



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

IN

INGEGNERIA DELL'INNOVAZIONE DEL PRODOTTO

**APPLICAZIONE DELLA DENSITA' DI ENERGIA DI
DEFORMAZIONE LOCALE (SED) PER LA PREVISIONE DELLA
RESISTENZA STATICA DI COMPONENTI INTAGLIATI
SOGGETTI A CONDIZIONI DI CARICO DI MODO MISTO E DI
PURO MODO I NEGATIVO**

Relatore: Prof. Filippo Berto

Laureando: Alessandro Marzaro

Matricola: 1036067

ANNO ACCADEMICO 2015-2016

Ringraziamenti

Un sentito ringraziamento ai miei genitori e alla mia famiglia, che, con il loro sostegno morale ed economico, mi hanno consentito di raggiungere questo importante traguardo. Devo ringraziare in particolare mio padre, mia madre e le mie due sorelle, per avermi sempre appoggiato nelle scelte e sostenuto nei momenti di maggiore difficoltà. È grazie al loro prezioso sostegno che oggi sono giunto a questo traguardo.

Un ringraziamento speciale a Irene, la mia ragazza, per essermi sempre stata vicino e per avermi costantemente supportato e incoraggiato durante questo percorso che avevo intrapreso.

Un grazie a tutti i miei amici per esserci sempre stati.

Un ringraziamento va anche a tutti i miei compagni di studio, senza i quali l'università sarebbe stata certamente più noiosa.

Ringrazio il Professor Filippo Berto per il prezioso aiuto che mi ha dato in questi mesi durante l'attività di tesi, in particolare per essere sempre stato disponibile per qualsiasi confronto e chiarimento e per la fiducia che ha sempre dimostrato nei miei confronti.

Prometto di far tesoro di quanto imparato fin qui. Grazie mille!

INDICE

Sommario.....	III
1 INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DELLA FRATTURA LINEARE ELASTICA (MFLE).....	1
1.1 La Frattura fragile.....	4
1.2 Modi di carico.....	6
1.3 Tenacità a frattura.....	7
1.4 Distribuzione delle tensioni in componenti intagliati.....	9
1.5 Criterio energetico di Beltrami.....	11
1.6 Metodo della densità di energia di deformazione locale (SED).....	13
1.6.1 Intagli a V non raccordati, soggetti a modo I.....	16
1.6.2 Intagli a V non raccordati, soggetti a modo II e modo misto I+II.....	19
1.6.3 Intagli a U e V-raccordati, soggetti a modo I e modo misto I+II.....	23
1.6.4 Intagli a V, soggetti a pura compressione.....	29
2 TRATTAZIONE SPERIMENTALE: TEST DI FRATTURA.....	31
2.1 Campione RV-BD soggetto a modo misto I+II.....	31
2.1.1 Materiale.....	33
2.1.2 Geometria del provino RV-BD.....	34
2.1.3 Test di frattura.....	35
2.2 Campione FV-SD soggetto a puro modo I negativo.....	38
2.2.1 Materiale.....	40

2.2.2	Geometria del provino FV-SD	41
2.2.3	Test di frattura.....	42
3	APPLICAZIONE DELL'ENERGIA DI DEFORMAZIONE LOCALE AI TEST DI FRATTURA SUL PMMA.....	47
3.1	Campione RV-BD soggetto a modo misto I+II	47
3.1.1	Valutazione della tensione principale massima σ_{11}	54
3.1.2	Creazione dei modelli RV-BD per il calcolo del SED locale	59
3.1.2.1	Definizione del volume di controllo a modo misto I+II	63
3.1.3	Analisi dei risultati ottenuti a modo misto I+II.....	65
3.2	Campione FV-SD soggetto a puro modo I negativo	81
3.2.1	Definizione del valore del raggio di controllo R_C a compressione	87
3.2.2	Creazione dei modelli FV-SD per il calcolo del SED locale.....	90
3.2.3	Analisi dei risultati a compressione.....	93
4	CONCLUSIONI	107
	BIBLIOGRAFIA	109
	APPENDICE	113
A1	Key Point utilizzati per i campioni RV-BD	113
A1.1	Key Point per l'applicazione del metodo SED ai campioni RV-BD.....	117
A2	File APDL per le simulazioni dei campioni FV-SD	119
A2.1	SED locale dei campioni FV-SD in funzione di R_C variabile.....	137

Sommario

Diversi criteri sono disponibili in letteratura per stimare la resistenza statica o a fatica di componenti intagliati soggetti a diverse condizioni di carico. Un metodo utile per la stima della resistenza di componenti intagliati, si basa sul calcolo del valore medio della densità di energia di deformazione locale calcolato su un'area di piccole dimensioni che abbraccia l'apice dell'intaglio (SED locale).

In questo lavoro viene presentata una sintesi di oltre 120 dati sperimentali derivanti da test di frattura sul PMMA effettuati a temperatura ambiente, analizzati sulla base del metodo della densità di energia di deformazione locale. Nella presente ricerca vengono trattati due test di frattura applicati a provini in PMMA a temperatura ambiente: la prima serie di prove di frattura viene eseguita su provini RV-BD, indeboliti da intagli a V caratterizzati da un'ampia variabilità dell'angolo di apertura intaglio 2α e del raggio di raccordo ρ , sotto condizione di carico di modo misto I+II con modo I negativo; mentre la seconda serie di prove viene eseguita su provini FV-SD indeboliti da intagli a V caratterizzati da un'ampia variabilità dell'angolo di apertura intaglio 2α e del raggio di raccordo ρ , sotto condizione di carico di puro modo I negativo.

L'obiettivo della ricerca è rappresentato dall'applicazione del metodo della densità di energia di deformazione locale ai diversi campioni di studio, con la valutazione del valore dell'energia di deformazione elastica, all'interno del volume di controllo, che deve essere definito in funzione delle proprietà del materiale, della tipologia di intaglio e della modalità di carico.

Nel capitolo 1 viene esposta una breve introduzione alla meccanica della frattura lineare elastica, e la trattazione teorica alla base del criterio basato sulla densità di energia di deformazione locale (SED).

Nel capitolo 2 vengono introdotti i campioni e le rispettive geometrie che verranno studiate in questa ricerca, le proprietà del materiale (PMMA) utilizzato nei test di frattura, le modalità di esecuzione dei test di frattura e i carichi di frattura rilevati nelle prove.

Nel capitolo 3 viene descritta l'analisi numerica effettuata sui diversi campioni oggetto dell'indagine di studio, e vengono riportati i risultati ottenuti dalle analisi numeriche in relazione alla trattazione in via teorica degli esperimenti.

Nel capitolo 4 vengono infine riportate le conclusioni.

1 INTRODUZIONE ALLA MECCANICA DELLA FRATTURA LINEARE ELASTICA (MFLE)

Nel 1913 Inglis formulò una soluzione teorica elastica della distribuzione dello stato tensionale in prossimità di difetti di generica forma ellittica in strutture bidimensionali.

Secondo tali previsioni, per raggi di curvatura del difetto ellittico tendenti a zero, lo stato tensionale tende ad infinito. Tali risultati generarono sconforto e disinteresse in quanto i concetti tradizionali fino ad allora sviluppati per valutare molto semplicemente la resistenza dei materiali non riuscivano a giustificare il motivo per cui un materiale con un piccolo difetto non si rompeva sotto l'applicazione di un carico ridottissimo.

Alcuni anni dopo, nel 1921, Griffith pubblicò i risultati delle sue ricerche sulla frattura dei materiali fragili in presenza di difetti [1]; precisamente egli formulò un criterio energetico in grado di spiegare il comportamento a frattura del vetro e di correlare l'influenza dei difetti sulla resistenza a rottura dei vetri stessi. Si può ritenere che questi primi studi coincidano con la nascita della Meccanica della Frattura, una disciplina che si pone come scopo principale quello di valutare l'influenza dei difetti nei materiali e di trovare relazioni quantitative tra dimensioni dei difetti, sforzo applicato e resistenza dei materiali. Il lavoro di Griffith restò per anni lettera morta. Il problema era dovuto al fatto che il criterio da lui proposto poteva essere applicato solo a materiali idealmente fragili (cioè con comportamento puramente lineare-elastico), per i quali il lavoro di frattura può essere uguagliato alla sola energia di superficie (energia cioè necessaria per rompere i legami del materiale e creare due superfici per distacco). I materiali metallici hanno invece tutti una percentuale più o meno grande di duttilità a causa della quale la formulazione energetica di Griffith non funzionava.

L'evento che diede un grosso e decisivo impulso allo sviluppo di questa nuova disciplina si verificò, qualche anno più tardi durante la seconda guerra mondiale, quando vi furono i famosi cedimenti delle navi americane "Liberty", e successivamente degli aerei britannici "Comet", primi aerei civili a reazione. Le navi Liberty erano state costruite secondo un progetto innovativo nel quale la struttura dello scafo era completamente saldata e non chiodata, in modo da risparmiare sui tempi di realizzazione delle navi. Delle 2700 navi che erano state costruite circa 900 si danneggiarono seriamente in seguito alla formazione di cricche. Di queste circa 400 presentarono cedimenti, di cui almeno 90 gravi e 20 catastrofici, con la rottura

completa della nave in 2 tronconi (alcune navi Liberty si spezzarono letteralmente in due tronconi mentre erano ormeggiate in porto) [2].



Fig. 1.1 - Foto delle navi “Liberty” successive alla frattura del ponte

Le ricerche condotte su questi cedimenti mostrarono che non erano stati commessi errori di progetto in quanto gli sforzi erano sempre inferiori a quelli ammissibili dei materiali, però si constatò che le fratture iniziavano sempre dalle saldature, quando vi erano difetti, oppure da intagli in zone di forti concentrazioni degli sforzi e che il materiale sottoposto alla prova Charpy rivelava bassi valori di tenacità. Nello specifico le cause che furono individuate alla base degli affondamenti delle navi Liberty furono nei difetti nelle saldature, nelle forti concentrazioni di tensione causate da fori a spigolo vivo acuti praticati sulla coperta delle navi, e a causa dell'acciaio impiegato, avente un valore di tenacità non adeguato (sebbene lo stesso non aveva dato problemi in strutture rivettate). Gli eventi catastrofici legati agli aerei Comet si verificarono invece a seguito della propagazione di cricche originate sugli spigoli vivi degli oblo della fusoliera.

Venne istituito un gruppo di ricerca sotto la guida di Irwin nel “Naval Research Laboratory”, che, riprendendo gli studi di Inglis e Griffith, diede un grosso contributo allo sviluppo della Meccanica della Frattura [2]. Tra il 1945 ed il 1960 furono quindi gettate le basi della MFLE, attraverso una serie di studi fondamentali. Nel 1948 Irwin e Orowan [3] considerarono il lavoro di deformazione plastica all'apice della cricca all'interno del bilancio energetico di Griffith, consentendo così di estendere l'approccio energetico al caso dei materiali metallici. Successivamente nel 1956, lo stesso Irwin introdusse il concetto di Strain Energy Release Rate, come estensione della teoria di Griffith. Di fondamentale importanza il lavoro ancora di Irwin del 1957 nel quale diede una interpretazione fisica agli sviluppi analitici relativi allo studio di soluzioni elastiche dello stato tensionale all'apice di una cricca (Westergaard, 1937), definendo il

parametro di tensione, il fattore teorico di intensificazione delle tensioni K [4]. Si arrivò così alla definizione della Meccanica della Frattura Lineare Elastica (MFLE).

Molti studi sono stati condotti da allora nell'ambito di questa disciplina. Sono stati seguiti approcci di tipo energetico o secondo la definizione del fattore di intensificazione degli sforzi; la Meccanica della Frattura inizialmente relativa al campo lineare elastico è stata poi estesa al campo elasto-plastico (Rice [5], 1968) ed è stata studiata la propagazione dei difetti a fatica (Paris [6], 1964, il quale definisce il legame tra i parametri della MF e la crescita a fatica della cricca, proponendo un approccio nuovo allo studio del danneggiamento a fatica di un materiale).

Nella meccanica classica, secondo cioè un approccio di tipo tradizionale alla progettazione, il calcolo della resistenza o meno di un componente consiste nel sintetizzare la criticità di uno stato generico di tensione, al più triassiale, mediante una tensione monoassiale equivalente che verrà poi confrontata direttamente con la tensione limite del materiale scelto. Nel caso la sollecitazione ammissibile del materiale soddisfi il confronto con lo sforzo equivalente calcolato, per la meccanica classica, il componente verificato non sarà interessato da rotture. Una progettazione secondo la meccanica classica è però basata sull'ipotesi che la struttura o l'organo di macchina siano esenti da difetti. (Nella meccanica classica l'evento "presenza di un difetto" non viene contemplato). Come detto però, questo tipo di approccio progettuale si è rivelato inadeguato nel caso di alcune inesplicabili rotture di strutture e/o componenti assoggettati a carichi di esercizio anche ben inferiori a quelli di progetto.

Secondo la meccanica della frattura si ammette invece che nei materiali siano presenti dei difetti, purché sia valutata con correttezza la pericolosità del difetto stesso. Se la frattura è il risultato dell'esistenza di una cricca nel componente, un approccio per valutare l'impatto che una cricca ha sull'integrità di una struttura sarà quello di condurre uno studio accurato di come si modifichi il campo delle tensioni in prossimità della cricca stessa, cercando di individuare come e per quali valori della tensione nominale esso diventi improvvisamente critico, permettendo alla cricca di propagarsi attraverso la struttura. E' proprio tale studio che dà vita alla Meccanica della Frattura.

Va sottolineato, a questo punto, che l'approccio basato sulla teoria della Meccanica della Frattura non ha sostituito le procedure "classiche" di progettazione, bensì è da considerarsi un completamento/estensione della meccanica classica.

Lo stato di sforzo cui è sottoposto un corpo in un suo punto generico, è in generale funzione sia delle condizioni al contorno (geometria del corpo, geometria del difetto e sollecitazioni applicate), sia della legge costitutiva del materiale che determina il suo comportamento in risposta all'applicazione di uno sforzo.

La meccanica della frattura viene allora divisa, per praticità di analisi e osservazione, in tre sottogruppi:

- meccanica della frattura lineare elastica (LEFM), che studia i materiali aventi comportamento elastico lineare;
- meccanica della frattura elastoplastica (EPFM), che studia i materiali aventi comportamento elastoplastico;
- meccanica della frattura viscoelastica, che studia i materiali aventi comportamento viscoelastico

Spesso gli elementi strutturali sono soggetti a rotture improvvise per sollecitazioni statiche inferiori alla tensione di rottura del materiale, questo senza che si verifichino deformazioni macroscopiche apprezzabili e ciò è dovuto appunto alla presenza di difetti o cricche nel materiale.

In generale, il cedimento di una struttura si può avere nei seguenti casi:

- se il valore della tensione (in parti integre) supera il livello di tensione ammissibile del materiale;
- per la presenza di cricche o intagli che provocano un cedimento prematuro;
- in presenza della formazione di cricche dovute a fatica (svilupgate da carichi ripetuti), il cedimento avviene in presenza di tensioni inferiori a quella ammissibile del materiale.

Applicando un'analisi degli sforzi e delle deformazioni a livello microscopico dei difetti presenti nei materiali, la meccanica della frattura permette di predire il comportamento macroscopico a frattura dei corpi, attraverso un approccio che tiene conto della tenacità a frattura del materiale e dell'analisi delle tensioni.

Nel seguito si farà riferimento a materiali isotropi e omogenei, aventi comportamento lineare elastico, che presentano il fenomeno della frattura fragile a cedimento, e quindi il campo d'interesse è quello della meccanica della frattura lineare elastica (MFLE) che viene nel seguito trattata.

1.1 La Frattura fragile

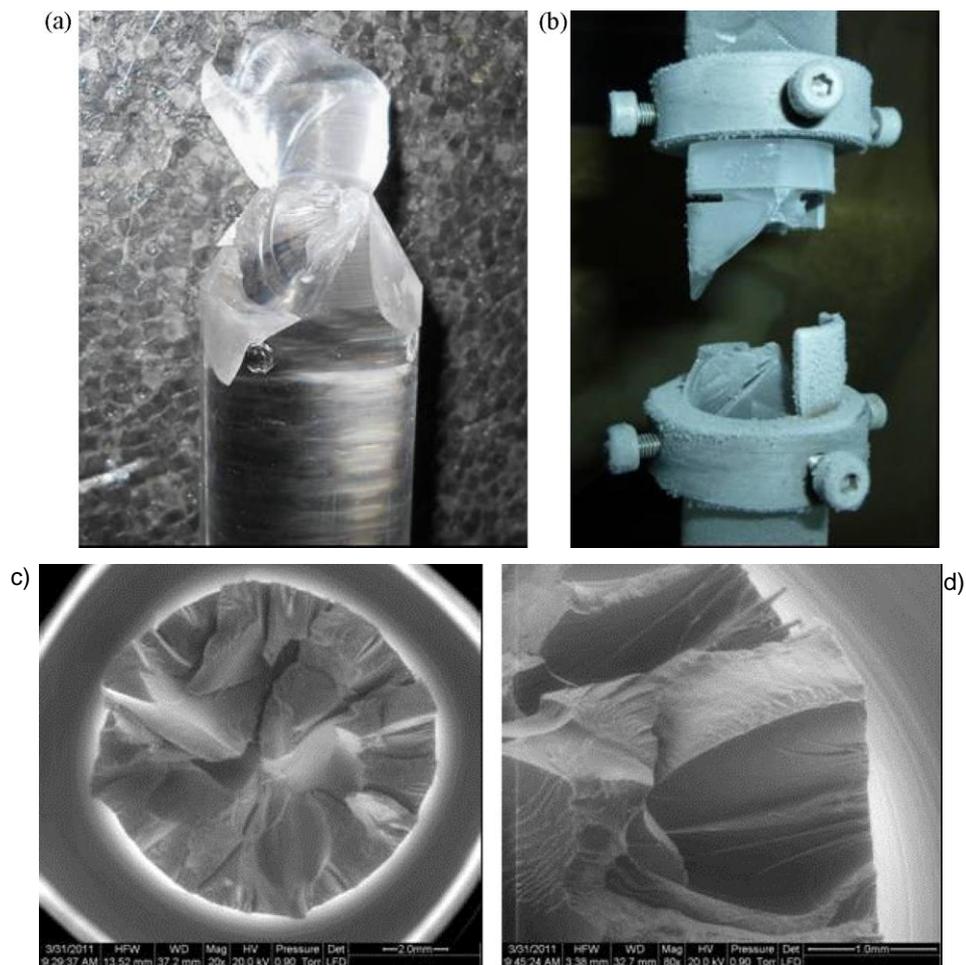
I materiali che non mostrano una zona di strizione e quindi non mostrano duttilità prima della frattura vengono considerati fragili, questi materiali, nel diagramma σ - ϵ , raggiungono la frattura senza mostrare deformazione, al contrario dei materiali duttili.

La mancanza di duttilità dipende da un numero molto elevato di fattori come: la bassa temperatura dell'ambiente, la velocità di deformazione, uno stato interno di tensioni residue, o il materiale stesso.

La frattura di tipo fragile (brittle fracture) avviene per separazione delle parti sul piano normale alla direzione del carico applicato, viceversa, un piano di frattura normale al carico applicato, non è necessariamente indice di un materiale fragile.

In generale una frattura fragile è distinguibile per le seguenti caratteristiche:

- poca o nessuna deformazione plastica precedente la frattura;
- la superficie di frattura è in genere piatta e perpendicolare alla direzione di carico;
- la frattura può apparire granulare o cristallina ed è spesso altamente riflettente;
- possono essere presenti motivi a Chevron;
- la cricca cresce rapidamente e termina in una frattura immediata a volte accompagnata da un forte rumore.



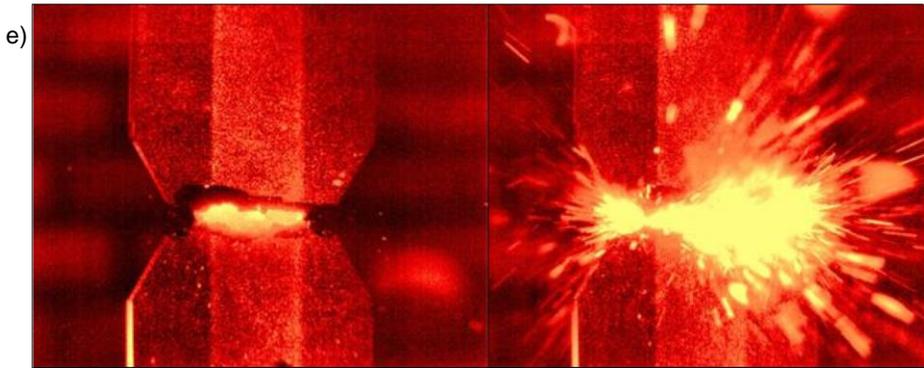


Fig.1.2 - Frammentazione ottenuta nei test di frattura in campioni con intagli a V(a) e a U(b); c,d) ingrandimento delle superfici di frattura di intagli semicircolari; e) immagini in sequenza con camera a infrarossi della frattura fragile in compressione

La frattura fragile, in contrasto con quella duttile, è caratterizzata da nessuna o poca deformazione plastica macroscopica. Inoltre dato che questo tipo di frattura ha una rapida velocità di crescita, a partire dalla cricca iniziale, il processo è definito in genere come “instabile” o “critico” perché la propagazione della cricca giunge molto velocemente alla frattura finale. Risulta possibile ipotizzare che il comportamento macroscopico della frattura fragile è essenzialmente elastico fino al punto di frattura.

L'energia della frattura viene assorbita principalmente per la creazione di nuove superfici o cricche, per questa ragione, questo tipo di frattura mostra spesso cricche multiple e pezzi separati, che sono meno comuni nella frattura duttile.

Inoltre tutte le fratture di tipo fragile mostrano motivi a Chevron o a spina di pesce che indicano l'origine della frattura e la rapida progressione della crescita. I motivi a spina di pesce sono le uniche caratteristiche microscopiche delle fratture fragili. (Liu, 2005, pp. 65-66).

1.2 Modi di carico

Esistono diversi modi di applicazione del carico su un componente:

- modo I (opening mode): consiste nello distacco delle due parti tramite l'apertura della cricca, il componente è in questo caso sottoposto a trazione;
- modo II (plane shear mode): consiste nello scorrimento una sull'altra delle due parti e avviene in presenza di sforzo di taglio;
- modo III (antiplane shear mode): consiste nella lacerazione, si ha questo effetto quando il componente è sottoposto a torsione.

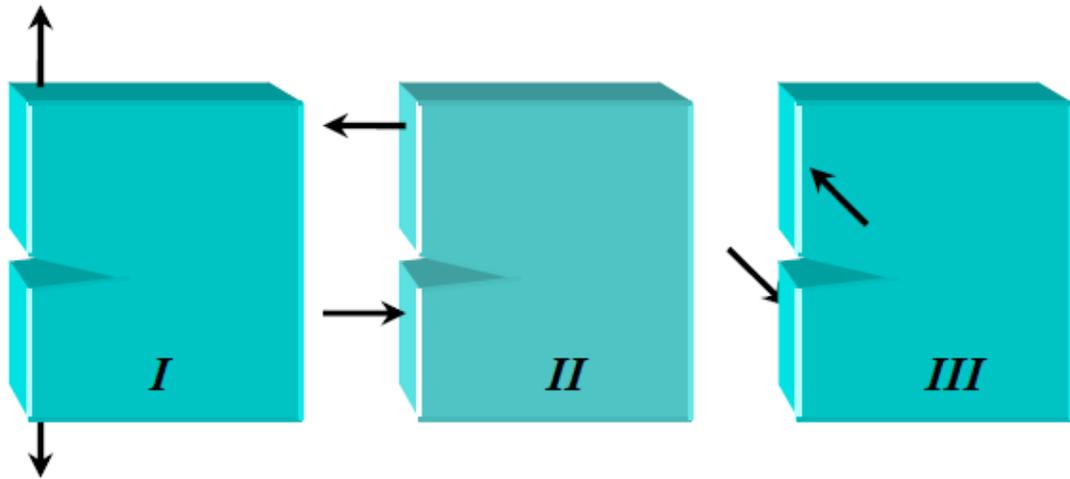


Fig. 1.3 - Modo di carico I, II e III

In particolare il modo I è considerato quello più pericoloso e si presenta più spesso nelle situazioni ingegneristiche che coinvolgono componenti criccati o intagliati, di conseguenza l'attenzione maggiore nel calcolo delle relazioni tra tensione e presenza di cricche, si pone in questa modalità di carico.

Variando l'orientazione dell'applicazione del carico dal modo I al II, si passa attraverso il modo misto I+II, quindi il modo misto si ha quando agiscono sulla cricca sia la componente normale della tensione, sia quella di taglio.

1.3 Tenacità a frattura

La propagazione instabile della cricca avviene quando gli sforzi all'apice della cricca stessa raggiungono un valore critico, troppo alto perché il materiale li possa sopportare. Poiché lo stato di sforzo è determinato dal fattore di intensificazione delle tensioni, si può anche dire che la frattura si manifesta se K raggiunge un valore critico, che viene chiamato K_c (fracture toughness, o resistenza a frattura, o tenacità). La condizione di propagazione instabile della cricca si raggiunge quindi se:

$$K_I = K_c \quad (1)$$

Lo stato di deformazione piana risulta il più pericoloso in quanto la zona limitrofa a quella plasticizzata è soggetta a una tensione negativa che dà luogo a uno stato tensionale più severo che rende più facile la propagazione dello snervamento. Questo tipo di verifica è definita "criterio di campo", in quanto viene confrontata una grandezza

caratteristica dell'intero campo tensionale con il suo valore critico, a differenza dei "criteri di punto", basati sull'utilizzo del valore nel punto più sollecitato. (Liu, 2005, p. 200)

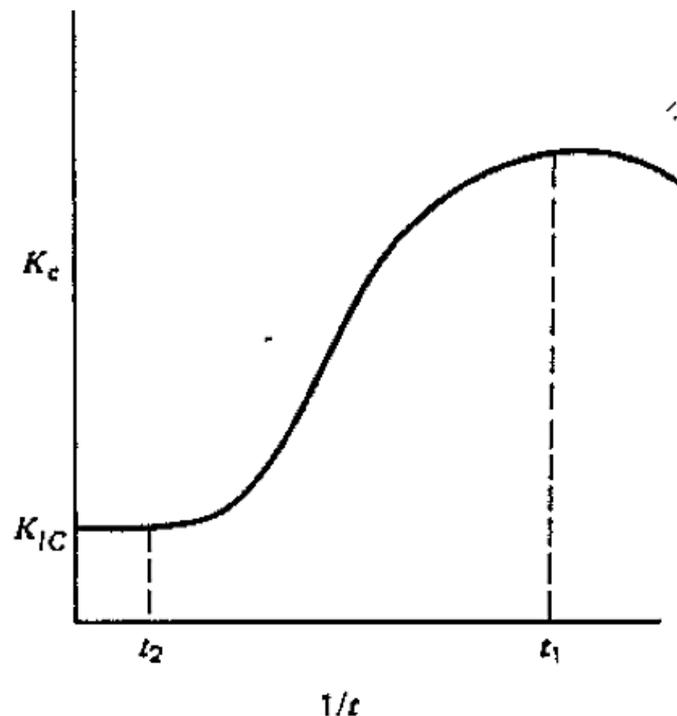


Fig. 1.4 - Variazione della tenacità a frattura al variare dello spessore della piastra.

Date le condizioni al contorno, la tenacità a frattura in condizioni di deformazione piana K_{IC} (plane-strain fracture toughness) rappresenta il valore limite più basso per la tenacità di frattura del materiale ed è un'importante proprietà per la prevenzione della frattura. K_{IC} è indipendente dalla dimensione del provino, mentre dipende solo da fattori metallurgici, a patto che sia stato misurato con un provino sufficientemente grande per una corretta misurazione. Infatti, quando si utilizza una lastra spessa, si ottengono condizioni di deformazione piana (punto t_2 in figura 1.4) e il valore di K_C è minimo (K_{IC}). Al contrario, con una lastra fina, il materiale esibisce il massimo valore della tenacità a frattura, in quanto si hanno condizioni di tensione piana (punto t_1). K_C dipende infatti dallo spessore della lastra come visibile in (Figura 1.4). Naturalmente il materiale mostra disomogeneità e anisotropia per K_{IC} come per le altre sue caratteristiche e ciò va tenuto in considerazione nel valutare il materiale. La via più ovvia per misurare K_{IC} dunque è usare un provino a forma di piastra sufficientemente spesso, anche se poco economico. K_{IC} è associato alla frattura piana senza grande crescita della cricca prima della frattura ed è quindi considerato come valore minimo di K_C e come proprietà intrinseca del materiale. Sottolineiamo che dipende K_C dalla geometria del provino e

dal materiale mentre dipende K_{IC} solamente dal tipo di materiale. (Liu, 2005, pp.177-178).

1.4 Distribuzione delle tensioni in componenti intagliati

L'energia di deformazione è una funzione legata agli stati tensionali presenti nel materiale nelle tre dimensioni. È quindi impossibile definire un'energia di deformazione senza aver ben definito prima quali sono le tensioni in gioco e come il loro andamento sia legato all'intaglio e al sistema di carico.

Filippi [7] propose un metodo analitico per la definizione degli stati tensionali in componenti intagliati.

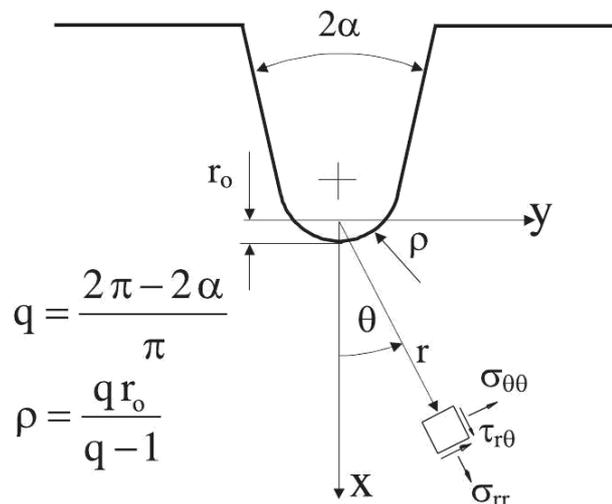


Fig. 1.5 - Sistema polare all'intaglio e le relative grandezze dimensionali

Con riferimento al sistema di coordinate mostrato in (figura 1.5), la distribuzione delle tensioni a modo I, all'apice di un intaglio a V, è data dalla seguente espressione:

$$\sigma_{ij} = a_1 r^{\lambda_1 - 1} \left[f_{ij}(\theta; \alpha) + \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\mu_1 - \lambda_1} g_{ij}(\theta; \alpha) \right] \quad (2)$$

Dove il parametro a_1 può essere espresso in funzione del fattore di intensificazione delle tensioni K_1 nel caso di un intaglio a V non raccordato, e dove $\lambda_1 > \mu_1$ (in questo caso i contributi basati sui termini μ diminuiscono velocemente all'aumentare della distanza dall'apice dell'intaglio nell'equazione 6).

Nell'equazione (2), r_0 indica la distanza rispetto l'apice dell'intaglio e l'origine del sistema di coordinate polari, e dipende dal raggio di raccordo ρ e dall'angolo di apertura 2α dell'intaglio (figura 1.5), in accordo con l'equazione:

$$r_0 = \rho \frac{(\pi - 2\alpha)}{(2\pi - 2\alpha)} = \left(\frac{q - 1}{q}\right)\rho \quad (3)$$

La distanza r_0 è massima per $2\alpha=0$, risultando $r_0=\rho/2$, e diminuisce con l'aumentare dell'angolo di apertura fino a un valore di $r_0=0$ per un angolo $2\alpha=\pi$.

Il parametro q varia in funzione dell'angolo 2α e ha un valore massimo $q=2$ per $2\alpha=0$, e un valore minimo $q=1$ per $2\alpha=\pi$.

$$q = \frac{2\pi - 2\alpha}{\pi} \quad (4)$$

Le funzioni angolari $f_{ij}(\theta;\alpha)$ e $g_{ij}(\theta;\alpha)$ sono definite in funzione del parametro λ_1 di Williams, e in modo minore dal parametro μ_1 [7]. Le Equazioni (5) e (6) riportano le formule per il calcolo di queste due funzioni, in una forma vettoriale, contenenti le tre componenti $\theta\theta$, rr e $r\theta$.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} f_{\theta\theta} \\ f_{rr} \\ f_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \frac{1}{1 + \lambda_1 + \chi_{b1}(1 - \lambda_1)} \left\{ \begin{Bmatrix} (1 + \lambda_1)\cos(1 - \lambda_1)\theta \\ (3 - \lambda_1)\cos(1 - \lambda_1)\theta \\ (1 - \lambda_1)\sin(1 - \lambda_1)\theta \end{Bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \chi_{b1}(1 - \lambda_1) \begin{Bmatrix} \cos(1 + \lambda_1)\theta \\ -\cos(1 + \lambda_1)\theta \\ \sin(1 + \lambda_1)\theta \end{Bmatrix} \right\} \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} g_{\theta\theta} \\ g_{rr} \\ g_{r\theta} \end{Bmatrix} &= \frac{q}{4(q - 1)[1 + \lambda_1 + \chi_{b1}(1 - \lambda_1)]} \left\{ \chi_{d1} \begin{Bmatrix} (1 + \mu_1)\cos(1 - \mu_1)\theta \\ (3 - \mu_1)\cos(1 - \mu_1)\theta \\ (1 - \mu_1)\sin(1 - \mu_1)\theta \end{Bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \chi_{c1}(1 - \lambda_1) \begin{Bmatrix} \cos(1 + \mu_1)\theta \\ -\cos(1 + \mu_1)\theta \\ \sin(1 + \mu_1)\theta \end{Bmatrix} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

I valori dei parametri relativi alla formulazione di Filippi vengono riassunti in tabelle in funzione dell'angolo di apertura 2α , avendo tutti i parametri un'espressione in forma chiusa, in (Tabella 1.1) per brevità sono riportati i valori per alcuni dei più comuni angoli.

2α (rad)	q	λ_1	μ_1	χ_{b_1}	χ_{c_1}	χ_{d_1}	$\tilde{\omega}_1$	$F(2\alpha)$
0	2.0000	0.5	-0.5	1	4	0	1	0.7850
$\pi/6$	1.8333	0.5014	-0.4561	1.0707	3.7907	0.0632	1.034	0.6917
$\pi/4$	1.7500	0.5050	-0.4319	1.1656	3.5721	0.0828	1.014	0.6692
$\pi/3$	1.6667	0.5122	-0.4057	1.3123	3.2832	0.0960	0.970	0.6620
$\pi/2$	1.5000	0.5448	-0.3449	1.8414	2.5057	0.1046	0.810	0.7049
$2\pi/3$	1.3334	0.6157	-0.2678	3.0027	1.5150	0.0871	0.570	0.8779
$3\pi/4$	1.2500	0.6736	-0.2198	4.1530	0.9933	0.0673	0.432	1.0717
$5\pi/6$	1.1667	0.7520	-0.1624	6.3617	0.5137	0.0413	0.288	1.4417

Tab. 1.1 – Parametri delle distribuzioni delle tensioni delle equazioni (5) e (6)

In condizione di deformazione piana, le funzioni angolari $f_{ij}(\theta; \alpha)$ e $g_{ij}(\theta; \alpha)$ possono essere espresse in funzione del rapporto di Poisson ν .

$$f_{zz} = \nu(f_{\theta\theta}(\theta) + f_{rr}(\theta)) \quad (7)$$

$$g_{zz} = \nu(g_{\theta\theta}(\theta) + g_{rr}(\theta)) \quad (8)$$

Nel caso di tensione piana, questi due valori vanno a zero.

Lungo la bisettrice dell'intaglio ($\theta=0$) la componente di stress $\sigma_{\theta\theta}$ vale allora:

$$\sigma_{\theta\theta}(r, \theta = 0) = \lambda_1 a_1 r^{\lambda_1 - 1} [1 + \lambda_1 + \chi_{b_1}(1 - \lambda_1)] \left\{ 1 + \tilde{\omega}_1 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\mu_1 - \lambda_1} \right\} \quad (9)$$

Dove la costante $\tilde{\omega}_1$ è funzione dell'angolo di apertura dell'intaglio e viene riportata in (Tabella 1.1), e la costante a_1 deve essere valutata sulla base della distribuzione locale delle tensioni.

1.5 Criterio energetico di Beltrami

Il criterio di Beltrami è un criterio di resistenza energetico e afferma che in un componente soggetto a uno stato di tensione triassiale, si ha il cedimento quando la densità di energia di deformazione totale raggiunge il valore limite caratteristico del materiale.

Il criterio può essere scritto nella forma:

$$W_t(E_t) = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) < W_L(E_L) \quad (10)$$

Le tensioni e le deformazioni sono legate tra loro dalle equazioni di Lamé valide in campo lineare elastico:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{cases} \quad (11)$$

dove E è il modulo elastico longitudinale di Young, e ν il coefficiente di Poisson del materiale.

Sostituendo queste equazioni nella (10) si ottiene:

$$W_t = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)) < W_L \quad (12)$$

Questa relazione deve valere anche nel caso particolare di tensione piana, si ottiene allora:

$$W_t = \frac{\sigma_1^2}{2E} \quad (13)$$

Con riferimento ad una prova di trazione, quando σ_1 raggiunge la tensione limite del materiale, allora anche l'energia di deformazione raggiunge il valore limite, vista la corrispondenza delle due grandezze in gioco. Il criterio può quindi essere riformulato:

$$W_t = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)) < \frac{\sigma_L^2}{2E} \quad (14)$$

(Lazzarin, 2006, pp. 83-84).

1.6 Metodo della densità di energia di deformazione locale (SED)

Il concetto di energia di deformazione viene riportato in letteratura con lo scopo di predire il comportamento statico e a fatica di componenti intagliati soggetti a tensioni mono-assiali e multi-assiali. Il principio si basa sul calcolo dell'energia di deformazione necessaria alla rottura del componente intagliato, individuata all'interno di un volume di controllo. È un metodo che non tiene conto degli effetti dovuti al sistema di carico in un solo punto, ma in una zona nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Nel seguito verranno illustrate le principali nozioni riguardanti la densità di energia di deformazione locale (SED).

Per stimare il carico di frattura nei componenti intagliati, si rende necessario l'utilizzo di un criterio basato sul comportamento meccanico del materiale nell'intorno dell'apice dell'intaglio. Inizialmente Sih, trattando componenti criccati, ha definito un criterio basato sulla densità di energia di deformazione (Strain Energy Density, SED), il fattore di densità di energia di deformazione (strain energy density factor) S , è stato da lui definito come il prodotto della densità di energia di deformazione per una distanza critica dal punto di singolarità [8]. Il cedimento risulta controllato da un valore critico mentre la direzione di propagazione della cricca è determinata imponendo la condizione di minimo su S .

A differenza del criterio di Sih, che è un criterio di punto, il criterio della densità di energia di deformazione locale (SED) \bar{W} , stabilisce che il cedimento si verifica quando il valore della densità di energia di deformazione mediata su un volume di controllo (che diventa un area di spessore unitario nei casi bidimensionali) eguaglia il valore dell'energia critica W_C del materiale [9,10].

Se il comportamento del materiale è idealmente fragile o quasi fragile, allora l'energia critica W_C può essere valutata utilizzando semplicemente la resistenza ultima a trazione del materiale:

$$W_C = \frac{\sigma_R^2}{2E} \left[\frac{MJ}{m^3} \right] \quad (15)$$

Questo valore critico rappresenta un valore caratteristico che varia da materiale a materiale ma non dipende dalla geometria del componente, cioè dalla geometria dell'intaglio. Il metodo della densità di energia di deformazione locale assume che il carico critico sostenibile da un componente intagliato può essere stimato imponendo \bar{W}

uguale al valore W_C , inoltre questo valore è considerato costante sotto carichi di modo I, II e in condizioni di modo misto piano I+II. Questa assunzione è stata verificata per differenti materiali fragili e quasi fragili.

Come discusso in [8], la debolezza dei materiali fragili può generalmente essere attribuita alla distribuzione non uniforme dei difetti o micro-cricche interne e/o superficiali che danno origine ad una superficie discontinua.

Questi difetti sono intrinseci in molti materiali ingegneristici e inoltre persistono attorno al bordo degli intagli raccordati.

Perciò nel caso di elevati gradienti di tensione, un criterio di cedimento come quello basato sulla massima tensione tangenziale (MTS) risulta essere incapace di prevedere il carico che può essere applicato in sicurezza al materiale, mentre invece il parametro \bar{W} consente di stimare il cedimento in modo accurato.

Il volume di controllo per la valutazione della densità di energia di deformazione locale è invece dipendente dal carico di rottura σ_{UTS} e dalla tenacità a frattura K_{IC} del materiale, nel caso di frattura fragile o quasi-fragile, soggetta a carichi statici, e varia in funzione dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e del raggio di raccordo ρ come discusso nel seguito (Figura 1.6).

Berto e Lazzarin [17] e in seguito Radajand e Vormwald [18], hanno presentato una riformulazione del criterio della densità di energia critica basata sul volume. Nel seguito sono presentati i concetti principali del metodo SED locale per componenti intagliati con comportamento fragile.

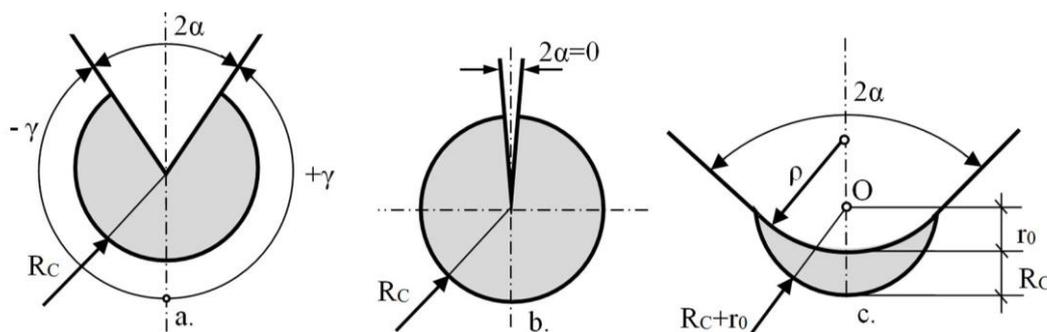


Fig. 1.6 – Volume di controllo sotto carico di modo I nel caso di: a)intaglio a V acuto, b)cricca, e c)intaglio a V blando

Si consideri un materiale isotropico e omogeneo con comportamento lineare - elastico.

Il raggio di controllo R_c del volume (o area nel caso piano), dal quale deriva il valore della densità di energia di deformazione locale \bar{W} , viene considerato un parametro del materiale, indipendente dall'angolo di apertura dell'intaglio.

Nel caso di deformazione piana, il raggio di controllo risulta [10] :

$$R_c = \frac{(1 + \nu)(5 - 8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{UTS}} \right)^2 \quad (16)$$

dove K_{IC} è la tenacità a frattura del materiale, ν il coefficiente di Poisson, e σ_{UTS} la tensione di rottura di un provino piano che segue il comportamento elastico lineare.

Per condizioni di tensione piana, Lazzarin e Berto [11] derivano la relazione corrispondente:

$$R_c = \frac{5 - 3\nu}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{UTS}} \right)^2 \quad (17)$$

In definitiva il volume di controllo risulta dipendente dal carico di rottura e dalla tenacità a frattura K_{IC} del materiale, nel caso di frattura fragile o quasi-fragile, soggetta a carichi statici.

Inizialmente tale metodo è stato formalizzato da Lazzarin e Zambardi [9], e applicato prima a intagli a V non raccordati sotto condizioni di carico di modo I dove lo sviluppo analitico si riferisce a un sistema piano e considera come volume di controllo un settore circolare centrato attorno all'apice dell'intaglio (Figura 1.6a); e successivamente esteso al dominio degli intagli ad U e a V-raccordati [12] collegando la posizione e la dimensione del settore circolare alla formulazione degli stati tensionali proposta da Filippi [7] (Figura 1.6c).

Nel caso di intagli a U sotto modo I il volume di controllo risulta centrato lungo la bisettrice dell'intaglio (Figura 1.9a), mentre sotto condizioni di modo misto I+II, il problema diviene molto più complesso in quanto il volume di controllo non è più centrato lungo la bisettrice, ma ruotato nel punto dove risulta applicata la massima tensione principale (Fig.1.9b). Allora nel caso di intagli a U soggetti a modo misto è possibile pensare che il volume di controllo ruoti rigidamente mantenendo la stessa forma e dimensione, questa ipotesi rappresenta l'idea di base dell'approccio di modo I equivalente in presenza di modo misto I+II [13].

E' stata trovata infine una semplice ma accurata espressione per valutare il valore del carico di frattura teorico nel caso d'intagli a V non raccordati, sotto l'ipotesi di elasticità lineare, usando una semplice proporzione tra il carico applicato P e il valore della

radice quadrata del rapporto tra l'energia critica di deformazione W_c del materiale e il valore della densità di energia di deformazione locale \bar{W} ottenuta nel volume di controllo, secondo la seguente espressione:

$$\frac{P_{th}}{P} = \sqrt{\frac{W_c}{\bar{W}}} \quad (18)$$

Un ulteriore importante vantaggio dell'approccio SED rispetto ai criteri tensionali è l'indipendenza dalla qualità della mesh utilizzata nel modello FEM, infatti, al contrario di alcuni parametri integrati nei criteri locali (per esempio la tensione principale massima, la tensione idrostatica, la tensione deviatorica) che richiedono una determinazione accurata del campo di tensioni, il SED mediato su un volume di controllo è sostanzialmente insensibile alla qualità della mesh una volta definito il volume di controllo [14].

Inoltre una volta noto il valore della densità di energia di deformazione locale, i fattori d'intensificazione delle tensioni (K_I, K_{II}, K_{III} , NSIFs) o i fattori di concentrazione delle tensioni (K_t , SCFs) possono essere determinati a posteriori sulla base di espressioni molto semplici che collegano il valore SED locale a NSIFs o SCFs, in un problema piano.

1.6.1 Intagli a V non raccordati, soggetti a modo I

Il parametro a_1 dell'equazione (2), può essere collegato al fattore di intensificazione delle tensioni di modo I attraverso l'equazione:

$$a_1 = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi}} \quad (19)$$

Dove il valore di K_1 viene definito da Gross e Mendelson [15] come:

$$K_1 = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} [\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)_{\theta=0}] r^{1-\lambda_1} \quad (20)$$

La componente della tensione $\sigma_{\theta\theta}$ viene valutata lungo la bisettrice dell'intaglio.

Per intagli non raccordati il valore di r_0 (3) è nullo perché il centro delle coordinate polari va a coincidere con l'apice dell'intaglio stesso, e le componenti relative al termine delle equazioni di Filippi (5) e (6) si annullano.

In condizione di deformazione piana è possibile definire la densità di energia di deformazione a modo I come funzione delle equazioni di Filippi, come fatto da Lazzarin e Berto [12]:

$$W_1(r, \theta) = \frac{1}{2E} \frac{(K_1)^2}{2\pi r^{2(1-\lambda_1)}} [f_{\theta\theta}^2 + f_{rr}^2 + f_{zz}^2 - 2\nu(f_{\theta\theta}f_{rr} + f_{\theta\theta}f_{zz} + f_{rr}f_{zz}) + 2(1+\nu)f_{r\theta}^2] \quad (21)$$

Nota l'equazione per il calcolo dell'energia di deformazione totale, sarà necessario individuare una zona di validità per il calcolo.

Si deve quindi individuare un'area di controllo di raggio R_c . Quest'area è definita dai due lati liberi della cricca orientati di un angolo γ rispetto la bisettrice dell'intaglio, e dal raggio di controllo. L'area, descritta in (Figura 1.7), è definita come segue:

$$A_c = \int_0^{R_c} \int_{-\gamma}^{+\gamma} r \, dr \, d\theta = R_c^2 \gamma \quad (22)$$

Quindi l'energia totale di deformazione all'interno dell'area di controllo, E_1 si trova integrando l'equazione (21) nell'area appena trovata:

$$E_1 = \int_{A_c} W_1 dA = \int_0^{R_c} \int_{-\gamma}^{+\gamma} W_1(r, \theta) \cdot r \, dr \, d\theta = \frac{1}{E} \frac{I_1(\gamma)}{4\lambda_1} (K_1)^2 R_c^{2\lambda_1} \quad (23)$$

Dove il valore di $I_1(\gamma)$ si ricava dall'integrazione rispetto l'angolo ($\pm\gamma$) delle componenti di tensione dell'equazione (21):

$$I_1(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\gamma}^{+\gamma} [f_{\theta\theta}^2 + f_{rr}^2 + f_{zz}^2 - 2\nu(f_{\theta\theta}f_{rr} + f_{\theta\theta}f_{zz} + f_{rr}f_{zz}) + 2(1+\nu)f_{r\theta}^2] d\theta \quad (24)$$

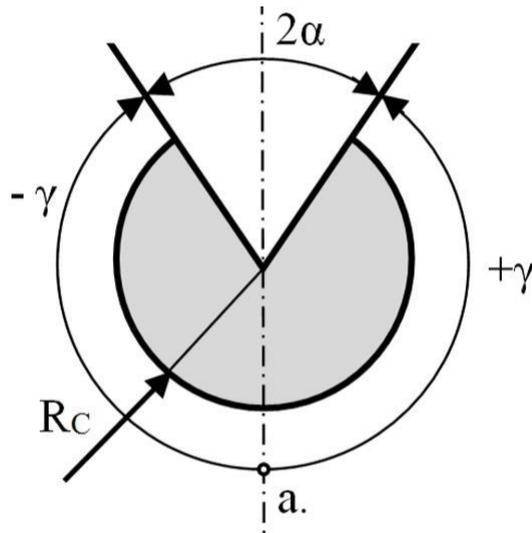


Fig. 1.7 - Area di controllo nel caso di intaglio a V-non raccordato

$I_1(\gamma)$ è una funzione dipendente dalla geometria secondo l'angolo di apertura 2α (infatti l'angolo $\gamma=\pi-\alpha$), e dal tipo di materiale attraverso il rapporto di Poisson ν .

I valori di $I_1(\gamma)$ relativi a diverse tipologie di intaglio a V a punta e materiale, sono riassunti in (Tabella1.2).

$2\alpha(\text{degrees})$	γ/π	λ_1	I_1		
			$\nu=0.3$	$\nu=0.35$	$\nu=0.4$
0	1	0.5000	0.8450	0.7425	0.6300
15	23/24	0.5002	0.8431	0.7416	0.6303
30	11/12	0.5014	0.8366	0.7382	0.6301
45	7/8	0.5050	0.8247	0.7311	0.6282
60	5/6	0.5122	0.8066	0.7194	0.6235
75	19/24	0.5247	0.7819	0.7026	0.6152
90	3/4	0.5445	0.7504	0.6801	0.6024
105	17/24	0.5739	0.7124	0.6519	0.5849
120	2/3	0.6157	0.6687	0.6184	0.5624
135	5/8	0.6736	0.6201	0.5796	0.5344
150	7/12	0.7520	0.5678	0.5366	0.5013
160	5/9	0.8187	0.5315	0.5058	0.4767
170	19/36	0.9000	0.4957	0.4755	0.4523

Tab. 1.2 - Valori del parametro I_1 per diversi angoli di apertura 2α e materiali, nel caso di intagli a V non raccordati

Dalle Equazioni (22) e (23), si ricava il valore medio dell'energia di deformazione in funzione dell'area di controllo:

$$\overline{W}_1 = \frac{E_1}{A_c} = \frac{I_1}{4E\lambda_1\gamma} \left(\frac{K_1}{R_c^{1-\lambda_1}} \right)^2 \quad (25)$$

Il metodo SED locale assume che il cedimento del materiale avvenga quando il valore medio dell'energia di deformazione \overline{W}_1 , definita in un volume finito attorno all'apice dell'intaglio (volume di controllo), raggiunge un valore critico W_c caratteristico del materiale.

Risulta che siamo in condizioni di sicurezza fin tanto che è verificata la condizione:

$$\overline{W}_1 \leq W_c \quad (26)$$

Se il materiale presenta un comportamento idealmente fragile fino a rottura, il parametro W_c può essere calcolato a partire dalla tensione di rottura (15).

In una situazione dove i provini non abbiano un comportamento lineare, o per componenti intagliati, Seweryn [16] impone la sostituzione della tensione di rottura σ_R con la massima tensione esistente all'apice dell'intaglio nel momento prima della rottura determinata da prove in trazione su componenti con intagli semi circolari.

Dall'equazione (25) è possibile calcolare il valore del raggio di controllo R_c in funzione dei parametri del materiale K_1 e W_c che portano a rottura:

$$R_c = \left[\frac{I_1(K_1)^2}{4E\lambda_1\gamma W_c} \right]^{\frac{1}{2(1-\lambda_1)}} \quad (27)$$

Questa equazione di R_c è valida per tutti gli intagli con $2\alpha \neq 0$ non raccordati.

1.6.2 Intagli a V non raccordati, soggetti a modo II e modo misto I+II

In modo analogo al modo I è possibile definire la densità di energia di deformazione per una configurazione di carico di modo II.

Per modo II è possibile collegare il parametro a_2 al fattore di intensificazione delle tensioni (N-SIF) di modo II come segue:

$$a_2 = \frac{K_2}{\sqrt{2\pi}} \quad (28)$$

Che deriva dalla seguente espressione [15]:

$$K_2 = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} [\sigma_{r\theta}(r, \theta)_{\theta=0}] r^{1-\lambda_2} \quad (29)$$

Dove la componente della tensione di taglio $\sigma_{r\theta}$ viene valutata lungo la bisettrice dell'intaglio.

Riprendendo l'equazione (21) per la configurazione a modo I, è possibile esplicitare la funzione rispetto le componenti di modo II:

$$W_2(r, \theta) = \frac{1}{2E} \frac{(K_2)^2}{2\pi r^{2(1-\lambda_2)}} [f_{\theta\theta}^2 + f_{rr}^2 + f_{zz}^2 - 2\nu(f_{\theta\theta}f_{rr} + f_{\theta\theta}f_{zz} + f_{rr}f_{zz}) + 2(1+\nu)f_{r\theta}^2] \quad (30)$$

Questa equazione dipende dai termini di tensione di Filippi (5) e dai termini relativi al modo II delle soluzioni di Williams.

L'energia totale di deformazione all'interno dell'area di controllo E_2 si trova integrando l'equazione (30) nell'area di controllo:

$$E_2 = \int_{Ac} W_2 dA = \int_0^{Rc} \int_{-\gamma}^{+\gamma} W_2(r, \theta) \cdot r dr d\theta = \frac{1}{E} \frac{I_2(\gamma)}{4\lambda_2} (K_2)^2 R_c^{2\lambda_2} \quad (31)$$

Dove il valore di $I_2(\gamma)$ si ricava dall'integrazione rispetto l'angolo ($\pm\gamma$) delle componenti di tensione:

$$I_2(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\gamma}^{+\gamma} [f_{\theta\theta}^2 + f_{rr}^2 + f_{zz}^2 - 2\nu(f_{\theta\theta}f_{rr} + f_{\theta\theta}f_{zz} + f_{rr}f_{zz}) + 2(1+\nu)f_{r\theta}^2] d\theta \quad (32)$$

E' possibile calcolare il valore medio dell'energia di deformazione in funzione dell'area di controllo:

$$\overline{W}_2 = \frac{E_2}{A_c} = \frac{I_2}{4E\lambda_2\gamma} \left(\frac{K_2}{R_c^{1-\lambda_2}} \right)^2 \quad (33)$$

Il metodo SED assume che il cedimento del materiale avvenga quando il valore medio di energia di deformazione \overline{W}_2 , definito in un volume finito attorno all'apice dell'intaglio (volume di controllo), raggiunge un valore critico W_c .

Se il materiale ha un comportamento idealmente fragile fino a rottura, il parametro W_c può essere calcolato a partire dalla tensione di rottura a taglio τ_r :

$$W_c = \frac{\tau_r}{2G} = \frac{\tau_r}{E} (1 + \nu) \quad (34)$$

Risulta importante sottolineare che il valore critico dell'energia di deformazione W_c può essere assunto costante nel caso di applicazione di carichi di modo I, II e in condizioni di modo misto piano I+II. Questa assunzione è stata verificata per differenti materiali fragili e quasi fragili.

Se siamo in presenza di modo misto I+II, la densità di energia di deformazione totale è data dalla somma dei relativi termini di modo I e di modo II, oltre che da una componente relativa al lavoro mutuo dei due modi.

Il valore della componente mutua, è dato dalla combinazione lineare dei termini relativi ai due modi:

$$\begin{aligned} W_{I+II} = \frac{1}{E} \frac{(K_1 K_2)^2}{r^{(2-\lambda_1-\lambda_2)}} & [f_{\theta\theta}^I f_{\theta\theta}^{II} + f_{rr}^I f_{rr}^{II} + f_{zz}^I f_{zz}^{II} \\ & - \nu (f_{\theta\theta}^I f_{rr}^{II} + f_{\theta\theta}^I f_{zz}^{II} + f_{rr}^I f_{\theta\theta}^{II} + f_{rr}^I f_{zz}^{II} + f_{zz}^I f_{\theta\theta}^{II} + f_{zz}^I f_{rr}^{II}) \\ & + 2(1 + \nu) f_{r\theta}^I f_{r\theta}^{II}] \quad (35) \end{aligned}$$

Quindi l'energia di deformazione all'interno dell'area di controllo A_c , si ottiene dall'integrazione delle tre componenti di energia :

$$\begin{aligned} E_T &= \int_{A_c} (W_1 + W_2 + W_{I+II}) dA \\ &= \int_0^{R_c} \int_{-\gamma}^{+\gamma} [W_1(r, \theta) + W_2(r, \theta) + W_{I+II}(r, \theta)] r dr d\theta \quad (36) \end{aligned}$$

Nel caso in cui l'area di controllo A_c sia simmetrica rispetto la bisettrice dell'intaglio (Figura 1.7) la componente mutua si annulla.

Nel caso di intagli a V non raccordati è possibile scrivere l'equazione dell'energia di deformazione a modo misto I+II come semplice somma delle singole componenti di modo I e modo II:

$$E_{1+2} = E_T(W_1, W_2) = \frac{1}{E} \left(\frac{I_1(\gamma)}{4\lambda_1} \cdot (K_1)^2 \cdot R_c^{2\lambda_1} + \frac{I_2(\gamma)}{4\lambda_2} \cdot (K_2)^2 \cdot R_c^{2\lambda_2} \right) \quad (37)$$

Otteniamo la densità di energia di deformazione media a modo misto I+II, dividendo per l'area di controllo A_c :

$$\overline{W}_{1+2} = \frac{E_{1+2}}{A_c} = \frac{1}{E} \left(\frac{I_1(\gamma)}{4\lambda_1\gamma} \cdot \frac{(K_1)^2}{R_c^{2(1-\lambda_1)}} + \frac{I_2(\gamma)}{4\lambda_2\gamma} \cdot \frac{(K_2)^2}{R_c^{2(1-\lambda_2)}} \right) \quad (38)$$

Come per il modo I, non si ha cedimento se questo valore medio è inferiore a un valore critico W_c per il quale si ha la rottura.

Posso anche esprimere l'energia media di deformazione attraverso i parametri:

$$e_1 = \frac{I_1(\gamma)}{4\lambda_1\gamma} \quad ; \quad e_2 = \frac{I_2(\gamma)}{4\lambda_2\gamma} \quad (39)$$

I valori di e_1 e e_2 sono tabulati in (Tabella 1.3) per diversi angoli di apertura intaglio.

2α [rad]	γ [rad]	λ_1	λ_2	χ_1	χ_2	e_1 Plane strain	e_2 Plane strain
0	π	0.5000	0.5000	1.000	1.000	0.13449	0.34139
$\pi/6$	$11\pi/12$	0.5014	0.5982	1.071	0.921	0.14485	0.27297
$\pi/3$	$5\pi/6$	0.5122	0.7309	1.166	0.814	0.15038	0.21530
$\pi/2$	$3\pi/4$	0.5445	0.9085	1.312	0.658	0.14623	0.16793
$2\pi/3$	$2\pi/3$	0.6157	1.1489	1.841	0.219	0.12964	0.12922
$3\pi/4$	$5\pi/8$	0.6736	1.3021	4.153	-0.569	0.11721	0.11250

Tab.1.3 – Valori di e_1 e e_2 per diversi angoli di apertura intaglio e $\nu=0.3$

Nel caso in cui l'area di controllo sia ruotata di un angolo θ rispetto la bisettrice, risultando quindi asimmetrica rispetto a quest'ultima, la componente dell'energia mutua non può essere trascurata e va considerata.

1.6.3 Intagli a U e V-raccordati, soggetti a modo I e modo misto I+II

Lazzarin e Berto estesero successivamente l'approccio SED locale per intagli a V a spigolo vivo agli intagli blandi (U e V-raccordati), dove gli sviluppi analitici sono stati fatti nel caso di tensione di trazione (modo I), usando la distribuzione di tensione all'apice dell'intaglio proposto da Filippi e considerando un materiale isotropico e omogeneo con comportamento lineare elastico.

Per un intaglio a V raccordato sottoposto a carico di modo I, il volume di controllo risulta centrato lungo la bisettrice dell'intaglio, e assume la forma tipica a mezzaluna mostrata in (Figura 1.8), dove il raggio di controllo viene misurato lungo la linea bisettrice dell'intaglio. Viene introdotto un volume di controllo avente come raggio, la somma di due diversi raggi $R_2=r_0+R_C$. Il volume di controllo sarà definito dal raggio di raccordo dell'intaglio ρ come limite interno, e dalla circonferenza di raggio R_2 centrata nell'origine nel sistema di riferimento polare, come limite esterno (Figura 1.8). La lunghezza r_0 (3) rappresenta la distanza tra l'origine del sistema di riferimento polare (usato per esprimere i campi di tensione) e l'apice dell'intaglio.

Nel caso di intagli a V raccordati soggetti a modo I, è possibile collegare il parametro a_1 (2) alla massima tensione principale presente davanti all'intaglio:

$$a_1 = \frac{\sigma_{tip}}{r_0^{\lambda_1-1} \left\{ 1 + \left(\frac{((1 + \mu_1)\chi_{d1} + \chi_{c1})}{(1 + \lambda_1 + \chi_{b1}(1 - \lambda_1))} \right) \left(\frac{q}{4}(q - 1) \right) \right\}}$$

$$= \frac{\sigma_{tip} r_0^{1-\lambda_1}}{1 + \tilde{\omega}_1} \quad (40)$$

Risulta possibile definire la densità di energia di deformazione a modo I come:

$$W_1(r, \theta) = \frac{1}{2E} \left(\frac{\sigma_{tip}}{1 + \tilde{\omega}_1} \right)^2 \left\{ \left(\frac{r}{r_0} \right)^{2(\lambda_1-1)} \tilde{F}_\lambda + \left(\frac{r}{r_0} \right)^{2(\mu_1-1)} \tilde{G}_\mu + 2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\lambda_1+\mu_1-2} \tilde{M}_{\lambda\mu} \right\} \quad (41)$$

Dove, secondo il criterio di densità di energia di deformazione di Beltrami, devono valere le seguenti relazioni:

$$\tilde{F}_\lambda = f_{\theta\theta}^2 + f_{rr}^2 + f_{zz}^2 - 2\nu(f_{\theta\theta}f_{rr} + f_{\theta\theta}f_{zz} + f_{rr}f_{zz}) + 2(1 + \nu)f_{r\theta}^2 \quad (42)$$

$$\tilde{G}_\mu = g_{\theta\theta}^2 + g_{rr}^2 + g_{zz}^2 - 2\nu(g_{\theta\theta}g_{rr} + g_{\theta\theta}g_{zz} + g_{rr}g_{zz}) + 2(1 + \nu)g_{r\theta}^2 \quad (43)$$

$$\tilde{M}_{\lambda\mu} = f_{\theta\theta}g_{\theta\theta} + f_{rr}g_{rr} + f_{zz}g_{zz} - (f_{\theta\theta}g_{rr} + g_{\theta\theta}f_{rr} + f_{\theta\theta}g_{zz} + g_{\theta\theta}f_{zz} + f_{rr}g_{zz} + g_{rr}f_{zz}) + 2(1 + \nu)f_{r\theta}g_{r\theta} \quad (44)$$

L'area, descritta in (figura 1.8), è definita come segue:

$$\Omega = \int_{R_1(\theta)}^{R_2} \int_{-\bar{\theta}}^{+\bar{\theta}} r dr d\theta \quad (45)$$

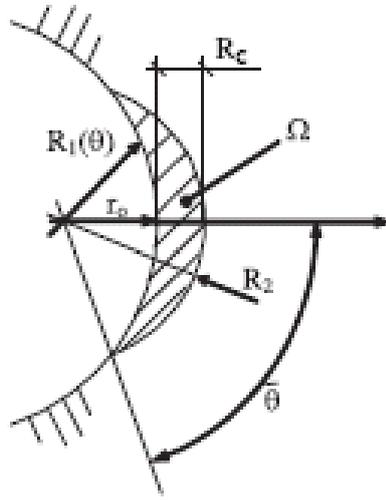


Fig. 1.8 – Volume di controllo nel caso di intagli a U e V-raccordati caricati a modo I

Quindi l'energia totale di deformazione all'interno dell'area di controllo E_1 , si trova integrando l'equazione (41) nell'area appena trovata:

$$\begin{aligned} E_1 &= \int_{\Omega} W_1 d\Omega = \int_{-\bar{\theta}}^{+\bar{\theta}} \int_{R_1(\theta)}^{R_2} W_1(r, \theta) \cdot r dr d\theta \\ &= \frac{1}{2E} \left[\frac{\sqrt{2\pi}\sigma_{tip}}{1 + \bar{\omega}_1} \right]^2 r_0^{2(1-\lambda_1)} (I_\lambda + I_\mu + I_{\lambda\mu}) \quad (46) \end{aligned}$$

Dove i termini I risultano:

$$I_\lambda = \int_{-\bar{\theta}}^{+\bar{\theta}} \frac{(R_2^{2\lambda_1} - R_1(\theta)^{2\lambda_1})}{2\lambda_1} \tilde{F}_\lambda d\theta \quad (47)$$

$$I_\mu = r_0^{2(\lambda_1 - \mu_1)} \int_{-\bar{\theta}}^{+\bar{\theta}} \frac{(R_2^{2\mu_1} - R_1(\theta)^{2\mu_1})}{2\mu_1} \tilde{G}_\mu d\theta \quad (48)$$

$$I_{\lambda\mu} = 2r_0^{\lambda_1 - \mu_1} \int_{-\bar{\theta}}^{+\bar{\theta}} \frac{(R_2^{\lambda_1 + \mu_1} - R_1(\theta)^{\lambda_1 + \mu_1})}{\lambda_1 + \mu_1} \tilde{M}_{\lambda\mu} d\theta \quad (49)$$

Il terzo integrale è valido per angoli di apertura intaglio $2\alpha \neq 0$ altrimenti è uguale a zero. In generale è possibile scrivere:

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} (I_\lambda + I_\mu + I_{\lambda\mu}) \quad (50)$$

Dove I_1 dipende dall'angolo di apertura intaglio 2α , dal raggio di raccordo ρ e dal raggio di controllo R_C .

Il valore medio dell'energia di deformazione in funzione dell'area di controllo diventa:

$$\overline{W}_1 = \frac{E_1}{\Omega} = \frac{1}{E} \left(\frac{I_1}{2\Omega} \right) \sigma_{tip}^2 r_0^{2(1-\lambda_1)} \left[\frac{\sqrt{2\pi}}{1 + \widetilde{\omega}_1} \right]^2 \quad (51)$$

Il rapporto $(I_1/2\Omega)$ dipende implicitamente dalle proprietà del materiale attraverso R_C .

Visto che il dominio di integrazione varia da caso a caso (45), in generale, l'integrale I_1 e l'area Ω dipendono quindi da 2α , ρ e R_C .

Tuttavia I_1 risulta essere proporzionale a $\rho^{2\lambda}$ in accordo con l'equazione (46), e sapendo che l'area Ω è proporzionale a ρ^2 ; possiamo scrivere:

$$\frac{I_1}{2\Omega} (2\alpha, \rho, R_C) = \frac{1}{\rho^{2(1-\lambda_1)}} H \left(2\alpha, \frac{R_C}{\rho} \right) \quad (52)$$

A modo I, Lazzarin e Berto hanno ottenuto una forma del metodo SED medio elastico dato dalla seguente espressione:

$$\overline{W}_1 = F_{(2\alpha)} H_{(2\alpha, R_C/\rho)} \frac{\sigma_{tip}^2}{E} \quad (53)$$

Dove σ_{tip} rappresenta la tensione massima all'apice dell'intaglio. I valori delle funzioni $F_{(2\alpha)}$ e $H_{(2\alpha, R_C/\rho)}$ sono riportati in tavole per diversi valori dell'angolo di apertura 2α , dei rapporti R_C/ρ , e del coefficiente di Poisson ν (Tabella 1.4).

La funzione $F_{(2\alpha)}$ dipende dai parametri descritti in precedenza e può essere scritta come segue:

$$F_{(2\alpha)} = \left(\frac{q-1}{q} \right)^{2(1-\lambda_1)} \left[\frac{\sqrt{2\pi}}{1 + \widetilde{\omega}_1} \right]^2 \quad (54)$$

Sostituendo la tensione massima σ_{tip} con il fattore di intensificazione delle tensione d'intaglio (NSIF, $K_{1\rho}$), Gomez propose una forma più compatta dell'Equazione (53). Richiamando la definizione di NSIF di modo I per gli intagli a V raccordati [20]:

$$K_{1\rho} = \sqrt{2\pi r}^{1-\lambda_1} \frac{(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0}}{1 + \widetilde{\omega}_1 (r/r_0)^{\mu_1 - \lambda_1}} \quad (55)$$

Può essere ottenuta una semplice relazione tra $K_{1\rho}$ e σ_{tip} come segue:

$$K_{1\rho} = \sqrt{2\pi r}^{1-\lambda_1} \frac{\sigma_{tip}}{1 + \widetilde{\omega}_1} \left(\frac{q-1}{q} \rho \right)^{1-\lambda_1} = \sqrt{F(2\alpha)} \sigma_{tip} \rho^{1-\lambda_1} \quad (56)$$

Possiamo riscrivere la densità di energia di deformazione di modo I in forma compatta come segue [19]:

$$W_1 = H_{\left(2\alpha \frac{Rc}{\rho}\right)} \frac{(K_{1\rho})^2}{E} \frac{1}{\rho^{2(1-\lambda_1)}} \quad (57)$$

Nel caso di intagli a U sotto modo I il volume di controllo risulta centrato lungo la bisettrice dell'intaglio (Figura 1.9a), mentre sotto condizioni di modo misto I+II il problema diviene molto più complesso in quanto il volume di controllo non è più centrato lungo la bisettrice, ma ruotato nel punto dove risulta applicata la massima tensione principale (Fig.1.9b). Allora nel caso di intagli a U soggetti a modo misto è possibile pensare che il volume di controllo ruoti rigidamente mantenendo la stessa forma e dimensione, questa ipotesi rappresenta l'idea di base dell'approccio di modo I equivalente in presenza di modo misto I+II [13]. Nel caso di componenti con intagli blandi soggetti a modo misto I+II, si ipotizza che la frattura dipenda principalmente dallo stato di tensione di modo I e dal valore della massima tensione principale o della densità di energia di deformazione. L'ipotesi di dominanza del modo I è stata suggerita inizialmente da Erdogan e Sih, che nel caso di piastre criccate sotto carichi piani e di taglio trasversale, notarono che la cricca cresceva sempre in direzione perpendicolare alla massima tensione tangenziale in direzione radiale alla punta della cricca [25].

In condizioni di modo misto I+II, la tensione massima principale si trova in un punto attorno al bordo dell'intaglio, inclinata di un angolo θ_0 rispetto alla bisettrice dell'intaglio (Figura 1.9b). Gomez assunse che il volume di controllo fosse centrato in questo punto, senza variazione della sua forma.

Questa ipotesi fa sì che il volume di controllo sia ruotato di un angolo θ_0 attorno all'origine del centro di raccordo rispetto la bisettrice dell'intaglio.

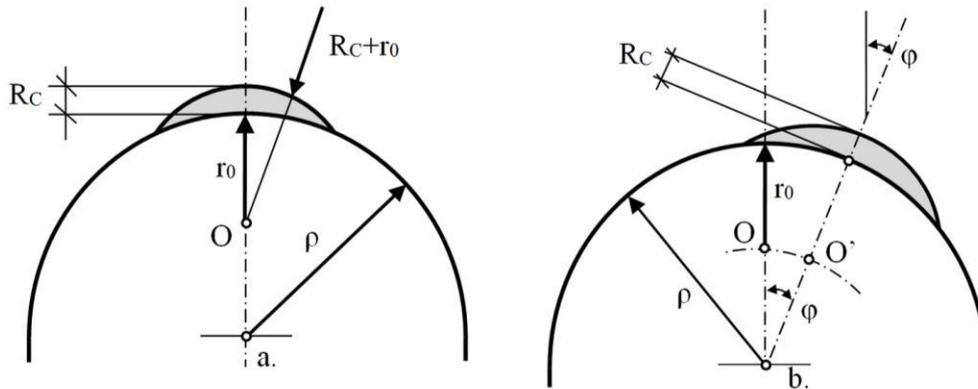


Fig.1.9 – Volume di controllo nel caso di intagli a U e V-raccordati per un sistema di carico: a) di modo I, e b) di modo misto I+II

Inoltre, l'angolo θ_0 indica il punto di inizio propagazione della cricca, che avrà direzione normale alla tensione massima principale presente sul bordo dell'intaglio (Figura 1.9b). Sotto un carico misto, il volume di controllo non è più centrato lungo la bisettrice dell'intaglio ma nel punto lungo il bordo dell'intaglio dove la tensione principale raggiunge il massimo valore. Si assume che tale volume mantenga la sua forma e la sua grandezza ma ruoti rigidamente al cambiare del modo di carico misto applicato. Questa è l'idea di base dell'approccio definito come "modo I equivalente", applicato inizialmente agli intagli ad U [13].

Sotto modalità di carico misto I+II, in particolare per gli intagli blandi la formulazione di un opportuno criterio di frattura unificante è una sfida tutt'ora attuale che richiede ulteriori indagini, data la scarsità di risultati sperimentali disponibili in letteratura, a conferma che il problema della rottura fragile o quasi-fragile di componenti intagliati è ben lungi dall'essere completamente risolto.

$2\alpha(\text{rad})$	H			
	R_c/ρ	$\nu=0.3$	$\nu=0.35$	$\nu=0.4$
0	0.01	0.5638	0.5432	0.5194
	0.05	0.5086	0.4884	0.4652
	0.1	0.4518	0.4322	0.4099
	1	0.1314	0.1217	0.1110
$\pi/6$	0.01	0.6395	0.6162	0.5894
	0.05	0.5760	0.5537	0.5280
	0.1	0.5107	0.4894	0.4651
	1	0.1428	0.1333	0.1226
$\pi/4$	0.01	0.6609	0.6369	0.6093
	0.05	0.5945	0.5717	0.5454
	0.1	0.5264	0.5048	0.4802
	1	0.1447	0.1355	0.1252
$\pi/3$	0.01	0.6678	0.6436	0.6157
	0.05	0.5998	0.5769	0.5506
	0.1	0.5302	0.5087	0.4842
	1	0.1435	0.1349	0.1252
$\pi/2$	0.01	0.6290	0.6063	0.5801
	0.05	0.5627	0.5415	0.5172
	0.1	0.4955	0.4759	0.4535
	1	0.1328	0.1256	0.1174
$2\pi/3$	0.01	0.5017	0.4836	0.4628
	0.05	0.4465	0.4298	0.4106
	0.1	0.3920	0.3767	0.3591
	1	0.1135	0.1079	0.1015
$3\pi/4$	0.01	0.4114	0.3966	0.3795
	0.05	0.3652	0.3516	0.3359
	0.1	0.3206	0.3082	0.2938
	1	0.1037	0.0988	0.0932

Tab. 1.4 – Valori della funzione H al variare delle variabili dell'intaglio e del tipo di materiale

1.6.4 Intagli a V, soggetti a pura compressione

Sebbene l'idea di un piano di rottura dominante nella prova di compressione monoassiale in campioni piani è attribuita a Coulomb, il primo a documentare il fenomeno della rottura a compressione è stato Bell [21], mentre Lajtaiha studiò più profondamente il meccanismo di frattura del materiale e come essa procede attraverso diverse fasi di micro-fratture, partendo dal stato intatto e finendo con lo stato di resistenza residua sotto compressione [22]. Lajtai ha concluso il suo lavoro impressionante sottolineando che la rottura fragile in compressione è un processo molto complesso e costituito da almeno sei stadi di sviluppo della frattura che si evolvono in modi completamente diversi tra l'uno e l'altro.

Wang e Shrive hanno eseguito una rassegna dei meccanismi di propagazione della cricca e dei modelli e criteri proposti in letteratura per carichi di compressione. Essi hanno sottolineato che la frattura fragile in compressione è così complessa che non è sorprendente che diversi criteri di frattura siano stati sviluppati [23]. Hanno anche sottolineato che il modo I di carico è il meccanismo fondamentale per la frattura fragile anche in compressione come in trazione. La propagazione della frattura richiede una progressiva perdita di legame interatomica e la creazione di una nuova superficie.

Ci sono molti casi in applicazioni ingegneristiche in cui pochi intagli di tutti quelli appartenenti all'intera struttura risentono di tensioni di compressione nel loro intorno.

In ogni caso anche se la frattura derivante dalla tensione di modo I è maggiormente gravosa rispetto al cedimento a compressione, il cedimento a compressione deve essere verificato per garantire l'affidabilità dell'intera struttura.

Nella progettazione di strutture ingegneristiche composte da molti componenti fatti di diversi materiali, i progettisti sono profondamente preoccupati per quei componenti con comportamento fragile o quasi-fragile, perché in questi materiali la frattura risulta essere catastrofica e si presenta senza alcun preavviso. I componenti fragili sono spesso disegnati in modo da non sviluppare alti livelli di sforzi, però spesso sono indirettamente soggetti a tensioni generate dai carichi applicati all'intera struttura.

Non potendo in questo caso utilizzare l'equazione (15,16) per la determinazione del raggio di controllo, in quanto in compressione non è possibile definire la tenacità a frattura del materiale, come risulta difficile definire una tensione ultima di rottura del materiale a compressione, basata su un modello teorico.

Dunque risulta essere una buona alternativa l'adozione di un approccio empirico per la determinazione del valore del raggio di controllo, e del valore critico dell'energia di deformazione a compressione, caratteristici del materiale [24].

L'energia critica di deformazione W_C , dovendo essere anche in compressione una proprietà del materiale indipendente dal tipo di intaglio, risulta possibile ricavarla empiricamente andando a variare la dimensione del volume di controllo (si considerano diversi valori del raggio di controllo R_C) in funzione di due o più campioni scelti come riferimento per le analisi, sotto i rispettivi carichi critici di frattura ottenuti dai test. Risulta possibile in questo modo valutare l'andamento del valore della densità di energia di deformazione critica a compressione per i campioni scelti come riferimento, nei diversi volumi di controllo, in funzione delle dimensioni del raggio di controllo R_C scelto per le analisi numeriche. Quando le energie di deformazione dei campioni di riferimento sono caratterizzate da circa lo stesso valore, significa che il valore della densità di energia di deformazione e la corrispondente dimensione del volume di controllo trovati, possono essere considerati come proprietà caratteristiche del materiale indipendenti dal tipo di intaglio.

Risulta allora possibile nel caso in cui il materiale sia sottoposto a compressione, assumere il valore della densità di energia critica W_C e la dimensione del raggio di controllo R_C , uguali ai valori ottenuti con il metodo empirico sopra descritto, come proprietà caratteristiche del materiale a compressione.

2 TRATTAZIONE SPERIMENTALE: TEST DI FRATTURA

2.1 Campione RV-BD soggetto a modo misto I+II

In questa ricerca si utilizza una versione moderna del provino CBD, chiamata RV-BD cioè "Round V-notched Brazilian Disk", per condurre gli esperimenti di frattura sul PMMA.

Come mostrato nella (figura 2.1), il provino RV-BD è un disco circolare di diametro D , contenente un foro rombico centrale di lunghezza d e angolo di apertura 2α .

Il provino è soggetto a una forza di compressione ruotata di un angolo β rispetto la linea bisettrice dell'intaglio. Al variare dell'angolo β , si ottengono differenti tipi di carico e combinazioni del modo I (trazione) e del modo II (taglio).

Quando il carico è applicato lungo la bisettrice (cioè $\beta = 0$), i due intagli a V sono sottoposti a carico di puro modo I positivo. Incrementando l'angolo, da quello iniziale di $\beta=0^\circ$, le condizioni di carico variano dal modo I fino a modo II puro, passando per il modo misto I+II. Per un angolo specifico chiamato β_{II} , si raggiunge la modalità di carico di modo II pura; quest'angolo è sempre inferiore a 90° e dipende dalla lunghezza dell'intaglio $d/2$, dall'angolo di apertura 2α e anche dal raggio di raccordo ρ . L'angolo β_{II} può essere determinato con l'analisi agli elementi finiti.

Se β aumenta ancora da β_{II} , il tipo di carico varia da puro modo II verso modo I negativo, e quando $\beta=90^\circ$ l'intaglio risente di un carico di puro modo I negativo.

Ne deriva quindi, che per $0 < \beta < \beta_{II}$, l'intaglio è sottoposto a modo misto I+II con modo I positivo, mentre per $\beta_{II} < \beta < 90^\circ$ l'intaglio è caricato a modo misto I+II con modo I negativo.

Per eseguire test di frattura sotto condizioni di modo misto I+II con modo I negativo, l'angolo β_{II} deve essere determinato al fine di selezionare adeguati angoli compresi tra β_{II} e 90° .

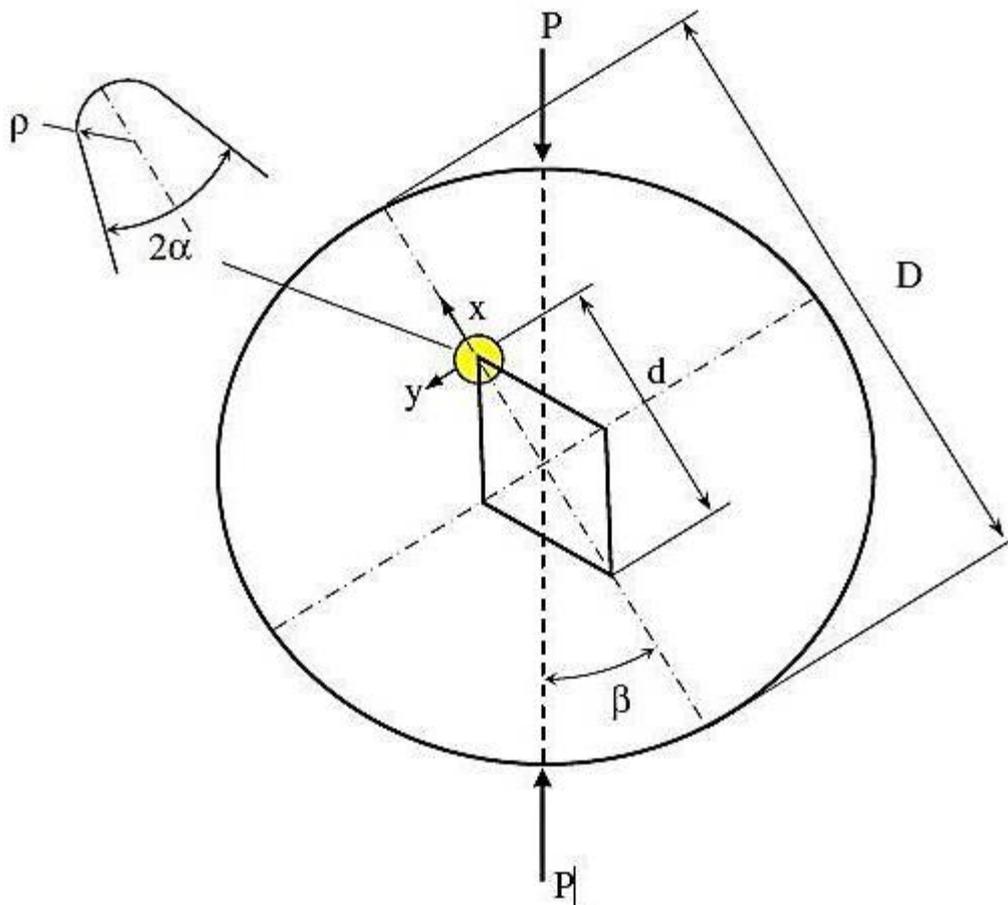


Fig.2.1 - Campione “Round V-notched Brazilian Disk”, RV-BD

Gli angoli β_{II} per diversi valori della lunghezza relativa dell’intaglio (RNL) e del raggio di raccordo relativo (RNR) sono state presentate da Torabi e Taherkhani [21].

Considerando il valore RNL (cioè il rapporto tra la lunghezza complessiva dell’intaglio e il diametro del disco) pari a 0,5 per i presenti campioni RV-BD, l’angolo β_{II} può essere ottenuto dal Ref. [21] e risulta essere compreso tra 26° e 27° per $2\alpha=30^\circ$, e tra il 28° e 30° per $2\alpha=60^\circ$, per vari raggi di raccordo dell’intaglio.

Si nota che i valori di β per i test devono essere attentamente selezionati perché per valori elevati di β compresi tra β_{II} e 90° , anche gli intagli laterali sono sottoposti a modo misto I+II con modo I positivo; di conseguenza, la frattura può verificarsi dagli intagli laterali invece che dagli intagli principali.

Per evitare la frattura indesiderata degli intagli laterali, sono state effettuate molte analisi agli elementi finiti (FEM). Per ogni angolo di apertura intaglio 2α e raggio di raccordo ρ , β è stato gradualmente aumentato da β_{II} a 90° con incrementi di 5° , e per

ogni angolo, è stata valutata e confrontata la tensione principale sull'intagli laterali e principali per un carico P costante.

Il valore specifico di β compreso tra β_{II} e 90° , sotto del quale la frattura avviene sempre dall'intaglio principale è chiamato angolo di carico critico β_c .

Le analisi FEM hanno indicato che il valore di β_c dipende dall'angolo di apertura dell'intaglio e dal raggio di raccordo. Per i campioni con $2\alpha = 30^\circ$ i valori dell'angolo β_c trovati risultano compresi nel range tra 55° e 60° , mentre per i campioni con $2\alpha=60^\circ$ risultano compresi tra 50° e 55° .

I valori scelti dell'angolo di inclinazione β del carico applicato per le analisi sperimentali sono: per i campioni con $2\alpha=30^\circ$ $\beta = 30^\circ, 40^\circ$ e 50° , e per i campioni con $2\alpha=60^\circ$ $\beta = 30^\circ, 40^\circ$ e 45° .

2.1.1 Materiale

Viene utilizzato come materiale per i campioni RV-BD il Polimetilmetacrilato (PMMA), che rappresenta il materiale più comune nei test di frattura fragile, importante precisare che gli esperimenti di frattura sono stati condotti a temperatura ambiente.

Data la vasta gamma di PMMA fabbricati con diversi processi e la conseguente variabilità delle proprietà meccaniche ottenibili, sono state eseguite prove sul materiale per determinare le proprietà.

Le proprietà meccaniche del PMMA dei campioni RV-BD utilizzati nei test di frattura sono riportate in (Tabella 2.1).

Material property	Value
Elastic modulus, E (GPa)	1.816
Poisson's ratio	0.38
Ultimate tensile strength (MPa)	68.5
Ultimate compressive strength (MPa)	100.5
Plane-strain fracture toughness (MPa m ^{0.5})	1.71

Tab. 2.1 - Proprietà del PMMA per i campioni RV-BD

Le curve sforzo vero – deformazione vera, del PMMA sotto tensione e compressione sono mostrate in (Figura 2.2).

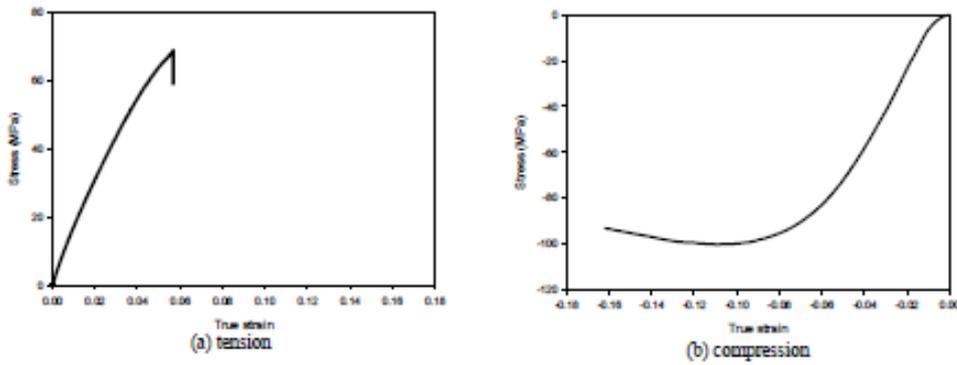


Fig. 2.2 - Curve sforzo vero-deformazione vera del PMMA sotto trazione(a) e compressione(b)

2.1.2 Geometria del provino RV-BD

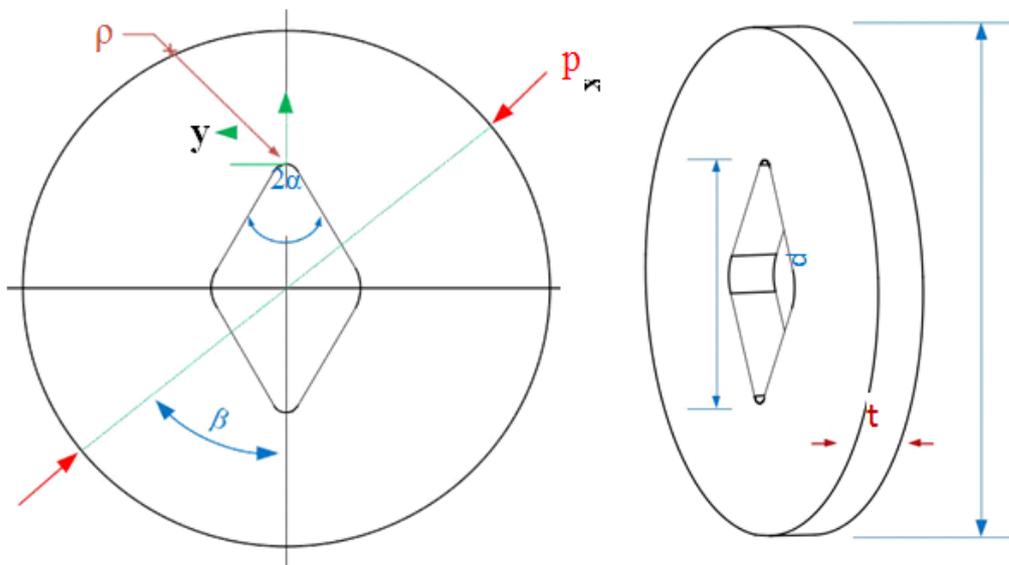


Fig 2.3 – Geometria dei campioni Round V-notched Brazilian Disk, RV-BD

Le dimensioni principali dei provini RV-BD (Figura 2.3) usati nei test di frattura sono: il diametro $D=80$ mm, la lunghezza dell'intaglio $d=40$ mm e lo spessore $t=8$ mm.

Sono stati poi utilizzati due diversi valori dell'angolo di apertura dell'intaglio pari a $2\alpha=30^\circ$ e 60° , per quattro differenti valori per il raggio di raccordo $\rho=0.5$ mm, 1mm, 2mm e 4mm.

Nelle prove sperimentali sono stati utilizzati dei campioni RV-BD ottenuti da una lastra piana di PMMA di spessore di 8mm lavorata con una CNC laser ad alta precisione.

Per ciascuna geometria dei vari campioni di studio sono stati creati tre provini per poter verificare la ripetibilità dei dati ottenuti nei test di frattura.

2.1.3 Test di frattura

I test di frattura sono realizzati mediante una macchina universale per test di trazione-compressione in condizione di controllo dello spostamento con un tasso di carico di 1mm/min.

Il provino è lentamente compresso, e la deformazione ottenuta è registrata all'aumentare del carico fino a rottura. Per ogni campione vengono eseguiti rispettivamente tre test di frattura che derivano da tre differenti angolazioni β del carico applicato rispetto all'intaglio del provino, permettendo di analizzare una condizione di carico misto variabile I+II con modo I negativo.

Per ogni geometria e angolo di inclinazione del carico, vengono eseguiti tre test di frattura separati per garantire la ripetibilità dei dati.

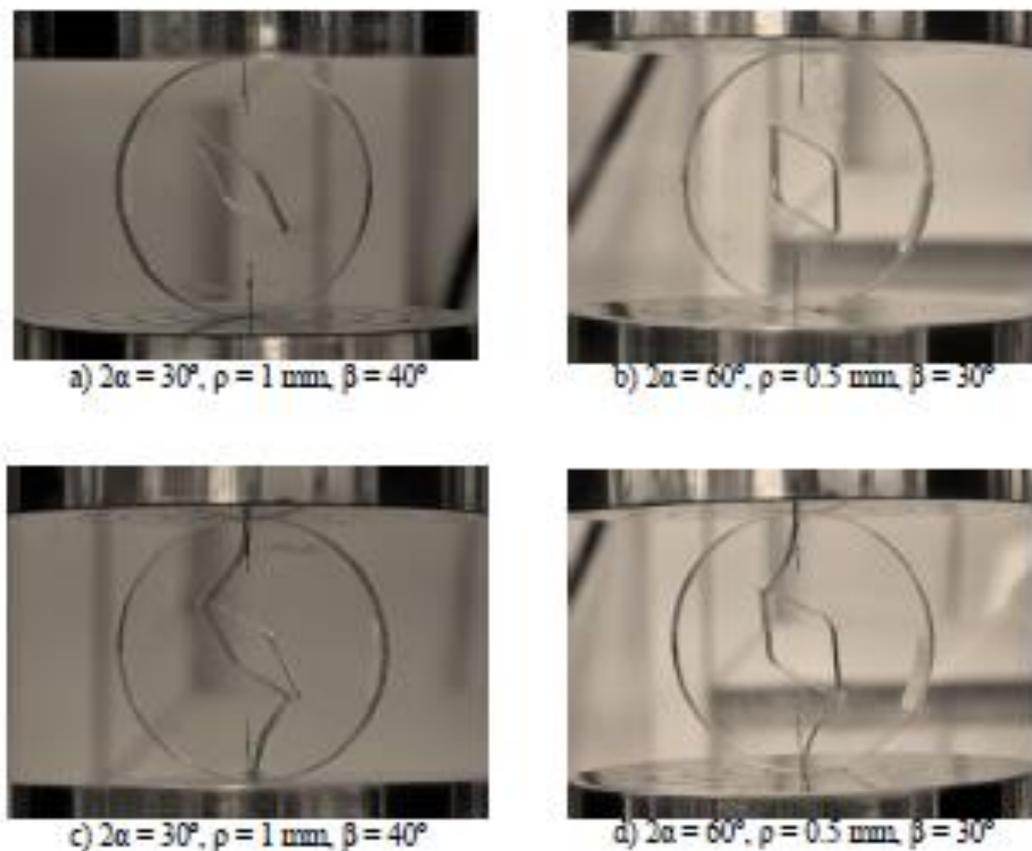


Fig. 2.4 - Campioni RV-BD prima(a,b), e dopo(c,d) la prova di frattura

Vengono eseguite un totale di 72 prove di frattura (Figura 2.4) in controllo di spostamento di cui otteniamo il carico di frattura e l'angolo di inizio frattura relativo al test di ciascun provino.

Le curve carico-deformazione misurate durante il test di frattura sono lineari, come visibile nell'esempio in (Figura 2.5), e in tutti i casi di studio il provino si frattura improvvisamente raggiunto un certo carico.

Questo dimostra che l'utilizzo di un criterio di frattura basato sulla meccanica della frattura lineare elastica è permesso per prevedere i risultati sperimentali.

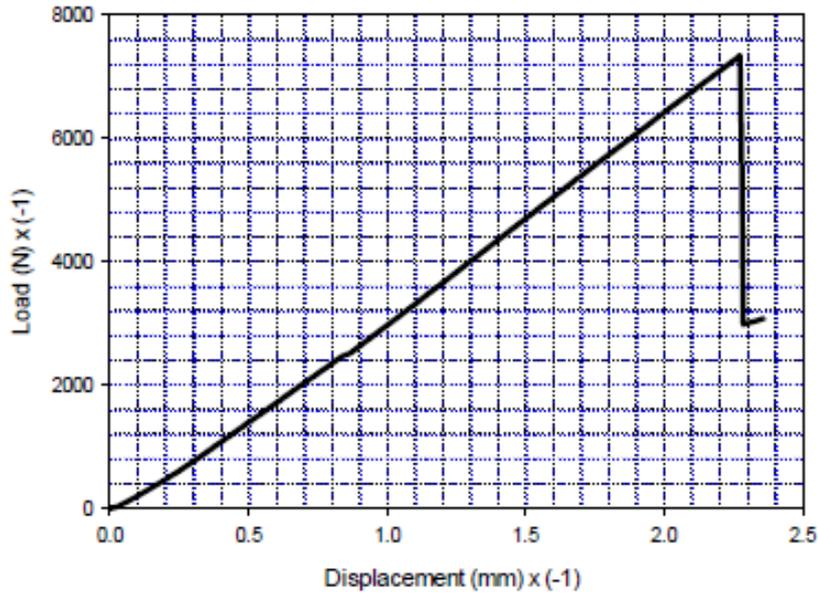


Fig. 2.5 – Esempio di curva sforzo-spostamento ottenuta dai test di frattura dei campioni RV-BD in PMMA

I valori medi del carico di frattura ottenuti durante i test sperimentali sono riportati nella (Tabella 2.2), e i corrispettivi angoli di inizio frattura sono riportati in (Tabella 2.3), per ogni geometria dei campioni oggetto dell'analisi [27].

2α (deg.)	ρ (mm)	β (deg.)	P_1	P_2 (N)	P_3	$P_{av.}$ (N)
30	0.5	30	3379	3862	3512	3717
		40	4263	4760	5055	4692
		50	6376	6863	7677	6972
	1	30	3630	3689	3232	3517
		40	4009	4084	4651	4248
		50	—	6674	7334	7004
	2	30	3803	—	3936	3869
		40	5211	4106	4244	4520
		50	—	5605	6314	5960
	4	30	4729	4376	4474	4526
		40	4779	6028	5681	5496
		50	5818	6647	5589	6018
60	0.5	30	4228	4502	4082	4271
		40	8374	8362	—	8368
		45	10942	11252	—	11097
	1	30	4149.6	4146	4285	4194
		40	7380	6073	8434	7296
		45	8859	8865	8890	8871
	2	30	—	4215	4252	4234
		40	6360	6525	7017	6634
		45	7179	7324	—	7252
	4	30	5359	4436	5088	4961
		40	5401	6158	5335	5631
		45	7255	6293	—	6774

Tab. 2.2 - Carichi di frattura ottenuti sperimentalmente per i campioni RV-BD in PMMA

2α	ρ	β	Θ_{01}	Θ_{02}	Θ_{03}	$\Theta_{0av.}$
(deg.)	(mm)	(deg.)	(deg.)		(deg.)	
30	0.5	30	62	60	62	61.3
		40	73	69	72	71.3
		50	78	81	79	79.3
	1	30	63	64	62	63
		40	66	64	68	66
		50	76	74	75	75
	2	30	59	56	62	59
		40	61	64	66	63.7
		50	68	72	72	70.7
	4	30	54	53	52	53
		40	61	58	62	60.3
		50	64	58	65	62.3
60	0.5	30	53	55	53	53.7
		40	64	62	64	63.3
		45	65	63	—	64
	1	30	47	48	50	48.3
		40	58	55	57	56.7
		45	61	61	60	60.7
	2	30	48	52	51	50.3
		40	56	55	62	57.7
		45	58	62	—	60
	4	30	51	50	45	48.7
		40	54	59	54	55.7
		45	57	56	—	56.5

Tab. 2.3 - Angoli di inizio frattura ottenuti sperimentalmente per i campioni RV-BD in PMMA

2.2 Campione FV-SD soggetto a puro modo I negativo

Esiste una differenza fondamentale tra cricche e intagli sotto condizioni di carico di modo I negativo, infatti sotto compressione le facce della cricca risentono di un modo di chiusura dove le molecole del materiale su entrambe le facce penetrano tra loro dando come risultato la non propagazione della cricca.

Pertanto il cedimento di componenti criccati sotto condizioni di compressione non può essere normalmente studiato.

Nei componenti intagliati invece, le facce possono o non possono penetrare tra loro in funzione della distanza tra loro, dal momento che l'intaglio può essere realizzato con diverse forme (esempio intagli a V,U,O) e caratterizzato da diversi parametri quali l'angolo di apertura intaglio 2α e il raggio di raccordo ρ . Come risultato le cricche possono nucleare dal bordo dell'intaglio sotto compressione fino a portare al cedimento finale. La presente analisi studia la frattura fragile in compressione in campioni con intagliati a V raccordati. Viene utilizzato un nuovo tipo di campione chiamato "Flattened V-notched Semi Disk" (FV-SD), per l'analisi della frattura fragile in compressione in campioni con intagli a V blandi, per differenti valori dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α , del raggio di raccordo ρ , e della profondità dell'intaglio a .

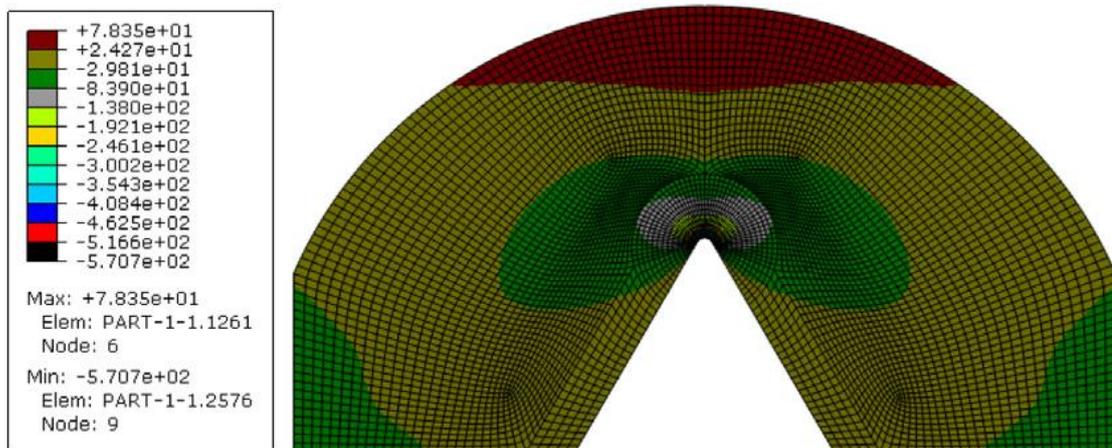


Fig. 2.6 – Andamento delle tensioni nell'intero campione FV-SD

Il carico di compressione risulta distribuito alla base della piastra e l'intaglio sperimenta una condizione di carico di pura compressione.

La scelta delle dimensioni appropriate del campione sono preliminarmente esaminate e devono essere valutate, in quanto la tensione di trazione può essere generata nel campione (a causa di effetti di flessione) simultaneamente con la tensione di compressione nell'intorno dell'intaglio, presentandosi sul lato curvo superiore del bordo del provino (Figura 2.6).

Priorità negli esperimenti è stato assicurarsi che la frattura in compressione avvenisse dal bordo dell'intaglio prima della frattura da trazione sul bordo del campione.

Verificato questo, la resistenza a compressione della maggioranza dei materiali fragili, compreso il PMMA, è normalmente circa 2-3 volte più grande della resistenza a trazione.

Si è dovuto quindi scegliere le dimensioni dei provini in modo da garantire che i livelli di tensione di compressione nell'intorno dell'intaglio fossero molto maggiori rispetto a quelli di trazione sul bordo del campione, sono stati quindi creati numerosi modelli FEM dei campioni FV-SD con diverse dimensioni.

Dalle analisi si sono ottenute le dimensioni per i campioni uguali a: $2\alpha=30^\circ, 60^\circ$ e 90° ; $\rho=0.5\text{mm}, 1\text{mm}$ e 2mm ; $a=10$ e 25mm ; $b=20\text{mm}$; $r=50\text{mm}$ e $t=6\text{mm}$. Tali geometrie dei provini forniscono valori del rapporto tra la massima tensione di compressione e la massima tensione di trazione sempre maggiori di 5. Le osservazioni sperimentali dei test di frattura confermano che la frattura si presenta all'improvviso in tutti i campioni prendendo piede dal bordo dell'intaglio a V, indicando che le geometrie scelte preliminarmente per i campioni FV-SD sono corrette.

Infine è stata condotta un'analisi di deformazione per i vari campioni, per verificare che durante i test di frattura non si presenti alcuna deformazione. Si ottiene per tutte le analisi che il minimo carico di deformazione è sempre molto superiore rispetto il carico di frattura del materiale, dimostrando che non si verifica alcuna deformazione prima della frattura fragile.

2.2.1 Materiale

Viene utilizzato come materiale per i campioni FV-SD il Polimetilmetacrilato (PMMA), che rappresenta il materiale più comune nei test di frattura fragile, visto il comportamento fragile sotto tensione a temperatura ambiente.

Anche in questo caso sono state eseguite delle prove per determinare le proprietà meccaniche del materiale, in particolare nelle prove di compressione si sono evidenziati alti livelli di deformazione plastica sui campioni non intagliati.

Le proprietà meccaniche del PMMA dei campioni FV-SD utilizzati nei test di frattura sono riportate in (Tabella 2.4):

Material property	Value
Elastic modulus in tension (MPa)	2963
Poisson's ratio in tension	0.38
Ultimate tensile strength (MPa)	70.5
Plane-strain fracture toughness (MPa m ^{0.5})	1.96
Elastic modulus in compression (MPa)	2018
Compressive yield strength (MPa)	96
Ultimate compressive strength (MPa)	98

Tab. 2.4 - Proprietà del PMMA per i campioni FV-SD

La curva sforzo vero-deformazione vera del PMMA sotto compressione è mostrata in (Figura 2.7).

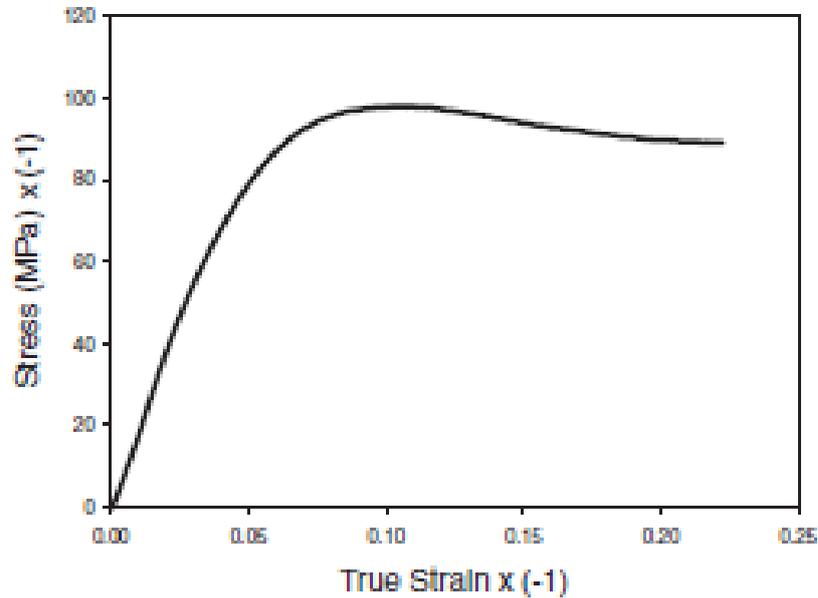


Fig. 2.7 - Curva sforzo vero-deformazione vera del PMMA sotto compressione

2.2.2 Geometria del provino FV-SD

Per ogni provino FV-SD (Figura 2.8) usato nei test di frattura le dimensioni principali sono: il raggio del disco $r=50$ mm, la lunghezza della base $b=20$ mm e lo spessore $t=6$ mm.

Vengono poi utilizzati tre diversi valori dell'angolo di apertura dell'intaglio pari a $2\alpha=30^\circ$, 60° e 90° , tre diversi valori del raggio di raccordo $\rho=0.5$ mm, 1 mm e 2 mm, e due diverse profondità dell'intaglio $a=10$ mm e 25 mm.

Nelle prove sperimentali sono stati utilizzati dei campioni RV-BD ottenuti da una lastra piana di PMMA di spessore di 6 mm lavorata con una CNC laser ad alta precisione.

Per ciascun campione di studio sono stati creati tre provini per poter verificare la ripetibilità dei dati ottenuti nei test di frattura.

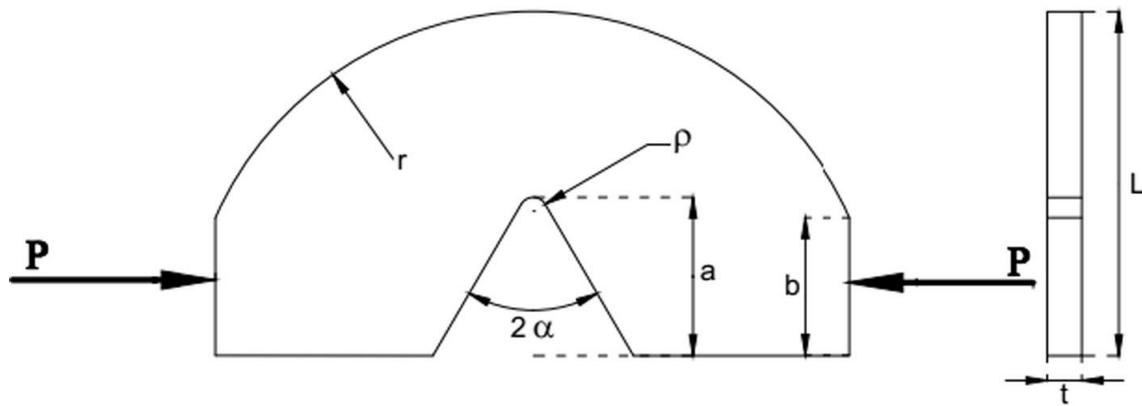


Fig. 2.8 - Geometria dei campioni Flattened V-notched Semi Disk, FV-SD

2.2.3 Test di frattura

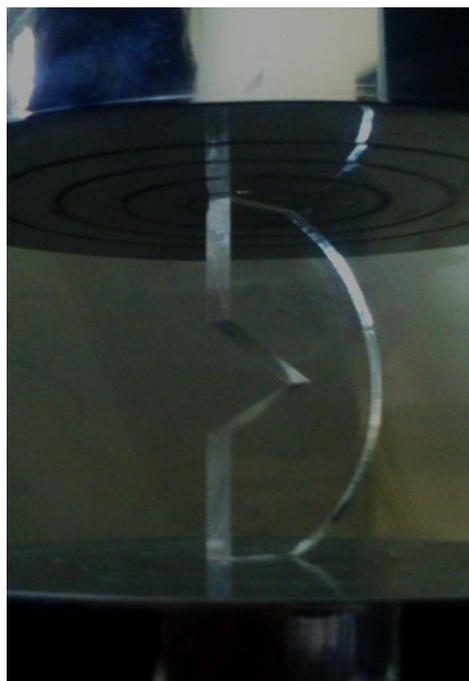
I test di frattura sono realizzati mediante una macchina universale per test di trazione-compressione in condizione di controllo dello spostamento con un tasso di carico di 1mm/min.

Il provino è lentamente compresso, e la deformazione ottenuta è registrata all'aumento del carico fino a rottura. Durante il test di frattura, tutti i campioni sono soggetti a una condizione di carico di puro modo I negativo (compressione).

Per ogni geometria del campione di studio vengono eseguiti tre test di frattura separati per garantire la ripetibilità dei dati.

Si effettuano un totale di 54 prove di frattura (Figura 2.9a) in controllo di spostamento di cui otteniamo il carico di frattura per ciascun provino.

a)



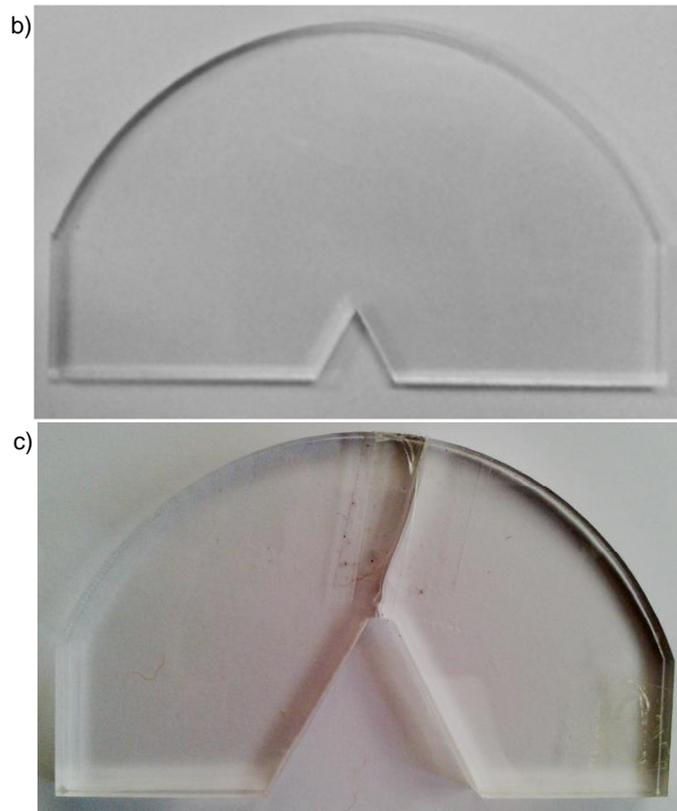


Figura 2.9 - Campione FV-SD prima(b), durante(a), e dopo(c) la prova di frattura a compressione

Le curve carico-deformazione misurate durante il test di frattura sono quasi lineari dall'inizio fino alla frattura finale, come visibile nell'esempio in (Figura 2.10), e in tutti i casi di studio il provino si frattura improvvisamente raggiunto un certo carico. Questo implica che nei test di frattura solo una piccola scala di deformazione plastica si verifica nell'intorno dell'intaglio. Le osservazioni sperimentali dimostrano anche che la frattura nei campioni FV-SD si presenta ad un certo punto con una deformazione plastica molto piccola nell'intorno dell'intaglio.

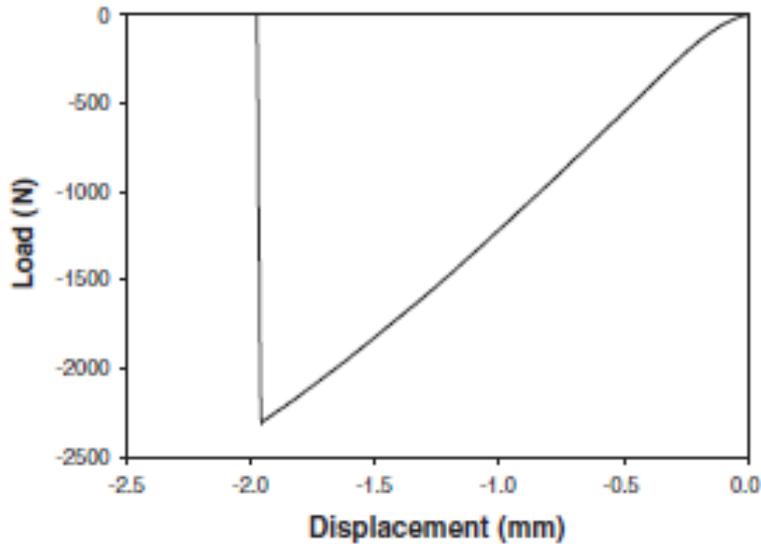


Fig 2.10- Esempio di curva sforzo-spostamento ottenuta dai test di frattura dei campioni FV-SD in PMMA

Ciò dimostra che l'utilizzo di un criterio di frattura basato sulla meccanica della frattura lineare elastica è permesso per prevedere i risultati sperimentali, dato che risulta possibile assumere che la dimensione della zona di deformazione plastica nell'intorno dell'intaglio sia molto piccola rispetto la dimensione del campione, da poter essere trascurata nell'analisi.

I valori del carico di frattura, della tensione massima all'apice dell'intaglio, e del carico minimo di deformazione, ottenuti durante i test di frattura e le analisi numeriche, sono riportati nella (Tabella 2.5) per tutte le geometrie dei campioni oggetto dello studio [28].

a (mm)	2α (°)	ρ (mm)	P_f (kN)	σ_{max} (MPa)	P_{back} (kN)
10	30	0.5	-8.19	-909	15.0
		0.5	-9.52	-1057	
		0.5	-9.38	-1041	
		1	-6.61	-527	21.0
		1	-6.37	-508	
		1	-7.65	-610	
		2	-8.25	-483	
		2	-7.71	-451	29.0
2	-9.24	-541			
25	30	0.5	-3.87	-1162	6.8
		0.5	-3.24	-973	
		0.5	-4.57	-1372	
		1	-3.01	-619	9.8
		1	-2.58	-531	
		1	-3.65	-751	
		2	-3.67	-551	
		2	-3.85	-578	13.6
2	-3.12	-468			
10	60	0.5	-7.98	-879	15.7
		0.5	-6.90	-760	
		0.5	-8.23	-907	
		1	-6.07	-484	21.8
		1	-5.64	-450	
		1	-7.36	-587	
		2	-6.95	-405	
		2	-7.30	-425	29.7
2	8.91	-519			
25	60	0.5	-3.61	-879	7.2
		0.5	-3.80	-925	
		0.5	-4.43	-1079	
		1	-3.19	-642	10.0
		1	-3.29	-662	
		1	-3.56	-716	
		2	-3.48	-525	
		2	-3.86	-582	13.6
2	-2.93	-442			
10	90	0.5	-7.60	-803	16.5
		0.5	-8.05	-851	
		0.5	-7.71	-815	
		1	-7.37	-573	22.4
		1	-6.94	-540	
		1	-7.55	-587	
		2	-6.26	-360	
		2	-6.38	-367	30.2
2	-7.17	-412			
25	90	0.5	-3.95	-1079	7.6
		0.5	-3.69	-1008	
		0.5	-4.25	-1161	
		1	-2.42	-481	10.4
		1	-2.84	-564	
		1	-2.99	-594	
		2	2.71	-401	
		2	-3.19	-472	14.0
2	-2.98	-441			

Tab. 2.5 – Carichi sperimentali di frattura per i campioni FV-SD

3 APPLICAZIONE DELL'ENERGIA DI DEFORMAZIONE LOCALE AI TEST DI FRATTURA SUL PMMA

3.1 Campione RV-BD soggetto a modo misto I+II

Per poter calcolare il valore di energia presente al momento della rottura del componente, è prima necessario definire l'area all'interno del quale osservare questo parametro. Quest'area è definita dal raggio critico R_2 , il centro a cui fa riferimento questo raggio è posizionato lungo una direzione critica inclinata di un angolo θ_0 rispetto la bisettrice dell'intaglio, dipendente dal grado di multiassialità, lungo la quale sono presenti le tensioni massime.

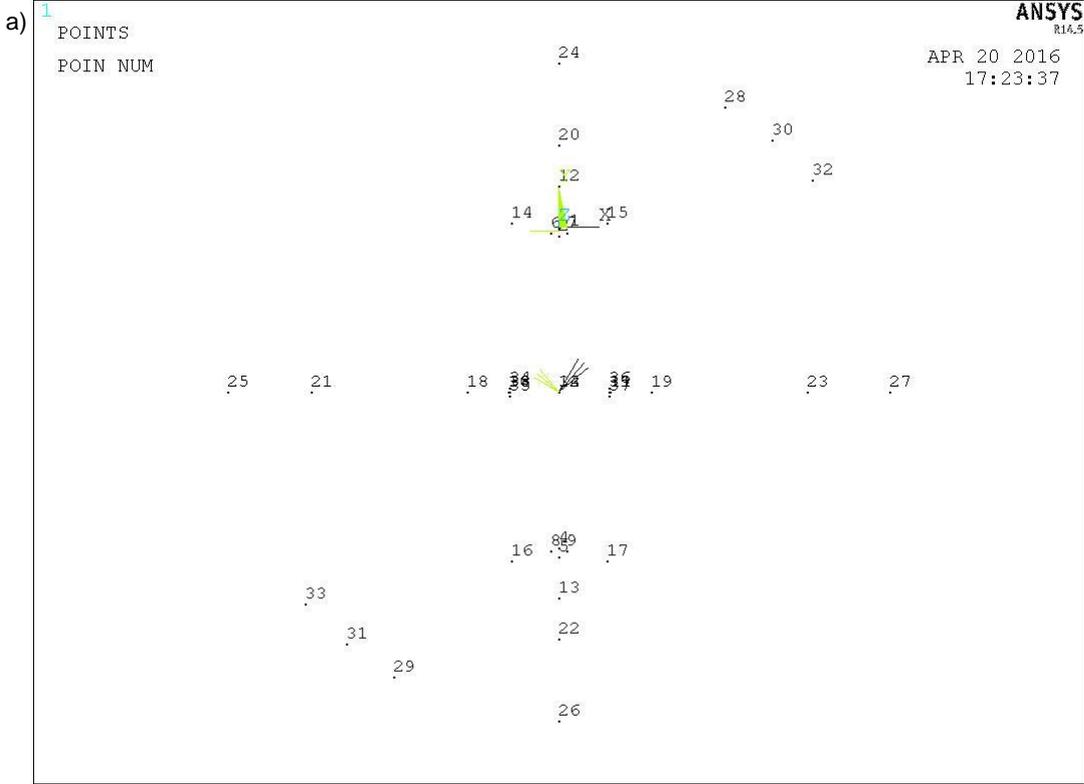
Come anticipato, col metodo di analisi agli elementi finiti, sono stati studiati gli effetti in provini RV-BD soggetti ad un carico nominale di modo misto I+II con modo I negativo. Tutti i modelli sono stati creati con il codice ANSYS(ver. 14.5), e tutte le analisi sono state condotte sotto l'ipotesi di condizioni lineari-elastiche, utilizzando elementi a otto nodi (Plane183), sotto l'ipotesi di deformazione piana (plane strain).

Il materiale viene considerato isotropo e omogeneo con comportamento lineare-elastico, e le proprietà meccaniche utilizzate nelle analisi sono: il modulo di Young $E=1816\text{GPa}$, il modulo di Poisson $\nu=0.38$; la tenacità a frattura $K_{IC}=1.71\text{MPa m}^{0.5}$, e la tensione ultima a rottura $\sigma_{UTS}=68.5\text{MPa}$, come riportato in (Tabella 2.1).

Definito il tipo di materiale usato, si passa alla definizione della geometria. In primo luogo si inseriscono i Key Points, i quali sono la base per la costruzione del modello e delle mesh che andranno poi realizzate. I KP sono pensati in funzione della mesh che si vuole ottenere. Dato che si dovranno trovare i valori di tensione in un intorno ristretto dell'intaglio, sarà indispensabile creare una mesh molto fitta vicino al raggio di raccordo dell'intaglio. Ogni modello di analisi viene generato con la creazione di 33 KP che sono sufficienti a descrivere la geometria e le tre condizioni di carico applicate a ciascun provino (Figura 3.1a). I KP scelti per i modelli RV-BD vengono riportati in (Appendice A1). A partire dai KP si creano le linee che delimiteranno le aree del modello (Figura 3.1b). Definite le aree del componente si procede alla definizione delle mesh. La mesh è definita a partire dalle divisioni delle linee in precedenza realizzate. Le divisioni sono fatte in modo da avere delle mesh di forma il più possibile quadrata e molto fitte nella

zona dell'intaglio. Al di fuori della zona interessata non serve fare molta attenzione alle dimensioni e alla forma, perché la variazione dei risultati non incide sulla zona di interesse.

Il sistema di riferimento globale cartesiano per ogni modello risulta centrato nell'apice dell'intaglio superiore.



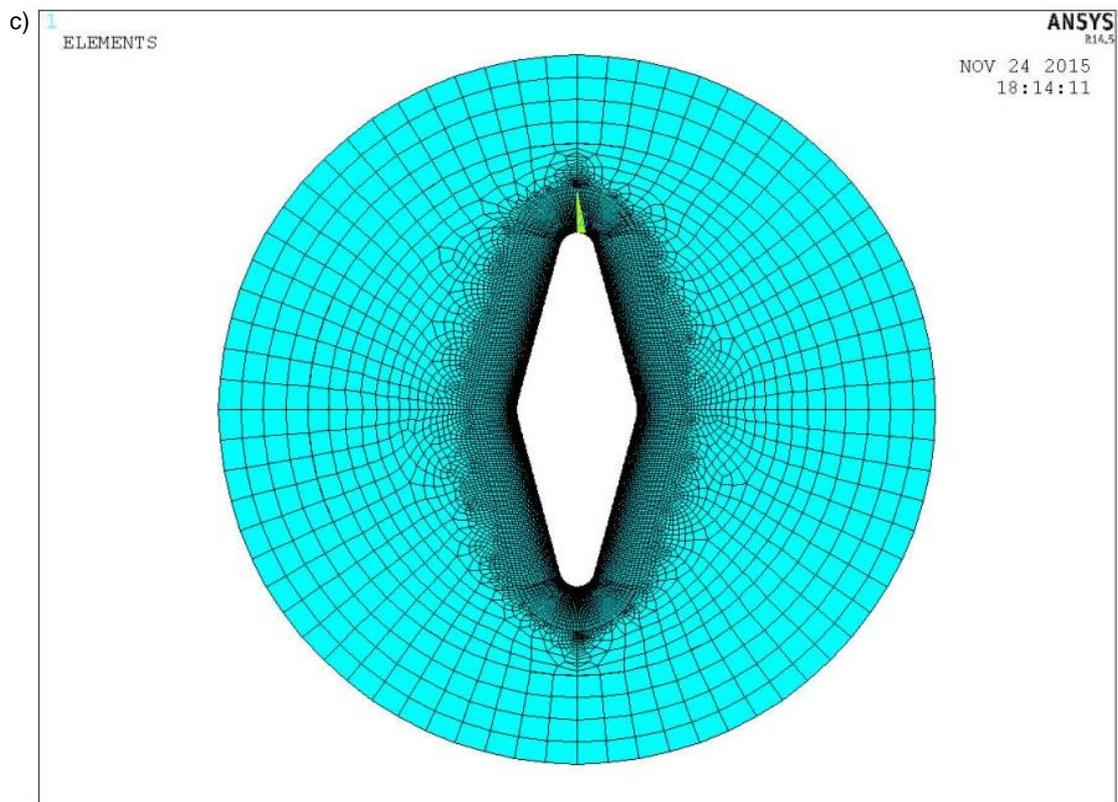
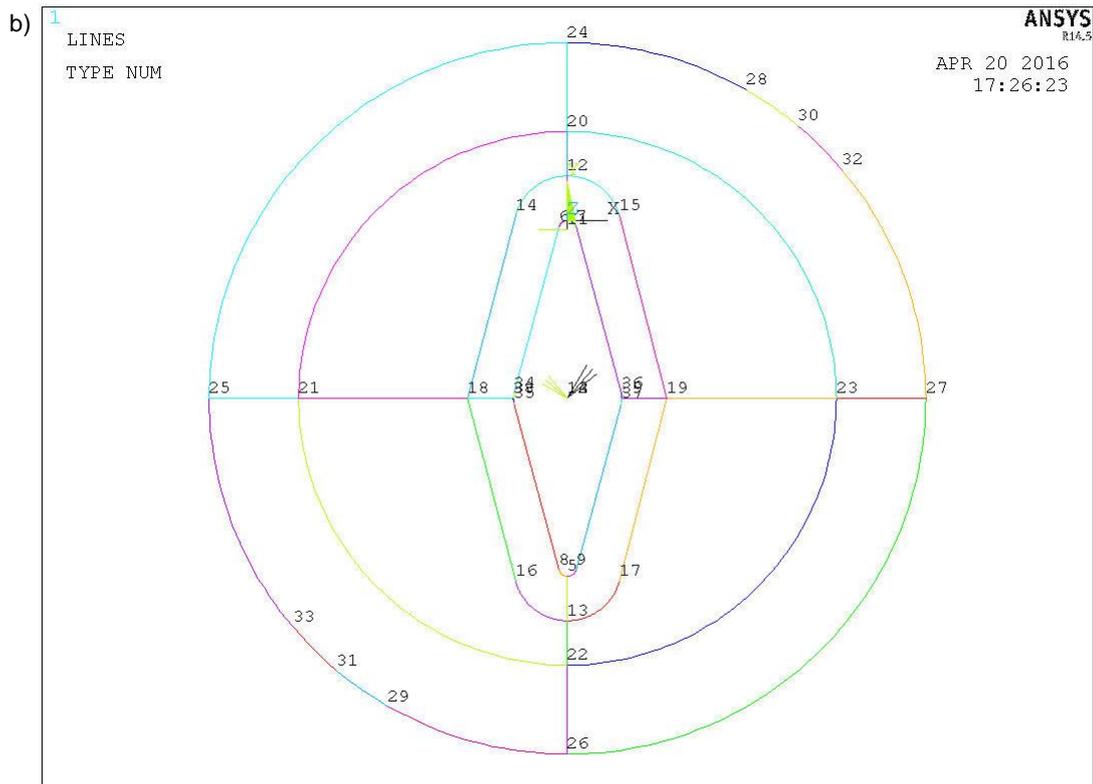


Fig. 3.1 – Elementi dei modelli FEM dei campioni RV-BD: a)Key Point, b)linee, e c)mesh

Per ciascun modello viene definito un sistema di riferimento polare centrato nel centro del raggio di raccordo ρ , e orientato lungo la linea bisettrice dell'intaglio, rispetto al quale le tensioni tangenziali $\sigma_{\theta\theta}$ vengono valutate.

Le condizioni al contorno applicate ai modelli sono date dal punto di applicazione del carico frattura P_{AV} , che può muoversi solo radialmente, e dal punto radialmente opposto ad esso che risulta essere completamente bloccato. Per applicare tali condizioni di vincolo, si rende necessaria la creazione di un sistema di riferimento polare centrato nel centro del provino, rispetto al quale dovremo orientare il sistema di riferimento nodale dei nodi appartenenti al modello (Figura 3.2).

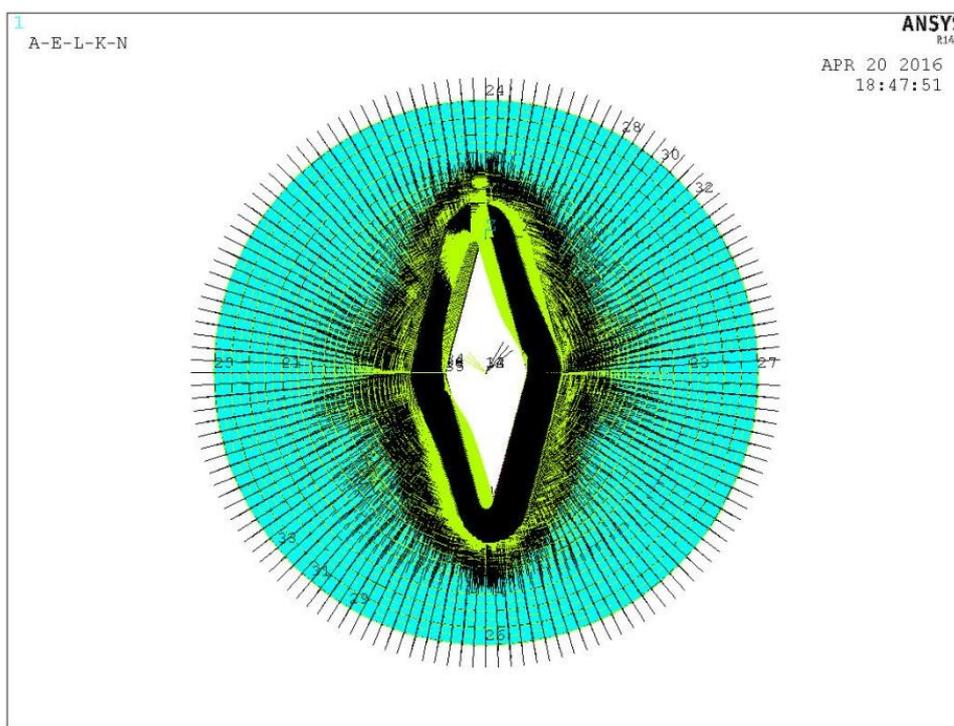
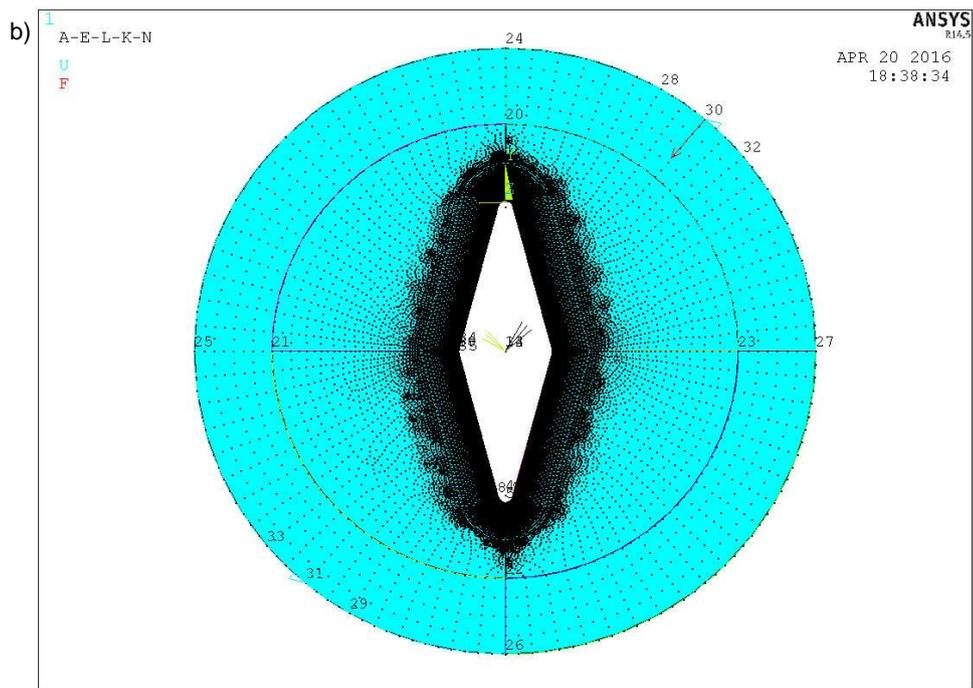
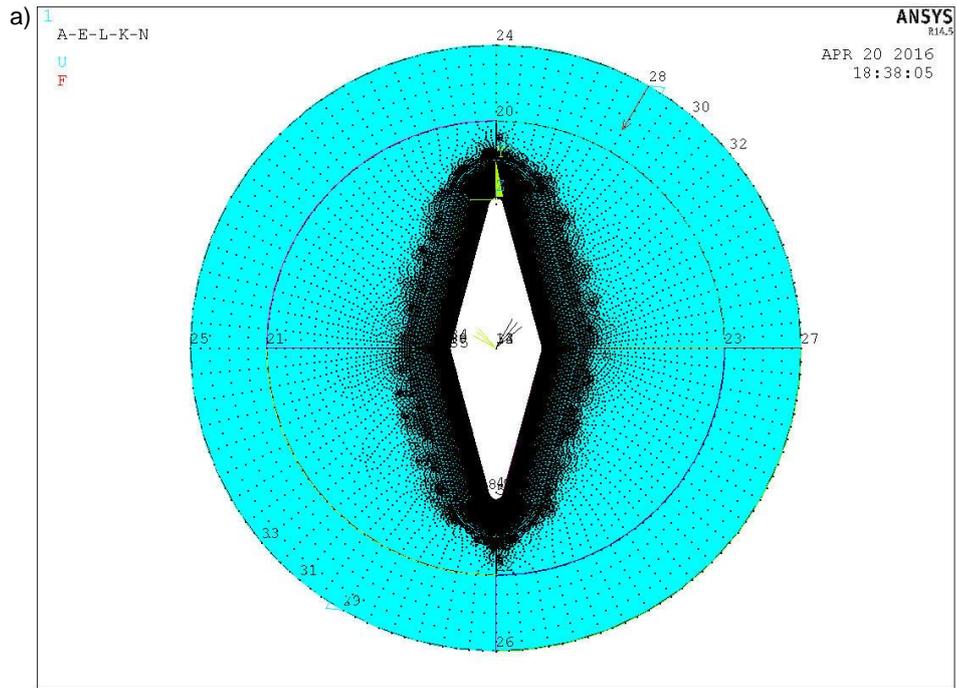


Fig. 3.2 – Sistema di riferimento nodale per i modelli dei campioni RV-BD

Le analisi vengono condotte considerando uno spessore t del campione unitario anziché di 8 mm, per garantire l'equivalenza delle condizioni di carico, si dovrà applicare alle simulazioni $1/8$ del carico di frattura P_{AV} rilevato nei test.

Per ogni geometria del provino viene creato il modello FEM contenente le tre diverse condizioni di carico proposte per ciascun provino oggetto dello studio (Figura 3.3).



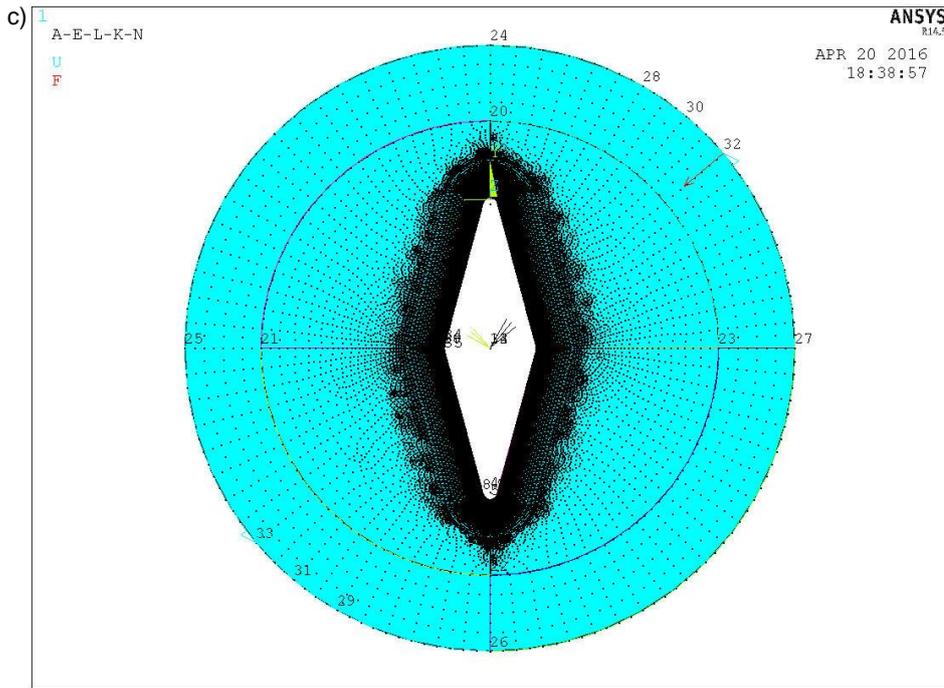


Fig. 3.3 –Condizioni di vincolo per i modelli FEM dei campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$, nel caso di carico applicato a $\beta=30^\circ$ (a), $\beta=40^\circ$ (b), e $\beta=50^\circ$ (c),

Vengono generati 8 modelli FEM, rispettivamente per ciascuna geometria oggetto dello studio, comprensivi delle tre condizioni di carico analizzate per le due tipologie di intaglio.

Per ogni modello dei campioni si crea una mesh molto fitta e regolare soprattutto nelle vicinanze dell'intaglio dove ci si aspetta la maggior concentrazione delle tensioni (Figura 3.4).

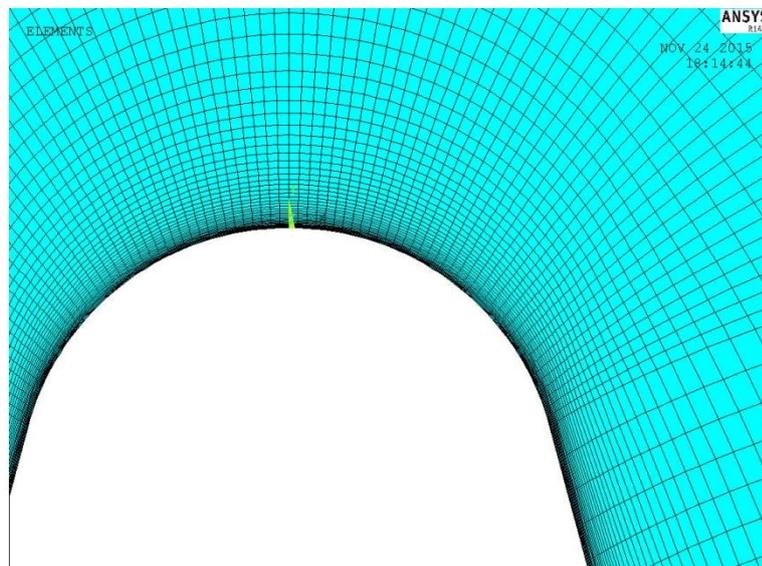
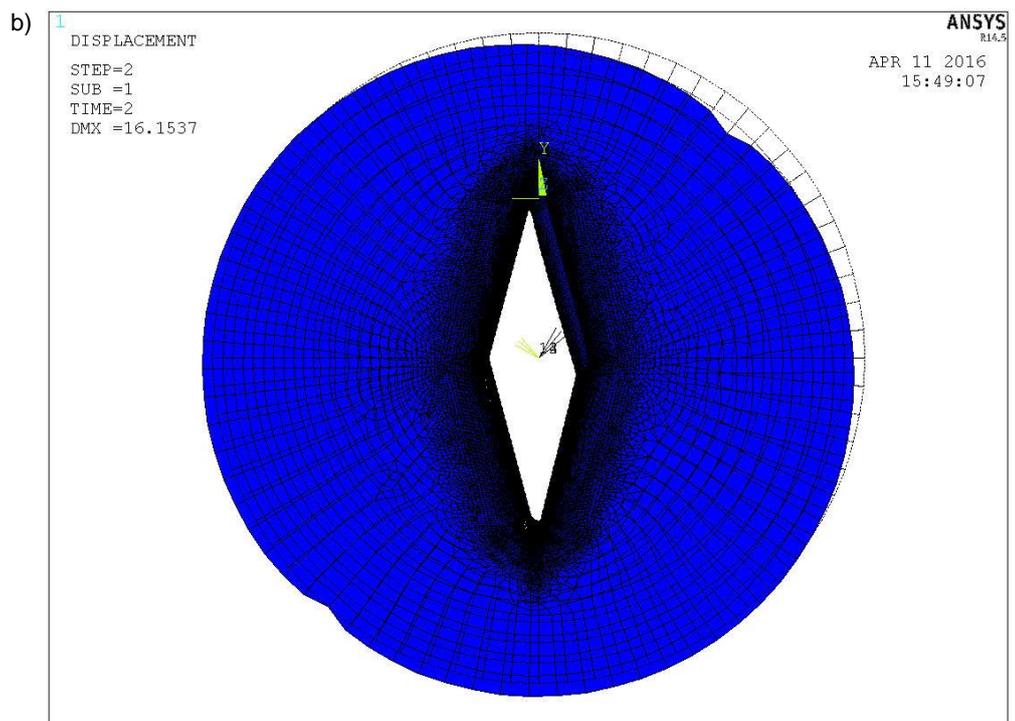
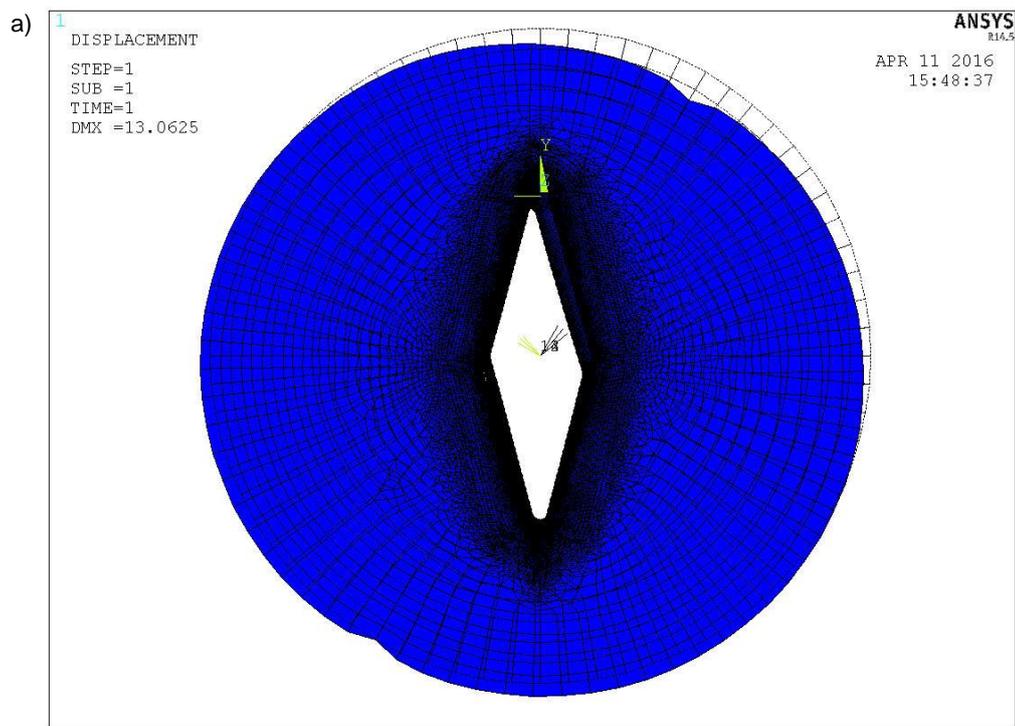


Fig. 3.4 – Ingrandimento degli elementi della mesh nell'intorno dell'intaglio

Al termine delle simulazioni si procede all'analisi dei risultati. In primo luogo si osserva se le deformate e la distribuzione delle tensioni nel componente sono visivamente concordi al tipo di sistema di carico applicato (Figura 3.5).



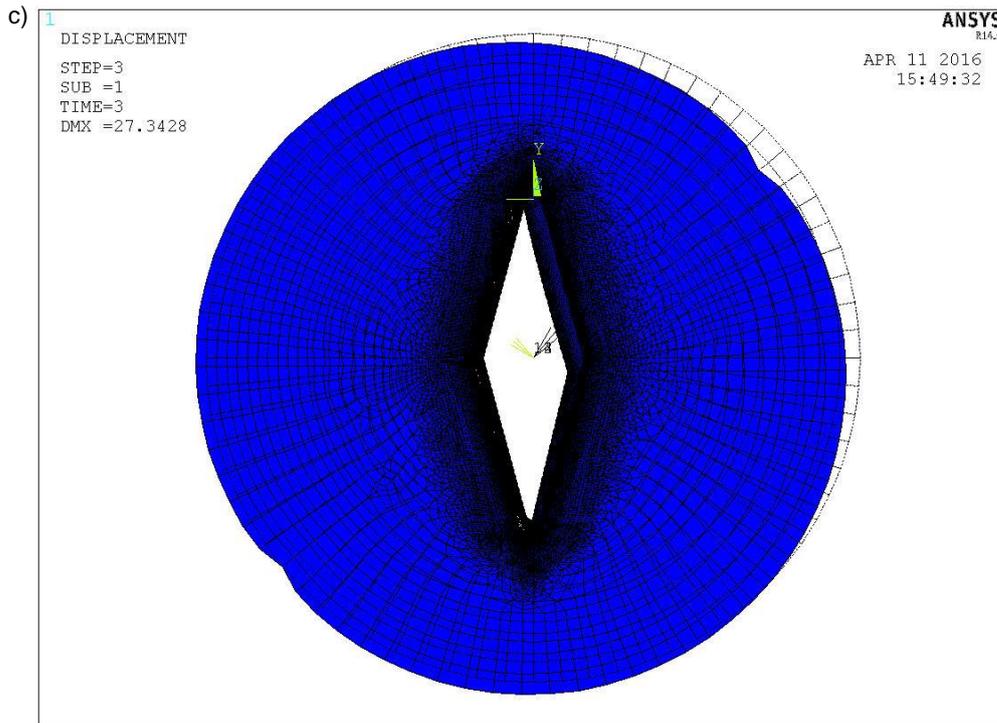


Fig. 3.5 – Esempi di deformate dei modelli dei campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$, nel caso di diverse inclinazioni del carico applicato: a) $\beta=30^\circ$, b) $\beta=40^\circ$, e c) $\beta=50^\circ$

3.1.1 Valutazione della tensione principale massima σ_{11}

La (Figura 3.6) mostra la tensione tangenziale $\sigma_{\theta\theta}$ riferita secondo il sistema polare centrato nel centro di curvatura del raggio di raccordo (con l'asse radiale orientato lungo la bisettrice dell'intaglio) di alcuni provini RV-BD testati in questa ricerca.

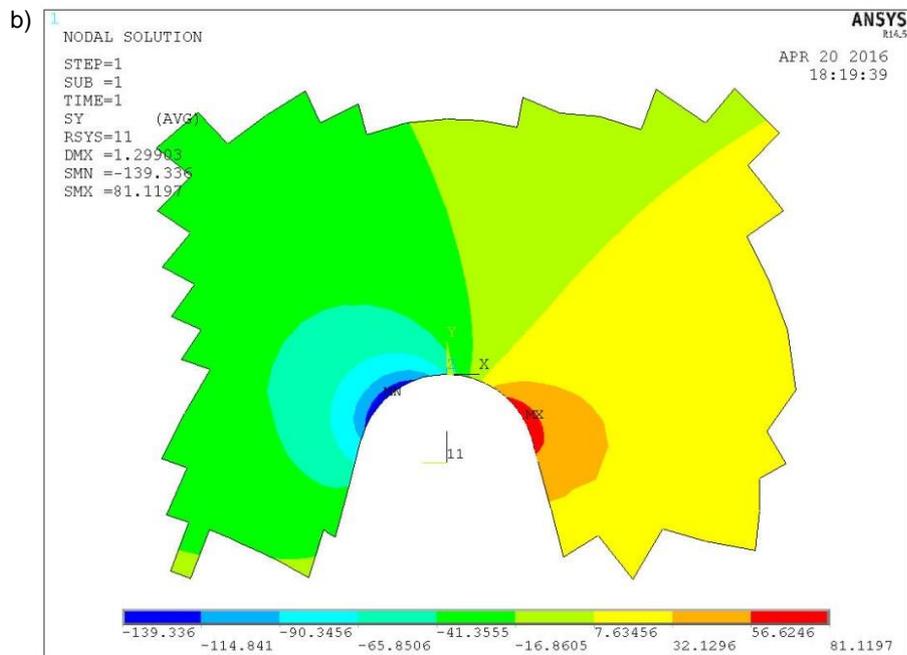
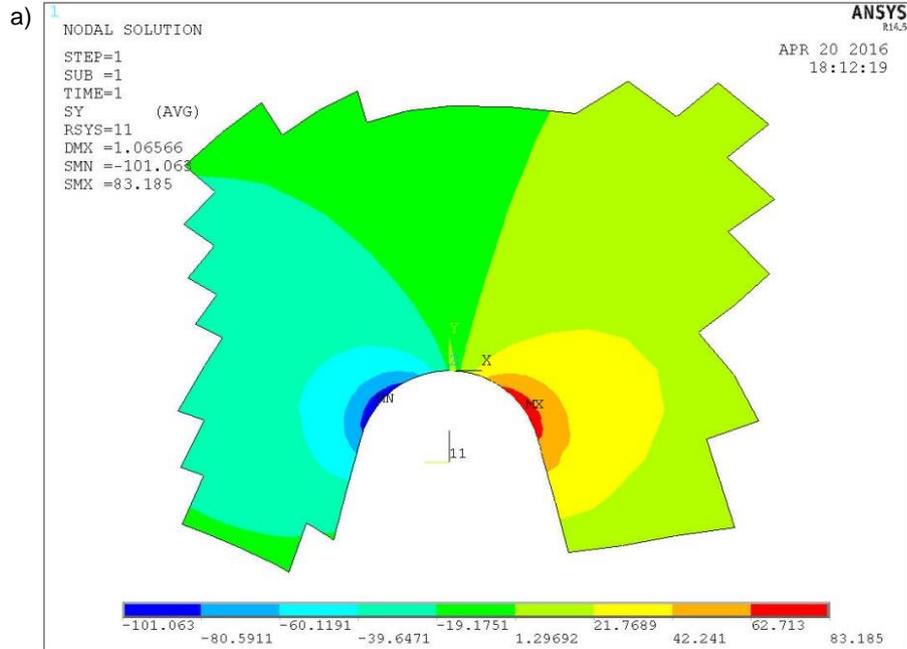
Si evidenzia come la tensione tangenziale massima sia spostata lungo il bordo dell'intaglio di un angolo θ_0 rispetto la bisettrice dell'intaglio, dimostrando quindi la condizione di carico misto I+II, e evidenziando come la bisettrice sia caricata sotto modo I negativo per tutti i campioni oggetto dell'analisi.

L'obiettivo di questa fase di analisi è quello di conoscere la massima tensione principale σ_{11} presente lungo il bordo dell'intaglio, e di determinare il suo punto di applicazione, che rappresenterà il dato di partenza per la successiva fase di analisi basata sulla costruzione del volume di controllo per il calcolo del valore del SED locale. La (Figura 3.7) mostra la tensione principale σ_{11} nell'intorno dell'intaglio di alcuni provini RV-BD testati in questa ricerca.

Una volta determinata la tensione principale massima σ_{11} presente lungo il bordo dell'intaglio, i dati raccolti dalle simulazioni numeriche sui punti di applicazione vengono

analizzati in fogli Excel così da ottenere l'angolo di inizio frattura θ_0 , relativo a ogni condizione di carico a cui il campione viene sottoposto.

L'angolo di inizio frattura θ_0 e il punto di applicazione della tensione principale massima σ_{11} , risultano essere i dati di partenza della successiva analisi basata sul metodo SED locale, nel caso di carico di modo misto I+II.



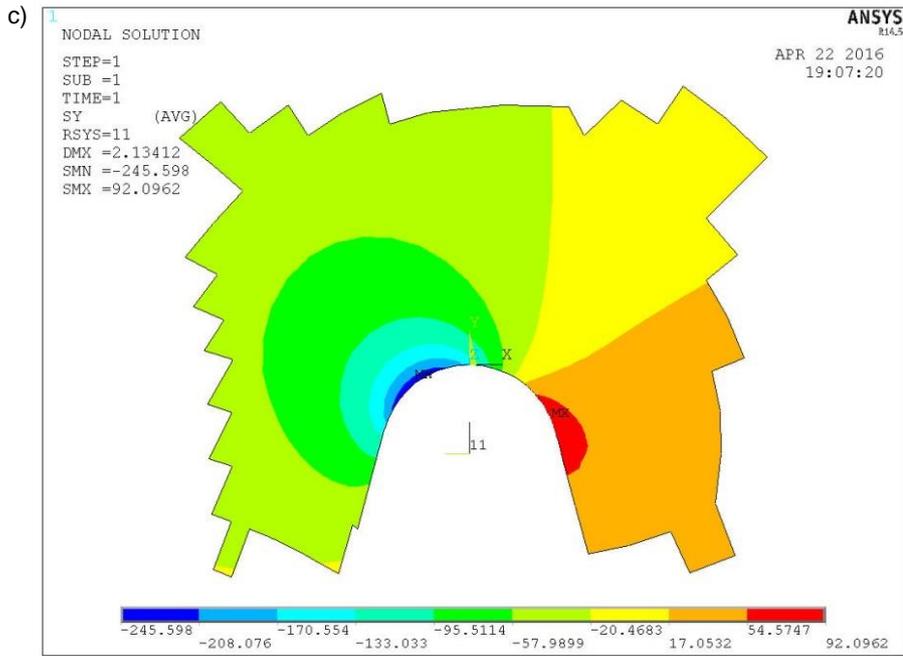
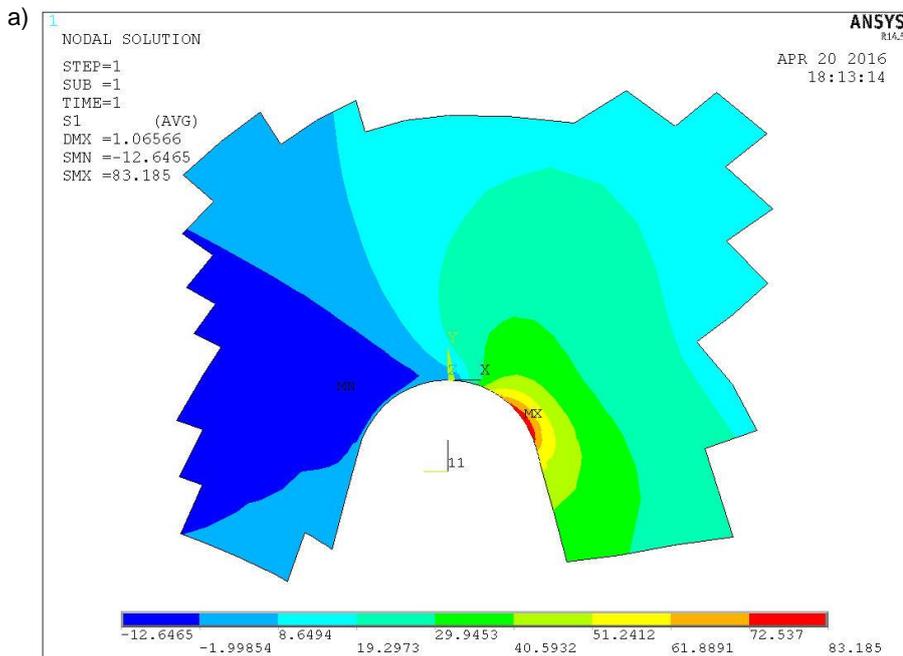


Fig. 3.6 – Andamento della tensione $\sigma_{\theta\theta}$ nell'intorno dell'intaglio, nei campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$ e $\rho=1\text{mm}$, per diverse angolazioni del carico applicato: a) $\beta=30^\circ$, b) $\beta=40^\circ$, e c) $\beta=50^\circ$



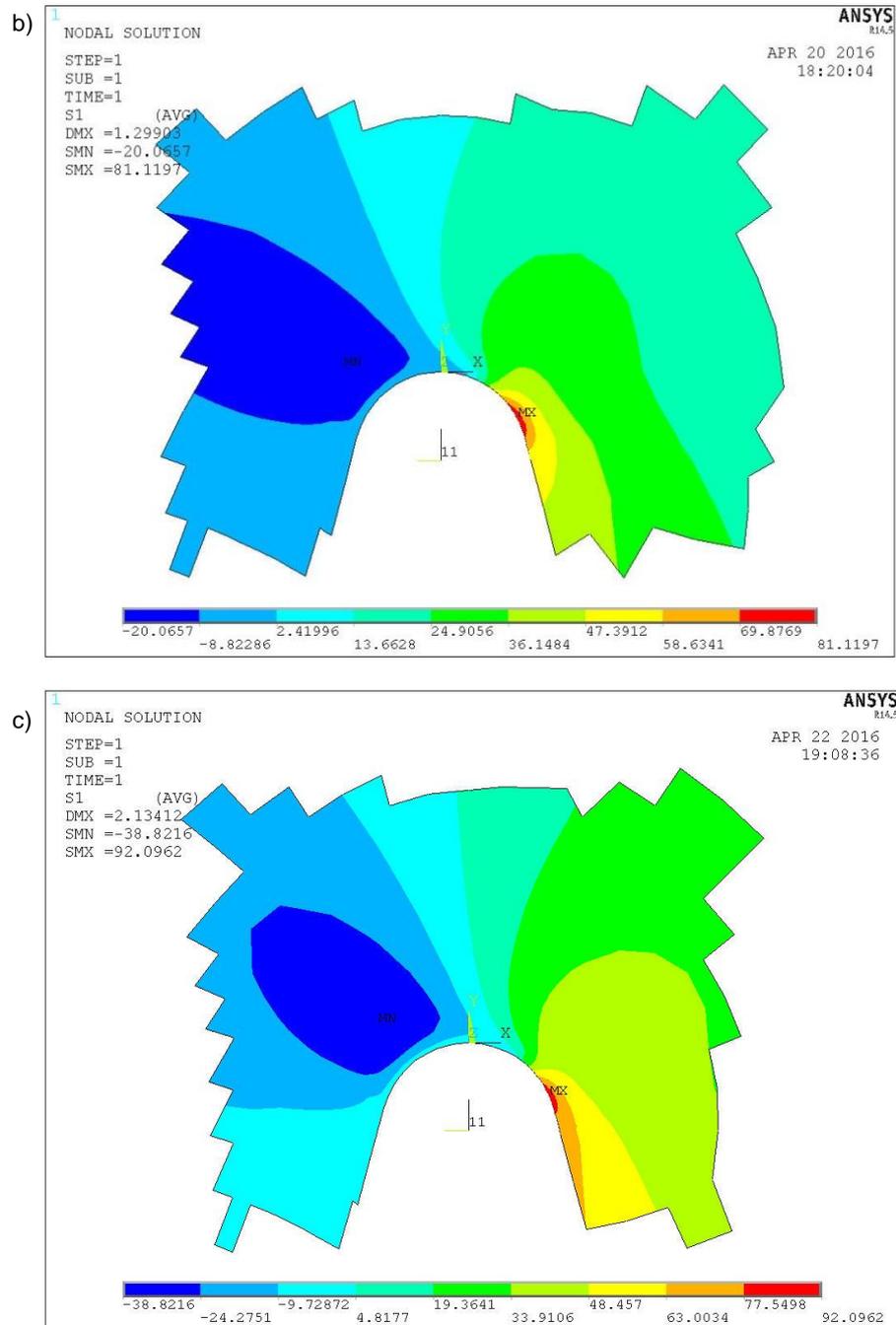


Fig. 3.7 - Andamento della tensione σ_{11} nell'intorno dell'intaglio nei campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$ e $\rho=1\text{mm}$, per diverse angolazioni del carico applicato: a) $\beta=30^\circ$, b) $\beta=40^\circ$, e c) $\beta=50^\circ$

Vengono riassunti in (Tabella 3.1) i valori delle tensioni massime principali σ_{11} , delle tensioni tangenziali $\sigma_{\theta\theta}$ (calcolate lungo la bisettrice dell'intaglio), e dei rispettivi angoli di inizio frattura θ_0 , ottenuti dalle analisi FEM dei vari campioni oggetto dell'indagine di studio.

2α [°]	ρ [mm]	β [°]	P_{AV} [N]	$\sigma_{\theta\theta}$ [MPa]	σ_{11} [MPa]	θ_{0AV} [°]	θ_{0FEM} [°]
30	0,5	30	3717	-25,7	109,9	61,3	58,3
		40	4692	-95,9	106,1	71,3	63,8
		50	6972	-218,2	100,4	79,3	69,4
	1	30	3517	-16,9	83,2	63	56,2
		40	4248	-63,2	81,1	66	63,7
		50	7004	-160,2	92,2	75	69,4
	2	30	3869	-12,7	75,5	59	56,2
		40	4520	-49,7	76,1	63,7	63,7
		50	5960	-101,6	75,3	70,7	67,5
	4	30	4526	-9,1	76,7	53	50,6
		40	5496	-45,5	86,5	60,3	61,9
		50	6018	-78,8	78,5	62,3	67,5
60	0,5	30	4271	-8,7	101,6	53,6	48
		40	8368	-156,2	108,7	63,3	55,5
		45	11097	-288,25	88,3	64	58,8
	1	30	4194	-5,9	86,7	48,3	48
		40	7296	-99,5	93,2	56,7	54
		45	8871	-168,4	78,5	60,7	57
	2	30	4234	-3,7	78,1	50,3	48
		40	6634	-66,9	85,1	57,7	54
		45	7252	-102,1	70,8	60	57
	4	30	4961	-1,8	85,1	48,7	46,5
		40	5631	-42,8	75,9	55,7	54
		45	6774	-72,4	75,8	56,5	55,5

Tab. 3.1 – Valori della tensione tangenziale $\sigma_{\theta\theta}$, della tensione principale massima σ_{11} , e dell'angolo di inizio frattura θ_0 , ottenuti dalle analisi FEM dei provini RV-BD

E' interessante osservare che la tensione massima principale lungo il bordo dell'intaglio è molto maggiore della tensione di rottura del materiale, e ciò giustifica un approccio di volume basato sul criterio della densità di energia di deformazione.

Una volta determinate le tensioni massime principali σ_{11} e i rispettivi angoli di inizio frattura θ_0 , possiamo passare alla successiva fase di analisi che consiste nella creazione del modello FEM per la determinazione del valore del SED locale calcolata nel volume di controllo.

3.1.2 Creazione dei modelli RV-BD per il calcolo del SED locale

Diversamente dalle simulazioni fatte per la determinazione della tensione principale massima σ_{11} , per il metodo SED si progetta il modello con l'intenzione di creare una mesh molto più rada. Infatti, un' importante vantaggio dell'approccio SED rispetto ai criteri tensionali è rappresentato dall'indipendenza della qualità della maglia nel volume di controllo utilizzata nelle analisi. Il SED mediato su un volume di controllo è sostanzialmente insensibile alla qualità della mesh una volta definito il volume di controllo [14]. Questo permette di ridurre i tempi di pre-processor e, in minor quantità, quelli necessari alla soluzione nell'ambiente di Ansys.

Per il calcolo del SED locale, tutti i modelli di analisi realizzati sono caratterizzati da una qualità della mesh globale molto bassa, ma che presenta un'accurata definizione del volume di controllo dove la densità di energia di deformazione locale viene valutata (Figura 3.8).

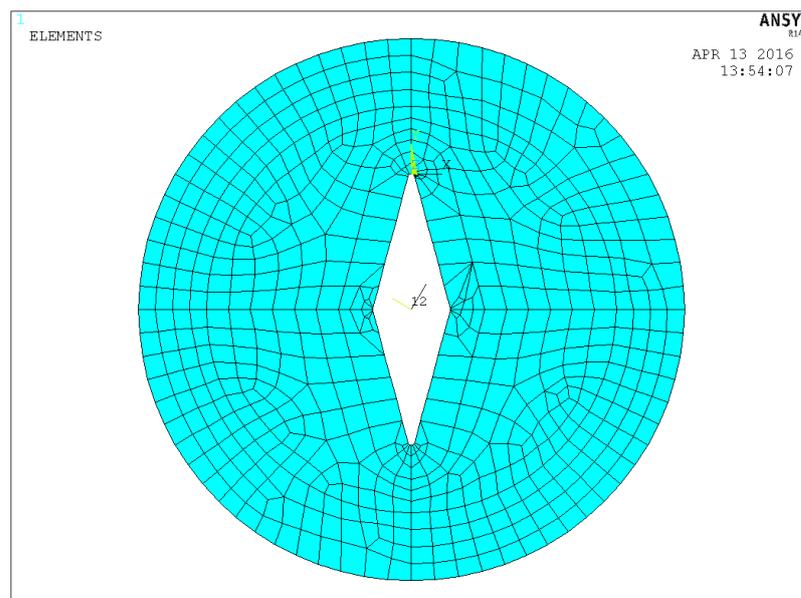


Fig. 3.8 – Elementi della mesh dei modelli dei campioni RV-BD, per il calcolo del SED locale

Per evidenziare l'indipendenza del metodo SED locale dalla qualità della mesh nel volume di controllo, si genera una prima serie di modelli di analisi in cui l'area di controllo viene discretizzata con 600 elementi, e una seconda serie di modelli in cui l'area di controllo viene discretizzata con soli 24 elementi (Figura 3.9).

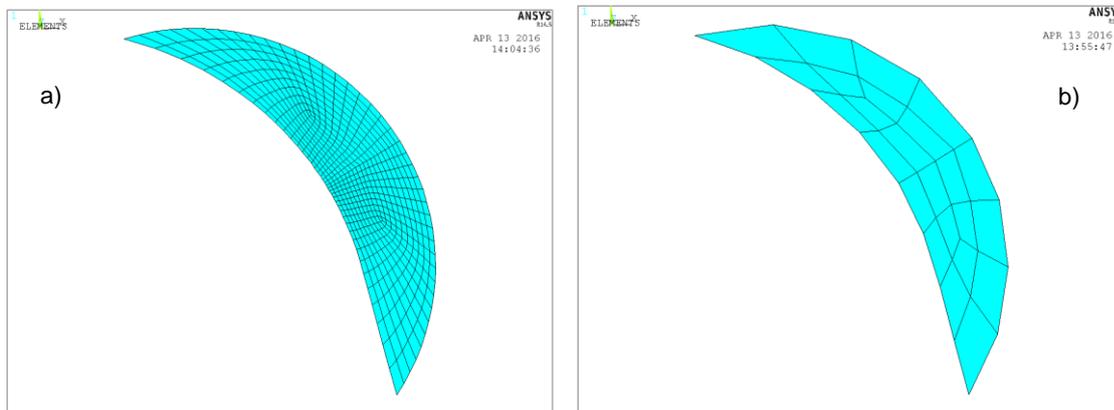


Fig. 3.9 – Mesh nel volume di controllo per i campioni RV-BD: a)fitta, e b)rada

In questa fase dello studio si deve creare un modello diverso dello stesso campione per ogni condizione di carico analizzata, cioè in funzione della posizione della tensione massima principale σ_{11} rilevata ad ogni inclinazione dell'angolo β del carico di frattura. Vengono allora creati 24 modelli rappresentativi dei diversi campioni e condizioni di carico analizzate, caratterizzati da una mesh del volume di controllo molto fitta (Figura 3.11a), e altri 24 modelli uguali ai precedenti, ma caratterizzati da una mesh del volume di controllo rada (Figura 3.11b).

A tutti i modelli vengono applicate le stesse proprietà del materiale e le stesse condizioni di carico e di vincolo impostate nelle analisi precedenti.

Per la costruzione geometrica di ogni modello si riutilizzano i KP delle geometrie precedenti con l'aggiunta di altri tre punti per un totale di 36 KP per modello.

In questa fase di deve prestare maggiore attenzione a localizzare correttamente i punti di intersezioni tra il volume di controllo R_2 , e la geometria dell'intaglio p .

Per effettuare tali operazioni si utilizza il modellatore grafico di Ansys. Si modellano i particolari degli intaglio e si raccolgono poi le coordinate dei punti di intersezione con il raggio critico ed eventuali punti utili alla modellazione delle aree.

In (Appendice A1.1) sono riportati i KP per la creazione del volume di controllo per i vari modelli oggetto dell'indagine di studio.

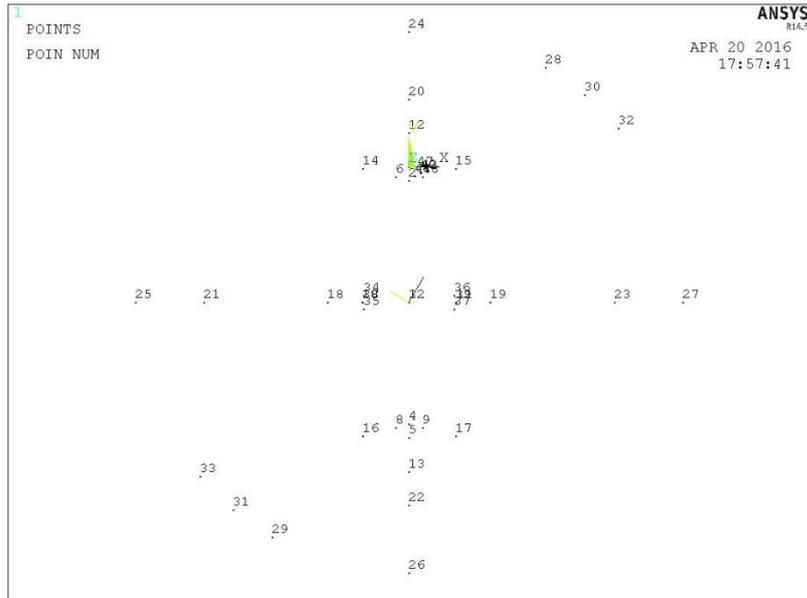
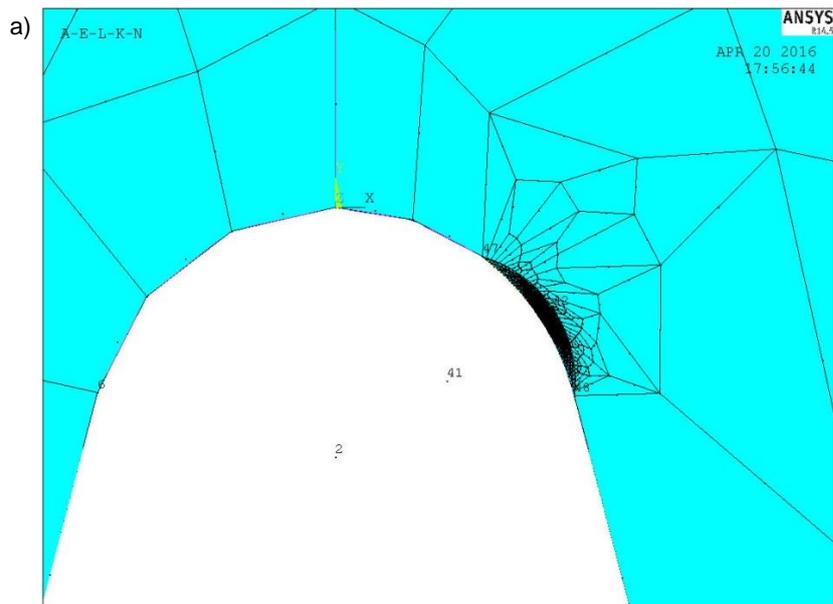


Fig. 3.10 – Key Point dei modelli dei campioni RV-BD per la valutazione del SED locale

La posizione dei nuovi KP deriva dai risultati della precedente analisi dove è stata individuata la posizione del punto lungo il bordo dell'intaglio dove si verifica la massima tensione principale σ_{11} , e l'angolo di inizio frattura θ_0 . E' possibile determinare la posizione del centro del volume di controllo O' (distante r_0 dal bordo intaglio ρ), e la posizione del limite esterno del volume di controllo (distante R_2 da O'), giacenti lungo una direzione critica ruotata di θ_0 rispetto la bisettrice dell'intaglio.



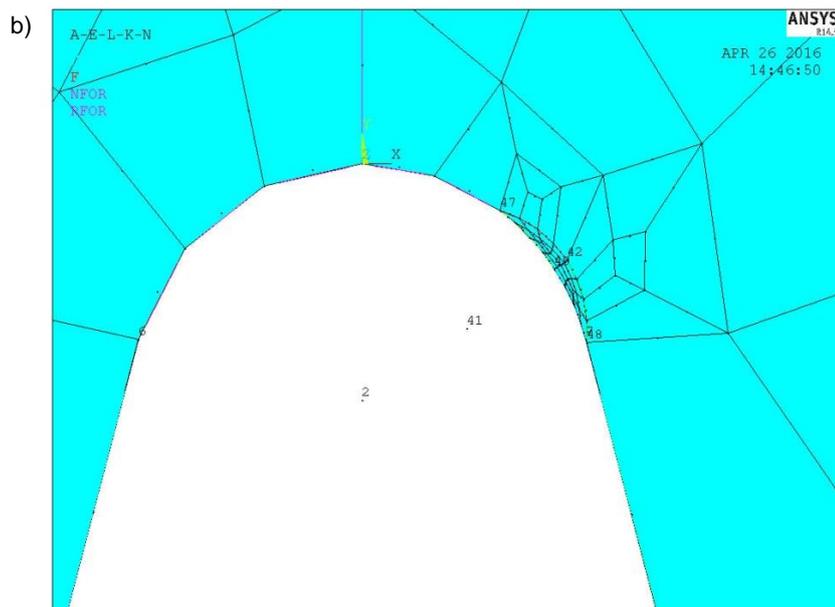


Fig. 3.11 – Particolare del modello dei campioni RV-BD con diversa mesh del volume di controllo: a)fitta, e b)rada

Il criterio della densità di energia di deformazione locale afferma che, il cedimento avviene quando il valore medio della densità di energia di deformazione nel volume di controllo raggiunge il valore critico W_c , che dipende dalle proprietà del materiale e non dalla geometria.

Se il comportamento del materiale è idealmente fragile, allora W_c può essere valutata utilizzando semplicemente la resistenza ultima a trazione convenzionale σ_{UTS} , quindi il valore critico può essere determinato dalla tensione di rottura del materiale secondo l'espressione di Beltrami (14). Per il PMMA testato, le cui caratteristiche sono state descritte nel (Paragrafo 3.1.1), l'energia di deformazione critica risulta essere pari a:

$$W_c = \frac{\sigma_R^2}{2E} = \frac{68.5^2}{2 * 1816} = 1.29 \frac{MJ}{m^3}$$

Il carico critico sostenibile da un componente intagliato può essere stimato imponendo \bar{W} uguale al valore W_c , questo valore è considerato costante con il modo di carico I, II e in condizioni di modo misto piano I+II. Questa assunzione è stata verificata per differenti materiali fragili e quasi fragili.

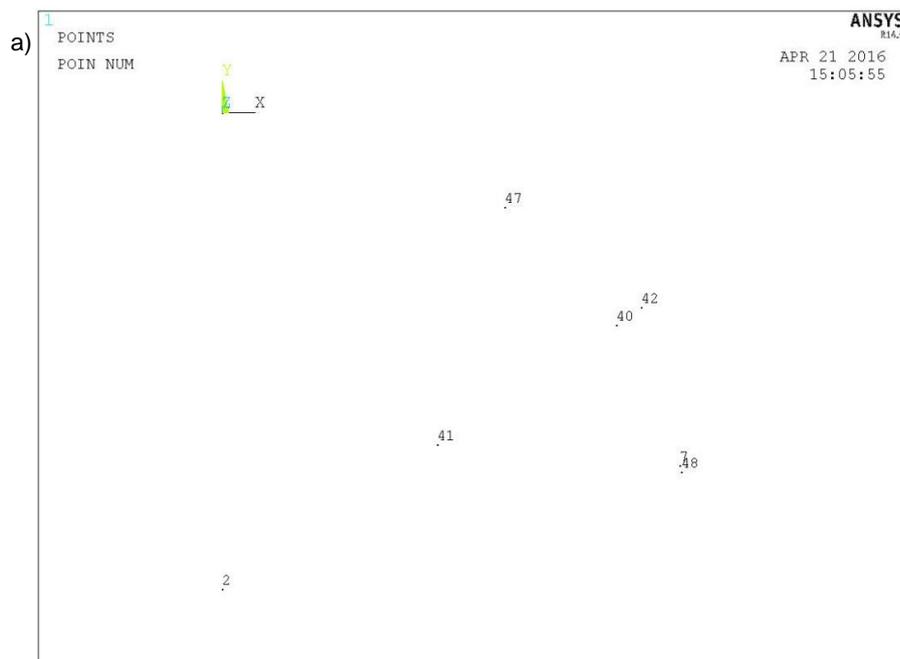
In parallelo, la definizione del volume di controllo tramite R_c , richiede la conoscenza della tenacità a frattura e del modulo di Poisson del materiale. Avendo ipotizzato condizioni realistiche di deformazione piana, per il PMMA testato, le cui caratteristiche sono stata descritte nel (Paragrafo 3.1.1), il raggio di controllo risulta essere uguale a:

$$R_c = \frac{(1 + \nu)(5 - 8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_R} \right)^2 = \frac{(1 + 0.38)(5 - 8 * 0.38)}{4\pi} \left(\frac{1.71^{0.5}}{68.5} \right)^2 = 0.13mm$$

3.1.2.1 Definizione del volume di controllo a modo misto I+II

Sotto un carico misto I+II, il volume di controllo non è più centrato sull'apice dell'intaglio, ma nel punto dove la tensione principale raggiunge il massimo valore lungo il bordo, e risulta ruotato di un angolo θ_0 rispetto la bisettrice, come mostrato in (Figura 3.12).

Si assume che tale volume mantenga la sua forma e la sua dimensione, ma ruoti rigidamente lungo il bordo dell'intaglio al cambiare del modo di carico misto applicato, cioè al cambiare dell'angolo β di applicazione del carico.



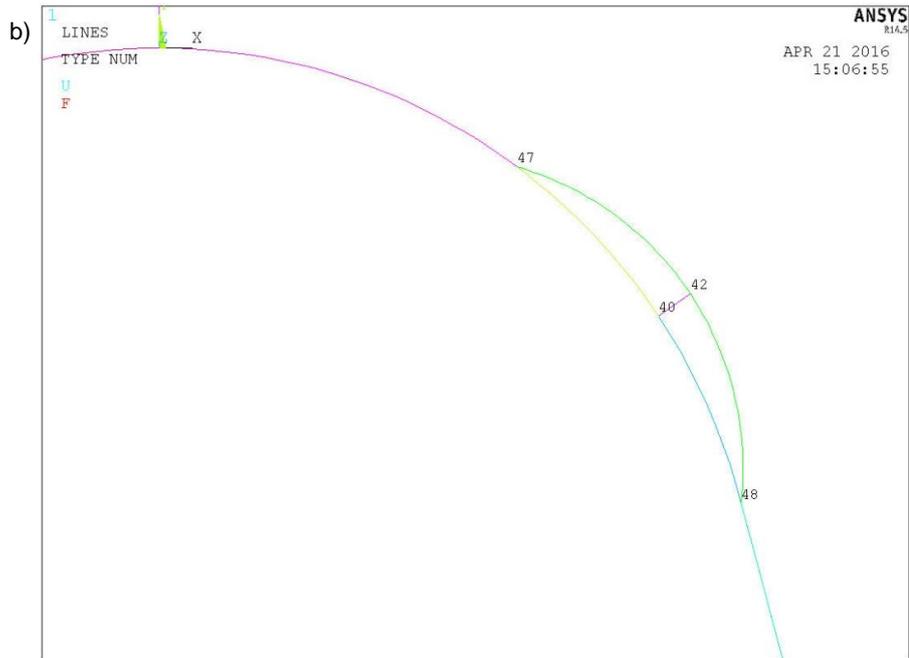


Fig 3.12 – Elementi per la definizione della geometria del volume di controllo nei campioni RV-BD: a)Key Point, e b)linee

Per le due tipologie di intaglio trattate $2\alpha=30^\circ$ e $2\alpha=60^\circ$, il fattore q vale rispettivamente:

$$q_{2\alpha=30^\circ} = \frac{2\pi - \frac{1}{6}\pi}{\pi} = 1.833$$

$$q_{2\alpha=60^\circ} = \frac{2\pi - \frac{1}{3}\pi}{\pi} = 1.667$$

Il valore di r_0 varia in funzione dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e del valore del raggio di raccordo ρ , mentre il valore di R_2 è funzione di r_0 e del raggio di controllo R_C . I valori di r_0 e R_2 utilizzati nelle analisi numeriche per i vari modelli FEM sono riportati in (Tabella 3.2).

	2α=30°		2α=60°	
ρ [mm]	r_0 [mm]	R_2 [mm]	r_0 [mm]	R_2 [mm]
$\rho=0,5$	0,222725	0,352725	0,2	0,33
$\rho=1$	0,4545	0,5845	0,4	0,53
$\rho=2$	0,909	1,039	0,8	0,93
$\rho=4$	1,818	1,948	1,6	1,73

Tab. 3.2 – Parametri r_0 e R_2 per le diverse tipologie di intaglio dei campioni RV-BD

I primi tre KP in (Appendice A1.1) per la creazione del volume di controllo dei i modelli FEM dei vari campioni, sono tutti appartenenti alla linea passante per il centro del raggio di raccordo e inclinata di θ_0 rispetto la bisettrice dell'intaglio. Nello specifico definiscono: il punto di applicazione della tensione principale massima σ_{11} lungo il bordo dell'intaglio, il punto O' dove è centrato il sistema di riferimento polare distante r_0 dall'apice dell'intaglio, e il punto dato dal limite esterno del volume di controllo distante $R_2=r_0+R_c$ da O'.

In ogni modello si definisce la geometria del volume di controllo in funzione dell'angolo θ_0 dove risulta applicata la massima tensione principale σ_{11} , attraverso operazioni effettuate con il modellatore grafico di Ansys.

Da ricordare che gli elementi della mesh nel volume di controllo devono essere generati in modo da risultare regolari, data la forma del volume di controllo a "mezzaluna", tipica degli intagli a U e V-raccordati (Figura 3.9).

3.1.3 Analisi dei risultati ottenuti a modo misto I+II

E' ora possibile calcolare per ogni modello FEM di analisi, il valore dell'energia di deformazione media nel volume di controllo (SED locale) da noi definito.

Per fare questo andiamo a calcolare il valore assunto dalla densità di energia di deformazione elastica all'interno del volume di controllo creato. Il volume di controllo in questo caso risulta essere un'area moltiplicata per uno spessore unitario, essendo l'analisi di tipo bidimensionale. Il valore medio della densità di energia di deformazione locale W_{FEM} , si ottiene dal rapporto tra la sommatoria delle energie di deformazione elastiche ottenute nel volume di controllo (SENE), e la dimensione del volume di controllo (VOLU), come dalla seguente espressione:

$$\overline{W}_{FEM} = \frac{SENE}{VOLU} \quad (58)$$

In (Tabella 3.3) vengono riportati i valori delle sommatorie delle energie di deformazione elastiche (SENE), le dimensioni dei volumi di controllo (VOLU), e il corrispettivo valore della densità di energia di deformazione locale \overline{W}_{FEM} ; in funzione delle diverse tipologie di intaglio dei campioni e dell'inclinazione β del carico applicato.

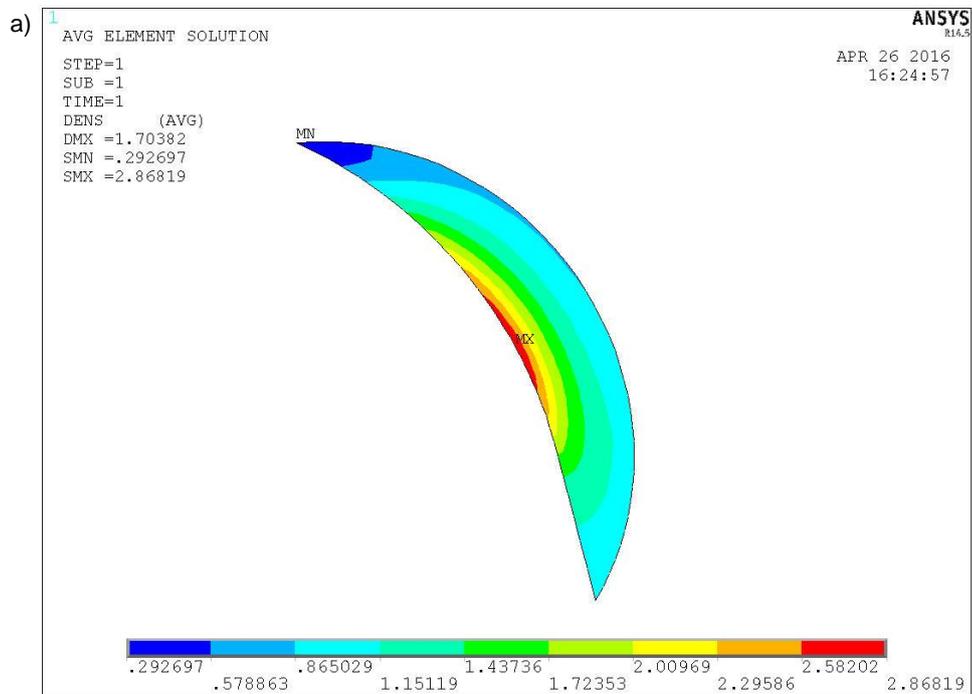
2α [°]	ρ [mm]	β [°]	SENE [N mm]	SENE _{RADA} [N mm]	VOLU [mm ³]	\overline{W}_{FEM} [MJ/m ³]	\overline{W}_{RADA} [MJ/m ³]
30	0,5	30	8,68E-02	8,68E-02	6,83E-02	1,27	1.27
		40	7,46E-02	7,44E-02	6,69E-02	1,11	1.11
		50	6,40E-02	6,41E-02	6,48E-02	0,99	0.99
	1	30	9,25E-02	9,33E-02	9,05E-02	1,02	1.03
		40	8,16E-02	8,25E-02	8,78E-02	0,93	0.94
		50	9,62E-02	9,82E-02	8,39E-02	1,15	1.17
	2	30	1,28E-01	1,28E-01	1,21E-01	1,05	1.06
		40	1,23E-01	1,24E-01	1,20E-01	1,03	1.03
		50	1,13E-01	1,11E-01	1,17E-01	0,97	0.95
	4	30	2,02E-01	2,02E-01	1,66E-01	1,22	1.22
		40	2,54E-01	2,48E-01	1,66E-01	1,52	1.49
		50	2,00E-01	2,00E-01	1,64E-01	1,22	1.22
60	0,5	30	6,86E-02	6,88E-02	6,21E-02	1,10	1.11
		40	7,24E-02	7,24E-02	5,90E-02	1,23	1.23
		45	5,82E-02	5,82E-02	5,74E-02	1,01	1.01
	1	30	8,94E-02	9,03E-02	8,06E-02	1,11	1.12
		40	9,24E-02	9,24E-02	7,74E-02	1,19	1.19
		45	6,09E-02	6,09E-02	7,51E-02	0,81	0.81
	2	30	1,21E-01	1,22E-01	1,09E-01	1,11	1.12
		40	1,33E-01	1,32E-01	1,05E-01	1,26	1.25
		45	8,77E-02	8,73E-02	1,02E-01	0,86	0.86
	4	30	2,23E-01	2,22E-01	1,50E-01	1,49	1.48
		40	1,69E-01	1,69E-01	1,47E-01	1,15	1.15
		45	1,63E-01	1,63E-01	1,45E-01	1,13	1.13

Tab. 3.3 – Valori della densità di energia di deformazione media nel volume di controllo per i campioni RV-BD, ottenuta con mesh fitta e rada del volume di controllo

La (Tabella 3.3) riporta il valore del SED locale risultante dai modelli FEM per i diversi campioni RV-BD testati, applicando ai vari modelli il valore medio del carico di frattura critico P_{AV} ottenuto nei test.

Vengono nel seguito mostrate le immagini relative al valore del SED nel volume di controllo per alcune geometrie oggetto dello studio.

In (Figura 3.13-14) si possono vedere le linee di contorno della densità di energia di deformazione nel volume di controllo per due campioni oggetto dello studio, in funzione delle differenti inclinazioni del carico a cui sono sottoposti.



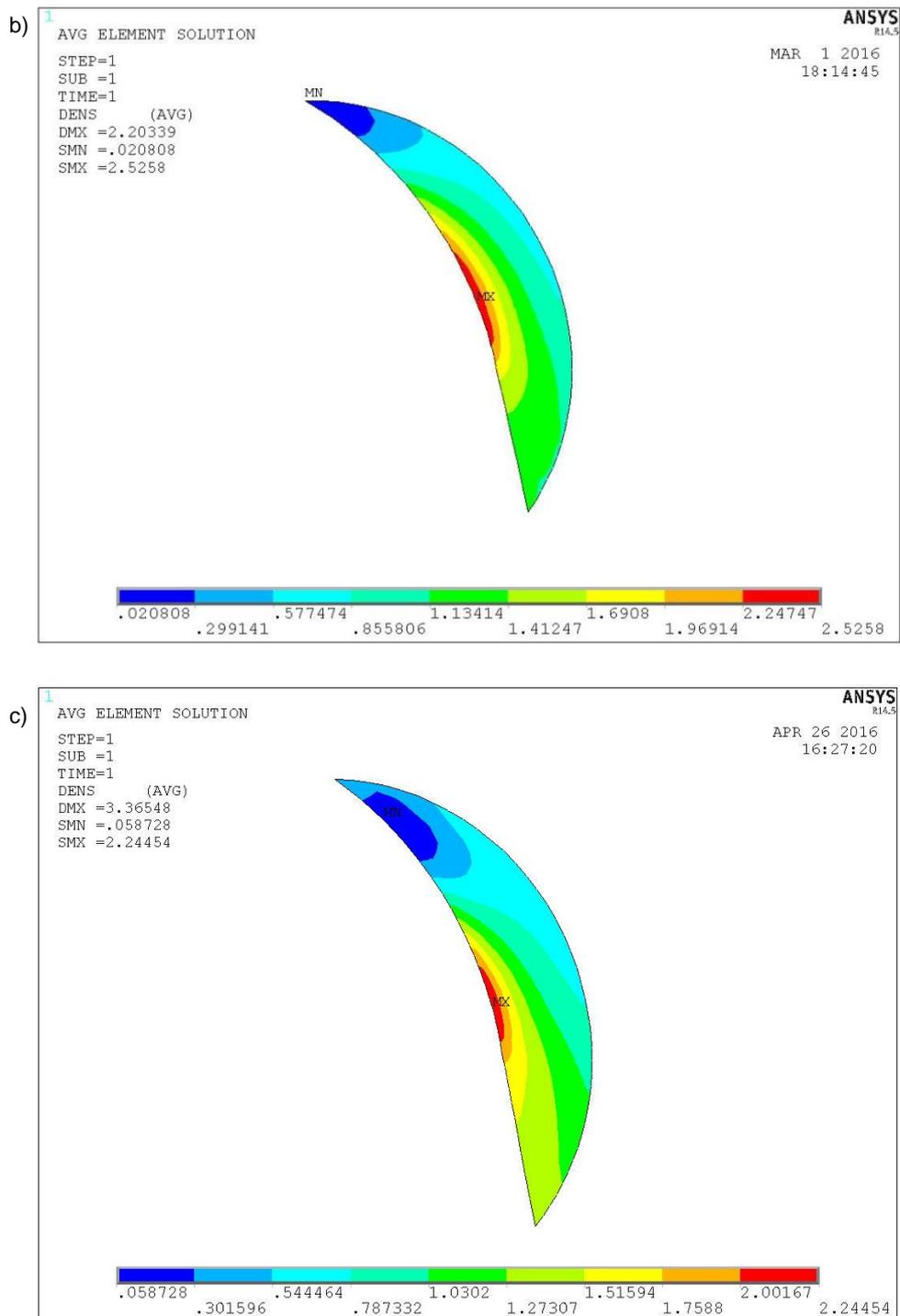
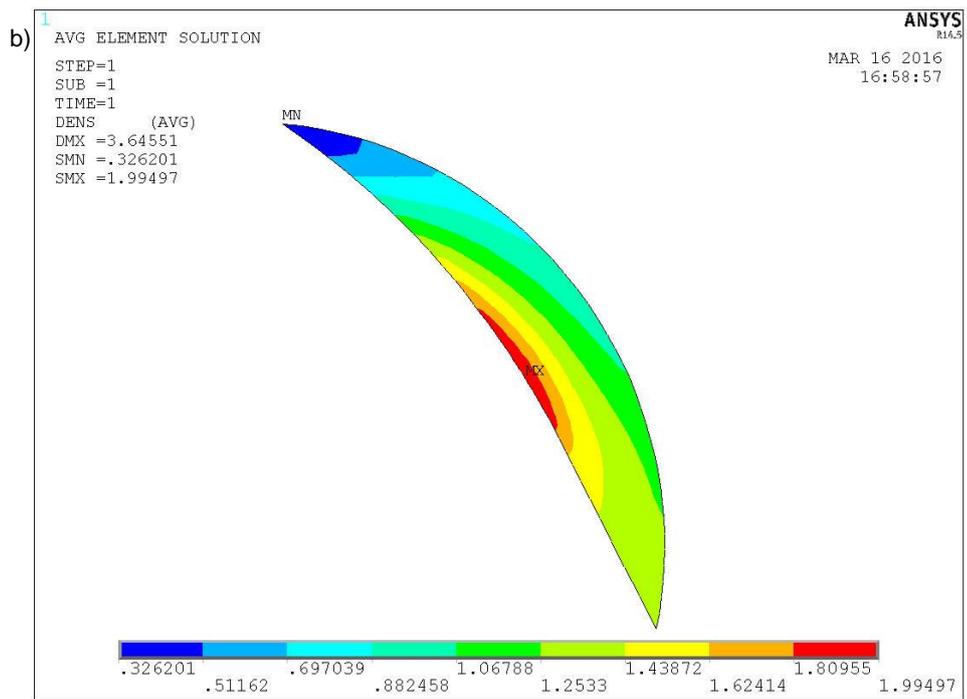
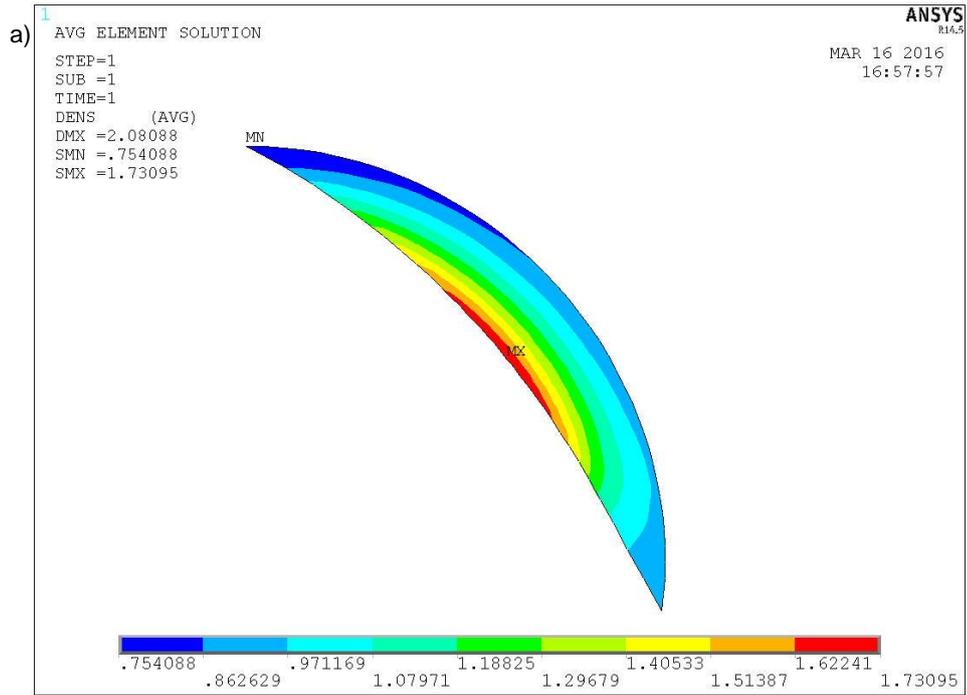


Fig. 3.13 – Densità di energia di deformazione locale nel volume di controllo per i campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$ e $p=0,5\text{mm}$, per diverse inclinazioni del carico applicato: a) $\beta=30^\circ$, b) $\beta=40^\circ$, e c) $\beta=50^\circ$



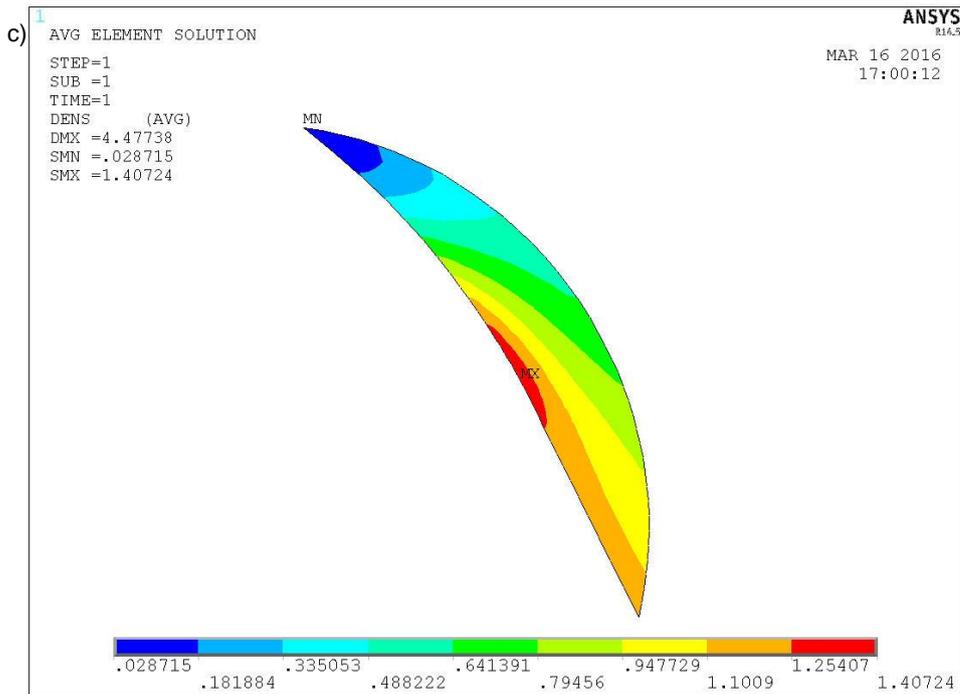
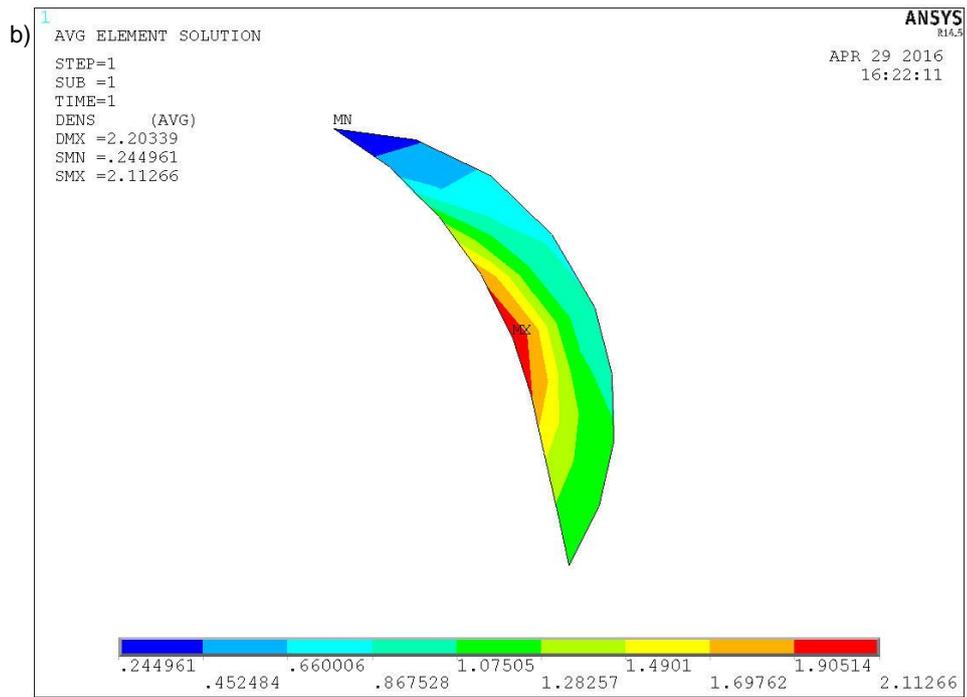
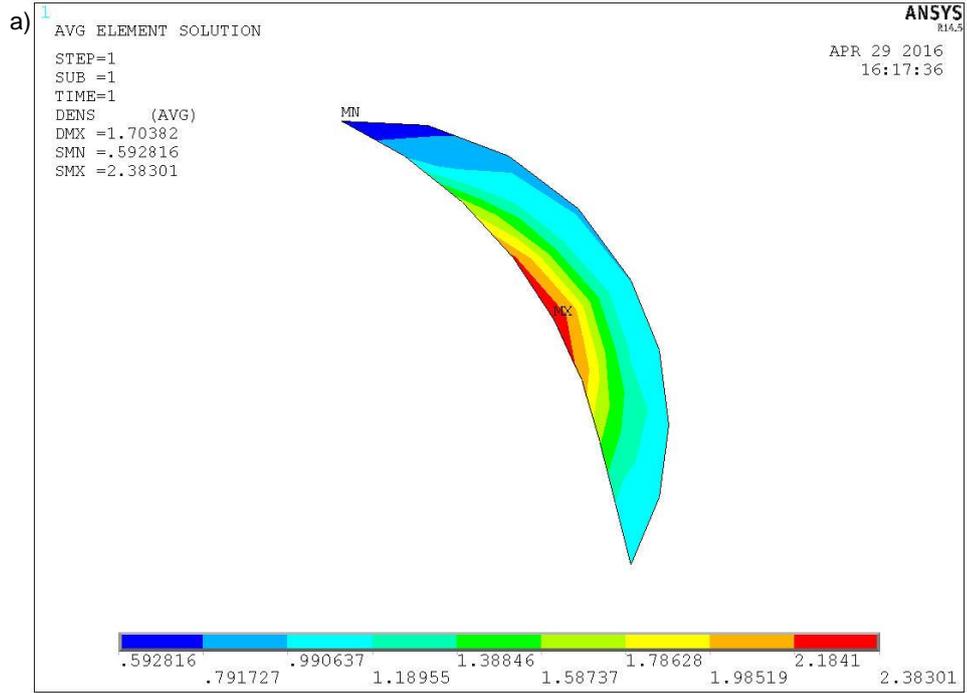


Fig. 3.14 - Densità di energia di deformazione locale nel volume di controllo per i campioni RV-BD con $2\alpha=60^\circ$ e $p=1\text{mm}$, per diverse inclinazioni del carico applicato: a) $\beta=30^\circ$, b) $\beta=40^\circ$, e c) $\beta=45^\circ$

Dai risultati delle analisi si nota che il valore del SED in modo approssimato, è simmetrico rispetto la linea ideale normale che attraversa il punto di tensione principale massima σ_{11} (o il massimo valore di densità di energia di deformazione SED) presente lungo il bordo dell'intaglio, e questo vale per tutti i campioni e modalità di carico oggetto dello studio.

E' possibile inoltre verificare l'indipendenza del valore del SED locale dalla qualità della maglia utilizzata nel volume di controllo, avendo dimostrato che per i diversi modelli FEM dei campioni RV-BD, i risultati ottenuti dalle due serie di analisi con diversa qualità della mesh del volume di controllo sono in pratica coincidenti.

Dalla (Tabella 3.3) è possibile verificare come i valori delle sommatorie della densità di energia di deformazione elastica all'interno dei volumi di controllo (SENE), indipendentemente dalla qualità della maglia utilizzata all'interno del volume di controllo, risultano essere circa uguali.



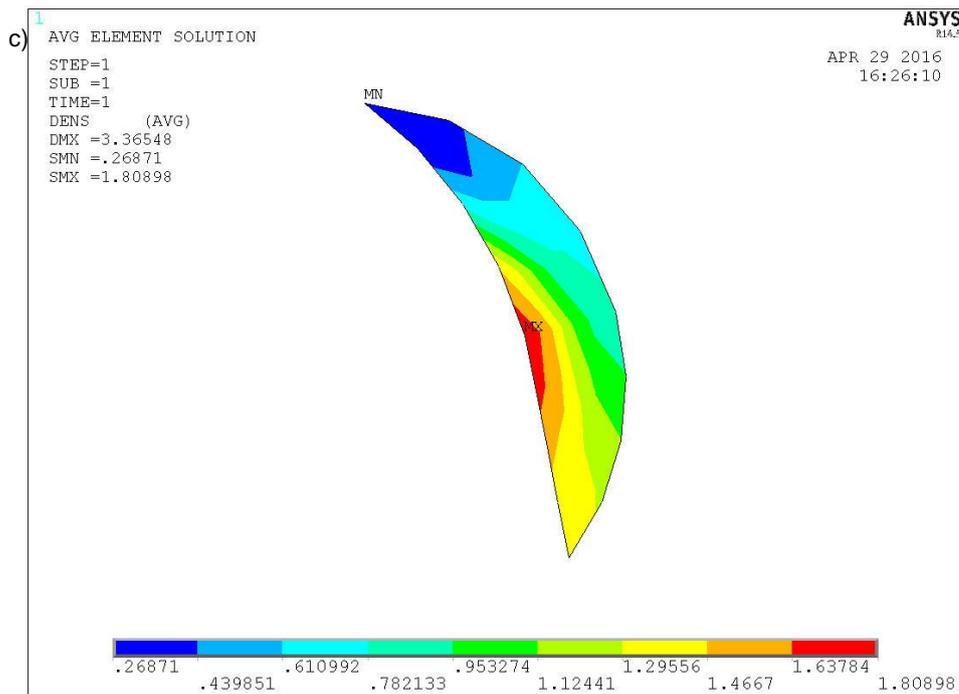


Fig. 3.15 - Densità di energia di deformazione nel volume di controllo con mesh del volume di controllo rada, per i campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$ e $\rho=0,5\text{mm}$, per diverse inclinazioni del carico applicato: a) $\beta=30^\circ$, b) $\beta=40^\circ$, e c) $\beta=50^\circ$

Risulta possibile verificare anche dal confronto delle (Figure 3.13,15), che la distribuzione della densità di energia di deformazione locale trovata con l'utilizzo nei modelli di una mesh molto grossolana del volume di controllo, risulta essere uguale a quella trovata nei modelli caratterizzati da una mesh fine del volume di controllo, con la sola differenza di una più scarsa definizione grafica della distribuzione dell'energia di deformazione nel volume di controllo.

Nel caso d'intagli a V non raccordati, sotto l'ipotesi di elasticità lineare, il carico teorico si ottiene usando una semplice proporzione tra il carico applicato e il valore della radice quadrata del SED locale secondo l'espressione (18), estendendola al campo degli intagli raccordati, possiamo calcolare il valore del carico teorico di frattura.

La (Tabella 3.4) riporta i valori del carico di frattura medio P_{AV} usato nelle analisi per i diversi campioni e condizioni di carico, del carico di frattura teorico P_{cth} , e lo scostamento percentuale $\Delta\%$ tra loro.

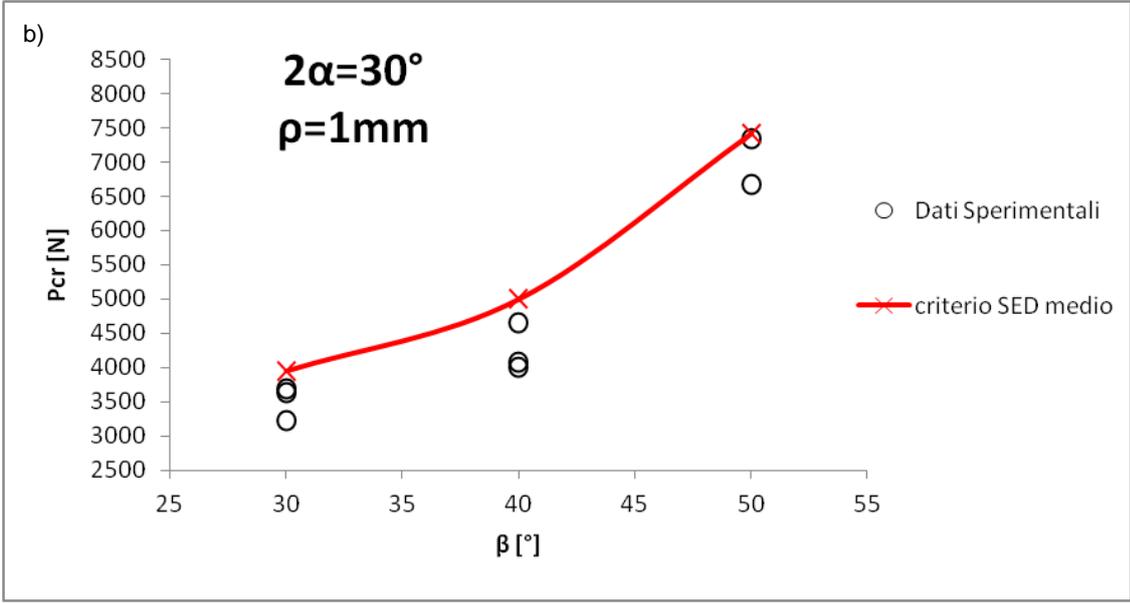
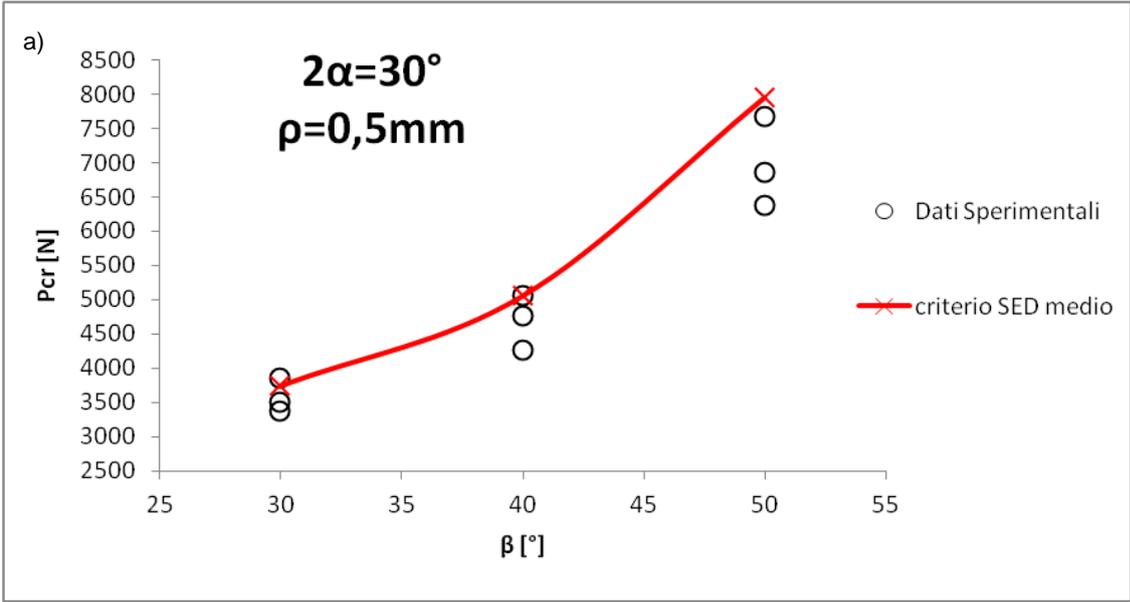
2α [°]	ρ [mm]	β [°]	P_{AV} [N]	P_{cth} [N]	$\Delta\%$	$\overline{W_{FEM}}$ [MJ/m ³]	$\sqrt{\frac{W_{FEM}}{W_C}}$
30	0,5	30	3717	3746,15	0,8	1,27	0,99
		40	4692	5058,15	7,8	1,11	0,93
		50	6972	7958,56	14,2	0,99	0,88
	1	30	3517	3955,19	12,5	1,02	0,89
		40	4248	5003,09	17,8	0,93	0,85
		50	7004	7418,09	5,9	1,15	0,94
	2	30	3869	4288,44	10,8	1,05	0,90
		40	4520	5058,42	11,9	1,03	0,89
		50	5960	6873,14	15,3	0,97	0,87
	4	30	4526	4654,03	2,8	1,22	0,97
		40	5496	5063,14	-7,9	1,52	1,09
		50	6018	6188,24	2,8	1,22	0,97
60	0,5	30	4271	4625,17	8,3	1,1	0,92
		40	8368	8569,67	2,4	1,23	0,98
		45	11097	12541,22	13,0	1,01	0,88
	1	30	4194	4521,28	7,8	1,11	0,93
		40	7296	7596,37	4,1	1,19	0,96
		45	8871	11195,02	26,2	0,81	0,79
	2	30	4234	4564,41	7,8	1,11	0,93
		40	6634	6712,51	1,2	1,26	0,99
		45	7252	8881,85	22,5	0,86	0,82
	4	30	4961	4616,05	-7,0	1,49	1,07
		40	5631	5862,82	4,1	1,15	0,95
		45	6774	7237,70	6,8	1,13	0,94

Tab. 3.4 – Valori del carico di frattura teorico P_{cth} ottenuto dalle analisi numeriche, e dello scostamento percentuale $\Delta\%$ con in carico di frattura rilevato nelle prove sperimentali

I risultati più significativi si possono vedere nei grafici in (Figura 3.16-17) dove i valori sperimentali del carico critico (pallini vuoti) sono comparati con le predizioni teoriche basate sulla costanza del valore della densità di energia di deformazione locale nel volume di controllo (linea continua).

La (Figura 3.16,17) mostra il carico di frattura per i diversi provini RV-BD in termini di angolo β di inclinazione del carico applicato, mantenendo costante il valore dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e del raggio di raccordo ρ .

I grafici di seguito riportati sono stati ottenuti per i provini RV-BD in PMMA, con angolo di apertura intaglio $2\alpha=30^\circ$ e 60° , per diversi raggi di raccordo $\rho=0.5,1,2$ e 4 mm, sotto condizioni di modo misto I+II con modo I negativo.



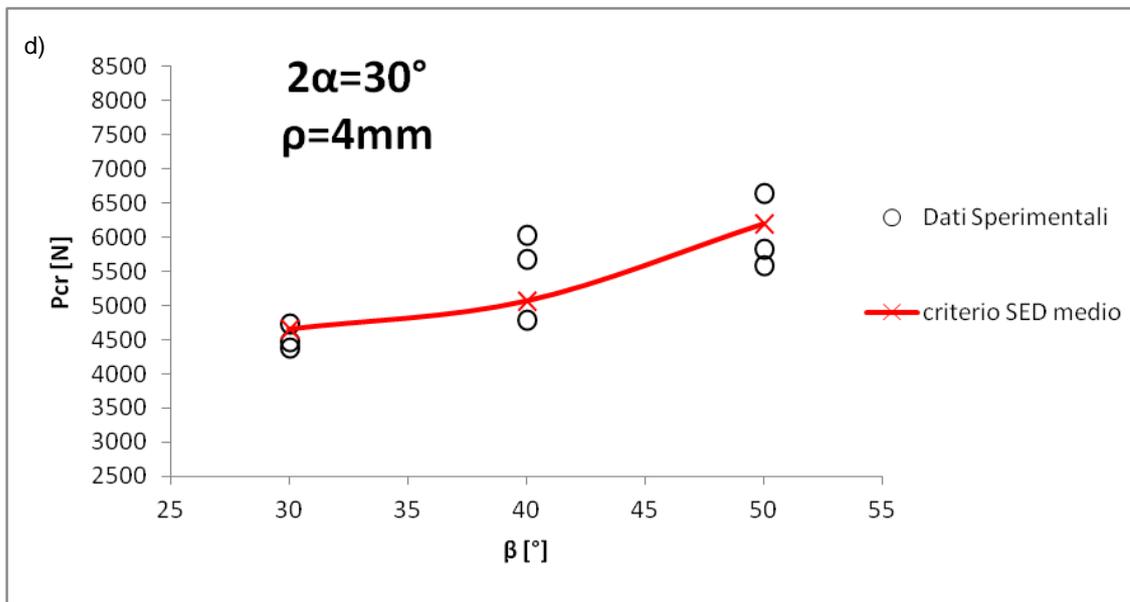
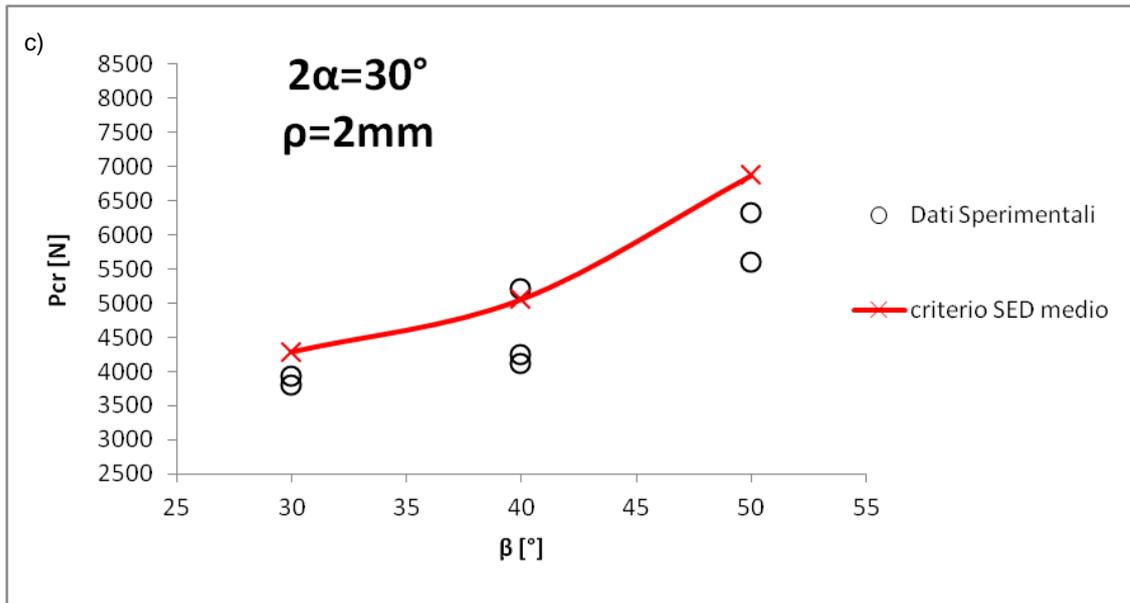
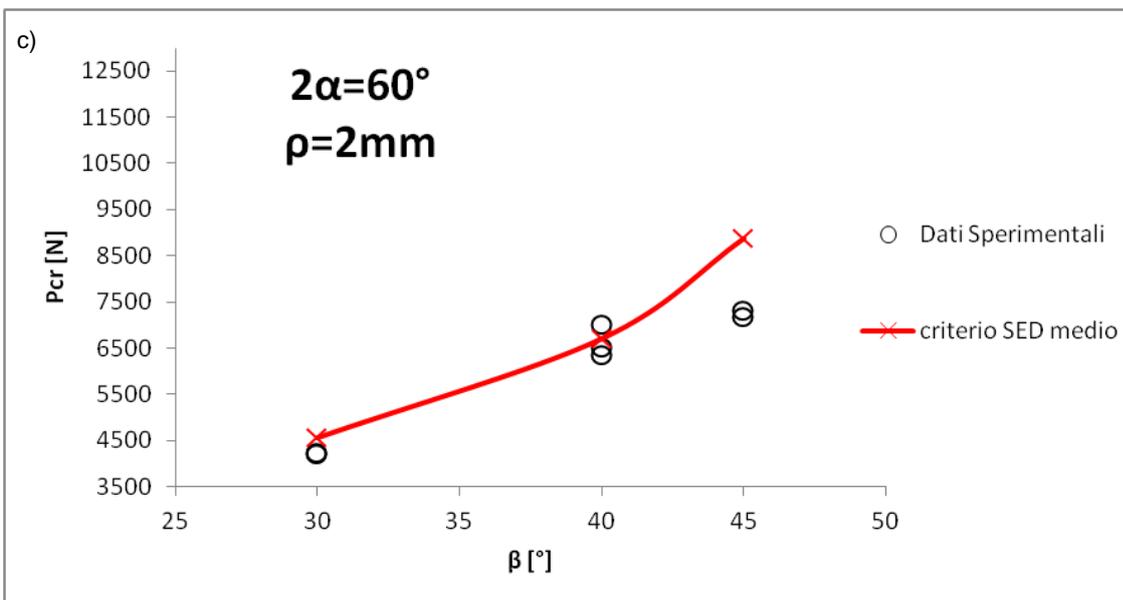
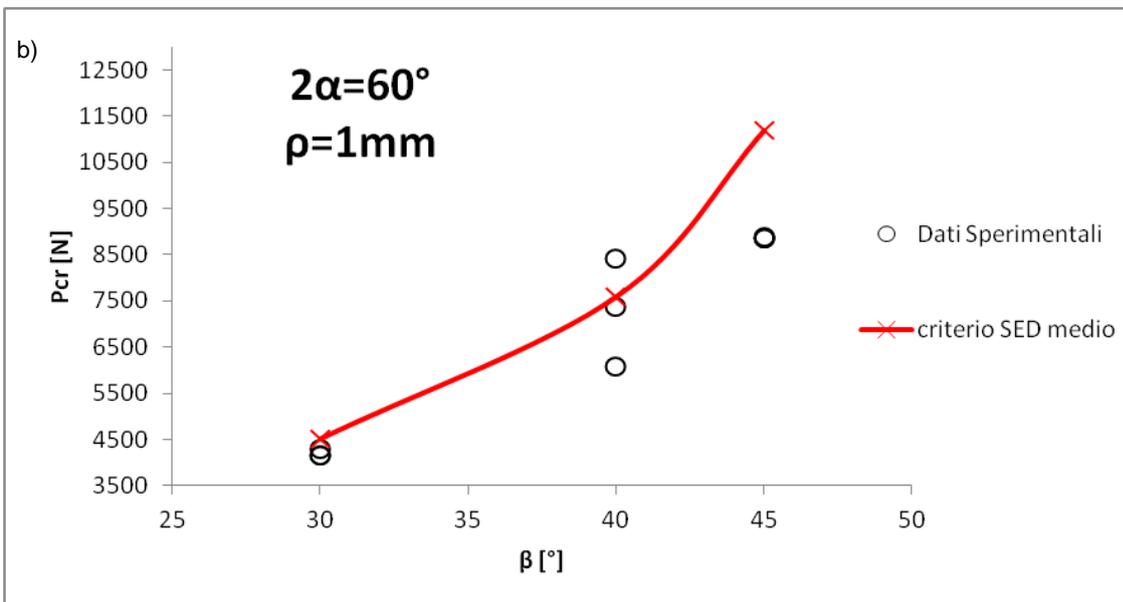
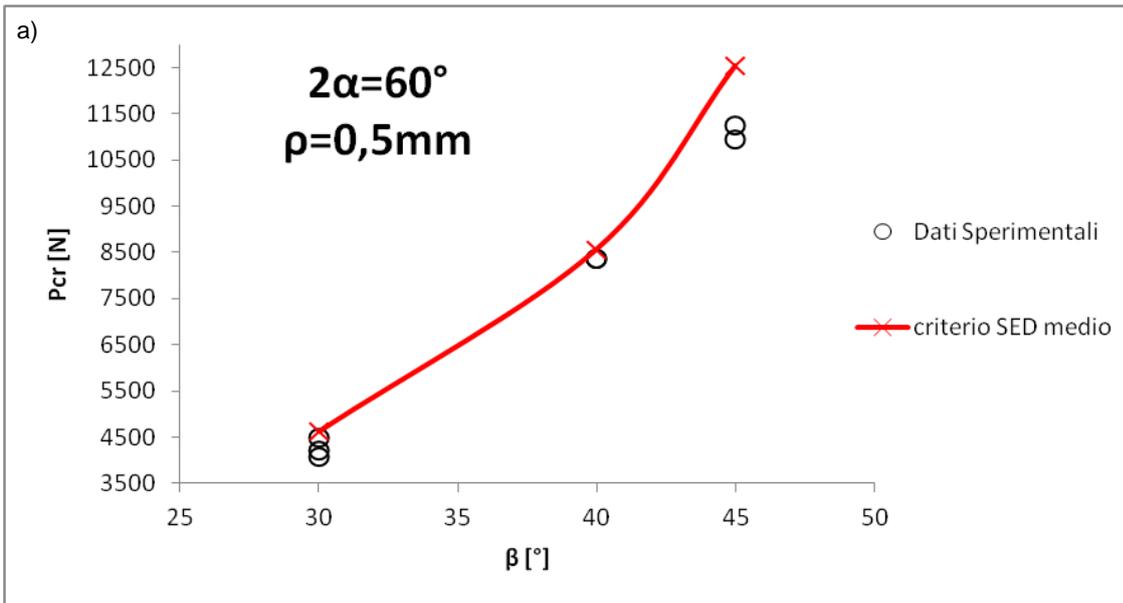


Fig.3.16 – Andamento dei carichi di frattura teorici per diverse angolazioni del carico β , per i campioni RV-BD con $2\alpha=30^\circ$ e raggio di raccordo: a) $\rho=0.5\text{mm}$, b) $\rho=1\text{mm}$, c) $\rho=2\text{mm}$, e d) $\rho=4\text{mm}$



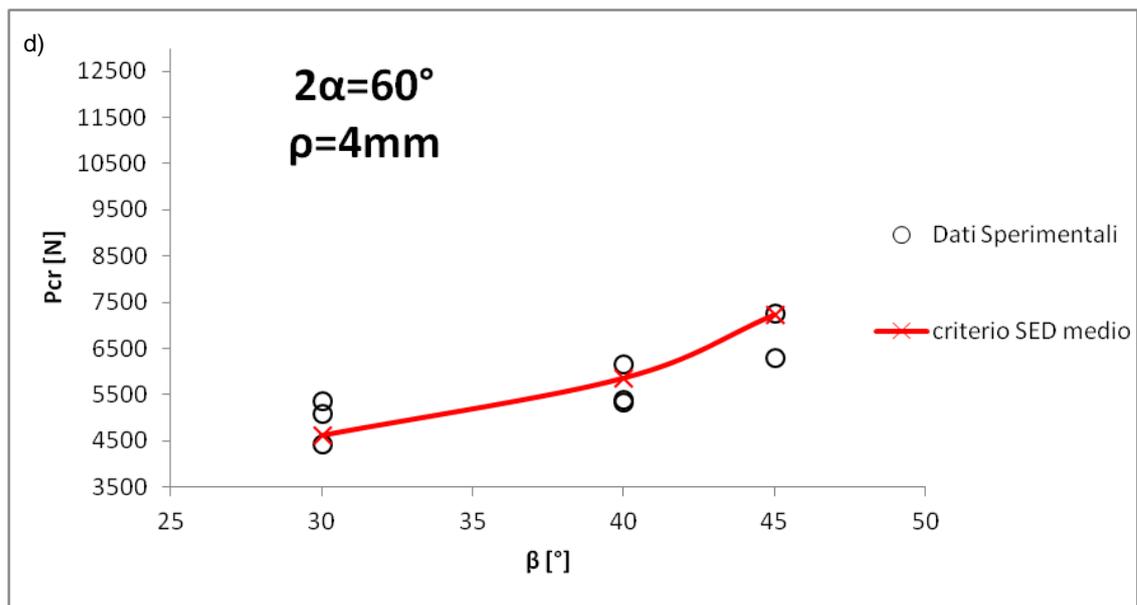


Fig. 3.17 - Andamento dei carichi di frattura teorici per diverse angolazioni del carico β , per i campioni RV-BD con $2\alpha=60^\circ$ e raggio di raccordo: a) $\rho=0.5\text{mm}$, b) $\rho=1\text{mm}$, c) $\rho=2\text{mm}$, e d) $\rho=4\text{mm}$

Dai grafici riportati in (Figura 3.16,17) si evidenzia che l'andamento della distribuzione dei carichi stimati teoricamente è in buon accordo con quello sperimentale.

E' possibile osservare che l'accordo tra i risultati sperimentali ottenuti e le predizioni teoriche basate sulla costanza dell'energia di deformazione locale è soddisfatto, con una deviazione relativa in un range da -8% a +25% per la valutazione dei carichi di frattura teorici. Per 21 dei 24 dati, la deviazione è minore del 15%.

Vengono riportati in (Figura 3.18) gli andamenti dei carichi di frattura teorici ottenuti dalle analisi per i vari campioni studiati. Si evidenzia come per provini con $2\alpha=30^\circ$, le curve dei carichi di frattura per $\beta\sim 40^\circ$ passano tutte per un punto, mentre per β maggiori sono necessari via via carichi di rottura inferiori all'aumentare del raggio di raccordo ρ dell'intaglio, e viceversa per $\beta<40^\circ$ (Figura 3.18a).

Per i provini con $2\alpha=60^\circ$, tale fenomeno si riscontra quasi immediatamente, infatti tutte le curve partono circa dallo stesso punto per $\beta\sim 30^\circ$, mentre per β maggiori all'aumentare del raggio di raccordo ρ saranno necessari carichi di frattura inferiori (Figura 3.18b).

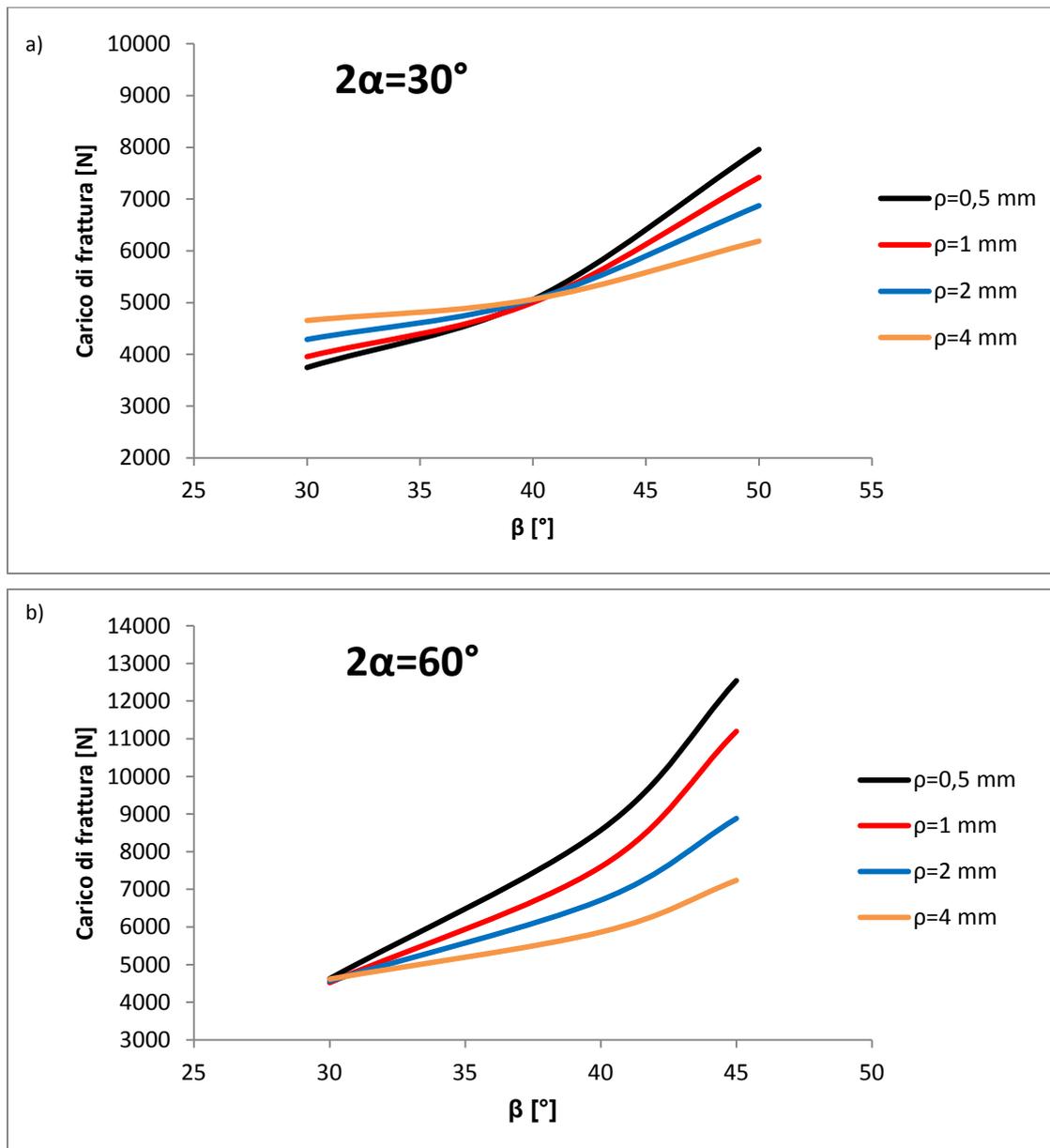


Fig. 3.18 – Andamento dei carichi di frattura teorici per diversi valori del raggio di raccordo ρ e inclinazioni β del carico applicato, per i campioni RV-BD con: a) $2\alpha=30^\circ$, e b) $2\alpha=60^\circ$

Sotto l'ipotesi di elasticità lineare, possiamo ricavare il valore del SED locale relativo ad ogni test di frattura eseguito. I valori dell'energia di deformazione locale elastica, ottenuti per i diversi test di frattura sono riportati in (Tabella 3.5).

2α [°]	ρ [mm]	β [°]	P_1 [N]	P_2 [N]	P_3 [N]	\bar{W}_1 [MJ/m ³]	\bar{W}_2 [MJ/m ³]	\bar{W}_3 [MJ/m ³]
30	0,5	30	3379	3862	3512	1,05	1,37	1,13
		40	4263	4760	5055	0,92	1,14	1,29
		50	6376	6863	7677	0,83	0,96	1,20
	1	30	3630	3689	3232	1,09	1,12	0,86
		40	4009	4084	4651	0,83	0,86	1,11
		50	-	6674	7334	-	1,04	1,26
	2	30	3803	-	3936	1,01	-	1,09
		40	5211	4106	4244	1,37	0,85	0,91
		50	-	5605	6314	-	0,86	1,09
	4	30	4729	4376	4474	1,33	1,14	1,19
		40	4779	6028	5681	1,15	1,83	1,62
		50	5818	6647	5589	1,14	1,49	1,05
60	0,5	30	4228	4502	4082	1,08	1,22	1,00
		40	8374	8362	-	1,23	1,23	-
		45	10942	11252	-	0,98	1,04	-
	1	30	4149,6	4146	4285	1,09	1,08	1,16
		40	7380	6073	8434	1,22	0,82	1,59
		45	8859	8865	8890	0,81	0,81	0,81
	2	30	-	4215	4252	-	1,10	1,12
		40	6360	6525	7017	1,16	1,22	1,41
		45	7179	7324	-	0,84	0,88	-
	4	30	5359	4436	5088	1,74	1,19	1,57
		40	5401	6158	5335	1,09	1,42	1,07
		45	7255	6293	-	1,30	0,98	-

Tab. 3.5 – Valori della densità di energia di deformazione elastica per i diversi test di frattura

La (Tabella 3.6) riporta il valore della radice quadrata dell'energia di deformazione locale nel volume di controllo, normalizzato rispetto l'energia critica del materiale, per i diversi test di frattura eseguiti.

2α [°]	ρ [mm]	β [°]	$\sqrt[2]{\frac{W_1}{W_C}}$	$\sqrt[2]{\frac{W_2}{W_C}}$	$\sqrt[2]{\frac{W_3}{W_C}}$
30	0,5	30	0,90	1,03	0,94
		40	0,84	0,94	1,00
		50	0,80	0,86	0,96
	1	30	0,92	0,93	0,82
		40	0,80	0,82	0,93
		50	-	0,90	0,99
	2	30	0,89	-	0,92
		40	1,03	0,81	0,84
		50	-	0,82	0,92
	4	30	1,02	0,94	0,96
		40	0,94	1,19	1,12
		50	0,94	1,07	0,90
60	0,5	30	0,91	0,97	0,88
		40	0,98	0,98	-
		45	0,87	0,90	-
	1	30	0,92	0,92	0,95
		40	0,97	0,80	1,11
		45	0,79	0,79	0,79
	2	30	-	0,92	0,93
		40	0,95	0,97	1,05
		45	0,81	0,82	-
	4	30	1,16	0,96	1,10
		40	0,92	1,05	0,91
		45	1,00	0,87	-

Tab. 3.6 – Valori della radice quadrata dell’energia di deformazione locale nel volume di controllo, normalizzata rispetto l’energia critica del materiale, per i diversi test di frattura eseguiti

La (Figura 3.19) mostra una sintesi in termini dei valori della radice quadrata dell’energia di deformazione locale nel volume di controllo, normalizzata rispetto l’energia critica del materiale, in funzione del raggio di raccordo ρ dell’intaglio.

Il proposito è quello di investigare l'intervallo di precisione dei valori della densità di energia di deformazione locale a carichi misti I+II. Il rapporto sull'asse verticale è proporzionale al carico di frattura.

Dalla (Figura 3.19) è chiaro che la distribuzione dei dati è molto limitata e quasi indipendente dall'angolo di apertura dell'intaglio.

Da notare che 61 su 65 valori cadono nell'intervallo di distribuzione da 0.8 a 1.20, inoltre molti dei risultati, circa l' 80%, si trovano compresi nell'intervallo da 0.85 a 1.15 .

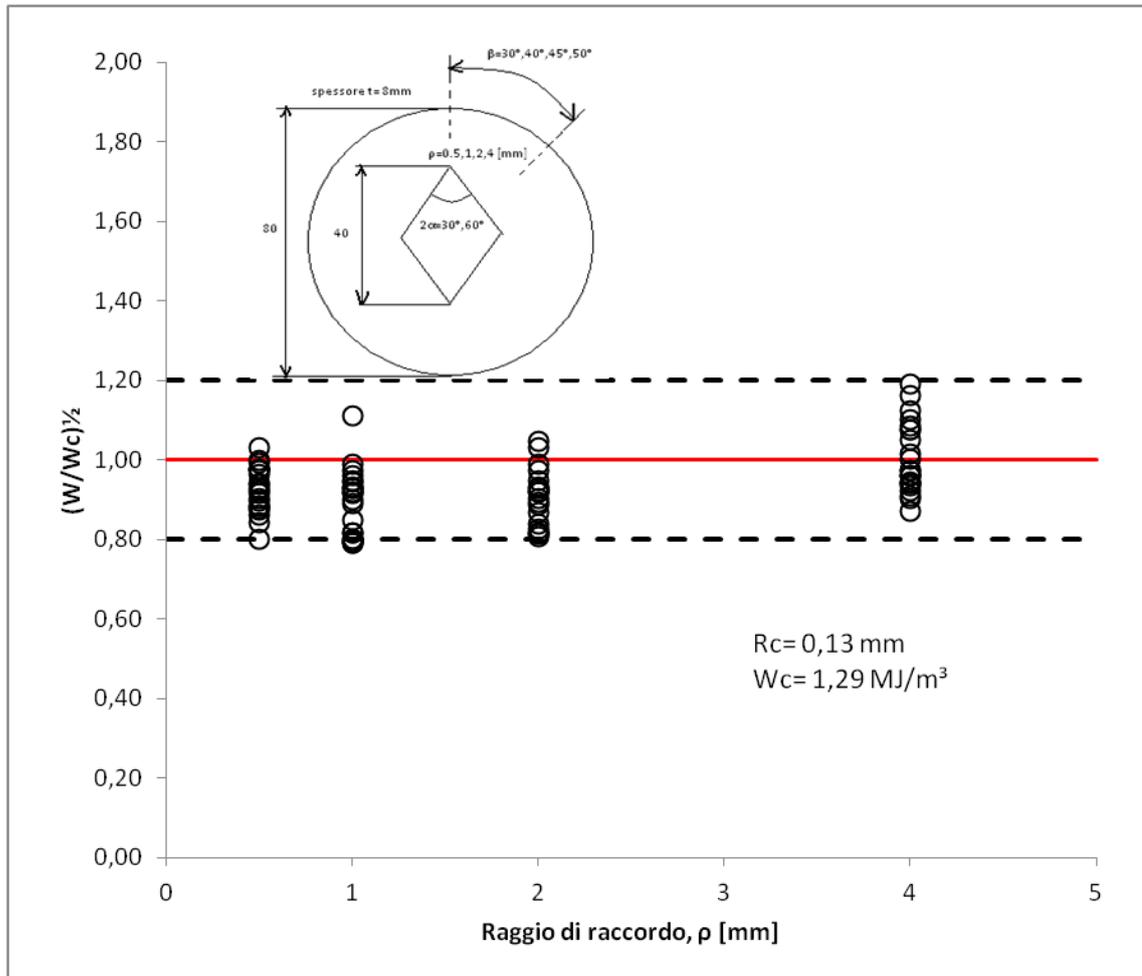


Fig. 3.19 - Banda di dispersione dei valori della densità di energia di deformazione a cedimento per provini RV-BD in PMMA, soggetti a modo misto I+II con modo I negativo

3.2 Campione FV-SD soggetto a puro modo I negativo

Per poter calcolare il valore di energia presente al momento della rottura del componente, è prima necessario definire l'area all'interno del quale osservare questo

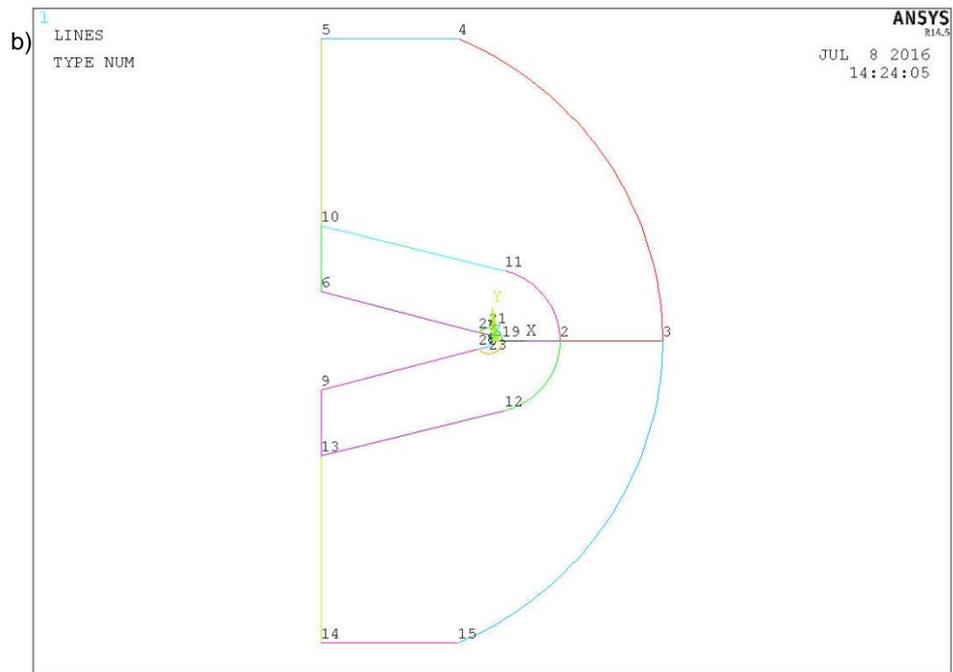
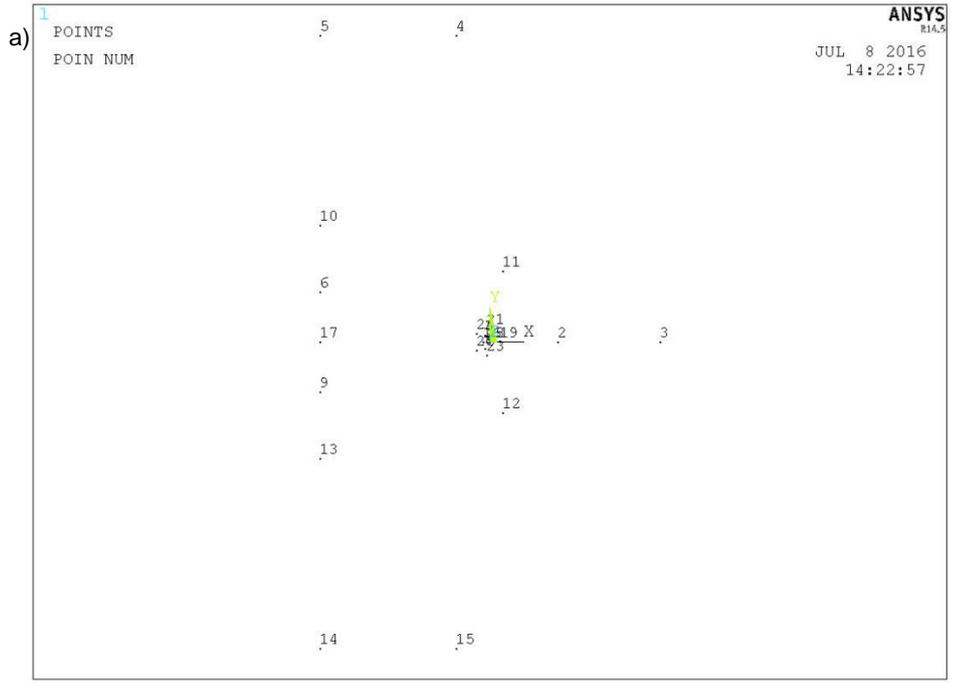
parametro. Quest'area è definita dal raggio critico R_2 , il centro a cui fa riferimento questo raggio è posizionato lungo una direzione critica inclinata di un angolo θ_0 rispetto la bisettrice, dipendente dal grado di multiassialità, lungo la quale sono presenti le tensioni massime. A modo I le tensioni massime si trovano lungo la bisettrice, quindi non sarà necessario cercare l'angolo della direzione critica, in quanto nullo. Nel caso della compressione però non è possibile definire in valore del raggio di controllo R_C e dell'energia di deformazione critica del materiale W_C . Non potendo calcolare i parametri caratteristici del materiale a compressione, risulta possibile ricavarli effettuando un'analisi parametrica dell'energia di deformazione al variare della dimensione del volume di controllo (cioè in funzione della dimensione di R_C).

Come anticipato, con il metodo di analisi agli elementi finiti, sono stati studiati gli effetti in provini FV-SD soggetti ad un carico nominale di puro modo I negativo. Tutti i modelli sono stati creati con il codice ANSYS(ver. 14.5), e tutte le analisi sono state condotte sotto l'ipotesi di condizioni lineari-elastiche, utilizzando elementi a otto nodi (Plane183), sotto l'ipotesi di deformazione piana (plane strain).

Il materiale viene considerato isotropo e omogeneo con comportamento lineare-elastico, e le proprietà meccaniche utilizzate nelle analisi sono: il modulo di Young a compressione $E=2018$ MPa, e il modulo di Poisson $\nu=0.38$; come riportato in (Tabella 2.4).

Per ogni modello di analisi definito il tipo di materiale usato, si passa alla definizione della geometria. In primo luogo si inseriscono i Key Points, i quali sono la base per la costruzione del modello e delle mesh che andranno poi realizzate. Dato che si vuole determinare il valore dell'energia di deformazione a compressione ogni geometria del campione di analisi viene generata attraverso 19 KP che sono sufficienti a descrivere l'intera geometria del provino, e il volume di controllo (Figura 3.20a). In questa fase di deve prestare maggiore attenzione a localizzare correttamente i punti di intersezioni tra il volume di controllo R_2 , e la geometria dell'intaglio ρ . A partire dai KP si creano le linee che delimiteranno le aree del modello (Figura 3.20b). Definite le aree del componente si procede alla definizione delle mesh (Figura 3.20c). La mesh è definita a partire dalle divisioni delle linee in precedenza realizzate.

Il sistema di riferimento globale cartesiano per ogni modello risulta centrato nell'apice dell'intaglio.



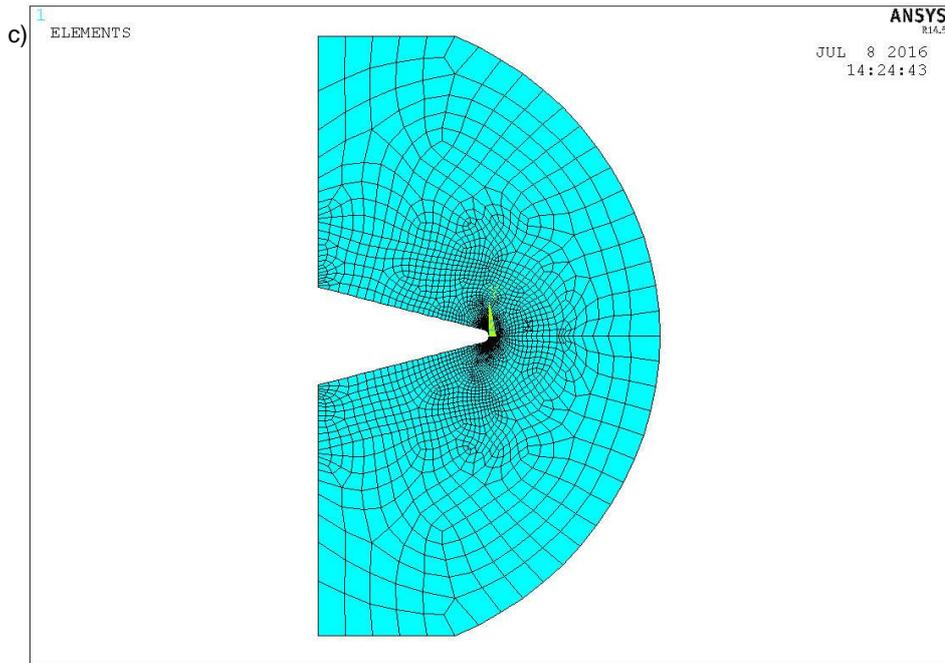


Fig. 3.20 – Elementi dei modelli dei campioni FV-SD: a)KeyPoint, b)linee e c)mesh

Per un calcolo corretto delle tensioni attorno all'apice, sarebbe necessario creare un sistema di coordinate polari con centro coincidente con quello del raggio di raccordo, e calcolare la σ_θ anziché la σ_y ; ma dato che il sistema di carico è di puro modo I e che la tensione massima si trova lungo la bisettrice, è possibile assumere il valore di tensione lungo l'asse y, perché $\sigma_\theta = \sigma_y$. Questa equivalenza è valida unicamente lungo la bisettrice per un sistema di carico di modo I.

Le condizioni al contorno applicate ai modelli sono: la definizione degli spostamenti dei nodi appartenenti alla linea superiore del modello di analisi, che possono muoversi solo lungo la direzione del carico applicato (cioè verticalmente), e la definizione degli spostamenti dei nodi appartenenti alla linea inferiore, che risultano essere completamente bloccati.

Conoscendo il carico di frattura P_f rilevato durante il test di frattura, e dato che la forza durante il test viene applicata all'area superiore del provino, risulta immediato calcolare la pressione corrispondente con la formula (Equ. di Navier):

$$P_{ex} = \frac{P_f}{A} \quad (59)$$

dove l'area A risulta essere per tutti i provini uguale a:

$$A = b * t = 20 * 6 = 120 \text{ mm}^2$$

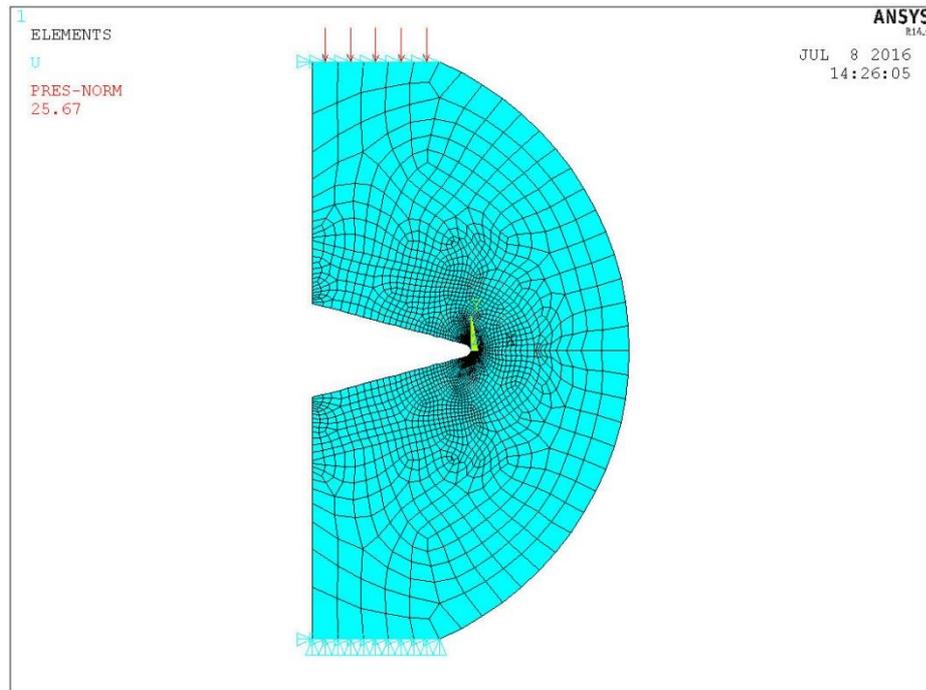


Fig. 3.21 –Condizioni di vincolo dei modelli dei campioni FV-SD

Ogni analisi viene allora eseguita considerando uno spessore $t = 6$ mm per i diversi campioni, avendo applicato nelle analisi la pressione P_{ex} corrispondente, sulla linea superiore del modello. Da sottolineare che per ogni analisi viene considerato il carico di frattura P_f medio ottenuto dalle prove di frattura per i diversi campioni. I valori della pressione P_{ex} utilizzati nelle analisi per i diversi campioni sono riportati in (Tabela 3.7). Ogni modello FEM dei diversi campioni è caratterizzato da una qualità della mesh globale molto bassa, ma tutti i modelli presentano la geometria del volume di controllo ben definita.

Per creare le simulazioni numeriche viene questa volta scritto il file APDL per i diversi campioni, in modo da sequenzializzare i comandi descritti per la creazione dei modelli FV-SD, in quanto risulta conveniente in termini di tempo in ambiente di Pre-Processor di Ansys, vista la semplificazione nel definire il volume di controllo data dalla condizione di carico di puro modo I.

Al termine delle simulazioni si procede all'analisi dei risultati. In primo luogo si osserva se le deformate e la distribuzione delle tensioni nel componente sono visivamente concordi al tipo di sistema di carico applicato (Figura 3.22).

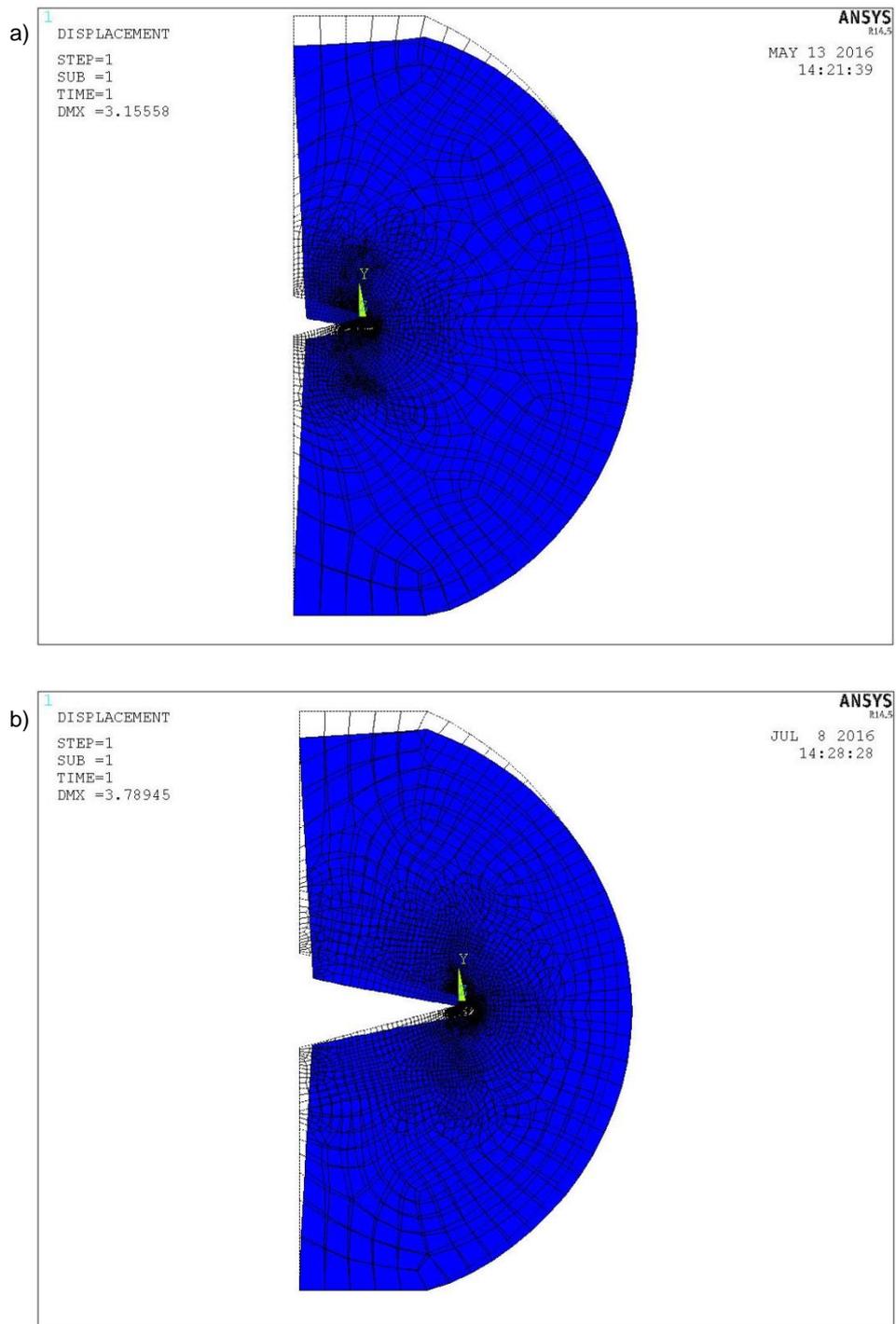


Fig. 3.22 – Esempio di deformata del modello del campione FV-SD nel caso di diverse profondità dell'intaglio: a)a=10mm, e b)a=25mm

Sono riportate in (Tabella 3.7) i valori delle tensioni σ_y all'apice dell'intaglio ottenute dalle analisi FEM per ogni campione di studio.

2α [°]	a [mm]	ρ [mm]	P_f [N]	P_{ex} [MPa]	σ_y [MPa]
30	10	0,5	-9030	-68.25	-889.647
		1	-6877	-55.08	-490.073
		2	-8400	-68.75	-438.648
	25	0,5	-3893	-32.25	-843.419
		1	-3080	-25.08	-478.699
		2	-3547	-30.58	-399.589
60	10	0,5	-7703,3	-64.19	-753.386
		1	-6356,6	-52.97	-451.268
		2	-7720	-64.33	-402.13
	25	0,5	-3946,6	-32.89	-844.286
		1	-3346,6	-27.89	-516.449
		2	-3423,3	-28.53	-384.577
90	10	0,5	-7786,6	-64.89	-729.401
		1	-7286,6	-60.72	-503.596
		2	-6603,3	-55.03	-339.236
	25	0,5	-3963,3	-33.03	-798.263
		1	-2750	-22.92	-407.955
		2	-2960	-24.67	-324.881

Tab. 3.7 – Valori delle pressioni di frattura P_{ex} ricavate con l'equazione (59), e delle tensioni σ_y ottenute nelle analisi FEM, per i diversi modelli dei campioni FV-SD

E' interessante osservare che la tensione di compressione all'apice dell'intaglio è molto superiore della tensione di rottura del materiale e ciò giustifica un approccio di volume basato sul criterio della densità di energia di deformazione.

3.2.1 Definizione del valore del raggio di controllo R_C a compressione

Nel caso della compressione non è più possibile utilizzare l'equazione (16,17) per ricavare il raggio di controllo R_C , dato che non è possibile definire la tenacità a frattura del materiale sotto carichi di compressione. Inoltre come discusso in precedenza, in compressione non risulta neppure facile definire la tensione ultima di rottura del materiale basata su di un modello teorico, e di conseguenza non risulta possibile valutare il valore dell'energia critica di deformazione W_C con l'equazione (15).

Allora, come discusso in precedenza un approccio di tipo empirico risulta essere una buona alternativa per la definizione del raggio di controllo R_C e del valore critico dell'energia di deformazione W_C nel caso di carichi di compressione.

Dato che il valore critico dell'energia di deformazione anche a compressione deve essere una proprietà del materiale che non varia in funzione dell'intaglio, è possibile considerare due o più provini (geometrie), come campioni di riferimento, ed eseguire un'analisi parametrica del valore dell'energia di deformazione critica W_C al variare della dimensione del volume di controllo R_C . Nella presente analisi vengono scelti come campioni di riferimento le geometrie dei provini con $2\alpha=30^\circ$, $a=10\text{mm}$, rispettivamente con $\rho=0.5\text{mm}$ per il primo campione, e $\rho=2\text{mm}$ per il secondo.

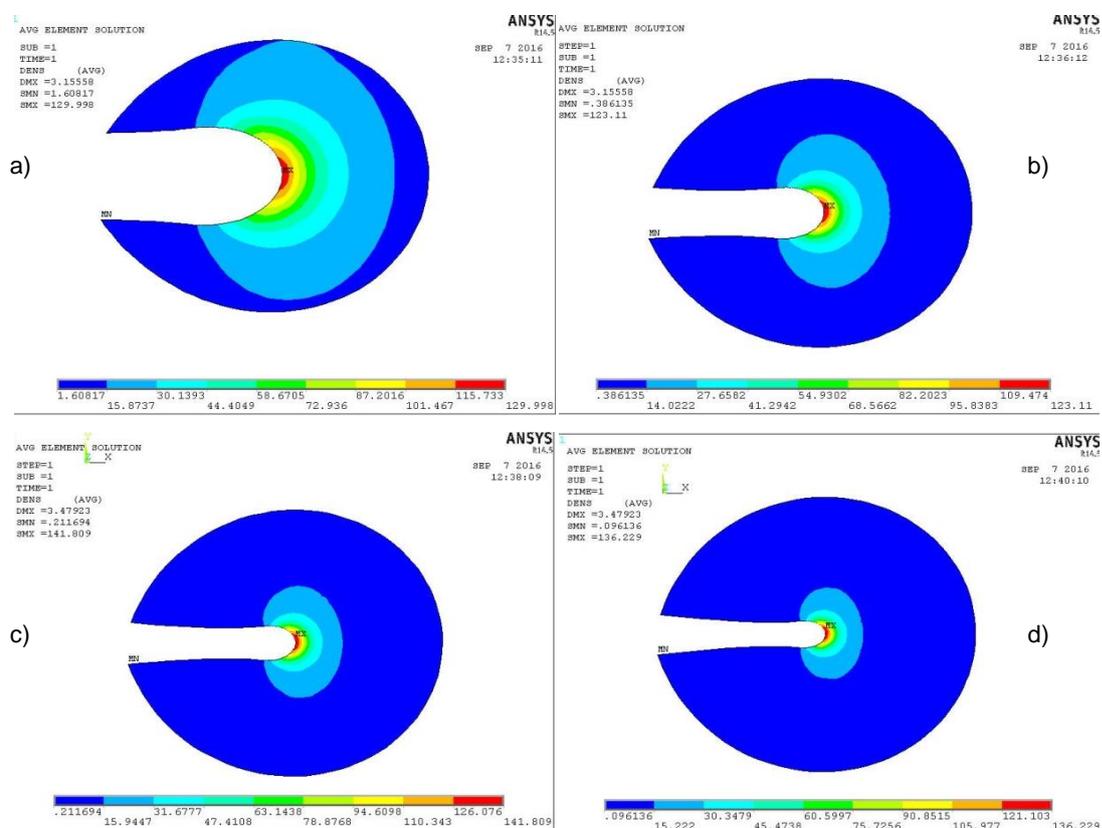


Fig. 3.22 – Densità di energia di deformazione nel volume di controllo del campione FV-SD con $2\alpha=30^\circ$, $a=10\text{mm}$ e $\rho=0.5\text{mm}$; per diversi valori di R_C : a)0.5mm, b)1mm, c)1.5mm e d)2mm.

Si considerano cinque diversi valori del raggio di controllo R_C , variabile da 0.5mm a 2mm, e si valuta l'andamento della densità di energia di deformazione dei campioni di riferimento nei diversi volumi di controllo, in funzione della dimensione del raggio di controllo R_C (Figura 3.22). In questa fase sono necessarie numerose analisi dello stesso campione in cui si fa variare solo la dimensione del volume di controllo a parità

di geometria e condizioni applicate al modello. Risulta allora conveniente creare i file APDL dei modelli dei campioni FV-SD, per consentire un'analisi di tipo parametrico della densità di energia di deformazione locale relativa ai campioni scelti come riferimento, in funzione della dimensione del raggio del volume di controllo ottenuta ipotizzando il valore di R_c , ottenendo una notevole riduzione dei tempi nell'ambiente di Pre-Processor di Ansys. La procedura per la definizione del volume di controllo per i vari modelli viene descritta nel paragrafo successivo.

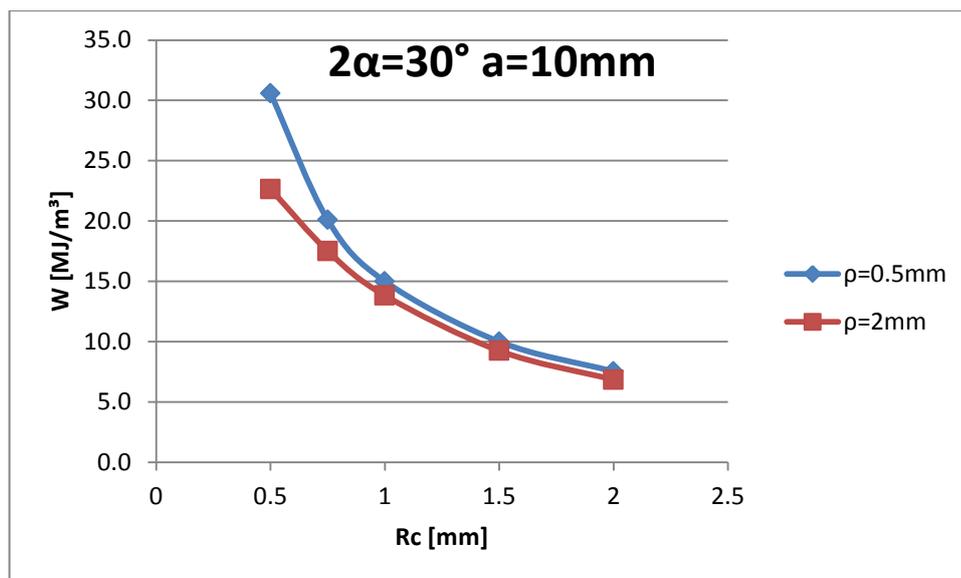


Fig. 3.23 – Densità di energia di deformazione locale per i campioni FV-SD di riferimento, in funzione del valore del raggio di controllo R_c

Dal grafico in (Figura 3.23), si evidenzia che per $R_c=1.5$ mm, le due curve delle energie corrispondenti ai due campioni FV-SD presi come riferimento sono quasi sovrapposte, e quindi caratterizzate da circa lo stesso valore dell'energia critica di deformazione W_c , la quale come ampiamente discusso deve essere una proprietà del materiale, anche nel caso della compressione. Inoltre per tale valore le curve delle densità di energia sono caratterizzate da un andamento molto simile. E' allora possibile assumere il valore dell'energia critica di deformazione $W_c=9.6$ MJ/m³, calcolata in un volume di controllo di raggio $R_c=1.5$ mm, come proprietà caratteristiche del PMMA testato nel caso di carichi di compressione.

La (Tabella 3.8) riporta i valori della pressione critica media P_{ex} usata nelle analisi FEM per i due campioni, il valore del raggio di controllo R_c impostato nelle analisi, i rispettivi valori della sommatoria delle energie di deformazione nei volumi di controllo (SENE), la dimensione dei volumi di controllo (VOLU), e il corrispondente valore delle densità di energia di deformazione locale \bar{W} .

2α [°]	a [mm]	ρ [mm]	P_{ex} [MPa]	R_c [mm]	SENE [N mm]	VOLU [mm ³]	\bar{W} [MJ/m ³]
30	10	0,5	-68.25	0,5	26,1424	0,854613	30,6
				0,75	37,3017	1,85643	20,1
				1	48,3131	3,22293	15,0
				1,5	70,3386	7,0412	10,0
				2	92,5031	12,3024	7,5
		2	-68.75	0,5	24,3788	1,07664	22,6
				0,75	38,1132	2,17752	17,5
				1	50,6566	3,66576	13,8
				1,5	72,8266	7,8869	9,2
				2	93,4097	13,6747	6,8

Tab. 3.8 – Densità di energia di deformazione media dei campioni FV-SD di riferimento, in funzione della dimensione del raggio di controllo R_c impostato

Dalle analisi eseguite si trova che il valore dell'energia critica di deformazione a compressione può essere assunto pari a:

$$W_c = 9.6 \frac{MJ}{m^3}$$

Avendo ipotizzato una dimensione del raggio di controllo a compressione pari a:

$$R_c = 1.5mm$$

Nel seguito questi valori sono utilizzati per l'analisi statica per la valutazione dei carichi teorici di frattura a compressione.

3.2.2 Creazione dei modelli FV-SD per il calcolo del SED locale

Sotto un carico di puro modo I, il volume di controllo risulta centrato lungo la bisettrice dell'intaglio, dove la tensione principale raggiunge il massimo valore .

Per le tre tipologie di intaglio studiate con $2\alpha=30^\circ, 60^\circ$ e 90° , il fattore q vale rispettivamente:

$$q_{2\alpha=30^\circ} = \frac{2\pi - \frac{1}{6}\pi}{\pi} = 1.833$$

$$q_{2\alpha=60^\circ} = \frac{2\pi - \frac{1}{3}\pi}{\pi} = 1.667$$

$$q_{2\alpha=90^\circ} = \frac{2\pi - \frac{1}{2}\pi}{\pi} = 1.5$$

Il valore di r_0 varia in funzione dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e dal valore del raggio di raccordo ρ , mentre il valore del raggio esterno del volume di controllo R_2 è funzione di r_0 e del raggio di controllo R_C .

Si riportano in (Tabella 3.9) i valori di r_0 e di R_2 usati nelle analisi FEM per i vari campioni oggetto di studio, avendo assunto dalla precedente analisi un valore del raggio di controllo a compressione pari a $R_C=1.5\text{mm}$.

	$2\alpha=30^\circ$		$2\alpha=60^\circ$		$2\alpha=90^\circ$	
ρ [mm]	r_0 [mm]	R_2 [mm]	r_0 [mm]	R_2 [mm]	r_0 [mm]	R_2 [mm]
$\rho=0,5$	0,222725	1.722725	0,2	1.7	0.16667	1.66667
$\rho=1$	0,4545	1.9545	0,4	1.9	0.33333	1.83333
$\rho=2$	0,909	2.409	0,8	2.3	0.66667	2.16667

Tab. 3.9 – Parametri r_0 e R_2 per le diverse tipologie di intaglio dei campioni FV-SD

In particolare per la definizione del volume di controllo sono necessari tre KP, tutti appartenenti alla bisettrice dell'intaglio. Nello specifico definiscono: il vertice dell'intaglio corrispondente con l'origine del sistema di riferimento globale, il punto O' distante r_0 dall'apice dell'intaglio (origine del sistema di riferimento polare), e il punto dato dal limite esterno del volume di controllo distante R_2 da O' .

Anche in questo caso, data la semplicità della definizione del volume di controllo per la condizione di carico di puro modo I e della geometria dei modelli di analisi, si creano i file APDL dei diversi campioni FV-SD per le simulazioni FEM, andando a ridurre i tempi di Pre-Processor in Ansys.

In (Appendice A.2) sono riportati i file APLD per la generazione delle analisi numeriche dei campioni FV-SD utilizzati in questa ricerca (con la dimensione del raggio di controllo impostata a $R_C=1.5\text{mm}$).

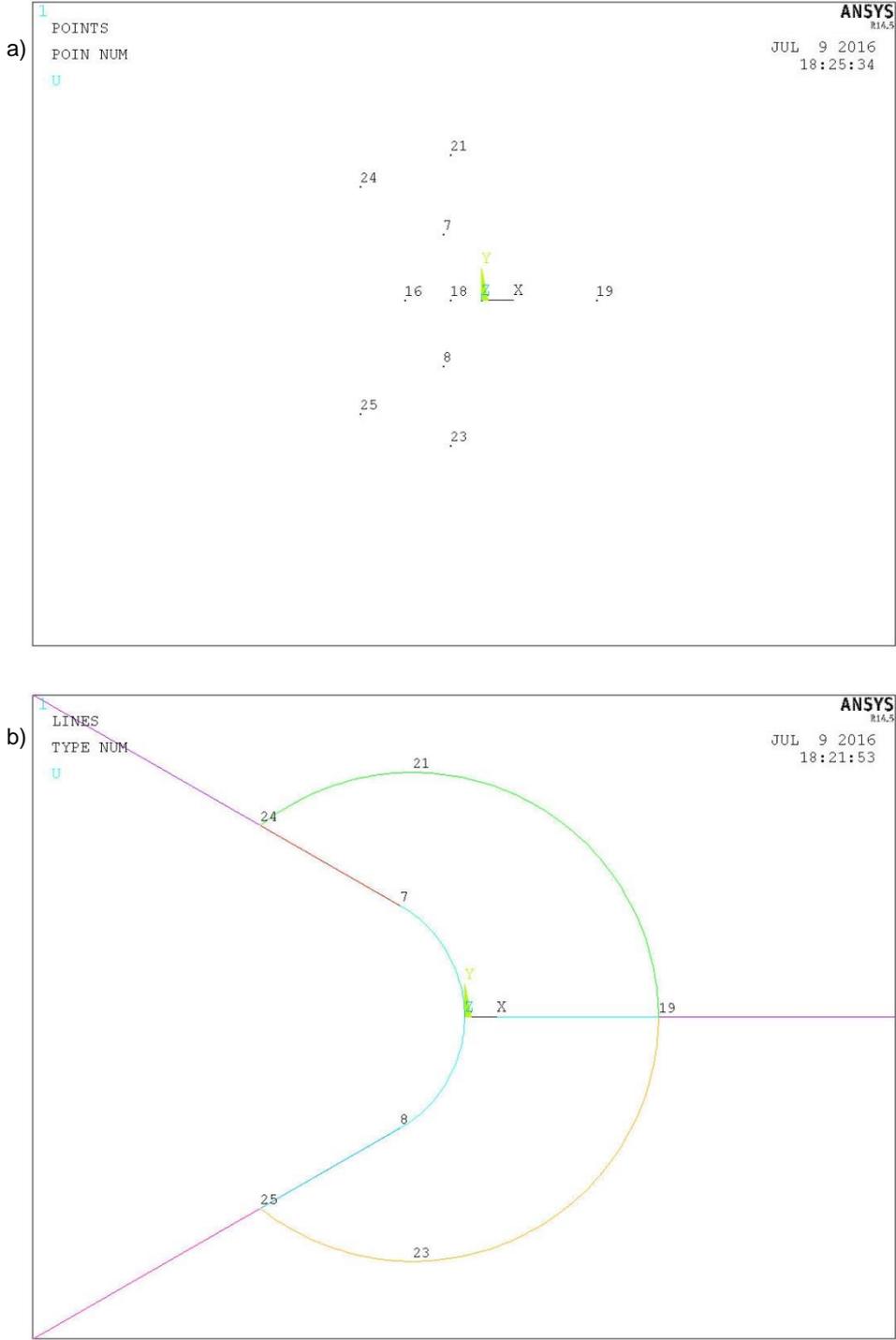


Fig. 3.24 – Elementi del volume di controllo dei campioni FV-SD: a)Key Point, e b)linee

Da ricordare che la mesh nel volume di controllo deve essere generata in modo da risultare regolare, data la forma tipica a “mezzaluna “ del volume di controllo degli intagli a V raccordati (Figura 3.25).

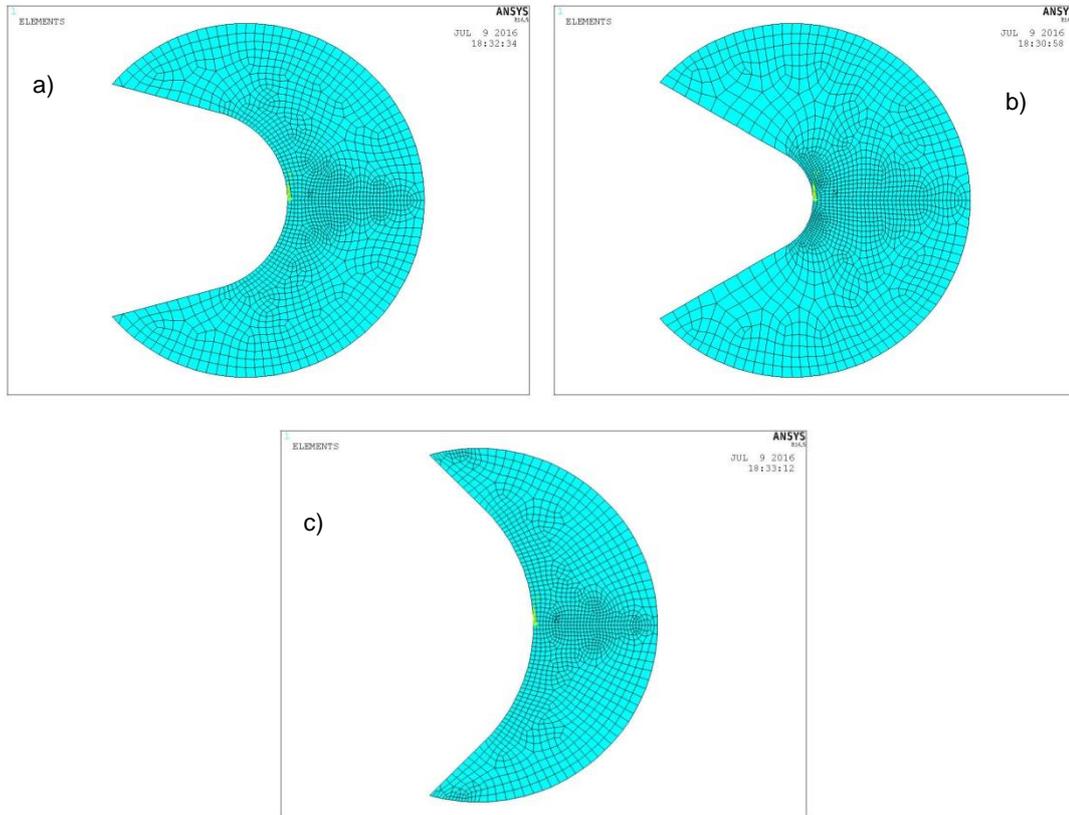


Fig. 3.25 – Volumi di controllo dei campioni FV-SD per diverse aperture dell’intaglio: a) $2\alpha=30^\circ$, b) $2\alpha=60^\circ$, e c) $2\alpha=90^\circ$

3.2.3 Analisi dei risultati a compressione

E’ ora possibile calcolare per ogni modello il valore dell’energia di deformazione media (SED locale) nel volume di controllo da noi definito per ogni modello di analisi FEM. Per fare questo andiamo a calcolare il valore dell’energia di deformazione elastica (SENE) all’interno del volume di controllo da noi creato (VOLU). Il volume di controllo in questo caso risulta essere un’area moltiplicata per uno spessore unitario, essendo l’analisi di tipo bidimensionale. Il valore medio della densità di energia di deformazione locale \bar{W} , si ottiene dal rapporto tra la sommatoria delle energie di deformazione e la sommatoria dei volumi, ottenuti all’interno del volume di controllo (58).

Nel caso d’intagli a V a punta, sotto l’ipotesi di elasticità lineare, il carico teorico si ottiene usando una semplice proporzione tra il carico applicato e il valore della radice

quadrata del SED locale (17), e mantenendo l'ipotesi di elasticità lineare, risulta possibile estendere tale espressione al campo degli intagli a U e V-blandi.

In (Tabella 3.10) vengono riportati i valori delle sommatorie delle energie di deformazione ottenute nei volumi di controllo (SENE), le dimensioni dei rispettivi volumi di controllo (VOLU), il valore delle densità di energia di deformazione locale \bar{W} per i vari provini, e il valore del carico teorico di frattura P_{th} .

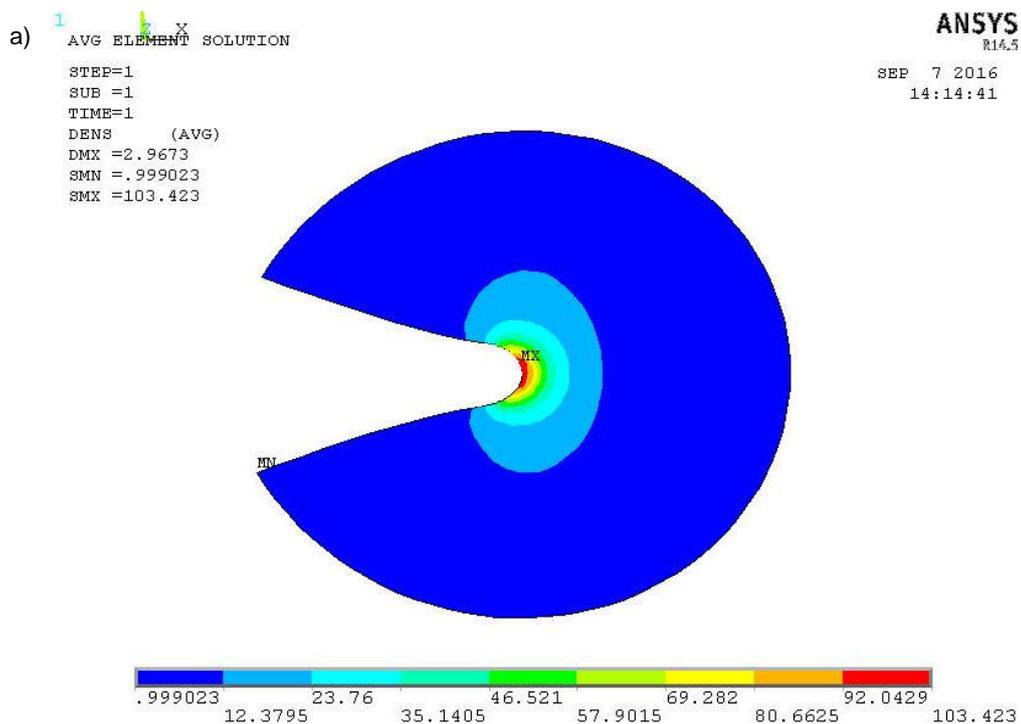
2α [°]	a [mm]	ρ [mm]	SENE [N mm]	VOLU [mm ³]	\bar{W} [MJ/m ³]	P_{th} [N]	$\Delta\%$	$\sqrt{\frac{\bar{W}}{W_c}}$
30	10	0,5	70,3386	7,0412	10,0	-8852	-1,97	1,02
		1	43,6972	7,4257	5,9	-8784	27,73	0,78
		2	72,8266	7,8869	9,2	-8565	1,96	0,98
	25	0,5	64,5650	7,0412	9,2	-3983	2,32	0,98
		1	43,4329	7,4257	5,8	-3946	28,11	0,78
		2	64,1185	7,8869	8,1	-3854	8,67	0,92
60	10	0,5	50,4443	6,3435	8,0	-8464	9,87	0,91
		1	36,4920	6,6886	5,5	-8432	32,65	0,75
		2	58,2913	6,9919	8,3	-8284	7,31	0,93
	25	0,5	64,0640	6,3435	10,1	-3848	-2,50	1,03
		1	48,9408	6,6886	7,3	-3833	14,54	0,87
		2	55,3666	6,9919	7,9	-3769	10,11	0,91
90	10	0,5	48,7438	5,6517	8,6	-8215	5,50	0,95
		1	44,8431	5,9435	7,5	-8219	12,80	0,89
		2	39,7635	6,4096	6,2	-8214	24,40	0,80
	25	0,5	58,3353	5,6517	10,3	-3822	-3,56	1,04
		1	29,5644	5,9435	5,0	-3820	38,92	0,72
		2	36,8630	6,4096	5,8	-3824	29,20	0,77

Tab. 3.10 – Valore delle densità di energia di deformazione locale e del carico di frattura teorico ottenuto dalle analisi numeriche per i diversi provini FV-SD, con dimensione del raggio di controllo uguale a $R_c=1.5\text{mm}$

Si nota che lo scostamento percentuale tra il carico di frattura rilevato nei test e il carico teorico ottenuto dall'equazione (18), estesa al campo degli intagli blandi, sono in buon accordo sperimentale per quei campioni aventi caratteristiche geometriche dell'intaglio simili a quelle dei campioni scelti inizialmente come riferimento in termini di raggio di

raccordo (per 12 dei 18 dati , la deviazione è inferiore al 15%), mentre risulta molto elevato nel caso dei campioni con $p=1\text{mm}$ (deviazione maggiore del 20%). Questo deriva principalmente dall'adozione iniziale di avere scelto due sole geometrie per i campioni di riferimento, usati per la valutazione dei valori caratteristici del materiale a compressione.

In (Figura 3.26) si possono vedere le linee di contorno della densità di energia di deformazione nel volume di controllo (con raggio di controllo $R_c=1.5\text{mm}$) di alcuni campioni oggetto dello studio.



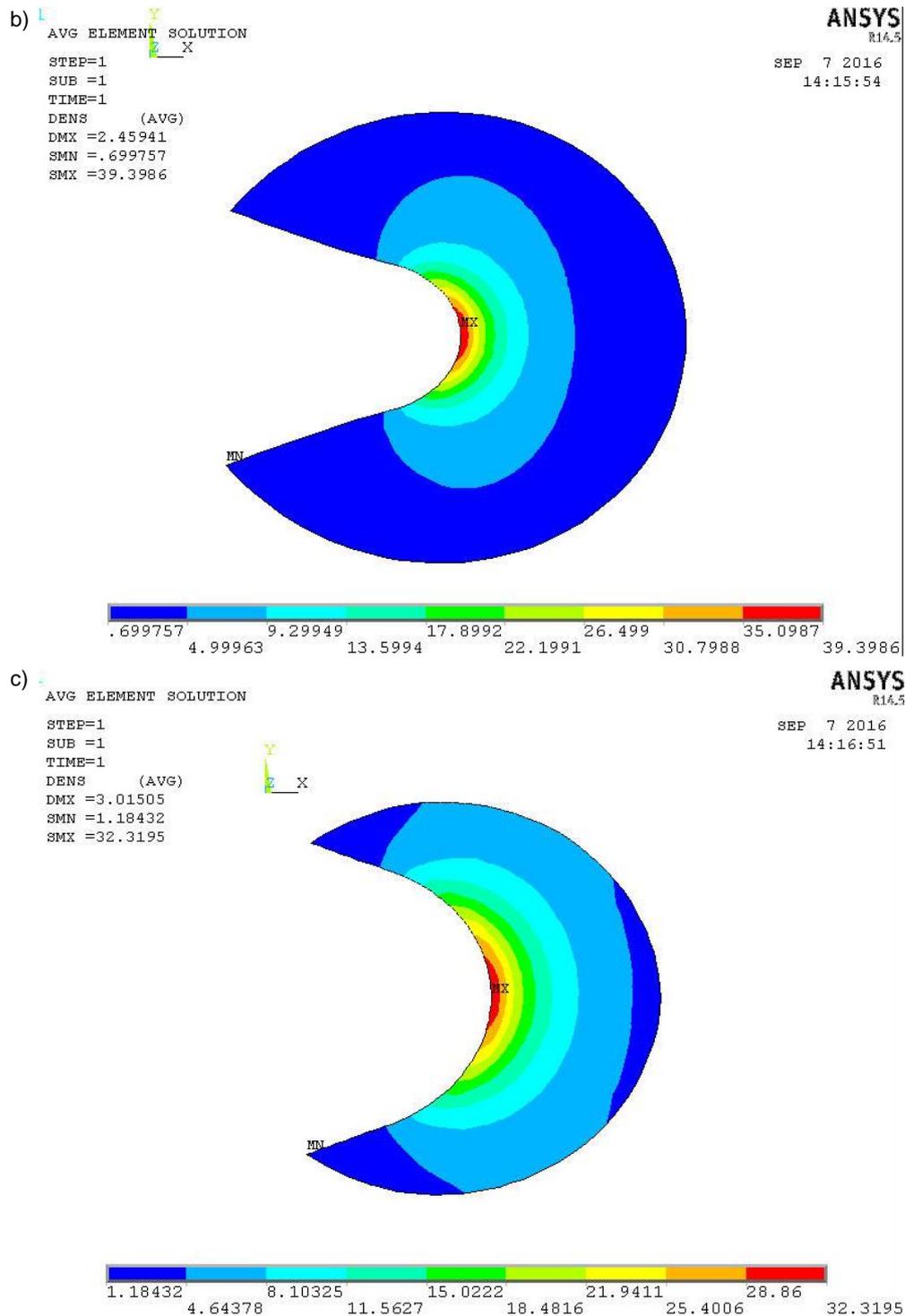


Fig. 3.26 – Densità di deformazione locale per diversi campioni FV-SD con $2\alpha=60^\circ$ e $a=10\text{mm}$, dimensione del raggio di controllo $R_c=1.5\text{mm}$, per diversi raggi di raccordo: a) $\rho=0.5\text{mm}$, b) $\rho=1\text{mm}$, e c) $\rho=2\text{mm}$

Dai risultati delle analisi si nota che il valore del SED in modo approssimato, è simmetrico rispetto la linea bisettrice dell'intaglio essendo la condizione di carico di

puro modo I, e questo vale per tutte le geometrie dei campioni oggetto dell'analisi di studio.

La (Tabella 3.11) riporta i carichi critici di frattura ottenuti nei test di frattura per i vari campioni testati in questa ricerca, e il rispettivo valore della densità di energia di deformazione locale calcolata con l'ausilio estensione dell'equazione (18).

2α [°]	a [mm]	ρ [mm]	P_1 [N]	P_2 [N]	P_3 [N]	\bar{W}_1 [MJ/m ³]	\bar{W}_2 [MJ/m ³]	\bar{W}_3 [MJ/m ³]
30	10	0,5	-8190	-9520	-9380	8,2	11,1	10,8
		1	-6610	-6370	-7650	5,4	5,0	7,3
		2	-8250	-7710	-9240	8,9	7,8	11,2
	25	0,5	-3870	-3240	-4570	9,1	6,4	12,6
		1	-3010	-2580	-3650	5,6	4,1	8,2
		2	-3670	-3850	-3120	8,7	9,6	6,3
60	10	0,5	-7980	-6900	-8230	8,5	6,4	9,1
		1	-6070	-5640	-7360	5,0	4,3	7,3
		2	-6950	-7300	-8910	6,8	7,5	11,1
	25	0,5	-3610	-3800	-4430	8,4	9,4	12,7
		1	-3190	-3290	-3560	6,6	7,1	8,3
		2	-3480	-3860	-2930	8,2	10,1	5,8
90	10	0,5	-7600	-8050	-7710	8,2	9,2	8,5
		1	-7370	-6940	-7550	7,7	6,8	8,1
		2	-6260	-6380	-7170	5,6	5,8	7,3
	25	0,5	-3950	-3690	-4250	10,3	8,9	11,9
		1	-2420	-2840	-2990	3,9	5,3	5,9
		2	-2710	-3190	-2980	4,8	6,7	5,8

Tab. 3.11 – Valori della densità di energia di deformazione elastica dei provini FV-SD per i diversi test di frattura

La (Tabella 3.12) riporta invece il valore della radice quadrata del rapporto tra la densità di energia di deformazione media nel volume di controllo per i vari campioni, e la densità di energia critica W_C del PMMA analizzato a compressione.

2α [°]	a [mm]	ρ [mm]	$\sqrt[2]{\frac{W_1}{W_c}}$	$\sqrt[2]{\frac{W_2}{W_c}}$	$\sqrt[2]{\frac{W_3}{W_c}}$
30	10	0,5	0,93	1,08	1,06
		1	0,75	0,73	0,87
		2	0,96	0,90	1,08
	25	0,5	0,97	0,81	1,15
		1	0,76	0,65	0,93
		2	0,95	1,00	0,81
60	10	0,5	0,94	0,82	0,97
		1	0,72	0,67	0,87
		2	0,84	0,88	1,08
	25	0,5	0,94	0,99	1,15
		1	0,83	0,86	0,93
		2	0,92	1,02	0,78
90	10	0,5	0,93	0,98	0,94
		1	0,90	0,84	0,92
		2	0,76	0,78	0,87
	25	0,5	1,03	0,97	1,11
		1	0,63	0,74	0,78
		2	0,71	0,83	0,78

Tab. 3.12 - Valori della radice quadrata della densità di energia di deformazione locale nel volume di controllo, normalizzata rispetto l'energia critica del materiale, per i diversi test di frattura eseguiti

I risultati più significativi si possono vedere nei grafici in (Figura 3.27-29) dove i valori sperimentali del carico critico di frattura (pallini vuoti) sono comparati con le predizioni teoriche basate sulla costanza del valore della densità di energia di deformazione nel volume di controllo (linea continua).

La (Figura 3.27-29) mostra il carico teorico di frattura nei provini in PMMA intagliati in termini di raggio di raccordo ρ , mantenendo costante il valore dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e il valore della profondità dell'intaglio a .

I grafici nel seguito riportati sono stati ottenuti per provini FV-SD in PMMA con angolo di apertura intaglio $2\alpha=30^\circ, 60^\circ$ e 90° , due diverse profondità dell'intaglio $a=10\text{mm}$ e 25mm , e tre diversi raggi di raccordo $\rho=0.5\text{mm}$, 1mm , e 2mm , sotto condizioni di puro modo I negativo.

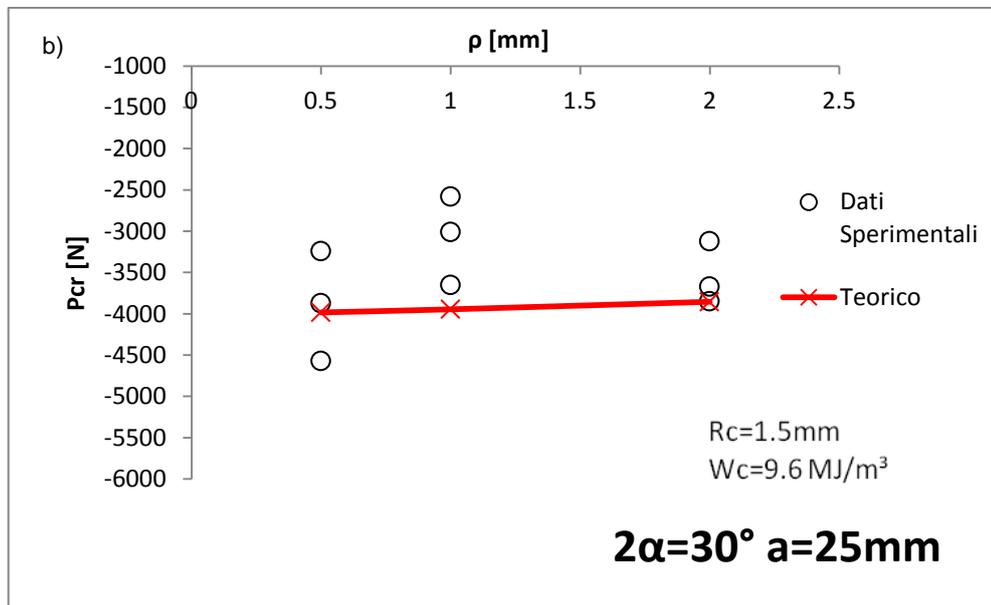
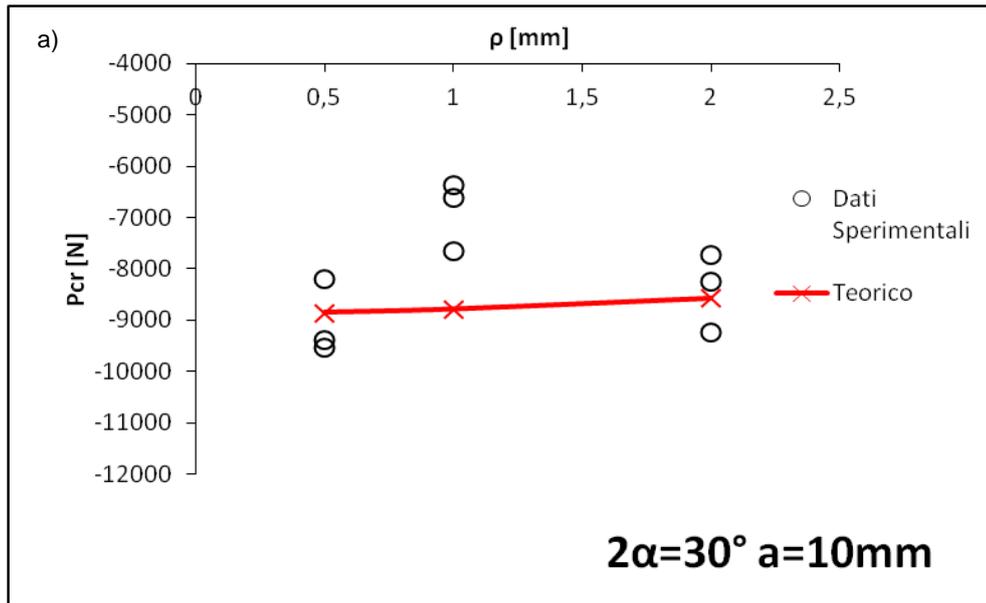


Fig. 3.27 – Andamento dei carichi di frattura teorici per i campioni FV-SD con $2\alpha=30^\circ$, per diversi raggi di raccordo ρ , e due profondità dell'intaglio: a) $a=10\text{mm}$ e b) $a=25\text{mm}$

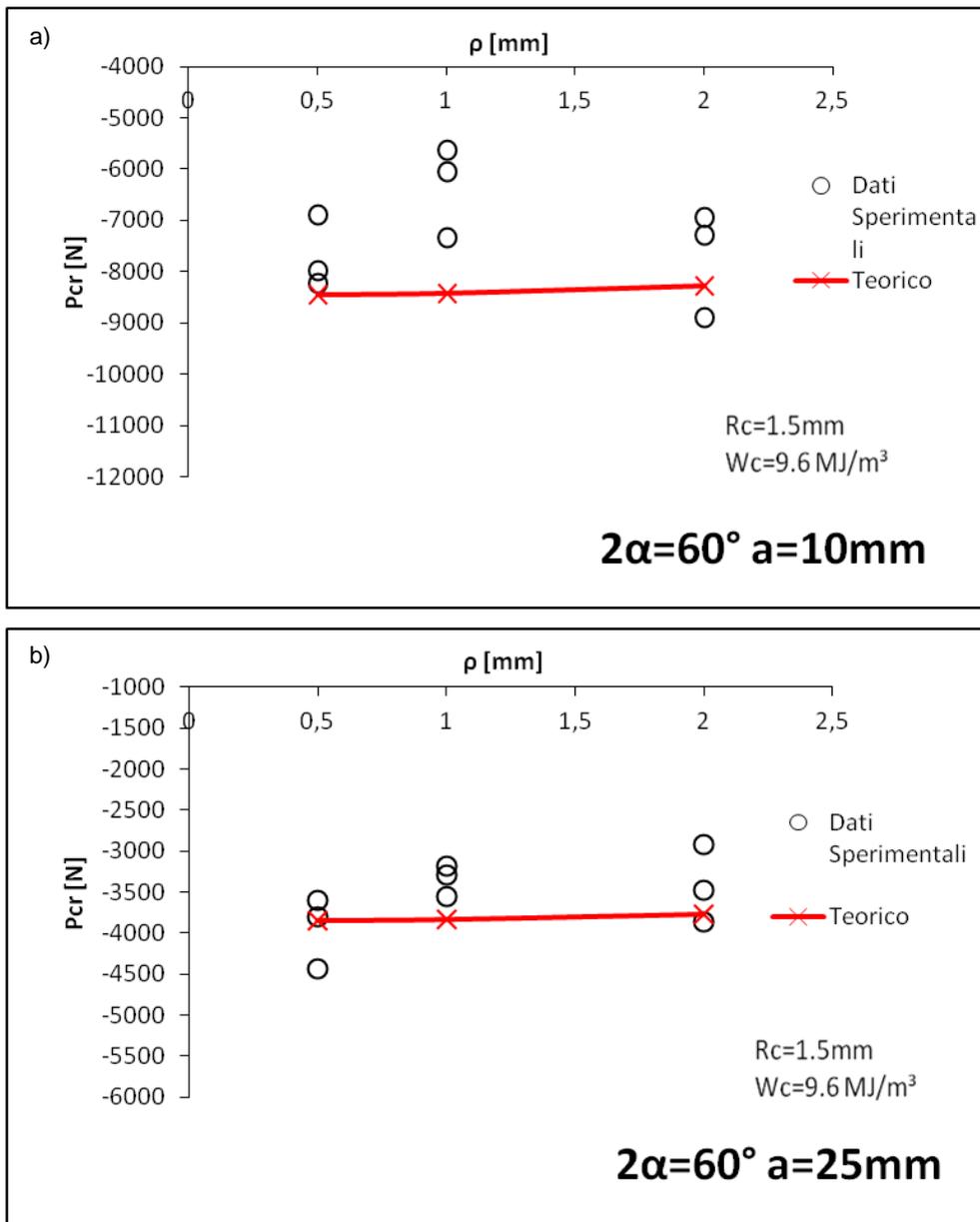


Fig. 3.28 – Andamento dei carichi di frattura teorici per i campioni FV-SD con $2\alpha=60^\circ$, per diversi raggi di raccordo ρ , e due profondità dell'intaglio: a) $a=10\text{mm}$ e b) $a=25\text{mm}$

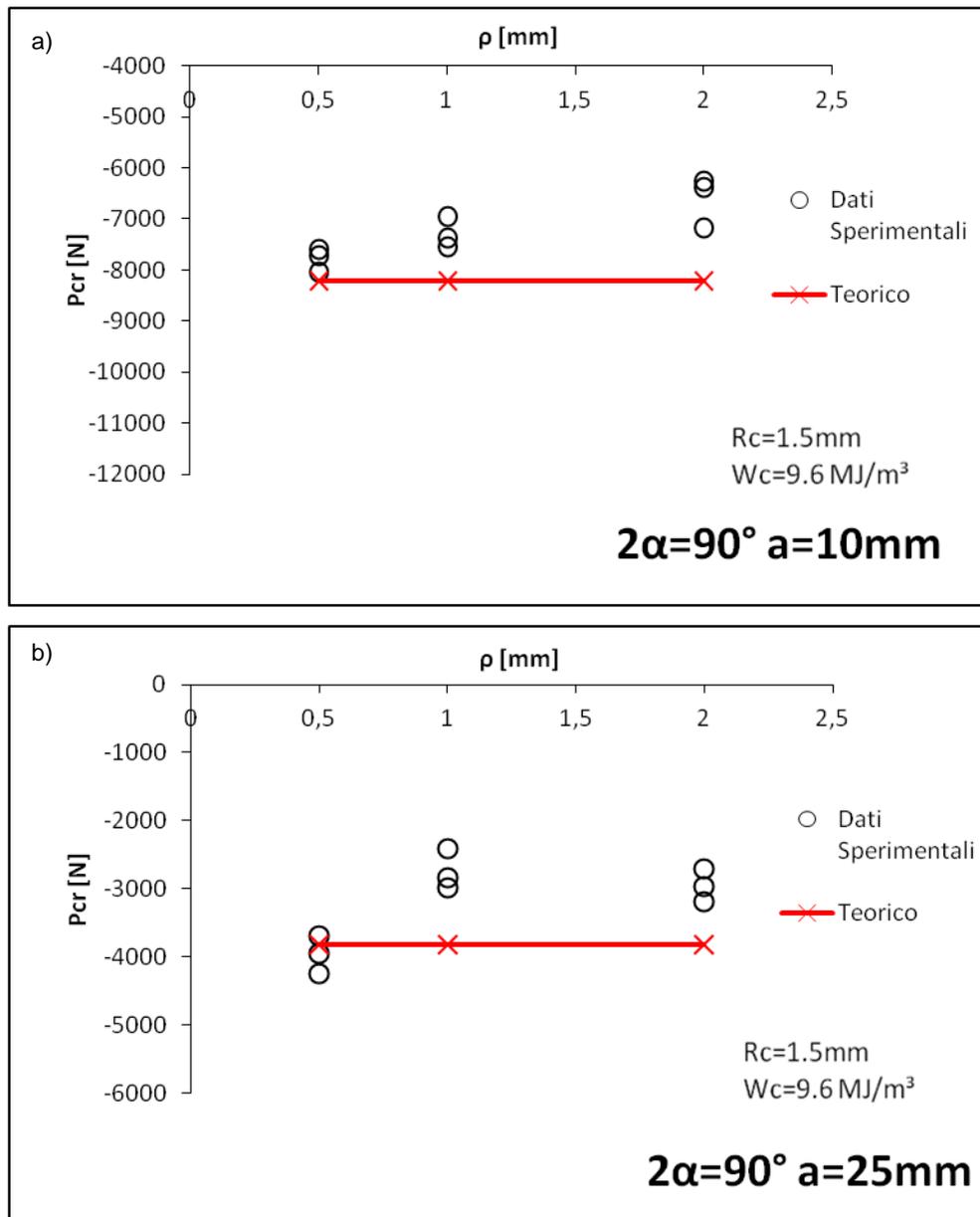


Fig. 3.29 – Andamento dei carichi di frattura teorici per i campioni FV-SD con $2\alpha=90^\circ$, per diversi raggi di raccordo ρ , e due profondità dell'intaglio: a) $a=10\text{mm}$ e b) $a=25\text{mm}$

L'andamento della distribuzione dei carichi stimati teoricamente risulta in generale essere in buon accordo con quello sperimentale, salvo presentare una maggiore dispersione dei valori nel caso dei campioni con $\rho=1\text{mm}$.

In (Figura 3.30) si evidenzia l'andamento del carico di frattura teorico per i diversi campioni in funzione dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e del raggio di raccordo ρ , a parità di profondità dell'intaglio a .

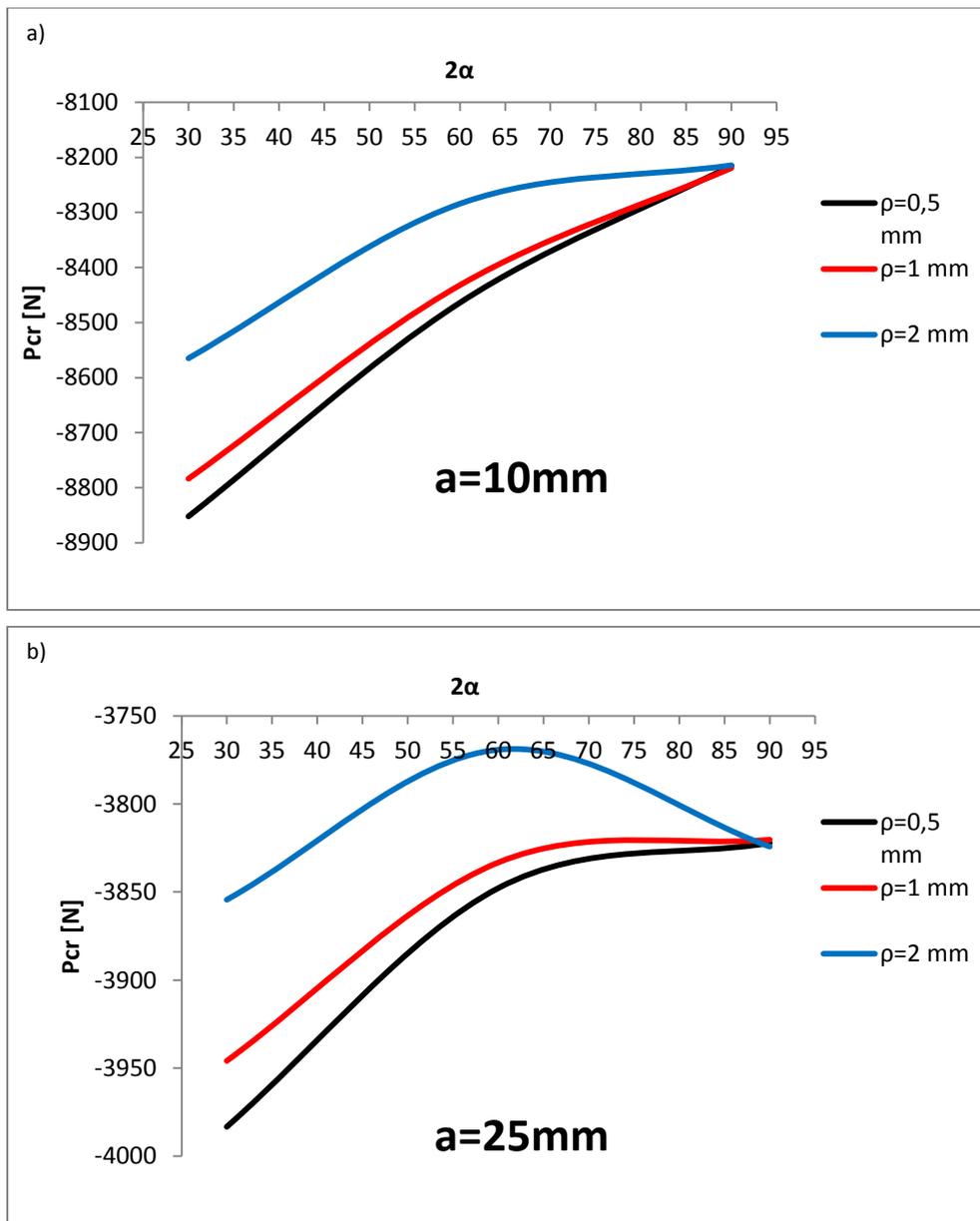


Fig.3.30- Andamento dei carichi di frattura teorici per diversi valori dell'angolo di apertura intaglio 2α , diversi valori del raggio di raccordo ρ , e profondità dell'intaglio: a)a=10mm, e b)a=25mm

Si evidenzia dalla (Figura 3.29,30) che sono necessari carichi di frattura inferiori all'aumentare dell'angolo di apertura dell'intaglio 2α e del raggio di raccordo ρ . Si osserva inoltre che i campioni con $2\alpha=90^\circ$ presentano tutti circa lo stesso carico di frattura indipendentemente dalla dimensione del raggio di raccordo ρ .

La (Figura 3.31) mostra una sintesi in termini dei valori della radice quadrata della densità di energia di deformazione locale (calcolata nel volume di controllo di raggio $R_C=1.5\text{mm}$), normalizzata rispetto l'energia critica del materiale a compressione, in funzione del raggio di raccordo ρ dell'intaglio. Il rapporto sull'asse verticale risulta

proporzionale al carico di frattura. Anche in questo caso, il proposito è quello di investigare l'intervallo di precisione dei valori della densità di energia di deformazione locale a carichi di compressione.

Dalla (Figura 3.31) è chiaro che la distribuzione dei dati è molto limitata e quasi indipendente dall'angolo di apertura dell'intaglio, ma sembra essere influenzata dalla geometria dell'intaglio in termini di raggio di raccordo ρ . Da notare che oltre 40 su 54 valori cadono nell'intervallo di distribuzione da 0.8 a 1.20, e la maggiore dispersione dei dati si ottiene per i provini con raggio di raccordo pari a $\rho=1\text{mm}$.

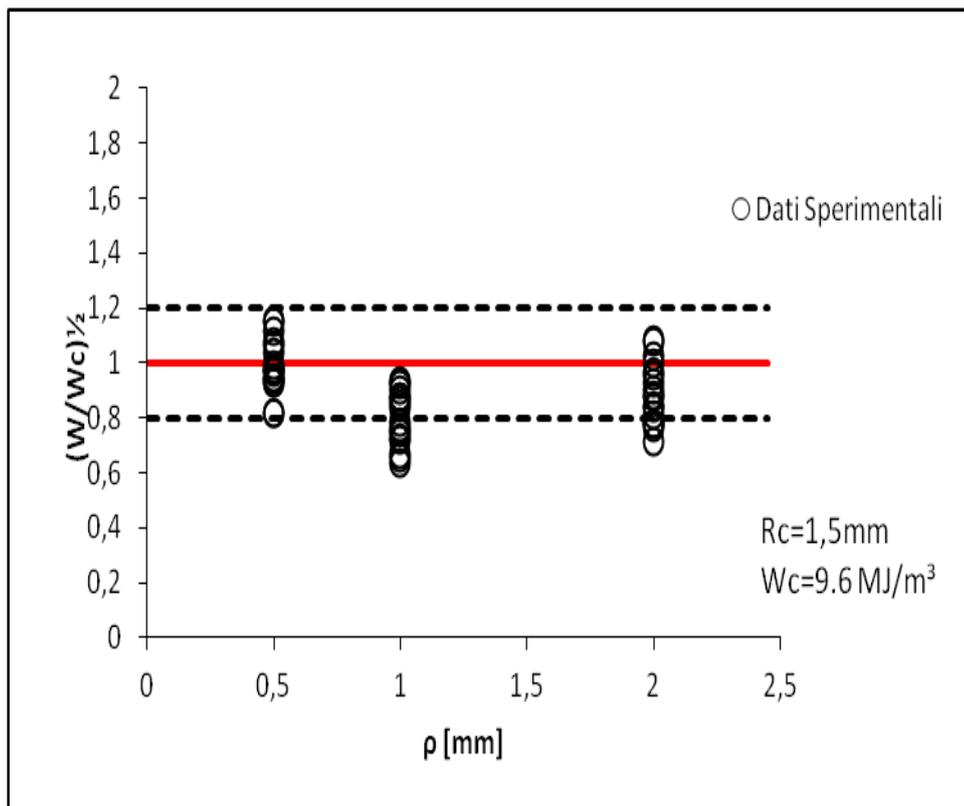


Fig.3.31 - Banda di dispersione dei valori della densità di energia di deformazione a per i provini FV-SD in PMMA testati a compressione

Infine è possibile calcolare per il PMMA testato a compressione, il valore del raggio di controllo e del valore della densità di energia critica nel caso di carichi di trazione. Per il PMMA testato le cui caratteristiche sono descritte nel (Paragrafo 2.2.1), il valore del raggio di controllo e del valore della densità di energia critica nel caso di carichi di trazione risultano: $R_{Ct}=0.166\text{ mm}$ e $W_{Ct}=0.84\text{MJ/m}^3$.

Possiamo allora valutare i seguenti rapporti:

$$\frac{R_{Cc}}{R_{Ct}} = \frac{1.5}{0.166} = 9.04 ; \frac{W_{Cc}}{W_{Ct}} = \frac{9.6}{0.84} = 11.43 ; \sqrt{\frac{W_{Cc}}{W_{Ct}}} = 3.38$$

E' possibile osservare che il raggio di controllo a compressione è circa 9 volte rispetto quello a trazione, mentre il valore critico dell'energia di deformazione a compressione è circa 11.4 volte più grande di quello in trazione. Dalla radice quadrata di questo valore, si ottiene che il rapporto tra la tensione critica di compressione e quella di trazione vale circa 3,4; ne deriva che la tensione critica in compressione è circa 3.4 volte la tensione critica del materiale in trazione.

Per completezza di trattazione infine, viene eseguita un'analisi di tipo parametrico per la valutazione della densità di energia di deformazione locale, in tutti i campioni oggetto dell'analisi di studio, al variare della dimensione del raggio di controllo R_C (supposto variabile da 0.5mm a 2 mm). Le operazioni per la creazione delle diverse simulazioni FEM sono le stesse che sono state descritte in precedenza.

In (Appendice A2.1) vengono riportati i rispettivi valori della pressione critica media P_{ex} usata nelle analisi FEM per i diversi campioni, il valore del raggio di controllo R_C impostato nell'analisi, i corrispettivi valori della sommatoria delle energie di deformazione nei volumi di controllo (SENE), la dimensione dei volumi di controllo (VOLUME), e il valore delle densità di energia di deformazione locale \bar{W} corrispondente.

Risulta possibile allora, rappresentare l'andamento della densità di energia di deformazione dei vari modelli dei provini FV-SD, al variare della dimensione del raggio di controllo R_C (Figura 3.32).

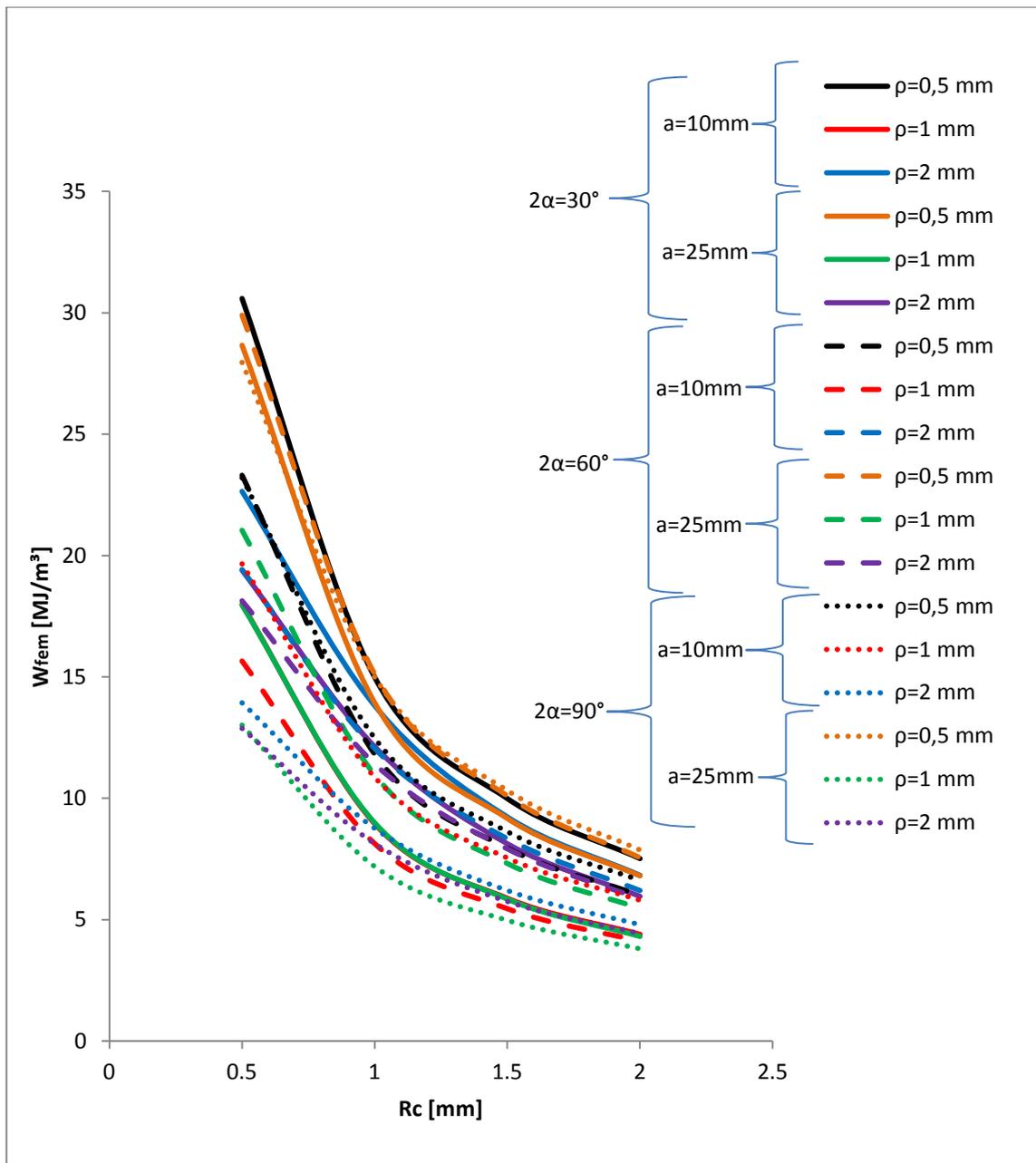


Figura 3.32 – Andamento della densità di energia di deformazione per i provini FV-SD, in funzione della dimensione del raggio di controllo R_c

Risulta possibile dal grafico riportato in (Figura 3.32) affermare che, per il PMMA testato a compressione, l'assunzione di un raggio di controllo $R_c \geq 1.5 \text{ mm}$, risulta essere una buona scelta iniziale per la valutazione del valore critico dell'energia di deformazione W_c . Per tale valore del raggio di controllo R_c , è possibile osservare che gli andamenti delle curve delle densità di energia dei vari campioni studiati, cominciano ad assumere un andamento molto simile, e ad essere caratterizzate da una dispersione contenuta del valore dell'energia di deformazione. Inoltre per tale valore del raggio di controllo la dimensione della zona di deformazione plastica nell'intorno

dell'apice dell'intaglio può essere trascurata nell'analisi, ed è quindi permesso utilizzare un criterio di rottura basato sulla meccanica della frattura lineare elastica.

4 CONCLUSIONI

-Campione RV-BD soggetto a modo misto I+II: è stata studiata la frattura fragile in componenti in PMMA con intagli a V, sia per via sperimentale sia teorica, con modo di carico misto I+II. I test di frattura sono stati fatti su provini "Round V-Brazilian disk" contenenti intagli a V con differenti raggi d'intaglio e angoli d'apertura, soggetti a differenti gradi di modo misto, sempre sotto l'azione di modo I negativo, per ottenere il carico di frattura nei casi menzionati.

Il criterio SED è stato esteso ai domini con intagli a V con punta raccordata per stimare il carico di frattura nei componenti in materiale fragile intagliati. Si è dimostrato che il metodo proposto è adatto al PMMA in condizioni di tensione con modi di carico misto, essendo i risultati sperimentali in buon accordo con i risultati ottenuti con l'approccio SED. Da tale accordo, si può affermare che, per il PMMA, l'energia critica e il raggio del volume di controllo sono entrambi proprietà costanti del materiale che non dipendono dal modo di carico e possono essere facilmente stimati utilizzando un carico di modo I puro. Per il PMMA testato a modo misto, la definizione del raggio di controllo R_C (16) e del valore dell'energia critica W_C (15) in funzione delle proprietà del materiale, risulta essere una buona scelta ingegneristica.

E' stato verificato inoltre l'indipendenza del modello basato sulla densità di energia di deformazione locale dalla qualità della mesh nel volume di controllo utilizzata nell'analisi numerica.

-Campione FV-SD soggetto a pura compressione: è stata studiata la frattura fragile in componenti in PMMA con intagli a V raccordati, sia per via sperimentale sia teorica, con modo di carico di puro modo I negativo, cioè di compressione. I test di frattura sono stati fatti su provini "Flattened V notched-Semi disk" con differenti profondità d'intaglio, raggi d'intaglio e angoli d'apertura.

Il criterio SED è stato applicato per stimare il carico di frattura nei componenti in PMMA e quindi dei materiali fragili, sottoposti a carico di puro modo I negativo. L'adozione di un metodo empirico, risulta essere una buona scelta ingegneristica per la valutazione in compressione del raggio di controllo R_C e del valore critico dell'energia di deformazione W_C , caratteristici del materiale. Per il PMMA testato a pura compressione, dalle analisi effettuate si è trovato un raggio di controllo $R_C=1.5\text{mm}$ a cui corrisponde un valore dell'energia critica $W_C=9.6\text{MJ/m}^3$.

Si è dimostrato che il metodo proposto è adatto al PMMA, essendo i risultati sperimentali in buon accordo con i risultati ottenuti con l'approccio SED.

Da tale accordo, si può dedurre che per il PMMA l'energia critica di deformazione a compressione e il raggio del volume di controllo, sono entrambi proprietà del materiale non influenzate da parametri geometrici, e l'assunzione di trascurare la zona di deformazione plastica nell'intorno dell'intaglio risulta consentita se rapportata alle dimensioni del campione e del raggio di controllo $R_C=1.5\text{mm}$ trovato. Inoltre effettuando uno studio completo sui diversi campioni, sull'andamento delle densità di energia di deformazione in funzione dei diversi valori del raggio di controllo R_C , è stata dimostrata la possibilità di poter assumere il valore dell'energia critica W_C costante per valori di $R_C \geq 1.5\text{mm}$. Tale risultato, si pone come base per ricerche future nelle quali investigare la riduzione dell'intervallo di dispersione del valore della densità di energia di deformazione locale a compressione, nel caso di valori del raggio di controllo $R_C > 1.5\text{mm}$.

BIBLIOGRAFIA

- [1] – A.A. Griffith, “The phenomena of rupture and flows in solids”, Philosophical Transactions of the Royal Society A221, 163-198, London (1921). (Questo articolo è stato ripubblicato con commenti aggiuntivi su ASTM Special Technical Publication 871, 61 (1968)).
- [2] – L. Vergani, “Meccanica dei materiali”, McGraw-Hill, Milano, 2006.
- [3] – E. Orowan, “Discussions in symposium on internal stresses in metals alloys”, Institute of metals, London, 451-453 (1948).
- [4] – G.R. Irwin, “Analysis of stress and strain near the end of a crack traversing a plate”, Journal of applied mechanics 24, 361-364 (1957).
- [5] – J.R. Rice, “A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks”, Journal of applied mechanics 35, 379-386 (1968).
- [6] – P.C. Paris, G.C. Sih, “Stress analysis of crack”, ASTM Special Technical Publication 381, 30-83 (1965).
- [7] – S. Filippi, P. Lazzarin, R. Tovo; “Developments of some explicit formulas useful to describe elastic stress fields ahead of notches in plates”, International Journal of Solids Struct. 39 (2002).
- [8] – G.C. Sih; “Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems”, International Journal of Fracture 10, 305-321 (1974).
- [9] – P. Lazzarin, R. Zambardi; “A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behaviour of components with sharp V-shaped notches”, International Journal of Fracture, 112, 275–98 (2001).

[10] – Z. Yosibash, Ar. Bussiba, I. Gilad, “Failure criteria for brittle elastic materials”, International Journal of Fracture 125, 307-333 (2004).

[11] – P. Lazzarin, F. Berto, “From neuber’s elementary volume to kitagawa and Aztori’s diagrams: an interpretation based on local energy”, International Journal of Fracture 135,L33-L38 (2005b).

[12] – P. Lazzarin, F. Berto; “Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches”, International Journal of Fracture, 135, 161–85 (2005a).

[13] – F.J. Gomez, M. Elices, F. Berto, P. Lazzarin, “Local strain Energy to assess the static failure of U-notches in plates under mixed mode loading”, International Journal of Fracture, 145, 29-45 (2007).

[14] – P. Lazzarin, F. Berto, M. Zappalorto, “Rapid calculations of notch stress intensity factors based on averaged strain energy density from coarse meshes: Theoretical bases and applications”, International Journal of Fatigue, 32, 1559-1567 (2010).

[15] – R. Gross, A. Mendelson, “Plane elastostatic analysis of V-notched plates”, (1972).

[16] – A. Seweryn, “Brittle fracture criterion for structures with sharp notches”, (1994).

[17] – F. Berto, P. Lazzarin, “Review of the volume based strain Energy density approach applied to V-notches and welded structure”, (2009).

[18] – D. Radajand, M. Vormwald, “Advanced methods of fatigue assessment”, (2013).

[19] – F.J. Gomez, M. Elices, A. Valiente, “Cracking in PMMA containing U-shaped notches”, (2000).

- [20] – P. Lazzarin, S. Filippini, *International Journal of Solids Struct.* 43, 2461-2478 (2006).
- [21] – J.F. Bell, *Encyclopedia of Physics*, Vol. Via/1, Sect. 3.3, Springer Verlag, 1973.
- [22] – E.Z. Lajtai, *International Journal of Fracture* 10, 525-536 (1974) .
- [23] – E.Z Wang, N.G. Shrive, *Eng. Fract. Mech.* 52, 1107-1126 (1995).
- [24] – F. Berto, P. Lazzarin, “Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches”, *Material Science and Engineering R* 75, 36-38 (2014).
- [25] – F. Erdogan, C.G. Sih, “On the crack esxtension in plates under plane loading and transverse shear”, *J Basic Eng* 519-525, (1963).
- [26] – A.R. Torabi, M. Taherkhani, “ Extensive data of notch shape factors for V-notched Brazilian disc specimen under mixed mode loading”, *Mater Sci Eng A* 528,8599– 609 (2011).
- [27] – A.R. Torabi, B. Bahrami, M.R. Ayatollahi, “Mixed mode I/II brittle fracture in V-notched Brazilian disk specimens under negative mode I conditions”, *Eng. Fract. Mech.* D-15- 00402 (2015).
- [28] – A.R. Torabi, M. Firoozabadi, M.R. Ayatollahi, “ Brittle fracture analysis of blunt V-notches under compression”, *International Journal of Solids Struct.* 67-68, 219-230 (2015).
- [29] – A. F. Liu, “Mechanics and mechanisms of fracture – An introduction, ASM International, 2005.
- [30] – P. Lazzarin, “Fondamenti di costruzione di macchine”, *Libreria Internazionale Cortina Padova*, 2006.

APPENDICE

A1 Key Point utilizzati per i campioni RV-BD

Vengono nel seguito riportati i valori dei Key Point utilizzati per creare le geometrie dei diversi modelli dei campioni RV-BD, utilizzati nelle analisi numeriche svolte in questa ricerca.

- **CAMPIONE RV-BD CON $2\alpha=30^\circ$**

RV-BD $2\alpha=30^\circ$	
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$
K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,0,-.5	K,2,0,-1
K,3,0,-20	K,3,0,-20
K,4,0,-39.5	K,4,0,-39
K,5,0,-40	K,5,0,-40
K,6,-.483,-.371	K,6,-.966,-.7412
K,7,.483,-.371	K,7,.966,-.7412
K,8,-.483,-39.629	K,8,-.966,-39.2588
K,9,.483,-39.629	K,9,.966,-39.2588
K,10,-5.743,-20	K,10,-6.126,-20
K,11,5.743,-20	K,11,6.126,-20
K,12,0,5	K,12,0,5
K,13,0,-45	K,13,0,-45
K,14,-5.3126,0.9235	K,14,-5.7956,0.5529
K,15,5.3126,0.9235	K,15,5.7956,0.5529
K,16,-5.3126,-40.9235	K,16,-5.7956,-40.5529
K,17,5.3126,-40.9235	K,17,5.7956,-40.5529
K,18,-10.7425,-20	K,18,-11.126,-20
K,19,10.7425,-20	K,19,11.126,-20
K,20,0,10	K,20,0,10
K,21,-30,-20	K,21,-30,-20
K,22,0,-50	K,22,0,-50

K,23,30,-20	K,23,30,-20
K,24,0,20	K,24,0,20
K,25,-40,-20	K,25,-40,-20
K,26,0,-60	K,26,0,-60
K,27,40,-20	K,27,40,-20
K,28,20,14.64	K,28,20,14.64
K,29,-20,-54.64	K,29,-20,-54.64
K,30,25.712,10.6418	K,30,25.712,10.6418
K,31,-25.712,-50.6418	K,31,-25.712,-50.6418
K,32,30.6418,5.712	K,32,30.6418,5.712
K,33,-30.6418,-45.712	K,33,-30.6418,-45.712
$\rho=2\text{mm}$	$\rho=4\text{mm}$
K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,0,-2	K,2,0,-4
K,3,0,-20	K,3,0,-20
K,4,0,-38	K,4,0,-36
K,5,0,-40	K,5,0,-40
K,6,-1.932,-1.482	K,6,-3.864,-2.965
K,7,1.932,-1.482	K,7,3.864,-2.965
K,8,-1.932,-38.518	K,8,-3.864,-37.035
K,9,1.932,-38.518	K,9,3.864,-37.035
K,10,-6.894,-20	K,10,-8.429,-20
K,11,6.894,-20	K,11,8.429,-20
K,12,0,5	K,12,0,5
K,13,0,-45	K,13,0,-45
K,14,-6.7615,-0.1883	K,14,-8.693,-1.671
K,15,6.7615,-0.1883	K,15,8.693,-1.671
K,16,-6.7615,-39.8117	K,16,-8.693,-38.329
K,17,6.7615,-39.8117	K,17,8.693,-38.329
K,18,-11.894,-20	K,18,-13.428,-20
K,19,11.894,-20	K,19,13.428,-20
K,20,0,10	K,20,0,10
K,21,-30,-20	K,21,-30,-20
K,22,0,-50	K,22,0,-50
K,23,30,-20	K,23,30,-20
K,24,0,20	K,24,0,20

K,25,-40,-20	K,25,-40,-20
K,26,0,-60	K,26,0,-60
K,27,40,-20	K,27,40,-20
K,28,20,14.64	K,28,20,14.64
K,29,-20,-54.64	K,29,-20,-54.64
K,30,25.712,10.6418	K,30,25.712,10.6418
K,31,-25.712,-50.6418	K,31,-25.712,-50.6418
K,32,30.6418,5.712	K,32,30.6418,5.712
K,33,-30.6418,-45.712	K,33,-30.6418,-45.712

- **CAMPIONE RV-BD CON $2\alpha=60^\circ$**

RV-BD $2\alpha=60^\circ$	
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$
K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,0,-.5	K,2,0,-1
K,3,0,-20	K,3,0,-20
K,4,0,-39.5	K,4,0,-39
K,5,0,-40	K,5,0,-40
K,6,-.433,-.25	K,6,-.866,-.5
K,7,.433,-.25	K,7,.866,-.5
K,8,-.433,-39.75	K,8,-.866,-39.5
K,9,.433,-39.75	K,9,.866,-39.5
K,10,-11.836,-20	K,10,-12.124,-20
K,11,11.836,-20	K,11,12.124,-20
K,12,0,5	K,12,0,5
K,13,0,-45	K,13,0,-45
K,14,-4.763,2.25	K,14,-5.196,2
K,15,4.763,2.25	K,15,5.196,2
K,16,-4.763,-42.25	K,16,-5.196,-42
K,17,4.763,-42.25	K,17,5.196,-42
K,18,-16.836,-20	K,18,-17.124,-20
K,19,16.836,-20	K,19,17.124,-20
K,20,0,10	K,20,0,10
K,21,-30,-20	K,21,-30,-20

K,22,0,-50	K,22,0,-50
K,23,30,-20	K,23,30,-20
K,24,0,20	K,24,0,20
K,25,-40,-20	K,25,-40,-20
K,26,0,-60	K,26,0,-60
K,27,40,-20	K,27,40,-20
K,28,20,14.64	K,28,20,14.64
K,29,-20,-54.64	K,29,-20,-54.64
K,30,25.712,10.6418	K,30,25.712,10.6418
K,31,-25.712,-50.6418	K,31,-25.712,-50.6418
K,32,28.284,8.284	K,32,28.284,8.284
K,33,-28.284,-48.284	K,33,-28.284,-48.284
$\rho=2\text{mm}$	$\rho=4\text{mm}$
K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,0,-2	K,2,0,-4
K,3,0,-20	K,3,0,-20
K,4,0,-38	K,4,0,-36
K,5,0,-40	K,5,0,-40
K,6,-1.732,-1	K,6,-3.464,-2
K,7,1.732,-1	K,7,3.464,-2
K,8,-1.732,-39	K,8,-3.464,-38
K,9,1.732,-39	K,9,3.464,-38
K,10,-12.702,-20	K,10,-13.856,-20
K,11,12.702,-20	K,11,13.856,-20
K,12,0,5	K,12,0,5
K,13,0,-45	K,13,0,-45
K,14,-6.062,1.5	K,14,-7.794,0.5
K,15,6.062,1.5	K,15,7.794,0.5
K,16,-6.062,-41.5	K,16,-7.794,-40.5
K,17,6.062,-41.5	K,17,7.794,-40.5
K,18,-17.702,-20	K,18,-18.856,-20
K,19,17.702,-20	K,19,18.856,-20
K,20,0,10	K,20,0,10
K,21,-30,-20	K,21,-30,-20
K,22,0,-50	K,22,0,-50
K,23,30,-20	K,23,30,-20

K,24,0,20	K,24,0,20
K,25,-40,-20	K,25,-40,-20
K,26,0,-60	K,26,0,-60
K,27,40,-20	K,27,40,-20
K,28,20,14.64	K,28,20,14.64
K,29,-20,-54.64	K,29,-20,-54.64
K,30,25.712,10.6418	K,30,25.712,10.6418
K,31,-25.712,-50.6418	K,31,-25.712,-50.6418
K,32,28.284,8.284	K,32,28.284,8.284
K,33,-28.284,-48.284	K,33,-28.284,-48.284

A1.1 Key Point per l'applicazione del metodo SED ai campioni RV-BD

Vengono nel seguito riportati i Key Point per la definizione del volume di controllo a modo misto, per i vari campioni RV-BD sotto la rispettiva condizione di carico, che sono stati utilizzati nelle diverse analisi numeriche.

- **CAMPIONE RV-BD CON $2\alpha=30^\circ$**

RV-BD $2\alpha=30^\circ$		
$\rho=0.5\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=0.5\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=0.5\text{mm } \beta=50^\circ$
K,40,0.4271,-0.2363	K,40,0.4485,-0.2792	K,40,0.468,-0.3243
K,41,0.2321,-0.3568	K,41,0.2447,-0.3795	K,41,0.2553,-0.4041
K,42,0.5361,-0.1690	K,42,0.5652,-0.2218	K,42,0.5898,-0.2785
K,47,0.126078,-0.01556	K,47, 0.17067,- 0.030058	K,47, 0.21574, -0.048993
K,48,0.53147,-0.55189	K,48, 0.539376, -0.58138	K,48, 0.54712, -0.610274
$\rho=1\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=1\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=1\text{mm } \beta=50^\circ$
K,40,0.8315,-0.4444	K,40,0.8969,-0.5577	K,40,0.936,-0.6478
K,41,0.4536,-0.6969	K,41,0.4892,-0.7587	K,41,0.5106,-0.8079
K,42,0.9396,-0.3722	K,42,1.0135,-0.5002	K,42,1.0576,-0.6020
K,47, 0.460774, -0.112456	K,47, 0.572556, -0.180112	K,47, 0.650487, -0.240418
K,48, 1.005608, -0.889029	K,48, 1.03009, -0.980402	K,48, 1.04642, -1.041354
$\rho=2\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=2\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=2\text{mm } \beta=50^\circ$
K,40,1.663,-0.8886	K,40,1.7938,-1.1151	K,40,1.8479,-1.2343
K,41,0.9064,-1.3928	K,41,0.9784,-1.5173	K,41,1.0079,-1.5823

K,42,1.7696,-0.8145	K,42,1.9102,-1.0576	K,42,1.9677,-1.1845
K,47, 1.19190, -0.393783	K,47, 1.392808, -0.564493	K,47, 1.483902, -0.658784
K,48, 1.938994, -1.508102	K,48, 1.99674, -1.723603	K,48, 2.020823, -1.813486
$\rho=4\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=4\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=4\text{mm } \beta=50^\circ$
K,40,3.0923,-1.4625	K,40,3.528,-2.1146	K,40,3.6958,-2.4695
K,41,1.6868,-2.6159	K,41,1.9244,-2.9716	K,41,2.0159,-3.165
K,42,3.1928,-1.3802	K,42,3.6425,-2.0534	K,42,3.8156,-2.4195
K,47, 2.409059, -0.806665	K,47, 2.985984, -1.338199	K,47, 3.232369, -1.643523
K,48, 3.602183, -2.26051	K,48, 3.872312, -2.996019	K,48, 3.958041, -3.315928

- CAMPIONE RV-BD CON $2\alpha=60^\circ$**

RV-BD $2\alpha=60^\circ$		
$\rho=0.5\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=0.5\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=0.5\text{mm } \beta=45^\circ$
K,40,0.371561,-0.165437	K,40,0.412051,-0.216798	K,40,0.426308,-0.238751
K,41,0.22294,-0.299257	K,41,0.247235,-0.330074	K,41,0.255789,-0.343246
K,42,0.468174,-0.07844	K,42,0.519193,-0.143155	K,42,0.537158,-0.170817
K,47, 0.072891, -0.534359	K,47, 0.136831, -0.019091	K,47, 0.16181, -0.0269105
K,48, 0.530499, -0.418869	K,48, 0.552128, -0.456329	K,48, 0.560285, -0.470457
$\rho=1\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=1\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=1\text{mm } \beta=45^\circ$
K,40,0.743123,-0.330873	K,40,0.808993,-0.412217	K,40,0.838646,-0.455362
K,41,0.44588,-0.598514	K,41,0.485404,-0.64732	K,41,0.503197,-0.673208
K,42,0.83974,-0.243868	K,42,0.914178,-0.335787	K,42,0.947687,-0.384541
K,47, 0.375538, -0.073203	K,47, 0.470350, -0.117534	K,47, 0.515889, -0.143360
K,48, 0.969650, -0.679533	K,48, 1.006598, -0.743531	K,48, 1.023691, -0.773137
$\rho=2\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=2\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=2\text{mm } \beta=45^\circ$
K,40,1.486246,-0.661746	K,40,1.617986,-0.824434	K,40,1.677292,-0.910724
K,41,0.89176,-1.197028	K,41,0.970808,-1.294641	K,41,1.00639,-1.346416
K,42,1.582874,-0.574724	K,42,1.723184,-0.747987	K,42,1.786348,-0.839888
K,47, 1.011717, -0.274796	K,47, 1.186496, -0.389998	K,47, 1.269123, -0.454297
K,48, 1.820751, -1.153717	K,48, 1.900805, -1.29237	K,48, 1.936362, -1.353955
$\rho=4\text{mm } \beta=30^\circ$	$\rho=4\text{mm } \beta=40^\circ$	$\rho=4\text{mm } \beta=45^\circ$
K,40,2.90141,-1.246598	K,40,3.23597,-1.64887	K,40,3.29641,-1.73438
K,41,1.74087,-2.347919	K,41,1.941616,-2.589282	K,41,1.977879,-2.640591
K,42,2.995747,-1.157043	K,42,3.341198,-1.572389	K,42,3.4036,-1.660683

K,47, 2.254439, -0.695905	K,47, 2.666385, -1.018419	K,47, 2.743531, -1.089244
K,48, 3.417507, -1.921551	K,48, 3.651193, -2.324237	K,48, 3.689794, -2.391098

A2 File APDL per le simulazioni dei campioni FV-SD

Vengono nel seguito riportati i file APDL utilizzati nelle analisi numeriche per creare le simulazioni dei diversi modelli dei campioni FV-SD studiati a compressione. Per brevità sono riportati solo i file APDL per le simulazioni numeriche dei vari campioni FV-SD, con la dimensione del raggio di controllo imposta pari a $R_c=1.5\text{mm}$.

- **CAMPIONE FV-SD CON $2\alpha=30^\circ$ e $a=10\text{mm}$**

FV-SD $2\alpha=30^\circ$ $a=10\text{mm}$		
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$	$\rho=2\text{mm}$
/PREP7	/PREP7	/PREP7
ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2
MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018
MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38
K,1,0,0	K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,10,0	K,2,10,0	K,2,10,0
K,3,40,0	K,3,40,0	K,3,40,0
K,4,10,45.825757	K,4,10,45.825757	K,4,10,45.825757
K,5,-10,45.825757	K,5,-10,45.825757	K,5,-10,45.825757
K,6,-10,3.063156	K,6,-10,3.446819	K,6,-10,4.214166
K,7,-0.37059,0.482963	K,7,-0.741181,0.965926	K,7,-1.482962,1.931852
K,8,-0.37059,-0.482963	K,8,-0.741181,-0.965926	K,8,-1.482962,-1.931852
K,9,-10,-3.063156	K,9,-10,-3.446819	K,9,-10,-4.214166
K,10,-10,13.063156	K,10,-10,13.446819	K,10,-10,14.214166
K,11,2.21759997,10.14888	K,11,1.84701,10.625184	K,11,1.10583,11.59111
K,12,2.21759997,-10.14888	K,12,1.84701,-10.625184	K,12,1.10583,-11.59111
K,13,-10,-13.063156	K,13,-10,-13.446819	K,13,-10,-14.214166
K,14,-10,-45.825757	K,14,-10,-45.825757	K,14,-10,-45.825757
K,15,10,-45.825757	K,15,10,-45.825757	K,15,10,-45.825757

K,16,-0.5,0	K,16,-1,0	K,16,-2,0
K,17,-10,0	K,17,-10,0	K,17,-10,0
K,18,-0.22725,0	K,18,-0.4545,0	K,18,-0.909,0
K,19,1.5,0	K,19,1.5,0	K,19,1.5,0
L,1,19	L,1,19	L,1,19
L,19,2	L,19,2	L,19,2
L,2,3	L,2,3	L,2,3
L,5,4	L,5,4	L,5,4
L,14,15	L,14,15	L,14,15
L,6,10	L,6,10	L,6,10
L,10,5	L,10,5	L,10,5
L,9,13	L,9,13	L,9,13
L,13,14	L,13,14	L,13,14
L,6,7	L,6,7	L,6,7
L,9,8	L,9,8	L,9,8
L,10,11	L,10,11	L,10,11
L,13,12	L,13,12	L,13,12
LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50
LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50
LARC,2,11,16,10.5	LARC,2,11,16,11	LARC,2,11,16,12
LARC,2,12,16,10.5	LARC,2,12,16,11	LARC,2,12,16,12
LARC,1,7,16,0.5	LARC,1,7,16,1	LARC,1,7,16,2
LARC,1,8,16,0.5	LARC,1,8,16,1	LARC,1,8,16,2
AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16
AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17
CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4
BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1
LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,
LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,
LDELE,20	LDELE,20	LDELE,20
LDELE,21	LDELE,21	LDELE,21
LDELE,22	LDELE,22	LDELE,22
LDELE,23	LDELE,23	LDELE,23
LDELE,10	LDELE,10	LDELE,10
LDELE,11	LDELE,11	LDELE,11
KDELE,22	KDELE,22	KDELE,22

KDELE,20	KDELE,20	KDELE,20
LARC,19,21,18,1.72725	LARC,19,21,18,1.9545	LARC,19,21,18,2.409
LARC,21,24,18,1.72725	LARC,21,24,18,1.9545	LARC,21,24,18,2.409
LARC,19,23,18,1.72725	LARC,19,23,18,1.9545	LARC,19,23,18,2.409
LARC,23,25,18,1.72725	LARC,23,25,18,1.9545	LARC,23,25,18,2.409
AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25
AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26
AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11
AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21
LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1
LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1
LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1
LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1
LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1
LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1
LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1
LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1
LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1
LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5
LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5
LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5
LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5
LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5
LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5
LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5
LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1
LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1
LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20
LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20
LESIZE,9,,,10,20	LESIZE,9,,,10,20	LESIZE,9,,,10,20
LESIZE,4,,,5,1	LESIZE,4,,,5,1	LESIZE,4,,,5,1
LESIZE,5,,,5,1	LESIZE,5,,,5,1	LESIZE,5,,,5,1
LESIZE,14,,,15,1	LESIZE,14,,,15,1	LESIZE,14,,,15,1
LESIZE,15,,,15,1	LESIZE,15,,,15,1	LESIZE,15,,,15,1
LCCAT,18,25	LCCAT,18,25	LCCAT,18,25
LCCAT,19,26	LCCAT,19,26	LCCAT,19,26

LCCAT,10,11	LCCAT,10,11	LCCAT,10,11
LCCAT,20,21	LCCAT,20,21	LCCAT,20,21
MSHKEY,0	MSHKEY,0	MSHKEY,0
MSHAPE,0	MSHAPE,0	MSHAPE,0
AMESH,ALL	AMESH,ALL	AMESH,ALL
DL,4,,UX	DL,4,,UX	DL,4,,UX
DL,5,,ALL	DL,5,,ALL	DL,5,,ALL
SFL,4,PRES,75.25	SFL,4,PRES,57.31	SFL,4,PRES,70
/SOL	/SOL	/SOL
SOLVE	SOLVE	SOLVE
FINISH	FINISH	FINISH

- **CAMPIONE FV-SD CON $2\alpha=30^\circ$ e $a=25\text{mm}$**

FV-SD $2\alpha=30^\circ$ $a=25\text{mm}$		
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$	$\rho=2\text{mm}$
/PREP7	/PREP7	/PREP7
ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2
MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018
MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38
K,1,0,0	K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,10,0	K,2,10,0	K,2,10,0
K,3,25,0	K,3,25,0	K,3,25,0
K,4,-5,45.825757	K,4,-5,45.825757	K,4,-5,45.825757
K,5,-25,45.825757	K,5,-25,45.825757	K,5,-25,45.825757
K,6,-25,7.082394	K,6,-25,7.466057	K,6,-25,8.233384
K,7,-0.37059,0.482963	K,7,-0.741181,0.965926	K,7,-1.482962,1.931852
K,8,-0.37059,-0.482963	K,8,-0.741181,-0.965926	K,8,-1.482962,-1.931852
K,9,-25,-7.082394	K,9,-25,-7.466057	K,9,-25,-8.233384
K,10,-25,17.082394	K,10,-25,17.466057	K,10,-25,18.233384
K,11,2.21759997,10.14888	K,11,1.84701,10.625184	K,11,1.10583,11.59111
K,12,2.21759997,-10.14888	K,12,1.84701,-10.625184	K,12,1.10583,-11.59111
K,13,-25,-17.082394	K,13,-25,-17.466057	K,13,-25,-18.233384

K,14,-25,-45.825757	K,14,-25,-45.825757	K,14,-25,-45.825757
K,15,-5,-45.825757	K,15,-5,-45.825757	K,15,-5,-45.825757
K,16,-0.5,0	K,16,-1,0	K,16,-2,0
K,17,-25,0	K,17,-25,0	K,17,-25,0
K,18,-0.22725,0	K,18,-0.4545,0	K,18,-0.909,0
K,19,1.5,0	K,19,1.5,0	K,19,1.5,0
L,1,19	L,1,19	L,1,19
L,19,2	L,19,2	L,19,2
L,2,3	L,2,3	L,2,3
L,5,4	L,5,4	L,5,4
L,14,15	L,14,15	L,14,15
L,6,10	L,6,10	L,6,10
L,10,5	L,10,5	L,10,5
L,9,13	L,9,13	L,9,13
L,13,14	L,13,14	L,13,14
L,6,7	L,6,7	L,6,7
L,9,8	L,9,8	L,9,8
L,10,11	L,10,11	L,10,11
L,13,12	L,13,12	L,13,12
LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50
LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50
LARC,2,11,16,10.5	LARC,2,11,16,11	LARC,2,11,16,12
LARC,2,12,16,10.5	LARC,2,12,16,11	LARC,2,12,16,12
LARC,1,7,16,0.5	LARC,1,7,16,1	LARC,1,7,16,2
LARC,1,8,16,0.5	LARC,1,8,16,1	LARC,1,8,16,2
AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16
AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17
CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4
BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1
LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,
LSBL,11,22,,, !	LSBL,11,22,,, !	LSBL,11,22,,,
LDELE,20	LDELE,20	LDELE,20
LDELE,21	LDELE,21	LDELE,21
LDELE,22	LDELE,22	LDELE,22
LDELE,23	LDELE,23	LDELE,23
LDELE,10	LDELE,10	LDELE,10

LDELE,11	LDELE,11	LDELE,11
KDELE,22	KDELE,22	KDELE,22
KDELE,20	KDELE,20	KDELE,20
LARC,19,21,18,1.72725	LARC,19,21,18,1.9545	LARC,19,21,18,2.409
LARC,21,24,18,1.72725	LARC,21,24,18,1.9545	LARC,21,24,18,2.409
LARC,19,23,18,1.72725	LARC,19,23,18,1.9545	LARC,19,23,18,2.409
LARC,23,25,18,1.72725	LARC,23,25,18,1.9545	LARC,23,25,18,2.409
AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25
AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26
AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11
AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21
LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1
LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1
LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1
LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1
LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1
LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1
LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1
LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1
LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1
LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5
LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5
LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5
LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5
LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5
LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5
LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5
LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1
LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1
LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20
LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20
LESIZE,9,,,10,20	LESIZE,9,,,10,20	LESIZE,9,,,10,20
LESIZE,4,,,5,1	LESIZE,4,,,5,1	LESIZE,4,,,5,1
LESIZE,5,,,5,1	LESIZE,5,,,5,1	LESIZE,5,,,5,1
LESIZE,14,,,15,1	LESIZE,14,,,15,1	LESIZE,14,,,15,1
LESIZE,15,,,15,1	LESIZE,15,,,15,1	LESIZE,15,,,15,1

LCCAT,18,25	LCCAT,18,25	LCCAT,18,25
LCCAT,19,26	LCCAT,19,26	LCCAT,19,26
LCCAT,10,11	LCCAT,10,11	LCCAT,10,11
LCCAT,20,21	LCCAT,20,21	LCCAT,20,21
MSHKEY,0	MSHKEY,0	MSHKEY,0
MSHAPE,0	MSHAPE,0	MSHAPE,0
AMESH,ALL	AMESH,ALL	AMESH,ALL
DL,4,,UX	DL,4,,UX	DL,4,,UX
DL,5,,ALL	DL,5,,ALL	DL,5,,ALL
SFL,4,PRES,32.44	SFL,4,PRES,25.67	SFL,4,PRES,29.56
/SOL	/SOL	/SOL
SOLVE	SOLVE	SOLVE
FINISH	FINISH	FINISH

- **CAMPIONE FV-SD CON $2\alpha=60^\circ$ e $a=10\text{mm}$**

FV-SD $2\alpha=60^\circ$ $a=10\text{mm}$		
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$	$\rho=2\text{mm}$
/PREP7	/PREP7	/PREP7
ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2
MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018
MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38
K,1,0,0	K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,10,0	K,2,10,0	K,2,10,0
K,3,40,0	K,3,40,0	K,3,40,0
K,4,10,45.825757	K,4,10,45.825757	K,4,10,45.825757
K,5,-10,45.825757	K,5,-10,45.825757	K,5,-10,45.825757
K,6,-10,6.062178	K,6,-10,6.350853	K,6,-10,6.928203
K,7,-0.249924,0.432969	K,7,-0.4998489,0.865938	K,7,-0.9996977,1.731876
K,8,-0.249924,-0.432969	K,8,-0.4998489,-0.865938	K,8,-0.9996977,-1.731876
K,9,-10,-6.062178	K,9,-10,-6.350853	K,9,-10,-6.928203
K,10,-10,16.062178	K,10,-10,16.350853	K,10,-10,16.928203

K,11,4.75,9.093267	K,11,4.5,9.52628	K,11,4,10.3923
K,12,4.75,-9.093267	K,12,4.5,-9.52628	K,12,4,-10.3923
K,13,-10,-16.062178	K,13,-10,-16.350853	K,13,-10,-16.928203
K,14,-10,-45.825757	K,14,-10,-45.825757	K,14,-10,-45.825757
K,15,10,-45.825757	K,15,10,-45.825757	K,15,10,-45.825757
K,16,-0.5,0	K,16,-1,0	K,16,-2,0
K,17,-10,0	K,17,-10,0	K,17,-10,0
K,18,-0.2,0	K,18,-0.4,0	K,18,-0.8,0
K,19,1.5,0	K,19,1.5,0	K,19,1.5,0
L,1,19	L,1,19	L,1,19
L,19,2	L,19,2	L,19,2
L,2,3	L,2,3	L,2,3
L,5,4	L,5,4	L,5,4
L,14,15	L,14,15	L,14,15
L,6,10	L,6,10	L,6,10
L,10,5	L,10,5	L,10,5
L,9,13	L,9,13	L,9,13
L,13,14	L,13,14	L,13,14
L,6,7	L,6,7	L,6,7
L,9,8	L,9,8	L,9,8
L,10,11	L,10,11	L,10,11
L,13,12	L,13,12	L,13,12
LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50
LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50
LARC,2,11,16,10.5	LARC,2,11,16,11	LARC,2,11,16,12
LARC,2,12,16,10.5	LARC,2,12,16,11	LARC,2,12,16,12
LARC,1,7,16,0.5	LARC,1,7,16,1	LARC,1,7,16,2
LARC,1,8,16,0.5	LARC,1,8,16,1	LARC,1,8,16,2
AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16
AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17
CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4
BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1
LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,
LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,
LDELE,20	LDELE,20	LDELE,20
LDELE,21	LDELE,21	LDELE,21

LDELE,22	LDELE,22	LDELE,22
LDELE,23	LDELE,23	LDELE,23
LDELE,10	LDELE,10	LDELE,10
LDELE,11	LDELE,11	LDELE,11
KDELE,22	KDELE,22	KDELE,22
KDELE,20	KDELE,20	KDELE,20
LARC,19,21,18,1.7	LARC,19,21,18,1.9	LARC,19,21,18,2.4
LARC,21,24,18,1.7	LARC,21,24,18,1.9	LARC,21,24,18,2.4
LARC,19,23,18,1.7	LARC,19,23,18,1.9	LARC,19,23,18,2.4
LARC,23,25,18,1.7	LARC,23,25,18,1.9	LARC,23,25,18,2.4
AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25
AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26
AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11
AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21
LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1
LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1
LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1
LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1
LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1
LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1
LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1
LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1
LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1
LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5
LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5
LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5
LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5
LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5
LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5
LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5
LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1
LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1
LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20
LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20
LESIZE,9,,,10,20	LESIZE,9,,,10,20	LESIZE,9,,,10,20
LESIZE,4,,,5,1	LESIZE,4,,,5,1	LESIZE,4,,,5,1

LESIZE,5,,,5,1	LESIZE,5,,,5,1	LESIZE,5,,,5,1
LESIZE,14,,,15,1	LESIZE,14,,,15,1	LESIZE,14,,,15,1
LESIZE,15,,,15,1	LESIZE,15,,,15,1	LESIZE,15,,,15,1
LCCAT,18,25	LCCAT,18,25	LCCAT,18,25
LCCAT,19,26	LCCAT,19,26	LCCAT,19,26
LCCAT,10,11	LCCAT,10,11	LCCAT,10,11
LCCAT,20,21	LCCAT,20,21	LCCAT,20,21
MSHKEY,0	MSHKEY,0	MSHKEY,0
MSHAPE,0	MSHAPE,0	MSHAPE,0
AMESH,ALL	AMESH,ALL	AMESH,ALL
DL,4,,UX	DL,4,,UX	DL,4,,UX
DL,5,,ALL	DL,5,,ALL	DL,5,,ALL
SFL,4,PRES,64.19	SFL,4,PRES,52.97	SFL,4,PRES,64.33
/SOL	/SOL	/SOL
SOLVE	SOLVE	SOLVE
FINISH	FINISH	FINISH

- **CAMPIONE FV-SD CON $2\alpha=60^\circ$ e $a=25\text{mm}$**

FV-SD $2\alpha=60^\circ$ $a=25\text{mm}$		
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$	$\rho=2\text{mm}$
/PREP7	/PREP7	/PREP7
ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2
MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018
MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38
K,1,0,0	K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,10,0	K,2,10,0	K,2,10,0
K,3,25,0	K,3,25,0	K,3,25,0
K,4,-5,45.825757	K,4,-5,45.825757	K,4,-5,45.825757
K,5,-25,45.825757	K,5,-25,45.825757	K,5,-25,45.825757
K,6,-25,14.722432	K,6,-25,15.0111068	K,6,-25,15.5884567
K,7,-0.249924,0.432969	K,7,-0.4998489,0.865938	K,7,-0.9996977,1.731876
K,8,-0.249924,-0.432969	K,8,-0.4998489,-0.865938	K,8,-0.9996977,-1.731876

K,9,-25,-14.722432	K,9,-25,-15.0111068	K,9,-25,-15.5884567
K,10,-25,24.722432	K,10,-25,25.0111068	K,10,-25,25.5884567
K,11,4.75,9.093267	K,11,4.5,9.52628	K,11,4,10.3923
K,12,4.75,-9.093267	K,12,4.5,-9.52628	K,12,4,-10.3923
K,13,-25,-24.722432	K,13,-25,-25.0111068	K,13,-25,-25.5884567
K,14,-25,-45.825757	K,14,-25,-45.825757	K,14,-25,-45.825757
K,15,-5,-45.825757	K,15,-5,-45.825757	K,15,-5,-45.825757
K,16,-0.5,0	K,16,-1,0	K,16,-2,0
K,17,-25,0	K,17,-25,0	K,17,-25,0
K,18,-0.2,0	K,18,-0.4,0	K,18,-0.8,0
K,19,1.5,0	K,19,1.5,0	K,19,1.5,0
L,1,19	L,1,19	L,1,19
L,19,2	L,19,2	L,19,2
L,2,3	L,2,3	L,2,3
L,5,4	L,5,4	L,5,4
L,14,15	L,14,15	L,14,15
L,6,10	L,6,10	L,6,10
L,10,5	L,10,5	L,10,5
L,9,13	L,9,13	L,9,13
L,13,14	L,13,14	L,13,14
L,6,7	L,6,7	L,6,7
L,9,8	L,9,8	L,9,8
L,10,11	L,10,11	L,10,11
L,13,12	L,13,12	L,13,12
LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50
LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50
LARC,2,11,16,10.5	LARC,2,11,16,11	LARC,2,11,16,12
LARC,2,12,16,10.5	LARC,2,12,16,11	LARC,2,12,16,12
LARC,1,7,16,0.5	LARC,1,7,16,1	LARC,1,7,16,2
LARC,1,8,16,0.5	LARC,1,8,16,1	LARC,1,8,16,2
AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16
AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17
CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4
BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1
LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,
LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,

LDELE,20	LDELE,20	LDELE,20
LDELE,21	LDELE,21	LDELE,21
LDELE,22	LDELE,22	LDELE,22
LDELE,23	LDELE,23	LDELE,23
LDELE,10	LDELE,10	LDELE,10
LDELE,11	LDELE,11	LDELE,11
KDELE,22	KDELE,22	KDELE,22
KDELE,20	KDELE,20	KDELE,20
LARC,19,21,18,1.7	LARC,19,21,18,1.9	LARC,19,21,18,2.4
LARC,21,24,18,1.7	LARC,21,24,18,1.9	LARC,21,24,18,2.4
LARC,19,23,18,1.7	LARC,19,23,18,1.9	LARC,19,23,18,2.4
LARC,23,25,18,1.7	LARC,23,25,18,1.9	LARC,23,25,18,2.4
AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25
AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26
AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11
AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21
LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1
LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1
LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1
LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1
LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1
LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1
LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1
LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1
LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1
LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5
LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5
LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5
LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5
LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5
LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5
LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5
LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1
LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1
LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20	LESIZE,7,,,10,20
LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20	LESIZE,3,,,10,20

LESIZE,9,,10,20	LESIZE,9,,10,20	LESIZE,9,,10,20
LESIZE,4,,5,1	LESIZE,4,,5,1	LESIZE,4,,5,1
LESIZE,5,,5,1	LESIZE,5,,5,1	LESIZE,5,,5,1
LESIZE,14,,15,1	LESIZE,14,,15,1	LESIZE,14,,15,1
LESIZE,15,,15,1	LESIZE,15,,15,1	LESIZE,15,,15,1
LCCAT,18,25	LCCAT,18,25	LCCAT,18,25
LCCAT,19,26	LCCAT,19,26	LCCAT,19,26
LCCAT,10,11	LCCAT,10,11	LCCAT,10,11
LCCAT,20,21	LCCAT,20,21	LCCAT,20,21
MSHKEY,0	MSHKEY,0	MSHKEY,0
MSHAPE,0	MSHAPE,0	MSHAPE,0
AMESH,ALL	AMESH,ALL	AMESH,ALL
DL,4,,UX	DL,4,,UX	DL,4,,UX
DL,5,,ALL	DL,5,,ALL	DL,5,,ALL
SFL,4,PRES,32.89	SFL,4,PRES,27.89	SFL,4,PRES,28.53
/SOL	/SOL	/SOL
SOLVE	SOLVE	SOLVE
FINISH	FINISH	FINISH

- **CAMPIONE FV-SD CON $2\alpha=90^\circ$ e $a=10\text{mm}$**

FV-SD $2\alpha=90^\circ$ $a=10\text{mm}$		
$\rho=0.5\text{mm}$	$\rho=1\text{mm}$	$\rho=2\text{mm}$
/PREP7	/PREP7	/PREP7
ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2
MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018
MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38
K,1,0,0	K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,10,0	K,2,10,0	K,2,10,0
K,3,40,0	K,3,40,0	K,3,40,0
K,4,10,45.825757	K,4,10,45.825757	K,4,10,45.825757
K,5,-10,45.825757	K,5,-10,45.825757	K,5,-10,45.825757
K,6,-10,10.2071064	K,6,-10,10.4142138	K,6,-10,10.8284272

K,7,-0.1464466,0.353553	K,7,-0.292893,0.7071068	K,7,-0.5857864,1.4142136
K,8,-0.1464466,-0.353553	K,8,-0.292893,-0.7071068	K,8,-0.5857864,-1.4142136
K,9,-10,-10.2071064	K,9,-10,-10.4142138	K,9,-10,-10.8284272
K,10,-10,24.3492	K,10,-10,24.55635	K,10,-10,24.97056
K,11,6.924621,7.424621	K,11,6.7781746,7.7781746	K,11,6.4852814,8.4852814
K,12,6.924621,-7.424621	K,12,6.7781746,-7.778174	K,12,6.4852814,-8.4852814
K,13,-10,-24.3492	K,13,-10,-24.55635	K,13,-10,-24.97056
K,14,-10,-45.825757	K,14,-10,-45.825757	K,14,-10,-45.825757
K,15,10,-45.825757	K,15,10,-45.825757	K,15,10,-45.825757
K,16,-0.5,0	K,16,-1,0	K,16,-2,0
K,17,-10,0	K,17,-10,0	K,17,-10,0
K,18,-0.1667,0	K,18,-0.3333,0	K,18,-0.6667,0
K,19,1.5,0	K,19,1.5,0	K,19,1.5,0
L,1,19	L,1,19	L,1,19
L,19,2	L,19,2	L,19,2
L,2,3	L,2,3	L,2,3
L,5,4	L,5,4	L,5,4
L,14,15	L,14,15	L,14,15
L,6,10	L,6,10	L,6,10
L,10,5	L,10,5	L,10,5
L,9,13	L,9,13	L,9,13
L,13,14	L,13,14	L,13,14
L,6,7	L,6,7	L,6,7
L,9,8	L,9,8	L,9,8
L,10,11	L,10,11	L,10,11
L,13,12	L,13,12	L,13,12
LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50
LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50
LARC,2,11,16,10.5	LARC,2,11,16,11	LARC,2,11,16,12
LARC,2,12,16,10.5	LARC,2,12,16,11	LARC,2,12,16,12
LARC,1,7,16,0.5	LARC,1,7,16,1	LARC,1,7,16,2
LARC,1,8,16,0.5	LARC,1,8,16,1	LARC,1,8,16,2
AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16
AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17
CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4
BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1

LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,
LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,
LDELE,20	LDELE,20	LDELE,20
LDELE,21	LDELE,21	LDELE,21
LDELE,22	LDELE,22	LDELE,22
LDELE,23	LDELE,23	LDELE,23
LDELE,10	LDELE,10	LDELE,10
LDELE,11	LDELE,11	LDELE,11
KDELE,22	KDELE,22	KDELE,22
KDELE,20	KDELE,20	KDELE,20
LARC,19,21,18,1.6667	LARC,19,21,18,1.8333	LARC,19,21,18,2.1667
LARC,21,24,18,1.6667	LARC,21,24,18,1.8333	LARC,21,24,18,2.1667
LARC,19,23,18,1.6667	LARC,19,23,18,1.8333	LARC,19,23,18,2.1667
LARC,23,25,18,1.6667	LARC,23,25,18,1.8333	LARC,23,25,18,2.1667
AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25
AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26
AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11
AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21
LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1
LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1
LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1
LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1
LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1
LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1
LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1
LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1
LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1
LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5
LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5
LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5
LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5
LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5
LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5
LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5
LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1	LESIZE,16,,,15,1
LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1	LESIZE,17,,,15,1

LESIZE,7,,10,20	LESIZE,7,,10,20	LESIZE,7,,10,20
LESIZE,3,,10,20	LESIZE,3,,10,20	LESIZE,3,,10,20
LESIZE,9,,10,20	LESIZE,9,,10,20	LESIZE,9,,10,20
LESIZE,4,,5,1	LESIZE,4,,5,1	LESIZE,4,,5,1
LESIZE,5,,5,1	LESIZE,5,,5,1	LESIZE,5,,5,1
LESIZE,14,,15,1	LESIZE,14,,15,1	LESIZE,14,,15,1
LESIZE,15,,15,1	LESIZE,15,,15,1	LESIZE,15,,15,1
LCCAT,18,25	LCCAT,18,25	LCCAT,18,25
LCCAT,19,26	LCCAT,19,26	LCCAT,19,26
LCCAT,10,11	LCCAT,10,11	LCCAT,10,11
LCCAT,20,21	LCCAT,20,21	LCCAT,20,21
MSHKEY,0	MSHKEY,0	MSHKEY,0
MSHAPE,0	MSHAPE,0	MSHAPE,0
AMESH,ALL	AMESH,ALL	AMESH,ALL
DL,4,,UX	DL,4,,UX	DL,4,,UX
DL,5,,ALL	DL,5,,ALL	DL,5,,ALL
SFL,4,PRES,64.89	SFL,4,PRES,60.72	SFL,4,PRES,55.03
/SOL	/SOL	/SOL
SOLVE	SOLVE	SOLVE
FINISH	FINISH	FINISH

- **CAMPIONE FV-SD CON $2\alpha=30^\circ$ e $a=25\text{mm}$**

/PREP7	/PREP7	/PREP7
ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183	ET,1,PLANE183
KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2	KEYOPT,1,3,2
MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018	MP,EX,1,2018
MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38	MP,PRXY,1,0.38
K,1,0,0	K,1,0,0	K,1,0,0
K,2,10,0	K,2,10,0	K,2,10,0
K,3,25,0	K,3,25,0	K,3,25,0
K,4,-5,45.825757	K,4,-5,45.825757	K,4,-5,45.825757

K,5,-25,45.825757	K,5,-25,45.825757	K,5,-25,45.825757
K,6,-25,25.2071064	K,6,-25,25.4142138	K,6,-25,25.8284272
K,7,-0.1464466,0.353553	K,7,-0.292893,0.7071068	K,7,-0.5857864,1.4142136
K,8,-0.1464466,-0.353553	K,8,-0.292893,-0.7071068	K,8,-0.5857864,-1.414214
K,9,-25,-25.2071064	K,9,-25,-25.4142138	K,9,-25,-25.8284272
K,10,-25,39.3492	K,10,-25,39.55635	K,10,-25,39.97056
K,11,6.924621,7.424621	K,11,6.7781746,7.7781746	K,11,6.4852814,8.4852814
K,12,6.924621,-7.424621	K,12,6.7781746,-7.778174	K,12,6.4852814,-8.485281
K,13,-25,-39.3492	K,13,-25,-39.55635	K,13,-25,-39.97056
K,14,-25,-45.825757	K,14,-25,-45.825757	K,14,-25,-45.825757
K,15,-5,-45.825757	K,15,-5,-45.825757	K,15,-5,-45.825757
K,16,-0.5,0	K,16,-1,0	K,16,-2,0
K,17,-25,0	K,17,-25,0	K,17,-25,0
K,18,-0.1667,0	K,18,-0.3333,0	K,18,-0.6667,0
K,19,1.5,0	K,19,1.5,0	K,19,1.5,0
L,1,19	L,1,19	L,1,19
L,19,2	L,19,2	L,19,2
L,2,3	L,2,3	L,2,3
L,5,4	L,5,4	L,5,4
L,14,15	L,14,15	L,14,15
L,6,10	L,6,10	L,6,10
L,10,5	L,10,5	L,10,5
L,9,13	L,9,13	L,9,13
L,13,14	L,13,14	L,13,14
L,6,7	L,6,7	L,6,7
L,9,8	L,9,8	L,9,8
L,10,11	L,10,11	L,10,11
L,13,12	L,13,12	L,13,12
LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50	LARC,3,4,17,50
LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50	LARC,3,15,17,50
LARC,2,11,16,10.5	LARC,2,11,16,11	LARC,2,11,16,12
LARC,2,12,16,10.5	LARC,2,12,16,11	LARC,2,12,16,12
LARC,1,7,16,0.5	LARC,1,7,16,1	LARC,1,7,16,2
LARC,1,8,16,0.5	LARC,1,8,16,1	LARC,1,8,16,2
AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16	AL,3,14,4,7,12,16
AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17	AL,3,15,5,9,13,17

CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4	CIRCLE,18,,,19,360,4
BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1	BOPTN,KEEP,1
LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,	LSBL,10,21,,,
LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,	LSBL,11,22,,,
LDELE,20	LDELE,20	LDELE,20
LDELE,21	LDELE,21	LDELE,21
LDELE,22	LDELE,22	LDELE,22
LDELE,23	LDELE,23	LDELE,23
LDELE,10	LDELE,10	LDELE,10
LDELE,11	LDELE,11	LDELE,11
KDELE,22	KDELE,22	KDELE,22
KDELE,20	KDELE,20	KDELE,20
LARC,19,21,18,1.6667	LARC,19,21,18,1.8333	LARC,19,21,18,2.1667
LARC,21,24,18,1.6667	LARC,21,24,18,1.8333	LARC,21,24,18,2.1667
LARC,19,23,18,1.6667	LARC,19,23,18,1.8333	LARC,19,23,18,2.1667
LARC,23,25,18,1.6667	LARC,23,25,18,1.8333	LARC,23,25,18,2.1667
AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25	AL,1,10,18,11,25
AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26	AL,1,20,19,21,26
AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11	AL,24,6,10,2,16,12,11
AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21	AL,8,13,17,2,20,27,21
LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1	LESIZE,10,,,30,1
LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1	LESIZE,11,,,15,1
LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1	LESIZE,20,,,30,1
LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1	LESIZE,21,,,15,1
LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1	LESIZE,25,,,10,1
LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1	LESIZE,26,,,10,1
LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1	LESIZE,1,,,40,1
LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1	LESIZE,18,,,30,1
LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1	LESIZE,19,,,30,1
LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5	LESIZE,24,,,30,1/5
LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5	LESIZE,27,,,30,1/5
LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5	LESIZE,12,,,30,1/5
LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5	LESIZE,13,,,30,1/5
LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5	LESIZE,2,,,15,5
LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5	LESIZE,6,,,15,5
LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5	LESIZE,8,,,15,5

LESIZE,16,,15,1	LESIZE,16,,15,1	LESIZE,16,,15,1
LESIZE,17,,15,1	LESIZE,17,,15,1	LESIZE,17,,15,1
LESIZE,7,,10,20	LESIZE,7,,10,20	LESIZE,7,,10,20
LESIZE,3,,10,20	LESIZE,3,,10,20	LESIZE,3,,10,20
LESIZE,9,,10,20	LESIZE,9,,10,20	LESIZE,9,,10,20
LESIZE,4,,5,1	LESIZE,4,,5,1	LESIZE,4,,5,1
LESIZE,5,,5,1	LESIZE,5,,5,1	LESIZE,5,,5,1
LESIZE,14,,15,1	LESIZE,14,,15,1	LESIZE,14,,15,1
LESIZE,15,,15,1	LESIZE,15,,15,1	LESIZE,15,,15,1
LCCAT,18,25	LCCAT,18,25	LCCAT,18,25
LCCAT,19,26	LCCAT,19,26	LCCAT,19,26
LCCAT,10,11	LCCAT,10,11	LCCAT,10,11
LCCAT,20,21	LCCAT,20,21	LCCAT,20,21
MSHKEY,0	MSHKEY,0	MSHKEY,0
MSHAPE,0	MSHAPE,0	MSHAPE,0
AMESH,ALL	AMESH,ALL	AMESH,ALL
DL,4,,UX	DL,4,,UX	DL,4,,UX
DL,5,,ALL	DL,5,,ALL	DL,5,,ALL
SFL,4,PRES,33.028	SFL,4,PRES,22.917 !	SFL,4,PRES,24.667 !
/SOL	/SOL	/SOL
SOLVE	SOLVE	SOLVE
FINISH	FINISH	FINISH

A2.1 SED locale dei campioni FV-SD in funzione di R_C variabile

La seguente tabella riporta i valori delle densità di energia di deformazione ottenute per i campioni FV-SD studiati in questa ricerca, in funzione della dimensione del raggio di controllo R_C supposta variabile nell'intervallo da 0.5mm a 2mm. La tabella riporta i valori della pressione critica impostata nell'analisi per i diversi campioni FV-SD, il valore del raggio di controllo R_C ipotizzato per l'analisi, i rispettivi valori della sommatoria delle energie nei volumi di controllo (SENE), la dimensione dei volumi di controllo (VOLU), e il corrispondente valore dell'energia di deformazione locale \bar{W} risultante.

2α [°]	a [mm]	ρ [mm]	P_{ex} [MPa]	R_c [mm]	SENE [N mm]	VOLU [mm ³]	W̄ [MJ/m ³]
30	10	1	-55,08	0,5	16,4826	0,916337	17,99
				1	30,6123	3,418450	8,96
				1,5	43,6972	7,425740	5,88
				2	56,7014	12,891700	4,40
	25	0,5	-32,25	0,5	24,4954	0,854613	28,66
				1	44,9158	3,222930	13,94
				1,5	64,5650	7,041200	9,17
				2	83,7299	12,302400	6,81
		1	-25,08	0,5	16,4600	0,916337	17,96
				1	30,7405	3,418450	8,99
				1,5	43,4329	7,425740	5,85
				2	55,5934	12,891700	4,31
	2	-30,58	0,5	20,8838	1,076640	19,40	
			1	44,4612	3,665760	12,13	
			1,5	64,1185	7,886930	8,13	
			2	81,5292	13,674700	5,96	
60	10	0,5	-64,19	0,5	18,0177	0,773114	23,31
				1	34,2954	2,901010	11,82
				1,5	50,4443	6,343500	7,95
				2	66,6305	11,096600	6,00
		1	-52,97	0,5	13,1341	0,838935	15,66
				1	25,1561	3,092460	8,13
				1,5	36,4920	6,688570	5,46
				2	47,7127	11,604100	4,11
		2	-64,33	0,5	19,0085	0,978667	19,42
				1	40,4319	3,355740	12,05
				1,5	58,2913	6,991860	8,34
				2	76,7250	12,369800	6,20
	0,5	-32,89	0,5	23,1148	0,773114	29,90	
			1	43,8692	2,901010	15,12	
			1,5	64,0640	6,343500	10,10	

				2	83,8457	11,096600	7,56		
	25	1	-27,89	0,5	17,6512	0,838935	21,04		
				1	33,9190	3,092460	10,97		
				1,5	48,9408	6,688570	7,32		
				2	63,4514	11,604100	5,47		
		2	-28,53	0,5	17,7493	0,978667	18,14		
				1	38,3192	3,355740	11,42		
				1,5	55,3666	6,991860	7,92		
				2	72,4165	12,369800	5,85		
90	10	0,5	-64,89	0,5	15,9681	0,688105	23,21		
				1	32,1971	2,579560	12,48		
				1,5	48,7438	5,651650	8,62		
				2	65,5236	9,902590	6,62		
		1	-60,72	0,5	14,8166	0,753693	19,66		
				1	29,9054	2,752150	10,87		
				1,5	44,8431	5,943490	7,54		
				2	59,8508	10,317600	5,80		
		2	-55,03	0,5	12,1348	0,870949	13,93		
				1	26,4159	3,015000	8,76		
				1,5	39,7635	6,409640	6,20		
				2	52,8039	11,009100	4,80		
	25	0,5	-33,03	0,5	19,2377	0,688105	27,96		
				1	38,7070	2,579560	15,01		
				1,5	58,3353	5,651650	10,32		
				2	77,9557	9,902590	7,87		
				1	-22,92	0,5	9,8073	0,753693	13,01
						1	19,7903	2,752150	7,19
						1,5	29,5644	5,943490	4,97
						2	39,2432	10,317600	3,80
2		-24,67	0,5	11,2188	0,870949	12,88			
			1	24,5273	3,015000	8,14			
			1,5	36,8630	6,409640	5,75			
			2	48,7434	11,009100	4,43			

