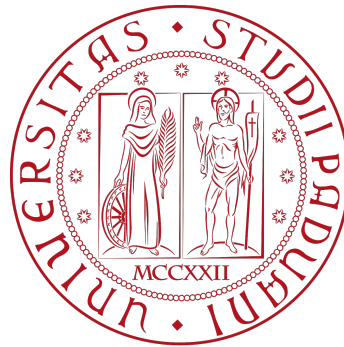


Università degli Studi di Padova  
Dipartimento di Scienze Statistiche  
Corso di Laurea Magistrale in Scienze Statistiche



**Ottimizzazione robusta per la configurazione dinamica  
dello spazio aereo in condizioni di incertezza  
meteorologica**

**Relatore:** Prof. Luigi De Giovanni

Dipartimento di Matematica “Tullio Levi-Civita”

**Correlatrice:** Prof.ssa Carla De Francesco

Dipartimento di Matematica “Tullio Levi-Civita”

**Laureanda:** Elena Antonioli

Matricola 2110499

Anno Accademico 2025/2026



# Abstract

Air Traffic Management constitutes one of the most complex challenges in the transportation sector, as it requires the continuous balancing of safety, operational efficiency, and system capacity. A critical component of this process is Dynamic Airspace Configuration (DAC), which involves the reorganization of air traffic control sectors into a sequence of configurations in response to traffic demand and its temporal variations over a given planning horizon.

This thesis addresses the problem of robust airspace configuration under meteorological uncertainty. Adverse weather conditions represent one of the primary sources of inefficiency in air traffic management systems, leading to significant reductions in sector capacity and, consequently, to delays and operational congestion. The central challenge lies in identifying a sequence of configurations that is not only optimal under nominal conditions but also resilient to the range of possible weather realizations.

The study is structured into several stages. First, an introductory framework on air traffic control is provided, with particular emphasis on sectorization mechanisms and operational issues related to capacity management. Subsequently, the impact of adverse weather on sector capacity is examined, based on available data on meteorological forecasts.

The core contribution of this thesis is the development of a robust optimization model for the DAC problem. Starting from the nominal problem formulation, an uncertainty set is introduced to capture the stochastic nature of meteorological conditions, modeling sector capacity reductions as a function of weather-affected airblocks and their associated criticality levels, as derived from available information on the severity and probability of adverse weather. The resulting robust optimization problem is formulated as a mathematical programming model and solved using a constraint generation-based decomposition approach.

Finally, a computational simulation is presented to validate the effectiveness

of the proposed methodology and to analyze its performance.

This work contributes to the literature on robust air traffic management by proposing a novel approach to addressing meteorological uncertainty in dynamic airspace configuration.

# Sommario

La gestione del traffico aereo rappresenta una delle sfide più complesse nel settore dei trasporti, dove la sicurezza, l'efficienza operativa e la capacità del sistema devono essere costantemente bilanciate. Uno degli aspetti critici di questa gestione è la configurazione dinamica dello spazio aereo (Dynamic Airspace Configuration, DAC), che consiste nella riorganizzazione dei settori di controllo in risposta alle variazioni del traffico.

Questa tesi affronta il problema della configurazione robusta dello spazio aereo in presenza di incertezza meteorologica. Le condizioni meteo avverse sono una delle principali fonti di inefficienza nel sistema di gestione del traffico aereo, causando riduzioni significative della capacità dei settori e conseguenti ritardi e sovraccarichi operativi. La sfida principale consiste nel determinare configurazioni dello spazio aereo che siano non solo ottimali in condizioni nominali, ma anche resilienti rispetto alle diverse realizzazioni possibili del maltempo.

Il lavoro si articola in diverse fasi. Inizialmente viene presentato un quadro introduttivo sul controllo del traffico aereo, con particolare attenzione ai meccanismi di settorizzazione e alle problematiche operative legate alla gestione della capacità. Successivamente, viene analizzato l'impatto del meteo avverso sulla capacità dei settori, sulla base dei dati disponibili sulle previsioni meteorologiche.

Il nucleo della tesi consiste nello sviluppo di un modello di ottimizzazione robusta per il problema DAC. Partendo dalla formulazione nominale del problema, viene introdotto un insieme di incertezza che cattura la natura stocastica delle condizioni meteorologiche, modellando la riduzione di capacità dei settori in funzione degli airblock colpiti da maltempo e dal livello di criticità associato, in base alle informazioni disponibili sul livello di severità e probabilità di meteo avverso. Il problema robusto risultante viene risolto mediante un approccio di decomposizione master-slave basato sulla generazione di vincoli.

Infine, viene presentata una simulazione computazionale che dimostra l'efficacia dell'approccio proposto e ne analizza le prestazioni.

Questo lavoro contribuisce alla letteratura sulla gestione robusta del traffico aereo, fornendo un metodo innovativo per affrontare l'incertezza meteorologica nella configurazione dinamica dello spazio aereo.



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Configurazione dinamica dello spazio aereo e contesto operativo</b>	<b>3</b>
2.1	L'industria del trasporto aereo . . . . .	3
2.1.1	Definizioni . . . . .	3
2.1.2	L'evoluzione storica dell'aviazione civile commerciale . . . . .	4
2.1.3	Il traffico aereo oggi . . . . .	5
2.1.4	Le autorità dell'aviazione civile . . . . .	6
2.2	La gestione del traffico aereo . . . . .	6
2.2.1	I principi di sicurezza . . . . .	6
2.2.2	Fasi della gestione del traffico aereo . . . . .	8
2.3	Struttura dello spazio aereo . . . . .	8
2.3.1	Concetto di Flight Information Region (FIR) e settori . . . . .	8
2.4	Dynamic Airspace configuration (DAC) . . . . .	10
2.4.1	Concetto di capacità . . . . .	11
2.4.2	Configurazione dello spazio aereo . . . . .	12
2.4.3	Dettagli della Configurazione Dinamica dello spazio Aereo . . . . .	13
2.4.4	Obiettivi e vincoli operativi . . . . .	14
2.5	Condizioni meteorologiche e ATM . . . . .	14
2.5.1	Impatto dei fenomeni convettivi sul traffico aereo . . . . .	15
2.5.2	Impatto sui ritardi e sulla capacità di rete . . . . .	15
2.5.3	Procedure europee di gestione e mitigazione . . . . .	16
2.6	Cross-Border Convection Forecast (CBCF) . . . . .	17
2.6.1	La matrice di rischio . . . . .	18
2.6.2	Il formato tecnico di distribuzione . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Stato dell'arte</b>	<b>21</b>

3.1	Letteratura sul DAC . . . . .	21
3.2	Modellazione e gestione dell'incertezza meteorologica in ATM . . . . .	24
3.3	Posizionamento e contributo originale . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Strumenti teorici e computazionali</b>	<b>26</b>
4.1	Programmazione matematica . . . . .	26
4.2	Problemi di Programmazione Lineare . . . . .	26
4.2.1	Proprietà geometriche della regione ammissibile . . . . .	27
4.3	Problemi di Programmazione Lineare Intera . . . . .	31
4.3.1	La regione ammissibile dei problemi PLI . . . . .	32
4.3.2	Il metodo Branch-and-Bound . . . . .	33
4.4	Ottimizzazione lineare robusta . . . . .	34
4.4.1	Metodo dei piani di taglio per la programmazione lineare . . . . .	34
4.4.2	Metodo dei piani di taglio per la programmazione lineare intera . . . . .	36
4.5	Strumenti di implementazione . . . . .	38
4.5.1	Solver di ottimizzazione matematica . . . . .	38
4.5.2	Linguaggio di programmazione . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Modello per DAC in condizioni di incertezza meteorologica</b>	<b>40</b>
5.1	Problema nominale . . . . .	41
5.2	Insieme di incertezza . . . . .	43
5.3	Metodo dei piani di taglio per DAC robusto . . . . .	46
5.3.1	Problema Master . . . . .	47
5.3.2	Problema Slave . . . . .	47
5.4	Algoritmo risolutivo . . . . .	49
5.4.1	Separabilità temporale nell'insieme di incertezza . . . . .	50
5.4.2	Criterio di convergenza . . . . .	51
5.4.3	Algoritmo Master-Slave . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Risultati computazionali</b>	<b>54</b>
6.1	Generazione dei dati . . . . .	54
6.1.1	Struttura dello spazio aereo: settori e configurazioni . . . . .	54

6.1.2	Discretizzazione temporale e domanda di traffico . . . . .	55
6.1.3	Condizioni meteorologiche: mappe CBCF simulate . . . . .	58
6.2	Analisi dei risultati . . . . .	61
<b>7</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>66</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>69</b>



# Elenco delle figure

2.1	Revenue Passenger Kilometers (RPK) globale, in miliardi di km [5] . . . . .	6
2.2	Esempio di separazione longitudinale tra aeromobili sulla stessa rotta . . . . .	7
2.3	FIR e ACC sopra l'Italia [11] . . . . .	10
2.4	Due diverse configurazioni nell'ACC Madrid [14]. . . . .	13
2.5	Esempio di previsione Cross Border Convection Forecast [21] . .	18
2.6	Matrice di rischio [21] . . . . .	19
4.1	Esempio della regione ammissibile di un problema PL e dell'inviluppo convesso dei suoi punti interi . . . . .	32
6.1	Mappa CBCF simulata . . . . .	59
6.2	Colori assegnati agli airblock . . . . .	60
6.3	Evoluzione di $\theta$ e $z^*$ per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 1. . . . .	62
6.4	Evoluzione di $\theta$ e $z^*$ per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 2. . . . .	62
6.5	Evoluzione di $\theta$ e $z^*$ per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 3. . . . .	63
6.6	Evoluzione di $\theta$ e $z^*$ per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 4. . . . .	63
6.7	Evoluzione di $\theta$ e $z^*$ per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 5. . . . .	63
6.8	Confronto degli eccessi $\theta^*$ nei diversi scenari . . . . .	64

# Elenco delle tabelle

2.1	Gerarchia dei termini nell'aviazione civile . . . . .	4
2.2	EUROCONTROL, Soglie di carico di lavoro dei controllori [12] .	11
6.1	Parametri dei cinque scenari di traffico. . . . .	58
6.2	Parametri dei cinque scenari meteorologici. . . . .	65

# Introduzione

La crescente domanda di traffico aereo rende il suo sistema di controllo sempre più vulnerabile a criticità operative, tra cui i fenomeni meteorologici avversi rappresentano una delle principali fonti di inefficienza. Secondo il rapporto annuale di EUROCONTROL, l'Organizzazione europea per la gestione del traffico aereo, nel 2025 il maltempo è stato responsabile di circa un terzo dei ritardi in Europa [1]. Tali ritardi sono dovuti principalmente alla comparsa dei cosiddetti fenomeni convettivi, che aumentano il carico di lavoro dei controllori riducendo la capacità del sistema.

Il controllo del traffico aereo è infatti organizzato suddividendo lo spazio aereo in porzioni tridimensionali denominate *settori*, ciascuna affidata a uno o più controllori responsabili della separazione e della gestione sicura dei voli che la attraversano. Il numero, la forma e l'estensione di tali settori non sono fissi, ma possono essere riconfigurati in funzione della domanda di traffico attesa. Si parla in questo contesto di *Configurazione Dinamica dello Spazio Aereo* (*Dynamic Airspace Configuration*, DAC), una modalità operativa per adattare la struttura dello spazio aereo alla variabilità spaziale e temporale del traffico, consentendo una distribuzione più efficiente del carico di lavoro. Tuttavia, la maggior parte dei modelli proposti in letteratura tratta il problema ignorando l'incertezza delle previsioni meteorologiche, con il rischio di produrre configurazioni subottimali al momento della comparsa del meteo avverso.

Il presente lavoro si propone di colmare tale lacuna sviluppando un modello di ottimizzazione robusta per il DAC che incorpori esplicitamente la variabilità meteorologica attraverso un insieme di incertezza opportunamente definito. L'approccio adottato mira a determinare configurazioni dello spazio aereo efficienti e robuste rispetto agli scenari meteorologici avversi.

Il contributo principale di questa tesi consiste nella formulazione di program-

---

mazione matematica per il DAC in condizioni di incertezza, e nella validazione del modello proposto mediante una simulazione su dati sintetici, con l'obiettivo di dimostrarne l'applicabilità a scenari operativi verosimili e di fornire indicazioni utili per gli sviluppi futuri nell'ambito della gestione robusta del traffico aereo.

### **Struttura della tesi e contributi**

La tesi è organizzata come segue.

Il **Capitolo 2** introduce le nozioni fondamentali nell'ambito dell'aviazione e della meteorologia aeronautica, fornendo il contesto necessario alla comprensione dei capitoli successivi.

Il **Capitolo 3** presenta lo stato dell'arte relativo al DAC e all'incertezza meteorologica nel controllo del traffico aereo, evidenziando le lacune che il presente lavoro intende colmare.

Il **Capitolo 4** descrive gli strumenti teorici e computazionali impiegati per la definizione del modello di ottimizzazione, delle metodologie risolutive e per la simulazione.

Il **Capitolo 5** presenta in modo dettagliato il modello matematico proposto, illustrandone i vincoli e l'insieme di incertezza considerato. In questo capitolo, un contributo originale è il modello per la definizione di un insieme di incertezza basato sulle condizioni meteorologiche e, in particolare, sulla definizione di dati meteo effettivamente utilizzati nel contesto della gestione del traffico aereo. Viene inoltre proposto un algoritmo risolutivo basato sulla generazione di vincoli, con un approccio Master-Slave.

Il **Capitolo 6** riporta i risultati delle prove computazionali effettuate a partire dall'implementazione dell'algoritmo di soluzione con l'utilizzo di librerie di ottimizzazione per modelli di programmazione matematica, che rappresenta un ulteriore contributo computazionale della tesi. I test sono effettuati su dati sintetici, e il capitolo descrive le scelte metodologiche effettuate per riprodurre scenari verosimili.

Il **Capitolo 7** raccoglie le conclusioni e delinea le prospettive future di ricerca.

# Configurazione dinamica dello spazio aereo e contesto operativo

Il presente capitolo fornisce il quadro di riferimento per la comprensione del problema affrontato e del modello sviluppato. Vengono introdotti i concetti fondamentali relativi all'aviazione e alla gestione del traffico aereo, alla Configurazione Dinamica dello Spazio Aereo e alla meteorologia aeronautica, con particolare attenzione agli aspetti rilevanti per la modellazione dell'incertezza.

## 2.1 L'industria del trasporto aereo

### 2.1.1 Definizioni

Per inquadrare correttamente il fenomeno oggetto di studio, è necessario definire alcuni concetti chiave. Con il termine *aviazione civile* si intende l'insieme di tutte le attività aeronautiche commerciali e non commerciali, escluse quelle militari.

Tra le attività aeronautiche commerciali rientrano il *trasporto aereo commerciale*, con cui ci si riferisce al trasporto di passeggeri, merci o posta a pagamento e il *lavoro aereo*, che include aeromobili con funzioni inerenti l'agricoltura, le costruzioni, la fotografia, la sorveglianza e altre attività.

Le attività aeronautiche non commerciali rientrano nella categoria *aviazione generale*, con cui ci si riferisce principalmente ai cosiddetti aerei da turismo, utilizzati per voli privati [2].

L'aviazione civile include inoltre i servizi aeroportuali e di navigazione aerea (meteorologia aeronautica, servizio di informazioni aeronautiche, servizio di sorveglianza aerea) che permettono il corretto svolgimento delle operazioni.

**Tabella 2.1:** Gerarchia dei termini nell'aviazione civile

---

Aviazione civile	
<i>Attività aeronautiche commerciali:</i>	<i>Attività aeronautiche non commerciali:</i>
• Trasporto aereo commerciale	• Aviazione generale
• Lavoro aereo	

---

*Altro:*

- Servizi aeroportuali
- Servizi di navigazione aerea
- Produzione aeronautica

---

Gli argomenti di questa tesi fanno riferimento all'aviazione civile commerciale. In Tabella 2.1 è riportato un riassunto dei termini.

### 2.1.2 L'evoluzione storica dell'aviazione civile commerciale

La storia dell'aviazione civile ha inizio il 17 dicembre 1903, quando i fratelli Wright riuscirono a mantenere in volo per 12 secondi il primo aeromobile motorizzato più pesante dell'aria, segnando un punto di svolta decisivo per lo sviluppo del trasporto aereo [3].

Durante le due guerre mondiali l'aviazione conobbe un rapido sviluppo a scopo militare che pose le basi per l'espansione civile. Già nel primo dopoguerra nacquero le prime piccole compagnie aeree per il trasporto di posta, merci e passeggeri. Durante la Seconda Guerra mondiale vennero costruiti aeroplani e aeroporti con tecnologie sempre più aggiornate che permisero la nascita di compagnie aeree internazionali. L'industria aerea conobbe poi una crescita esponenziale grazie a innovazioni decisive come l'introduzione degli aeromobili turboelica nei primi anni Cinquanta, dei motori a reazione alla fine dello stesso decennio e, nel 1970, dei motori ad alto rapporto di bypass, più veloci ed efficienti.

Al termine della prima Guerra Mondiale emerse anche la necessità di regolare l'aviazione civile a livello internazionale per tutelare la sicurezza. Durante la Conferenza di Pace di Parigi nel 1919 venne quindi stipulata la Convenzione per la Regolazione della Navigazione Aerea. Essa definiva regole uniformi per la navigazione, la registrazione degli aeromobili, la formazione del personale, e le procedure di volo. Con la Convenzione di Chicago nel 1944

vennero stabiliti ulteriori principi per la navigazione aerea come il diritto di volare sopra altri stati senza atterrare.

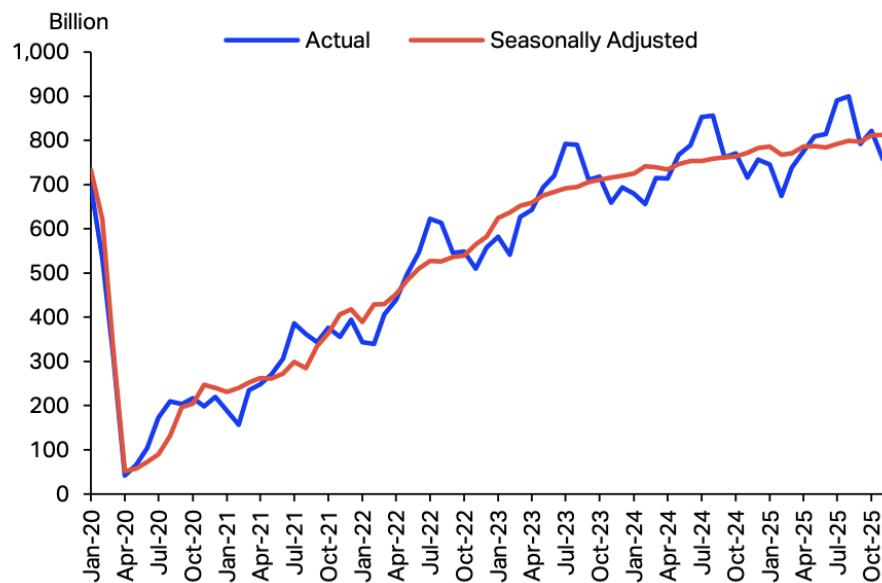
Una svolta importante per l'industria aerea è avvenuta nel 1978, quando il mercato è stato liberalizzato, dando la possibilità alle compagnie aeree di determinare prezzi, orari e servizi dei voli [2]. Questo ha determinato alcuni effetti positivi come la riduzione delle tariffe di viaggio e l'aumento delle tratte ma anche aspetti critici come l'aumento della volatilità nel tempo dei profitti che ha generato instabilità nell'industria e ha abbassato la qualità del servizio offerto [2].

In Europa il processo di liberalizzazione è stato graduale, iniziato negli anni '80 con l'introduzione di una direttiva comunitaria di parziale liberalizzazione dei servizi di trasporto tra aeroporti minori (1983) e proseguita con diversi pacchetti normativi. Nel 1997 è stata raggiunta la liberalizzazione completa [4].

### 2.1.3 Il traffico aereo oggi

La dinamica evolutiva descritta nella Sezione 2.1.2 ha portato l'aviazione civile a un livello di maturità operativa senza precedenti, con un volume di traffico che da oltre un decennio registrava una crescita costante fino alla brusca interruzione causata dalla pandemia di COVID-19. Le nuove misure di prevenzione del contagio hanno imposto costi aggiuntivi alle compagnie aeree e limitato drasticamente la mobilità, sia a scopi turistici che lavorativi. Solo nella seconda metà del 2020 è iniziata una graduale ripresa, proseguita in modo costante fino ai giorni nostri.

Questo andamento è visibile in Figura 2.1, che mostra l'evoluzione dell'indice Chilometri Passeggero Trasportati (*RPK*, *Revenue Passenger Kilometer*), una misura del volume di passeggeri trasportati a livello globale, calcolata moltiplicando il numero di passeggeri paganti per la distanza percorsa, espressa in chilometri. La curva evidenzia una progressiva ripresa post-pandemica, in continua crescita sebbene a un tasso leggermente inferiore nell'ultimo anno [5].



**Figura 2.1:** Revenue Passenger Kilometers (RPK) globale, in miliardi di km [5]

### 2.1.4 Le autorità dell'aviazione civile

La gestione di questi volumi di traffico crescenti si articola su un sistema gerarchico di organizzazioni internazionali e nazionali. Al 1944 risale la fondazione dell'ICAO (*International Civil Aviation Organization*), un'agenzia delle Nazioni Unite con quartier generale a Montreal, in Canada. L'ICAO ha il compito di definire e aggiornare gli standard internazionali per la navigazione e la sicurezza del volo. Accanto a questa organizzazione globale operano enti regionali come l'EASA (*European Aviation Safety Agency*), che in Europa ha compiti riguardanti la sicurezza, e EUROCONTROL, che invece si concentra sulla gestione del traffico aereo. Nel contesto italiano, il controllo del traffico aereo è affidato all'ENAV (Ente Nazionale Assistenza al Volo), mentre l'ENAC (Ente Nazionale Aviazione Civile) sovrintende agli aspetti di sicurezza e alla regolamentazione tecnica del settore.

## 2.2 La gestione del traffico aereo

### 2.2.1 I principi di sicurezza

Secondo quanto stabilito dall'ICAO, la gestione del traffico aereo (*Air Traffic Management, ATM*) si basa su un insieme di cinque obiettivi fondamentali,

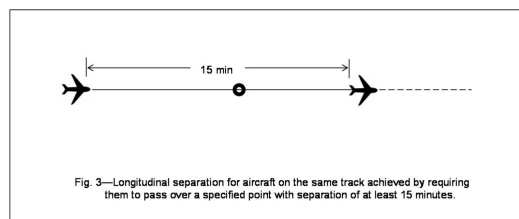
i quali costituiscono i principi guida per garantire un funzionamento sicuro, efficiente e sostenibile del sistema aeronautico globale [6]. Gli obiettivi fondamentali sono:

1. Prevenzione delle collisioni tra aeromobili;
2. Prevenzione delle collisioni sulla superficie;
3. Flusso ordinato del traffico;
4. Informazioni per condotta sicura ed efficiente;
5. Assistenza per ricerca e soccorso.

La previsione delle collisioni è un aspetto chiave per la sicurezza degli aeromobili e si declina secondo gli standard ICAO in tre principi di separazione: verticale, orizzontale e longitudinale [7].

Con *separazione verticale* si intende la differenza minima di quota che due aeromobili devono mantenere. Si tratta di 1000 piedi (300 metri) sotto i 29.000 piedi di altitudine e 2000 piedi altrimenti.

Con *separazione orizzontale* si intende la distanza minima che deve essere mantenuta tra aeromobili sullo stesso piano orizzontale. Ammonta a 5 miglia nautiche (circa 9 km) ma può arrivare a 10-20 miglia nautiche in zone oceaniche. Con *separazione longitudinale* (Figura 2.2) si definisce la distanza tra aeromobili che seguono la stessa rotta. È basata sul tempo e dipende dalla velocità e dalla fase di volo in cui si trovano i due velivoli.



**Figura 2.2:** Esempio di separazione longitudinale tra aeromobili sulla stessa rotta

### 2.2.2 Fasi della gestione del traffico aereo

La gestione del traffico aereo è un complesso sistema nel quale i velivoli devono essere organizzati per il passaggio nello spazio aereo ottimizzando il loro costo in termini di distanza di viaggio, consumo di carburante, comfort per i passeggeri. Un aspetto fondamentale è il coordinamento degli aeromobili per evitare la collisione o l'eccessivo avvicinamento. L'obiettivo dell'ATM è quindi garantire sicurezza ed efficienza del trasporto aereo, gestendo al contempo la variabilità indotta da zone interdette al volo e condizioni meteorologiche avverse [8].

Le attività di gestione dei flussi e delle capacità del traffico aereo possono essere divise in tre fasi [9]:

- **Fase strategica**, che ha inizio circa un anno prima del giorno delle operazioni e termina una settimana prima. In questa fase si effettuano previsioni sulla capacità necessaria nei centri di controllo del traffico aereo;
- **Fase pre-tattica**, che inizia alcuni giorni prima delle operazioni. In questa fase si definisce e pubblica un piano giornaliero per minimizzare ritardi e costi;
- **Fase tattica**, che si verifica il giorno delle operazioni. Il piano giornaliero è controllato e aggiornato in base alla necessità corrente; si lavora per ottimizzare la capacità sulla domanda di traffico in tempo reale e per fornire soluzioni alternative per minimizzare il ritardo degli aeromobili.

## 2.3 Struttura dello spazio aereo

### 2.3.1 Concetto di Flight Information Region (FIR) e settori

Lo spazio aereo è gestito e suddiviso in maniera gerarchica, basandosi sui seguenti elementi di dimensione decrescente [10]:

- **Flight Information Region (FIR).**

Le FIR rappresentano attualmente la più grande suddivisione regolare di

spazio aereo e una singola FIR può comprendere l'intero spazio aereo di un Paese. Si tratta di una regione di spazio aereo in cui vengono forniti servizi di informazione di volo e di allerta come informazioni meteorologiche e avvisi su possibili rischi per la sicurezza dei voli;

- **Area Control Center (ACC).**

I Centri di Controllo d'Area (o *Area Control Center, ACC*) sono strutture responsabili della gestione degli aeromobili in volo ad alta quota all'interno di una specifica FIR, o di una sua porzione, durante la fase di crociera compresa tra decollo e atterraggio; nel presente contesto, identifichiamo l'ACC con la porzione di spazio aereo sotto la sua giurisdizione. A titolo di completezza, si segnala che le Aree di Controllo Terminale (TMA, *Terminal Maneuvering Area*) costituiscono zone di spazio aereo appositamente designate nelle vicinanze dei maggiori aeroporti e regolamentate in modo differente. La Figura 2.3 illustra la suddivisione dello spazio aereo italiano, evidenziando la distinzione tra FIR e ACC: mentre per Roma e Brindisi le rispettive FIR e ACC risultano pressoché coincidenti, la FIR di Milano è suddivisa in due ACC distinti, quello di Milano e quello di Padova;

- **Settore.**

Un settore è un volume tridimensionale definito e connesso di spazio aereo all'interno di un ACC e costituisce la più piccola unità di controllo, ovvero la più piccola suddivisione di spazio aereo che può essere gestita da una singola squadra di controllo;

- **Airspace Block.**

Gli *Airspace block* o *Airblock* sono porzioni tridimensionali indivisibili in cui è suddiviso l'intero spazio aereo.

In base a questo modello di struttura dello spazio aereo, i settori possono essere visti come unioni 3D connesse di uno o più blocchi di spazio aereo.



*Figura 2.3: FIR e ACC sopra l'Italia [11]*

## 2.4 Dynamic Airspace configuration (DAC)

La struttura gerarchica dello spazio aereo descritta nella Sezione 2.3 è un elemento fondamentale per la gestione del traffico aereo, ma presenta una criticità operativa: la rigidità della configurazione settoriale rispetto alla variabilità temporale della domanda. Il traffico aereo, infatti, non è distribuito uniformemente né nello spazio né nel tempo: esistono rotte ad alta densità che collegano i principali hub europei, fasce orarie di picco corrispondenti ai periodi di maggiore mobilità, e variazioni stagionali legate al turismo e alle attività economiche. Una configurazione settoriale fissa, ottimizzata per condizioni medie di traffico, risulta inevitabilmente sovradimensionata durante i periodi di bassa domanda (con conseguente inefficienza nell'impiego delle risorse umane) e sottodimensionata durante i picchi di traffico (con rischio di saturazione della capacità e conseguenti ritardi). La Configurazione Dinamica dello Spazio Aereo (DAC) nasce proprio dall'esigenza di superare questo limite, permettendo di rimodulare la struttura settoriale in funzione delle condizioni operative effettive.

### 2.4.1 Concetto di capacità

Secondo la definizione dell'EUROCONTROL [12], la capacità oraria di un settore è il numero massimo di ingressi di voli in un'ora che può essere assegnato in modo sicuro ai controllori di settore (capacità in termini di *throughput*). La capacità può essere anche definita, in modo alternativo o complementare, come numero massimo di aeromobili che attraversano un settore in un'ora (capacità in termini di *occupancy*). La capacità indica in ogni caso il numero di voli che i controllori di settore sono in grado di gestire senza superare il carico di lavoro massimo, corrispondente alla soglia di sovraccarico predefinita descritta nella Tabella 2.2.

Essa riporta le soglie di carico di lavoro per i controllori del traffico aereo esprimendo il livello di occupazione operativa in percentuale del tempo disponibile in un'ora. Una soglia pari o superiore al 70% indica uno stato di sovraccarico, in cui il controllore è attivamente impegnato per 42 minuti o più su 60, mentre valori compresi tra il 54% e il 69% corrispondono a un carico elevato, con un tempo di lavoro stimato tra 32 e 41 minuti all'ora. I livelli di carico medio, leggero e molto leggero sono associati a occupazioni percentuali comprese, rispettivamente, tra il 30% e il 53%, il 18% e il 29% e lo 0% e il 17%, con tempi di lavoro effettivo nell'ora che vanno da 18 a 31 minuti, da 11 a 17 minuti e da 0 a 10 minuti. Questa scala di riferimento consente di classificare il livello di carico di un settore in base alla percentuale di tempo in cui il controllore è occupato in attività di controllo, fornendo un supporto per la gestione delle configurazioni e l'assegnazione delle risorse operative.

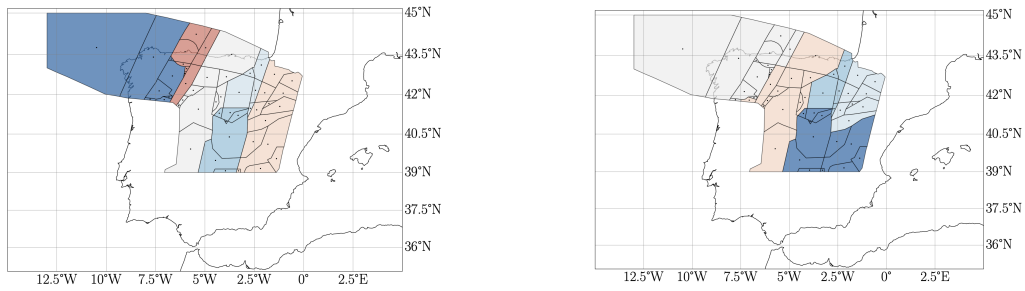
**Tabella 2.2:** EUROCONTROL, Soglie di carico di lavoro dei controllori [12]

Soglia	Interpretazione	Tempo di lavoro in 1 ora
70% o superiore	Sovraccarico	42 minuti +
54% - 69%	Carico elevato	32 - 41 minuti
30% - 53%	Carico medio	18 - 31 minuti
18% - 29%	Carico leggero	11 - 17 minuti
0% - 17%	Carico molto leggero	0 - 10 minuti

La capacità di un settore viene calcolata con metodi di regressione ed è influenzata da molti fattori che descrivono le caratteristiche dello stesso spazio aereo. Nei modelli tipo CAPAN (*Capacity analysis methodology* di Eurocontrol), la regressione è tipicamente parabolica tra il tasso di ingressi di voli (ascissa) e il workload del controllore (ordinata), calcolato sommando la durata di task discreti come ingressi/uscite di voli, conflitti, cambi di quota e coordinazioni, derivati da simulazioni fast-time. La capacità corrisponde all'intersezione della curva con una soglia di overload (solitamente 70% del tempo disponibile, ovvero 42 minuti/ora), ponderando complessità spaziale e temporale del traffico e procedure di controllo (*Air Traffic Control* - ATC). Fattori chiave includono la geometria del settore, la distribuzione del traffico e task specifici (per esempio la gestione di conflitti) [13], [12].

### 2.4.2 Configurazione dello spazio aereo

Un obiettivo fondamentale nel controllo dello spazio aereo è la gestione efficiente dello spazio aereo dell'ACC, per massimizzare il volume complessivo di traffico che può essere controllato in sicurezza. Per questo motivo, forma e dimensioni dei settori possono variare e adattarsi all'evoluzione del traffico. Una medesima area può infatti essere suddivisa in più settori nei momenti di congestione del traffico e invece unita in un unico settore in presenza di condizioni di traffico meno intense. Per questo motivo, massimizzare il volume di traffico che può transitare in sicurezza attraverso un determinato spazio aereo equivale a determinare la modalità ottimale di suddivisione di tale spazio aereo in settori. Una ripartizione dello spazio aereo in settori disgiunti prende il nome di *configurazione dello spazio aereo*. In Figura 2.4 è mostrato un esempio di due diverse configurazioni nell'ACC di Madrid: gli airblock sono raggruppati in settori indicati dai diversi colori.



**Figura 2.4:** Due diverse configurazioni nell'ACC Madrid [14].

### 2.4.3 Dettagli della Configurazione Dinamica dello spazio Aereo

Nell'ambito della gestione pre-tattica del traffico aereo, uno degli aspetti più rilevanti consiste nella definizione dinamica della configurazione dello spazio aereo, al fine di adattarne la struttura alla domanda di traffico in continuo mutamento. In questo contesto si colloca la Configurazione Dinamica dello Spazio Aereo (*Dynamic Airspace Configuration*, DAC), che consiste nel determinare, su un orizzonte temporale finito, una sequenza di configurazioni, denominata *piano di configurazioni*, che soddisfi in modo ottimale la domanda prevista di traffico, garantendo al contempo la coerenza operativa del sistema.

Il DAC adotta un'impostazione strutturata che vuole ottimizzare il costo associato all'utilizzo di una configurazione in relazione alle condizioni di traffico e alla transizione tra configurazioni consecutive. Tale caratteristica consente di bilanciare efficacemente gli obiettivi di capacità, carico di lavoro dei controllori e continuità operativa.

Il DAC si configura quindi come un paradigma operativo per la gestione dello spazio aereo orientato a una riconfigurazione dinamica e adattiva della sua struttura in risposta alle fluttuazioni della domanda di traffico, alle condizioni meteorologiche avverse e ai limiti derivanti dalla capacità cognitiva umana. Tale approccio consente di allocare la capacità laddove risulta maggiormente necessaria, attraverso procedure di aggregazione e disaggregazione di airblock in settori di controllo configurati in funzione del numero di controllori disponibili e della struttura del traffico prevista [15].

### 2.4.4 Obiettivi e vincoli operativi

Gli obiettivi principali del DAC sono la minimizzazione di tre aspetti fondamentali:

- il carico di lavoro dei controllori del traffico aereo;
- la differenza di carico di lavoro tra i controllori;
- le variazioni tra configurazioni consecutive.

Tra i vincoli operativi che devono essere rispettati nella configurazione dello spazio aereo troviamo per esempio [15]:

- **Vincolo di Convessità** (*Convexity constraint*): lo stesso aeromobile non può entrare due volte nello stesso settore;
- **Vincolo di Connettività** (*Connectivity constraint*): il settore deve essere una porzione continua dello spazio aereo e non può essere frammentato in blocchi disconnessi;
- **Vincolo di Compattezza** (*Compactness*): il settore deve avere una forma geometrica che sia facile da tenere a mente per il controllore.

## 2.5 Condizioni meteorologiche e ATM

Le condizioni meteorologiche rappresentano uno dei fattori più critici nella gestione del traffico aereo, influenzando sia la sicurezza operativa che l'efficienza del sistema. Tra i diversi fenomeni atmosferici, quelli convettivi costituiscono una delle sfide più complesse per l'aviazione moderna, determinando impatti significativi sulla capacità dello spazio aereo e sulla regolarità dei voli [16].

I fenomeni convettivi, caratterizzati da moti verticali intensi dell'aria e dalla formazione di cumulonembi, generano condizioni meteorologiche severe che includono turbolenza intensa, grandine, fulmini, formazione di ghiaccio e forti correnti ascensionali e discendenti. Tali condizioni rappresentano un pericolo diretto per la sicurezza dei voli e richiedono l'implementazione di strategie di

evasione che alterano significativamente le traiettorie pianificate, con conseguenti ripercussioni sull'intera rete del traffico aereo.

### 2.5.1 Impatto dei fenomeni convettivi sul traffico aereo

I fenomeni convettivi si manifestano attraverso lo sviluppo di celle temporalesche che possono raggiungere altitudini superiori ai 40.000 piedi, estendendosi quindi attraverso l'intera gamma di livelli di volo utilizzati dall'aviazione commerciale. Le dimensioni orizzontali di tali celle variano tipicamente da pochi chilometri per celle isolate fino a centinaia di chilometri per sistemi convettivi organizzati [17].

La natura dinamica di questi fenomeni, con tempi di sviluppo dell'ordine di decine di minuti e durate che possono estendersi per diverse ore, rende particolarmente complessa la loro previsione e gestione operativa. Inoltre, i fenomeni convettivi presentano marcata variabilità stagionale e diurna, con maggiore intensità e frequenza durante i mesi estivi e nelle ore pomeridiane.

### 2.5.2 Impatto sui ritardi e sulla capacità di rete

L'impatto operativo dei fenomeni convettivi sul sistema ATM europeo è quantificabile attraverso dati statistici che evidenziano la loro rilevanza. Secondo il rapporto annuale di EUROCONTROL, nel 2025 il maltempo è stato responsabile fino al 33% dei ritardi totali di rete in Europa (36% se si considera solo il periodo estivo dove i fenomeni convettivi sono più intensi) [18].

L'effetto dei fenomeni convettivi sulla capacità dello spazio aereo si manifesta attraverso diversi meccanismi [19]:

- **Aumento del carico di lavoro dei controllori:** la necessità di attuare compiti aggiuntivi per la gestione degli aeromobili nei pressi delle aree colpite, così come la necessità di coordinare deviazioni tattiche multiple e di gestire conflitti aumenta significativamente la complessità operativa;

- **Riduzione diretta della capacità settoriale:** le celle convettive rendono inaccessibili porzioni dello spazio aereo, riducendo il numero di traiettorie disponibili e aumentando la densità del traffico nelle aree rimanenti;
- **Variabilità e incertezza:** la natura stocastica dei fenomeni convettivi introduce incertezza nella pianificazione operativa, rendendo necessario l'impiego di margini di sicurezza che riducono ulteriormente l'efficienza del sistema.

### 2.5.3 Procedure europee di gestione e mitigazione

Nel contesto operativo europeo, la gestione dei fenomeni convettivi presenta caratteristiche peculiari rispetto ad altre regioni del mondo, principalmente legate al quadro normativo e alle procedure operative adottate [19].

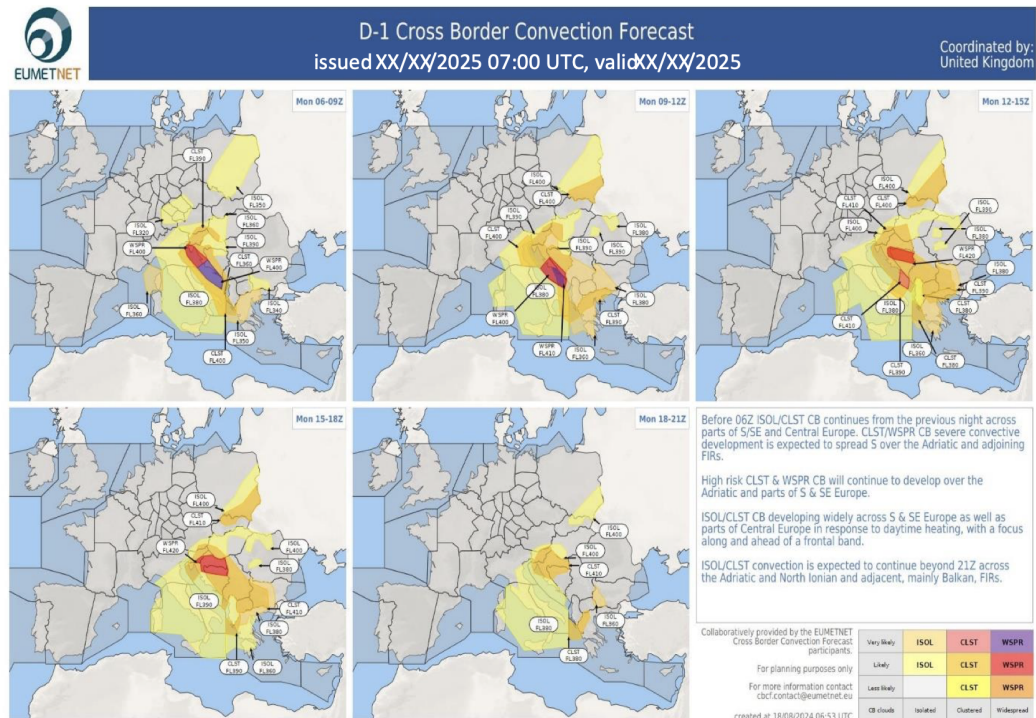
A differenza del contesto statunitense, dove esiste un maggiore coordinamento centralizzato nella gestione delle deviazioni meteorologiche, in Europa vige il principio della prerogativa esclusiva del pilota nella decisione di evitare le celle convettive. Il comandante dell'aeromobile, sulla base delle informazioni fornite dal radar meteorologico di bordo e dalle previsioni meteo, ha l'autorità finale nel determinare se, quando e come evitare un'area convettiva. Tale decisione viene successivamente comunicata e coordinata con il Controllore del Traffico Aereo (*Air Traffic Controller, ATCo*), il quale ha la responsabilità di verificare la fattibilità della deviazione richiesta rispetto al traffico circostante, garantire il mantenimento delle separazioni di sicurezza e coordinare con i settori adiacenti nel caso in cui la deviazione comporti l'attraversamento di confini settoriali o FIR.

È inoltre importante sottolineare come in Europa l'elevata densità di aeromobili nello spazio aereo richieda di bilanciare il rischio di attraversamento di aree convettive con il rigoroso rispetto dei limiti di sicurezza [19]. In fase pre-tattica risulta quindi essenziale adottare una pianificazione delle configurazioni dello spazio aereo sufficientemente robusta per assorbire potenziali incrementi del carico di lavoro dei controllori nei settori coinvolti.

## 2.6 Cross-Border Convection Forecast (CBCF)

Il *Cross-Border Convection Forecast* (CBCF) è un prodotto meteorologico collaborativo sviluppato congiuntamente da EUROCONTROL e EUMETNET a partire dal 2018, con l'obiettivo di fornire una previsione armonizzata e transfrontaliera del rischio convettivo a supporto della gestione del flusso del traffico aereo (*Air Traffic Flow Management*, ATFM) nello spazio aereo europeo [20, 21]. Il servizio è generato quotidianamente da un consorzio di 25 fornitori nazionali di servizi meteorologici per la navigazione aerea (MET ANSPs), ciascuno responsabile della propria area di competenza e coordinato sotto la tutela del modulo CBCF di EUMETNET [22, 20]. La previsione pre-tattica (D-1) viene emessa alle 07:00 UTC e copre cinque finestre temporali di tre ore ciascuna, comprese tra le 06:00 e le 21:00 UTC del giorno successivo; un aggiornamento (D-0) viene pubblicato alle 22:00 UTC e costituisce la base per i processi di *Collaborative Decision Making* (CDM) del giorno corrente [21]. In caso di variazioni significative rispetto alla previsione vigente, è prevista la possibilità di emettere emendamenti in orari predefiniti — alle 12:00 UTC per il D-1 e alle 09:00 UTC per il D-0 — su iniziativa degli uffici meteorologici locali [21]. Il CBCF è utilizzato dal Network Manager di EUROCONTROL (NMOC), dai fornitori di servizi di navigazione aerea, da aeroporti selezionati e da compagnie aeree, con la finalità di coordinare misure di mitigazione in risposta alle perturbazioni convettive attese [22]. Il fenomeno meteorologico di riferimento è il cumulonembo (CB), selezionato come indicatore primario in ragione del suo impatto diretto sulla sicurezza del volo: la sua presenza è associata a turbolenza severa, correnti discendenti, formazione di ghiaccio e attività elettrica, tutti fattori che potrebbero indurre i piloti a dover modificare la rotta (*weather avoidance*), con conseguenti ripercussioni sulla capacità dello spazio aereo e sull'efficienza della rete. Un esempio di mappa CBCF è riportato in Figura 2.5, dove sono visibili i poligoni previsionali per le 5 fasce orarie (06-09, 09-12, 12-15, 15-18, 18-21).

## 2.6 Cross-Border Convection Forecast (CBCF)



**Figura 2.5:** Esempio di previsione Cross Border Convection Forecast [21]

### 2.6.1 La matrice di rischio

Il *Cross-Border Convection Forecast* adotta una matrice di rischio bidimensionale (Figura 2.6) che classifica la convezione atmosferica prevista, operativamente identificata con la presenza di CB, in funzione di due variabili: la *probabilità di occorrenza* da un lato e, dall'altro, la *severità* del fenomeno convettivo atteso [21]. L'asse della probabilità si articola in tre livelli di confidenza: *Very Likely* (probabilità > 70%), riservato agli scenari con elevata certezza previsionale e impatto tangibile sulla capacità dello spazio aereo; *Likely*, indicativo di un'incertezza moderata; e *Less Likely* (probabilità < 40%), adottato in presenza di marcate discrepanze tra i modelli numerici di previsione [21]. Gli eventi con probabilità inferiore al 20% e la convezione isolata di bassa significatività vengono sistematicamente esclusi dalle previsioni. L'asse orizzontale classifica invece il regime convettivo secondo la sua organizzazione spaziale: convezione isolata (*isolated*), con sviluppo cellulare di tipo *popcorn*; convezione raggruppata (*clustered*), caratterizzata da una dinamica caotica e da possibile rigenerazione cellulare; e convezione estesa (*widespread*) con impatto più severo sulla capacità. La combinazione dei due assi produce quattro classi cromatiche di rischio —

giallo, arancione, rosso e viola, in ordine crescente di severità — ciascuna ulteriormente suddivisa in due sotto-gradati, per un totale di otto livelli di severità. Questa granularità consente agli stakeholder di discriminare con precisione l'intensità attesa della perturbazione e di calibrare le misure di mitigazione di conseguenza: la coordinazione tra il Network Manager di EUROCONTROL e gli attori dello spazio aereo militare viene automaticamente attivata in presenza di poligoni di colore arancione scuro, rosso o viola. Un aggiornamento è previsto solo in presenza di variazioni significative, convenzionalmente definite come uno scarto di almeno due livelli cromatici rispetto alla previsione precedente (per esempio da arancione a viola) [21].

Probability of occurrence ↑	<b>Very likely</b> >70%	<b>ISOL</b>	<b>CLST</b>	<b>WSPR</b>
	<b>Likely</b>	<b>ISOL</b>	<b>CLST</b>	<b>WSPR</b>
	<b>Less likely</b> < 40%		<b>CLST</b>	<b>WSPR</b>
	<b>Occurrence of CB clouds</b>	<b>Isolated</b> Individual CBs, orographic and daytime bound, large gaps between cells	<b>Clustered</b> multi-cells, chaotic, volatile dynamics, generally less gaps between cells	<b>Widespread</b> Numerous or organized, few or no significant gaps between cells
		Extent of convective scenario →		

**Figura 2.6:** Matrice di rischio [21]

### 2.6.2 Il formato tecnico di distribuzione

Sul piano dell'architettura informatica, il CBCF viene distribuito attraverso un'infrastruttura conforme al profilo *SWIM* (*System Wide Information Management*), in linea con i requisiti del Regolamento di Esecuzione (UE) 2021/116 relativo allo scambio di informazioni meteorologiche nell'EATMN (*European Air Traffic Management Network*) [22]. La gestione tecnica del servizio è affidata al *Deutscher Wetterdienst* (DWD), che funge da gestore del modulo EUMETNET e da interfaccia centralizzata per la raccolta e la ridistribuzione dei contributi nazionali. Il servizio supporta due modalità di accesso complementari: un'interfaccia *WFS* (*Web Feature Service*) che restituisce i dati in formato *GML* (*Geography Markup Language*) come feature vettoriali

## 2.6 Cross-Border Convection Forecast (CBCF)

---

georeferenziate; e un canale *AMQP* (*Advanced Message Queuing Protocol*) che notifica il consumatore alla disponibilità di ogni nuovo aggiornamento [22]. Il servizio è soggetto ai requisiti di conservazione previsti dall'ICAO Annex 3, che impongono la disponibilità delle informazioni meteorologiche per un periodo minimo di trenta giorni dalla data di emissione [22].

## Stato dell'arte

La comprensione del contesto scientifico entro cui si inserisce il presente lavoro richiede l'esame di due filoni di ricerca distinti ma profondamente interconnessi. Il primo riguarda la configurazione dinamica dello spazio aereo, con i metodi sviluppati per adattare la struttura settoriale alle variazioni della domanda di traffico. Il secondo concerne la modellazione e la gestione dell'incertezza meteorologica nella gestione del traffico aereo, con particolare attenzione agli approcci di ottimizzazione robusta applicati alla pianificazione operativa. L'analisi di questi filoni — condotta rispettivamente nelle Sezioni 3.1 e 3.2 — consente di identificare con precisione la lacuna che il presente lavoro intende colmare, discussa nella Sezione 3.3.

### 3.1 Letteratura sul DAC

La crescita sostenuta del traffico aereo — stimata a un tasso medio annuo del 4,8% fino al 2036 — ha reso sempre più evidente l'inadeguatezza delle strutture di spazio aereo statiche rispetto alle esigenze operative contemporanee. In risposta a questa sfida la DAC propone una transizione verso una gestione flessibile e adattiva, in cui i confini settoriali vengono ridisegnati in funzione delle variazioni nel traffico, delle condizioni meteorologiche e della disponibilità delle risorse di controllo [23].

Gli approcci metodologici proposti in letteratura per affrontare questo problema sono vari, e vanno dai modelli matematici esatti alle tecniche di intelligenza artificiale. Sul versante dell'ottimizzazione, Lui e Lulli (2024) [14] introducono un modello di programmazione lineare mista intera (MIP) per la progettazione ottimale dei settori aerei, con focus sul bilanciamento del carico di lavoro e sulla convessità dei flussi. Applicato al caso reale dell'ACC di Madrid, il modello

viene affiancato da un'euristica a due stadi capace di produrre soluzioni di qualità in meno di un secondo, aprendo la strada a una loro futura integrazione in scenari operativi dinamici. Gli stessi autori identificano come direzione di ricerca prioritaria l'estensione del modello alla robustezza rispetto a condizioni avverse, quali eventi meteorologici imprevedibili, un limite esplicito che motiva direttamente le ricerche in questa area.

A un livello più generale, la rassegna di Razzaghi et al. (2024) [24] sul reinforcement learning nelle applicazioni nel campo dell'aviazione documenta come la capacità sia intrinsecamente influenzata non solo dalla geometria settoriale, ma anche da variabili stocastiche quali il vento, le condizioni meteorologiche e le emergenze operative. Questa osservazione, trasversale all'intera letteratura esaminata, mette in luce un limite strutturale degli approcci correnti alla DAC: essi modellano tipicamente la domanda di traffico come un dato deterministico o perturbato in modo controllato, trascurando l'incertezza meteorologica come sorgente di variabilità che richiede un trattamento formalmente robusto.

Per la gestione della pianificazione sequenziale delle configurazioni, Galeazzo et al. [25] propongono un modello di Programmazione Lineare Intera per il problema DAC inteso come selezione ottimale di una sequenza di configurazioni su un orizzonte temporale discretizzato, con l'obiettivo di minimizzare l'eccesso di traffico rispetto alla capacità dichiarata di ciascun settore. Il modello incorpora esplicitamente vincoli operativi che limitano la frequenza dei cambiamenti di configurazione, un requisito cruciale per la praticabilità operativa del sistema, e viene validato su dati storici. L'analisi dell'impatto di incrementi progressivi della domanda rivela che, sotto moderata crescita del traffico, il sovraccarico rimane localizzato sia temporalmente che spazialmente, mentre incrementi più sostanziali producono congestioni diffuse e prolungate.

Un contributo di particolare rilievo per il presente lavoro è quello di Lui et al. (2024) [26], che propongono un approccio di ottimizzazione robusta direttamente applicato al problema DAC. Partendo da una formulazione di Programmazione Lineare Intera per la selezione ottimale di un piano di configurazione su un orizzonte temporale giornaliero, gli autori estendono il modello attraverso una formulazione  $\Gamma$ -robusta, secondo l'approccio definito da Bertsimas e Sim (2004)

[27]. In questa formulazione, il grado di conservatorismo è controllato dal parametro  $\Gamma$ , che definisce un limite superiore al numero di coefficienti di domanda che possono assumere valori superiori al nominale. In alternativa alla risoluzione diretta di una formulazione PLI, viene proposta una rappresentazione del problema su grafo orientato, risolta tramite un algoritmo di cammino minimo vincolato, denominato *Permanence-Constrained Shortest Path*, che incorpora i requisiti operativi sulle transizioni tra configurazioni consecutive garantendo tempi computazionali ridotti. La validazione con dati reali dimostra che anche livelli moderati di conservatorismo producono riduzioni significative del traffico in eccesso negli scenari più congestionati, pur a fronte di un costo in termini di efficienza negli scenari a bassa domanda. Gli autori riconoscono esplicitamente come direzioni di ricerca future l'affinamento dei parametri di robustezza rispetto alla domanda e l'integrazione di tecniche di apprendimento automatico per la previsione in tempo reale.

Il presente lavoro di tesi si fonda sulla tesi di dottorato di Martina Galeazzo [28] (Università degli Studi di Padova, 2025). La tesi fornisce un contributo fondamentale alla modellazione del problema DAC, proponendo due formulazioni di programmazione lineare intera per la minimizzazione dell'eccesso di traffico rispetto alla capacità settoriale, incorporando i vincoli operativi di permanenza, quiescenza e compatibilità tra configurazioni. Vengono inoltre proposti due approcci di ottimizzazione robusta per affrontare l'incertezza sui parametri di eccesso di traffico: il primo implementa un algoritmo  $\Gamma$ -robusto con livello di conservatorismo regolabile; il secondo considera un insieme di incertezza basato sulle variazioni dei flussi di traffico, la cui formulazione è integrata come problema slave in un metodo iterativo di piani di taglio, con il problema master basato sulla formulazione estesa di DAC proposta. Entrambi gli approcci sono validati su istanze reali relative all'ACC di Madrid. Questa tesi si basa direttamente su questo quadro teorico, adottandolo come base per l'ottimizzazione della sequenza di configurazioni e introducendo l'incertezza sulla capacità settoriale derivante da previsioni meteorologiche avverse.

### 3.2 Modellazione e gestione dell'incertezza meteorologica in ATM

L'incertezza meteorologica rappresenta una delle principali sorgenti di perturbazione per il sistema del traffico aereo: le previsioni, anche se sempre più accurate, rimangono intrinsecamente probabilistiche, e le loro deviazioni rispetto all'evoluzione reale dell'atmosfera propagano effetti a cascata sulla capacità dello spazio aereo, sui flussi di traffico e sull'efficienza operativa complessiva. La gestione formale di questa incertezza ha imposto, nel corso degli ultimi due decenni, un progressivo spostamento degli approcci modellistici dal dominio deterministico verso formulazioni in grado di incorporare esplicitamente la variabilità delle condizioni atmosferiche nelle decisioni di pianificazione e configurazione.

Il fenomeno meteorologico che ha ricevuto maggiore attenzione in letteratura è il *convective weather*, ovvero l'attività temporalesca convettiva, principale causa di ritardi e interruzioni nel sistema aeronautico nordamericano ed europeo, con impatti particolarmente severi nei mesi estivi in cui la domanda di traffico è più elevata. La risposta operativa tradizionale consiste nel ridurre la capacità dichiarata dei settori colpiti (Europa) o nell'imporre rerouting su larga scala (USA) [29]; entrambe le strategie, tuttavia, si fondano su previsioni deterministiche che non tengono conto della stima d'incertezza associata al dato meteorologico.

Il contributo di Serhan et al. (2019) [30] affronta questo limite in modo diretto, proponendo approcci di ottimizzazione robusta e di *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) per la riconfigurazione dinamica dello spazio aereo terminale in condizioni di *convective weather*. Il problema viene formulato come la ricerca di strutture di rotta nella TMA che presentino un'elevata probabilità media di rimanere aperte sotto incertezza meteorologica, garantendo al contempo robustezza rispetto agli scenari avversi. La traduzione della previsione meteorologica in probabilità di disponibilità dei punti di riferimento per la navigazione (*fix*) consente di integrare l'incertezza direttamente nella funzione obiettivo e nei vincoli del modello di ottimizzazione. I risultati numerici mostrano che

l'approccio CVaR è in grado di controllare il compromesso tra ottimalità e conservatorismo in modo esplicito e parametrico, un vantaggio decisivo rispetto alle formulazioni deterministiche tradizionali. Tuttavia, l'ambito dello studio rimane circoscritto allo spazio aereo della TMA, lasciando aperta la questione di come estendere questi strumenti alla scala della configurazione settoriale *en-route*.

### **3.3 Posizionamento e contributo originale**

L'analisi della letteratura condotta nelle sezioni precedenti rivela che i modelli di ottimizzazione robusta applicati all'incertezza meteorologica in ATM operano prevalentemente a livello di singola traiettoria o di TMA, con ambiti geografici circoscritti. I modelli di DAC, pur raggiungendo livelli di sofisticazione metodologica crescenti, allo stato delle nostre conoscenze, non incorporano l'incertezza meteorologica nel processo decisionale.

Il presente lavoro propone un modello di ottimizzazione robusta DAC in condizioni di incertezza meteorologica. Viene introdotta sul piano modellistico una formulazione che integra la rappresentazione probabilistica dell'incertezza meteorologica direttamente nei vincoli, fornendo uno strumento che può essere applicato a diverse aree geografiche.

# Strumenti teorici e computazionali

## 4.1 Programmazione matematica

La programmazione matematica è l'ambito della ricerca operativa che modella problemi decisionali complessi tramite funzioni obiettivo e vincoli, applicando tecniche di ottimizzazione per individuare soluzioni ottimali o quasi ottimali. I contenuti di questo capitolo, che intende richiamare i principali concetti in questo ambito, sono basati su [31].

Un modello di programmazione matematica è definito nel modo seguente:

$$\begin{aligned}
 \min \text{ o } \max \quad & f(x) \\
 \text{s.t.} \quad & g_i(x) \leq 0 \quad \forall i \in I, \\
 & h_j(x) = 0 \quad \forall j \in J, \\
 & x \in X \subseteq \mathbb{R}^n
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

La funzione  $f(x)$  è la *funzione obiettivo*, ovvero la quantità da ottimizzare, scritta in funzione delle variabili decisionali  $x$ . La regione ammissibile è data dall'insieme di vincoli di uguaglianze e disuguaglianze ( $g_i(x) \leq 0$  e  $h_j(x) = 0$ ) e dal dominio  $X$ .

## 4.2 Problemi di Programmazione Lineare

Quando sia la funzione obiettivo che i vincoli sono espressioni lineari delle variabili decisionali  $x$ , parliamo di Programmazione Lineare (PL); in generale, un problema di PL è definito in forma compatta nel modo seguente:

$$\begin{aligned}
& \min \text{ o } \max && c^T x \\
& \text{s.t.} && Ax \sim b \\
& && x \in \mathbb{R}^n
\end{aligned} \tag{4.2}$$

dove  $c^T$  è il vettore  $c \in \mathbb{R}^n$  trasposto e  $\sim$  sta per uno dei simboli  $\leq$ ,  $\geq$  o  $=$ ;  $A$  è una matrice in  $\mathbb{R}^{m \times n}$  e  $b \in \mathbb{R}^m$ . Tutti i parametri, ovvero le entrate  $a_{i,j}$  della matrice  $A$  e le componenti  $b_i$  e  $c_j$  dei vettori  $b$  e  $c$  con  $i = 1, \dots, m$  e  $j = 1, \dots, n$  sono numeri reali.

In base al seguente teorema, è possibile che un problema PL non abbia soluzione ottima, a seconda della struttura della regione ammissibile.

**Teorema 4.1** (Teorema fondamentale della Programmazione Lineare). *Per ogni problema di PL, vale una e una sola delle seguenti alternative:*

- *il problema ha almeno una soluzione ottima;*
- *il problema è inammissibile, cioè non ha soluzioni ammissibili;*
- *il problema è illimitato, cioè per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$  esiste una soluzione ammissibile  $x$  tale che  $c^T x \geq \alpha$  ( $c^T x \leq \alpha$  se il problema è di minimizzazione).*

Risolvere un problema di PL significa quindi determinare in quale di queste categorie esso rientra e, nel caso di esistenza di soluzione ottima, fornirla.

#### 4.2.1 Proprietà geometriche della regione ammissibile

Per ottenere una migliore comprensione dei metodi di risoluzione per i problemi di PL, è utile analizzare la struttura della regione ammissibile da un punto di vista geometrico. Osserviamo che ogni disuguaglianza del problema di PL definisce un semispazio chiuso, mentre ogni equazione definisce un iperpiano. La regione ammissibile è l'intersezione di tali iperpiani e semispazi, dunque è un poliedro.

**Definizione 4.1** (Poliedro). *Un insieme  $P \subseteq \mathbb{R}^n$  è chiamato poliedro se può essere descritto come l'intersezione di un numero finito di semispazi chiusi e iperpiani di  $\mathbb{R}^n$ .*

Vale ora la pena ricordare la posizione di una soluzione ottima nel poliedro corrispondente alla regione ammissibile. Richiamiamo che, per problemi di PL di dimensione ridotta, il metodo grafico può essere impiegato per trovare una soluzione ottima; esso analizza le intersezioni del poliedro con gli iperpiani di livello che sono ortogonali al gradiente della funzione obiettivo, ed evidenzia che una soluzione ottima, se ne esiste una, è localizzata su uno dei vertici del poliedro. Al fine di fornire una definizione appropriata di vertici, necessitiamo di alcuni concetti preliminari.

**Definizione 4.2** (Combinazione Convessa di due punti). *Dati due punti  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , un punto  $z \in \mathbb{R}^n$  è una combinazione convessa di  $x$  e  $y$  se esiste un numero reale  $\lambda \in [0, 1]$  tale che  $z = \lambda x + (1 - \lambda)y$ .*

**Definizione 4.3** (Combinazione Convessa Propria di due punti). *Una combinazione convessa di due punti  $x$  e  $y$ , con  $x \neq y$ , è una combinazione convessa propria se  $z \neq x$  e  $z \neq y$ , ossia  $\lambda \in (0, 1)$ .*

A questo punto, siamo pronti a dare la seguente:

**Definizione 4.4.** *Dato un poliedro  $P \subseteq \mathbb{R}^n$  e un punto  $v \in P$ ,  $v$  è un vertice di  $P$  se non è una combinazione convessa propria di due punti in  $P$ :  $\nexists x, y \in P, \lambda \in (0, 1) : x \neq y, v = \lambda x + (1 - \lambda)y$ .*

È utile estendere la nozione di combinazione convessa ad insiemi costituiti da più di due punti, come segue.

**Definizione 4.5** (Combinazione Convessa Generalizzata). *Un punto  $z$  è chiamato combinazione convessa di  $k$  punti  $x_1, x_2, \dots, x_k$  se  $\exists \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k \geq 0$  tali che  $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$  e  $z = \sum_{i=1}^k \lambda_i x_i$ .*

Alla luce di questa definizione, possiamo ora richiamare un risultato fondamentale riguardante la rappresentazione dei poliedri nel caso limitato.

**Teorema 4.2** (Minkowski-Weyl, caso limitato). *Dato un poliedro limitato  $P \subseteq \mathbb{R}^n$  con vertici  $v_1, v_2, \dots, v_k$ , ogni punto di  $P$  può essere scritto come combinazione convessa dei suoi vertici.*

A questo punto, siamo pronti a presentare l'equivalenza formale tra i vertici del poliedro corrispondente alla regione ammissibile di un problema di PL e la soluzione ottima di tale problema.

**Teorema 4.3.** *Dato un problema di PL come in 4.2 e il poliedro  $P$  che rappresenta la regione ammissibile non vuota e limitata, il problema ha almeno una soluzione ottima e una delle soluzioni ottime è localizzata su un vertice di  $P$ .*

*Dimostrazione.* Supponiamo che il problema 4.2 sia un problema di minimizzazione. L'ipotesi che  $P$  sia non vuoto esclude il caso di un problema non ammissibile, mentre la limitatezza di  $P$  assicura che il problema sia limitato esso stesso, dunque l'esistenza di una soluzione ottima è garantita. Denotiamo con  $v_1, v_2, \dots, v_k$  i vertici di  $P$  e denotiamo con  $v^*$  il vertice sul quale la funzione obiettivo è minimizzata:

$$c^T v^* \leq c^T v_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, k$$

Richiamando il teorema di Minkowsky-Weyl, possiamo scrivere il valore della funzione obiettivo su un punto generico  $x \in P$  come:

$$c^T x = c^T \sum_{i=1}^k \lambda_i v_i = \sum_{i=1}^k \lambda_i c^T v_i \geq \sum_{i=1}^k \lambda_i c^T v^* = c^T v^* \sum_{i=1}^k \lambda_i = c^T v^*$$

Poiché questo vale per un punto generico  $x \in P$ , possiamo concludere che il vertice  $v^*$  è una soluzione ottima. La dimostrazione per un problema di massimizzazione è analoga.  $\square$

La rilevanza di questo teorema risiede nel fatto che esso restringe la porzione di  $P$  nella quale la soluzione ottima può essere trovata; in particolare, la limita all'insieme dei vertici. Se l'insieme dei vertici fosse dimostrabilmente finito, questa restrizione sarebbe ancora più potente, poiché passeremmo dall'ottimizzare su un insieme infinito all'ottimizzare su un insieme finito (sebbene forse molto grande). Il prossimo passo nel nostro ragionamento è mostrare che, effettivamente, un poliedro ha un numero finito di vertici; iniziamo con un'analisi più approfondita dei vincoli di un problema di PL.

**Definizione 4.6** (Vincoli Attivi). *Dato un problema di PL come in 4.2, se  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  è tale che  $a_i^T \bar{x} = b_i$  per qualche  $i = 1, 2, \dots, m$ , diciamo che il*

corrispondente vincolo è attivo su  $\bar{x}$ . Inoltre, indichiamo con  $I(\bar{x})$  l'insieme di tutti gli indici corrispondenti ai vincoli attivi su  $\bar{x}$ :

$$I(\bar{x}) = \{i = 1, 2, \dots, m : a_i^T \bar{x} = b_i\}$$

Nel seguito, diremo che due vincoli sono linearmente indipendenti se i corrispondenti vettori  $a_i^T$  sono linearmente indipendenti.

Il seguente teorema fornisce una caratterizzazione dei vertici in un poliedro  $P$  basata sul numero di vincoli attivi su di essi.

**Teorema 4.4.** *Dato un poliedro  $P$  e un punto  $\bar{x} \in P$ ,  $\bar{x}$  è un vertice di  $P$  se e solo se esistono  $n$  righe  $a_i^T$  di  $A$  con  $i \in I(\bar{x})$  che sono linearmente indipendenti. In altre parole,  $\bar{x}$  è un vertice se e solo se esistono  $n$  vincoli attivi linearmente indipendenti su di esso.*

Da questo teorema, possono essere derivati i seguenti corollari.

**Corollario 4.1.** *Dato un poliedro  $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \sim b\}$ , con matrice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , se il numero di righe linearmente indipendenti in  $A$  è minore di  $n$ ,  $P$  non ha vertici. In particolare, se  $m < n$ ,  $P$  non può avere alcun vertice.*

*Dimostrazione.* Questo risultato è una conseguenza diretta del teorema precedente, poiché necessitiamo di  $n$  vincoli linearmente indipendenti che siano attivi su un punto di  $P$  affinché esso sia un vertice.  $\square$

**Corollario 4.2.** *Dato un poliedro  $P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \sim b\}$  e un punto  $v \in P$ ,  $v$  è un vertice di  $P$  se e solo se è l'unica soluzione del sistema:*

$$a_i^T x = b \quad \forall i \in I(v) \tag{3.8}$$

*Dimostrazione.* Alla luce della dimostrazione del teorema precedente, un'implicazione è banale. Per la sufficienza, osserviamo che se (3.8) ha un'unica soluzione, il numero di variabili deve coincidere con il numero di equazioni linearmente indipendenti, dunque abbiamo  $n$  vincoli linearmente indipendenti che sono attivi su  $v$ , che pertanto è un vertice.  $\square$

### 4.3 Problemi di Programmazione Lineare Intera

I problemi di Programmazione Lineare Intera (PLI) sono definiti da problemi di programmazione lineare nei quali è imposta una condizione di interezza sulle variabili. In altre parole, la regione ammissibile di un problema PLI consiste solo dei punti interi contenuti nel poliedro definito dai vincoli del corrispondente problema PL. Tali problemi sono rilevanti ogni volta che le quantità da ottimizzare sono discrete; per completezza, menzioniamo l'esistenza di un'altra tipologia di problemi di programmazione lineare, dove la condizione di interezza è imposta solo su un sottoinsieme di variabili; tali problemi sono noti come problemi di Programmazione Lineare Intera Mista (PLIM).

Con la stessa notazione che abbiamo introdotto per i problemi PL, possiamo scrivere un problema PLI come segue:

$$\begin{aligned} \min \text{ o } \max \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \sim b \\ & x \in \mathbb{Z}^n \end{aligned} \tag{4.3}$$

In questo caso, le variabili  $x$  sono vincolate ad essere intere. Una categoria importante e frequentemente utilizzata di variabili intere sono le variabili binarie, che possono assumere valore 0 oppure 1.

Quando si trattano problemi PLI, è fondamentale considerare il loro:

**Definizione 4.7** (Rilassamento Continuo). *Dato un problema PLI come in (4.3), il suo rilassamento continuo si ottiene eliminando il vincolo di integralità e sostituendolo con  $x \in \mathbb{R}^n$ .*

**Remark** Quando sono coinvolte variabili binarie, il vincolo  $x_i \in \{0, 1\}$  deve essere sostituito da  $x_i \in [0, 1]$ .

Considerando il rilassamento continuo, ci ritroviamo nuovamente nel contesto dei problemi PL, che possono essere risolti efficientemente con i metodi risolutivi classici. Tuttavia, non c'è garanzia di integralità sui valori della soluzione ottima del rilassamento continuo, che può quindi essere non ammissibile per il problema PLI in questione. Inoltre, il valore ottimo del rilassamento con-

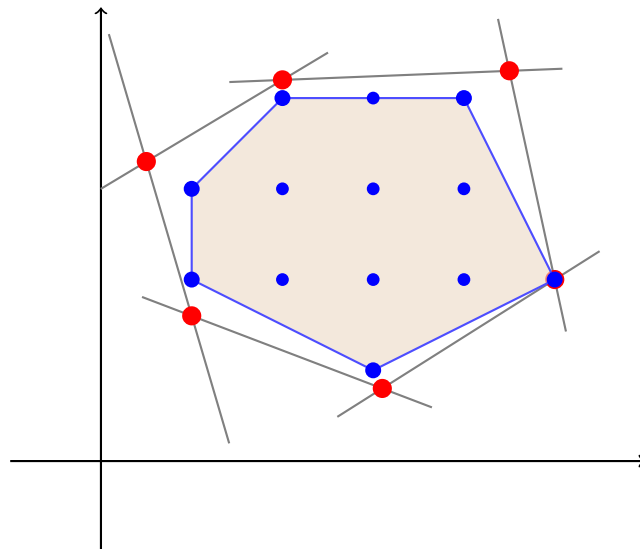
tinuo può essere arbitrariamente distante dal valore ottimo del problema intero, quindi il rilassamento continuo non fornisce una buona approssimazione del problema in esame. Ci sono ovviamente alcune eccezioni note, ma in generale i metodi risolutivi per problemi PL non possono essere applicati per risolvere i problemi PLI.

#### 4.3.1 La regione ammissibile dei problemi PLI

Dato che il rilassamento continuo è un problema PL, la sua regione ammissibile è un poliedro, come abbiamo argomentato in precedenza; tuttavia, la regione ammissibile di un problema PLI chiaramente non è un poliedro, essendo costituita da un insieme discreto di punti. Richiamando la definizione di combinazione convessa di un insieme di punti in  $\mathbb{R}^n$ , possiamo introdurre il concetto di inviluppo convesso.

**Definizione 4.8** (Inviluppo Convesso). *Dato un qualsiasi insieme  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , l'inviluppo convesso di  $\Omega$ , denotato con  $\text{conv}(\Omega)$ , è l'insieme che contiene tutte le combinazioni convesse di punti in  $\Omega$ .*

L'insieme  $\text{conv}(\Omega)$  è l'intersezione di tutti gli insiemi convessi contenenti  $\Omega$  o, equivalentemente, il più piccolo insieme convesso contenente  $\Omega$ . La Figura 4.1 fornisce un esempio dell'inviluppo convesso dei punti interi in un poliedro che rappresenta la regione ammissibile di un PL.



**Figura 4.1:** Esempio della regione ammissibile di un problema PL e dell'inviluppo convesso dei suoi punti interi

### 4.3.2 Il metodo Branch-and-Bound

La risoluzione di problemi di PLI non può in generale avvalersi direttamente degli algoritmi sviluppati per la programmazione lineare continua, a causa della natura discreta delle variabili decisionali. Tra i metodi risolutivi per la PLI, uno dei più consolidati è il metodo *Branch-and-Bound*. L'idea centrale consiste nella suddivisione iterativa della regione ammissibile del rilassamento continuo in sotto-regioni, determinate dai valori non interi della soluzione ottima dei rilassamenti, e nella successiva ottimizzazione su ciascuna di esse. Poiché la regione ammissibile viene partizionata in regioni disgiunte, è possibile sfruttare la seguente proprietà:

$$\min_{x \in X} f(x) = \min_{i=1, \dots, m} \left( \min_{x \in X_i} f(x) \right), \quad \text{con } X = \bigcup_{i=1, \dots, m} X_i \quad (4.4)$$

Tradizionalmente, una struttura ad albero binario viene utilizzata come rappresentazione grafica del metodo *Branch-and-Bound*, in cui ciascun nodo è associato a una soluzione del rilassamento continuo. Se la soluzione ottima di tale rilassamento presenta almeno una variabile frazionaria ( $x_i = f \notin \mathbb{Z}$ ), sul nodo viene eseguita l'operazione di *branching*: la regione ammissibile viene suddivisa in sotto-regioni disgiunte, includendo nella formulazione il vincolo  $x_i \leq \lfloor f \rfloor$  oppure  $x_i \geq \lceil f \rceil$ ; le sotto-regioni così ottenute sono ancora poliedri. Tale processo viene ripetuto fino al raggiungimento di una soluzione intera, qualora essa esista, ma un'esplorazione completa dell'albero risulta nella maggior parte dei casi estremamente onerosa dal punto di vista computazionale. L'esplorazione dell'albero deve pertanto essere limitata alle aree più promettenti: a tal fine viene impiegata una procedura di *bounding*, volta a determinare, per ciascun nodo, un limite inferiore per la migliore soluzione intera ottenibile esplorando il sottoalbero radicato in quel nodo. Nel caso di un problema di PLI, un limite inferiore è fornito dalla soluzione del rilassamento lineare. Utilizzando come limite superiore il valore della migliore soluzione intera già trovata, è possibile eseguire un'operazione di *pruning* (potatura) su un nodo ogniqualvolta si verifichi una delle seguenti condizioni:

- *interezza*, quando la soluzione fornita dal rilassamento lineare è intera, e

dunque ottima per il sottoalbero radicato in quel nodo e ammissibile per il problema di PLI originale;

- *bound*, quando il limite inferiore nel nodo non migliora il valore del miglior limite superiore disponibile;
- *inammissibilità*, quando il problema di PL risolto nel nodo è inammissibile, e di conseguenza lo è anche il problema intero.

La condizione di terminazione dell'algoritmo *Branch-and-Bound* è l'assenza di nodi aperti, ovvero il fatto che tutti i nodi siano stati potati.

## 4.4 Ottimizzazione lineare robusta

L'**ottimizzazione robusta** (OR) è la branca dell'ottimizzazione che tiene conto dell'incertezza nei dati del problema, sviluppando approcci risolutivi per gestire tale incertezza. L'obiettivo è ottenere soluzioni che siano ammissibili per ogni realizzazione dei dati incerti e ottimali rispetto al caso peggiore della funzione obiettivo.

### 4.4.1 Metodo dei piani di taglio per la programmazione lineare

Nel caso di un problema di PL, la sua versione robusta può essere formulata con il seguente modello:

$$\begin{aligned} \min_x \max_{c \in U_c} \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & a_i^T x \leq b_i \quad \forall a_i \in U_{a_i}, i \in \{1, \dots, m\} \\ & x \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{4.5}$$

dove  $x \in \mathbb{R}^n$  è il vettore delle variabili decisionali,  $c \in \mathbb{R}^n$  è il vettore dei coefficienti della funzione obiettivo, soggetto a incertezza e appartenente all'insieme di incertezza  $U_c$ , e  $a_i \in \mathbb{R}^n$ ,  $b_i \in \mathbb{R}$  sono rispettivamente il vettore dei coefficienti e il termine noto dell' $i$ -esimo vincolo, per  $i \in \{1, \dots, m\}$ . Ciascun vettore  $a_i$  è anch'esso soggetto a incertezza e appartiene al corrispondente insieme di incertezza  $U_{a_i}$ .

Un approccio proposto in letteratura per la risoluzione dei problemi di OR è rappresentato dal *metodo iterativo dei piani di taglio* (si veda, ad esempio, [32]). L'idea principale di tale metodo consiste nel risolvere ripetutamente una versione rilassata del problema di OR, che include un insieme finito di vincoli, e nel verificare successivamente se la soluzione ottimale così ottenuta viola o meno qualche vincolo per determinate realizzazioni dei parametri incerti. Nel caso in cui venga rilevata una violazione, i vincoli corrispondenti vengono aggiunti alla formulazione, e il problema viene nuovamente risolto. Questo processo iterativo prosegue finché non vengono individuate ulteriori violazioni.

Prima di presentare l'algoritmo, osserviamo che è possibile assumere che la funzione obiettivo non sia soggetta a incertezza mediante la seguente riformulazione del problema di OR (4.5):

$$\min \quad y \tag{4.6}$$

$$\text{s.t.} \quad c^T x \leq y \quad \forall c \in U_c \tag{4.7}$$

$$a_i^T x \leq b_i \quad \forall a_i \in U_{a_i}, i \in \{1, \dots, m\} \tag{4.8}$$

$$x \in \mathbb{R}^n \tag{4.9}$$

Alla luce di ciò, generalizzando la formulazione in modo che i vincoli (4.7) siano formalmente inseriti nella notazione usata dai vincoli (4.8), è possibile considerare esclusivamente gli insiemi  $U_{a_i}$  come fonte di incertezza. In linea di principio, esiste un vincolo per ogni  $a_i \in U_{a_i}$ , ma molti di essi potrebbero non essere attivi nella soluzione ottimale robusta; pertanto, generare i vincoli solo quando essi sono effettivamente necessari a garantire la robustezza della soluzione costituisce una strategia computazionalmente efficiente. Tale considerazione rappresenta il fondamento dell'algoritmo dei piani di taglio per problemi di programmazione lineare robusta, che si articola nei seguenti passi:

1. inizializzare il problema master descritto da (4.6)–(4.9) come problema nominale, ovvero assegnare a tutti i parametri incerti  $a_i^T$  il rispettivo valore nominale  $\tilde{a}_i^T$ ;
2. risolvere il problema master e denotare la soluzione ottimale con  $x^*$ ;

3. per ciascuna riga incerta  $i$  calcolare

$$\bar{a} = \arg \max_{a_i \in U_{a_i}} a_i^T x^*; \quad (4.10)$$

4. se  $\bar{a}^T x^* - b_i > \varepsilon$  (dove  $\varepsilon$  è il parametro di tolleranza sull'ammissibilità del vincolo, solitamente di valore molto piccolo), aggiungere il vincolo  $\bar{a}^T x \leq b_i$  al problema master e tornare al passo 2;

5. se non viene aggiunto alcun vincolo,  $x^*$  è la soluzione ottimale robusta e l'algoritmo termina.

Nel caso di un insieme di incertezza poliedrale, il passo 3 può essere eseguito risolvendo un problema slave che corrisponde a un PL la cui regione ammissibile coincide con  $U_{a_i}$  e la cui funzione obiettivo da massimizzare è  $a_i^T x^*$ . La terminazione dell'algoritmo è garantita nel caso di un insieme di incertezza poliedrale, poiché la generazione dei piani di taglio è equivalente all'ottimizzazione di una funzione lineare su un poliedro, il quale possiede un numero finito di vertici.

#### 4.4.2 Metodo dei piani di taglio per la programmazione lineare intera

Come osservano gli autori di [33], il metodo dei piani di taglio per problemi di PLI condivide la logica di fondo del caso continuo, ovvero aggiungere vincoli solo quando necessario, ma presenta ulteriori complicazioni. La principale differenza evidenziata consiste nella necessità di determinare con attenzione il momento più opportuno in cui inserire i nuovi tagli, garantendo al contempo che, indipendentemente dalla scelta temporale adottata, la soluzione finale sia robustamente ammissibile. Come possibili strategie per l'aggiunta di nuovi tagli, gli autori delineano le seguenti opzioni:

1. Inserire i tagli al nodo radice del rilassamento continuo nell'albero di *Branch-and-Bound*. Tuttavia, applicare il metodo dei piani di taglio per la programmazione lineare esclusivamente al nodo radice del rilassamento continuo non è sufficiente, poiché la soluzione intera ottimale robusta

potrebbe essere influenzata da vincoli che non risultano attivi nella soluzione frazionaria del nodo del rilassamento continuo, come illustrato dal seguente Esempio 4.1.

**Esempio 4.1.** *Si consideri il seguente problema PLI robusta:*

$$\begin{aligned} \max \quad & x \\ \text{s.t.} \quad & x \leq 1.5 \\ & u \cdot x \geq 1 \quad \forall u \in [0.9, 1.1] \\ & x \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Il problema master rilassato, assumendo il valore nominale di  $u$  pari a 1, è costituito da due vincoli,  $x \leq 1.5$  e  $x \geq 1$ ; pertanto, la soluzione ottimale è, banalmente,  $x^* = 1.5$ , la quale è ammissibile per ogni  $u$  nell'insieme di incertezza. Di conseguenza, nessun taglio viene aggiunto alla formulazione. Ramificando su  $x$ , si ottengono i sottoproblemi  $x \geq 2$  (che risulta inammissibile) e  $x \leq 1$ , corrispondente alla soluzione intera  $x = 1$ . Tuttavia, tale soluzione non è ammissibile rispetto ai vincoli incerti; il problema PLI robusto in esame risulta pertanto inammissibile. Ciononostante, in [33] si sottolinea che l'inserimento di tagli al nodo radice del rilassamento può guidare la ricerca verso direzioni più favorevoli;

2. Aggiungere nuovi vincoli ad ogni nodo dell'albero di *Branch-and-Bound*; questo approccio garantisce l'ammissibilità, rispetto ai vincoli incerti, della soluzione frazionaria in ciascun nodo. Tale strategia assicura che ogni soluzione intera individuata nell'albero sia ammissibile rispetto ai vincoli incerti, ma comporta con ogni probabilità un costo computazionale eccessivamente elevato, poiché i tagli vengono aggiunti a nodi che potrebbero non produrre soluzioni intere, né tanto meno soluzioni intere ottime, o migliorare il bound;
3. Verificare e aggiungere nuovi vincoli esclusivamente quando viene individuata una soluzione candidata intera ammissibile. Questa tipologia di vincoli è generalmente denominata *lazy constraints*, in quanto non

viene fornita al solver (ossia lo strumento utilizzato per risolvere problemi di PLI, come diremo nella Sezione 4.5.1) fino al momento in cui risulta necessaria; essa viene implementata fornendo una *callback* al solver, al fine di verificare l'ammissibilità della soluzione intera corrente e segnalare eventuali vincoli violati. Il solver può quindi scartare la soluzione intera, in caso di inammissibilità, e aggiungere i vincoli violati ai nodi attivi dell'albero. Questo approccio, analogamente all'aggiunta di tagli ad ogni nodo dell'albero, garantisce che la soluzione intera finale sia ammissibile rispetto ai vincoli incerti ma, poiché le soluzioni intere individuate dall'algoritmo di *Branch-and-Bound* sono generalmente in numero molto inferiore rispetto al numero di nodi, risulta computazionalmente più efficiente;

4. Risolvere il problema master fino alla provata ottimalità prima di aggiungere qualsiasi taglio. In questo modo, si ha la certezza di includere esclusivamente vincoli utili; tuttavia, il costo computazionale normalmente aumenta e potrebbe essere proibitivo, poiché tale approccio richiede la risoluzione di un problema PLI, corrispondente al problema master, ad ogni iterazione.

## 4.5 Strumenti di implementazione

In questa sezione vengono descritti gli strumenti software e computazionali adottati per l'implementazione del modello e dell'algoritmo proposti.

### 4.5.1 Solver di ottimizzazione matematica

*Gurobi Optimizer* (o semplicemente *Gurobi*) è un solver commerciale di ottimizzazione matematica sviluppato da Gurobi Optimization LLC, fondata nel 2008 da Zonghao Gu, Edward Rothberg e Robert E. Bixby (il cui nome deriva dalla combinazione delle iniziali dei cognomi dei fondatori). Gurobi supporta un'ampia gamma di problemi di ottimizzazione, tra cui programmazione lineare, programmazione lineare intera e programmazione quadratica [34]. Per questo lavoro di tesi è stato utilizzato Gurobi con licenza accademica gratuita, che

fornisce accesso completo alle funzionalità commerciali senza limiti temporali per scopi di ricerca accademica.

Il solver offre interfacce per linguaggi di modellazione standard come AMPL e fornisce sia API *matrix-oriented* (MATLAB, R) sia *object-oriented* (C++, Java, Python). Per Python è disponibile il modulo `gurobipy`, che espone un'API nativa ad alto livello per la modellazione e risoluzione tramite interfaccia programmatica.

L'implementazione è stata sviluppata in **Google Colab** [35], un ambiente di *Jupyter Notebook* ospitato su infrastruttura cloud Google, ottimizzato per il calcolo scientifico e l'ottimizzazione matematica. Colab offre *free-tier GPU/TPU* (NVIDIA T4/V100, fino a 16GB VRAM), 20GB RAM e accesso diretto alle *Google Cloud APIs* tramite autenticazione OAuth2.

#### 4.5.2 Linguaggio di programmazione

Il modello proposto è stato implementato in **Python** 3.10, linguaggio di programmazione ad alto livello ideato alla fine degli anni '80 da Guido van Rossum e noto per la sua sintassi chiara, flessibilità e ricco ecosistema di librerie scientifiche [36].

Per questo lavoro sono state utilizzate le seguenti librerie:

- `gurobipy`, API ufficiale per modellazione e risoluzione con Gurobi [37];
- `numpy`, algebra lineare e gestione array multidimensionali [38];
- `pandas`, manipolazione dati e strutture tabellari [39];
- `matplotlib` / `seaborn`, visualizzazione risultati [40];
- `shapely`, elaborazione geometrica degli airblock [41].

# Modello per DAC in condizioni di incertezza meteorologica

In questo capitolo viene presentato un modello matematico di ottimizzazione robusta per il problema in esame. Nello specifico, vogliamo trovare una sequenza ottimale di configurazioni dei settori che minimizzi l'eccesso di traffico totale, rispettando i vari vincoli operativi. In particolare, in conformità con il problema definito in [28, 25], si considerano delle limitazioni alle possibili configurazioni utilizzabili in diverse fasce orarie, per rispecchiare le diverse risorse di controllo disponibili (ad esempio, un numero diverso di controllori). Ulteriori vincoli limitano le transizioni da una configurazione alla successiva alle configurazioni che siano simili tra loro, in modo che il carico di lavoro richiesto per il passaggio non comprometta l'efficacia del controllo e la sicurezza dei voli. Infine, per evitare cambi di configurazione troppo frequenti, si introduce un vincolo di permanenza, che impone che una configurazione, una volta selezionata, rimanga attiva per un tempo minimo. Dato un insieme di possibili configurazioni dello spazio aereo, l'obiettivo del DAC è determinare una sequenza ammissibile di configurazioni che minimizzi l'eccesso di traffico, calcolato come il numero totale di voli che eccedono la capacità dei settori, integrato sull'intero orizzonte temporale di pianificazione. Il modello nominale del DAC viene presentato nella Sezione 5.1.

L'incertezza viene introdotta nei parametri riguardanti il maltempo, che si basano sulle previsioni *Cross Border Convection Forecast* [21]. Il maltempo riduce la capacità operativa dei settori: come descritto nella Sezione 2.5.2, in presenza di condizioni meteorologiche avverse i controllori del traffico aereo devono dedicare maggiore attenzione a ciascun volo riducendo il numero di operazioni gestibili simultaneamente. La capacità del settore deve essere

quindi inferiore rispetto al valore massimo di riferimento (valore nominale), per garantire che il carico di lavoro rimanga entro limiti di sicurezza. Pertanto, i parametri che rappresentano l'eccesso di traffico sono considerati incerti.

In questa tesi, assumiamo che la domanda di traffico aereo sia stata determinata sulla base delle condizioni nominali e che, nella fase pre-tattica, non sia soggetta a incertezza. Il problema DAC robusto diventa quindi determinare il piano di configurazioni che minimizza l'eccesso di traffico nel caso peggiore rispetto ad un insieme di possibili variazioni meteorologiche. Il problema sarà formalizzato nel modello presentato nella Sezione 5.2.

## 5.1 Problema nominale

Dopo aver introdotto una discretizzazione dell'orizzonte temporale di pianificazione in un insieme  $\mathcal{T}$  di intervalli temporali, il problema nominale si definisce come segue [25].

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t E_{c,t} \quad (5.1)$$

sotto i vincoli

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t = 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.2)$$

$$x_c^t - \sum_{c' \in \mathcal{C}_c} x_{c'}^{t+1} \leq 0 \quad \forall t \in \{0, \dots, |\mathcal{T}| - 1\}, \forall c \in \mathcal{C}_c \quad (5.3)$$

$$x_c^t - x_c^{t-1} \leq s_c^t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.4)$$

$$\sum_{\tau=t}^{t+h-1} \sum_{c \in \mathcal{C}} s_c^\tau \leq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.5)$$

dove:

- $x_c^t$  è una variabile binaria con valore 1 se la configurazione  $c$  è attiva nell'intervallo  $t$ , 0 altrimenti;
- $\mathcal{S}^c$  è l'insieme di tutti i settori attivi quando è attiva la configurazione  $c$ ;
- $E_{c,t}$  è l'eccesso complessivo della configurazione  $c$  nell'intervallo  $t$ ;

- $s_c^t$  è una variabile binaria con valore 1 se  $x_c^t$  è pari ad 1 e  $x_c^{t-1}$  è pari a 0, 0 altrimenti.

Per evitare confusione, si adotta la seguente convenzione:

- $\mathcal{K}$ : insieme degli airblock nello spazio aereo (indici  $k$ );
- $\mathcal{C}$ : insieme delle configurazioni possibili (indici  $c$ );
- $\mathcal{T}$ : insieme degli intervalli temporali (indici  $t$ );
- $\mathcal{S}$ : insieme dei settori (indici  $i$ ).

La funzione obiettivo (5.1) minimizza l'eccesso totale, sommando per ogni intervallo temporale il contributo della configurazione attiva. I vincoli modellano le condizioni operative imposte dalla gestione del traffico aereo:

- (5.2): in ogni intervallo  $t$  è attiva esattamente una configurazione;
- (5.3): se la configurazione  $c$  è attiva nell'intervallo  $t$ , la configurazione attiva nell'intervallo  $t + 1$  deve appartenere all'insieme  $\mathcal{C}_c$  delle configurazioni compatibili con  $c$ , ossia quelle che non differiscono eccessivamente da essa;
- (5.4): la variabile  $s_c^t$  assume valore 1 se la configurazione  $c$  viene attivata nell'intervallo  $t$ , ovvero se  $x_c^t = 1$  e  $x_c^{t-1} = 0$ ;
- (5.5): tra due modifiche consecutive della configurazione devono trascorrere almeno  $h$  intervalli temporali (vincolo di permanenza).

Calcoliamo gli eccessi di ogni configurazione come  $E_{c,t} = \sum_{i \in S^c} e_{i,t}$ , dove  $e_{i,t} = \max\{0, A_{i,t} - D_{i,t}\}$  e si indica con  $S^c$  l'insieme dei settori contenuti nella configurazione  $c$ , con  $D_{i,t}$  la capacità del settore  $i$  nell'intervallo  $t$ , e con  $A_{i,t}$  il numero di aerei nel settore  $i$  al tempo  $t$ .

## 5.2 Insieme di incertezza

L'insieme di incertezza raccoglie tutte le possibili realizzazioni degli eccessi  $E_{c,t}$ , che non sono più fissi ma variano a causa del maltempo: la capacità nominale dei settori, indicata con  $D_i^*$ , può essere ridotta di un fattore  $\delta_{i,t}$  e questo determina eccessi più alti.

Come riportato nella Sezione 2.6, il modello meteorologico adottato assegna a ogni airblock  $k$  nell'intervallo  $t$  due attributi categorici indipendenti, ricavati dalle previsioni:

- *Livello di insorgenza*  $p_{k,t} \in \{1, 2, 3\}$ ;
- *Severità del maltempo*  $g_{k,t} \in \{1, 2, 3\}$ .

I valori degli attributi sono: 1 = basso, 2 = medio, 3 = alto, e possono essere diversi tra loro. Il *livello di insorgenza*  $p_{k,t}$  rappresenta la discretizzazione della probabilità che il maltempo si verifichi nell'airblock: nel nostro modello di incertezza, questo attributo controlla quanti airblock di ogni gruppo possono essere dichiarati colpiti nello scenario peggiore. La *severità del maltempo*  $g_{k,t}$  rappresenta invece l'entità degli effetti qualora il maltempo si verifichi: nel nostro modello di incertezza, controlla di quanto si riduce la capacità del settore per ogni airblock colpito. Ad esempio, un airblock con  $p = 3$  e  $g = 1$  ha alta probabilità di essere colpito ma impatto limitato sulla capacità, mentre uno con  $p = 1$  e  $g = 3$  ha bassa probabilità di essere colpito, ma in tal caso le conseguenze sulla capacità saranno più severe.

Prima di formalizzare l'insieme di incertezza, si riportano in maniera completa le variabili e i parametri necessari alla sua definizione:

- $D_{i,t}$ : capacità effettiva del settore  $i$  nell'intervallo di tempo  $t$  (variabile);
- $D_i^*$ : capacità nominale del settore  $i$  (parametro);
- $\delta_{i,t}$ : riduzione percentuale di capacità per il settore  $i$  nell'intervallo  $t$  (variabile);
- $p_{k,t} \in \{1, 2, 3\}$ : livello categorico di insorgenza del maltempo nell'airblock  $k$  nell'intervallo  $t$  (parametro);

- $g_{k,t} \in \{1, 2, 3\}$ : livello categorico di severità del maltempo nell'airblock  $k$  nell'intervallo  $t$  (parametro);
- $y_{k,t} \in \{0, 1\}$ : variabile binaria che indica se si verifica effettivamente maltempo nell'airblock  $k$  nell'intervallo  $t$ ;
- $\pi_p$ : quota massima di airblock con  $p_{k,t} = p$  in cui il modello di incertezza ammette il verificarsi del maltempo (parametro). Deve valere  $\pi_1 < \pi_2 < \pi_3$ . Ad esempio:  $\pi_1 = 0.25$ ,  $\pi_2 = 0.55$ ,  $\pi_3 = 0.90$ ;
- $w_g$ : peso di riduzione della capacità per un airblock colpito con  $g_{k,t} = g$  (parametro). Deve valere  $w_1 < w_2 < w_3 \leq 1$ . Ad esempio:  $w_1 = 0.30$ ,  $w_2 = 0.65$ ,  $w_3 = 1.00$ ;
- $K_i$ : insieme degli airblock contenuti nel settore  $i$ .

L'insieme di incertezza  $\mathcal{U}$  è definito dai seguenti vincoli:

$$E_{c,t} = \sum_{i \in \mathcal{S}^c} e_{i,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall c \in \mathcal{C} \quad (5.6)$$

$$e_{i,t} = \max\{0, A_{i,t} - D_{i,t}\} \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.7)$$

$$D_{i,t} = D_i^*(1 - \delta_{i,t}) \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.8)$$

$$\sum_{\substack{k \in \mathcal{K} \\ p_{k,t}=p}} y_{k,t} \leq \pi_p \cdot |\{k \in \mathcal{K} : p_{k,t} = p\}| \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall p \in \{1, 2, 3\} \quad (5.9)$$

$$y_{k,t} = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall t \in \mathcal{T} \quad \text{t.c.} \quad p_{k,t} = 1 \wedge g_{k,t} = 1 \quad (5.10)$$

$$\delta_{i,t} = \frac{1}{|\mathcal{K}_i|} \sum_{k \in \mathcal{K}_i} y_{k,t} \cdot w_{g_{k,t}} \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.11)$$

$$y_{k,t} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.12)$$

$$0 \leq \delta_{i,t} \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.13)$$

$$E_{c,t} \in \mathbb{R} \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.14)$$

$$e_{i,t} \in \mathbb{R} \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.15)$$

$$D_{i,t} \in \mathbb{R} \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.16)$$

dove  $(y, \delta, E, e, D) \in \mathcal{U}$  se e solo se soddisfano tutti i vincoli (5.6)–(5.16).

Nel seguito è riportato il significato dei vincoli:

- (5.6) definisce l'eccesso totale di una configurazione come somma dell'eccesso dei settori appartenenti ad essa;
- (5.7) definisce l'eccesso di traffico di un settore come differenza tra traffico effettivo e capacità;
- (5.8) riduce la capacità effettiva percentualmente rispetto alla nominale;
- (5.9) assicura che, per ogni livello di probabilità  $p$  intervallo  $t$ , il numero di airblock in cui si verifica effettivamente il maltempo sia al massimo  $\pi_p$  volte

il numero di airblock previsti con quel livello. Poiché  $\pi_1 < \pi_2 < \pi_3$ , gli airblock con alto livello di insorgenza ammettono una porzione maggiore di colpiti;

- (5.10) assicura che il maltempo non possa verificarsi se sia il livello di insorgenza previsto che il livello di severità valgono 1;
- (5.11) impone che la riduzione di capacità del settore  $i$  sia proporzionale alla media dei pesi di severità  $w_{g,k,t}$  degli airblock colpiti al suo interno. Ogni airblock contribuisce in modo proporzionale alla propria severità:  $w_g = 1$  indica che un airblock con severità massima azzerava completamente la propria quota di capacità nel settore;
- (5.12) - (5.16) definiscono i domini delle variabili.

### 5.3 Metodo dei piani di taglio per DAC robusto

Il problema DAC robusto può essere formalizzato sostituendo la funzione obiettivo del problema nominale con la seguente funzione:

$$\min \max_{E \in \mathcal{U}_E} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t E_{c,t} \quad (5.17)$$

dove  $\mathcal{U}_E$  è l'insieme di tutte le realizzazioni degli eccessi  $E_{c,t}$  che si trovano nell'insieme di incertezza  $\mathcal{U}$ . La funzione obiettivo può essere linearizzata come segue:

$$\min \quad \theta \quad (5.18)$$

$$\text{s.t.} \quad \theta \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t E_{c,t} \quad \forall E \in \mathcal{U}_E \quad (5.19)$$

Per la soluzione del problema, proponiamo l'approccio master-slave, che decompone il problema di ottimizzazione robusta in due sottoproblemi.

### 5.3.1 Problema Master

Il problema master determina la configurazione ottimale  $x$  considerando un insieme finito di realizzazioni dei parametri incerti  $E$ , generati iterativamente.

$$\min_{x, s, \theta} \theta \quad (5.20)$$

$$\text{s.t. } \theta \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t E_{c,t}^n \quad \forall n \in \mathcal{N} \quad (5.21)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t = 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.22)$$

$$x_c^t - \sum_{c' \in \mathcal{C}_c} x_{c'}^{t+1} \leq 0 \quad \forall t \in \{0, \dots, |\mathcal{T}| - 1\}, \forall c \in \mathcal{C} \quad (5.23)$$

$$x_c^t - x_c^{t-1} \leq s_c^t \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall c \in \mathcal{C} \quad (5.24)$$

$$\sum_{\tau=t}^{\min(t+p-1, |\mathcal{T}|-1)} \sum_{c \in \mathcal{C}} s_c^\tau \leq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.25)$$

$$x_c^t \in \{0, 1\} \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.26)$$

$$s_c^t \in \{0, 1\} \quad \forall c \in \mathcal{C}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.27)$$

dove:

- $\theta$  è una variabile ausiliaria che rappresenta l'eccesso totale nel caso peggiore;
- $\mathcal{N} \subset \mathcal{U}_E$  è l'insieme delle realizzazioni generate fino all'iterazione corrente;
- $E_{c,t}^n$  è l'eccesso della configurazione  $c$  all'intervallo  $t$  nella realizzazione  $n$ .

Ricordiamo che il vincolo (5.21) garantisce che  $\theta$  sia maggiore o uguale all'eccesso totale per tutti gli scenari considerati finora.

### 5.3.2 Problema Slave

Data la soluzione ottima  $\bar{x}$  del master corrente, il problema slave cerca lo scenario peggiore nell'insieme di incertezza  $\mathcal{U}$ , ossia quello che massimizza l'eccesso totale indotto da  $\bar{x}$ .

Formalizzeremo il problema slave con un modello di Programmazione Lineare Intera. Notiamo che, utilizzando le equazioni nei vincoli 5.8 e 5.11, il vincolo 5.7 può essere riscritto come

$$e_{i,t} = \max\{0, f_{i,t}(y)\} \quad (5.28)$$

dove

$$f_{i,t}(y) = (A_{i,t} - D_i^*) + \frac{D_i^*}{|\mathcal{K}_i|} \sum_{k \in \mathcal{K}_i} y_{k,t} \cdot w_{g_{k,t}} \quad (5.29)$$

Per la linearizzazione del vincolo 5.28, notiamo che, per dei valori reali  $e$  e  $f$ , la coppia di vincoli  $e \geq f$  e  $e \geq 0$  modella correttamente  $e = \max\{0, f\}$  solo se inserita in un modello che *minimizza*  $e$ : in tal caso la soluzione ottima tende a ridurre  $e$  al valore minimo ammissibile. Se invece, come succede nello slave che vogliamo risolvere, la funzione obiettivo tende a massimizzare il valore di  $e$ , in assenza di un limite superiore,  $e$  crescerebbe, rendendo il problema illimitato e non rappresentando il suo corretto valore.

Si introduce perciò una variabile binaria ausiliaria  $z_{i,t} \in \{0, 1\}$ , con  $z_{i,t} = 1$  se e solo se c'è eccesso nel settore  $i$  nell'intervallo  $t$ , e si sostituisce il vincolo 5.28 con i quattro vincoli:

$$e_{i,t} \geq f_{i,t}(y) \quad (5.30)$$

$$e_{i,t} \geq 0 \quad (5.31)$$

$$e_{i,t} \leq f_{i,t}(y) + M_{i,t}(1 - z_{i,t}) \quad (5.32)$$

$$e_{i,t} \leq M_{i,t} z_{i,t} \quad (5.33)$$

dove  $M_{i,t} = A_{i,t}$ , in modo da rendere ridondanti i vincoli, rispettivamente, (5.32) e (5.33) quando la corrispondente variabile  $z$  assume i valori 0 e 1, rispettivamente. Tali vincoli garantiscono  $e_{i,t} = \max\{0, f_{i,t}(y)\}$ : se  $f > 0$  si sceglie  $z_{i,t} = 1$  ottenendo  $e_{i,t} = f_{i,t}(y)$ ; se  $f \leq 0$  sceglie  $z_{i,t} = 0$  ottenendo  $e_{i,t} = 0$ .

In sintesi, utilizzando la (5.6) per sostituire le variabili  $E$ , il problema slave può essere formulato come segue:

$$\max_{y, E, z} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \bar{x}_c^t \sum_{i \in \mathcal{S}_c} e_{i,t} \quad (5.34)$$

$$\text{s.t. } e_{i,t} \geq f_{i,t}(y), \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.35)$$

$$e_{i,t} \geq 0, \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.36)$$

$$e_{i,t} \leq f_{i,t}(y) + M_{i,t}(1 - z_{i,t}), \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.37)$$

$$e_{i,t} \leq M_{i,t} z_{i,t}, \quad \forall i \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.38)$$

$$\sum_{\substack{k \in \mathcal{K} \\ p_{k,t}=p}} y_{k,t} \leq \pi_p \cdot |\{k \in \mathcal{K} : p_{k,t} = p\}|, \quad \forall p \in \{1, 2, 3\}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.39)$$

$$y_{k,t} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall t \in \mathcal{T} : p_{k,t} = 1 \wedge g_{k,t} = 1 \quad (5.40)$$

$$y_{k,t} \in \{0, 1\}, \quad z_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad e_{i,t} \geq 0 \quad \forall k, i, t \quad (5.41)$$

dove  $f_{i,t}(y)$  è definita in (5.29) e  $M_{i,t} = A_{i,t}$ .

I vincoli dello slave hanno il seguente significato:

- (5.35)–(5.38) modellano  $e_{i,t} = \max\{0, f_{i,t}(y)\}$  tramite la variabile ausiliaria  $z_{i,t}$  e il Big-M  $M_{i,t}$ ;
- (5.39) garantisce che per ogni livello di probabilità  $p$  e intervallo  $t$ , la quota di airblock colpiti tra quelli con  $p_{k,t} = p$  non superi  $\pi_p$ . Riproduce direttamente il vincolo dell'insieme  $\mathcal{U}$ ;
- (5.40) assicura che gli airblock con  $p = 1$  e  $g = 1$  non possano essere colpiti.

## 5.4 Algoritmo risolutivo

Prima di presentare formalmente l'algoritmo per la soluzione della formulazione del DAC robusto, dimostriamo formalmente la possibilità di risolvere il problema slave indipendentemente per ogni  $t \in \mathcal{T}$ . A tal fine, mostriamo che l'insieme di incertezza  $\mathcal{U}$  ammette una struttura prodotto rispetto a un parametro, nel nostro caso il tempo, proprietà che costituisce il fondamento teorico per la

decomposizione del problema slave in  $|\mathcal{T}|$  problemi indipendenti, uno per ogni  $t$ .

#### 5.4.1 Separabilità temporale nell'insieme di incertezza

Vogliamo mostrare che l'insieme di incertezza definito da (5.6)-(5.16) è separabile rispetto al tempo. Ogni vincolo dell'insieme  $\mathcal{U}$  contiene solo variabili indicizzate con un singolo valore di  $t$ . Pertanto possiamo definire l'insieme di incertezza per il singolo intervallo  $t$ :

$$\mathcal{U}_t = \left\{ (y_t, \delta_t, E_t, e_t) \mid \begin{aligned} & E_{c,t} = \sum_{i \in S^c} e_{i,t}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \\ & e_{i,t} = [A_{i,t} - D_i^*(1 - \delta_{i,t})]^+, \quad \forall i \in \mathcal{S} \\ & \sum_{\substack{k \in \mathcal{K} \\ p_{k,t} = p}} y_{k,t} \leq \pi_p \cdot |\{k \in \mathcal{K} : p_{k,t} = p\}|, \quad \forall p \in \{1, 2, 3\} \\ & y_{k,t} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{K} : p_{k,t} = 1 \wedge g_{k,t} = 1 \\ & \delta_{i,t} = \frac{1}{|\mathcal{K}_i|} \sum_{k \in \mathcal{K}_i} y_{k,t} \cdot w_{g_{k,t}}, \quad \forall i \in \mathcal{S} \\ & y_{k,t} \in \{0, 1\}, \quad 0 \leq \delta_{i,t} \leq 1 \end{aligned} \right\}.$$

Considerate le variabili  $(y, \delta, E, e) \in \mathcal{U}$ , sappiamo quindi che per ogni  $t$ , le componenti  $(y_t, \delta_t, E_t, e_t)$  soddisfano tutti i vincoli di  $\mathcal{U}_t$ , quindi  $(y_t, \delta_t, E_t, e_t) \in \mathcal{U}_t$  per ogni  $t$ . Quindi possiamo affermare che  $\mathcal{U}$  è il prodotto degli  $\mathcal{U}_t$ :

$$\mathcal{U} = \prod_{t \in \mathcal{T}} \mathcal{U}_t = \mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2 \times \cdots \times \mathcal{U}_{|\mathcal{T}|} \quad (5.42)$$

Tale proprietà garantisce che la soluzione del problema slave ottenuta dalla giustapposizione delle soluzioni dei singoli problemi limitati ciascuno a uno specifico intervallo temporale  $t$ , non solo ha un valore della funzione obiettivo non peggiore della soluzione ottima del problema complessivo, ma è anche ammissibile, e quindi essa stessa costituisce una soluzione ottima. Questa proprietà permette di sostituire la soluzione di un unico problema di PLI di grandi dimensioni, con la soluzione di  $|\mathcal{T}|$  problemi di taglia ridotta di un fattore  $|\mathcal{T}|$ , con vantaggi computazionali che saranno evidenziati nel Capitolo 6.

### 5.4.2 Criterio di convergenza

Ad ogni iterazione  $n$ , l'algoritmo valuta la violazione

$$v^{(n)} = z^{*(n)} - \bar{\theta}^{(n)} \quad (5.43)$$

dove:

- $z^{*(n)}$  è il valore ottimo dello slave, ossia il vero eccesso nel caso peggiore per la soluzione  $\bar{x}^{(n)}$ ;
- $\bar{\theta}^{(n)}$  è il valore ottimo del master, ossia il caso peggiore stimato con gli scenari noti fino all'iterazione  $n$ .

La quantità  $v^{(n)} \geq 0$  misura il divario residuo tra il vero eccesso nel caso peggiore e la stima corrente del master: finché  $v^{(n)}$  è positivo, esiste ancora uno scenario nell'insieme  $\mathcal{U}_E$  che il master non ha ancora considerato e che peggiora la soluzione corrente. Quando  $v^{(n)} \leq \epsilon_{tol}$ , i vincoli di robustezza non vengono più violati, a meno della tolleranza denotata da  $\epsilon_{tol}$ , e l'algoritmo termina. Notiamo che, sebbene il numero di vincoli (5.19) sia potenzialmente infinito, la convergenza dell'approccio master-slave è garantita. Infatti, lo slave è definito come un problema PLI limitato (le variabili sono binarie o limitate inferiormente da 0 e superiormente dai Big-M), pertanto restituirà sempre soluzioni ottime che corrispondono a vertici dell'involuppo convesso di  $\mathcal{U}$ , che corrisponde a un poliedro e ha un numero finito di vertici. Nel caso peggiore, quindi, saranno generati, in un numero finito di iterazioni, i vincoli (5.19) corrispondenti ai vertici di  $\mathcal{U}$ , e non saranno possibili ulteriori violazioni.

### 5.4.3 Algoritmo Master-Slave

L'Algoritmo 1 riassume la procedura completa. Il problema master viene inizializzato con i soli vincoli strutturali ( $\mathcal{N} = \emptyset$ ). Ad ogni iterazione, il master fornisce una soluzione  $\bar{x}$ , lo slave determina lo scenario peggiore risolvendo il problema slave decomposto per ciascun  $t \in \mathcal{T}$  sfruttando la separabilità di  $\mathcal{U}$ , e il taglio risultante viene aggiunto incrementalmente al master fino al soddisfacimento del criterio di convergenza. Sebbene la convergenza sia

garantita, questa potrebbe essere lenta, e, per fini pratici, l'algoritmo include anche un limite massimo al numero di iterazioni.

---

**Algorithm 1** Decomposizione Master-Slave

---

- 1: **Input:** Dati del problema (configurazioni, settori, previsioni meteo, ecc.),  
 $iter_{max}$
- 2: **Output:** Configurazioni ottime  $x^*$
- 3:
- 4: **Inizializzazione:**
- 5:  $\mathcal{N} \leftarrow \emptyset$  ▷ Insieme scenari critici
- 6:  $\epsilon_{tol} \leftarrow 10^{-4}$  ▷ Tolleranza sulla violazione
- 7:  $iter \leftarrow 0$
- 8: Costruisci il Master Problem **una sola volta**
- 9: Obiettivo master:  $\min \theta$
- 10:
- 11: **while**  $iter < iter_{max}$  **do**
- 12:      $iter \leftarrow iter + 1$
- 13:
- 14:     **PASSO 1: Risolvi MASTER PROBLEM**
- 15:     Risolvi il master corrente (con i vincoli aggiunti finora)
- 16:     Ottieni soluzione ottima  $\bar{x}$  e valore ottimo  $\bar{\Theta} = \bar{\theta}$
- 17:
- 18:     **PASSO 2: Risolvi SLAVE PROBLEM**
- 19:     Fissa  $\bar{x}$  nel problema slave
- 20:     Risolvi Slave Problem, massimizzando  $\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} \bar{x}_c^t \sum_{i \in \mathcal{S}_c} e_{i,t}$
- 21:     Ottieni scenario peggiore  $(\bar{y}, \bar{e})$  con valore ottimo  $z^*$
- 22:     Calcola  $E_{c,t}^{(iter)} \leftarrow \sum_{i \in \mathcal{S}_c} \bar{e}_{i,t}$  per ogni  $c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}$
- 23:
- 24:     **PASSO 3: Verifica VIOLAZIONE DEI VINCOLI**
- 25:      $v \leftarrow z^* - \bar{\Theta}$  ▷ Eccesso del caso peggiore rispetto al bound del master
- 26:     **print**( $iter, z^*, \bar{\Theta}, v$ )
- 27:     **if**  $v \leq \epsilon_{tol}$  **then**

```
28:     print("Convergenza raggiunta all'iterazione iter")
29:     break
30: end if
31:
32: PASSO 4: Aggiungi il taglio al Master
33:  $\mathcal{N} \leftarrow \mathcal{N} \cup \{iter\}$ 
34: Aggiungi al master un vincolo:
35:      $\theta \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{c \in \mathcal{C}} x_c^t E_{c,t}^{(iter)}$ 
36: end while
37: if  $iter = iter_{max}$  then
38:     print("Raggiunto limite iterazioni senza convergenza")
39: end if
40:
41: SOLUZIONE FINALE:
42:  $x^* \leftarrow \bar{x}, \quad \theta^* \leftarrow \bar{\theta}$ 
43: return  $x^*, \theta^*$ 
```

---

# Risultati computazionali

In questo capitolo vengono presentati i risultati di alcuni esperimenti computazionali condotti su dati sintetici. La prima sezione descrive le modalità di generazione dei dati di input, mentre la seconda riporta e commenta i risultati ottenuti.

## 6.1 Generazione dei dati

A causa della limitata accessibilità dei dati richiesti dal modello, gli esperimenti sono stati condotti su un insieme di dati sintetici di dimensioni contenute. Tali dati sono stati generati in modo da preservare le caratteristiche operative salienti di uno scenario reale, con l'obiettivo di verificare la correttezza del modello e di attestarne la predisposizione a ricevere dati reali in futuro.

### 6.1.1 Struttura dello spazio aereo: settori e configurazioni

Lo spazio aereo è modellato come una griglia regolare di  $N_r \times N_c = 20 \times 20$  airblock, dove ogni cella individuata dalla riga  $r$  e dalla colonna  $c$  è identificata dall'indice  $k(r, c) = r \cdot N_c + c$ , con  $r \in \{0, \dots, 19\}$  e  $c \in \{0, \dots, 19\}$ .

**Libreria di settori candidati.** Un settore  $s$  è definito nel nostro esempio come un sottoinsieme rettangolare contiguo di airblock:

$$s = \{k(r, c) \mid r \in [r_1, r_2], c \in [c_1, c_2]\}, \quad (6.1)$$

dove  $r_1, r_2, c_1, c_2$  sono opportuni indici di riga o colonna. In particolare, la libreria  $\mathcal{L}$  di settori candidati è costruita enumerando sistematicamente tutti i rettangoli ottenibili variando il vertice in alto a sinistra  $(r_1, c_1) \in \{0, 2, 4, \dots, 18\}^2$  e ponendo  $r_2 = \min(r_1 + \delta_r - 1, 19)$  e  $c_2 = \min(c_1 + \delta_c - 1, 19)$ , per tutte le dimensioni  $(\delta_r, \delta_c) \in \{2, 4, 5, 10\}^2$ , per un totale di circa

$10 \times 10 \times 4 \times 4 = 1600$  combinazioni candidate. I duplicati vengono eliminati tramite confronto per identità degli insiemi, così che ogni configurazione di celle è inserita nella libreria una sola volta, con un identificatore univoco.

**Libreria di configurazioni.** Una *configurazione*  $c \in \mathcal{C} = \{0, \dots, 19\}$  definisce come lo spazio aereo viene suddiviso in settori operativi: ogni airblock appartiene esattamente a un settore, e l'insieme dei settori copre l'intero spazio aereo senza sovrapposizioni. Ciascuna delle 20 partizioni viene ricercata mediante un algoritmo randomizzato. Le configurazioni ottenute hanno un minimo di 5 settori per configurazione.

**Compatibilità tra configurazioni.** Al fine di identificare coppie di configurazioni strutturalmente affini, necessarie per definire le transizioni ammissibili nel modello di ottimizzazione, viene calcolato per ogni coppia  $(c, c') \in \mathcal{C}^2$ , il seguente indice di sovrapposizione basato sul coefficiente di Jaccard applicato agli insiemi di settori:

$$\rho(c, c') = \frac{|\mathcal{S}_c \cap \mathcal{S}_{c'}|}{|\mathcal{S}_c \cup \mathcal{S}_{c'}|} \in [0, 1]. \quad (6.2)$$

Una configurazione  $c'$  è dichiarata *compatibile* con  $c$  se supera la soglia  $\rho_{\min} = 0.50$ :

$$\mathcal{C}_c = \{c' \in \mathcal{C} \setminus \{c\} \mid \rho(c, c') \geq 0.50\}. \quad (6.3)$$

L'insieme  $\mathcal{C}_c$  definito in (6.3) raccoglie le configurazioni che condividono almeno il 50% dei settori con  $c$  secondo la metrica di Jaccard. Ricordiamo che, come evidenziato nella Sezione 5.1, nel modello di ottimizzazione  $\mathcal{C}_c$  viene utilizzato per vincolare le transizioni tra configurazioni consecutive nel tempo, limitando la discontinuità operativa nello spazio aereo e riducendo i costi di riconfigurazione per i controllori del traffico aereo.

### 6.1.2 Discretizzazione temporale e domanda di traffico

Coerentemente con il formato delle mappe CBCF, l'orizzonte temporale copre la fascia oraria [6:00, 21:00) UTC e viene suddiviso in  $|\mathcal{T}| = 45$  slot di 20 minuti ciascuno. I periodi decisionali di 20 minuti definiscono gli istanti in cui

è possibile modificare la configurazione attiva; al contempo, per coerenza con la letteratura sull'Air Traffic Flow Management, la capacità dei settori è espressa in unità orarie.

**Domanda oraria.** La *domanda di traffico* dell'airblock  $k$  nell'intervallo  $t$  è il numero di aeromobili che attraversano  $k$  nell'intervallo orario  $[t, t + 60 \text{ min})$ , ed è definita con  $a_{k,t}$ . Poiché il modello lavora con intervalli di 20 minuti, la domanda oraria in termini di occupancy così definita corrisponde alla somma dei contributi di tre intervalli temporali consecutivi, cioè

$$a_{k,t} = \sum_{j=0}^2 \tilde{a}_{k,t+j\Delta}, \quad \Delta = 20 \text{ min}, \quad (6.4)$$

dove  $\tilde{a}_{k,\tau}$  indica il numero di aeromobili che attraversano  $k$  nell'intervallo di tempo  $\tau$ . Inoltre, la domanda complessiva in un settore  $i$  è data dalla somma della domanda in ciascuno degli airblock che lo compongono. L'*eccesso* del settore  $i$  nell'intervallo  $t$  è quindi calcolato come:

$$e_{i,t} = \max\{0, \sum_{k \in \mathcal{K}_i} a_{k,t} - D_i\} \quad (6.5)$$

dove  $D_i$  è la capacità oraria del settore  $i$ , che consideriamo costante nell'arco della giornata.

**Generazione sintetica delle traiettorie.** La domanda di traffico  $a_{k,t}$  viene generata mediante un modello stocastico a traiettorie, calibrato sulle statistiche operative EUROCONTROL [42]. Si considerano un numero di flussi di volo pari a  $N_{traj}$ . Ogni flusso di volo è caratterizzato da un airblock di partenza, un airblock di arrivo e un intervallo temporale di partenza. Per ciascun flusso di volo simulato, si genera una traiettoria discreta sulla griglia. Sia l'airblock di partenza che la destinazione sono estratti uniformemente tra i 400 airblock disponibili. Ad ogni passo temporale, il flusso avanza al più di un airblock nella direzione che lo avvicina alla meta, con una piccola perturbazione casuale che introduce deviazioni laterali e rende il percorso meno rigidamente rettilineo. La posizione è sempre mantenuta entro i confini della griglia, con un massimo di 25 airblock distinti attraversati.

**Distribuzione temporale con picchi di traffico.** L'intervallo temporale di partenza di ciascun aeromobile è estratto da una distribuzione di probabilità non uniforme, costruita per riprodurre l'andamento tipico del traffico aereo europeo. Nelle ore di punta — mattino (6:00–7:00), mezzogiorno (12:00–13:00) e sera (19:00–20:00) — la probabilità di partenza è significativamente più elevata rispetto al resto della giornata, con il picco massimo collocato a mezzogiorno [42]. Nelle ore intermedie, l'intensità segue un profilo sinusoidale smorzato che garantisce una transizione graduale tra i picchi, con un valore minimo di 0.3 per evitare fasce orarie completamente prive di traffico.

**Accumulo del flusso e variabilità residua.** Man mano che si percorre la traiettoria di flusso, ogni airblock attraversato riceve un contributo di flusso  $\xi_\ell \sim \text{Uniform}(\alpha_{\text{low}}, \alpha_{\text{high}})$ , dove  $\alpha_{\text{low}}$  e  $\alpha_{\text{high}}$  sono parametri che regolano la densità del traffico, e  $\ell = 0, 1, \dots$  indica il passo progressivo lungo la traiettoria, cosicché l'airblock in posizione  $\ell$  nella traiettoria, denotato da  $k_\ell$ , viene attraversato nell'intervallo temporale  $t_{\text{start}} + \ell$ . Il contributo di flusso, che è commisurato al livello di utilizzo di una rotta e, in modo inverso, alla velocità dei diversi aeromobili coinvolti, viene accumulato nella cella corrispondente all'intervallo temporale del passaggio:

$$\tilde{a}_{k_\ell, t_{\text{start}} + \ell} \leftarrow \tilde{a}_{k_\ell, t_{\text{start}} + \ell} + \xi_\ell. \quad (6.6)$$

In questo modo, airblock situati su rotte maggiormente utilizzate o nelle ore di punta raccolgono i contributi di molte traiettorie sovrapposte, producendo naturalmente valori di domanda più elevati. Al termine della generazione di tutte le traiettorie, il valore accumulato in ciascuna coppia  $(k, t)$  viene moltiplicato per un fattore di perturbazione indipendente:

$$\tilde{a}_{k,t} \leftarrow \tilde{a}_{k,t} \cdot \eta_{k,t}, \quad \eta_{k,t} \sim \text{Uniform}(\beta_{\text{low}}, \beta_{\text{high}}), \quad (6.7)$$

che introduce una variabilità residua per simulare fenomeni non esplicitamente modellati dalle traiettorie, quali ritardi operativi e deviazioni tattiche.

**Cinque scenari di traffico crescente.** Per analizzare la robustezza del modello rispetto al livello di congestione, sono definiti cinque scenari para-

metrizzati dal numero di traiettorie generate  $N_{\text{traj}}$ , dall'intensità del flusso  $[\alpha_{\text{low}}, \alpha_{\text{high}}]$  e dall'ampiezza del rumore  $[\beta_{\text{low}}, \beta_{\text{high}}]$ , come riportato nella Tabella 6.1. Il volume totale di traffico cresce in modo monotono dallo Scenario 1 allo Scenario 5.

**Tabella 6.1:** Parametri dei cinque scenari di traffico.

Scenario	$N_{\text{traj}}$	$\alpha_{\text{low}}$	$\alpha_{\text{high}}$	$[\beta_{\text{low}}, \beta_{\text{high}}]$
1 – Basso	600	0.6	0.9	[0.80, 1.10]
2 – Medio-basso	900	0.8	1.1	[0.82, 1.18]
3 – Medio	1200	0.9	1.6	[0.85, 1.25]
4 – Medio-alto	1500	1.2	2.0	[0.88, 1.30]
5 – Alto	1800	1.5	2.5	[0.90, 1.35]

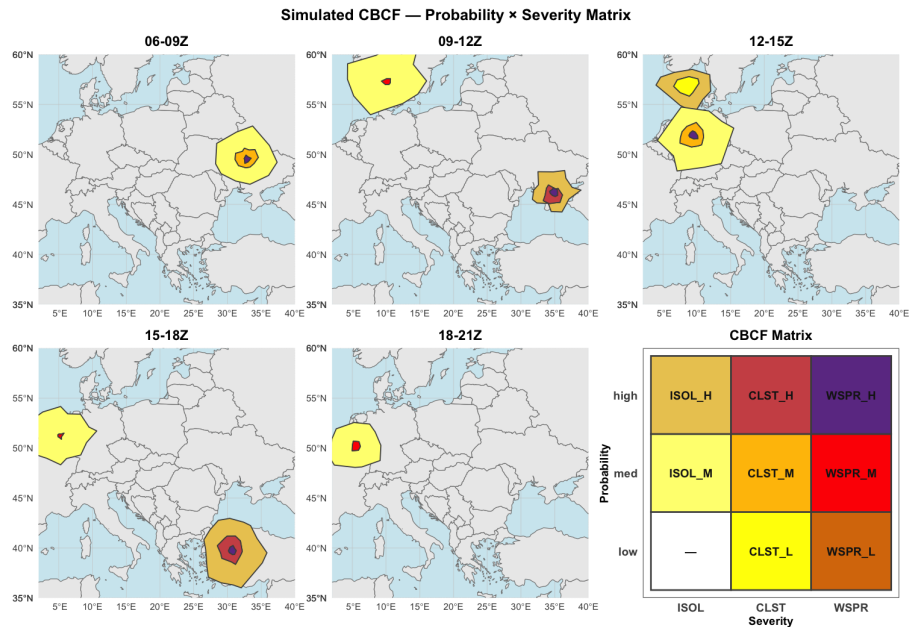
**Capacità dei settori e coerenza con i dati operativi.** La capacità nominale  $D_i^*$  di ciascun settore è fissata pari al picco medio di traffico osservato sulle tre fasce orarie di punta (6:00–7:00, 12:00–13:00, 19:00–20:00), producendo un eccesso strutturale di poche unità nelle ore critiche. I valori risultanti sono coerenti con le statistiche EUROCONTROL: per lo Scenario 3, la domanda oraria per singolo airblock si attesta nell'intervallo [2, 12] aeromobili/ora, e aggregando sulle 4–25 celle di un settore tipico si ottengono carichi di [15, 60] aeromobili/ora, confrontabili con le capacità dichiarate dei settori en-route europei (30–62 aeromobili/ora, con punte fino a 85) [43].

### 6.1.3 Condizioni meteorologiche: mappe CBCF simulate

L'accesso alle mappe CBCF ufficiali da cui si vuole estrarre i parametri riguardanti le condizioni meteorologiche previste è riservato agli operatori del settore. Al fine di simulare condizioni meteorologiche realistiche, è stato sviluppato un procedimento di generazione sintetica ispirato proprio al formato delle *Cross Border Convection Forecast*.

La procedura si articola in tre fasi. Nella prima, il sistema definisce una matrice di rischio che incrocia la *severità* della convezione (livelli ISOL, CLST, WSPR, corrispondenti rispettivamente a convezione isolata, a cluster e diffusa) con il *livello di insorgenza* (low, med, high). A ciascuna combinazione è associato un codice cromatico e un punteggio di rischio scalare, ordinati gerarchicamente

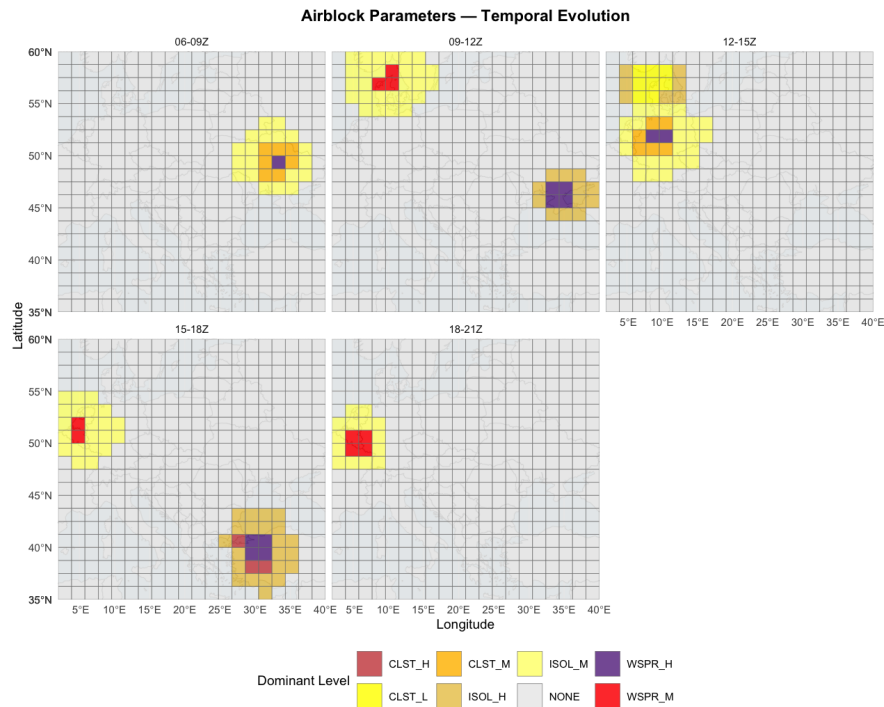
in coerenza con la logica operativa CBCF. Per ogni periodo temporale di tre ore, vengono generati dei sistemi convettivi sintetici tramite una funzione che costruisce contorni irregolari perturbando angoli e raggi attorno a centroidi posizionati casualmente nel dominio geografico, come mostrato in Figura 6.1.



**Figura 6.1:** *Mappa CBCF simulata*

Nella seconda fase, il dominio è suddiviso nella griglia di airblock descritta nella Sezione 6.1.1. Nella terza, per ciascun airblock e per ciascun istante temporale, viene calcolata l'intersezione geometrica tra la cella e i poligoni previsionali: il livello dominante è quello con punteggio di rischio più elevato e, a parità, quello con maggiore copertura areale relativa.

L'output è una tabella spazio-temporale che associa a ogni airblock, per ciascun passo temporale, un singolo codice CBCF con i corrispondenti attributi di severità e livello di insorgenza, come mostrato in Figura 6.2. I valori di insorgenza  $p_{k,t}$  e severità  $g_{k,t}$ , ciascuno classificato su tre livelli, sono mantenuti costanti all'interno di blocchi temporali di tre ore, replicando la frequenza tipica delle mappe CBCF, ed esportati in formato CSV per essere caricati direttamente nel modello di ottimizzazione.



**Figura 6.2:** Colori assegnati agli airblock

**Cinque Scenari meteo.** Al fine di testare il modello di ottimizzazione in condizioni meteorologiche eterogenee, sono stati definiti cinque scenari di convezione sintetica, ciascuno caratterizzato da un profilo parametrico distinto che regola la struttura spaziale, l'intensità e la frequenza dei sistemi convettivi generati. La differenziazione tra scenari è ottenuta agendo su tre dimensioni principali: la dimensione e la regolarità geometrica dei poligoni, la probabilità di presenza dei livelli più alti di severità, e la frequenza di comparsa dei vari livelli di insorgenza.

La Tabella 6.2 riporta i parametri dei cinque scenari meteorologici considerati. Per ciascuno scenario sono specificati: il numero di sistemi convettivi presenti, il raggio dei fenomeni a nuclei isolati (ISOL), la probabilità di presenza e il raggio dei fenomeni a cluster (CLST), la probabilità di presenza e il raggio dei fenomeni diffusi (WSPR), e la probabilità dominante associata allo scenario. I raggi sono espressi in gradi decimali, l'unità delle coordinate geografiche nel sistema geodetico di riferimento WGS84 (World Geodetic System 1984), identificato dal codice EPSG 4326, che rappresenta la superficie terrestre tramite latitudine e longitudine; in tale sistema  $1^\circ$  corrisponde a circa 111 km lungo un

meridiano.

Lo **Scenario 1** (*Convezione sporadica e debole*) rappresenta una situazione di attività convettiva marginale: un singolo sistema di dimensioni contenute, con livello di insorgenza dominante **med** e presenza molto rara dei fenomeni WSPR. Lo **Scenario 2** (*Multicella diffusa*) introduce due sistemi convettivi di grandi dimensioni, con alto livello di insorgenza e zone CLST e WSPR quasi sempre presenti, simulando una situazione di convezione organizzata e diffusa su larga scala. Lo **Scenario 3** (*Sistema unico intenso e compatto*) descrive un singolo nucleo convettivo ad alta intensità, con tutti e tre i livelli di severità sempre presenti e contorni geometricamente regolari, rappresentando un caso di sistema convettivo ben organizzato. Lo **Scenario 4** (*Attività convettiva estesa e caotica*) è lo scenario più complesso: due sistemi di dimensioni molto elevate con contorni fortemente irregolari, mix paritario di livello di insorgenza 3 e 2, e layer interni frequenti, simulando una situazione di convezione disorganizzata e difficile da prevedere. Infine, lo **Scenario 5** (*Nuclei isolati multipli*) prevede da due a quattro sistemi di piccole dimensioni e caratterizzati da alta intensità, rappresentando una situazione di convezione isolata e puntuale.

## 6.2 Analisi dei risultati

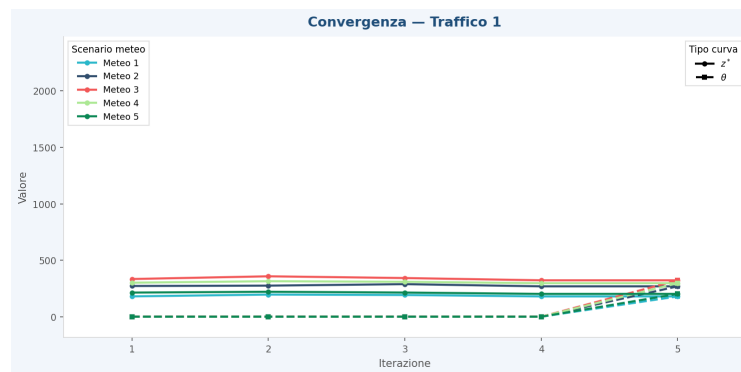
L'Algoritmo 1 è stato eseguito su un insieme di 25 scenari, ottenuti come combinazione dei 5 profili di traffico e 5 mappe di previsioni meteorologiche. Tutti gli scenari considerano i seguenti valori per i parametri che regolano la definizione dell'insieme  $\mathcal{U}$ :  $\pi_1 = 0.25$ ,  $\pi_2 = 0.55$ ,  $\pi_3 = 0.90$ ;  $w_1 = 0.20$ ,  $w_2 = 0.65$ ,  $w_3 = 1.00$ .

Tutti i modelli considerati convergono alla soluzione ottima in meno di 12 secondi. Tale risultato è ottenuto risolvendo il problema slave per decomposizione; in assenza di tale tecnica, il modello non raggiunge la convergenza entro il limite di tempo imposto di 10 minuti, a causa dell'elevato tempo richiesto dalla soluzione di un singolo problema slave di grandi dimensioni.

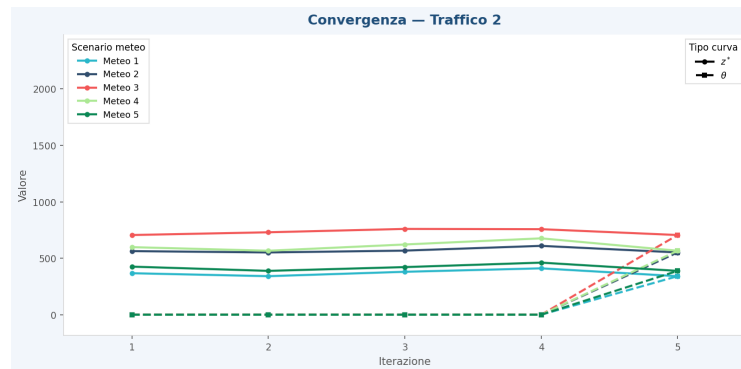
I risultati sono riportati nei grafici delle Figure 6.3 - 6.7. Per ciascuno dei 5 profili di traffico è riportato un grafico separato, in cui ogni scenario

## 6.2 Analisi dei risultati

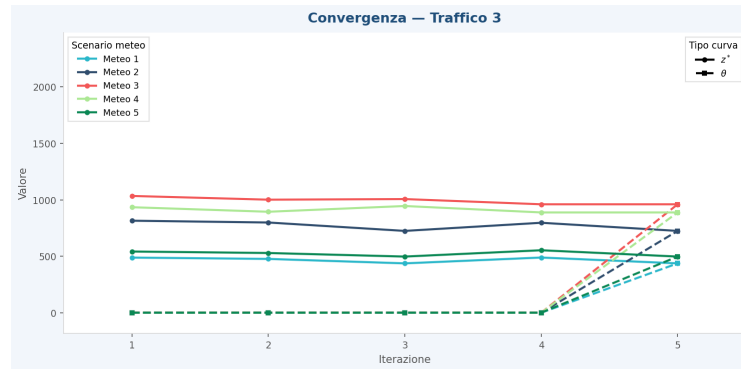
meteorologico corrisponde a una coppia di curve. La curva tratteggiata rappresenta l'andamento di  $\theta$ , la variabile da minimizzare nel master, mentre la curva continua rappresenta  $z^*$ , la variabile da massimizzare nel problema slave. Ricordiamo che entrambe le variabili misurano l'eccesso nel caso peggiore. Le curve si incrociano nel valore di convergenza. La convergenza è raggiunta quando le due curve si incontrano, ossia quando la violazione  $v = z^* - \theta$  scende sotto la soglia di tolleranza  $\epsilon_{tol}$ , fissata nei nostri esperimenti al valore di  $10^{-4}$ .



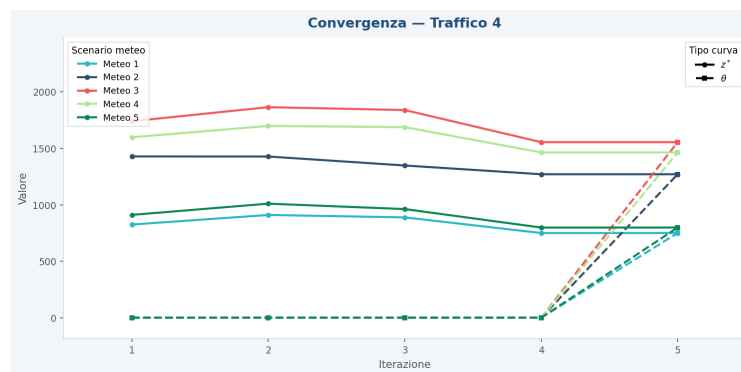
**Figura 6.3:** Evoluzione di  $\theta$  e  $z^*$  per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 1.



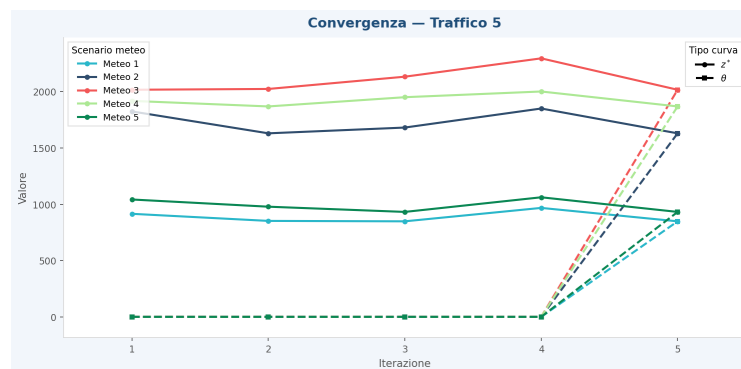
**Figura 6.4:** Evoluzione di  $\theta$  e  $z^*$  per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 2.



**Figura 6.5:** Evoluzione di  $\theta$  e  $z^*$  per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 3.



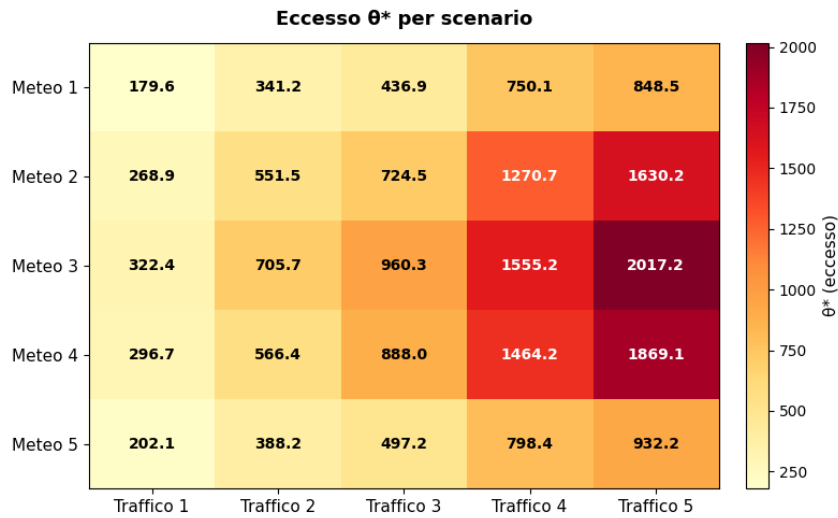
**Figura 6.6:** Evoluzione di  $\theta$  e  $z^*$  per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 4.



**Figura 6.7:** Evoluzione di  $\theta$  e  $z^*$  per 5 diversi scenari meteorologici, con lo scenario di traffico 5.

I grafici mostrano che l'algoritmo converge rapidamente, raggiungendo la soluzione ottima in tutti i 25 scenari entro 5 iterazioni. Questo conferma che la decomposizione temporale dello slave produce tagli sufficientemente stringenti da caratterizzare il caso peggiore in pochissimi passi.

I valori ottimali di  $\theta^*$ , riassunti in Figura 6.8, mostrano una coerenza con l'impatto atteso dei diversi profili operativi. In particolare, scenari con traffico più intenso producono sistematicamente valori di eccesso più elevati, mentre scenari a basso volume di traffico convergono a valori significativamente ridotti. Per quanto riguarda le condizioni meteorologiche, l'andamento non è monotono, in quanto gli scenari meteo non sono ordinati per intensità crescente ma si distinguono per caratteristiche qualitative differenti; ciò rende il confronto diretto tra livelli meteo meno immediato, ma non inficia la validità dei risultati. Nel complesso, questi risultati suggeriscono che il modello cattura correttamente la struttura del problema e che le soluzioni ottenute sono coerenti con le condizioni operative reali.



*Figura 6.8: Confronto degli eccessi  $\theta^*$  nei diversi scenari*

**Tabella 6.2:** Parametri dei cinque scenari meteorologici.

ID	Nome	N. sist.	Raggio ISOL (°)	P(CLST)	Raggio CLST (°)	P(WSPR)	Raggio WSPR (°)	Prob. dom.
1	Convezione sporadica e debole	1	[3,0; 3,5]	0,25	[0,4; 0,8]	0,10	[0,10; 0,25]	med
2	Multicella diffusa ad alta prob.	2	[5,0; 7,5]	0,95	[1,2; 2,2]	0,85	[0,40; 0,80]	high
3	Sistema unico intenso e compatto	1	[3,0; 4,5]	1,00	[1,4; 2,0]	1,00	[0,50; 0,90]	high
4	Attività convettiva estesa e caotica	2	[6,0; 8,0]	0,90	[1,5; 3,0]	0,80	[0,50; 1,20]	high/ med
5	Nuclei isolati multipli	2-4	[2,5; 3,0]	0,40	[0,3; 0,7]	0,20	[0,10; 0,25]	med

## Conclusioni

Il controllo del traffico aereo è un sistema complesso nel quale il maltempo rappresenta una delle principali fonti di inefficienza operativa. In questo contesto, la Configurazione Dinamica dello Spazio Aereo offre uno strumento flessibile per adattare la configurazione dei settori di controllo alla variabilità del traffico, ma la maggior parte dei modelli proposti in letteratura affronta il problema ignorando l'incertezza intrinseca delle previsioni meteorologiche, lasciando la gestione di eventuali deviazioni dalle condizioni utilizzate in fase pre-tattica alla fase operativa dei voli.

Questa tesi ha affrontato tale lacuna proponendo una formulazione di ottimizzazione robusta per il DAC che incorpora esplicitamente la variabilità meteorologica nella fase pre-tattica dell'ATM. L'obiettivo non è quindi semplicemente trovare la sequenza di configurazioni ottima in base al volume di traffico, ma determinare una sequenza di configurazioni che mantenga buone prestazioni anche nelle condizioni meteorologiche più avverse compatibili con le previsioni disponibili, garantendo robustezza senza rinunciare all'efficienza operativa.

Il contributo principale di questa tesi risiede nella formulazione matematica del problema di ottimizzazione. L'elemento di originalità riguarda la modellazione dell'incertezza meteorologica: il modello è pensato per ricevere in input i parametri forniti dalle previsioni *Cross Border Convection Forecast*, lo strumento operativo utilizzato dai controllori del traffico aereo europei per anticipare la comparsa di fenomeni convettivi. Le mappe CBCF assegnano a ogni porzione di spazio aereo due attributi categorici: il livello di insorgenza, che indica la probabilità che il maltempo si verifichi in una data area geografica, e il livello di severità, che ne determina l'impatto sulla capacità operativa del settore. Incorporare questi attributi in una formulazione matematica rigorosa ha ri-

---

chiesto di stabilire una corrispondenza esplicita tra informazione previsionale e parametri del modello: le soglie  $\pi_p$  traducono il livello di insorgenza in un limite sul numero di airblock che possono essere colpiti nello scenario peggiore, mentre i pesi  $w_g$  convertono il livello di severità in una riduzione percentuale della capacità nominale del settore. Attraverso questi parametri, la tesi ha definito una formulazione per l'insieme di incertezza attraverso i vincoli di un ulteriore modello di PLI, che discriminano le situazioni meteo da considerare nella soluzione robusta. A partire dalla definizione dell'insieme di incertezza, il problema del DAC robusto è stato modellato attraverso un modello di PLI. L'elevato numero dei vincoli di questa formulazione ha suggerito un approccio master-slave, che permette di costruire dinamicamente un insieme di vincoli rilevanti per individuare la soluzione ottima robusta.

La struttura risultante dell'insieme di incertezza  $\mathcal{U}$  ha rivelato una proprietà fondamentale: la separabilità temporale. Poiché ogni vincolo coinvolge esclusivamente variabili indicizzate allo stesso istante  $t$ , l'insieme  $\mathcal{U}$  si decompone come prodotto cartesiano  $\prod_{t \in \mathcal{T}} \mathcal{U}_t$ , rendendo il problema slave risolvibile indipendentemente per ogni slot temporale, proprietà che viene sfruttata nell'algoritmo risolutivo e rende i modelli testati risolvibili con tempi di calcolo di pochi secondi, nelle istanze di dimensioni ridotte testate nella tesi.

La validazione su dati sintetici ha permesso di verificare il comportamento del modello e dell'algoritmo risolutivo in condizioni controllate. I risultati più rilevanti riguardano le proprietà computazionali della decomposizione proposta: in tutti i 25 scenari considerati, ottenuti come combinazione di 5 profili di traffico e 5 condizioni meteorologiche, l'algoritmo ha raggiunto la convergenza entro 5 iterazioni. Questo risultato, pur non essendo generalizzabile a istanze di dimensione arbitraria, suggerisce che la decomposizione temporale del problema slave fa sì che l'algoritmo converga rapidamente nella pratica, richiedendo un numero molto limitato di iterazioni prima di raggiungere la soluzione ottima robusta.

I valori ottimi di eccesso restituiti dal modello mostrano coerenza qualitativa con le condizioni operative simulate: scenari con traffico più intenso o condizioni meteorologiche più severe producono eccessi maggiori, mentre scenari

---

favorevoli convergono a valori più bassi. Questo indica che il modello cattura correttamente la struttura del problema e che le soluzioni ottenute sono sensibili alle condizioni di input in modo atteso.

Il lavoro presentato costituisce una prima formulazione del problema e lascia aperte diverse direzioni di sviluppo. Il limite più evidente riguarda la validazione: la simulazione è stata condotta interamente su dati sintetici, costruiti per riprodurre le caratteristiche qualitative del traffico aereo reale, ma privi della complessità e della variabilità proprie dei dati operativi. Una validazione su dati storici reali, ad esempio forniti da EUROCONTROL, rappresenta il passo successivo naturale per valutare l'applicabilità del modello in un contesto operativo. Un'ulteriore direzione riguarda l'applicazione dell'approccio su istanze di dimensione reale, con un numero di settori, configurazioni e slot temporali significativamente maggiore rispetto a quello considerato. Infine, una questione aperta riguarda l'estensione dell'insieme di incertezza. La formulazione attuale modella l'incertezza esclusivamente attraverso la riduzione di capacità indotta dal maltempo, trascurando possibili variazioni nei flussi di traffico dovute a rerouting o cancellazioni. Incorporare anche questa fonte di variabilità porterebbe a un modello più completo, che comporterebbe tuttavia una maggiore complessità computazionale.

Nonostante questi limiti, il lavoro dimostra che è possibile formulare il problema DAC in modo robusto rispetto all'incertezza meteorologica, ponendo le basi per un approccio alla gestione dello spazio aereo che tenga conto esplicitamente della variabilità delle condizioni operative reali.

# Bibliografia

- [1] EUROCONTROL. *2025 European aviation in numbers*. 6 Gen. 2026. URL: <https://www.eurocontrol.int/publication/eurocontrol-data-snapshot-57-2025-european-aviation-numbers> (visitato il giorno 03/02/2026).
- [2] A. R. Goetz e T. M. Vowles. «The good, the bad, and the ugly: 30 years of US airline deregulation». In: *Journal of Transport Geography* 17.4 (lug. 2009).
- [3] M. Dierikx. «A History of International Civil Aviation. From its Origins through Transformative Evolution». In: *The International History Review* (gen. 2018).
- [4] A. G. Arrigo Ugo. «Gli effetti della liberalizzazione del trasporto aereo e il ruolo delle compagnie low cost». In: *XVIII Conferenza società italiana di economia pubblica* (set. 2006).
- [5] IATA. *Air Passenger Market Analysis*. URL: <https://www.iata.org/en/iata-repository/publications/economic-reports/air-passenger-market-analysis-november-2025/> (visitato il giorno 29/01/2026).
- [6] ICAO. *Annex 11 to the Convention on International Civil Aviation*. Lug. 2018.
- [7] ICAO. *Air traffic management - doc 4444*. 16<sup>a</sup> ed. ICAO, 2016.
- [8] M. Prandini, L. Piroddi, S. Puechmorel e S. L. Brazdilova. «Toward Air Traffic Complexity Assessment in New Generation Air Traffic Management Systems». In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 12.3 (set. 2011).

- [9] V. Kharchenko e Y. Chynchenko. «Aerospace systems for monitoring and control». In: *Proceedings of the National Aviation University* (2013).
- [10] IVAO. *Airspace structure*. IVAO Documentation Library. URL: [https://wiki.iviao.aero/en/home/training/documentation/Airspace\\_structure](https://wiki.iviao.aero/en/home/training/documentation/Airspace_structure) (visitato il giorno 29/01/2026).
- [11] *Struttura e classificazione dello spazio aereo italiano*. Desk Aeronautico. 26 Gen. 2026. URL: <https://www.deskaeronautico.it/spazi-aerei/> (visitato il giorno 04/02/2026).
- [12] G. Flynn, A. Benkouar e R. Christien. «Pessimistic sector capacity estimation». 2003.
- [13] EUROCONTROL. *Capacity analysis methodology (CAPAN)*. URL: <https://www.eurocontrol.int/methodology/capacity-analysis-methodology> (visitato il giorno 27/02/2026).
- [14] G. N. Lui, G. Lulli, M. Lema-Esposto e R. Martinez. «Airspace Sector Design: An Optimization Approach». In: *Proceedings of SESAR Innovation Days 2024*. Nov. 2024.
- [15] H. Hind, A. E. Omri, N. Abghour, K. Moussaid e M. Rida. «Dynamic airspace configuration: Review and open research issues». In: *4th International Conference on Logistics Operations Management (GOL)*. 2018 4th International Conference on Logistics Operations Management (GOL). IEEE, apr. 2018.
- [16] G. Enea, T. Reynolds, M. Weber, R. D. Codina e D. Schaefer. «Analysis of Weather-Driven Air Traffic Management Challenges for Major U.S. and European Airports». In: *Proceedings of the SESAR Innovation Days* (2024).
- [17] M. A. Militare. *Approfondimento Nefodina*. [www.meteoam.it](http://www.meteoam.it). URL: <https://www.meteoam.it/it/documentazione-tecnica/nefodina> (visitato il giorno 27/02/2026).

- 
- [18] *2025 European Aviation in numbers*. 6 Gen. 2026. URL: <https://www.eurocontrol.int/publication/eurocontrol-data-snapshot-57-2025-european-aviation-numbers> (visitato il giorno 11/02/2026).
- [19] S. R. Proud. «Analysis of aircraft flights near convective weather over Europe». In: *Weather* 70.10 (ott. 2015).
- [20] A. Albus-Moore. *Cross-Border Convection Forecast (CBCF)*. Eumetnet. 7 Mag. 2024. URL: <https://www.eumetnet.eu/cross-border-convection-forecast-cbcf/> (visitato il giorno 21/02/2026).
- [21] E. N. M. O. Centre. *FUA Temporary Instruction: Improve Collaboration with AMC on Weather Management*. FTI/25-007. EUROCONTROL, giu. 2025.
- [22] D. W. (DWD). *Cross Border Convection Forecast – Service Description*. 2024. URL: <https://eur-registry.swim.aero/services/dwd-cross-border-convection-forecast-10> (visitato il giorno 21/02/2026).
- [23] M. Bloem, P. Kopardekar e P. Gupta. «Algorithms for Combining Airspace Sectors». In: *Air Traffic Control Quarterly* 17.3 (lug. 2009).
- [24] P. Razzaghi, A. Tabrizian, W. Guo, S. Chen, A. Taye, E. Thompson, A. Bregeon, A. Baheri e P. Wei. «A Survey on Reinforcement Learning in Aviation Applications». In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 136 (ott. 2024).
- [25] M. Galeazzo, L. D. Giovanni, M. F. Lema-Esposto e G. Lulli. «An Integer Programming approach to Dynamic Airspace Configuration». In: *ICRAT 2024 Technical Papers*. International Conference on Research in Air Transportation. Lug. 2024.
- [26] G. N. Lui, G. Lulli, M. Galeazzo, L. De Giovanni, I. Garcia-Ovies Carro e R. Llorente Martinez. «A Robust Optimization Approach for Dynamic Airspace Configuration». In: *Proceedings of US-Europe Air Transportation Research & Development Symposium*. 2025.

- [27] D. Bertsimas e M. Sim. «The Price of Robustness». In: *Operations Research* 52.1 (feb. 2004).
- [28] M. Galeazzo. «Optimization Approaches for the Dynamic Airspace Configuration Problem». Tesi di dott. Università degli Studi di Padova, 30 set. 2025.
- [29] G. Enea, T. Reynolds e M. Weber. «Convective Weather Impact on Airspace Capacity: A Comparison between Permeability and Workload Based Approaches». In: *Proceedings of the SESAR Innovation Days*. 2025.
- [30] D. Serhan, S. W. Yoon e S. H. Chung. «Dynamic reconfiguration of terminal airspace during convective weather: Robust optimization and conditional value-at-risk approaches». In: *Computers & Industrial Engineering* 132 (giu. 2019).
- [31] M. Conforti, G. Cornuéjols e G. Zambelli. *Integer Programming*. Vol. 271. Graduate Texts in Mathematics. Cham: Springer International Publishing, 2014.
- [32] A. Mutapcic e S. Boyd. «Cutting-set methods for robust convex optimization with pessimizing oracles». In: *Optimization Methods and Software* 24.3 (giu. 2009).
- [33] D. Bertsimas, I. Dunning e M. Lubin. «Reformulation versus cutting-planes for robust optimization». In: *Computational Management Science* 13 (lug. 2015).
- [34] *Gurobi*. Gurobi Optimization. URL: <https://www.gurobi.com/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [35] *Google Colab*. Google Colab. URL: <https://colab.research.google.com/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [36] *Linguaggio di programmazione Python*. URL: <https://www.python.it/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [37] *gurobipy: Python interface to Gurobi*. Ver. 13.0.1.

- [38] *NumPy*. URL: <https://numpy.org/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [39] *pandas - Python Data Analysis Library*. URL: <https://pandas.pydata.org/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [40] *Matplotlib — Visualization with Python*. URL: <https://matplotlib.org/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [41] *shapely - Cerca con Google*. URL: <https://shapely.readthedocs.io/en/stable/> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [42] EUROCONTROL. *Demand data repository (DDR)*. URL: <https://www.eurocontrol.int/ddr> (visitato il giorno 04/03/2026).
- [43] EUROCONTROL. *Europe takes important steps towards Trajectory-Based Operations*. <https://www.eurocontrol.int/article/europe-takes-important-steps-towards-trajectory-based-operations>. Accessed: 2026. 2024.





