



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA
CORSO DI LAUREA IN FISICA

Rottura della simmetria di isospin in tripletti
isobari

Candidato:

Barbara Marcaccio

Matricola:

1074270

Relatore:

Prof. Silvia Monica Lenzi

Anno accademico 2016/2017

Indice

1	Introduzione	3
2	Modello a shell	5
3	Formalismo di Isospin	10
4	Calcolo dei contributi all'energia	12
4.1	Contributi elettromagnetici	12
4.2	Correzioni di energia di particella singola	14
4.3	Effetti di non conservazione dell'isospin nell'interazione nucleare	15
5	Studio di tripletti isobari nella shell sd	16
5.1	Stime teoriche delle TED	16
5.2	Stime teoriche delle MED	20
6	Conclusioni	23

Capitolo 1

Introduzione

In fisica le simmetrie sono un potente strumento che permette di capire il comportamento di molti fenomeni naturali. Ogni simmetria é correlata all'invarianza di una grandezza fisica rispetto a determinate trasformazioni del sistema in esame. Esse permettono di semplificare il problema analizzato e favoriscono una comprensione piú accurata delle sue caratteristiche ed eventualmente anche una generalizzazione dei risultati ottenuti ad altri sistemi ad esso simili. In meccanica quantistica, le simmetrie sono state espresse in maniera efficace attraverso l'utilizzo dei numeri quantici. In fisica nucleare sono state identificate molte simmetrie, in particolare quella di *isospin* che é dovuta all'identico comportamento di protoni e neutroni in presenza di un campo nucleare. Due principi di grande importanza e utilitá sono la simmetria dovuta allo scambio di protoni e neutroni (*charge-symmetry*) e l'indipendenza della carica elettrica dall'interazione nucleare forte (*charge-independence*). Queste considerazioni permettono di interpretare protone e neutrone come diversi stati di una stessa particella, chiamata *nucleone*, e di introdurre il formalismo di isospin. La *charge-symmetry* richiede che l'interazione nucleare protone-protone, V_{pp} , sia uguale a quella tra neutroni, V_{nn} :

$$V_{pp} = V_{nn}.$$

Questa si manifesta per esempio in simili schemi di livelli dei nuclei speculari (nuclei che hanno scambiati il numero di protoni e neutroni). La seconda richiede che l'interazione protone-neutrone sia uguale alla media tra quelle protone-protone e neutrone-neutrone:

$$\frac{V_{pp} + V_{nn}}{2} = V_{np}.$$

Questa simmetria si verifica negli schemi di livelli di un tripletto isobarico. Entrambe le simmetrie vengono rotte dall'interazione coulombiana tra protoni, che puó essere stimata con precisione.

Trascurando gli effetti di rottura della simmetria di isospin si possono individuare multipletti di stati analoghi in nuclei isobari, detti (*Isobaric Analogue State*) degeneri in energia.

I principi di simmetria ed indipendenza della carica portano alla conclusione che eventuali differenze di energia tra gli IAS siano dovute ad un'origine elettromagnetica. In particolare chiamiamo MED le differenze di energia di eccitazione tra gli IAS in nuclei speculari (*Mirror energy differences*) e TED le differenze di energia di un tripletto isobarico (*Triplet energy differences*).

Negli ultimi anni, lo studio delle MED e TED tra stati analoghi in nuclei della *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ (massa $A \sim 50$) ha messo in evidenza l'insufficienza del solo contributo coulombiano per spiegare queste differenze [1, 2]. È stato introdotto un termine schematico che permette di riprodurre con grande accuratezza tutte le differenze di energia in quella shell.

Questo lavoro di tesi è volto ad analizzare l'andamento delle TED in funzione del momento angolare totale J nei tripletti isobari e delle MED nei nuclei mirror della *shell* sd . Si confronteranno i valori sperimentali con quelli teorici ottenuti mediante calcoli di modello a shell. In particolare si analizzeranno nel dettaglio cinque masse ($A=22, 26, 30, 34$ e 38) e si studieranno i vari termini che contribuiscono all'espressione delle TED e MED. Lo studio del loro andamento in funzione del momento angolare totale \mathbf{J} permette di individuare l'effetto di vari termini di non conservazione della simmetria di isospin ed inoltre è uno strumento molto potente che permette di dedurre l'evoluzione della struttura nucleare in funzione del momento angolare. In particolare si analizzerà se i metodi adottati con successo nella *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ siano appropriati anche per la *shell* sd .

Prima di presentare i risultati ottenuti (Cap.5) si introducono il Modello a Shell (Cap. 2) utilizzato per calcolare le differenze di energia di eccitazione, il formalismo di isospin (Cap.3). Verranno quindi analizzati i vari termini che contribuiscono all'energia, ed identificati quelli rilevanti per le TED e le MED (Cap.4). Le conclusioni si riportano nel Cap. 6.

Capitolo 2

Modello a shell

Dall'analisi dell'energia di separazione di neutroni (o protoni) in funzione del numero di nucleoni emergono dei picchi in contrasto con l'andamento regolare dell'energia. Questi picchi sono in corrispondenza di ben determinati valori di N (o Z), chiamati *numeri magici* (e sono 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 . . .) in completa analogia con ciò che accade nell'atomo per l'energia di separazione degli elettroni in funzione del numero atomico. Ciascuno corrisponde ad una ben determinata *chiusura di shell*. Il riempimento di un orbitale atomico comporta un atomo molto stabile, così in presenza di una chiusura di shell si avranno nuclei particolarmente stabili, caratterizzati da una forma sferica e comportamenti collettivi ridotti rispetto agli altri nuclei.

La completa analogia di comportamento tra i nuclei e gli atomi ha portato alla formulazione del *Modello a shell*, strumento fondamentale per lo studio della struttura nucleare.

È un modello quantistico in cui le interazioni nucleari e coulombiane tra gli A corpi che compongono il nucleo sono mediate in un campo medio, che particelle e spiega i numeri magici osservati.

Esso si basa su due presupposti:

- il moto di ogni particella è indipendente da quello delle altre, almeno in prima approssimazione;
- ogni particella è soggetta ad una forza centrale responsabile dell'esistenza di stati legati nel suo moto.

La validità del primo assunto è assicurata dall'antisimmetria delle funzioni d'onda fermioniche e, in particolare, dal principio di Pauli. In normali condizioni i nucleoni si dispongono in modo tale da riempire prima gli stati con energia più bassa fino ad arrivare al valore dell'energia di Fermi ε_F . Ne deriva che un nucleone con $E < \varepsilon_F$ non può spostarsi in uno stato differente dal suo poiché tutti gli stati ad esso adiacenti sono occupati, dunque lo scambio di energia e momento tra le particelle è proibito dal principio di Pauli.

Nel caso generale in cui ci sia un numero arbitrario di particelle al di fuori delle shell chiuse, si può giustificare la seconda ipotesi costruendo un campo centrale medio generato dagli A nucleoni presenti, più un'interazione residua a due corpi (trascurando i termini a tre corpi). Indicando l'interazione nucleone-nucleone con V_{ij} , l'energia cinetica dell' i -esima particella con T_i , l'Hamiltoniana complessiva del sistema sarà del tipo:

$$H = \sum_i^A \left[T_i(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \sum_j^{A-1} V_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \right] = \quad (2.1)$$

$$= \sum_i^A [T_i(\mathbf{r}_i) + U(r_i)] + \sum_i^A \left[\frac{1}{2} \sum_j^{A-1} V_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - U_i(r_i) \right] = \quad (2.2)$$

$$= \sum_i^A h_i^0 + H_{res} = H_0 + H_{res}, \quad (2.3)$$

dove $U(\mathbf{r}_i)$ é un potenziale centrale a un corpo e H_{res} rappresenta l'interazione residua. In prima approssimazione si può trascurare H_{res} ed ottenere così A equazioni di Schrödinger per particella singola

$$h_i^0 \psi_i(\mathbf{r}) = \epsilon_i^0 \psi_i(\mathbf{r}) \text{ con } i = 1, 2, \dots, A. \quad (2.4)$$

Si può esprimere ogni configurazione del nucleo in termini delle soluzioni ψ_i e degli autovalori ϵ_i^0

$$E_0 = \sum_i \epsilon_i^0. \quad (2.5)$$

La funzione d'onda complessiva sarà il determinante di Slater dei vari stati ti particella singola.

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det \begin{bmatrix} \psi_1(r_1) & \cdots & \psi_1(r_A) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_A(r_1) & \cdots & \psi_A(r_A) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

con

$$H_0 \phi(r_1, \dots, r_A) = E_0 \phi(r_1, \dots, r_A).$$

Poiché il potenziale é centrale, gli stati legati ψ_i avranno energia dipendente dal numero di nodi n della funzione d'onda radiale e dal numero quantico orbitale l e saranno $2l + 1$ volte degeneri.

Il modello calcolo di modello a shell richiede:

1. decidere un potenziale di campo nucleare medio;
2. risolvere l'equazione di Schrödinger di un nucleone per determinare i livelli energetici e gli stati di particella singola.

Una delle scelte più semplici é quella di utilizzare un potenziale di oscillatore armonico:

$$U(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 - U_0. \quad (2.7)$$

Le soluzioni dell'equazione (2.4) con questo tipo di potenziale sono dei polinomi di Laguerre, mentre gli autovalori si ottengono scegliendo opportuni valori per i parametri della (2.7)

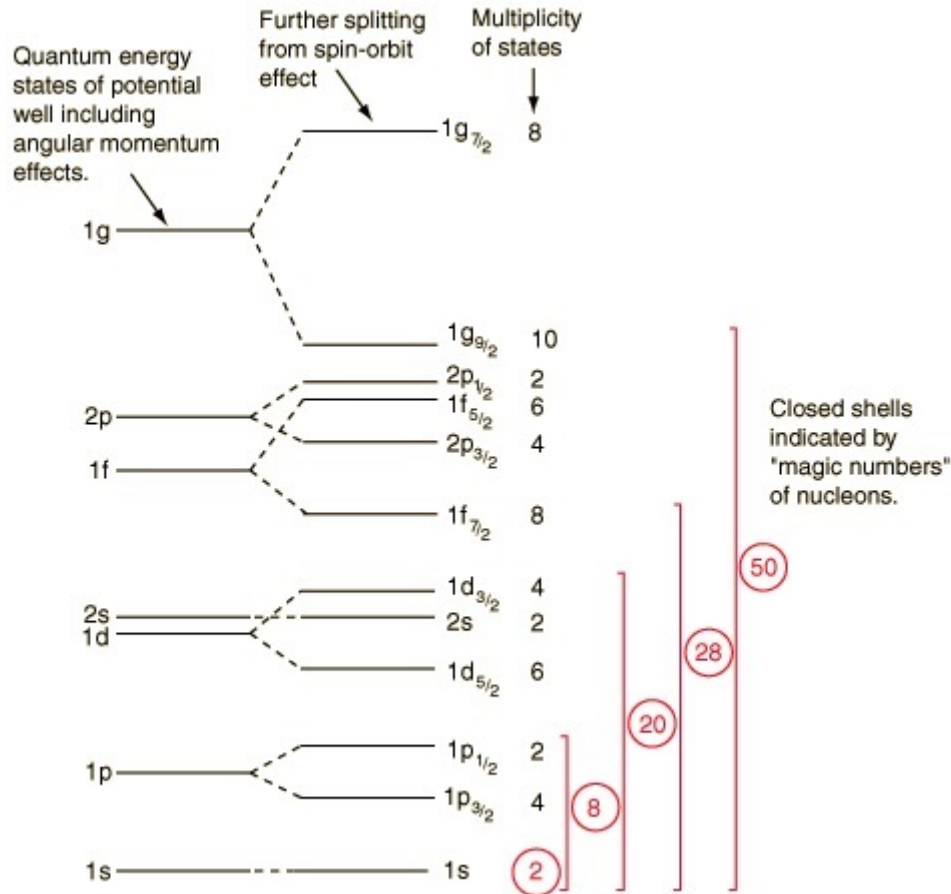


Figura 2.1: Esempio di struttura di modello a shell.

$$\epsilon_N = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega. \quad (2.8)$$

Lo spettro risulta in buon accordo con le evidenze sperimentali, almeno fino ad un certo livello.

Il potenziale di Woods-Saxon riflette in modo migliore l'andamento della densità del nucleo atomico e dunque si avvicina maggiormente alla situazione reale.

$$U(r) = -\frac{U_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}. \quad (2.9)$$

Questo potenziale non ammette delle soluzioni analitiche, ciò complica in modo notevole i calcoli e dunque è poco utilizzato. Serve un termine nel potenziale che distingua casi in cui lo spin e il momento angolare siano allineati o anti-allineati e faccia sì che ci sia un'ulteriore separazione in energia tra stati con lo stesso \mathbf{L} ma diverso \mathbf{J} . Si rivela dunque necessario aggiungere un termine di spin-orbita, che può essere espresso come:

$$V_{SO} = f(r)\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}. \quad (2.10)$$

L'introduzione di questo termine permette di rimuovere la degenerazione in l dei livelli energetici, sostituendola con quella in j , che é il numero quantico relativo al momento angolare totale $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$.

In un calcolo di modello a shell, gli orbitali di campo medio possono essere suddivisi (dati Z e N) per nuclei con vari nucleoni, nei modi seguenti:

1. *core inerte* costituito da shell completamente riempite che vengono dette *shell chiuse*; i nucleoni del core non possono essere portati a livelli della shell di valenza sovrastante;
2. *spazio di valenza* composto da orbite solo parzialmente occupate (*shell di valenza*);
3. *spazio esterno* costituito da orbitali con piú alte energie, le cui orbite sono sempre vuote.

Si definisce configurazione un dato schema di distribuzione delle particelle nei livelli disponibili, che può essere descritto da una funzione d'onda ϕ che é il determinante di Slater degli stati dei singoli nucleoni. Le configurazioni costituiscono una base completa per lo spazio degli stati del sistema in esame, allora un generico autostato ψ_J , dell'hamiltoniana complessiva $H = H_o + H_{res}$, caratterizzato da momento angolare J e parità π può essere espresso come combinazione lineare delle ϕ_i .

$$\Psi_J = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \phi_{iJ} \quad (2.11)$$

e l'autovalore dell'energia sarà del tipo:

$$E_J = \sum_{i=1}^{\infty} c_i E_i^J. \quad (2.12)$$

I coefficienti c_i si ottengono risolvendo l'equazione:

$$H|\Psi_J\rangle = E_J|\Psi_J\rangle \quad (2.13)$$

che può essere scritta

$$(H_o + H_{res}) \sum_{k=1}^{\infty} c_k |\phi_k^J\rangle = E_J \sum_{k=1}^{\infty} c_k |\phi_k^J\rangle \quad (2.14)$$

da cui si ottiene:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \langle \phi_l^J | (H_o + H_{res}) | \phi_k^J \rangle c_k = E_J c_l. \quad (2.15)$$

Dunque si vede che i coefficienti c_i sono le componenti del vettore che diagonalizza la matrice

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \langle \phi_1 | H | \phi_1 \rangle & \langle \phi_1 | H | \phi_2 \rangle & \langle \phi_1 | H | \phi_3 \rangle \\ \langle \phi_2 | H | \phi_1 \rangle & \langle \phi_2 | H | \phi_2 \rangle & \langle \phi_2 | H | \phi_3 \rangle \\ \langle \phi_3 | H | \phi_1 \rangle & \langle \phi_3 | H | \phi_2 \rangle & \langle \phi_3 | H | \phi_3 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & & \\ & E_2 & \\ & & E_3 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Per poter operare con un numero finito di elementi di matrice si tiene conto solo di un certo numero di livelli energetici (spazio di valenza), limitando così le configurazioni ϕ_i possibili ad un insieme finito M e troncando la serie (1.11) a

$$\Psi'_J = \sum_{i \in M} c_i \phi_i. \quad (2.17)$$

Si restringe pertanto lo spazio totale di Hilbert ad uno spazio di valenza limitato, sul quale l'hamiltoniana é sostituita da una hamiltoniana efficace tale che valga

$$\langle \Psi_J | H | \Psi_J \rangle \simeq \langle \Psi'_J | H_{eff} | \Psi'_J \rangle = E_J. \quad (2.18)$$

Per calcolare gli elementi di matrice dell'interazione efficace si possono includere come perturbazioni al secondo ordine contributi dovuti a eccitazioni del core o a configurazioni esterne allo spazio di valenza considerato. La diagonalizzazione dell'Hamiltoniana efficace viene svolta mediante algoritmi numerici che, dato il momento angolare J , consentono di individuare la funzione d'onda Ψ e l'energia E dello stato in esame.

Capitolo 3

Formalismo di Isospin

In fisica nucleare sono state identificate diverse simmetrie, tra cui quella di isospin. Quest'ultima é dovuta al simile comportamento manifestato da neutroni e protoni in un campo nucleare. Nel 1920 Rutherford per poter spiegare la massa nucleare ipotizzò l'esistenza di una particella neutra avente massa simile a quella del protone; solo nel 1932 il neutrone venne scoperto da Chadwick ciò permise di comprendere che le forze nucleari si comportano similmente nei protoni e nei neutroni. In seguito Heisenberg ha proposto che protone e neutrone possano essere considerati come due stati quantici diversi di una stessa particella chiamata *nucleone*. Al nucleone si assegna un vettore di *isospin* o *spin isotopico*, \mathbf{t} , che é caratterizzato dai numeri quantici di isospin $t = \frac{1}{2}$ e la sua proiezione lungo il terzo asse $t_z = \frac{1}{2}$ per un neutrone e $t_z = -\frac{1}{2}$ per un protone. Il vettore \mathbf{t} si comporta come un momento angolare, la sua lunghezza $|\mathbf{t}|$ é conservata dall'azione dell'interazione nucleare. C'è un analogia con il numero quantico di spin, \mathbf{s} , però mentre lo spin di una particella elementare é determinato dalla proiezione lungo assi in uno spazio reale, lo stato di isospin di un nucleone é determinato dalla proiezione in uno spazio astratto (spazio di isospin). In un nucleo con A particelle, di cui Z protoni e N neutroni, lo spin totale \mathbf{T} é dato dalla somma vettoriale dell'isospin dei singoli nucleoni. La proiezione dell'isospin lungo l'asse z é ben definita da:

$$T_z = \frac{(N - Z)}{2} \quad (3.1)$$

perció

$$\left| \frac{(N - Z)}{2} \right| < T < \left| \frac{(N + Z)}{2} \right|. \quad (3.2)$$

Il principio di Pauli pone alcuni limiti alle configurazioni disponibili e di conseguenza anche al range delle simmetrie osservate. Il numero quantico di isospin, T , unifica i due concetti di charge-symmetry/independence e il principio di Pauli dunque diventa un buon numero quantico per descrivere gli stati analoghi in multipletti isobari. Infatti fissato il valore di T si ha un multipletto di isospin costituito da $2T + 1$ nuclei isobari aventi la stessa massa e la terza componente del vettore $T_z = -T, -T + 1, \dots, T - 1, T$. Si definiscono *Isobaric Analogue State*, IAS gli stati di nuclei isobari che hanno lo stesso valore di isospin T , lo stesso momento angolare J e la stessa paritá. In particolare questi stati si osservano in *mirror nuclei* (nuclei speculari), con il numero di neutroni e protoni scambiato e pertanto con lo stesso schema di livelli. I casi piú studiati sono quelli in cui $T = \frac{1}{2}$ e $T_z = \pm \frac{1}{2}$. Tralasciando i termini dell'interazione totale che non conservano

l'isospin (ad esempio gli effetti elettromagnetici) gli IAS sono degeneri in energia. Lo studio delle differenze di energia di eccitazione tra IAS é importante per mettere in evidenza eventuali componenti dell'interazione nucleare che rompono la simmetria di isospin e che non rientrano nell'interazione coulombiana.

Un altro esempio di IAS sono i tripletti isobari, formati da tre isotopi (tra cui due nuclei speculari e uno con $Z = N$), con $T = 1$ e $T_z = 0, \pm 1$.

Nei nuclei qui studiati se si analizzano i valori dell'energia di eccitazione di un tripletto isobaro, si nota che lo stato fondamentale dei due nuclei pari-pari con $T_z = \pm 1$ si trova allo stesso livello di energia corrispondente allo stato 0^+ . Mentre per il nucleo dispari-dispari con $T_z = 0$ lo stato 0^+ corrisponde al secondo stato eccitato, poiché ora si considera anche l'interazione (n-p) e lo stato fondamentale ha $T = 0$. Bisogna considerare, infatti che due protoni o due neutroni si accoppiano sempre a $T = 1$ mentre un protone ed un neutrone si accoppiano sia a $T = 1$ che $T = 0$.

In figura é riportato un esempio per la massa 22: in cui le linee blu rappresentano stati con $T = 0$ e quelle rosse con $T = 1$.

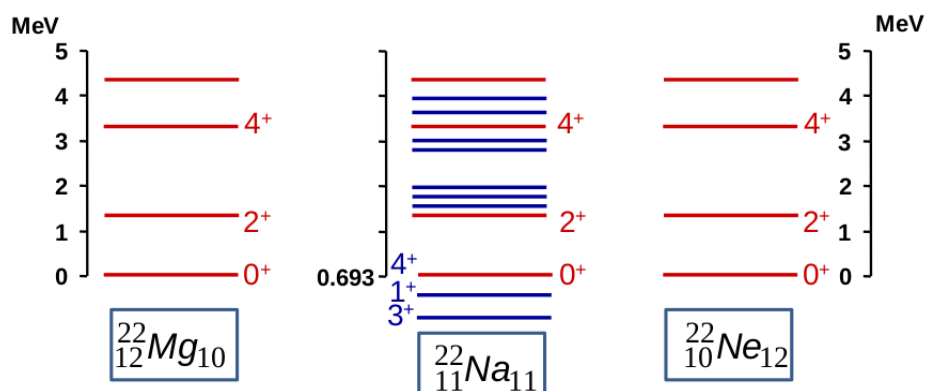


Figura 3.1: Esempio dei valori di energie di eccitazione nel tripletto di massa $A = 22$.

Capitolo 4

Calcolo dei contributi all'energia

Considerate le ipotesi di *charge-symmetry* e *charge-independence* dell'interazione nucleare, ci si potrebbe aspettare che le differenze di energia all'interno di uno stesso multipletto di isospin, fossero dovute ad effetti puramente coulombiani.

Effettivamente questi ultimi si rivelano dominanti ma insufficienti per poter descrivere accuratamente l'andamento delle *Triplet Energies Differences*, TED e delle *Mirror Energies Differences*, MED, che sono definite, nel caso di stati con $T=1$ come:

$$TED(J) = E^*(J, T_z = -1) + E^*(J, T_z = 1) - 2E^*(J, T_z = 0) \quad (4.1)$$

$$MED(J) = E^*(J, T_z = -1) - E^*(J, T_z = 1), \quad (4.2)$$

dove l'asterisco sta ad indicare l'energia di uno stato eccitato.

In questo capitolo si analizzano i vari contributi alle differenze di energia.

4.1 Contributi elettromagnetici

L'interazione coulombiana ha luogo solo tra protoni ed induce differenze di energia tra stati analoghi. Esse danno un contributo dell'ordine di qualche centinaia di MeV all'energia di legame e di una decina di MeV alla differenza di energia di legame tra stati analoghi *Coulomb Displacement energy*, (CDE), mentre le differenze di energia tra stati eccitati, ottenute normalizzando a zero l'energia degli stati fondamentali, sono dell'ordine di decine di keV.

È conveniente scomporre l'interazione in due termini isolando quello di multipolo V_{Cm} , che dipende dalla variazione del raggio nucleare e dalle correzioni di particella singola, da quello di multipolo V_{CM} che tiene conto di tutti gli altri fenomeni elettromagnetici

$$V_{Coulmb} = V_{Cm} + V_{CM}.$$

Termine di multipolo

Il termine coulombiano di multipolo tiene conto dell'interazione tra nucleoni di valenza e dipende dall'accoppiamento del loro spin.

Per una migliore comprensione consideriamo una coppia di nucleoni identici situati in uno

stesso livello energetico ad esempio $d_{\frac{5}{2}}$, essi possono avere gli spin $j_1 = j_2 = \frac{5}{2}$ ed essere accoppiati ad un momento angolare $J_{12} = 0, 2, 4$. Si può dimostrare che all'aumentare del valore di J_{12} la sovrapposizione delle funzioni d'onda spaziali delle due particelle diminuisce. Essendo l'interazione coulombiana repulsiva, quando una coppia di protoni accoppiati a $J_{12} = 0$ si rompe e si riaccoppia ad un valore di J_{12} maggiore, l'energia coulombiana del sistema si riduce. Questi fenomeni si verificano per esempio quando al nucleo conviene aumentare il proprio momento angolare lungo una banda rotazionale riaccoppiando nucleoni piuttosto che incrementare la propria rotazione collettiva. Diversi fenomeni sperimentali dimostrano il verificarsi del riaccoppiamento di nucleoni in corrispondenza di un ben determinato J , tra cui il *backbending*, secondo il quale l'allineamento di una coppia di nucleoni lungo una banda rotazionale causa cambiamenti in energia, il che comporta una deviazione del valore dell'energia di eccitazione in funzione di J dall'andamento parabolico delle bande rotazionali. L'allineamento di una coppia di protoni in un nucleo é accompagnato dal contemporaneo allineamento di una coppia di neutroni nel suo nucleo speculare e viceversa. Si può dimostrare che se il nucleo ricco di protoni (proton-rich) allinea protoni e conseguentemente il suo mirror allinea neutroni si ha un contributo alle MED negativo, mentre nel caso opposto, positivo.

Per tener conto degli effetti di questi fenomeni all'interno dei calcoli di modello a shell, si aggiungono all'interazione nucleare efficace gli elementi di matrice coulombiani, ottenuti dalle interazioni tra protoni di valenza calcolate nella base dell'oscillatore armonico.

Termine di monopolio

Il termine coulombiano di monopolio considera la componente centrale del campo elettromagnetico presente nel nucleo. Il suo contributo all'energia totale può essere approssimato come l'energia elettrostatica di una sfera uniformemente carica di raggio R , pari al raggio nucleare:

$$E_{Cm} = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R}. \quad (4.3)$$

In due nuclei speculari, a causa della differenza del numero di protoni, si ha una differenza di energia del tipo:

$$\Delta E_{Cm} = E_{Cm}(Z) - E_{Cm}(Z-1) \sim \frac{3}{5} \frac{(2Z-1)e^2}{R}, \quad (4.4)$$

che é dell'ordine di decine di MeV. Però se il raggio del nucleo fosse costante il suo contributo alle MED sarebbe nullo.

Invece il nucleo può cambiare progressivamente forma all'aumentare dello spin e dunque il raggio nucleare risulta essere funzione di J . Il valore di E_{Cm} é diverso per i vari stati eccitati ed il suo contributo alle MED non é trascurabile, può essere espresso come:

$$\Delta_M(V_{Cm})(J) = \Delta E_{Cm}(J) - \Delta E_{Cm}(0) = \quad (4.5)$$

$$= \frac{3}{5} n(2Z-n)e^2 \left(\frac{1}{R(J)} - \frac{1}{R(0)} \right) \simeq \quad (4.6)$$

$$\simeq \frac{3}{5} n(2Z-n)e^2 \frac{\Delta R(J)}{R^2(0)}, \quad (4.7)$$

con $n = |N - Z|$ Risulta necessario individuare la relazione tra R e la funzione d'onda dei nucleoni di valenza. A parit  di numero quantico principale N il valore del raggio dei vari orbitali   inversamente proporzionale al numero quantico orbitale l : maggiore   l minore   il raggio e viceversa. Pertanto cambiamenti di occupazione nella *shell* $s_{\frac{1}{2}}$ in funzione del momento angolare sono quelli che generano variazioni di raggio rispetto allo stato fondamentale. Nella *shell* sd ,   stato messo in evidenza in un recente lavoro che il raggio dell' orbitale $s_{\frac{1}{2}}$   sensibilmente pi  grande di quello delle orbite d [3]. Il termine radiale sar  del tipo:

$$\Delta_M < V_{Cm} >_J = \alpha n \left(\frac{n_\pi(0) + n_\nu(0)}{2} - \frac{n_\pi(J) + n_\nu(J)}{2} \right) \quad (4.8)$$

con α opportuna costante da determinare per la shell in questione, n_π e n_ν numeri di occupazione della sola *shell* $s_{\frac{1}{2}}$.

4.2 Correzioni di energia di particella singola

Le energie di particella singola di protoni e neutroni sono modificate in modi diversi dal campo elettromagnetico di monopolo.   stato dimostrato che la rappresentazione del termine coulombiano di monopolo come una sfera uniformemente carica viene migliorata e resa pi  realistica in calcoli di modello a shell tenendo conto di correzioni di particella singola. Queste ultime modificano le energie delle orbite dei protoni proporzionalmente al quadrato del momento angolare orbitale l , nella rappresentazione dell'oscillatore armonico. L'espressione della correzione dell'energia di particella singola per protone in una shell principale, con numero quantico principale N e Z_{cs} il numero di protoni nella shell sottostante chiusa, viene data da:

$$E_{ll} = -4.5 Z_{cs}^{\frac{13}{12}} \frac{[2l(l+1) - N(N+3)]}{A^{\frac{1}{3}}(N + \frac{3}{2})}. \quad (4.9)$$

Un'altra interazione che interessa le energie di particella singola   dovuta al termine di spin-orbita relativistico elettromagnetico, che   analogo al caso atomico e che risulta dalla precessione di Lamor sentita dai nucleoni nel campo elettrico nucleare. Le componenti di spin-orbita sono dovute al momento magnetico intrinseco dei nucleoni e alla precessione di Thomas a cui sono soggetti solo i protoni a causa della loro carica. L'espressione generale del potenziale di spin-orbita elettromagnetico  :

$$V_{ls} = (g_s - g_l) \frac{1}{2m_N^2 c^2} \left(\frac{1}{r} \frac{dV_c}{dr} \right) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}. \quad (4.10)$$

dove g_s e g_l sono fattori giromagnetici del nucleo considerato, V_c   il potenziale coulombiano e m_N   la massa del nucleone. Se si assume V_c pari al campo generato da una sfera carica di raggio R il contributo all'energia di particella singola risulta:

$$E_{ls} = (g_s - g_l) \frac{1}{2m_N^2 c^2} \left(-\frac{Ze}{R^2} \right) < \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} >. \quad (4.11)$$

4.3 Effetti di non conservazione dell'isospin nell'interazione nucleare

Dopo aver tenuto conto di tutti i contributi elettromagnetici in presenza di un'interazione nucleare simmetrica rispetto all'isospin, ci si aspetterebbe che le previsioni teoriche riproducessero i risultati sperimentali. Tuttavia ciò non accade. Lo studio sistematico fatto sulla *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ ha mostrato la necessità di introdurre un nuovo termine, chiamato V_B , che non conserva l'isospin del quale non si ha tuttavia una totale comprensione.

Il suo contributo è stato stimato svolgendo calcoli di modello a shell con un'interazione avente come unico elemento di matrice non nullo quello che corrisponde alla configurazione in cui due protoni sono accoppiati a $J = 0$ nella *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ e posto pari a ± 100 keV, per le TED e MED rispettivamente. Questo è stato suggerito dall'analisi delle differenze di energia tra stati analoghi nel tripletto $A = 42$ [1, 9].

In effetti una singola interazione schematica di questo tipo permette di riprodurre con grande accuratezza tutte le MED e TED finora misurate nei nuclei della *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ ($42 \leq A \leq 54$). Ci si chiede se questo contributo sia valido esclusivamente per la *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ oppure se lo sia anche per altre shell come la *sd*. La risposta non è scontata in quanto la *shell* $f_{\frac{7}{2}}$ è costituita da un solo livello energetico ($f_{\frac{7}{2}}$), mentre la *sd* ne comprende tre: $d_{\frac{5}{2}}$, $d_{\frac{3}{2}}$ e $s_{\frac{1}{2}}$. Questo lavoro di tesi intende studiare l'andamento delle TED e delle MED in funzione di J nella *shell* *sd* e dunque verificare la validità di questo contributo, utilizzando un'interazione simile.

Capitolo 5

Studio di tripletti isobari nella shell *sd*

Lo studio delle *Triplet Energies Differences* e *Mirror Energies Differences* è stato condotto su tripletti isobari con massa compresa tra 22 e 38, i cui nucleoni di valenza sono collocati nella shell *sd*. I tripletti sono formati da tre isotopi con $T = 1$ composti da un nucleo dispari-dispari con $T_Z = 0$ e due pari-pari con $T_Z = \pm 1$. In questo lavoro viene analizzato l'andamento delle TED e delle MED lungo la linea yrast, costituita dagli stati di energia minima, per ogni valore del momento angolare J crescente e viene fatto un confronto dei dati sperimentali con le previsioni teoriche. Si riportano in tabella i nuclei considerati:

	$A = 22$	$A = 26$	$A = 30$	$A = 34$	$A = 38$
$Z > N$	${}_{12}^{22}\text{Mg}_{10}$	${}_{14}^{26}\text{Si}_{12}$	${}_{16}^{30}\text{S}_{14}$	${}_{18}^{34}\text{Ar}_{16}$	${}_{20}^{38}\text{Ca}_{18}$
$Z = N$	${}_{11}^{22}\text{Na}_{11}$	${}_{13}^{26}\text{Al}_{13}$	${}_{15}^{30}\text{P}_{15}$	${}_{17}^{34}\text{Cl}_{17}$	${}_{19}^{38}\text{K}_{19}$
$Z < N$	${}_{10}^{22}\text{Ne}_{12}$	${}_{12}^{26}\text{Mg}_{14}$	${}_{14}^{30}\text{Si}_{16}$	${}_{16}^{34}\text{S}_{18}$	${}_{18}^{38}\text{Ar}_{20}$

Tabella 5.1: Tripletti isobari studiati.

Le grandezze vengono confrontate con valori sperimentali, presi dal database del sito del *National Nuclear Data Center* [5].

5.1 Stime teoriche delle TED

Sono due i termini, tra quelli descritti nel capitolo precedente, che contribuiscono alle TED: il termine di non conservazione della simmetria di isospin V_B e quello che tiene conto dell'interazione coulombiana V_{CM} . Il termine di monopolo si cancella per come sono definite le TED.

Per ogni stato J le grandezze da confrontare sono:

$$TED_J^{exp} = E_J^*(Z > N) + E_J^*(Z < N) - 2E_J^*(Z = N) \quad (5.1)$$

$$TED_J^{th} = \Delta_T < V_{CM} >_J + \Delta_T < V_B >_J, \quad (5.2)$$

dove Δ_T sta ad indicare che le differenze dei valori di aspettazione vanno calcolati come nell'equazione (5.1). I calcoli di modello a shell sono stati realizzati con il programma ANTOINE shell model[6] disponibile al sito [7], che permette la diagonalizzazione di matrici di notevoli dimensioni mediante il metodo iterativo di Lanczos. Si é utilizzata l'interazione nucleare efficace usd (indipendente dall'isospin), derivata per la *shell principale* sd , costituita dai livelli $d_{\frac{5}{2}}$, $s_{\frac{1}{2}}$ e $d_{\frac{3}{2}}$.

Per lo studio dei termini V_{CM} e V_B sono state adottate hamiltoniane ottenute sommando alla usd i rispettivi elementi di matrice descritti nei capitoli precedenti. A differenza di quanto considerato per i nuclei della *shell* $f_{\frac{7}{2}}$, in questo caso non essendoci un orbitale dominante nelle funzioni d'onda, si é deciso di utilizzare un'interazione schematica V_B per ognuno dei tre orbitali. Per ciascuno di loro vengono tenuti diversi da zero nell'interazione gli elementi di matrice diagonali con due particelle accoppiate a $J = 0$, con lo stesso valore di 100 keV.

Le energie di particella singola sono state modificate con le correzioni E_{ll} e E_{ls} .

Si analizza ora nel dettaglio ogni singola massa studiata, riportando i grafici dei risultati ottenuti. In tutte le figure, gli andamenti delle TED in funzione di J sia teoriche che sperimentali sono riportati nei grafici di sinistra, mentre quelli a destra mostrano i due contributi alle TED teoriche V_B e V_{CM} .

Come si può evincere dai grafici riportati di seguito il termine V_B riveste un ruolo fondamentale in quanto esso non é solo una semplice correzione, ma é indispensabile affinché la stima teorica riproduca l'andamento sperimentale.

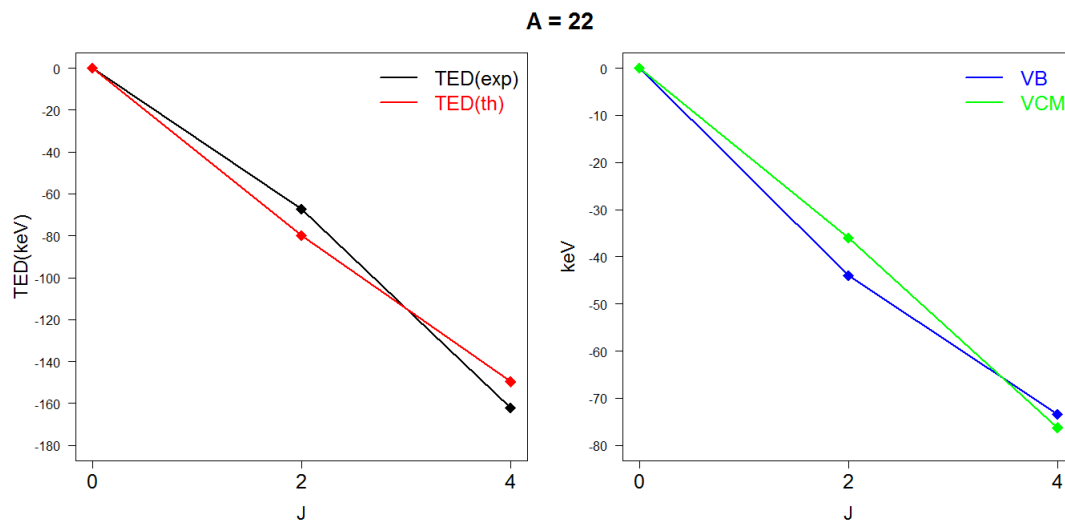


Figura 5.1: Studio delle TED e dei suoi contributi per il tripletto di massa 22.

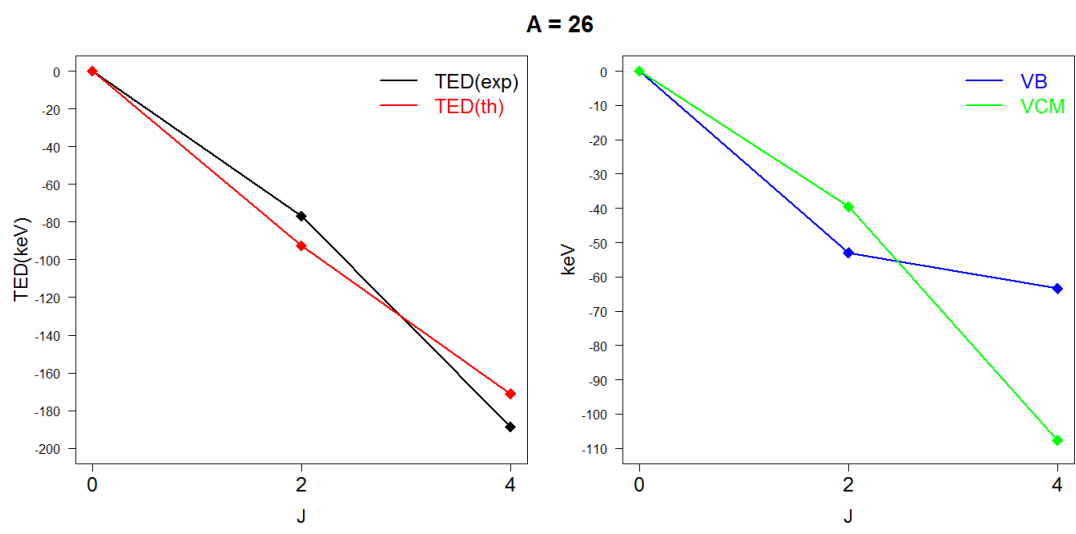


Figura 5.2: Studio delle TED e dei suoi contributi per il tripletto di massa 26

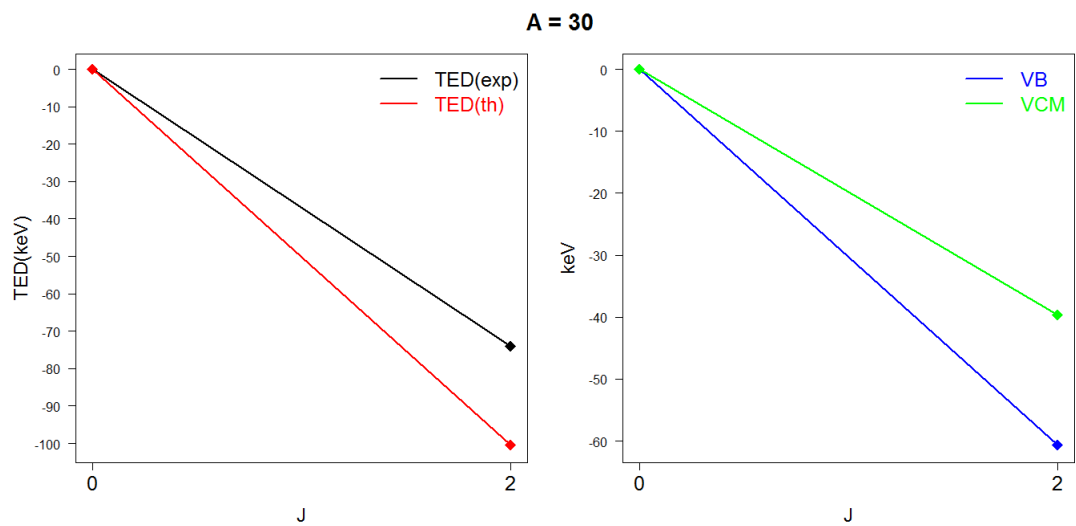


Figura 5.3: Studio delle TED e dei suoi contributi per il tripletto di massa 30.

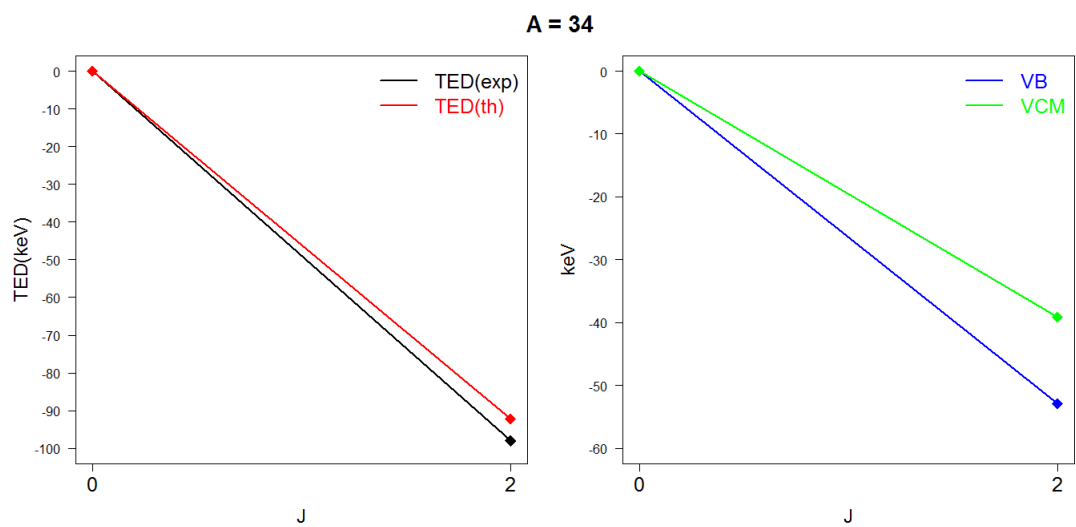


Figura 5.4: Studio delle TED e dei suoi contributi per il tripletto di massa 34.

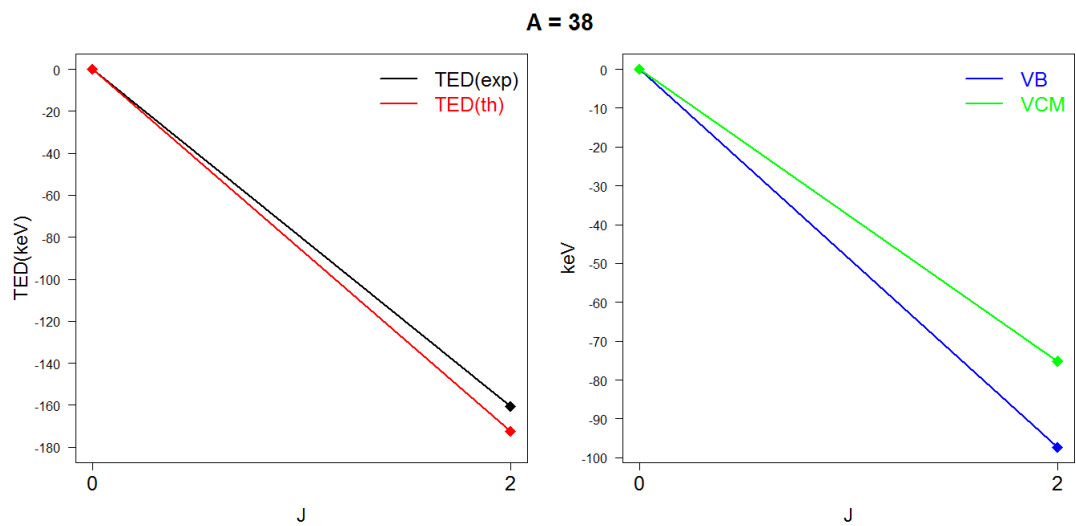


Figura 5.5: Studio delle TED e dei suoi contributi per il tripletto di massa 38.

I valori teorici calcolati di tutte le masse concordano in maniera molto soddisfacente con i dati sperimentali.

5.2 Stime teoriche delle MED

Lo studio delle *Mirror Energies Differences*, MED, é effettuato su nuclei speculari con massa compresa tra 22 e 38. Questi ultimi sono costituiti da due isotopi con $T = 1$, uno con $T_z = 1$ e l'altro con $T_z = -1$.

Tra i termini descritti al capitolo precedente sono tre quelli che contribuiscono alla stima delle MED, Le grandezze da confrontare per ogni stato J sono:

$$MED_J^{exp} = E_J^*(Z > N) - E_J^*(Z < N) \quad (5.3)$$

$$MED_J^{th} = \Delta_M < V_{CM} >_J + \Delta_M < V_B >_J + \Delta_M < V_{Cm} >_J, \quad (5.4)$$

dove Δ_M sta ad indicare che le differenze dei valori di aspettazione vanno calcolati come nell'equazione (5.3). I calcoli di modello a shell sono stati fatti, anche qui, con il programma ANTOINE, il quale permette inoltre di analizzare la composizione della funzione d'onda per ciascuno stato e i numeri di occupazione della *shell* $s_{\frac{1}{2}}$, utilizzati per il calcolo del termine radiale V_{cm} .

Quest'ultimo é stato ottenuto come spiegato al capitolo precedente considerando la costante α dell'espressione (4.8) pari a 200 keV per le masse 22 e 26 (come nel caso della *shell* $f_{\frac{7}{2}}$), mentre pari a 100 keV per le masse dal 30 al 38, questa scelta é giustificata da un recente studio dei raggi nucleari nella *shell* sd che mostra una sensibile riduzione del raggio dell'orbitale $s_{\frac{1}{2}}$ al di sopra della massa $A = 28$ [8]. Per il termine V_B si é considerata un'interazione dove gli elementi di matrice corrispondenti sono messi uguali a -50 keV (invece di -100 keV come nella *shell* $f_{7/2}$). Si riportano i risultati ottenuti nei seguenti grafici, dove quelli a sinistra riportano l'andamento delle MED sperimentali e teoriche, mentre quelli di destra i vari contributi alle MED teoriche.

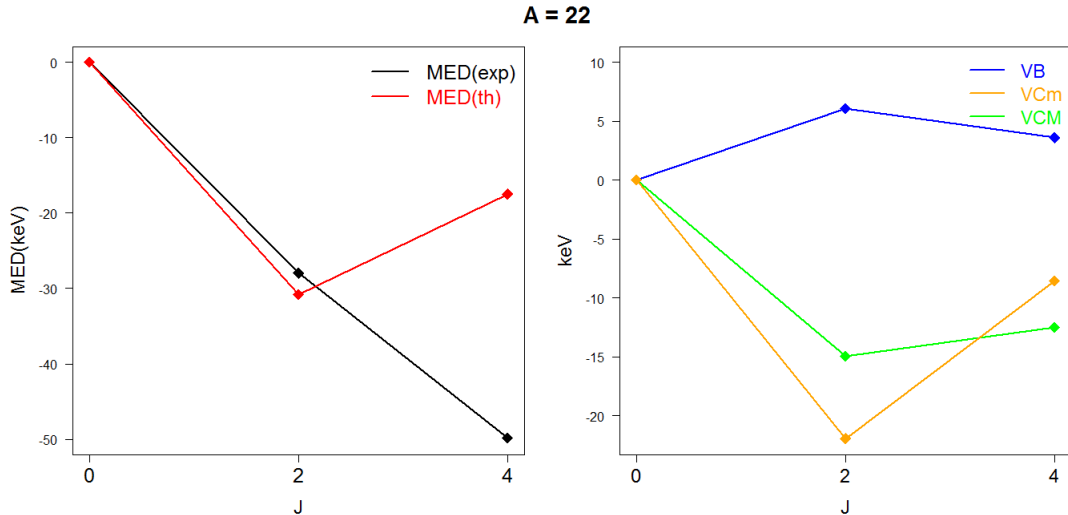


Figura 5.6: Studio delle MED e dei suoi contributi per i nuclei mirror di massa 22.

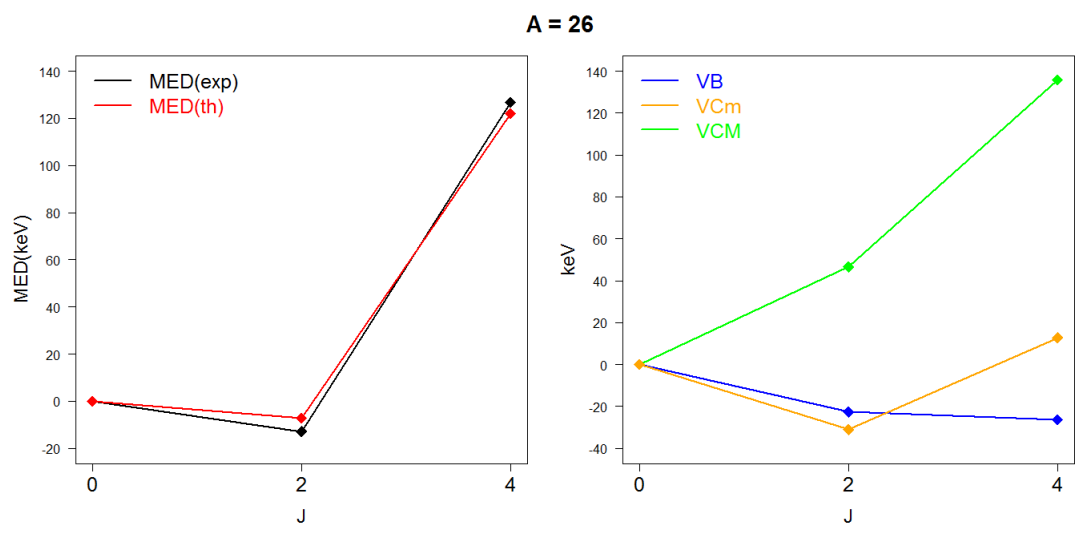


Figura 5.7: Studio delle MED e dei suoi contributi per i nuclei mirror di massa 26.

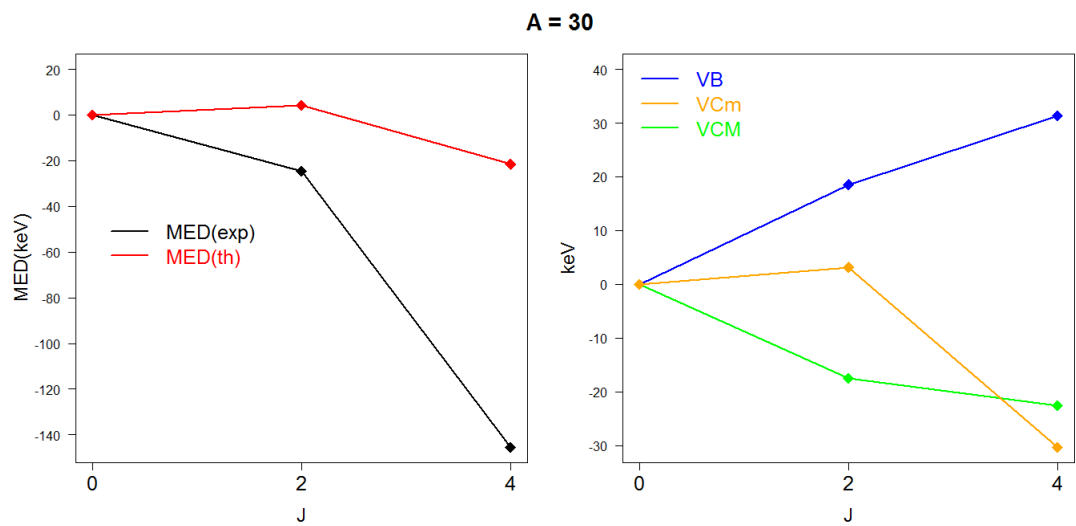


Figura 5.8: Studio delle MED e dei suoi contributi per i nuclei mirror di massa 30.

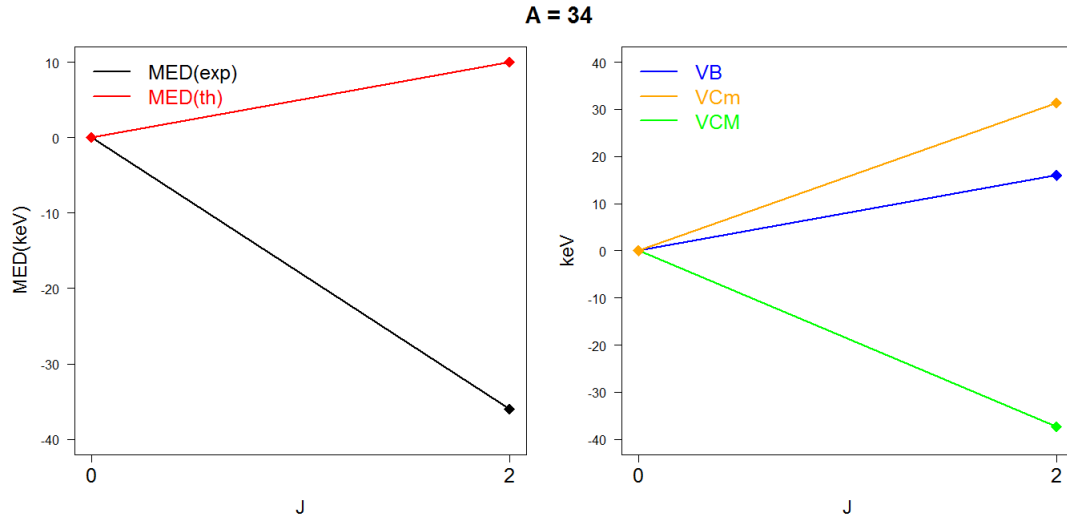


Figura 5.9: Studio delle MED e dei suoi contributi per i nuclei mirror di massa 34.

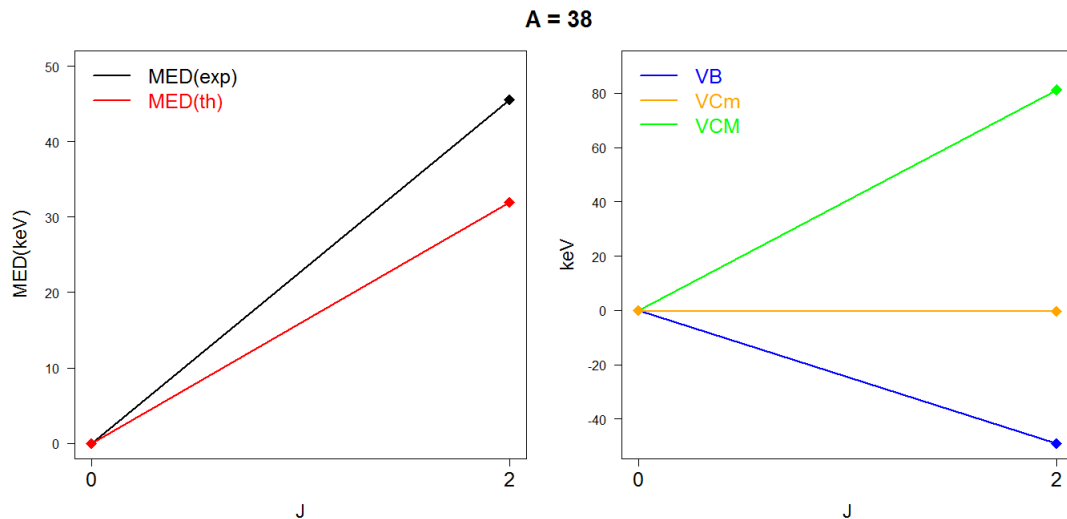


Figura 5.10: Studio delle MED e dei suoi contributi per i nuclei mirror di massa 38.

Dai grafici si evince che la descrizione teorica delle MED non è molto soddisfacente e pertanto risulta difficile trarre delle conclusioni sia sulla validità del metodo sia sui diversi termini che concorrono al calcolo teorico. In particolare, il termine V_B nella maggior parte dei casi contribuisce a migliorare l'accordo ($A = 22, 26$ e 38) e lo peggiora per i mirror $A=30$. D'altra parte, il termine radiale V_{Cm} si dimostra fondamentale in tutti i casi.

Un altro aspetto da tenere in considerazione è che le MED risultano molto sensibili alla struttura del nucleo e pertanto alla accuratezza con la quale vengono calcolate le funzioni d'onda e quindi ai termini di multipolo dell'interazione. Invece, per come sono definite le TED, i contributi di multipolo si cancellano a vicenda, e sopravvivono solo i termini di multipolo.

Capitolo 6

Conclusioni

Sono state analizzate le differenze delle energie di eccitazione di stati analoghi, in coppie di nuclei speculari (*Mirror energy differences*, MED) e in tripletti isobari (*Triplet energy differences*, TED) di massa compresa tra $A = 22$ e $A = 38$. I neutroni di valenza di questi nuclei isobari sono collocati nella *shell sd*. Le stime teoriche sono state ottenute seguendo un metodo che é stato formulato ed utilizzato per la prima volta nello studio dei nuclei nell'orbitale $f_{7/2}$.

I calcoli di modello a shell sono stati fatti con il codice ANTOINE, che ha permesso di individuare i singoli contributi alle MED e alle TED, inoltre ha consentito l'analisi della composizione della funzione d'onda in ogni stato J^+ .

Dai risultati ottenuti si evince che per le TED il termine di non conservazione della simmetria di isospin, V_B , é fondamentale per una buona riproduzione dei dati sperimentali, in quanto solo il contributo Coulombiano risulta insufficiente. Per le MED, invece, il termine V_B non é sempre necessario come si puó osservare nelle masse $A = 30$ e $A = 34$. I buoni risultati ottenuti nel confronto con i dati sperimentali per le TED hanno confermato che il metodo adottato é efficace anche per nuclei della *shell sd* e che la parametrizzazione adottata per descrivere i vari effetti di rottura della simmetria di isospin rimane valida. I risultati insoddisfacenti per le MED invece lasciano aperta la questione della natura del termine V_B ; la comprensione del suo comportamento e la ricerca delle sue origini, sono oggetto di studi in atto. L'idea é quella di partire da un'interazione realistica, dedotta dallo scattering nucleone-nucleone che include i termini di dipendenza dell'isospin dell'interazione nucleare, come quella introdotta in [3].

Bibliografia

- [1] P. A. Zuker, S. M. Lenzi e A. Poves G. Martinez-Pinedo, Phys. Rev. Lett. 89, 142502 (2002).
- [2] M. A. Bentley e S. M. Lenzi, *Coulomb energy differences between high-spin states in isobaric multiplets*, Prog. in Part and Nucl. Phys. 59, 497 (2007).
- [3] J. Bonnard, S. M. Lenzi e A. P. Zuker, Phys. Rev. Lett. 116, 212501 (2016).
- [4] J. Jänecke in *Isospin in Nuclear Physics*, Ed. D.H. Wilkinson, North Holland, Amsterdam, (1969).
- [5] <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/XundlFetchServlet?datasource=xundl>.
- [6] E. Caurrier, *Shell Model Antoine*, 1989-2004
- [7] http://www.iphc.cnrs.fr/nutheo/code_antoine/menu.htm.
- [8] J. Bonnard and A. P. Zuker, airXiv:16006.03345v1 [nucl-th] 10 Jun 2016.
- [9] M.A.Bentley, S.M.Lenzi, S.A.Simpson, C. Aa. Diget, Phys.Rev. C 92, 024310 (2015).
- [10] K. Heyde, *From nucleons to the atomic nucleus*, Springer-Verlag, 1998.
- [11] F. Della Vedova et al., Phys. Rev. C (2007),no. 75, 34317.
- [12] S.M: Lenzi, Bentley M.A: *Test of Isospin Symmetry along the $N = Z$ line*. Notes Phys. 57, 98 (2009).
- [13] S.M. Lenzi, R. Lau, *A systematic study of Mirror and Triplet energy differences*, Proceeding of Science (2013).
- [14] S. M: Lenzi M.A. Bentley, Progr. Part Nucl. Phys. 59,497 (2007).
- [15] S.M: Lenzi et al, Phys. Rev. Lett. 87,122501 (2001).
- [16] M.A: Bentley et al., Phys. Lett. B 437, 243 (1998).
- [17] J.P. Schiffer J.A. Nolen, Annu. Rev. Nucl. Phys. 19, 471 (1969).
- [18] Ilaria Brivio. *Simmetria di isospin in nuclei speculari: studio delle differenze di energia in nuclei analoghi*, (2010).
- [19] Alberto Boso. *Rottura della simmetria di isospin nei nuclei speculari ^{67}Se e ^{67}As* , (2011).