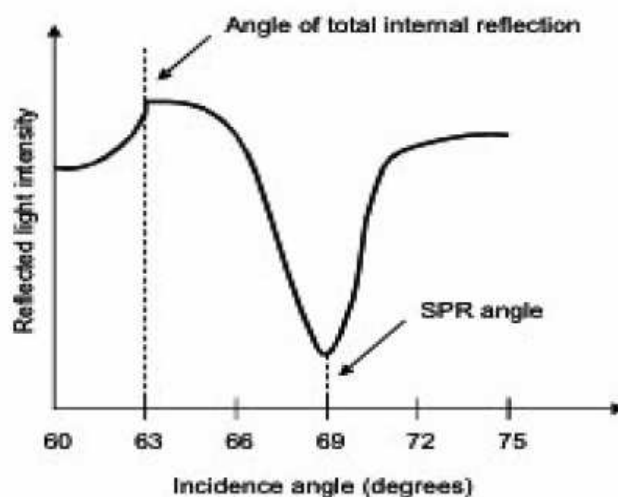


Figura 2.3 Esempio di spettro SPR

Come analizzato matematicamente nel paragrafo 1.5, cambiamenti che determinino una variazione dell'indice di rifrazione del mezzo<sub>3</sub> che si trova a contatto con il film metallico, provocano una variazione dell'angolo di risonanza e quindi dello spettro SPR.

Di conseguenza, il fenomeno della SPR può essere applicato per lo studio di superfici e di fenomeni che si verificano in prossimità di queste superfici, ad esempio interazioni molecolari che avvengono all'interfaccia tra il film metallico e il mezzo esterno.

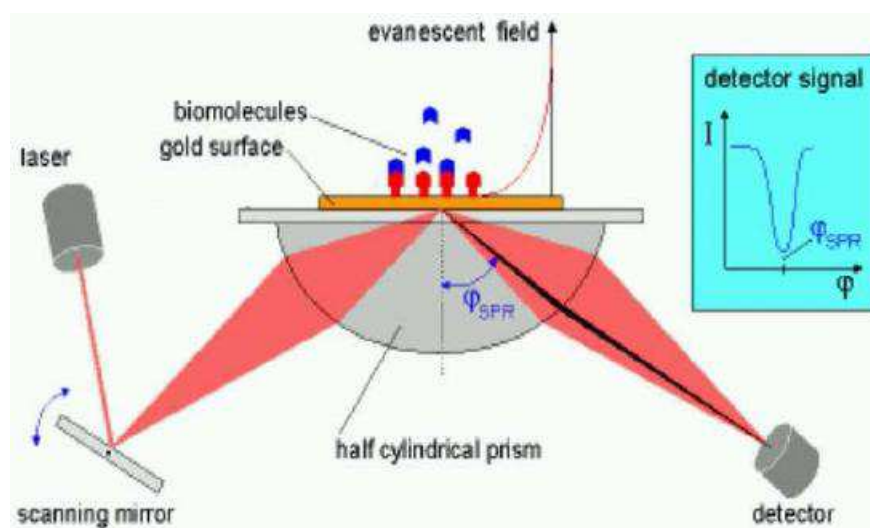


Figura 2.4 Schema di un biosensore con substrati accettori

Usando questa configurazione è possibile applicare tutti i principali approcci di misura: intensità dell'onda riflessa, misura dell'angolo di risonanza o misura della lunghezza d'onda di risonanza.

Si tratta di un *sistema flessibile* che permette un ampio spettro di indici monitorabili e l'applicazione dello strato metallico direttamente sul prisma (a differenza della configurazione di Otto) permette una generazione più efficiente dei plasmoni.

### 2.3 Configurazione con ottica dinamica

Fino ad ora sono stati definiti gli elementi costituenti un sensore SPR che sono: una sorgente di luce, un polarizzatore  $p$  (per ottenere la componente normale alla superficie di separazione prisma/metallo), un prisma accoppiato a un film di metallo e un rivelatore, che può essere un fotodiode o un CCD, per misurare l'intensità del fascio riflesso.

Non si è parlato del modo in cui questi elementi vengono utilizzati per effettuare le misure della curva di riflettanza o individuare l'angolo di incidenza che provoca la risonanza e per cui è osservabile la minima intensità riflessa.

Si definisce *setup dinamico* quando le configurazioni che lavorano in accoppiamento con prismi utilizzano un *fascio collimato* di luce.

Poiché in un fascio perfettamente collimato i raggi che lo compongono sono tra loro paralleli, ognuno di essi inciderà sulla superficie di separazione prisma/metallo con lo stesso angolo di incidenza ( $\theta_{inc}$ ).

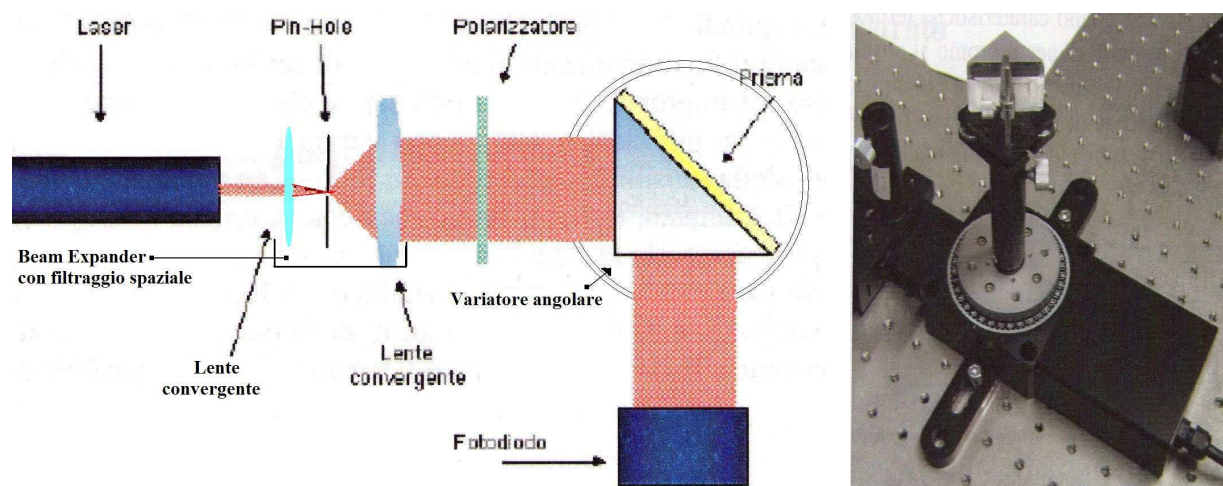
Per analizzare diversi angoli di incidenza si rende dunque necessario variare meccanicamente l'angolo di incidenza, agendo dall'esterno su uno degli elementi costituenti il sistema.

Proprio per la presenza di elementi che si devono muovere per effettuare la misurazione, questo setup viene definito dinamico.

Di seguito in Figura 2.5 è riportato lo schema del setup dinamico del banco ottico utilizzato nelle prime esperienze al Luxor per studiare i vari parametri in gioco in un sensore SPR.

L'elemento mobile che permette la variazione dell'angolo di incidenza ( $\theta_{inc}$ ) è il prisma che viene montato su un *variante angolare* mosso da un motore passo-passo gestito da PC attraverso un programma in Labview. Naturalmente, per continuare a intercettare il fascio riflesso, è necessario che si muova anche il rivelatore ed è quindi conveniente realizzare un supporto che permetta di muovere prisma e rivelatore assieme.

Il variatore angolare deve essere in grado di fare spostamenti angolari molto precisi e facilmente rilevabili.



**Figura 2.5** Schema configurazione dinamica e foto del variatore angolare utilizzato

In laboratorio questa configurazione è stata usata durante la messa a punto dei parametri del sensore e la rilevazione dei dati sperimentali da confrontare con i valori teorici attesi, elaborati dai modelli matematici che si andavano costruendo per simulare il multilayer composto da ambiente, prisma, depositi metallici e sostanza da analizzare.

## 2.4 Configurazione statica

La configurazione statica ha il vantaggio di non avere parti mobili durante l'esecuzione della misura; il sensore viene portato nella posizione di interesse per l'analisi prima di cominciare la misura.

Un sistema dinamico monocromatico, che usa come rivelatore del fascio riflesso un fotodiode, è utile per rilevazioni di indici di rifrazione fissi (ad esempio concentrazione di acqua nel vino), o comunque per il monitoraggio di variazioni lente degli indici e rimane interessante vista la semplicità e i costi contenuti delle parti che lo compongono. Un sistema statico, invece, permette un monitoraggio più ampio e preciso, consentendo di stimare indici di rifrazione variabili nel tempo (ad esempio monitorare cinetiche in cui la concentrazione varia nel tempo, come interazioni tra proteine).

Questa configurazione può essere realizzata utilizzando luce monocromatica o luce bianca.

### 2.4.1 Sistema statico con luce monocromatica

In questa configurazione luce monocromatica viene fatta convergere, con l'ausilio di lenti, sul film metallico, in questo modo sono osservabili più angoli di incidenza simultaneamente.

Per rilevare lo stesso range di angoli di incidenza con un sistema dinamico si impiega circa un'ora, poiché gli spostamenti angolari sono almeno dell'ordine di  $10^{-2}$  gradi, per ognuno dei

quali va atteso un minimo tempo di assestamento.

Attualmente ai laboratori Luxor si sta mettendo a punto questa configurazione, poiché presenta maggiori potenzialità di quella dinamica e sarà trattata nel capitolo 3.

### 2.4.2 Sistema statico con luce bianca

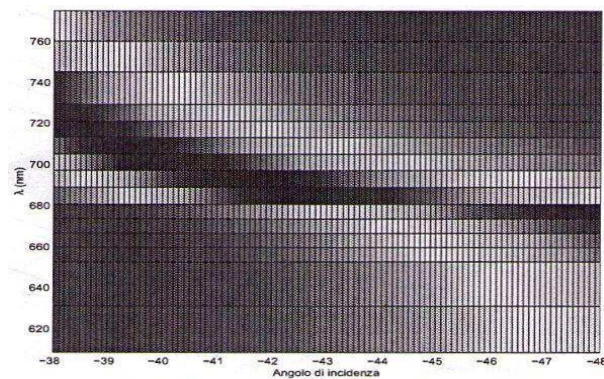
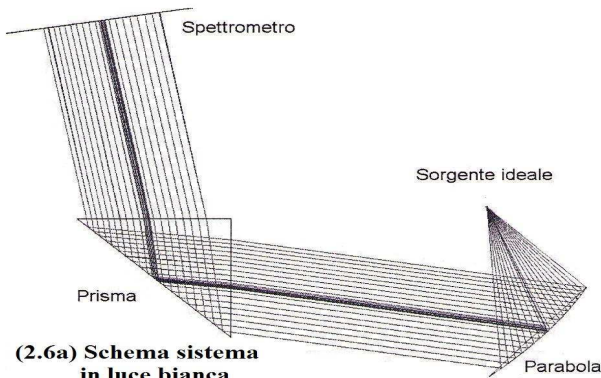
È una delle configurazioni più interessanti, poiché come si vede dalla formula (1.36) che può essere riscritta nella forma  $v_{fx}^p = v_f^{SPW} \Rightarrow k_x^p = k_x^{SPW}$  con  $k_x^p = k_0 n_{glass} \sin(\theta_{inc})$  dove  $k_0 = 2\pi / \lambda_{inc}$ , la condizione di risonanza è funzione dell'indice di rifrazione della sostanza da analizzare, della lunghezza d'onda e dell'angolo di incidenza.

Con queste considerazioni è possibile in linea teorica realizzare un sistema che incida sul film metallico con un segnale luminoso collimato e che presenti uno spettro con banda larga e continuo. In questo modo sarebbe possibile individuare la frequenza di risonanza (e quindi risalire all'indice di rifrazione dell'analita) cercando la lunghezza d'onda mancante nello spettro riflesso dal metallo e relazionando il risultato trovato all'angolo di incidenza che si sta usando per effettuare la misurazione.

In laboratorio è stata realizzata una possibile configurazione utilizzando come sorgente una lampada allo Xenon, un pin-hole per ottenere una sorgente puntiforme da collocare sul fuoco di uno specchio a forma di parabola fuori asse, in modo tale che questo proiettasse un fascio di luce collimata sul prisma. Non sono state usate lenti per la collimazione, perché queste avrebbero causato notevole aberrazione sferica, essendo l'indice di rifrazione funzione di  $\lambda$ .

In una configurazione del genere la luce riflessa deve essere analizzata da uno spettrometro, in modo da poter monitorare la risposta a tutte le lunghezze d'onda. [1]

Di seguito sono riportati, in Figura 2.6a, lo schema della configurazione descritta, mentre in Figura 2.6b è riportato l'andamento di  $\lambda$  riflesso in funzione dell'angolo di incidenza e per  $n=1.34$ . Questa simulazione è stata eseguita utilizzando il software, in *Matlab*, di simulazione della riflettività a lunghezza d'onda fissa, reiterandolo per tutte le  $\lambda$  di interesse.



Questo tipo di setup comporta notevoli problemi, i principali sono:

- Difficoltà di allineamento della parabola fuori asse: simulazioni in Zemax mostrano come un errore di posizionamento, sul fuoco della parabola, superiore a 100 $\mu$ m, comporta una mancata collimazione e quindi incidenza sul prisma con angoli errati che invalidano completamente la misura.
- L'indice di rifrazione del prisma è funzione di  $\lambda_{inc}$ : questo significa che anche se sul prisma incide un fascio collimato, sul film metallico i raggi incidono con angoli diversi. Va osservato che in incidenza normale l'effetto della dispersione è nullo e aumenta per angoli di incidenza maggiori.

## 2.5 Metodi di scelta delle componenti del sistema e come influenzano la precisione di misurazione del sensore

In un sistema dinamico come quello descritto i parametri da scegliere in funzione del tipo di sostanza o di reazioni chimiche che si vuole andare a monitorare (del loro indice di rifrazione) sono: la *sorgente di luce*, il *materiale* che costituisce il *prisma*, la *forma* del prisma e il *deposito metallico*. Agendo su questi parametri si può dimensionare il sistema in modo che sia maggiormente sensibile agli indici di rifrazione necessari all'analisi che si vuole effettuare e in funzione della sensibilità richiesta, in modo da poter così anche creare un rapporto tra costo e funzionalità del sensore.

### 2.5.1 La sorgente di luce

La prima distinzione da fare è tra i due macrogruppi: sorgente di luce monocromatica e luce bianca.

Nel caso si scelga di utilizzare luce bianca, con uno spettro di emissione esteso e continuo nelle lunghezze d'onda del visibile, si realizza un tipo di configurazione statica nella quale il picco di risonanza è funzione di  $\lambda$  (il caso è stato trattato nel sottoparagrafo 2.4.2).

Nel caso si scelga di utilizzare luce monocromatica bisognerà considerare la sua lunghezza d'onda nel dimensionamento degli altri parametri, poiché l'indice di rifrazione dei materiali è funzione della lunghezza d'onda incidente.

In laboratorio si è utilizzato durante le prove un laser *He-Ne* che emette luce rossa con  $\lambda=632.8$  nm.

In laboratorio sono state prese in considerazione anche altre sorgenti, un laser a diodo e un diodo a banda stretta ad alta intensità.

Il *laser a diodo* ha come principale problema la presenza di altri modi di risonanza superiori al modo fondamentale  $Tem_{00}$  e questo comporta una distribuzione di intensità non più perfettamente gaussiana.

Questo comportamento non dà una curva della luce riflessa dal prisma, adeguata allo studio del fenomeno SPR in configurazione statica, poiché genera dei disturbi, presentando cali dell'intensità riflessa in zone dove questo non è dovuto al fenomeno della risonanza dei plasmoni, ma al calo (dovuto a modi diversi dal  $Tem_{00}$ ) dell'intensità in ingresso per quel rispettivo angolo di incidenza.

Ciò renderebbe necessario per la configurazione statica l'uso di un filtraggio spaziale, richiedendo più componenti e un allineamento molto più complicato e sensibile.

Invece nella configurazione dinamica la presenza di modi superiori al  $Tem_{00}$  non dà problemi, poiché la luce riflessa in uscita dal prisma viene raccolta da un fotodiodo che restituisce un valore di intensità mediato.

Una sorgente alternativa e di basso costo, impiegabile in una realizzazione pratica, è rappresentata da un *diodo a banda stretta e alta intensità*.

Questa sorgente può essere utilizzata in entrambe le configurazioni, dinamica e statica, poiché si è dimostrato con le simulazioni e poi verificato in laboratorio che la presenza di uno spettro esteso, attorno alla lunghezza d'onda di picco, non modifica sensibilmente la curva di riflettanza e il minimo è ben definito.

Nella configurazione dinamica la collimazione del fascio è più difficile da realizzare rispetto al laser.

### 2.5.2 *Film metallico*

Come visto nel primo capitolo i metalli adatti a realizzare un sensore SPR sono quelli del *gruppo 11* della tavola periodica, ovvero quelli con il minor numero di elettroni nel guscio esterno come rame, argento, oro e alluminio.

La scelta dello spessore del film metallico può essere fatta utilizzando la formula (3.10) che dà la riflettività  $R$  di un multilayer a tre strati, trovando il minimo assoluto attraverso la derivata prima, imponendo  $R=0$  nel punto trovato e risolvendo per  $d$ .

Da tenere presente che la dimensione di tale strato non dipende dal tipo di sostanza che vogliamo monitorare, in quanto l'unica variazione legata all'analita riguarda lo spostamento della posizione in cui si trova il minimo. Invece è importante la lunghezza d'onda del raggio



incidente, a diverse  $\lambda_{\text{inc}}$  corrispondono diverse figure di riflettività e diversi spessori di penetrazione dell'onda evanescente nel metallo.

Dalle analisi svolte, rame e alluminio richiedono depositi troppo sottili, nell'ordine dei 10nm, precisione difficile da raggiungere.

L'oro e l'argento, per la lunghezza d'onda in analisi (632.8nm), richiedono un deposito di spessore di circa 50 nm. Tra i due l'oro è resistente all'ossidazione e ad altri agenti inquinanti atmosferici; a parità di variazioni di indice di rifrazione dell'analita, nell'oro si verifica un maggiore spostamento angolare, quindi è più sensibile dell'argento. A suo favore l'argento presenta un picco di risonanza più stretto, consentendo un più elevato rapporto segnale e rumore nel sensore.

Per queste caratteristiche viene solitamente scelto di realizzare il film in oro, ma visto che non ha affinità chimica con il vetro viene solitamente usato come aggrappante 2-3nm di cromo o di argento. L'ultima è una soluzione più raffinata, poiché si coniugherebbero le caratteristiche di oro e argento. [1]

Per proteggere lo strato d'oro, che nonostante l'uso di un aggrappante è ancora facilmente danneggiabile, vi si deposita sopra uno strato di 7nm di fluoruro di magnesio ( $\text{MgF}_2$ ), molto usato in ottica, date le sue caratteristiche di trasparenza che va dall'ultravioletto all'infrarosso.

### 2.5.3 Vetro del prisma

Combinando assieme le formule (1.35-1.36) e tenendo presente che il minimo di risonanza è osservabile per angoli che rispettano la condizione di riflessione totale nel prisma, espressa dalla formula (1.37), è possibile determinare il range degli indici di rifrazione e la posizione angolare del minimo corrispondente a ogni  $n$ .

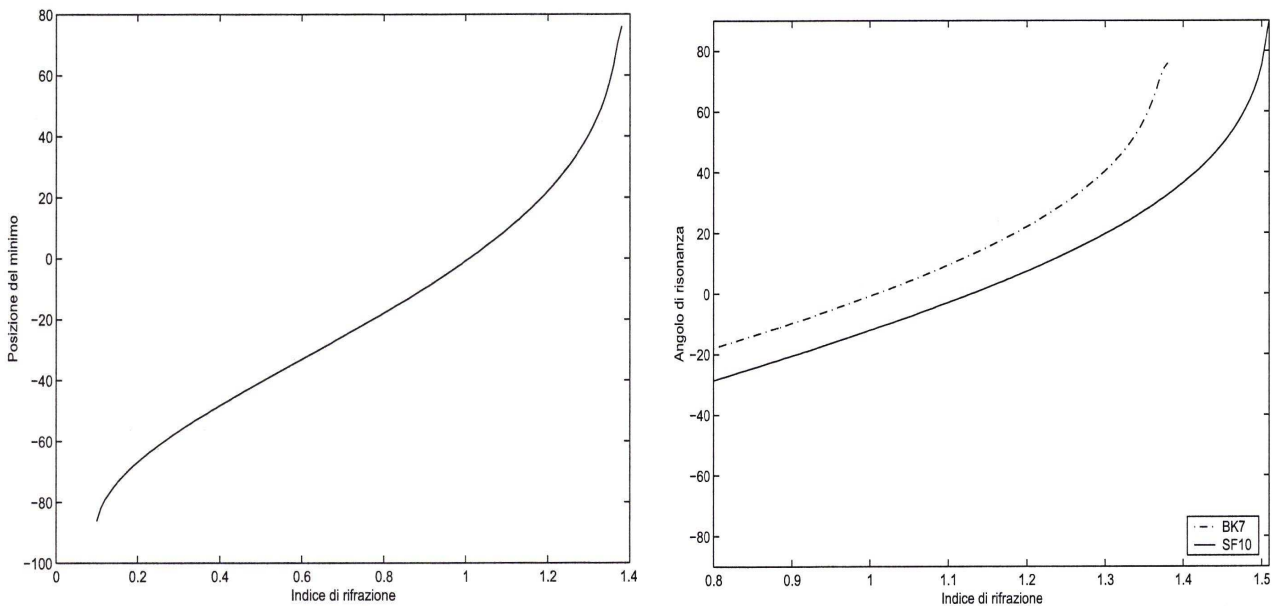
Con la configurazione del sensore realizzato in laboratorio, che si basa su un prisma di vetro BK7 il cui indice di rifrazione è 1.515 alla lunghezza d'onda da noi utilizzata di 632.8nm, l'ampiezza dei valori che riusciamo a rilevare va teoricamente da un minimo di  $n = 0.1$  a un massimo di  $n = 1.38$ , come riportato nel grafico in Figura 2.7a.

Tale intervallo non appare molto vasto, ma con opportune variazioni dei materiali costituenti il sensore l'intervallo può essere traslato in modo da adattarlo alle misure da compiere.

Un esempio è la sostituzione del prisma in BK7 con uno della stessa geometria, ma con vetro SF10. Questo ha un indice di rifrazione più alto ( $n = 1.723$  a  $\lambda=632.8\text{nm}$ ), ma come contro si ha maggiore dispersione. Un indice  $\varepsilon_1$  più grande comporta la possibilità di osservare valori maggiori per  $\varepsilon_3$  (analita) mantenendo le condizioni di riflessione totale che soddisfano la

(1.37), condizione che mantiene  $v_{fx}^p < c$  nell'equazione (1.35) permettendo le condizioni di risonanza.

In Figura 2.7b si può osservare che con il vetro SF10, invece del BK7, il range monitorabile risulta più ampio arrivando fino a  $n = 1.51$ , inoltre si osserva che la curva risulta meno pendente e quindi si avrà meno sensibilità del sensore.



**Figura 2.7a** Posizione del minimo rispetto all'indice di rifrazione **Figura 2.7b** Range del prisma in BK7 e in SF10

Quindi per quanto visto, tenendo come riferimento l'indice di rifrazione del BK7 usato in laboratorio, un vetro con indice di rifrazione inferiore causa uno spostamento del cuneo del grafico della riflettività verso l'estremo destro dell'intervallo consentito dalla riflessione totale, ovvero è necessario aumentare l'angolo di incidenza per trovare il punto di minimo. Invece se il vetro usato ha  $n$  maggiore di quello del BK7 il cuneo risulterà traslato verso sinistra e serviranno angoli di incidenza minori per osservare il minimo, ma si causa anche una riduzione di risoluzione del sensore.

#### 2.5.4 Geometria del prisma

Si è osservato che, considerando le dimensioni reali del fascio e del prisma, non si riesce a incidere sulla superficie di ingresso del prisma con angoli superiori al range  $[-45^\circ; 45^\circ]$ .

Ad esempio, usando vetro BK7, la posizione del picco di minimo di soluzioni acquose (per le quali  $n$  varia da 1.30 a 1.38) è rilevabile a incidenza radente sulla lamina (vedi Figura 2.7a), condizione difficilmente realizzabile con la geometria del prisma usata finora (prisma

rettangolo con angolo di  $45^\circ$  tra la faccia in cui incide la radiazione e la faccia su cui è depositato il film metallico).

Si è osservato che per ottenere agevolmente incidenze quasi radenti sul film metallico, considerando il range  $[-45^\circ;45^\circ]$  di incidenza sul prisma, bisogna aumentare l'angolo tra la faccia di ingresso e la faccia su cui è depositato il metallo.

Queste motivazioni hanno portato alla scelta di un prisma cilindrico, come si vedrà nel paragrafo 3.2.

### ***2.5.5 Stima della precisione del sensore in configurazione dinamica***

Il sistema dinamico, che utilizza un fotodiodo come rivelatore, presenta come principali cause di errore nella misura l'imprecisione del variatore angolare nel riposizionare il sensore a ogni misura e le fluttuazioni del laser.

Ipotizzando di avere una precisione di  $10^{-2}$  gradi per il variatore angolare, ciò corrisponde a poter rilevare variazioni dell'indice di rifrazione intorno a  $8 \cdot 10^{-5}$ , considerando una risoluzione media per rilevare indici tra 0.1 e 1.38 sfruttando un'ampiezza angolare tra  $-80^\circ$  e  $70^\circ$ .

La Figura 2.7 mostra che il legame tra l'indice di rifrazione e la posizione del minimo non è lineare, si può andare a lavorare in una zona favorevole, dove si ha a disposizione una variazione di molti gradi per piccole differenze di indice di rifrazione.

Ad esempio, operando nell'intorno dell'indice delle soluzioni acquose (1.33-1.38) si copre questa variazione di 0.05 con una variazione di  $18^\circ$ , da  $58^\circ$  a  $76^\circ$ . Considerando sempre una risoluzione del variatore angolare di  $10^{-2}$  gradi si ha una sensibilità sull'indice di  $3 \cdot 10^{-5}$ .

Le considerazioni sono state fatte considerando il prisma retto in BK7, poiché la posizione del picco di risonanza varia cambiando il materiale e la geometria del prisma, c'è la possibilità di scegliere materiali adatti al tipo di misura da eseguire.

### ***2.5.6 Stima della precisione del sensore in configurazione statica***

Il setup statico con sorgente monocromatica riduce l'errore di posizionamento e i tempi necessari per effettuare la misurazione e richiede un rivelatore più complesso, come un array di fotodiodi o un CCD, in quanto deve essere sensibile a tutti i vari angoli contemporaneamente.

La risoluzione angolare dipende dalle prestazioni del rivelatore. Una delle soluzioni che sembra dare ottimi risultati consiste in due fotodiodi A e B e nel relazionare linearmente la variazione angolare al rapporto  $\frac{A-B}{A+B}$  del segnale da loro rilevato [8]. Con questo procedimento

si riescono a rilevare variazioni angolari dell'ordine di  $10^{-5}$  gradi, a cui corrisponde una variazione di indice di rifrazione di circa  $10^{-7}$ .

## 2.6 Altre configurazioni possibili

Va ricordato che la configurazione Kretschmann e Otto sono solo due delle possibili configurazioni con cui si può implementare un sensore SPR. Infatti ne esistono altre basate sul principio dell'attenuazione della riflessione totale visto nel capitolo 1, come:

- Accoppiamento con *fibra ottica*: il funzionamento è lo stesso visto finora, il dielettrico<sub>1</sub> è rappresentato dal *core* della fibra che viene rivestito dal film metallico in modo da ottenere l'accoppiamento tra l'onda evanescente (prodotta dalle riflessioni totali interne della luce entrante nel core) e il metallo che riveste il core. Attorno alla pellicola di metallo si trova la sostanza da analizzare.
- Accoppiamento con *reticolo*: le prime pubblicazioni risalgono al 1983, l'interfaccia metallo/dielettrico è distorta in modo periodico e la luce diffratta forma fasci diretti a diversi angoli.

Lo spessore dello strato metallico non è più vincolante, il periodo (top-to-top) e l'ampiezza della griglia determinano la lunghezza d'onda di risonanza. La griglia sostituisce la necessità di un prisma di vetro nella tradizionale SPR.

L'analita deve essere posto tra il fascio luminoso e il reticolo di metallo, la luce riflessa viene catturata da una telecamera CCD. [9]

Il monitoraggio dell'effetto SPR consiste, in questo caso, in una misura di interferenza.

- Accoppiamento con *specchio risonante*: si inserisce uno strato speciale, tra il prisma e il film metallico, appositamente studiato per migliorare la riflessione interna totale.

Sul prisma in cui la luce è in TIR è depositato un piccolo strato di silicio ( $\sim 1\mu\text{m}$ ), con sopra uno strato di titanio. Lo strato di silicio (strato di accoppiamento con  $n$  basso) è abbastanza sottile da permettere al campo evanescente generato nel prisma di accoppiarsi con il titanio (ad alto indice di rifrazione). Si genera riflessione interna totale frustrata (FTIR) che fa funzionare lo strato di titanio come una guida d'onda ottica. Nel titanio avvengono ripetute riflessioni totali interne nella modalità guidata, producendo un campo evanescente tra il titanio e il film metallico. [9]

Questo sistema permette di aumentare la sensibilità dello strumento.

# Capitolo 3

## Esperienza in laboratorio, analisi della propagazione del fascio

In questo capitolo verrà analizzata in dettaglio la *configurazione statica monocromatica*, che si sta portando avanti nei laboratori Luxor per sviluppare un sensore SPR.

Si analizzeranno le varie componenti che compongono il sistema realizzato su banco ottico e le problematiche che queste comportano nella propagazione del fascio laser.

Infine verrà introdotto un modello in *Matlab* del profilo di intensità del fascio laser che va a incidere sul film metallico depositato sul prisma, questo per ottenere l'andamento teorico della risposta del sistema e poter stimare di quanto si discosta dal caso reale.

Lo scopo dell'esperienza è arrivare a introdurre l'*ottica adattiva* nel sistema per ridurre l'effetto delle aberrazioni.

### 3.1 Configurazione del banco ottico

Attualmente si sta sviluppando un sensore SPR in configurazione statica, poiché ha dei vantaggi rispetto alla configurazione dinamica. Come si è già visto, un sistema statico riduce l'errore di posizionamento angolare del prisma e i tempi necessari per effettuare la misurazione, aumenta la sensibilità alle variazioni dell'indice di rifrazione e consente di monitorare sistemi il cui indice di rifrazione varia nel tempo.

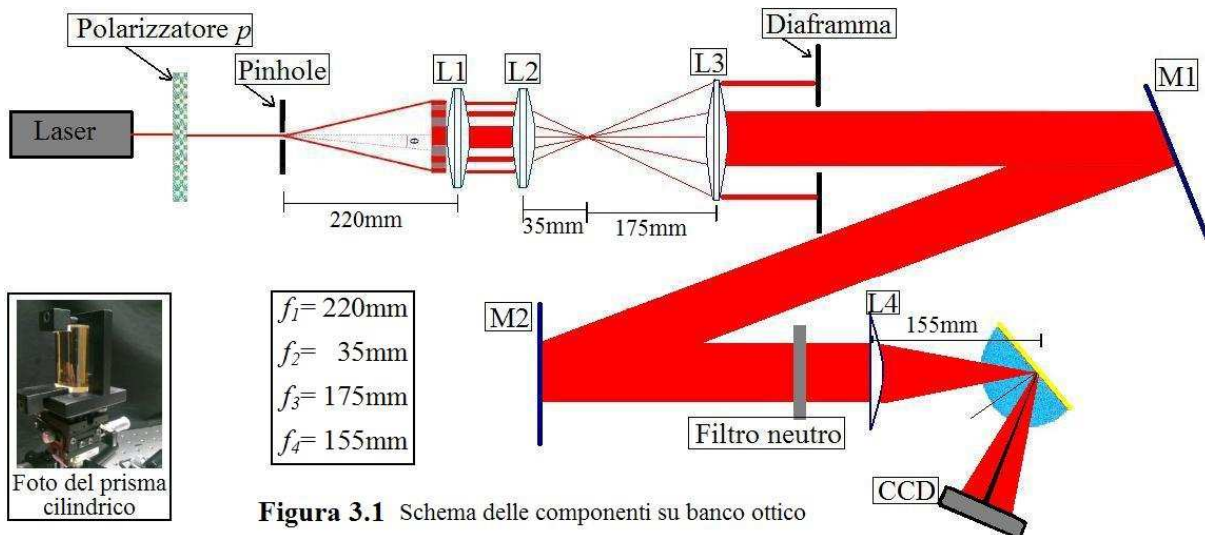
Per realizzare tale configurazione è necessario un sistema di lenti che facciano convergere il fascio laser sul prisma, in modo tale da ottenere i vari angoli di incidenza.

L'intensità dello spot riflesso dal prisma deve essere raccolta attraverso un array di fotodiodi o un CCD, in modo da poter valutare la posizione angolare del raggio mancante, per determinare la posizione del minimo e di conseguenza risalire alla costante dielettrica ( $\epsilon(\lambda)$ ) dell'analita.

Il principale problema da cui è affetto tale sistema è l'aberrazione prodotta dalle lenti, che può essere dovuta a imprecisioni nell'allineamento con l'asse ottico, nel posizionamento sul fuoco

di una lente e dal fatto che nella propagazione reale si hanno effetti di diffrazione e diffusione: lo spot focalizzato ha una dimensione finita che dipende dall'apertura della lente e dalla sua focale  $f$ .

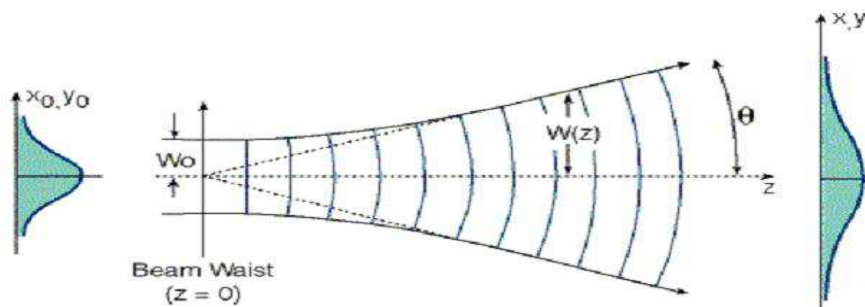
La configurazione del banco ottico che verrà trattata in questo capitolo è quella realizzata in laboratorio a Maggio 2011 e schematizzata in Figura 3.1.



Il sistema statico in luce monocromatica è realizzato utilizzando come sorgente un *laser HeNe* della Thorlabs (modello HRR050), di classe 3b che emette nella lunghezza d'onda del rosso a 632.8nm, con potenza tra i 5mW e i 10mW. Emette per circa il 99% nel modo di risonanza principale  $Tem_{00}$ ; il fascio alla bocca del laser ha diametro 0.8mm (prendendo come limite dove l'intensità vale  $1/e^2$ ) e angolo di divergenza 1.01 mrad.

L'angolo di divergenza del fascio può essere definito come  $\theta = W(z)/z = \lambda/(\pi\omega_0)$ , angolo di diffrazione del modo fondamentale in approssimazione di campo lontano.

La divergenza di campo definisce la miglior collimazione per un fascio di diametro dato e dimostra che non si può ottenere una collimazione perfetta, perché ciò richiederebbe un fascio di diametro infinito.



**Figura 3.2** Propagazione di un fascio gaussiano (modo  $Tem_{00}$ )

Attraverso un polarizzatore  $p$ , costituito da una *lamina dicroica*, si elimina la componente polarizzata  $s$  del fascio, poiché questa componente viene riflessa dal prisma in riflessione totale, ma non genera accoppiamento con le onde di superficie del plasma, costituendo solo un elemento di disturbo che ostacola l'individuazione del picco di accoppiamento risonante.

Il fascio laser polarizzato va a incidere sul *pin-hole* di diametro  $200\mu\text{m}$ , in questo modo il fascio gaussiano emesso dal laser viene filtrato.

Con l'apertura circolare si cerca di prendere la parte centrale della gaussiana, quella di maggiore intensità e più stabile, in questo modo si elimina la presenza di eventuali modi risonanti diversi dal  $\text{Tem}_{00}$  (i quali possono crearsi anche a causa di retro-riflessioni che entrano nella cavità del laser) che rendono la distribuzione di intensità non più monotona decrescente. La presenza di intensità più alta nelle "code" della gaussiana genera disturbo nella curva di riflettività da analizzare all'uscita del prisma e potrebbe falsare la misura del minimo di risonanza.

Inoltre, la figura di diffrazione generata da un pin-hole è ben definita e l'intensità va a zero in punti specifici. In questo modo è possibile isolare uno spot di dimensioni finite, con intensità massima al centro che cala a zero in modo monotono, chiamato *disco di Airy* (vedi paragrafo 3.4). Il pin-hole può essere visto come una sorgente di fronti d'onda sferici; il fascio divergente uscente dal pin-hole incide sulla lente convergente L1 posta a  $220\text{mm}$  dal pin-hole, che corrisponde alla sua distanza focale ( $f_l=220\text{mm}$ ). I fasci provenienti da una sorgente puntiforme collocata sul fuoco della lente vengono proiettati all'infinito, quindi il fascio all'uscita della lente L1 è collimato. La grandezza del disco di Airy incidente sulla lente L1 è  $1.7\text{mm}$ , ricavabile come:  $r_{\text{discoAiry}} = f_l \tan(1.22 \frac{\lambda}{d}) = 220 \cdot 10^{-3} \tan(1.22 \frac{632.8 \cdot 10^{-9}}{200 \cdot 10^{-6}}) = 0.85\text{mm}$ .

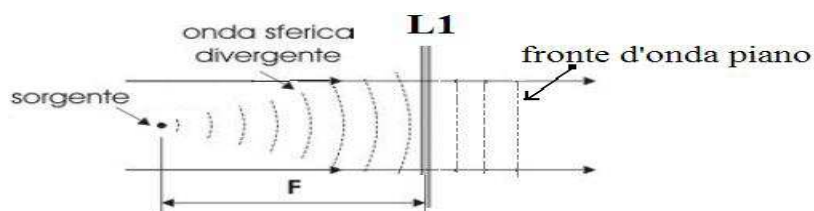


Figura 3.3 Propagazione nella lente L1

Le dimensioni del disco di Airy non sono ancora sufficienti per monitorare un range abbastanza ampio di angoli incidenti sul sensore SPR, così vengono aumentate attraverso il passaggio nel beam expander, costituito dalla lente L2 e L3.

Un *beam expander* è un sistema ottico *afocale*, costituito da due lenti o gruppi di lenti posizionate in modo che i piani focali dei due gruppi coincidano, sono cioè in posizione

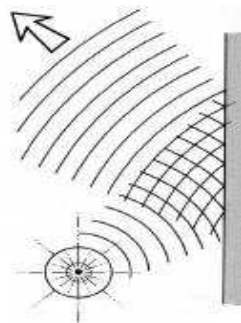
confocale. La distanza focale risultante è infinita in quanto un fronte d'onda piano in ingresso emergerà dal sistema ottico nominalmente piano, a parte le aberrazioni che in questo caso si intendono angolari. I due gruppi costituenti il sistema afocale possono essere entrambi positivi o uno positivo e l'altro negativo.

Se le due lenti hanno focali differenti, il sistema afocale produce un ingrandimento o una riduzione del fascio luminoso in ingresso. Questa proprietà viene utilizzata per *ridurre l'angolo di divergenza* dei fasci laser. Anche un fascio perfetto, non soggetto ad aberrazione, è caratterizzato da una divergenza dovuta agli effetti di *diffrazione* che rende impossibile collimare perfettamente i raggi luminosi o focalizzarli in uno spot di dimensioni infinitesime. Quindi, se il diametro del fascio viene aumentato, la divergenza di campo lontano decresce di  $1/M$ , dove  $M$  è il fattore di ingrandimento.

Le due lenti L2 e L3 sono convergenti (positive), il beam expander realizzato utilizza la configurazione di Keplero, la lente L2 crea un'immagine reale sul suo fuoco, che diventa l'oggetto collocato nel fuoco della lente L3, che per le leggi dell'ottica proietterà i raggi all'infinito ottenendo un fascio collimato.

La grandezza del disco di Airy all'uscita del beam expander ha un diametro di 8mm. Questo viene isolato dagli altri anelli concentrici che compongono la figura di diffrazione, intercettando il fascio con un diaframma di apertura 8mm.

Lo spot ottenuto, costituito solo dal disco di Airy, viene riflesso dallo specchio M1 sullo specchio M2, questo semplicemente per poterci disporre su un'alta zona del banco ottico per mancanza di spazio.



**Figura 3.4** Riflessione in uno specchio piano, il fronte d'onda non viene deformato

Uno *specchio piano* non soffre di astigmatismo (non risente di aberrazioni dovute a sorgenti fuori asse), è aplanatico (non presenta aberrazione sferica) e conserva le dimensioni delle immagini. In generale non si hanno i problemi collegati alle proprietà di trasparenza e opacità tipiche dei materiali rifrangenti.



Quelli utilizzati sono appositamente studiati per uso ottico, a differenza di uno specchio classico, sono ad *alluminatura frontale*, cioè lo strato metallico è applicato dal lato riflettente del vetro; così si eliminano le doppie riflessioni e aumenta la proporzione di luce riflessa.

Il fascio laser riflesso da M2 passa attraverso un filtro neutro, che ne attenua l'intensità per non rovinare il rilevatore CCD e per evitare la condizione di saturazione.

La lente semicilindrica L4 fa convergere il fascio sul film metallico, depositato sulla faccia piana, generando raggi con vari angoli di incidenza che una volta riflessi vengono catturati dal CCD. Questo viene posto a una distanza di 155mm per riottenere uno spot delle stesse dimensioni di quello che si aveva in ingresso alla lente L4, ma con lato destro e sinistro scambiati a causa della riflessione.

Il CCD è costituito da CMOS disposti in una matrice di 1024x1024 pixel, ognuno di dimensione 10.6x10.6 $\mu$ m.

### 3.2 Lente e prisma cilindrici

Come è stato analizzato nel paragrafo 2.5.4, la geometria del prisma è importante per riuscire a incidere sul film metallico con il più ampio range angolare, in particolare a incidenze quasi radenti per poter analizzare soluzioni acquose. Queste condizioni sono raggiungibili con un prisma cilindrico, così si è scelto di sviluppare questa soluzione nel sistema di prova, utilizzando un prisma in vetro SF6 di forma semicilindrica con raggio di curvatura 15mm e con un film di 50nm di oro depositati sulla faccia piana del prisma utilizzando come aggrappante un substrato di cromo di circa 2nm. [6]

La condizione ideale da raggiungere è che i vari raggi che compongono il fascio incidano ortogonalmente sulla faccia curva del prisma, poiché quelli non perpendicolari vengono deviati per effetto della rifrazione e vanno a formare angoli di incidenza non attesi che disturbano la rilevazione della posizione del picco di risonanza. Questo risultato si ottiene attraverso l'uso della *lente cilindrica* che focalizza lo spot solo nel verso orizzontale, creando sul suo fuoco una linea orizzontale lunga 8mm.

Particolare attenzione va fatta nel posizionare il prisma cilindrico, in modo che il film d'oro sia posizionato sul piano focale della lente L4 ( $f_4=155$ mm). La riga verticale, che rappresenta l'immagine dello spot sul fuoco della lente, deve coincidere con l'asse di rotazione del prisma (praticamente deve essere collocata nel punto medio della larghezza orizzontale della faccia piana del prisma). In questo modo, ogni raggio del fascio convergente sul prisma coincide con il raggio della faccia curva del prisma e in quanto tale è ortogonale a tale superficie.

Il range di angoli osservabili  $[-3^\circ; 3^\circ]$  è determinato dalle dimensioni dello spot (8mm) attraverso la relazione:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\text{raggio}_{\text{spot}}}{f_4}\right) \quad (3.1)$$

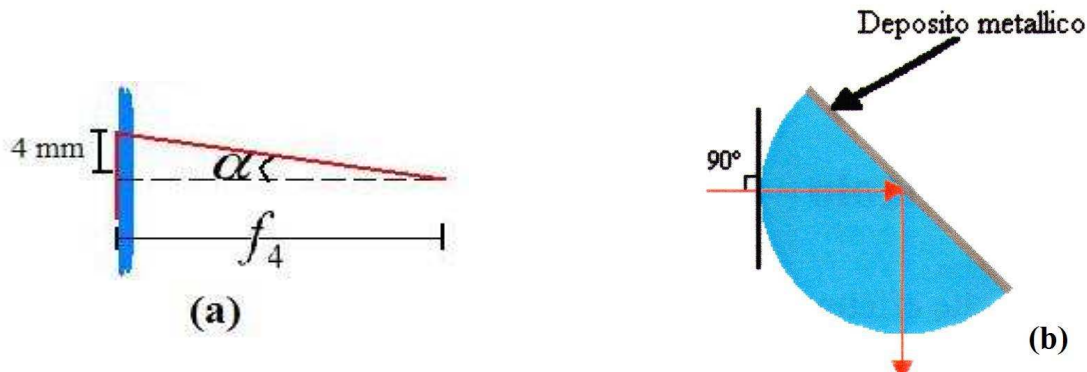


Figura 3.5 (a) determinazione range angolare;

(b) incidenza normale sulla superficie del prisma

### 3.3 Problemi introdotti sul fascio da componenti ottiche non ideali

Le differenze che si riscontrano tra il fascio teorico, che si dovrebbe propagare attraverso il sistema descritto se fosse ideale, e il fascio rilevato dal CCD sono imputabili principalmente a:

- imprecisioni di allineamento degli assi ottici delle lenti;
- impossibilità di posizionarsi sul fuoco ideale della lente;
- dimensioni finite di un punto immagine sul fuoco della lente.

Per *aberrazione* di un sistema ottico si intende ogni deformazione dell'immagine rispetto all'oggetto dovuta non a difetti di costruzione del sistema, ma alle leggi generali della riflessione e della rifrazione. Si possono distinguere in aberrazioni *assiali* e aberrazioni *extrassiali* a seconda che l'oggetto sia posto sull'asse ottico del sistema o fuori di esso.

Sono aberrazioni assiali: l'aberrazione *cromatica assiale* e l'aberrazione *di sfericità*.

Sono aberrazioni extrassiali: l'*astigmatismo*, il *coma*, la *curvatura del campo*, la *distorsione* e l'aberrazione *cromatica extrassiale*.

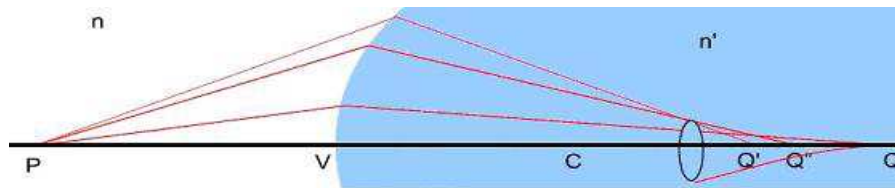
Anche ipotizzando di poter correggere tutte le aberrazioni, un fascio di luce che si propaga attraverso delle aperture, di dimensioni finite, è soggetto al fenomeno della diffrazione determinato dalla natura ondulatoria della luce. Questo fa sì che non si riesca a ottenere fasci perfettamente collimati e che l'immagine sul fuoco di una lente abbia dimensioni finite.

Considerando che la sorgente è monocromatica e la grandezza massima di 8mm del fascio incidente sulle lenti, l'aberrazione più rilevante da analizzare è l'aberrazione sferica.

### 3.3.1 Aberrazione sferica

L'aberrazione sferica è l'unica delle aberrazioni monocromatiche che dipende solo dall'apertura.

Il fenomeno è causata dal fatto che raggi a distanze diverse dall'asse ottico vanno a incontrarsi in punti diversi lungo l'asse stesso. In particolare, si ha aberrazione sferica *longitudinale* e *trasversale* e nello spazio la composizione di queste due produce una figura chiamata *caustica* (Figura 3.6).



**Figura 3.6** Aberrazione sferica, caustica

Per  $p \rightarrow \infty$ , cioè con un fascio di raggi incidenti paralleli all'asse ottico, raggi parassiali e marginali convergono in fuochi diversi: la distanza focale  $f_m$  per i raggi marginali è minore di quella per i raggi parassiali  $f_p$ . La distanza fra i due fuochi  $F_m$  e  $F_p$ , si dice *aberrazione sferica principale longitudinale*:

$$\overline{F_m F_p} = f_p - f_m = l \quad (3.2)$$

In approssimazione del terzo ordine, che vuol dire che nell'equazione di Snell i seni degli angoli coinvolti vengono sviluppati secondo la formula di Taylor fino al 3° ordine, l'espressione dell'aberrazione sferica principale longitudinale risulta:

$$l = c \frac{h^2}{f} \quad (3.3)$$

dove  $h$  è il raggio dell'apertura massima del fascio incidente,  $f$  la lunghezza focale della lente,  $c$  il coefficiente di aberrazione sferica principale:

$$c = \frac{4n^3 - 4n^2 - n + 2}{8n(n-1)^2} \quad (3.4)$$

A causa della diversa convergenza dei raggi parassiali e marginali, per una sorgente puntiforme all'infinito, sul piano focale corrispondente ai raggi parassiali, i raggi marginali non danno un'immagine puntiforme bensì una chiazza di dimensioni finite. Il diametro di tale spot si chiama *aberrazione sferica principale trasversale*.

Da considerazioni geometriche tale diametro sarà dato da:

$$t = l \cdot \left( \frac{2h}{f-l} \right) \quad (3.5)$$

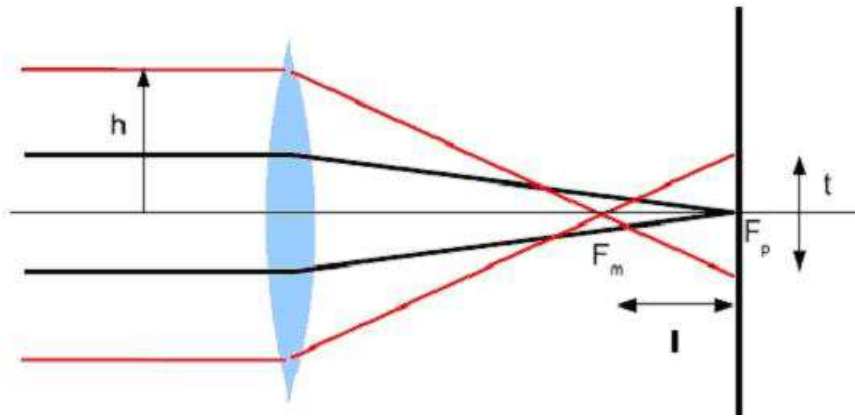
sostituendo in questa l'espressione di  $l$  si ottiene:

$$t = 2c \frac{h^3}{f(f-l)} \quad (3.6)$$

Osservando che  $f$  è solitamente molto maggiore di  $l$  si può fare approssimare  $f(f-l)$  con  $f^2$ .

Si ottiene una relazione per l'aberrazione sferica trasversale principale indipendente da  $l$ :

$$t = 2c \frac{h^3}{f^2} \quad (3.7)$$



**Figura 3.7** Aberrazione sferica principale longitudinale e trasversale

Nella tabella seguente è riportata, per le quattro lenti, l'aberrazione sferica longitudinale e trasversale considerando la rispettiva distanza massima di incidenza  $h$  su ogni lente, ipotizzando che la lente sia fatta di vetro BK7 con indice di rifrazione  $n = 1.515$ .

Si può osservare che lenti con focale corta sono maggiormente affette da aberrazione sferica.

LENTE	$h$ (mm)	$l$ (mm)	$t$ (mm)
L1 ( $f_1=220\text{mm}$ )	1	0.008	$6.8 \cdot 10^{-2}$
L2 ( $f_2=35\text{mm}$ )	1	0.05	0.0027
L3 ( $f_3=175\text{mm}$ )	4	0.15	0.007
L4 ( $f_4=155\text{mm}$ )	4	0.17	0.009

### 3.4 Diffrazione da pin-hole

Se si fa incidere su un CCD il fascio laser che si propaga dopo il pin-hole si osserva che questo ha un andamento dell'intensità con simmetria circolare ben definita e che l'intensità va a zero periodicamente.

L'andamento di intensità dopo il pin-hole non è più gaussiano, ma è determinato dalla nuova sorgente e secondo il principio di *Huygens-Fresnel* si può considerare ciascun punto dell'apertura come sorgente di onde sferiche secondarie. Il fronte d'onda incidente su un

piano posto a una certa distanza dall'apertura è il risultato dell'involuppo di queste onde sferiche elementari.

Nella diffrazione esistono due tipi di approssimazioni per un fascio di luce che attraversa un ostacolo e sono definiti dalle condizioni di:

- *Fresnel*: la sorgente S e lo schermo C sono a distanza finita ( $L$ ) dall'apertura; i fronti d'onda non sono piani; (con ( $d$ ) dimensione dell'apertura, siamo in condizioni di Fresnel se  $\frac{d^2}{L\lambda} \geq 1$  )
- *Fraunhofer*: la sorgente S e lo schermo C sono a grande distanza dall'apertura; i fronti d'onda sono piani.  $\frac{d^2}{L\lambda} \ll 1$

La trattazione di Fraunhofer della distribuzione d'intensità, che si ottiene nella diffrazione da fenditure, è quella che rappresenta le condizioni di laboratorio e che porta a ottenere l'andamento teorico dell'intensità del fascio uscente dal pin-hole.

La figura di diffrazione prodotta da onde piane che passano attraverso un'apertura circolare è un problema di difficile soluzione ed è stato risolto da Airy (1835).

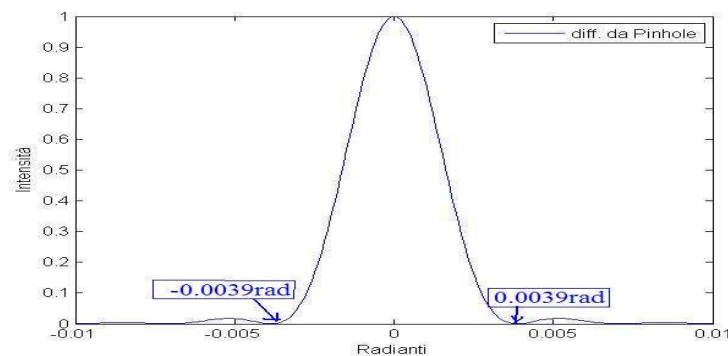
La figura di diffrazione consiste in un disco centrale brillante noto come **disco di Airy**, circondato da una serie di anelli più deboli.

Si può dimostrare che, per un foro con diametro  $d$  e luce di lunghezza d'onda  $\lambda$ , la distribuzione d'intensità della figura di diffrazione all'infinito è data da:

$$I(\theta) = I_0 \left[ \frac{2J_1(t)}{t} \right]^2 \quad (3.8)$$

con  $t = \frac{\pi d \sin(\theta)}{\lambda}$  dove  $J_1$  è la funzione di Bessel di ordine 1.

Questa funzione che descrive l'andamento dell'intensità, in funzione di  $\theta$ , nella figura di diffrazione prodotta da un'apertura circolare, è stata implementata nello script riportato in appendice B: "diffPinhole.m".



**Figura 3.8** Profilo di intensità data da un pin-hole

La posizione dei *minimi* è data da  $\sin \theta = n_{\min} \frac{\lambda}{d}$  con  $n_{\min}=1.22, 2.33, 3.24, \dots$ , quindi il primo minimo si ha in corrispondenza dell'angolo  $\theta = \pm \arcsin(1.22(\lambda / d)) \approx \pm 0.0039 \text{ rad}$ .

I *massimi* si possono ricavare utilizzando  $n_{\max} = 0, 1.63, 2.68, 3.70, \dots$  a cui corrispondono le intensità normalizzate:  $I_{\max} = 1, 0.0175, 0.0042, 0.0016, \dots$

La distribuzione di intensità per un'apertura circolare dipende soltanto dall'angolo  $\theta$  ed è quindi simmetrica attorno all'asse  $z$ .

Si verifica che oltre l'80% dell'energia si trova nella prima circonferenza, gli anelli concentrici sono poco visibili, pertanto si dice che questa è l'immagine della fenditura.

### 3.5 Confronto tra intensità teorica e intensità del fascio in ingresso alla lente L4

Il diaframma, all'uscita del beam expander, è posizionato in modo da far passare solo il primo disco di Airy che, come visto, ha una dimensione di 8mm da lì in poi.

Una prima valutazione qualitativa delle aberrazioni introdotte fino a qui dalle componenti del banco ottico può essere fatta posizionando il sensore CCD al posto della lente L4 e acquisendo delle immagini del fascio.

C'è da tener presente che il CCD non dispone di funzioni di taratura di quello che può essere considerato il "buio di laboratorio" per cui, per ridurre il rumore di fondo introdotto da altre sorgenti presenti in laboratorio, bisogna procedere con l'acquisizione di un'immagine che da qui in avanti chiameremo "Dark". Questa immagine viene acquisita a laser spento e nelle condizioni di laboratorio in cui si andrà a lavorare. Una volta acceso il laser e atteso un po' di tempo che si stabilizzi, è possibile acquisire l'immagine del fascio laser incidente che chiameremo "Img".

L'immagine valida ("Spot"), su cui si può effettuare un'analisi, si trova dalla differenza tra le matrici delle due immagini:

$$Spot = Img - Dark \quad (3.9)$$

Le immagini acquisite con il CCD riportano per ogni pixel l'intensità luminosa rilevata in una matrice 1024x1024. Per confrontare l'andamento teorico con quello reale è necessario sviluppare uno script *Matlab* che estenda per rotazione attorno a  $z$  la funzione (3.8), dove sull'asse  $z$  è riportato il valore normalizzato dell'intensità.

Questo viene fatto attraverso il file “confrontoSpot.m”, riportato in appendice B, che implementa un filtraggio dell’immagine “Spot” per trovarne il massimo e poterla di conseguenza confrontare con l’immagine che riporta l’andamento ideale.

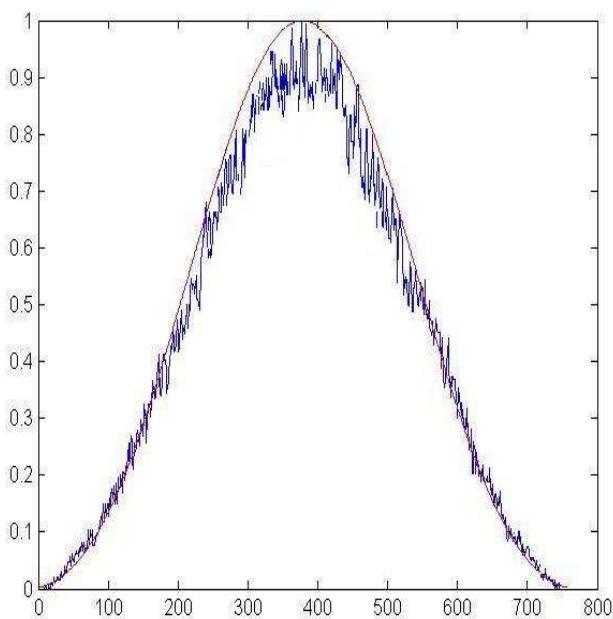
Dopo vari tentativi si è scelto di implementare la ricerca del massimo nell’immagine “Spot” eseguendo una somma lungo le righe e lungo le colonne. La riga e la colonna che presentano somma maggiore saranno quelle contenenti il massimo, di cui viene salvata la posizione.

Il massimo viene usato per normalizzare l’immagine e per permetterne la “sovrapposizione” con l’andamento ideale per poter confrontare di quanto si discostano.

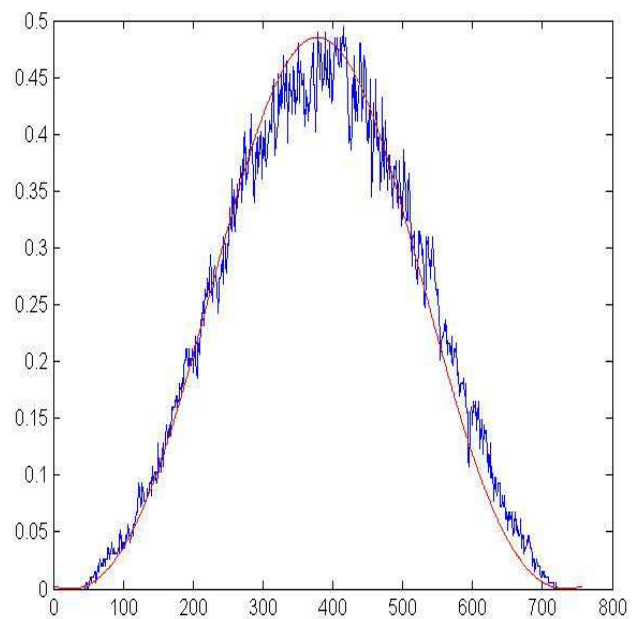
Il fascio incidente sul sensore CCD occupa un quadrato di pixel il cui lato è formato da circa 755 pixel che, considerando le dimensioni di un pixel, corrispondono a 8mm. Dell’intera immagine acquisita viene conservato questo riquadro di interesse.

La possibilità di confrontare l’andamento dei dati con quello teorico è necessario, poiché, se si andrà a introdurre l’ottica adattiva in retroazione nel sistema, bisognerà realizzare una funzione di merito che confronta l’andamento reale acquisito con quello teorico. Lo specchio verrà deformato in modo da minimizzare la differenza tra l’andamento misurato del fascio e quello atteso.

Di seguito sono riportate una serie di immagini che rappresentano il lavoro di confronto svolto con il file “confrontoSpot.m”.



(a) Profilo di intensità lungo la riga centrale dello spot teorico e reale



(b) Profilo di intensità dello spot teorico e reale a una distanza di 2mm dal punto di max intensità

**Figura 3.9**

Le immagini precedenti rappresentano il confronto a varie distanze dal centro tra il profilo reale e ideale dell'intensità. Si può osservare che l'andamento dei dati segue quello teorico a meno di aberrazioni e fluttuazione dell'intensità del laser.

### 3.6 Confronto tra intensità teorica e intensità del fascio dopo la riflessione nel sensore SPR

Attualmente il sensore viene provato in aria e l'analisi a contatto con il film d'oro è l'aria.

La misurazione viene effettuata dopo aver ruotato il sensore dalla posizione  $0^\circ$  (la normale alla superficie metallica coincide con l'asse ottico della lente L4) alla posizione  $-36^\circ$ , angolo a cui si ha il minimo di risonanza per l'aria.

L'acquisizione del fascio riflesso da parte del CCD permette di analizzare un range angolare che va da  $[-33^\circ, -39^\circ]$ .

L'acquisizione delle immagini avviene, come descritto nel sottoparagrafo precedente, utilizzando la formula (3.9) e l'immagine valida per l'elaborazione è quella a cui viene sottratto il buio di laboratorio ("Dark").

La riflettività del sistema dielettrico<sub>1</sub>/metallo<sub>2</sub>/dielettrico<sub>3</sub> è stata modellizzata in Matlab dall'ingegnere Tirapelle [1], considerando in ingresso un raggio uniforme di intensità uno.

La riflettività, considerando un multilayer costituito dai 3 strati dielettrico<sub>1</sub>-metallo-dielettrico<sub>3</sub>, è data dalla formula:

$$R = \left| r_{1,2,3}^p \right|^2 = \left| \frac{r_{1,2} + r_{2,3} e^{j2k_{z,2}d}}{1 + r_{1,2} \cdot r_{2,3} e^{j2k_{z,2}d}} \right|^2 \quad (3.10)$$

dove  $r$  è il *coefficiente di riflessione* visto nel paragrafo 1.3.1.

Per simulare l'andamento teorico dello spot, dopo la riflessione con il sensore, è stato necessario estendere su una matrice la riflettività calcolata dall'ingegnere Tirapelle e moltiplicarla (elemento per elemento) per la matrice che contiene l'andamento dell'intensità incidente sul prisma. Questo perché:

$$R = \frac{I_{riflessa}}{I_{incidente}} \Rightarrow I_{riflessa} = R \cdot I_{incidente} \quad (3.11)$$

In questo modo in uscita si ottiene una matrice che contiene l'andamento dell'intensità dello spot riflesso teorico, delle stesse dimensioni di quella contenente il fascio in ingresso.

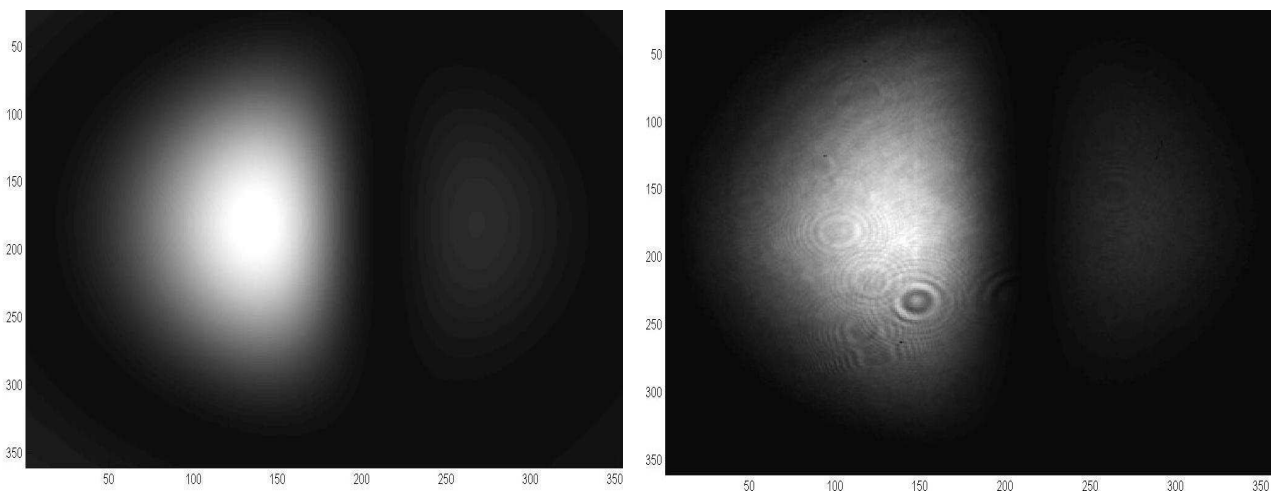
Come nel paragrafo 3.5 si individua la posizione del centro dello spot trovando la riga e la colonna la cui somma degli elementi dà il risultato maggiore.



Una volta individuato il centro dell'immagine contenente i dati, è possibile sovrapporla con la matrice contenente i valori dell'intensità teorica ed effettuare un confronto tra le due per valutare, attraverso una funzione di merito, di quanto si discostano i dati dalla teoria.

Nelle Figure 3.11 è rappresentato in rosso l'andamento del fascio riflesso calcolato dall'ingegnere Tirapelle, mentre in nero l'andamento teorico del fascio riflesso considerando in ingresso il disco di Airy e in blu l'andamento dei dati.

Come nel paragrafo precedente, è possibile confrontare dati e teoria a diverse distanze dal massimo di intensità della figura.



(a) Spot teorico dopo la riflessione sul prisma

(b) Spot acquisito dal CCD dopo la riflessione sul prisma

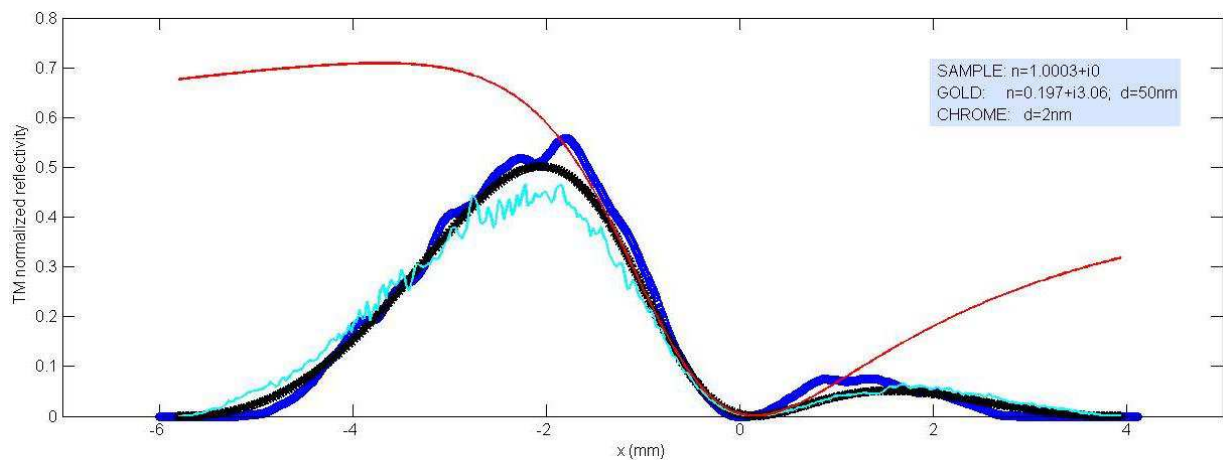
**Figura 3.10**

Figura (3.11a) Profilo di intensità teorico vs. reale lungo la riga di massima intensità

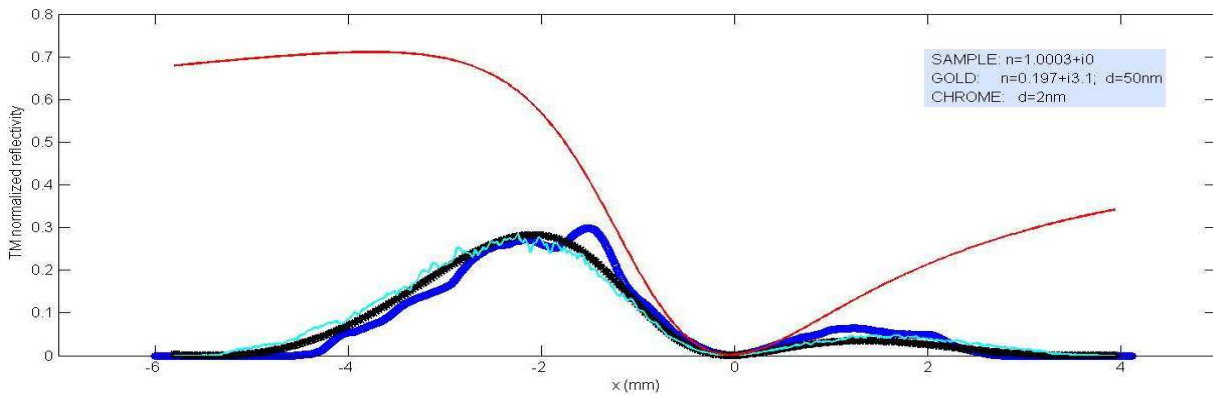


Figura (3.11b) Profilo di intensità teorico vs. reale lungo la riga distante 1.6mm da quella massima

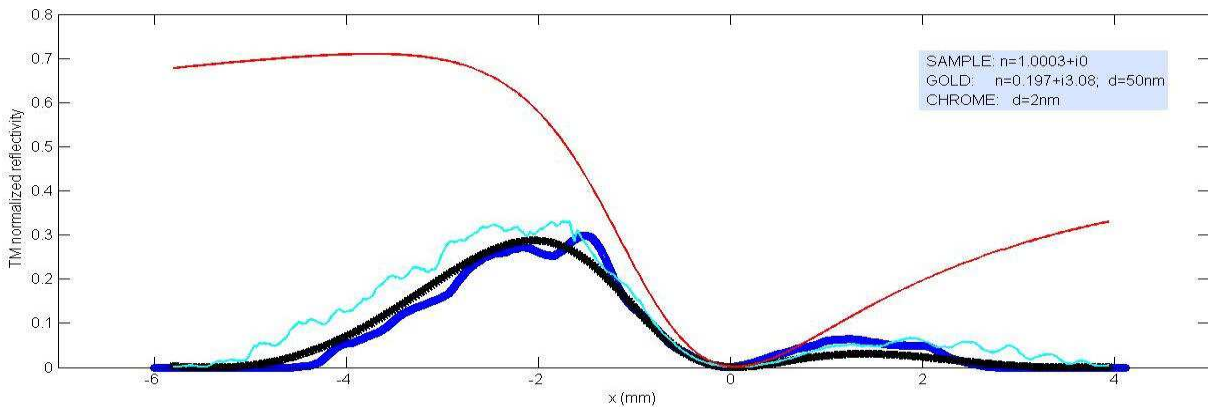
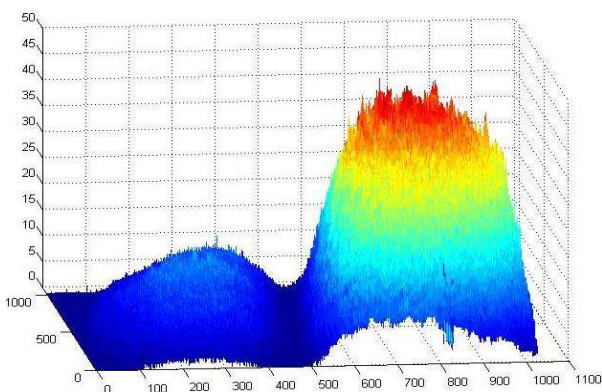


Figura (3.11c) Profilo di intensità teorico vs. reale lungo la riga distante -1.6mm da quella massima

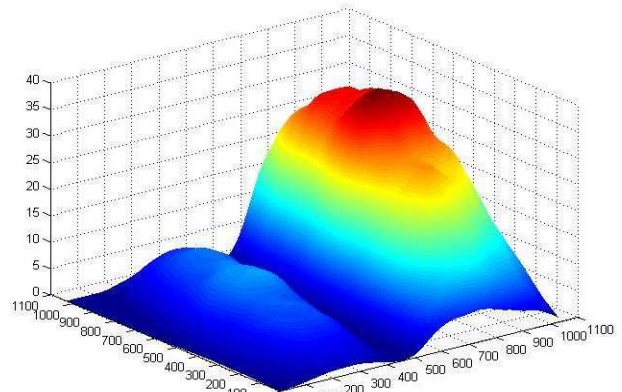
**Figura 3.11**

Analizzando in grafici 3D (di cui è riportato un esempio in Figura 3.12a) le immagini rilevate dal CCD, si osserva la presenza di rumore ad alta frequenza introdotto dal dispositivo di acquisizione delle immagini. Per questo motivo si è scelto di implementare un filtro gaussiano nella funzione “Normalize.m” che filtra i dati da analizzare prima di normalizzarli.

In Figura 3.12b si vede il grafico in 3D dello spot riflesso dal prisma dopo che è stato applicato il filtraggio gaussiano.



**Figura 3.12a**



**Figura 3.12b**

# Capitolo 4

## Inserimento di uno specchio adattivo nella configurazione su banco ottico

In questo capitolo si introdurrà brevemente e a scopo descrittivo l'ottica adattiva, per poi andare ad analizzare i primi risultati che si sono ottenuti introducendo uno specchio adattivo, al posto di M2, nella configurazione del sensore SPR realizzata su banco ottico e descritta nel capitolo precedente.

### 4.1 L'ottica adattiva

L'ottica adattiva è una tecnologia utilizzata per migliorare la qualità di un sistema ottico operando sul fronte d'onda del fascio luminoso. In particolare, per quanto riguarda il campo dell'astronomia, l'ottica adattiva si pone l'obiettivo di eliminare la distorsione del fronte d'onda dovuta alla turbolenza atmosferica. Tramite queste tecniche si possono in generale correggere disturbi dovuti al sistema ottico (disallineamenti, aberrazioni) oppure disturbi di altra natura (effetti di calore, turbolenza atmosferica).

Normalmente nel campo astronomico un sistema di ottica adattiva è realizzato in retroazione ed è costituito da due elementi principali:

- uno strumento di misura del fronte d'onda perturbato;
- uno specchio deformabile.

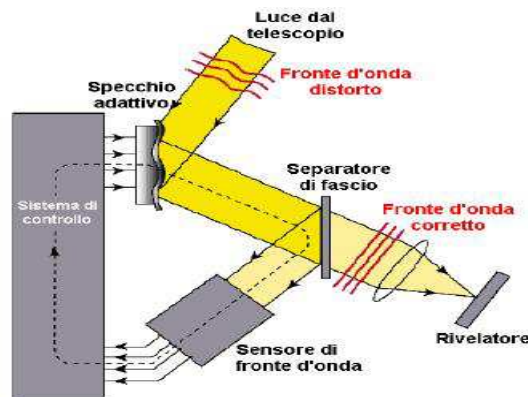


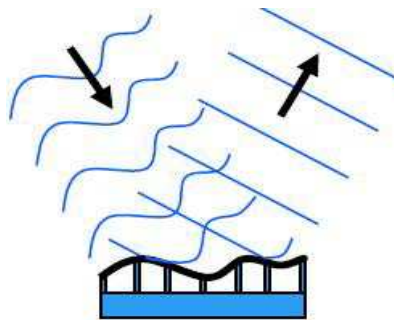
Figura 4.1 Schema di un sistema con ottica adattiva in retroazione

Il primo dispositivo si realizza ad esempio con un sensore di *Shack-Hartmann* che opera un campionamento spaziale del fronte d'onda per mezzo di un lenslet (array di microlenti). Le posizioni degli spot prodotti dalle lenti sul CCD rivelano l'informazione sulla fase locale del fronte d'onda. Quest'ultimo può essere ricostruito usando questa informazione o tramite una decomposizione modale.

Altre tecniche sono il sensore di curvatura, l'interferometria a cammino comune e il sensore di fronte d'onda a piramide.

I segnali delle singole celle servono per pilotare le corrispondenti celle dello specchio deformabile.

Dalla conoscenza dell'aberrazione del fronte d'onda si può calcolare la deformazione da introdurre sulla superficie dello specchio deformabile, applicando agli attuatori dei comandi tali da replicare la deformazione del fronte d'onda.



**Figura 4.2** Deformazione della superficie di uno specchio adattivo

Quando non si conosce la deformazione del fronte d'onda del fascio incidente si può far uso di un algoritmo di ricerca evolutiva della soluzione ottima del problema.

I *parametri che caratterizzano* uno specchio deformabile sono:

- tipo di superficie riflettente: specchi segmentati, specchi continui, specchi MEM's, dispositivi a cristalli liquidi;
- tecnologia degli attuatori: meccanica, piezoelettrica, elettrostatica (membrana), magnetica, bimorfa;
- numero degli attuatori: definisce la qualità e il numero di diverse forme che lo specchio può riprodurre.

Negli *specchi a membrana* il processo di controllo del fronte d'onda si basa su di uno specchio deformabile, realizzato con una membrana sottile e conduttrice (membrana di nitrurocellulosa ricoperta di alluminio, che la rende riflettente e conduttiva).

Una serie di *elettrodi* regolarmente distribuiti, le cui tensioni possono essere fissate indipendentemente, può modificare la superficie della membrana per l'azione di *forze*

*elettrostatiche*. L'array di attuatori e la membrana ricoperta d'alluminio si comportano come le due armature di un condensatore, di cui una fissa e l'altra mobile.

La differenza di potenziale da applicare si ricava da un algoritmo genetico che si avvale del valore dell'intensità del segnale generato come funzione di merito. L'algoritmo genera iterativamente configurazioni delle tensioni e seleziona come genitori per le generazioni successive quelle cui competono le migliori funzioni di merito.

Le caratteristiche degli specchi a membrana sono: basso costo, ampia dinamica di comportamento, aromaticità, assenza di isteresi, soglia di danneggiamento relativamente alta, buone prestazioni nella correzione di aberrazioni, basso consumo di potenza.

Gli svantaggi di questi dispositivi sono la limitata deformazione massima e l'alta correlazione tra gli elettrodi.

## 4.2 Specchio adattivo utilizzato

In laboratorio si è utilizzato uno specchio deformabile modale realizzato al Luxor. [10]

Lo specchio deformabile elettrostatico è composto da una membrana di nitrocellulosa argentata (5 $\mu$ m di spessore), sospesa a 70 $\mu$ m. Tale distanza tra membrana ed elettrodi è calibrata per ottenere una deformazione massima di 10 $\mu$ m con la massima tensione, che è controllata per evitare danni alla membrana e il contatto di questa con gli elettrodi.

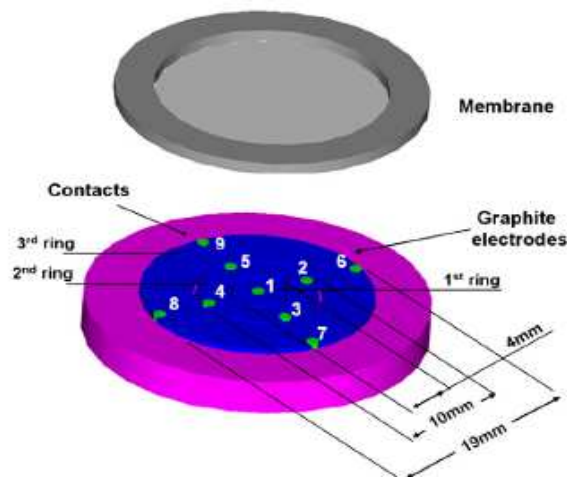
Questo prototipo monta una membrana di 19mm di diametro ed è progettato per una *regione ottimale attiva* di 10mm (diametro ottimale del fascio incidente).

Lo specchio deformabile è controllato da un driver multicanale che può fornire 260V su 32 canali, mentre la membrana è connessa a un potenziale di riferimento di 130V in modo da poter generare sulla membrana differenze di potenziale positive e negative.

La deformazione  $M(x,y)$  sulla membrana è data dalla pressione elettrostatica  $p(x,y)$  tra gli attuatori e la membrana metallizzata, secondo l'equazione di Poisson:

$$\Delta M(x, y) = \frac{1}{T} p(x, y) = \frac{\epsilon_0}{T} \frac{V(x,y)^2}{d^2} \quad (4.1)$$

dove  $T$  è la tensione metallica della membrana.



**Figura 4.3** Posizione degli attuatori

La componente è costituita da 3 attuatori disposti in tre circonferenze concentriche: il primo attuatore ha solo un contatto, gli altri due attuatori sono formati da 4 contatti ciascuno.

Ogni elettrodo è costituito da uno strato di  $35\mu\text{m}$  di grafite, che presenta una resistività  $350\Omega\text{m}$ . La corrente per ciascun canale è circa  $60\mu\text{m}$ , applicando la tensione massima, con un consumo di potenza di circa  $10\text{mW}$ .

Il terzo attuatore può essere utilizzato per produrre movimenti sulla membrana di pistone, tilt e astigmatismo, il secondo attuatore può operare come *messa a fuoco*, mentre il primo attuatore genera *aberrazione sferica*.

### 4.3 Introduzione dello specchio adattivo nel sensore SPR

Un sensore SPR richiede un allineamento molto accurato e il sistema è estremamente sensibile a ogni perturbazione dovuta a un leggero disallineamento delle componenti ottiche o al cambiamento delle condizioni di rilevazione. Per questi motivi si è deciso di valutare i miglioramenti che può portare l'utilizzo dell'ottica adattiva all'*affidabilità* e robustezza del sistema.

In laboratorio si è sostituito, nella configurazione di prova su banco ottico descritta nel capitolo 3, lo specchio piano M2 con lo specchio deformabile a membrana precedentemente descritto. Inoltre il sistema è stato riallineato in modo da ottenere un disco di Airy del diametro di  $10\text{mm}$ , che permette di lavorare nelle condizioni ottimali dello specchio e di avere a disposizione un range angolare più ampio per l'analisi della risonanza plasmonica.

Modificando i parametri di controllo dello specchio deformabile si è proceduto alla riduzione del disturbo causato dall'*aberrazione sferica* e alla correzione di un errato posizionamento

sulla focale della lente. Quest'ultima analisi è stata effettuata posizionando il prisma a una distanza errata rispetto alla focale della lente L4.

Si è provato anche a valutare se l'andamento reale del fascio riflesso dal prisma potesse avvicinarsi maggiormente all'andamento teorico dell'intensità, modificando i parametri dello specchio che controllano la correzione di astigmatismo e coma del fascio incidente. Si è potuto osservare che agendo su questi parametri non si avevano variazioni significative del fascio riflesso dal prisma, probabilmente perché il sistema realizzato non è particolarmente affetto da questo tipo di aberrazioni.

### 4.3.1 Correzione dell'aberrazione sferica

Si è studiato l'effetto dell'aberrazione sferica sulla curva di riflettività che si ottiene analizzando l'immagine del fascio riflesso dal prisma acquisita dal CCD.

Si può notare che, variando i parametri dello specchio che controllano l'aberrazione sferica, sulla curva di riflettività varia la distribuzione del valore massimo raggiunto, ma non l'estensione della curva di riflettività e la posizione del minimo di risonanza, poiché questi ultimi valori dipendono dagli angoli di incidenza dei vari raggi del fascio, che non variano se non viene cambiata la distanza focale tra lente cilindrica e prisma.

Il parametro normalizzato che controlla le tensioni applicate agli attuatori dello specchio per ottenere diverse configurazioni per l'aberrazione sferica varia nell'intervallo  $[-1;1]$ .

Si può osservare in Figura 4.4 la curva blu, che rappresenta la distribuzione di intensità raccolta dal CCD, dello spot riflesso dal prisma, lungo la direzione orizzontale nella zona centrale dello spot, dove l'intensità è maggiore. In Figura 4.4a e in Figura 4.4b l'aberrazione sferica non è corretta e si osserva che la curva si discosta da quella reale non per l'andamento, ma per i valori di intensità. L'apparire di zone inattese più intense è dovuto al fatto che l'aberrazione sferica introduce, all'interno della zona racchiusa dalla caustica, concentrazioni inattese di energia, diverse da quella ideale.

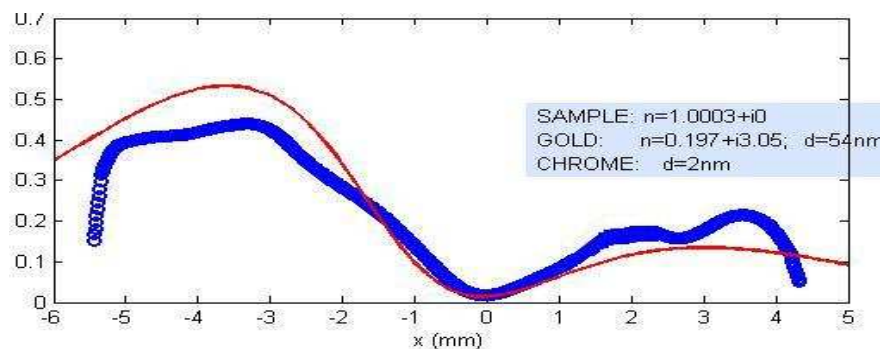


Figura 4.4a

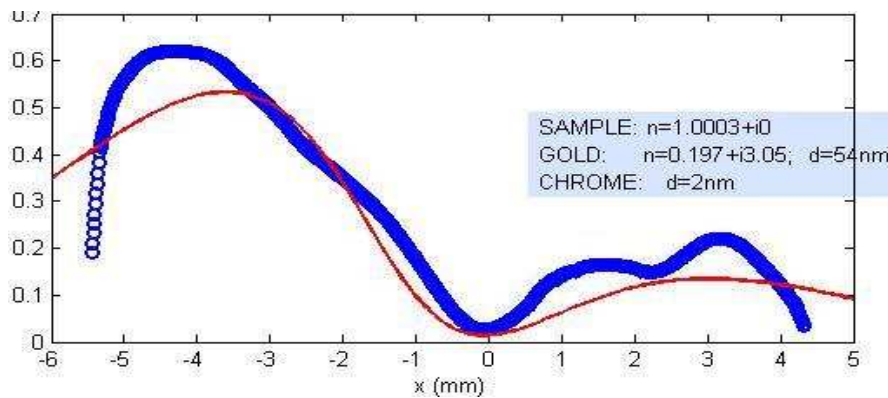


Figura 4.4b

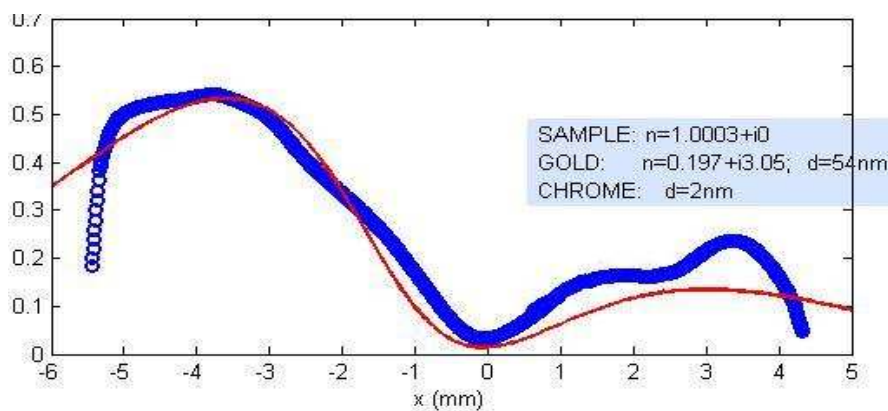


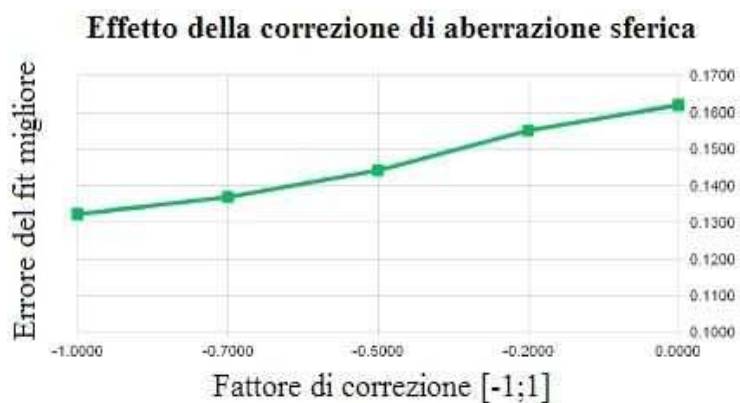
Figura 4.4c

**Figura 4.4**

In Figura 4.4c si vede l'effetto della correzione dell'aberrazione sferica introdotta dal sistema di lenti.

Di seguito è riportato, in tabella e nel grafico, di quanto si discosta dall'andamento teorico il miglior *fit* dei dati sperimentali, al variare dell'aberrazione sferica. Si nota come la configurazione dello specchio, impostata su -1, minimizzi il disturbo da aberrazione sferica.

Aberrazione sferica	Errore del fit migliore
0.00	0.1620
-0.20	0.1550
-0.50	0.1441
-0.70	0.1368
-1.00	0.1323





### 4.3.2 Correzione dell'errore sulla distanza focale

Questa esperienza è stata condotta per valutare la possibilità di correggere, nel sistema realizzato, gli errori di posizionamento sulla focale delle lenti.

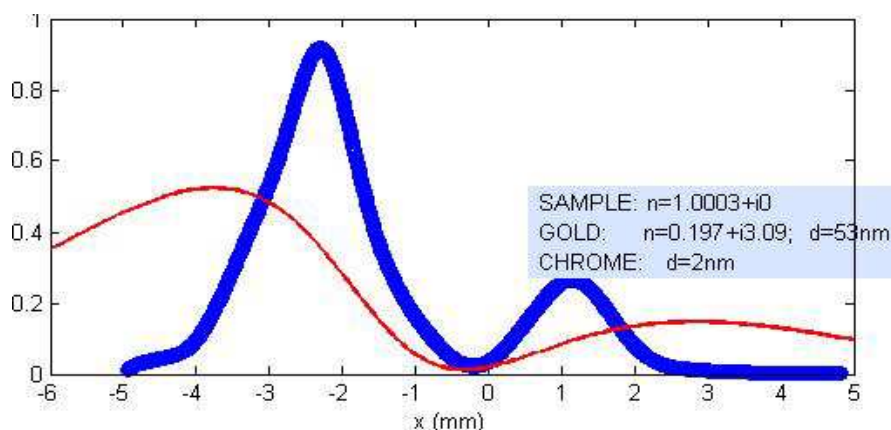
Si è proceduto posizionando volontariamente la faccia del prisma su cui è depositato l'oro a una distanza di 135mm, distanza errata, poiché dovrebbe trovarsi sul fuoco della lente cilindrica L4 ( $f_4=155\text{mm}$ ).

In questo modo si è potuto analizzare gli effetti sul sistema SPR statico di un fascio non perfettamente a fuoco sul film metallico. Quando i raggi incidenti sul prisma cilindrico non vanno a fuoco sul punto medio della lunghezza orizzontale della faccia piana, su cui è depositato il metallo, si hanno angoli errati di incidenza sul film d'oro e la rilevazione del picco di risonanza risulta falsata (di conseguenza anche l'indice di rifrazione della sostanza in analisi).

In Figura 4.5a si osserva (in blu) l'andamento del fascio riflesso dal prisma quando lo specchio deformabile non corregge l'errore sulla distanza focale appositamente introdotto (il film metallico è a 135mm dalla lente L4, il fuoco della lente è oltre la faccia piana del prisma).

In Figura 4.5b la correzione introdotta dallo specchio deformabile mette a fuoco correttamente sul film metallico il fascio incidente.

In Figura 4.5c si osserva una situazione intermedia, lo specchio deformabile è andato oltre il punto di correzione della focale. In questo caso il fascio viene messo a fuoco prima della faccia piana del prisma su cui è depositato lo strato d'oro.



**Figura 4.5a** Andamento che si ottiene senza correggere l'errore introdotto sulla distanza focale

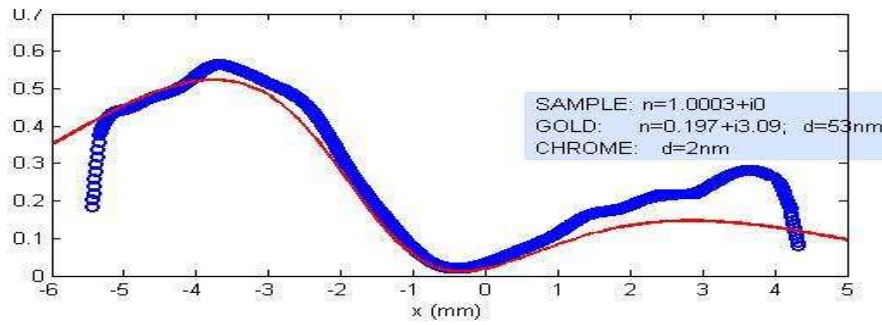


Figura 4.5b Lo specchio adattico corregge l'errore introdotto sulla distanza focale

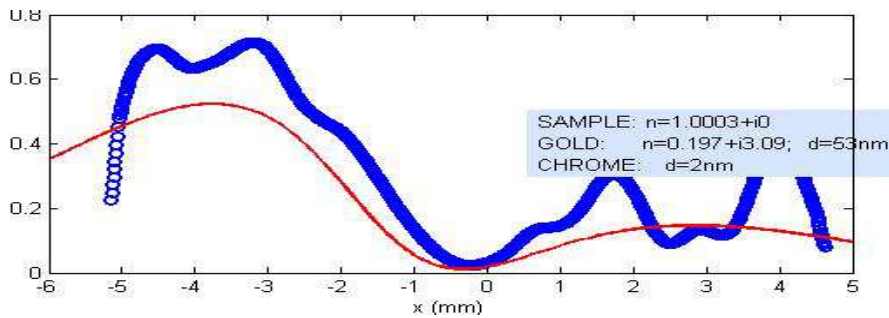
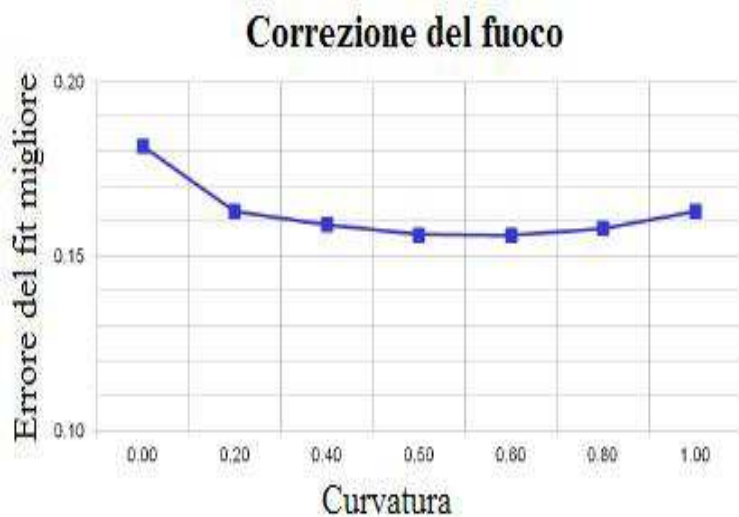


Figura 4.5c Il fascio laser viene messo a fuoco prima della faccia piana del prisma

Si può osservare che lo scostamento dal caso ideale raggiunge un punto di minimo quando il fascio incidente è perfettamente a fuoco sul film d'oro e poi torna a una situazione simmetrica se si continua ad accorciare (attraverso la deformazione dello specchio) la lunghezza focale di L4. Quando il fascio incidente è a fuoco 115mm dietro alla lente cilindrica, una volta superato il punto di messa a fuoco, ricomincia a divergere e si ricreano sulla faccia metallica gli angoli di incidenza che generano la Figura 4.5a.

Di seguito è riportato, in tabella e nel grafico, di quanto si discosta dall'andamento teorico il miglior *fit* dei dati sperimentali, al variare della correzione focale introdotta dallo specchio. Si nota che la configurazione dello specchio, che minimizza lo scarto, è 0.60.

Curvatura dello specchio	Errore del miglior fit
0.00	0.1815
0.20	0.1627
0.40	0.1589
0.50	0.1560
0.60	0.1558
0.80	0.1577
1.00	0.1627



# Conclusioni

Nel lavoro svolto si è realizzato un modello del fascio incidente ed estesa la simulazione in *Matlab* della riflettività del multilayer (dielettrico<sub>1</sub>/metallo/dielettrico<sub>3</sub>) al caso bidimensionale, per poter analizzare le deformazioni del fronte d'onda e quantificare le variazioni introdotte nel sistema attraverso l'ottica adattiva.

Questi primi risultati preliminari dimostrano la possibilità di migliorare le caratteristiche del sensore, correggendo l'aberrazione sferica e l'errore di messa a fuoco, rendendo i dati osservati più simili alla curva teorica della riflettività.

Un sensore SPR è molto sensibile a difetti di allineamento e a piccole variazioni delle condizioni delle ottiche che compongono il sistema. L'introduzione di uno specchio deformabile nel sistema ottico che compone il sensore potrebbe risultare utile per correggere problemi dovuti all'aberrazione del fascio laser lungo il cammino ottico, ma anche per aumentare l'*affidabilità* e robustezza del sistema, correggendo piccoli disallineamenti che possono introdursi con l'uso ripetuto del sensore. Questa possibilità è molto interessante se si pensa di realizzare una rete di sensori ambientali controllata da remoto, che può essere dotata di rilevatori GPS per associare ai dati ricevuti luogo e ora di rilevazione.

Nel caso di utilizzo di un sensore SPR per realizzare sensori ambientali bisognerà analizzare accuratamente le tipologie di disturbo esterno che si possono presentare e ottimizzare il sistema dal punto di vista meccanico, studiare specifici sistemi di filtraggio e valutare come l'ottica adattiva può essere integrata nel sistema.

Indagini di tipo ambientale si possono condurre anche utilizzando solamente un substrato di nudo metallo, in quanto la presenza di sostanze estranee provoca una variazione dell'indice monitorato; comunque la presenza di un trattamento (o di un gel) che vada a impregnare l'oro con un accettore specifico, che varia il suo indice di rifrazione in base alla concentrazione delle molecole legate, garantisce una sensibilità e una precisione decisamente superiori.

Un sistema SPR statico permette di effettuare analisi in tempo reale e senza la necessità di effettuare particolari reazioni chimiche.

È un sistema *non specifico*, quindi non è legato alle caratteristiche chimiche della sostanza da monitorare, questo lo rende utilizzabile in molti ambiti adattando le componenti del sistema alle specifiche necessarie.



# Appendice A

## Riflettività di un multilayer

Il modello più semplice per analizzare la riflettività del prisma cilindrico è costituito da un multilayer formato da tre elementi: il prisma, la lamina d'oro e il materiale da analizzare.

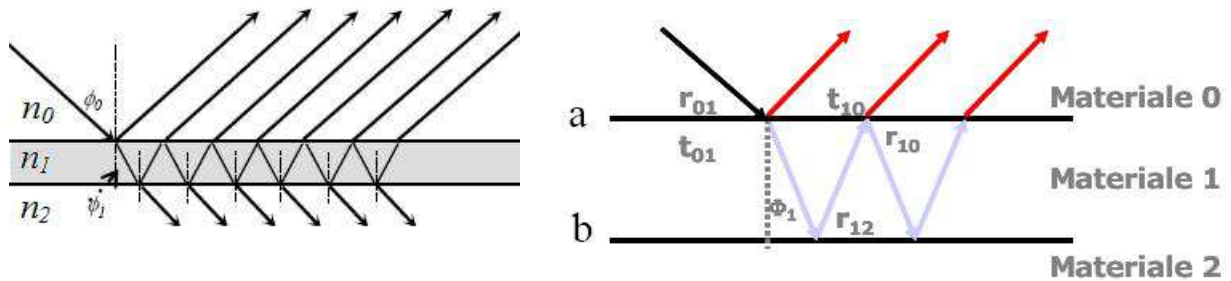


Figura A.1 Schema multilayer a tre elementi

Il ritardo di fase dell'onda dall'interfaccia (01) all'interfaccia (12) è:

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 d_1 \cos(\phi_1)$$

Il materiale<sub>1</sub> rappresenta lo strato sottile della lamina d'oro. La riflessione totale su questo strato è data dalla somma delle infinite riflessioni che avvengono tra l'interfaccia (12) e l'interfaccia (10):

$$r = r_{01} + t_{01}t_{10}r_{12}e^{-2j\theta} \sum_{i=0}^{\infty} [r_{10}r_{12}e^{-2j\theta}]^i$$

Questa è una serie geometrica convergente da cui risulta:

$$r = r_{01} + \frac{t_{01}t_{10}r_{12}e^{-2j\theta}}{1 - r_{10}r_{12}e^{-2j\theta}}$$

Considerando che  $r_{01} = -r_{10}$  e  $t_{01}t_{10} + (r_{01})^2 = 1$  la formula può essere riscritta nella forma:

$$r = \frac{r_{01} + r_{12}e^{-2j\theta}}{1 + r_{01} \cdot r_{12}e^{j2k_z d}}$$

Quest'ultima elevata al quadrato dà la riflettività della formula (3.10). [11]

Il modello a tre elementi è utile come approccio matematico per capire il fenomeno SPR, ma non rappresenta un buon modello teorico da sviluppare in un programma che simula la riflettività del sensore.

Bisogna prendere in considerazione l'ambiente in cui è immerso il sistema ed eventuali strati aggiuntivi sul deposito metallico (come il cromo o strati protettivi).

Nel metallo la radiazione incidente genera delle riflessioni interne multiple, come mostrato in Figura A.1. La radiazione, lungo il percorso, subisce un'attenuazione e a ogni contatto con un'interfaccia avviene una sfasatura.

La quantità della radiazione riflessa è composta non solo dal primo raggio riflesso, ma anche dalla somma degli infiniti contributi dovuti alle riflessioni nel metallo.

Nel caso del modello a tre elementi si ottiene una serie geometrica convergente, mentre per strutture più complesse è necessario sfruttare degli algoritmi numerici.

L'ingegnere Tirapelle ha sviluppato un programma ricorsivo che considera il percorso effettuato da un singolo raggio incidente. Una volta indicate le caratteristiche dell'onda incidente e gli indici di rifrazione dei mezzi considerati, vengono calcolati i coefficienti di riflessione ( $r$ ) e trasmissione ( $t$ ). Il procedimento viene ripetuto ricorsivamente a ogni diramazione del fascio. L'accuratezza del risultato dipende dal numero di passi per cui si intende seguire la riflessione ed è limitata dalla disponibilità di potenza di calcolo.

Considerando che gli strati introducono delle attenuazioni, dopo una decina di iterazioni l'andamento è sufficientemente aderente alla realtà. [1]

# Appendice B

## Codice Matlab, diffrazione da pinhole

Un pinhole genera una figura di diffrazione, la cui intensità luminosa in campo di Fraunhofer è descritta dall'equazione (3.8) e implementata attraverso il seguente codice in Matlab.

```
%----- “diffPinhole.m” -----%  
function y = diffPinhole(a, lambda, angolo)  
seno=sin(angolo);  
  
seno1=(seno)*((pi*a)/lambda);  
x1=besselj(1, seno1);  
  
x2=x1*2;  
x3=x2./(((pi*a)/lambda)*seno);  
y=x3.^2;
```

Il file “**diffPinhole.m**” richiede i parametri:  $a$ =diametro del pinhole;  $\lambda$ =lunghezza d'onda del fascio incidente e  $\theta$ =intervallo angolare per cui calcolare la funzione.

La figura di diffrazione che si ottiene dal passaggio del fascio attraverso il pinhole può essere simulata come se fosse osservata su uno schermo a distanza  $d$  dal pinhole e l'intensità luminosa in figura può essere espressa in funzione della distanza in (mm) dal centro della figura o in radianti. Di seguito è riportato un esempio di codice che utilizza “diffPinhole.m” per simulare varie figure di diffrazione.

```
%----- “andamentoDiff.m” -----%  
a = 200e-6;  
lambda = 632.8e-9;  
  
T = asin(1.22*(lambda / a)); %angolo a cui si trova il primo minimo  
d=1200; %distanza in (mm) alla quale si osserva la figura di diffrazione  
  
angolo2=(-T*3:0.0001:T*3);  
y=diffPinhole(a, lambda, angolo2); %diffrazione da pin-hole  
  
%profilo di intensità dato da un pin-hole  
figure(1)  
plot(angolo2, y, 'b'); %diffrazione da pin-hole  
xlabel('Radianti');  
ylabel('Intensità');
```

```

hold on;
legend('diff. da Pinhole');
axis([-0.01 0.01 0 1]);
hold off;

%simulazione della figura di diffrazione a varie distanze (d)
distanze = d*tan(angolo2);
[X Y] = meshgrid(angolo2, angolo2);
img = 25*diffAperturaCircolare(a, lambda, sqrt(X.^2 + Y.^2));

figure(2)
imshow(img);
figure(3)
imagesc(distanze, distanze, img);
axis([-4 4 -4 4]);
colormap(gray);

%profilo di intensità in funzione della distanza dal centro in millimetri,
invece che in radianti.
figure(4)
plot(distanze,y);
xlabel('mm');
ylabel('Intensità');

%andamento 3D della figura di intensità prodotta dal pinhole
figure(5)
[Xmm Ymm] = meshgrid(distanze, distanze);
mesh(Xmm, Ymm, img)

```

Per effettuare il confronto con lo Spot che si rivela attraverso il CCD all'ingresso della lente L4 c'è bisogno solo del primo disco di Airy, che si ottiene analizzando la figura di diffrazione nell'intervallo  $[-T;T]$ .

Di seguito è riportato il codice Matlab “**confrontoSpot.m**”, utilizzato nel paragrafo 3.5 per confrontare l'andamento teorico del primo disco di Airy con l'andamento reale dello spot rilevato ponendo il CCD all'ingresso della lente L4.

```

%----- “confrontoSpot.m” -----%

%prendo immagine spot prima della lente L4 per confronto con spot teorico:
Img=imread('Beam07.tif');
Dark= imread ('d07.tif');
SpotOK=double(Img-Dark);
figure(1)
colormap(gray);
imagesc(SpotOK);

%somma sulle colonne per trovare la colonna massima
sommam = sum(SpotOK, 2);
[x sommam_max] = max(sommam);
[x sommam_max_colonna] = max(SpotOK(sommam_max, :));

%somma sulle righe per trovare la riga massima
sommac = sum(SpotOK, 1);
[x sommac_max] = max(sommac);
[x sommac_max_riga] = max(SpotOK(:, sommac_max));

```



```

max_riga = int32(round((sommam_max + sommac_max_riga) / 2));
max_colonna = int32(round((sommam_max_colonna + sommac_max) / 2));

%conoscendo dimensione pixel e centro tengo uno spot di diametro 4 mm
dim_pixel = 10.6e-6;
raggio_pixel = int32(round(4e-3 / dim_pixel));
AnalisiSpot=SpotOK(max_riga-raggio_pixel-1:max_riga+raggio_pixel,
                  max_colonna-raggio_pixel:max_colonna+raggio_pixel+1);

%somma sulle colonne per trovare la colonna massima di AnalisiSpot
sommam = sum(AnalisiSpot, 2);
[x3 sommam_max] = max(sommam);
[x1 sommam_max_colonna] = max(AnalisiSpot(sommam_max, :));
%somma sulle righe per trovare la riga massima di AnalisiSpot
sommac = sum(AnalisiSpot, 1);
[x4 sommac_max] = max(sommac);
[x2 sommac_max_riga] = max(AnalisiSpot(:, sommac_max));
max_riga = int32(round((sommam_max + sommac_max_riga) / 2))
max_colonna = int32(round((sommam_max_colonna + sommac_max) / 2))
x1
x2

%normalizzo rispetto al massimo trovato tra x2 e x1
AnalisiSpot = min(AnalisiSpot / max([x1 x2]), 1);

a = 200e-6;
lambda = 632.8e-9;

T = asin(1.22*(lambda / a)); %angolo a cui si trova il primo minimo

valori_ = linspace(-T, T, size(AnalisiSpot,1));

[X Y] = meshgrid(valori_, valori_);
img_ = diffPinhole(a, lambda, sqrt(X.^2 + Y.^2));
centrale_ = int32(size(img_, 1)/2);

figure(1)
colormap(gray);
imagesc(img_);

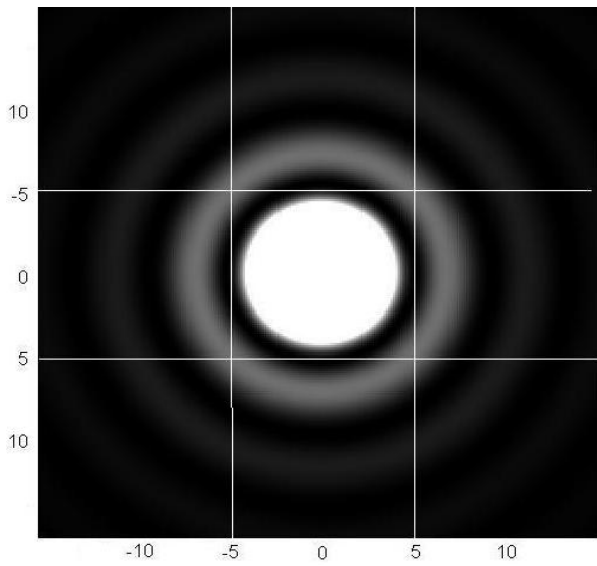
figure(2)
plot (AnalisiSpot(max_colonna,:));
hold on
plot (img_(centrale_, :), '-r');
hold off

figure(3)
plot (AnalisiSpot(max_colonna +60,:));
hold on
plot (img_(centrale_ +60, :), '-r');
hold off
%confronto a 2 millimetri dal centro dello spot
figure(4)
plot (AnalisiSpot(max_colonna -180,:));
hold on
plot (img_(centrale_ -180, :), '-r');
hold off

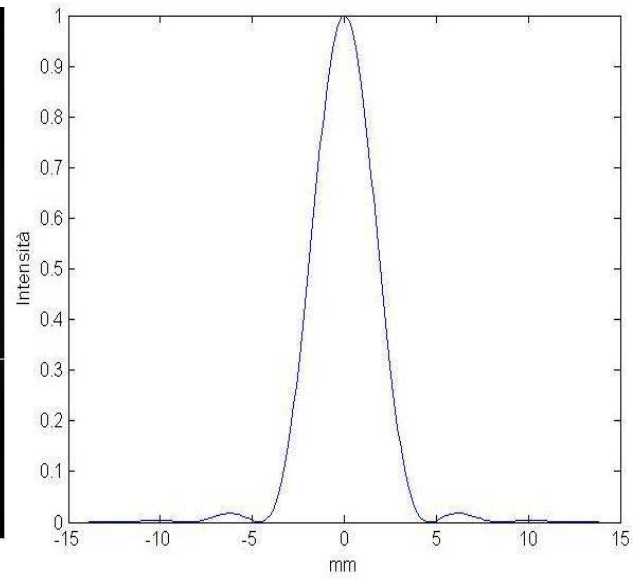
```

Di seguito sono riportate le figure ottenute con “andamentoDiff.m”.

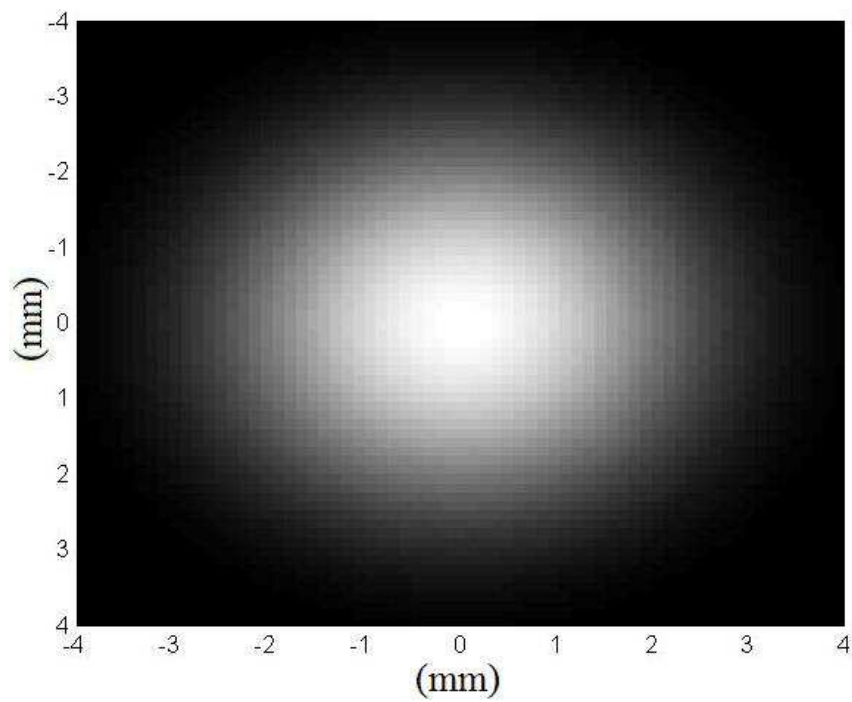
Figura(2) di “andamentoDiff.m”



Figura(4) di “andamentoDiff.m”



Figura(3) di “andamentoDiff.m”



# Appendice C

## Simulazione spot riflesso dal prisma

La dottoressa Silvia Tosatto ha esteso il programma realizzato in Matlab dall'ingegnere Benedetto Tirapelle, che calcola la riflettività di un sensore SPR in funzione dell'angolo di incidenza del fascio laser e della sua lunghezza d'onda, al caso di un sensore in configurazione statica. Questo è stato fatto simulando il comportamento della lente L4, che genera i vari angoli di incidenza dei raggi sul film metallico.

Il programma calcolava la riflettività considerando in ingresso un fascio monodimensionale di intensità unitaria.

Per poter calcolare la riflettività nel caso di uno spot incidente costituito dal primo disco di Airy, si è esteso il programma replicando la riflettività calcolata dal programma precedente lungo le righe di una matrice. Questo è stato fatto perché la lente L4 è una lente cilindrica che focalizza solo lungo la direzione orizzontale, lasciando inalterate le dimensioni verticali dello spot incidente.

La matrice contenente la riflettività deve avere le stesse dimensioni della matrice che simula lo spot incidente, in modo da poterla moltiplicare elemento per elemento con quest'ultima e ottenere una nuova matrice che simula l'andamento di intensità dello spot riflesso dal prisma su cui è depositato il film d'oro.

Di seguito è riportata solo una parte del programma per motivi di spazio.

Con il programma seguente è stato possibile simulare l'andamento, a varie distanze dal centro, dello spot riflesso. (Esempi delle figure che si possono ottenere sono riportati nel paragrafo 3.6).

```
%----- "simulazioneSPR" -----%
```

```
...
```

```
y=real(ref(1:a1,1).*Trasm(1:a1,1)); %Riflettività monodimensionale
```

```
    a_ = 200e-3;
```

```
    lambda_ = 632.8e-6;
```

```
    T_ = asin(1.22*(lambda / a)); %angolo a cui si trova il primo minimo
```

```
valori_ = linspace(-T_*1, T_*1, al);

[X_ Y_] = meshgrid(valori_, valori_);
img_ = sincquadro(a_, lambda_, sqrt(X_.^2 + Y_.^2));
centrale_ = int32(size(img_, 1)/2);

%yy_ è la riflettività estesa al caso bidimensionale
yy_ = repmat(y', [al, 1]);
y2 = yy_ .* diffPinhole(a_, lambda_, sqrt(X_.^2 + Y_.^2));

%ym è la riga della fugura SPR teorica che si andrà a rappresentare nel
grafico
ym = y2(centrale_,:);

SpotSPR=imread('spr07.tif');
Dark_ = imread ('d07.tif');
SpotOK=double(SpotSPR-Dark_);

%Ricerca del centro dell'immagine
...
centrale_CCD=rigamassima %la riga centrale dell'immagine presenterà
                        massima somma lungo le righe

%am_ è la riga dell'immagine acquisita con il CCD che verrà rappresentata
nel grafico
am_ = AnalisiSpot3(centrale_CCD,:);

...
```

# Riferimenti bibliografici

- [1] B. Tirapelle, *Studio di uno strumento basato sul principio della surface plasmon resonance per monitoraggio di cinetiche biomolecolari*. Tesi, Università degli studi di Padova (2005).
- [2] M. Darin, *Studio di un biosensore basato sulla surface plasmon resonance: Principi fisici e sviluppo di un sistema di prova*. Tesi, Università degli studi di Padova (2006).
- [3] L.F. Pedrotti, L.S. Pedrotti, *Introduction to Optics*. Prentice-Hall international editions (1993). Fresnel Equations: pag. 407-417.
- [4] Prof. A. Ferrari, *Plasmi collisionali*. Lezioni di fluidi e plasmi (A.A. 2009-2010), Università di Torino. <http://personalpages.to.infn.it/~ferrari/FPA/cap16.pdf>
- [5] A. Bianco, *Studio di un sistema di trasduzione ottica per sensori bio-affini*. Tesi, Università degli studi di Padova (2006).
- [6] A. Favero, *Sistema di trasduzione ottica basata sulla surface plasmon resonance*. Tesi, Università degli studi di Padova (2010).
- [7] J. Homola, *Springer Ser Chem Sens Biosens*. Springer Ser Chem Sens Biosens (2006) 4: 3–44. Pubblicata in rete: 5 July 2006.
- [8] N.J. Tao, S. Boussaad, W.L. Huang, R.A. Arechabaleta, J. D'Agnesse, *High resolution surface plasmon resonance spectroscopy*. Review of Scientific Instruments, Vol.70, N.12 (1999). Pag. 4656-4660.
- [9] SPR Configurations: <http://www.sprpages.nl/SprTheory/SprInstrument.htm>.  
Ultimo accesso: 27/10/2011.
- [10] S. Bonora, *Distributed actuators deformable mirror for adaptive optics*. Optics Communications 284 (2011) 3467–3473.
- [11] Prof.ssa M.G. Pelizzo, *Rivestimenti multilayer*.  
Lezioni di Ottica Applicata (A.A. 2009-2010). Università degli studi di Padova.