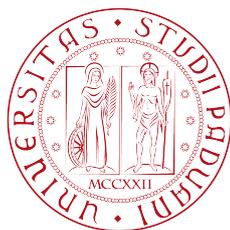


UNIVERSITÀ DEGLI
STUDI DI PADOVA



FACOLTÀ DI
INGEGNERIA

TESI DI LAUREA SPECIALISTICA

L'effetto dei parametri d'antenna sulla capacità dei canali MIMO

Applicazione allo standard IEEE 802.11n

LAUREANDO: *Brunetta Luca*

RELATORE: *Prof. Pupolin Silvano*

CORRELATORE: *Assalini Antonio*

Padova, 19 aprile 2010

Anno Accademico 2009-2010

DIPARTIMENTO DI
INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

DEPARTMENT OF
INFORMATION
ENGINEERING
UNIVERSITY OF PADOVA



INGEGNERIA DELLE
TELECOMUNICAZIONI

email: *luca.brunetta@gmail.com*

Sommario

Una delle più recenti tecniche per migliorare le prestazioni dei sistemi di telecomunicazioni wireless, in termini di capacità e di probabilità di errore è costituita dai sistemi *multiple-input multiple-output (MIMO)*. Questi dispositivi utilizzano trasmettitori e ricevitori equipaggiati con più antenne (array di antenne) potendo così sfruttare la dimensione spaziale dei canali radio multipath. Le caratteristiche degli array di antenne e i modelli di canale che descrivono gli scenari (ambienti) in cui un dispositivo opera sono i due aspetti che più influiscono sulle prestazioni dei sistemi MIMO.

Con particolare riferimento allo standard IEEE 802.11n e ai suoi modelli di canale questa tesi analizza l'effetto di un array di dipoli e di uno di antenne Yagi a basso profilo sulla capacità dei canali MIMO. Per fare questo viene studiato il coefficiente di correlazione spaziale, il quale è funzione dei diagrammi di radiazione delle antenne e della distribuzione statistica spaziale e temporale dei segnali. Con i coefficienti di correlazione viene poi calcolata la capacità di canale che i due array permettono di ottenere in diversi scenari.

Con il metodo di studio utilizzato si può analizzare il reale effetto delle antenne sulla capacità di canale, mentre i risultati della capacità dimostrano le potenzialità dell'array di Yagi.

Ringraziamenti

Alla fine di questa di tesi, ma anche della mia esperienza universitaria, voglio ringraziare coloro che, in un modo o nell'altro, mi hanno accompagnato, aiutato, spinto, trainato e/o sopportato.

Ringrazio il professor Pupolin Silvano e Assalini Antonio prima di tutto per avermi dato la possibilità di studiare l'argomento di questa tesi e di collaborare ad un progetto di ricerca con persone molto preparate e capaci. Li ringrazio inoltre per la disponibilità e l'attenzione che mi hanno dedicato, non meno per la loro pazienza.

Il gruppo di *antennari*, formato dal prof. Capobianco Antonio, Pigozzo Filippo e Sacchetto Francesco, quest'ultimo in particolare per la sua chiarezza, il suo entusiasmo e la sua motivazione nel lavoro, qualità che spero di avere, almeno un po', appreso.

Ci sono poi tre studenti, tra tutti quelli che ho conosciuto in questi *molti* anni di università, che non posso non nominare. Nicola, Luca e Nicola. Nicola (Zambon) in questo ultimo anno di tesi, oltre ad aver collaborato con me e avermi aiutato molto, è stato di ottima, tranquilla compagnia. Luca (Chioato) per lo studio e il non studio. Nicola (Cendron) che sicuramente ha contribuito a farmi arrivare alla laurea triennale.

Un sincero grazie alla mia famiglia, perché *un albero el sta su soeo se el gà e raise bone*. Grazie papà Ugo, mamma Valeria e *sorella* Romina.

Voglio ringraziare anche alcune associazioni, più o meno ufficiali. L'Azione

Cattolica, il CdSA, l'OCP e il GOS. Qualcuna perché mi fa crescere, qualcuna perché mi fa sognare.

E poi tutti i miei amici, conosciuti nei posti più vicini e più lontani, che vedo poco o che vedo molto, che mi sopportano anche se parlo troppo, che mi hanno fatto compagnia in treno, che mi fanno entrare in casa loro come fosse casa mia.

Infine il ringraziamento a una persona *speciale* che, pur non conoscendo il contenuto di questa tesi, mi è stata di grande aiuto. Grazie a chi rende ogni giorno più bello, a chi fa splendere sempre il sole, a Elisabetta.

INDICE

Sommario	iii
Ringraziamenti	v
Introduzione	xi
1 Principi base delle antenne	1
1.1 Introduzione	1
1.2 Il sistema di riferimento	3
1.3 L'irradiazione	11
1.4 Il campo elettrico e l'altezza efficace	14
1.5 La polarizzazione	17
1.6 La densità di radiazione	18
1.7 La direttività	20
1.8 Il diagramma di radiazione	21
1.8.1 Pattern di array di antenne	22
1.9 L'area efficace	23
1.10 La formula di Friis	24

2	Il coefficiente di correlazione spaziale	27
2.1	Introduzione	27
2.2	Definizioni e ipotesi	30
2.3	Coeff. di correlazione: calcolo generico	34
2.3.1	Calcolo	35
2.3.2	Normalizzazione	36
2.4	Coeff. di correlazione: calcolo semplificato	38
2.4.1	Il power angular spectrum (PAS)	38
2.4.2	La cross-polar discrimination (XPD)	41
2.4.3	Semplificazione	42
2.5	Coeff. di correlazione azimutale	45
3	Lo standard IEEE 802.11n	47
3.1	Caratteristiche principali	48
3.2	I modelli di canale	50
3.3	Calcolo della capacità di canale	54
4	Analisi di array	57
4.1	Introduzione	57
4.2	Array ideali e reali: il mutual coupling	58
4.2.1	Lo standard IEEE 802.11n: array di antenne isotrope	59
4.3	ULA di 3 dipoli	59
4.3.1	Caso ideale	60
4.3.2	Caso reale	63
4.3.3	Matrici di correlazione	64
4.4	Array di 3 Yagi settoriali	67
4.4.1	Struttura fisica	67
4.4.2	Caso ideale	71
4.4.3	Caso reale	75
4.4.4	Matrici di correlazione	76
4.5	Prestazioni	77

5	Realizzazione dell'array di Yagi	89
5.1	Descrizione e caratterizzazione dell'array	89
6	Conclusioni	95
	Appendici	99
A	Nozioni di base	99
A.1	Notazioni	99
A.2	Prodotti con vettori	101
A.3	Aspettazione e parametri statistici	101
A.4	Stazionarietà ed ergodicità	103
A.5	Il software CST microwave studio	103
	Bibliografia	105

Introduzione

Negli ultimi anni i sistemi *multiple-input multiple-output (MIMO)* sono diventati tra gli argomenti più studiati nel campo delle telecomunicazioni wireless e la mole di fonti presenti in letteratura ne è la prova. Questo interesse non è affatto ingiustificato: è dimostrato che i sistemi MIMO permettono di incrementare, in certi casi moltiplicare, la capacità dei canali radio negli ambienti *rich-multipath*, rispetto ai sistemi a singola antenna [1].

La potenzialità MIMO incontra, o forse sarebbe meglio dire che è la conseguenza, la continua richiesta di dispositivi per le telecomunicazioni sempre più veloci della società. Con i “grandi” computer portatili o con i piccoli telefoni cellulari è ormai un gesto quotidiano volersi collegare a internet, scambiare dati, vedere filmati in streaming, fare chiamate in videoconferenza, giocare in rete. Ecco allora che gli ultimi standard come LTE, IEEE 802.16e (WiMAX) e IEEE 802.11n implementano la tecnologia MIMO.

I sistemi wireless MIMO sono costituiti da array di più antenne al trasmettitore e al ricevitore, in cui ogni elemento (antenna) lavora in modo autonomo dagli altri, ma non in modo indipendente. Così facendo, tali sistemi, riescono a sfruttare anche la dimensione spaziale dei canali radio multipath oltre alle classiche dimensioni tempo e frequenza. La dimensione spaziale è l’aspetto chiave delle potenzialità della tecnologia MIMO.

Il passaggio dai sistemi *single-input single-output (SISO)* ai MIMO può sembrare ovvio e facile ma non è così. Utilizzare più trasmettitori (e ricevitori)

implica una gestione più complessa e più elettronica necessaria con aumenti di spazio (a livello circuitale) e costi. Inoltre utilizzare più antenne tra loro vicine è un'operazione da fare con le dovute attenzioni.

C'è poi un altro aspetto che entra in gioco con la dimensione spaziale: l'ambiente in cui il dispositivo MIMO opera.

Un segnale multipath, letteralmente formato da molti cammini, può essere pensato come molti raggi che escono dal trasmettitore ed entrano nel ricevitore, ognuno dei quali segue la propria strada. Utilizzando, per esempio, 2 antenne può succedere che una veda raggi che l'altra non vede. Questa breve descrizione ci fa capire che un'altra cosa di cui tener conto nei sistemi MIMO è il modo in cui il segnale si propaga nello spazio; bisogna conoscere il *modello di canale*.

Se la codifica e il *signal processing* (l'elaborazione del segnale) sono elementi essenziali per il corretto funzionamento dei sistemi MIMO allora le caratteristiche delle antenne e il modello di canale sono i due parametri che più influenzano la capacità e la probabilità d'errore. La Figura 1 rappresenta un sistema MIMO evidenziando i due elementi, propagazione e array di antenne, importanti allo scopo di ottenere buone prestazioni. Risalta, inoltre, la particolare forma del diagramma di radiazione, una delle proprietà d'antenna che ha più impatto sulle prestazioni dei sistemi MIMO.

Secondo molte ricerche e analisi, una rappresentazione precisa del modello di canale può evidenziare differenze significative (sia in negativo che in positivo) della capacità di un canale MIMO rispetto a un modello più superficiale ([1]). Allo stesso modo antenne opportunamente progettate possono migliorare considerevolmente le prestazioni di sistema; per tale motivo è fondamentale tener conto delle proprietà d'antenna: il diagramma di radiazione, la polarizzazione, la dimensione e il tipo di array, il mutual coupling e l'adattamento antenna-linea di trasmissione.

Dalla conoscenza delle caratteristiche delle antenne (degli array) e del canale bisogna fare un altro passo avanti. Questi due aspetti devono, infatti, essere messi in relazione tra loro, solo così si potrà sapere come un particolare sistema MIMO risponde a uno specifico ambiente (*scenario*).

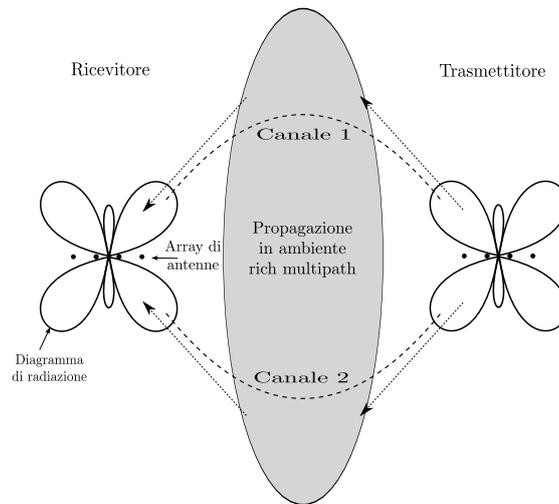


Figura 1: Esempio di sistema MIMO rappresentato dai suoi elementi fondamentali: la propagazione in ambiente rich-multipath e trasmettitore e ricevitore formati da array di antenne.

Nel 1987 Vaughan e Andersen pubblicano su IEEE Transaction on Vehicular Technology l'articolo *Antenna Diversity in Mobile Communications* [8] nel quale descrivono dettagliatamente come l'antenna e lo scenario incidono sul sistema MIMO. L'analisi si basa sul coefficiente di correlazione spaziale tra i segnali ricevuti da 2 antenne dell'array che i due autori dimostrano essere funzione del diagramma di radiazione dell'antenna e della descrizione statistica del segnale.

Da queste basi ha inizio questa tesi. Per quanto riguarda il modello di canale utilizziamo quello fornito dallo standard IEEE 802.11n. Come antenne utilizziamo array veri e propri simulati e progettati in laboratorio.

L'IEEE 802.11n è lo standard approvato a settembre 2009 per i dispositivi Wi-Fi che punta a migliorare le prestazioni dei precedenti IEEE 802.11b e 11g implementando la tecnologia MIMO. Da una parte i tempi di pubblicazione dello standard, dall'altra l'interesse per le potenzialità annunciate, già a inizio 2009 molte case produttrici avevano messo in commercio dispositivi con una versione provvisoria di questo standard la "Draft n".

L'aspetto tecnico interessante per questa tesi è che questo standard mette a

disposizione modelli di canale che descrivono scenari indoor di vario genere, da piccoli a grandi, attraverso i quali si può studiare le prestazioni di trasmettitori e ricevitori MIMO nei diversi ambienti.

Per lo studio delle antenne, tema su cui è incentrata la tesi, utilizziamo un approccio sperimentale.

In letteratura spesso si trovano studi che si basano su descrizioni analitiche delle antenne o che le analizzano da un punto di vista molto ideale. Nella realtà si ha, però, che utilizzare array di antenne implica la formazione dell'*effetto mutual coupling* il quale modifica il comportamento di ogni singola antenna in base alla loro separazione, alla posizione, all'allineamento. Per studiare il reale comportamento utilizziamo delle simulazioni fatte con un software di campi elettromagnetici in grado di tenere in considerazione anche l'effetto mutual coupling.

Nella tesi prendiamo in esame solo due tipi di array: un ULA di 3 dipoli e un array di 3 antenne Yagi direttive. L'array di dipoli è di uso comune e viene spesso utilizzato anche in letteratura. Lo stesso standard IEEE 802.11n utilizza array di antenne che coincidono con dipoli ideali. Per questo motivo utilizzeremo l'ULA di 3 dipoli come caso di riferimento. L'array di Yagi è, invece, un array progettato in laboratorio allo scopo di miniaturizzare le dimensioni del ricevitore senza avere una diminuzione della capacità del sistema.

Il metodo di studio delle prestazioni degli array utilizzato nella tesi si applica ad array utilizzati come ricevitori e utilizza i canali dello standard IEEE 802.11n. Nonostante in questa tesi siano stati analizzati solo due array di antenne il metodo può essere applicato anche ad altri tipi di array di 3 antenne e può essere esteso ad array di altre dimensioni senza particolari difficoltà.

I risultati che riportiamo permettono di confrontare l'effetto dell'ULA di 3 dipoli e dell'array di Yagi nei diversi scenari dello standard IEEE 802.11n, potendo così indicare quale preferire in una determinata situazione. Dall'analisi si ha inoltre la conferma che l'array di Yagi permette una notevole miniaturizzazione del ricevitore rendendolo un'interessante soluzione per i dispositivi MIMO di piccole dimensioni.

Struttura della tesi

Il **Capitolo 1** dà i fondamenti necessari per capire il funzionamento delle antenne. Partendo dai tipi di antenne e dall'irradiazione dell'onda elettromagnetica (EM) arriviamo al diagramma di radiazione e ai principali parametri come la direttività e l'area efficace che descrivono un'antenna.

Affrontiamo nel **Capitolo 2** un argomento di particolare importanza per il calcolo delle prestazioni dei canali MIMO: la correlazione dei segnali ricevuti da un array di antenne. Attraverso il calcolo analitico viene dimostrato che il coefficiente di correlazione è funzione del modello di canale e del diagramma di radiazione degli elementi dell'array e viene fornita l'espressione utilizzata per calcolare la capacità di canale.

Lo standard IEEE 802.11n è presentato nel **Capitolo 3**. Facciamo una breve descrizione delle caratteristiche principali dello standard, lasciando più spazio alla spiegazione del modello di canale. Infine riportiamo la teoria matematica necessaria per il calcolo della capacità di un canale radio.

Utilizzando quanto visto nei primi capitoli, nel **Capitolo 4** analizziamo nel dettaglio l'ULA di 3 dipoli e l'array di 3 Yagi. Nella prima parte del capitolo descriviamo la struttura e i diagrammi di radiazione, mentre nella seconda vediamo le prestazioni che i due ricevitori offrono in diverse situazioni di utilizzo.

Infine dedichiamo il **Capitolo 5** alla descrizione della realizzazione dell'antenna Yagi implementata in laboratorio

Principali simboli utilizzati

- r : coordinata radiale;
- θ : coordinata polare;
- ϕ : coordinata azimutale;
- \hat{r} , $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$: versori del sistema di riferimento sferico;
- \mathbf{J}^s : matrice Jacobiana per coordinate sferiche;

- \mathbf{E}_{Tx} : campo elettrico irradiato;
- \mathbf{E}_{inc} : campo elettrico incidente/ricevuto;
- \mathbf{h} : altezza efficace/diagramma di radiazione/pattern/far-field;
- V_o : tensione a circuito aperto misurata ai morsetti dell'antenna ricevente;
- p_e : polarization efficiency;
- \mathbf{P} : vettore di Poynting;
- \mathbf{P}^{far} : densità di radiazione;
- W_{irr} : potenza irradiata;
- $W_{\text{irr}}^{\text{far}}$: potenza irradiata in campo lontano;
- D : direttività;
- A_e : area efficace;
- \mathbf{y} : vettore dei segnali ricevuti;
- \mathbf{s} : vettore dei segnali trasmessi;
- \mathbf{H}_l : matrice di canale al tappo l -esimo;
- C : capacità di canale;
- \mathbf{R} : matrice di correlazione del canale;
- \mathbf{R}_{Tx} : matrice di correlazione al trasmettitore;
- \mathbf{R}_{Rx} : matrice di correlazione al ricevitore;
- ρ_{ij}^{Tx} : coefficiente di correlazione al trasmettitore;
- ρ_{ij}^{Rx} : coefficiente di correlazione al ricevitore;
- ρ_{ij}^{azim} : coefficiente di correlazione azimutale;

- Γ^E : matrice di polarizzazione del campo elettrico;
- Γ_{ij}^h : matrice di polarizzazione del diagramma di radiazione;
- \mathcal{P} : power angular spectrum;
- \mathcal{X} : cross-polar discrimination.

Lista degli acronimi

- AoA: *angle of arrival*;
- AoD: *angle of departure*;
- CC: coefficiente di correlazione;
- CR: centro di riferimento;
- CST: *computer simulation technology*;
- DEI: *department of information engineering* (università di Padova);
- EM: elettromagnetico;
- FF: *flat fading*;
- FS: *frequency selective*;
- IEEE: *institute of electrical and electronic engineers*;
- MIMO: *multiple-input multiple-output*;
- MC: *mutual coupling*;
- PAS: *power angular spectrum*;
- SISO: *single-input single-output*;
- SNR: *signal to noise ratio*;
- ULA: *uniform linear array*;

- WLAN: *wireless local area network*;
- WSS: *wide-sense stationary*;
- XPD: *cross polar discrimination*.

CAPITOLO 1

Principi base delle antenne

In questo capitolo diamo una descrizione generale dell'elemento circuitale antenna.

Iniziamo con descrivere il sistema di riferimento a coordinate sferiche, utile sia in questo capitolo che nel seguito della tesi. Diamo poi una spiegazione basilare del fenomeno dell'irradiazione e introduciamo i vettori campo elettrico, altezza efficace e il vettore di Poynting. Un argomento di particolare importanza è il diagramma di radiazione di una singola antenna e l'effetto che subisce quando si ha un array di antenne. Presentiamo anche la polarizzazione, la direttività, l'area efficace e la formula di Friis, parametri che descrivono ulteriormente un'antenna.

1.1 Introduzione

Secondo l'*IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas* ([2]) un'antenna è un mezzo in grado di trasmettere o ricevere delle onde radio. Essa è principalmente metallica ma può essere costituita anche da dielettrico (materiale capace di mantenere un campo elettrico) e assume diverse forme che ne definiscono il tipo: filiforme, ad apertura, a microstriscia detta anche patch, ad

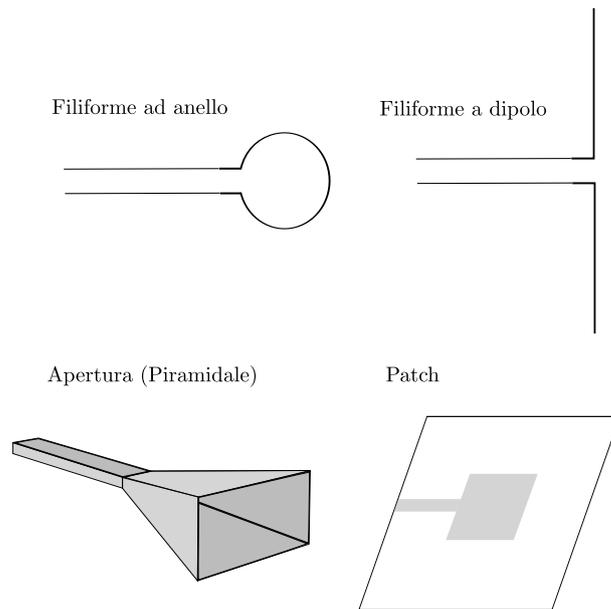


Figura 1.1: Esempi di alcuni tipi di antenne definiti dalla forma.

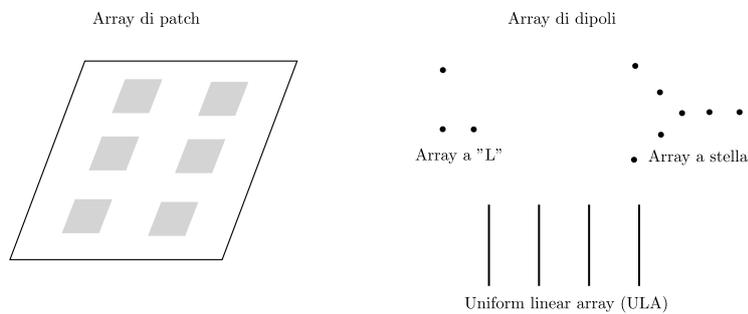


Figura 1.2: Array formati da patch e da dipoli.

array (vedi Figura 1.1). Questo ultimo tipo l'array di antenne, mostrato dalla Figura 1.2, è quello che più ci interessa visto che i sistemi MIMO utilizzano non una ma più antenne al trasmettitore e al ricevitore.

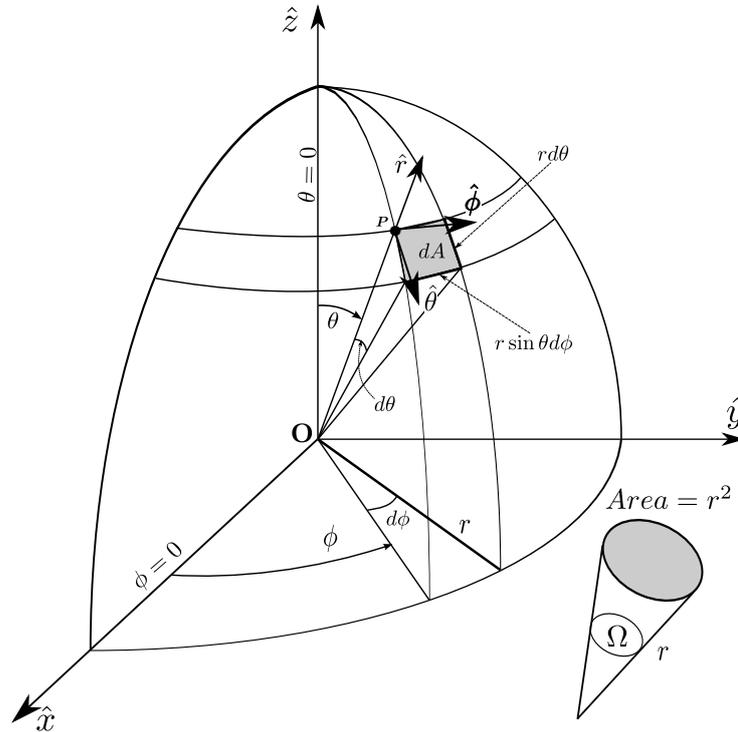


Figura 1.3: Sistema di riferimento a coordinate polari (r, θ, ϕ) e angolo solido di misura pari a 1 sr .

1.2 Il sistema di riferimento

Nello studio delle antenne e dei campi elettromagnetici (EM) è conveniente utilizzare un sistema di riferimento a coordinate *sferiche* (*polari* se ci limitiamo al piano) [3, Sezione 2.4], rappresentato in Figura 1.3. In questa sezione presentiamo questo sistema di riferimento e lo mettiamo in relazione alle comuni coordinate cartesiane. Poichè nella tesi utilizzeremo anche funzioni vettoriali definite nello spazio (campo elettrico, diagramma di radiazione, ecc.) i punti su cui ci soffermeremo sono:

- la rappresentazione di un punto nello spazio;
- la rappresentazione di una funzione vettoriale definita nello spazio.

Rappresentazione di un punto nello spazio

Consideriamo il punto \mathbf{P} in Figura 1.3. Utilizzando le coordinate cartesiane esso può essere descritto da¹

$$\mathbf{P}^c = x_0 \hat{\mathbf{x}} + y_0 \hat{\mathbf{y}} + z_0 \hat{\mathbf{z}}, \quad (1.1)$$

dove x_0, y_0, z_0 sono le tre componenti cartesiane e $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ e $\hat{\mathbf{z}}$ i tre versori che indicano la base cartesiana ortonormale.

Se vogliamo utilizzare il sistema di riferimento sferico anziché quello cartesiano, dobbiamo convertire le coordinate utilizzando le seguenti relazioni

$$\begin{aligned} r_0 &= \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}, \\ \theta_0 &= \arccos \left(\frac{z_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}} \right), \\ \phi_0 &= \arctan \left(\frac{y_0}{x_0} \right), \end{aligned} \quad (1.2)$$

dalle quali si ottengono

- r_0 coordinata *radiale* misurata in metri [m];
- θ_0 coordinata *zenitale* o *polare* misurata in radianti [rad] (o gradi [°]) e definita in $[0, \pi]$;
- ϕ_0 coordinata *azimutale* misurata in radianti [rad] (o gradi [°]) e definita in $[0, 2\pi]$.

In questo modo il punto \mathbf{P} può essere scritto come

$$\mathbf{P}^s = r_0 \hat{\mathbf{r}} + \theta_0 \hat{\boldsymbol{\theta}} + \phi_0 \hat{\boldsymbol{\phi}}. \quad (1.3)$$

con $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ i tre versori del sistema di riferimento sferico.

¹In questa sezione utilizziamo l'apice C per indicare coordinate cartesiane e l'apice S per quelle sferiche.

Se, viceversa, volessimo passare da coordinate sferiche a cartesiane dovremmo utilizzare

$$\begin{aligned}x_0 &= r_0 \sin \theta_0 \cos \phi_0, \\y_0 &= r_0 \sin \theta_0 \sin \phi_0, \\z_0 &= r_0 \cos \theta_0.\end{aligned}\tag{1.4}$$

Rappresentazione di una funzione vettoriale definita nello spazio

Consideriamo di voler descrivere il comportamento di una grandezza vettoriale di tre componenti funzione della posizione nello spazio, cioè

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{I}^3,\tag{1.5}$$

con \mathbb{I} che per ora può essere considerato un dominio qualsiasi.

Utilizzando le coordinate cartesiane scriveremo le funzioni vettoriali nella seguente forma

$$\mathbf{f}^c(\cdot) = f_x(\cdot) \hat{\mathbf{x}} + f_y(\cdot) \hat{\mathbf{y}} + f_z(\cdot) \hat{\mathbf{z}},\tag{1.6}$$

dove $f_x(\cdot)$, $f_y(\cdot)$ e $f_z(\cdot)$ sono ancora le tre componenti relative alle tre dimensioni, ciascuna delle quali è però ora una funzione (scalare), diversamente da quanto succede nella (1.1) per il punto.

Se consideriamo la funzione in un punto fissato dello spazio (prendiamo il punto \mathbf{P}^c), scriveremo

$$\begin{aligned}\mathbf{f}^c(\mathbf{P}^c) &= f_x(\mathbf{P}^c) \hat{\mathbf{x}} + f_y(\mathbf{P}^c) \hat{\mathbf{y}} + f_z(\mathbf{P}^c) \hat{\mathbf{z}}, \\&= f_x(x_0, y_0, z_0) \hat{\mathbf{x}} + f_y(x_0, y_0, z_0) \hat{\mathbf{y}} + f_z(x_0, y_0, z_0) \hat{\mathbf{z}}.\end{aligned}\tag{1.7}$$

La notazione della grandezza vettoriale in coordinate sferiche funzione del punto espresso anch'esso in coordinate sferiche risulterà

$$\begin{aligned}\mathbf{f}^s(\mathbf{P}^s) &= f_r(\mathbf{P}^s) \hat{\mathbf{r}} + f_\theta(\mathbf{P}^s) \hat{\boldsymbol{\theta}} + f_\phi(\mathbf{P}^s) \hat{\boldsymbol{\phi}}, \\&= f_r(r_0, \theta_0, \phi_0) \hat{\mathbf{r}} + f_\theta(r_0, \theta_0, \phi_0) \hat{\boldsymbol{\theta}} + f_\phi(r_0, \theta_0, \phi_0) \hat{\boldsymbol{\phi}}.\end{aligned}\tag{1.8}$$

La trasformazione che porta dalla (1.7) alla (1.8) si basa sempre sulle (1.2), (1.4) ma va fatta in due passaggi distinti e indipendenti l'uno dall'altro:

1. cambio delle coordinate che descrivono il punto: da \mathbf{P}^c ottengo \mathbf{P}^s ;
2. cambio del sistema di riferimento su cui sono definite le tre componenti della funzione

$$[f_x(\mathbf{P}^s), f_y(\mathbf{P}^s), f_z(\mathbf{P}^s)] \Rightarrow [f_r(\mathbf{P}^s), f_\theta(\mathbf{P}^s), f_\phi(\mathbf{P}^s)] . \quad (1.9)$$

Si osservi che nella (1.9) l'argomento \mathbf{P}^s rimane lo stesso infatti il cambio di sistema di riferimento riguarda solo le componenti della funzione.

Le (1.2) per risolvere la (1.9) si riscrivono

$$\begin{aligned} f_r(\mathbf{P}^s) &= \sqrt{f_x^2(\mathbf{P}^s) + f_y^2(\mathbf{P}^s) + f_z^2(\mathbf{P}^s)}, \\ f_\theta(\mathbf{P}^s) &= \arccos \left(\frac{f_z(\mathbf{P}^s)}{\sqrt{f_x^2(\mathbf{P}^s) + f_y^2(\mathbf{P}^s) + f_z^2(\mathbf{P}^s)}} \right), \\ f_\phi(\mathbf{P}^s) &= \arctan \left(\frac{f_y(\mathbf{P}^s)}{f_x(\mathbf{P}^s)} \right), \end{aligned} \quad (1.10)$$

Le notazioni e le relazioni introdotte finora si riveleranno importanti quando dovremo riferirci alle specifiche componenti dei campi. Come abbiamo detto in seguito utilizzeremo quasi esclusivamente le coordinate sferiche (o quelle polari) perché risultano più comode e più usate nello studio dei campi EM. Diversamente da quanto fatto finora studieremo funzioni in punti qualsiasi dello spazio pertanto toglieremo il pedice 0 dalle equazioni. Per descrivere una funzione vettoriale definita nello spazio in coordinate sferiche utilizzeremo la notazione seguente

$$\mathbf{f}(r, \theta, \phi) = f_r(r, \theta, \phi) \hat{\mathbf{r}} + f_\theta(r, \theta, \phi) \hat{\boldsymbol{\theta}} + f_\phi(r, \theta, \phi) \hat{\boldsymbol{\phi}}. \quad (1.11)$$

Cambio di variabili: la matrice Jacobiana

Finora abbiamo introdotto le notazioni per descrivere punti e funzioni vettoriali in due sistemi di coordinate differenti e le espressioni necessarie per passare da un sistema all'altro. Presentiamo ora uno elemento matematico necessario quando il cambio di sistema di riferimento, e quindi di variabili, deve essere fatto su elementi infinitesimi, per esempio quando è coinvolto un integrale. Visti i

nostri scopi continuiamo a considerare le coordinate cartesiane e quelle sferiche ma lo studio potrebbe essere fatto in un qualsiasi altro caso e per un numero di variabili diverso da 3.

Date le relazioni tra le variabili

$$\begin{aligned}x &= f_1(r, \theta, \phi), \\y &= f_2(r, \theta, \phi), \\z &= f_3(r, \theta, \phi),\end{aligned}\tag{1.12}$$

si dice *Jacobiana* la matrice definita come

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \phi} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \phi} \\ \frac{\partial z}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \phi} \end{bmatrix}.\tag{1.13}$$

Se al posto delle (1.12) mettiamo le (1.4) allora possiamo ricavare la matrice Jacobiana necessaria quando stiamo facendo il passaggio da coordinate cartesiane a sferiche

$$\mathbf{J}^s = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & r \cos \theta \cos \phi & -r \sin \theta \sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & r \cos \theta \sin \phi & r \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \end{bmatrix}.\tag{1.14}$$

Nel calcolo specifico di integrali ciò che interessa è il determinante della matrice Jacobiana. Per le coordinate sferiche esso risulta

$$\text{Det}(\mathbf{J}^s) = r^2 \sin \theta.\tag{1.15}$$

Nel seguito del capitolo vedremo un'applicazione di questa matrice.

Il piano azimutale

Dopo aver visto il sistema di riferimento sferico e la rappresentazione di punti e funzioni nello spazio ci soffermiamo sul caso particolare rappresentato da un piano. Più precisamente studiamo il piano *azimutale* definito come quel luogo geometrico per il quale $\theta = \pi/2$ (o per cui $z = 0$).

In questa situazione un punto può essere indicato in coordinate cartesiane come ²

$$\mathbf{p}^c = x_0 \hat{\mathbf{x}} + y_0 \hat{\mathbf{y}}, \quad (1.16)$$

nella quale scompare la terza componente proprio perché è nulla. Se utilizziamo le coordinate polari dobbiamo imporre $\theta_0 = \pi/2$ perciò si ottiene

$$\mathbf{p}^s = r_0 \hat{\mathbf{r}} + \frac{\pi}{2} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \phi_0 \hat{\boldsymbol{\phi}}, \quad (1.17)$$

equazione che riscriviamo lasciando sottintesa la componente azimutale

$$\mathbf{p}^s = r_0 \hat{\mathbf{r}} + \phi_0 \hat{\boldsymbol{\phi}}. \quad (1.18)$$

Dopo aver visto la rappresentazione nel piano di un punto in coordinate cartesiane e polari facciamo lo stesso per le funzioni. Ora il dominio delle tre componenti è il piano perciò si ha

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{I}^3. \quad (1.19)$$

Utilizzando il sistema di riferimento cartesiano scriveremo

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^c(\mathbf{p}^c) &= f_x(\mathbf{p}^c) \hat{\mathbf{x}} + f_y(\mathbf{p}^c) \hat{\mathbf{y}} + f_z(\mathbf{p}^c) \hat{\mathbf{z}}, \\ &= f_x(x_0, y_0) \hat{\mathbf{x}} + f_y(x_0, y_0) \hat{\mathbf{y}} + f_z(x_0, y_0) \hat{\mathbf{z}}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

In modo simile per il sistema polare

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^s(\mathbf{p}^s) &= f_r(\mathbf{p}^s) \hat{\mathbf{r}} + f_\theta(\mathbf{p}^s) \hat{\boldsymbol{\theta}} + f_\phi(\mathbf{p}^s) \hat{\boldsymbol{\phi}}, \\ &= f_r(r_0, \frac{\pi}{2}, \phi_0) \hat{\mathbf{r}} + f_\theta(r_0, \frac{\pi}{2}, \phi_0) \hat{\boldsymbol{\theta}} + f_\phi(r_0, \frac{\pi}{2}, \phi_0) \hat{\boldsymbol{\phi}}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Nella (1.21) abbiamo inserito \mathbf{p}^s come definito dalla (1.17), ora la riscriviamo senza indicare $\theta_0 = \pi/2$, cioè utilizzando la (1.18) e togliendo il pedice 0

$$\mathbf{f}^s(r, \phi) = f_r(r, \phi) \hat{\mathbf{r}} + f_\theta(r, \phi) \hat{\boldsymbol{\theta}} + f_\phi(r, \phi) \hat{\boldsymbol{\phi}}. \quad (1.22)$$

²Utilizziamo la notazione minuscola \mathbf{p} per distinguere il punto nel piano da quello nello spazio in maiuscolo \mathbf{P} .

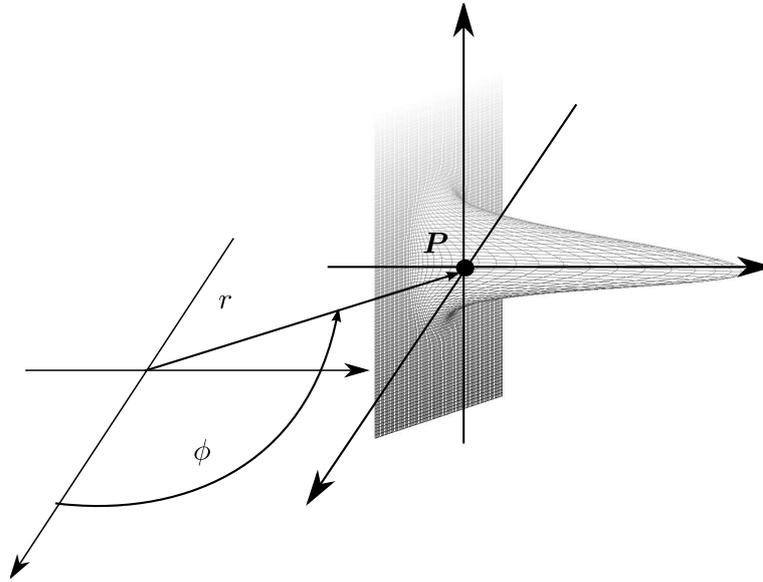


Figura 1.4: Rappresentazione di una funzione vettoriale a 3 componenti con dominio il piano azimutale.

Questa notazione potrebbe far pensare che \mathbf{f}^s sia indipendente dalla variabile θ ma non lo è affatto. In seguito continueremo a non indicare θ quando sarà chiaro che il dominio in uso sarà il piano azimutale.

Per concludere confrontiamo la (1.22) con la (1.11). Osserviamo che se il dominio diventa definito solo dalle due variabili r e ϕ questo non implica che la funzione vettoriale $\mathbf{f}^s(r, \phi)$ perda una sua componente. La Figura 1.4 mostra proprio questo fatto: il punto \mathbf{p}^s è rappresentato solo da due coordinate ma la funzione vettoriale $\mathbf{f}^s(r, \phi)$ continua a essere formata dalle 3 componenti $f_r(r, \phi)$, $f_\theta(r, \phi)$ e $f_\phi(r, \phi)$.

Direzioni e angolo solido

Oltre a quanto abbiamo già visto descriviamo altre due grandezze definite in coordinate polari che utilizzeremo nel seguito del testo. La prima è la *direzione*, che indicheremo con la coppia di coordinate angolari

$$\text{Direzione} = (\theta_d, \phi_d), \quad (1.23)$$

Tabella 1.1: Principali parametri utilizzati nei sistemi di riferimento a coordinate sferiche.

Parametro	Dominio	Descrizione	Unità di misura
$(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi})$		componenti sferiche	
θ	$[0, \pi]$	coor. polare o zenitale	[rad]
ϕ	$[0, 2\pi]$	coor. azimutale	[rad]
r		coor. radiale	[m]
(θ_d, ϕ_d)		direzione	
$dA = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$		area di superficie sferica	[m ²]
$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$	$[0, 4\pi]$	angolo solido (infinitesimo)	[sr]

per esempio per indicare che un segnale arriva al ricevitore con angolazione (θ_d, ϕ_d) , considerando il ricevitore come centro del sistema di riferimento. Con la (1.23) indicheremo anche i piani. Il piano orizzontale o *azimutale* composto da tutti i punti dello spazio per i quali $\theta = \pi/2$ e quindi

$$\text{Piano azimutale} = (\pi/2, \phi), \quad \text{con } \phi \in [0, 2\pi]. \quad (1.24)$$

Quello verticale o *zenitale* è invece definito come

$$\text{Piano zenitale} = (\theta, \phi_c), \quad \text{con } \theta \in [0, \pi], \phi_c = \text{costante}. \quad (1.25)$$

La seconda grandezza è l'*angolo solido* Ω cioè quell'angolo sotteso non da un arco ma da una superficie, misurato in *steradiani* [sr] e mostrato in Figura 1.3. Il valore di uno steradiano è uguale a quello di un angolo solido sotteso da una superficie di area pari al quadrato del raggio.

Raccogliamo in Tabella 1.1 i principali parametri del sistema di riferimento a coordinate sferiche presentati in questa sezione.

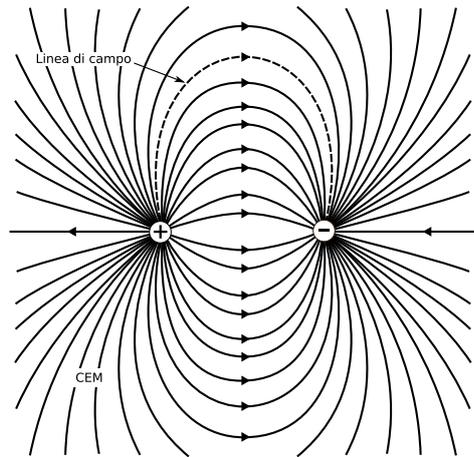


Figura 1.5: Campo EM generato da due cariche elettriche di segno opposto e linee di campo che lo rappresentano.

1.3 L'irradiamento

L'irradiamento è l'effetto attraverso il quale un'antenna trasforma un campo EM guidato da una linea di trasmissione (cavo o guida d'onda) in un'onda EM che si propaga nello spazio libero chiamata *radiazione*.

Per capire come avviene l'irradiamento è fondamentale ricordare che il campo EM è l'effetto creato da una o più cariche elettriche nello spazio in cui si trovano. La Figura 1.5 mostra il campo generato da due cariche elettriche di segno opposto e le *linee di campo* che ne indicano la direzione (frecce) e l'intensità (proporzionale alla densità di linee).

Quello delle due cariche è, però, un campo EM “fermo”, che non si allontana dalla zona in cui si trovano le cariche. Per creare radiazione, cioè per far propagare il campo EM, quello che bisogna fare è muovere le cariche in modo opportuno.

La relazione fondamentale dell'elettromagnetismo afferma che per generare radiazione è necessario avere una corrente tempo-variante o un'accelerazione della carica,

$$l \frac{di(t)}{dt} = l q_l a_z = Q a_z, \quad (1.26)$$

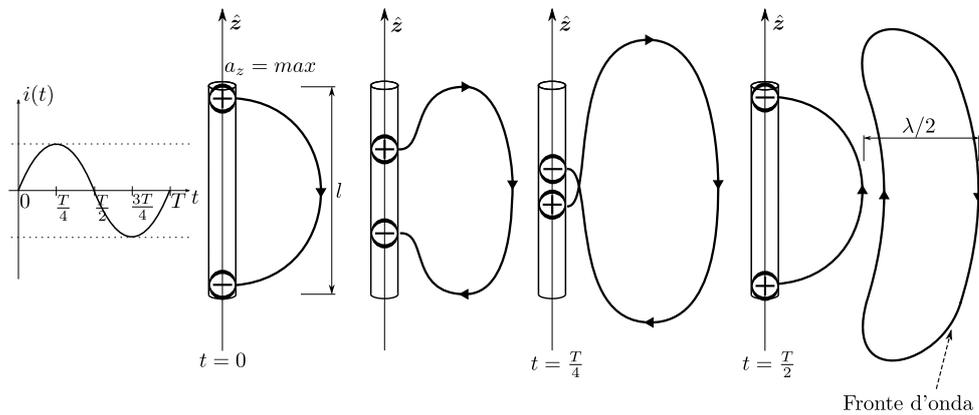


Figura 1.6: Irradiazione del campo EM da un'antenna filiforme a dipolo.

dove l è la lunghezza del filo conduttore disposto nella direzione z (vedi Figura 1.6), $i(t)$ la corrente impressa, q_l la densità di carica elettrica per unità di lunghezza (per esempio la carica $+$), $Q = lq_l$ la carica totale nel conduttore e a_z l'accelerazione della carica.

La Figura 1.6 porta l'esempio del campo irradiato da due cariche $+$ e $-$ sollecitate dalla corrente elettrica tempo-variante i (una sinusoidale di periodo T) che si muovono all'interno di un dipolo. La Figura mostra per semplicità una sola delle linee del campo. Lo spostamento delle due cariche modifica la linea del campo EM e in particolare a $t = T/4$ le due cariche arrivano a metà dipolo, la linea si incrocia e si ha che l'onda si "stacca" dal dipolo: si forma l'onda EM (mostrata nettamente distinta a $t = T/2$). L'effetto continua per il resto del periodo di tempo con l'onda che si ripete ma con linee di campo dirette in senso opposto.

Il dipolo dell'esempio è un tipo di antenna molto usato in teoria perché è spesso una buona approssimazione di antenne più complesse, inoltre nonostante la sua semplice struttura, è presente anche in molte realizzazioni pratiche nelle sue forme a dipolo corto o a mezza lunghezza d'onda. Anche nel nostro studio faremo uso di array di dipoli.

Finora abbiamo descritto l'onda nello *spazio vicino* all'antenna, però, per i nostri scopi e nella maggior parte delle volte che si utilizzano antenne, quello

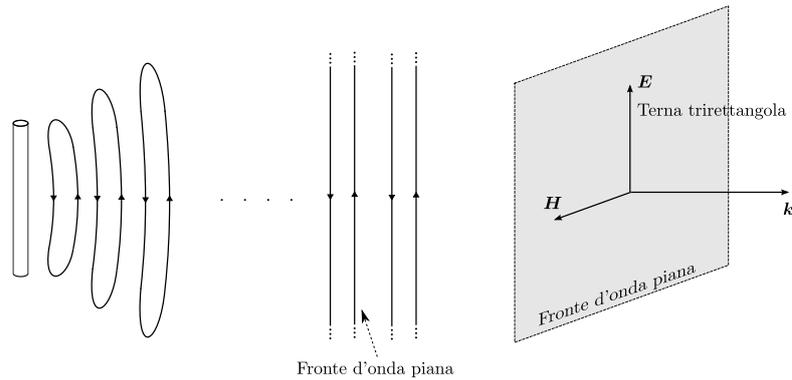


Figura 1.7: Onda piana e terna trirettangola dei vettori $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$, $\mathbf{H}(r, \theta, \phi)$ e $\mathbf{k}(r, \theta, \phi)$.

che interessa è la natura dell'onda EM in *campo lontano* (*far-field*) o *zona di Fraunhofer*. Si definisce campo lontano l'insieme dei punti dello spazio che verificano tutte le seguenti condizioni

$$\begin{aligned} r &\gg \lambda, \\ r &\gg D, \\ r &\gg \frac{D^2}{\lambda} \quad \text{con } \lambda = \frac{c}{f_0}, \end{aligned} \tag{1.27}$$

dove r è la distanza del punto di osservazione dalla sorgente (che coincide con il raggio), D la dimensione dell'antenna (o meglio il diametro della più piccola sfera che contiene l'antenna), λ la lunghezza d'onda se f_0 è la frequenza alla quale lavora il sistema.

In campo lontano lo studio dell'elettromagnetismo è semplificato dalla natura dell'onda. Se nelle vicinanze della sorgente l'onda è simile a una sfera, all'aumentare della distanza il raggio di questa sfera cresce fino a diventare infinito e quindi l'onda è approssimabile a un piano (*onda piana*) come mostra la Figura 1.7. Caratteristica particolare dell'onda piana è che i 3 vettori che la definiscono: *campo elettrico* $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$, *campo magnetico* $\mathbf{H}(r, \theta, \phi)$ e *direzione di propagazione* $\mathbf{k}(r, \theta, \phi)$ formano una terna *trirettangola* cioè sono tutti tra loro ortogonali. Inoltre viene meno la componente radiale del campo EM, quindi per

il vettore campo elettrico,³ definito formalmente nella Sezione 1.4, invece di

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) = E_r(r, \theta, \phi)\hat{\mathbf{r}} + E_\theta(r, \theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\theta}} + E_\phi(r, \theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad [\text{V/m}] \quad (1.28)$$

si scriverà

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) = E_\theta(r, \theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\theta}} + E_\phi(r, \theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad [\text{V/m}] \quad (1.29)$$

proprio per il fatto che quando valgono le (1.27) l'onda è piana.

Nel seguito del testo considereremo sempre di trovarci in campo lontano.

1.4 Il campo elettrico e l'altezza efficace

Per descrivere il campo elettrico irradiato/trasmesso da un'antenna in campo lontano $\mathbf{E}_{\text{Tx}}(r, \theta, \phi)$ si utilizza una grandezza che descrive l'antenna: la *lunghezza* o *altezza efficace* $\mathbf{h}(\theta, \phi)$. L'altezza efficace non è definita da un'espressione analitica predefinita ma dipende da come è fatta l'antenna. Il dipolo ha $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ data dalla (1.31) mentre antenne più complesse, come ad esempio la patch, hanno espressioni che si calcolano per via numerica. In ogni caso, comunque, possiamo definire l'altezza efficace usando (1.32) e dire che essa descrive il funzionamento dell'antenna nel senso che lega la corrente ai morsetti I_0 (segnale da trasmettere) al campo EM trasmesso in campo lontano $\mathbf{E}_{\text{Tx}}(r, \theta, \phi)$. Esprimiamo l'altezza efficace come una funzione vettoriale

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = h_\theta(\theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\theta}} + h_\phi(\theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad [\text{m}] \quad (1.30)$$

dove $h_\theta(\theta, \phi)$ e $h_\phi(\theta, \phi)$ sono le componenti polare e azimutale rispettivamente, che sono funzioni complesse di θ e ϕ o, come si diceva nella Sezione 1.2, della direzione.⁴

³Lo stesso vale per il vettore campo magnetico.

⁴Si può immaginare l'antenna come un punto e di posizionarsi sopra, il comportamento dell'antenna che vediamo in una determinata direzione (θ_0, ϕ_0) è pari a $\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0)$.

L'altezza efficace del dipolo corto è [4, esempio 2.12])

$$\mathbf{h}_{\text{dip}}(\theta, \phi) = \frac{L}{2} \sin(\theta) \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad [\text{m}], \quad (1.31)$$

per antenne più complesse e per array di antenne invece l'espressione di $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ può diventare molto complessa e allora si ricorre al calcolo numerico attraverso simulatori di campi EM come CST (www.cst.com).

Un'ultima osservazione da fare sulla funzione $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ è che non appare la dipendenza dal tempo t . La variabile t non è presente perchè si suppone che il comportamento dell'antenna sia sempre lo stesso nel tempo. Esistono casi in cui questo non è vero e si ha quindi a che fare con antenne adattabili (*adaptive antenna*).

Come già detto all'inizio di questa sezione l'altezza efficace $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ serve per calcolare il campo trasmesso in zona di Fraunhofer $\mathbf{E}_{\text{Tx}}(r, \theta, \phi)$, l'espressione che lega le due grandezze è

$$\mathbf{E}_{\text{Tx}}(r, \theta, \phi) = f(r) \mathbf{h}(\theta, \phi) \quad [\text{V/m}], \quad (1.32)$$

con

$$f(r) = j \frac{\eta}{2\lambda} \frac{e^{-\sigma r}}{r} I_0, \quad (1.33)$$

dove:

- $\eta = 120\pi$ è l'*impedenza del vuoto* in Ohm $[\Omega]$;
- $\sigma = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ m^{-1} è la *costante di propagazione* per un mezzo privo di perdite, chiamata anche *numero d'onda*;
- $\omega = 2\pi f$ è la *pulsazione* in radianti $[\text{rad}]$;
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m é la *costante di permeabilità* del vuoto;⁵
- $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ F/m é la *costante di permittività* del vuoto;

⁵La permeabilità e la permittività descrivono la predisposizione di un materiale a magnetizzarsi e a propagare un campo elettrico rispettivamente; nel caso del vuoto le due quantità sono costanti ma per certi materiali ciò non è vero.

- r è il raggio/distanza dalla sorgente in metri [m];
- I_0 è la corrente impressa ai morsetti dell'antenna in Ampere [A].

La (1.32) dice, quindi, che il campo irradiato “ha la stessa forma” dell'altezza efficace cioè è diretto nelle stesse direzioni di $\mathbf{h}(\theta, \phi)$, mentre la sua intensità, la sua ampiezza, dipende solo dal fattore $f(r)$. L'intensità è fondamentale nello studio della potenza del campo trasmesso o ricevuto (vedi Sezione 1.6).

Per quanto riguarda la relazione tra il campo elettrico e l'altezza efficace espressa dalla (1.32) è da notare che $\mathbf{E}_{\text{Tx}}(r, \theta, \phi)$ e $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ sono proporzionali e questo fa sì che in seguito, in certi casi, si potrà usare indipendentemente l'una o l'altra grandezza.

Con l'altezza efficace si studia il funzionamento anche dell'antenna in ricezione. Infatti nello studio delle antenne vale il *teorema di reciprocità* secondo cui scambiando tra loro antenna in trasmissione con quella in ricezione il risultato non cambia. Grazie a questo teorema l'altezza efficace rappresenta l'antenna in trasmissione dove vale la (1.32), ma anche in ricezione dove si ha [4, (2.93)]

$$V_o = \mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi) \cdot \mathbf{h}(\theta, \phi) \quad [\text{V}] \quad (1.34)$$

dove:

- V_o è la tensione a circuito aperto misurata ai morsetti dell'antenna ricevente;
- $\mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi)$ è il campo EM che incide sul ricevitore;
- $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ è sempre l'altezza efficace già usata nella (1.32);
- (\cdot) indica il prodotto scalare (vedi Appendice A).

In seguito esamineremo situazioni in cui il campo incidente potrà giungere al ricevitore da diverse direzioni dello spazio a causa di riflessioni prodotte da oggetti, perciò riscriviamo la (1.34) integrandola su una superficie sferica di

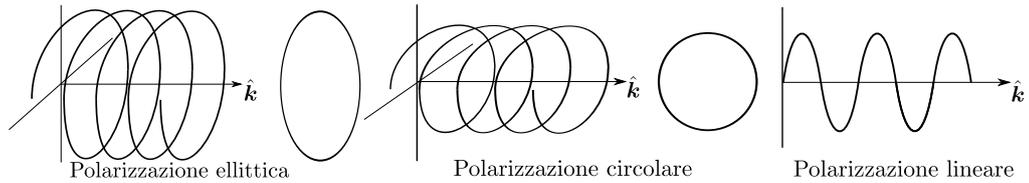


Figura 1.8: Tipi di polarizzazione.

raggio unitario centrata nell'origine $S_1(0, 0, 0)$ in modo da considerare tutte le possibili direzioni di provenienza [6, (4.63)]

$$V_o = \int_{S_1(0,0,0)} \mathbf{E}_{\text{Rx}}(x, y, z) \cdot \mathbf{h}(x, y, z) dx dy dz \quad (1.35)$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_r \mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi) \cdot \mathbf{h}(\theta, \phi) |\det(\mathbf{J}^s)| dr d\theta d\phi \quad (1.36)$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_r \mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi) \cdot \mathbf{h}(\theta, \phi) r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad [\text{V}] \quad (1.37)$$

dove \mathbf{J}^s è la matrice Jacobiana definita in (1.14). Rispetto alla [6, (4.63)], abbiamo preferito scrivere la (1.37) con le coordinate polari anziché con l'angolo solido.

1.5 La polarizzazione

Consideriamo l'onda piana che trasporta il campo EM di Figura 1.7 con i tre vettori $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$, $\mathbf{H}(r, \theta, \phi)$ e $\mathbf{k}(r, \theta, \phi)$. Si definisce *polarizzazione dell'onda* la proprietà che descrive le direzioni in cui è orientato il vettore $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$ durante un periodo di tempo T .

In generale la polarizzazione ha forma ellittica, cioè $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$ propagandosi disegna un'ellisse, ma questa può anche collapsare nelle forme lineare o circolare (Figura 1.8). Si hanno così le polarizzazioni *ellittica*, *circolare* e *lineare*. È importante definire anche il senso di rotazione del vettore campo elettrico e per farlo si deve guardare l'onda da “dietro”, cioè che si allontana dal punto di osservazione, vedi Figura 1.9. Si dice *senso orario* se la polarizzazione segue la regola della mano destra, *antiorario* se segue la regola della mano sinistra [7].

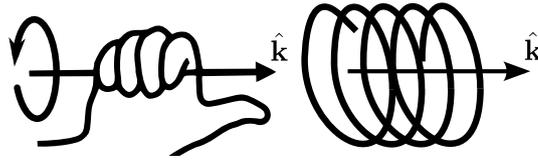


Figura 1.9: Senso orario della polarizzazione ellittica descritto attraverso la regola della mano destra.

Oltre alla polarizzazione dell'onda va definita anche la *polarizzazione dell'antenna*, uguale a quella dell'onda che l'antenna in questione irradia.

La polarizzazione può essere l'elemento determinante nella comunicazione tra due sistemi anche molto semplici. Affinché un'antenna possa ricevere un campo EM trasmesso è necessario che tra la sua polarizzazione e quella dell'onda ci sia accoppiamento. La grandezza che descrive quanto bene antenna e onda sono accoppiate si chiama *polarization efficiency* e si definisce

$$p_e = \frac{|\mathbf{h}(\theta, \phi) \cdot \mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi)|^2}{|\mathbf{h}(\theta, \phi)|^2 |\mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi)|^2}, \quad 0 \leq p_e \leq 1. \quad (1.38)$$

Nella (1.38) $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ descrive l'antenna ricevente e quindi la polarizzazione dell'antenna, mentre $\mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi)$ il campo che incide sul ricevitore e quindi la polarizzazione dell'onda. La situazione ottima si ha quando $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ e $\mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi)$ sono “allineati” e perciò risulta $p_e = 1$. Contrariamente se $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ e $\mathbf{E}_{\text{Rx}}(r, \theta, \phi)$ sono ortogonali $p_e = 0$ e qualsiasi sia l'intensità del campo incidente l'antenna non riuscirà a riceverlo, in questa situazione si può dire che l'antenna è “cieca” alla polarizzazione del campo.

1.6 La densità di radiazione

Nei paragrafi precedenti abbiamo ricavato l'espressione del segnale (tensione) ricevuto. Più volte però abbiamo trascurato l'intensità del campo incidente concentrando l'attenzione sul suo valore normalizzato rispetto al valore massimo. Le nostre semplificazioni sono corrette ma è importante anche poter quantificare l'energia e la potenza associate al campo EM.

La grandezza usata per descrivere la potenza associata a un'onda EM che trasporta un segnale si chiama *vettore densità di potenza media* o *vettore di Poynting medio nel tempo* [4, Sezione 2.3]

$$\mathbf{P}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E}(r, \theta, \phi) \times \mathbf{H}^*(r, \theta, \phi)] \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.39)$$

dove

- $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$ è il campo elettrico;
- $\mathbf{H}(r, \theta, \phi)$ è il campo magnetico;
- (\times) indica il prodotto vettore (vedi Appendice A).

\mathbf{P} è inteso come media temporale perché si assume che il campo EM non sia sempre costante nel tempo, come nel caso di un segnale radio che trasporta informazione. In campo lontano si ha una semplificazione perché l'energia assume quasi esclusivamente valori reali e si ha quella che viene detta *densità di radiazione* [3, pag. 15]

$$\mathbf{P}^{\text{far}}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2\eta} |\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|^2 \hat{\mathbf{r}} \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.40)$$

dove il versore $\hat{\mathbf{r}}$ indica che la potenza si allontana dalla sorgente in direzione radiale.

Integrando $\mathbf{P}(r, \theta, \phi)$ su una superficie S si calcola la *potenza irradiata* attraverso S

$$W_{\text{irr}} = \int_S \mathbf{P}(r, \theta, \phi) \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \quad (1.41)$$

con $\hat{\mathbf{n}}$ versore normale alla superficie e dA area infinitesimale. In campo lontano la (1.41) diventa *potenza irradiata in campo lontano* ⁶

$$W_{\text{irr}}^{\text{far}} = \frac{1}{2\eta} \int_S |\mathbf{E}(r, \theta, \phi)|^2 \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \quad [\text{W}]. \quad (1.42)$$

⁶Come già detto noi lavoreremo sempre in campo lontano per cui ometteremo l'apice *far*.

1.7 La direttività

Uno dei parametri d'antenna che più la caratterizza è la *direttività* ovvero la capacità dell'antenna di concentrare il campo irradiato in una determinata direzione. Lo stesso vale anche in ricezione dove per direttività si intende quanto l'antenna sia sensibile a ricevere un campo in una certa direzione.

La direttività è indicata con $D(\theta, \phi)$ (adimensionale) ed è appunto funzione della direzione (θ, ϕ) considerata. In seguito utilizzeremo anche le notazioni D_o per la direttività di un'antenna isotropa e D_M per indicare il valore massimo della direttività a volte detto *guadagno di direttività* o semplicemente *guadagno*.

L'*antenna isotropa* è il riferimento fondamentale con cui confrontare la direttività di tutte le altre antenne. La sua struttura è un punto, pertanto si utilizza solo in teoria, e ha la proprietà di non avere una direzione preferenziale di irradiazione cioè trasmette la stessa densità di radiazione in tutte le direzioni.

Si definisce direttività di un antenna A: il rapporto tra la potenza totale che dovrebbe irradiare un'antenna isotropa e la potenza totale che irradia l'antenna A, affinché entrambe trasmettano lo stesso campo EM in uno stesso punto dello spazio. In forma analitica esprimiamo la direttività come

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi r^2 \mathbf{P}(\theta, \phi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{P}(\theta, \phi) r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi} \quad (1.43)$$

$$= \frac{4\pi |\mathbf{E}(\theta, \phi)|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\mathbf{E}(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi} \quad (1.44)$$

$$= \frac{4\pi f^2(r) |\mathbf{h}(\theta, \phi)|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi f^2(r) |\mathbf{h}(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi} \quad (1.45)$$

$$= \frac{4\pi |\mathbf{h}(\theta, \phi)|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\mathbf{h}(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi} \quad (1.46)$$

dove abbiamo usato prima la (1.40) e poi la (1.32) e dove $4\pi r^2$ è la superficie di una sfera su cui irradia l'antenna isotropa. Dai passaggi appena fatti per calcolare la (1.46) è importante fissare 2 cose: la prima è che il valore della direttività di un'antenna isotropa è

$$D_o = 1 \quad (1.47)$$

costante per qualsiasi direzione; la seconda è che la direttività è proporzionale al modulo quadro del campo elettrico.

1.8 Il diagramma di radiazione

Dopo aver definito il campo elettrico $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$, l'altezza efficace $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ e la direttività $D(\theta, \phi)$ descriviamo lo strumento che serve per rappresentarli graficamente: il *diagramma di radiazione* chiamato anche *pattern* o *far-field* dell'antenna.⁷

Il nome far-field, più degli altri, sottolinea la proprietà del diagramma di rappresentare la misura in campo lontano delle grandezze, cioè quando vale l'approssimazione a onda piana del campo irradiato.

Si osservi che il pattern non è un nuovo parametro delle antenne ma solo il grafico, per esempio quello in Figura 1.10 è il pattern del parametro direttività di un'antenna.

Ci soffermiamo ora a precisare come in letteratura venga utilizzato il termine pattern o diagramma di radiazione per evitare equivoci. Dicendo pattern intendiamo una rappresentazione grafica, molto spesso però, si trova scritto: “il pattern \mathbf{h} ”, “il diagramma di radiazione \mathbf{h} ”, ecc. (confronta [8]). Queste espressioni non sono corrette ma non portano a fraintendimenti se si pensa che il pattern, inteso come grafico, dipende direttamente da $\mathbf{E}(r, \theta, \phi)$, $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ e $D(\theta, \phi)$. È come usare il termine “funzione” per definire sia l'espressione analitica che il grafico della funzione. Per congruenza con quanto avviene in letteratura nei prossimi capitoli chiameremo anche noi \mathbf{h} pattern, diagramma di radiazione o far-field ben sapendo che ci stiamo riferendo non solo al grafico ma proprio all'altezza efficace.

⁷Quando parleremo di array di antenne indicheremo il diagramma di radiazione di una singola antenna che compone l'array con il termine *element pattern*.

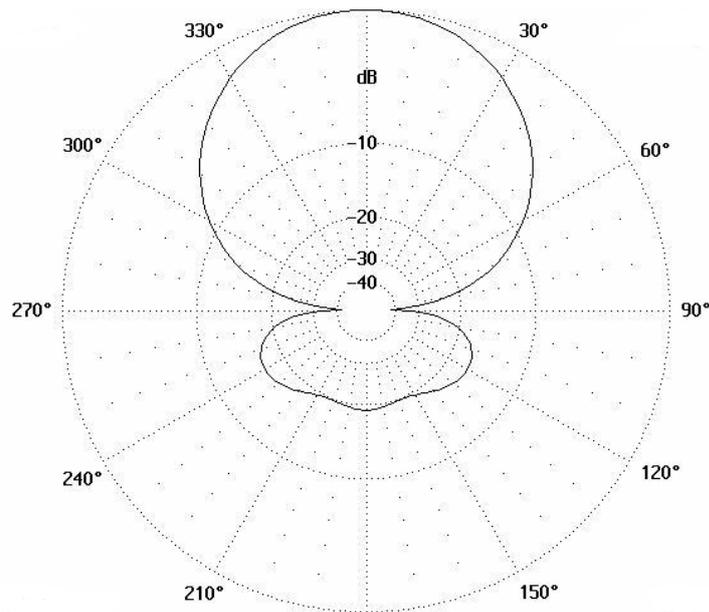


Figura 1.10: Diagramma di radiazione della direttività di un'antenna.

1.8.1 Pattern di array di antenne

Il diagramma di radiazione appena presentato si riferisce ad un'antenna immersa nello spazio libero, in cui non sono presenti altre antenne. In un array, invece, le antenne lavorano vicine e si ha l'effetto *mutual coupling* cioè di accoppiamento dei campi EM generati dagli elementi dell'array. In questa situazione l'element pattern non è più quello dell'elemento isolato ma cambia per la presenza degli elementi vicini. Inoltre se un array è costituito da N elementi tutti uguali, gli N element pattern non saranno tutti uguali ma cambieranno in base alla disposizione e alla distanza d tra le antenne. La Figura 4.4 porta l'esempio dell'effetto mutual coupling sull'element pattern di 3 dipoli che formano un'array lineare, array studiato nel dettaglio nel Capitolo 4. Si osserva che all'aumentare della distanza di separazione d i diagrammi di radiazione cambiano e tendono a diventare tutti e tre uguali, diventando tre cerchi (pattern di un dipolo isolato) se d diventasse infinita.

Le conseguenze del mutual coupling sono sia positive che negative. Esso, infatti, permette di controllare l'array pattern riuscendo così a specificare in

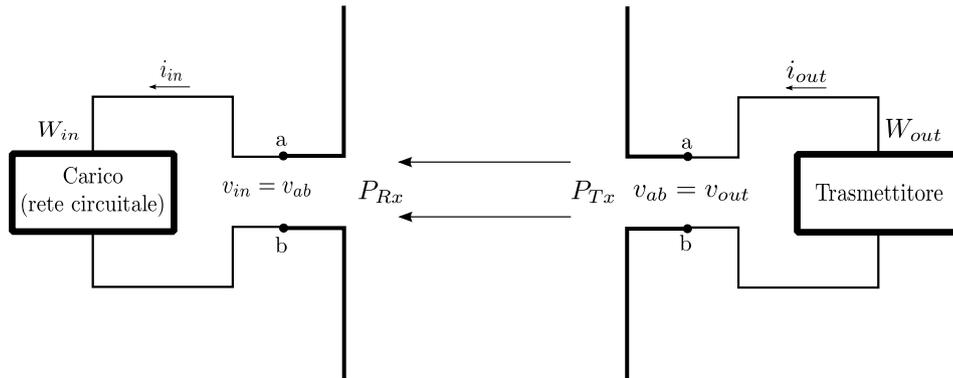


Figura 1.11: Potenza dell'onda incidente e potenza in ingresso.

quali direzioni trasmettere, o ricevere, con maggiore intensità. D'altro canto, però, l'aumento del mutual coupling può portare ad una maggiore correlazione tra i segnali ricevuti da ogni singolo elemento dell'array [1] e questo può causare un peggioramento delle prestazioni dei sistemi MIMO.

1.9 L'area efficace

L'*area efficace* A_e è il parametro che descrive la capacità di un'antenna di “catturare” la densità di potenza dell'onda piana incidente e di trasformarla in potenza effettivamente disponibile al carico (ai morsetti dell'antenna) [4, Sezione 2.15]. Se indichiamo con W la potenza e con P la densità di potenza, l'area efficace può essere espressa in forma analitica come

$$A_e = \frac{W_{in}}{P_{Rx}} \quad [\text{m}^2] \quad (1.48)$$

dove (vedi Figura 1.11):

- W_{in} è la potenza che effettivamente viene fornita al carico;
- P_{Rx} è la densità di potenza dell'onda EM che incide sull'antenna [W/m^2].

Si dimostra [4, Sezione 2.16] che per qualsiasi antenna senza perdite e in condizioni di ricezione ottime l'area efficace e il valore massimo della direttività

sono sempre legate dalla relazione

$$A_e^{ott} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_M. \quad (1.49)$$

Se si considerano delle situazioni non ottimali che esistono nelle applicazioni reali l'espressione del legame area efficace-direttività è

$$A_e^r = e_{cd} (1 - |\Gamma|^2) \frac{\lambda^2}{4\pi} D_M p_e \quad (1.50)$$

in cui appaiono i parametri delle perdite:

- $0 \leq e_{cd} \leq 1$ è il *radiation efficiency* e indica le perdite nel conduttore e nel dielettrico;
- $(1 - |\Gamma|^2)$ descrive l'adattamento linea di trasmissione-antenna (ottimo se $|\Gamma| = 0$);⁸
- p_e è la polarization efficiency definita nella (1.38).

1.10 La formula di Friis

Facendo riferimento alla Figura 1.11 mettiamo ora in relazione le potenze che entrano in gioco in una trasmissione radio: W_{out} e W_{in} . Per fare questo introduciamo la *formula di Friis* [3, Sezione 3.12], [4, Sezione 2.17]

$$W_{in} = W_{out} D_{M_{Tx}} D_{M_{Rx}} \left(\frac{\lambda}{4\pi L} \right)^2 \quad [\text{W}], \quad (1.51)$$

la quale mette in relazione la potenza che il trasmettitore manda all'antenna (W_{out}) con la potenza che l'antenna ricevente fornisce al carico (W_{in}). Tale formula è valida se si considera un collegamento in vista (*line of sight (LOS)*) lungo L (m) e due antenne che lavorano in condizioni ottime (allineamento, polarizzazione, adattamento,...). Il termine $\lambda^2/(4\pi L)^2$ è l'*attenuazione da spazio libero*,

⁸Il parametro Γ si chiama *coefficiente di riflessione* [5, Sezione 2.3] e descrive la potenza che l'antenna "riflette" verso la linea di trasmissione in rapporto a quella che le viene fornita (potenza fornita al carico).

mentre $D_{M_{Tx}}$ e $D_{M_{Rx}}$ sono i guadagni rispettivamente dell'antenna trasmittente e ricevente.

In Figura 1.11 abbiamo indicato anche le densità di potenza associate alle antenne: P_{Tx} e P_{Rx} . Per quanto riguarda la densità di potenza in ricezione, essa è stata già descritta nella Sezione 1.9 quando abbiamo introdotto l'area efficace. La densità di potenza in trasmissione può essere vista allo stesso modo di quella in ricezione se si utilizza il teorema di reciprocità, cioè

$$P_{Tx} = \frac{W_{out}}{A_{eTx}} \quad [\text{W/m}^2]. \quad (1.52)$$

Invertendo la (1.52) si ricava l'area efficace in trasmissione A_{eTx} .

Questa sezione e alcune quelle precedenti sono incentrate sulle potenze dei segnali coinvolti in una trasmissione radio. In questa tesi tale aspetto non verrà preso in considerazione perché ci concentriamo sulla correlazione tra i segnali e, come già detto, utilizzeremo valori normalizzati.

CAPITOLO 2

Il coefficiente di correlazione spaziale

2.1 Introduzione

La Figura 2.1 rappresenta un sistema radio MIMO costituito da un array con N_T antenne al trasmettitore e uno con N_R antenne al ricevitore. Tale sistema viene descritto analiticamente dalla funzione di trasferimento (filtro causale) [9]

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \mathbf{s}(t - \tau_l) + \boldsymbol{\omega}(t) \quad (2.1)$$

dove

- $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), \dots, y_{N_R}(t)]^T$ è il vettore dei segnali ricevuti;
- $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_{N_T}(t)]^T$ è il vettore dei segnali trasmessi;
- \mathbf{H}_l è la matrice di canale (o risposta impulsiva) di dimensioni $N_R \times N_T$ al tappo l -esimo definita come

$$\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} h_{11}^{(l)} & h_{12}^{(l)} & \cdots & h_{1N_T}^{(l)} \\ h_{21}^{(l)} & h_{22}^{(l)} & \cdots & h_{2N_T}^{(l)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R1}^{(l)} & h_{N_R2}^{(l)} & \cdots & h_{N_RN_T}^{(l)} \end{bmatrix}_{N_R \times N_T} \quad (2.2)$$

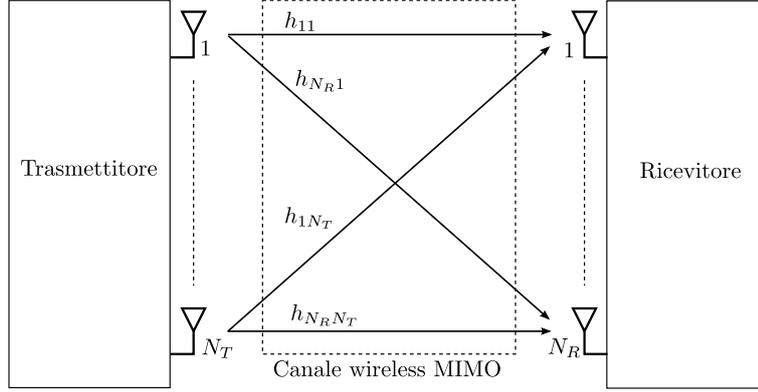


Figura 2.1: Rappresentazione di un sistema MIMO $N_T \times N_R$.

in cui ogni elemento $h_{mn}^{(l)}$ è il coefficiente di canale tra l'antenna n -esima in trasmissione e l'antenna m -esima in ricezione al tappo l -esimo, cioè descrive il sottocanale formato tra le due antenne in questione;

- L è il numero di tappi che compongono la risposta impulsiva;
- τ_l è il ritardo dell' l -esimo tappo;
- $\boldsymbol{\omega}(t) = [\omega_1(t), \dots, \omega_{N_R}(t)]^T$ è il vettore del rumore che si somma ad ogni segnale.

Tra questi elementi la matrice di canale è quello da cui dipende la capacità di canale infatti si dimostra [10] che, nel caso di canale flat-fading ($L = 1$),¹ i sistemi MIMO hanno capacità massima di canale esprimibile come

$$C_{max} = \mathbb{E} [\log_2 (\det (\mathbf{I}_{N_R} + \gamma \mathbf{H} \mathbf{H}^H))] \quad (2.3)$$

dove

- \mathbf{I}_{N_R} è la matrice identità di dimensioni $N_R \times N_R$;
- γ è il rapporto segnale-rumore (SNR) in scala lineare.

¹Nel caso frequency-selective ($L \neq 1$) l'equazione della capacità è diversa dal caso flat-fading ma il valore massimo si ottiene comunque con la stessa condizione di sottocanali incorrelati (Capitolo 3).

È fondamentale osservare che il valore C_{max} si ottiene se i sottocanali sono incorrelati [9], cioè se vale l'uguaglianza

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}, \quad N_T N_R \times N_T N_R \quad (2.4)$$

con \mathbf{R} matrice di correlazione del canale definita in generale ²

$$\mathbf{R} = \mathbb{E} [\text{vect}(\mathbf{H})\text{vect}(\mathbf{H})^H], \quad N_T N_R \times N_T N_R. \quad (2.5)$$

Dopo questa breve descrizione sulla relazione canale-capacità possiamo già dire che il nostro obiettivo è studiare quali sono le caratteristiche del sistema per avvicinarsi il più possibile alla condizione espressa dalla (2.4). Si ha, infatti, che \mathbf{R} dipende dal trasmettitore e dal ricevitore [1].

Nei casi in cui trasmettitore e ricevitore possono essere considerati indipendenti, \mathbf{R} si può esprimere attraverso il *modello di Kronecker* [1, Sezione III]

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{Tx} \otimes \mathbf{R}_{Rx} \quad (2.6)$$

dove \mathbf{R}_{Tx} e \mathbf{R}_{Rx} sono le matrici correlazione rispettivamente al trasmettitore e al ricevitore che di fatto descrivono la correlazione tra i sottocanali (\mathbf{h}_{ij} elementi di \mathbf{H}) che i due array vedono. Jensen e Wallace riportano in [1] alcuni studi in cui viene dimostrato che la (2.6) non è sempre corretta e può portare a errori considerevoli sia per quanto riguarda il calcolo di \mathbf{R} che per quello della capacità di canale. Fanno, però, riferimento anche ad altri in cui, per sistemi fino a 4 antenne, questo modello è sufficientemente accurato. Noi, in questo testo, utilizzeremo il modello di canale dello standard 802.11n [9], [11] (presentato nel Capitolo 3) che utilizza il modello di Kronecker, pertanto consideriamo valida la (2.6) e ciò che ne consegue.

In questo capitolo ci poniamo l'obiettivo di ricavare un'espressione per calcolare gli elementi delle matrici \mathbf{R}_{Tx} e \mathbf{R}_{Rx} chiamati *coefficienti di correlazione spaziale (CC)* e indicati con ρ_{ij}^{Tx} e ρ_{ij}^{Rx} . Il nostro procedimento si basa su quello seguito da Vaughan e Andersen in [8] ma ha l'obiettivo di fornire una formula

²L'operatore $\text{vect}(\mathbf{M})$ riordina la matrice \mathbf{M} mettendo le righe una dopo l'altra (vedi Appendice A).

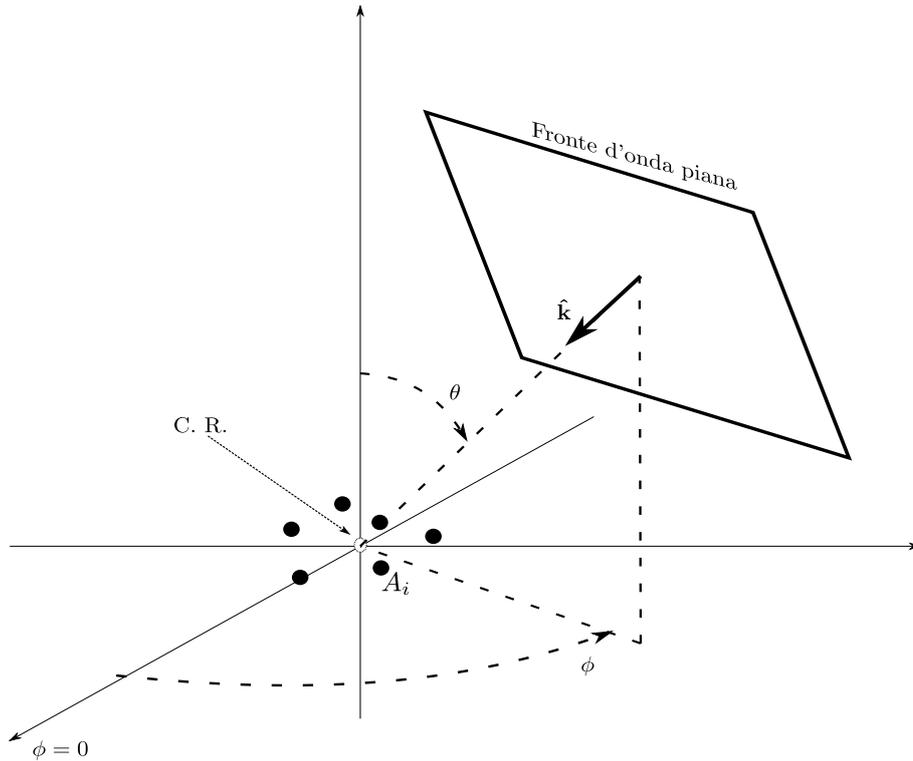


Figura 2.2: Array di antenne con centro di riferimento CR sul quale incide un'onda piana che trasporta il segnale.

di validità generale, non limitata a particolari sistemi o situazioni di lavoro. Vedremo quali e come i parametri degli array di antenne intervengono nell'espressione di ρ e che esso è funzione anche dell'ambiente, chiamato *scenario*, nel quale trasmettitore e ricevitore si trovano.

2.2 Definizioni e ipotesi

Prima di procedere nel calcolo del CC fissiamo alcune ipotesi e definiamo i vari oggetti matematici che ci serviranno nell'analisi.

Con riferimento alla Figura 2.2 poniamo alcune ipotesi sull'array:

- il *centro del sistema di riferimento* (CR) è il centro dell'array (antenna centrale o punto medio);

- l'onda incidente o trasmessa è sempre intesa come *onda piana*;
- se l'array ha una direzione di allineamento allora essa è la direzione $\phi = 0$;
- i segnali sono a *circuito aperto* (detti anche *a vuoto* o *ai morsetti* dell'antenna) e di conseguenza si parlerà di tensioni e di CC a vuoto rispettivamente v_o e ρ_o , ma toglieremo il pedice “o” per semplicità;
- il tipo di antenna è in generale qualsiasi, quello che interessa sapere sarà, come vedremo, il suo diagramma di radiazione.
- per i motivi che vedremo più avanti analizzeremo sempre e solo *array in ricezione* (togliamo anche l'apice Rx da ρ_{ij}^{Rx}).

Altre ipotesi generalmente valide nelle telecomunicazioni e che considereremo nel seguito della tesi sono:

- segnali *stazionari in senso lato* (*wide-sense stationary (WSS)*) (Appendice A) con media nulla $m_{v_i} = 0, \forall i = 1, \dots, N$;
- segnali *ergodici in media* (Appendice A).

Coefficiente di correlazione

Passiamo ora a definire ρ_{ij} . Abbiamo detto che calcolare i CC significa quantificare la correlazione tra i sottocanali “visti” da due antenne dell'array, cioè [9]

$$\rho_{ij} = \mathbb{E} [h_{ik} h_{jk}^*], \quad (2.7)$$

in cui h_{ik}, h_{jk} sono i due sottocanali che vanno dalla k -esima antenna del trasmettitore alle antenne i -esima e j -esima del ricevitore rispettivamente. Con i CC calcolati per l'intero array costruiremo la matrice di correlazione

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \cdots & \rho_{NN} \end{bmatrix}, \quad N = N_R. \quad (2.8)$$

La correlazione tra i sottocanali (2.7) può, però, essere espressa anche in funzione dei segnali ricevuti. Dimostriamo questo fatto per il caso $N_T = 1$, $N_T = 2$.

Prendiamo i segnali ricevuti dalle antenne i -esima e j -esima

$$y_i(t) = h_{ik} s_k(t) + \omega_{ik}(t), \quad (2.9)$$

$$y_j(t) = h_{jk} s_k(t) + \omega_{jk}(t) \quad (2.10)$$

e supponiamo di lavorare con un SNR alto, tale che il rumore additivo possa essere considerato trascurabile, per cui

$$y_i(t) = h_{ik} s_k(t), \quad (2.11)$$

$$y_j(t) = h_{jk} s_k(t). \quad (2.12)$$

Calcoliamo ora la correlazione tra i due segnali ricevuti

$$\mathbb{E} [y_i(t) y_j^*(t)] = \mathbb{E} [(h_{ik} s_k(t)) (h_{jk} s_k(t))^*] \quad (2.13)$$

$$= \mathbb{E} [|s_k|^2 (h_{ik} h_{jk}^*)] \quad (2.14)$$

$$= \sigma_{s_k}^2 \mathbb{E} [h_{ik} h_{jk}^*] \quad (2.15)$$

$$= \sigma_{s_k}^2 \rho_{ij}. \quad (2.16)$$

La (2.16), a meno di una costante, coincide con la definizione del CC data nella (2.7). Grazie alla dimostrazione appena fatta d'ora in poi calcoleremo il coefficiente di correlazione tra segnali (ricevuti) che, considerando un array qualsiasi formato da N antenne e i relativi segnali $y_i(t)$, $i = 1, \dots, N$, può essere definito come

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}[y_i(t), y_j(t)]}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{y_j}^2}} = \frac{\mathbb{E} [(y_i(t) - m_{y_i})(y_j(t) - m_{y_j})^*]}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{y_j}^2}} \quad (2.17)$$

dove (vedi definizioni in Appendice A):

- $\text{cov}[\cdot, \cdot]$ è la *covarianza* tra due segnali;
- $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$ è la *deviazione standard* di y mentre σ_y^2 è la *varianza*;
- $\mathbb{E}[\cdot]$ è l'*aspettazione statistica*;
- m_y è il valore medio di y ;
- $*$ è il complesso coniugato.

Matrici di polarizzazione

Presentiamo un'altra definizione matematica che ritornerà nell'espressione del CC di un array: le *matrici di polarizzazione* del campo elettrico e del diagramma di radiazione [13, Sezione 8.4.5], le quali mettono in relazione le polarizzazioni di due campi provenienti da 2 direzioni diverse dello spazio (θ_1, ϕ_1) e (θ_2, ϕ_2) . Ricordiamo che il campo elettrico incidente $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\cdot)$ (utilizziamo il pedice “inc”) e l'altezza efficace (il pattern) $\mathbf{h}(\cdot)$, definiti nella Sezione 1.4, si scrivono in forma esplicita

$$\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t) = E_\theta(\theta, \phi, t)\hat{\boldsymbol{\theta}} + E_\phi(\theta, \phi, t)\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad [\text{V/m}] \quad (2.18)$$

e

$$\mathbf{h}_i(\theta, \phi) = h_{i_\theta}(\theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\theta}} + h_{i_\phi}(\theta, \phi)\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad [\text{m}], \quad (2.19)$$

con una differenza nella notazione rispetto alle (1.29), (1.30) che verrà spiegata nella prossima sezione.

La *matrice di polarizzazione del campo elettrico* è definita

$$\boldsymbol{\Gamma}^E(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) = \begin{bmatrix} \Gamma_{\theta\theta}^E & \Gamma_{\theta\phi}^E \\ \Gamma_{\phi\theta}^E & \Gamma_{\phi\phi}^E \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

dove per esempio (gli altri elementi sono definiti similmente)

$$\Gamma_{\theta\phi}^E(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) = \mathbb{E} [E_\theta(\theta_1, \phi_1, t)E_\phi^*(\theta_2, \phi_2, t)], \quad (2.21)$$

confronta la polarizzazione E_θ con la E_ϕ nelle due diverse direzioni.³ La $\boldsymbol{\Gamma}^E$ rappresenta perciò una particolare matrice *correlazione* che confronta la correlazione tra segnali provenienti da direzioni diverse dello spazio.

La *matrice di polarizzazione del diagramma di radiazione* ha la stessa struttura della precedente

$$\boldsymbol{\Gamma}_{ij}^h(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) = \begin{bmatrix} \Gamma_{ij\theta\theta}^h & \Gamma_{ij\theta\phi}^h \\ \Gamma_{ij\phi\theta}^h & \Gamma_{ij\phi\phi}^h \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

³In [8] la (2.21) viene scritta utilizzando la media temporale $\langle \cdot \rangle$ anziché l'aspettazione statistica $\mathbb{E}[\cdot]$. Le due operazioni coincidono se vale l'ipotesi di segnali ergodici.

e ogni elemento ha la forma (esempio sempre per l'elemento in posto 1, 2)

$$\Gamma_{ij\theta\phi}^h(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) = h_{i\theta}(\theta_1, \phi_1)h_{j\phi}^*(\theta_2, \phi_2). \quad (2.23)$$

Ora compaiono anche i pedici i e j perché (come si è visto nella Sezione 1.8.1) il pattern è diverso per ogni elemento dell'array, non c'è invece l'aspettativa statistica essendo \mathbf{h}_k , $k = i, j$ costante nel tempo.

2.3 Coeff. di correlazione: calcolo generico

Con le definizioni appena introdotte iniziamo a sviluppare il calcolo della (2.17). Come abbiamo visto nel Capitolo 1, la tensione a circuito aperto V_{oi} misurata sull'antenna i -esima è funzione del campo elettrico incidente $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t)$ e dell'altezza efficace $\mathbf{h}(\theta, \phi)$ secondo la (1.37). Ora, però, \mathbf{h} va riferita all'antenna i -esima su cui stiamo misurando il segnale, scriviamo pertanto \mathbf{h}_i . Inoltre inseriamo un'altra variabile nella (1.37): il tempo t , per sottolineare che il campo elettrico incidente è un segnale che porta informazione e perciò è tempo variante. Togliamo, invece, la dipendenza del campo elettrico dalla distanza dalla sorgente o raggio r . Avevamo infatti detto che in campo lontano il raggio influiva solo sull'intensità di $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t)$. A tal proposito vedremo che l'intensità risulterà ininfluente sul CC per la presenza della normalizzazione nella (2.17).

La nuova espressione del segnale misurato ai morsetti dall'antenna i -esima può essere, allora, riscritta

$$y_i(t) = v_i(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t) \cdot \mathbf{h}_i(\theta, \phi)] \sin \theta \, d\theta d\phi \quad [\text{V}]. \quad (2.24)$$

Per quanto riguarda il dominio di integrazione della (2.24) potrà capitare che l'integrale sia definito su un dominio più piccolo di $[0, 2\pi] \times [0, \pi]$, per esempio quando \mathbf{h}_i risulta nulla in certi settori come nel caso delle antenne direttive. Al contrario il dominio di \mathbf{E}_{inc} dovrà sempre essere esteso a tutto lo spazio in quanto il campo incidente non ha una direzione predefinita di arrivo e, come vedremo, sarà proprio rappresentato da una descrizione statistica chiamata *PAS*.

2.3.1 Calcolo

Procediamo con il calcolo del CC spaziale a circuito aperto dei segnali ricevuti dalle antenne i -esima e j -esima considerando solo il numeratore, recupereremo la normalizzazione nella prossima Sezione. Tenendo conto delle ipotesi sulla media descritte nella Sezione 2.2 la covarianza diventa

$$\text{cov} [y_i(t), y_j(t)] = \mathbb{E} [y_i(t) y_j^*(t)] . \quad (2.25)$$

Inseriamo la (2.24) nella (2.25) ottenendo

$$\begin{aligned} \text{cov} [y_i(t), y_j(t)] = & \mathbb{E} \left[\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta_1, \phi_1, t) \cdot \mathbf{h}_i(\theta_1, \phi_1)] \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1 \cdots \right. \\ & \left. \cdots \times \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\mathbf{E}_{\text{inc}}^*(\theta_2, \phi_2, t) \cdot \mathbf{h}_j^*(\theta_2, \phi_2)] \sin \theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \right] . \end{aligned} \quad (2.26)$$

La (2.26) mostra subito le 2 grandezze che hanno effetto sul coeff. di corr.:

- il campo elettrico incidente $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t)$;
- il pattern $\mathbf{h}(\theta, \phi)$.

\mathbf{E}_{inc} e \mathbf{h} , a loro volta, sono funzioni di una serie di parametri che nella (2.26) non sono stati indicati perché, per ora, andrebbero solo ad appesantire l'espressione, elenchiamo comunque i principali

- d : separazione tra le antenne dell'array;
- τ_l : ritardo del tappo l -esimo della risposta impulsiva del canale;
- PAS : distribuzione della potenza del segnale (vedi Sezione 2.4.1).

Riprendiamo la (2.26) e portiamo fuori gli integrali dall'aspettazione:⁴

$$\begin{aligned} \text{cov} [y_i(t), y_j(t)] = & \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \mathbb{E} \left[(\mathbf{E}(\theta_1, \phi_1, t) \cdot \mathbf{h}_i(\theta_1, \phi_1)) \cdots \right. \\ & \left. \cdots (\mathbf{E}^*(\theta_2, \phi_2, t) \cdot \mathbf{h}_j^*(\theta_2, \phi_2)) \right] \sin \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 d\phi_2 . \end{aligned} \quad (2.27)$$

⁴Togliamo il pedice *inc* per semplicità, continuando a considerare \mathbf{E} un campo incidente/ricevuto.

Analizziamo, per qualche passaggio, solo il calcolo dell'aspettazione esplicitando \mathbf{E} e \mathbf{h}_k (con $k = i, j$) come nelle (2.18), (2.19) e sostituendo (θ_n, ϕ_n) con l'angolo solido $\Omega_n, n = 1, 2$ per semplicità. Applicando la definizione di prodotto scalare otteniamo:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[(\mathbf{E}(\Omega_1, t) \cdot \mathbf{h}_i(\Omega_1))(\mathbf{E}^*(\Omega_2, t) \cdot \mathbf{h}_j^*(\Omega_2))] &= \dots \\ \mathbb{E}[(E_\theta(\Omega_1, t)h_{i_\theta}(\Omega_1) + E_\phi(\Omega_1, t)h_{i_\phi}(\Omega_1))(E_\theta^*(\Omega_2, t)h_{j_\theta}^*(\Omega_2) + E_\phi^*(\Omega_2, t)h_{j_\phi}^*(\Omega_2))] &, \end{aligned} \quad (2.28)$$

per la linearità dell'aspettazione ed essendo \mathbf{h}_k una funzione deterministica segue:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\dots] &= \mathbb{E}[E_\theta(\Omega_1, t)E_\theta^*(\Omega_2, t)] h_{i_\theta}(\Omega_1)h_{j_\theta}^*(\Omega_2) + \dots \\ &\dots + \mathbb{E}[E_\theta(\Omega_1, t)E_\phi^*(\Omega_2, t)] h_{i_\theta}(\Omega_1)h_{j_\phi}^*(\Omega_2) + \dots \\ &\dots + \mathbb{E}[E_\phi(\Omega_1, t)E_\theta^*(\Omega_2, t)] h_{i_\phi}(\Omega_1)h_{j_\theta}^*(\Omega_2) + \dots \\ &\dots + \mathbb{E}[E_\phi(\Omega_1, t)E_\phi^*(\Omega_2, t)] h_{i_\phi}(\Omega_1)h_{j_\phi}^*(\Omega_2). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Ora confrontiamo la (2.29) con le (2.20) - (2.23), si ha

$$\mathbb{E}[\dots] = \Gamma_{\theta\theta}^E \Gamma_{ij\theta\theta}^h + \Gamma_{\phi\phi}^E \Gamma_{ij\phi\phi}^h + \Gamma_{\theta\phi}^E \Gamma_{ij\theta\phi}^h + \Gamma_{\phi\theta}^E \Gamma_{ij\phi\theta}^h = tr(\mathbf{\Gamma}^E \mathbf{\Gamma}_{ij}^{hT}) \quad (2.30)$$

dove tr indica la traccia della matrice (somma degli elementi sulla diagonale principale).

Ritorniamo alla (2.27), inserendo quanto trovato nella (2.30) si ha

$$cov[y_i(t), y_j(t)] = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi tr(\mathbf{\Gamma}^E \mathbf{\Gamma}_{ij}^{hT}) \sin\theta_1 \sin\theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 d\phi_2. \quad (2.31)$$

Il risultato espresso dalla (2.31) è molto importante, prima di discuterlo però completiamo il calcolo del CC analizzando il denominatore della (2.17) cioè studiando $\sigma_{y_k}^2, k = i, j$.

2.3.2 Normalizzazione

Procediamo ora a calcolare il valore della varianza $\sigma_{y_k}^2, k = i, j$. Come si vede dalla (2.17) calcolare la varianza serve a normalizzare il valore del CC

che in questo modo assume valori complessi con modulo compreso tra 0 e 1 ($|\rho_{ij}| \leq 1$).

Partiamo anche in questo caso dalla definizione

$$\sigma_{y_k}^2 = \mathbb{E} [|y_k(t)|^2] = \mathbb{E} [y_k(t)y_k^*(t)] , \quad (2.32)$$

La situazione è la stessa che avevamo nella (2.25) con la particolarità che ora stiamo considerando il segnale ricevuto da un'unica antenna. Saltiamo allora i passaggi fatti nelle (2.26), (2.27) tenendo ben presente che ora *non* stiamo considerando due direzioni diverse dello spazio ma solo una, cioè

$$(\theta_1, \phi_1) = (\theta_2, \phi_2) , \quad (2.33)$$

l'aspettazione da calcolare è, pertanto,

$$\mathbb{E} [(\mathbf{E}(\Omega, t) \cdot \mathbf{h}_k(\Omega)) (\mathbf{E}^*(\Omega, t) \cdot \mathbf{h}_k^*(\Omega))] . \quad (2.34)$$

Per quanto riguarda l'argomento dell'aspettazione abbiamo (senza indicare le variabili Ω e t per brevità)

$$\begin{aligned} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{h}_k) (\mathbf{E}^* \cdot \mathbf{h}_k^*) &= (E_\theta h_{k_\theta} + E_\phi h_{k_\phi}) (E_\theta^* h_{k_\theta}^* + E_\phi^* h_{k_\phi}^*) \\ &= E_\theta E_\theta^* h_{k_\theta} h_{k_\theta}^* + E_\phi E_\phi^* h_{k_\phi} h_{k_\phi}^* + E_\theta E_\phi^* h_{k_\theta} h_{k_\phi}^* + E_\phi E_\theta^* h_{k_\phi} h_{k_\theta}^* . \end{aligned} \quad (2.35)$$

Applichiamo l'aspettazione tenendo presente che \mathbf{h} è una funzione deterministica e otteniamo un'espressione simile alla (2.29). Come già fatto, confrontiamo il risultato con le (2.20) - (2.23) ricordando che ora vale la (2.33). Arriviamo a dire che

$$\mathbb{E} [(\mathbf{E}(\Omega, t) \cdot \mathbf{h}_k(\Omega)) (\mathbf{E}^*(\Omega, t) \cdot \mathbf{h}_k^*(\Omega))] = \text{tr} \left(\mathbf{\Gamma}^E \mathbf{\Gamma}_{ii}^{h^T} \right) . \quad (2.36)$$

Anche il denominatore della (2.17) assume, allora, una forma simile a quella del numeratore (2.31), con la particolarità che σ_y^2 è calcolata per un singolo segnale

$$\sigma_{y_k}^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \text{tr} \left(\mathbf{\Gamma}^E \mathbf{\Gamma}_{kk}^{h^T} \right) \sin^2 \theta \, d\theta d\phi d\phi , \quad \text{con } k = i, j . \quad (2.37)$$

Possiamo allora concludere questa sezione dicendo che in generale il CC dei segnali ricevuti da due antenne di un array ρ_{ij} è funzione del campo elettrico incidente $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t)$ e del pattern delle due antenne $\mathbf{h}_i(\theta, \phi)$ e $\mathbf{h}_j(\theta, \phi)$, si calcola utilizzando la (2.31) e la (2.37) ed è un numero complesso tale che $|\rho_{ij}| \leq 1$. Le espressioni ottenute però comportano delle difficoltà non banali date dal calcolo della matrice di correlazione del campo elettrico $\mathbf{\Gamma}^E$ il quale non può essere espresso in modo deterministico. Per questo motivo nella prossima sezione viene presentata una forma semplificata del coefficiente di correlazione che introduce una descrizione statistica del campo elettrico chiamata PAS.

2.4 Coeff. di correlazione: calcolo semplificato

Nella sezione precedente abbiamo calcolato il CC di due segnali ricevuti da un array di antenne esprimendolo in funzione delle due matrici di polarizzazione $\mathbf{\Gamma}^E$, $\mathbf{\Gamma}_{ij}^h$. L'equazione (2.31) è fondamentale, però ai fini pratici è difficile da utilizzare. Le espressioni che abbiamo ottenuto richiedono, infatti, di calcolare gli elementi della matrice di polarizzazione del campo elettrico cioè la (2.21). Conoscere il campo elettrico incidente \mathbf{E}_{inc} e le sue direzioni di provenienza è difficile perché lo scenario modifica le onde EM per esempio attenuandole, deviandole o cambiandone la polarizzazione. Una possibile soluzione è allora quella di descrivere \mathbf{E}_{inc} in modo statistico.

In questa sezione introduciamo il *power angular spectrum (PAS)* e la *cross-polar discrimination (XPD)* due grandezze che permettono di descrivere il campo elettrico incidente in modo statistico. Utilizzando il PAS e l'XPD calcoleremo un'espressione del CC più funzionale dal punto di vista pratico.

2.4.1 Il power angular spectrum (PAS)

Il *power angular spectrum (PAS)* è la descrizione statistica delle direzioni e dell'intensità con cui un campo EM arriva o parte da un punto dello spazio o, in altre parole, una descrizione della distribuzione spaziale e temporale del segnale in seguito alle riflessioni in un particolare scenario. I due principali metodi per

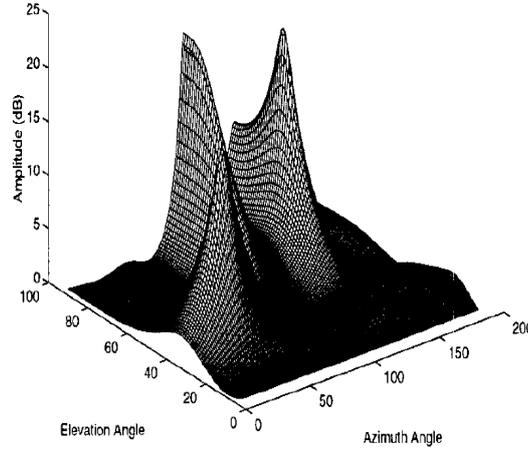


Figura 2.3: Intensità del campo incidente in funzione della direzione di arrivo ottenuta attraverso una simulazione (per τ fissato).

calcolarlo sono le campagne di misura con antenne molto direttive che distinguono le direzioni di provenienza dei segnali e le simulazioni al computer degli scenari, metodi con i quali si ottengono grafici del PAS come quello in Figura 2.3. Il modello di canale dello standard IEEE 802.11n [11], che utilizziamo nel nostro studio, utilizza delle misurazioni fatte in ambienti indoor.

Definiamo allora il PAS come [9]

$$\mathcal{P}(\phi, \tau) = \mathbb{E} [|\mathbf{E}_{\text{inc}}(\phi, t)|^2 | \tau], \quad (2.38)$$

dove

- \mathbf{E}_{inc} è il campo incidente misurato per esempio con un'antenna molto direttiva;
- t è il tempo e indica che la statistica viene calcolata come media temporale;
- ϕ è l'*angle of arrival (AoA)* del campo incidente cioè una direzione sul piano orizzontale dalla quale proviene il segnale;
- τ è il ritardo della componente multipath.

Osserviamo che, essendo funzione di $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t)$, anche il PAS costituisce una funzione vettoriale che ha per dominio un punto del piano (o dello spazio) ed è

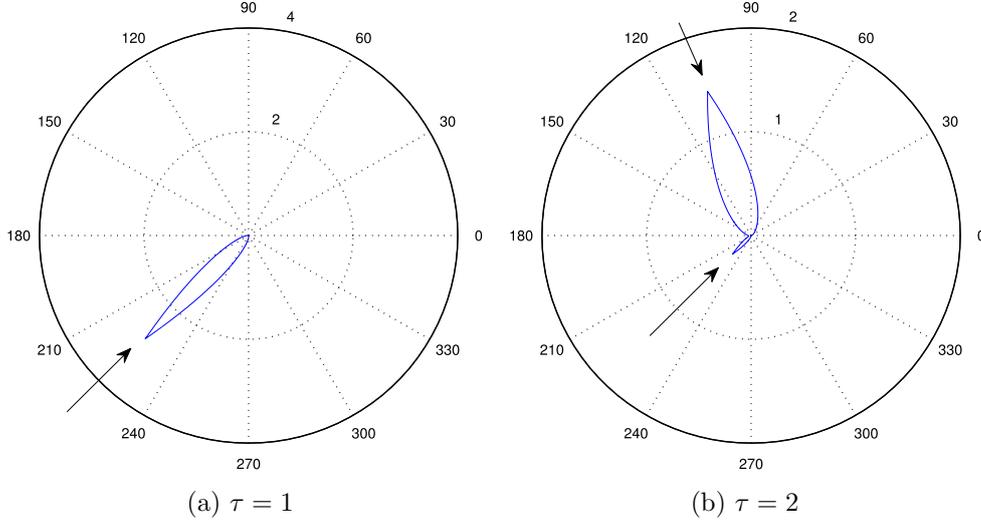


Figura 2.4: Esempio di grafico del PAS sul piano azimutale ricavato da un canale IEEE 802.11n. Il grafico 2.4a riporta il $\mathcal{P}_\theta(\phi, \tau = 1)$, mentre 2.4b riporta il $\mathcal{P}_\theta(\phi, \tau = 2)$; si osservano i *cluster* indicati dalle frecce e in particolare che a $\tau = 2$ il segnale continua ad arrivare dalla direzione $\phi = 225.1^\circ$ ma ora proviene con intensità maggiore dalla direzione $\phi = 118.4^\circ$.

formata dalle componenti nelle dimensioni $\hat{\theta}$ e $\hat{\phi}$. In forma estesa scriveremo il PAS

$$\mathcal{P}(\theta, \phi, \tau) = \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi, \tau) \hat{\theta} + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi, \tau) \hat{\phi}. \quad (2.39)$$

In un certo senso possiamo dire che il campo incidente $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\theta, \phi, t)$ e $\mathcal{P}_\theta(\theta, \phi, \tau)$ sono la stessa grandezza, solo che il primo è una funzione deterministica e il secondo una descrizione statistica.

La definizione che abbiamo dato nella (2.38) si riferisce chiaramente ad un PAS che ha per dominio solo il piano azimutale in cui la coordinata polare è fissata al valore $\theta = \pi/2$, si parla in questo caso di *power azimuth spectrum*. La Figura 2.4 è una rappresentazione grafica di PAS nel piano preso dal modello di canale dello standard IEEE 802.11n [11].

Osservando la (2.38) e la Figura 2.4 puntualizziamo le seguenti caratteristiche del PAS:

Variazione in funzione del ritardo τ : il grafico mostra chiaramente che il $\mathcal{P}(\theta, \phi, \tau)$ non è costante per ogni τ_l , $l = 1, \dots, L$; può capitare infatti che il segnale cambi direzione di provenienza e/o intensità (vedi Capitolo 3).

Cluster: possono essere intesi come i lobi del grafico di $\mathcal{P}(\theta, \phi, \tau)$ e indicano le direzioni privilegiate di arrivo o partenza del campo EM, in realtà i cluster sono un concetto più complesso. Esistono anche i *cluster temporali* e descrivono la tendenza del segnale ad arrivare in istanti raggruppati, i cluster appunto [9]. Si faccia attenzione al fatto che il PAS descrive la natura sia spaziale sia temporale dei segnali, come espresso dalla dipendenza dalle tre variabili θ , ϕ e τ .

Relazione PAS-pattern: il grafico del PAS assomiglia molto al pattern di un'antenna e può quasi essere confuso con uno di essi. Come vedremo nel Capitolo 4 la relazione tra PAS e pattern è fondamentale nello studio delle prestazioni visto che essi sono i due fattori principali nel calcolo del CC (si veda a questo proposito la (2.51)).

Nel resto del capitolo non indicheremo la variabile τ perché essa non è coinvolta nel calcolo analitico dell'*espressione* del CC. Verrà invece ripresa nei prossimi capitoli perché i ρ_{ij} (*valori*) dipendono da τ .

2.4.2 La cross-polar discrimination (XPD)

La *cross-polar discrimination (XPD)* indica il rapporto tra la potenza media su ogni polarizzazione del campo elettrico E_θ , E_ϕ

$$\mathcal{X} = \frac{\Gamma_{\theta\theta}^E}{\Gamma_{\phi\phi}^E} = \frac{P_\theta}{P_\phi} \quad [\text{adim}]. \quad (2.40)$$

Il valore di \mathcal{X} può cambiare ogni volta che l'onda riflette su un oggetto presente nello spazio per cui questa grandezza è funzione della lunghezza del cammino, del tipo di ambiente in cui l'onda si propaga e della polarizzazione dell'antenna. Spesso, però, in letteratura si considera \mathcal{X} costante e pari a 1 anche se non mancano studi che riportano altri valori [13, Paragrafo 6.7.2].

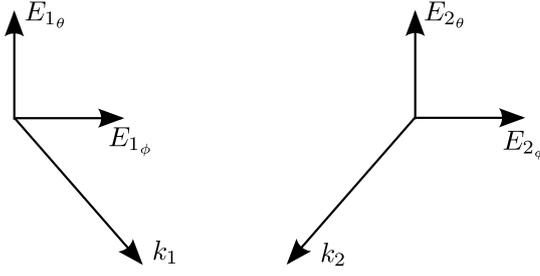


Figura 2.5: Componenti dei campi elettrici incidenti.

Anche noi, in seguito, assumeremo $\mathcal{X} = 1$ visto che in ambienti con un forte multipath tale valore è spesso verificato; nelle equazioni in cui appare la cross-polar discrimination continueremo, comunque, a lasciarla indicata come \mathcal{X} per completezza.

2.4.3 Semplificazione

Ipotesi

In presenza di rich-multipath è possibile introdurre due ipotesi sulla correlazione delle componenti del campo incidente: *i*) incorrelazione tra le componenti ortogonali del campo elettrico e *ii*) incorrelazione tra le componenti parallele di due campi provenienti da direzioni diverse [6]. Così facendo si ottiene una semplificazione della matrice di polarizzazione del campo elettrico che ci permetterà di semplificare l'espressione del CC.

Polarizzazioni ortogonali incorrelate Consideriamo le due componenti del campo elettrico E_θ , E_ϕ rappresentate in Figura 2.5, questa ipotesi dice che, anche per lo stesso campo, esse sono statisticamente indipendenti cioè

$$\Gamma_{\theta\phi}^E(\theta_i, \phi_i; \theta_j, \phi_j) = \mathbb{E}[E_\theta(\theta_i, \phi_i, t)E_\phi^*(\theta_j, \phi_j, t)] = 0, \quad \forall i, j, \quad (2.41)$$

$$\Gamma_{\phi\theta}^E(\theta_i, \phi_i; \theta_j, \phi_j) = \mathbb{E}[E_\phi(\theta_i, \phi_i, t)E_\theta^*(\theta_j, \phi_j, t)] = 0, \quad \forall i, j. \quad (2.42)$$

Polarizzazioni spazialmente incorrelate Diversamente dalla prima, questa seconda ipotesi considera la stessa componente, E_θ o E_ϕ , di due campi

provenienti da direzioni diverse (vedi Figura 2.5). Diremo allora che componenti parallele, di due onde EM distinte sono correlate solo se le onde provengono dalla stessa direzione $(\theta_1, \phi_1) \equiv (\theta_2, \phi_2)$, cioè

$$\begin{aligned}\Gamma_{\theta\theta}^E(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) &= \mathbb{E}[E_\theta(\theta_1, \phi_1, t)E_\theta^*(\theta_2, \phi_2, t)] \\ &= \mathbb{E}[|E_\theta(\theta, \phi, t)|^2]\delta(\theta_1 - \theta_2)\delta(\phi_1 - \phi_2)\end{aligned}\quad (2.43)$$

e allo stesso modo

$$\begin{aligned}\Gamma_{\phi\phi}^E(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) &= \mathbb{E}[E_\phi(\theta_1, \phi_1, t)E_\phi^*(\theta_2, \phi_2, t)] \\ &= \mathbb{E}[|E_\phi(\theta, \phi, t)|^2]\delta(\theta_1 - \theta_2)\delta(\phi_1 - \phi_2).\end{aligned}\quad (2.44)$$

In altre parole, l'ipotesi di polarizzazioni spazialmente incorrelate dice che segnali provenienti da direzioni diverse dello spazio sono statisticamente indipendenti. Si osservi che considerando onde piane, due onde provenienti dalla stessa direzione sono la stessa onda. Riscriviamo ora le (2.43) e (2.44) in funzione del PAS [13, Sezione 6.7], si ha infatti che

$$P_\theta \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) = \mathbb{E}[|E_\theta(\theta, \phi)|^2] \quad (2.45)$$

e allo stesso modo per la polarizzazione ϕ . Il prodotto $P_\theta \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi)$ è infatti il prodotto tra la probabilità che il segnale provenga dalla direzione (θ, ϕ) (il PAS) per la potenza della componente E_θ del campo (P_θ).

Quanto espresso dalle ipotesi si riassume in una semplificazione della matrice di polarizzazione del campo elettrico, infatti la (2.20) diventa

$$\mathbf{\Gamma}_{sempl}^E(\theta_1, \phi_1; \theta_2, \phi_2) = \delta(\theta_1 - \theta_2)\delta(\phi_1 - \phi_2) \begin{bmatrix} \mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) & 0 \\ 0 & \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) \end{bmatrix}, \quad (2.46)$$

dove è stata usata la (2.40) perché la matrice è normalizzata da $\Gamma_{\phi\phi}^E$.

Calcolo

Aver introdotto le due ipotesi sull'incorrelazione dei campi incidenti, nel calcolo del CC, ha effetto sul termine $tr(\mathbf{\Gamma}^E \mathbf{\Gamma}_{ij}^{hT})$ che diventa

$$tr(\mathbf{\Gamma}_{sempl}^E \mathbf{\Gamma}_{ij}^{hT}) = \delta(\theta_1 - \theta_2)\delta(\phi_1 - \phi_2) \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) \Gamma_{ij\theta\theta}^h + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) \Gamma_{ij\phi\phi}^h \right]. \quad (2.47)$$

Ritorniamo allora all'espressione generica del CC formata dalle (2.31) e (2.37) e inseriamo la (2.47) appena calcolata. Il risultato che si ottiene è

$$\begin{aligned} cov[y_i, y_j] = & \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \delta(\theta_1 - \theta_2) \delta(\phi_1 - \phi_2) \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) * \dots \right. \\ & \left. \dots * h_{i_\theta}(\theta_1, \phi_1) h_{j_\theta}^*(\theta_2, \phi_2) + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) h_{i_\phi}(\theta_1, \phi_1) h_{j_\phi}^*(\theta_2, \phi_2) \right] * \dots \\ & \dots * \sin \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2 d\phi_1 d\phi_2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

che per la proprietà rivelatrice dell'impulso $\delta(\cdot)$ diventa:

$$\begin{aligned} cov[y_i, y_j] = & \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) h_{i_\theta}(\theta, \phi) h_{j_\theta}^*(\theta, \phi) + \dots \right. \\ & \left. \dots + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) h_{i_\phi}(\theta, \phi) h_{j_\phi}^*(\theta, \phi) \right] \sin^2 \theta d\theta d\phi. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Mentre per la (2.37)

$$\sigma_{y_k}^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) |h_{k_\theta}(\theta, \phi)|^2 + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) |h_{k_\phi}(\theta, \phi)|^2 \right] \sin^2 \theta d\theta d\phi \quad (2.50)$$

con $k = i, j$.

Espressione finale

Siamo così arrivati a scrivere un'espressione del CC utilizzabile ai fini pratici. Per fare questo siamo partiti dalla definizione di coefficiente di correlazione (2.17) e dall'espressione del segnale misurato (a circuito aperto) ai morsetti dell'antenna. Abbiamo introdotto le matrici di polarizzazione (2.20) e (2.22), il PAS e la XPD. Il passo fondamentale è stato l'introduzione delle ipotesi sull'indipendenza delle componenti del campo elettrico, valide negli scenari rich-multipath, con le quali abbiamo ricavato $\mathbf{\Gamma}_{sempl}^E$. Con tutto ciò possiamo ora dire che il coefficiente di correlazione spaziale a circuito aperto dei segnali ricevuti da due antenne di un'array in uno scenario rich-multipath è

$$\begin{aligned} \rho_{ij}^{sempl} = & \frac{1}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{y_j}^2}} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) h_{i_\theta}(\theta, \phi) h_{j_\theta}^*(\theta, \phi) + \dots \right. \\ & \left. \dots + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) h_{i_\phi}(\theta, \phi) h_{j_\phi}^*(\theta, \phi) \right] \sin^2 \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (2.51)$$

dove

$$\sigma_{y_k}^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\theta, \phi) |h_{k_\theta}(\theta, \phi)|^2 + \mathcal{P}_\phi(\theta, \phi) |h_{k_\phi}(\theta, \phi)|^2] \sin^2 \theta d\theta d\phi \quad (2.52)$$

con $k = i, j$, in cui i tre fattori fondamentali sono:

- il power angular spectrum $\mathcal{P}(\theta, \phi, \tau)$;
- i diagrammi di radiazione delle antenne i -esima e j -esima $\mathbf{h}_i(\theta, \phi)$ e $\mathbf{h}_j(\theta, \phi)$;
- la cross-polar discrimination \mathcal{X} .

Prima di concludere ricordiamo che il CC, dipendendo dal PAS, é funzione del ritardo temporale τ . Nel Capitolo 3 analizzeremo il modello di canale dello standard IEEE 802.11n e mostreremo in che modo ρ_{ij} dipende da τ .

2.5 Coeff. di correlazione azimutale

La (2.51) è un'espressione del CC che rimane ancora molto generale nonostante sia una versione semplificata. La presenza dell'integrale doppio sia in θ che in ϕ per esempio, permette di considerare proprio tutte le direzioni dello spazio da cui può arrivare il segnale e nelle quali il pattern d'antenna è non nullo. Capita spesso, però, che il PAS sia definito solo sul piano orizzontale. È il caso dei modelli di canale dello standard IEEE 802.11n [11], nei quali il PAS è funzione solo della variabile azimutale ϕ .

Nel Capitolo 1 Sezione 1.2 avevamo definito il piano azimutale come

$$\text{Piano azimutale} = (\pi/2, \phi), \quad \text{con } \phi \in [0, 2\pi]. \quad (2.53)$$

Trovandoci in questo dominio introduciamo una notazione semplificata per il PAS e il pattern, nella quale viene sottintesa la variabile θ ⁵

$$\mathcal{P}(\phi) = \mathcal{P}(\pi/2, \phi), \quad (2.54)$$

$$\mathbf{h}_k(\phi) = \mathbf{h}_k(\pi/2, \phi), \quad k = i, j \quad (2.55)$$

⁵Nella notazione $\mathcal{P}(\theta, \phi)$ era già sottintesa la variabile ritardo temporale τ .

nelle quali $\phi \in [0, 2\pi]$. D'ora in poi tutte le volte che lavoreremo sul piano azimutale utilizzeremo le (2.54).

Introduciamo allora il *CC azimutale* definito come il CC limitato al piano orizzontale. L'espressione del CC azimutale, che indicheremo ρ_{ij}^{azim} , si ricava semplicemente imponendo $\theta = \pi/2$ nella (2.51). Otteniamo

$$\rho_{ij}^{azim} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{y_j}^2}} \int_0^{2\pi} \left\{ \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\phi) h_{i_\theta}(\phi) h_{j_\theta}^*(\phi) + \mathcal{P}_\phi(\phi) h_{i_\phi}(\phi) h_{j_\phi}^*(\phi) \right] \right\} d\phi \quad (2.56)$$

dove

$$\sigma_{y_k}^2 = \int_0^{2\pi} \left[\mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\phi) |h_{k_\theta}(\phi)|^2 + \mathcal{P}_\phi(\phi) |h_{k_\phi}(\phi)|^2 \right] d\phi, \quad k = i, j. \quad (2.57)$$

Nel Capitolo 4 vedremo che le componenti (del pattern) possono risultare nulle per la natura del far-field che l'antenna in uso genera. Per esempio l'espressione del CC (azimutale) di un array di dipoli (Capitolo 4 Sezione 4.3.1) non presenta la componente h_ϕ .

Arrivati a questo punto abbiamo gli strumenti matematici necessari per ottenere le matrici di correlazione di un array di antenne e quindi per calcolare la capacità di canale. L'obiettivo dei prossimi capitoli è proprio quello di studiare nel dettaglio particolari geometrie di array e di calcolarne e confrontarne le prestazioni.

CAPITOLO 3

Lo standard IEEE 802.11n

Dopo sette anni di lavoro, a ottobre 2009 è stato pubblicato lo standard IEEE 802.11n (in seguito 11n) per i sistemi *wireless local area network (WLAN)*. L'obiettivo di questo standard è sostituire i precedenti IEEE 802.11a/b/g per creare collegamenti radio con velocità fino a 10 volte superiori e con copertura maggiore. Le caratteristiche di base per raggiungere questo scopo sono: *i*) l'utilizzo di più antenne al trasmettitore e al ricevitore (tecnologia MIMO), *ii*) la possibilità di usare una banda di larghezza doppia.

In questo capitolo descriviamo brevemente le caratteristiche principali del 11n (frequenze di lavoro, bande utilizzate, MIMO, ...) e il modello di canale utilizzato nello standard. Infine presenteremo la teoria matematica per il calcolo della capacità di canali flat-fading (FF) e frequency selective (FS). Queste basi ci serviranno per analizzare l'effetto dei parametri d'antenna sulla capacità di canali 11n nel Capitolo 4.

La fonte principale che utilizziamo per lo studio dello standard è la tesi di Zambon "*Analisi del modello di canale e delle prestazioni limite dei sistemi MIMO IEEE 802.11n*" alla quale rinviamo per un approfondimento e per maggiori dettagli sui temi trattati.

ciò che si può raggiungere. Perché ciò avvenga è però necessario un opportuno utilizzo delle antenne a disposizione e un'elaborazione del segnale non indifferente. Questa parte sul signal processing è un'altra innovazione introdotta da questo standard. Essa consiste di 3 tecniche [9]:

- **spatial multiplexing**: lo spazio viene utilizzato come terza dimensione (oltre al tempo e alla frequenza) su cui spedire l'informazione;
- **space-time block coding**: lo stesso blocco di dati viene codificato in più modi differenti (*spatial stream*) e trasmesso da antenne diverse. In ricezione il confronto dei spatial stream ricevuti permette di ricostruire il blocco dati originale, con una riduzione della probabilità d'errore (incremento dell'affidabilità);
- **transmit beamforming**: il segnale viene trasmesso in una direzione dello spazio predeterminata (attraverso la conoscenza del canale) in modo da sfruttare positivamente le riflessioni dello scenario. In questo modo al ricevitore si riceve un segnale con potenza più alta.

Modulazione

Un'ultima osservazione riguardante il livello fisico (PHY) dello standard riguarda la modulazione utilizzata. L'11n utilizza la modulazione multiportante OFDM associata a codifica dei bit che può essere BPSK, QPSK, 16-QAM e 64-QAM. Il vantaggio principale offerto da questo tipo di modulazione consiste in una migliore equalizzazione dei canali selettivi che contribuisce ad aumentare la capacità di canale.

Frame aggregation

Per quanto riguarda il livello MAC specifichiamo solo che lo standard introduce il *frame aggregation* e il *block acknowledgment* due tecniche che migliorano l'utilizzo della banda a disposizione. La prima incrementa la dimensione dei frame aumentando la parte dati in rapporto alla parte di controllo, la

seconda riduce il numero di messaggi di conferma trasmessi dal ricevitore al trasmettitore.

3.2 I modelli di canale

Lo studio delle prestazioni dell'11n utilizza dei modelli di canale che rappresentano i possibili ambienti per i quali questo standard è destinato. Si tratta di 6 modelli presentati nel documento *TGn channel model specifications* [11] che descrivono statisticamente il segnale in ambienti indoor di piccole o grandi dimensioni. Ognuno di essi è stato ricavato da misurazioni sperimentali in ambiente o da elaborazioni di modelli di canale preesistenti.

In questa sezione spieghiamo sinteticamente com'è formato un modello di canale 11n. Per fare questo riprendiamo il PAS e mostriamo come viene calcolato nel caso del modello di canale C .

Osserviamo subito che si tratta di modelli la cui descrizione del segnale è limitata al piano orizzontale e di conseguenza utilizzeremo ρ_{ij}^{azim} .

Nella Sezione 2.4.1 abbiamo introdotto il concetto di PAS definendolo descrizione statistica dell'intensità e delle direzioni dello spazio con cui la potenza del segnale arriva (parte) al ricevitore (dal trasmettitore), specificando in particolare come esso sia costituito da cluster temporali e spaziali. Abbiamo anche sottolineato che il PAS è funzione del ritardo della risposta impulsiva τ perciò si usa la notazione $\mathcal{P}(\theta, \phi, \tau)$. Questo aspetto della dipendenza dal ritardo è fondamentale ma, forse, non è sempre evidente. Per puntualizzarlo, più avanti, analizzeremo nello specifico come il ritardo τ sia presente nella tabella del modello di canale C .

Introduciamo allora l'espressione che ci permette di calcolare il PAS. I parametri che ci servono per il calcolo sono:

- profilo del cluster: è il tipo di distribuzione. Noi utilizzeremo PAS a profilo Laplaciano perché è il più adatto a rappresentare gli ambienti per i quali è destinato l'11n. Altri profili sono l'uniforme e il gaussiano [9].

- $\Psi_{0,n}$ = Angle of Arrival (AoA)/Angle of Departure (AoD): è l'angolo con cui il segnale incide sull'array (o parte dall'array); è misurato rispetto alla direzione broadside dell'array.¹
- Angular Spread (AS): quantifica la dispersione della potenza ricevuta attorno all'AoA, può essere inteso come una deviazione standard (infatti le due grandezze sono legate, vedi più sotto).
- $\Delta\phi$: semi-ampiezza del supporto dell' n -esimo cluster ($2\Delta\phi$ è la dimensione del supporto per il quale la potenza del cluster è diversa da zero). Nei calcoli considereremo sempre $\Delta\phi = 180^\circ$.
- N_c : numero totale dei cluster.
- $Q_{L,n}$: costante di normalizzazione relativa al cluster n -esimo.
- $\sigma_{L,n}$: deviazione standard della distribuzione laplaciana *non troncata* che descrive il cluster n -esimo. L'AS rappresenta la deviazione standard della distribuzione *troncata* (limitata al dominio $[0, 2\pi]$). AS e $\sigma_{L,n}$ sono funzione l'uno dell'altra ma non potendo trovare l'espressione analitica (vedi per esempio (2.16) in [9]) nei calcoli si usano tabelle che li mettono in relazione.

Definiti i parametri riportiamo l'espressione del *PAS a profilo Laplaciano troncato* definito sul piano azimutale $\phi \in [0, 2\pi]$, ($\theta = \pi/2$)

$$\begin{aligned}
 PAS(\phi, \tau) = & \sum_{n=1}^{N_c} \frac{Q_{L,n}(\tau)}{\sqrt{2} \sigma_{L,n}(\tau)} \exp \left[-\frac{\sqrt{2} |\phi - \Psi_{0,n}(\tau)|}{\sigma_{L,n}(\tau)} \right] \times \dots \\
 & \dots \times \{ \mathbf{1} [\phi - (\Psi_{0,n}(\tau) - \Delta\phi_n(\tau))] - \mathbf{1} [\phi - (\Psi_{0,n}(\tau) + \Delta\phi_n(\tau))] \}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

¹In questa tesi misuriamo gli angoli con cui un segnale incide sull'array a partire dall'asse di allineamento per cui la direzione broadside corrisponde a $\phi = 90^\circ$. Nel calcolo dei CC bisogna fare attenzione a questa differenza.

nella quale le $Q_{L,n}$ vanno normalizzate affinché il PAS sia effettivamente una distribuzione statistica imponendo la

$$\sum_{n=1}^{N_c} Q_{L,n} \left[1 - e^{\left(-\frac{\sqrt{2}\Delta\phi_n}{\sigma_{L,n}} \right)} \right] = 1 \quad (3.2)$$

e le

$$\frac{Q_{L,1}/\sigma_{L,1}}{Q_{L,n}/\sigma_{L,n}} = \frac{P_1}{P_n}, \quad \text{per } n = 2, \dots, N_c, \quad (3.3)$$

dove P_n indica la potenza del tappo dell' n -cluster (riga Power, ma in scala lineare, nelle tabelle del modello di canale).

Nella (3.1) abbiamo indicato la dipendenza da τ e per far capire bene che il PAS (e tutto ciò che dipende da esso: matrici di correlazione e risposta impulsiva) dipende dal ritardo considerato, riportiamo in Tabella 3.2 il modello di canale C così come fornito da [11].

La prima cosa da osservare in Tabella 3.2 è che questa ci fornisce tutti i valori necessari per il calcolo del PAS sia in ricezione che in trasmissione. Per estrarre le informazioni si procede di tappo in tappo cioè spostandosi di una colonna alla volta. Si ha, per esempio, che per $\tau = 1$ sarà presente un solo cluster proveniente dalla direzione $\Psi_{0,1} = 290.3^\circ$ mentre a $\tau = 7$ si aggiungerà il cluster proveniente da $\Psi_{0,2} = 332.3^\circ$.

I 6 modelli di canale dello standard 11n, tra cui il modello C riportato in Tabella 3.2, hanno le seguenti caratteristiche:

- Modello A : FF (1 tappo - 1 cluster, *rms time delay spread* $\tau_{rms} = 0ns$);
- Modello B : ambienti *typical residential* (9 tappi - 2 cluster, $\tau_{rms} = 15ns$);
- Modello C : ambienti *typical residential* e *small office* (14 tappi - 2 cluster, $\tau_{rms} = 30ns$);
- Modello D : descrive ambienti *typical office* (18 tappi - 3 cluster, $\tau_{rms} = 50ns$);
- Modello E : per ambienti *large open space* (18 tappi - 4 cluster, $\tau_{rms} = 100ns$);

Cluster	Tappo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Delay [ns]	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
1	Power [dB]	0	-2.1	-4.3	-6.5	-8.6	-10.8	-13.0	-15.2	-17.3	-19.5
1	AoA [°]	290.3									
1	AS _{Rx} [°]	24.6									
1	AoD [°]	13.5									
1	AS _{Tx} [°]	24.7									

Cluster	Tappo	7	8	9	10	11	12	13	14
2	Delay [ns]	60	70	80	90	110	140	170	200
2	Power [dB]	-5.0	-7.2	-9.3	-11.5	-13.7	-15.8	-18.0	-20.2
2	AoA [°]	332.3							
2	AS _{Rx} [°]	22.4							
2	AoD [°]	56.4							
2	AS _{Tx} [°]	22.5							

Tabella 3.2: Modello di canale C.

- Modello F : per ambienti *large open space* (18 tappi - 6 cluster, $\tau_{rms} = 150ns$).

Da questa analisi del PAS dobbiamo allora osservare che il CC dipende, attraverso il PAS, da una serie di parametri che non avevamo indicato nel Capitolo 2, primo fra tutti il ritardo τ . Le matrici di correlazione \mathbf{R}_{R_x} (e \mathbf{R}_{T_x}) andranno allora calcolate ad ogni tappo del canale. A questo proposito osserviamo infatti che la risposta impulsiva di un canale generico, FF o FS, (2.1) è composta da L matrici di canale, pertanto è necessario conoscere L matrici di correlazione in ricezione e in trasmissione. ²

3.3 Calcolo della capacità di canale

Per concludere questa panoramica sullo standard 11n descriviamo come si calcola la capacità di canale. La capacità è molto importante in questa tesi visto che è con essa che, nel prossimo capitolo, valutiamo le prestazioni del sistema in particolare dei ricevitori.

La prima cosa da tener conto nel calcolo della capacità di canale è che stiamo analizzando sistemi MIMO costituiti da più sottocanali, uno per ogni coppia trasmettitore-ricevitore come rappresenta la Figura 2.1. Il secondo aspetto è la distinzione tra canali FF e FS che porta a due forme del calcolo della capacità. Il caso di canale non selettivo era già stato introdotto all'inizio del Capitolo 2 ma verrà ora ripreso visto che esso è un caso particolare del canale selettivo.

Un sistema MIMO $N_T \times N_R$ come quello in Figura 2.1 è modellato dalla funzione di trasferimento (2.1) che riportiamo:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_l \mathbf{s}(t - \tau_l) + \boldsymbol{\omega}(t). \quad (3.4)$$

²Al fine dei calcoli numerici è utile osservare che i modelli di canale 11n sono costituiti da PAS con cluster i cui parametri AoA , AS_{R_x} , AoD e AS_{T_x} sono costanti per ogni τ . Inoltre la potenza del PAS viene normalizzata ad ogni τ dalle (3.2), (3.3). Queste due condizioni fanno sì che le matrici di correlazione non cambino se non cambiano i cluster che caratterizzano il PAS.

Dalla (3.4) osserviamo in particolare la presenza del pedice l nella matrice di canale \mathbf{H}_l a indicare che essa cambia in base al ritardo τ , cosa che abbiamo osservato anche parlando del PAS. Nel caso particolare in cui $L = 1$ il canale è FF, altrimenti è FS.

Conoscendo tutte le matrici di canale e nelle ipotesi che i simboli trasmessi $\mathbf{s}(t)$ siano statisticamente indipendenti e la potenza di trasmissione si suddivisa equamente tra le antenne in trasmissione si può esprimere l'informazione mutua, necessaria per il calcolo della capacità, come

$$I = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} I_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log_2 [\det(\mathbf{I}_{N_R}) + \gamma \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H] \quad (3.5)$$

dove

$$\gamma = \frac{SNR}{N_T} \quad (3.6)$$

e

$$SNR = \frac{P_{T_x}}{N_T \sigma_\omega^2}, \quad (3.7)$$

dove P_{T_x} è la potenza totale trasmessa e σ_ω^2 la potenza del rumore. Le $\mathbf{H}_k, k = 1, \dots, N$ sono le matrici di canale nel dominio della frequenza calcolate con una DFT (trasformata di Fourier discreta) su N punti.

L'informazione mutua non è però la capacità del canale MIMO. Essa infatti rappresenta la capacità di una sola realizzazione del canale. Per calcolare la capacità di canale bisogna mediare l'informazione mutua su molte realizzazioni, cioè

$$C_{max} = \mathbb{E} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} I_k \right] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbb{E} [I_k], \quad [\text{bit/s/Hz}]. \quad (3.8)$$

Quando il canale è FF ($L = 1$) si ha una semplificazione della (3.5) visto che la \mathbf{H}_k diventerà costante per ogni k (siamo infatti nel caso di canale piatto in frequenza). L'espressione della capacità si calcola ancora come media dell'informazione mutua ma ora risulta

$$C_{max} = \mathbb{E} [\log_2 (\det (\mathbf{I}_{N_R} + \gamma \mathbf{H} \mathbf{H}^H))] , \quad [\text{bit/s/Hz}]. \quad (3.9)$$

Ciò che abbiamo visto in questo capitolo è sufficiente per analizzare le prestazioni dei ricevitori di un sistema 11, argomento del prossimo capitolo.

CAPITOLO 4

Analisi di array

4.1 Introduzione

Nel Capitolo 2 abbiamo calcolato l'espressione del CC che ci permette di costruire le matrici di correlazione di un array di antenne conoscendo gli element pattern e il PAS dello scenario nel quale il nostro sistema lavora. In questo capitolo utilizziamo quanto trovato per due casi specifici: un ULA di 3 dipoli a mezza lunghezza d'onda e un array di 3 antenne Yagi settoriali. Per entrambi gli array faremo uno studio definendo i pattern per via analitica (caso *ideale*) e successivamente con pattern ricavati con CST (caso *reale*). Così facendo potremo analizzare l'impatto sulla capacità del canale della distanza tra gli elementi dell'array, del mutual coupling (MC) e della direttività del pattern.

Tutto il nostro lavoro sarà centrato sul ricevitore, come abbiamo fatto per il calcolo del CC, considerando un trasmettitore standard: ULA di antenne ideali omnidirezionali sul piano. Questa ipotesi ci permette di utilizzare i modelli di canale dello standard senza doverli modificare. Tali modelli sono una descrizione statistica del segnale potenza definita solo sul piano azimutale (ricordiamo che il nome è: power azimuth spectrum) perciò tutta l'analisi sarà fatta per ρ_{ij}^{azim} definito nella Sezione 2.5 e non per l'espressione spaziale del CC.

4.2 Array ideali e reali: il mutual coupling

Nell'analisi fatta nel Capitolo 2 abbiamo visto che il CC dipende principalmente da due elementi: il PAS $\mathcal{P}(\phi)$ e l'element pattern $\mathbf{h}(\phi)$ (l'XPD sarà considerata costante e uguale a 1). Se $\mathcal{P}(\phi)$ dipende dallo scenario e viene fornito da opportune campagne di misura il pattern invece è caratteristico dell'antenna.

Quando si ha a che fare con antenne reali però l'effetto MC condiziona il comportamento di ogni elemento dell'array in modo diverso in base alla posizione e alla distanza di separazione. In letteratura [14] il MC è considerato trascurabile quando le antenne sono separate da una distanza superiore a mezza lunghezza d'onda, condizione che per un sistema basato sullo standard IEEE 802.11n funzionante alla frequenza di 2,4 GHz significa $\lambda/2 = 6.3$ cm, che diventano 2.9 cm alla frequenza di 5.2 GHz. Tali dimensioni potrebbero sembrare ridotte ma in realtà non lo sono. Pensiamo, per esempio, di dover installare un ULA di 3 elementi in un telefono cellulare: servirebbero più di 12 cm di spazio. Si consideri poi che la struttura fisica della singola antenna ha un ingombro, al quale bisogna aggiungere lo spazio occupato dal terminale di alimentazione. Ci sono casi in cui l'aumento del MC può rivelarsi positivo. Supponiamo di trovarci in uno scenario in cui il segnale ha una direzione di arrivo più probabile delle altre. Se il pattern si deforma rendendo l'antenna più sensibile nella direzione di arrivo del segnale allora il ricevitore avrà delle prestazioni migliori. Quest'ultimo aspetto è, però, molto delicato. Prima di tutto si tratta di un pattern involontariamente direttivo, causato dalla geometria dell'array, che potrebbe anche peggiorare le prestazioni. Inoltre il MC agisce sull'efficienza di radiazione dell'antenna [15] con una possibile riduzione. A tal proposito in seguito considereremo sempre antenne con efficienza pari a 1 ma in un'eventuale fase di progetto tale aspetto non deve essere trascurato.

Per analizzare l'effetto MC esamineremo le schiere di antenne in due casi:

- **ideale:** array *senza* MC, i cui element pattern sono definiti analiticamente;
- **reale:** array *con* MC, i cui element pattern sono ricavati da simulazioni al CST.

4.2.1 Lo standard IEEE 802.11n: array di antenne isotrope

Un esempio di array ideale è la schiera di antenne utilizzata nel modello di canale dello standard IEEE 802.11n [9]: un ULA di N antenne omnidirezionali sul piano senza mutual coupling, in altre parole isotrope sul piano. Lo standard non specifica di che tipo di antenna si tratta ma la forma del diagramma di radiazione sul piano è proprio quella di un dipolo isolato: un cerchio (vedi prossima Sezione).

Riassumiamo queste poche caratteristiche sufficienti per confrontare le prestazioni dello standard con quelle di altri tipi di array:

- ULA con $N = 2, 3, 4$ elementi;
- no MC;
- far-field isotropo nel piano;
- trasmettitore e ricevitore indipendenti.

Noi ci limiteremo a studiare sistemi MIMO 3x3 in cui il trasmettitore sarà conforme allo standard mentre il ricevitore cambierà di volta in volta. La nostra analisi quindi punta a studiare l'efficienza di array di 3 antenne utilizzati come ricevitore in un sistema che usa lo standard IEEE 802.11n.

4.3 ULA di 3 dipoli

Il caso più comune di array attualmente utilizzato nei sistemi MIMO è costituito da antenne a dipolo, allineate ed equispaziate (ULA) come in Figura 4.1. Nelle ipotesi di considerare solo il piano azimutale e trascurare il MC allora l'ULA di dipoli è proprio la struttura considerata nello standard e può perciò essere usata come riferimento con cui confrontare altri array.

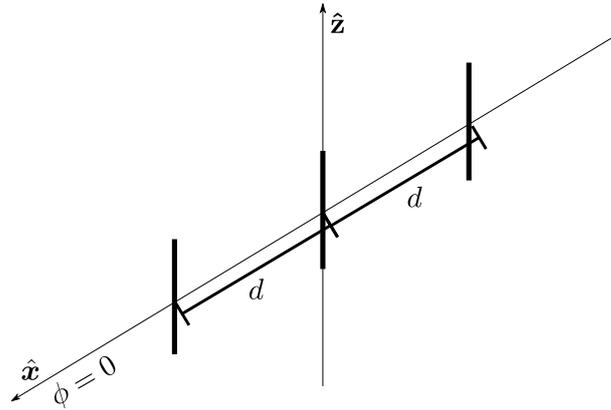


Figura 4.1: Array di 3 dipoli allineati (lungo $\hat{\mathbf{x}}$) e equispaziati (di d).

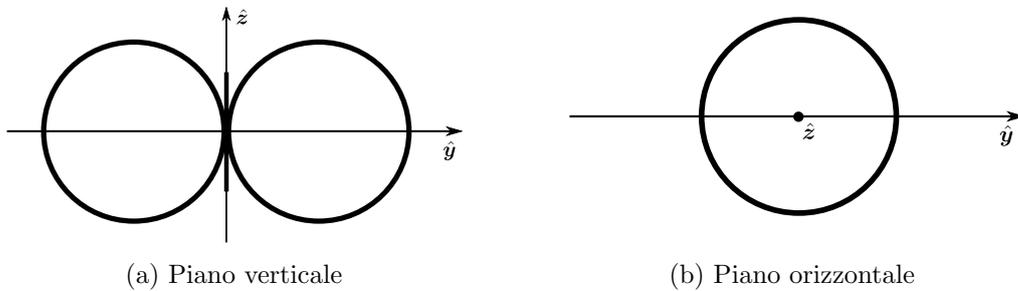


Figura 4.2: Diagramma di radiazione di un dipolo isolato: (a) piano verticale e (b) piano orizzontale.

4.3.1 Caso ideale

Lo studio di un array di dipoli ideali risulta piuttosto semplice grazie alla forma regolare del pattern di quest'antenna, a “ciambella”, riportata in Figura 4.2 e grazie al fatto che trascurare il MC implica avere lo stesso pattern per i 3 elementi ($\mathbf{h}_i(\phi) = \mathbf{h}_j(\phi)$, $\forall i, j$). Per questi due motivi calcoleremo un'espressione analitica di $\mathbf{h}(\phi)$. La semplicità dei calcoli permette di esprimere in forma chiusa anche il CC come mostrato in [9], noi, invece, ci fermeremo a calcolare $\mathbf{h}(\phi)$ mentre per ricavare i valori assunti da ρ_{ij}^{azim} utilizzeremo il calcolatore.

Ci dedichiamo ora a calcolare $\mathbf{h}(\phi)$ per tutti i punti del piano azimutale.

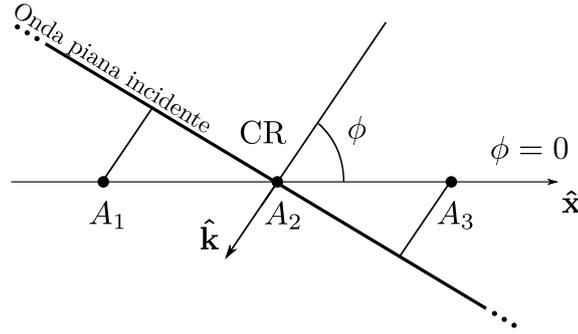


Figura 4.3: Ritardi con cui il segnale (onda piana incidente) arriva sugli elementi dell'ULA.

Il modulo del far-field è costante in ogni direzione (Figura 4.2b), cioè

$$|\mathbf{h}(\phi)| = h_0, \quad \phi \in [0, 2\pi] \quad (4.1)$$

con h_0 costante arbitraria che possiamo porre uguale a 1.

Oltre al modulo del pattern dobbiamo però ricavare anche la fase. In Figura 4.3 l'onda piana incidente (il segnale) si propaga nella direzione del vettore $\hat{\mathbf{k}}$ formando l'angolo ϕ con l'asse di allineamento dell'array $\hat{\mathbf{x}}$ ($\phi = 0$). Essendo l'onda *piana* il modo in cui incide sulle tre antenne A_i , $i = 1, 2, 3$, è distinto solo dal ritardo/anticipo con cui arriva su ognuna di esse. Chiamiamo s_i , $i = 1, 2, 3$, il segnale sui tre elementi. Se s_2 è il segnale su A_2 (centro di riferimento CR), avremo:

$$s_1(t) = s_2(t)e^{-j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos\phi}, \quad (4.2)$$

$$s_3(t) = s_2(t)e^{+j2\pi\frac{d}{\lambda}\cos\phi}, \quad (4.3)$$

cioè s_1 e s_3 sono rispettivamente in ritardo e in anticipo su s_2 (l'esponenziale esprime lo sfasamento tra i segnali).

Questo ritardo/anticipo (fase) del segnale ricevuto può essere espresso in modo equivalente considerando un unico segnale (per esempio s_2) e portando l'esponenziale delle (4.2) e (4.3) nell'espressione del pattern. Se confrontiamo la (4.2) (o la (4.3)) con l'equazione (1.34) che lega pattern, campo incidente e segnale ricevuto osserviamo che, sostituendo $E_{\text{inc}} = s_2$ (considerando grandezze

scalari), possiamo scrivere

$$s_i(t) = s_2(t)h_i(\phi), \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.4)$$

dove

$$h_i(\phi) = h_0 e^{+j2\pi \frac{d}{\lambda}(i-2) \cos \phi}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4.5)$$

Quello che abbiamo fatto è aver espresso lo sfasamento del segnale come sfasamento dato dal pattern in funzione della direzione di provenienza dell'onda.¹ La (4.5) è allora l'espressione analitica, elementi in modulo e fase, del diagramma di radiazione di un dipolo ideale facente parte di un ULA di 3 elementi. Riscritta in forma estesa, per le due polarizzazioni del campo, la (4.5) diventa

$$\mathbf{h}_i(\phi) = h_{i\theta}(\phi) \hat{\boldsymbol{\theta}} = h_0 e^{+j2\pi \frac{d}{\lambda}(i-2) \cos \phi} \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4.6)$$

in cui non compare la componente $h_{i\phi}$ perché in un dipolo è nulla.

CC per un ULA di dipoli ideali

In generale calcoleremo i valori di ρ_{ij}^{azim} per via numerica partendo dalla (2.56). Per un ULA di dipoli ideali approfondiamo il calcolo dell'espressione del CC per dimostrare che l'espressione calcolata in questa tesi è la stessa utilizzata nello standard IEEE 802.11n [9].

Riprendiamo l'espressione del coefficiente azimutale e sostituiamo l'equazione del diagramma di radiazione dei dipoli isolati (4.6) ottenendo ²

$$\rho_{ij, \text{ULA dip Id}}^{azim} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{y_i}^2 \sigma_{y_j}^2}} \int_0^{2\pi} \mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\phi) |h_0|^2 e^{+j2\pi \frac{d}{\lambda}(i-j) \cos \phi} d\phi \quad (4.7)$$

con

$$\sigma_{y_k}^2 = \int_0^{2\pi} \mathcal{X} \mathcal{P}_\theta(\phi) |h_0|^2 d\phi, \quad k = i, j. \quad (4.8)$$

¹Concettualmente il pattern può essere immaginato come un *filtro spaziale* che porta un contributo sul modulo e uno sulla fase del segnale incidente; lo sfasamento che abbiamo inserito nella (4.4) è il contributo sulla fase dato dal filtro spaziale.

²La (4.7) utilizza il simbolo “j” con due significati diversi: l'indice dell'elemento dell'array e l'unità immaginaria. Visto che la distinzione dovrebbe essere chiara al lettore si è preferito lasciare questa notazione anziché introdurre un nuovo simbolo.

che chiamiamo *CC azimutale per un ULA di dipoli ideali*. Dalla (4.7) osserviamo che il fattore h_0 (modulo del pattern) si semplifica e questo ci assicura che era corretto ipotizzarlo uguale a 1. Osserviamo inoltre che $\sigma_{y_k}^2 = 1$ in tutti i casi in cui h_0 è costante per le proprietà del PAS [9].

Per arrivare all'espressione utilizzata nello standard è sufficiente utilizzare l'ipotesi $\mathcal{X} = 1$. Se poi supponiamo di avere solo due antenne la (4.7) diventa

$$\rho_{\text{ULA Iso}}^{\text{azim}} = \int_0^{2\pi} \mathcal{P}_\theta(\phi) e^{+j2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \phi} d\phi, \quad (4.9)$$

espressione riportata anche in [9]. Nella (4.9) appare $\sin \phi$ e non $\cos \phi$ perché nello standard l'angolo ϕ è misurato rispetto all'asse dell'array e non rispetto all'asse di allineamento.

4.3.2 Caso reale

Dopo aver ricavato il modello analitico del pattern di un dipolo isolato (caso ideale) e averlo utilizzato per calcolare il CC per questa specifica antenna, analizziamo il caso reale studiando il vero comportamento di una schiera di 3 dipoli.

Ora non facciamo più ricorso a un modello matematico per calcolare $\mathbf{h}(\phi)$ ma simuliamo il funzionamento dell'ULA di dipoli con CST. In questo modo realizziamo le situazioni che si avrebbero nella realtà, in particolare l'effetto MC.

Prima di descrivere i risultati delle simulazioni CST ci soffermiamo a ribadire l'aspetto dell'intensità del pattern che avevamo discusso anche nel Capitolo 1. Al fine di calcolare il CC il valore dell'intensità del pattern non ci interessa perché viene normalizzato. Guardando i diagrammi di radiazione dobbiamo porre attenzione solo alla forma, al "disegno" che il far-field crea. L'intensità normalizzata del pattern ci serve solo per distinguere le direzioni in cui l'antenna è sensibile al campo EM incidente da quelle in cui non lo è (utilizziamo 0.5 come soglia).

La Figura 4.4 riporta, per ogni dipolo della schiera, i diagrammi di radiazione sul piano orizzontale per 3 diverse separazioni $d = 0.1\lambda, 0.3\lambda, 0.5\lambda$. La prima

cosa che si osserva è che non c'è più il cerchio perfetto che avevamo considerato nel caso ideale (Figura 4.2). Ora il diagramma si deforma sempre più al diminuire di d facendo perdere la natura isotropa del dipolo.

Per il caso $d = 0.1\lambda$ si potrebbe quasi dire che l'ULA di dipoli diventa un array di antenne che prediligono la direzione end-fire ($\phi = 0^\circ, 180^\circ$) a discapito di quella broadside ($\phi = 90^\circ, 270^\circ$).

All'opposto, con $d = 0.5\lambda$ osserviamo che l'ipotesi di ritenere il MC trascurabile quando le antenne sono separate di più di mezza lunghezza d'onda è verificata nel caso della schiera di 3 dipoli. In Figura 4.4 si vede, infatti, che l'intensità del diagramma di radiazione con $d = 0.5\lambda$ non è mai inferiore a 0.5.

Osserviamo infine che negli array reali in cui agisce il MC, il pattern è funzione anche della posizione nello spazio in cui l'antenna si trova e così per l'ULA di dipoli i 2 pattern laterali (Figure 4.4a e 4.4c) risultano diversi da quelli dell'antenna centrale.

Per quanto riguarda il calcolo numerico del CC di un array reale, i parametri che influiscono sul pattern, la posizione delle antenne e la separazione d , resteranno impliciti nei valori di $\mathbf{h}(\phi)$ restituiti dalle simulazioni CST. In altre parole, se nel caso ideale la forma analitica del pattern (4.6) mostrava chiaramente il parametro d , nel caso reale d sarà solo un possibile riferimento alla simulazione CST fatta per tale distanza tra gli elementi.

4.3.3 Matrici di correlazione

Dopo aver studiato i pattern degli array di dipoli riportiamo i risultati di questo lavoro e di quello fatto nel Capitolo 2: le matrici di correlazione.

Le \mathbf{R}_{Rx} che seguono sono state calcolate utilizzando l'espressione del CC azimutale (2.56) per un sistema con le seguenti caratteristiche:

- ricevitore ULA di 3 dipoli **reale**;
- modello di canale C (descritto nella Tabella 3.1);
- PAS a profilo laplaciano troncato;

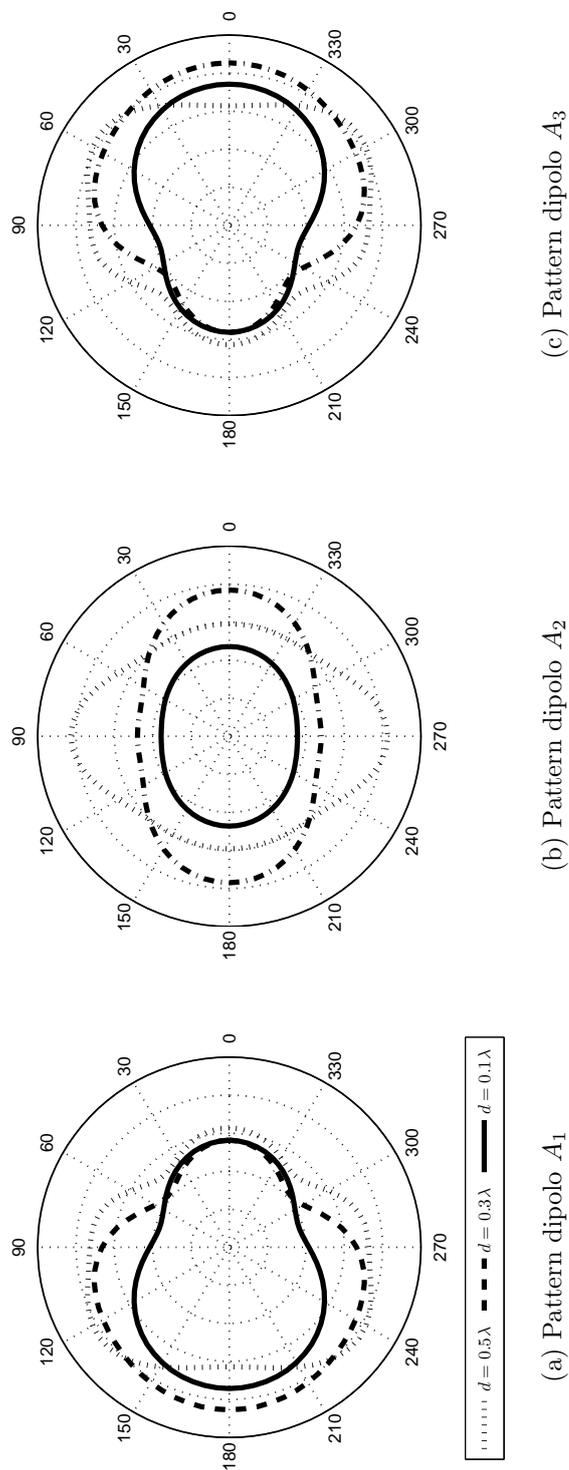


Figura 4.4: Diagrammi di radiazione dei singoli dipoli deformati dal MC. La classica forma a ciambella che dava origine a un cerchio sul piano orizzontale è ora sostituita da diagrammi irregolari che cambiano al variare della separazione d e della posizione dell'elemento dell'array.

- separazione tra le antenne $d = 0.5\lambda$.

Osserviamo, prima di tutto, la dipendenza dal ritardo temporale τ , già introdotta nei capitoli precedenti. Se confrontiamo le \mathbf{R}_{Rx} con la Tabella 3.1 vediamo che i CC cambiano solo se cambiano i cluster presenti. Al contrario per $\tau = 1$ e $\tau = 2$ la matrice di correlazione rimane costante perché a $\tau = 1, \dots, 6$ il canale è caratterizzato solo dal cluster 1.

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}(\tau = 1) = \begin{bmatrix} 1 & -0.7259 - 0.4112i & 0.5618 + 0.3661i \\ -0.7259 + 0.4112i & 1 & -0.7843 - 0.2498i \\ 0.5618 - 0.3661i & -0.7843 + 0.2498i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}(\tau = 2) = \begin{bmatrix} 1 & -0.7259 - 0.4112i & 0.5618 + 0.3661i \\ -0.7259 + 0.4112i & 1 & -0.7843 - 0.2498i \\ 0.5618 - 0.3661i & -0.7843 + 0.2498i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}(\tau = 7) = \begin{bmatrix} 1 & 0.1364 - 0.6372i & -0.1781 - 0.0655i \\ 0.1364 + 0.6372i & 1 & 0.0373 - 0.5607i \\ -0.1781 + 0.0655i & 0.0373 + 0.5607i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Un altro aspetto che possiamo andare a vedere è come il pattern influenza le matrici di correlazione. Per fare questo consideriamo il modello di canale uniforme in $[0, 2\pi]$ (canale FF) che descrive scenari in cui il segnale è proveniente con la stessa probabilità da tutte le direzioni del piano. In questo modo il pattern sarà l'unica variabile a condizionare il CC.

Prendiamo la separazione per cui il pattern di un ULA reale è più deformato, cioè $d = 0.1\lambda$ (vedi Figura 4.4). Le matrici di correlazione nel caso ideale e reale sono rispettivamente

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}^{ULA\text{ideale}}(\tau = 1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.9037 & 0.6425 \\ 0.9037 & 1 & 0.9037 \\ 0.6425 & 0.9037 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

e

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}^{ULA \text{ reale}}(\tau = 1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5796 + 0.1861i & -0.2119 \\ 0.5796 - 0.1861i & 1 & 0.5796 - 0.1861i \\ -0.2119 & 0.5796 + 0.1861i & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Come si vede i CC nei due casi sono molto diversi (presi in modulo c'è una differenza minima del 45%) e ciò è dovuto solo alla deformazione dei pattern. La variazione in questo caso risulta a favore dell'array reale che infatti darà luogo a delle prestazioni migliori (come vedremo nella Sezione 4.5).

4.4 Array di 3 Yagi settoriali

Le prestazioni che l'ULA di dipoli permette di ottenere sono soddisfacenti ma hanno il vincolo di dipendere dalla distanza d tra gli elementi dell'array, al punto tale che per separazioni piccole ($d = 0.1\lambda, 0.3\lambda$) si ha una sensibile riduzione della capacità del sistema come vedremo nella Sezione 4.5.

L'array di antenne *Yagi settoriali* è una soluzione basata sul principio dei pattern ortogonali descritto di seguito, che permette di raggiungere valori della capacità simili a quelli dei canali incorrelati pur mantenendo contenute le dimensioni dell'intera struttura.

4.4.1 Struttura fisica

Una comune antenna Yagi è quella usata per la televisione presente sul tetto degli edifici, costituita da una serie di elementi filiformi paralleli e allineati. Essa è caratterizzata da un diagramma di radiazione settoriale che la rende sensibile solo ai segnali provenienti da un insieme limitato direzioni del piano (come nella sezione precedente anche in questa ci limitiamo allo studio nel piano azimutale), formando così un lobo diretto nella direzione di allineamento degli elementi filiformi.

L'antenna che utilizziamo nella nostra applicazione è una Yagi a basso profilo stampata su dielettrico la cui forma, riportata in Figura 4.5, ricorda quella

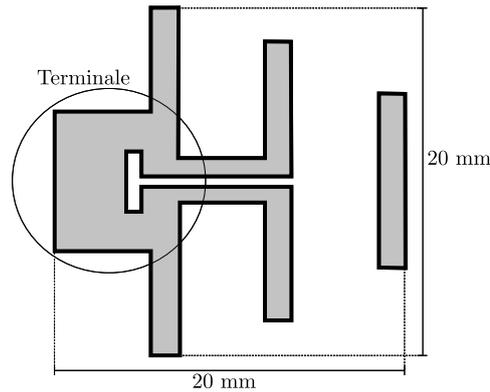


Figura 4.5: Struttura dell'antenna Yagi a basso profilo progettata dal gruppo di campisti del DEI.

delle antenne televisive. Il caso reale che prenderemo in esame nella Sezione 4.4.3 riguarda un'antenna progettata per lavorare alla portante più alta dello standard IEEE 802.11n cioè a 5.2 GHz e ha dimensioni dell'ordine di mezza lunghezza d'onda (circa 3 cm). La Figura 4.5 ci mostra un particolare della struttura dell'antenna che ha il suo peso quando vogliamo ridurre le dimensioni del sistema: il terminale. Anche il terminale, infatti, ha dimensioni finite non trascurabili che contribuiscono ad aumentare le dimensioni dell'intera schiera.

Prima di analizzare la struttura dell'array di 3 Yagi poniamo l'attenzione sulla polarizzazione del campo irradiato e quindi del pattern di una Yagi.

Diversamente dal dipolo che generava un campo polarizzato rettilineamente lungo $\hat{\theta}$, la Yagi ne irradia uno che ha entrambe le componenti E_θ , E_ϕ non nulle indicate in Figura 4.6. Tra le due la componente orizzontale E_ϕ è quella che predomina ($E_\theta/E_\phi \approx 0.1$), motivo per cui E_θ sarà trascurata nel caso dell'array ideale.

Studiamo ora la struttura dell'array di 3 Yagi.

L'ULA di dipoli che abbiamo visto nelle sezioni precedenti era un classico esempio di *space diversity* [13, Sezione 1.8.2]: sfruttava la separazione tra gli elementi per avere canali tra loro scorrelati. Grazie al far-field omnidirezionale dei dipoli esso era in grado di catturare tutte le componenti spaziali tipiche del segnale multipath ma le sue prestazioni degradavano a causa del MC quando le

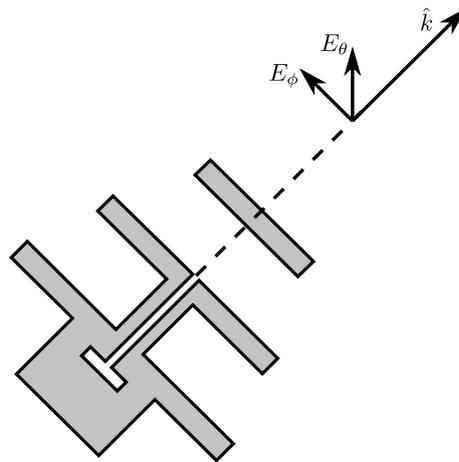


Figura 4.6: Componenti E_θ ed E_ϕ del campo irradiato dall'antenna Yagi.

dimensioni dell'array diventavano piccole. La strada che seguiamo con l'array di Yagi, si basa invece sulla *angle diversity* e il principio dei pattern ortogonali. Quest'altro metodo consiste nel puntare le antenne a disposizione in direzioni diverse dello spazio in modo da ricevere segnali indipendenti. Ora da un lato abbiamo il vantaggio di segnali scorrelati, dall'altro lo svantaggio di rendere le antenne cieche in certe direzioni.

Per definire la struttura dell'array teniamo ben presenti due aspetti:

1. stiamo usando 3 antenne direttive/settoriali identiche;
2. il pattern complessivo dell'array deve coprire il più possibile l'angolo giro per perdere meno componenti multipath possibile.

Se supponiamo che le 3 antenne si trovino tutte nel CR, per coprire 360° le 3 direzioni di puntamento saranno equispaziate di 120° . Posizionare le antenne tutte nello stesso punto non è, però, fisicamente possibile, a meno che non le si disponga una sopra l'altra, perdendo così la struttura planare della schiera; dobbiamo perciò pensare ad un'altra geometria dell'array. Si potrebbe formare un ULA di 3 Yagi ma il MC deformerebbe in modo diverso gli element pattern in funzione della posizione, rischiando che l'array non copra in modo uniforme l'angolo giro. Per mantenere le 3 antenne equidistanti e incondizionate dalla

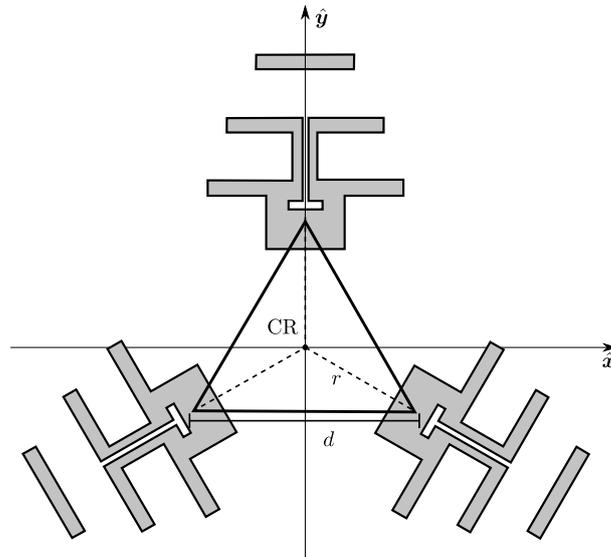


Figura 4.7: Struttura a triangolo equilatero dell'array di 3 Yagi.

posizione che occupano utilizziamo allora una geometria a *triangolo equilatero* che può essere realizzata in pratica ma può anche essere approssimata ad un punto per esempio quando stiamo facendo un'analisi in campo lontano. Con questa struttura dell'array le direzioni di puntamento saranno allora coincidenti con le bisettrici dei 3 angoli. La Figura 4.7 è il progetto dell'array realizzato al CST nel quale abbiamo riportato alcuni parametri che utilizzeremo in seguito:

- d : il lato del triangolo e la separazione tra le antenne (si osservi che l'asse \hat{x} viene presa parallela a un lato del triangolo);
- CR: il centro di riferimento che coincide con il baricentro del triangolo;
- r : il raggio (in un triangolo equilatero $r = d/\sqrt{3}$).

Definita la struttura e le direzioni di puntamento è importante definire la forma del far-field soprattutto trattandosi di un pattern direttivo. Rimandiamo la spiegazione di questo aspetto alla Sezione 4.4.2 quando definiremo analiticamente il diagramma di radiazione.

Nei prossimi paragrafi studieremo il caso ideale e il caso reale dell'array di Yagi. Nell'analisi dell'ULA di dipoli eravamo interessati a come cambiava la ca-

capità del canale se il MC diventava più intenso, cioè in funzione di d , ora invece che il MC è mitigato dalla particolare struttura dell'antenna e dell'array l'attenzione va posta su come cambiano le prestazioni del sistema visto che stiamo usando antenne settoriali. Quello che possiamo aspettarci a priori è una capacità che può avvicinarsi molto a quella di canali scorrelati visto che l'ortogonalità tra i pattern riduce il CC indipendentemente da d .

Principio dei pattern ortogonali

Consideriamo una schiera formata dalle antenne A_i , $i = 1, \dots, N$ e il CC ρ_{ij} dei segnali ricevuti. Un metodo ben conosciuto per diminuire il CC consiste nell'utilizzo di element pattern (quasi) ortogonali tra loro.

Teorema Se i diagrammi di radiazione \mathbf{h}_i , \mathbf{h}_j sono tra loro ortogonali, nelle due componenti, secondo

$$\int h_{i_\gamma}(\theta, \phi) h_{j_\gamma}^*(\theta, \phi) = 0, \quad \gamma = \theta, \phi \quad (4.15)$$

allora $\rho_{ij} = 0$.

Questa proprietà è stata descritta da Vaughan e Andersen in [8] e si dimostra se si osserva che nella (2.51) l'integrale è nullo, se vale la (4.15), e quindi anche il CC.

Analizziamo la (4.15) anche intuitivamente. Prendiamo l'esempio in Figura 4.8. I diagrammi di radiazione delle 2 antenne sono settoriali, cioè limitati a certe direzioni dello spazio, e non si intersecano/sovrappongono in nessuna direzione: essi sono pattern ortogonali. In questo modo il segnale incidente $s_1(t)$ è "visto" solo dall'antenna A_1 e $s_2(t)$ solo da A_2 o, le due antenne vedono solo segnali diversi (provenienti da direzioni diverse). Nella Sezione 2.4.3 abbiamo detto che segnali provenienti da direzioni diverse sono incorrelati quindi $\rho_{ij} = 0$.

4.4.2 Caso ideale

Lo studio dell'array di Yagi ideali è utile per tre principali motivi:

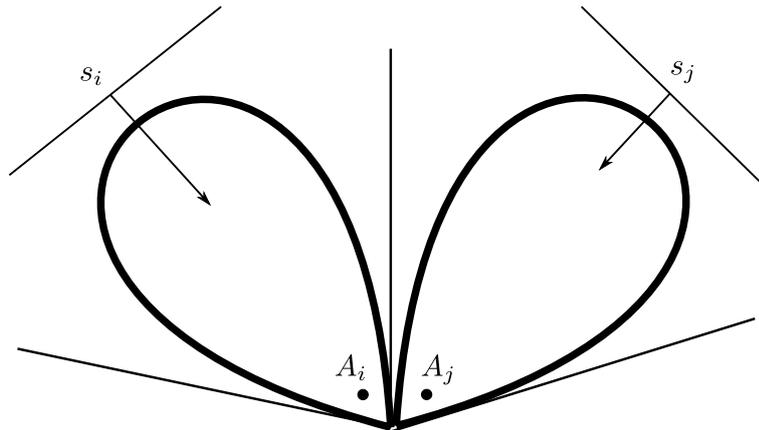


Figura 4.8: Esempio di pattern ortogonali

- verificare che l'effetto MC presente nell'array reale è sufficientemente debole da incidere poco sul CC;
- stimare le prestazioni della struttura senza doverla costruire o simulare in CST;
- come linea guida per progettare l'array e i pattern reali.

Come abbiamo fatto per gli ULA dobbiamo calcolare una funzione $\mathbf{h}_i(\phi)$, $i = 1, 2, 3$, che modelli il comportamento dell'antenna Yagi isolata. Nel caso dei dipoli l'espressione di $\mathbf{h}(\phi)$ era molto semplice grazie alla struttura simmetrica dell'antenna, in questo caso, invece, la descrizione si complica sia per quanto riguarda il valore assoluto del pattern, sia per l'espressione della fase con cui il segnale arriva sui tre diversi elementi.

Iniziamo con definire il modulo del pattern. Come abbiamo detto nella Sezione 4.4.1 vogliamo che ogni antenna abbia un pattern direttivo che non si intersechi con quelli delle antenne vicine (come invece accade per i dipoli), ma con una larghezza del lobo sufficientemente ampia cosicché la somma di tutti i pattern copra il più possibile l'angolo giro.

Per esprimere analiticamente il modulo ricorriamo al *modello Gaussiano del pattern* descritto da Vaughan e Andersen in [13, Sezione 8.1.1.4] con il quale si può descrivere un far-field definito sul piano, composto solo dalla componente

E_ϕ e con i lobi secondari nulli. Questo modello esprime il modulo del pattern con la funzione gaussiana troncata

$$g(\phi) = \exp\left\{-\frac{(\phi - \phi_0)^2}{2\sigma_l^2}\right\}, \quad -\pi \leq (\phi - \phi_0) \leq \pi \quad (4.16)$$

dove

- $g(\phi)$ è il modulo del pattern;
- ϕ_0 è la media e coincide con la direzione di puntamento dell'antenna;
- σ_l è la varianza e descrive la larghezza del lobo principale, infatti si può scrivere come funzione del parametro *half power beam width* (HPBW).

Nel nostro caso specifico possiamo esprimere i pattern come

$$h_i(\phi) = g_i(\phi) e^{f_i(\phi)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.17)$$

utilizzando la notazione g_i (e f_i) per indicare che il pattern è diverso per ogni antenna in quanto cambia la direzione di puntamento. Lasciamo invece costante la larghezza (σ_l) dei 3 lobi. La Figura 4.9 è il modulo del diagramma di radiazione ricavato con il modello Gaussiano imponendo $\phi_0 = 90^\circ$ per due valori di σ_l ($(\sigma_l = 0.4$ pattern direttivo e $\sigma_l = 1.25$ lobo ampio)). Per quanto riguarda l'ampiezza del lobo specifichiamo che la assumiamo normalizzata rispetto al valore massimo cioè in modo che $g(\phi_0) = 1$, infatti come abbiamo visto nel Capitolo 2 ai fini del calcolo del CC questo valore non porta contributi.

Ci rimane ora da ricavare un'espressione della fase che nella (4.17) avevamo lasciato indicata con $f_i(\phi)$. Utilizziamo la Figura 4.10 nella quale $l_i(\phi)$, $i = 1, 2, 3$ è la lunghezza del cammino percorso (o da percorrere) dall'onda, che usiamo come parametro per esprimere la fase. Si osservi che CR si trova nell'origine degli assi cartesiani e che l'asse \hat{x} è parallela a uno (qualsiasi) dei lati del triangolo equilatero. Con un po' di geometria arriviamo a scrivere le fasi

$$f_1(\phi) = +j2\pi l_1(\phi) \quad \text{con } l_1(\phi) = \frac{d}{\lambda\sqrt{3}} \sin(\phi), \quad (4.18)$$

$$f_2(\phi) = -j2\pi l_2(\phi) \quad \text{con } l_2(\phi) = \frac{d}{\lambda\sqrt{3}} \cos\left(\phi - \frac{\pi}{6}\right), \quad (4.19)$$

$$f_3(\phi) = -j2\pi l_3(\phi) \quad \text{con } l_3(\phi) = \frac{d}{\lambda\sqrt{3}} \sin\left(\phi - \frac{\pi}{3}\right). \quad (4.20)$$

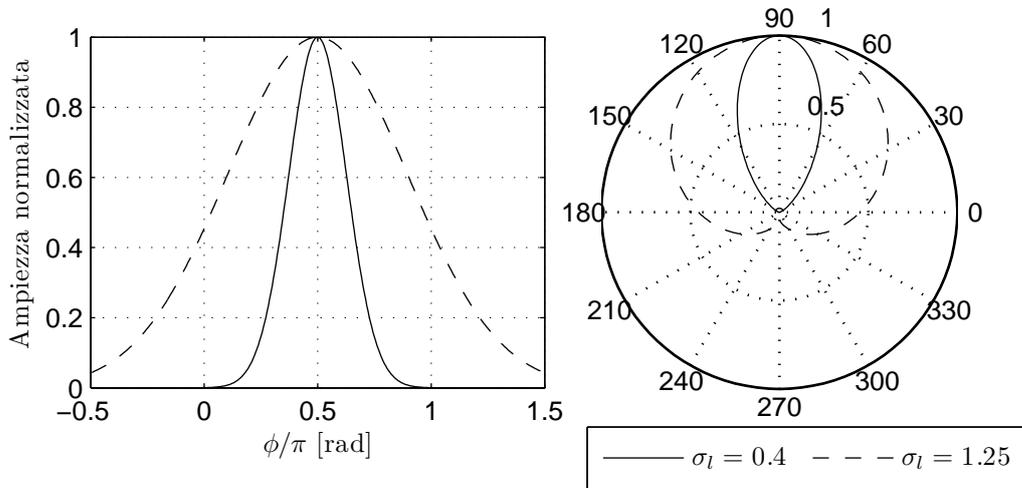


Figura 4.9: Modulo del diagramma di radiazione di un'antenna Yagi ideale definito analiticamente dalla (4.16) per due valori della varianza.

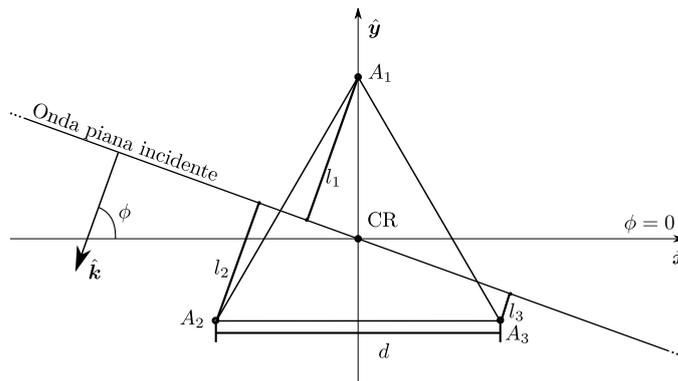


Figura 4.10: Sfasamento del segnale (onda piana incidente) sui 3 elementi dell'array di Yagi disposti a triangolo equilatero.

Siamo così arrivati a un'espressione del pattern anche per le antenne Yagi ideali che possiamo usare per calcolare la (2.56).

La Figura 4.11 riporta i pattern dell'array di 3 Yagi ideali. Guardando la figura si faccia attenzione a due cose. Sebbene in figura i pattern sembrano avere

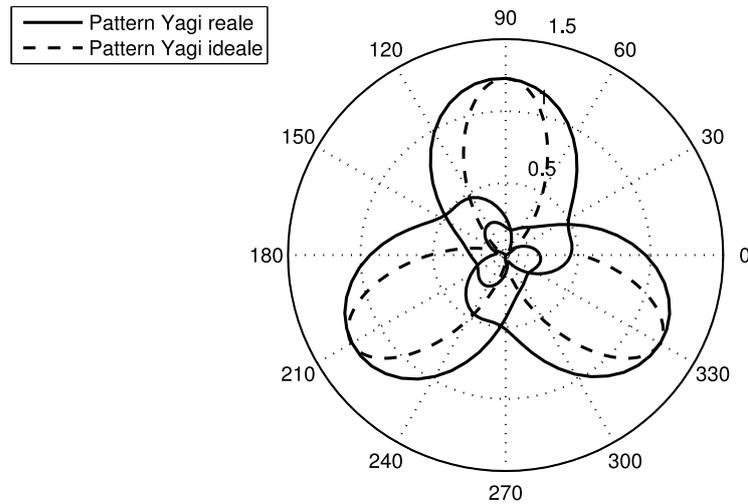


Figura 4.11: Pattern con Yagi ideale o Yagi reale.

tutti la stessa origine, in realizzatà bisogna ricordare che l'array ha struttura a triangolo equilatero per cui ogni pattern ha origine nella rispettiva antenna. La seconda cosa da osservare è che i 3 pattern (che in figura sono 3 lobi) devono essere considerati distinti l'uno dall'altro. È sbagliato pensare ad un possibile pattern complessivo generato dall'intero array, infatti le antenne che compongono un sistema MIMO lavorano autonomamente l'una dall'altra. Il MC agisce modificando (in un certo senso disturbando) il modo di lavorare di ogni antenna.

Questi due aspetti sono validi e devono essere tenuti presenti anche per i pattern del caso reale.

4.4.3 Caso reale

Come abbiamo detto e visto nello specifico caso dell'ULA di dipoli reali, il diagramma di radiazione $\mathbf{h}(\phi)$ è difficile da esprimere in forma analitica quando vogliamo descrivere il comportamento reale di un'antenna. Anche per l'array di Yagi ricorriamo allora a una simulazione in CST.

Il pattern del caso reale restituito dal CST, indicato con la linea continua in Figura 4.11, è quello ottenuto con $d = 0.1\lambda$ alla frequenza di lavoro di 5,2

GHz, cioè una configurazione molto piccola dell'array. Confrontando gli element pattern delle Yagi reali con quelli del caso ideale osserviamo che sono piuttosto simili: continua a esserci una buona settorialità, i diagrammi di ogni singola antenna sono identici e le direzioni di puntamento sono rispettate. Potremmo dire che l'array a triangolo equilatero di antenne Yagi reali verifica le ipotesi del principio dei pattern ortogonali. Dalla Figura 4.11, però, si vede che i pattern si sovrappongono e questo fatto potrebbe non far verificare la condizione (4.15) e conseguentemente non portare a un ρ_{ij} basso.

4.4.4 Matrici di correlazione

Dopo aver studiato anche i pattern degli array di Yagi, nel caso ideale e in quello reale, possiamo analizzare le matrici di correlazione ottenute.

Partiamo dal caso ideale.

In questo tipo di array il pattern (teorico) estremamente direttivo di Figura 4.9 condiziona totalmente la \mathbf{R}_{Rx} indipendentemente dal modello di canale e dalla separazione d . La matrice risultante è

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}^{Yagi, ideale} \simeq \begin{bmatrix} 1 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 1 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

che può essere considerata una matrice identità. Utilizzando la (4.21) è stata calcolata anche la capacità di canale e, come previsto, i suoi valori coincidono con quelli del ricevitore ideale (nella Sezione 4.5 lo chiameremo ricevitore ottimo) descritto da una matrice di correlazione identità. Questo ricevitore seppur ottimo dal punto di vista teorico non è di grande interesse ai fini pratici perché è difficile, se non impossibile, da realizzare. Quanto visto sull'array di Yagi ideali ha perciò validità solo come linea guida per la progettazione di array reali.

Passiamo dunque alle matrici di correlazione di un array di tre Yagi reali.

Consideriamo le stesse condizioni con le quali si è calcolata la matrice (4.10) relativa all'ULA di dipoli, ma utilizziamo un array di 3 Yagi reali separate di

$d = 0.1\lambda$. Una delle matrici che si ottiene è

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}(\tau = 1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.3056 + 0.4535i & 0.2094 - 0.1002i \\ 0.3056 - 0.4535i & 1 & 0.3773 - 0.7732i \\ 0.2094 + 0.1002i & 0.3773 + 0.7732i & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Confrontando la (4.10) con la (4.22) si osserva subito che i CC, nel caso che stiamo considerando, sono sensibilmente più piccoli. Né la parte reale, né quella immaginaria dei CC superano mai il valore 0.5. Questo preso in esame è un caso particolare (stiamo considerando un solo modello di canale e ad un solo tappo) ma è un esempio di come possono cambiare il CC se cambia il tipo di array.

Riportiamo anche altre due matrici, sempre come esempio, ricavate variando il modello di canale e lasciando come ricevitore l'array di Yagi con $d = 0.1\lambda$. La matrice di correlazione (al tappo 1) con modello di canale D risulta

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}(\tau = 1) = \begin{bmatrix} 1 & 0.7505 - 0.4874i & 0.0482 + 0.6340i \\ 0.7505 + 0.4874i & 1 & -0.2436 + 0.5226i \\ 0.0482 - 0.6340i & -0.2436 - 0.5226i & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

con modello di canale F si ha invece

$$\mathbf{R}_{\text{Rx}}(\tau = 1) = \begin{bmatrix} 1 & -0.1813 + 0.1412i & 0.1035 + 0.0413i \\ -0.1813 - 0.1412i & 1 & 0.3457 - 0.3357i \\ 0.1035 - 0.0413i & 0.3457 + 0.3357i & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Nella Sezione 4.5 vedremo le prestazioni degli array in termini di capacità, per cui sarà interessante vedere che le \mathbf{R}_{Rx} (4.22), (4.23) e (4.24) effettivamente generano capacità diverse.³

4.5 Prestazioni

Dopo aver studiato la struttura e il comportamento (pattern) dell'ULA di dipoli e dell'array di 3 Yagi possiamo analizzare l'effetto di queste schiere di an-

³Si faccia attenzione che la capacità non dipende solo dalle (4.22), (4.23) e (4.24) ma da L matrici di correlazione, con L numero di tappi del canale considerato. Le (4.22), (4.23) e (4.24) possono però dare un'idea del miglioramento o del peggioramento delle prestazioni.

tenne sulla capacità di canale (d'ora in poi capacità). Come abbiamo già detto, ci concentriamo sull'array di ricezione cioè studiamo come cambia l'efficienza del sistema se cambiamo il ricevitore. Come trasmettitore invece utilizziamo quello definito dallo standard cioè un ULA di antenne isotrope sul piano, scegliendo $d = 0.5\lambda$ come separazione e 3 come numero di elementi. Queste ipotesi sul trasmettitore ci permettono di utilizzare i modelli di canale definiti per lo standard IEEE 802.11n così come sono, diversamente potrebbero risultare modificati nel numero di tappi e cluster. La scelta di separare gli elementi del trasmettitore di $d = 0.5\lambda$ fa sì che la matrice di correlazione \mathbf{R}_{T_x} si avvicini il più possibile alla matrice identità contribuendo a canali MIMO poco correlati. In questo modo tra trasmettitore e ricevitore sarà il secondo a contribuire maggiormente nel rendere incorrelati o correlati i canali.

I grafici che riportiamo presentano la capacità C in bit/s/Hz in funzione del rapporto segnale rumore SNR in dB. Ogni andamento è stato calcolato variando il tipo di array, la separazione d tra le antenne e/o il modello di canale. La capacità è stata calcolata mediando l'informazione mutua di minimo 200 realizzazioni del canale (vedi Sezione 3.3).

Prima di andare a valutare i due tipi di array riportiamo in Figura 4.12 la capacità che si otterrebbe nella situazione di *ricezione ottima*. Definiamo ricezione ottima la condizione in cui i canali visti dal ricevitore sono tutti incorrelati, cioè

$$\mathbf{R}_{R_x} = \mathbf{I}. \quad (4.25)$$

Osserviamo che nonostante l'idealità del ricevitore l'andamento della capacità cambia in funzione del modello di canale scelto. Dobbiamo tener presente che al trasmettitore c'è ancora correlazione tra i canali (anche se sono state scelte ipotesi che la rendono molto bassa) perciò la matrice \mathbf{R}_{T_x} continua ancora a dipendere dal PAS (o più precisamente dal modello di canale) attraverso la (4.9). E' importante, allora, ricordare che se c'è ricezione ottima e, per esempio, calcoliamo le prestazioni con modello di canale B , la massima capacità raggiungibile sarà minore di quella che si ottiene con lo stesso ricevitore ma con un diverso modello di canale. In ogni grafico indicheremo come capacità di ricezione ot-

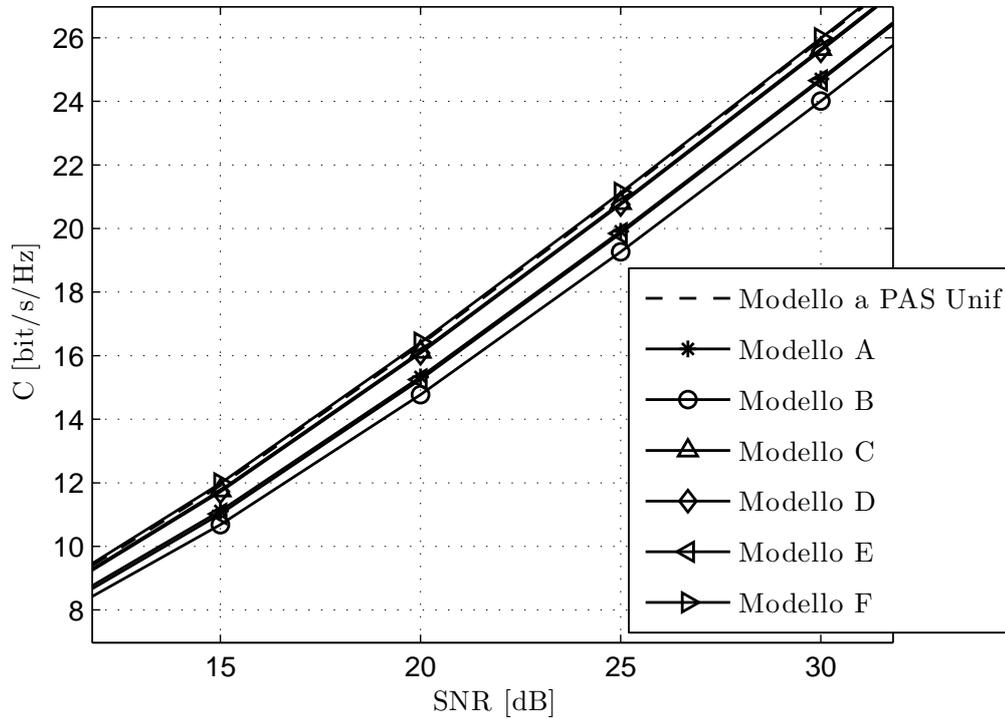


Figura 4.12: Capacità con ricezione ottima al variare del modello di canale.

tima quella del modello che stiamo considerando oppure la migliore se stiamo analizzando più modelli di canale.

La Figura 4.12 mostra anche un altro aspetto che ritornerà nei prossimi grafici. La capacità del sistema tende ad aumentare se il canale diventa più “ricco”, cioè se il numero di tappi della risposta impulsiva e il numero di cluster è alto (scenario rich multipath). Il modello F (Frequency Selective) e a PAS uniforme in $[0, 2\pi]$ (Flat Fading) rappresentano degli scenari in cui il segnale subisce molte riflessioni. In particolare il modello a PAS uniforme rappresenta il caso in cui il segnale arriva al ricevitore con uguale probabilità da tutte le direzioni del piano e perciò un ambiente molto scatterante. Quest’ultimo modello non è tra quelli definiti per lo standard ma viene usato in letteratura per approssimare ambienti rich-multipath.

Prestazioni dell'ULA di dipoli

Con tutto ciò che abbiamo studiato nella Sezione 4.3 valutiamo ora le prestazioni dell'ULA di 3 dipoli.

Abbiamo visto che il MC deforma il pattern isotropo del dipolo isolato, cioè modifica $\mathbf{h}(\phi)$. Il pattern $\mathbf{h}(\phi)$ e il PAS $\mathcal{P}(\phi)$ sono i due principali parametri che incidono sul CC e perciò un loro cambiamento andrà a incidere anche sulla capacità del sistema. In breve possiamo dire che il MC influisce sulla capacità di canale.

La Figura 4.13 riporta l'andamento della capacità con modello di canale D quando usiamo come ricevitore un ULA di 3 dipoli ideali. Se teniamo fisso il modello di canale l'unico parametro che ha effetto sul CC è $\mathbf{h}(\phi)$ che nel caso ideale è funzione solo della distanza d attraverso la (4.6). La Figura 4.13 mostra che la capacità cresce (il CC cala) via via che la separazione tra i dipoli assume valori crescenti $d = 0.1\lambda, 0.3\lambda, 0.5\lambda$.

Se passiamo al caso reale allora la variabile d agisce sul CC sia come fa per l'array ideale, sia deformando la forma dei pattern per effetto del MC come abbiamo spiegato nella Sezione 4.3.2. A priori è, però, difficile valutare se i far-field modificati portano a un aumento o a una diminuzione della capacità di canale. È possibile che la direttività indotta dal MC si adatti bene al PAS dell'ambiente in cui l'array opera e che contribuisca a scorrelare i canali visti dalle singole antenne. Viceversa può accadere che le antenne, oltre a essere fisicamente vicine e quindi correlate, diventino anche tutte sensibili solo alla stessa zona del piano aumentando perciò la correlazione (e perdendo componenti multipath).

In Figura 4.14 mettiamo in risalto proprio l'effetto del MC sulla capacità del canale. Per fare questo confrontiamo cosa succede alla capacità per i due casi estremi di separazione tra i dipoli: $d = 0.5\lambda$ (MC trascurabile) e $d = 0.1\lambda$ (forte deformazione del pattern), separazioni alle quali corrispondono i pattern di Figura 4.4. Prendiamo in esame 3 diversi modelli di canale: A, D, E (le cui caratteristiche sono state descritte nel Capitolo 3).

Con $d = 0.5\lambda$ (Figura 4.14a) verifichiamo che trascurare il MC per $d \geq \lambda/2$

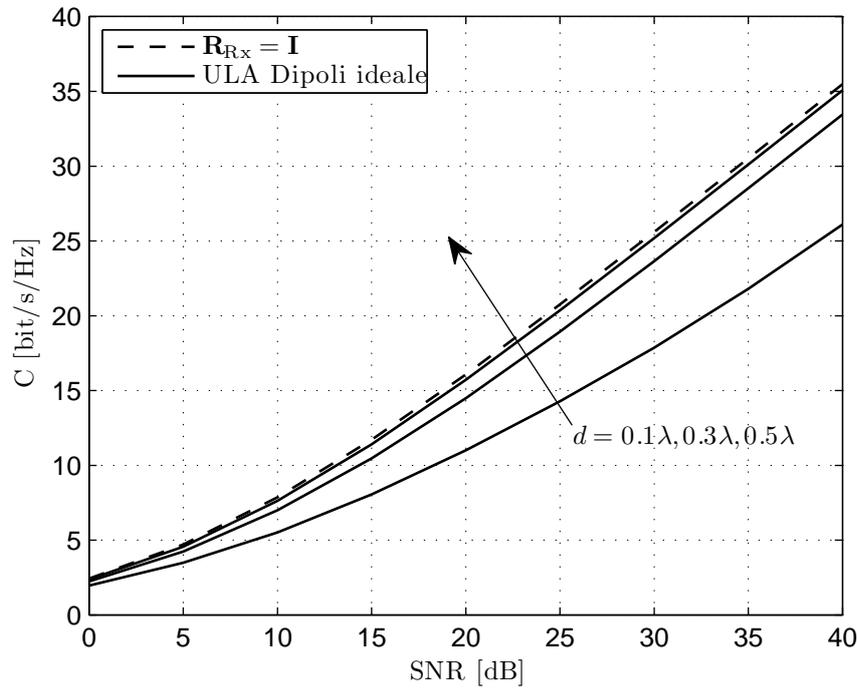


Figura 4.13: Capacità al variare della separazione d con modello di canale D con ULA di dipoli ideali.

è un'ipotesi valida anche in termini di capacità almeno con i 3 modelli di canale qui presentati e con gli altri dello standard IEEE 80211.n (non riportati nel grafico).

Avvicinando i dipoli ($d = 0.1\lambda$ Figura 4.14b) notiamo, innanzitutto, un drastico calo della capacità con tutti i modelli di canale e per entrambi i ricevitori sia ideale che reale. L'aspetto interessante da osservare è che il MC contribuisce positivamente alle prestazioni del sistema infatti la differenza di capacità risulta anche maggiore di 2 bit/s/Hz tra i due tipi di ricevitori.

Abbiamo visto, così, l'impatto del MC sulla capacità di canale mostrando alcuni risultati. Ottenere un'efficienza più alta non deve però far pensare che il MC sia un metodo per migliorare le prestazioni. Come abbiamo spiegato più su, infatti, non è detto che il MC porti solo vantaggi in termini di capacità, inoltre

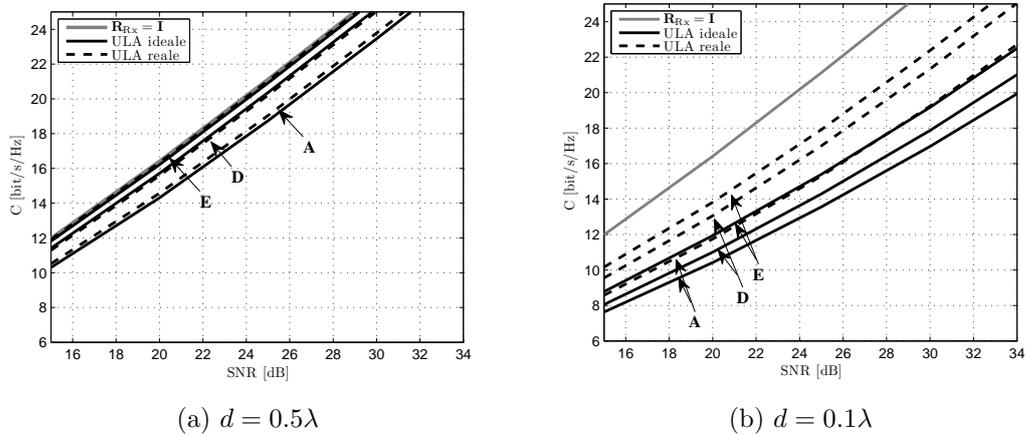


Figura 4.14: Capacità per i modelli di canale A , D , E con ricevitore ULA di 3 dipoli ideali e ULA di 3 dipoli reali per i due valori estremi della separazione.

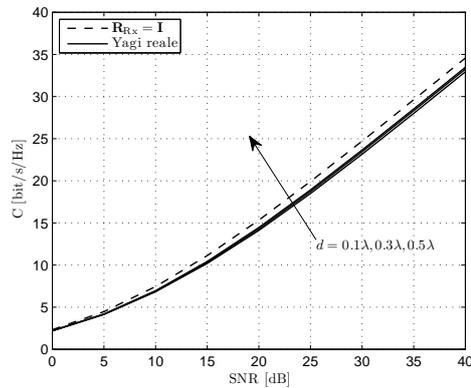
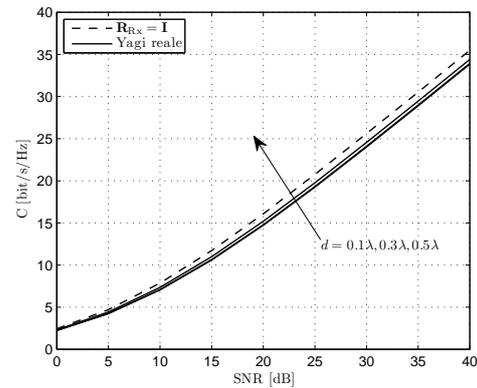
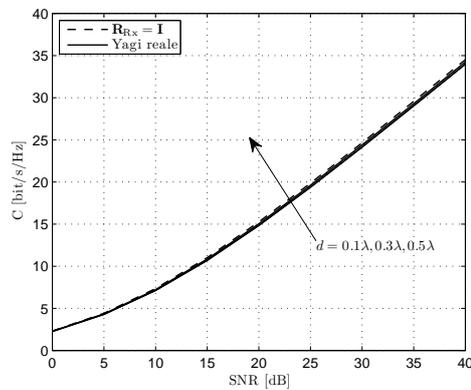
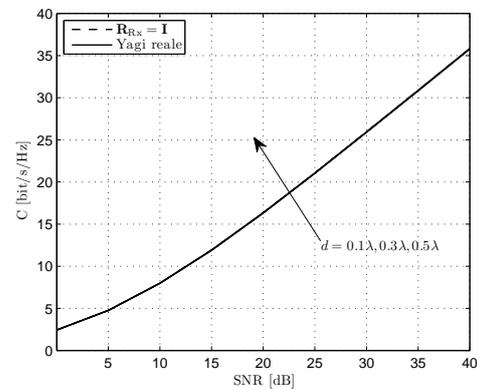
si tratta di un effetto involontario non cercato in fase di progetto.

Infine osserviamo che il MC incide sull'efficienza di radiazione perché va ad alterare l'adattamento linea-antenna, con un conseguente aumento della potenza che il sistema deve fornire ai morsetti dell'antenna, cioè un maggiore consumo del dispositivo.

Prestazioni dell'array di Yagi

Lo scopo dell'array di 3 antenne Yagi è rendere meno correlati possibile i canali visti dai 3 elementi. Per fare questo, come abbiamo già detto parlando della struttura dell'array, si sfrutta il principio dei pattern ortogonali. Questa idea su cui si basa la struttura fa sì che il CC, e quindi le prestazioni del sistema, risulti indipendente dalla separazione tra gli elementi d .

La Figura 4.15 riporta la capacità di canale al variare della separazione d per 4 modelli di canale. Si osserva chiaramente che si verifica quanto ci si aspettava: per ogni valore di $d = 0.1\lambda$, 0.3λ , 0.5λ l'andamento della capacità rimane uguale (curve coincidenti). Questo ci porta a dire che l'array di 3 Yagi permette di miniaturizzare il sistema senza avere una perdita in termini di prestazioni.

(a) Modello *A*(b) Modello *D*(c) Modello *E*

(d) Modello a PAS Uniforme

Figura 4.15: Capacità con un array di 3 Yagi per le 3 separazioni $d = 0.1\lambda, 0.3\lambda, 0.5\lambda$ per più modelli di canale.

Ci sono altre osservazioni da fare sulle prestazioni di questo array ma le facciamo nel prossimo paragrafo confrontando l'ULA di 3 dipoli ideali con l'array di 3 Yagi.

Confronto Yagi-Dipoli

Dedichiamo questo paragrafo a confrontare le prestazioni dell'ULA di dipoli ideali con quelle dell'array di 3 Yagi sotto diversi aspetti: al variare della distanza

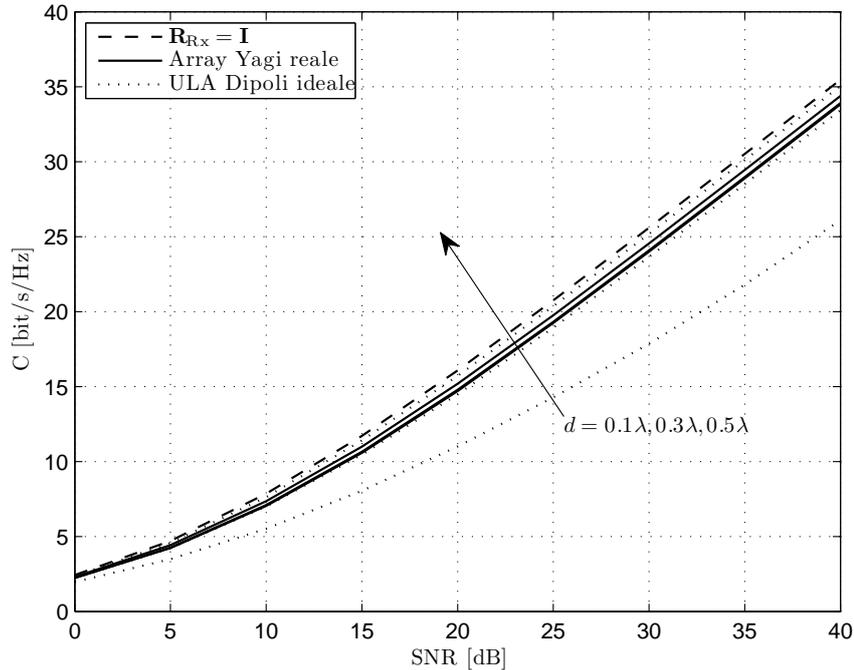


Figura 4.16: Capacità con ULA di dipoli ideali e array di 3 Yagi con modello di canale D e distanza variabile.

tra gli elementi d e al variare del modello di canale.

La Figura 4.16 ci permette di confrontare la capacità utilizzando i due ricevitori con modello di canale D al variare della separazione d . Si osserva che il vantaggio a usare l'array di Yagi è che esso garantisce le stesse prestazioni anche se le dimensioni dell'array si riducono, aspetto che avevamo già detto precedentemente. Un'altra cosa che questo grafico ci permette di vedere è che utilizzare le antenne Yagi non implica una capacità di canale migliore di quella che si ottiene con i dipoli, infatti nel caso $d = 0.5\lambda$ le prestazioni dell'ULA di dipoli sono migliori (approfondiremo più avanti questo aspetto). È chiaro, però, che a parità di separazione, con elementi vicini, le prestazioni dell'array di 3 Yagi sono notevolmente migliori di quelle dell'ULA di dipoli.

Confrontiamo ora come i due array si comportano al variare del modello di canale. Per fare questo prendiamo i due array ognuno nella configurazione che

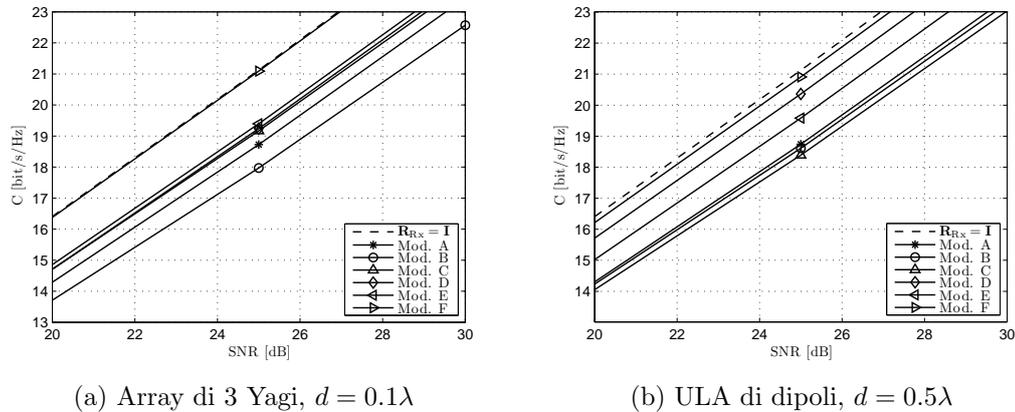


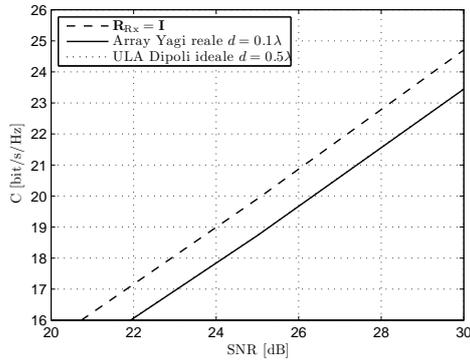
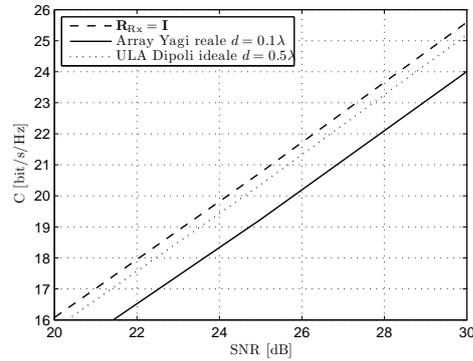
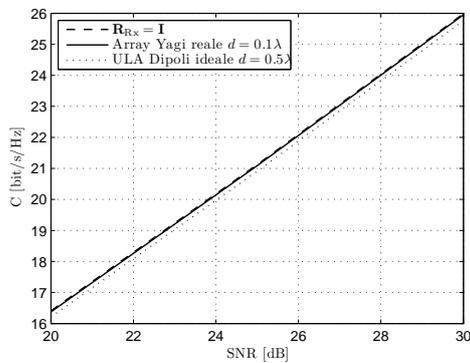
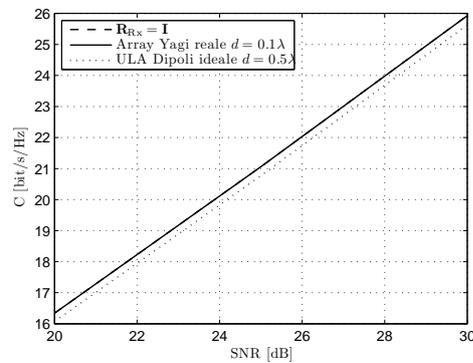
Figura 4.17: Capacità al variare del modello di canale per i due tipi di array.

offre capacità più alte: l'ULA di dipoli con $d = 0.5\lambda$ (bassa correlazione) e array di 3 Yagi a $d = 0.1\lambda$ (element pattern molto settoriali). Questo può essere il caso in cui non ci sono vincoli di dimensioni e ciò a cui si punta è l'efficienza del sistema.

Riportiamo gli andamenti della capacità nei grafici di Figura 4.17. La prima cosa da osservare è che in entrambi i casi le prestazioni cambiano in funzione del modello di canale con differenze che raggiungono i 3 bit/s/Hz (confronta modelli di canale *B* e *F* in Figura 4.17a). Da notare inoltre la differenza di capacità tra il modello *F* e tutti gli altri quando si usano le antenne Yagi.

Utilizziamo i grafici di Figura 4.18 per evidenziare alcuni degli aspetti appena visti.

I 4 grafici mostrano che la situazione cambia in base al tipo modello di canale, cioè in base allo scenario. La Figura 4.18a mostra che le prestazioni dei due array con modello di canale *A* (1 cluster FF) coincidono e sono entrambe abbastanza distanti, in confronto agli altri modelli, dal caso ottimo. In Figura 4.18b (modello di canale *D*) precisiamo quanto avevamo descritto dalla Figura 4.16. L'ULA di dipoli a mezza lunghezza d'onda si rivela migliore dell'array di Yagi con un incremento di circa 1 bit/s/Hz e si avvicina molto alla capacità con ricezione ottima. Le Figure 4.18c e 4.18d mostrano come si comportano i

(a) Modello A (b) Modello D (c) Modello F 

(d) Modello Uniforme

Figura 4.18: Capacità al variare del modello di canale per i due tipi di array. Nella Figura 4.18a gli andamenti della capacità dei due array sono sovrapposti.

due array in scenari rich-multipath, rispettivamente modello di canale F e a PAS Uniforme. In entrambi i casi l'efficienza dei due ricevitori è molto buona e l'array di Yagi raggiunge la capacità con ricezione ottima.

L'analisi delle capacità di canale ci porta a delle valutazioni conclusive dell'ULA di 3 dipoli e dell'array di 3 Yagi.

Riguardo all'array di 3 Yagi possiamo affermare che la separazione d non condiziona le sue prestazioni in termini di capacità e questo lo rende un array adatto alla miniaturizzazione, cosa non possibile se si usano i dipoli.

Un'altra osservazione a favore di questo array è che, in scenari rich-multipath, esso permette di raggiungere le capacità di canale pari a quelle con ricezione ottima. A questo proposito va, però, fatta notare la stretta dipendenza delle prestazioni dal modello di canale cioè dall'ambiente di lavoro.

Quest'ultimo aspetto fa sì che, in certi scenari, se non ci sono specifiche sulle dimensioni dell'array, anche l'ULA di dipoli sia una soluzione competitiva.

CAPITOLO 5

Realizzazione dell'array di Yagi

5.1 Descrizione e caratterizzazione dell'array

Dopo aver studiato la struttura e le prestazioni dell'array di Yagi descriviamo la sua realizzazione e le misurazioni eseguite dal gruppo di antenne nei laboratori del dipartimento di ingegneria dell'informazione all'università di Padova e nella camera anecoica dell'università di Udine.

Premettiamo che l'array che descriviamo è solo un prototipo, ancora lontano dal poter essere utilizzato in un dispositivo MIMO e dalla commercializzazione. Si tratta comunque del primo passo verso la realizzazione di un array finale.

In Figura 5.1 riportiamo la foto dell'array di 3 Yagi costruito in laboratorio che, se confrontato con la Figura 4.7, rispecchia la struttura che abbiamo studiato nella Sezione 4.4.1. L'array è stato ottenuto fresando uno substrato di dielettrico (materiale grigio nella foto) ricoperto di rame (materiale rosso). Il substrato utilizzato è Roger 3010 (RO3010) con costante dielettrica $\epsilon_r = 10.2$, che grazie all'elevato valore di ϵ_r , favorisce la miniaturizzazione dell'array. Esso ha spessore 1,28 mm, mentre il rame 35 μm . Le dimensioni dell'intero array sono circa 50x50 mm adatte perciò anche a un telefono cellulare o a un palmare.

La Figura 5.3 mostra, invece, le foto delle due misurazioni fatte sull'array.



Figura 5.1: Prototipo dell'array di 3 Yagi realizzato in laboratorio. Immagine in scala 1:1.

Nella foto di Figura 5.3a vediamo la camera anecoica nella quale si effettua la misura del diagramma di radiazione. Si tratta di un ambiente che può essere approssimato allo spazio libero, privo di ostacoli, in cui non si hanno riflessioni che potrebbero alterare i risultati. Le particolari pareti della camera servono ad assorbire il campo EM senza, così, produrre riflessioni. L'antenna che si vede in primo piano è un'antenna di riferimento, detta antenna di probe, l'array di Yagi è, invece, posizionato orizzontalmente sopra il piedistallo sullo sfondo della foto. L'antenna di probe è un'antenna direttiva della quale si conosce il guadagno $D_{M_{Tx}}$ e la potenza con cui viene alimentata W_{Tx} .

L'analisi del pattern (5.2) viene fatta in modo indiretto cioè rapportando la potenza del segnale ricevuta, a quella trasmessa dall'antenna di probe. Sottolineiamo che stiamo misurando il pattern di uno solo dei tre elementi dell'array di Yagi. Inoltre l'antenna Yagi deve essere a una distanza dall'antenna di probe tale da trovarsi in campo lontano, solo così può essere considerato un punto (come in figura).

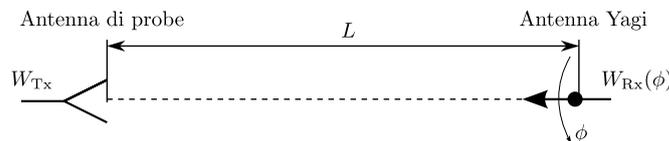
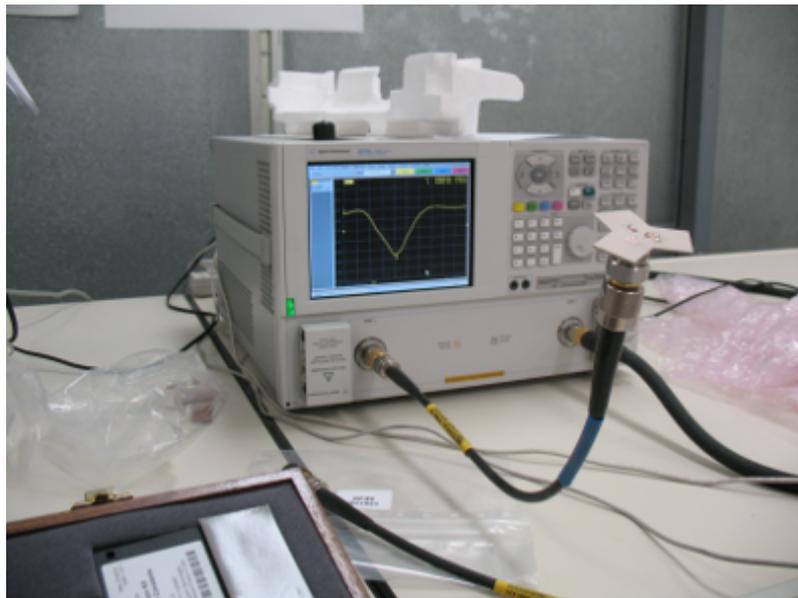


Figura 5.2: Procedimento di misurazione del pattern di un'antenna.



(a)



(b)

Figura 5.3: Misurazione del pattern dell'array Yagi nella camera anecoica dell'università di Udine (Figura 5.3a) e misurazione del coefficiente di riflessione (Figura 5.3b).

Al contrario del diagramma di radiazione i risultati sull'adattamento non sono stati molto positivi.

Per fare la misura trasmettiamo con l'antenna di probe, misuriamo la potenza ricevuta puntando l'antenna Yagi in una determinata direzione e, attraverso la formula di Friis invertita

$$D_{\text{Rx}}(\phi) = \frac{W_{\text{Rx}}(\phi)}{W_{\text{Tx}} D_{M_{\text{Tx}}} \left(\frac{\lambda}{4\pi L}\right)^2}. \quad (5.1)$$

ricaviamo il valore della direttività in quella direzione. L'operazione va poi ripetuta variando la direzione di puntamento in modo tale da conoscere il diagramma di radiazione sull'intero angolo giro.

Il pattern ottenuto per l'antenna Yagi è riportato in Figura 5.4. Il risultato è molto buono, infatti è molto simile a quello ricavato al CST (Figura 4.11). Il lobo è molto stretto e, nella direzione di massimo, l'antenna offre un guadagno di quasi 7 dB.

In Figura 5.3b vediamo la fase di misurazione del parametro di scattering S_{11} (equivalente al coefficiente di riflessione Γ), attraverso il quale si valuta l'adattamento linea-antenna.

I fattori che condizionano l'adattamento sono molteplici. Si pensi che solamente variando la dimensione di uno qualsiasi degli elementi che costituiscono l'antenna Yagi l'adattamento cambia. Bisogna poi aggiungere che per collegare l'antenna alla linea c'è bisogno del connettore (evidente in Figura 5.1) e anche questo può alterare il funzionamento dell'antenna.

Il progetto dell'array di Yagi non è, perciò, terminato. È necessario modificare la struttura affinché, oltre a ottenere un buon diagramma di radiazione, l'antenna sia adattata. Il raggiungimento del diagramma di radiazione corretto è, comunque, un ottimo risultato e questo è uno stimolo per il lavoro che rimane da fare.

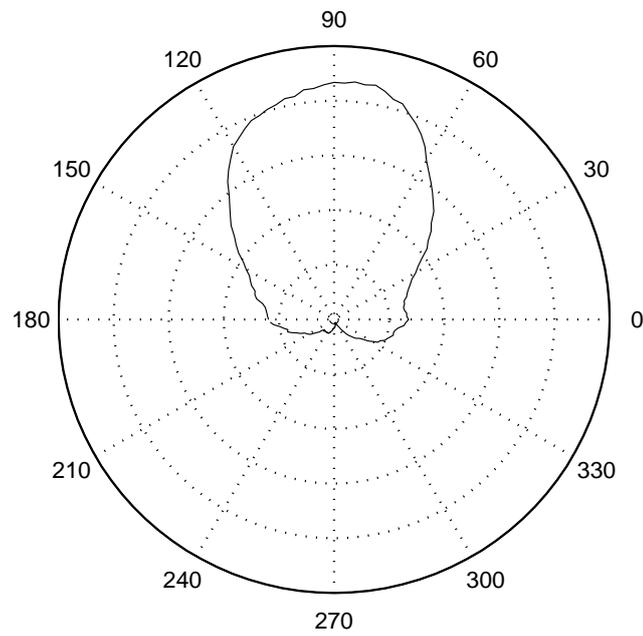


Figura 5.4: Pattern di un singolo elemento dell'array di Yagi misurato in laboratorio.

CAPITOLO 6

Conclusioni

In questa tesi abbiamo analizzato l'effetto dei parametri d'antenna e dello scenario sulla capacità dei canali wireless MIMO approfondendo così un argomento molto presente in letteratura. Valutare le prestazioni ha richiesto di studiare sia le antenne che la propagazione del segnale.

Con il Capitolo 1 abbiamo introdotto i parametri delle antenne soffermandoci in particolare sul campo elettrico e il diagramma di radiazione, grandezze che descrivono il segnale trasmesso e ricevuto da un'antenna. Abbiamo anche introdotto l'effetto mutual coupling che si è dimostrato determinante nel caratterizzare le antenne reali.

La relazione tra i parametri d'antenna e la propagazione del segnale nello spazio è stata descritta attraverso il coefficiente di correlazione spaziale (e azimutale), grandezza di fondamentale importanza nei sistemi wireless MIMO e, quindi, nella tesi. L'espressione del CC è stata ricavata nel Capitolo 2 attraverso uno studio analitico iniziato a partire dal CC presentato da Vaughan e Andersen in [8]. Questa analisi ci ha portato a introdurre il power angular spectrum, descrizione statistica del segnale nello spazio. Per studiare il PAS abbiamo fatto riferimento alla tesi di Zamboni [9] la quale descrive il modello di canale dello standard MIMO IEEE 802.11n. Questo standard, presentato nel Capitolo 3,

mette a disposizione dei modelli di canale che abbiamo utilizzato per calcolare i CC.

Per calcolare i valori numerici dei CC abbiamo seguito un metodo sperimentale. Tale metodo faceva uso di simulazioni CST delle antenne dalle quali si ricavano diagrammi di radiazione delle antenne. Particolarità di queste simulazioni è che esse permettevano di rappresentare un comportamento delle antenne molto vicino a quello reale.

Gli array analizzati sono stati 2: un ULA di 3 dipoli e un array di 3 antenne Yagi. Il primo è la struttura che, sotto certe condizioni, viene considerata nello standard, perciò la sua analisi ha permesso di avere dei risultati di riferimento. Il secondo è, invece, l'array progettato al dipartimento di ingegneria dell'informazione (DEI) e ha la particolarità di gestire il multipath con un metodo diverso da quello usato dall'ULA di dipoli.

Partendo dai modelli di canale dello standard IEEE 802.11n e dai pattern d'antenna simulati abbiamo ricavato le capacità di canale, cioè abbiamo valutato le prestazioni degli array.

I risultati ottenuti hanno permesso di valutare i due array sia variando la loro struttura ma sia cambiando lo scenario nel quale vengono utilizzati. Il risultato più interessante riguarda l'array di Yagi ed è la possibilità di cambiare la sua dimensione senza avere una diminuzione delle prestazioni. L'analisi delle prestazioni dell'array di Yagi fatta nella tesi ha, inoltre, contribuito alla scrittura dell'articolo "*A Novel Compact MIMO Array based on Planar Yagi Antennas for Multipath Fading Channels*" che sarà presentato alla *2010 European Microwave Week*.

Oltre ai risultati ottenuti questa tesi delinea un metodo di analisi delle schiere di antenne. A partire dal progetto CST dell'array si può, come già detto arrivare a valutare le prestazioni. Per completare l'analisi però ci sono altri passi da fare. Il primo è la realizzazione dell'array, descritta nel Capitolo 5 per l'array di Yagi, e la misurazione del suo pattern effettivo. Il secondo è applicare l'array ad un dispositivo, per esempio un portatile, e misurare le sue effettive prestazioni.

C'è poi un altro aspetto che lo studio fatto ci fa osservare e riguarda gli

ambiti di ricerca coinvolti. Questa tesi è stata fatta collaborando da una parte con chi studia le antenne e i campi elettromagnetici, dall'altra con chi studia le comunicazioni wireless. Nello sviluppare il lavoro si è creato un legame tra i due settori, che hanno potuto condividere le rispettive conoscenze.

Alla fine del lavoro possiamo indicare alcuni argomenti da approfondire riguardanti i sistemi wireless MIMO. Dal lato comunicazioni si dovrebbe completare lo studio del CC andando a calcolarlo al trasmettitore, visto che nella tesi ci siamo soffermati solo su quello al ricevitore. Un altro argomento è il PAS esteso al dominio spaziale utile poter descrivere completamente il segnale e perciò calcolare dei CC più accurati.

Dal lato antenne, invece, sarebbe interessante analizzare l'efficienza di radiazione e, in particolare, il suo effetto sulla capacità di canale. Tale parametro è importante, inoltre, quando si passa alla costruzione dell'array.

A conclusione di questo lavoro di tesi possiamo dire di aver raggiunto l'obiettivo prefissato di valutare le prestazioni di schiere di antenne. Durante il lavoro è capitato di dover rimandare o sospendere lo studio di alcuni argomenti per approfondire e rendere più preciso quello di altri, ciò è, comunque, stato utile per imparare ad affrontare un problema da molti punti di vista, facendo un passo verso la soluzione solo dopo aver fissato ogni dettaglio.

APPENDICE A

Nozioni di base

A.1 Notazioni

I parametri in grassetto (indipendentemente con caratteri in maiuscolo o minuscolo) indicano *vettori* colonna o *matrici* di valori reali o complessi. Esempio:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (\text{A.1})$$

è un vettore di N elementi.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1N_c} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2N_c} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N_r 1} & m_{N_r 2} & \cdots & m_{N_r N_c} \end{bmatrix}_{N_r \times N_c} \quad (\text{A.2})$$

è una matrice di N_r righe e N_c colonne.

Quando oltre al grassetto un parametro presenta anche il cappello “^” allora esso rappresenta un *versore* cioè un vettore di modulo unitario.

Quelle che seguono sono le notazioni di operatori applicati a vettori e matrici:

- $(\cdot)^T =$ Trasposto. Per esempio

$$\text{con } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad \text{allora } \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}_{3 \times 2}. \quad (\text{A.3})$$

- $(\cdot)^* =$ Complesso coniugato:

se

$$\mathbf{A} = \mathcal{R}(\mathbf{A}) + j\mathcal{I}(\mathbf{A}), \quad (\text{A.4})$$

con $\mathcal{R}(\cdot)$ e $\mathcal{I}(\cdot)$ rispettivamente parte reale e parte immaginaria di \mathbf{A} , allora

$$\mathbf{A}^* = \mathcal{R}(\mathbf{A}) - j\mathcal{I}(\mathbf{A}). \quad (\text{A.5})$$

- $(\cdot)^H =$ Trasposto coniugato:

$$\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}^*)^T. \quad (\text{A.6})$$

- $\text{vect}(\cdot) :$

$$\text{vect} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N_c} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N_c} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_r 1} & a_{N_r 2} & \cdots & a_{N_r N_c} \end{bmatrix}_{N_r \times N_c} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{1N_c} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{2N_c} \\ a_{N_r 1} \\ a_{N_r 2} \\ \vdots \\ a_{N_r N_c} \end{bmatrix}_{N_r N_c}. \quad (\text{A.7})$$

A.2 Prodotti con vettori

Prodotto vettore o esterno

Con (\times) indichiamo il *prodotto vettore* o *esterno* definito come:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}| \sin(\alpha) \hat{\mathbf{n}} \quad (\text{A.8})$$

dove \mathbf{a} e \mathbf{b} sono due vettori, α è l'angolo tra loro compreso e $\hat{\mathbf{n}}$ è il versore ortogonale sia ad \mathbf{a} che a \mathbf{b} orientato nella direzione verso la quale è diretto il vettore \mathbf{c} . Il nome di questo operatore deriva dal fatto che il risultato del prodotto è un *vettore*.

Prodotto scalare o interno

Con (\cdot) indichiamo il *prodotto scalare* o *interno* definito come:

$$c = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{i=1}^N a_i b_i \quad (\text{A.9})$$

dove \mathbf{a} e \mathbf{b} sono due vettori formati ciascuno da N elementi. Anche in questo caso il nome deriva dal fatto che il risultato dell'operazione è uno *scalare*.

A.3 Aspettazione e parametri statistici

Le definizioni di questa sezione e della A.4 vengono riportate con il solo scopo di spiegare i passaggi matematici in cui vengono utilizzate. Per uno studio approfondito della teoria dei segnali si rimanda a [16] e [17].

Aspettazione

Con $x(t)$, $t \in I$ processo aleatorio e $f_x(a, t)$ sua densità di probabilità, l'operatore *aspettazione* o *media statistica* si definisce

$$\mathbb{E}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} a f_x(a, t) da, \quad t \in I. \quad (\text{A.10})$$

Una proprietà molto semplice ma molto utile dell'aspettazione è la linearità:

$$\mathbb{E}[ax(t) + by(t)] = a\mathbb{E}[x(t)] + b\mathbb{E}[y(t)], \quad t \in I, \quad (\text{A.11})$$

in cui $x(t)$ e $y(t)$, $t \in I$ sono due processi aleatori e a e b due costanti arbitrarie.

Parametri statistici

Con $x(t)$ e $y(t)$, $t \in I$ processi aleatori, definiamo i seguenti parametri statistici di uso comune:

- media

$$m_x(t) = \mathbb{E}[x(t)], \quad t \in I; \quad (\text{A.12})$$

- correlazione

$$r_{xy}(t, s) = \mathbb{E}[x(t)y^*(s)], \quad t, s \in I; \quad (\text{A.13})$$

- covarianza

$$\text{cov}(x(t), y(t)) = \mathbb{E}[\{x(t) - m_x(t)\} \{y(s) - m_y(s)\}^*], \quad t, s \in I; \quad (\text{A.14})$$

- potenza statistica

$$M_x(t) = \mathbb{E}[|x(t)|^2] = r_x(t, t), \quad t \in I; \quad (\text{A.15})$$

- varianza

$$\sigma_x^2(t) = \mathbb{E}[|x(t) - m_x(t)|^2] = \text{cov}(x(t), x(t)) = M_x(t) - |m_x(t)|^2, \quad t \in I. \quad (\text{A.16})$$

A.4 Stazionarietà ed ergodicità

Processi stazionari in senso lato

Un processo aleatorio $x(t)$, $t \in I$ si dice *stazionario in senso lato* (*wide sense stationary* (WSS)) se è *stazionario in media*

$$m_x = \mathbb{E}[x(t)], \quad t \in I, \quad (\text{A.17})$$

e *stazionario in correlazione*

$$r_x(\tau) = \mathbb{E}[x(t + \tau)x^*(t)], \quad \tau \in I. \quad (\text{A.18})$$

In altre parole un processo è stazionario in senso lato se la sua media e la sua correlazione sono indipendenti dal tempo t .

Processi ergodici in media

Sia $x(t)$, $t \in I$ un processo definito su un dominio ordinario, stazionario in media statistica ($m_x = \mathbb{E}[x(t)]$) e m_x la sua *media temporale* definita come

$$m_x = \langle x(t) \rangle_{\mathcal{I}} = \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} x(t) dt, \quad t \in I, \quad (\text{A.19})$$

con $\mathcal{I} = [-T_0, T_0]$. Il processo si dice *ergodico in media* se la sua media temporale converge in media quadratica alla media statistica cioè se

$$\lim_{T_0 \rightarrow \infty} |m_x - m_x|^2 = 0. \quad (\text{A.20})$$

A.5 Il software CST microwave studio

Computer simulation technology microwave studio (CST MWS) (www.cst.com) è un programma per l'analisi e la modellizzazione di campi elettromagnetici basato sulla risoluzione delle equazioni di Maxwell discretizzate. Può essere utilizzato per simulare il comportamento di antenne ed emissioni a radiofrequenza, per lo studio di problemi di compatibilità elettromagnetica, analisi e progettazione di filtri, per simulare e verificare il funzionamento di guide d'onda.

Il programma fornisce un editor CAD 3D con il quale si può creare la struttura da analizzare, definendo le dimensioni, il materiale che la costituisce e quello in cui essa si trova, per esempio l'aria. Aspetto molto utile è la possibilità di parametrizzare le dimensioni per adattarle alle specifiche del progetto.

CST MWS fornisce più tecniche simulative ognuna indicata per specifiche applicazioni. Quella usata per lo studio delle antenne è la *transient solver* che calcola il comportamento del dispositivo in un range prestabilito di frequenze tramite l'utilizzo dei parametri di scattering.

Attraverso grafici e immagini possono essere visualizzati i risultati ottenuti dalle simulazioni e l'andamento tridimensionale del campo EM.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M.A. Jensen e J. W. Wallace, “*A review of antennas and propagation for MIMO wireless communications*,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 52, no. 11, pp. 2810-2824, Novembre 2004.
- [2] Antenna Standards Committee, “*IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas*,” Giugno 1993.
- [3] J.D. Kraus e R.J. Marhefka, *Antennas: for all applications*. McGraw-Hill, 3a ed., 2002.
- [4] C.A. Balanis, *Antenna Theory, analysis and design*. New York: John Wiley & Sons, 2a ed., 1997.
- [5] D.M. Pozar, *Microwave engineering*. Hoboken (NJ): Wiley, 2005.
- [6] R.E. Collin e F. Zucker, *Antenna Theory, Part 1* New York: McGraw-Hill, 1969.
- [7] —, “*IEEE 100 The authoritative dictionary of IEEE standards terms*,” 7a ed., download : <http://ieeexplore.ieee.org/ISOL/standardstoc.jsp?punumber=4116785>.

- [8] R.G. Vaughan e J. B. Andersen, “*Antenna diversity in mobile communications,*” *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. VT-36, no. 4, pp. 147-172, Novembre 1987.
- [9] N. Zambon, *Analisi del modello di canale e delle prestazioni limite dei sistemi MIMO IEEE 802.11n*, Padova: Marzo 2010.
- [10] H.Bölskei, D. Gesbert and A. J. Paulraj, “*On the Capacity of OFDM-Based Spatial Multiplexing Systems,*” *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 50, no. 2, pp. 225-234, Febbraio 2002.
- [11] —, “*TGn Channel Models,*” IEEE 802.11-03/940r4, Maggio 2004.
- [12] *IEEE P802.11n - Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications: Amendment 5: Enhancements for Higher Throughput*, Ottobre 2009.
- [13] R.G. Vaughan e B. Andersen, *Channels, propagation and antennas for mobile communications*, Londra: Institution of Electrical Engineers, 2003.
- [14] C. Waldschmidt, J. v. Hagen e W. Wiesbeck, “*Influence and modelling of mutual coupling in MIMO and diversity systems,*” *IEEE Antennas and Propagation Society Int. Symp.*, vol. 3, pp. 190-193, Giugno 2002.
- [15] P.S. Kildal e K. Rosengren, “*Correlation and Capacity of MIMO Systems and Mutual Coupling, Radiation Efficiency and Diversity Gain of Their Antennas: Simulations and Measurements in a Reverberation Chamber,*” *IEEE Communications Magazine*, Dicembre 2004.
- [16] G. Cariolaro e G. Pierobon, *Processi aleatori*, Padova: Ed. Libreria Progetto, Ottobre 2007.
- [17] N. Benvenuto e G. Cherubini, *Algorithms for communications systems and their applications*, Chichester: Wiley, 2002.