



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRICA

TESI DI LAUREA

METODOLOGIE DI CONTROLLO PER SISTEMI DI
CUSCINETTI MAGNETICI ATTIVI

Relatore: CH.MO PROF. SILVERIO BOLOGNANI
Correlatore: ING. GIUSEPPE BOMBEN

Laureando: GIACOMO ROMOLI

A.A. 2009/2010

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA

ai miei genitori, a Claudia, Carlo e Federico

Indice

Introduzione	1
1 Cuscinetti Magnetici Attivi	3
1.1 Generalità	3
1.2 Attuatori elettromagnetici	4
1.2.1 Principio di funzionamento	4
1.2.2 Attuatori bilateri	7
1.2.3 Velocità di variazione della forza	9
1.2.4 Controllo in tensione	10
1.3 Tipologie di cuscinetti magnetici	13
1.3.1 Configurazioni omopolari ed eteropolari	13
1.3.1.1 Effetto delle correnti parassite	15
1.3.2 Cuscinetti assiali	16
1.3.3 Sistemi di cuscinetti magnetici	17
1.3.3.1 Cuscinetti ausiliari	17
2 Dinamica dell'albero rotante	19
2.1 Proprietà di inerzia	19
2.2 Oscillazioni naturali del rotore rigido	22
2.2.1 Equazioni del moto	22
2.2.2 Stabilità del moto	25
2.2.3 Oscillazioni naturali	25
2.3 Effetti giroscopici	26
2.3.1 Moti di precessione	27
2.3.2 Comportamento asintotico in funzione di Ω	27
2.4 Sbilanciamenti e velocità critiche	28
3 Metodi di controllo	31
3.1 Modelli del sistema di cuscinetti magnetici	32
3.1.1 Attuatore bilatero	32
3.1.1.1 Attuatore con ingresso in corrente	32
3.1.1.2 Attuatore con ingresso in tensione	33
3.1.2 Sistema di cuscinetti magnetici a 4 gradi di libertà	35
3.1.2.1 Modelli con ingressi in corrente	35
3.1.2.2 Modello in spazio di stato	36
3.1.2.3 Modello non-lineare con ingressi in tensione	39
3.2 Controllo del sistema	39

3.2.1	Controllo in corrente PID decentrato	41
3.2.1.1	Il problema della posizione dei sensori	41
3.2.2	Controllo in corrente PID disaccoppiato	43
3.2.2.1	Disaccoppiamento dei moti dell'albero	43
3.2.3	Controllo in tensione con retroazione dello stato stimato	45
3.2.3.1	Controllo in spazio di stato	45
3.2.3.2	Osservatore asintotico dello stato	47
3.2.3.3	Schema di controllo	48
4	Simulazioni numeriche	51
4.1	Obiettivi e geometria del sistema di prova	51
4.1.1	Geometria del sistema	52
4.1.2	Le condizioni di prova	54
4.2	Confronti	55
5	Considerazioni finali e sviluppi futuri	69
5.1	Considerazioni finali sul collaudo virtuale	69
5.2	Sviluppi futuri di questo progetto	71
5.3	Campi di ricerca attiva	73
	Conclusioni	75
A	Momenti di inerzia di massa	77

Introduzione

Questo lavoro è scaturito da una proposta da parte dell'azienda Tecnogamma S.p.A. la quale ha posto il problema di sostituire con sospensioni magnetiche gli ordinari cuscinetti a sfere all'interno di strumenti dotati di albero cavo rotante a velocità molto elevate. L'obiettivo principale è di valutare per mezzo di modelli numerici la possibilità di implementazione di tale soluzione. Una volta inquadrato il problema, è iniziato lo studio del sistema albero rotante/cuscinetti magnetici.

Nel primo capitolo si analizzano gli attuatori magnetici, la loro natura, i legami tra forza/corrente e spostamento/corrente. Si mostrano poi le combinazioni di attuatori magnetici bilateri che costituiscono i cuscinetti magnetici attivi, valutando le caratteristiche di massima delle varianti omopolare ed eteropolare. Si illustra quindi la struttura di una sospensione magnetica composta da due cuscinetti radiali ed uno assiale. Infine si studia la dinamica circuitale per ottenere le relazioni tensione/corrente e tensione/spostamento necessarie ai fini del controllo.

Nel secondo capitolo viene studiata la dinamica dell'albero rotante, con l'ipotesi di rotore rigido. Vengono messi in evidenza i modi di oscillazione di un albero sospeso elasticamente e una rappresentazione delle equazioni del moto in coordinate lagrangiane, fondamentale per attuare tecniche di controllo evolute.

Nel terzo capitolo la prima parte è dedicata ai modelli lineari e non-lineari di un sistema di cuscinetti magnetici a 4 gradi di libertà, realizzati in SimulinkTM, con ingresso in corrente ed in tensione. La seconda parte invece, sulla base dei modelli del sistema elettromeccanico, prende in esame tre diverse opzioni di controllo di complessità e prestazioni crescenti. Nell'ordine vengono analizzati un controllo PID decentrato in corrente, un controllo PID sempre in corrente ma con disaccoppiamento tra gli assi di controllo, ed infine un controllo LQ in tensione con retroazione dello stato stimato.

Il quarto capitolo è incentrato sulle simulazioni numeriche. Inizialmente è stata impostata l'intera geometria del sistema tenendo conto delle caratteristiche dell'albero rotante definite da Tecnogamma. Sono state definite sei condizioni di prova riconosciute come significative, tali da mettere in luce i comportamenti del sistema controllato secondo i tre metodi del capitolo precedente. Sono state quindi riportate in grafici le variabili di interesse, ovvero gli spostamenti, le correnti e, per il controllo LQ, le tensioni.

Nel quinto capitolo sono state fatte delle considerazioni riassuntive, è stata elencata inoltre una serie di possibili sviluppi futuri e si è fatto un rapido riepilogo delle ricerche attive in questo campo.

Capitolo 1

Cuscinetti Magnetici Attivi

1.1 Generalità

Con il termine “cuscinetto magnetico attivo” si intende una struttura costruita per sostenere un albero rotante senza contatto, facendo uso delle forze attrattive generate da una serie di elettromagneti opportunamente disposti e controllati in maniera attiva, eventualmente coadiuvati da magneti permanenti. Il cuscinetto magnetico viene utilizzato al posto degli usuali cuscinetti a sfere per una serie di applicazioni nelle quali questi ultimi si rivelano insufficienti o inadeguati, come nelle pompe turbomolecolari¹, negli azionamenti a velocità estremamente elevate (specialmente turbopompe, soffianti e compressori per gas puri, turbogeneratori), in applicazioni biomedicali come i cuori artificiali, in apparecchiature di misura e negli accumulatori energetici *flywheel*².

Tra i molti vantaggi dati dall'assenza di contatto c'è anche un range estremamente ampio di temperature di utilizzo (dai -270 °C ai 550 °C) e di possibilità di dimensionamento (si possono sostenere rotori di dimensioni microscopiche o rotori di pompe pesanti diverse tonnellate).

Il cuscinetto magnetico è una tipica applicazione mecatronica, essendo l'unione di un attuatore elettromagnetico e di un sistema controllo elettronico costituito dall'insieme di sensori, dall'unità di calcolo che processa i dati e dal driver (l'inverter) che alimenta l'attuatore. Un ruolo sempre più importante è quello del software di controllo: stante la relativa semplicità della parte elettromeccanica, è possibile avere nel sistema comportamenti complessi, che possono prevedere smorzamento attivo di vibrazioni (ad esempio per oltrepassare le velocità critiche nell'accelerazione di alberi flessibili), riconoscimento di eccentricità e analisi di imperfezioni superficiali e altro. Queste possibilità stanno aprendo scenari sempre più vasti per l'utilizzo di cuscinetti magnetici in applicazioni tecnologiche, date le caratteristiche di componenti intelligenti di questi ultimi.

Nei prossimi paragrafi verrà analizzata la parte elettromeccanica, considerando aspetti e caratteristiche dell'attuatore elettromagnetico che poi determineranno le possibilità di controllo.

¹Le pompe turbomolecolari sono utilizzate per ottenere alti livelli di vuoto, e un cuscinetto a sfera oltre a non garantire la tenuta può dare luogo a una contaminazione a causa dei lubrificanti.

²Applicazioni nelle quali gli attriti meccanici sono assolutamente dannosi.

1.2 Attuatori elettromagnetici

In questa sezione vengono descritte le principali caratteristiche del cuscinetto magnetico. Si analizza il circuito magnetico, composto dall'ancora ferromagnetica mobile, dai traferri (*air-gap*) e dal nucleo dell'elettromagnete, e successivamente si ricava l'espressione della forza.

1.2.1 Principio di funzionamento

Un semplice attuttore magnetico è quello rappresentato in figura, costituito da un elettromagnete a forma di ferro di cavallo e da un blocco di materiale ferromagnetico. L'avvolgimento dell'elettromagnete è composto da N spire di filo di rame isolato. Le variabili del sistema sono la corrente $i(t)$, l'ampiezza del traferro $g(t)$ e la forza attrattiva generata a livello dei traferri $f(t)$. Il fine di questa analisi è ricavare il legame tra queste grandezze in modo da impostare delle strategie di controllo. Più avanti verrà considerato anche il legame tra tensione in ingresso e corrente, il quale essendo a sua volta una relazione differenziale porta ad una maggiore complessità delle soluzioni di controllo.

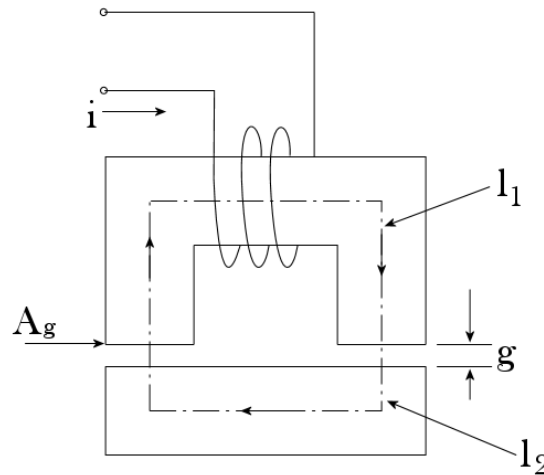


Figura 1.1: Schema di attuttore magnetico

Per cominciare l'analisi del dispositivo è necessario ricavarne il modello a parametri concentrati a partire dalla geometria del sistema. Per fare ciò devono essere trascurati in prima approssimazione alcuni aspetti (come i flussi dispersi, la dipendenza della permeabilità magnetica da \mathbf{B} , altre non-idealità) in modo da considerare le caratteristiche principali.

Linearizzando il circuito magnetico, si applica la legge di Hopkinson nella forma:

$$Ni(t) = \sum_i \mathfrak{R}_{c_i} \varphi(t) \quad (1.1)$$

dove $\mathfrak{R}_{c_i} = \frac{l_i}{\mu_i A_i}$ indica la riluttanza del tratto di circuito i -esimo e $\varphi(t) = B_i A_i$ il flusso che attraversa i vari tratti.

Data quindi la forza magnetomotrice Ni dovuta alla corrente che fluisce nell'avvolgimento, per la conservazione del flusso si calcola il valore del campo B al traferro come segue, tenendo conto che la sezione dei tratti è costante:

$$Ni = \frac{B_1 l_1}{\mu_1} + \frac{B_2 l_2}{\mu_2} + \frac{B_g g_1}{\mu_g} + \frac{B_g g_2}{\mu_g} \quad (1.2)$$

Tenendo conto del fatto che i tratti 1 e 2 sono in materiale ferromagnetico e che i traferri sono in aria (o in altri fluidi), $\mu_{1,2} \gg \mu_g \simeq \mu_0$ per cui l'effetto dei primi sulla riluttanza totale del circuito è trascurabile. Infatti:

$$B_g = \frac{\mu_0 Ni}{2g} \quad (1.3)$$

Si introduce ora il concetto di energia magnetica immagazzinata nel sistema, definita come:

$$W_m = \int_0^{\varphi_0} i d\varphi \quad (1.4)$$

Nei circuiti magnetici con componenti ferromagnetiche, come nel caso in esame, il legame tra flusso concatenato φ e corrente i è lineare solo per bassi valori di quest'ultima, mentre a valori elevati il nucleo ferromagnetico satura dando luogo ad una caratteristica non-lineare³.

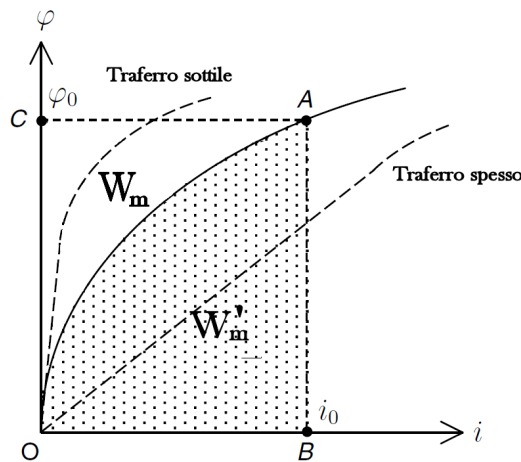


Figura 1.2: Energia magnetica e coenergia

La curva di magnetizzazione dipende anche dallo spessore x del traferro. Se il traferro è sottile, la curva φ/i dipende principalmente dalla parte ferromagnetica e risulta non-lineare a causa della saturazione. Per traferri di elevato spessore invece la curva risulta più lineare a causa del preponderante effetto della riluttanza della parte in aria (non saturabile).

Richiamando la formula 1.4 in relazione alla figura, si consideri il punto di lavoro $A(i_0, \varphi_0)$. L'energia magnetica $W_m(A)$ è rappresentata allora dall'area OAC.

³Nel caso dell'acciaio al silicio comunemente usato si hanno valori di induzione magnetica B di saturazione compresi tra 1.2 e 1.8 T. L'esatta forma della curva di saturazione dipende dalle caratteristiche del materiale ed è normalmente fornita dal produttore

Per aiutare l'analisi si definisce inoltre, senza preciso riferimento fisico, la quantità co-energia magnetica, rappresentata dall'area OAB in figura, come:

$$W'_m = \int_0^{i_0} \varphi di = i_0 \varphi_0 - W_m \quad (1.5)$$

Le variabili indipendenti di questo sistema sono la corrente di avvolgimento i e la variazione dello spessore del traferro x . Se lo spessore del traferro viene variato di δx si può vedere che il lavoro infinitesimo $F \times \delta x$ effettuato è uguale alla variazione di co-energia del sistema. A questo punto la forza magnetica tra l'elemento fisso e quello mobile del sistema si può esprimere come la derivata parziale della co-energia magnetica nello spostamento:

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial x} \quad (1.6)$$

Questa espressione rimane valida anche per una caratteristica di magnetizzazione non lineare. Se invece si adotta una caratteristica di magnetizzazione lineare (come nel caso di traferro spesso), si ha l'equivalenza dell'energia magnetica e della co-energia, per cui, nel caso di sistemi magnetici lineari, vale:

$$F = \frac{\partial W_m}{\partial x} \quad (1.7)$$

Sempre nel caso di sistema lineare, si ha l'autoinduttanza L costante, e vale $\varphi = Li$, per cui la co-energia magnetica può essere scritta come:

$$W'_m = \int_0^i Lidi = \frac{1}{2} Li^2 \quad (1.8)$$

La forza magnetica assume quindi l'espressione:

$$F = \frac{\partial W'_m}{\partial x} = \frac{\partial L i^2}{\partial x 2} \quad (1.9)$$

Posta l'autoinduttanza:

$$L_0 = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_g} = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{2g} \quad (1.10)$$

dove A_g è la superficie di affacciamento del traferro e g il suo spessore nominale, si può scrivere per il sistema in esame:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{L_0}{g} \quad (1.11)$$

Sostituendola nell'espressione 1.9, si ottiene:

$$F = \frac{L_0 i^2}{g 2} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (1.12)$$

Ricordando ora l'espressione trovata per l'induzione magnetica al traferro e sostituendo nell'equazione precedente, si ottiene la forza magnetica in funzione di B_g , che è la ben nota *equazione degli sforzi di Maxwell*⁴:

$$F = \frac{B_g^2}{2\mu_0} 2A_g \quad (1.13)$$

Quanto ricavato fin'ora mostra che il modulo della forza magnetica generata (sempre attrattiva) è proporzionale al quadrato dell'induzione B al traferro. Sapendo che il limite di saturazione dei materiali ferromagnetici si aggira intorno a 1.7 T, è possibile stimare le massime forze esprimibili. Per applicazioni ordinarie si riesce ad ottenere nel traferro $B \simeq 1$ T, che corrisponde ad una forza specifica di 40N/cm².

1.2.2 Attuatori bilateri

Combinando due attuatori monolateri come quelli appena descritti si ottiene un dispositivo capace di esercitare forze nei due versi, ed inoltre è possibile usare uno stratagemma per avere un ragionevole punto di lavoro nell'ottica del controllo. In figura è illustrato un corpo mobile rettangolare: esso può essere visto come la sezione longitudinale di un albero rotante (configurazione omopolare), ma si può adottare questa soluzione anche considerando il corpo mobile come la sezione trasversale di un albero (configurazione eteropolare). Queste due soluzioni verranno viste più avanti.

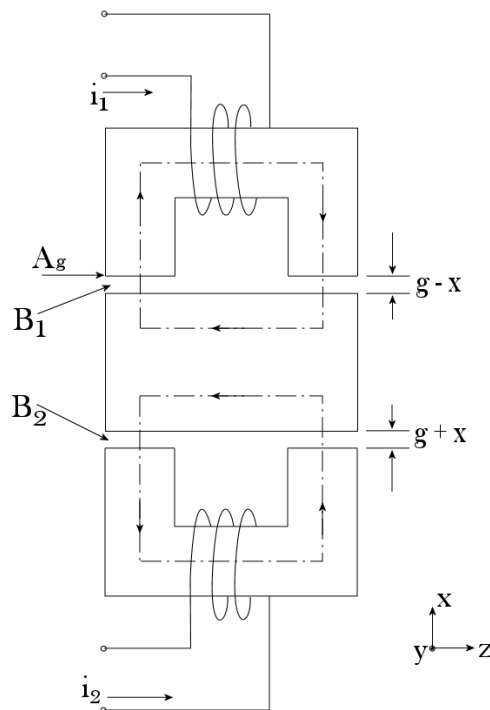


Figura 1.3: Attuatore magnetico bilatero

⁴Si vedano [1] e [2] per una trattazione accurata.

La combinazione delle forze dei due attuatori si può scrivere, in riferimento alla figura, come:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{4} \left(\frac{i_1^2}{(g-x)^2} - \frac{i_2^2}{(g+x)^2} \right) \quad (1.14)$$

Come si può vedere, la dipendenza dalle correnti, come la dipendenza dallo spostamento x , è di tipo quadratico. Per poter progettare un sistema di controllo (in corrente per cominciare) è necessario trovare un punto di lavoro efficace ed eseguire una linearizzazione dell'equazione in un opportuno intorno. Si anticipa che, essendo la forza magnetica attrattiva, tale punto di lavoro sarà di equilibrio *instabile*.

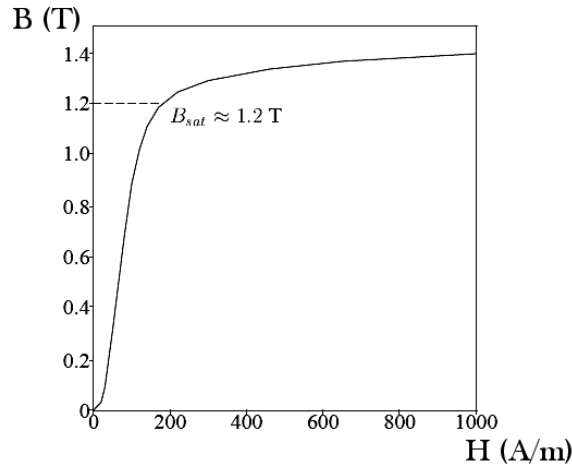


Figura 1.4: Curva B/H per acciaio al 3 % di silicio

Come si può osservare in fig. 1.4, la zona utile della curva di magnetizzazione è quella compresa tra lo zero e $H(B_{sat})$, per cui si definisce un punto di lavoro P_0 e si opera la linearizzazione espandendo l'espressione 1.14 in serie di Taylor arrestata al primo ordine. Si noti che si hanno due correnti, mentre si desidera controllare lo spostamento mediante una sola variabile. Per fare questo si pone:

$$i_1 = I_b + i_p \quad (1.15a)$$

$$i_2 = I_b - i_p \quad (1.15b)$$

I_b è detta *corrente di bias* (o di premagnetizzazione), i_p è invece la *corrente di controllo*, con la ovvia limitazione $|i_p| < I_b$. Per sfruttare adeguatamente tutto il range di forza disponibile, è buona norma porre $I_b = 0.5I_{sat}$, ovvero premagnetizzare il circuito magnetico da ambo i lati con un valore di B pari a metà del valore di saturazione⁵. La scelta di porre $x_0 = 0$ pone il punto di lavoro al centro geometrico

⁵Guardando 1.3 si ricava:

$$I_{sat} = \frac{2gB_{sat}}{N\mu_0}$$

Volendo utilizzare valori di I_b diversi da $I_{sat}/2$ si riduce il range di variazione di i_p e si ha un cattivo sfruttamento del nucleo magnetico. La premagnetizzazione può essere anche fatta a mezzo di magneti permanenti, anche se ciò comporta diverse complicazioni

del sistema. L'espressione della forza diventa:

$$F(i_p, x) = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{4} \left(\frac{(I_b + i_p)^2}{(g - x)^2} - \frac{(I_b - i_p)^2}{(g + x)^2} \right) \quad (1.16)$$

Linearizzando questa forma nel punto $P_0(i_{p_0} = 0, x_0 = 0)$:

$$F(i_p, x) \simeq F(i_{p_0}, x_0) + \left. \frac{\partial F}{\partial i_p} \right|_{\substack{i_p=i_{p_0} \\ x=x_0}} (i_p - i_{p_0}) + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{\substack{i_p=i_{p_0} \\ x=x_0}} (x - x_0) \quad (1.17)$$

Si osservino le due derivate parziali:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial i_p} \right|_{\substack{i_p=i_{p_0} \\ x=x_0}} = k_i = \frac{\mu_0 N^2 A_g I_b}{g^2} \quad (1.18a)$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{\substack{i_p=i_{p_0} \\ x=x_0}} = -k_s = \frac{\mu_0 N^2 A_g I_b^2}{g^3} \quad (1.18b)$$

k_i è detto *guadagno dell'attuatore*⁶ mentre k_s è detto *rigidezza in catena aperta*⁷ (definito < 0). A questo punto, tenendo presente che $F(P_0) = 0$ per la simmetria del sistema, l'espressione della forza è:

$$F(i_p, x) = k_i i_p - k_s x \quad (1.19)$$

Alcune osservazioni: la rigidezza in catena aperta appare in questa espressione come una costante di elasticità (componente di forza dipendente dallo spostamento), con il problema che è definita negativa. Appare chiaro che il sistema ha il comportamento (per corrente di controllo nulla) di un repulsore armonico⁸, ossia è *intrinsecamente instabile*. Il lavoro del controller, come si vedrà più avanti, sarà quindi di far assomigliare il sistema ad un oscillatore smorzato (contrastando l'azione della rigidezza negativa ad esempio mediante un regolatore PD).

1.2.3 Velocità di variazione della forza

Un ulteriore aspetto da considerare è il limite imposto alla velocità di variazione della forza (*force slew rate*). Questa variazione, legata alla variazione della corrente, non può essere istantanea a causa dell'autoinduttanza L_0 ricavata all'inizio. L'espressione seguente mette in risalto questo fatto:

$$\left| \frac{dF}{dt} \right|_{max} \simeq k_i \left| \frac{di}{dt} \right|_{max} \quad (1.20)$$

Ignorando la resistenza dell'avvolgimento, si vede che il limite allo *slew rate* della corrente è dato dalla massima tensione applicabile, ovvero il limite è posto dall'inverter

⁶ *actuator gain*, conosciuto in letteratura anche come *force/current factor*

⁷ *open loop stiffness*, conosciuto in letteratura anche come *force/displacement factor*

⁸ Un oscillatore armonico al contrario ha una rigidezza positiva nella classica espressione della forza elastica $F = -kx$

utilizzato per alimentare il circuito:

$$\left| \frac{di}{dt} \right|_{max} \simeq \frac{|V_{max}|}{L_0} \quad (1.21)$$

Ora, sostituendo la 1.10 nell'espressione precedente si ricava che:

$$\left| \frac{dF}{dt} \right|_{max} \simeq k_i \frac{|V_{max}|}{L_0} = \frac{2I_b V_{max}}{g} \quad (1.22)$$

Se si definisce (diversamente da quanto fatto in precedenza) $I_b = \alpha I_{sat}$ si nota che, ai fini dell'aumento della velocità di salita della forza (parametro che si ripercuote sulla prontezza di risposta nel controllo), è preferibile avere un traferro sottile (g piccolo) e α elevato. D'altronde, se si considera che k_s è un fattore svantaggioso mentre k_i è un fattore vantaggioso, mettendoli a confronto:

$$\frac{k_s}{k_i/N} = -\frac{B_b}{\mu_0} = -\alpha \frac{B_{sat}}{\mu_0} \quad (1.23)$$

si vede che un valore troppo elevato di α va a rafforzare l'indesiderata rigidità in catena aperta. Rimane quindi un'ottimo compromesso mantenere $\alpha = 0.5$.

1.2.4 Controllo in tensione

Fino a questo punto si è considerato il sistema avente come variabile di controllo la corrente, cosa che peraltro è molto frequente in ambito industriale. In questa maniera però si ignora completamente il comportamento elettrico del circuito, demandando l'erogazione della tensione corretta al controllo interno dell'inverter generatore di corrente. Per quanto questa prassi possa permettere l'utilizzo di componenti standard e ben collaudati all'interno di un sistema di sospensione magnetica, si rinuncia ad un incremento di prestazioni in favore della semplicità di controllo. In questa sezione si analizza la dinamica elettrica del circuito, che sarà fondamentale nella progettazione di un più complesso metodo di controllo che lavori con una rappresentazione di stato del sistema.

Nella figura 1.5 vengono evidenziate le resistenze R_1 ed R_2 e le induttanze L_1 e L_2 , agli effetti delle quali si aggiunge la forza elettromotrice indotta dalla variazione del traferro. Prima di entrare nel dettaglio si danno alcune definizioni.

Siano rispettivamente:

$$\varphi(i, s)$$

il flusso principale e:

$$\psi(i, s) = N\varphi(i, s)$$

il flusso totale concatenato, sia inoltre l'autoinduttanza:

$$L(s) = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_g} = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{2s} \quad (1.24)$$

dove s indica lo spessore variabile del traferro. Ovviamente $i = i(t)$ e $s = s(t)$.

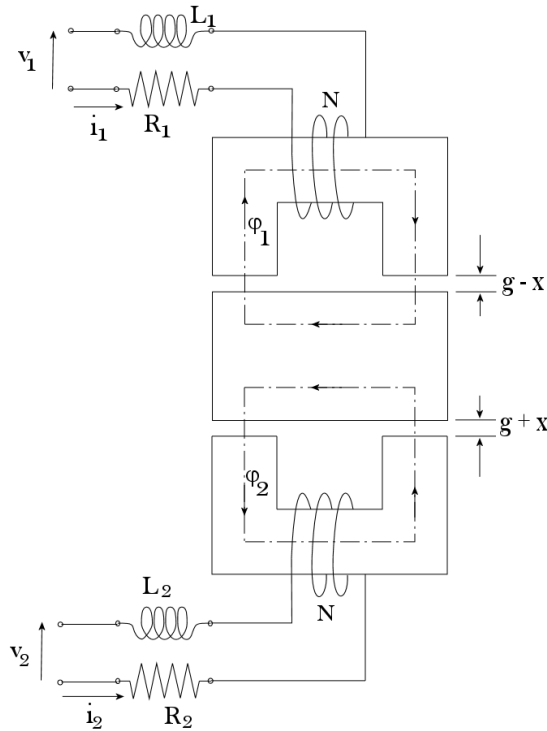


Figura 1.5: Schema elettrico dell'attuatore bilatero

Per ognuno dei due lati vale:

$$v = Ri(t) + \frac{d\psi}{dt} \quad (1.25)$$

É inoltre possibile scrivere:

$$\psi(i, s) = L(s)i(t) \quad (1.26)$$

Si può esplicitare quindi l'espressione della tensione in modo da ricavare in maniera esplicita la dipendenza dalle derivate dello spostamento e della corrente:

$$v(t) = Ri(t) + \frac{d\psi(i, s)}{dt} \quad (1.27a)$$

$$= Ri(t) + \frac{d(L(s)i(t))}{dt} \quad (1.27b)$$

$$= Ri(t) + \frac{dL(s(t))}{dt}i(t) + L(s)\frac{di(t)}{dt} \quad (1.27c)$$

$$= Ri(t) + \frac{dL(s)}{ds}i(t)\frac{ds}{dt} + L(s)\frac{di(t)}{dt} \quad (1.27d)$$

Questa espressione va ora adattata ai due circuiti dell'attuatore. Per mantenere una sola tensione di controllo, similmente a quanto fatto nel caso del controllo in

corrente, si ridefiniscono le due tensioni come:

$$v_1 = V_b + v_p \quad (1.28a)$$

$$v_2 = V_b - v_p \quad (1.28b)$$

e i due spostamenti come:

$$s_1 = g - x \quad (1.29a)$$

$$s_2 = g + x \quad (1.29b)$$

Posta ovviamente $V_b = RI_b$ *tensione di bias*, e ricordando le 1.15, le espressioni per i due circuiti diventano:

$$v_1 = R_1 i_1 + k_{u1}(i_1, x) \frac{ds_1}{dt} + L_1(x) \frac{di_1}{dt} \quad (1.30a)$$

$$\begin{aligned} &| \\ &= V_b + R_1 i_p - k_{u1}(i_p, x) \cdot -\frac{dx}{dt} + L_1(x) \frac{di_p}{dt} \end{aligned} \quad (1.30b)$$

$$v_2 = R_2 i_2 + k_{u2}(i_2, x) \frac{ds_2}{dt} + L_2(x) \frac{di_2}{dt} \quad (1.30c)$$

$$\begin{aligned} &| \\ &= V_b - R_2 i_p - k_{u2}(i_p, x) \frac{dx}{dt} - L_2(x) \frac{di_p}{dt} \end{aligned} \quad (1.30d)$$

Si esplicitano i coefficienti utilizzati:

$$k_{u1}(i_p, x) = \frac{dL_1}{dx} = \frac{\mu_0 N^2 A_g (I_b + i_p)}{2(g - x)^2} \quad (1.31a)$$

$$k_{u2}(i_p, x) = \frac{dL_2}{dx} = \frac{\mu_0 N^2 A_g (I_b - i_p)}{2(g + x)^2} \quad (1.31b)$$

$$L_1(x) = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{2(g - x)} \quad (1.31c)$$

$$L_2(x) = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{2(g + x)} \quad (1.31d)$$

Linearizzando questi coefficienti nel punto di lavoro $P_0(v_{p0} = 0, i_{p0} = 0, x_0 = 0)$ si può vedere che questi diventano uguali per i due circuiti. Questo fatto autorizza a scrivere l'equazione differenziale (lineare alle derivate parziali) che lega tensione corrente e derivata dello spostamento:

$$v_p(t) = Ri_p(t) + k_u \frac{dx}{dt} + L \frac{di_p}{dt} \quad (1.32)$$

in cui ovviamente $k_u = \frac{\mu_0 N^2 A_g I_b}{2g^2}$ e $L = \frac{\mu_0 N^2 A_g}{2g}$. Si nota immediatamente che $k_u = \frac{1}{2}k_i$, infatti i due coefficienti sarebbero uguali nell'attuatore magnetico monolatero.

1.3 Tipologie di cuscinetti magnetici

I cuscinetti magnetici, come detto inizialmente, utilizzano la sospensione magnetica per sostenere normalmente alberi rotanti senza contatto. L'elemento base che permette di esercitare le forze a mantenere il rotore in equilibrio è l'attuatore magnetico bilatero. Questo esercita forze lungo una direzione (*asse di controllo*) in ambo i versi. A seconda di come vengono disposti i singoli attuatori e quanti ne vengono usati si ottengono diverse configurazioni geometriche, ognuna con le proprie peculiarità. Esistono cuscinetti che presentano un unico statore a corona dal quale si dipartono le scarpe polari (questo sistema permette a volte di sfruttare meglio il nucleo stesso a livello di saturazione, ma complica il controllo), in vario numero (tipicamente 3, 6, 8). Solitamente queste soluzioni necessitano di uno studio non banale dell'andamento dei flussi, ma garantiscono una certa omogeneità nel modulo della massima forza esercitabile in ogni direzione⁹. Tralasciando questi aspetti, legati ad un'ottimizzazione dell'implementazione, si evidenziano le tre tipologie fondamentali: cuscinetti radiali omopolari, eteropolari ed assiali.

1.3.1 Configurazioni omopolari ed eteropolari

Queste due configurazioni sono le più semplici da analizzare, soprattutto nella versione con due direzioni ortogonali di azione (solitamente x orizzontale e y verticale, ma a volte anche due assi sfasati di $\pm 45^\circ$ dalla verticale). Nelle figure 1.6 e 1.7 si può vedere lo schema di entrambe.

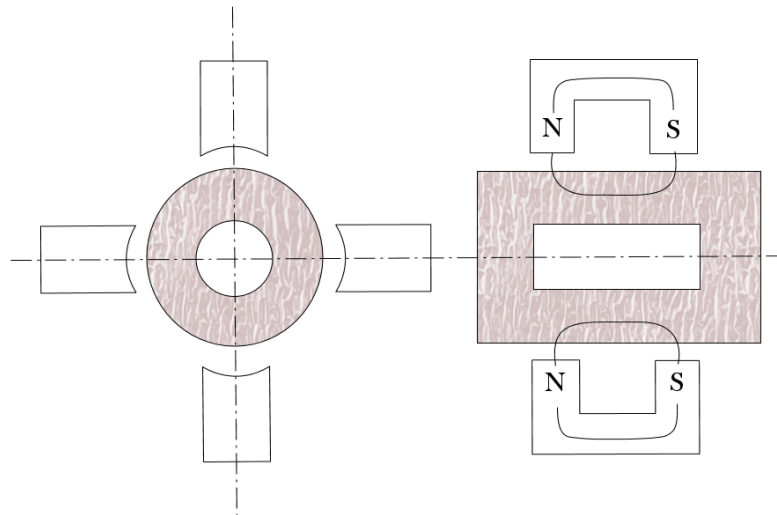


Figura 1.6: Configurazione omopolare

Di entrambe le geometrie si evidenziano vantaggi e svantaggi.

⁹Questo effetto deriva dalla combinazione vettoriale delle forze esercitate lungo più direzioni, al posto di avere solo due direzioni ortogonali se ne utilizzano 3, 4, etc. La disomogeneità con due sole direzioni si evidenzia quando si sommano le massime forze, ad esempio $|\mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y| = \sqrt{2}|\mathbf{F}_x| = \sqrt{2}|\mathbf{F}_y|$

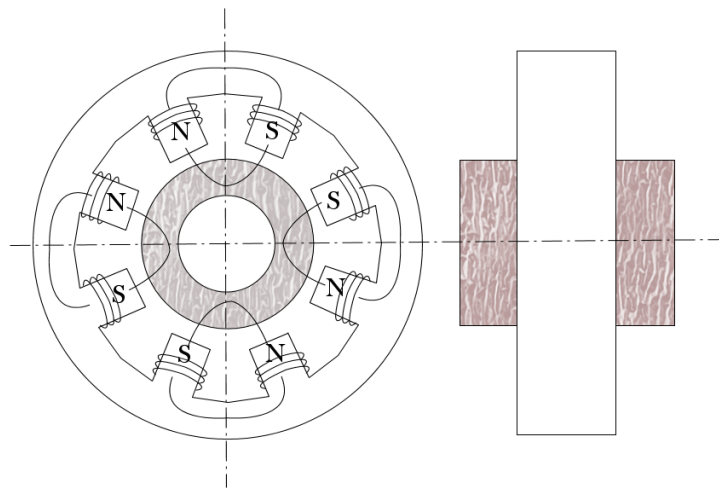


Figura 1.7: Configurazione eteropolare

Cuscinetti omopolari

Vantaggi:

- Basse perdite per isteresi
- Possibilità di evitare la laminazione del rotore
- Possibilità di inserire sensori non magnetici¹⁰ tra le scarpe polari evitando problemi di *non collocation* tra questi ultimi e la retta di azione della forza
- Le correnti parassite distorcono geometricamente il flusso in maniera simmetrica con effetto complessivo nullo

Svantaggi:

- Maggiore spazio occupato, maggiore peso
- Notevole ingombro assiale
- Peggior sfruttamento del nucleo ferromagnetico

Cuscinetti eteropolari

Vantaggi:

- Geometria di statore simile a quella dei motori (tecnologia diffusa)
- Maggiore compattezza assiale
- Migliore sfruttamento del nucleo ferromagnetico, specie nelle configurazioni con molti poli

¹⁰Che non siano sonde di Hall.

Svantaggi:

- Necessità di laminare il rotore
- Perdite per isteresi e correnti parassite più elevate
- I sensori non magnetici vanno posti al di fuori del cuscinetto (presente il problema di *non-collocation* che complica il controllo)
- Le correnti parassite distorcono geometricamente il flusso sotto le scarpe polari in maniera non simmetrica, con effetto di disturbo sul controllo proporzionale alla velocità del rotore.



Figura 1.8: Cuscinetto magnetico eteropolare

1.3.1.1 Effetto delle correnti parassite

Si consideri il passaggio della superficie del rotore sotto una scarpa polare a velocità v . L'area della scarpa polare affacciata al rotore è attraversata dal flusso di B , il quale attraversa in modo opportuno il rotore per richiudersi poi su una seconda scarpa polare. In prima approssimazione si consideri B costante ed uniforme sotto la scarpa polare.

L'effetto del passaggio della superficie conduttrice attraverso il campo B è la generazione di una forza elettromotrice indotta, che da luogo a correnti parassite. Si supponga che il rotore non sia laminato: la richiusura di tali correnti parassite è differente nei casi di geometria omopolare o eteropolare, come si può vedere in figura.

Queste correnti parassite producono a loro volta un flusso di reazione, il cui effetto è ben diverso nei due casi (figura 1.9). Nel caso omopolare le correnti si richiudono attorno alle singole scarpe polari, per cui l'effetto totale di B_p (induzione di reazione) è simmetricamente bilanciato, senza altri effetti.

Nel caso eteropolare invece le correnti partono da sotto un polo e vanno a chiudersi sotto quello opposto (in figura hanno un percorso in senso antiorario). Si ha B_p uscente che va a sommarsi al campo B del polo sinistro (uscente) e a sottrarsi al campo B del polo destro (entrante). Poiché la forza attrattiva generata dal cuscinetto è legata proprio al modulo di B , si osserva che questo effetto sposta verso sinistra (concorde alla velocità, quindi in ritardo) la retta di azione di tale forza. Agli effetti del controllo questo appare come un ritardo di fase, e rappresenta un accoppiamento

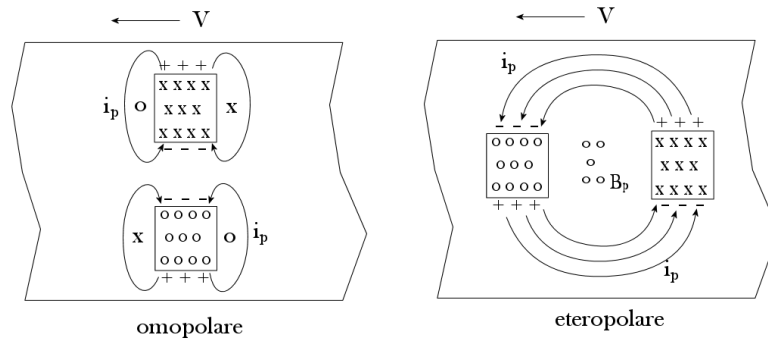


Figura 1.9: Correnti parassite indotte nel caso omipolare ed eteropolare, sviluppo della superficie del rotore

incrociato tra i due assi x e y di controllo¹¹. Mentre una descrizione qualitativa del fenomeno è sempre possibile, una quantificazione degli effetti richiede normalmente un'indagine numerica. Questo è tuttora un argomento di attiva ricerca.

1.3.2 Cuscinetti assiali

Noti anche come *thrust bearings*, sono quei cuscinetti il cui compito è contrastare le spinte assiali.

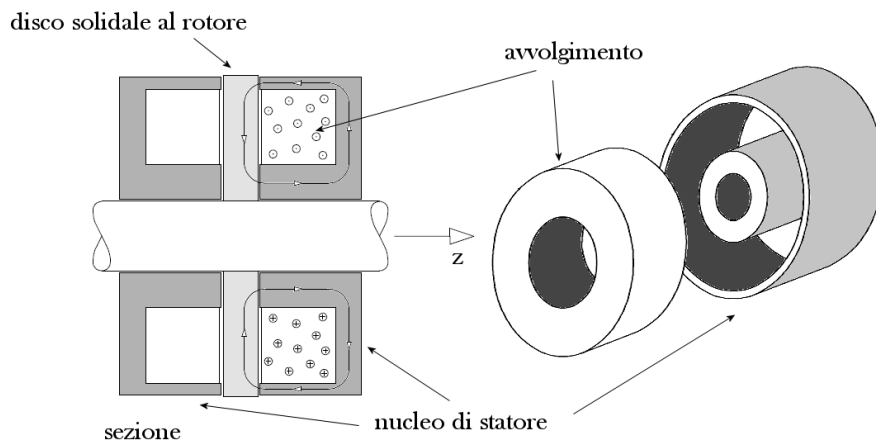


Figura 1.10: Cuscinetto magnetico assiale, vista in sezione e dettaglio del nucleo

Si presentano concettualmente come attuatori bilateri, ma la loro geometria è a simmetria cilindrica (figura 1.10), e questo fatto porta con sé alcune problematiche non facili da risolvere, come l'impossibilità di ottenere nuclei e dischi opportunamente laminati per limitare le correnti parassite. Per questo motivo la dissipazione del calore acquista qui una particolare importanza. Inoltre, se il disco solidale all'albero va in saturazione, è possibile che il flusso vada a richiudersi sul nucleo dello statore opposto, con gravi problemi di controllo.

¹¹Uno studio di tali accoppiamenti incrociati si trova in [3].

1.3.3 Sistemi di cuscinetti magnetici

Tipicamente i cuscinetti magnetici sono utilizzati in sistemi di sospensione magnetica completi¹². La configurazione standard prevede due cuscinetti radiali e un cuscinetto assiale (vedi figura), la cui disposizione può variare a seconda delle esigenze.

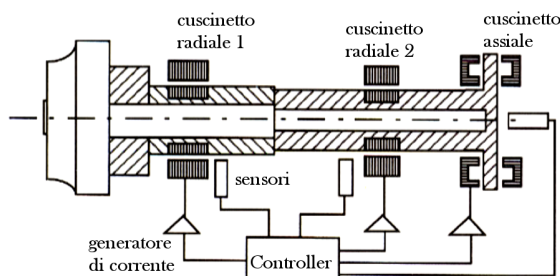


Figura 1.11: Sistema di sospensione magnetica in sezione

Se si ha a che fare con alberi lunghi, nei quali la flessibilità diventa un problema molto evidente, solitamente si hanno più cuscinetti radiali, posti nelle posizioni più idonee al fine di contenere le vibrazioni. Il controllo dei sistemi di cuscinetti magnetici è di tipo diverso in dipendenza della complessità del sistema e delle prestazioni richieste, ma nei classici sistemi in 5 assi di controllo (ovvero x-y per ciascuno dei due cuscinetti radiali e z per il cuscinetto assiale) si ha quasi sempre l'asse z (e quindi il controllo del *thrust bearing*) indipendente dal resto. In letteratura si trovano degli studi per gli effetti di seconda approssimazione.

1.3.3.1 Cuscinetti ausiliari

Poiché il sistema di sospensione magnetica in assenza di corrente (sistema di controllo *offline* o caso di guasto) non assicura il sostegno dell'albero, è necessario provvedere ad aggiungere al sistema opportuni cuscinetti di sicurezza¹³. Si tratta tipicamente di cuscinetti a sfere, o meno frequentemente a strisciamento, il cui diametro interno è tale da non avere contatto in condizioni normali, ma che assicurano la limitazione dei movimenti dell'albero in caso di forti sollecitazioni, malfunzionamenti, avvio e spegnimento del sistema.

Dato che nella vita operativa della macchina dotata di sospensione magnetica sono senz'altro da prevedere urti e contatti con i *retainer bearings*, il recupero della posizione e l'effetto degli urti sulle traiettorie dell'asse dell'albero rotante (soprattutto per grandi velocità di rotazione con conseguenti notevoli effetti giroscopici) sono anch'essi oggetto di ricerca[4].

¹²Anche se non mancano applicazioni sperimentali di analisi di vibrazioni e di rilevamento delle imperfezioni degli alberi che impiegano cuscinetti radiali singoli opportunamente disposti.

¹³Noti in letteratura come *retainer bearings*.

Capitolo 2

Dinamica dell'albero rotante

In questo capitolo si fa un'analisi di massima della dinamica del rotore rigido, valutandone il comportamento giroscopico e le caratteristiche relative alle problematiche di controllo. Si tralascia invece lo studio del rotore flessibile, di ben altra complessità, dato che l'albero rotante considerato nel problema di controllo di questa tesi non presenta caratteristiche di snellezza. È ragionevole quindi trascurare in prima approssimazione gli effetti della flessibilità.

2.1 Proprietà di inerzia

Si richiamano qui le proprietà di inerzia del corpo rigido, mettendole in relazione alla dinamica dei rotori. Tali proprietà, legate ai moti di rotazione, sono caratterizzate da sei momenti di massa di secondo ordine, chiamati *momenti scalari*. Per esprimere queste grandezze, divise in *momenti di inerzia* e *prodotti di inerzia* si definisce un sistema di riferimento **P**-*xyz* solidale con il corpo in esame, così da avere (con ovvio significato dei simboli):

Momenti di inerzia:

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dm$$

$$I_y = \int (z^2 + x^2) dm$$

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dm$$

Prodotti di inerzia:

$$I_{yz} = \int yz dm$$

$$I_{zx} = \int zx dm \quad (2.1)$$

$$I_{xy} = \int xy dm$$

Per i momenti di inerzia valgono le seguenti disuguaglianze triangolari¹:

$$I_x + I_y \geq I_z \quad I_y + I_z \geq I_x \quad I_z + I_x \geq I_y \quad (2.2)$$

¹Utili per verificare dati sperimentali.

Una rappresentazione compatta è costituita dal Tensore di Inerzia, in cui i momenti di inerzia compaiono sulla diagonale principale. In base al sistema di riferimento appena definito si ha:

$$\mathbf{I}_P = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La matrice del tensore di inerzia varia quando si cambia il sistema di riferimento. Una semplice traslazione $\mathbf{v} = (a, b, c)$ del punto P dal baricentro S del sistema fornisce:

$$\begin{aligned} I_x &= I_{Sx} + m(b^2 + c^2) & I_{yz} &= I_{Syz} + mbc \\ I_y &= I_{Sy} + m(c^2 + a^2) & I_{zx} &= I_{Szx} + mca \\ I_z &= I_{Sz} + m(a^2 + b^2) & I_{xy} &= I_{Sxy} + mab \end{aligned} \quad (2.4)$$

Una variazione delle direzioni degli assi del sistema di riferimento da \mathbf{P} - xyz a \mathbf{P} - $x'y'z'$, caratterizzata da una matrice di trasformazione \mathbf{T} , fornisce invece:

$$\mathbf{I}_{P'} = \mathbf{T}\mathbf{I}_P\mathbf{T}^T \quad \text{con} \quad [x, y, z]^T = \mathbf{T}[x', y', z']^T \quad (2.5)$$

Esiste sempre un set di assi coordinati \mathbf{P}_0 - $x_0y_0z_0$ detti *assi principali di inerzia* per i quali il tensore di inerzia è rappresentato da una matrice diagonale:

$$\mathbf{I}_P = \begin{bmatrix} I_{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y_0} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z_0} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

dove I_{x_0} , I_{y_0} , I_{z_0} sono chiamati *momenti principali di inerzia*. Quando un corpo omogeneo presenta simmetrie geometriche, gli assi di simmetria sono anche assi principali di inerzia.²

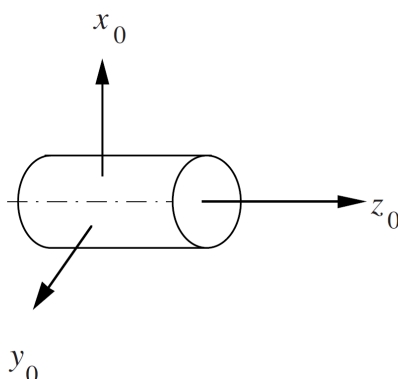


Figura 2.1: Cilindro con $I_{x_0} = I_{y_0} < I_{z_0}$

Dato un tamburo cilindrico geometricamente simmetrico di massa m , si elimini ora la condizione di omogeneità ponendo su una sua circonferenza esterna una massa aggiuntiva puntiforme Δm . Si ha così uno sbilanciamento, e il centro di massa si

²Sfere, cilindri, parallelepipedi rettangoli, etc.

sposta di un vettore \mathbf{e} detto *eccentricità*. L'asse principale di inerzia che fino ad ora corrispondeva all'asse geometrico di simmetria risulta inclinato di un angolo ϵ . I due parametri \mathbf{e} ed ϵ caratterizzano rispettivamente lo *sbilanciamento statico* e quello *dinamico* del tamburo cilindrico. Quando il tamburo gira attorno all'asse z vincolato con cuscinetti (di qualsiasi tipo) questi sbilanciamenti sono causa di coppie e forze oscillanti nei cuscinetti stessi.

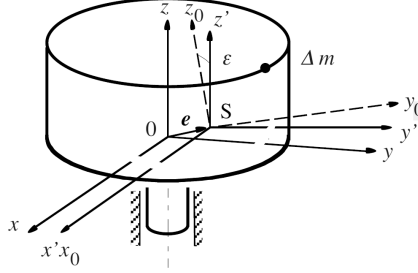


Figura 2.2: Tamburo cilindrico sbilanciato da una piccola massa Δm

Nel caso non perturbato (senza Δm) il baricentro cade in O e la matrice di inerzia è diagonale. Gli assi principali di inerzia sono $\mathbf{O}_0-x_0y_0z_0$, e (posto $I_y = I_x$ per la simmetria cilindrica) $\mathbf{I}_O = \text{diag}[I_x, I_x, I_z]$.

Nel caso perturbato la massa $\Delta m \ll m$ è posta a $\mathbf{v} = (0, b, c)$ dal centro geometrico, portando ad un piccolo spostamento del centro di massa di entità:

$$\mathbf{e} = [e_x, e_y, e_z]^T = [x_S, y_S, z_S]^T = \left[0, \frac{\Delta m}{m}b, \frac{\Delta m}{m}c \right]^T \quad (2.7)$$

Nel sistema di riferimento originale $\mathbf{O}-xyz$ la matrice di inerzia del sistema disturbato diventa:

$$\mathbf{I}_O + \Delta \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b^2 + c^2 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 & -bc \\ 0 & -bc & b^2 \end{bmatrix} \Delta m \quad (2.8)$$

Per comodità si trasla il sistema di coordinate dal centro geometrico O al nuovo baricentro S , dato che in questo modo è molto più facile ricavare le equazioni del moto. La matrice di inerzia nel sistema $\mathbf{S}-x'y'z'$ diventa:

$$\mathbf{I}_S = \begin{bmatrix} I_{Sx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Sy} & -I_{Syz} \\ 0 & -I_{Syz} & I_{Sz} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_x & -I_{yz} \\ 0 & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

La seconda eguaglianza è vera se Δm è sufficientemente piccola e $I_{yz} \ll I_x$, perché in questo caso si ha:

$$\begin{aligned} I_{Sx} &= (I_x + \Delta m(b^2 + c^2)) - (m + \Delta m)(y_S^2 + z_S^2) \simeq I_x \\ I_{Sy} &\simeq I_x, \quad I_{Sz} \simeq I_z \\ I_{Syz} &= \Delta mbc - (m + \Delta m)y_S^2 z_S^2 \simeq \Delta mbc = I_{yz} \end{aligned} \quad (2.10)$$

A questo punto l'asse Z e l'asse z' ad esso parallelo non sono più assi di inerzia, a causa di $I_{yz} \neq 0$. Il nuovo asse di inerzia z_0 è invece inclinato dell'angolo

$$\epsilon = \frac{1}{2} \arctan \frac{2I_y z}{I_z - I_x} \quad (2.11)$$

Si nota immediatamente che per $I_x \simeq I_z$ l'angolo ϵ diventa molto grande. Una conseguenza immediata di questa osservazione è che, per ridurre la sensibilità agli sbilanciamenti dinamici (e conseguenti forti vibrazioni nella rotazione), sono da evitare geometrie tali da creare quella condizione.

2.2 Oscillazioni naturali del rotore rigido

Si consideri il rotore rigido vincolato elasticamente, rotante attorno all'asse z . Come ogni corpo con vincoli elastici, può presentare moti oscillatori, sia *naturali* (dipendenti solo dalle condizioni iniziali) che *forzati* (se dovuti all'azione di un disturbo tempo-variante esterno), che sono descritti dalle equazioni del moto. Le oscillazioni naturali caratterizzano il comportamento dinamico del sistema, nella fattispecie le *frequenze proprie*, i *modi naturali* e la *stabilità*.

2.2.1 Equazioni del moto

Il sistema da considerare è costituito da un albero rotante sostenuto radialmente da due cuscinetti magnetici AMB_1 e AMB_2 . Si ignora completamente il cuscinetto assiale con la condizione che gli spostamenti radiali siano sufficientemente piccoli. Le forze radiali esercitate dai cuscinetti, agenti sui piani zx e zy sono descritte dal vettore

$$\mathbf{f} = [f_{x1}, f_{x2}, f_{y1}, f_{y2}]^T \quad (2.12)$$

Per condurre un'analisi significativa si fanno le seguenti ipotesi:

- Rotore rigido e perfettamente simmetrico
- La velocità di rotazione Ω attorno all'asse z è costante
- La posizione nominale di riferimento del rotore a riposo è il suo baricentro S e coincide con l'origine del sistema fisso inerziale $\mathbf{I}-x_I y_I z_I$
- Le deviazioni dalla posizione di riferimento sono piccole rispetto alle dimensioni del rotore ³
- La posizione del rotore, espressa da spostamenti radiali ed angolari, è identificata mediante posizione ed orientamento del sistema di riferimento solidale al rotore $\mathbf{S}-x_0 y_0 z_0$ rispetto a quello fisso inerziale

³Questa ipotesi è fondamentale per la linearizzazione delle equazioni del moto e per il disaccoppiamento dei gradi di libertà da controllare

La descrizione complessiva dei moti del rotore sarebbe affidata ai vettori *spostamento* $\mathbf{s} = [x_S, y_S, z_S]^T$ e *inclinazione* $\mathbf{i} = [\alpha, \beta, \gamma]^T$ dove α , β e γ sono *angoli di Cardano*⁴. Tuttavia, in base alle assunzioni $\dot{\gamma} = \Omega = \text{cost}$ e $z_S = 0$ ⁵ fatte in precedenza è possibile trascurare le coordinate ignorabili e utilizzare le coordinate lagrangiane seguenti (identificate in figura):

$$\mathbf{q} = [\beta, x_S, -\alpha, y_S]^T = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T \quad (2.13)$$

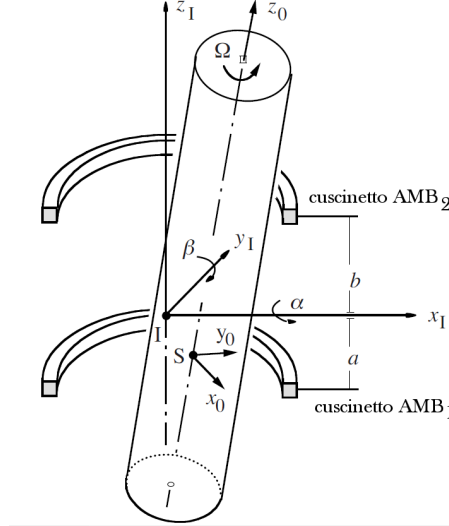


Figura 2.3: Rotore rigido con i due cuscinetti a distanza a e b dal piano trasversale passante per S (si assumono $a < 0$, $b > 0$).

Le equazioni del moto derivano dalle *equazioni di Lagrange*⁶ del sistema:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathfrak{K}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathfrak{K}}{\partial q_i} = Z_i \quad (2.14)$$

dove le Z_i sono le forze generalizzate (non conservative) e

$$\mathfrak{K} = \frac{1}{2} m (\dot{x}_S^2 + \dot{y}_S^2 + \dot{z}_S^2) + \frac{1}{2} (I_{x0} \dot{\omega}_{x0}^2 + I_{y0} \dot{\omega}_{y0}^2 + I_{z0} \dot{\omega}_{z0}^2) \quad (2.15)$$

è l'energia cinetica. Nell'espressione di \mathfrak{K} le velocità angolari sono espresse nel riferimento $\mathbf{S}-x_0y_0z_0$ solidale al rotore, con opportuna linearizzazione giustificata dalle ipotesi:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_{x0} \\ \omega_{y0} \\ \omega_{z0} \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \cos \Omega t + \dot{\beta} \sin \Omega t \\ -\dot{\alpha} \sin \Omega t + \dot{\beta} \cos \Omega t \\ \Omega \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

⁴Gli angoli di Cardano sono più adatti a descrivere le equazioni del moto di sistemi di questo tipo rispetto agli angoli di Eulero.

⁵È totalmente ignorata.

⁶La Lagrangiana del sistema è data dalla differenza tra energia cinetica ed energia potenziale del sistema, $L = \mathfrak{K} - V$, ma nel caso in esame si considerano solo forze non conservative per cui è lecito scrivere $L = \mathfrak{K}$.

Per esprimere coerentemente le forze generalizzate Z_i bisogna metterle in relazione alle forze \mathbf{f} dei cuscinetti prima definite, servendosi di una opportuna matrice di trasformazione \mathbf{B} così definita⁷:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{tale che} \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{f} \quad (2.17)$$

Fino ad ora non si sono fatte ipotesi né sulla natura delle forze generalizzate né sulle forze dei cuscinetti, ma dato che il sistema preso in esame è vincolato elasticamente, posto $\mathbf{x} = [x_1, x_2, y_1, y_2]^T$ e k la costante di elasticità dei vincoli, a questo punto si definiscono le forze \mathbf{f} come:

$$\mathbf{f} = -k\mathbf{x} = -k\mathbf{B}^T\mathbf{q} \quad (2.18)$$

Le forze generalizzate assumono la forma:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{B}\mathbf{f} = -k\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{q} = -\mathbf{K}\mathbf{q} \quad (2.19)$$

Si definiscono ora, oltre alla *matrice di rigidezza* \mathbf{K} , le altre matrici necessarie per una rappresentazione compatta del sistema, al fine di rendere più agevole lo studio delle sue proprietà, ovvero la *matrice cinetica*⁸ \mathbf{M} e la *matrice giroscopica*⁹ \mathbf{G} :

$$\mathbf{K} = k \begin{bmatrix} (a^2 + b^2) & a + b & 0 & 0 \\ a + b & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (a^2 + b^2) & a + b \\ 0 & 0 & a + b & 2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_{x0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{x0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (2.21) \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{z0}\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I_{z0}\Omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

In forma compatta le equazioni del moto si possono scrivere ora come:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Z} \quad (2.23a)$$

$$\begin{array}{c} | \\ = \mathbf{B}\mathbf{f} \end{array} \quad (2.23b)$$

se non si caratterizzano le forze generalizzate, mentre:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.24)$$

se invece si considerano le forze di reazione dei vincoli elastici.¹⁰ Si noti che in base a quanto trovato, a causa del comportamento giroscopico le traiettorie dei moti angolari e radiali dei piani zx e zy sono sempre accoppiate quando $\Omega \neq 0$.

⁷La matrice \mathbf{B} è tale che, definito $\mathbf{x} = [x_1, x_2, y_1, y_2]^T$ la sua trasposta fornisca $\mathbf{x} = \mathbf{B}^T\mathbf{q}$.

⁸Simmetrica e definita positiva

⁹Antisimmetrica

¹⁰Questo comportamento è concettualmente vicino a quello dei cuscinetti classici.

2.2.2 Stabilità del moto

Il sistema identificato dalla 2.24 è stato estensivamente trattato in letteratura, specialmente per quanto riguarda la stabilità delle soluzioni $\mathbf{q}(t)$. Per l'analisi della stabilità è sufficiente analizzare le matrici coefficienti \mathbf{M} , \mathbf{G} e \mathbf{K} , dette *matrici strutturali*. Queste caratterizzano la distribuzione di massa e di elasticità¹¹ all'interno del sistema meccanico, ed hanno delle ben precise proprietà:

- La matrice cinetica \mathbf{M} è sempre simmetrica e definita positiva: $\mathbf{M} = \mathbf{M}^T > 0$
- La matrice giroscopica \mathbf{G} è sempre antisimmetrica $\mathbf{G} = -\mathbf{G}^T > 0$
- La matrice di rigidezza \mathbf{K} è simmetrica e, se definita positiva, rende il sistema conservativo (semplicemente stabile): $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$.

Dato che nel caso di 2.24 la matrice di rigidezza è simmetrica e definita positiva, tale sistema non può essere destabilizzato dalle sole forze giroscopiche, per cui rimane stabile per Ω qualsiasi.

Un modello più completo, adatto per lo studio dei moti oscillatori in assenza di eccitazioni esterne, è il seguente:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{G} + \mathbf{D})\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N})\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

I nuovi termini sono rispettivamente la *matrice di smorzamento* $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T \geq 0$ e la *matrice delle forze non conservative* dei cuscinetti $\mathbf{N} = -\mathbf{N}^T$. Nel caso di \mathbf{N} identicamente nulla la soluzione è asintoticamente ($\mathbf{D} \neq 0$) o almeno semplicemente stabile ($\mathbf{D} = 0$), mentre nel caso generico lo studio della stabilità deve necessariamente passare per l'analisi degli autovalori.

2.2.3 Oscillazioni naturali

Per il sistema 2.24 omogeneo, lineare e non smorzato le soluzioni saranno oscillazioni armoniche con ampiezza dipendente dalle condizioni iniziali. L'equazione matriciale è riconducibile ad un sistema di ottavo ordine, con quattro modi naturali di oscillazione e quattro pulsazioni naturali deducibili dagli autovalori. La loro determinazione analitica non è fattibile nel caso generico, ma si individuano due casi limite interessanti:

- $k = 0$: eliminando le forze elastiche si ha il *rotore libero*. Rotazione e traslazione sono completamente disaccoppiate, per cui si individuano le frequenze proprie come:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0 \quad \text{e} \quad \omega_4 = \omega_N = \Omega \frac{I_{z0}}{I_{x0}} \quad (2.26)$$

Le prime tre, essendo nulle indicano i modi del corpo rigido, la quarta è relativa alla *nutazione*.¹²

¹¹ *Stiffness* nelle pubblicazioni in lingua inglese

¹² Per geometrie che presentano $\frac{I_{z0}}{I_{x0}} \simeq 1$ ci sarebbe una analogia tra una pulsazione propria e la velocità angolare di rotore, fatto altamente indesiderato perché origina risonanze permanenti. Questa cosa non avviene nei rotor a disco, dove $\frac{I_{z0}}{I_{x0}} > 1$, dato che $\omega_N > \Omega$

- $\Omega = 0$: a rotore fermo il sistema si spezza in due parti indipendenti e con analogo comportamento rispettivamente sul piano zx e su zy . Se la costruzione del sistema è simmetrica (ovvero, in relazione alla figura 2.3, $b = -a$) i modi degenerano in due pure oscillazioni traslatorie nelle coordinate x_S e y_S

$$\omega_T = \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (2.27)$$

e in due pure oscillazioni angolari nelle coordinate β e $-\alpha$:

$$\omega_D = \sqrt{\frac{2ka^2}{I_{x0}}} \quad (2.28)$$

sui due piani ortogonali.

2.3 Effetti giroscopici

Le fondamentali differenze nel comportamento dinamico tra un corpo fermo e uno rotante sono dovute agli effetti giroscopici, che diventano evidenti se $I_{z0} \gg I_{x0} = I_{y0}$ oppure se Ω è abbastanza grande da rendere la matrice \mathbf{G} non trascurabile. Questa differenza di comportamento dinamico diventa evidente considerando il rotore libero ($k = 0$) sollecitato impulsivamente, distinguendo tra impulso di coppia e impulso di forza. Si supponga che il sistema sia inizialmente in quiete.

- Quando sul baricentro S dell'albero di massa m agisce un impulso di forza \mathbf{f} , la sua quantità di moto \mathbf{p} varia di $\Delta\mathbf{p} = \int \mathbf{f} dt$. Il baricentro S si muoverà allora nella direzione della forza con velocità $\frac{\Delta\mathbf{p}}{m}$ indipendentemente dal fatto che Ω sia nulla o meno.
- Un impulso di coppia \mathbf{C} sul corpo (dovuto all'applicazione di due forze contrapposte \mathbf{f} e $-\mathbf{f}$ alle due estremità, $\mathbf{C} = \mathbf{d} \times \mathbf{f}$) produce invece una variazione del momento angolare \mathbf{L} della quantità $\Delta\mathbf{L} = \int \mathbf{C} dt$. Se il corpo sta ruotando con velocità $\boldsymbol{\Omega}$ (qui è vettoriale), ha un momento angolare $\mathbf{L}_0 = I_{z0}\boldsymbol{\Omega}$. La variazione del momento angolare sarà quindi sia in modulo che in direzione, arrivando al valore finale \mathbf{L}_1 . Una piccola variazione di modulo sta ad indicare che ω è cambiata di poco, mentre la variazione di direzione è ben più rilevante.

Nella figura 2.4 viene spiegato meglio cosa succede: inizialmente il rotore gira attorno al suo asse principale z_0 che coincide con l'asse z_I del sistema inerziale fisso (nell'ipotesi $\boldsymbol{\Omega} = \text{cost}$ l'asse principale, l'asse di rotazione e la direzione del momento angolare coincidono). L'impulso di coppia produce una variazione a gradino del momento angolare. L'asse di rotazione non si sposta durante l'impulso. Dopo di esso quindi la direzione del momento angolare e quella dell'asse di rotazione saranno differenti. Questo porta ad un movimento visibile dell'asse di rotazione del rotore attorno alla nuova direzione, inerzialmente fissa, dell'asse del momento angolare.

Nel caso di rotore simmetrico il moto è di tipo conico, con l'angolo dato da $\epsilon = \arctan \frac{|\Delta\mathbf{L}|}{|\mathbf{L}_1|}$. Quindi in media l'asse dell'albero rotante è inclinato di un angolo ϵ .

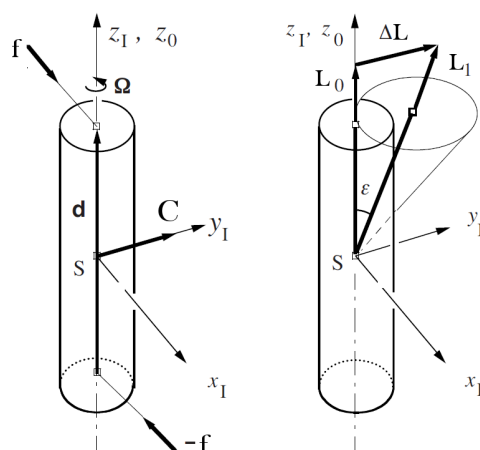


Figura 2.4: Effetto di variazione della direzione del momento angolare (con conseguente moto di nutazione) dovuto ad un impulso di coppia applicato al rotore

Questo angolo diventa via via più piccolo, a parità di impulso di coppia applicato, maggiore è la velocità di rotazione Ω , per cui quest'ultima è responsabile della *rigidità* del rotore nei confronti delle coppie di disturbo. Il moto conico appena citato è il responsabile dell'accoppiamento tra le traiettorie delle coordinate $\beta(t)$ e $-\alpha(t)$, e la matrice \mathbf{G} definita prima si occupa di quantificare questo fenomeno.

2.3.1 Moti di precessione

Nel paragrafo precedente le oscillazioni naturali sono state considerate in maniera generica: adesso vanno messe in relazione con la rotazione dell'albero. Le tipiche oscillazioni di un albero rotante si manifestano come *moti di precessione* in *avanti*¹³ se concordi a Ω_0 e all'*indietro*¹⁴ se di verso discorde. Tale distinzione è importante perché ogni rotore è sensibile all'eccitazione armonica causata dagli sbilanciamenti (sia statici che dinamici). Se appunto la causa dello sbilanciamento è una massa Δm che ruota solidale al rotore, possono essere eccitati solo i moti precessivi in avanti dando luogo ai classici fenomeni di risonanza meccanica. Se, per una causa esterna o per asimmetria del sistema vengano invece eccitati i moti precessivi all'indietro, è possibile che la risonanza possa essere data da questi ultimi.

2.3.2 Comportamento asintotico in funzione di Ω

Per avere un'idea del comportamento dell'albero rotante ad alta velocità è necessario valutare il comportamento asintotico per $\Omega \rightarrow \infty$ degli autovalori del sistema. È possibile distinguere le pulsazioni di nutazione e di precessione, entrambe legate alla Ω , e quelle delle *oscillazioni pendolari*, indipendenti invece da Ω . Mentre per una trattazione approfondita si demanda a testi specifici, qui si definiscono quattro gruppi fondamentali di oscillazioni naturali:

¹³Forward whirl

¹⁴Backward whirl

- *Nutazioni*: sono sempre moti precessivi in avanti la cui pulsazione cresce con Ω proporzionalmente al rapporto tra i momenti d'inerzia.
- *Precessioni* propriamente dette: son sempre moti precessivi all'indietro, la loro pulsazione è inversamente proporzionale a Ω .
- *Oscillazioni pendolari in avanti*: la pulsazione non dipende da Ω ma da caratteristiche elastiche del sistema, e si manifestano quando l'effetto giroscopico non coinvolge tutti i suoi gradi di libertà.
- *Oscillazioni pendolari all'indietro*: come le precedenti ma di senso inverso.

Un sistema di cuscinetti magnetici reale deve poter smorzare le oscillazioni naturali per evitare le risonanze, oltre che per reagire all'effetto destabilizzante delle forze non conservative di origine esterna. L'oscillazione interna più difficile da controllare è sicuramente la nutazione, dato che può avere una pulsazione naturale assai elevata.

2.4 Sbilanciamenti e velocità critiche

Si definisce ora in maniera più accurata lo sbilanciamento dei rotori. Precedentemente era stato mostrato l'effetto generico di una massa Δm posta su una circonferenza del rotore, ed erano state definite l'*eccentricità* e del baricentro e l'*inclinazione* ϵ dell'asse principale di inerzia. Questi due aspetti possono essere considerati separatamente, rispettivamente come sbilanciamento *statico* e *dinamico*.

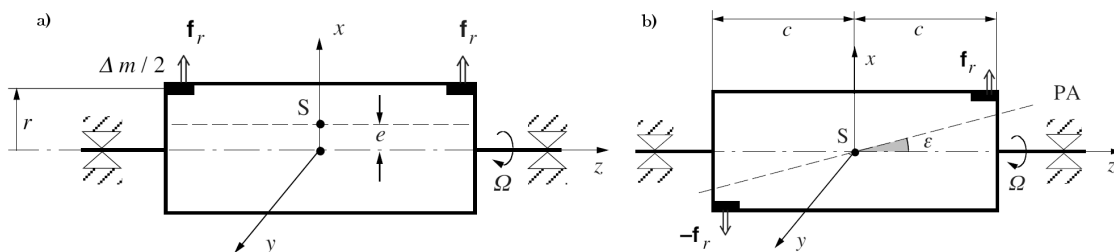


Figura 2.5: a) Sbilanciamento statico b) Sbilanciamento dinamico

Come si osserva in figura 2.5, per evidenziare il solo sbilanciamento statico si sono poste due masse $\Delta m/2$ in posizione simmetrica rispetto al piano xy , mentre per quello dinamico sono state poste in maniera antisimmetrica. Le forze centrifughe sono definite come:

$$\mathbf{f}_r = \left[\frac{\Delta m}{2} r \Omega^2, 0, 0 \right]^T \quad (2.29)$$

Nell'albero in rotazione gli sbilanciamenti sono originati dalle risultanti delle \mathbf{f}_r sul baricentro S . Essendo equiverse nel primo caso danno come risultante una forza, mentre essendo opposte con braccio $2c$ nel secondo forniscono una coppia:

$$\mathfrak{M} = [0, I_{zx} \Omega^2, 0]^T \quad \text{dove} \quad I_{zx} = 2c r \frac{\Delta m}{2} \quad (2.30)$$

Un osservatore solidale al sistema di riferimento fisso vede ovviamente forze e coppie risultanti oscillanti, che attraverso i cuscinetti producono vibrazioni nei supporti. Queste vibrazioni sui due cuscinetti sono in fase tra loro nel caso statico e in opposizioni di fase nel caso dinamico.

Per eliminare il problema meccanicamente è possibile eseguire un bilanciamento fisico dell'albero, togliendo e aggiungendo piccole masse in punti opportuni (come per le ruote di automobile).

Con i cuscinetti magnetici attivi si apre però un'altra possibilità, utile per sbilanciamenti *piccoli*, che è quella di iniettare nei segnali di riferimento degli assi di controllo (normalmente nulli perché si desidera una posizione centrata) delle componenti in feed-forward. Tali componenti di compensazione sono esattamente in opposizione di fase rispetto alle forze di sbilanciamento e sincrone alla velocità di rotazione. Il risultato è che il rotore viene sospeso in modo da poter girare attorno al suo asse principale di inerzia, eliminando le vibrazioni.

Un problema legato agli sbilanciamenti è quello delle velocità critiche di rotore. Come già evidenziato, a causa dell'eccentricità e l'asse geometrico e l'asse principale di inerzia non sono coincidenti (sono distanti appunto e), e questo fatto dà luogo a una risonanza a causa dell'eccitazione di un *modo naturale* precessivo in avanti.

Senza addentrarsi troppo nella trattazione, si può dire che aumentando la velocità di rotazione Ω da zero a infinito e osservando le traiettorie del baricentro S e del centro geometrico C del rotore sul piano xy si incontrano tre comportamenti differenti:

- A velocità basse (subcritiche) la traiettoria descritta da C è un cerchio di raggio molto piccolo, mentre S descrive un cerchio di raggio poco maggiore di e . Le forze centrifughe legate allo sbilanciamento si fanno sentire ma senza altri effetti.
- A velocità molto elevate (supercritiche) l'asse di rotazione è quello baricentrico, ovvero questa volta è la traiettoria di S ad avere un piccolo raggio, mentre C descrive un cerchio di raggio poco maggiore di e .
- In prossimità della velocità critica, ovvero quando si entra in risonanza con uno dei modi legati alle caratteristiche elastiche del sistema, le forze centrifughe dovute allo sbilanciamento del rotore allargano sempre più la traiettoria del baricentro S, e di conseguenza anche quella di C. Per un albero rotante reale questo significa che viene flesso fino a rottura.

Oltre allo scenario descritto ce ne sono altri, legati all'eccitazione di modi di precessione all'indietro, che esulano dagli scopi di questa tesi. Si sottolinea soltanto che utilizzando cuscinetti magnetici attivi è possibile, mediante opportuni accorgimenti di controllo, evitare le risonanze portando gli alberi rotanti oltre le velocità critiche.

Capitolo 3

Metodi di controllo

Per progettare e mettere a punto il controllo di un sistema elettromeccanico è necessario dare una descrizione delle sue dinamiche interne. Normalmente un sistema fisico reale è di natura non-lineare, per cui una volta ottenuto il modello matematico dei legami tra le varie grandezze (solitamente costituito da equazioni del moto ed equazioni circuitali) è necessario scegliere un punto di lavoro ed attuare una linearizzazione in un suo intorno. Da tale linearizzazione si ottiene un sistema differenziale del primo ordine, che può essere direttamente portato alla rappresentazione in spazio di stato¹. Ove possibile, dopo ulteriori approssimazioni come la rimozione dei *cross-coupling*, si ricavano le funzioni di trasferimento nel dominio s , che permettono di lavorare con metodi di analisi e sintesi ampiamente collaudati.

La prima parte di questo capitolo è dedicata alla descrizione del sistema fisico. Si è scelto un sistema costituito da due cuscinetti radiali, ignorando il cuscinetto assiale, dato che il controllo di quest'ultimo può essere mantenuto indipendente dal resto (in prima approssimazione non ci sono *cross-coupling*). La velocità di rotazione dell'albero è supposta costante, e la configurazione scelta per i cuscinetti radiali è omopolare, in quanto ai fini di studio del controllo permette di trascurare in prima approssimazione gli effetti delle correnti parassite²

Nella seconda parte vengono descritte le tecniche di controllo utilizzate. Le prime due sono in corrente, basate sul semplice PID e la terza è in tensione, basata sulla descrizione in spazio di stato in modo da includere anche le dinamiche circuitali degli attuatori. L'ultima tecnica, più sofisticata delle altre, ha bisogno di una stima abbastanza precisa di più parametri. Lo stato del sistema non è direttamente accessibile e viene ricavato mediante osservatore asintotico.

¹La rappresentazione lineare in spazio di stato è del tipo

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases}$$

²Nella configurazione eteropolare le correnti parassite, come visto nel Capitolo 1, introducono una distorsione nel flusso al traferro che si traduce in un errore angolare della retta di azione delle forze rispetto all'asse di controllo geometrico. Questo si traduce in un *phase lag* dovuto ad un accoppiamento incrociato tra i due assi di controllo del cuscinetto. Per maggiori dettagli si rimanda a [3]

3.1 Modelli del sistema di cuscinetti magnetici

Si delineano qui i modelli per i singoli attuatori bilateri che compongono i cuscinetti, quindi si passa alla descrizione del sistema complessivo. Tutti gli schemi a blocchi sono stati implementati nell'ambiente SimulinkTM di MATLAB[®], sia quelli lineari alle Laplace-trasformate che quelli non-lineari nel dominio del tempo.

3.1.1 Attuatore bilatero

Partendo dalle espressioni della forza 1.14, 1.19 e di tensione 1.30, 1.32 sono stati costruiti i modelli lineari e non-lineari dell'attuatore mostrato in figura 1.3.

3.1.1.1 Attuatore con ingresso in corrente

Avendo posto $f = m\ddot{x}$ si trasformano le espressioni della forza secondo Laplace, ottenendo la seguente funzione di trasferimento valida nel caso monodimensionale³:

$$W_{i_p}(s) = \frac{X(s)}{I_p(s)} = \frac{k_i}{ms^2 + k_s} \quad (3.1)$$

Tenendo presente che $k_s < 0$, si vede subito che ci sono un polo stabile ed uno instabile ($s_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{|k_s|}{m}}$), a comprovare le osservazioni fatte nel primo capitolo. Essendo un sistema di secondo ordine, è possibile utilizzare un controllo PD o PID.

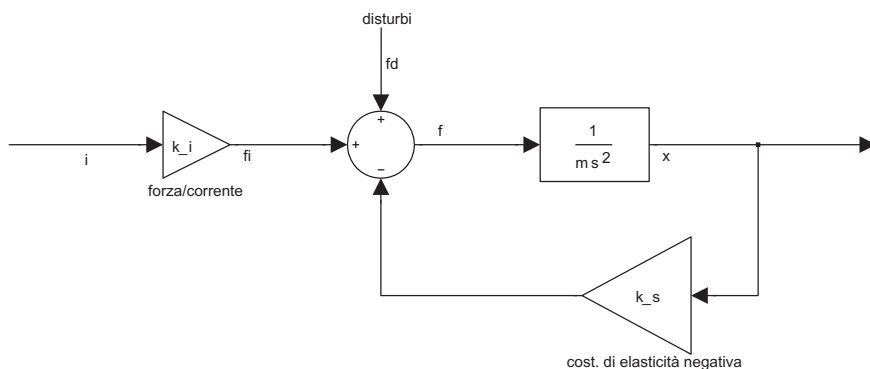


Figura 3.1: Schema a blocchi dell'attuatore magnetico bilatero linearizzato con ingresso in corrente

Il modello lineare ed il corrispondente non-lineare ottenuto direttamente dall'espressione della forza hanno un comportamento (per valori della corrente non troppo elevati) ragionevolmente simile. Questo fatto giustifica la progettazione del controller basandosi sul modello lineare ed utilizzando le tecniche proprie del dominio s . Lo scopo del modello non-lineare è quello di collaudare su un sistema più simile a quello reale l'efficacia del controllo, osservando l'effetto delle non-linearità più pesanti per provvedere ad eventuali variazioni ed aggiustamenti.

³Nel caso tridimensionale la massa m andrà sostituita da $\tilde{m} = 1/(\frac{1}{m} + \frac{a^2}{I_x})$

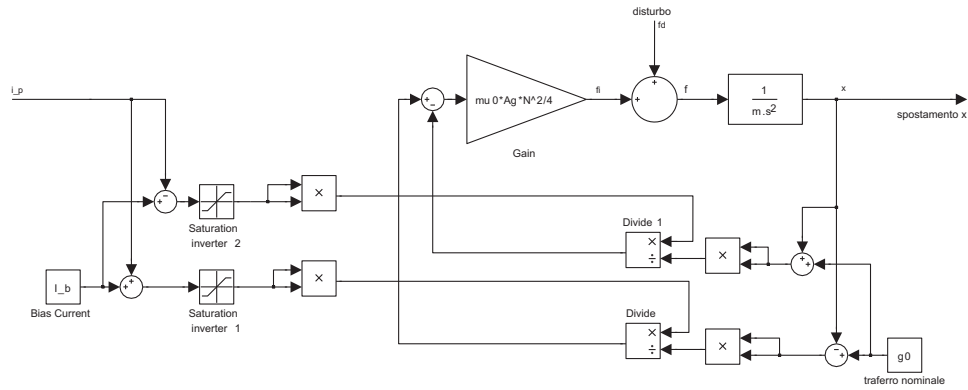


Figura 3.2: Schema a blocchi dell'attuatore magnetico bilatero non-lineare con ingresso in corrente

3.1.1.2 Attuatore con ingresso in tensione

Il modello lineare può essere arricchito della dinamica circuitale, utilizzando la Laplace-trasformata dell'espressione della tensione:

$$V_p(s) = R I_p(s) + s k_u X(s) + s L I_p(s) \quad (3.2)$$

Lo schema in figura è un po' più complesso del precedente, ma con un po' di algebra degli schemi a blocchi si può facilmente ricavare la seguente funzione di trasferimento di terzo ordine:

$$W_{v_p} = \frac{X(s)}{V_p(s)} = \frac{k_i}{L m s^3 + R m s^2 + (L k_s + k_u k_i) s + R k_s} \quad (3.3)$$

Per il controllo del sistema in tensione non è più sufficiente il PID.⁴

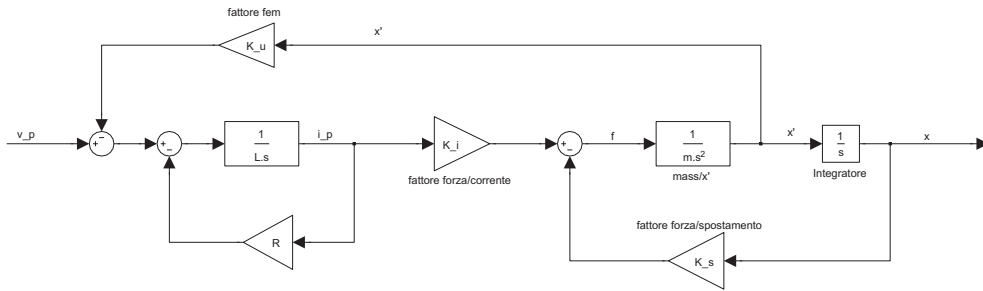


Figura 3.3: Schema a blocchi dell'attuatore magnetico bilatero lineare con ingresso in tensione

Nella figura 3.4 viene mostrata la parte del modello non-lineare che rappresenta la forza $f = f(v_p, x, \dot{x})$ che agisce sul sistema meccanico. Questo modello è il più dettagliato tra tutti quelli utilizzati in questa tesi, viene infatti utilizzato per il collaudo virtuale del più raffinato sistema di controllo in spazio di stato.

⁴Questo modello viene infatti presentato solo ai fini di una migliore comprensione. Il sistema di cuscinetti con ingressi in tensione avrà delle caratteristiche tali da rendere necessaria la rappresentazione in spazio di stato per sviluppare un controller.

3.1.2 Sistema di cuscinetti magnetici a 4 gradi di libertà

Il sistema a quattro gradi di libertà è costituito da due cuscinetti ognuno con due assi ortogonali di controllo (x e y), disposti in maniera simmetrica ($-a = b$) rispetto al baricentro dell'albero rotante per semplicità e per evitare di appesantire la trattazione con complicazioni di natura geometrica. Lo schema è riportato in figura 3.5. Da questo sistema sono stati ricavati diversi modelli sia lineari che non, i

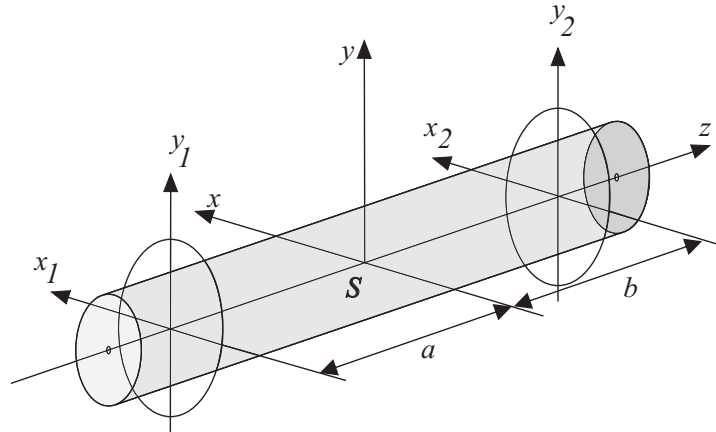


Figura 3.5: Schema degli assi di controllo del sistema di cuscinetto a 4 GDL

primi utilizzati come base per la progettazione del controller e gli altri a scopo di collaudo numerico. Le implementazioni sono state fatte nell'ambiente SimulinkTM di MATLAB[®]. In tutti i modelli si tiene conto del comportamento giroscopico (responsabile dell'accoppiamento incrociato tra i vari assi). Le implementazioni sono le seguenti:

- Sistema lineare con ingresso in corrente
- Sistema non-lineare con ingresso in corrente
- Sistema lineare con ingresso in tensione descritto in spazio di stato
- Sistema non-lineare con ingresso in tensione

3.1.2.1 Modelli con ingressi in corrente

Per costruire gli schemi a blocchi dei modelli con ingresso in corrente, il punto di partenza è l'equazione del moto matriciale lineare seguente:

$$\mathbf{M}(\mathbf{B}^T)^{-1} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}(\mathbf{B}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{BK}_s \mathbf{x} + \mathbf{BK}_i \mathbf{i} \quad (3.4)$$

dove \mathbf{B} è la matrice definita in 2.17, e le matrici \mathbf{M} e \mathbf{G} sono quelle definite in 2.21 e 2.22, $\mathbf{K}_s = k_s \mathbf{I}_4$ infine $\mathbf{K}_i = k_i \mathbf{I}_4$. È stato privilegiato il fatto di poter ricondurre

le grandezze riscontrate nel modello a grandezze reali, per cui le coordinate utilizzate non sono quelle lagrangiane definite nel Capitolo 1⁵ bensì quelle legate agli assi fisici di controllo: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, y_1, y_2]^T$. Questa scelta permette anche di poter introdurre disturbi sotto forma di *accelerazioni* applicate nelle direzioni degli assi di controllo. Gli elementi base del sistema sono le versioni rispettivamente lineare e non-lineare degli attuatori bilateri. Dato che l'accoppiamento incrociato coinvolge il lato *meccanico* del sistema, i loro modelli sono stati posti in sotto-blocchi separati che rappresentano il legame forza-corrente-spostamento (figura 3.6).

3.1.2.2 Modello in spazio di stato

I modelli basati sulle equazioni del moto prendono in considerazione soltanto legami ingresso-uscita (come le funzioni di trasferimento), ma pongono dei limiti sul controllo degli stati interni. Questo spesso si traduce in basse prestazioni del sistema controllato o in comportamenti non desiderati. A meno di non avere a disposizione qualche stratagemma per eliminare gli accoppiamenti incrociati, diventa conveniente descrivere il sistema in spazio di stato, nella forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \end{cases} \quad (3.5)$$

dove \mathbf{x} è il vettore di stato di dimensione n , \mathbf{u} il vettore degli ingressi di dimensione p , \mathbf{y} il vettore delle uscite di dimensione q , A la matrice dinamica $n \times n$, B la matrice degli ingressi $n \times p$, C la matrice di trasformazione delle uscite $q \times n$ e D la matrice di legame ingresso-uscita $q \times p$.⁶ Gli stati da prendere in considerazione sono normalmente variabili legate ad accumuli di energia, anche se non necessariamente identificabili immediatamente in grandezze fisiche. In un sistema meccanico sono normalmente posizioni (legate all'energia potenziale) e velocità (legate all'energia cinetica). Nel caso del sistema di cuscinetti magnetici anche le correnti sono variabili di stato, legate agli accumuli energetici nelle induttanze.

Il modello in spazio di stato costruito per lo scopo di questa tesi ha come ingressi le tensioni e come uscite gli spostamenti sugli assi fisici di controllo, ma la dinamica interna è descritta mediante un vettore di stato basato sulle coordinate baricentriche viste in precedenza. Nell'ordine si definiscono:

- il vettore di stato

$$\underline{\mathbf{x}} = [\beta \quad x_S \quad -\alpha \quad y_S \mid \dot{\beta} \quad \dot{x}_S \quad -\dot{\alpha} \quad \dot{y}_S \mid i_{x1} \quad i_{x2} \quad i_{y1} \quad i_{y2}]^T \quad (3.6)$$

che, seguendo le convenzioni precedenti può essere sinteticamente scritto come

$$\underline{\mathbf{x}} = [\mathbf{q} \mid \dot{\mathbf{q}} \mid \mathbf{i}]^T \quad (3.7)$$

- il vettore degli ingressi

$$\underline{\mathbf{u}} = [v_{x1} \quad v_{x2} \quad v_{y1} \quad v_{y2}]^T \quad (3.8)$$

⁵Ovvero le coordinate baricentriche radiali ed angolari $\beta, x_S, -\alpha, y_S$. Queste ultime tornano in campo al momento del progetto del controllore, dove mostrano notevoli vantaggi.

⁶I sistemi nei quali si ha $D = 0$ sono detti *strettamente propri* o *strettamente causali*. Il sistema di cuscinetti magnetici attivi è di questo tipo.

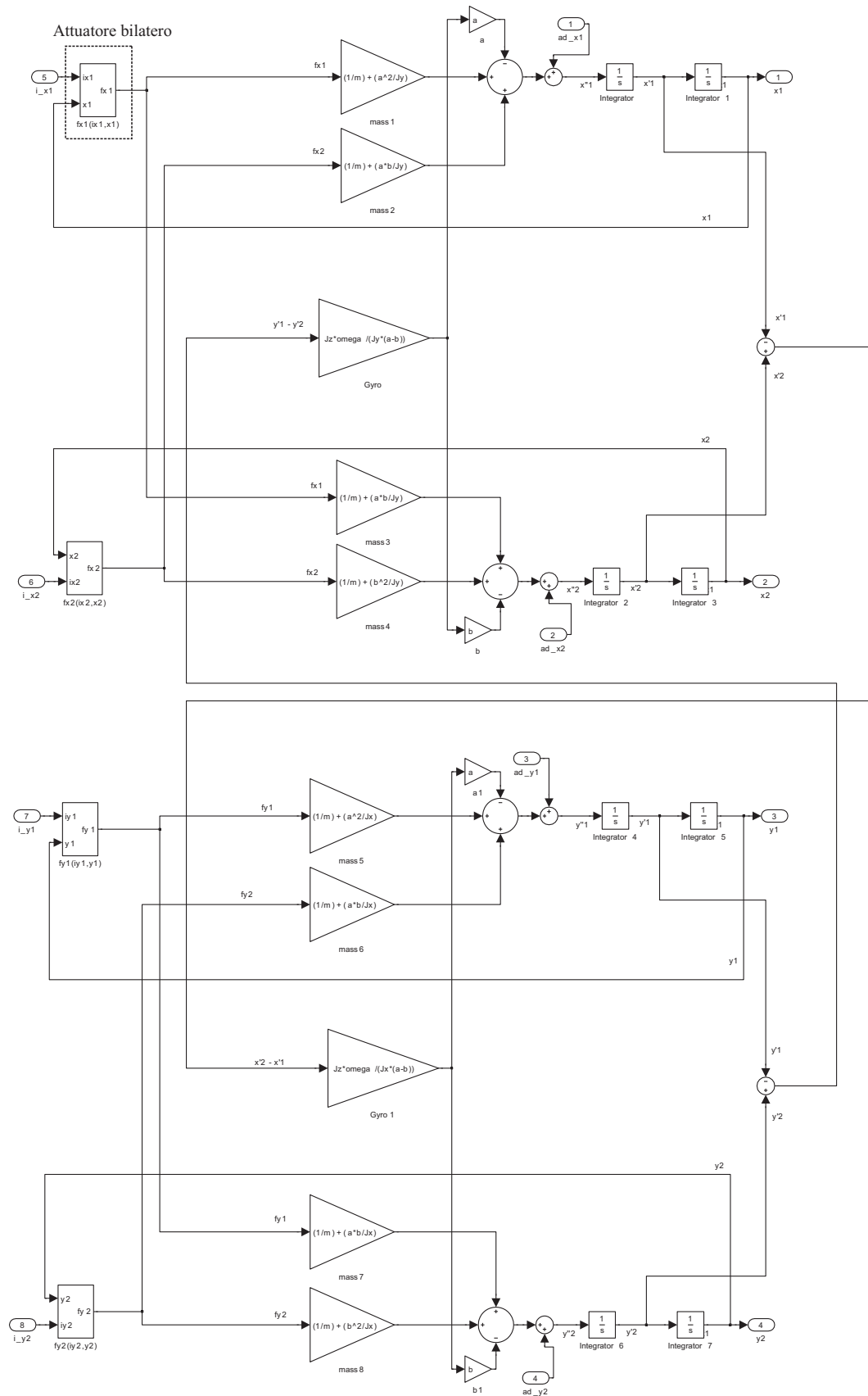


Figura 3.6: Schema Simulink™ del sistema con ingresso in corrente. In evidenza il blocco attuatore magnetico.

mezzo della matrice $n \times q$ così definita:

$$T = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \text{---} \\ (\mathbf{B}^T)^{-1} \\ \text{---} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.1.2.3 Modello non-lineare con ingressi in tensione

Per il collaudo numerico del controllo in spazio di stato si è provveduto a realizzare un ulteriore modello non-lineare con ingressi in tensione (fig. 3.8), in maniera simile a quanto fatto per il modello con ingressi in corrente. Le variazioni degne di nota sono l'aggiunta della retroazione delle velocità e l'utilizzo dei blocchi degli attuatori magnetici non-lineari come quello riportato in figura 3.4.

3.2 Controllo del sistema

L'implementazione di una buona tecnica di controllo è un aspetto cruciale nel funzionamento del sistema di sospensione magnetica attiva, sia per quanto riguarda le prestazioni di risposta ai disturbi sia per il comportamento che il sistema assume per varie tipologie di sollecitazione. Tra gli esempi possibili, uno è la sospensione dell'albero rotante di una macchina utensile, nel quale i disturbi sono le forze generate durante le lavorazioni. Un altro esempio è la sospensione di un albero connesso ad una pompa. Un ulteriore esempio è dato dalla sospensione di un albero rotante montato su veicolo. In quest'ultimo caso l'albero non è sottoposto direttamente a sollecitazioni, mentre lo sono i supporti. Quindi le sollecitazioni, sempre scomponibili in momenti torcenti risultanti e forze risultanti applicati al baricentro, si propagano all'albero tramite le forze dei cuscinetti.

In questa sezione sono stati messi in campo tre metodi di controllo a complessità crescente, con l'obiettivo di ottenere via via un aumento tangibile di prestazioni a parità di sollecitazioni esterne. In base ai modelli costruiti, tali sollecitazioni sono riconducibili ad accelerazioni impresse al sistema lungo le direzioni di controllo dei cuscinetti. Questo è ben visibile negli schemi SimulinkTM. Data la simmetria del sistema considerato, la modellazione dei disturbi per mezzo di tali accelerazioni permette una agevole ricostruzione di coppie e forze esterne.

Un aspetto degno di nota è, a livello formale, la necessità in tutti i casi di un comportamento *derivatore* del controller (ad esempio il ramo D del PID). Ricordando che la semplice funzione di trasferimento del singolo attuatore bilatero ha due poli (uno stabile ed uno instabile) simmetrici rispetto all'asse immaginario, si vede immediatamente che senza componente derivativa non si riescono a rendere stabili questi ultimi. L'importanza di questo fatto è tale che spesso in letteratura si incontra l'implementazione di controller PD (con errore finito a regime) piuttosto che PID, come in [3] e [4]. Questa considerazione, numericamente verificabile per il singolo attuatore, rimane valida (con qualche complicazione) anche nel caso dell'intero sistema di cuscinetti attivi.

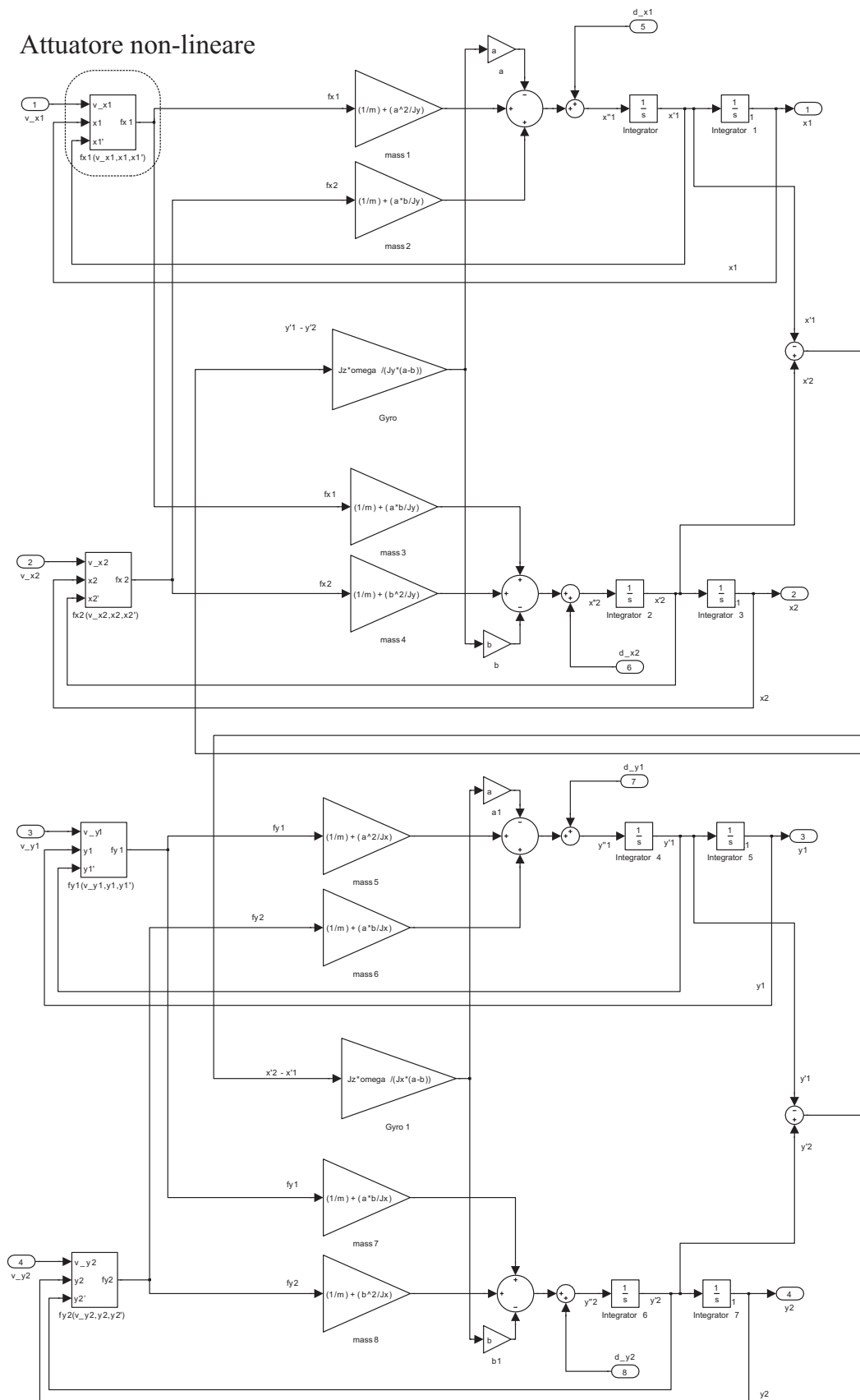


Figura 3.8: Schema SimulinkTM del sistema non-lineare con ingresso in tensione. In evidenza il nuovo blocco attuatore.

I metodi considerati sono:

- **Controllo PID decentrato** in corrente. Un metodo molto semplice, dato che considera in maniera indipendente ognuno dei quattro assi fisici di controllo (corrispondenti formalmente ai quattro attuatori bilateri). Molto utilizzato in ambito industriale nelle applicazioni dove non sono richieste elevate prestazioni di velocità di risposta.
- **Controllo PID disaccoppiato** in corrente. Un altro metodo di controllo relativamente semplice, ma che opera un disaccoppiamento quasi completo tra gli assi utilizzando due coordinate angolari e due di spostamento radiale, nella convenzione usata per lo studio della dinamica del rotore rigido. Questo metodo offre prestazioni decisamente migliori del precedente, specie dove il comportamento giroscopico si fa più sentire, a fronte di un piccolo aumento di complessità. Anche questo molto utilizzato in ambito industriale.
- **Controllo in spazio di stato** in tensione. Questo metodo è la base di quasi tutti i controlli ad alte prestazioni per sistemi di sospensione magnetica. L'inclusione della dinamica circuitale e la possibilità di controllare gli stati del sistema portano ad un notevole aumento di complessità, e quindi anche del costo, del controller. L'implementazione si effettua soltanto mediante dispositivi digitali (anche se uno studio a tempo continuo risulta valido per l'utilizzo su FPGA), ma in compenso viene fornito direttamente un riferimento di tensione. Si evita così di affidare l'inseguimento del segnale di corrente alla logica interna degli inverter. L'uso di questo metodo si va affermando sempre più negli ultimi tempi.

3.2.1 Controllo in corrente PID decentrato

Questa modalità di controllo prevede quattro controller PID di tipo standard per generare il riferimento per ciascun generatore di corrente (tipicamente *current driven inverter*). Gli assi di controllo corrispondono agli assi fisici. In questa maniera si sceglie deliberatamente di ignorare la dinamica circuitale, con il vantaggio dell'uso di parecchi componenti standard.

Ovviamente gli inverter generatori di corrente hanno un massimo di tensione erogabile, per cui pongono limiti sullo *slew rate* della forza esprimibile dai cuscinetti (come visto nel Capitolo 1). Questo è un limite prestazionale, anche se nel modello di prova questo aspetto non è stato preso in considerazione. Lo schema di controllo è riportato in figura 3.9, nel quale il blocco costituente il sistema è quello figura 3.6.

Il PID decentrato viene utilizzato largamente in tutte le applicazioni con scarse pretese in prestazioni, in particolare dove il comportamento giroscopico non sia molto evidente. Uno dei limiti all'uso di questa semplice tecnica è dovuto al posizionamento dei sensori.

3.2.1.1 Il problema della posizione dei sensori

Un problema non immediatamente evidente è quello della *non-collocation*, ovvero la non coincidenza delle posizioni dei sensori con quelli delle forze risultanti attuate

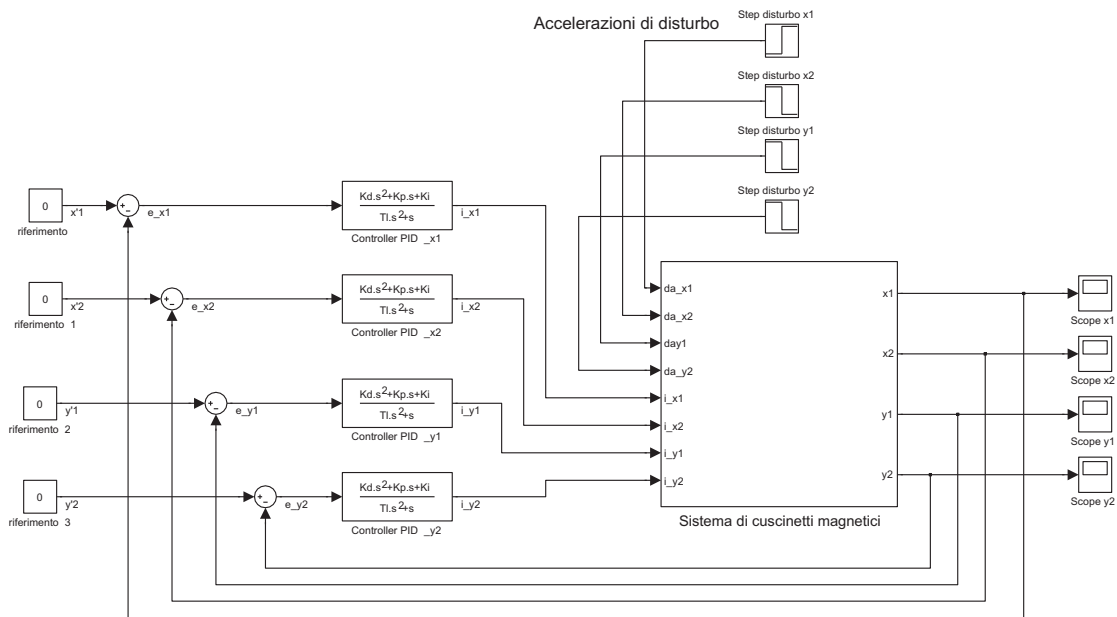


Figura 3.9: Schema di controllo PID decentrato in corrente

dai cuscinetti. Questo succede utilizzando cuscinetti eteropolari (piccolo ingombro assiale), e sensori di tipo ottico che prendono posto all'esterno dei cuscinetti (cosa che non accadrebbe utilizzando sensori a sonda di Hall, costosi e delicati). Quindi

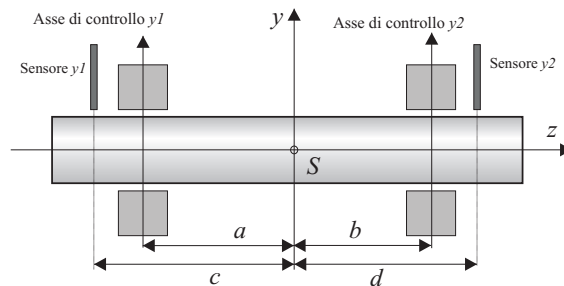


Figura 3.10: Posizione *non-collocated* dei sensori

la misura di posizione non corrisponde al vero spostamento dell'albero all'interno del cuscinetto, in quanto affetta da un errore sistematico. L'errore introdotto sarebbe nullo solo in caso di spostamenti *radiali*, ovvero simultanei e identici nei due cuscinetti, cosa che avviene solo se l'asse dell'albero si mantiene sempre parallelo a z . La somma di spostamenti radiali ed angolari, unitamente all'effetto giroscopico, può in determinati casi portare il sistema all'instabilità⁹.

⁹Si può trovare uno studio abbastanza esauriente in [4].

3.2.2 Controllo in corrente PID disaccoppiato

Questo secondo metodo di controllo in corrente prevede sempre l'utilizzo di quattro controller PID, ma opera un disaccoppiamento degli assi di controllo mediante la trasformazione di coordinate da quelle fisiche x_1, x_2, y_1 e y_2 a quelle baricentriche $\beta, x_S, -\alpha$ e y_S mostrate in figura 2.3. In questo modo le coordinate angolari e le coordinate radiali possono essere gestite separatamente, ad esempio dimensionando i PID con dinamica diversa a coppie. Dovendo limitare gli effetti giroscopici, i PID riferiti a β e a $-\alpha$ possono essere molto più veloci degli altri due. Nello specifico, se l'allineamento dell'albero a z è di cruciale importanza questa tecnica offre risultati interessanti.

Pur rimanendo il PID disaccoppiato abbastanza semplice, presenta delle caratteristiche di robustezza superiori al precedente, soprattutto nei confronti del comportamento giroscopico. Riguardo al problema della non coincidenza tra assi di misura e rette di azione delle forze prima riscontrato, la soluzione qui è semplice. Le coordinate controllate qui sono quelle baricentriche per cui è sempre possibile una trasformazione di coordinate tale da ricavare gli spostamenti reali da quelli misurati.¹⁰

Dato che questo aspetto è abbastanza semplice da risolvere, da adesso in poi i sensori verranno considerati *collocated*.

3.2.2.1 Disaccoppiamento dei moti dell'albero

Il sistema su cui si costruisce il controllo è basato sull'equazione matriciale vista per la dinamica del rotore rigido. Esplicitando le forze generalizzate si ha:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = -(\mathbf{BK}_s\mathbf{B}^T)\mathbf{q} + \mathbf{BK}_i\mathbf{i} \quad (3.14)$$

dove $\mathbf{K}_s = k_s\mathbf{I}_4$ è la *matrice delle rigidità negative* e $\mathbf{K}_i = k_i\mathbf{I}_4$ quella dei *fattori forza/corrente*. Dall'equazione matriciale possono essere desunte le funzioni di trasferimento, uguali a coppie, su cui calibrare i PID. L'accoppiamento giroscopico viene considerato un disturbo e va ad interferire soltanto sulle coordinate angolari, con annessi vantaggi di controllo.

Per gli spostamenti radiali si ha:

$$W_{x_s, y_s} = \frac{X_S(s)}{I_x(s)} = \frac{Y_S(s)}{I_y(s)} = \frac{k_i}{m s^2 + 2k_s} \quad (3.15)$$

mentre per gli spostamenti angolari:

$$W_{\beta, -\alpha} = \frac{\beta(s)}{I_\beta(s)} = \frac{-\alpha(s)}{I_{-\alpha}(s)} = \frac{k_i}{I_x s^2 + k_s(a^2 + b^2)} \quad (3.16)$$

¹⁰Dette $c < 0$ e $d > 0$ le distanze dei piani dei sensori dal baricentro S, siano \mathbf{x}_m il vettore degli spostamenti misurati e \mathbf{q} il vettore delle coordinate baricentriche. Allora $\mathbf{q} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{x}_m$ con

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c & 1 & 0 & 0 \\ d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & d & 1 \end{bmatrix}$$

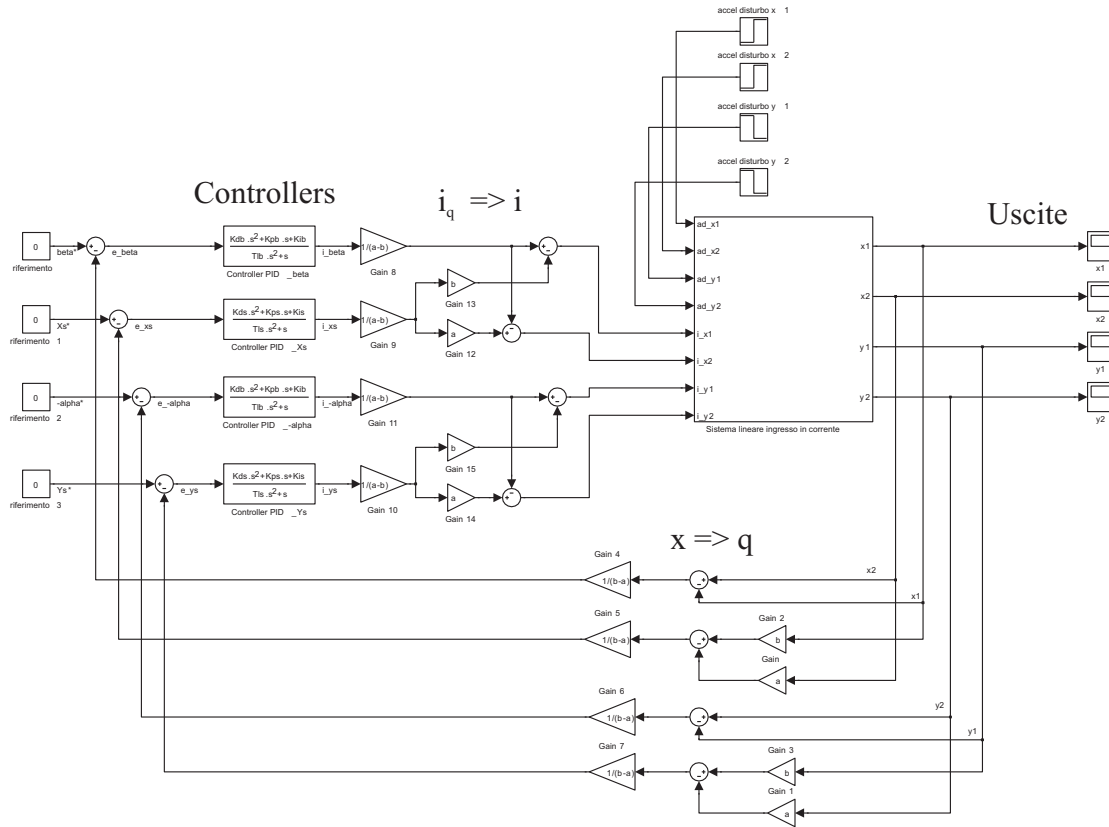


Figura 3.11: Schema di controllo PID decoupled.

Nella struttura di controllo sono state introdotte le correnti fittizie i_β , i_{x_s} , $i_{-\alpha}$ e i_{y_s} legate al nuovo sistema di coordinate, quindi per ricostruire le correnti reali è necessario ricorrere ad una trasformazione. Stesso discorso per le misure sull'uscita. Sinteticamente, posto \mathbf{i}_q il vettore delle correnti fittizie:

$$\mathbf{i} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{i}_q \quad \text{e} \quad \mathbf{q} = (\mathbf{B}^T)^{-1}\mathbf{x} \quad (3.17)$$

Come appena accennato, le due coppie di PID possono essere dimensionate separatamente, quelli relativi alle coordinate angolari hanno ancora a che fare con l'accoppiamento giroscopico e quindi è richiesta una risposta rapida, mentre quelli relativi alle coordinate radiali hanno minori requisiti in quanto liberi dall'accoppiamento.

Si noti comunque che il perfetto disaccoppiamento in questo caso vale se il sistema è simmetrico (ovvero per $a = -b$), mentre per geometrie diverse la matrice $(\mathbf{BK}_s\mathbf{B}^T)$ perde la simmetria. È ancora possibile ottenere un perfetto disaccoppiamento attuando uno schema di *compensazione della rigidità negativa*¹¹ in parallelo, sommando alle correnti \mathbf{i} dei cuscinetti attivi il vettore:

$$\mathbf{i}_{comp} = -\mathbf{K}_i^{-1}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K}_s\mathbf{q} \quad (3.18)$$

¹¹Questa soluzione viene spiegata in [4].

3.2.3 Controllo in tensione con retroazione dello stato stimato

Questo metodo è il più sofisticato tra quelli implementati. Avendo a disposizione un modello in spazio di stato diventa possibile determinare una legge di controllo che tenga conto istante per istante dell'evoluzione interna del sistema. L'ingresso da fornire al sistema per risolvere il *problema di regolazione* (ovvero di reiezione dei disturbi che deviano il sistema dalla condizione iniziale) posto dalla sospensione magnetica viene elaborato sulla base di informazioni relative alle variabili di stato (e/o di uscita). Nel caso in esame il sistema è stato modellizzato includendo anche la dinamica circuitale, per cui il controllo provvederà a fornire come ingressi opportuni riferimenti di tensione.

3.2.3.1 Controllo in spazio di stato

Utilizzando i valori delle variabili di stato e delle uscite del sistema è possibile generare gli opportuni segnali di ingresso del sistema in maniera statica (con opportuna matrice di guadagni, e si parla di *reazione statica*) oppure utilizzando un dispositivo con dinamica propria (*reazione dinamica*). Il metodo qui considerato è basato sulla retroazione statica, per cui il comportamento sarà asintotico.

Si consideri un sistema a tempo continuo strettamente proprio Σ descritto dalle matrici A , B , C , supponendo che tutte le componenti dello stato siano accessibili. La più semplice legge di controllo vede i p ingressi $u_i(t)$ come combinazioni lineari dei valori istantanei delle n variabili di stato e degli ingressi di riferimento $v_i(t)$, ovvero:

$$\mathbf{u}(t) = -K\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (3.19)$$

dove K è un'opportuna matrice $p \times n$. Con riferimento al sistema iniziale:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.20)$$

sostituendo la nuova forma dell'ingresso si ha:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = (A - BK)\mathbf{x}(t) + B\mathbf{v}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (3.21)$$

che rappresenta la forma del nuovo sistema controllato.¹² Dato che la dinamica del sistema originale è legata agli *autovalori* della matrice A , il ruolo di K è di modificare tali autovalori in modo da stabilizzarli e portare i modi oscillatori entro i limiti voluti. In linea teorica, se il sistema è completamente raggiungibile (come è il caso della sospensione magnetica), è possibile ridefinire completamente la dinamica del sistema per mezzo di K (il limite a questo punto è dato dall'*hardware* di controllo).

¹²Una particolare forma di retroazione dello stato è la *retroazione delle uscite*, ovvero una legge di controllo del tipo:

$$\mathbf{u}(t) = -K\mathbf{y}(t) + \mathbf{v}(t) = -KC\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t)$$

Si deve notare che (soprattutto nel caso di numero di uscite inferiore al numero stati) le possibilità offerte dalla retroazione dello stato sono superiori (a causa del maggior numero di parametri a disposizione) a quelle della retroazione delle sole uscite.

Esistono varie possibilità per definire la matrice K , a partire dall'allocazione manuale degli autovalori del sistema. Recentemente si fanno sempre più strada dei criteri legati al controllo ottimo, come H^∞ , LQR, μ -Synthesis, dove l'allocazione degli autovalori è basata su criteri di minimizzazione di un'opportuna norma o funzione di costo legate allo stato, agli ingressi ed eventualmente ai disturbi.

Il metodo qui utilizzato è quello della regolazione *Lineare-Quadratica* (LQR) in tempo continuo e ad orizzonte temporale infinito.¹³

L'approccio LQR permette di definire la matrice K minimizzando un opportuno indice di comportamento:

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{x}^T Q \mathbf{x} + \mathbf{u}^T R \mathbf{u}) \quad (3.22)$$

dove la matrice $Q \geq 0$ è quella di costo dello stato $R \geq 0$ è quella di costo del controllo. La matrice di retroazione si ottiene dalla soluzione X dell'*equazione algebrica di Riccati continua* nella forma:

$$A^T X + X A - X B B^T X + Q = 0 \quad (3.23)$$

$$K = R^{-1} B^T X \quad (3.24)$$

Mentre si è posta $R = I$, per definire la matrice Q dei costi degli stati è stato seguito l'approccio seguente. Il vettore degli stati definito in 3.6 presenta in successione gli spostamenti (due angolari e due radiali), le velocità (anche qui due angolari e due radiali) ed infine le correnti (riferite agli assi fisici di controllo).

Considerando che i riferimenti di tensione sono nulli (devono corrispondere infatti a spostamenti nulli), si vede che l'ingresso del sistema controllato è costituito dalla retroazione dello stato (che rappresenta il vettore di *errore* rispetto al riferimento nullo). Quindi la matrice Q assume il significato di matrice dei pesi degli errori e permette di assegnare un'importanza arbitraria rispettivamente ad errori di posizione radiale ed angolare, di velocità radiale ed angolare e di corrente¹⁴.

Seguendo la regola di Bryson¹⁵, si definiscono quindi i massimi errori ammissibili a regime per le variabili di stato, rispettivamente s_{max} e a_{max} per spostamenti radiali ed angolari, \dot{s}_{max} e \dot{a}_{max} per le velocità radiali ed angolari e i_{max} per le correnti. I valori dei pesi saranno rispettivamente:

$$\frac{1}{s_{max}^2}, \quad \frac{1}{a_{max}^2}, \quad \frac{1}{\dot{s}_{max}^2}, \quad \frac{1}{\dot{a}_{max}^2}, \quad \frac{1}{i_{max}^2} \quad (3.25)$$

Si definiscono ora le sottomatrici:

$$Q_q = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{max}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_{max}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\dot{a}_{max}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\dot{s}_{max}^2} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

¹³Esiste un'altra classe di problemi LQR, detta ad orizzonte temporale finito, che aggiunge un vincolo in più (il massimo tempo per raggiungere la condizione di regime) e che richiede necessariamente una retroazione *dinamica*. Per riferimenti si vedano [5], [6] e [7].

¹⁴La scelta esatta dei pesi da assegnare è sempre molto delicata, come in tutti i problemi di ottimizzazione, e non prescinde da uno studio sperimentale sul sistema.

¹⁵Bryson e Ho, 1969. Richiamato in [8].

$$Q_{\dot{q}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\dot{a}_{max}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\dot{s}_{max}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\dot{a}_{max}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\dot{s}_{max}^2} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$Q_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{i_{max}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{i_{max}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{i_{max}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{i_{max}^2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

La matrice Q sarà una matrice diagonale così costituita:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_q & | & 0 & | & 0 \\ - & & - & & - \\ 0 & | & Q_{\dot{q}} & | & 0 \\ - & & - & & - \\ 0 & | & 0 & | & Q_i \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A questo punto la soluzione dell'equazione di Riccati, e quindi la determinazione della matrice K , va effettuata per via numerica. Nell'ambiente MATLAB[®] esiste per questo scopo la funzione $[X, L, G] = \text{care}[A, B, Q, R]$, dove X è la soluzione dell'equazione di Riccati, L il vettore dei nuovi autovalori della matrice $A - B^*G$, G è la *gain matrix* ovvero la matrice K , mentre A, B, Q, R già definite sono i dati iniziali del problema.

3.2.3.2 Osservatore asintotico dello stato

Nei sistemi reali solitamente non è possibile accedere alle variabili di stato, per cui è necessario ricostruirle dai valori degli ingressi e delle uscite. La ricostruzione dello stato è affidata ad uno stimatore asintotico.

Il problema della stima dello stato è duale a quello del controllo, ovvero corrisponde a costruire una matrice H di retroazione per il sistema *duale* Σ definito dalle matrici A^T, C^T, B^T , in cui ingressi ed uscite del sistema originale si scambiano di ruolo. L'osservabilità del sistema è verificabile studiando la raggiungibilità della coppia (A^T, C^T) , ed in questo caso il sistema è completamente osservabile.

La matrice H ha il compito di rendere non solo stabili gli autovalori della matrice $A^T - C^T H^T$, ma anche di portarli più a sinistra (sul piano complesso) di quelli del sistema controllato. Questo perché è necessario che la dinamica dell'osservatore sia molto più veloce di quella del controllore: deve restituire una stima a regime dello stato del sistema in tempo inferiore a quello necessario perché il sistema controllato reagisca ad una variazione di ingresso¹⁶.

Nonostante sia possibile utilizzare criteri di ottimo come fatto per ottenere la matrice K , in questo caso rimane molto difficile determinare una matrice di costo Q adeguata, dato che non si conoscono ancora le entità dei disturbi e degli errori introdotti da sensori e attuatori.

¹⁶Questo fatto si può riconoscere confrontando le risposte a gradino dei sistemi controllato ed osservato, ad esempio con la funzione Matlab[®] `step(Sys1, Sys2, t_sim)`.

Per il controllo del sistema di cuscinetti attivi si è quindi scelto per semplicità di allocare manualmente i poli in modo da assicurare la dinamica di osservazione desiderata (si è utilizzata la funzione Matlab[®] $H'=place(A', C', 1_poles)$).

3.2.3.3 Schema di controllo

Lo schema dell'intero regolatore combina l'osservatore con la matrice K di retroazione dello stato.

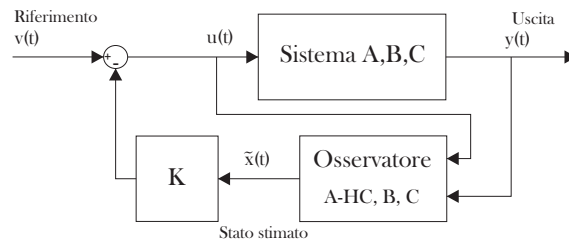


Figura 3.12: Schema del regolatore complessivo.

All'interno dello stimatore è replicato integralmente il modello del sistema (che ovviamente differisce leggermente dal sistema fisico non-lineare). Per ottenere la stima asintotica si retroaziona negativamente il prodotto tra la matrice H e l'errore $e_y(T)$ tra uscita stimata ed uscita reale, come si vede nella figura 3.13. Dallo stimatore si estrae poi il vettore di stato stimato $\tilde{x}(t)$, qui perfettamente accessibile, e lo si retroaziona negativamente all'ingresso del sistema reale mediante la matrice K .

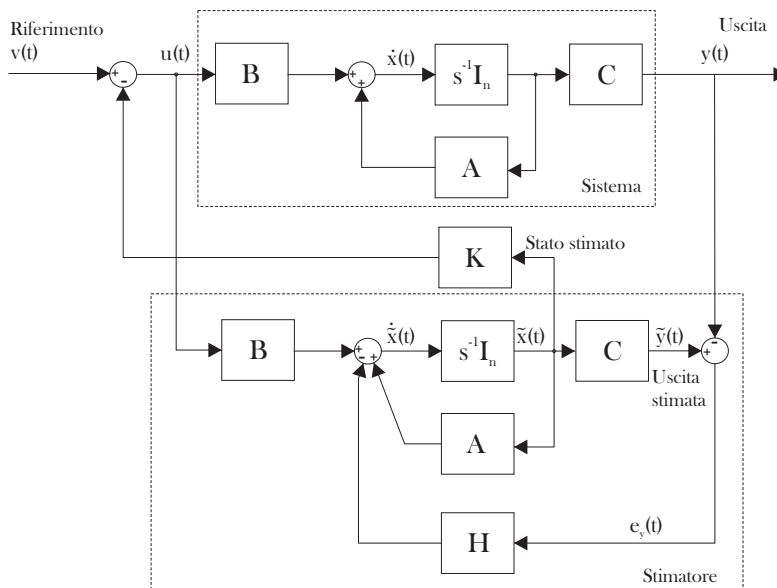


Figura 3.13: Schema dettagliato del regolatore, con evidenziati il sistema e lo stimatore.

Nella figura 3.14 viene riportato lo schema di controllo finale applicato al sistema non lineare con ingressi in tensione, implementato con SimulinkTM. Si possono riconoscere lo stimatore asintotico e la matrice di controllo K .

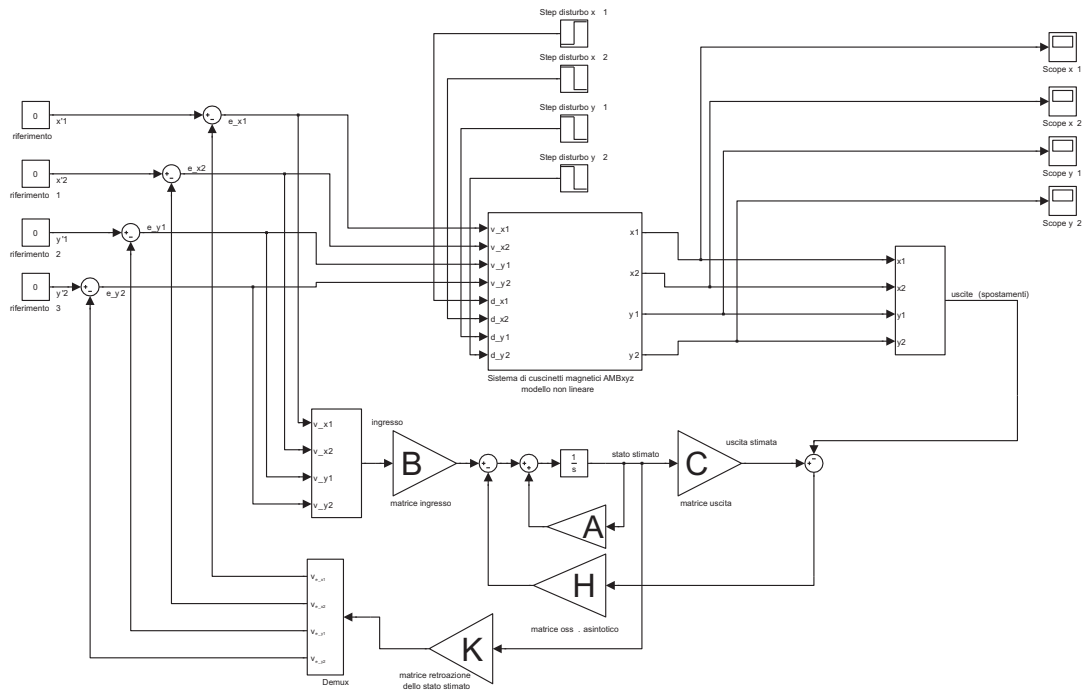


Figura 3.14: Schema di controllo del sistema di cuscinetti magnetici non lineare, implementato in SimulinkTM.

Capitolo 4

Simulazioni numeriche

In questo capitolo vengono valutati i metodi di controllo descritti nel capitolo precedente quando applicati ad un modello virtuale di albero rotante sostenuto da cuscinetti magnetici. Sono state scelte delle condizioni di prova ben definite, in modo da permettere dei confronti diretti e desumere pregi e difetti di ogni approccio, gli eventuali vincoli e le possibilità di miglioramento. In modo specifico si confrontano le risposte a sollecitazioni a gradino di vario tipo ed andamento delle correnti ed eventualmente delle tensioni di controllo.

4.1 Obiettivi e geometria del sistema di prova

Gli obiettivi delle simulazioni numeriche, basate sull'utilizzo dei modelli numerici analizzati nel capitolo precedente, sono:

- L'utilizzo di modelli numerici lineari parametrici ai fini della sintesi dei controller. I modelli implementati possono descrivere le possibili varianti di un sistema di cuscinetti magnetici attivi a quattro gradi di libertà mediante la semplice modifica dei parametri elettrici e geometrici.
- L'utilizzo di modelli numerici non-lineari parametrici, costruiti in modo da rispondere a diversi aspetti del comportamento dei modelli reali, per un collaudo virtuale dei diversi sistemi di controllo. Da questi modelli si possono ricavare i precedenti mediante linearizzazione, anche se nell'ottica di queste prove ne sono l'evoluzione concettuale.
- Disporre di un *banco di prova* numerico che dia la possibilità di valutare gli ordini di grandezza delle variabili in gioco, come forze, spostamenti, densità di flusso, correnti e tensioni, fungendo da ausilio per futuri problemi di dimensionamento elettromeccanico di un sistema reale.

In questo *collaudo numerico* non c'è la pretesa di simulare un dimensionamento ottimale della parte elettromeccanica né di sintetizzare subito il controller più adeguato. Lo spirito di questo lavoro è invece di esaminare i comportamenti del sistema in condizioni significative, per valutarne le risposte ed eventualmente agire sui parametri.

In questa maniera si possono dare delle linee guida sia per la geometria dell'albero rotante che per quella dei cuscinetti stessi. Dato che normalmente la progettazione elettromeccanica segue un processo iterativo, in base ai risultati ottenuti sarà quindi possibile scegliere adeguatamente lo spessore nominale del traferro, numero (e tipo) di avvolgimenti di eccitazione per ogni circuito magnetico, superficie di affacciamento dei traferri, materiale (volendo variare la B_{sat}), distanza dei cuscinetti dal baricentro dell'albero. Successivamente si verificheranno le caratteristiche della nuova configurazione.

Sarà inoltre possibile rendersi conto delle prestazioni richieste ad un eventuale controller reale, ricordando però che il modello numerico per quanto dettagliato è ancora a parametri concentrati (trascura quindi tutte le dispersioni di flusso, la dipendenza dalla temperatura, il ruolo delle correnti parassite, le imprecisioni di lavorazione).

4.1.1 Geometria del sistema

Come già detto nei capitoli precedenti, in questa tesi è stato preso in considerazione un sistema di cuscinetti omopolari, come si può vedere dalla figura 4.1.

Secondo le specifiche industriali seguite, si utilizza un albero cavo (luce interna minima di 50 mm) in alluminio. A metà della sua lunghezza è presente una spessa corona di ferro, che rappresenta il nucleo ferromagnetico del rotore di un motore. La sua presenza influisce solo sul peso complessivo e sui momenti di inerzia di massa.

Il materiale dell'albero obbliga all'aggiunta di altre due parti rotoriche in ferro (nella realtà sarà acciaio al silicio non laminato) in corrispondenza dei cuscinetti, per la chiusura dei flussi. Questi due cilindri cavi, ovvero i rotori dei cuscinetti, sono stati dimensionati in modo che le sezioni interessate dal flusso abbiano una superficie pari alla proiezione di quella dell'affacciamento del traferro (*journal*) in modo da mantenere in tutto il circuito magnetico una sezione costante.

Nel modello utilizzato il *journal* di ciascun traferro copre un angolo di 60° , 240° sull'intera circonferenza, ovvero i $2/3$ del totale. Posta l'area della corona circolare $A_{tot} = \pi(R_e^2 - R^2)$, con R_e il raggio esterno del rotore del cuscinetto e R il raggio esterno dell'albero di alluminio, e A_g la superficie della sezione del nucleo ferromagnetico, si ha:

$$R_e = \sqrt{\frac{6A_g}{\pi} + R^2} \quad (4.1)$$

Sempre nella figura 4.1 sono presentate tutte le misure utilizzate per l'albero e per i cuscinetti.¹

In base a tali misure, sono state calcolate le grandezze di interesse:

- Massa dell'intero albero rotante $m = 7.2891 kg$
- Momenti di inerzia di massa $I_x = I_y = 0.1555 kg m^2$ e $I_z = 0.0147 kg m^2$
- Velocità di rotazione a regime dell'albero $\Omega = 6000 rad/s$

¹Il modello illustrato ha lo scopo di mostrare le proporzioni del sistema, senza la pretesa di mostrare cuscinetti realistici.

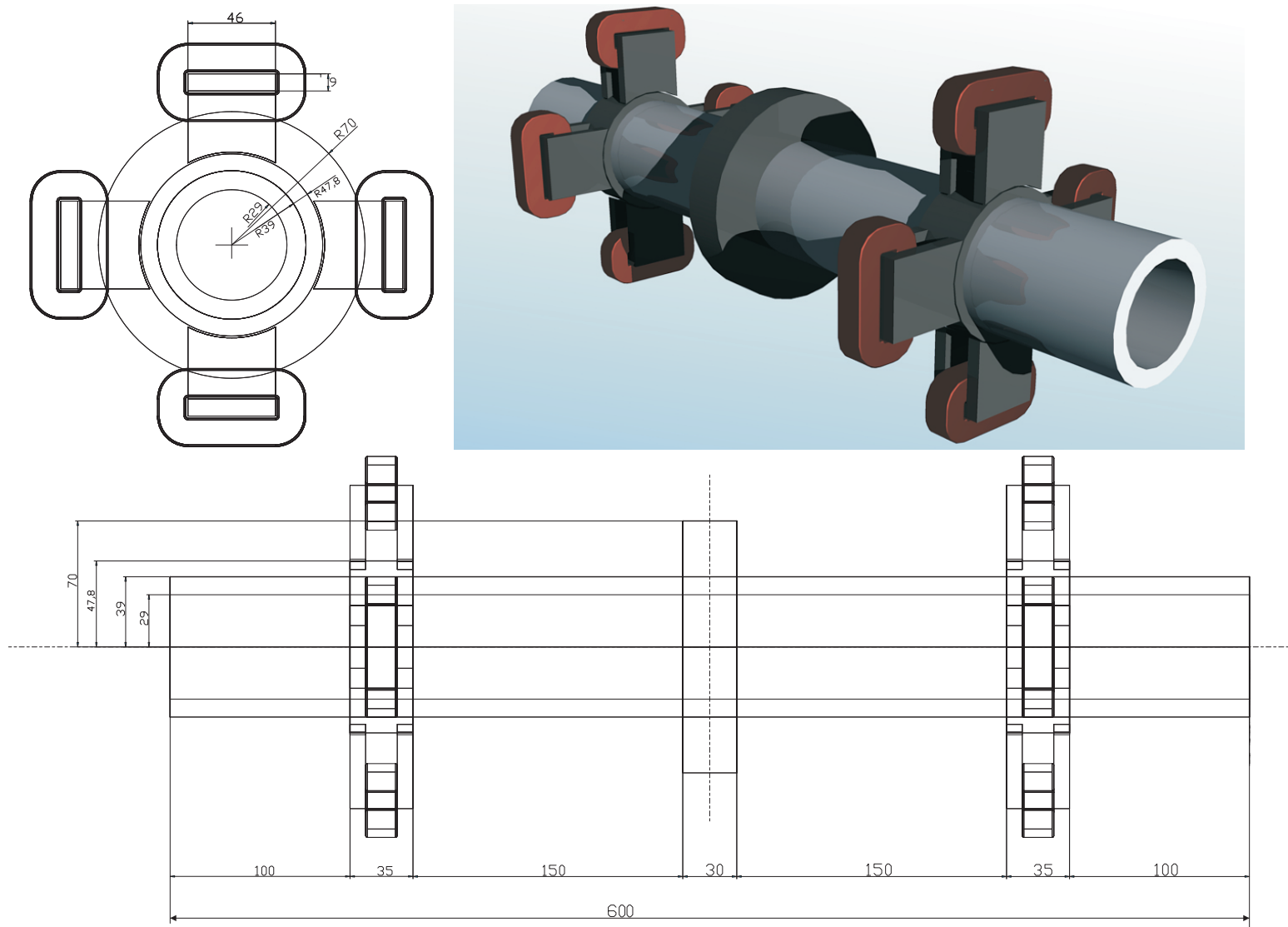


Figura 4.1: Dimensioni dell'albero rotante e dei cuscinetti magnetici.

Per quanto riguarda il dimensionamento elettromeccanico dei cuscinetti:

- Sezione dei nuclei ferromagnetici $A_g = 4 \text{ cm}^2$
- Spessore del traferro $g = 0.6 \text{ mm}$
- Numero di avvolgimenti $N = 50$ spire
- Sezione del conduttore di rame $s_0 = 3 \text{ mm}^2$
- Lunghezza media della spira $l_{sp} = 150 \text{ mm}$
- Valore dell'induzione magnetica alla saturazione $B_{sat} = 1.6 \text{ T}$ a cui corrisponde $I_{sat} = 30.56 \text{ A}$ e quindi una $I_b = 15.28 \text{ A}$
- Distanze dei centri dei cuscinetti dal baricentro del sistema $a = b = 182.5 \text{ mm}$

4.1.2 Le condizioni di prova

Tutti i modelli descritti nella prima parte del capitolo precedente sono stati costruiti per accettare come disturbi in ingresso delle accelerazioni esterne le cui direzioni sono le stesse degli assi fisici di azione dei cuscinetti: x_1 , x_2 , y_1 e y_2 . La combinazione di tali accelerazioni, tenendo anche conto del braccio $|b| + |a|$, permette anche di descrivere sia accelerazioni lineari che angolari (quindi di considerare sia il caso di forze che di momenti agenti sul baricentro S del sistema).

Per le condizioni di prova sono state determinate sei configurazioni significative delle forze. Le sollecitazioni agiscono sul solo piano verticale zy . Tale scelta non è riduttiva, segue infatti dalla disomogeneità della forza massima esprimibile dai cuscinetti al variare dell'angolo. I valori minimi si trovano appunto sugli assi verticale e orizzontale, dove la forza è prodotta dal singolo attuatore bilatero.²

Quindi le sei prove consistono in:

- Accelerazione radiale: due gradini di ampiezza rispettivamente -20 m/s^2 e -110 m/s^2 applicati alle due direzioni y_1 e y_2 . Coincidono, dato il peso del rotore, a forze rispettivamente di 291.5 N e 1604 N applicate al baricentro.
- Accelerazione angolare: due gradini di diversa ampiezza, ottenuti applicando due accelerazioni radiali opposte, rispettivamente $\pm 20 \text{ m/s}^2$ e $\pm 160 \text{ m/s}^2$, alle direzioni y_1 e y_2 . Corrispondono, data la distanza tra i due cuscinetti e l'inerzia I_x del rotore, a momenti torcenti applicati al baricentro lungo l'asse x di valore rispettivamente 17 Nm e 136 Nm .
- Combinazione di accelerazione radiale ed accelerazione angolare: anche qui due gradini di ampiezza diversa, rispettivamente -20 m/s^2 e -160 m/s^2 applicati alla sola direzione y_1 . Corrispondono nel primo caso alla somma di una forza verticale sul baricentro di 73 N e di un momento torcente in x di 8.5 Nm e nel secondo alla somma di una forza verticale sul baricentro di 583 N e di un momento torcente in x di 68 Nm .

²Mentre con un angolo di 45 gradi si ha la somma vettoriale delle forze dei due attuatori bilateri, per un modulo $\sqrt{2}$ volte maggiore.

Le prove considerano anche la forza di gravità, per cui le condizioni iniziali non sono nulle³. I valori massimi sono stati scelti in modo da mantenere le correnti un po' al di sotto del limite di saturazione dei nuclei magnetici. Si segnala che la stima asintotica dello stato introduce degli errori che generano oscillazioni sul piano xz anche quando la sollecitazione è solo una forza radiale in zy (figg. 4.3 e 4.8).

Le prove sono state effettuate soltanto sui modelli non-lineari, dopo aver verificato la sostanziale compatibilità con il comportamento delle controparti lineari (come si deduce dalla figure 4.2). Per mettere in evidenza le caratteristiche delle risposte alle sollecitazioni, nei grafici sono stati riportati i confronti rispettivamente tra il controllo in spazio di stato e il controllo PID decentrato e tra il PID disaccoppiato e il PID decentrato. Si è supposto infatti che il controllo PID decentrato fosse il più semplice e peggiore tra i tre.

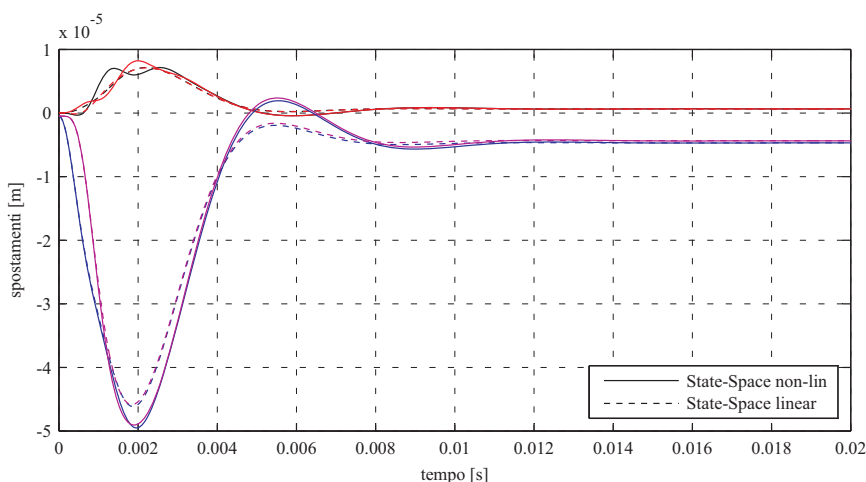


Figura 4.2: Confronto tra sistemi State-Space lineare e non-lineare con sollecitazione combinata con forza radiale $F_y = -583 N$ e momento torcente $M_x = -78 Nm$.

I grafici riportano i confronti tra spostamenti nei cuscinetti e tra le correnti utilizzate, oltre a mostrare anche l'andamento delle tensioni di ingresso per il controllo in spazio di stato. Per poter raffrontare ragionevolmente le correnti è stata fatta una semplificazione: nel controllo in spazio di stato le correnti dei due lati degli attuatori sono leggermente diverse per via della non-linearità, per cui (dopo aver verificato che il loro scarto rispetto al caso lineare è del 10% nelle condizioni più gravose) nei grafici è stata riportata la semidifferenza $(i_1 - i_2)/2$, che in regime lineare corrisponde alla i_p .

4.2 Confronti

Nelle pagine sono riportati tutti i grafici, suddivisi per le varie condizioni di prova. Per ogni set di confronti si fanno alcune osservazioni. Le correnti indicate sono quelle di *controllo* effettive per i PID e l'estrapolazione di i_p per il controllo in spazio di stato. La tensione invece è v_p di comando. Questo significa che le correnti e tensioni reali si devono ricavare componendole con i rispettivi valori di *bias*.

³Corrispondono alle condizioni di *regime* della risposta al gradino dell'accelerazione di gravità.

Sollecitazione con forza radiale $F_y = -291.5 N$

Con la sollecitazione a gradino di forza esercitata nella direzione y non si hanno problemi dovuti al comportamento giroscopico. Sostanzialmente vengono eccitate soltanto oscillazioni radiali e nessuno dei sistemi di controllo ha particolari problemi. Essendo il gradino di piccola ampiezza si nota che lo spostamento massimo è esiguo (tra i 9 e i $12.5 \mu m$), con correnti massime intorno ai 3 A. Questo corrisponde nel sistema in spazio di stato ad una tensione massima di 3 V. Si nota che in questo caso sia il sistema di controllo in spazio di stato che quello PID disaccoppiato hanno prestazioni leggermente inferiori al semplice PID decentrato. Un fatto importante da notare è che il controllo in spazio di stato non ha un comportamento integratore dell'errore, per cui presenta un errore a regime non nullo (in questo caso di circa $1.5 \mu m$). Per contro raggiunge i valori di regime in circa 10 ms rispetto ai 15 ms dei PID.

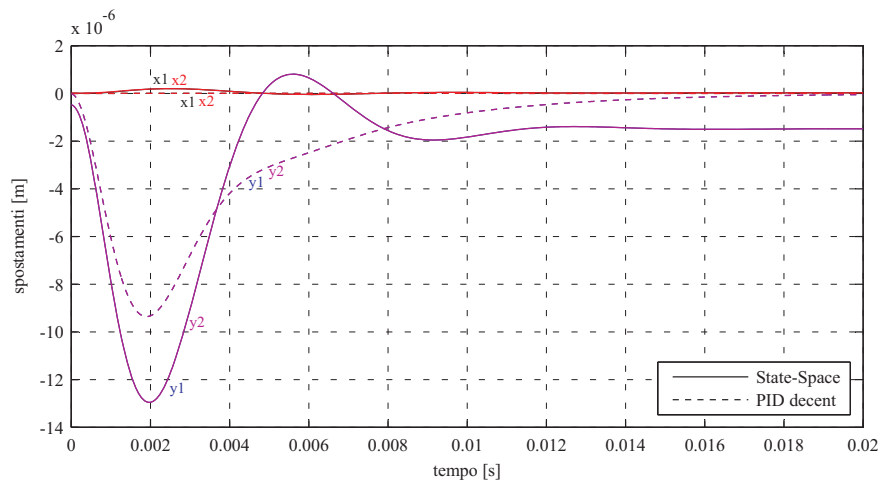


Figura 4.3: Confronto degli spostamenti tra sistema State-Space e PID decentrato.

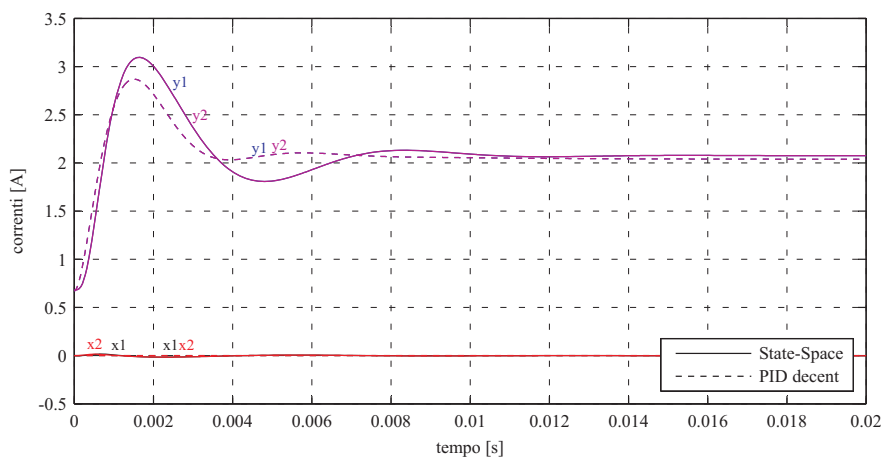


Figura 4.4: Confronto delle correnti tra sistema State-Space e PID decentrato.

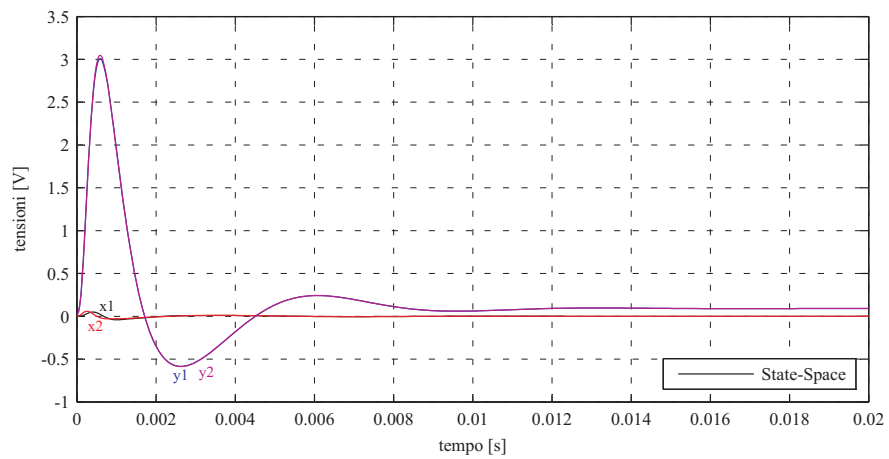


Figura 4.5: Tensioni di ingresso del sistema State-Space.

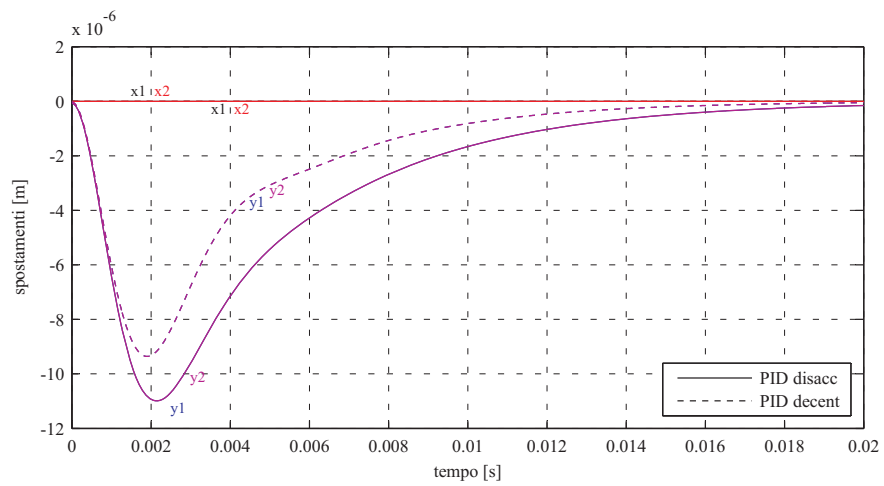


Figura 4.6: Confronto degli spostamenti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

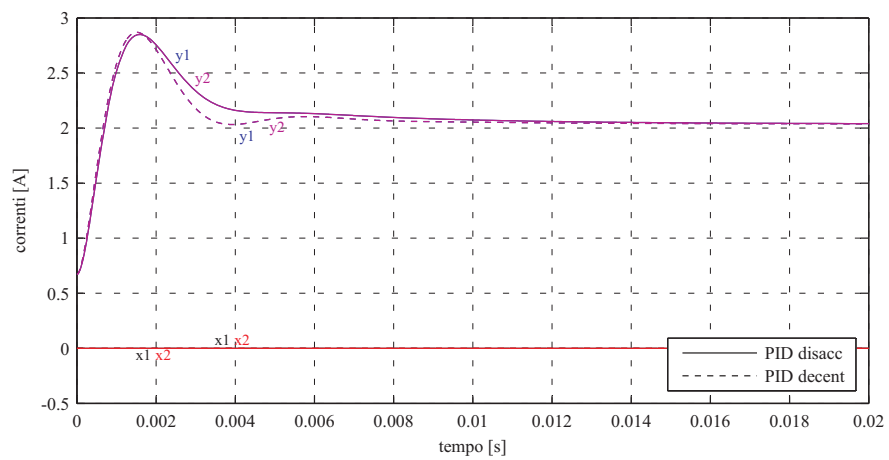


Figura 4.7: Confronto delle correnti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

Sollecitazione con forza radiale $F_y = -1604 N$

Qui il gradino di forza è ben maggiore del precedente, tanto che lo spostamento massimo si attesta tra 55 e $65 \mu m$. Come prima, il sistema di controllo in spazio di stato presenta una sovraelongazione dello spostamento, e richiede $9 ms$ per arrivare alla condizione di regime con errore di circa $6 \mu m$. Le correnti massime si attestano tra 13 e $14 A$, con valore di regime di $8 A$. La massima tensione richiesta all'ingresso del controllo in spazio di stato è di $17 V$. Il PID decentrato conferma ancora il miglior comportamento per quanto riguarda lo spostamento massimo, come ci si aspettava. Entrambi i PID arrivano a regime ancora in $15 ms$, infatti il dimensionamento del PID disaccoppiato rispetto agli spostamenti radiali è simile a quello del PID decentrato.

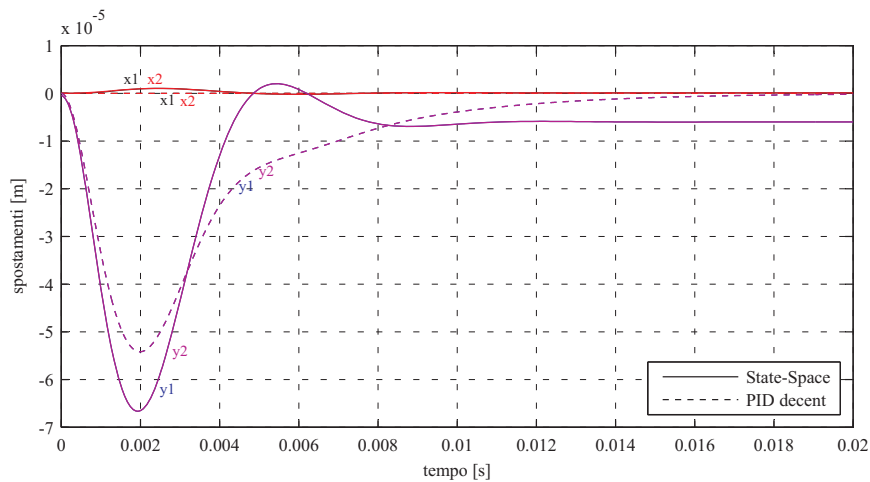


Figura 4.8: Confronto degli spostamenti tra sistema State-Space e PID decentrato.

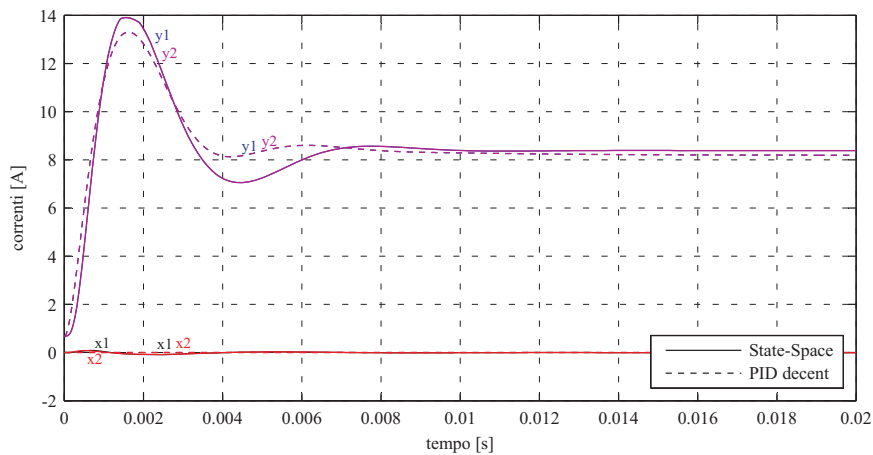


Figura 4.9: Confronto delle correnti tra sistema State-Space e PID decentrato.

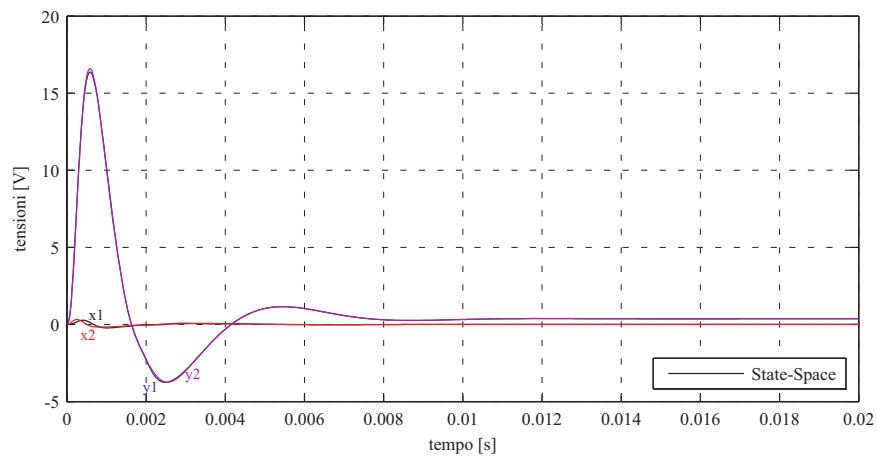


Figura 4.10: Tensioni di ingresso del sistema State-Space.

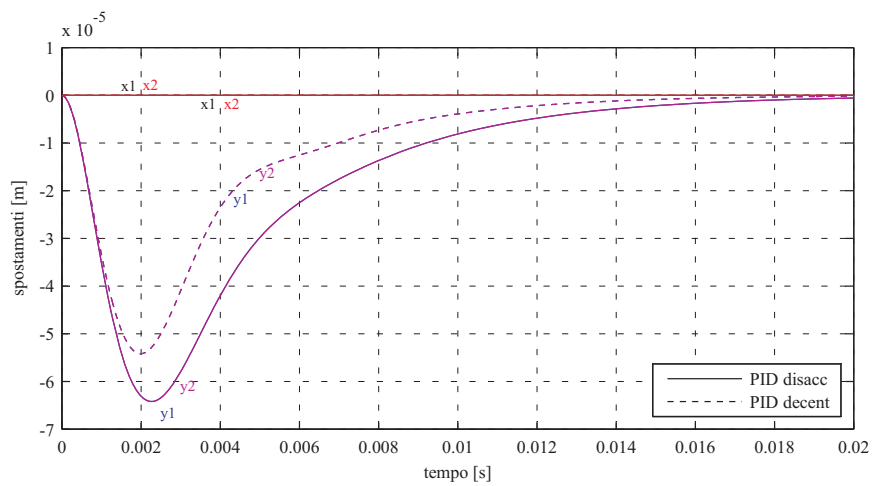


Figura 4.11: Confronto degli spostamenti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

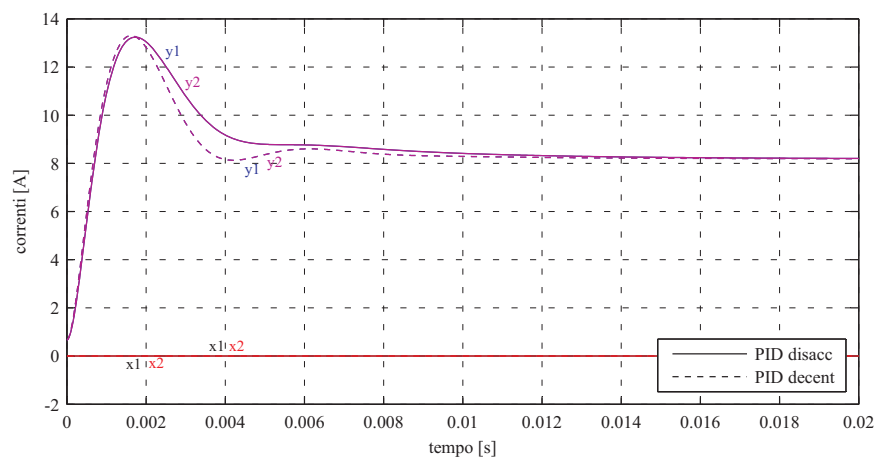


Figura 4.12: Confronto delle correnti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

Sollecitazione con momento torcente $M_x = -17 Nm$

Le sollecitazioni mediante momento torcente in direzione dell'asse x mettono in luce il comportamento giroscopico. La velocità di rotazione è alta ($\Omega = 6000 rad/s$ corrispondono a circa 57000 rpm), per cui questo effetto è non trascurabile. Una coppia da bilanciare sul piano zy si traduce in un'altra coppia, di entità inferiore, da bilanciare sul piano zx . Con un gradino di $17 Nm$ si nota che sia il controllo in spazio di stato che il PID disaccoppiato hanno un comportamento migliore del PID decentrato. Nell'ordine, i massimi spostamenti sono di $2 \mu m$, $3.5 \mu m$ e $5.5 \mu m$, con tempi per arrivare alla condizione di regime rispettivamente di $8 ms$, $10 ms$ e $14 ms$. Un particolare molto importante è che il controllo in spazio di stato tende innanzitutto a rendere uguali il prima possibile le due coordinate x_1 e x_2 e le due y_1 e y_2 . Questo fatto significa che viene privilegiato l'allineamento assiale dell'albero rispetto al posizionamento radiale. In questo modo il controllo di comportamenti giroscopici viene notevolmente migliorato, inoltre questo metodo si rivela particolarmente utile in quelle applicazioni dove l'allineamento assiale sia essenziale.

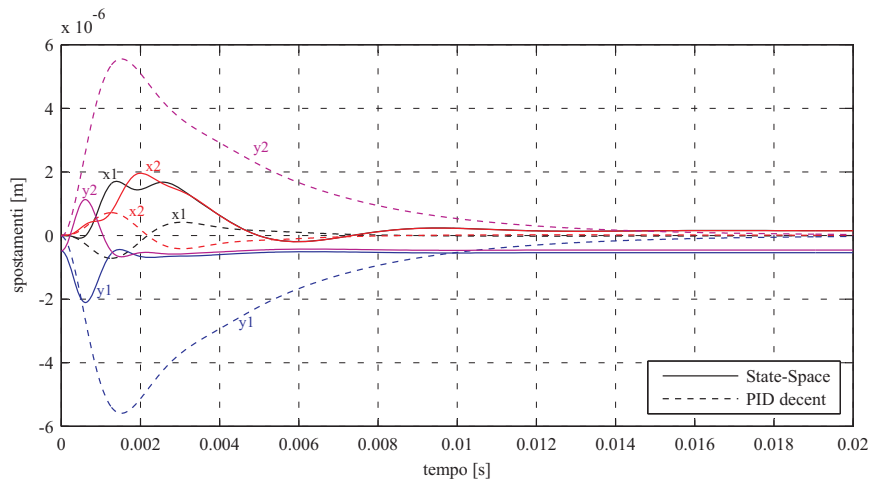


Figura 4.13: Confronto degli spostamenti tra sistema State-Space e PID decentrato.

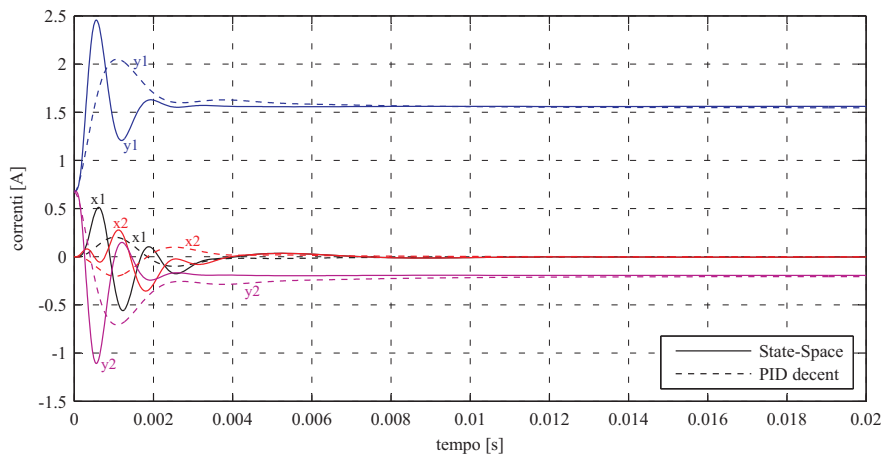


Figura 4.14: Confronto delle correnti tra sistema State-Space e PID decentrato.

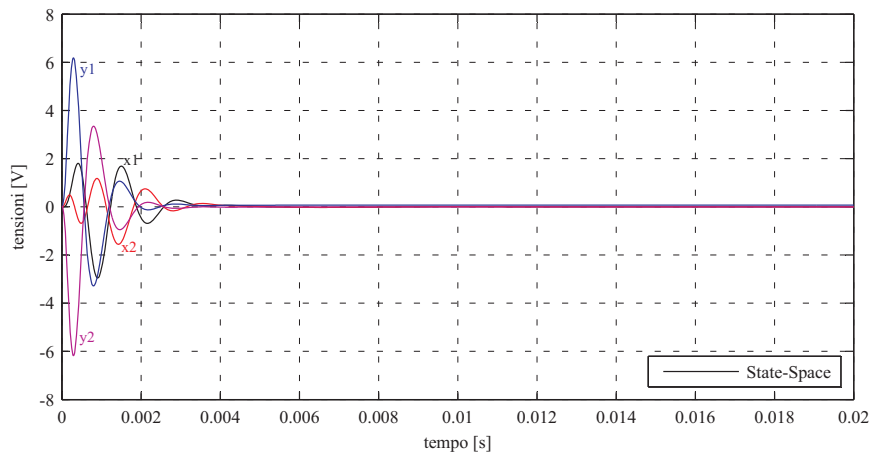


Figura 4.15: Tensioni di ingresso del sistema State-Space.

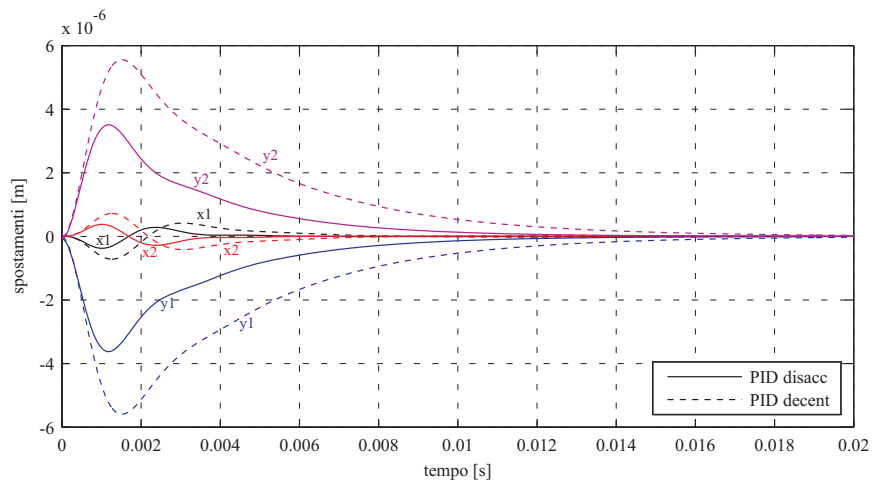


Figura 4.16: Confronto degli spostamenti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

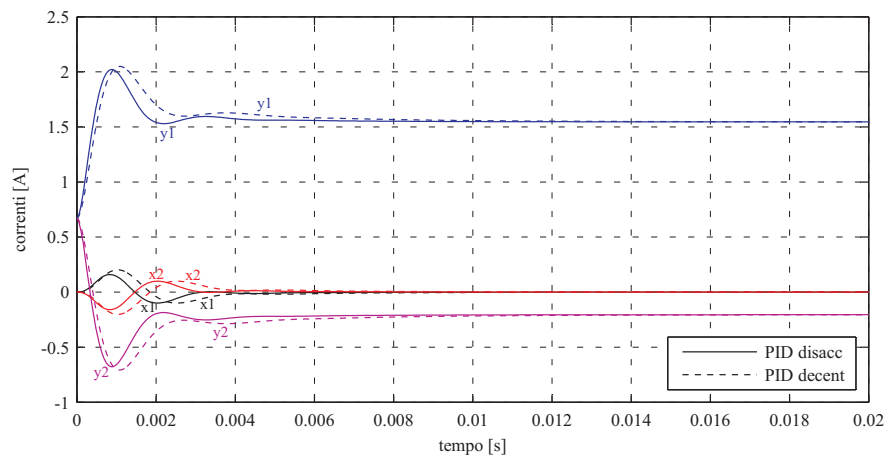


Figura 4.17: Confronto delle correnti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

Sollecitazione con momento torcente $M_x = -136 Nm$

Con un gradino di momento torcente più elevato, per quanto valgano le stesse considerazioni fatte nel caso precedente, si possono vedere meglio i particolari prima evidenziati. In particolare l'allineamento assiale viene completato dal controllo in spazio di stato in circa $3 ms$, mentre i due PID seppur con tempi differenti hanno dinamica tra loro simile, arrivando a regime in $10 ms$ e $14 ms$. Si mettono in evidenza correnti e spostamenti massimi, $15 A$ e $18 \mu m$ per il controllo in spazio di stato, $12.5 A$ e $30 \mu m$ per il PID disaccoppiato, $12.5 A$ e $45 \mu m$ per il PID decentrato. La dinamica di controllo del sistema in spazio di stato presenta diverse oscillazioni e mostra un comportamento complesso, ad ogni modo la tensione massima richiesta è di circa $50 V$.

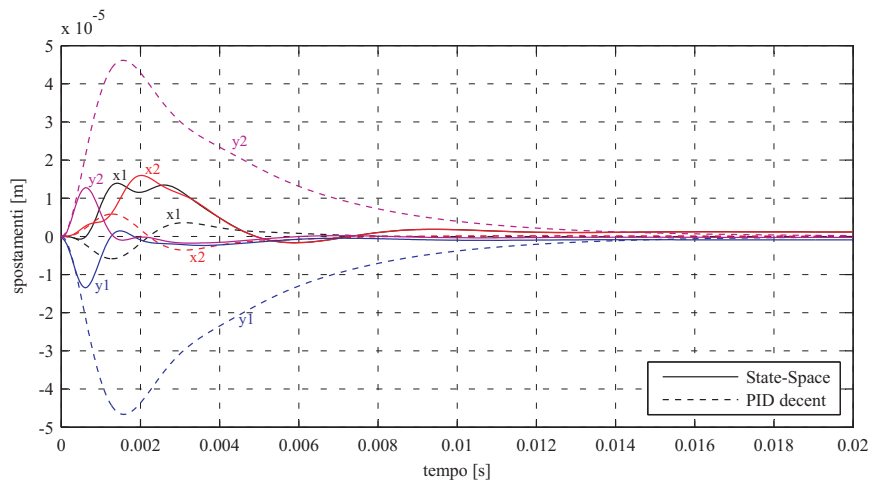


Figura 4.18: Confronto degli spostamenti tra sistema State-Space e PID decentrato.

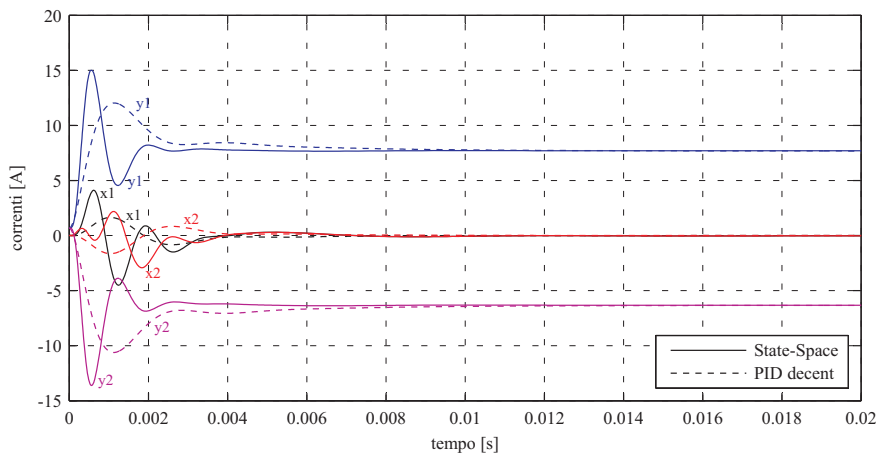


Figura 4.19: Confronto delle correnti tra sistema State-Space e PID decentrato.

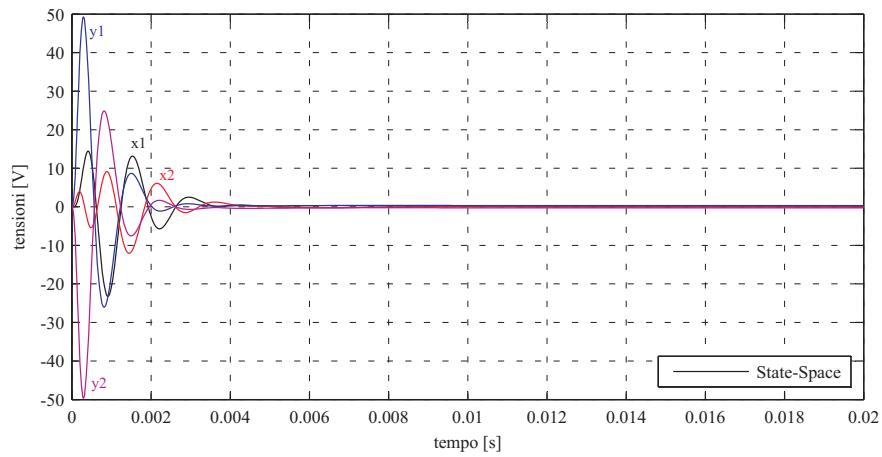


Figura 4.20: Tensioni di ingresso del sistema State-Space.

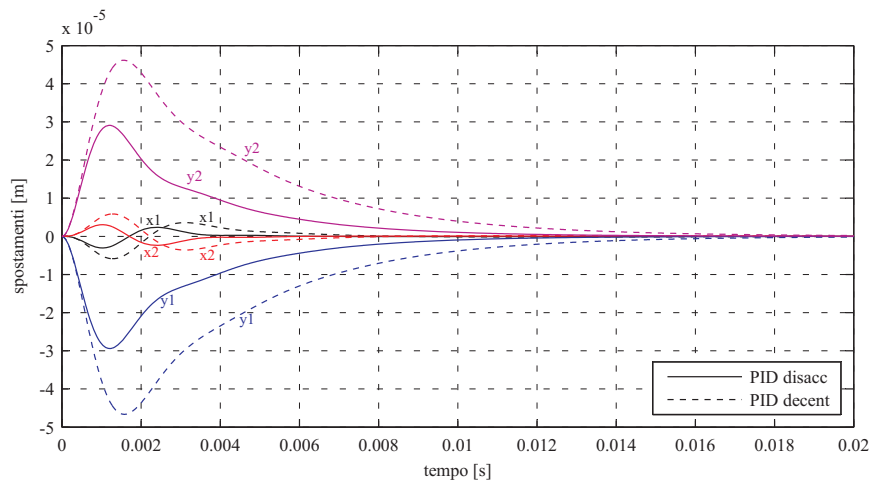


Figura 4.21: Confronto degli spostamenti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

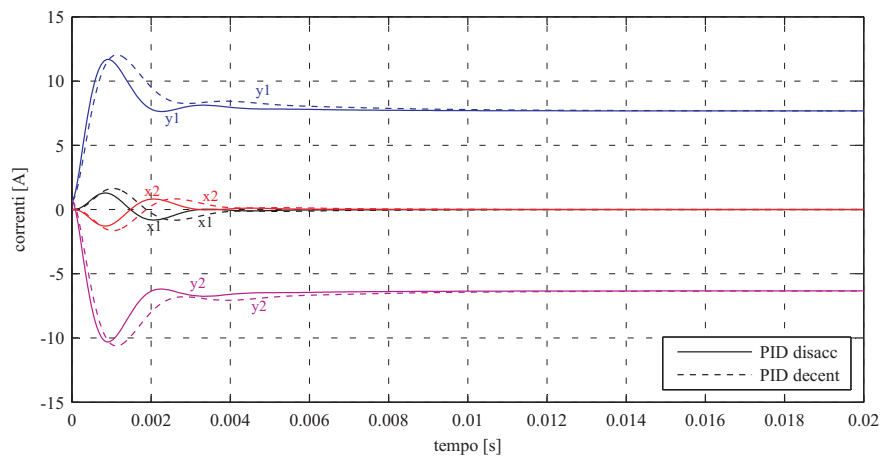


Figura 4.22: Confronto delle correnti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

Sollecitazione combinata con forza radiale $F_y = -73 \text{ N}$ e momento torcente $M_x = -8.5 \text{ Nm}$

La sollecitazione combinata è più vicina alle condizioni di utilizzo realistiche, dove spesso si hanno (caso delle macchine utensili) delle forze agenti diverse alle due estremità dell'albero, o in direzioni differenti. In questo modo è possibile l'innescio di oscillazioni coniche e radiali, che se non smorzate rapidamente possono dar luogo a risonanze con effetti deleteri. Si vede dai grafici che, come nel caso del solo momento torcente, il controllo in spazio di stato cerca immediatamente di allineare l'albero all'asse z . Rispetto al caso precedente ora diventa più evidente anche l'allineamento ad opera del PID disaccoppiato (fig. 4.26, si vede come le coordinate y_1 e y_2 si avvicinino molto più velocemente rispetto al PID decentrato). La scarsa prestazione del PID decentrato rende lenti sia l'allineamento assiale che il ri-centramento dell'albero. Gli spostamenti massimi sono qui di $6.5 \mu\text{m}$ per il controllo in spazio di stato, $6.7 \mu\text{m}$ per il PID disaccoppiato e $7.5 \mu\text{m}$ per il PID decentrato.

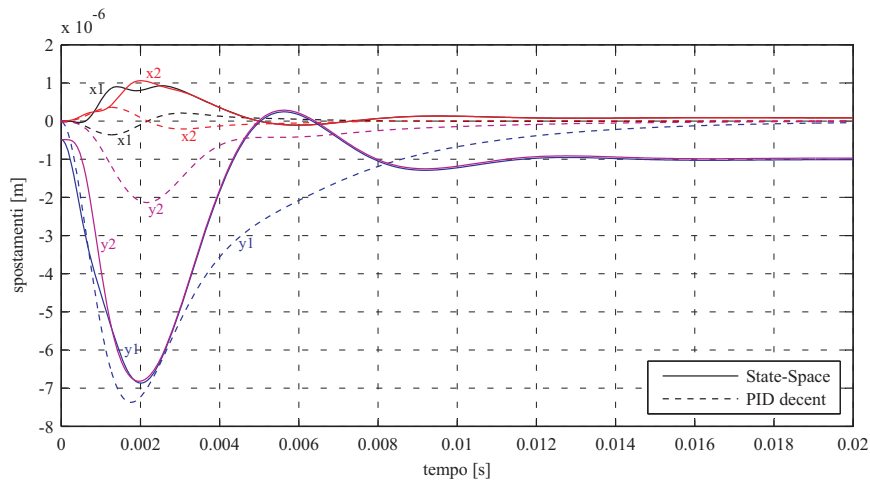


Figura 4.23: Confronto degli spostamenti tra sistema State-Space e PID decentrato.

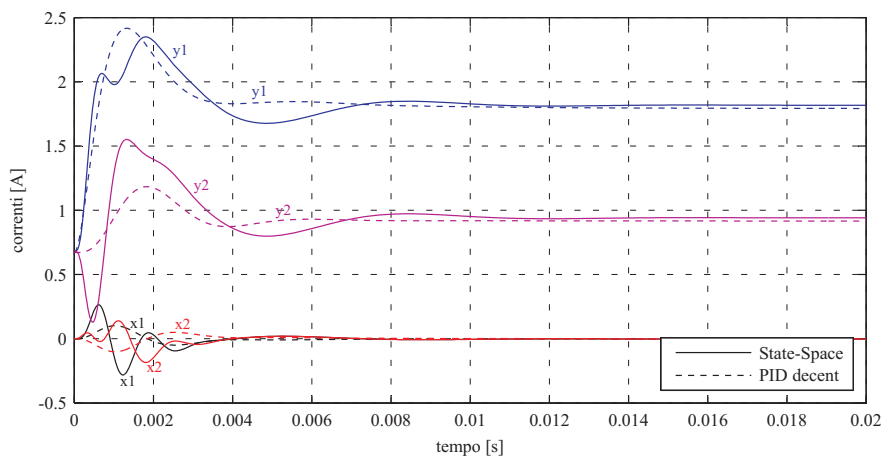


Figura 4.24: Confronto delle correnti tra sistema State-Space e PID decentrato.

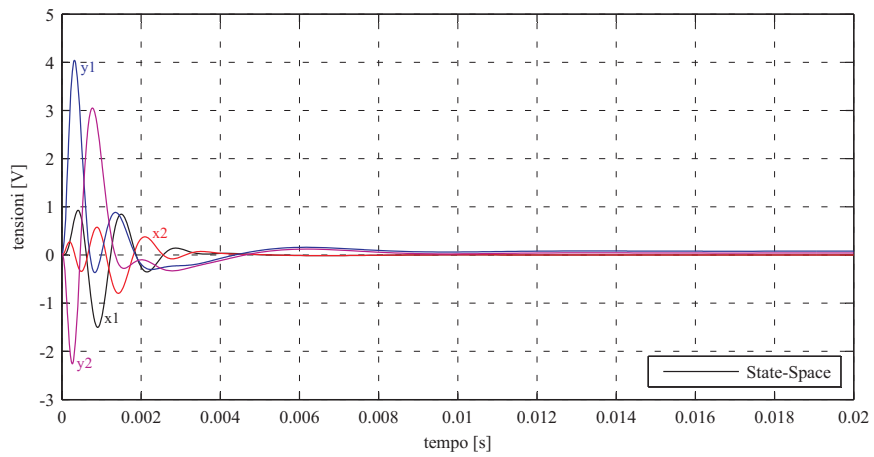


Figura 4.25: Tensioni di ingresso del sistema State-Space.

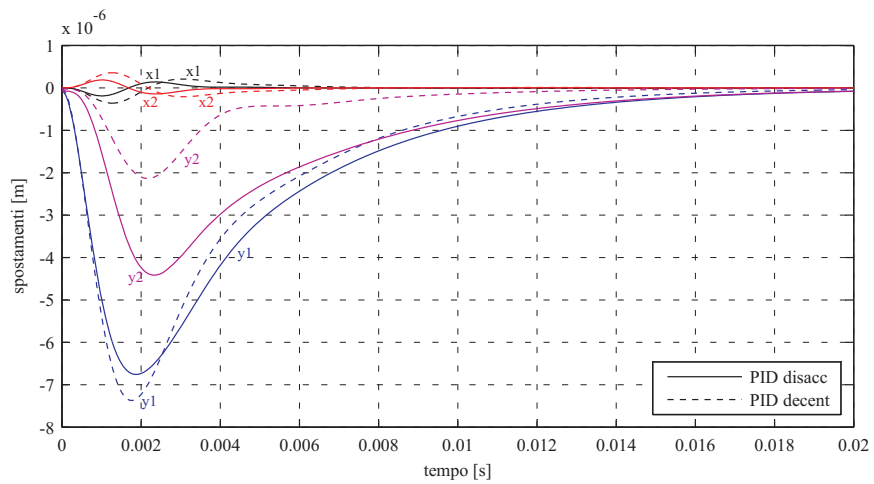


Figura 4.26: Confronto degli spostamenti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

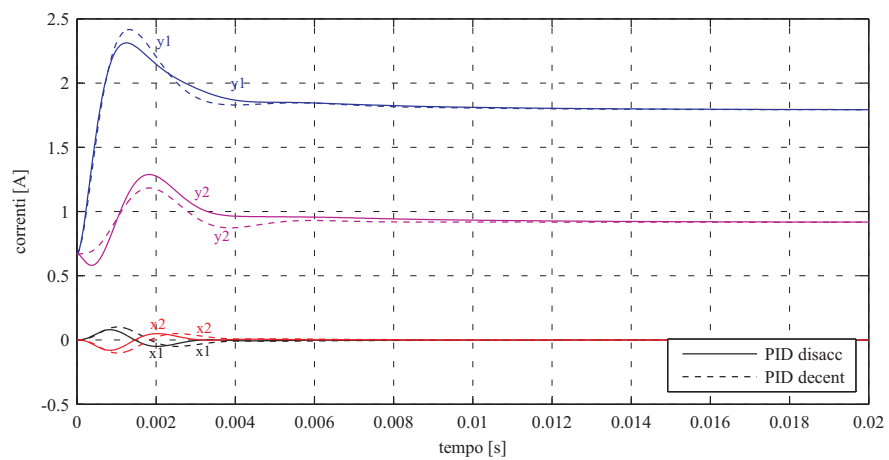


Figura 4.27: Confronto delle correnti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

Sollecitazione combinata con forza radiale $F_y = -583 N$ e momento torcente $M_x = -78 Nm$

L'ultima delle prove è una sollecitazione combinata di entità decisamente maggiore della precedente. Rimangono valide le considerazioni fatte in precedenza, ma le condizioni sono tali da far sfiorare la saturazione (massime correnti tra i 14 A e i 15.28 A,). I massimi spostamenti qui sono $48 \mu m$ per il controllo in spazio di stato, $58 \mu m$ per il PID disaccoppiato e $65 \mu m$ per il PID decentrato. La massima tensione di ingresso del primo è 32 V. Ancora una volta il controllo in spazio di stato si rivela il più rapido sia nell'allineamento assiale ($2.5 ms$) che nel ri-centramento ($8 ms$), seguito dal PID disaccoppiato ($8 ms$ e $14 ms$). Il PID decentrato invece, a causa della sua semplice struttura, non fa differenza tra le due azioni e si attesta alla condizione di regime in $14 ms$.

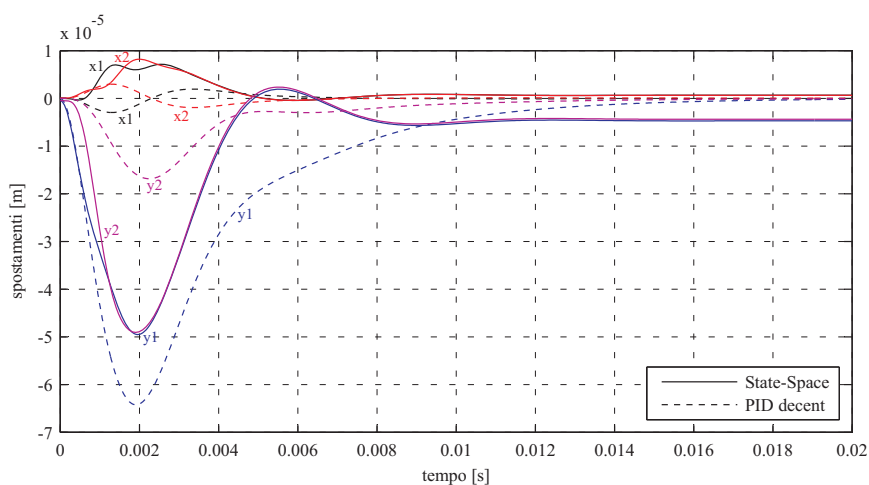


Figura 4.28: Confronto degli spostamenti tra sistema State-Space e PID decentrato.

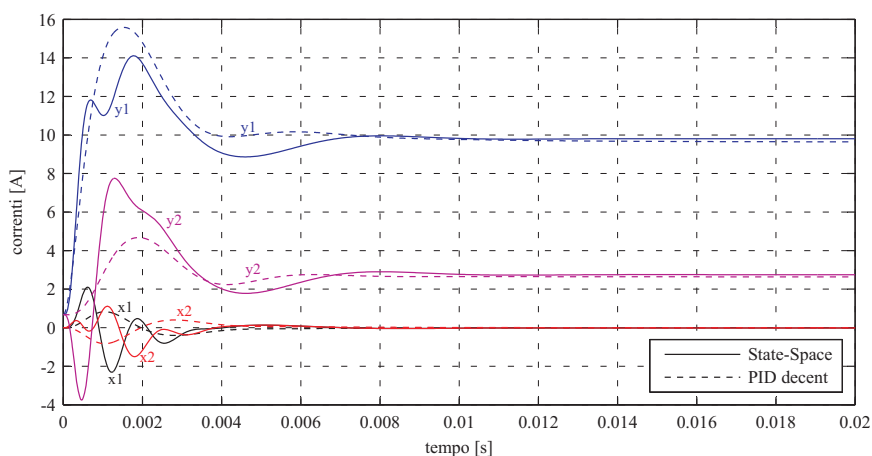


Figura 4.29: Confronto delle correnti tra sistema State-Space e PID decentrato.

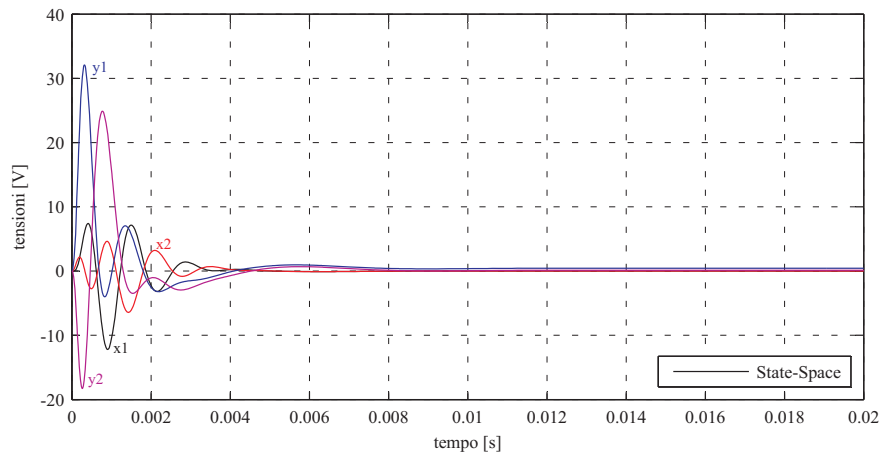


Figura 4.30: Tensioni di ingresso del sistema State-Space.

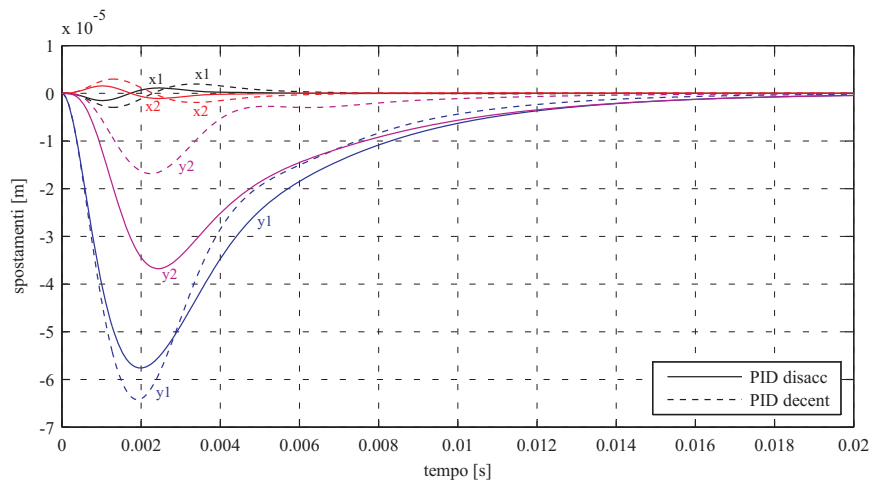


Figura 4.31: Confronto degli spostamenti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

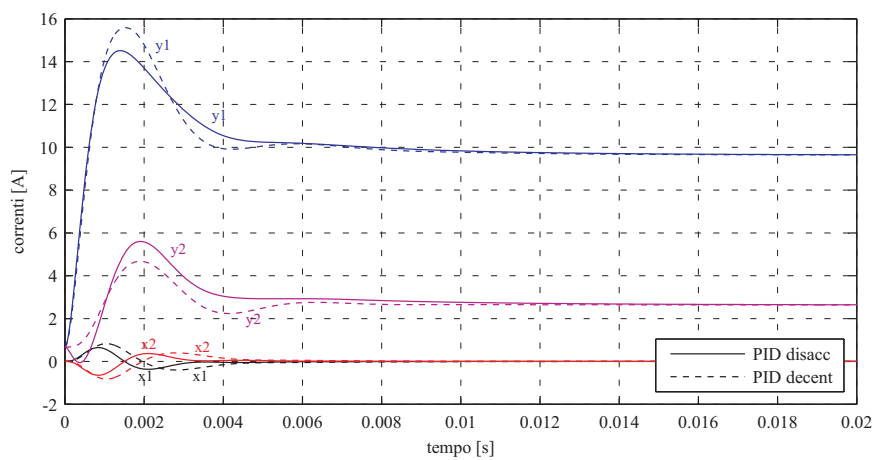


Figura 4.32: Confronto delle correnti tra sistema PID disaccoppiato e PID decentrato.

Capitolo 5

Considerazioni finali e sviluppi futuri

In questo capitolo sono raccolte le osservazioni nate durante lo svolgimento del lavoro e le considerazioni sui risultati ottenuti. Si illustrano anche le possibilità di futuri sviluppi per lo studio ed il test di metodi di controllo per sistemi di cuscinetti magnetici, evidenziando quali sono attualmente i campi di ricerca più seguiti.

5.1 Considerazioni finali sul collaudo virtuale

L'oggetto di questa tesi è lo studio di metodi di controllo dalle caratteristiche adeguate per i sistemi di cuscinetti magnetici attivi atti a sostenere alberi rotanti rigidi. Inizialmente è stato effettuato lo studio del sistema, partendo dai suoi componenti di base per arrivare alla complessità della struttura finale sulla quale si sarebbe dovuto impostare il controllo. Durante la fase di analisi sono stati dedotti aspetti fondamentali, come l'instabilità intrinseca, il comportamento giroscopico, il problema dato dalla saturazione dei nuclei. In base a questi elementi sono state prese in considerazione delle soluzioni di controllo via via più complesse, facendo inizialmente riferimento a casi descritti più o meno approfonditamente in letteratura, per poi realizzare un'implementazione indipendente. Si è deciso di escludere il controllo assiale in quanto solitamente può essere attuato in maniera disgiunta dal resto senza causare grossi problemi.

Per verificare il funzionamento del controllo si è provveduto a costruire un modello *virtuale* ma con caratteristiche derivate da specifiche industriali relative ad uno strumento ottico di misura, in modo da potersi confrontare con problematiche realistiche. In particolar modo si è potuto constatare che, dato l'albero, il progetto della sospensione magnetica è vincolato agli ingombri, al peso del rotore, alle prestazioni richieste, alle massime forze di controllo attuabili. A loro volta queste ultime dipendono dalla massima induzione di saturazione dei nuclei magnetici, dalla superficie della sezione dei nuclei, dallo spessore del traferro, dallo spazio disponibile per gli avvolgimenti. Il problema è delicato e va risolto iterativamente.

Utilizzando modelli realizzati in Simulink™ unitamente a script MATLAB® è stato realizzato un banco di collaudo virtuale. Mantenendo la geometria del sistema elettromeccanico sono stati via via provati i diversi schemi di controllo e messi a confronto i grafici delle diverse grandezze di interesse, ovvero gli spostamenti lungo gli assi di controllo, le correnti dei cuscinetti, le eventuali tensioni di ingresso. Proprio mediante questi confronti è stato possibile osservare le peculiarità dei vari metodi utilizzati, prima solo ipotizzate.

Tra le soluzioni di controllo possibili ne sono state individuate tre significative. Il metodo più semplice è l'uso di controller PD o PID indipendenti per ogni asse di controllo, un controllo decentrato che, osservando i risultati delle simulazioni, ha un comportamento accettabile in molti casi, specialmente se non ci sono esigenze particolari per il rapido riallineamento dell'albero a seguito di oscillazioni coniche. Industrialmente è un metodo molto diffuso per la sua semplicità ed economia, e soprattutto perchè non necessita di una taratura complessa basata su tutta la geometria del sistema. Il suo grande limite, oltre alla lentezza nel riallineamento degli alberi, è di avere un ingresso in corrente che di fatto limita le massime prestazioni a quelle dei convertitori switching di alimentazione. Nelle simulazioni effettuate ci si è limitati ad assegnare ai PID una data banda passante, ma il valore reale dovrà essere necessariamente inferiore alla banda passante dei generatori di corrente utilizzati. Risulta inoltre da qualche studio in letteratura che la collocazione dei sensori all'esterno del cuscinetto è fonte di instabilità strutturali per alberi corti e trasferri di elevato spessore. Questo metodo è stato utilizzato come metro di paragone con soluzioni più avanzate.

Il secondo metodo, concettualmente più avanzato, rimane legato al ben conosciuto controllo PID ma lo impiega in maniera più intelligente. A seguito dell'analisi della dinamica dei rotori, è risultato conveniente scomporre i moti di un albero sospeso elasticamente in moti conici e radiali, descritti dalle relative coordinate lagrangiane in forma semplice. A questo punto due coppie di PID sono state tarate diversamente per i due tipi di moti. Il grosso vantaggio è nella gestione dei comportamenti giroscopici, dato che solo i controller che si occupano dei moti conici vi hanno a che fare. Quindi i due PID che si occupano di moti radiali potranno avere una dinamica limitata, mentre gli altri due dovranno essere molto più veloci. Il prezzo da pagare è una maggiore complessità dovuta alla scomposizione dei segnali dei sensori e alla ricomposizione delle correnti di riferimento, cosa peraltro facilmente realizzabile mediante sistemi a microprocessore. Diventa necessaria la conoscenza della geometria del sistema per una taratura accurata. Anche questo metodo è ampiamente utilizzato industrialmente, avendo un buon rapporto costo/prestazioni e consentendo un range di regolazione abbastanza ampio. Come la precedente, questa soluzione è subordinata alle prestazioni di generatori di corrente disponibili. Inoltre, pur essendo considerata un buon compromesso, non è passibile di ulteriori grossi miglioramenti. Nelle simulazioni realizzate si possono osservare miglioramenti rispetto al precedente metodo soprattutto in risposta a sollecitazioni di momento torcente su un asse diametrale dell'albero. Si può notare inoltre la maggiore velocità di riallineamento dell'albero, dovuta alla dinamica più rapida del controllo sui moti conici.

L'ultima soluzione presa in considerazione è solo un componente della vasta famiglia dei metodi di controllo ottimo, nello specifico il metodo LQR in spazio di stato. Non necessariamente il migliore, ma esemplificativo per molti aspetti. Diventa qui necessaria una conoscenza abbastanza dettagliata della geometria del sistema e soprattutto delle caratteristiche elettromeccaniche dei cuscinetti, visto che il punto di partenza è la costruzione di un modello in spazio di stato. Dato che le variabili di stato non saranno accessibili direttamente, tale modello è la base per costruire un opportuno stimatore asintotico. Una volta resa disponibile la stima dello stato, mediante il confronto dell'uscita stimata con quella reale, è possibile impostare un classico schema di retroazione. La matrice di retroazione viene calcolata minimizzando una opportuna funzione di costo, aspetto presente in molti metodi di ottimizzazione. Le prestazioni del controllo sono modificabili in maniera efficace, anche se la taratura rimane delicata. Si rende necessaria un'elettronica di controllo veloce e costosa, ed una tipica implementazione del controller sintetizzato in tempo continuo deve essere su FPGA ¹. La versatilità della regolazione in spazio di stato permette inoltre il controllo in tensione, includendo anche le dinamiche circuitali e permettendo l'utilizzo di generatori di tensione .

Contrariamente ai due metodi precedenti, non è stato previsto un comportamento integratore, così che si ha un errore non nullo a regime. Nelle simulazioni effettuate si può riconoscere la notevole velocità di risposta ai gradini di disturbo, e l'ancora maggiore velocità di riallineamento dell'albero, senza tuttavia avere tensioni e correnti troppo elevate. La velocità di risposta è una conseguenza della riallocazione degli autovalori del sistema eseguita dalla matrice di retroazione. Per il calcolo di quest'ultima esiste una regola basata sulla definizione dei valori ammessi di errore a regime. L'utilizzo del metodo di ottimizzazione garantisce che la matrice trovata fornisca le migliori prestazioni possibili compatibilmente con i vincoli.

5.2 Sviluppi futuri di questo progetto

Lo sviluppo dei modelli non-lineari utilizzati in questo lavoro considera una geometria di sistema perfettamente simmetrica e ideale. Viene omesso completamente lo studio del cuscinetto assiale, che pure è un componente irrinunciabile della sospensione magnetica. Inoltre il tipo di cuscinetti usato nel modello, omopolare in due assi, è di struttura semplice e facilmente controllabile, ma non rappresenta in molti casi una soluzione pratica, a causa delle problematiche evidenziate nel Capitolo 1.

Non si è parlato di sensori di posizione, che pure sono componenti fondamentali del sistema di controllo. Sono possibili molteplici strade, dai sensori ottici a quelli a sonda di Hall, ma una strada ulteriore può essere quella del *controllo sensorless*, basato sull'analisi delle correnti degli attuatori. Diventa necessario però il riferimento ad un modello elettromagnetico accurato.

Un passo successivo in questo campo sarebbe lo studio del controllo per cuscinetti magnetici eteropolari con molti poli, che hanno il pregio di maggiore compattezza e maggiore omogeneità della massima forza esprimibile al variare dell'angolo. Le

¹Field Programmable Gate Array. Uno studio inerente è riportato in [9]

difficoltà di controllo in questo caso derivano da più fattori. Le correnti parassite infatti causano interferenze tra gli assi degli attuatori magnetici di uno stesso cuscinetto (non più necessariamente solo x e y). Un'altra causa è la diversa geometria, ed infine il problema della saturazione del nucleo ferromagnetico causata dalla sovrapposizione di più flussi ben più evidente.

Un'interessante oggetto di studio è la messa a punto di un controllo per cuscinetti magnetici eteropolari a tre poli². La geometria è molto semplice (i nuclei magnetici si costruiscono come quelli dei motori) ma il controllo presenta problematiche particolari (combinazione vettoriale di 3 forze). I cuscinetti magnetici tripolari aprono un altro scenario interessante. Grazie ad una forma molto simile a quella dello statore di motore ad induzione, diventa possibile combinare vettorialmente i flussi necessari a creare una coppia motrice e quelli che mantengono il rotore sospeso. Questa possibilità si concretizza nell'azionamento *bearingless* (senza contatto).³

Si mette in evidenza che l'utilizzo di cuscinetti magnetici in macchine e strumentazione di vario tipo solitamente fa venir meno l'ipotesi di simmetria. Si consideri il modello utilizzato in questa tesi. Se ad esempio su un'estremità dell'albero viene montato un utensile, si hanno uno spostamento del baricentro e una modifica dell'inerzia rispetto all'asse x tali da far lavorare i cuscinetti nelle condizioni peggiori. Eventualmente diventa necessario un ridimensionamento completo. Si è parlato nel Capitolo 3 di un metodo di compensazione delle asimmetrie valido per il controllo PID disaccoppiato. Uno sviluppo interessante può essere quello di studiare il comportamento del controllo in condizioni di carico asimmetrico o di asimmetria strutturale (due cuscinetti di diversa capacità posti a distanze differenti dal baricentro).

I modelli utilizzati non tengono conto delle tolleranze di lavorazione e degli squilibri di un albero reale e non prendono in considerazione la flessibilità degli alberi *snelli*. Per motivi evidenziati nel Capitolo 2, ogni imperfezione di lavorazione può originare squilibri che si manifestano con oscillazioni sincrone alla velocità di rotazione degli alberi. In tal caso un tentativo di compensazione di vibrazioni ad alta frequenza con un normale schema di retroazione può manifestare debolezza ed eventualmente essere portato all'instabilità. Dato che nella realtà questi problemi sono sempre presenti, una interessante integrazione ai modelli lineari e non-lineari costruiti per questa tesi sarebbe l'introduzione di uno schema *feedforward* per il controllo delle vibrazioni sincrone (facilmente riproducibili sommando opportune componenti periodiche ai disturbi in ingresso.)

Infine, una possibilità citata nel Capitolo 1 ma non approfondita ulteriormente è quella di ottenere il flusso magnetico di *bias* utilizzando magneti permanenti. Questa soluzione sarebbe interessante dal punto di vista dei consumi elettrici, dato che elimina la necessità di una grossa corrente di *bias* per la linearizzazione del punto di lavoro. Le problematiche poste sono date dalla variazione della geometria del cuscinetto (si utilizzano nuclei ad E, con il magnete permanente al centro) e

²Trattati ad esempio in [10] e [11]

³Si parla in dettaglio di questo in [3].

dalla presenza del magnete permanente nel circuito magnetico (causa di ulteriori non-linearità).

5.3 Campi di ricerca attiva

I cuscinetti magnetici sono oggetto di studio da circa trent'anni, e sono arrivati ad avere attualmente un elevato grado di affidabilità e di prestazioni. L'affinamento delle tecniche costruttive da un lato e delle tecniche di controllo dall'altro permette di avere sul mercato soluzioni a costo accettabile, con *hardware* semplice ma con caratteristiche evolute. I principali ambiti di ricerca, come si può notare dai vari *Proceedings* di convegni, conferenze e simposi ⁴, vertono sui seguenti argomenti [13]:

- Rotori ad alta velocità
- Controllo di rotor flessibili
- Dinamica degli urti con i cuscinetti di sicurezza
- Sistemi intelligenti (*smart machines*)
- Applicazioni avanzate

Gli alberi rotanti a velocità veramente elevate rappresentano ancora una sfida, per quanto l'argomento sia trattato da tempo. I limiti non sono tanto dovuti ai cuscinetti magnetici quanto alla struttura dei rotor, degli accoppiamenti rotor-motori, delle parti rotanti dei cuscinetti realizzate in acciaio al silicio laminato. Nelle sperimentazioni sono state raggiunte velocità periferiche di 340 m/s, ma per uso industriale si preferisce ancora mantenere un notevole margine di sicurezza. In quelle applicazioni che lavorano in alto vuoto è necessaria una accurata progettazione termodinamica, per le notevoli difficoltà di dissipazione del calore.

Il controllo dei rotor flessibili rappresenta una sfida più seria che il controllo di semplici rotor rigidi. La prima ragione è che i modi di oscillazione di alberi flessibili sono molto più complessi di quelli delle controparti rigide, con conseguente necessità di banda passante di controllo molto elevata. La seconda ragione è dovuta alla maggiore influenza della distanza tra sensori e centri di forza dei cuscinetti, ovvero la *sensor non-collocation*. Con un rotore flessibile le problematiche si moltiplicano e sono attualmente sotto accurata indagine. Ad ogni modo il controllo di un rotore flessibile segue regole specifiche ed approcci più complessi di quanto esposto nei capitoli di questa tesi, al fine di soddisfare i necessari requisiti di maggiore robustezza.

La dinamica del contatto dell'albero con i cuscinetti, o *touch-down dynamics* è un altro oggetto di ricerca attiva, dato che un urto può eccitare modi di vibrazione ad alta frequenza e potenzialmente causare danneggiamenti. Solitamente per la prevenzione dei danni si utilizzano sempre dei cuscinetti ausiliari, con diametro

⁴Tra i quali l'importante ISMB [12], *International Symposium of Magnetic Bearings* che si tiene ogni due anni.

interno maggiore di quello del rotore ma inferiore a quello dei cuscinetti magnetici. Oggetto di indagine è la dinamica dell'urto, sempre pesantemente non-lineare e con forte dipendenza dalle condizioni iniziali (possono originarsi traiettorie caotiche), e il successivo recupero della posizione (solitamente difficoltoso). Spesso si vede come argomento di ricerca lo studio dei pericolosi *backward whirl*, di cui si è parlato nel Capitolo 2, dato che tali moti precessivi retrogradi producono nell'urto grandi forze di contatto.

Per sistemi intelligenti di sospensione magnetica si intendono apparati le cui capacità di misura, attuazione ed elaborazione delle informazioni sono usate in maniera estensiva. Punti interessanti oggetto di ricerca sono le caratteristiche di auto-calibrazione, auto-diagnostica, taratura automatica, auto-correzione, oltre all'incremento dell'affidabilità e della sicurezza operativa. In questa ottica il sistema di cuscinetti magnetici attivi viene visto come unione di tre parti, ovvero il *sistema mecatronico* propriamente inteso, il *modello mecatronico del sistema* e il *software di controllo e gestione*. In apparati del genere sono in fase di studio e di implementazione le caratteristiche di resistenza ai guasti (*fault-tolerant machines*).

Infine parlando di applicazioni avanzate si abbraccia un vasto campo, che va dall'utilizzo di nuovi materiali (come i superconduttori ad alta temperatura) all'applicazione estensiva dei cuscinetti magnetici nella realtà tecnologica. Ad esempio si studiano le loro possibilità di impiego in applicazioni biomedicali (cuore artificiale), in impianti nucleari, in apparecchiature destinate ad ambienti operativi proibitivi (profondità marine) o difficilmente accessibili per manutenzione.

Conclusioni

Con questo lavoro si è cercato di dare seguito alla proposta di Tecnogamma S.p.A. di studiare le opportunità di utilizzo di cuscinetti magnetici. Lo studio è stato condotto partendo dall'analisi degli attuatori magnetici e della dinamica dei rotori, è passato per la costruzione di modelli numerici del sistema di cuscinetti ed è arrivato all'implementazione di alcune soluzioni di controllo.

La costruzione dei modelli non-lineari della sospensione magnetica nell'ambiente MATLAB® Simulink™ e la sintesi dei controllori realizzata con gli strumenti offerti dal Control Toolbox hanno permesso di mettere a punto uno strumento numerico per il test comparativo delle soluzioni di controllo.

Sono state scelte delle condizioni di prova significative per confrontare il comportamento dei metodi di controllo, e dai risultati delle simulazioni sono emersi vantaggi, svantaggi e caratteristiche delle soluzioni. È soprattutto emersa la maggiore versatilità del controllo in spazio di stato rispetto alle soluzioni PID sia semplici che disaccoppiate, anche se la maggiore complessità rende delicata la regolazione dei parametri. Alla luce delle prove effettuate e nell'ipotesi di privilegiare l'allineamento assiale dell'albero l'utilizzo del controllo in spazio di stato risulta il più vantaggioso.

Lo strumento numerico realizzato rappresenta un punto di partenza per il test dei metodi di controllo per sistemi di cuscinetti magnetici per rotori rigidi e può essere esteso aggiungendo ai modelli non-lineari caratteristiche via via più realistiche. Rappresenta inoltre un aiuto nella verifica delle scelte dimensionali e geometriche di tali sistemi.

Nell'ottica di prosecuzione di questo lavoro, anche basandosi sulle indicazioni industriali dell'azienda, una strada molto promettente risulta essere l'integrazione del motore a induzione nella sospensione magnetica stessa, ovvero la realizzazione del modello di azionamento *bearingless*.

Appendice A

Momenti di inerzia di massa

Per un cilindro cavo, si definiscono ρ_{mat} la densità del materiale costitutivo, l_c la lunghezza, r il raggio interno, R il raggio esterno, l_d la distanza tra l'asse diametrale baricentrico e un asse esterno parallelo.

La massa m è data da:

$$m = \rho_{mat}V = \pi(R^2 - r^2)l_c \quad (\text{A.1})$$

Per il calcolo del momento di inerzia riferito all'asse centrale z , si ha:

$$I_z = \frac{m}{2}(R^2 + r^2) \quad (\text{A.2})$$

Per il calcolo del momento di inerzia riferito ad un asse diametrale (es. x):

$$I_x = \frac{m}{4} \left(\frac{l_c}{3} + R^2 + r^2 \right) \quad (\text{A.3})$$

Per il calcolo del momento di inerzia riferito ad un asse esterno parallelo a quello diametrale (es. x):

$$I_{x_{ext}} = I_x + l_d^2 m \quad (\text{A.4})$$

I momenti di inerzia di massa riferiti ad un certo asse sono quantità additive.

Bibliografia

- [1] M. Guarnieri and G. Malesani, *Elementi di Elettrotecnica - Elettromagnetismo Stazionario e Quasi-stazionario*. Edizioni Progetto Padova, 1999.
- [2] E. H. Maslen, *Magnetic Bearings*. University of Virginia - Department of Mechanical, Aerospace and Nuclear Engineering, 2000. Magnetic Bearings Course Lecture Notes.
- [3] A. Chiba, T. Fukao, O. Ichikawa, M. Oshima, M. Takemoto, and D. G. Dorrell, *Magnetic Bearings And Bearingless Drives*. Elsevier - Newnes, 2005.
- [4] G. Schweitzer and E. H. Maslen, *Magnetic Bearings - Theory, Design and Application to Rotating Machinery*. Springer, 2009.
- [5] G. Marro, *Modellistica E Controllo Dei Sistemi Multivariabili*. <http://www3.deis.unibo.it/Staff/FullProf/GiovanniMarro/modcon.htm>, 2004. Dispense Del Corso Di Controlli Automatici, Università di Bologna.
- [6] M. Green and D. J. N. Limebeer, *Linear Robust Control*. Prentice Hall - Pearson Education, Inc., 1994.
- [7] E. Fornasini and G. Marchesini, *Appunti Di Teoria Dei Sistemi*. Edizioni. Libreria Progetto Padova, 2003.
- [8] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic systems 4th ed.* Prentice Hall - Pearson Education International, 2002.
- [9] R. P. Jastrzebski, *Design And Implementation Of FPGA-based LQ Control Of Active Magnetic Bearings*. PhD thesis, Lappeenranta University Of Technology, 2007.
- [10] P. K. Agarwal and S. Chand, "Fault-tolerant control of three-pole active magnetic bearing," *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 10, pp. 12592 – 12604, 2009.
- [11] C.-T. Hsu and S.-L. Chen, "Nonlinear control of a 3-pole active magnetic bearing system," *Automatica*, vol. 39, no. 2, pp. 291 – 298, 2003.
- [12] *Proceedings of 10th International Symposium of Magnetic Bearings*, (Martigny - Switzerland), 2006. http://www.ismb10.org/documents/ISMB10_proceedings.pdf.

- [13] G. Schweitzer, “Applications and research topics for active magnetic bearings,” in *IUTAM Symposium on Emerging Trends in Rotor Dynamics*, 2009.
- [14] N. Amati and E. Brusa, “Analisi dello squilibrio residuo in rotori su sospensione magnetica attiva soggetti al carico radiale dell’azionamento elettrico,” *Atti del XXX Convegno AIAS - Alghero(SS)*, 2001.
- [15] J. Boehm, R. Gerber, J. Hartley, and S. Whitley, “Development of active magnetic bearings for high speed rotors,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 2544–2546, 1990.
- [16] G. Genta, *Dynamics of Rotating Systems*. Springer, 2005.
- [17] A. R. Husain and M. N. Ahmad, “Deterministic models of an active magnetic bearing system,” *Journal Of Computers*, vol. 2, pp. 9–17, October 2007.
- [18] R. P. Jastrzebski and R. Pöllänen, “Centralized optimal position control for active magnetic bearings: comparison with decentralized control,” *Electrical Engineering (Archiv fur Elektrotechnik) - Springer Berlin / Heidelberg*, vol. 91, pp. 101–114, August 2009.
- [19] H.-Y. Kim and C.-W. Lee, “Design and control of active magnetic bearing system with lorentz force-type axial actuator,” *Mechatronics*, vol. 16, no. 1, pp. 13 – 20, 2006.
- [20] C. R. Knospe, “Active magnetic bearings for machining applications,” *Control Engineering Practice*, vol. 15, no. 3, pp. 307 – 313, 2007. Selected Papers Presented at the Third IFAC Symposium on Mechatronic Systems (2004), Third IFAC Symposium on Mechatronic Systems.
- [21] J. D. Lindlau and C. R. Knospe, “Feedback linearization of an active magnetic bearing with voltage control,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, pp. 21–31, January 2002.
- [22] E. H. Maslen and C. R. Knospe, *Design of Thrust Actuators*. University of Virginia - Department of Mechanical, aerospace and Nuclear Engineering, 2001. Magnetic Bearings Course Lecture Slides.
- [23] E. H. Maslen and C. R. Knospe, *Design of Radial Actuators*. University of Virginia - Department of Mechanical, aerospace and Nuclear Engineering, 2001. Magnetic Bearings Course Lecture Slides.
- [24] D. C. Meeker and E. H. Maslen, “Analysis and control of a three pole radial magnetic bearing,” *Proceedings of ISMB 10th edition*, 2006. Martigny (Switzerland).
- [25] F. C. Moon, *Superconducting Levitation, applications to bearings and magnetic transportation*. WILEY- VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004.

- [26] G. Schweitzer, "Safety and reliability aspects for active magnetic bearing applications - a survey -," 2006. Conference at Institute of Nuclear and New Energy Technology (INET), Tsinghua University, Beijing, China.
- [27] G. Schweitzer, "Active magnetic bearings - chances and limitations," in *6th International Conference on Rotor Dynamics*, 2002.
- [28] J. Shi, R. Zmood, and L. Qin, "Synchronous disturbance attenuation in magnetic bearing systems using adaptive compensating signals," *Control Engineering Practice*, vol. 12, no. 3, pp. 283 – 290, 2004. Benchmarking Modelling and Control in Wastewater Treatment.
- [29] J.-H. Yang and C.-Y. Tseng, "Adaptive sliding-mode based voltage-controlled active magnetic bearing system," *Industrial Electronics Society, 2003. IECON '03. The 29th Annual Conference of the IEEE*, vol. 2, pp. 1950–1955, 2003.

Ringraziamenti

Un sentito ringraziamento va innanzitutto al professor Silverio Bolognani per aver seguito questo lavoro e per il tempo speso con i miei resoconti periodici. Nonostante sia costantemente pieno di lavoro è sempre riuscito a darmi consigli e indicazioni utili.

Desidero ringraziare poi l'Ing. Giuseppe Bomben di Tecnogamma, amico di lunga data, per aver proposto di immergermi in un lavoro complesso ma appassionante. La sua costante disponibilità durante le ricerche e la stesura di questo lavoro è testimoniata dalle innumerevoli conversazioni che abbiamo avuto, sia per i dettagli tecnici che per le questioni di impostazione.

Ringrazio quei miei colleghi di studi che hanno continuato a supportarmi e sopportarmi per tutto il tempo, senza il sostegno dei quali sarebbe stato tutto più difficile. Ringrazio i fedelissimi di Ascoli, Simone, Fabio e Gianluca, e i fedelissimi di Padova, Angelo e Maicol, per gli incoraggiamenti continui. Ringrazio Luca, Antonio, Patrizio, Alberto, Max perché mi hanno permesso di sopravvivere a Padova, specialmente all'inizio. Ringrazio Alessandra perché grazie a lei ho messo il turbo nell'ultimo anno e mezzo e sono arrivato fin qui.

Ringrazio infine tutta la mia famiglia per la pazienza, il supporto costante, l'affetto e la fiducia incrollabile che hanno avuto nei miei confronti in tutto questo tempo.