



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
Dipartimento di Filosofia, Sociologia,  
Pedagogia e Psicologia applicata

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN  
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

TESI DI LAUREA

# Il riconoscimento e la comprensione dello zero nei bambini della scuola dell'Infanzia: una ricerca

Relatore  
Daniela Lucangeli

Correlatore  
Annamaria Porru

Laureanda  
Egle Giovanna Callegaro

Matricola: 1196536

Anno accademico: 2022/2023

## ABSTRACT

La presente tesi approfondisce la tematica della cognizione numerica nei bambini della scuola dell'Infanzia, offrendo un'attenta analisi della letteratura scientifica e degli studi condotti in questo campo. Uno degli aspetti centrali di discussione riguarda la comprensione innata dei concetti numerici e il loro sviluppo durante i primi anni di vita. Particolare enfasi viene posta sul ruolo fondamentale dello zero in questo processo. La comprensione e la consapevolezza dello zero possono risultare complesse per i bambini in tenera età, richiedendo una cognizione astratta della sua natura e del suo valore posizionale. L'elaborato si basa sulla teoria dell'intelligenza numerica proposta da Butterworth (1999), secondo cui gli esseri umani sono dotati della capacità innata di classificare il mondo in base alla numerosità. Inoltre, vengono esplorate le nozioni di non quantità e gli studi condotti da Merritt et al. (2009). Considerando la possibilità che i bambini in età prescolare possano intendere il concetto di zero prima dell'insegnamento formale, vengono citate le ricerche di Krajcsi et al. (2017), che hanno dimostrato la capacità dei bambini prescolari di intuire il significato di zero come "nulla". Oltre a ciò, vengono esaminati i contributi di Piaget (1953), Dehaene (2004) e Brannon (2009) per approcciarsi ulteriormente agli aspetti teorici legati all'intelligenza numerica, alla conservazione della quantità, ai meccanismi non simbolici della numerosità e ai precursori concettuali della comprensione dello zero. L'elaborato analizza inoltre i diversi significati dello zero secondo Dello Schiavo e Baccaglini-Frank (2018), tra cui il significato cardinale come un insieme vuoto o nullità, il significato ordinale come numero che precede l'uno nella sequenza numerica e il significato sintattico nei sistemi di numerazione posizionale. Al fine di indagare ulteriormente questa tematica, è stata condotta una ricerca sul campo in una scuola dell'Infanzia nel comune di Piazzola sul Brenta in provincia di Padova. Utilizzando tablet, sono stati somministrati specifici compiti a 33 bambini di età compresa tra i 5 e i 6 anni, con lo scopo di esplorare i processi di riconoscimento e comprensione dello zero. Gli obiettivi dello studio sono legati alla ricerca svolta in particolare facendo riferimento alla comprensione della numerosità non simbolica da parte dei bambini e all'interpretazione di regole aritmetiche che coinvolgono lo zero.

This paper explores the topic of numerical cognition in preschool children, offering a careful analysis of the scientific literature and studies conducted in this area. One of the central themes of the discussion concerns the innate understanding of numerical concepts and their development during the early years of life. Particular emphasis is placed on the fundamental role of zero in this process. Understanding and awareness of zero can be complex for young children, requiring an abstract understanding of its nature and positional value. The paper is based on Butterworth's (1999) theory of numerical intelligence, according to which humans are endowed with an innate ability to classify the world according to numerosity. It also explores the notion of non-quantity, as demonstrated in studies by Merritt et al. (2009). Considering the possibility that preschool children may understand the concept of zero prior to formal instruction, research by Krajcsi et al. (2017) is cited, demonstrating the ability of pre-school children to intuit the meaning of zero as 'nothing'. In addition, the contributions of Piaget (1953), Dehaene (2004) and Brannon (2009) are examined to further approach the theoretical aspects related to numerical intelligence, conservation of set, the non-symbolic mechanisms of numerosity and the conceptual antecedents of the understanding of zero. The paper also analyses the different meanings of zero according to Dello Schiavo and Baccaglini-Frank (2018), including the cardinal meaning as an empty set or zero, the ordinal meaning as a number preceding one in the number sequence, and the syntactic meaning in positional numbering systems. To investigate this issue further, a field study was carried out in a kindergarten in the municipality of Piazzola sul Brenta in the province of Padua. Using tablets, 33 children between the ages of 5 and 6 were given specific tasks to explore the processes of recognition and understanding of zero. The objectives of the study are related to the research carried out in particular on children's understanding of non-symbolic numerosity and the interpretation of arithmetic rules involving zero.

## Indice

|   |    |
|---|----|
| INTRODUZIONE .....  | 5  |
| 1. L'INTELLIGENZA NUMERICA .....  | 6  |
| 1.1. Gli studi e le teorie riguardanti la cognizione numerica .....   | 7  |
| 1.1.1. Il subitizing e l'Approximate Number System. ....  | 12 |
| 1.2. Lo sviluppo dell'intelligenza numerica nei bambini: dai primi mesi di vita alla scuola dell'infanzia ..... | 13 |
| 2. IL NUMERO ZERO .....   | 23 |
| 2.1. La comparsa del concetto di zero e i suoi significati .....  | 23 |
| 2.2. Il ruolo dello zero nello sviluppo della cognizione numerica.....  | 26 |
| 3. I NUMERI ALLA SCUOLA DELL'INFANZIA .....   | 31 |
| 3.1. Che ruolo ha l'educazione matematica alla scuola dell'Infanzia.....  | 31 |
| 3.2. Storia dell'educazione matematica in età prescolare: dai primi del 900' ad oggi                            | 37 |
| 3.3. Le nuove ricerche: apprendiamo i numeri secondo le corrette modalità? .....                                | 41 |
| 4. RICERCA .....  | 47 |
| 4.1. Ipotesi della ricerca .....  | 48 |
| 4.2. Metodo della ricerca e Procedura .....   | 48 |
| 4.2.1. Descrizione del campione .....   | 50 |
| 4.2.2. I <i>task</i> : riconoscimento, proto-aritmetica, memorizzazione della numerosità, conteggio.....        | 52 |
| 4.3. Analisi dei dati raccolti .....  | 57 |
| 4.4. Risultati emersi e discussione .....   | 67 |
| 4.5. Implicazioni didattiche della ricerca e possibili sviluppi futuri.....                                     | 70 |
| 5. CONCLUSIONI .....  | 72 |
| BIBLIOGRAFIA .....  | 74 |

## INTRODUZIONE

Il concetto di intelligenza numerica e l'apprendimento dei numeri nei primi anni di vita rappresentano temi di grande rilevanza nell'ambito dell'educazione e della psicologia dello sviluppo. La capacità di comprendere i numeri e di utilizzarli in vari contesti è fondamentale per la crescita e l'apprendimento dei bambini. Nel corso degli anni, numerosi studi e teorie hanno esplorato la cognizione numerica, svelando i processi sottostanti a questa abilità.

Questa ricerca si propone di esaminare l'acquisizione del concetto di numero e, in particolare, di zero, nei bambini della scuola dell'Infanzia. Verranno quindi analizzati gli sviluppi cognitivi legati all'intelligenza numerica, concentrandosi sui primi anni di vita e sulla scuola dell'Infanzia come contesto di apprendimento.

Nel primo capitolo, verrà esplorata la vasta gamma di studi e teorie che hanno contribuito a annoverare al meglio la cognizione numerica. In particolare, ci si soffermerà sul concetto di Subitizing e sull'Approximate Number System, due aspetti cruciali nella percezione e nell'elaborazione dei numeri.

Nel secondo capitolo, verrà approfondito il ruolo dello zero nella formazione delle competenze numeriche. Verrà esaminato quando e come i bambini acquisiscono il concetto di zero, analizzando l'importanza di questa acquisizione per lo sviluppo della cognizione numerica.

Nel terzo capitolo, verrà poi esplorata l'educazione “matematica” nella scuola dell'Infanzia, con un'attenzione particolare alla storia dell'insegnamento dei numeri in età prescolare. Questo ci permetterà di comprendere come l'approccio all'educazione matematica sia evoluto nel tempo e come si è adattato alle esigenze dei bambini più piccoli.

Il quarto capitolo sarà dunque dedicato alla ricerca condotta nell'ambito di questo studio. Verranno esaminate le ipotesi alla base dell'indagine, il metodo utilizzato, inclusa la descrizione del campione coinvolto e i *task* somministrati ai bambini. Successivamente, verranno analizzati i dati raccolti e discussi i risultati emersi.

Infine, nel quinto capitolo, saranno tratte le conclusioni, verranno discusse le possibili implicazioni didattiche a partire dai risultati ottenuti e delineate alcune possibili direzioni per futuri sviluppi della ricerca in questo campo.

## 1. L'INTELLIGENZA NUMERICA

L'essere umano o *Homo sapiens* è comunemente definito come “sapiente”, cioè come un animale dotato di particolare intelligenza dovuta alle sue caratteristiche peculiari (sistema nervoso molto sviluppato, organizzazione neurale etc.). Ma cosa si intende per intelligenza? Generalmente questa è definita come il “complesso di facoltà psichiche e mentali che consentono all'uomo di pensare, comprendere o spiegare i fatti o le azioni, elaborare modelli astratti della realtà, intendere e farsi intendere dagli altri, giudicare, e lo rendono insieme capace di adattarsi a situazioni nuove e di modificare la situazione stessa quando questa presenta ostacoli all'adattamento; essa è propria dell'uomo, in cui si sviluppa gradualmente a partire dall'infanzia e in cui è accompagnata dalla consapevolezza e dall'autoconsapevolezza, è riconosciuta anche, entro certi limiti, ad altri animali” («intelligènza», s.d., in Treccani.it).

Molti autori durante il corso della Storia hanno cercato di studiare questo concetto indagando non solo che *cosa* si intenda e il *perché*, cioè come mai l'uomo sia l'animale “più intelligente” sul Pianeta Terra, ma anche e soprattutto il *come*, ossia in che modo avvenga lo sviluppo dell'intelligenza nell'essere umano. Alcuni di essi hanno creato molteplici teorie, come quella del pedagogista russo Vygotskij (1969), che sosteneva l'influenza diretta tra stimoli ambientali e sviluppo della psiche; lo psicologo svizzero Piaget invece (1968) sottolineava che lo sviluppo cognitivo ha una base individuale, e sebbene l'ambiente e le interazioni sociali possano influenzarlo positivamente o

negativamente, non ne costituiscono la causa primaria. Per ultimo, è importante citare anche lo psicologo statunitense Gardner (1999) che affermava la dinamicità dell'intelligenza e il fatto che fosse articolata in sotto fattori differenziati derivanti da strutture diverse del cervello e svincolate tra loro.

Importante è riconoscere che, pur condividendo il valore dello sviluppo cognitivo e concordando sul fatto che l'intelligenza non sia un attributo statico -ma piuttosto una caratteristica dinamica che si trasforma nel corso della vita- il pensiero dei diversi autori si differenzia per quanto riguarda il modo in cui si sviluppano le abilità cognitive, facendo riferimento a uno sviluppo di tipo stadiale o appoggiando

la teoria di moduli indipendenti o sostenendo la presenza di un sistema sinergico e di un'interazione tra fattori biologicamente determinati e ambientali (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Queste discrepanze relative alle teorie dello sviluppo non hanno però impedito la condivisione di un dato di fatto: l'uomo è dotato di un tipo di intelligenza particolare per quanto concerne la matematica, l'intelligenza numerica.

Per intelligenza numerica si intende la “nostra capacità di “intelligere”, capire, pensare al mondo in termini di numeri e quantità. Tale capacità è innata, permea il nostro sistema di interpretazione di eventi e fenomeni di diverso grado di complessità” ed è condivisa dall'uomo con molti animali (Lucangeli et al., 2007). Nel prossimo paragrafo quindi si andranno a delineare gli studi e le teorie che hanno portato all'approvazione di questa definizione.

### 1.1. Gli studi e le teorie riguardanti la cognizione numerica

Nella vita quotidiana siamo circondati da una miriade di scambi comunicativi e intrecci di conoscenze e spesso ci troviamo ad avere a che fare con simboli e parole appartenenti al mondo della matematica. Fin da piccolissimi impariamo a vedere le cose che ci circondano attraverso rappresentazioni matematiche: i numeri. I numeri infatti, come ha ampiamente cercato di spiegare il professore e neuroscienziato Stanislas Dehaene (2000) nei suoi scritti, sono uno degli attributi primari che ci permettono di dare senso al mondo esterno, fin dalla nascita.

Secondo Vallortigara (2014) il numero può essere definito come una proprietà di collezioni di entità discrete. Difatti non riusciamo a indicare il numero dell'aria o della bontà. Questo concetto è riconoscibile perché associato a etichette verbali e simboliche discrete (Vallortigara & Panciera, 2014). La comprensione delle quantità, il riconoscimento di quest'ultima e le operazioni di confronto fanno “parte delle competenze più elementari della natura, in dotazione organica intellettuale di molti animali, oltre all'uomo: delfini, cetacei, cavalli, cani, cornacchie e perfino galline vi sanno accedere” (Lucangeli & Mammarella, 2010, p. 19). L'essere umano ben presto ha sviluppato queste capacità e ha elaborato verbalmente e simbolicamente questi concetti, attraverso la creazione di etichette “sonore” e veri e propri simboli che potessero costituire

un linguaggio “matematico”. Non abbiamo prove che ci dicano come e in che misura il pensiero matematico si sia sviluppato nella preistoria, quando gli uomini non elaboravano simboli scritti (e vocali) per comunicare. Tuttavia, è molto probabile che una situazione simile a quella in cui i bambini di oggi imparano spontaneamente i numeri per associare e confrontare gli insiemi si sia verificata in tempi primitivi, o anche prima, anche se non ci sono prove in tal senso (Lucangeli & Mammarella, 2010, p. 19). Ciò suggerisce che la nostra conoscenza simbolica dei numeri è più antica e più profonda, cioè, è costruita su rappresentazioni pre-verbali e pre-simboliche, analogiche e approssimate che condividiamo con altre specie animali e che sono presenti, infatti, anche nei neonati. “Sembrerebbe dunque che il “senso del numero”, non verbale e non simbolico, sia davvero una competenza numerica, e non una capacità percettivo-sensoriale di altra natura” (Vallortigara & Panciera, 2014, p. 18).

Secondo Brian Butterworth (1999) il genere umano dalla nascita è provvisto di un “cervello matematico” che contiene il cosiddetto “modulo numerico”. Quest’ultimo si esprime attraverso la classificazione della realtà circostante in quanto a numerosità. Secondo l’autore l’unicità delle capacità umane in ambito numerico è data da un insieme di fattori come la creazione, il potenziamento e lo scambio di strumenti capaci di accrescere le facoltà del modulo numerico. Essi sono, ad esempio, l’utilizzo di “parole per esprimere i numeri e quello delle dita e delle tacche per contare e spuntare oggetti” (Butterworth, 1999, p. 20) e non meno importanti, le scoperte in campo matematico come i simboli per rappresentare i numeri e le procedure di calcolo. L’ipotesi del “cervello matematico”, così chiamata da Butterworth (*Ibidem*), evidenzia quindi un legame tra natura e cultura nell’ambito delle abilità numeriche. Le capacità umane in questo senso si sviluppano quindi a partire dal modulo numerico e dagli strumenti e dalle conoscenze facenti parte della cultura matematica (*Ibidem*).

Prima di arrivare alla teoria di Butterworth, però, è necessario fare un passo indietro, riconoscendo che lo sviluppo dell’intelligenza numerica e lo sviluppo del concetto di numero sono stati oggetti di studio di numerosi autori. Questi, durante lo scorso secolo e l’inizio di quello attuale, hanno proposto diverse teorie, alcune superate e altre ancora in voga, come quella sopra citata.



Il primo fra tutti ad aver studiato la crescita e lo sviluppo cognitivo del bambino è stato Piaget, che già a partire dalla prima metà del Novecento (Piaget & Szeminska, 1941) ha ipotizzato che l'idea di numerosità sia legata ad un'età ben precisa del bambino: quella della scuola primaria. Egli afferma, infatti, che l'emergere di questa idea sia subalterna alla presenza del pensiero operatorio e che quindi sia necessario possedere dei prerequisiti specifici. In particolare, la conservazione della quantità e le operazioni tra queste sono possibili solo dopo un'elaborazione sequenziale delle operazioni di classificazione e seriazione che avviene in più step consecutivi, contemporaneamente al consolidarsi delle strutture logiche (Piaget, 1964). Per lo psicologo svizzero, il bambino attraversa tre stadi dello sviluppo evolutivo che portano alla conservazione di quantità:

-I stadio (3-4 anni circa): durante questo primo stadio la valutazione della quantità è “completamente subordinata all'esperienza percettiva immediata”;

-II stadio (5 anni circa): durante il secondo stadio c'è una sorta di fase di passaggio nella quale la conservazione si impone gradualmente;

-III stadio (dopo i 6 anni): durante il terzo stadio avviene la coordinazione tra classificazione e seriazione nel bambino che giunge alla piena consapevolezza del concetto di conservazione di quantità (*Ibidem*).

Le ricerche e gli studi successivi hanno dimostrato come in realtà ciò che è stato scoperto da Piaget non sia propriamente esatto, soprattutto per quanto concerne la suddivisione e la classificazione in “stadi” nello sviluppo delle abilità numeriche (Lucangeli et al., 2007). Secondo l'autore, infatti, il concetto di numero emergeva solo dopo i 5/6 anni essendo conseguenza diretta dell'accrescimento del pensiero operatorio, che come illustrato in precedenza comprendeva, ad esempio, principi quali la conservazione di quantità o il ragionamento transitivo. Queste ipotesi sono state smentite dalla letteratura più recente, che ha evidenziato la capacità di discriminare insiemi di diversa numerosità già a partire dalle prime settimane di vita del neonato. Alcuni ricercatori, già dalla fine del secolo scorso hanno indagato lo sviluppo della cognizione numerica nei primi mesi di vita attraverso tre tecniche in particolare, che hanno permesso loro di lavorare con i neonati e comprendere le loro risposte. Le metodologie messe in atto si fondano sul seguente principio: i bambini guardano più a lungo nuovi stimoli; osservare per un periodo prolungato una stessa cosa porta perdita di interesse, mentre inserire una sollecitazione crea nuovo interesse (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Le tre procedure attuate sono rispettivamente: la tecnica dell'abituazione-disabituazione, il paradigma della violazione dell'aspettativa e il compito di ricerca manuale.

La prima consiste in due fasi. Durante quella di "abituazione" viene presentato al neonato un determinato stimolo in modo ripetitivo fino a che il tempo di fissazione decrementa significativamente; in quella successiva denominata "disabituazione" invece, viene introdotto un nuovo stimolo, una sorta di variazione all'interno dell'input originale per scatenare una risposta più forte. Questa tecnica, molto utilizzata all'interno della ricerca psicologica, è stata impiegata anche da Antell e Keating nel 1983 su neonati da uno a dodici giorni di vita (Lucangeli & Mammarella, 2010). Gli psicologi americani hanno presentato dei cartoncini ad ogni bambino che raffiguravano la sequenza mostrata nell'immagine sottostante (a):

**FIGURA 3**  
**Esperimento di Antell e Keating (1983)**

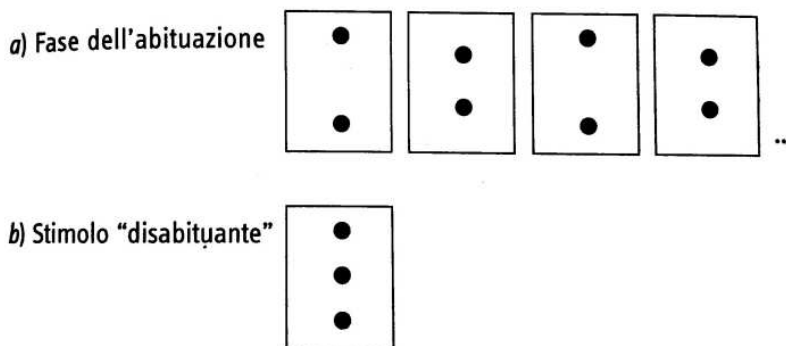


Figura 1. Esperimento di Antell e Keating (1983) (Lucangeli et al., 2007, p. 14)

Essi rappresentavano una successione ordinata formata da due punti neri che avevano distanze differenti. È stato poi mostrato come stimolo "disabituante" un terzo cartoncino (b) raffigurante tre punti neri allineati. La reazione dei bambini è stata osservare più a lungo questo nuovo stimolo. Gli psicologi hanno constatato, dopo una verifica per sequenza inversa, che i bambini dimostrano una preferenza per il numero differente di elementi contenuti della serie organizzata confermando

quindi di essere in grado di discriminare insiemi composti da 2 o 3 elementi (Lucangeli et al., 2007). Altri studi sono stati condotti da Starkey Spelke e Gelman (1990) su bambini di 6/8 mesi di età, impiegando in questo caso al posto di puntini neri altri simboli (oggetti come mele o chiavi) per dimostrare come la categorizzazione avvenga indipendentemente dalle caratteristiche proprie delle figure (Lucangeli & Mammarella, 2010).

La seconda tecnica impiegata dai ricercatori si basa sull'idea che i bambini hanno aspettative riguardanti il mondo fisico, in particolare riguardanti determinati setting per loro familiari. La reazione scaturita è provocata da setting inaspettati ed in questo caso si dice che le loro aspettative vengono "violate". Karen Wynn (1992), servendosi di questo paradigma ha dimostrato come i bambini di qualche mese siano già sensibili alle operazioni di addizione e sottrazione. Un esempio dell'esperimento proposto è raffigurato nell'immagine seguente:

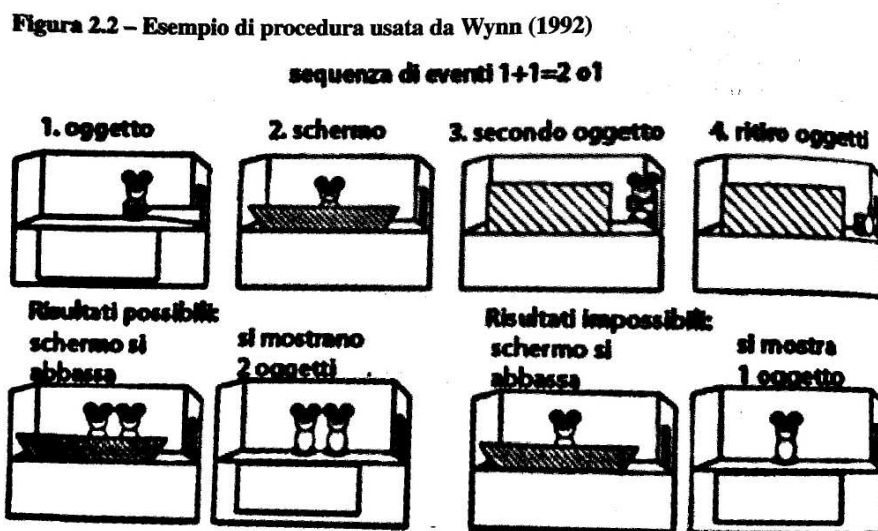


Figura 2. Esempio di procedura usata da Wynn (1992) (Lucangeli & Mammarella, 2010, p. 36)

L'esperimento condotto dalla psicologa canadese è stato fondamentale per asserire che i bambini già dai primi mesi di vita sviluppino la capacità di svolgere semplici operazioni matematiche, avendo quindi delle vere e proprie "aspettative aritmetiche" (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Infine, la terza procedura adottata consiste nell'inserimento all'interno di una scatola oscurata di oggetti che il bambino è chiamato a ripescare e che può essere manipolata dallo sperimentatore con la collocazione o la rimozione di oggetti. Feigenson

e Carey (2005) tramite il compito di ricerca manuale hanno dimostrato come i bambini “preferiscano” gli insiemi formati da pochi elementi: essi riuscivano a recuperare precisamente gli elementi inseriti all’interno della scatola oscurata solo in condizioni di “bassa numerosità” (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Ricapitolando, i ricercatori (Antell & Keating, 1983; Starkey et al., 1990; Wynn, 1992; Feigenson & Carey, 2005) in tempi più recenti, attraverso esperimenti sul campo, che hanno coinvolto neonati in diverse fasi della loro precoce vita, hanno messo in luce l’esistenza della competenza numerica preverbale e innata che non dipende quindi dalla conoscenza linguistica o simbolica (Lucangeli & Mammarella, 2010).

In questo senso, è importante evidenziare che altri studi hanno analizzato e differenziato le caratteristiche delle strutture cognitive preposte all’elaborazione di numeri e linguaggio (*Ibidem*). I dati raccolti da queste ricerche suggeriscono che l’elaborazione del numero, non potendo essere rapportata esclusivamente a processi linguistici o simbolici, sembrerebbe coinvolgere operazioni di quantificazione, cioè “operazioni cognitive mediate dall’attivazione di una rappresentazione mentale della quantità numerica di tipo analogico, non verbale” (Dehaene, 1992). Questi processi sembrano dipendere più dalle abilità di *subitizing* e dalla stima di grandezza rispetto a quelle di conteggio (Lucangeli & Mammarella, 2010). A questo proposito, è essenziale illustrare i due principali sistemi innati capaci di elaborare informazioni numeriche: il *subitizing*, già citato sopra, e l’ANS, cioè l’*Approximate Number System*.

### 1.1.1. Il subitizing e l’Approximate Number System.

Per *subitizing* o “immediatizzazione” si intende il meccanismo distinto imputato ad operare sulle piccole numerosità. Il nome deriva dalla parola latina *subitus* che significa “immediato” (Vallortigara & Panciera, 2014) ed è stato scelto proprio per rappresentare questo processo specializzato di percezione visiva che permette di individuare a colpo d’occhio la numerosità di un insieme di oggetti (costituiti al massimo da 4 elementi), senza dover contare (Lucangeli et al., 2007; Butterworth, 1999).

ANS invece, come specificato da Vallortigara (2014), sta per “sistema numerico approssimato” che consente di effettuare stime imprecise di numerosità, di regolare la manipolazione aritmetica e di scegliere il maggiore fra due insiemi (Lucangeli et al., 2007; Vigna & Benavides-Varela, 2020). Questa capacità è presente non solo nei neonati ma anche in altre specie animali: un esempio è quello dei leoni che, quando si trovano di fronte a un altro gruppo di animali attaccano solo in situazione di superiorità numerica, diversamente optano per la ritirata (McComb, Packer, Pusey, 1994). Anche Brian Butterworth ha inserito questa capacità, rifacendosi agli studi di Mandler (Mandler & Shebo, 1982), tra le componenti fondamentali di quello che lui ha definito come “modulo numerico” descrivendola come l’abilità di cogliere piccole numerosità senza contare (Butterworth, 1999).

In conclusione, l’ipotesi attuale è che una rappresentazione della quantità sia presente fin dalla nascita. I bambini quindi, già molto prima di emettere suoni, compiono operazioni di categorizzazione del mondo per numerosità. “Poiché noi ereditiamo il nostro codice genetico da milioni di anni di evoluzione, ne segue che condividiamo molto probabilmente questo sistema protonumerico innato con altre specie animali” (Dehaene, 2000, p. 59). Il neonato è quindi, come afferma Dehaene (*Ibidem*), un matematico molto migliore di quanto si potesse immaginare e senza dubbio è competente nel percepire la quantità relativa attraverso il confronto tra insiemi (Lucangeli et al., 2007).

Nel paragrafo successivo si andranno a delineare le varie fasi dello sviluppo dell’intelligenza numerica fino all’acquisizione completa delle capacità di conteggio, lettura e scrittura dei numeri.

## 1.2. Lo sviluppo dell’intelligenza numerica nei bambini: dai primi mesi di vita alla scuola dell’infanzia

Dopo aver compreso cosa significa intelligenza numerica e quale sia la sua natura, è necessario illustrare come avvenga il suo sviluppo e come i bambini acquisiscano le competenze numeriche fondamentali. Le ricerche svolte in questo senso raccontano il passaggio dalle competenze numeriche pre-verbali all’acquisizione delle parole-numero, percorrendo lo sviluppo delle abilità di conteggio e arrivando infine alla lettura e scrittura dei numeri.

Gli studi di Antell e Keating (1983) e di Starkey et al. (1990) hanno confermato, come già visto, che i neonati sono sensibili alla quantità e in grado di distinguere gli insiemi in base al numero di elementi presenti. I lavori condotti dalla psicologa canadese Karen Wynn (1992) hanno ulteriormente rafforzato il concetto che la sensibilità dei bambini non si limiti solo alla percezione di oggetti, indipendentemente dal fatto che siano in movimento o immobili, ma includa anche insiemi di azioni. In aggiunta, sempre secondo Wynn (1992) i bambini nascono con la capacità di eseguire operazioni di addizione e sottrazione, sviluppando aspettative aritmetiche fin dai primi giorni di vita. L'acquisizione del conteggio rappresenta quindi il primo collegamento tra la competenza numerica innata e quella sviluppata attraverso l'interazione con l'ambiente circostante.

In ulteriore accordo con quanto studiato da Wynn (*Ibidem*) il passaggio dalle abilità pre-verbali alla piena capacità di conteggio richiede l'associazione dei concetti-numero alle parole-numero, permettendo di dedurre il significato corretto da un insieme di significati logicamente possibili. Tuttavia, l'acquisizione di questo significato risulta essere una sfida poiché le parole numeriche non fanno riferimento a significati univoci, ma piuttosto alle proprietà di insiemi di elementi (Lucangeli & Mammarella, 2010). Comprendere l'evoluzione delle abilità di conteggio significa analizzare come si sviluppi la capacità di rappresentare la quantità utilizzando il sistema verbale dei numeri (Lucangeli et al., 2007).

In letteratura sono state proposte almeno tre teorie diverse riguardo alla transizione dalle competenze pre-verbali all'acquisizione delle parole-numero: la teoria dei principi di conteggio di Gelman e Gallistel (1978), la teoria dei contesti diversi di Fuson (1988) e la teoria di Steffe, Cobb e von Glaserfeld (1988).

Secondo Gelman e Gallistel (1978) l'apprendimento delle abilità di conteggio verbale è plasmato dalla comprensione innata di alcuni principi essenziali derivati dalla competenza numerica non verbale. Questi autori hanno identificato tre principi chiave che sottendono il "come contare":

- il principio della corrispondenza biunivoca
- il principio dell'ordine stabile
- il principio della cardinalità

Il primo principio, noto anche come il principio della corrispondenza a uno a uno, dimostra che ogni elemento nell'insieme deve essere associato a un solo indicatore di quantità e, di conseguenza, a una singola parola-numero. Il principio dell'ordine stabile denota la capacità di disporre le parole-numero in una sequenza fissa e inalterabile. Il terzo principio sottolinea che l'ultima parola-numero utilizzata nel conteggio rappresenti la numerosità dell'insieme (Gelman & Gallistel, 1978).

I principi impliciti dirigono l'attenzione del bambino verso stimoli ambientali più adatti, come le parole-numero, e costituiscono la base del processo preverbale di conteggio, in cui le quantità sono rappresentate come grandezze.

Quando il bambino acquisisce la capacità di contare utilizzando il linguaggio verbale, le parole-numero divengono indicatori di numerosità, e si verifica la transizione graduale dalla conoscenza implicita a quella esplicita.

Secondo Gelman e Gallistel (1992) ciò che viene appreso conserva una struttura simile: il meccanismo non verbale funge da schema di riferimento, e questa funzione è resa possibile dalla somiglianza tra la struttura formale delle grandezze non verbali e quella delle parole-numero.

Da una prospettiva dell'evoluzione, la padronanza dei principi del conteggio inizia solitamente intorno ai 2-3 anni e, per la maggior parte dei bambini, si completa attorno ai 5 (Lucangeli et al., 2007).

La teoria di Fuson (1988) invece, denominata “teoria dei contesti diversi”, non mira tanto a delineare i principi operativi del conteggio, quanto ad esaminare come il bambino acquisisca i significati associati alle parole-numero e come questi vengano successivamente integrati. A tal proposito, l'autrice sostiene che le abilità di conta si sviluppino attraverso un costante dialogo tra funzioni innate e influenze culturali.

Solamente tramite la pratica frequente e l'imitazione, il bambino progredisce gradualmente nella sua comprensione del conteggio, creando connessioni tra i vari significati. Tuttavia, nonostante le parole-numero siano costanti, i contesti in cui sono impiegate variano ampiamente e non necessariamente indicano la numerosità. In particolare, Fuson (*Ibidem*) identifica tre diversi contesti in cui le parole-numero sono utilizzate:

- il contesto sequenza, in cui la serie numerica viene enunciata senza riferimento a oggetti ed è simile a recitare una filastrocca;

- il contesto conta, in cui le parole-numero pronunciate vengono associate in modo chiaro a uno a uno agli oggetti senza implicare una comprensione diretta della numerosità;

- il contesto cardinale, in cui la parola-numero rappresenta il numero totale di elementi dell'insieme.

Per quanto concerne lo sviluppo, in un primo momento, il bambino utilizza le parole-numero all'interno di contesti specifici senza riuscire a connetterli. Progressivamente, nell'arco dell'età dai 2 ai 8-9 anni, il bambino acquisisce e fonde i vari significati d'uso, arrivando a comprendere che nella sequenza numerica, ogni parola-numero rappresenta il totale di unità che la precedono e la compongono (valore cardinale). Inoltre, riconosce che ciascuna unità nella sequenza assume il significato di "uno in più" rispetto all'unità precedente e "uno in meno" rispetto a quella successiva (valore ordinale) (Lucangeli et al., 2007).

Secondo Fuson (1988) lo sviluppo delle abilità di conteggio comporta:

- il pieno controllo della sequenza numerica;
- l'apprendimento della relazione biunivoca tra parole-numero e oggetti contati;
- il riconoscimento del significato cardinale del numero.

Non meno importante è la teoria di Steffe, Cobb e von Glaserfeld che nel 1988 pone l'accento sulla formazione dell'oggetto del conteggio, ovvero sul concetto di unità. Nello specifico, il loro modello di sviluppo delle abilità di conteggio esamina le trasformazioni qualitative nei sistemi di conteggio in età diverse.

Gli autori impiegano il termine "item-unità" per designare gli elementi che, durante il conteggio, si associano alle parole-numero. Queste unità vengono create dal bambino, originariamente come oggetti concreti e direttamente osservabili. Gradualmente, il bambino interiorizza il concetto di numero, rendendo il conteggio più astratto. Mediante l'osservazione qualitativa dei comportamenti in diverse fasce d'età, gli autori hanno maturato un modello di sviluppo delle abilità di conteggio numerico suddiviso in cinque livelli, ciascuno dei quali rappresenta un passo ulteriore nell'aumento del livello di astrazione (Lucangeli et al., 2007).



I cinque livelli di conteggio menzionati corrispondono alla graduale costruzione della serie numerica che avviene attraverso cinque distinti stadi:

-lo Schema di Conta Percettivo che corrisponde ai primi due livelli di conteggio e coinvolge tre abilità fondamentali: riconoscere una collezione percettiva, produrre una serie numerica e coordinare queste due capacità;

-lo Schema di Conta Figurativo riguarda il terzo e quarto livello di conteggio. In questo stadio, il bambino non dipende più esclusivamente dal materiale percettivo, ma inizia a utilizzare movimenti con le dita o l'enunciazione delle parole-numero;

-la Serie Iniziale dei Numeri nel quale il bambino ha acquisito una comprensione astratta dell'unità;

-la Serie dei Numeri con Relazione Implicita di Inclusione in cui il bambino arriva a comprendere i concetti di "unità di unità" e "unità composite";

-la Serie dei Numeri con Relazioni Esplicite di Inclusione nel quale le unità sono associate a un concetto di ricorrenza, di ripetibilità.

Queste teorie (Gelman & Gallistel, 1978; Fuson, 1988; Steffe et al., 1988) hanno descritto l'evoluzione delle abilità di conteggio secondo i diversi autori. È importante però soffermarsi su che cosa sia l'abilità di conta e soprattutto sulla suddivisione di quest'ultima in tre sotto-abilità distinte:

- l'enumerazione, cioè la capacità di produrre una sequenza verbale che rappresenti i nomi dei numeri. A partire dai 2-3 anni i bambini iniziano a ripetere la sequenza delle parole numeriche, ma spesso richiede tempo prima che lo facciano in modo accurato. Solitamente, solo verso i 5 anni, i bambini acquisiscono progressivamente una comprensione completa della sequenza verbale della conta, che diventa una catena bidirezionale su cui possono operare in modi diversi. La conoscenza adeguata dei "nomi" dei numeri, disposti in una sequenza fissa e invariabile, è una delle competenze di base necessarie per contare (Lucangeli et al., 2007).

- la corrispondenza biunivoca è un'altra abilità fondamentale. Parallelamente all'acquisizione della sequenza verbale, i bambini imparano a stabilire una corrispondenza uno-a-uno tra le parole-numero e gli elementi nell'insieme che stanno contando. Questa abilità inizia a svilupparsi già intorno ai 2 anni. Tuttavia, fino ai 4 anni, i bambini spesso non comprendono completamente la relazione tra questa strategia e il conteggio. Di solito, indicano fisicamente gli oggetti mentre contano per aiutarsi, ma questo può comportare

errori tipici fino all'età di circa 5 anni. Di solito, intorno ai 5 anni, i bambini iniziano a utilizzare la corrispondenza uno-a-uno in modo corretto nel conteggio (Fuson, 1988; *Ibidem*).

- la cardinalità, la terza abilità indispensabile per il conteggio, consiste nella comprensione dell'ultima parola-numero pronunciata durante il conteggio, in modo tale che rappresenti la quantità totale degli oggetti nell'insieme. Da una prospettiva dello sviluppo, la comprensione del valore cardinale delle parole-numero è acquisita in un secondo momento, solitamente intorno ai 5 anni di età (Lucangeli et al., 2007).

Dopo aver compreso come le abilità di conteggio si evolvano è necessario esaminare le capacità di lettura dei numeri. “Saper contare verbalmente, implica anche saper riconoscere e usare con competenza “la lingua dei numeri” e i suoi sistemi simbolici?” (Lucangeli & Mammarella, 2010, p. 42). Sappiamo, grazie a Frith (1985), ricercatrice inglese, che nel bambino l’acquisizione della lettura di parole avviene gradualmente, seguendo specifici stadi di tipo evolutivo. Ognuno di questi stadi comporta tappe importanti e pone le fondamenta per lo sviluppo dello stadio successivo. Frith individua quattro gradi che rispettivamente sono:

- Logografico, che avviene durante l’età prescolare, la lettura in questo caso è di tipo globale e avviene tramite il riconoscimento dei grafemi già visti.

- Alfabetico, che avviene successivamente e implica la lettura di piccole parole grazie alla discriminazione di lettere. In questo stadio avviene l’associazione tra grafema e fonema.

- Ortografico, implica una lettura più articolata e complessa, che riconosce le regolarità della lingua madre

- Lessicale, che vede una lettura scorrevole e automatica, data dalla conoscenza lessicale e da un vocabolario personale ben fornito.

Frith (*Ibidem*) sostiene che la capacità di scrittura sia sempre preceduta da quella di lettura o identificazione dei grafemi. Lo stesso meccanismo è messo in atto quando si tratta di codifica verbale dei numeri anche se la capacità di riconoscere un determinato numero è indipendente dalla capacità di rappresentare in modo preciso la numerosità, che invece avviene sempre per stadi. I bambini possono saper leggere o individuare un numero senza comprenderne la quantità (un

esempio sono i numeri, anche piuttosto grandi, usati nella vita quotidiana, come quelli utilizzati in ambito sportivo) (Lucangeli et al., 2007). Per arrivare a questa consapevolezza i ricercatori, studiando lo sviluppo delle capacità di lettura hanno individuato due aree di interesse sulle quali concentrarsi.

Pontecorvo, (1985) si è focalizzata sullo sviluppo delle capacità di riconoscere i numeri scritti, indicando anche in questo caso delle fasi ben precise:

- Identificazione errata, che avviene intorno ai 3-4 anni di età
- Identificazione di alcuni numeri, nella quale i bambini hanno 4 o 5 anni
- Identificazione corretta dei numeri, che si verifica circa a 5-6 anni

L'altra area coinvolta nelle ricerche è stata quella approfondita da Bialystok (1992), cioè lo sviluppo della capacità di comprensione simbolica, che secondo l'autrice, vede coinvolti in relazione diversi aspetti (sistemi orali, scritti e significati semantici). La stessa studiosa identifica tre stadi perché questo accada: l'acquisizione delle rappresentazioni orali dei numeri; la rappresentazione formale e infine la rappresentazione con simboli (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Il processo di apprendimento del segno, inclusa l'abilità di scrittura, comporta il passaggio dall'uso individuale all'adozione delle convenzioni condivise. Inizialmente, il segno è usato come un simbolo con attributi personali, e solo successivamente emerge una comprensione condivisa tra il significante e il significato. Anche in questo ambito, numerosi ricercatori hanno cercato di esplorare il processo di sviluppo della competenza simbolica, per citarne alcuni: Piaget (1966), Gardner (1983) e Karmiloff-Smith (1992). Le analisi svolte sono molteplici e ricche di elementi strutturati che permettono di tracciare quadri diversi anche sul piano teorico.

Di fondamentale rilevanza è il contributo di Hiebert (1988) che ha presentato un modello stadiale relativo allo sviluppo della scrittura dei numeri in matematica:

- Connettere i simboli ai referenti. Il bambino stabilisce le relazioni tra i simboli numerici scritti e le connesse quantità, nonché tra i segni e le operazioni scritte e le operazioni sulle quantità.

- Sviluppare procedure di manipolazione del simbolo. Le azioni compiute sui riferimenti concreti sono eseguite e applicate al contesto simbolico.

- Elaborare procedure per i simboli. A questo punto, il bambino è in grado di creare procedure basate sulle regole conosciute per la manipolazione dei simboli e comprendere come applicarle in diverse situazioni.

- Automatizzare le procedure di manipolazione dei simboli. Questo passo è essenziale per migliorare le competenze di calcolo e per ridurre la richiesta di sforzo cognitivo.

- Costruire sistemi di simboli più astratti. Basandosi sui sistemi simbolici precedentemente acquisiti, si costruiscono simboli e regole di un livello di astrazione superiore.

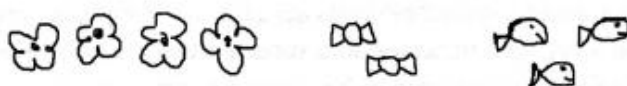
Per Hiebert in conclusione, la competenza chiave nella matematica scritta consiste nella padronanza della relazione tra simboli e referenti, ovvero nella capacità di estrarre il significato dalle rappresentazioni scritte (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Le rappresentazioni scritte o, meglio, grafiche del bambino durante questa fase del suo sviluppo sono state descritte da Hughes (1987) che distingue: rappresentazione idiosincratica; rappresentazione pittografica; rappresentazione iconica ed infine rappresentazione simbolica. Un esempio di queste categorie e della loro concatenazione l'una con l'altra può essere trovato nell'immagine sottostante, ricavata dal libro di Lucangeli et al. (2007).

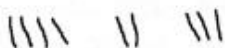
**FIGURA 6**  
Esempi di rappresentazioni grafiche di quantità in bambini dai 3 ai 5 anni



Enrico (3 anni e 6 mesi)  
*Rappresentazione idiosincratica*



Giorgia (4 anni e 6 mesi)  
*Rappresentazione pittografica*



Luca (4 anni e 11 mesi)  
*Rappresentazione iconica*



Andrea (5 anni e 2 mesi)  
*Rappresentazione simbolica*

Figura 3. Esempi di rappresentazioni grafiche di quantità (Lucangeli et al., 2007, p. 42)

Per concludere quindi le fasi dello sviluppo della conoscenza numerica nei bambini sono molteplici, parecchio varie e si possono riassumere secondo uno schema proposto da Lucangeli et al. (2007) che descrive in modo sintetico le tappe appena presentate in correlazione all'età specifica di sviluppo.

**TABELLA 2**  
**Schema riassuntivo delle principali fasi di sviluppo della conoscenza numerica**

| Fasi di sviluppo della conoscenza numerica |                                     |   |
|--|-------------------------------------|---|
| 0-2 anni                                   | Competenze numeriche preverbal      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>subitizing</i>: discriminazione di insiemi di 2-3 elementi</li> <li>• <i>aspettative aritmetiche</i>: capacità di riconoscere cambiamenti di numerosità dati dall'addizione/sottrazione di oggetti</li> </ul>   |
| 2-4 anni                                   | Sviluppo delle abilità di conteggio | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>enumerazione</i>: acquisizione della sequenza delle parole-numero</li> <li>• <i>corrispondenza biunivoca</i>: a ciascun oggetto dell'insieme contato corrisponde una sola parola-numero</li> <li>• <i>cardinalità</i>: l'ultima parola-numero pronunciata nel conteggio rappresenta la numerosità dell'insieme</li> </ul> |
| 4-6 anni                                   | Sviluppo delle abilità di lettura   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>stadio logografico</i>: riconoscimento della forma grafica del numero</li> <li>• <i>stadio alfabetico</i>: lettura di numeri in forma arabica e verbale</li> </ul>  |
|  | Sviluppo delle abilità di scrittura | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>notazione nulla</i>: riproduzioni di segni privi di significato per un osservatore esterno</li> <li>• <i>notazione biunivoca</i>: corrispondenza tra segni e quantità numerica</li> <li>• <i>notazione convenzionale</i></li> </ul>   |

Figura 4. Schema riassuntivo delle fasi di sviluppo della conoscenza numerica (Lucangeli et al., 2007, p. 49)

Nel paragrafo successivo si introdurrà il concetto di zero e la sua molteplicità a livello di significati.

## 2. IL NUMERO ZERO

### 2.1. La comparsa del concetto di zero e i suoi significati

Il focus fino ad ora è stato centrato sullo sviluppo della cognizione numerica nel bambino e su come gli studi in questo campo si siano evoluti nella recente Storia. Le ricerche degli autori sopra citati si sono per la stragrande maggioranza dei casi concentrate però su una serie numerica ben precisa e specifica: quella dei numeri naturali interi. Le ricerche mirate all'acquisizione del concetto di zero sono state relativamente limitate e, inoltre, hanno spesso mancato di una completa integrazione con i modelli più ampi che cercano di spiegare come i bambini imparino i numeri. Questa mancanza di attenzione nei confronti dello zero rappresenta una lacuna significativa nella comprensione della cognizione numerica a tutto tondo dei bambini (Vigna & Benavides-Varela, 2020).

Il motivo principale per il quale storicamente ci si è concentrati sulla linea numerica positiva quando si è trattato di apprendimento e passaggi cognitivi sottostanti, è che lo zero, a differenza degli altri numeri, ha sviluppi storici successivi e poco approfonditi. Una delle teorie più accettate sull'origine del termine "zero" è la sua derivazione dalla contrazione del termine veneziano *zevero*, che a sua volta aveva origine dal latino *zephirum*. Questo termine era utilizzato da Leonardo Pisano, detto il Fibonacci, un celebre matematico italiano vissuto tra il 1170 ca e il 1242 ca d.C., nel suo *Liber abbaci* per descrivere un simbolo che rappresentava concetti matematici, incluso il significato "tutti i numeri", in accordo con la tradizione matematica indiana (Dello Schiavo & Baccaglini-Frank, 2017).

L'introduzione del concetto di zero come valore numerico, anche se con un utilizzo diverso da quello attuale, può essere attribuita proprio a matematici indiani intorno al 598 d.C. In modo parallelo e indipendente rispetto al pensiero indo-arabo-europeo, l'idea di zero fu anche sviluppata nelle civiltà precolombiane dell'America, con i Maya in particolare. Per i Maya, lo zero non era solo un segnaposto nel loro sistema numerico, ma rappresentava anche il primo numero da cui iniziare a contare, ad esempio, i giorni del mese (*Ibidem*).

Escludendo l'eccezione dei Maya, la visione moderna dello zero come primo dei numeri naturali rappresenta una novità piuttosto recente. Questa idea è emersa dopo

l'introduzione dell'assiomatizzazione dei numeri naturali che utilizziamo ancora oggi. Questo significativo passo avanti è da attribuire a Giuseppe Peano, il quale nel 1889 incluse lo zero come primo assioma del suo sistema numerico. Come ha mostrato l'autore, "dalla premessa che zero è un numero e che ogni numero ha un successore è possibile costruire per via induttiva la serie infinita dei numeri naturali" (Vallortigara & Panciera, 2014, p. 85). Tuttavia, l'introduzione dello zero nella notazione simbolica della matematica è avvenuta in un periodo molto successivo rispetto agli altri numeri.

Esaminare lo sviluppo storico dei concetti matematici può fornire preziose chiavi di lettura per comprendere le sfide che i bambini affrontano nell'acquisizione di questo numero (Wellman & Miller, 1986).

Secondo Vallortigara e Panciera (2014) sembra che i bambini imparino prima a riconoscere il simbolo dello zero, associandolo a una rappresentazione verbale, ma senza ancora comprenderne il significato intrinseco. In un secondo momento, sembrerebbero apprendere che il termine "zero" è sinonimo di "nulla" o "niente", ma potrebbero non comprendere ancora appieno la sua relazione gerarchica con gli altri numeri. Durante questa tappa, quando si chiede ai bambini quale numero sia più piccolo tra "zero" e "uno", tendono a rispondere che "uno" è il numero più piccolo. Infine, i bambini acquisiscono la comprensione della relazione tra lo zero e gli altri numeri, riconoscendo che lo zero è il numero più piccolo tra tutti.

Nondimeno, è plausibile che l'ostacolo nella comprensione delle proprietà ordinate dello zero sia particolarmente associato alla rappresentazione simbolica e verbale dei numeri. Effettivamente, problemi analoghi emergono in ricerche che coinvolgono animali addestrati all'utilizzo di simboli esterni per rappresentare i numeri (*Ibidem*).

In effetti, Dello Schiavo e Baccaglioni-Frank (2017), in uno dei loro articoli, affrontano questo argomento sottolineando che un'analisi del contesto storico rivela che i primi utilizzi di segni (o spazi vuoti) che in qualche modo richiamano l'idea di zero erano associati alla rappresentazione dell'assenza o della mancanza di quantità.

Lo stesso sembra applicarsi anche ai bambini di tre o quattro anni, per i quali questa sembra essere la principale associazione di significato legata al termine



"zero". "A questa età i bambini tendono a indicare la mancanza di elementi come un pugno chiuso (o entrambi i pugni chiusi), usando espressioni verbali del tipo: "Non ce ne sono". Tuttavia, associare il segno '0' a tale significato sembra richiedere tempi più lunghi rispetto a quelli legati ai segni convenzionali associati a quantità non nulle" (Dello Schiavo & Baccaglini-Frank, 2017, p. 104).

Pur essendo esposti ad uno sconfinato numero di simboli, fin dalla nascita, i bambini in età prescolare faticano ad utilizzare il "segno 0" per individuare l'assenza di oggetti o elementi di altro tipo. Questo però non accade per esempio quando si tratta degli altri simboli (1, 2, 3 etc.). In questo senso è probabile che lo zero non venga assorbito dalla cognizione come un vero e proprio "numero" ma piuttosto come un'assenza, una mancanza, di quantità.

A questo punto, dopo aver disegnato una panoramica iniziale riguardante questo numero tanto unico quanto complesso è importante identificare i significati attribuiti ad esso in matematica.

"Dal punto di vista matematico, sappiamo ad esempio che esso è l'unico naturale non positivo, l'unico che può essere diviso perfettamente da qualsiasi altro numero, l'unico a non poter dividere nessun altro numero (Nieder, 2016). Inoltre, esso può rivestire diversi significati, i quali dovranno essere tutti compresi ed integrati tra loro per giungere ad una comprensione completa di questo concetto" (Vigna & Benavides-Varela, 2020, p. 398).

I tre significati dello zero individuati da Dello Schiavo & Baccaglini-Frank (2017) e D'Amore e Pinilla (2009) citati da Vigna e Benavides-Varela (2020) sono i seguenti:

- Cardinale: lo zero, nella sua rappresentazione cardinale, simboleggia l'assenza di quantità, il nulla, e viene impiegato per indicare una mancanza, in contrasto con gli altri numeri che rappresentano effettive quantità;

- Sintattico: dal punto di vista sintattico, lo zero ha origini storiche come segnaposto ed è cruciale nel determinare il valore posizionale delle diverse cifre nei sistemi numerici. Nella maggior parte delle lingue, quando lo zero svolge questa funzione sintattica, non viene esplicitamente espresso verbalmente;

- Ordinale: esso consente di concepire i numeri come una sequenza o una successione ordinata, spesso rappresentata tramite la linea dei numeri. Da questa prospettiva, il ruolo dello zero è quello di antecedente all'uno nel contesto dell'ordine

numerico, il che consente di confrontare numeri tra loro e determinare il loro valore relativo.

Nell'accezione comune, quella quotidiana, i significati dello zero possono creare una sorta di confusione nei bambini e potenzialmente favoriscono l'insorgere di alcune difficoltà per quanto riguarda l'acquisizione. D'Amore e Pinilla (2009) mostrano come, anche all'interno di strumenti culturali di uso collettivo, come i dizionari, si possano trovare delle imprecisioni o delle inesattezze. Infatti, lo zero viene spesso definito come una cosa senza valore, un "non numero", che però ha la capacità di moltiplicare il valore di un ipotetico numero per una o più decine.

Per quanto concerne il piano della lingua, il sostantivo "zero" è relativamente poco utilizzato. Al suo posto vengono manifestate parole con egual significato ma molto più diffuse come ad esempio "niente" oppure "nulla". Un altro importante focus può essere dato dal fatto che, sebbene "zero" rappresenti una quantità minore dell'unità per la maggioranza delle lingue occidentali, viene utilizzato con un sostantivo nella forma plurale (ad esempio, in inglese: "zero cars"). Tuttavia, quando ci si riferisce a un singolo oggetto, si utilizza la forma singolare (Vigna & Benavides-Varela, 2020).

Le caratteristiche linguistiche appena menzionate non dovrebbero essere ignorate o trascurate.

Nel paragrafo successivo, esamineremo come queste peculiarità linguistiche influiscano sul processo di acquisizione di questo numero.

## 2.2. Il ruolo dello zero nello sviluppo della cognizione numerica

"L'unicità dello "zero" come rappresentazione della quantità "nulla" mostra di avere importanti implicazioni anche nell'elaborazione numerica e nel calcolo. Alcune ricerche neuropsicologiche hanno contribuito a chiarire i processi e le rappresentazioni cognitive associati allo zero" (Zamarian et al., 2007, p. 428).

Dal punto di vista dello sviluppo il primo studio svolto per analizzare l'apprendimento del numero "zero" è sicuramente quello di Wellman e Miller che nel 1986 hanno avanzato l'ipotesi che l'acquisizione e la comprensione dello zero

sono significativamente più complesse rispetto all'apprendimento degli altri numeri naturali positivi (Zamarian et al., 2007).

Lo “zero” rappresenta un ostacolo cognitivo per i bambini perché non può essere percepito con i cinque sensi, non può essere disegnato o rappresentato fisicamente nella conta, a differenza di altri numeri “particolari” come i numeri irrazionali ad esempio.

“Tali difficoltà iniziali promuovrebbero formulazioni più esplicite di certi suoi aspetti come numero eccezionale, favorendo in seguito una comprensione più avanzata delle regole algebriche che contengono lo zero rispetto alle regole che non lo contengono” (Zamarian et al., 2007, p. 429).

Tenendo a mente questa ipotesi, gli studiosi Wellman e Miller (1986) hanno operato somministrando differenti tipi di *task*: per i bambini da 3 a 7 anni circa sono stati predisposti compiti di conteggio all'indietro, confronto di quantità, lettura e raffronto di numeri arabi; per bambini da 5 a 10 anni invece sono stati organizzati *task* in grado di valutare la padronanza di regole algebriche specifiche ( $a+0=a$ ,  $a-0=a$ , etc.).

Un approfondimento degli esperimenti svolti è rintracciabile all'interno dell'articolo di Merritt e Brannon (2013, p. 91): *“In one experiment, children were presented with an array of four cubes and asked to first count the cubes and then count backwards as one cube at a time was removed from the array. They found that children were much better at verbally identifying the number of cubs when there were more than zero cubes compared to when there were no cubes remaining. Similarly, when asked to make numerical magnitude comparisons, children were much more accurate comparing the numerals 1-5 with each other than comparing the count-list integers with zero.”*

I risultati hanno dimostrato che la comprensione del concetto di "zero" si sviluppa in fasi successive, in un secondo tempo rispetto a quella dei numeri da positivi interi fino a 10. Questi gradi trovati dagli autori (Wellman & Miller, 1986) sono nello specifico tre:

- Nel primo i bambini si dimostrano in grado di associare la forma verbale del numero al suo simbolo “0”, senza però essere coscienti del significato cardinale;

- Nel secondo invece c'è l'associazione simbolo-quantità però quest'ultima è limitata poiché i bambini faticano a comprendere che zero sia un numero che abbia un posto ben specifico nel “continuum numerico” e infatti a questo proposito esso è ancora visto come maggiore di uno;

- Nel terzo e ultimo grado i bambini finalmente comprendono l'aspetto ordinale di zero e il suo valore di "numero più piccolo di uno", riuscendo quindi a parlo in confronto con gli altri numeri.

Sempre all'interno dell'articolo di Merritt e Brannon (2013, p. 91) si trova un'interessante puntualizzazione rispetto a quanto appena espresso: "*Interestingly, confusion surrounding the zero concept is not unique to children; even educated adults have difficulty grasping the status of zero as a number, and how zero operates in mathematical calculations (Wheeler and Feghali, 1983)*". È quindi fondamentale comprendere che tale difficoltà nell'elaborazione di questo numero determini anche una conseguente lentezza all'interno del processo di sviluppo: la fase iniziale si sviluppa intorno ai 4 anni, mentre la terza fase viene completata solo intorno ai 6 anni.

La ricerca di Wellman e Miller (1986) è stata ripresa da molti colleghi che hanno cercato di ampliarla e approfondirla, estendendo il campione e/o perfezionando le ipotesi. Un esempio è dato dall'indagine condotta da Zamarian, Granà, Semenza e Girelli (2007) in collaborazione con le Università di Trieste e Milano-Bicocca. Questo studio si è proposto di investigare la comprensione e la capacità di manipolazione del concetto di "zero" in bambini di età compresa tra 5 e 6 anni. Per raggiungere questo obiettivo, sono stati impiegati *task* progettati per esaminare vari aspetti, tra cui l'apprendimento e l'utilizzo del simbolo "zero" in molteplici contesti numerici, così come la comprensione di "zero" come una rappresentazione di assenza di quantità e come un concetto numerico.

I dati indicano che i bambini conoscono il simbolo "zero" allo stesso modo dei numeri naturali positivi ed interi entro 10. Tuttavia, sorgono sfide particolari quando si tratta di manipolare "zero" come parte di una sequenza di numeri e nel pieno apprezzamento del suo significato cardinale.

Vigna e Benavides-Varela (2020) hanno sintetizzato chiaramente i risultati emersi dallo studio sopra citato e le loro implicazioni, evidenziando i tre elementi che suggeriscono il ritardo nell'evoluzione del concetto di "zero" per i bambini: il primo è sicuramente "la scarsa familiarità dei bambini con questo numero vista la sua assenza nella sequenza numerica e nel conteggio in avanti", il secondo è legato alla difficoltà nella rappresentazione di questo numero poiché è un concetto

“astratto”, infine la comprensione completa del ruolo sintattico dello zero si verifica solo quando si lavora con numeri composti da più cifre.

In contrasto, una ricerca condotta da Bialystok e Codd nel 2000 ha ottenuto conclusioni divergenti rispetto a quelle emerse dallo studio di Wellman e Miller (1986), mostrando che per i bambini in età prescolare, lo zero non presenta effettivamente sfide particolari o superiori rispetto agli altri numeri interi. Nell’indagine di Bialystok e Codd (2000), partecipanti di età compresa tra 3 e 7 anni hanno assegnato quantità di biscotti a pupazzi e registrato queste quantità su dei post-it. In un secondo momento, i bambini hanno rivalutato le loro rappresentazioni. In situazioni in cui le quantità erano frazionarie, i bambini hanno riscontrato difficoltà, ma quando le quantità erano nulle o numeri interi, hanno completato il test con successo. Pertanto, fino a quel momento, sembrava che le ricerche principali sull'argomento fossero in conflitto tra loro (Vigna & Benavides-Varela, 2020).

Al fine di unificare le diverse prospettive e sviluppare un modello di interpretazione coerente, Krajcsi, Kojouharova e Lengyel hanno condotto uno studio supplementare nel 2017: *“Here, we test several components of preschoolers’ understanding of zero: Whether they can use empty sets in numerical tasks (as measured with comparison, addition, and subtraction tasks); whether they can use empty sets soon after they understand the cardinality principle (cardinality-principle knowledge is measured with give-N task); whether they know what the word “zero” refers to; and whether they categorize zero as a number (as measured with the smallest-number and is-it-a-number tasks)”* (Krajcsi, Kojouharova e Lengyel, 2021, p. 1)

I risultati emersi hanno rivelato che i bambini possono gestire insiemi vuoti nei compiti numerici non appena comprendono il principio di cardinalità, o persino prima, e alcuni di loro riconoscono che questi insiemi vuoti sono etichettati come "zero". Nonostante ciò, per i bambini percepire la natura dello zero come numero è ancora oggetto di incertezza. Questi esiti individuano tre componenti fondamentali della conoscenza relativa allo zero: la conoscenza operativa, la conoscenza linguistica e la metacoscienza.

Krajcsi et al. (2021) si concentrano principalmente sul livello linguistico poiché osservano che è proprio il linguaggio a costituire una sorta di trigger. Il contrasto apparente tra gli studi precedenti potrebbe essere dovuto, almeno in parte, all'uso del

linguaggio, che può variare tra la versione comune (indicando "niente") e quella specifica della matematica (indicando "zero"). Per di più, le sfide che i bambini possono incontrare nell'apprendimento dello "zero" sembrano più legate a questioni linguistiche che concettuali e potrebbero non riguardare l'acquisizione del significato cardinale dello zero (Vigna & Benavides-Varela, 2020). Questo modello potrebbe spiegare perché lo zero viene gestito correttamente nei compiti numerici, mentre non è considerato al contempo come un vero e proprio numero.

Per sintetizzare, si apprende dai diversi studi che l'apprendimento del numero zero in rapporto con l'evoluzione del bambino dipende dai suoi significati intrinseci: il concetto cardinale, ad esempio, viene interiorizzato molto prima rispetto al significato ordinale e quindi alla capacità di collocare questo numero all'interno della linea numerica. A seconda dell'attività cerebrale sottostante, che coinvolge la corteccia prefrontale, questa abilità potrebbe, quindi, svilupparsi in fasi più avanzate rispetto ad altre competenze numeriche (*Ibidem*).

Concludendo quindi si può affermare di per certo che l'acquisizione di questo numero avviene in maniera graduale e dipende da svariati fattori e diversi step che il bambino è in grado di compiere solo in determinati momenti del suo sviluppo.

### 3. I NUMERI ALLA SCUOLA DELL'INFANZIA

Dopo aver esaminato attentamente il processo di sviluppo della cognizione legata ai numeri e, in particolare, alla comprensione di cifre specifiche (zero), è ora necessario esplorare il ruolo cruciale svolto dall'istruzione, e più precisamente dalla scuola dell'infanzia, all'interno del processo educativo.

#### 3.1. Che ruolo ha l'educazione matematica alla scuola dell'Infanzia

La scuola dell'Infanzia, essendo spesso il primo contesto formale in cui i bambini entrano in contatto con il mondo dell'istruzione, gioca un ruolo fondamentale nello sviluppo delle competenze in tenera età. Durante questa fase, l'obiettivo principale è creare un ambiente che sia stimolante, inclusivo e in grado di favorire l'apprendimento in modo naturale e divertente. Essa viene descritta nelle Indicazioni Nazionali per il Curricolo della scuola dell'Infanzia e del Primo Ciclo d'Istruzione (D.M.254 del 16 novembre 2012), - documento di fondamentale importanza emanato dal Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR); che rappresenta le linee guida per l'organizzazione dei piani di studio e dei programmi delle scuole dell'Infanzia, Primarie e Secondarie - come la scuola, sia statale che paritaria, aperta a tutte le bambine e ai bambini compresi tra i tre e i sei anni d'età. Questa istituzione è la risposta al loro diritto fondamentale all'educazione e alla cura, in linea con i principi di pluralismo culturale ed istituzionale sanciti nella Costituzione della Repubblica, nella Convenzione sui diritti dell'infanzia e dell'adolescenza, nonché nei documenti dell'Unione Europea.

Viene spesso rappresentata come un percorso esperienziale in cui il bambino è il protagonista principale. In questo contesto, il bambino apprende attraverso l'esplorazione di diversi linguaggi, situazioni e materiali. Questo stadio è un'opportunità di relazione in quanto consente di avere un confronto positivo con coetanei e adulti e svolge un ruolo fondamentale nella formazione dei cittadini attivi del futuro.

L'approccio pedagogico nella scuola dell'Infanzia è per lo più incentrato sull'apprendimento esperienziale, attraverso il quale i bambini imparano tramite attività pratiche e gioco. All'interno della didattica tipica di questo livello scolastico, si notano frequentemente modalità espressive quali il disegno, sia libero che guidato. Queste sono

accompagnate da narrazioni, giochi simbolici e attività ludiche che coinvolgono registri semiotici diversificati (Di Paola & Montone, 2018). In questo contesto, il ruolo dell'insegnante è di fondamentale importanza, poiché deve fornire opportunità di apprendimento significative e adattate all'età dei bambini.

Sempre all'interno delle Indicazioni Nazionali per il Curricolo della scuola dell'Infanzia e del Primo Ciclo d'Istruzione (D.M.254 del 16 novembre 2012) si trova la suddivisione, per questo ordine di scuola in:

- Campi di Esperienza descritti come ambiti di esperienza che forniscono una vasta gamma di elementi, che includono oggetti, contesti, rappresentazioni visive e mezzi di comunicazione, tutti legati ai linguaggi e ai simboli della nostra cultura. Questi elementi sono progettati per ispirare, incoraggiare e facilitare un apprendimento in costante crescita e sicurezza.

- Traguardi per lo sviluppo della competenza che offrono all'insegnante indicazioni chiare, spunti di riflessione e una serie di compiti nella creazione di programmi educativi che mirano a promuovere una competenza che in questa fase dello sviluppo dei bambini va concepita in maniera integrale e unitaria.

Il Campo di Esperienza che interessa l'educazione "matematica" alla Scuola dell'Infanzia è denominato "La conoscenza del mondo". Esso si sviluppa all'interno del documento descrivendo attentamente la relazione tra bambino e realtà "matematica", che alla scuola dell'Infanzia ovviamente avviene attraverso l'esperienza diretta ed è essenziale per preparare i bambini ad un approccio più operativo che sarà poi proposto dall'ordine scolastico successivo. È così delineato:

"I bambini esplorano continuamente la realtà e imparano a riflettere sulle proprie esperienze descrivendole, rappresentandole, riorganizzandole con diversi criteri. Pongono così le basi per la successiva elaborazione di concetti scientifici e matematici che verranno proposti nella scuola primaria. La curiosità e le domande sui fenomeni naturali, su sé stessi e sugli organismi viventi e su storie, fiabe e giochi tradizionali con riferimenti matematici, possono cominciare a trovare risposte guardando sempre meglio i fatti del mondo, cercando di capire come e quando succedono, intervenendo per cambiarli e sperimentando gli effetti dei cambiamenti. Si avviano così le prime attività di ricerca che danno talvolta risultati imprevedibili, ma che costruiscono nel bambino la necessaria fiducia nelle proprie capacità di



capire e di trovare spiegazioni. Esplorando oggetti, materiali e simboli, osservando la vita di piante e animali, i bambini elaborano idee personali da confrontare con quelle dei compagni e degli insegnanti. Imparano a fare domande, a dare e a chiedere spiegazioni, a lasciarsi convincere dai punti di vista degli altri, a non scoraggiarsi se le loro idee non risultano appropriate. Possono quindi avviarsi verso un percorso di conoscenza più strutturato, in cui esploreranno le potenzialità del linguaggio per esprimersi e l'uso di simboli per rappresentare significati.” (D.M.254 del 16 novembre 2012, p.28). Questo Campo di Esperienza a sua volta si suddivide in due sottocampi, in particolare è essenziale citare “Numero e spazio” che più precisamente tratta del rapporto che il bambino ha con questi due aspetti cruciali. È quindi doveroso riportare un passaggio ridotto di questa sezione: “La familiarità con i numeri può nascere a partire da quelli che si usano nella vita di ogni giorno; poi, ragionando sulle quantità e sulla numerosità di oggetti diversi, i bambini costruiscono le prime fondamentali competenze sul contare oggetti o eventi, accompagnandole con i gesti dell'indicare, del togliere e dell'aggiungere. Si avviano così alla conoscenza del numero e della struttura delle prime operazioni, suddividono in parti i materiali e realizzano elementari attività di misura. Gradualmente, avviando i primi processi di astrazione, imparano a rappresentare con simboli semplici i risultati delle loro esperienze. Sanno descrivere le forme di oggetti tridimensionali, riconoscendo le forme geometriche e individuandone le proprietà (ad esempio, riconoscendo nel «quadrato» una proprietà dell'oggetto e non l'oggetto stesso)” (D.M.254 del 16 novembre 2012, p.29).

Per quanto concerne invece i Traguardi per lo sviluppo della competenza, quello che riguarda l'area “scientifico-logica” è il seguente: “Ha familiarità sia con le strategie del contare e dell'operare con i numeri sia con quelle necessarie per eseguire le prime misurazioni di lunghezze, pesi, e altre quantità” (*Ibidem*).

Va però specificato che le Indicazioni Nazionali per il Curricolo della scuola dell'Infanzia e del Primo Ciclo d'Istruzione (D.M.254 del 16 novembre 2012) sebbene rappresentino un quadro di riferimento fondamentale per le istituzioni scolastiche sono il punto di partenza dal quale poi si sviluppano le progettazioni curriculari delle istituzioni scolastiche. Sono quindi un documento flessibile, il cui compito è guidare la comunità educativa nella definizione di obiettivi, contenuti, metodi, e valutazione coerenti con gli standard educativi nazionali. È invece il Curricolo di Istituto, che nasce dalla libertà d'insegnamento e dall'autonomia scolastica, a rispecchiare le scelte e l'identità della

scuola. La costruzione di questo curriculum è un processo dinamico che favorisce la ricerca e l'innovazione educativa. Ogni scuola elabora il proprio curriculum all'interno del Piano Triennale dell'Offerta Formativa, con un focus sul profilo degli studenti alla fine del primo ciclo di istruzione, sugli obiettivi di sviluppo delle competenze e sugli specifici traguardi di apprendimento per ciascuna materia.

Prima di addentrarsi nell'analisi di un Curriculum d'Istituto in particolare, vale la pena riportare le Raccomandazioni del parlamento europeo e del consiglio del 18 dicembre 2006 relative alle competenze chiave per l'apprendimento permanente che sottolineano la rilevanza della competenza matematica e delle competenze di base in scienza e tecnologia

Dopo aver tracciato un quadro teorico di riferimento relativo all'apprendimento della "matematica" alla Scuola dell'Infanzia, è necessario osservare come ciò viene sviluppato nella realtà, all'interno dei Curricoli d'Istituto.

Prendendo in esame il Curriculum d'Istituto dell'Istituto Comprensivo "L. Belludi" di Piazzola sul Brenta (PD), all'interno del quale ha avuto luogo la ricerca sul campo vera e propria che verrà descritta e analizzata nel Capitolo successivo, si può notare come gli obiettivi tracciati dalle insegnanti della scuola dell'Infanzia siano stati personalizzati e calati sul contesto scolastico. Dal documento citato, reperibile all'interno del sito dell'IC, si può ritrovare questa esplicitazione di tipo schematico:

## "MATEMATICA

### **Obiettivi formativi:**

La matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista degli altri. L'alunno è soggetto attivo, in quanto è stimolato a:

- formulare le proprie ipotesi e controllarne le conseguenze;
- progettare e sperimentare;
- discutere e argomentare le proprie scelte;
- imparare a raccogliere dati;
- confrontare;

- costruire significati;
- costruire conoscenze personali e collettive, giungendo a conclusioni temporanee e a nuove aperture;
- riflettere sulle strategie utilizzate;
- vivere l'errore come occasione di conoscenza.” (Curricolo Verticale d'Istituto, IC “Belludi” di Piazzola sul Brenta (PD), p. 166).

Per comprendere ancor di più come questi obiettivi vengano esplicitati e sviscerati, è stato utile portare una rappresentazione della tabella riferita ai bambini con cinque anni di età (l'ultimo anno di scuola dell'Infanzia) che si trova sempre all'interno del Curricolo Verticale del suddetto Istituto. Questa riproduzione è stata riadattata tenendo conto dei soli nuclei tematici rilevanti per gli argomenti presi in esame.

#### BAMBINI DI 5 ANNI

| NUCLEI TEMATICI | OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO  | CONOSCENZE  | ABILITÀ  | COMPETENZE   |
|-----------------|---|---|--|--|
| Numeri          | <p>Associare il numero alla quantità entro il 10</p> <p>Leggere e scrivere numeri entro il 10</p> <p>Sperimentare il conteggio progressivo e regressivo entro il 10</p> <p>Confrontare quantità e numeri</p> <p>Comprendere l'utilità della numerazione ordinale</p> <p>Giocare a togliere e aggiungere entro il 10</p> | <p>I numeri naturali entro il 10</p> <p>Concetti di aggiunta e differenza</p> | <p>Sa usare il numero per contare, confrontare e ordinare raggruppamenti di oggetti da 0 a 10</p> <p>Sa leggere e scrivere i numeri naturali fino a 10</p> <p>Sa usare il conteggio progressivo e regressivo entro il 10</p> <p>Sa confrontare quantità e numeri</p> | <p>Ha familiarità con le strategie del contare e operare con i numeri</p> <p>Confronta e valuta quantità</p> |

|                              |   |  |  |  |
|------------------------------|---|--|--|--|
|                              |   |  | Sa aggiungere e togliere oggetti entro il 10   |  |
| Relazioni, dati e previsioni | Classificare oggetti e figure in base ad una proprietà concreta<br>Indicare la proprietà concreta che spiega una data classificazione<br>Organizzare graficamente i dati relativi ad esperienze vissute<br>Operare con quantità uno, pochi, molti<br>Risolvere semplici problemi di vita quotidiana | Classificazioni semplici<br>Quantificatori (uno, pochi, molti)<br>Relazioni di causa/effetto | Sa classificare in situazioni concrete oggetti fisici e simbolici in base a una data proprietà<br>Indica la proprietà concreta che spiega una data classificazione.<br>Organizza graficamente i dati relativi ad esperienze vissute<br>Sa usare correttamente i quantificatori uno, pochi, molti | Raggruppa e ordina oggetti e materiali secondo criteri diversi, ne identifica alcune proprietà |

Tabella 1. Riadattamento Curricolo Verticale Istituto Comprensivo “Belludi” di Piazzola sul Brenta (PD)

Nell'analisi tra le Indicazioni Nazionali e il Curricolo d'Istituto, emerge una situazione in cui i bambini, durante questa fase delicata di sviluppo, sono guidati e stimolati dall'ambiente scolastico circostante. Ciò contribuisce ad una maturazione delle loro competenze "matematiche", in conformità con quanto espresso dalle Raccomandazioni europee. In questo contesto, i bambini sono in grado di raggruppare e ordinare oggetti secondo vari criteri, riconoscere le loro proprietà e sono in grado di confrontare quantità. Utilizzano simboli per rappresentare tali concetti e acquisiscono competenze sia nelle strategie di conteggio che nelle prime abilità di misurazione per lunghezze, pesi e altre grandezze.

Nel prossimo capitolo, invece, verrà esaminata la storia dell'educazione matematica nell'età prescolare, focalizzandosi sul periodo che va dal dopoguerra (dai primi del 1900) fino ai giorni odierni.

### 3.2. Storia dell'educazione matematica in età prescolare: dai primi del 900' ad oggi

In questo capitolo, verrà vagliata l'evoluzione dell'educazione matematica per i bambini in età prescolare dai primi anni del Novecento fino ai giorni attuali. Si scoprirà prima brevemente come la scuola dell'Infanzia si sia sviluppata negli anni e poi come gli sviluppi chiave, le influenze pedagogiche e le riforme scolastiche a livello nazionale abbiano contribuito a plasmare questo campo educativo.

Tra Ottocento e Novecento si attuarono diverse iniziative, grazie alla spinta del pensiero pedagogico di Agazzi, Montessori, Boschetti-Alberti e Pizzigoni che concretizzano il ruolo delle “scuole per l’infanzia” (Cavallera, 2013). Il 4 gennaio 1914, con il Regio Decreto n. 27 vennero promulgati “le istruzioni, i programmi e gli orari per gli asili infantili e i giardini d’infanzia”. Alcune premesse furono: “a) l’asilo non è una scuola; b) non bisogna istruire; c) il bambino apprende facendo” (*Ibidem*). Con questi programmi, che tutt’oggi rimangono inattuati, fu evidenziato il ruolo dell’igiene, dell’immagine dell’infanzia (con una forte influenza del pensiero agazziano) ed i compiti delle educatrici (con l’accentuazione del ruolo materno di quest’ultime).

La scuola italiana del Novecento fu però plasmata da una riforma in particolare, che dettò legge per moltissimi decenni, lasciando un’impronta pedagogica che ancora al giorno d’oggi è difficile da estirpare. La riforma educativa in questione è la "Riforma Gentile", attuata negli anni '20 del XX secolo, in particolare da un insieme di regi decreti adottati lungo tutto il corso del 1923, durante il governo di Giovanni Giolitti. Questa riforma, chiamata così in onore del ministro dell'istruzione Giovanni Gentile, apportò importanti cambiamenti all'intero sistema educativo italiano, compresa l'istruzione della scuola dell'Infanzia (che all’epoca aveva un altro nome). Nel contesto della scuola dell'Infanzia, la Riforma Gentile cercò di uniformare l'istruzione prescolare e primaria, integrando quest'ultima nei primi anni dell'istruzione obbligatoria, sotto il nome di “grado preparatorio” contraddistinto da un carattere formativo e ricreativo. Lo Stato non

assumeva un ruolo diretto in questa iniziativa, ma invece delegava la responsabilità ai comuni e, in particolare, ai soggetti privati, con una predominanza evidente delle istituzioni cattoliche (Santamaita, 2021). Alcuni aspetti chiave della Riforma includono: una maggiore standardizzazione dei programmi educativi e degli obiettivi di apprendimento per i bambini in età prescolare e primaria; un'istruzione più uniforme in tutto il paese, con l'idea di promuovere un'identità nazionale condivisa attraverso l'educazione.

Questa Riforma, come già detto in precedenza, ha avuto un impatto significativo sull'istruzione in Italia e ha contribuito a plasmare l'approccio all'educazione prescolare nel paese per molti anni a venire. Va notato che, con i suoi "ritocchi", fece parte di un contesto politico e culturale particolare in Italia: il periodo fascista.

Successivamente, vale la pena citare brevemente i programmi del 1955, seguiti dagli "Orientamenti per l'attività educativa della scuola materna" (D.P.R. 11 giugno 1958, n. 584), che sottolineano ancora una volta "l'intima collaborazione" tra scuola e famiglia e che se da una parte "consolidano il ruolo non-statale della scuola materna, dall'altro riportano in primo piano l'opportunità di rivedere le posizioni per una scuola materna statale" (Cavallera, 2013, p. 229). Gli orientamenti didattici si suddividono in educazione religiosa, vita morale e sociale, educazione fisica, educazione intellettuale, educazione linguistica, disegno libero, canto corale, giuoco e lavoro.

La scuola materna statale venne istituita qualche anno dopo, nel 1968 con la L. 444 del 18 marzo 1968 attraverso la quale il governo riconobbe l'importanza di una sua partecipazione diretta nella gestione dell'istruzione, con l'obiettivo di garantire una più ampia attuazione dei diritti dei bambini in questa fascia d'età.

Con i successivi Orientamenti del 1969 (D.P.R. 10 settembre 1969, n. 647), emerse la consapevolezza che i bambini sono possessori di caratteristiche peculiari e sono frutto degli specifici contesti sociali dai quali provengono, richiedendo un'esperienza educativa più diversificata rispetto a quella offerta dalla famiglia.

Con l'avvento degli Orientamenti del 1991 (D. M. 3 giugno 1991, n. 647), il bambino fu riconosciuto come portatore di diritti, segnando un passo significativo nella crescita della scuola dell'infanzia. Questo documento segnò l'avvento del concetto di "campi di esperienza educativi". Il bambino, quindi, venne descritto come un individuo capace di pensare, sentire e immaginare.

In tempi più recenti, nel 2003 con la L. 53 o meglio conosciuta “Riforma Moratti”, il nome dell’allora “scuola materna” evolse in “scuola dell’infanzia”, nome tutt’ora ancora in uso. L’anno successivo vennero emanate le “Indicazioni Nazionali per i Piani Personalizzati delle Attività Educative nelle Scuole dell’Infanzia” (D. L. 19 febbraio 2004, n. 59) che ebbero il compito di garantire il diritto personale, sociale e civile all’istruzione e alla formazione di qualità, centrando il focus quindi sui bisogni dell’alunno visto come persona.

Prima delle Indicazioni Nazionali per il Curricolo della scuola dell’Infanzia e del Primo Ciclo d’Istruzione (D.M.254 del 16 novembre 2012), principale fonte di aggancio normativo degli ultimi 10 anni che sono state approfondite nel paragrafo precedente, vale la pena nominare il D. P. R. 20 marzo 2009, n. 89 che ha disciplinato il riordino della scuola dell’Infanzia.

La storia della scuola dell’Infanzia è quindi ricca di eventi utili per comprendere la natura di questa istituzione al giorno d’oggi e la sua funzione all’interno della società.

È ora necessario ripercorrere concisamente un altro percorso storico, quello relativo alla storia dell’educazione matematica in questo ordine scolastico.

Tra gli autori citati in precedenza un ruolo sostanziale in questo campo è stato ricoperto da Maria Montessori, medico e pedagogista italiana di fama internazionale vissuta a cavallo tra il secolo “Lungo” e il secolo “Breve”. Secondo il pensiero di Montessori determinante è l’importanza di coinvolgere attivamente gli studenti nell’apprendimento diretto e di sviluppare un pensiero frutto di intuizione (creatività mentale) e precisione.

Una delle sue convinzioni salienti sull’apprendimento della matematica, chiara in tutte le sue opere “Psicogeometria” e “Psicoaritmetica” del 1934 ma “riportata esplicitamente, per quello che ne sappiamo, solo nelle lezioni del 1931, è l’ispirazione storica della proposta pedagogica, che prevede un forte legame tra aritmetica e geometria nella presentazione dei contenuti matematici. Montessori (1931) sottolinea in queste lezioni l’importanza di rendere accessibile ai bambini la genesi delle cose, rimarcando come l’apprendimento della disciplina debba tenere conto dell’origine storica e dello sviluppo dei concetti matematici. Motiva così la necessità di assumere un atteggiamento

euclideo nell'insegnamento, legando indissolubilmente geometria e aritmetica, mimando il percorso storico di sviluppo della matematica" (Boscolo et al., 2021, p. 15).

Il bambino è quindi "l'assoluto protagonista del suo processo d'apprendimento" (*Ibidem*) e deve essere messo in condizione di poter usufruire di una vasta gamma di materiali per l'autoapprendimento, che devono fornire gli strumenti per comprendere in modo agevole i fondamenti delle abilità numeriche.

Anche se gli studi di Montessori ebbero una grande eco a livello internazionale e furono messi in atto in numerose istituzioni scolastiche, che ancora oggi portano il suo nome (scuole montessoriane), in Italia, complice il ventennio fascista, si preferì dare adito ad un pensiero più "classicista" e successivamente alla nascita della Repubblica, alle ricerche costruttiviste svolte da Piaget, che come già visto all'interno del Capitolo 1, associava il pensiero matematico a quello operatorio e quindi ad una ben precisa età del bambino.

Né nella Riforma Gentile, né nel successivo D.P.R. 11 giugno 1958, n. 584 ci si sofferma sull'importanza dell'educazione matematica nel grado scolastico della scuola dell'Infanzia. Questo aspetto non viene riportato all'interno degli orientamenti didattici come un *topic* a sé stante e nemmeno vengono date indicazioni chiare e specifiche a riguardo. L'unico accenno al "mondo matematico" che è possibile rintracciare all'interno di quest'ultimo documento in particolare è il seguente: "Sarà dall'ambiente naturale e sociale e per la spontanea comunicazione con l'educatrice, che, il bambino intuirà i caratteri e le qualità delle cose (uguaglianze, somiglianze, differenze, contrapposizioni, colori, sostanze varie, dimensioni, raggruppamenti), le qualità (molti, pochi, uno, prime quantità numeriche)" (D.P.R. 11 giugno 1958, n. 584).

Con la L. 444 del 18 marzo 1968 e l'attuazione della scuola materna statale, e la promulgazione degli Orientamenti (D.P.R. 10 settembre 1969, n. 647) ci si focalizzò sul ruolo del gioco, dell'educazione linguistica e della libera espressione grafico-pittorica e plastica piuttosto che sull'educazione matematica, che ancora una volta non trovò spazio all'interno di un documento di tale importanza.

Solo con gli Orientamenti del 1991 (D. M. 3 giugno 1991, n. 647) vennero inseriti all'interno del campo di esperienza "Lo spazio, l'ordine, la misura" riferimenti specifici come le indicazioni curriculari connesse all'educazione matematica: "Intorno a tre anni il bambino esprime le prime intuizioni numeriche, come valutazioni approssimate della



quantità nel contare gli oggetti, nel confrontare le quantità e le grandezze direttamente, mentre trova difficoltà ad ordinarle serialmente. Incomincia inoltre ad avvertire, esprimendole linguisticamente, alcune collocazioni spaziali e a riconoscere alcune proprietà comuni degli oggetti.

Verso i sei anni -operando con oggetti, disegni, persone, ecc.- è in grado di contarli, di valutarne la quantità e di eseguirne operazioni sempre sul piano concreto, di ordinare più oggetti per grandezza, lunghezza e altezza, di classificarli per forma e colore, di localizzare le persone nello spazio, di rappresentare dei percorsi e di eseguirli anche su semplice consegna verbale.” (*Ibidem*).

Queste indicazioni vennero riprese poi dai documenti normativi degli anni successivi, come il D. L. 19 febbraio 2004, n. 59 che negli Obiettivi specifici di apprendimento, in particolare in “Esplorare, conoscere e progettare” al punto 4 presentava: “Contare oggetti, immagini, persone; aggiungere, togliere e valutare la quantità; ordinare e raggruppare per colore, forma, grandezza ecc.”.

Infine, all’interno delle Indicazioni Nazionali per il Curricolo della scuola dell’Infanzia e del Primo Ciclo d’Istruzione (D.M.254 del 16 novembre 2012) si segnalano ben definiti Campi e Traguardi (già analizzati nel paragrafo precedente).

Quello seguente, invece, avrà il compito di vagliare come le più recenti ricerche - pedagogiche e non - suggeriscono avvenga l’apprendimento “matematico” in questa tipica età e in questo caratteristico ordine scolastico.

### 3.3. Le nuove ricerche: apprendiamo i numeri secondo le corrette modalità?

Per ciò che concerne l’educazione, l’esistenza precoce di competenze numeriche richiede l’attuazione di interventi specifici che stimolino il loro rinforzo, similmente a quanto avviene per lo sviluppo del linguaggio. È perciò apprezzabile fortificare sia il vocabolario numerico che la naturale inclinazione verso la semantica, che comprende gli aspetti quantitativi della realtà. Per queste motivazioni l’intervento è bene che venga attuato già a partire dai primi anni di scuola dell’Infanzia (Lucangeli et al., 2007).

Ricerche recenti sottolineano l'importanza di intervenire il prima possibile per “preparare il terreno” alle fasi successive dell'acquisizione delle abilità di calcolo. Come precedentemente menzionato, la competenza numerica è come un puzzle composto da diversi mattoncini, ciascuno dei quali si sviluppa in tempi e modi diversi. Queste abilità richiedono un adeguato sviluppo attraverso programmi dedicati basati sulla nostra comprensione, derivata dalla psicologia, dell'evoluzione e dell'organizzazione delle intuizioni numeriche innate presenti sin dalla nascita. È perciò possibile delineare precise aree di intervento all'interno delle quali muoversi? (*Ibidem*)

Secondo Lucangeli, Tressoldi e Fiore (1998) la risposta è positiva e fa riferimento ai processi individuati in psicologia dell'abilità numerica. Essi sono i processi lessicali, semantici e sintattici (Lucangeli, Tressoldi, Fiore, 1998; Ianniti, Lucangeli, 2005) e si possono riassumere in questo modo:

-Processi lessicali: si riferiscono all'abilità di assegnare un nome ai numeri;

-Processi semantici: coinvolgono la comprensione della relazione tra i numeri e le quantità. Per favorire questo sviluppo, è essenziale potenziare le capacità innate di confrontare le quantità e combinare queste abilità con gli aspetti linguistici;

-Processi sintattici: riguardano la corretta identificazione del valore di ciascuna cifra all'interno di un numero, in base alla sua posizione. Nella scuola dell'Infanzia, si utilizza il termine "presintassi" perché a questo livello i numeri a più cifre non sono ancora introdotti nell'uso comune dei bambini. I compiti verbali che promuovano la riflessione sul concetto di "tutto" e sul concetto di "parte" possono anticipare questo significato. Si può poi mirare all'ordinamento di grandezze e/o ai compiti di completamento di serie, ideati da Piaget, che agevolano la comprensione del “corretto ordine di grandezze delle cifre” (Lucangeli et al., 2007).

I bambini di 3 o 4 anni dimostrano di possedere già competenze numeriche, perciò, è proprio dall'esplorazione delle loro conoscenze che è necessario partire.

“Per conoscere la visione dei bambini sui numeri, la loro interpretazione numerica del mondo, è possibile stimolare la libera conversazione tra bambini o proporre individualmente alcune domande come (dal questionario “Il regno dei numeri”, Lucangeli, Poli, Molin, 2003a, p.31):

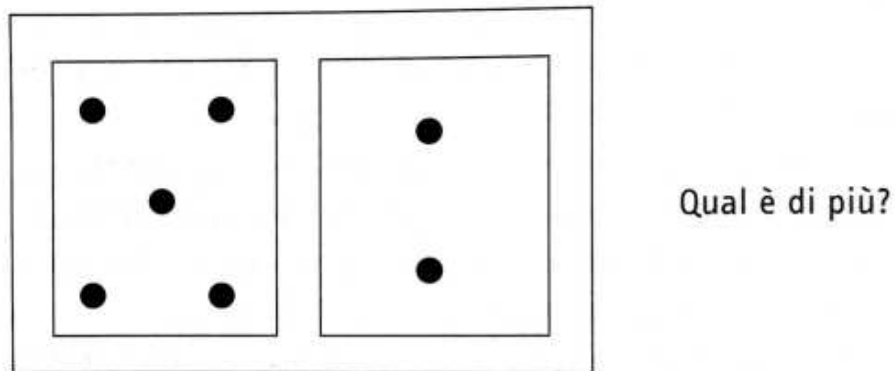
- Sai cosa sono i numeri?

- Chi li usa?
- A cosa servono?
- Dove li vedi?
- Quando si usano?
- Sai quanti sono?" (Lucangeli et al., 2007, p. 63).

I risultati evidenziano che i bambini hanno una comprensione di vari significati del numero legati ai contesti d'uso, ma va sottolineato che la competenza innata universale riguarda principalmente il riconoscimento a colpo d'occhio delle quantità. Perché non esaminare questa caratteristica mediante un compito di comparazione tra rappresentazioni analogiche di numerosità?

Un esempio può essere trovato nell'immagine sottostante (*Ibidem*):

**FIGURA 14**  
**Esempio di cartoncino-prova per valutare la capacità di confronto di numerosità**



Fonte: Batteria PRCR-numeri, Molin, Poli, Lucangeli (in corso di pubblicazione).

Figura 5. Prova per il confronto tra numerosità (Lucangeli et al., 2007, p. 66)

In aggiunta alle abilità analogiche, quali il riconoscimento delle quantità, è opportuno considerare anche le competenze verbali, che comprendono la capacità di

scrivere e leggere i numeri e di enumerare. Questo approccio permette di ottenere un quadro completo delle abilità numeriche di ciascun bambino.

Suggerimenti pratici per promuovere lo sviluppo delle competenze numeriche dai 3 ai 6 anni sono disponibili nel primo volume del progetto “L’intelligenza numerica” (Lucangeli et al., 2003a, 2003b).

Un esempio di valutazione dei prerequisiti in entrata può essere visto nell’immagine sottostante:

**SCHEDA 1**  
**Valutazione dei prerequisiti**

**IL NUMERO PER** Nome ..... età (in mesi) .....

**A VALUTAZIONE COMPETENZA ANALOGICA**

- Capacità di **CONFRONTO IMMEDIATO DI NUMEROSITÀ** (pallini)

**B VALUTAZIONE COMPETENZE LESSICALI**

- **LETTURA DI NUMERI**: proporre i numeri da 1 a 9 in sequenza casuale
- **SCRITTURA**: da 1 a 9 (segnare errori quali specularità e inversioni)
- **ENUMERAZIONE**: segnare la sequenza verbale prodotta

**C VALUTAZIONE INTEGRAZIONE LESSICO-SEMANTICA**

- Associazione **NUMERO-QUANTITÀ** (ad es. 2 → ••)
- Confronto tra **COPPIE DI NUMERI** (ad es. 2 > 4?)

**D VALUTAZIONE COMPETENZE PRESINTATTICHE**

- Compiti di **SERIAZIONE** di oggetti **IN ORDINE DI GRANDEZZA**
- **COMPLETAMENTO DI SERIE** (inserimento di oggetti mancanti)
- Comprensione verbale della relazione **“TUTTO-PARTE”**

**E VALUTAZIONE ABILITÀ DI COUNTING**

- Capacità di stabilire una **CORRISPONDENZA BIUNIVOCA** e confrontare due insiemi (ne ha di più, di meno)
- Conta di insiemi di oggetti (n + 1... quanti sono?)
- Comprensione della **CARDINALITÀ** (5 mele = 5 alberi?)

Figura 6. Esempio di valutazione dei prerequisiti in entrata (Lucangeli et al., 2007, p. 68)

L'approccio iniziale può consistere nell'utilizzo di filastrocche e canzoncine che, sfruttando il ritmo, agevolino l’immagazzinamento della sequenza numerica,

permettendo un rapido recupero (automatismo). Anche le fiabe sono valide aiutanti, ad esempio “I tre porcellini” sottolinea il concetto di numerosità.

Successivamente, si possono introdurre giochi basati sul confronto tra quantità, come il gioco del domino. Invece, nel momento in cui si inserisce il numero in notazione araba, i bambini devono poter associare le quantità richiamate (attraverso pallini o altri simboli). Per sviluppare l'abilità di conteggio nei bambini, è essenziale includere compiti di corrispondenza biunivoca, come ad esempio “ogni cane ha la sua cuccia?”. Questi compiti dovrebbero essere guidati dall'insegnante, che grazie a momenti condivisi di riflessione aiuterà i bambini a comprendere il concetto di associazione diretta tra gli oggetti e i numeri. In questo modo, i bambini impareranno a contare in modo più accurato e comprenderanno meglio le relazioni tra gli oggetti e i numeri corrispondenti (*Ibidem*).

Infine, ultimo ma non per importanza lo zero. D'Amore e Pinilla (2009), raccomandano di permettere ai bambini di esprimere liberamente le loro conoscenze innate.

“Questo approccio, che può sicuramente essere un ottimo punto di partenza, potrebbe a nostro parere essere supportato da giochi ed attività che vadano a consolidare e rafforzare la costruzione del concetto di zero. Per esempio, alcune attività che potrebbero essere proposte per integrare tra loro il significato cardinale e ordinale di

questo numero potrebbe essere: togliere un elemento alla volta da una scatola e domandare alla fine ai bambini quanti oggetti sono rimasti all'interno del contenitore, salire una scala contando i gradini e poi tornare indietro contando all'indietro fino a tornare al livello “zero”, recitare filastrocche che ripetono in maniera regressiva la sequenza numerica<sup>1</sup>. Inoltre, si potrebbe anche chiedere ai bambini di mostrare quanti oggetti sono presenti in una certa collezione alzando il corrispettivo numero di dita; il pugno chiuso potrebbe quindi essere utilizzato per indicare lo zero, riducendo quindi mediante una rappresentazione anche corporea (“embodied”) il livello di astrazione del concetto di zero.” (Vigna & Benavides-Varela, 2020, p. 406).

Nel Capitolo 3 si procederà all'analisi dettagliata del campione coinvolto, esaminando le metodologie impiegate. Saranno esplorati in profondità i *task* presentati, conducendo un'analisi che pondererà i limiti e i punti di forza della ricerca stessa. Il capitolo si

concluderà con un'esaustiva disamina dei risultati ottenuti, seguita da una discussione approfondita delle implicazioni che emergono dall'analisi.

#### 4. RICERCA

“Zeros are generally problematic in calculations (Pesenti, Depoorter & Seron, 2000; Semenza et al., 2006), mental representations (Merritt & Brannon, 2013; Zamarian, Granà, Semenza, & Girelli, 2007) and transcoding between different number codes (Cipolotti et al., 1994; Granà et al. 2003; Noel & Seron, 1995; Power & Dal Martello, 1990; Seron & Fayol, 1994)” (Benavides-Varela et al., 2016).

Questo riferimento, tratto da un articolo scritto grazie alla collaborazione tra illustri professori ed esperti di alcune università italiane e straniere, vuole sottolineare che, come anticipato nei capitoli precedenti, lo zero rappresenta un’eccezione nell’ambito dell’acquisizione e dell’apprendimento dei numeri. Le ricerche in questo campo hanno, per la maggior parte dei casi, riguardato i numeri da 1 a 9 piuttosto che concentrarsi sullo 0 e sulle sue peculiarità.

“La materia prima della ricerca non sono i dati informativi, ma le idee; idee che dobbiamo controllare e modificare sottoponendole al vaglio della prova, in modo da confermarne la validità o da rilevarne l’inadeguatezza” (Nisbet & Entwistle, 1995, p. 19). Secondo il pensiero di Nisbet (1995) le idee alla base della ricerca devono evolvere da una solida conoscenza e comprensione del campo di studio e devono altresì dimostrare originalità nel loro sviluppo.

Inoltrandosi, dunque, nel merito delle ipotesi di ricerca, che hanno il fine di approfondire il ruolo dello zero nello sviluppo delle abilità matematiche in bambini della scuola dell’Infanzia, è considerevole ricordare che sono state individuate ad hoc, cioè, tenendo conto dell’età media del campione, delle ricerche già svolte e dei possibili risultati presunti.

Ricollegandosi agli studi compiuti in questo campo, è necessario menzionare nuovamente le scoperte fatte da Krajcsi et al. (2021) che in sintesi raccontano come i bambini si siano dimostrati in grado di comprendere la natura cardinale del numero zero: i partecipanti alla loro ricerca, infatti, hanno rivelato la capacità di gestire insieme vuoti con esito positivo per risolvere compiti numerici. Ciò non esclude però la possibilità di non aver ancora compreso invece la parola “zero” nei suoi significati, anzi, gli studiosi hanno supposto che i bambini pertanto non siano consci della “natura numerica dello zero” (Vigna & Benavides-Varela, 2020).

Un'altra importante ricerca che ha ispirato le ipotesi di questa tesi è stata quella condotta da Pixner Dresen e Moeller (2018) relativa ai differenti sviluppi nell'acquisizione del principio di cardinalità in rapporto alla comprensione di piccoli numeri e di zero. Dall'abstract si evince che: "These results indicate that domainspecific numerical precursor skills seem to be more important for children's development of an understanding of the cardinality of small numbers as well as of the concept of zero than the more proximal cross-domain abilities such as language and visuospatial abilities" (*Ibidem*). Perciò le abilità specifiche connesse al dominio numerico sono molto più rilevanti rispetto a quelle linguistiche o visuo-spaziali, nel processo di acquisizione dei numeri positivi (compreso lo zero).

La seguente tesi di ricerca ha come scopo quello di indagare l'origine delle abilità aritmetiche non simboliche, in particolare concernenti lo 0. Come questo numero viene compreso dai bambini di 4 e 5 anni? Essi sono in grado di riconoscere e operare con le numerosità, compreso lo zero, in modo accurato ancor prima di imparare il conteggio?

#### 4.1. Ipotesi della ricerca

Alla luce di ciò, stimolati da questi dati di fatto, sono state formulate delle domande di ricerca che potessero congiungere la letteratura e gli interrogativi lasciati in sospeso, affiorati in seguito agli studi presentati.

Le domande proposte sono le seguenti:

- I bambini riconoscono, memorizzano e operano con uguale accuratezza in compiti non simbolici con numerosità zero o con grandi numerosità?
- I tempi di risposta sono differenti a seconda della numerosità presentata?

#### 4.2. Metodo della ricerca e Procedura

La metodologia impiegata per l'attuazione della ricerca è stata principalmente di tipo quantitativo. Tracy (2020, p. 4) descrive in questo modo che cosa si intende per ricerca quantitativa: "Quantitative research transforms data - including conversations, actions, media stories, facial twitches, or any other social or physical activity - into numbers. Quantitative methodologies employ measurement and statistics to develop



mathematical models and predictions [...] A quantitative researcher, for instance, may aggregate survey answers to measure how often respondents engage in a certain activity, or how much they prefer a certain product. In quantitative research, the research instrument is separate and distinctly different from the researcher controlling the instrument”.

Un altro contributo che vale la pena citare è quello di Boccia (2004, p. 34) che a sua volta si appoggia alla distinzione fatta da Boudon (1991): “si possono definire come ricerche quantitative quelle che consentono di raccogliere per un certo insieme di soggetti informazioni che permettono di paragonare un oggetto con l’altro. È questa comparabilità delle informazioni che permette quindi l’enumerazione, e più in generale, l’analisi quantitativa dei dati”.

Si comprende, pertanto, chiaramente, che la metodologia scelta comporta delle specifiche fasi da seguire che confluiscono poi in un delicato lavoro di analisi dei dati.

Un esempio della suddivisione in stadi di lavoro è dato Nisbet e Entwistle (1995, p. 19):

1. Identificare il problema e definirlo con esattezza
2. Leggere studi di ricerca già effettuati sugli argomenti di maggior rilievo.
3. Decidere sulle tecniche da usare per raccogliere e analizzare le informazioni.
4. Selezionare e definire il campione da studiare.
5. Effettuare la raccolta dei dati.
6. Elaborare, analizzare e interpretare i risultati.
7. Stendere la relazione.

Lo studio svolto si attiene perciò a quanto finora esplicitato. È ora rilevante, andare nello specifico e quindi dichiarare tramite quali modalità si sia svolta la ricerca, soffermandosi soprattutto sulle fasi di somministrazione e di raccolta dei dati.

Come già anticipato, l’indagine ha coinvolto alcuni bambini di una scuola dell’Infanzia (verrà poi illustrato in maniera più precisa il campione preso in esame) della provincia di Padova. La ricerca è stata suddivisa in due tranches, per non creare stress e stanchezza nei bambini, svolte in due periodi distinti, tra la fine di maggio 2023 e la fine di giugno 2023. Ciascuna di queste sessioni ha compreso la somministrazione di due *task* ben diversi:

- nella prima sessione sono stati svolti compiti di “riconoscimento” e di “proto-aritmetica” (durata totale circa 30 minuti);

- nella seconda sessione, che si è tenuta in una giornata differente, sono stati affrontati i *task* di “memorizzazione della numerosità” e di “conteggio” (durata totale circa 20 minuti).

I primi tre *task* hanno riguardato un compito sperimentale in un software digitale, proposto su tablet. L'ultimo *task* invece non ha coinvolto l'utilizzo di tecnologia.

Tutte le somministrazioni si sono svolte in un'aula isolata e molto luminosa. I bambini, accompagnati unicamente dalla somministratrice, sono stati fatti sedere di fronte a un tavolo ben illuminato, che era completamente privo di oggetti, e su questo tavolo è stato posizionato un tablet, situato a una distanza di circa 30-40 cm dal bambino. Il tablet utilizzato è stato fornito dal Dipartimento di Psicologia dello sviluppo e della socializzazione – DPSS, e ciascun somministratore aveva ricevuto in precedenza un *link* esclusivo.

La somministratrice aveva precedentemente predisposto l'aula e verificato la velocità di connessione della rete con un apposito programma. Durante la somministrazione ha monitorato l'andamento dei bambini e assicurato che non riscontrassero alcuna difficoltà con il dispositivo (es. problematicità a utilizzare il touch-screen ecc.). Inoltre, ha contribuito alla creazione di un ambiente completamente silenzioso e privo di stimoli esterni o distrazioni.

#### 4.2.1. Descrizione del campione

La ricerca ha avuto luogo alla scuola dell'Infanzia “La Gabbianella” facente parte dell'IC “Belludi” di Piazzola sul Brenta (PD) e ha coinvolto 33 alunni appartenenti a due sezioni omogenee per età. Il campione è stato quindi composto da 33 bambini (19 femmine e 14 maschi) aventi per la maggior parte dei casi sviluppo tipico. L'età dei bambini intervistati (per quanto concerne la data della prima sessione) aveva un *range* che andava dai 50 mesi fino ai 74 mesi (Figura 7). Va evidenziato che l'età degli studenti è contraddistinta da un intervallo di mesi molto ampio e ricco di sfaccettature che determinano diversi livelli di sviluppo. I bambini, infatti, in questa fascia d'età, sono contrassegnati da una plasticità specifica delle aree cerebrali che determina mutamenti

molto veloci con il variare del tempo, in forza a stimoli innati e ambientali ai quali sono sottoposti i soggetti. Butterworth nel suo libro descriveva così questa caratteristica: “Una delle scoperte più recenti e inaspettate della neuroscienza è che il cervello è assai flessibile – il termine tecnico è plastico – nell’assegnare i compiti alle diverse aree” (Butterworth, 1999, p. 292).

Le sessioni sono state svolte dal 17/05/2023 al 28/06/2023, quindi durante il periodo subito antecedente la pausa estiva.

Il periodo di somministrazione è stato piuttosto lungo se si pensa al numero di soggetti coinvolti. Questo perché la somministratrice era disponibile solo in alcuni esclusivi momenti della settimana, a causa del lavoro. Inoltre, va specificato che si è interposta una interruzione tra una sezione e l'altra per problemi di natura personale della somministratrice.

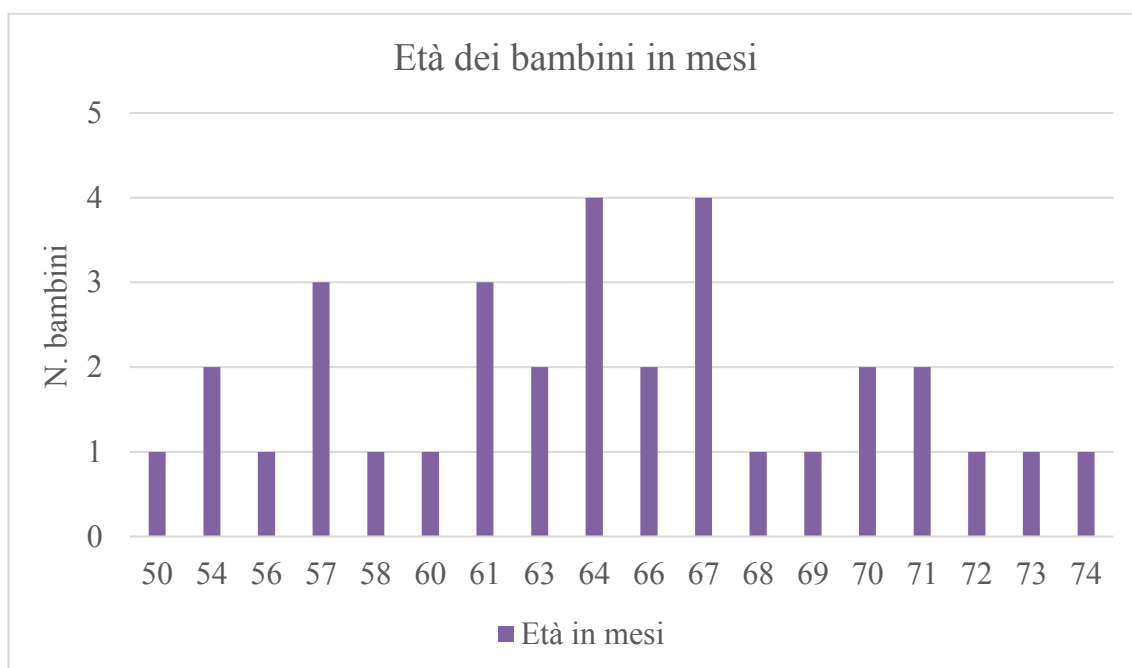


Figura 7. Grafico che rappresenta l'età dei bambini in mesi.

All'interno del campione sono stati considerati quasi tutti gli studenti appartenenti alle due sezioni (solo 2 alunni non hanno portato il consenso firmato) e in ottica inclusiva, si è pensato di estendere la ricerca anche a bambini tutelati da L.104 e/o con diagnosi di DSL (per motivi di *privacy* ovviamente non si potrà entrare nel merito delle diagnosi).

Marescotti (2006) a questo proposito afferma che: “dal punto di vista della pedagogia come scienza, allora, la stessa educazione non può che essere definita come un processo permanente di integrazione, ovvero come un processo che [...] penetra in ogni ambito in cui essa si realizza, coinvolgendo tutti gli individui e le diversità di cui sono portatori” (Marescotti, 2006, p. 27).

Inoltre, un bambin\* non ha partecipato all'ultima sessione perché assente durante l'ultima tranche di somministrazione. Nell'analisi dei dati successiva si è tenuto conto di questa particolarità del gruppo eterogeneo di bambini e dal campione iniziale sono stati estromessi i dati relativi ad alcuni soggetti aventi sviluppo atipico o aventi prove incomplete per assenze o difficoltà di concentrazione (n= 11); le motivazioni verranno ulteriormente argomentate nel paragrafo dedicato.

#### 4.2.2. I *task*: riconoscimento, proto-aritmetica, memorizzazione della numerosità, conteggio

I *task* somministrati ai bambini sono stati costruiti da alcuni membri del Dipartimento di Psicologia dello sviluppo e della socializzazione – DPSS grazie all'utilizzo della piattaforma Labvanced.

L'impiego di questo programma ha consentito il controllo degli stimoli presentati: le numerosità, infatti, erano espresse tramite pallini bianchi raffigurati su un riquadro dallo sfondo nero e distanziati tra loro in modo congruente, in maniera tale da non creare confusione nella lettura degli indizi percettivi. Durante il confronto tra due figure quindi i bambini non potevano essere sviati da fattori come la grandezza dei pallini o la loro densità.

In particolare, attraverso il *task* di riconoscimento si è voluta misurare la variabile relativa all'associazione di riconoscimento e comprensione della quantità.

Nel *task* di proto-aritmetica, ci si è concentrati sulla variabile relativa al senso del numero, ossia la capacità dei bambini di comprendere il concetto di quantità e di operare con insiemi, inclusi quelli vuoti.

Il *task* di memoria è stato progettato per misurare la capacità dei bambini di mantenere la numerosità nella memoria di lavoro.

Infine, il *task* di conteggio è stato utilizzato per esaminare se i bambini avessero integrato la parola "zero" nella lista delle parole numero. Questo è significativo poiché il numero zero ha caratteristiche particolari, e il suo ruolo nella comprensione numerica può variare tra i bambini. La valutazione del conteggio sia in avanti che all'indietro ha permesso di ottenere una panoramica più completa delle loro abilità numeriche

Nello specifico, la prima sessione ha compreso i *task* di riconoscimento e di proto-aritmetica.

1. *Task* di riconoscimento: tramite l'utilizzo di tablet e di un link specifico è stato al principio mostrato un breve videomessaggio (Figura 8) che invitava i bambini al gioco, e poi, in seguito ad input iniziale (che rappresentava una data numerosità), è stato chiesto loro di riconoscere la numerosità corretta tra due alternative. Il "gioco" è quindi partito da alcuni esempi e poi ha compreso il susseguirsi di *trials* raffiguranti quantità rappresentate con puntini bianchi su sfondo nero (Figura 9). I *trials* mostrati complessivamente (escludendo quelli esemplificativi) sono stati  $18 \times 3$  (Z1, Z2, Z3 ecc.), cioè 18 trials ripetuti 3 volte in ordine casuale. Questa ripetizione ha assicurato una maggiore accuratezza nell'analisi delle risposte date dai bambini. Al termine di ogni *trial* c'era la comparsa di un *feedback* positivo o negativo, accompagnato da una melodia (Figura 10 e Figura 11). La durata media del gioco è stata di circa 10-15 minuti.



Figura 8. Personaggio mostrato nel video messaggio iniziale di invito al gioco

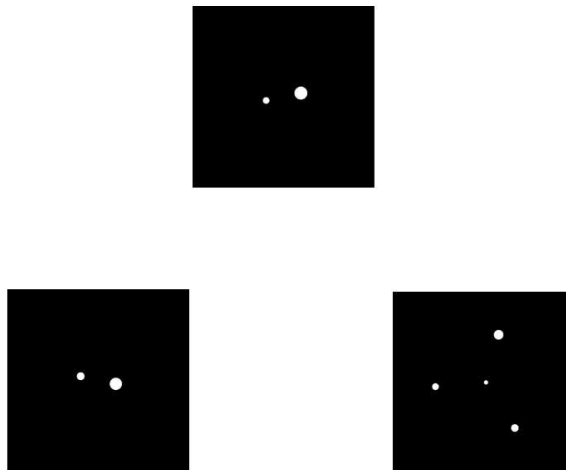


Figura 9. Esempio di *trial* proposto

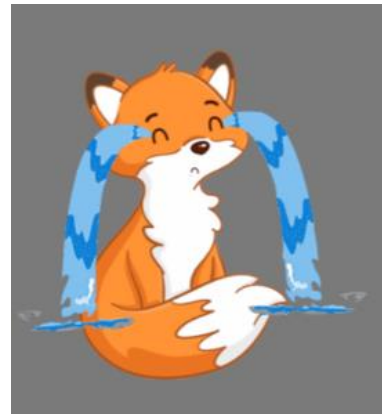


Figura 10. Esempio di *feedback* positivo

Figura 11. Esempio di *feedback* negativo

2. *Task* di proto-aritmetica: tramite l'utilizzo di tablet e di un link specifico è stato al principio mostrato un breve videomessaggio che invitava i bambini al gioco. Successivamente è stato chiesto loro di compiere un'approssimazione dopo aver mostrato per qualche secondo due quantità sempre sotto forma di puntini (una proveniente dal lato sinistro dello schermo e l'altra proveniente dal lato destro) scomparire insieme dietro ad una scatola (non trasparente; Figura 12). Veniva quindi domandato di scegliere tra due numerosità quella corrispondente alla "somma" delle due mostrate in precedenza. Come per il *task* n. 1, sono stati inizialmente proposti degli esempi chiarificatori (Figura 13). I *trials* mostrati complessivamente (escludendo quelli

esemplificativi) sono stati 23x3 (A1, A2, A3 ecc.), cioè 23 trials ripetuti 3 volte in ordine casuale. Questa ripetizione ha assicurato una maggiore accuratezza nell'analisi delle risposte date dai bambini. Al termine di ogni trial c'era la comparsa di un *feedback* positivo o negativo, accompagnato da una melodia. La durata media del gioco è stata di circa 10-15 minuti.

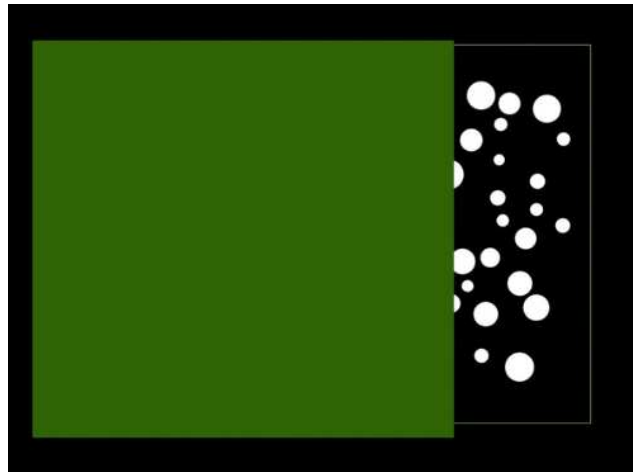


Figura 12. Esempio di *trial* proposto: momento della scomparsa dietro alla scatola

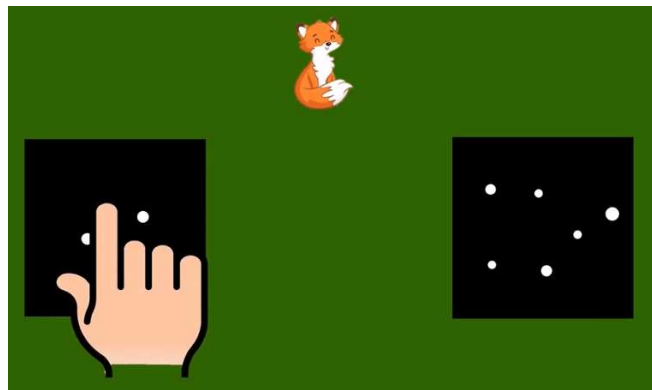


Figura 13. Esempio proposto nel momento iniziale del gioco

La seconda *tranche* di somministrazione (avvenuta in una giornata differente rispetto alla prima) ha previsto invece lo svolgimento del *task* di memorizzazione della numerosità e del *task* di conteggio.

3. *Task* di memorizzazione della numerosità: tramite l'utilizzo di tablet e di un link specifico è stato al principio mostrato un breve videomessaggio che invitava i bambini al gioco, e poi, è stato chiesto loro di compiere un'operazione di memorizzazione della quantità: veniva inizialmente mostrata una numerosità (rappresentata sempre tramite pallini) e dopo la sua scomparsa che avveniva nei termini di qualche secondo, venivano presentate due opzioni raffiguranti due diverse numerosità tra le quali scegliere. Il “gioco” è quindi partito da alcuni esempi e poi ha compreso il susseguirsi di *trials*. I *trials* mostrati complessivamente (escludendo quelli esemplificativi) sono stati 18x3 (MN1, MN2, MN3 ecc.), cioè 18 *trials* ripetuti 3 volte in ordine casuale (Figura 14). Questa ripetizione ha assicurato una maggiore accuratezza nell'analisi delle risposte date dai bambini. Al termine di ogni trial c'era la comparsa di un *feedback* positivo o negativo, accompagnato da una melodia. La durata media del gioco è stata di circa 10-15 minuti.

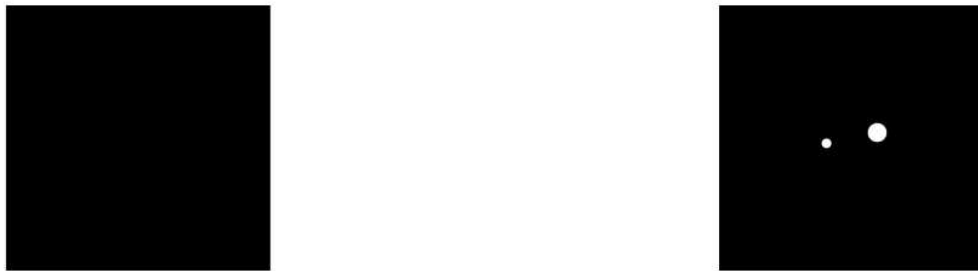


Figura 14. Esempio di *trial* proposto

4. *Task* di conteggio: l'ultimo *task* somministrato è stato quello relativo al conteggio progressivo e regressivo (Figura 15). Esso non ha coinvolto l'utilizzo di strumenti tecnologici ma solamente di strumenti analogici (carta e penna). La somministratrice, quindi, ha avuto il compito di “interrogare” verbalmente gli alunni. Nella prima fase veniva chiesto ai bambini se sapessero contare (in avanti), assegnando loro un punteggio da 1 a 20 (un punto per ogni numero contato correttamente). Durante la seconda fase invece è stato domandato di contare all'indietro partendo da un esempio (vedi Figura



15) e facendo poi proseguire il bambino. In questo caso sono stati assegnati i punti relativi ai numeri nominati nella corretta sequenza (compreso 0).

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

«E i numeri, li sai dire? Sai contare?» \_\_\_\_\_

«Prova a contare a voce alta, proprio come conti tu.»

Barrare gli errori indicando se ci sono omissioni, intrusioni, regressioni.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Punteggio: Sottrarre da 20 il totale degli errori (omissioni, intrusioni e regressioni)

Numero risposte corrette \_\_\_\_\_ (massimo 20)

«E sai dire i numeri all'indietro? Ad esempio, 10, 9, 8...»

«Da che numero vuoi iniziare?»

Annotare la sequenza prodotta dal bambino indicando se ci sono omissioni, imprecisioni, regressioni: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Punteggio: contare un punto per ciascun numero nominato nella giusta sequenza all'indietro. Nel caso di incertezza nell'attribuzione del punteggio, far ripetere la sequenza.

Figura 15. *Task* di Conteggio somministrato ai bambini

A conclusione della quarta sessione ogni bambino che ha partecipato alla ricerca è stato premiato con un attestato di partecipazione, dal valore simbolico, e con alcune caramelle acquistate in precedenza dalla somministratrice.

#### 4.3. Analisi dei dati raccolti

I dati raccolti hanno tenuto conto di quanto affermato in precedenza nel paragrafo 4.2.1. relativo al campione di bambini preso in esame. Seguendo una prospettiva inclusiva

si è scelto di far partecipare tutti gli alunni alla prova, considerando quindi i risultati dell'intero gruppo ma estromettendo n. 11 soggetti (bambini aventi certificazioni di L.104 e/o diagnosi di DSL (cfr. American Psychiatric Association, 2023) dall'analisi dei dati poiché le prove sono risultate incomplete. Inoltre, come già anticipato, l'eterogeneità dell'età dei bambini coinvolti ha reso il campione ancora più vario e difficile da esaminare. Questa scelta è stata motivata dall'impossibilità di esaminare i dati relativi ad alcune prove (infatti solo il 36% dei bambini ha portato a termine tutti e 4 i *task* senza interruzioni).

Procedendo quindi nell'analisi dei dati vera e propria, si è scelto di calcolare la media, la deviazione standard e l'*error* standard per ciascun *task*. Questa procedura è stata selezionata per ottenere una visione più completa e affidabile dei dati raccolti.

In questo senso, verranno riportati i risultati riguardanti l'accuratezza (*accuracy*) e il tempo (*TIME*) per ognuno dei tre *task* che ha impiegato l'utilizzo del *software* su tablet, in modo tale da avere una panoramica comune.

Oltre all'analisi delle descrittive sono stati tracciati i dati relativi all'analisi della varianza (ANOVA) e al test post-hoc di Tukey che consentono di avere un ancor più preciso confronto tra risultati dei *task*.

## 1. Compito di Riconoscimento

Nella tabella sottostante sono riportati i risultati delle descrittive relative all'accuratezza (media, deviazione standard ed *error* standard) per il compito di Riconoscimento. I dati forniti dalle analisi descrittive riportano livelli di accuratezza molto alti per quanto concerne il rapporto *numerosity:small* (0.996710526), *one:small* (0.991071429) e *zero:small* (0.981132075), tenendo conto che il punteggio di accuratezza massimo può essere 1.

| Numerosità | System | accuracy.media | accuracy.ds | accuracy.se |
|------------|--------|----------------|-------------|-------------|
| numerosity | large  | 0.880952381    | 0.324273754 | 0.016678842 |
| numerosity | small  | 0.996710526    | 0.057353933 | 0.003289474 |
| one        | small  | 0.991071429    | 0.094491118 | 0.008928571 |
| zero       | small  | 0.981132075    | 0.136704901 | 0.013277954 |

Tabella 2. Dati di media, ds e se relativi all'*accuracy* M2SR

L'analisi della varianza (ANOVA) valuta l'effetto di diverse variabili sulla precisione e il test TukeyHSD post-hoc di Tukey esamina le differenze specifiche tra i livelli delle variabili.

Emergono differenze significative tra i livelli di Task\_block. In particolare, *one- numerosity* mostra una differenza media significativa rispetto al livello di riferimento ( $p = 0.0254829$ ). Tuttavia, la differenza tra zero e *one* non è statisticamente significativa ( $p = 0.9408727$ ). Per "System" invece si rileva una differenza indicativa tra i livelli di System. Il livello *small-large* mostra una differenza media molto significativa rispetto al livello di riferimento ( $p < 0.001$ ).

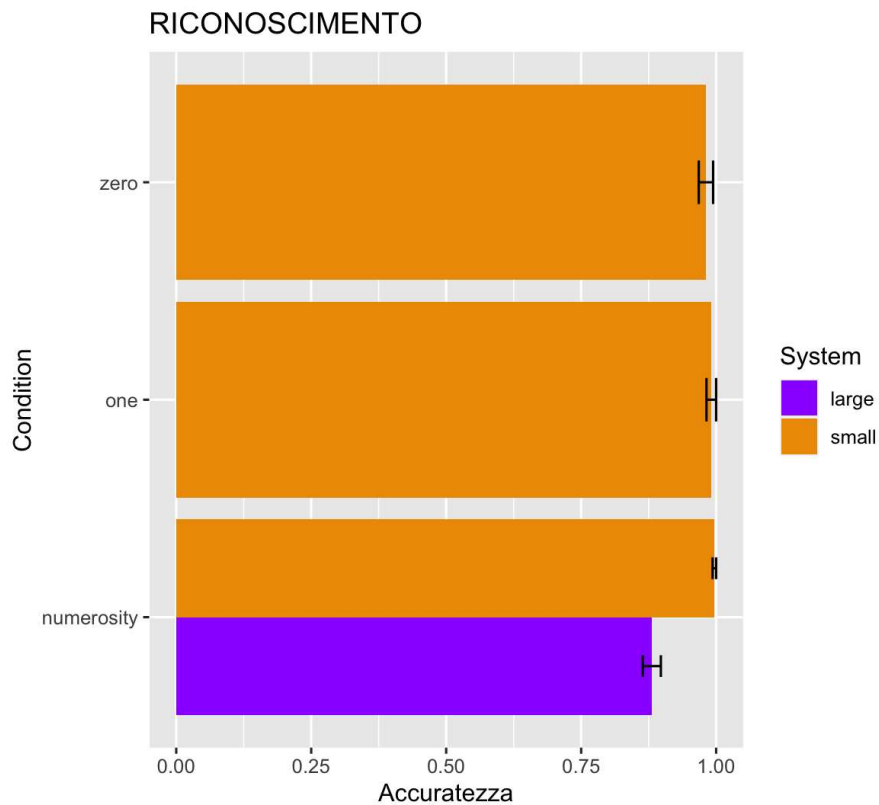


Figura 16. Grafico descrittive *accuracy* media *task* M2SR

## 2. Compito di Proto-aritmetica

Nella tabella sottostante sono riportati i risultati delle descrittive relative al compito di Proto-aritmetica. I dati forniti dalle analisi descrittive riportano livelli di accuratezza

medio-alti per quanto concerne il rapporto *one:small* (0.79411765), *zero:small* (0.71851852), tenendo conto che il punteggio di accuratezza massimo può essere 1. Gli altri livelli invece riportano un'accuratezza media.

| Numerosità | System | accuracy.media | accuracy.ds | accuracy.se |
|------------|--------|----------------|-------------|-------------|
| numerosity | large  | 0.66336634     | 0.47491531  | 0.04725584  |
| one        | large  | 0.62244898     | 0.48726686  | 0.04922139  |
| two        | large  | 0.69306931     | 0.46352075  | 0.04612204  |
| zero       | large  | 0.69696970     | 0.46190699  | 0.04642340  |
| numerosity | small  | 0.61764706     | 0.48836193  | 0.04835504  |
| one        | small  | 0.79411765     | 0.40583972  | 0.03480047  |
| zero       | small  | 0.71851852     | 0.45139670  | 0.03885004  |

Tabella 3. Dati di media, ds e se relativi all'*accuracy* ARITH

I risultati all'analisi della varianza (ANOVA) e quelli del test TukeyHSD indicano quanto che non ci sono differenze significative per la variabile "Task\_block," non ci sono differenze significative tra i livelli. Questo indica che i dati non mostrano una differenza importante tra i diversi "Task\_block" (le diverse condizioni o gruppi) in termini di risultati. Per la variabile "System", anche in questo caso, non ci sono differenze significative tra i livelli. Quindi, i dati non mostrano una differenza indicativa tra i diversi "System" (tipi di sistemi o dispositivi) nei risultati. Tuttavia, per l'interazione tra "Task\_block" e "System", ci sono alcune differenze significative tra i livelli. Ad esempio, ci sono differenze considerevoli tra i livelli "*one:small-one:large*" e "*one:small-numerosity:small*," con valori di p che indicano queste differenze (0.0918468 e 0.0678976, rispettivamente). In breve, sia ANOVA che il test Tukey post-hoc suggeriscono che l'interazione tra "Task\_block" e "System" mostri rispettivamente significatività nella precisione e nelle differenze tra i livelli delle variabili.

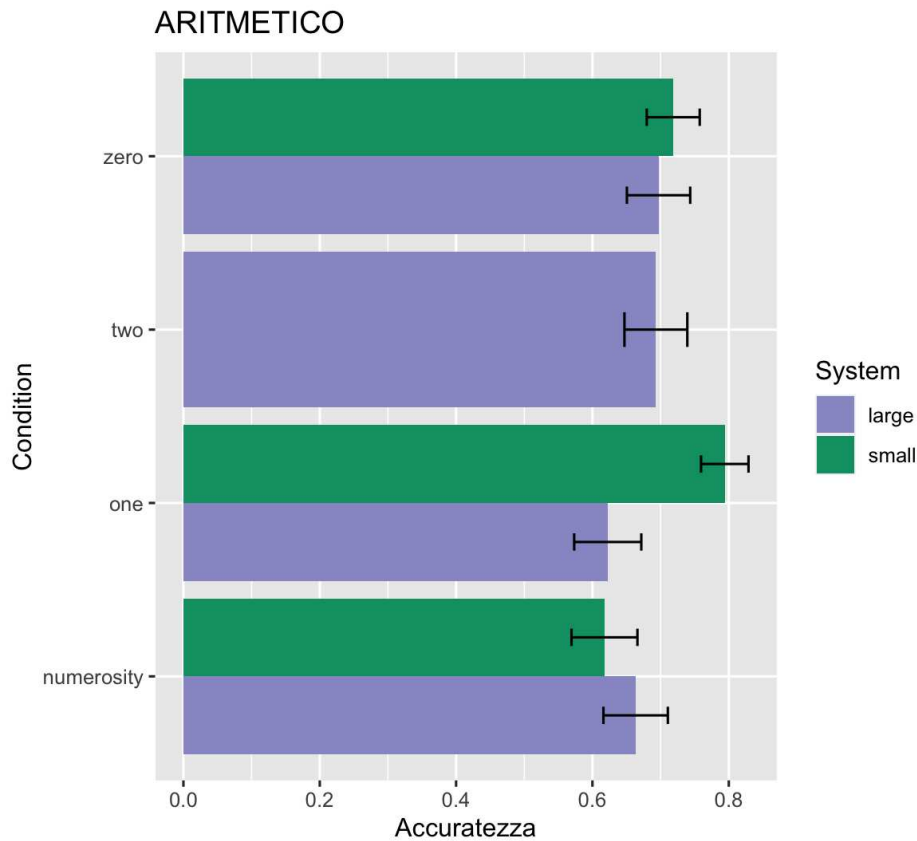


Figura 17. Grafico descrittive *accuracy* media *task* ARITH

### 3. Compito di Memorizzazione delle numerosità

Nella tabella sottostante sono riportati i risultati delle descrittive relative all'accuratezza (media, deviazione standard ed *error* standard) per il compito di Memorizzazione delle numerosità. In particolare, *Task\_block* e *System* si riferiscono a quanto già espresso sopra. I dati forniti dalle analisi descrittive riportano livelli di accuratezza alti per quanto interessa il rapporto *one:small* (0.98989899), *zero:small* (0.92553191) e *numerosity:small* (0.92356688), tenendo conto che il punteggio di accuratezza massimo può essere 1.

| Numerosità | System | accuracy.media | accuracy.ds | accuracy.se |
|------------|--------|----------------|-------------|-------------|
| numerosity | large  | 0.86315789     | 0.34413369  | 0.01765369  |
| numerosity | small  | 0.92356688     | 0.26611394  | 0.01501768  |
| one        | small  | 0.98989899     | 0.10050378  | 0.01010101  |

|      |       |            |            |            |
|------|-------|------------|------------|------------|
| zero | small | 0.92553191 | 0.26393880 | 0.02722321 |
|------|-------|------------|------------|------------|

Tabella 4. Dati di media, ds e se relativi all'*accuracy* M2SM

I risultati dall'analisi della varianza (ANOVA) e del test TukeyHSD dimostrano che per “Task\_block” è stato determinato che ci sono differenze significative tra i livelli. Ad esempio, il livello *one-numerosity* ha una differenza media significativa rispetto al livello di riferimento, con un valore di  $p = 0.0042693$ . Tuttavia, la differenza tra zero e one non è risultata statisticamente rilevante, con un valore di  $p = 0.2733901$ .

Per la variabile “System”, si è stabilito che anch'essa riscontra differenze significative tra i livelli. In particolare, il livello *small-large* ha una differenza media significativa rispetto al livello di riferimento, con un valore di  $p = 0.0154706$ .

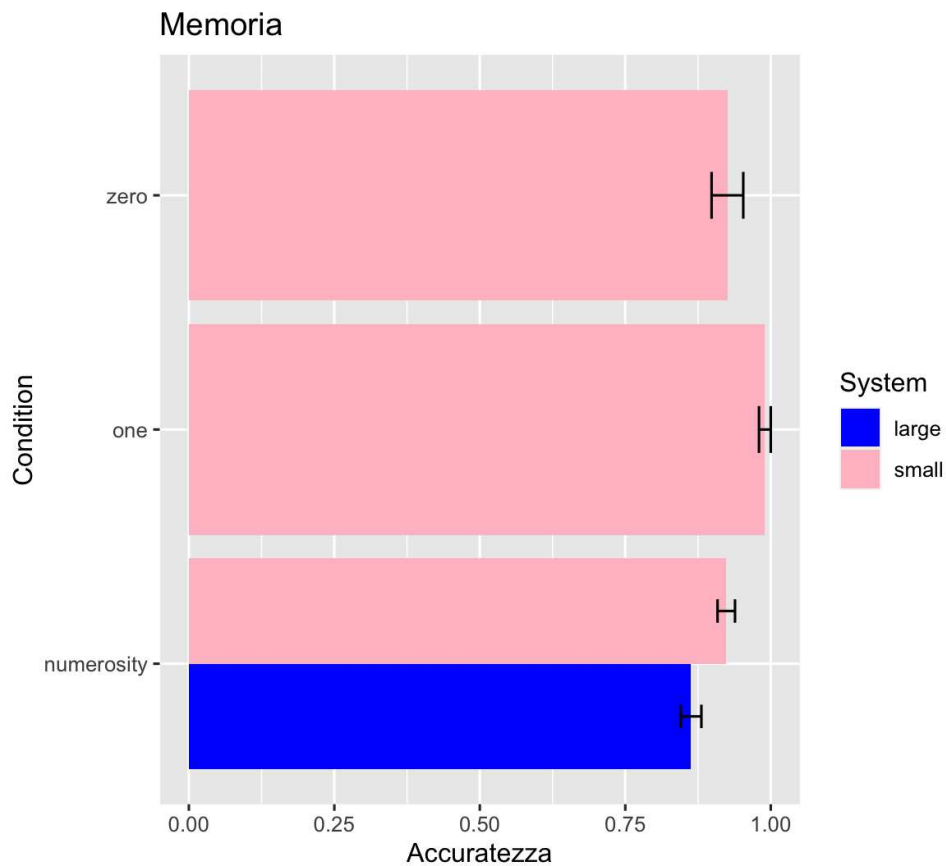


Figura 18. Grafico descrittive *accuracy* media *task* M2SM

#### 4. Tempi di risposta

Per quanto concerne piuttosto il “Tempo di Risposta”, sono stati esaminati i dati che riflettono la media del tempo necessario ai bambini per selezionare una risposta, ovvero il tempo trascorso tra la visualizzazione della domanda sullo schermo e la selezione della risposta mediante tocco per ogni *task*. Questo aspetto è stato indagato per avere un dato in più oltre all’accuratezza. La velocità di risposta infatti è direttamente collegata con la sicurezza o meno della risposta data e quindi con la precisione di quest’ultima.

Nella tabella sottostante sono stati riportati i risultati relativi alla media, alla deviazione standard e allo standard *error* per il *task* di Riconoscimento in ms (millesimi di secondo).

| TASK   | Task_block | System | RT.media  | RT.ds     | RT.se    |
|--------|------------|--------|-----------|-----------|----------|
| 1 M2SR | numerosity | large  | 6084.0608 | 6852.8801 | 352.4741 |
| 2 M2SR | numerosity | small  | 4134.4079 | 3855.6744 | 221.1381 |
| 3 M2SR | one        | small  | 3474.7232 | 5065.3508 | 478.6307 |
| 4 M2SR | zero       | small  | 3975.6415 | 3894.9556 | 378.3115 |

Tabella 5. Dati di media, ds e se relativi al *TIME* M2SR

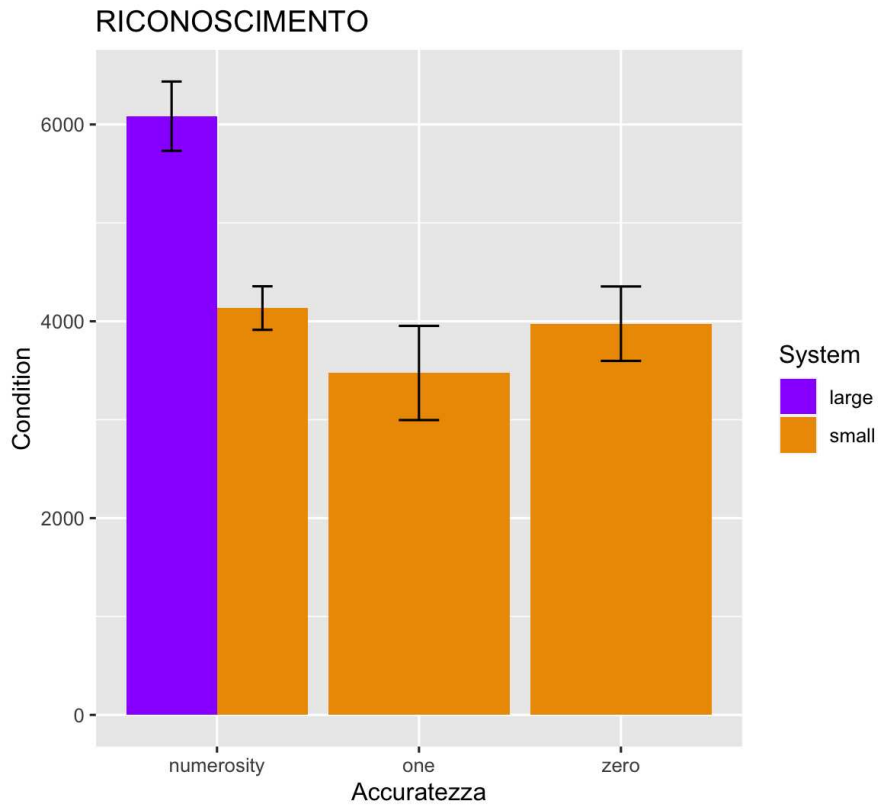


Figura 19. Grafico descrittive *TIME* media *task* M2SR

Quello che si può notare a primo impatto, anche dal grafico, è che l'accuratezza è direttamente implicata alla velocità di risposta, infatti quando si va a confrontare Task\_block e System per quanto concerne il rapporto *numerosity:small* e *numerosity:large* si evince una differenza sostanziale tra il tempo impiegato per lo "scatto alla risposta". Il rapporto *numerosity:small* (4134.4079) è molto più di immediata comprensione rispetto a quello *numerosity:large* (6084.0608).

Nella tabella seguente, sono presentati i dati relativi alla media, alla deviazione standard e allo standard *error* per il *task* di Proto-aritmetica, espressi in in ms (millesimi di secondo).

| TASK    | Task_block | System | RT.media  | RT.ds     | RT.se    |
|---------|------------|--------|-----------|-----------|----------|
| 1 ARITH | numerosity | large  | 4639.4158 | 4555.4389 | 453.2831 |
| 2 ARITH | one        | large  | 3520.7959 | 3915.6693 | 395.5423 |
| 3 ARITH | two        | large  | 4125.6733 | 3672.7970 | 365.4570 |
| 4 ARITH | zero       | large  | 3669.4848 | 3450.2842 | 346.7666 |



|         |            |       |           |           |          |
|---------|------------|-------|-----------|-----------|----------|
| 5 ARITH | numerosity | small | 3896.7255 | 4410.1150 | 436.6665 |
| 6 ARITH | one        | small | 3686.4118 | 3685.5909 | 316.0368 |
| 7 ARITH | zero       | small | 3278.7481 | 2350.1476 | 202.2685 |

Tabella 6. Dati di media, ds e se relativi al *TIME ARITH*

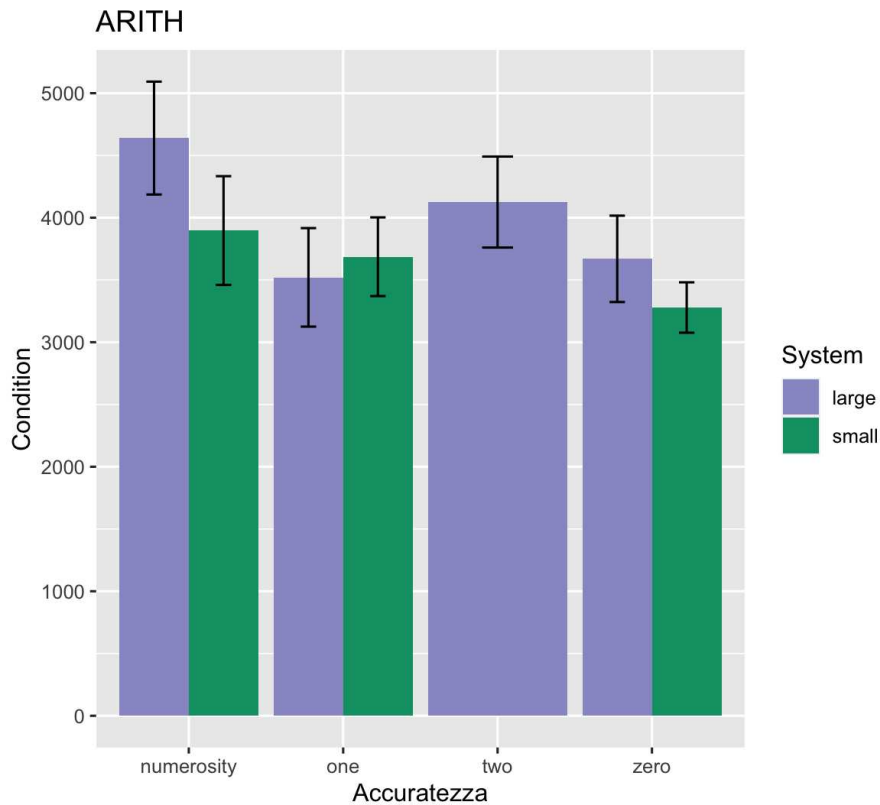


Figura 20. Grafico descrittive *TIME* media *task* ARITH

Anche in questo caso si può constatare che per quanto riguarda il rapporto *numerosity:small* e *numerosity:large* l'RT.media del primo (3896.7255) è significativamente inferiore rispetto all'RT.media del secondo (4639.4158).

Infine, nell'ultima tabella sono stati restituiti i risultati relativi alla media, alla deviazione standard e allo standard *error* per il *task* di Memorizzazione delle numerosità sempre espressi in in ms (millesimi di secondo).

| TASK   | Task_block | System | RT.media  | RT.ds     | RT.se    |
|--------|------------|--------|-----------|-----------|----------|
| 1 M2SM | numerosity | large  | 3819.7632 | 5517.9627 | 283.0655 |

|        |            |       |           |            |           |
|--------|------------|-------|-----------|------------|-----------|
| 2 M2SM | numerosity | small | 4197.2261 | 11010.6493 | 621.3669  |
| 3 M2SM | one        | small | 5147.5556 | 14994.7040 | 1507.0245 |
| 4 M2SM | zero       | small | 4762.0106 | 7825.9586  | 807.1860  |

Tabella 7. Dati di media, ds e se relativi al *TIME* M2SM

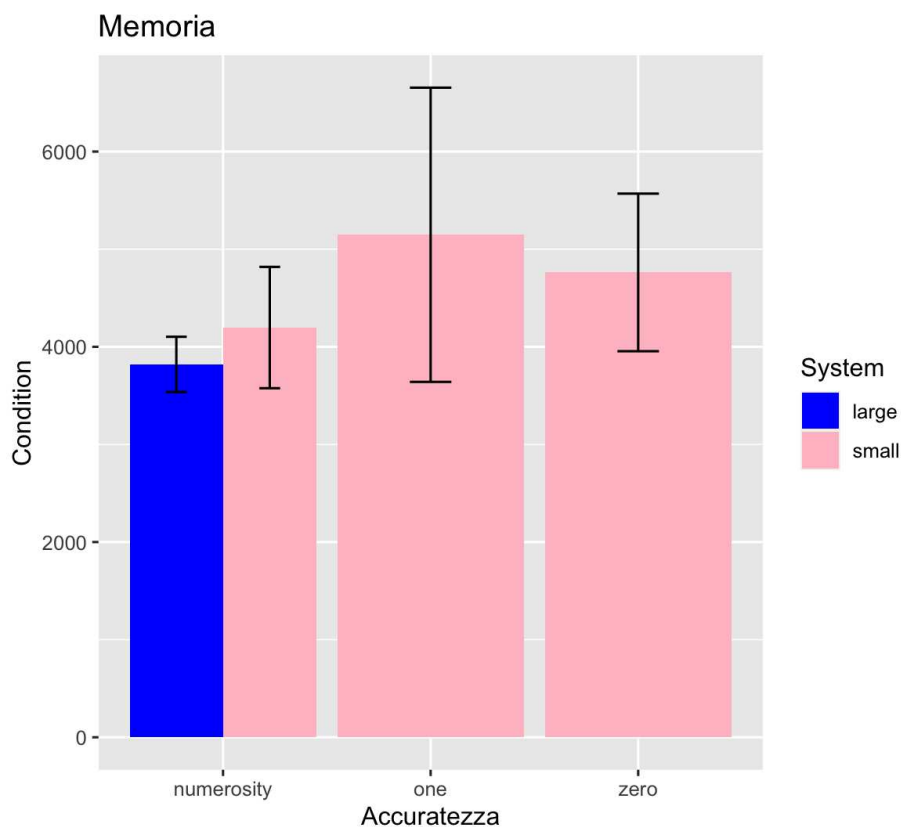


Figura 21. Grafico descrittive *TIME* media *task* M2SM

Nell'analisi dei dati si ritrova ugualmente una significativa differenza tra l'RT, media relativa al rapporto *numerosity:large* (3819.7632) e quella relativa al rapporto *numerosity:small* (4197.2261). Inoltre vale la pena evidenziare anche la sostanziale differenza tra RT, media di *numerosity:small* (4197.2261) e *one:small* (5147.5556).

L'analisi dei dati relativi alle prove di conteggio invece è stata fatta a partire dai risultati espressi in 20esimi per il conteggio progressivo e in 11esimi per il conteggio regressivo. In particolare circa il 70% dei bambini ha saputo rispettare la successione dei numeri sia in senso crescente che in senso decrescente, nominando lo zero durante il

conteggio all'indietro (l'undicesimo punto è stato assegnato ai bambini che includevano lo zero nel conteggio).

#### 4.4. Risultati emersi e discussione

I risultati evidenziati dalle analisi sono poi stati interpretati facendo riferimento alle domande di ricerca poste in precedenza, cioè:

- I bambini riconoscono, memorizzano e operano con uguale accuratezza in compiti non simbolici con numerosità zero o con grandi numerosità?
- I tempi di risposta sono differenti a seconda della numerosità presentata?

Dall'analisi dei dati si evince che non c'è una netta differenza per quanto riguarda l'accuratezza media nel *task* di riconoscimento tra numerosità (*numerosity:small* 0.996710526) o zero (*zero:small* 0.981132075) anche se la deviazione standard è superiore per quanto riguarda lo zero (0.136704901) rispetto alla numerosità (0.057353933). Per quanto riguarda il tempo si evince sorprendentemente una velocità media maggiore nel riconoscimento dello zero (3975.6415) piuttosto che nel riconoscimento di numerosità (4134.4079). Le deviazioni standard in questo caso sono equiparabili.

Nel caso del *task* di memorizzazione delle numerosità si deduce un'*accuracy* media comparabile tra memorizzazione delle numerosità (*numerosity:small* 0.92356688) e zero (*zero:small* 0.92553191). Anche la deviazione standard è equivalente (0.26611394 vs 0.26393880)

Per quanto concerne il tempo c'è una differenza che si può sintetizzare in questo modo: il tempo di risposta è superiore quando si ha zero (*numerosity:small* 4197.2261; *zero:small* 4762.0106). In questo caso però c'è una netta discrepanza tra le deviazioni standard. Per la numerosità si attesta intorno a 11010.6493, mentre per lo zero è di 7825.9586.

Nel *task* di conteggio invece la percentuale relativa al conseguimento del punteggio massimo nel conteggio regressivo è circa del 70%. Si può affermare quindi che ipoteticamente i bambini presi in esame comprendano il significato ordinale dello zero nella conta regressiva.

Inoltre, la sintesi dei risultati così espressa vuole evidenziare che effettivamente non ci sia un'enorme difformità tra comprensione e memorizzazione dello zero come quantità

rispetto alle altre numerosità. Perciò si presuppone che i partecipanti alla ricerca conoscano il significato cardinale del numero. Anche Krajcsi et al. (2021) con il suo gruppo di ricerca aveva riscontrato la comprensione della natura cardinale del numero e associato questo significato all'ordinalità: "Importantly, this view can explain why zero has a dual nature: Even though empty sets can be handled in numerical tasks that involve manipulating objects or items, the status of zero is special since it cannot represent the property of items that are not present, but it represents the lack of those items [...] In conclusion, preschoolers can handle zero on the same level as they can handle positive integers. Although the linguistic form can cause difficulties for them, this is independent of their conceptual understanding. However, preschoolers are unsure whether zero is a number. This may be caused by the set-based representation of numbers: Numbers can be the properties of items in a set, and, since an empty set does not include any items, zero cannot be a number in this view" (Krajcsi et al., 2021, p. 15).

In questo senso, però, i risultati emersi andrebbero rivalutati e i *task* riproposti su un campione più ampio e omogeneo. Difatti, ciò che emerge dall'analisi non può essere preso come sicuro al 100% poiché sarebbe necessaria una contro-verifica. Inoltre, potrebbe essere utile in termini statistici estendere la ricerca ad un campione di bambini dell'ultimo anno di scuola dell'Infanzia (5 anni) e paragonare i risultati con un altro campione differente di bambini del penultimo anno di scuola dell'Infanzia (4 anni) per rappresentare le differenze che potrebbero emergere nelle due diverse età.

A questo punto, per rispondere alla seconda domanda di ricerca è necessario attenersi ai risultati affiorati dai *task* di proto-aritmetica e di conteggio.

Nel *task* di proto-aritmetica, ci si è concentrati sulla variabile relativa al senso del numero, ossia la capacità dei bambini di comprendere il concetto di quantità e di operare con insiemi, inclusi quelli vuoti. Paragonando l'*accuracy* media di numerosità e zero si evince che: nel rapporto *numerosity:large* (0.66336634) e *zero:large* (0.69696970) l'*accuracy* è piuttosto simile (anche se maggiore per lo zero), si differenzia solo per qualche punto. Rispetto ad un totale di 1 l'accuratezza è media. La deviazione standard in questo caso è analoga (0.47491531 vs 0.46190699). Nel rapporto *numerosity:small* (0.61764706) e *zero:small* (0.71851852) contrariamente alle aspettative c'è una differenza più significativa. Anche in questo frangente la deviazione standard è similare (0.48836193 vs 0.45139670).

Per quanto interessa la media del *TIME* invece c'è una difformità tra *numerosity:large* e *zero:large*; infatti la velocità di risposta è nettamente superiore per lo zero (*zero* 3669.4848 vs *numerosity* 4639.4158). La deviazione standard della numerosità (4555.4389) è maggiore rispetto a quella associata a zero (3450.2842).

Anche nel caso di *numerosity:small* (3896.7255) e *zero:small* (3278.7481) il tempo impiegato è nettamente inferiore per lo zero e la deviazione standard associata a *numerosity* (4410.1150) distanzia parecchio quella associata a *zero* (2350.1476).

Questi risultati vanno ad indicare che nel *task* proto-aritmetico i bambini considerati preferiscono operare con zero piuttosto che con numerosità; infatti, l'accuratezza è migliore quando si ha zero e lo scatto di risposta minore, quindi i bambini risultano essere più veloci nelle risposte e perciò, si presuppone, anche più sicuri.

Infine, il *task* di conteggio è stato utilizzato per esaminare quanti bambini avessero integrato la parola "zero" nella lista delle parole numero. Come si evince dalla percentuale quindi un buon numero di bambini ha incluso "zero" nel conteggio all'indietro.

Si può dunque provare a ipotizzare una correlazione positiva tra questi due *task*, visti i risultati che favoriscono in un certo senso il numero zero nella proto-aritmetica rispetto alle numerosità e nel conteggio regressivo. Questo risultato deve però essere calato nel contesto e data l'eterogeneità del campione sarebbe bene che fosse riproposto ad un campione più numeroso ed omogeneo sia per età che per sviluppo (tipico).

Concludendo, dalle evidenze si riscontra che, se da un lato vengono confermate quelle che sono le ipotesi, dall'altro è fondamentale tenere conto di alcuni fattori.

Anzitutto della disparità inerente l'età tra una sezione e l'altra: si è osservata una maggiore reattività e propensione al completamento dei compiti in bambini di 5 anni e mezzo rispetto a bambini di 4 anni e mezzo. Secondo (Dehaene, 2000) il cervello del bambino nei primi anni di vita non può essere considerato un sistema stabile, ma un susseguirsi di cambiamenti che interessa anche e soprattutto lo sviluppo numerico.

Un'altra ragione che potrebbe aver inciso in tale senso potrebbe essere la durata dei *task* (molti bambini (sia aventi sviluppo tipico che atipico) hanno espresso verbalmente il desiderio di interrompere il gioco prima di arrivare alla conclusione) combinata al periodo dell'anno nel quale le sessioni sono state svolte. È riconosciuto infatti, che i bambini tendano ad essere più carichi di stanchezza verso il periodo antecedente la pausa estiva e

quindi ad avere una soglia dell'attenzione lievemente minore rispetto ad altri momenti dell'anno scolastico.

#### 4.5. Implicazioni didattiche della ricerca e possibili sviluppi futuri

Dalla ricerca presentata compaiono possibili spunti per l'implementazione di strategie didattiche in aula, nonché per l'identificazione di nuovi sviluppi futuri della ricerca stessa.

Innanzitutto, è sostanziale ricordare che il bambino è portatore di un precoce interesse e una predisposizione orientate all'acquisizione del concetto di numero e al suo uso, già dalla scuola dell'Infanzia. “Tuttavia, l'impatto con il sistema numerico, e con il calcolo in particolare, può essere difficile soprattutto per alcuni bambini se non vengono adeguatamente sviluppate tutte quelle competenze e conoscenze che fungono da precursori all'apprendimento matematico” (Lucangeli et al., 2003a, p. 25).

Come è già stato affermato in precedenza è quindi necessario stimolare questo aspetto attraverso strategie intelligenti che possano fare leva sull'intuizione dei bambini e permettere quindi il raffinamento del senso dei numeri (Dehaene, 2000).

Anche lo zero è considerato all'interno di questo processo, difatti, come è stato dimostrato dai risultati della ricerca, esso è compreso nel suo significato cardinale e addirittura nelle operazioni di proto-aritmetica anche se non è mai stata proposta un'educazione formale in tal senso. Sarebbe quindi auspicabile stimolare la curiosità degli alunni con giochi e attività che li possano coinvolgere in prima persona, attraverso l'impiego e la stimolazione dei 5 sensi. Queste pratiche dovrebbero essere messe in atto già dal primo anno di scuola dell'Infanzia, poiché come riportato da alcuni studi citati in questa tesi (Butterworth, 1999; Dehaene, 2000; Lucangeli et al., 2007; Zamarian et al., 2007; Vigna & Benavides-Varela, 2020; Krajcsi et al., 2021) i bambini possiedono capacità matematiche descritte come un “fenomeno cognitivo complesso che richiede l'attivazione di diversi processi mentali” (Lucangeli et al., 2007, p. 72). Perciò, quanto prima questi processi verranno incoraggiati, quanto poi si potranno costruire momenti (strutturati e non) per mettere in campo le competenze acquisite.

Per fare ciò, sarebbe però auspicabile poter espandere la ricerca su vasta scala, riuscendo quindi a raggiungere un campione più vasto e omogeneo, suddividendolo in

gruppi che rappresentano diverse fasce d'età. Questo consentirebbe di creare un database accurato dei risultati ottenuti dai bambini in base all'età, che potrebbe essere condiviso con gli insegnanti per poter collaborare sulle strategie didattiche da poter sviluppare.

## 5. CONCLUSIONI

Concludendo, lo scopo di questa tesi di ricerca è stato quello di analizzare la comprensione di alcuni significati dello zero nei bambini della scuola dell'Infanzia.

Prima di avviare la ricerca effettiva, si è voluta dedicare un'attenzione preliminare alla revisione della letteratura relativa ai processi cognitivi sottostanti lo sviluppo dell'intelligenza numerica e l'apprendimento dei numeri, focalizzandosi in particolare sul numero zero e proponendo un breve insight relativo all'educazione matematica nell'ordine scolastico oggetto della ricerca.

L'obiettivo principale dell'indagine proposta è stato quello di valutare se i bambini tra i 4 e 5 anni fossero in grado di riconoscere, memorizzare e operare con insiemi vuoti.

Le domande formulate hanno quindi voluto approfondire ulteriormente questa tematica. In particolare, si è cercato di comprendere se i bambini trattassero con uguale accuratezza insiemi vuoti e insiemi di grandi dimensioni in compiti non simbolici. Inoltre, sono stati esaminati i tempi di risposta e la loro variazione in base alla numerosità presentata all'interno dei vari *task*.

Ciò che emerge dagli esiti è che non esiste una grande disparità tra la comprensione e la memorizzazione dello zero in quanto quantità, rispetto ad altre numerosità; inoltre, gli alunni coinvolti nell'indagine hanno dimostrato di saper operare con insiemi vuoti (in particolare attraverso la somma "zero + altre numerosità") e di essere consci del suo significato cardinale. Pertanto, si può ipotizzare un legame tra queste capacità e quella di contare all'indietro che andrebbe indagato maggiormente in futuro, e quindi conoscere il ruolo posizionale dello zero all'interno del conteggio regressivo.

Questi risultati sono stati supportati da un'attenta analisi delle ricerche precedenti e dai riscontri ottenuti dagli studiosi in campi più oggettivi e controllati. Gli studi svolti da Krajcsi et al. (2021) che narravano come i bambini avessero dimostrato di comprendere la natura cardinale del numero zero attraverso la capacità di manipolare insiemi vuoti in modo positivo per risolvere compiti numerici hanno visto una riconferma a riprova che quanto ipotizzato dai ricercatori sia fondato su dati reali e rappresentativi.

Tuttavia, rimane in sospeso la rappresentatività del campione coinvolto, che è relativamente ristretto e poco indicativo rispetto alla fascia d'età presa in esame.



Le motivazioni sono già state discusse e sottolineate in precedenza, in particolare in relazione all'eterogeneità della generazione di alunni presa in considerazione rispetto al numero limitato di bambini osservati.

Sarebbe quindi auspicabile riproporre la ricerca e ampliare il campione coinvolto, tenendo conto delle considerazioni già fatte.

## BIBLIOGRAFIA

- American Psychiatric Association. (2023). *DSM-5-TR. Manuale diagnostico e statistico dei disturbi mentali*. Raffaello Cortina. <https://www.raffaellocortina.it/scheda-libro/american-psychiatric-association/dsm-5-tr-edizione-softcover-9788832855166-3926.html>
- Antell, S., & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development*, 54, 695–710.
- Benavides-Varela, S., Passarini, L., Butterworth, B., Rolma, G., Burgio, F., Pitteri, M., Meneghello, F., Shallice, T., & Semenza, C. (2016). Zero in the brain: A voxel-based lesion–symptom mapping study in right hemisphere damaged patients. *Cortex*, 77, 38–53. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2016.01.011>
- Bialystok, E. (1992). Symbolic representation of letters and numbers. *Cognitive Development*, 7(3), 301–316. [https://doi.org/10.1016/0885-2014\(92\)90018-M](https://doi.org/10.1016/0885-2014(92)90018-M)
- Boccia, P. (2004). *Metodologia della ricerca nelle attività psicopedagogiche e nella vita sociale: Tematiche ed ipotesi di lavoro / Pietro Boccia*. Zanichelli.
- Boscolo, A., Crescenzi, M., & Scoppola, B. (2021). Sulla genesi e lo sviluppo del pensiero matematico di Maria Montessori. *Rivista di Storia dell'Educazione*, 8(2), 9–23.
- Boudon, R. (1991). *Metodologia della ricerca sociologica*. il Mulino.
- Butterworth, B. (1999). *Intelligenza matematica. Vincere la paura dei numeri scoprendo le doti innate della mente*. Rizzoli.
- Cavallera, H. A. (2013). *Storia della scuola italiana*. Le Lettere.
- D'Amore, B., & Pinilla, M. I. F. (2009). *Zero. Aspetti concettuali e didattici*. Erickson.

- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44(1–2), 1–42.  
[https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90049-n](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-n)
- Dehaene, S. (2000). *Il pallino della matematica. Scoprire il genio dei numeri che è in noi*. Mondadori.
- Dello Schiavo, L., & Baccaglini-Frank, A. (2017). La quantità del nulla. *Itacha: Viaggio nella Scienza*, X, 95–108.
- Di Paola, B., & Montone, A. (2018). Mi descrivi il tuo disegno del Mattoncino Lego? Un'esperienza didattica di matematica nella scuola dell'infanzia. *Didattica Della Matematica. Dalla Ricerca Alle Pratiche d'aula*, 4, 27–49.
- Feigenson, L., & Carey, S. (2005). On the Limits of Infants' Quantification of Small Object Arrays. *Cognition*, 97, 295–313.
- Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. Springer-Verlag.
- Gardner, H. (1999). *Intelligence Reframed: Multiple Intelligences for the 21st Century*. Basic Books.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press.
- Hughes, M. (1987). *I bambini ed il numero*. 27, 62–66.
- Intelligenza. (s.d.). In *Treccani*. <https://www.treccani.it/vocabolario/intelligenza/>
- Karmiloff-Smith, A. (1992). *Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science* (pp. xv, 234). The MIT Press.
- Krajcsi, A., Kojouharova, P., & Lengyel, G. (2021). Development of Preschoolers' Understanding of Zero. *Frontiers in Psychology*, 12.
- Lucangeli, D., Ianniti, A., & Vettore, M. (2007). *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica*. Carocci.

- Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (2010). *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*. Franco Angeli.
- Lucangeli, D., Poli, S., & Molin, A. (2003a). *L'intelligenza numerica. Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dai 3 ai 6 anni* (Vol. 1). Erickson.
- Mandler, G., & Shebo, B. J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, *111*(1), 1–22.  
<https://doi.org/10.1037/0096-3445.111.1.1>
- Marescotti, E. (2006). *Le parole chiave della pedagogia speciale*. Carocci.  
<https://demo.carocci.it/prodotto/le-parole-chiave-della-pedagogia-speciale>
- McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*. *Animal Behaviour*, *47*(2), 379–387. <https://doi.org/10.1006/anbe.1994.1052>
- Merritt, D. J., & Brannon, E. M. (2013). Nothing to it: Precursors to a zero concept in preschoolers. *Behavioural Processes*, *93*, 91–97.
- Montessori, M. (1931). Montessori. *Rivista mensile dell'Opera Nazionale Montessori*, *numeri da gennaio a giugno*.
- Montessori, M. (1934a). *Psicoaritmetica*. Araluce.
- Montessori, M. (1934b). *Psicogeometria*. Araluce.
- Nisbet, J. D., & Entwistle, N. J. (1995). *Metodologia della ricerca educativa e della sperimentazione* (4. rist). A. Armando.
- Piaget, J. (1964). *Six études de psychologie*. Gonthier.
- Piaget, J. (1968). *La nascita dell'intelligenza nel fanciullo*. Giunti-Barbera universitaria.

- Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux & Niestlé.
- Pixner, S., Dresen, V., & Moeller, K. (2018). Differential Development of Children's Understanding of the Cardinality of Small Numbers and Zero. *Frontiers in Psychology*, 9. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2018.01636>
- Pontecorvo, C. (1985). *Psicologia dell'educazione: Conoscere a scuola*. Il Mulino. <http://www.librinlinea.it/titolo/psicologia-delleducazione-conoscere-a/RAV0004670>
- Santamaita, S. (2021). *Storia della scuola. Dalla scuola al sistema formativo* (Terza edizione). Pearson.
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1990). Numerical Abstraction by Human Infants. *Cognition*, 36, 97–127.
- Steffe, L. P., Cobb, P., & von Glasersfeld, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. Springer-Verlag.
- Tracy, S. J. (2020). *Qualitative research methods: Collecting evidence, crafting analysis, communicating impact / Sarah J. Tracy* (2. ed.). Wiley-Blackwell.
- Vallortigara, G., & Panciera, N. (2014). *Cervelli che contano*. Adelphi.
- Vigna, G., & Benavides-Varela, S. (2020). Una revisione della letteratura sulla comprensione del concetto di zero e dei suoi precursori durante l'infanzia. *DIS*, 1(3), 393–410.
- Vygotskij, L. S., Lurija, A. R., & Leont'ev, A. N. (1969). *Psicologia e pedagogia*. Editori Riuniti.

- Wearne, D., & Hiebert, J. (1988). A cognitive approach to meaningful mathematics instruction: Testing a local theory using decimal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 371–384. <https://doi.org/10.2307/749172>
- Wellman, H. M., & Miller, K. F. (1986). *Thinking about nothing: Development of concepts of zero*,. 4(1), 31–42.
- Wynn, K. (1992). Children's Acquisition of the Number Words and the Counting System. *Cognitive Psychology*, 24, 220–251.
- Zamarian, L., Granà, A., Semenza, C., & Girelli, L. (2007). *Rappresentarsi il «nulla». Indagine sul concetto di «zero» in bambini di cinque e sei anni*. 2.

## SITOGRAFIA

Intelligenza. (s.d.). In *Treccani*. <https://www.treccani.it/vocabolario/intelligenza/>

## NORMATIVA

D.P.R. 11 giugno 1958, n. 584, Programmi didattici per le scuole materne.

<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/1958/06/17/058U0584/sg>

L. 444 del 18 marzo 1968.

<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/1968/04/22/068U0444/sg>

D.P.R. 10 settembre 1969, n. 647, Orientamenti dell'attività educativa nelle Scuole Materne Statali.

[https://www.gazzettaufficiale.it/atto/serie\\_generale/caricaDettaglioAtto/originario?atto.dataPubblicazioneGazzetta=1969-10-01&atto.codiceRedazionale=069U0647](https://www.gazzettaufficiale.it/atto/serie_generale/caricaDettaglioAtto/originario?atto.dataPubblicazioneGazzetta=1969-10-01&atto.codiceRedazionale=069U0647)

D. M. 3 giugno 1991, n. 647, Orientamenti dell'attività educativa nelle scuole materne statali.

<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/1991/06/15/091A2596/sg>

D. L. 19 febbraio 2004, n. 59, Definizione delle norme generali relative alla scuola dell'infanzia e al primo ciclo dell'istruzione.

<https://archivio.pubblica.istruzione.it/riforma/allegati/dl190204.pdf>

Raccomandazione 2006/962/CE del Parlamento europeo e del Consiglio, del 18 dicembre 2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente

<https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32006H0962&from=FI>

D. M. 31 luglio 2007, Indicazioni nazionali per il curricolo delle scuole dell'infanzia e del primo ciclo.

<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2007/10/01/07A08132/sg>

D. M. 16 novembre 2012, n. 254, Regolamento recante indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, a norma dell'articolo 1, comma 4, del decreto del Presidente della Repubblica n. 89 del 20 marzo 2009.

<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2013/02/05/13G00034/sg>

L.13 luglio 2015, n. 107, Riforma del sistema nazionale di istruzione e formazione e delega per il riordino delle disposizioni legislative vigenti.

<https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2015/07/15/15G00122/sg>

MIUR, Indicazioni nazionali e Nuovi scenari, comitato scientifico nazionale per le Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione, MIUR, 2018

<https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari/>

Gazzetta Ufficiale dell'Unione Europea, (2018). Raccomandazione del consiglio del 22 maggio 2018 relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente

[https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01))

## DOCUMENTAZIONE SCOLASTICA

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Piano Triennale Offerta Formativa (triennio 2019 - 2022) from

<https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDIC82800D-201922-202021-20201223.pdf>

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Piano Triennale Offerta Formativa (triennio 2022 - 2025) from

<https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDIC82800D-202225-202122-20211220.pdf>

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Rapporto di Autovalutazione. Triennio di riferimento 2019 -2022 from

[https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/RAV\\_201819\\_PDIC82800D\\_20190801132616.pdf](https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/RAV_201819_PDIC82800D_20190801132616.pdf)

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Curricolo verticale d'istituto.

[https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/CURRICOLO-COMPLETO-IN-VERTICALE\\_INFANZIA-PRIMARIA-SECONDARIA.pdf](https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/CURRICOLO-COMPLETO-IN-VERTICALE_INFANZIA-PRIMARIA-SECONDARIA.pdf)





UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
Dipartimento di Filosofia, Sociologia,  
Pedagogia e Psicologia applicata

CORSO DI STUDIO MAGISTRALE IN  
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

RELAZIONE FINALE DI TIROCINIO

## CHE PROBLEMA LA MATEMATICA!

*Co-teaching* e collaborazione nella progettazione e nella  
realizzazione della pratica didattica

Relatore: Gallocchio Simonetta

Laureanda: Egle Giovanna  
Callegaro

Matricola: 1196536

Anno accademico: 2022/2023

## **Indice**

|   |    |
|---|----|
| <b>Introduzione</b> .....   | 3  |
| <b>1. Analisi del contesto scolastico come ponte tra teoria e pratica: la scuola primaria “Camerini” e la classe 5A</b> .....   | 6  |
| <b>2. Progettazione e realizzazione della pratica didattica: l'importanza della didattica inclusiva e il riferimento al valore del co-teaching</b> .....  | 11 |
| 2.1. Co-teaching e teoria: un binomio vincente per la progettazione e la realizzazione didattica. ....  | 11 |
| 2.2. Didattica inclusiva e co-teaching.....   | 23 |
| <b>3. La valutazione come sfida</b> .....   | 25 |
| 3.1. La trifocalità e la co-valutazione.....  | 25 |
| 3.2. Valutazione dell'intervento e autovalutazione.....   | 31 |
| <b>4. La complessità della professionalità docente nella costruzione dell'Io-insegnante durante il percorso di tirocinio: modelli di professionalità, conclusione del percorso, bilancio e apertura al futuro</b> ..... | 33 |
| <b>Bibliografia</b> .....   | 36 |
| <b>Allegati</b> .....   | 44 |

## Introduzione

Attraverso la relazione finale di tirocinio intendo mettere in luce alcuni aspetti fondamentali dell'insegnamento che ho avuto modo di sperimentare direttamente durante il mio percorso formativo. Uno di questi riguarda la centralità dell'esperienza pratica nell'analisi del contesto scolastico. Sono infatti convinta che l'esperienza diretta in classe sia fondamentale per comprendere le dinamiche dell'ambiente educativo e per sviluppare una didattica efficace.

Durante il mio percorso formativo, ho avuto la fortuna di osservare diversi contesti e realtà ma, tra queste esperienze, l'Erasmus svolto in Finlandia durante il secondo semestre del quarto anno di corso è stato di particolare rilevanza. Essere stata trasportata in un contesto completamente diverso mi ha permesso di svolgere un'attenta osservazione degli ambienti di apprendimento e confrontare tutti gli aspetti relativi all'organizzazione degli insegnanti, alla routine scolastica e alle metodologie adottate, con il mio personale bagaglio di esperienze costruito in Italia.

Durante il mio soggiorno, ho avuto l'opportunità di partecipare attivamente alle lezioni, interagendo non solo con gli insegnanti che mi hanno guidata, ma anche con i bambini che mi hanno mostrato in prima persona i vantaggi di un contesto scolastico aperto ed innovativo. Ho potuto apprezzare non solo l'utilizzo della tecnologia, ma anche il ricorso a metodologie e strategie didattiche spesso caratterizzate da approcci attivi e permissivi, da format laboratoriali o di tipo "flipped classroom" e da lezioni più brevi con pause prolungate.

Inoltre, ho potuto constatare gli ambienti di apprendimento, segnati da spazi aperti e classi "senza muri", lezioni all'aperto, contatto con la natura e pratica di sport in contesti stimolanti. Questa comparazione mi ha permesso di ritornare in Italia con un bagaglio esperienziale molto più ricco e con una consapevolezza diversa rispetto all'importanza dell'osservazione, della comprensione e della riflessione sull'ambiente educativo.

Intendo affrontare inoltre il tema del *co-teaching*, considerato una pratica educativa e didattica articolata in tre dimensioni riferite alla progettazione, all'insegnamento e alla valutazione in cui l'aspetto comune è la collaborazione tra docenti e tra docenti e studenti (Ghedin, 2013). Ho sperimentato personalmente l'importanza di questa metodologia, che consente di condividere conoscenze ed esperienze, promuovendo così una pratica

didattica più efficace. Ritengo che la collaborazione tra le parti, intesa come relazione genuina di partecipazione, possa divenire modello per tutti coloro che sono coinvolti nel processo di inclusione (classe, scuola, famiglie, comunità). In particolare, la dinamicità dell'insieme (contesti come classe, scuola, gruppo...) si attiva a partire dalle diversità delle singole componenti e dallo stesso insieme (Ghedini, 2013). Questo flusso permette la circolarità delle interazioni e apre la strada alla possibilità del cambiamento (Medeghini & Fornasa, 2011). Nel caso del mio intervento didattico questa innovazione è stata rappresentata proprio dalla collaborazione (sugli stessi argomenti) di due classi con diversa età anagrafica e appartenenti a due plessi differenti che ha messo in moto una rete di relazioni e flussi di interazioni tra le sezioni e le scuole protagoniste.

Un altro aspetto su cui intendo focalizzarmi è l'importanza della didattica inclusiva. Credo che ogni alunno abbia diritto ad un'istruzione di qualità, che tenga conto delle sue specifiche esigenze ed abilità. In questo senso, il docente ha un ruolo fondamentale nel creare un ambiente di apprendimento inclusivo, che valorizzi la diversità e che offra a tutti gli allievi le stesse opportunità di apprendimento, così come viene raccomandato dalla Costituzione della Repubblica Italiana, art. 34, che recita: "La scuola è aperta a tutti" e dalla Legge 13 luglio 2015, n. 107 "Riforma del sistema nazionale di istruzione e formazione e delega per il riordino delle disposizioni legislative vigenti" che descrive la scuola come un laboratorio permanente di ricerca dove le pari opportunità di successo formativo e di istruzione permanente dei cittadini sono offerte a tutti senza distinzioni.

Uno spazio di rilievo sarà anche riservato alla tematica della valutazione e la sua complessità attraverso la prospettiva trifocale e con uno sguardo attento al tema del *co-teaching* e della co-valutazione.

Infine, intendo esplorare come la costruzione dell'Io-insegnante sia un processo complesso, che richiede adattabilità, conoscenza e competenze. Il docente deve infatti essere in grado di adattarsi alle diverse esigenze degli allievi, utilizzando le informazioni acquisite durante la sua preparazione. Come espresso da Margiotta (1999) la formazione iniziale e quella in servizio dei docenti sono viste così dentro un *continuum* unitario in cui l'agire professionale risulta caratterizzato da consapevolezza, autonomia, responsabilità e partecipazione. Il ruolo degli insegnanti sta evolvendo, richiedendo una vasta gamma di conoscenze e competenze nuove. Le ricerche sull'insegnamento e

l'apprendimento sottolineano l'importanza, oltre alla padronanza di conoscenze di tipo curricolare, di un repertorio di tecniche e metodi didattici. Data l'evoluzione costante della società in cui viviamo, gli insegnanti devono essere in grado di intervenire nella crescita sociale dei giovani, gestendo situazioni complesse e processi di apprendimento in modo efficace. Inoltre, essi devono essere in grado di utilizzare metodi e tecniche di gestione di strutture e situazioni, di processi e rapporti (Margiotta, 1999).

Per descrivere il ruolo dell'insegnante in modo più immediato e vivido ho scelto di utilizzare la metafora del docente come albero. Il docente sostiene la creazione di una base solida per l'apprendimento; i suoi rami si estendono in tutte le direzioni offrendo occasioni progettate per costruire e sviluppare conoscenze e abilità. Oltretutto, l'insegnante deve essere in grado di adattarsi alle mutevoli condizioni e alle sfide dell'ambiente educativo, riuscendo a creare un ambiente di apprendimento sicuro e confortevole per gli allievi.

## **1. Analisi del contesto scolastico come ponte tra teoria e pratica: la scuola primaria “Camerini” e la classe 5A**

L'osservazione e l'analisi del contesto scolastico all'interno del quale si è svolto il mio tirocinio sono state supportate da alcuni riferimenti teorici che mi hanno permesso di cogliere con più precisione tutte le sfaccettature di questo sistema complesso. Secondo Michellini (2006), la scuola non deve essere vista solo come una struttura fisica, ma come una comunità in cui gli studenti, gli insegnanti e i genitori collaborano per il raggiungimento di un obiettivo comune: la formazione dei giovani. La scuola come agenzia educativa e comunità si basa su diversi principi, tra cui il rispetto reciproco, la partecipazione attiva degli studenti, l'attenzione alle esigenze individuali, la valorizzazione delle diversità e la condivisione delle responsabilità.

Durante la mia osservazione del contesto scolastico ho cercato di cogliere le tre tipologie comunitarie individuate da Michellini (2006):

- la comunità di insegnamento/apprendimento, costruita nelle dinamiche dello scambio regolativo tra docenti ed alunni;
- la comunità professionale, dotata di proprie finalità e norme e formata dalle diverse componenti del personale scolastico (docenti, dirigente, personale A.T.A.);
- la comunità partecipata, costituita dagli studenti stessi, dai genitori, dagli enti ed organismi presenti nel territorio;

Ho voluto riportare questa suddivisione in quanto evidenzia come la scuola non sia soltanto un luogo di apprendimento, ma anche una comunità complessa, costituita da diverse componenti che interagiscono tra loro: tenere a mente questo concetto mi ha aiutata a cogliere in modo più profondo alcune sfaccettature del sistema scuola durante tutta la mia attività di osservazione.

La mia esperienza di tirocinio si è svolta presso una scuola primaria sconosciuta a me fino a questo anno. Prima di quest'esperienza, non ne avevo mai varcato la soglia né in qualità di studentessa né in qualità di insegnante. Pertanto, per avere una comprensione precisa del contesto scolastico, mi sono avvalsa del Piano Triennale dell'Offerta Formativa (PTOF) dell'Istituto, definito da Tonegato (2018, p.7) come “il documento rappresentativo dell'identità culturale e progettuale di ogni istituzione scolastica, che lo predispone attraverso la partecipazione di tutte le sue componenti, esplicitando e

concretizzando in tale modo nell'ambito dell'autonomia la propria progettazione curricolare, extracurricolare, educativa ed organizzativa”.

L'Istituto Comprensivo “L. Belludi” è costituito da 7 plessi che includono una scuola dell'infanzia, cinque scuole primarie e una scuola secondaria di primo grado. La *mission* dell'Istituto si esplica nella valorizzazione della scuola come comunità attiva aperta al territorio. Infatti, numerose sono le iniziative promosse che vedono il reciproco coinvolgimento delle agenzie educative per promuovere in particolare lo sviluppo delle competenze chiavi per l'apprendimento permanente (2018). Inoltre, per raggiungere questi obiettivi si propone di adottare strategie e metodologie didattiche quali Content Language Integrated Learning, Cooperative Learning, Flipped Classroom e Philosophy for Children.

La scuola primaria “Paolo Camerini” è ubicata, come già anticipato, nel centro cittadino di Piazzola sul Brenta (PD). Il tempo scuola è di quaranta ore settimanali, dal lunedì al venerdì dalle 8.30 alle 16.30. L'edificio è a due piani, circondato da un ampio cortile, e si compone di nove aule, cinque al piano terra e quattro al primo piano. Sono presenti una biblioteca molto fornita, una palestra ben attrezzata, una mensa e un'aula multimediale.

Il professor Tonegato (2018) sottolinea l'importanza dell'ambiente di apprendimento e l'effetto che questo ha sulla qualità dell'istruzione. Egli afferma che la struttura dell'edificio e la sua funzionalità sono fondamentali per garantire la flessibilità d'uso e l'accessibilità per tutti. Inoltre, la varietà e la specificità degli spazi, così come il loro raccordo con l'extra-scuola, contribuiscono a creare un ambiente di apprendimento completo. Infine, l'arredamento, la tecnologia e le configurazioni telematiche sono elementi importanti per la creazione di spazi adatti alle attività didattiche e per la condivisione della conoscenza oltre l'aula. Nella scuola oggetto della mia osservazione ho quindi ricercato queste caratteristiche soffermandomi sull'ambiente di apprendimento che gioca un ruolo cruciale nel favorire e sviluppare l'azione didattica e formativa. Inoltre, la mia analisi è stata corroborata dal pensiero di Castoldi (2018), il quale afferma che l'ambiente di apprendimento è diventato il fulcro della riflessione pedagogica. Egli sostiene che il rinnovamento delle pratiche educative e didattiche richieda un approccio olistico e sistemico, che presti attenzione non solo alle metodologie impiegate dall'insegnante o alla gestione della relazione con gli allievi, ma anche a tutti gli elementi che contribuiscono all'evento formativo. Pertanto, è necessario ampliare la prospettiva su

come migliorare l'azione educativo-didattica attraverso una ridefinizione del contesto formativo. Questo contesto non si limita all'aula, ma si estende all'organizzazione scolastica e al suo ruolo nella comunità territoriale.

Perciò, grazie anche al raccordo con la Tutor e alle ore di osservazione, ho potuto farmi un'idea più accurata ed esatta del contesto scolastico, esaminando attentamente tutti gli ambienti della scuola e, soprattutto, concentrandomi sulla classe 5A, protagonista del mio intervento di tirocinio.

La classe di afferenza è una classe quinta sezione A composta da 19 alunni (7 maschi e 12 femmine). Non vi sono studenti certificati o con bisogni educativi speciali. L'organizzazione della classe è di tipo tradizionale, con banchi singoli disposti in file e una zona destinata alla lavagna, alla LIM e alla cattedra dei docenti. Per favorire l'apprendimento degli alunni nell'aula sono presenti diversi poster educativi, tra cui mappe, schemi, grafici e supporti visivi che attraverso determinate strategie possono favorire la memorizzazione e la rielaborazione dei concetti. Durante le lezioni, la disposizione dei banchi viene cambiata in base alle attività indicate per permettere un lavoro condiviso tra gli alunni che così sono stimolati a partecipare in modo attivo alle proposte della maestra. L'ambiente è accogliente e i bambini apprendono con entusiasmo e sono incentivati spesso dalla stessa docente a collaborare tra loro in lavori a coppie o di gruppo. L'interazione tra gli alunni è quindi incoraggiata e durante i momenti di osservazione tramite delle *check-list* ho potuto notare come sia mediamente positiva anche nei momenti di relazione/gioco durante le pause tra le lezioni.

La docente che mi ha affiancato durante l'intero periodo di tirocinio è Lara, insegnante di matematica, scienze, musica e tecnologia. Il suo metodo di lavoro, caratterizzato, oltre che da lezioni frontali anche da lezioni attive con scambio e dibattito e da lezioni di approfondimento, consente di coinvolgere e stimolare gli alunni, lasciando spazio ai loro interventi e ai loro pensieri, attraverso domande e riflessioni. In questo modo, i bambini si possono sentire coinvolti e responsabilizzati. Il rapporto tra insegnante e alunni è perciò aperto e sereno, di fiducia e di stima, fondato sulla reciprocità e sulla partecipazione.

Durante le ore di osservazione, mi sono focalizzata sulle peculiarità di ciascuno degli alunni, valutando i loro punti di forza e di debolezza in relazione all'insegnamento della matematica (materia che ha riguardato il mio intervento di tirocinio). Ho riscontrato che gli alunni dimostrano una notevole abilità nella lettura, nella scrittura e nel confronto dei



numeri naturali e decimali e sono in grado di eseguire le quattro operazioni e risolvere problemi logico-matematici utilizzando strategie già acquisite. Per fare ciò mi sono avvalsa di alcune *check-list* utilizzate durante le osservazioni delle lezioni di matematica e del confronto con la mentore che mi ha descritto il livello del gruppo classe in modo accurato, partendo dai risultati delle ultime prove che aveva somministrato. La sinergia con la Tutor infatti mi ha permesso di intrecciare le evidenze oggettive con i traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria: “L’alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l’opportunità di ricorrere a una calcolatrice” (D.M.254 del 16 novembre 2012) e gli obiettivi di apprendimento: “Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali; Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l’opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni; Stimare il risultato di una operazione” (D.M.254 del 16 novembre 2012) rintracciabili nelle Indicazioni Nazionali del 2012.

L'analisi dei documenti scolastici è stata sostanziale per comprendere le priorità e le progettualità della scuola e della classe in cui ho svolto il mio tirocinio. Ho esaminato il Piano Triennale dell'Offerta Formativa (PTOF) dell'Istituto, che rappresenta l'identità culturale e progettuale dell'istituzione scolastica, il R.A.V., documento che viene utilizzato per condurre un processo di autovalutazione e di autoanalisi della propria organizzazione e del proprio funzionamento, ed infine il Curricolo d'Istituto, che rappresenta la sintesi delle scelte didattiche, educative e organizzative effettuate dalla scuola per garantire il raggiungimento degli obiettivi formativi prefissati. Proprio il Curricolo Verticale d'Istituto è stato fondamentale per il lavoro di progettazione e confronto svolto, aiutandomi ad indagare ogni nucleo tematico grazie alla suddivisione in obiettivi di apprendimento, conoscenze, abilità e competenze.

Inoltre, ho osservato attentamente l'ambiente della classe, la struttura organizzativa e la metodologia didattica della docente. Questa analisi teorica mi ha fornito una panoramica completa del contesto in cui avrei operato, permettendomi di comprendere le esigenze degli alunni e valutare l'approccio didattico da adottare. Tutte queste informazioni mi sono state utili per progettare e affrontare il mio intervento di tirocinio in modo più efficace. Sulla base dell'analisi teorica, ho progettato un percorso caratteristico per la classe 5A: la scelta di focalizzarsi sulla matematica e su alcuni traguardi specifici è stata dettata dall'obiettivo di migliorare le competenze matematiche degli alunni, sfruttando le

abilità già acquisite e implementando nuove strategie. Il percorso didattico è stato progettato al fine di promuovere un apprendimento valido e duraturo.

Nel primo quadrimestre, gli alunni avevano già acquisito competenze in lettura, scrittura e confronto dei numeri naturali, nonché nella comprensione e risoluzione di problemi logico-matematici utilizzando strategie note. Tuttavia, ho visto la possibilità di affrontare lo studio della statistica durante il secondo quadrimestre, al fine di sviluppare competenze nella lettura, interpretazione e gestione dei dati di un'indagine.

Dalla mia analisi iniziale, ho rilevato le esigenze formative degli alunni e in particolare la necessità di sviluppare le competenze nella decodifica dei problemi matematici, nell'individuazione dei dati necessari per risolverli efficacemente e nella descrizione del procedimento impiegato per comunicare la soluzione in modo chiaro e convincente, come suggerito da Bonotto (2017). Inoltre, seguendo il pensiero di Lucangeli (2003), ho ritenuto importante sviluppare la flessibilità cognitiva degli alunni e la loro capacità di adattarsi a diverse situazioni, attraverso l'acquisizione di diverse strategie di risoluzione di un problema.

## **2. Progettazione e realizzazione della pratica didattica: l'importanza della didattica inclusiva e il riferimento al valore del co-teaching**

### 2.1. Co-teaching e teoria: un binomio vincente per la progettazione e la realizzazione didattica.

Ho sviluppato il mio intervento didattico con l'idea di unire le forze e il lavoro di più persone, creando una sinergia tra le diverse competenze e prospettive. Quando a novembre 2022, io la collega tirocinante Giulia Zilio abbiamo scoperto di essere entrambe inserite nell'Istituto Comprensivo “L. Belludi” di Piazzola sul Brenta (PD) e di avere come *focus* del nostro percorso di tirocinio la matematica, è stato naturale per noi pensare a una modalità di lavoro condivisa.

Abbiamo subito compreso che operare insieme ci avrebbe permesso di ottenere risultati migliori, consentendoci di integrare le nostre conoscenze e utilizzare più adeguatamente le risorse a nostra disposizione.

In particolare, abbiamo collaborato nella progettazione e nella realizzazione delle attività didattiche, sperimentando una pratica di *co-teaching* che ci ha consentito di lavorare insieme seppur con due classi diverse. Quest'ultima è una pratica d'insegnamento che coinvolge due o più insegnanti che lavorano insieme per fornire un'esperienza di apprendimento completa e inclusiva agli studenti. Le tre dimensioni fondamentali sono la co-progettazione, il co-insegnamento e la co-valutazione (Walther-Thomas e Bryant, 1996). La collaborazione tra docenti può essere particolarmente utile durante la progettazione, poiché consente di integrare le competenze e le conoscenze nella pianificazione delle attività didattiche. Il *co-teaching* rappresenta una soluzione efficace alle difficoltà che il singolo docente può incontrare nella complessità dei contesti scolastici. Infatti, secondo la ricerca di Ghedin (2016), questo approccio può superare le limitazioni dell'insegnamento tradizionale, che spesso si basa su un'unica prospettiva e un'unica figura di riferimento. Integrando le conoscenze di più insegnanti, si viene a creare un ambiente di apprendimento più dinamico, interattivo ed equo. Inoltre, Aquario (2013) evidenzia come gli insegnanti coinvolti possano lavorare insieme per adattare il materiale didattico alle esigenze degli studenti, fornendo supporto personalizzato e aiutando gli alunni a raggiungere i loro obiettivi di apprendimento. In questo modo, il co-

insegnamento si rivela un approccio altamente efficace per offrire un'esperienza di apprendimento completa e inclusiva.

Grazie a questo approccio, io e Giulia abbiamo potuto sperimentare diverse strategie didattiche, confrontarci costantemente e promuovere il confronto tra gli studenti, creando un ambiente di apprendimento stimolante e inclusivo.

Personalmente è stato utile nella progettazione per diversi motivi:

- In primo luogo, ha coinvolto due insegnanti (me e Giulia) che hanno collaborato insieme per progettare e implementare le attività di apprendimento. Questo ha permesso di utilizzare le competenze e le risorse di entrambe, offrendo un'esperienza di apprendimento più completa e arricchita per gli studenti poiché siamo riuscite a superare eventuali difficoltà insieme ed offrire una prospettiva complementare.
- In secondo luogo, ha permesso la diversificazione degli stili di insegnamento. Ognuno ha le proprie risorse e caratteristiche, le proprie competenze e conoscenze, adotta strategie differenti. Abbiamo potuto combinare i diversi stili di insegnamento per creare un ambiente di apprendimento più inclusivo e personalizzato.
- In terzo luogo, il co-insegnamento ha favorito una maggiore attenzione alle esigenze degli studenti. Grazie alla collaborazione, è stato possibile individuare e rapportarci con le specificità degli studenti. Io e Giulia abbiamo inoltre offerto loro un'attenzione personalizzata, calibrando le attività in base ai bisogni. In questo modo, è stato possibile creare un ambiente di apprendimento più inclusivo.
- Infine, collaborare con una collega mi ha aiutato a sentirmi più supportata e ha aumentato la fiducia nell'affrontare le sfide dell'insegnamento.

Nel progettare l'intervento didattico in ottica sistemica, quindi promuovendo l'interazione all'interno del sistema scolastico di più attori, interconnessi tra loro (studenti, insegnanti, genitori, territorio), ho pensato di coinvolgere diversi agenti educativi quali la Tutor Lara, insegnante di matematica, la maestra Elena, che svolge ore di compresenza nella classe, la collega Giulia Zilio, tirocinante della classe 4<sup>a</sup> primaria del plesso "Luigi Bottazzo" di Presina (PD) e la rispettiva tutor, Donata Gottardo. Infatti, la progettazione didattica è frutto della negoziazione di idee, obiettivi e proposte, e di un confronto costruttivo tra gli attori coinvolti. La negoziazione è partita da un'attenta analisi

dei Curricoli Verticali d'Istituto e dalla condivisione della Programmazione delle due classi. Il dialogo con la Tutor mi ha fatto comprendere il significato delle scelte operate. Nella prima parte dell'anno si propongono attività legate al consolidamento delle abilità matematiche; come espresso nelle Indicazioni Nazionali del 2012, la costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese. In questo senso si rinforza la lettura, scrittura e composizione dei grandi numeri, il concetto di divisione e si consolida la conoscenza dei decimali, delle divisioni con i numeri decimali e delle potenze. (D.M. 254 del 16 novembre 2012).

Nel secondo periodo dell'anno invece viene stimolata la scoperta di alcuni nuovi concetti: la percentuale, l'interesse e le espressioni aritmetiche, si scoprono poi i numeri relativi e il sistema di numerazione dei Romani. Si individuano strategie per la soluzione dei problemi. A questo proposito ancora una volta la Tutor si è collegata alle Indicazioni Nazionali del 2012 per operare le sue scelte; in questo documento è infatti evidenziata l'importanza del lavoro sulla risoluzione di problemi: "gli alunni stimolati dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, impareranno ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive" (D.M. 254 del 16 novembre 2012). Proprio su questa sfida ho concordato con la Tutor di innestare il mio intervento. Il lavoro di scelta, ricerca e attenta analisi ci ha portato a individuare alcuni aspetti caratterizzanti della disciplina matematica adatti ai nostri scopi come: *problem posing*, *problem solving*, procedure di calcolo, lettura ed analisi dei dati statistici.

La Programmazione della docente, alla quale ho fatto riferimento, mi ha supportata nella scelta delle tematiche. Essa sottolinea l'importanza dell'approccio logico-matematico nel consentire agli studenti di sviluppare una comprensione sempre più competente del mondo reale. In particolare, si è sottolineata l'importanza di presentare ai ragazzi problemi autentici e significativi, legati alla vita quotidiana, piuttosto che limitarsi a esercizi ripetitivi o quesiti di memorizzazione. Per questo motivo, la Programmazione ha previsto una specifica sezione dedicata alle situazioni problematiche, al fine di guidare gli studenti nel processo di risoluzione che si articola in diverse fasi, dall'identificazione e

integrazione delle informazioni alla strutturazione delle relazioni logiche, dalla categorizzazione alla formulazione di ipotesi risolutive e individuazione di strategie adeguate, fino alla verbalizzazione del percorso seguito. In questo modo, gli studenti vengono guidati a sviluppare le competenze necessarie per affrontare i problemi con fiducia e determinazione, acquisendo una maggiore sicurezza nel loro percorso di apprendimento matematico. Inoltre, vengono rispettati i ritmi di apprendimento del singolo e le matrici cognitive su cui si articolano, accompagnando i bambini nel loro sviluppo per la promozione globale della persona nel rispetto delle diversità.

Ho unito quanto sintetizzato sopra con un passaggio delle Indicazioni Nazionali del 2012, le quali affermano che le conoscenze matematiche possono contribuire alla formazione culturale delle persone e delle comunità “sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani” (D.M. 254 del 16 novembre 2012).

Concatenando gli aspetti più formali, quindi la normativa, con le idee emerse dalla Programmazione della Tutor, a partire dall'osservazione iniziale del gruppo di bambini e dal confronto con la docente e Giulia si è ideato un intervento strutturato in diverse fasi e concentrato sulla valorizzazione della capacità degli studenti di porre problemi, invitandoli a individuare situazioni problematiche, a porre domande, a mettere in discussione le conoscenze pregresse, a cercare appropriate piste d'indagine e a trovare soluzioni originali. Per far ciò, si è incoraggiato il coinvolgimento attivo degli studenti, utilizzando situazioni di vita quotidiana come fonte di ispirazione, nonché contesti che riflettessero le loro esperienze reali. Inoltre, nell'ultima parte del progetto si è approfondita la statistica, collegandola sempre all'esperienza degli alunni tramite l'analisi del gradimento da loro espresso in ogni lezione.

L'intervento si è quindi sviluppato a partire da quattro fasi principali (Allegato 1):

- La prima fase ha previsto l'introduzione del percorso insieme agli alunni e l'analisi dell'artefatto culturale (il volantino del supermercato) per creare un ponte di collegamento efficace tra il contesto extrascolastico e quello scolastico. Gli studenti sono stati stimolati a leggere e analizzare il volantino per confrontare i dati numerici, convertire le unità di misura e valutare i prodotti più convenienti, utilizzando tecniche di arrotondamento per semplificare i calcoli;

- La seconda fase si è sviluppata a partire dall'uscita al supermercato che si è svolta all'interno del comune, a pochi passi dal plesso. Durante l'attività, gli studenti hanno avuto l'opportunità di applicare le loro conoscenze sui numeri decimali e di utilizzare "risorse spesso trascurate nell'ambito dell'istruzione italiana, come la stima numerica, l'arrotondamento e il calcolo mentale" (Bonotto, 2007, p. 136), al fine di stimolare il loro pensiero critico e la loro abilità di risoluzione dei problemi;
- La terza fase dell'intervento si è focalizzata sul lavoro incentrato sulla creazione di problemi, proponendo agli alunni di analizzare e interpretare situazioni concrete e formulare problemi matematici a partire da artefatti culturali. Il passaggio successivo ha visto poi la risoluzione e correzione di questi, permettendo di affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario all'individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, ipotizzando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive;
- Nella fase finale del tirocinio, è stato affrontato l'argomento dell'analisi statistica, finalizzato a fornire agli alunni gli strumenti per comprendere il significato dei fenomeni attraverso l'elaborazione di dati numerici, al fine di ottenere una visione più oggettiva e completa delle situazioni in esame (Gini, 1962). Ho deciso di includere l'analisi statistica come argomento della fase finale, poiché è una materia che fa parte dei curricula scolastici di livello primario e rappresenta una competenza fondamentale da sviluppare negli studenti;

Durante la prima fase è stato scelto di presentare il lavoro agli alunni attraverso una presentazione Canva condivisa con Giulia e con la sua classe di riferimento. Poi, in vista dell'uscita al supermercato, è stato proposto un lavoro di analisi e manipolazione di un volantino pubblicitario promozionale del punto di vendita stesso. Questa scelta è stata fatta per permettere il contatto libero con un artefatto reale e per far entrare in collegamento i bambini con l'esperienza. Come espresso dalla docente Bonotto (2017) in un articolo relativo ai "processi di modellizzazione e di *problem posing* nell'insegnamento/apprendimento della Matematica" è fondamentale riconoscere che l'utilizzo di opportuni artefatti socio culturali può rivelarsi uno strumento utile nel creare

un'interfaccia nuova tra la matematica scolastica e la realtà di ogni giorno, con la sua matematica incorporata, promuovendo l'insorgere di ragionamenti tipici delle esperienze extrascolastiche; in particolare queste attività, ideate a partire da artefatti opportuni possono stimolare e favorire il manifestarsi di processi di problem posing. Gli alunni sono così incoraggiati a cercare, riconoscere, interpretare, analizzare e riflettere su “fatti matematici”, essendo stimolati da una curiosità di tipo “anticipatorio”, offrendo la possibilità di affrontare argomenti non previsti e di fare collegamenti significativi. In questo senso ho suggerito agli studenti di leggere e decodificare il contenuto del volantino, con l'obiettivo di confrontare i dati numerici presenti in esso, convertire le unità di misura in base ai prodotti venduti sia a peso che a pezzo, e valutare i prodotti più convenienti, arrotondando i numeri per semplificare i calcoli. L'impiego del volantino ha suscitato l'interesse degli studenti, consentendo loro di esplorare aspetti che non erano stati considerati in fase di progettazione. Questo ha permesso di approfondire la riflessione condotta dagli studenti, rendendo l'artefatto un supporto prezioso per l'attività svolta.



*Figura 1: Lavoro sul volantino del supermercato.*

La seconda fase ha visto proprio protagonista l'uscita al supermercato. Gli alunni, divisi in due gruppi, si sono scambiati: quando il primo gruppo è uscito al supermercato con il compito di acquistare determinati alimenti (frutta) avendo cura di non superare il *budget* di 5 euro, il secondo ha svolto delle attività in classe, analizzando un volantino appositamente creato e individuando gli articoli che avrebbero potuto essere utili per una macedonia di frutta, indicando le relative quantità con l'obiettivo di calcolare l'importo totale dello scontrino ideato, e viceversa. Credo infatti che non sia solo necessario



“motivare gli studenti attraverso contesti presi dalla vita di ogni giorno”, ma anche poter “attingere a contesti che fanno parte delle esperienze reali degli studenti e che possono essere usati come punti di partenza per una matematizzazione progressiva” (Gravemeijer, 1999). Secondo questo concetto gli studenti vengono coinvolti in un processo graduale di traduzione e rappresentazione di problemi del mondo reale in concetti matematici, di trasformazione della situazione reale in una rappresentazione matematica, che consente di risolvere il problema in modo efficace e preciso. L'esperienza al supermercato rappresenta la prima fase della matematizzazione progressiva, in quanto consente di collegare la realtà con i concetti matematici e di sviluppare la capacità di applicare questi ultimi in contesti concreti. Ciò permette agli studenti di acquisire le competenze necessarie per risolvere problemi in modo autonomo e creativo.



Figure 2 e 3: Foto scattate ai due gruppi durante l'uscita al supermercato.

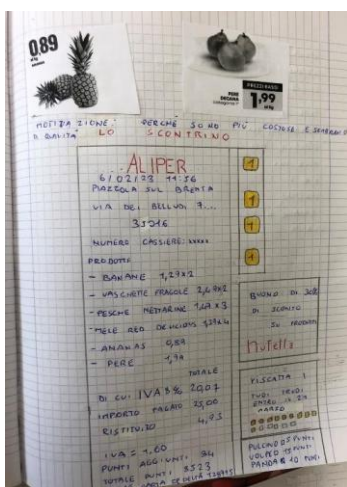


Figura 4: Lavoro svolto in classe dall'altro gruppo a partire dal volantino del supermercato.

La terza fase, in stretto collegamento con la seconda, ha previsto la creazione di problemi, dunque, “un’occasione per sviluppare processi autonomi di pensiero, in quanto aiuta a scoprire fatti matematici nuovi, nuove questioni e stimola il pensiero creativo. In questo processo gli studenti, in base alle loro esperienze, costruiscono delle interpretazioni personali di situazioni concrete e le formulano come problemi matematici significativi diventa dunque un’opportunità di interpretare e analizzare la realtà” (Brown e Walter, 1988). Gli alunni si sono cimentati nella creazione di problemi a partire da alcune indicazioni precedentemente esplicitate che comprendevano l’identificazione di un obiettivo, la scelta dei dati, la creazione di un contesto, la scrittura del testo e la verifica della soluzione. Durante l’attività di *problem posing*, è stato illustrato ai partecipanti il processo di creazione di un problema matematico, utilizzando esperienze quotidiane come fonte di ispirazione. In particolare, sono state descritte le diverse fasi del processo di ideazione del problema, al fine di fornire ai partecipanti gli strumenti necessari per sviluppare la propria creatività.

In questa fase gli alunni divisi a gruppi hanno ideato ed elaborato un problema, impiegando tempi e momenti diversi che hanno richiesto il confronto tra pari, all’interno del quale è stato possibile illustrare le proprie proposte mediante descrizioni, spiegazioni e rappresentazioni matematiche. Queste situazioni di confronto sono utili per sviluppare il pensiero critico e creativo, migliorare le abilità di comunicazione e trovare soluzioni alternative. Inoltre, possono emergere conflitti, con opportuna mediazione, che spingono i bambini a rivedere le loro idee e a formulare nuove ipotesi.

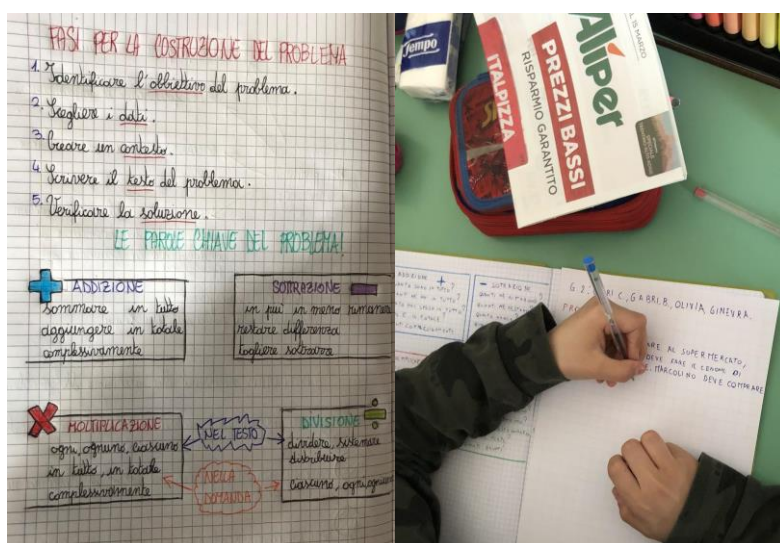


Figure 5 e 6: La costruzione del problema.

Dopo questo primo momento di *problem posing*, si è passati al successivo *problem solving* che ha permesso agli studenti di affrontare situazioni problematiche a partire da una spiegazione della strategia risolutiva proposta da me e Giulia. Abbiamo infatti analizzato il metodo di risoluzione dei problemi in 6 mosse proposto dalla Prof.ssa Lucangeli nel suo omonimo libro (2009), le sei fasi nello specifico sono così denominate: Comprendere il testo; Rappresentare la situazione del problema; Categorizzare, ovvero riconoscere la struttura profonda del problema; Individuare il piano di soluzione, ovvero l'ordine corretto dei passaggi da svolgere; Svolgere le operazioni; Autovalutare se il lavoro è stato svolto correttamente. Inoltre, abbiamo elaborato uno schema il quale ci è servito per identificare gli obiettivi e le abilità da sviluppare (Allegato 2). Gli studenti, suddivisi nei soliti gruppi, si sono dedicati alla risoluzione dei problemi dei loro compagni, utilizzando il metodo di risoluzione citato. Alla fine dell'attività, hanno poi valutato autonomamente il proprio lavoro.



Figura 7: Immagine tratta dal libro “Risolvere problemi in 6 mosse. Potenziamento del problem solving matematico per il secondo ciclo della scuola primaria” (De Candia, Cibinel, Lucangeli, 2009).

Questa risoluzione è avvenuta attraverso uno scambio dei problemi creati dalle due classi. Infatti, i bambini di classe 5° hanno risolto i problemi dei bambini di classe 4° e viceversa. Lo scambio tra le due classi è avvenuto grazie alla disponibilità mia e della collega che in accordo ci siamo ritrovate a metà strada per la consegna fisica dei problemi. Il lavoro

di scambio svolto dai bambini è stato talmente apprezzato (sia dagli alunni che dalle Tutor) da divenire una vera e propria parte del quaderno degli studenti.

Infine, facendo ritornare i problemi risolti ai legittimi proprietari, si è giunti al momento di correzione, permettendo ai bambini di immedesimarsi in veri e propri insegnanti, che attraverso uno schema ben preciso hanno potuto assegnare delle valutazioni. Questo è stato possibile poiché io e Giulia abbiamo cercato di unire quanto appreso per la creazione di uno strumento, organizzato con una tabella (Figura 8) a partire sempre dal metodo di risoluzione proposto dalla Prof.ssa Lucangeli, che potesse essere di immediata comprensione e utile al nostro scopo. Inoltre, abbiamo semplificato il linguaggio calandoci nei panni dei bambini e spiegato inizialmente come funzionasse lo strumento (una sorta di Rubrica semplificata, con colori utilizzati in modo simbolico a rappresentare i livelli).

28/05/2024  
Schema per la correzione dei PROBLEMI

|   | CRITERI  | ● | ● | ● | ● |
|---|--|---|---|---|---|
|   | COMPRESIONE<br>IL TESTO DEL<br>PROBLEMA E<br>LE INFORMAZIONI<br>PIÙ IMPORTANTI.      |   |   |   |   |
|  | SCEGLIERE LA<br>STRATEGIA DI<br>RISOLUZIONE<br>PIÙ ADEGUATA<br>(GIUSTA).             |   |   |   |   |
|  | ESEGUIRE I<br>CALCOLI NECESSARI<br>PER RISOLVERE<br>IL PROBLEMA<br>IN MODO CORRETTO. |   |   |   |   |
|  | AUTOVALUTARE<br>SE IL LAVORO<br>È ESISTITO<br>CORRETTAMENTE.                         |   |   |   |   |

Figura 8: Schema per la correzione del problema.

Durante la quarta e ultima fase è stato proposto un lavoro sull'analisi statistica. Secondo Gini (1962), la statistica è il "metodo di studio scientifico dei fenomeni collettivi, ossia quelli che possono essere compresi solo tramite l'analisi di una grande quantità di osservazioni individuali". Pertanto, l'insegnamento di questa materia aiuta gli studenti a interpretare il significato dei fenomeni attraverso l'analisi dei dati e la manipolazione di numeri, che permettono di avere una visione più chiara e oggettiva delle situazioni in questione. La statistica è una disciplina fondamentale nei curricula scolastici e viene considerata una competenza chiave da sviluppare negli alunni. Questo è sottolineato dalle Indicazioni Nazionali del 2012 che nei traguardi inseriscono anche "ricerca dati per

ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici)” (D.M. 254 del 16 novembre 2012).

Insieme alla collega Giulia abbiamo deciso di trattare questo argomento per permettere ai bambini di analizzare e lavorare sui *post-it* da loro compilati durante tutte le lezioni. Da un lato, la raccolta costante del *feedback* degli studenti durante l'attività ci ha permesso di valutare il loro coinvolgimento e di apportare miglioramenti alla proposta didattica in base alle loro esigenze. Dall'altro lato, l'attività ha costituito un'opportunità preziosa per introdurre i concetti fondamentali della statistica e per sviluppare negli studenti competenze utili per l'analisi e l'interpretazione dei dati, capacità sempre più richieste nella società odierna. Durante le lezioni abbiamo proposto al termine delle attività la compilazione di un *post-it* nel quale rappresentare il gradimento attraverso delle stelline (da 1 a 5) e un breve commento scritto. In questo senso il lavoro svolto descritto dall'apprezzamento delle lezioni avrebbe avuto una successiva rappresentazione grafica.



Figura 9: Post-it per esprimere il gradimento completati.

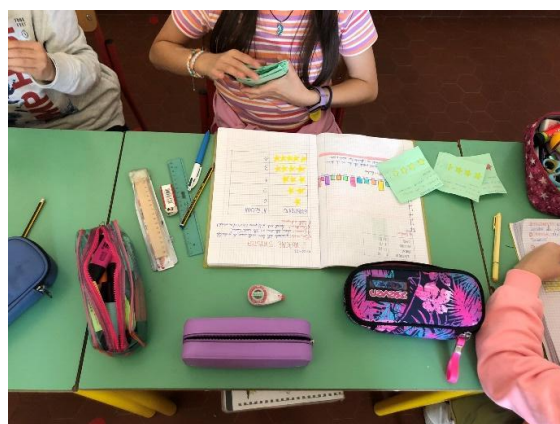
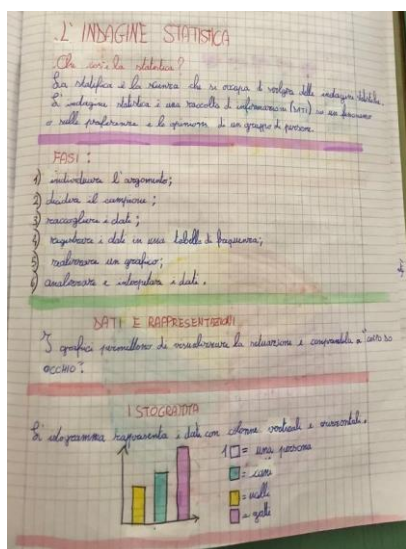


Figure 10 e 11: Lavoro sull'analisi statistica.

Ricollegandomi a quanto espresso in apertura del capitolo e al concetto di *co-teaching* messo in atto e descrivendo la seconda dimensione fondamentale, cioè il co-insegnamento, il quale costituisce una relazione autentica tra pari, ho maturato il pensiero di come il lavoro svolto in collaborazione con Giulia si possa avvicinare molto alla definizione reperibile in letteratura di *insegnamento parallelo*. Quest'ultimo prevede che gli stessi contenuti vengano presentati in parallelo per due gruppi della stessa classe, che però sono della stessa dimensione ed eterogenei al loro interno, che possono essere costruiti dai docenti in base alle diverse esigenze. Nel nostro caso i due gruppi erano sicuramente eterogenei ma non appartenenti allo stesso macrogruppo, cioè la stessa classe. Gli argomenti presentati e le lezioni condotte però sono stati gli stessi, anche se adattati "in verticale" al gruppo di alunni. Lavorare insieme ci ha consentito di avere una linea comune su strategie e metodologie didattiche e di supportarci nelle scelte. Inoltre, ci siamo incoraggiate e monitorate con continui *feedback* costruttivi per riuscire a migliorare il nostro intervento di lezione in lezione. A questo proposito Bruner, nel sottolineare l'importanza di una concezione educativa come processo intersoggettivo e quindi sociale, auspica che la scuola diventi un *forum* per negoziare e rinegoziare continuamente i significati, un luogo per costruire, in maniera collaborativa, prodotti culturali (Bruner, 1986, p. 151). La collaborazione tra insegnanti, quindi, può facilitare la condivisione delle risorse, che include anche lo scambio di idee (Clement, and Vandenberghe, 2000; Murawski e Swanson, 2001). L'OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) nel 2009 ha messo in evidenza che gli insegnanti che

hanno una formazione più approfondita sono anche maggiormente disponibili alla collaborazione con i colleghi per favorire il supporto professionale e migliorare l'insegnamento. Perciò, in un contesto collaborativo, i docenti di fatto dispongono di maggiori conoscenze da mettere in pratica rispetto a quando lavorano individualmente.

## 2.2. Didattica inclusiva e co-teaching

Secondo quanto proposto dalle Indicazioni nazionali (2012), la scuola è luogo in cui le persone si incontrano e crescono insieme, in cui ciascuno ha diritto di essere messo nella condizione di raggiungere la piena realizzazione di sé e l'acquisizione della cultura e dei valori necessari per vivere da cittadino responsabile. Nella scuola del nuovo scenario, la centralità della persona è il punto di riferimento per la creazione di una cittadinanza fondata su un nuovo umanesimo in cui ogni individuo costruisce il proprio futuro insieme agli altri (Tonegato, 2018).

È necessario conoscere e accogliere i bambini e le bambine, con le loro storie, le loro famiglie, le loro relazioni e i diversi percorsi di apprendimento mettendo ciascuno al centro della comunità educativa (Macinai, Milani, 2016). Sempre Tonegato (2018) afferma che le emergenze educative richiedono alla scuola di innovare e riprogettare le proposte formative, le modalità organizzative e le risorse per soddisfare le esigenze di tutti, dai più piccoli ai più grandi, dai figli delle culture locali a quelli delle mille culture della globalità, dalle persone con disabilità ai nativi digitali. L'obiettivo è di mettere al servizio dell'educabilità di ciascuno le migliori risorse e soluzioni. In questo senso è necessario che la scuola si attivi attraverso l'accoglimento e il rispetto per la diversità e la necessità di predisporre reali percorsi di personalizzazione degli interventi educativi e didattici. A questo proposito la pratica del *co-teaching* viene in aiuto e secondo la definizione della European Agency for Development in Special Needs Education (2003) esso risulta essere uno dei cinque approcci educativi che sembrano essere efficaci nell'educazione inclusiva (Saloviita, Takala, 2010). Nella realtà attuale, gli insegnanti si trovano sempre più spesso a gestire la diversità presente nelle loro classi e a cercare nuovi approcci didattici che possano supportare gli studenti nel loro percorso di apprendimento, promuovendo al contempo un ambiente positivo (Aquario, Ghedin, 2013). In questo contesto, la pratica del co-insegnamento, introdotta da Cook & Friend (1995) per fornire

supporto agli studenti con disabilità all'interno di contesti educativi generali, rappresenta una soluzione efficace. Il *co-teaching* condiviso tra tutti i soggetti coinvolti, tra cui alunni, insegnanti e scuola, può essere vantaggioso in modi diversi e contribuire al successo degli studenti.

Attraverso una tabella contenuta nell'articolo citato (Aquario, Ghedin, 2013) vengono rappresentati questi benefici:

| Gli studenti possono fruire dei seguenti benefici   | Gli insegnanti possono fruire dei seguenti benefici   | La scuola può fruire dei seguenti benefici   |
|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- opportunità di arricchimento</li> <li>- flessibilità didattica in classe</li> <li>- accesso a una varietà di strategie didattiche supportato da due insegnanti altamente qualificati</li> <li>- un sistema di supporto per gli insegnanti che affronta le esigenze degli studenti</li> <li>- opportunità di interazione tra pari</li> <li>- "accomodamenti ragionevoli" (convenzione ONU, 2006), metodi compensativi/dispensativi condivisi per tutti gli studenti</li> <li>- riduzione dell'esclusione per gli studenti con disabilità</li> <li>- esposizione a modelli sociali positivi di insegnamento</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- responsabilità condivisa, che alleggerisce il carico di lavoro di entrambi gli insegnanti</li> <li>- proprietà combinate degli ambienti educativi e didattici</li> <li>- maggiore collaborazione nello sviluppo della lezione e nella consegna dell'insegnamento</li> <li>- obiettivi comuni</li> <li>- minore isolamento degli insegnanti</li> <li>- maggiore efficacia docente</li> <li>- responsabilità condivisa per il successo scolastico</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- istituzione di una cultura scolastica basata sulla collaborazione</li> <li>- istituzione di un sistema di supporto per tutti gli insegnanti</li> <li>- diminuzione rapporto studenti/insegnante (2:25)</li> </ul> |

*Tabella 1. Benefici del co-teaching per studenti, insegnanti e scuola.*

*Fonte:* Ghedin, E., Aquario, D., & Di Masi, D. (2013). Co-teaching in action: una proposta per promuovere l'educazione inclusiva. *Giornale Italiano della Ricerca Educativa*, 11, 157-175.

In generale, l'adozione di questa pratica rappresenta un'opportunità concreta per migliorare la qualità dell'insegnamento e promuovere l'inclusione nella scuola. Consente di condividere le conoscenze e le competenze in modo più efficace, mettendo a disposizione di tutti gli strumenti e le risorse necessarie per raggiungere gli obiettivi comuni. In questo modo, si riesce a coinvolgere tutti gli attori in un processo di arricchimento collettivo e dialogo tra le parti. L'inclusione pertanto sarà solo una diretta conseguenza del co-teaching che con la sua unicità riesce a creare una catena di benefici, come ad esempio nel caso della classe oggetto del mio tirocinio, l'accesso ad una varietà di strategie didattiche messe in atto, l'interazione e lo scambio tra pari (anche non facenti parte della stessa scuola) e le opportunità di arricchimento create dallo scambio con il territorio e con i compagni dell'altro plesso.



### 3. La valutazione come sfida

#### 3.1. La trifocalità e la co-valutazione

Per quanto concerne la valutazione, il lavoro ha fatto riferimento a due modelli in particolare: quello della co-valutazione e quello della trifocalità della valutazione.

La co-valutazione ha come obiettivo quello di promuovere un modo che sia efficace per co-valutare l'apprendimento degli studenti e stimolare gli insegnanti a utilizzare pratiche collaborative e riflessive. Le procedure di valutazione che hanno come principi la collaborazione e l'autovalutazione creano effetti positivi nei risultati scolastici, ma fanno anche emergere abilità che riguardano la dimensione relazionale e riflessiva, e che possono originare conoscenze e capacità di apprendere al di fuori della scuola (Ghedin, Aquario & Di Masi, 2014).

La valutazione trifocale, così ideata dal concetto di prospettiva trifocale di Pellerey (2004), permette la suddivisione della prospettiva in soggettiva, intersoggettiva e oggettiva. Alla prima solitamente si associa il processo di autovalutazione che comporta il coinvolgimento del soggetto nell'esperienza di apprendimento/valutazione. Alla seconda invece si collega il concetto di co-valutazione tramite l'osservazione da parte dei partecipanti alla comunità scolastica. Infine, alla terza si associa la valutazione che si raggiunge analizzando evidenze osservabili, come possono essere i prodotti attesi e le prove di prestazione.

Per conciliare questi due aspetti appena descritti (co-valutazione e valutazione trifocale) io e Giulia abbiamo deciso di avvalerci di più strumenti che ci hanno permesso di restituire una visione olistica della competenza raggiunta dai bambini alla conclusione dell'intervento didattico.

In *primis*, partendo dalla nozione di autovalutazione, abbiamo proposto e somministrato due schede di autovalutazione (una iniziale e una finale) che ci hanno consentito di monitorare il percorso emotivo e percettivo di ogni alunno dal primissimo istante all'ultimissima fase del nostro intervento.

Nome.....AUGORA..... Cognome..... Classe..... Data.....28/02/20.....

LIVELLO DI GRADIMENTO

Quali sono le tue emozioni riguardo a queste attività?  
 Seleziona una o più risposte: felicità 😊, entusiasmo 🤩, noia 😴, preoccupazione 😟, paura 😨.

Pensi di poter collaborare con i tuoi compagni durante l'attività?

Pensi di riuscire a svolgere con successo queste attività? Perché?  
 DI CASHIELLA, COLOSIMINO, CHIRRA, M. I. PACE, L. DEFA.....

Cosa pensi di poter imparare o migliorare facendo questa attività?  
 DI CASHIELLA, COLOSIMINO, CHIRRA, M. I. PACE, L. DEFA.....

C'è qualcosa che ti preoccupa o ti spaventa riguardo a questa attività?  
 DI CASHIELLA, COLOSIMINO, CHIRRA, M. I. PACE, L. DEFA.....

Cosa ti aspetti di divertire o interessare in questa attività?  
 DI CASHIELLA, COLOSIMINO, CHIRRA, M. I. PACE, L. DEFA.....

Nome..... Cognome..... Classe..... Data.....

LIVELLO DI GRADIMENTO

😊 😊 😊 😊 😊

Come ti sei sentito durante queste attività?  
 Seleziona una o più risposte: felice 😊, soddisfatto 😊, annoiato 😞, preoccupato 😟, triste 😞.

Ti è piaciuta l'attività svolta?

Sono state interessanti le attività che hai svolto?

Nel lavoro di gruppo con i compagni mi son sentito.....

Il linguaggio utilizzato dall'insegnante è stato chiaro?

Cosa hai imparato da questa attività?

Cosa hai trovato più difficile durante l'attività? Cosa hai trovato più facile?

Cosa hai apprezzato di più dell'attività? Cosa avresti voluto fosse diverso?

Come ti senti riguardo al tuo impegno durante le attività in classe?

a) Ho dato il massimo delle mie capacità  
 b) Ho fatto del mio meglio, ma potevo impegnarmi di più  
 c) Non ho dato il massimo delle mie capacità

Come ti senti riguardo alla tua comprensione degli argomenti trattati in classe?

a) Ho capito tutto  
 b) Ho capito la maggior parte delle cose, ma c'è qualcosa che non ho capito  
 c) Non ho capito la maggior parte delle cose

Figure 12 e 13: Questionario di autopercezione iniziale. Questionario di autopercezione finale.

Abbiamo poi creato anche uno strumento che ha permesso l'autopercezione della prestazione al termine della creazione del problema ed infine un'autovalutazione relativa al lavoro del gruppo sempre durante la fase di *problem posing*.

GRUPPO:

|   | SI | NO |
|---|----|----|
| Il testo è chiaro e corretto dal punto di vista grammaticale? |    |    |
| Nel testo hai utilizzato le "parole chiave" appropriate?      |    |    |
| Sono presenti dati utili?                                     |    |    |
| Sono presenti dati inutili?                                   |    |    |
| Sono presenti dati mancanti?                                  |    |    |
| Sono presenti dati nascosti?                                  |    |    |
| La domanda indica ciò che si deve trovare?                    |    |    |
| Quale operazione devi svolgere per risolvere il problema?     |    |    |

.....

| AUTOVALUTAZIONE                                | LIVELLO DI GRADIMENTO |   |   |
|--|-----------------------|---|---|
| Mi sono impegnato?                             | 😊                     | 😊 | 😊 |
| Ho consultato e rispettato l'opinione di tutti | 😊                     | 😊 | 😊 |
| Ho saputo mantenere un tono di voce adeguato   | 😊                     | 😊 | 😊 |
| Ho dato il mio contributo al lavoro di gruppo  | 😊                     | 😊 | 😊 |
| Sono riuscito ad aiutare i miei compagni       | 😊                     | 😊 | 😊 |

Figure 14 e 15: Autopercezione della prestazione nel lavoro di *problem posing*. Autovalutazione del lavoro di gruppo.

L'autovalutazione è utile perché aiuta a individuare i punti di forza e di debolezza, a promuovere la responsabilità individuale e la partecipazione attiva, e a favorire il miglioramento continuo. In questo modo, si può valutare e riflettere sul proprio lavoro, sulla propria *performance* e sull'efficacia delle proprie azioni.

La prospettiva intersoggettiva implica la percezione e valutazione della competenza da parte di soggetti che fanno parte della comunità sociale ed educativa. Per quanto concerne l'eterovalutazione anche in questo caso gli strumenti che abbiamo creato sono molteplici. Abbiamo innanzitutto avviato una eterovalutazione a partire dal lavoro svolto in gruppo che ci ha permesso di monitorare l'andamento dei gruppi e la gestione dei rapporti all'interno di essi.









| VALUTO I MIEI COMPAGNI  |   |   |   |
|---|---|---|---|
| Tutti i miei compagni si sono impegnati?                        |    |    |    |
| Sono stato consultato e hanno rispettato la mia opinione        |    |    |    |
| I miei compagni hanno saputo mantenere un tono di voce adeguato |  |  |  |
| Nel gruppo siamo riusciti a collaborare                         |  |  |  |

Figura 16: Eterovalutazione lavoro di gruppo.

La fase di correzione dei processi risolutivi dei compagni è stata fondamentale per esplicitare la natura vera e propria della *peer review*, cioè fornire un *feedback* diretto e costruttivo sulle prestazioni o sull'efficacia delle azioni valutate, aiutando ad identificare i punti di forza e di debolezza, promuovendo la responsabilità individuale e la partecipazione attiva, e favorendo la condivisione delle conoscenze e delle competenze.

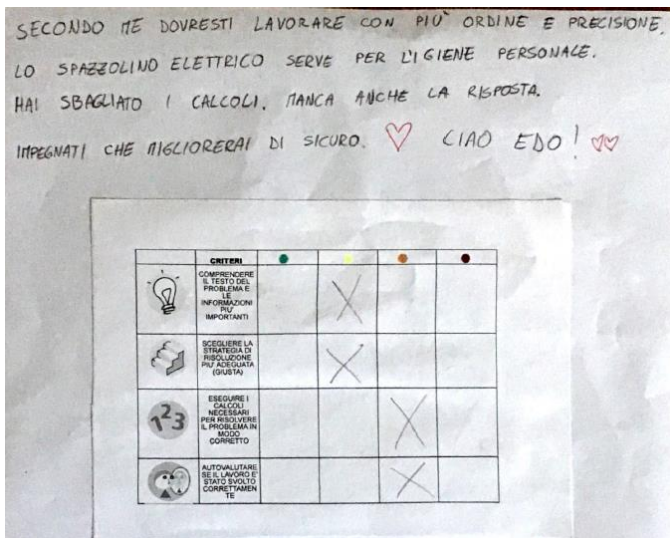


Figura 17: Esempio di griglia valutativa utilizzata nella fase di correzione.

Infine, per quanto concerne la valutazione oggettiva, ci siamo servite di un processo di osservazione costante e attento, anche attraverso l'utilizzo di *check list* appositamente create (per esempio durante l'osservazione al supermercato) o di rubriche formulate *ad hoc*.

| Nome alunni | Reazioni pertinenti alle situazioni                                |   |  | Rispetto delle consegne                                     |                                | Partecipazione                                   | Comportamenti sociali               |                | Comportamenti emotivi  |   | Comunicazione  |
|-------------|--|---|--|---|--------------------------------|--|-------------------------------------|----------------|--|---|--|
|             | Rispettare le regole della strada nel tragitto scuola-supermercato | Rispettare altre persone presenti nel supermercato (clienti e lavoratori) | Mantenere un comportamento consono al supermercato | Accogliere le indicazioni e le osservazioni dell'insegnante | Rientrare nel budget stabilito | Partecipare positivamente alle attività proposte | Assumere impegni con responsabilità | Chiedere aiuto | Riflettere sul proprio comportamento e controllare le proprie reazioni emotive | Non mostrare comportamenti competitivi verso i compagni | Interagire con pertinenza nello scambio comunicativo |
| SOFIA P.    | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓/X  | ✓   | ✓  |
| AMELIA      | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| EDUARDO     | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| AUREA       | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓/X  | ✓   | ✓  |
| SAMANTHA    | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| VITTORIA    | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| OLIVIA      | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| GABRI B.    | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| ANITA       | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| CAMILLA T.  | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| GABRI C.    | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |
| GIOVANNI    | ✓  | ✓   | ✓  | ✓   | ✓                              | ✓  | ✓                                   | ✓              | ✓  | ✓   | ✓  |

LEGENDA : ✓=SÌ X=NO ~ = A VOLTE, NON SEMPRE, Così così

Figura 18: Esempio di *check list* compilata durante l'uscita al supermercato.

Le rubriche che abbiamo creato per la valutazione di specifici prodotti sono uno strumento generale di valutazione impiegato per valutare la qualità dei prodotti di un determinato ambito (McTighe e Ferrara, 1996). Nel nostro caso era necessario valutare i tre problemi matematici che abbiamo somministrato durante le prime lezioni. Essi, nello specifico, hanno avuto i seguenti scopi:

- il primo problema è stato utilizzato per indagare il bagaglio delle conoscenze già possedute dai bambini. Questo ci ha concesso di formulare in modo più attento i gruppi per l'uscita al supermercato;
- il secondo ci ha permesso di cogliere eventuali differenze nelle riflessioni maturate dalle due esperienze svolte dai bambini (uscita al supermercato e attività in classe);
- il terzo problema invece è stato utile per svolgere una comparazione tra le conoscenze possedute inizialmente e quelle acquisite dopo le attività proposte in classe.

La rubrica in questo caso ci ha permesso di valutare la corretta comprensione del testo del problema, l'organizzazione del processo risolutivo, l'abilità nel calcolo scritto e la precisione nella risposta e capacità di giustificare il proprio ragionamento.

| Dimensioni  | Criteri  | Indicatori   | Avanzato   | Intermedio   | Base   | In via di prima acquisizione   |
|---|--|--|--|--|--|--|
| <b>Corretta comprensione del testo del problema</b>                                 | Comprendere il significato del testo del problema e identificare le informazioni importanti. Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.  | Legge il problema, opera sui dati, comprende il significato e la richiesta.  | In piena autonomia, l'alunno comprende, individua e analizza correttamente i dati. G.C. E.D. O.F. S.P. C.C. G.R. G.D. S.C. C.T. M.M. A.S. S.B. N.M.  | Operando in modo autonomo, l'alunno comprende, individua e analizza globalmente i dati. F.M. A. R. V.P. . G.B.   | E.B.   | Sotto la costante e diretta supervisione, l'alunno comprende e individua i dati in modo incompleto.  |
| <b>Organizzazione del processo risolutivo</b>                                       | Scegliere la strategia di risoluzione più adeguata per il tipo di problema proposto. Individuare un procedimento risolutivo logico strutturato per fasi.   | Sceglie la strategia risolutiva ed individua quali operazioni eseguire. Individua le fasi del percorso risolutivo in un procedimento logico e coerente. G.C. E.D. O.F. S.P. C.C. G.R. G.D. S.C. C.T. M.M. A.S. S.B. N.M. | In piena autonomia, l'alunno scompone il problema in sottoproblemi e individua le fasi del percorso risolutivo. Selezione un procedimento corretto che permette di giungere alla soluzione in modo intuitivo.                        | Operando in modo autonomo, l'alunno individua le fasi del percorso risolutivo attraverso una sequenza di operazioni coerenti. Selezione un procedimento che permette di giungere alla soluzione corretta. A.M. F.M. A. R. V.P. . G.B.                      | E.B.   | Sotto la costante e diretta supervisione, l'alunno individua la successione delle operazioni da svolgere. Adotta il procedimento suggerito dal docente.                                      |
| <b>Abilità nel calcolo scritto</b>  | Eseguire i calcoli necessari per risolvere il problema in modo corretto. Padroneggiare le tecniche di calcolo.   | Esegue i calcoli opportuni in modo corretto. G.C. E.D. O.F. S.P. C.C. G.R. G.D. S.C. C.T. M.M. A.S. S.B. N.M.  | In piena autonomia, l'alunno esegue i calcoli ottimizzando un procedimento di risoluzione personale. Adotta una strategia rapida ed originale, giungendo ad un risultato corretto. Padroneggia con sicurezza le tecniche di calcolo. | Operando in modo autonomo, l'alunno esegue i calcoli utilizzando un procedimento di risoluzione corretto ed efficace. Padroneggia le tecniche di calcolo (lieve errore). A.M. F.M. A. R. V.P. . G.B. E.B.  | Dietro precise indicazioni l'alunno esegue i calcoli utilizzando un procedimento di risoluzione parzialmente corretto o incompleto. Presenta lievi errori nel calcolo. | Sotto la costante e diretta supervisione l'alunno esegue i calcoli utilizzando un procedimento suggerito dal docente. Presenta errori gravi e frequenti nel calcolo e/o nell'incolonnamento. |
| <b>Precisione nella risposta e capacità di giustificare il proprio ragionamento</b> | Fornire una risposta precisa al problema, esprimendo la soluzione in modo adeguato al tipo di problema proposto. Giustificare in modo chiaro e coerente il ragionamento matematico. Spiegare il procedimento seguito e argomentare i risultati ottenuti. | Fornisce una risposta corretta e appropriata al problema dato. Giustifica e spiega in modo opportuno i ragionamenti e i procedimenti seguiti.  | In piena autonomia, l'alunno fornisce una risposta corretta, la argomenta in modo esauriente e personale, utilizzando un linguaggio specifico.   | Operando in modo autonomo, l'alunno fornisce una risposta corretta, e la commenta motivando i passaggi utilizzando parzialmente un linguaggio specifico. G.C. E.D. O.F. S.P. C.C. G.R. G.D. S.C. C.T. M.M. A.S. S.B. N.M. A.M. E.B. F.M. A. R. V.P. . G.B. | Dietro precise indicazioni, l'alunno fornisce una risposta generica e incompleta utilizzando un linguaggio specifico.  | Sotto la costante e diretta supervisione, l'alunno fornisce una risposta errata utilizzando un linguaggio specifico.   |

Figura 19: Esempio di rubrica del prodotto compilata.

La rubrica valutativa rappresenta uno strumento attraverso il quale gli insegnanti possono suddividere compiti complessi in elementi più semplici e facilmente identificabili. Inoltre consentire il monitoraggio dei progressi e il riconoscimento dei livelli di padronanza delle diverse dimensioni della competenza (Grion, 2017).

La rubrica costruita insieme a Giulia guarda al processo, considerando la competenza da valutare e disgregandola in dimensioni, cioè caratteristiche peculiari che contraddistinguono una determinata prestazione. Esse hanno toccato aspetti specifici e non della disciplina (come ad esempio problem posing, problem solving, procedure di calcolo, lettura ed analisi dei dati statistici, partecipazione, collaborazione). Per ognuna poi, abbiamo determinato degli indicatori, ovvero cosa si deve osservare di una prestazione, anche tramite misure specifiche.

| Dimensioni                            | Criteri  | Indicatori  | Avanzato  | Intermedio   | Base                         | In via di prima acquisizione |
|---------------------------------------|--|---|---|--|------------------------------|------------------------------|
| Problem posing                        | Formulare problemi in situazioni reali.  | Formula problemi in situazioni reali a partire da artefatti culturali.  | G.C. M.M<br>O.F. S.P.<br>G.D. S.C.<br>C.T.<br>A.M.                      | E. D. G.B<br>N.M. A.S.<br>C.C. V.P<br>F.M. A.R.<br>G.R. S.B. | E.B.                         |                              |
| Problem solving                       | Comprendere e risolvere problemi matematici.   | Comprende i problemi matematici relativi ad ambiti di esperienza ed è in grado di risolverli. Ricava i dati. Utilizza strategie di risoluzione. | G.C. M.M<br>O.F. G.D.<br>S.P. A.M.<br>A.R.                              | G.R. S.C.<br>E. D. G.B<br>A.S. C.T.<br>C.C. S.B.             | E.B.<br>V.P.<br>N.M.<br>F.M. |                              |
| Procedure di calcolo                  | Eseguire le quattro operazioni con numeri naturali e decimali in calcoli scritti e mentali.              | Calcola in modo scritto e/o orale risultati di addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni con numeri naturali e decimali.              | G.C. M.M<br>O.F. G.D.<br>S.P. A.M.<br>A.S. A.R.                         | G.R. F.M.<br>E. D. G.B<br>N.M. C.T.<br>C.C. S.B.<br>S.C.     | E.B.<br>V.P.                 |                              |
| Letture e analisi dei dati statistici | Leggere i dati ricavati dall'esperienza, rappresentarli in diagrammi, schemi e tabelle ed interpretarli. | Legge, rappresenta e interpreta relazioni e dati emersi da situazioni significative con diagrammi schemi e tabelle.                             | G.C. M.M<br>O.F. G.D.<br>S.P. A.M.<br>A.S. A.R.                         | G.R. F.M.<br>E. D. G.B<br>C.T. S.C.<br>C.C. S.B.             | E.B.<br>V.P.<br>N.M.         |                              |
| Partecipazione                        | Partecipare attivamente all'attività della classe dando il proprio contributo.                           | Partecipa attivamente alle attività della classe dando il proprio contributo.   | G.C. M.M<br>O.F. G.D.<br>S.P. S.B.<br>A.S. A.R. C.C.<br>E. D. C.T. S.C. | G.B. V.P.<br>N.M. G.R.<br>F.M. A.M.                          | E.B.                         |                              |
| Collaborazione                        | Collaborare in modo attivo e rispettoso tra pari.  | Collabora nelle attività di gruppo in modo attivo ed idoneo.  | G.C. M.M<br>O.F. G.D.<br>S.P. S.B.<br>A.S. A.R. C.C.<br>E. D. C.T. S.C. | G.B. V.P.<br>N.M. G.R.<br>F.M. A.M.                          | E.B.                         |                              |

Figura 20: Rubrica finale relativa alle competenze maturate.

La rubrica di competenze ha permesso di valutare la capacità degli alunni di formulare e risolvere problemi matematici, di calcolare in modo scritto e mentale, di leggere e interpretare dati statistici, nonché di partecipare e collaborare attivamente alle attività. La maggior parte degli studenti ha dimostrato di aver raggiunto un livello avanzato in tutte le dimensioni della competenza, con alcune difficoltà riscontrate nella fase di *problem solving* e di analisi statistica. La rubrica ha fornito un quadro preciso dei progressi degli alunni e dei loro livelli di padronanza. Essa si è intrecciata a tutti gli strumenti presentati sopra per permettere una visione trifocale, a tutto tondo delle competenze maturate nei bambini.

Infatti, la valutazione che abbiamo presentato è stata volutamente orientata a supportare l'apprendimento attraverso azioni di *feedback* agli allievi e processi per renderli consapevoli dei propri percorsi. È stato fondamentale assicurare agli studenti la capacità di valutare e autovalutarsi autonomamente dopo l'uscita dai *setting* di educazione

formale. Credo fermamente che “trattare la valutazione esclusivamente come un momento finale del processo d’insegnamento rappresenta un’opportunità sprecata di formazione” (Brown, 2014). Infine, gli insegnanti che utilizzano la co-valutazione possono essere coinvolti attivamente nella discussione e condivisione delle proprie concezioni e pratiche valutative. I docenti hanno la possibilità di discutere delle opportunità che si intende dare agli studenti in termini di procedure valutative. Dal progetto promosso dalla European Agency for Development in Special Needs Education (EADSNE) (2003), emerge la valutazione intesa come valorizzazione che considera questo processo come un mezzo per promuovere la partecipazione e l’apprendimento di tutti e per indicare miglioramenti per la didattica. Tutti questi motivi portano a definire la valutazione come inclusiva.

### 3.2. Valutazione dell’intervento e autovalutazione

Facendo riferimento ancora una volta all’ottica trifocale mi trovo ora a dover eseguire un bilancio tutto tondo del mio operato partendo proprio da quanto emerso durante l’intervento didattico.

Dal punto di vista oggettivo questa esperienza mi ha permesso di sviluppare una conoscenza approfondita del contesto, degli obiettivi educativi e delle esigenze degli alunni. Ho cercato di operare analizzando i risultati di apprendimento degli studenti, individuando i punti di forza e debolezza, aiutandoli a migliorare. Ho quindi provato a creare soluzioni personalizzate, considerando i tempi di attenzione e gli interessi del gruppo classe. Durante le lezioni, ho utilizzato una metodologia attiva e ho messo in atto una comunicazione aperta per coinvolgere tutti gli studenti. Ho creato strumenti di valutazione pertinenti ed affidabili, per valutare le loro conoscenze pregresse e il loro apprendimento in corso. In questo senso i dati oggettivi e i documenti come i giudizi degli alunni (*post-it*) e i risultati emersi dalle rubriche valutative dimostrano come il mio operato (e quello della collega) sia riuscito a lasciare una traccia concreta nel percorso scolastico dei bambini.

Dal punto di vista intersoggettivo, invece, tramite l’osservazione da parte dei partecipanti alla comunità scolastica - quindi la Tutor e i bambini - e grazie all’esperienza di co-insegnamento con la collega Giulia, ho compreso maggiormente la dinamicità del contesto scolastico e il suo valore sistemico. Sono così riuscita ad ottenere un raccordo

con il territorio e ciò che questo ha da offrire, gestendo al contempo dinamiche *intra* ed *extra* scolastiche. La validità del mio lavoro è stata confermata anche dai feedback positivi ricevuti dalla tutor, dai vari scambi dialogici con le colleghe e dalle opinioni dei bambini e delle loro famiglie.

Dal punto di vista soggettivo, infine, mi sento di trarre le fila a partire dalla mia riflessione personale che hanno avuto luogo durante tutto il percorso di tirocinio e che mi hanno permesso di ripensare, rivedere e riconsiderare le scelte fatte ed eventualmente ritornare sulle mie decisioni e modificarle. Questi pensieri riflessivi si sono intrecciati con le registrazioni e fotografie scattate durante l'intervento che mi hanno aiutato ad identificare possibili miglioramenti. La collaborazione costante e lo scambio con Tutor e collega tirocinante hanno favorito la mia crescita personale dal punto di vista relazionale, stimolandomi attraverso sfide che sono riuscita ad affrontare con sicurezza grazie al loro supporto costante.

Ritengo quindi che la mia autovalutazione finale possa essere positiva, come è dimostrato dall'autoanalisi compilata alla fine del percorso (Allegato 3).



#### **4. La complessità della professionalità docente nella costruzione dell'Io- insegnante durante il percorso di tirocinio: modelli di professionalità, conclusione del percorso, bilancio e apertura al futuro**

Alla luce della mia esperienza di tirocinio vorrei riflettere sulle competenze professionali che ho sviluppato e partendo dalla suddivisione in dimensione didattica, istituzionale e professionale che possiamo ritrovare nel "Quadro di riferimento sulle competenze professionali in formazione" intrecciandole con le cinque dimensioni che definiscono la qualità dell'insegnante secondo Margiotta (1999).

##### 1. Dimensione didattica

Durante il mio percorso di tirocinio ho imparato ad osservare con attenzione gli studenti, a rilevare i loro bisogni e le loro difficoltà, e a individuare gli elementi del contesto che potrebbero influire sull'apprendimento grazie a strumenti osservativi come griglie o *checklist*. In particolare, la lettura del contesto didattico mi è stata utile per comprendere le caratteristiche degli alunni e dell'ambiente in cui si svolgevano le lezioni, così da poter adattare i miei interventi in modo mirato ed efficace.

Le conoscenze teoriche che ho acquisito durante il mio percorso di studio mi hanno permesso di comprendere le basi pedagogiche su cui si fonda l'attività didattica e di applicare le migliori pratiche alla mia conduzione delle lezioni. Ho potuto approfondire la conoscenza di modelli e teorie educative, di metodologie didattiche e di strategie per l'apprendimento attivo e collaborativo e ho potuto ampliare la mia conoscenza dei riferimenti normativi. In questo senso però mi rendo conto che è necessario continuare in questa direzione perchè non posso definire le mie conoscenze teoriche come "complete o esauste", anzi.

Infine, la progettazione, conduzione e valutazione degli interventi didattici sono state tra le competenze più importanti che ho tentato di acquisire durante il mio tirocinio. Ho imparato: a progettare lezioni che tengono conto dei bisogni degli studenti, degli obiettivi formativi e dei traguardi adeguati, attraverso l'utilizzo di metodologie e tecnologie appropriate (questo soprattutto grazie alla collaborazione con Giulia e al *co-teaching* messo in atto) ; a condurre attività didattiche coinvolgenti e stimolanti che fossero inclusive e che mi permettessero di comunicare in modo efficace e aperto, e in caso di imprevisti, riuscire a gestirli; e per ultimo a valutare in modo efficace il processo di

apprendimento attraverso strumenti e modalità per la verifica e la valutazione (anche in itinere in funzione formativa) partendo dalla creazione e dall'utilizzo di rubriche di valutazione.

Ritengo quindi, all'interno di questa dimensione, di aver provato a sviluppare ciò che Margiotta (1999) definisce come le "Competenze didattiche, cioè la padronanza di un repertorio di strategie didattiche e la capacità di applicarle" e le "Conoscenza degli specifici settori disciplinari e del contenuto dei programmi".

## 2. Dimensione istituzionale

La lettura del contesto scolastico ed extra-scolastico mi ha permesso di comprendere le dinamiche che influenzano l'ambiente in cui gli studenti apprendono. Ho imparato a considerare non solo le esigenze educative degli studenti, ma anche i fattori esterni che possono influire sul loro apprendimento, come la situazione familiare e socio-economica e quindi rilevare e gestire vincoli o opportunità.

Ho maturato come relazionarmi e gestire i rapporti interpersonali con i colleghi e i genitori degli studenti in modo professionale e rispettoso, favorendo un ambiente di lavoro collaborativo e positivo e comprendendo come il contesto scolastico sia variegato, complesso e a volte anche sfidante. Inoltre, ho imparato a gestire i rapporti interpersonali con gli alunni, utilizzando strategie di comunicazione efficaci e favorendo la creazione di un clima di rispetto e di fiducia.

Inoltre, la comunicazione nei diversi contesti mi ha permesso di prima trovare e poi adattare il mio stile di comunicazione alle diverse situazioni e contesti, utilizzando linguaggi adeguati per interagire con studenti, colleghi e genitori. Ho sviluppato la capacità di utilizzare la comunicazione non solo come un mezzo per ampliare conoscenze, ma anche come un modo per creare un clima positivo di apprendimento e di collaborazione anche attraverso uno strumento chiave come la comunicazione digitale.

Credo perciò, all'interno di questa dimensione, di aver provato a sviluppare ciò che Margiotta (1999) definisce come la "Competenza gestionale" e l'Empatia o capacità di identificarsi negli altri e riconoscimento della loro dignità".

## 3. Dimensione professionale

Ho appreso l'importanza e la cura della documentazione delle attività didattiche, sia per fini valutativi che per una migliore organizzazione e gestione delle lezioni. Ho imparato a redigere un piano di lavoro e a tenerlo costantemente aggiornato, a preparare e a

conservare materiali didattici, a tenere un registro revisionato. Inoltre, ho maturato l'importanza della riflessione sul proprio profilo professionale emergente. Ho capito che, per diventare un insegnante di qualità, è fondamentale mettersi in discussione, analizzare i propri punti di forza e di debolezza e lavorare costantemente per migliorare. Ho imparato a chiedere *feedback* agli studenti e alla tutor e ad ampliare le mie conoscenze e competenze. Ho sviluppato un'analisi e una consapevolezza critica delle mie pratiche didattiche e professionali e a questo proposito ho cercato di individuare prospettive di miglioramento.

Anche in questo caso ho cercato, all'interno di questa dimensione, di sviluppare ciò che Margiotta (1999) definisce come la "Capacità di riflessione e di autocritica"

Per lo sviluppo delle mie competenze professionali, in futuro intendo continuare a formarmi e aggiornarmi costantemente sulle nuove metodologie didattiche e sui nuovi strumenti tecnologici utili per l'apprendimento. Inoltre, continuerò a lavorare sulla mia capacità di ascolto attivo e di collaborazione con i colleghi e con gli altri professionisti del mondo della scuola.

## **Bibliografia:**

### **Libri:**

Aquario, D. Grion, V. Restiglian, E. (2020) Valutare nella scuola e nei contesti educativi. Padova: CLEUP.

Bonaiuti, G., Calvani, A., Menichetti, L., Vivianet, G., (2017). Le tecnologie didattiche. Roma: Carocci.

Bonotto, C. (2007). Quotidianizzare la matematica. Lecce: Pensa multimedia.

Brown, S., & Walter, M. (1988). L'arte del problem posing. Torino: Società editrice internazionale.

Cacciamani, S. (2008). Imparare cooperando. Roma: Carocci.

Castoldi, M. (2011), Progettare per competenze. Percorsi e strumenti. Roma: Carocci.

Castoldi, M. (2016). Valutare e certificare le competenze. Roma: Carocci.

Castoldi, M. (2018), Compiti autentici: un nuovo modo di insegnare e apprendere. Novara: UTET Università.

Castoldi, M. (2019). Rubriche valutative: guidare l'espressione del giudizio. Novara: UTET Università.

Cisotto, L. (2007). Le buone pratiche della Facoltà di Scienze della Formazione dell'Università di Padova. In F. Moro & L. Cisotto (Eds.), La formazione iniziale degli insegnanti in Europa. Lecce: Pensa MultiMedia.

Conderman, G., Bresnahan, V., & Pedersen, T. (2008). Purposeful co-teaching: Real cases and effective strategies. Thousand Oaks. CA: Corwin Press.

D'Alonzo, L. (2011). *La gestione della classe. Modelli di ricerca e implicazioni per la pratica*. Brescia: La Scuola.

Davidson, N., & Sternberg, R. J. (1980). *Problem Solving and Education: Issues in Teaching and Research*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

De Candia, C., Cibinel, N., & Lucangeli, D. (2009). *Risolvere problemi in 6 mosse: Potenziamento del problem solving matematico per il secondo ciclo della scuola primaria*. Trento: Erickson.

De Rossi, M. (2019). *Teaching Methodologies for Educational Design. From classroom to community*. Milano: McGraw-Hill Education.

Felisatti, E. (2013), *L'insegnante, un professionista in ricerca*. In Felisatti, E., & Azzucco, C., *Insegnanti in ricerca, competenze, modelli e strumenti*. Lecce: Pensa Multimedia.

Ghedin, E. (2014). *Sfide e opportunità per promuovere l'educazione inclusiva*. Trento: Erickson.

Grion, V., Aquario, D., & Restiglian, E. (2017). *Valutare. Sviluppi teorici, percorsi e strumenti per la scuola e i contesti formativi*. Padova: CLEUP.

Grion, V., & Restiglian, E. (A cura di) (2019). *La valutazione fra pari nella scuola. Esperienze di sperimentazione del modello GRiFoVA con alunni e insegnanti*. Trento: Erickson.

Lucangeli, D. (1998). *Insegnare a risolvere problemi*. Milano: Junior.

Lucangeli, D., & Poli, S., & Molin, A. (2003). *L'intelligenza numerica*. Trento: Erickson.

Lucangeli, D. (2003). Risoluzione dei problemi e abilità di pensiero logico. Milano: Junior.

Lucangeli, D. (2006). Matematica e problemi. Milano: Junior.

Lucangeli, D. (2010). Il bambino e il problema matematico. Milano: Junior.

Lucangeli, D. (2015). Insegnare a risolvere problemi: la matematica nella scuola primaria. Milano: Junior.

Macinai, E., Milani, P. (2016), "La scuola come comunità educativa", in Castoldi, M., Cisotto, L. (a cura di), Diventare insegnanti. Il primo ciclo di istruzione. Prova scritta e orale, Roma: Carocci.

Margiotta, U. (1999). L'insegnante di qualità: Valutazione e performance. Roma: Armando.

Messina, L., & De Rossi, M. (2015). Tecnologie, formazione e didattica. Roma: Carocci.

Paquay L., Wagner M.C., Competenze professionali privilegiate negli stage e in videoformazione, in Altet M., Charlier E., Paquay L. & Perrenoud P. (2006). Formare gli insegnanti professionisti. Quali strategie? Quali competenze? Roma: Armando.

Pellerey, M. (2010). Le competenze. Il ruolo delle competenze nei processi educativi scolastici e formativi. Napoli: Tecnodid.

Perrenoud, P. (2002), Dieci nuove competenze per insegnare, invito al viaggio. Roma: Anicia.

Semeraro, R. (2007). La progettazione didattica. Padova: Domeneghini.

Wiggins, G. & Mctighe, J. (2004). Fare progettazione. La “teoria” di un percorso didattico per la comprensione significativa. Roma: Las.

Wiggins, G. & Mctighe, J. (2004). Fare progettazione. La “pratica” di un percorso didattico per la comprensione significativa. Roma: Las.

### **Riviste e periodici:**

Bacharach, N. L., Washut Heck, T. & Dahlberg, K. R. (2008). What makes coteaching work? Identifying the essential elements. *College Teaching Methods & Styles Journal*, 3, 43-48.

Bonotto, C. (2017). Sui processi di modellizzazione e di problem posing nell'insegnamento /apprendimento della Matematica. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, 9(14), 28-45.

Conderman, G., & Hedin, L., (2012). Purposeful Assessment Practices for CoTeaching, *Teaching Exceptional children*, 44 (4), 18-27.

Cook, L., & Friend, M. (1995). Co- Teaching: Guidelines for creating effective practices. *Focus on Exceptional Children*, 28(3), 1-16.

Castoldi, M., (2018). Progetto ILE: un quadro di riferimento per gli ambienti di apprendimento. *RICERCAZIONE Six-monthly Journal on Learning Research and Innovation in Education*, X(1), 15-27.

Ghedin, E., & Caserotti, C. (2012, August 29 -30). Does Co-Teaching Work? Views on Co-teaching practice in inclusive Classrooms (53-54). In *Proceedings of the Biennial Meeting EARLI SIG 15 Special Educational Needs*. Utrecht University, The Netherlands.

Ghedin, E., Aquario, D., & Di Masi, D. (2013). Co-teaching in action: una proposta per promuovere l'educazione inclusiva. *Giornale Italiano della Ricerca Educativa*, 11, 157-175.

Ghedin, E., & Aquario, D. (2016). Collaborare per includere: il co-teaching tra ideale e reale. *Italian Journal of Special Education for Inclusion*, 1, 165–182.

Ghedin, E., Mazzocut, S. (2017). Universal Design for Learning per una valorizzazione delle differenze: un'indagine esplorativa sulle percezioni degli insegnanti. *Giornale Italiano della Ricerca Educativa – Italian Journal of Educational Research*, 18, 145-162.

Grion, V., & Restiglian, E. (2021). La valutazione fra pari nella scuola. Ragioni pedagogico-didattiche e potenzialità formative, *Dida*, 1, 8, 70-75.

Grion, V., Serbati, A., Tino, C., & Nicol, D. (2017). Ripensare la teoria della valutazione e dell'apprendimento all'università. Un modello per implementare pratiche di peer review. *Giornale Italiano della Ricerca Educativa*, X(19), 209-229.

Michelini, M.C. (2006), *Progettare la scuola. Democrazia e partecipazione: dalla progettazione educativa all'organizzazione scolastica*, FrancoAngeli, Milano.

Ottaviani M. (2011), *Insegnare ed apprendere statistica a scuola: il problema dell'aggiornamento degli insegnanti*, Relazione Congresso Mathesis di Caserta.

Restiglian, E., & Grion, V. (2019). Valutazione e feedback fra pari nella scuola: uno studio di caso nell'ambito del progetto GRiFoVA. *Giornale italiano della Ricerca Educativa*, XII, (special issue), 195-221.

Walther-Thomas, C., Bryant, M., & Land, S. (1996). Planning for Effective Co-Teaching The Key to Successful Inclusion. *Remedial and Special Education*, 17, 255 - 264.

### **Inediti:**

Tonegato, P. (2018). *Il sistema scuola: cinque aree per leggere l'istituto scolastico*. Università degli Studi di Padova: Unpublished.



Torri, A. (2017). Probabilità e statistica nella scuola primaria: un percorso didattico. Unpublished thesis.

### **Normativa:**

D. Lgs. 16 aprile 1994, n. 297, Testo Unico delle disposizioni legislative in materia di istruzione.

D.P.R. 8 marzo 1999, n. 275, Regolamento recante norme in materia di autonomia delle istituzioni scolastiche, ai sensi dell'art. 21 della legge 15 marzo 1997, n. 59.

Raccomandazione 2006/962/CE del Parlamento europeo e del Consiglio, del 18 dicembre 2006, relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente

DM 249/2010, Obiettivi Formativi Qualificanti del Corso di Laurea

D.M. 254 del 16 novembre 2012, Regolamento recante indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, a norma dell'articolo 1, comma 4, del decreto del Presidente della Repubblica n. 89 del 20 marzo 2009.

L.13 luglio 2015, n. 107, Riforma del sistema nazionale di istruzione e formazione e delega per il riordino delle disposizioni legislative vigenti.

D. Lgs. 13 aprile 2017, n. 62, Norme in materia di valutazione e certificazione delle competenze nel primo ciclo ed esami di Stato.

MIUR, Indicazioni nazionali e Nuovi scenari, comitato scientifico nazionale per le Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione, MIUR, 2018

Gazzetta Ufficiale dell'Unione Europea, (2018). Raccomandazione del consiglio del 22 maggio 2018 relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente

Ordinanza ministeriale 04 dicembre 2020, n.172, Valutazione periodica e finale degli apprendimenti delle alunne e degli alunni delle classi della scuola primaria.

D. L. 24 dicembre 2021, n.221, Proroga dello stato di emergenza nazionale e ulteriori misure per il contenimento della diffusione dell'epidemia da COVID-19

### **Documentazione scolastica:**

“Annali online della Didattica e della Formazione Docente” Vol. 9, n. 14/2017, pp. 28-45.

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Piano Triennale Offerta Formativa (triennio 2019 - 2022) from  
<https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDIC82800D-201922-202021-2021223.pdf>

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Piano Triennale Offerta Formativa (triennio 2022 - 2025) from  
<https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDIC82800D-202225-202122-20211220.pdf>

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Rapporto di Autovalutazione. Triennio di riferimento 2019 -2022 from  
[https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/RAV\\_201819\\_PDIC82800D\\_20190801132616.pdf](https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/RAV_201819_PDIC82800D_20190801132616.pdf)

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Piano Offerta Formativa. Anno scolastico 2021/22. From  
<https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDIC82800D-201922-202021-20210122-1.pdf>

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Piano di Miglioramento from

[https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDM\\_2019\\_2020.pdf](https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/PDM_2019_2020.pdf)

IC L. Belludi Piazzola sul Brenta. Curricolo verticale d'istituto.

<https://icbelludi.edu.it/wp-content/uploads/sites/471/CURRICOLO-VERTICALE-DIISTITUTO.pdf>

## **Allegati:**

### Allegato 1

TITOLO: Che problema la matematica!

#### **PRIMA FASE: IDENTIFICARE I RISULTATI DESIDERATI**

*(Quale/i apprendimento/i intendo promuovere negli allievi?)*

**Competenza chiave** *(Competenza europea e /o dal Profilo delle competenze, dalle Indicazioni Nazionali)*

#### **Competenza matematica**

“La competenza matematica è la capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematici per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. Partendo da una solida padronanza della competenza aritmetico- matematica, l’accento è posto sugli aspetti del processo e dell’attività oltre che sulla conoscenza. La competenza matematica comporta, a differenti livelli, la capacità di usare modelli matematici di pensiero e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, diagrammi) e la disponibilità a farlo.”

#### **Competenza digitale**

“La competenza digitale presuppone l’interesse per le tecnologie digitali e il loro utilizzo con dimestichezza e spirito critico e responsabile per apprendere, lavorare e partecipare alla società. Essa comprende l’alfabetizzazione informatica e digitale, la comunicazione e la collaborazione, l’alfabetizzazione mediatica, la creazione di contenuti digitali (inclusa la programmazione), la sicurezza (compreso l’essere a proprio agio nel mondo digitale e possedere competenze relative alla cybersicurezza), le questioni legate alla proprietà intellettuale, la risoluzione di problemi e il pensiero critico.”

#### **Competenza personale, sociale e capacità di imparare a imparare**

“La competenza personale, sociale e la capacità di imparare a imparare consiste nella capacità di riflettere su sé stessi, di gestire efficacemente il tempo e le informazioni, di lavorare con gli altri in maniera costruttiva, di mantenersi resilienti e di gestire il proprio apprendimento e la propria carriera.”

Raccomandazioni del Consiglio dell'Unione europea del 23 maggio 2018

**Disciplina/e o campo/i d'esperienza di riferimento** *(di riferimento prevalente, dalle Indicazioni Nazionali)*

### **Matematica**

“Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani.”

“Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive. “

D.M.254/2012 Indicazioni Nazionali; la Scuola del Primo ciclo; Matematica;

**Traguardo/i per lo sviluppo della competenza** *(di riferimento prevalente, dalle Indicazioni Nazionali)*

“L’alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali (...).

“(L’alunno)...ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici).

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.

Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.”

D.M.254/2012 Indicazioni Nazionali; la Scuola del Primo ciclo; Matematica;

### **Obiettivi di apprendimento**

*(desumibili, per la scuola primaria, dalle Indicazioni Nazionali; per la scuola dell’infanzia vanno formulati)*

#### Numeri

- Leggere, scrivere, confrontare ed eseguire le quattro operazioni con i numeri decimali.
- Stimare il risultato di una operazione.

#### Relazioni, dati e previsioni

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Utilizzare le principali unità di misura di peso per effettuare misure e stime.

- Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario.

D.M.254/2012 Indicazioni Nazionali; la Scuola del Primo ciclo; Matematica;

**Bisogni formativi degli allievi** *(in relazione al traguardo indicato)*

Dall'analisi del contesto e della situazione di partenza sono emersi i seguenti bisogni formativi degli allievi:

- Bisogno di decodificare un problema, individuare i dati (utili, inutili, sovrabbondanti, mancanti)
- Bisogno di descrivere il procedimento seguito per risolvere un problema
- Bisogno di trovare differenti strategie di risoluzione di un problema
- Bisogno di leggere e interpretare i dati di un'indagine statistica

**Situazione di partenza** *(situazione problema e/o domande chiave che danno senso all'esperienza di apprendimento, orientano l'azione didattica, stimolano il processo e il compito di apprendimento)*

Gli alunni della classe V° stanno potenziando il calcolo scritto e mentale con i grandi numeri naturali e decimali. Grazie alla routine di calcolo gli alunni hanno sviluppato buone capacità logiche, inoltre frequentemente risolvono problemi forniti dalla docente utilizzando strategie risolutive condivise. La classe non ha affrontato lo studio della statistica, sarà oggetto di approfondimento nel secondo quadrimestre.

**Conoscenze e abilità** *(che cosa gli allievi sapranno e sapranno fare al termine dell'unità)*

Conoscenze:

- Le fasi risolutive di un problema

- Tecniche risolutive di un problema
- Elementi essenziali di statistica

Abilità:

- Individuare il significato e usare correttamente virgola e il valore posizionale delle cifre
- Usare strategie per il calcolo orale (anche con l'utilizzo di proprietà)
- Stimare il risultato di un'operazione;
- Passare da un'unità di misura a un'altra anche nel contesto del sistema monetario;
- Individuare in contesti d'esperienza o di lavoro una situazione problematica di tipo matematico o non;
- Individuare e distinguere la richiesta e le informazioni:
- Rappresentare relazioni e dati, e in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni
- Sviluppare abilità valutative

**Rubrica valutativa** (le dimensioni possono far riferimento a conoscenze, abilità, atteggiamento verso il compito, autoregolazione, relazione con il contesto)



| <b>Dimensi<br/>oni</b>     | <b>Criteri</b>                               | <b>Indicatori</b>   | <b>Avanzato</b>  | <b>Intermedio</b>   | <b>Base</b>  | <b>In via di prima acquisizione</b>   |
|----------------------------|--|---|--|---|--|---|
| <b>Problem<br/>posing</b>  | Formulare problemi in situazioni reali.      | Formula problemi in situazioni reali a partire da artefatti culturali.  | L'alunno formula in modo indipendente, creativo ed originale problemi in situazioni reali a partire da artefatti culturali (es. volantino/scontrino) con piena autonomia.  | L'alunno formula in modo autonomo e consapevole problemi in situazioni reali a partire da artefatti culturali (es. volantino/scontrino).  | L'alunno formula in modo autonomo e riproduttivo problemi in situazioni reali a partire da artefatti culturali (es. volantino/scontrino).  | L'alunno, con l'aiuto dell'insegnante, formula in modo riproduttivo problemi in situazioni reali a partire da artefatti culturali (es. volantino/scontrino).  |
| <b>Problem<br/>solving</b> | Comprendere e risolvere problemi matematici. | Comprende i problemi matematici relativi ad ambiti di esperienza ed è in grado di risolverli.<br><br>Ricava i dati.<br><br>Utilizza strategie di risoluzione. | L'alunno comprende e risolve problemi matematici relativi ad ambiti di esperienza.<br><br>Ricava autonomamente i dati. Mantiene il controllo sia sul processo risolutivo sia sui risultati.<br><br>Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.<br><br>Costruisce ragionamenti formulando ipotesi. | L'alunno comprende e risolve problemi matematici relativi ad ambiti di esperienza.<br><br>Riesce a ricavare i dati.<br><br>Focalizza l'attenzione sul risultato.<br><br>Utilizza strategie di risoluzione note. | L'alunno comprende e risolve semplici problemi matematici relativi ad ambiti di esperienza, avendo tutti i dati noti ed espliciti.<br><br>Utilizza strategie note e rappresentazioni grafiche per facilitare la risoluzione. | L'alunno se guidato riesce a comprendere e risolvere semplici problemi matematici relativi ad ambiti di esperienza.<br><br>Con l'aiuto dell'insegnante, l'alunno identifica i dati necessari alla risoluzione del problema.<br><br>Se guidato utilizza le strategie di risoluzione fornite. |

|   |  |  |  |  |   |  |
|---|--|--|--|--|---|--|
| <b>Procedure di calcolo</b>                 | Eseguire le quattro operazioni con numeri naturali e decimali in calcoli scritti e mentali.              | Calcola in modo scritto e/o orale risultati di addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni con numeri naturali e decimali. | L'alunno padroneggia con sicurezza e autonomia il calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e decimali.<br><br>Sa utilizzare strategie personali di calcolo mentale. | L'alunno esegue il calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e decimali.<br><br>Sa utilizzare strategie note di calcolo mentale.   | L'alunno esegue in modo riproduttivo il calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e decimali.<br><br>Nel calcolo scritto sa utilizzare strategie note, mentre nel calcolo mentale utilizza supporti (es. tavola pitagorica, calcoli con le dita, rappresentazioni). | L'alunno se guidato esegue in modo riproduttivo il calcolo scritto con numeri naturali e decimali.<br><br>Il calcolo mentale viene verbalizzato con il supporto dell'insegnante. |
| <b>Letture e analisi di dati statistici</b> | Leggere i dati ricavati dall'esperienza, rappresentarli in diagrammi, schemi e tabelle ed interpretarli. | Legge, rappresenta e interpreta relazioni e dati emersi da situazioni significative con diagrammi, schemi e tabelle.               | L'alunno padroneggia con autonomia, sicurezza e personalità la lettura, la rappresentazione ed interpretazione dei dati, relazioni, schemi e tabelle.                      | L'alunno legge e rappresenta i dati. Interpreta dati, relazioni, schemi e tabelle.   | L'alunno necessita della conferma dell'insegnante nella lettura e rappresentazione di dati.<br><br>Interpreta in modo essenziale dati, relazioni, schemi e tabelle.   | L'alunno necessita dell'intervento dell'insegnante nella lettura, rappresentazione ed interpretazione di dati, relazioni, schemi e tabelle.                                      |
| <b>Partecipazione</b>                       | Partecipare attivamente all'attività della classe dando il proprio contributo.                           | Partecipa attivamente alle attività della classe dando il proprio contributo.  | L'alunno partecipa collaborando attivamente e in maniera pienamente consapevole e propositiva, offrendo efficacemente il proprio contributo al lavoro comune.              | L'alunno partecipa in modo assiduo, consapevole e propositivo, offrendo in maniera soddisfacente il proprio contributo al lavoro comune. | L'alunno partecipa in modo responsabile e sostanzialmente propositivo, offrendo il proprio contributo al lavoro comune.   | L'alunno partecipa con poco coinvolgimento e in maniera sollecitata/indotta, offrendo un contributo minimo/parziale al lavoro comune, comunque adeguato alle proprie esigenze.   |
| <b>Collaborazione</b>                       | Collaborare in modo attivo e rispettoso tra pari.  | Collabora nelle attività di gruppo in modo attivo e idoneo.  | L'alunno nell'attività di gruppo è in grado di collaborare e di assumersi responsabilità.  | L'alunno nell'attività di gruppo, è disponibile alla collaborazione e all'assunzione di responsabilità, dietro sollecitazione.           | L'alunno nell'attività di gruppo fornisce apporti occasionali e non sempre ha chiaro il proprio ruolo o l'obiettivo comune.   | L'alunno nell'attività di gruppo assume un ruolo poco collaborativo.   |

## SECONDA FASE: DETERMINARE EVIDENZE DI ACCETTABILITÀ

*(In che modo sollecito la manifestazione della competenza negli allievi?)*

**Compito/i autentico/i** *(compito attraverso il quale gli allievi potranno sviluppare e manifestare le competenze coinvolte; vanno indicate le prestazioni e/o le produzioni attese)*

Nell'intervento didattico sono stati previsti due compiti autentici:

- L'esperienza al supermercato: gli alunni avranno a disposizione un budget di 5 euro ed il compito di usarli per acquistare quanti più prodotti possibili tra quelli indicati. Dovranno dunque effettuare un calcolo mentale ed una stima dell'importo. L'esperienza avverrà nel supermercato di paese in accordo con le famiglie e il personale del punto vendita. Saranno coinvolte competenze matematiche, personali e sociali (rispetto delle regole). Verrà osservata la prestazione dei bambini e documentata tramite audio, registrazioni e check list.
- L'indagine statistica: gli alunni, divisi in gruppi, avranno il compito di elaborare una semplice indagine statistica relativa all'indice di gradimento delle attività proposte. La raccolta dei dati avverrà in ogni lezione mediante l'utilizzo di post-it colorati nei quali sarà chiesto di esprimere il proprio gradimento dell'attività proposta sia a livello quantitativo, tramite l'utilizzo di stelline (da 1 a 5), sia a livello qualitativo esprimendo un giudizio descrittivo. Gli alunni elaboreranno grafici e tabelle basandosi sui dati quantitativi, mentre verrà elaborata una sintesi di quanto emerso dai dati qualitativi. Al termine verrà realizzato un breve video sintesi che verrà condiviso con l'altra classe.

**Modalità di rilevazione degli apprendimenti** (strumenti di accertamento con riferimento all'ottica trifocale)

Gli apprendimenti verranno rilevati in ottica trifocale, verrà dunque preso in considerazione:

- polo soggettivo: agli alunni verrà proposto un questionario di autopercezione da svolgere prima e dopo l'intervento. Inoltre gli alunni valuteranno la loro esperienza al supermercato utilizzando una check-list ed infine valuteranno, in gruppo, il problema prodotto utilizzando i criteri condivisi.
- polo intersoggettivo: gli alunni valuteranno la correttezza dei problemi elaborati dai compagni dell'altra classe utilizzando una griglia di criteri condivisi e forniranno un feedback chiaro e formativo (tramite l'utilizzo di Padlet), il quale fornirà indicazioni per migliorare i prodotti.
- polo oggettivo: la valutazione oggettiva terrà conto della prestazione al supermercato tramite una check-list, dei problemi prodotti (problem posing), del processo risolutivo (problem solving) e della correttezza della rappresentazione dei dati statistici grazie ad una rubrica valutativa.

### **TERZA FASE: PIANIFICARE ESPERIENZE DIDATTICHE**

*(Quali attività ed esperienze ritengo significative per l'apprendimento degli allievi?)*

| Tempi             | Ambiente/i di apprendimento (setting) | Contenuti  | Metodologie  | Tecnologie (strumenti e materiali didattici analogici e digitali)       | Attività   |
|-------------------|---------------------------------------|--|--|---|--|
| 1 lezione (2 ore) | Aula                                  | Introduzione e presentazione dell'intervento didattico. Riflessione sull'utilizzo dell'artefatto culturale: il volantino del supermercato. | <b>Format:</b><br>Laboratoriale<br><br><b>Tecniche:</b><br>Discussione                           | Volantino del supermercato<br>Quaderno<br>Astuccio                      | La lezione si aprirà con un'introduzione e la presentazione dell'intervento didattico con focus sulla collaborazione con un'altra classe e la matematizzazione del quotidiano. Verrà poi proposta una riflessione a partire da artefatti culturali (volantini del supermercato) volta a stimolare il ragionamento tramite domande mirate ed i processi di calcolo mentale. Infine sarà stilata un'ipotetica lista della spesa entro un budget di 10 euro.  |
| 1 lezione (3 ore) | Supermercato/Aula                     | Attività al supermercato   | <b>Format:</b><br>Transfer in situazione reale<br><br><b>Tecniche:</b><br>Attive e collaborative | Volantino del supermercato<br>Quaderno<br>Penna<br>Quaderno<br>Astuccio | <p>La lezione inizierà con la suddivisione della classe in due gruppi:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gruppo A: andrà in uscita al supermercato con il compito di effettuare la spesa rispettando la lista di elementi stilata in classe nella lezione precedente. Ogni alunno avrà un budget di 5 euro ed il compito di comprare quanti più prodotti possibili. Dovrà dunque confrontare prezzi ed eseguire calcoli mentali.</li> <li>• Gruppo B: resterà in classe con una docente in compresenza che presenterà l'attività che stanno svolgendo i compagni al supermercato. Avranno dunque modo di effettuare riflessioni e calcoli prima dell'uscita.</li> </ul> <p>Il gruppo A rappresenta il gruppo di controllo, mentre il gruppo B quello sperimentale. Si intende verificare se il gruppo B ottiene risultati migliori nella prestazione.<br/>Al rientro, il primo gruppo condurrà una riflessione circa quanto esperito. Entrambe le classi effettueranno un test di valutazione.<br/>Nella lezione successiva verrà riproposta la medesima attività a gruppi invertiti.</p> |

|  |                                     |   |   |  |  |
|--|-------------------------------------|---|---|--|--|
| 1 lezione<br>(2 ore)                   | Aula                                | Lavoro sugli artefatti (scontrini del supermercato) e sui dati raccolti         | <b>Format:</b><br>Laboratoriale<br><br><b>Tecniche:</b><br>Attive e collaborative   | LIM<br>Volantino del supermercato<br>Scontrini | La tirocinante conduce una riflessione guidata su quanto esperito nella lezione precedente.<br>In classe si analizzerà quanti alunni sono riusciti a soddisfare la richiesta e rispettare il budget, quanti hanno dovuto effettuare lo storno. Verrà inoltre analizzato chi è riuscito a comprare più prodotti rimanendo entro il budget ed avverrà una condivisione delle strategie utilizzate.<br>Alla LIM viene presentata l'immagine di uno scontrino e viene chiesto di riflettere sul significato.                         |
| 5 lezioni<br>(da 2 ore ciascuna)       | Aula/<br>Laboratorio di informatica | Problem posing e problem solving  | <b>Format:</b><br>Laboratoriale<br><br><b>Tecniche:</b><br>Attive e collaborative   | LIM<br>Pc<br>Tablet<br>Padlet                  | Presentazione delle attività in collaborazione dell'altra classe.<br>La tirocinante stimola la riflessione circa la strutturazione dei problemi matematici.<br>Gli studenti a partire dall'analisi ed interpretazione di situazioni concrete ed artefatti formulano problemi matematici significativi presentando attenzione ai criteri presentati dalle tirocinanti.<br>I problemi elaborati vengono autovalutati dagli alunni e caricati nell'apposito spazio Padlet nel quale hanno accesso gli alunni di entrambe le classi. |
|  |                                     |   |   |  | I problemi formulati dalle classi diventano oggetto di valutazione tra pari: gli alunni della classe 5 <sup>^</sup> valuteranno i problemi proposti dalla classe 4 <sup>^</sup> e viceversa. Gli alunni analizzeranno se i problemi proposti rispettano i criteri di correttezza individuati, forniscono un feedback ai compagni.  |
|  |                                     |   |   |  | Gli alunni rivedono alla luce dei feedback forniti dai compagni dell'altra classe il problema proposto ed effettuano le opportune modifiche. Procedono poi con la risoluzione del proprio problema.  |
|  |                                     |   |   |  | I problemi formulati vengono caricati dalla tirocinante in Padlet. Gli alunni risolvono i problemi proposti dall'altra classe e caricano la risoluzione individuata sull'apposito spazio della piattaforma.  |
|  |                                     |   |   |  | Ogni gruppo analizza le soluzioni individuate al proprio proposto e fornisce feedback ai compagni.   |
| 3 lezioni<br>(2 da 3 ore e 1 da 2 ore) | Aula/<br>Laboratorio di informatica | Indagine statistica a partire dall'indice di gradimento delle attività proposte | <b>Format:</b> Labo-<br>ratoriale<br><br><b>Tecniche:</b><br>Attive e collaborative | LIM<br>Pc<br>Tablet<br>Audacity<br>Post-it     | Lezione di introduzione all'analisi statistica. A partire dai post-it utilizzati nelle lezioni precedenti relativi all'indice di gradimento viene effettuato un'indagine statistica.<br>Elaborazione dei dati quantitativi (stelline di gradimento) attraverso grafici e tabelle.<br>Elaborazione dei dati qualitativi (riflessioni) attraverso un breve riassunto e conseguente registrazione con la piattaforma Audacity.  |

## Allegato 2

|  | <b>Obiettivi di apprendimento</b>  | <b>Abilità</b>   |
|--|--|--|
| <b>COMPRESIONE</b><br>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprendere il ruolo della domanda ai fini della soluzione del problema</li> <li>- Acquisire la consapevolezza dell'inutilità delle informazioni contestuali ai fini della soluzione di un problema</li> <li>- Distinguere le diverse tipologie di dati</li> <li>- Scoprire i dati nascosti.</li> <li>- Comprendere il significato dei quantificatori.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sviluppare capacità di selezionare i dati in base alla domanda</li> <li>- Sapere individuare le informazioni contestuali superflue</li> <li>- Saper distinguere i dati rilevanti da quelli irrilevanti/incongruenti</li> <li>- Sviluppare la capacità di selezionare i dati in base alla domanda</li> <li>- Acquisire la consapevolezza del significato di alcuni quantificatori</li> </ul> |
| <b>RAPPRESENTAZIONE</b><br>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- La rappresentazione simbolica</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Imparare a utilizzare diverse tipologie di simboli nella rappresentazione</li> </ul>  |
| <b>CATEGORIZZAZIONE</b><br> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprendere il significato delle quattro operazioni</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Saper riconoscere l'utilizzo delle quattro operazioni in relazione alle situazioni del problema</li> <li>- Saper individuare la struttura di diversi problemi</li> </ul>  |
| <b>PIANIFICAZIONE</b><br>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Pianificare la strategia risolutiva del problema</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Saper individuare la pianificazione della strategia risolutiva</li> </ul>   |
| <b>SVOLGIMENTO</b><br>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Eseguire correttamente le operazioni pianificate</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizzare correttamente il segno delle operazioni. Individuare errori che possono contenere le operazioni</li> </ul>   |
| <b>AUTOVALUTAZIONE</b><br>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Saper predire se si è in grado di risolvere il problema</li> <li>- Controllare i vari processi risolutivi</li> <li>- Valutare il risultato della propria prestazione</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Saper prevedere le difficoltà del compito e la propria possibilità di riuscita</li> <li>- Saper monitorare la propria prestazione in itinere</li> <li>- Saper valutare la propria prestazione al termine dell'esecuzione del problema</li> </ul>  |

Allegato 3

PORTFOLIO: Autovalutazione delle competenze professionali in formazione

|               |                            |
|---------------|----------------------------|
| Studente/essa | Callegaro Egle Giovanna    |
| Gruppo/Tutor  | TOLB/ Gallocchio Simonetta |
| Data          | 17/04/2023                 |

