

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA
AEROSPAZIALE

Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale



**STUDIO DEL COMPORTAMENTO DI STRUTTURE A
NIDO D'APE SOTTOPOSTE A CARICHI STATICI E
DINAMICI**

Relatore: Prof. Ing. Mirco **Zaccariotto**

Correlatore: Prof. Ing. Ugo **Galvanetto**

Laureando: Alberto **Paravano**

ANNO ACCADEMICO 2016-2017

INDICE

1	SCOPO	1
2	LE STRUTTURE A NIDO D’APE	2
2.1	CENNI STORICI.....	2
2.2	MATERIALI, PRODUZIONE ED IMPIEGHI	3
3	CENNI DI TEORIA SULLE STRUTTURE A NIDO D’APE	11
3.1	<i>HONEYCOMBS</i> COME STRUTTURE ORTOTROPE	11
3.2	COMPORAMENTO MECCANICO DELL’ <i>HONEYCOMB</i> PER CONDIZIONI DI CARICO AGENTI NEL PIANO MEDIO.....	14
3.2.1	SOLLECITAZIONI DI COMPRESSIONE NEL PIANO MEDIO PER UNA SINGOLA CELLA 14	
3.2.1.1	MODALITÀ DI CEDIMENTO DELLA SINGOLA CELLA A SEGUITO DI SOLLECITAZIONI NEL PIANO MEDIO	17
3.2.2	SOLLECITAZIONI A TRAZIONE AGENTI NEL PIANO MEDIO	21
3.2.2.1	MODALITÀ DI CEDIMENTO PER UNA SINGOLA CELLA SOGGETTA A CARICHI DI TRAZIONE AGENTI NEL PIANO MEDIO.....	21
3.2.3	SOLLECITAZIONI DI COMPRESSIONE AGENTI NEL PIANO MEDIO	23
3.2.4	EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI APPLICAZIONE DEL CARICO DI COMPRESSIONE AGENTE NEL PIANO	26
3.3	SOLLECITAZIONI AGENTI FUORI DAL PIANO MEDIO	28
3.3.1	CARICHI DI COMPRESSIONE AGENTI FUORI DAL PIANO MEDIO PER UNA SINGOLA CELLA.....	28
3.3.1.1	MODALITÀ DI CEDIMENTO PER UNA SINGOLA CELLA SOGGETTA A CARICHI DI COMPRESSIONE AGENTI FUORI DAL PIANO MEDIO	30
3.3.2	SOLLECITAZIONI DI COMPRESSIONE AGENTI ORTOGONALMENTE AL PIANO MEDIO	33
3.3.2.1	EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI APPLICAZIONE DEL CARICO IN DIREZIONE ORTOGONALE AL PIANO MEDIO	37
3.4	COMPRESSIONE MULTIDIREZIONALE	47
3.4.1	EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI APPLICAZIONE DEL CARICO MULTIDIREZIONALE	55
4	PROVE SPERIMENTALI	57
4.1	APPARATO SPERIMENTALE.....	57
4.2	RISULTATI DEI TEST SPERIMENTALI	59
5	IL MODELLO FEM.....	65
6	SIMULAZIONI.....	77
6.1	COMPRESSIONE AGENTE IN DIREZIONE ORTOGONALE AL PIANO MEDIO	77
6.1.1	ANALISI DELLA SENSIBILITÀ DEI RISULTATI ALLA DIMENSIONE MEDIA DEGLI ELEMENTI	77
6.1.2	INFLUENZA DEL MODELLO COSTITUTIVO DEL MATERIALE	82

6.1.3	INFLUENZA DELL'ATTRITO FRA LE SUPERFICI A CONTATTO.....	84
6.1.4	ANTIALIASING E <i>MASS SCALING</i>	86
6.1.5	INFLUENZA DELLA VELOCITA' DI APPLICAZIONE DEL CARICO	87
6.2	COMPRESSIONE NEL PIANO	95
6.2.1	COMPRESSIONE DINAMICA LUNGO LA DIREZIONE W	95
6.2.2	COMPRESSIONE QUASI STATICA LUNGO LA DIREZIONE W	99
6.2.3	SOLLECITAZIONE DI COMPRESSIONE AGENTE LUNGO LA DIREZIONE L ..	103
6.3	CARICHI MULTIDIREZIONALI	106
6.3.1	COMPRESSIONE COMBINATA T-W	107
6.3.2	COMPRESSIONE COMBINATA T-L.....	110
7	CONCLUSIONI	114
APPENDICE: ABAQUS TIPS		117
A.1	LA PROCEDURA DI ANALISI	117
A.2	CONSIDERAZIONI SUL MATERIALE.....	119
A.3	GLI ELEMENTI SHELL.....	123
A.4	L'ATTRITO NEL MODELLO.....	124
BIBLIOGRAFIA.....		126

1 SCOPO

Lo scopo del presente lavoro è di validare dei modelli FEM di strutture a nido d'ape, chiamate anche *honeycombs*, sollecitate in più direzioni e con velocità di applicazione dei carichi differenti. Le strutture a nido d'ape a causa della loro peculiare geometria possiedono proprietà meccaniche differenti in base alla direzione del carico applicato. Essendo per la maggior parte del volume occupato vuote le strutture a nido d'ape abbinano rigidità e leggerezza, rendendole un ottimo compromesso in molteplici applicazioni strutturali, specialmente in campo aerospaziale. Inoltre la possibilità di comprimersi dissipando una buona parte dell'energia del carico applicato rende gli *honeycombs* ampiamente utilizzati nelle situazioni dove sono previsti impatti o comunque carichi dinamici di vario tipo.

Le analisi sono state effettuate per via numerica tramite il metodo degli elementi finiti (FEM, *finite element method*) utilizzando il software Abaqus della Dassault Systemes. I risultati sono stati confrontati con i dati reperiti in letteratura, relativi sia a test sperimentali sia ottenuti per via numerica. Gli aspetti analizzati riguardano sia i parametri del modello che ne influenzano l'accuratezza che la congruenza dei risultati con quanto individuato in letteratura.

2 LE STRUTTURE A NIDO D'APE

2.1 CENNI STORICI

Materiali resistenti e leggeri sono da sempre studiati e prodotti dall'uomo per le più svariate applicazioni ingegneristiche. Attualmente se si considera lo stato dell'arte in campo aerospaziale le strutture a nido d'ape, chiamate anche *honeycomb*, sono ampiamente impiegate per sfruttare le loro caratteristiche di resistenza e leggerezza, grazie a geometrie particolari e materiali innovativi. Tale campo di applicazione orientato all'innovazione non è però l'unico caso in cui gli *honeycomb* sono impiegati con successo. Fin dall'antichità è noto l'impiego di solidi con cavità al loro interno per la costruzione di svariati manufatti. I primi utilizzi da parte dell'uomo dei materiali cellulari sono nati soprattutto in campo edile. Un esempio è rappresentato dalle volte delle costruzioni epoca romana, come ad esempio il *Pantheon* a Roma. Infatti, nella cupola si possono notare ventotto cassettoni, soluzione ingegnosa per ridurre il peso dell'imponente costruzione (MacDonald, 2002). Senza scomodare contesti architettonici di grande valore basta anche pensare ai primi mattoni forati in argilla, laterizi che tutt'oggi sono impiegati in edilizia. Tali soluzioni sono state ispirate dall'osservazione del mondo naturale, come riportato da Galileo Galilei nel 1638 osservando le ossa degli uccelli e le strutture dei gambi delle piante erbacee (Galilei, 1638). Successivamente anche Robert Hooke nel 1665 e Charles Darwin nel 1859 notarono la presenza di strutture formate da celle cave in svariate forme di vita naturali, dal sughero all'ovviamente famoso favo dell'alveare, dal quale hanno poi preso il nome le moderne strutture a nido d'ape: *honeycombs* (Hooke, 1665; Darwin, 1861).



Figura 2.1 Struttura del favo di un alveare (www.nationalgeographic.it ,2017).

Nel secolo scorso si è poi arrivati a comprendere la capacità di assorbimento dell'energia dei materiali cellulari, come le schiume solide, le spugne ed appunto le strutture a nido d'ape (Gibson ed Ashby, 1997).

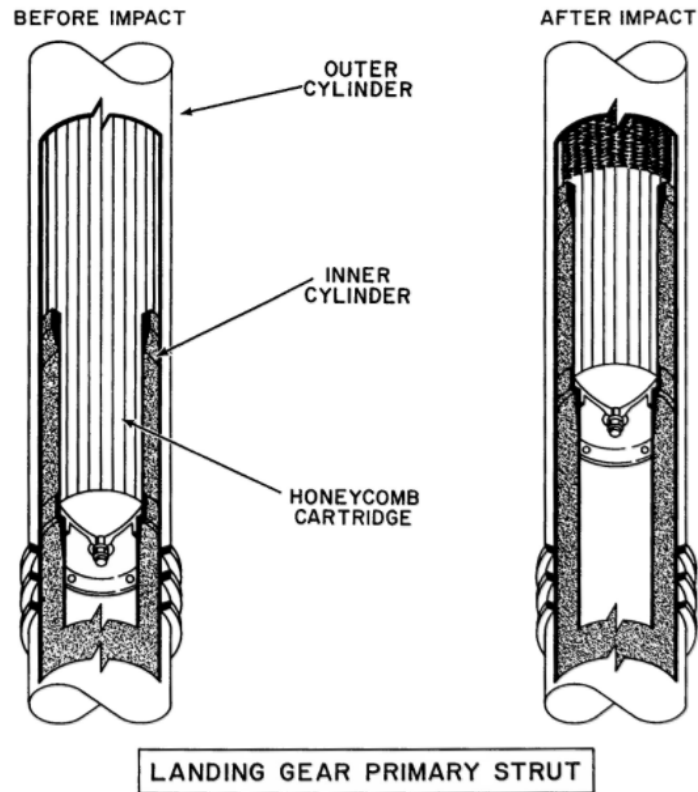


Figura 2.2 “Gamba di forza” del carrello di atterraggio del modulo lunare Apollo 11 (www.hq.nasa.gov/alsj/a11/a11LM5structures.html).

2.2 MATERIALI, PRODUZIONE ED IMPIEGHI

Attualmente le strutture a nido d'ape vengono costruite con una varia gamma di materiali, in funzione dello scopo per il quale verranno impiegate. Materiali leggeri come il cartone pressato sono ottimi per il *packaging*, perché oltre alla leggerezza ed economicità rientrano nell'ottica di un impiego orientato al riciclo dei rifiuti. Infatti materiali come la carta ed il cartone, se non rivestiti con componenti oleosi, sono caratterizzati da un'alta riciclabilità e non comportano grossi oneri di smaltimento per l'utilizzatore finale.



Figura 2.3 Pannelli per imballaggi di cartone. Come si può notare sono costituiti da celle con sviluppo verticale, comprese tra due strati piani al fine di costituire un pannello sandwich (www.tonellism.com, 2017).

Un'altra importante applicazione per le strutture cellulari, anche se non rientrano nella definizione dei pannelli a nido d'ape, è quello dell'edilizia. Come già accennato precedentemente i primi solidi cellulari artificiali sono comparsi fin dall'antichità proprio nel settore delle costruzioni edili. Infatti, a parità di capacità di carico statico, i mattoni forati avevano il pregio di consumare meno materia prima per la loro fabbricazione e pesare meno, cosa non di seconda importanza in un'era dove il lavoro manuale era privo dell'ausilio di macchine. Nell'applicazione strutturale dell'edilizia lo scopo principale è orientato a garantire un materiale più leggero possibile e che fornisca le specifiche tecniche adeguate per la sicurezza secondo le normative vigenti. Basti pensare come un solaio realizzato con materiale forato possa ridurre notevolmente il peso che grava sulle pareti portanti di un manufatto edile.



Figura 2.4 Elemento in laterizio forato a setti isolati (www.fornacecasetta.it, 2017).

Nell'era moderna le strutture a nido d'ape trovano molteplici applicazioni in campo meccanico: dall'*automotive* all'aerospazio ormai le strutture a nido d'ape sono diffusissime. Basti pensare alle parti interne di una fusoliera oppure ad un'ala di un aeroplano. In questo caso le sollecitazioni dinamiche non possono essere trascurate, sia in campo di esercizio nominale che straordinario. Nel primo caso il progettista si dedicherà ai carichi statici, dinamici, ai modi di vibrare ed alla resistenza alla fatica. Nel secondo caso rientrano gli urti imprevisti che la struttura può subire. Da tali necessità è stata sviluppata una branca dell'analisi degli *honeycomb* incentrata sulla loro capacità di assorbire gli urti dissipando l'energia di contatto. Inoltre non vanno dimenticate le proprietà "filtranti" delle strutture a nido d'ape nei processi industriali, come ad esempio negli *scrubber* per l'abbattimento dei composti chimici volatili solubili in acqua.

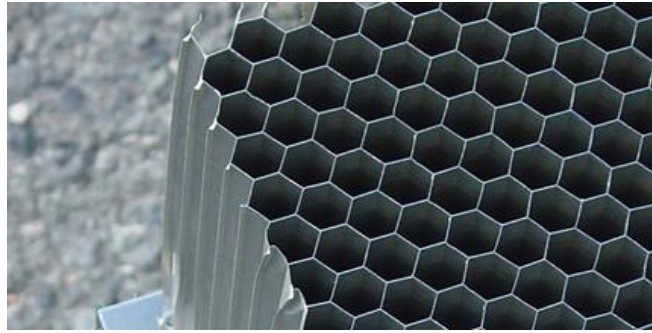


Figura 2.5 Struttura a nido d'ape in alluminio (Indyhoneycomb, 2017).

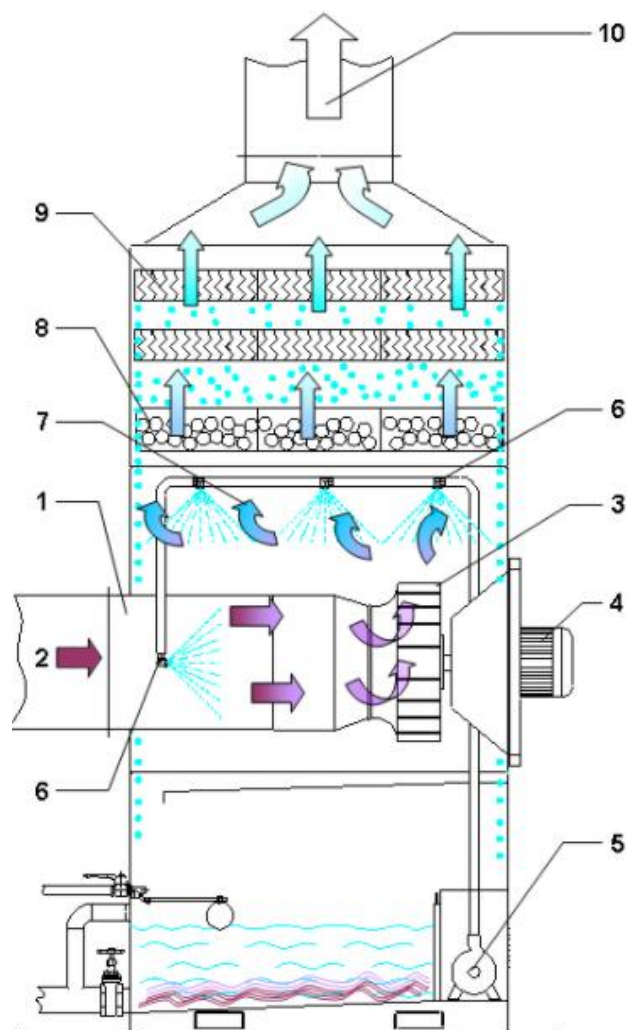


Figura 2.6 Schema di funzionamento di un impianto *scrubber*. Con i numeri 8 e 9 vengono indicati i setti in *honeycomb* dove l'aria inquinata nebulizzata con acqua è forzata a passare (www.gemata.it , 2017).



Figura 2.7 Sezioni di pale del rotore di un elicottero presso la Robinson Helicopter Company. Si possono notare le celle in posizione verticale, posteriormente al setto cavo in prossimità del bordo d'attacco (FlyingMag, 2017).

Le strutture a nido d'ape possono essere fabbricate in modi diversi, a seconda del materiale impiegato. Nei casi contemplati in questo lavoro di tesi il materiale è metallico, quindi di seguito verranno brevemente illustrati due dei processi produttivi maggiormente impiegati in ambito industriale.

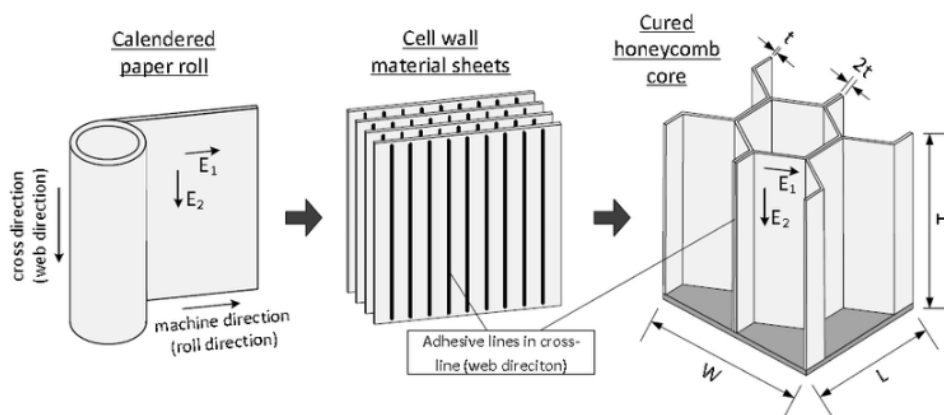


Figura 2.8 Schema del processo produttivo di *honeycomb core* in carta, materiale composito oppure lamiera sottile di metallo (Rebhi et al. , 2016).

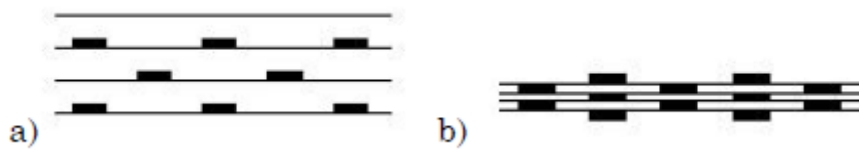


Figura 2.9 Dettaglio della disposizione dell'adesivo prima (a) e dopo (b) l'attivazione dello stesso (Caserta, 2012).

Nella prima tipologia di produzione, detta anche *expansion process*, si impiegano fogli o lamiera sottili, le quali vengono incollate tra loro. La colla è disposta lungo linee sfalsate tra una lamina e l'altra, in modo tale che una volta estesa la struttura risultante si vengano a creare le celle esagonali. In questo modo, nel caso di materiale cartaceo, la struttura risulta anche pratica per il trasporto verso l'acquirente una volta incollata, in quanto può essere riportata nella conformazione originale piana. Esempi di questo tipo sono il cartone da imballaggi, nel quale si possono vedere bene le celle, di solito di sezione triangolare, dal lato dello spessore. La seconda invece ha maggior utilizzo quando lo spessore delle pareti delle celle è tale da richiedere dei punti di saldatura. In questo caso la lamiera viene deformata prima dell'accoppiamento con le altre per andare a formare la struttura a nido d'ape. Questa procedura ovviamente genera strutture più rigide ed in genere metalliche, idonee ad essere saldate.

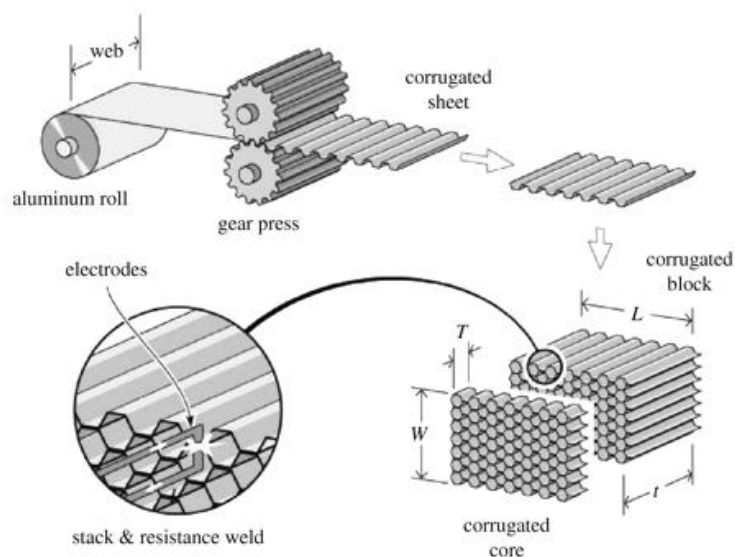


Figura 2.10 Schema del processo produttivo per *honeycomb core* in alluminio (H. N. G. Wadley, 2006).

In entrambi i casi nei punti di incollaggio o saldatura lo spessore delle pareti delle celle risulterà doppio. Tale caratteristica si rivela positiva per le proprietà di resistenza del materiale, sia durante le sollecitazioni statiche che in quelle dinamiche.

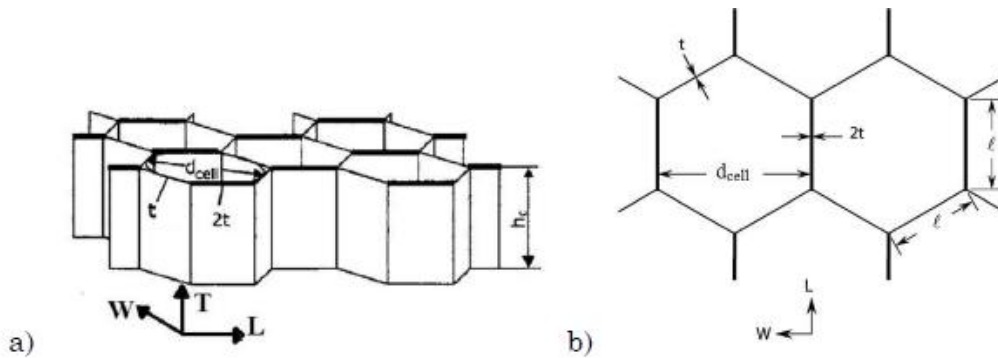


Figura 2.11 Rappresentazione schematica di una struttura a nido d'ape. Sia nella vista in prospettiva (a) che in quella dall'alto (b) si notano le dimensioni che caratterizzano le celle esagonali. (adattamento da Doyoyo e Mohr, 2003; Caserta, 2012), (adattamento da Wilbert, 2011; Caserta, 2012).

La dimensione di una cella viene generalmente definita come la distanza tra due pareti parallele ed opposte. Di seguito le seguenti definizioni:

- t : spessore della parete;
- d_{cell} : dimensione della cella;
- l : lunghezza del lato di una cella;
- h_c : altezza dell'honeycomb.

Le tre direzioni principali vengono solitamente definite come:

- T : direzione principale dell'asse del prisma;
- L : direzione parallela ai lati delle celle con spessore doppio;
- W : direzione parallela ai lati delle celle con spessore singolo.

Vista la diversa composizione lungo i tre assi principali le strutture a nido d'ape sono generalmente considerate ortotrope (Gibson ed Ashby, 1997). La massima rigidità meccanica viene fornita lungo la direzione T , detta anche *out of plane*. Se caricato nel piano, cioè lungo le direzioni W od L , l'honeycomb offre una rigidità notevolmente inferiore, sia durante la compressione che durante la trazione.

Una diffusissima applicazione per le celle a nido d'ape sono i pannelli *sandwich*. Tali strutture sono formate da due superfici, *skins*, in genere piane, che contengono un pannello in nido d'ape, detto *core*. In tale conformazione la struttura è più rigida rispetto ai comuni *honeycombs* grazie alla sinergia tra *skins* e *core*. Inoltre la conformazione chiusa del pannello *sandwich* protegge la struttura in nido d'ape da eventuali agenti aggressivi esterni, come soluzioni chimiche, spray acidi o semplicemente ambienti ostili. Tale aspetto è molto importante soprattutto per l'impiego di *core* in materiale composito, molto sensibile all'umidità. Per tale ragione in campo aeronautico ad esempio si usa sigillare le zone composte da pannelli *sandwich* in materiale composito negli aeromobili soggetti a contatti con acqua marina, come ad esempio nel caso del soccorso aereo dell'Aeronautica Militare Italiana oppure delle Capitanerie di Porto.

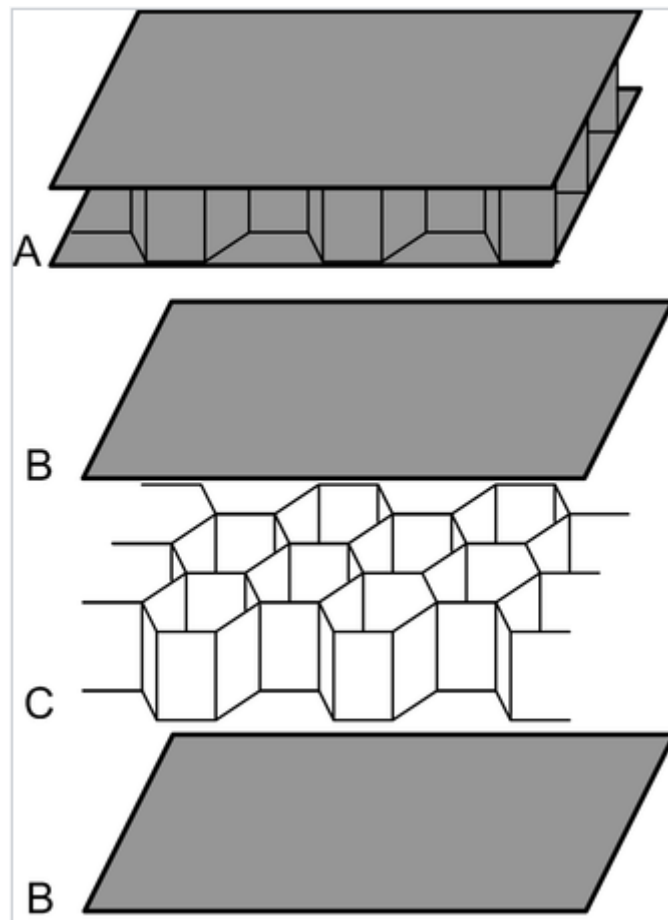


Figura 2.12 Schema di assemblaggio per un pannello *sandwich* (www.wikipedia.org).

3 CENNI DI TEORIA SULLE STRUTTURE A NIDO D'APE

3.1 HONEYCOMBS COME STRUTTURE ORTOTROPE

Come si è potuto intuire precedentemente le strutture a nido d'ape, avendo caratteristiche geometriche differenti a causa della loro conformazione, vengono considerate come dei solidi ortotropi. Per questo motivo la trattazione macroscopica per gli *honeycombs* viene effettuata tenendo conto delle relazioni valide per i materiali ortotropi. La legge di Hooke generalizzata può essere scritta come:

$$\sigma_i = C_{ij} \cdot \varepsilon_j, \quad i, j = 1, \dots, 6$$

Dove C_{ij} è la matrice di rigidezza dotata di 36 costanti. Tuttavia, può essere facilmente dimostrato che meno di 36 delle costanti presenti nella matrice sono indipendenti per i materiali elastici. Infatti, la matrice di rigidità elastica è simmetrica e ha solo 21 costanti indipendenti (Albertario, 2010). Le relazioni tensione-deformazione per un materiale ortotropo sono quindi date dalla:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

Come verrà meglio spiegato in seguito la microstruttura di un *honeycomb* ha un forte comportamento ortotropo. Gli assi principali sono di solito chiamati W, L e T. In tale configurazione la direzione T è allineata con l'asse dei prismi a parete sottile, dette anche celle, mentre W e L indicano il piano sul quale sono disposte (vedi fig. 2.11).

Le proprietà nelle direzioni W e L sono descritte come nel piano (*in plane*), mentre quelle nella direzione T sono considerate fuori dal piano (*out of plane*). La relazioni

ortotrope di tensione-deformazione consecutiva per le strutture a nido d'ape (*honeycombs*) sono le seguenti:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_T \\ \varepsilon_W \\ \varepsilon_L \\ \gamma_{WL} \\ \gamma_{TL} \\ \gamma_{TW} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_T & -\nu_{WT}/E_W & -\nu_{LT}/E_L & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{TW}/E_T & 1/E_W & -\nu_{LW}/E_L & 0 & 0 & 0 \\ \nu_{TL}/E_T & \nu_{WL}/E_W & 1/E_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{WL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{TL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{TW} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_T \\ \sigma_W \\ \sigma_L \\ \sigma_{WL} \\ \sigma_{TL} \\ \sigma_{TW} \end{Bmatrix}$$

Al fine di determinare o stimare i valori del principale proprietà meccaniche necessarie per definire la matrice di rigidezza C_{ij} , il *designer* può seguire diversi metodi di prova statici oppure modelli analitici.

Studi sperimentali ed analitici hanno dimostrato che tradizionalmente le proprietà nella direzione T sono più performanti rispetto a quelle nelle direzioni W ed L.

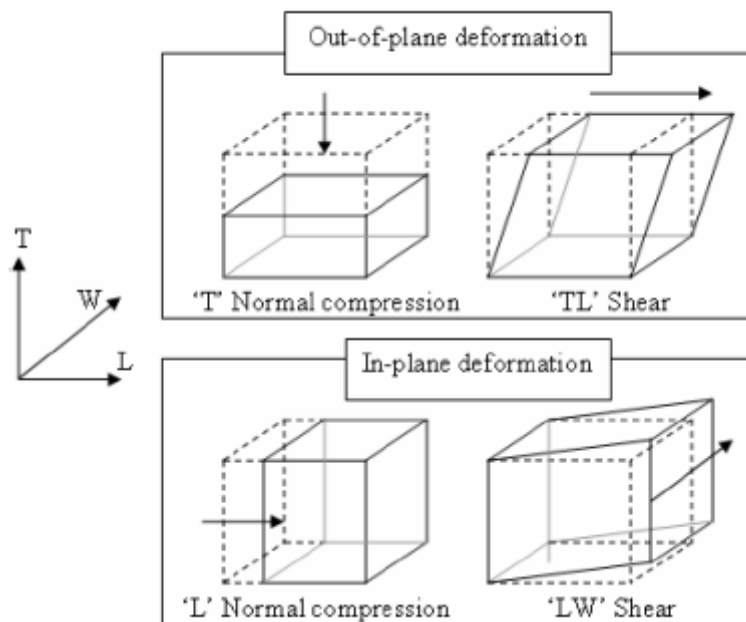


Figura 3.1 Sollecitazioni nelle varie direzioni per un materiale ortotropo (Albertario, 2010).

La complessità intrinseca delle configurazioni multistrato e l'interazione delle modalità di cedimento o frattura rendono difficile un'analisi accurata delle proprietà meccaniche delle strutture a nido d'ape. Il comportamento generale di queste strutture dipende dalle proprietà dei materiali che le costituiscono (*skin*, *core* ed adesivi), dalla loro geometria e dal tipo di carico. Inoltre i metodi per effettuare sperimentazioni sui materiali di questo genere sono più complessi di quelli per i materiali isotropi (Albertario, 2010). Di solito le schede tecniche dei produttori offrono all'utilizzatore tutte le principali proprietà meccaniche relative ad un particolare pannello a nido d'ape. Queste proprietà sono il risultato di diversi metodi di prova. Tali test standard sono solitamente eseguiti in condizioni statiche e tutti i test dinamici non vengono utilizzati per definire le costanti meccaniche. Le celle delle strutture a nido d'ape possono avere molteplici forme, tra le quali circolari, triangolari, quadrate ed esagonali. Proprio queste ultime sono state oggetto del seguente lavoro, e per questo motivo si è deciso di trattarne brevemente il comportamento a livello teorico quando sottoposte a vari tipi di sollecitazione.

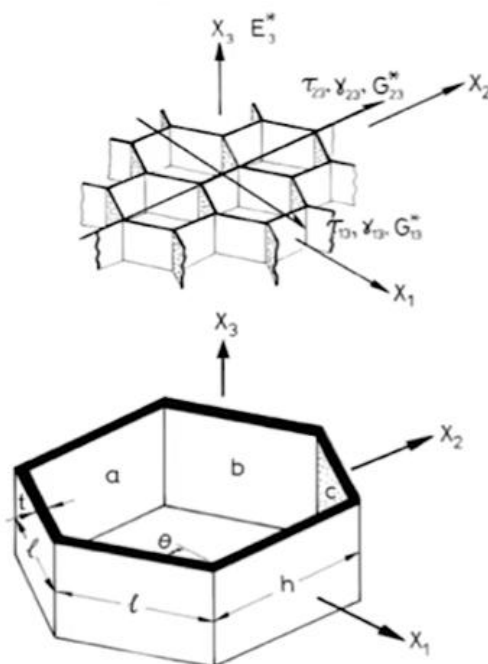


Figura 3.2 Direzioni principali, dimensioni ed angoli caratteristici di una cella (Gibson ed Ashby, 1997).

Come già illustrato precedentemente ogni cella è collegata alle altre tramite alcune pareti, in genere incollate o saldate tra loro. Le pareti possiedono quindi spessore, altezza ed angoli che andranno a definire la forma ed in alcuni casi il comportamento meccanico. Comunemente gli *honeycombs* vengono studiati in base al loro comportamento lungo tre direzioni principali: fuori dal piano medio, ovvero quando sollecitate lungo la direzione x_3 , detta anche T e nel piano, cioè quando sollecitate lungo le direzioni x_1 e x_2 , ovvero W ed L.

3.2 COMPORTAMENTO MECCANICO DELL'*HONEYCOMB* PER CONDIZIONI DI CARICO AGENTI NEL PIANO MEDIO

Il comportamento meccanico delle strutture a nido d'ape è stato ampiamente studiato per quanto riguarda determinate applicazioni del carico agente nel piano medio. Le direzioni principali individuate sono chiamate, come già citato in precedenza, W ed L.

3.2.1 SOLLECITAZIONI DI COMPRESSIONE NEL PIANO MEDIO PER UNA SINGOLA CELLA

Per prima cosa è necessario descrivere il comportamento lineare elastico degli *honeycomb* quando sottoposti a carichi agenti nel piano (direzioni W ed L) partendo dal comportamento riscontrabile in una singola cella. Infatti quando una struttura a nido d'ape è compressa in tale piano di carico le prime zone a deformarsi sono le pareti inclinate delle celle (Gibson ed Ashby, 1997).

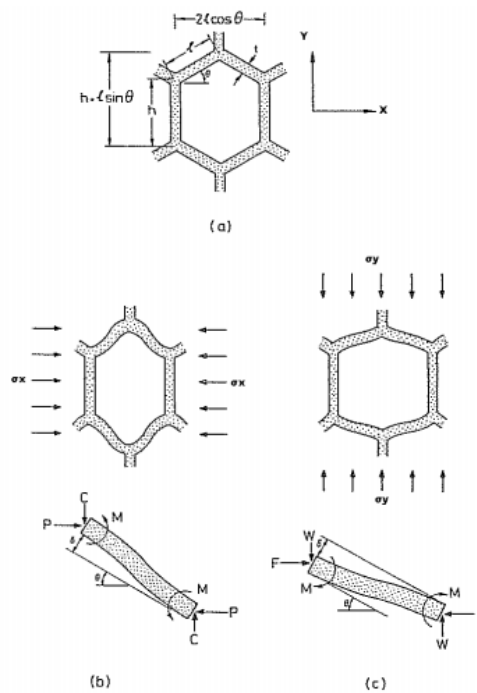


Figura 3.3 Schema di una cella compressa nel piano, con rotazioni non in scala, dove si notano i meccanismi di deformazione in regime elastico. La cella in deformata (a) può essere caricata lungo due diverse direzioni principali: W (b) ed L (c), (Gibson e Ashby, 1997).

In base all'orientamento del carico è possibile stimare in maniera teorica il modulo di elasticità della cella (Gibson ed Ashby, 1997). Infatti il modulo di elasticità per la cella caricata lungo la direzione 1, definita precedentemente anche come W, viene calcolato partendo dalla definizione della tensione e della deformazione per le pareti sollecitate a taglio e flessione. Tale formulazione è limitata alla deformazione elastica, infatti come si può notare la relazione si basa sulle espressioni utilizzate per il calcolo della tensione e delle deformazioni per una mensola soggetta a flessione. Tale assunzione è corretta in quanto le pareti delle celle sono collegate rigidamente tra loro, come se fossero incastrate. La relazione appena citata è quindi:

$$E_1^* = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_1} = E_s \left(\frac{t}{l} \right)^3 \frac{\cos(\theta)}{\left[\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right] \sin^2(\theta)}$$

Dove:

E_1^* : modulo di elasticità della cella;

σ_1 : tensione generata dalla flessione sulle pareti della cella;

ε_1 : deformazione causata dalla flessione sulle pareti della cella;

E_s : modulo di elasticità del materiale solido componente la cella dell'*honeycomb*;

t : spessore delle pareti;

l : lunghezza delle pareti inclinate rispetto alla direzione 1;

h : lunghezza delle pareti perpendicolari rispetto alla direzione 1;

θ : angolo di inclinazione del lato inclinato rispetto alla direzione 1.

Anche il coefficiente di Poisson può essere determinato partendo dalla trattazione teorica della deformata di una trave con una estremità incastrata tipo mensola (Gibson ed Ashby, 1997).

$$\nu_{12}^* = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\cos^2(\theta)}{\left[\frac{h}{l} + \sin(\theta)\right] \sin(\theta)}$$

Dove:

ν_{12}^* : coefficiente di Poisson per la cella nel piano 1-2;

ε_2 : deformazione lungo la direzione 2 del lato inclinato;

ε_1 : deformazione lungo la direzione 1 del lato inclinato;

mentre per gli altri simboli valgono le definizioni date nella relazione precedente.

Come si può notare il coefficiente di Poisson per una cella di un *honeycomb* non è influenzato dal materiale di base che la compone e nemmeno dallo spessore delle pareti, ma solamente dalla sua geometria. Diversamente vale per il modulo di elasticità E_1^* , direttamente proporzionale al modulo E_s del materiale di fabbricazione e dallo spessore al cubo t^3 delle pareti. Da evidenziare che alcune strutture a nido d'ape possono comportarsi come i materiali auxetici quando compresse nel piano, in quanto per un

angolo θ negativo anche il coefficiente di Poisson ν_{12}^* diventa negativo (Gibson ed Ashby, 1997). La stessa trattazione può essere ovviamente estesa anche lungo la direzione 2, ovvero L come definita precedentemente, secondo le medesime assunzioni.

3.2.1.1 MODALITÀ DI CEDIMENTO DELLA SINGOLA CELLA A SEGUITO DI SOLLECITAZIONI NEL PIANO MEDIO

Analizzando successivamente il collasso dell'*honeycomb* sotto il carico compressivo si possono individuare tre diverse tipologie di cedimento meccanico per la singola cella (Gibson ed Ashby, 1997):

- instabilità del carico di punta (*elastic buckling*);
- cedimento plastico (*plastic yielding*);
- rottura fragile (*brittle crushing*).

Nel primo caso, diffuso negli *honeycomb* elastomerici, si ha la flessione per instabilità del carico di punta, appunto *buckling*, delle pareti disposte parallelamente alla direzione del carico.

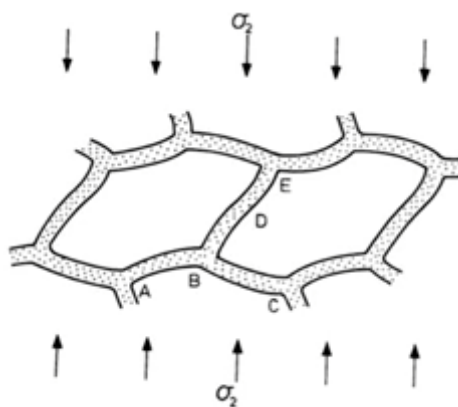


Figura 3.4 *Buckling* elastico per *honeycomb* con celle esagonali. Tale comportamento si manifesta principalmente quando la struttura è compressa lungo la direzione L (Gibson e Ashby, 1997).

Infatti se compressa lungo la direzione 1 una struttura a nido d'ape non manifesta il fenomeno del *buckling*, andando a flettere le pareti delle celle. Quindi si può individuare la zona interessata alla sollecitazione come le pareti di lunghezza h soggette a compressione lungo la direzione 2. Tale comportamento meccanico può venire caratterizzato determinando il carico critico P_{cr} per un parete, legandolo alla tensione elastica lungo la direzione 2.

$$(\sigma_{el}^*)_2 = \frac{P_{cr}}{2l \cos(\theta)b} = \frac{n^2 \pi^2}{24} E_s \frac{\left(\frac{t}{l}\right)^3}{\left(\frac{h}{l}\right)^2 \cos(\theta)}$$

Dove:

$(\sigma_{el}^*)_2$: tensione elastica lungo la direzione 2;

P_{cr} : carico critico;

n : fattore di vincolo, dipende dalla rigidità delle altre pareti della cella, può essere determinato tramite analisi della linea elastica. Nel cedimento plastico, diffuso nelle strutture a nido d'ape metalliche, si ha una localizzazione della deformazione plastica in seguito all'aumento della compressione. Quando in tali zone localizzate il cedimento è completo, facendo toccare due lembi della stessa parete tra di loro, si vengono a formare delle cerniere plastiche (*plastic hinges*).

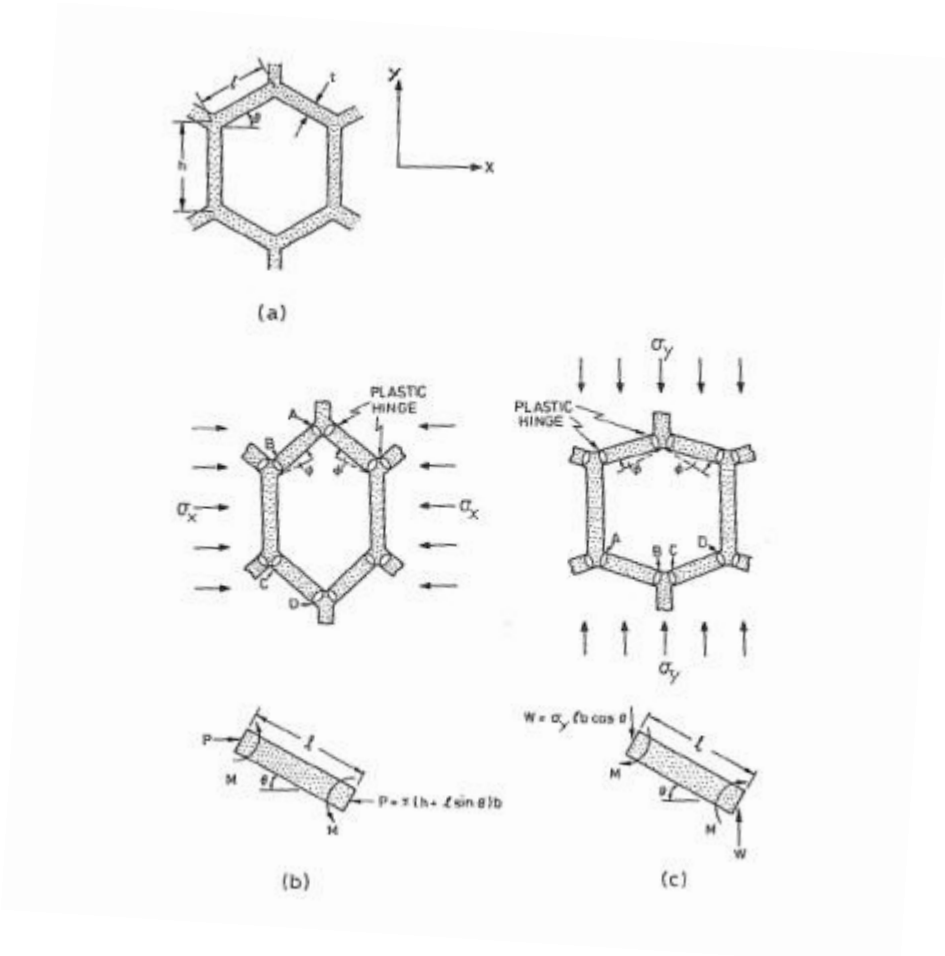


Figura 3.5 Meccanismi di deformazione della cella per il cedimento plastico, dove si possono notare le *plastic hinges* (Gibson e Ashby, 1997).

La tensione di snervamento σ_{ys} del materiale viene raggiunta prima nelle fibre più esterne della sezione, per poi progredire verso la zona centrale della stessa. Quando tutta la sezione ha raggiunto la tensione di snervamento allora si forma una cerniera plastica (Gibson ed Ashby, 1997). La tensione di snervamento della cella può essere ricavata dalla relazione:

$$(\sigma_{pl}^*)_1 = \sigma_{ys} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{2 \left[\frac{h}{l} + \sin(\theta)\right] \sin(\theta)}$$

Nel caso di *honeycomb* con pareti molto sottili la fase di *buckling* elastico può precedere quella di cedimento plastico senza escluderla. È possibile determinare lo spessore critico in funzione dei lati inclinati uguagliando la tensione di *buckling* elastico con quella di cedimento plastico:

$$\left(\frac{t}{l}\right)_{critical} = \frac{12}{n^2 \pi^2} \frac{\left(\frac{h}{l}\right)^2 \sigma_{ys}}{\cos(\theta) E_s}$$

Nel terzo caso si va incontro alla rottura delle singole pareti dell'*honeycomb*, condizione riscontrabile ad esempio negli *honeycomb* ceramici. Le pareti delle celle raggiungono il carico di rottura del materiale a flessione σ_{fs} , generando una frattura della sezione.

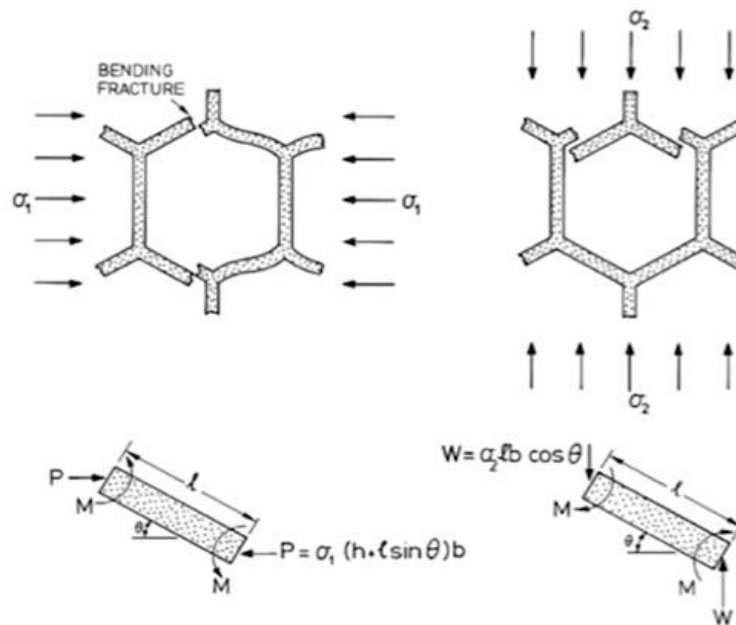


Figura 3.6 Frattura fragile per una cella sollecitata nel piano. A sinistra lungo la direzione W, a destra lungo la direzione L (Gibson ed Ashby, 1997).

La tensione di compressione a rottura fragile $(\sigma_{cr}^*)_1$ si può determinare partendo dal momento flettente generato lungo le pareti inclinate della cella, le prime a rompersi (Gibson ed Ashby, 1997).

$$(\sigma_{cr}^*)_1 = \sigma_{fs} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{1}{3 \left[\frac{h}{l} + \sin(\theta)\right] \sin(\theta)}$$

Dove:

- σ_{fs} : è la tensione di rottura dell'alluminio del quale sono costituite le celle.

3.2.2 SOLLECITAZIONI A TRAZIONE AGENTI NEL PIANO MEDIO

Due piccole parentesi possono essere aperte per le strutture a nido d'ape soggette a trazione e la resistenza a rottura delle celle. Per la tensione si possono riassumere i seguenti comportamenti meccanici (Gibson ed Ashby, 1997):

- modulo elastico uguale sia per trazione che per la compressione;
- non si manifesta *buckling* elastico;
- la tensione di *plateau* è pressoché uguale sia per la trazione che la compressione;
- per strutture a nido d'ape fragili la rottura a trazione viene raggiunta più rapidamente rispetto a materiali più duttili.

3.2.2.1 MODALITÀ DI CEDIMENTO PER UNA SINGOLA CELLA SOGGETTA A CARICHI DI TRAZIONE AGENTI NEL PIANO MEDIO

La resistenza a frattura può essere caratterizzata partendo dalle seguenti assunzioni (Gibson ed Ashby, 1997):

- la lunghezza della cricca è ampia se paragonata alla dimensione della cella stessa;
- le forze assiali possono essere trascurate;

- il modulo di rottura delle pareti delle celle è costante

Il fattore di intensificazione delle tensioni per la cella K_{IC}^* (Gibson ed Ashby, 1997) può essere determinato tramite l'assunzione che la parete in flessione si rompe quando si applica un momento pari al momento necessario per determinare il carico di rottura.

$$K_{IC}^* = C \sigma_{fs} \left(\frac{t}{l} \right)^2 \sqrt{l}$$

Dove:

- C : è una costante da definirsi in base alla configurazione dell'*honeycomb* in esame.

Dalla relazione precedente si può notare come il fattore K_{IC}^* dipenda dalle dimensioni della cella, ovvero sia funzione della lunghezza del lato inclinato l .

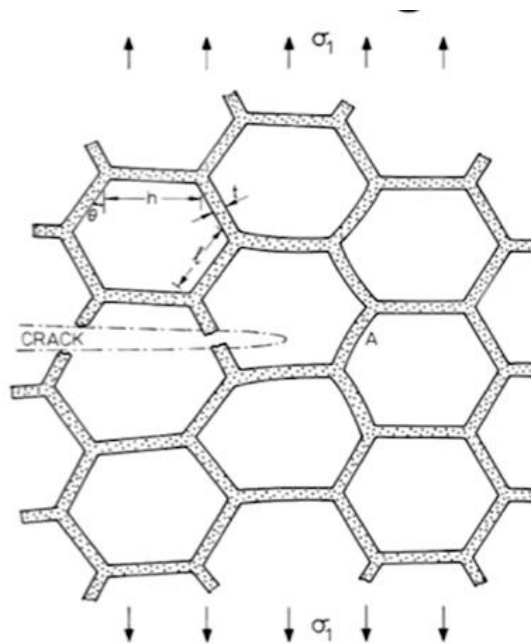


Figura 3.7 Rappresentazione della propagazione di una frattura in un honeycomb (Gibson ed Ashby, 1997).

3.2.3 SOLLECITAZIONI DI COMPRESSIONE AGENTI NEL PIANO MEDIO

Come per le considerazioni teoriche relative alla singola cella esagonale delle strutture a nido d'ape, anche per l'*honeycomb* il comportamento varia in base alla direzione del carico. Zhou e Mayer (2002) hanno identificato tre fasi diverse durante la compressione nel piano, valide sia per l'applicazione del carico nella direzione L che nella direzione W. La prima fase si svolge nel campo lineare elastico del materiale, dove le pareti delle celle si deformano per *buckling* elastico. In seguito le pareti collassano a livello macroscopico seguendo la meccanica del comportamento plastico. In questa fase la struttura manifesta una tensione costante, ed è chiamata regime di plateau. Una volta collassate tutte le celle la struttura si comporta come un materiale solido, entrando nel regime di densificazione (Gibson ed Ashby, 1997).

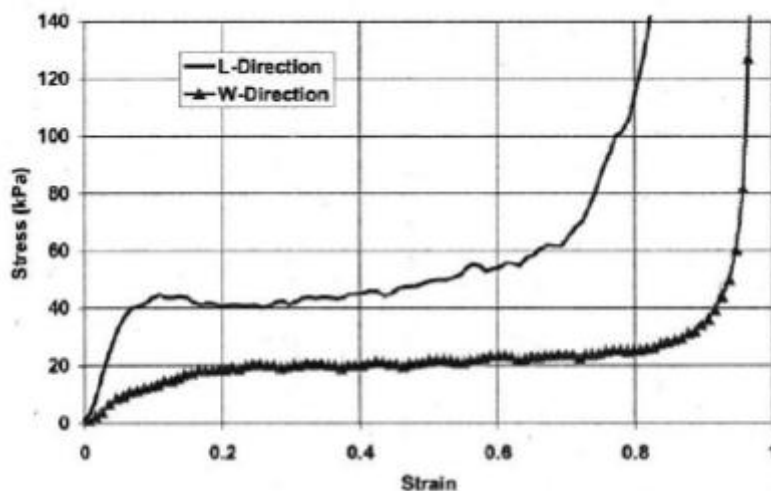


Figura 3.8 Confronto degli andamenti del grafico tensione-deformazione per una struttura a nido d'ape in alluminio caricata nel piano ma lungo le due direzioni principali. Si può notare la somiglianza tra la forma delle due curve e la differenza nei valori assoluti delle tensioni a parità di deformazione (Zhou e Mayer, 2002).

Nonostante l'andamento generale del grafico tensione-deformazione si simile sia per i carichi agenti lungo la direzione W che per L, prove sperimentali dimostrano che la

rigidezza delle strutture a nido d'ape è maggiore lungo L che non lungo W. Tale comportamento si può spiegare con lo spessore maggiore delle pareti delle celle nei punti di incollaggio, che disposte verticalmente quando sollecitate lungo L offrono una resistenza al *buckling* maggiore (Gibson ed Ashby, 1997). Analizzando meglio la deformazione della struttura caricata a compressione nel piano si nota che le pareti delle celle sono sottoposte sia a rotazione che a flessione. Infatti lungo la direzione L le pareti con spessore doppio reagiscono flettendosi in regime di *buckling* elastico, mentre lungo la direzione W si flettono semplicemente come una trave. Anche la fase di densificazione presenta delle differenze in base alla direzione del carico: quando caricati lungo L i provini la raggiungono prima rispetto al caso lungo W. Tale comportamento viene attribuito ancora alle pareti con spessore doppio.

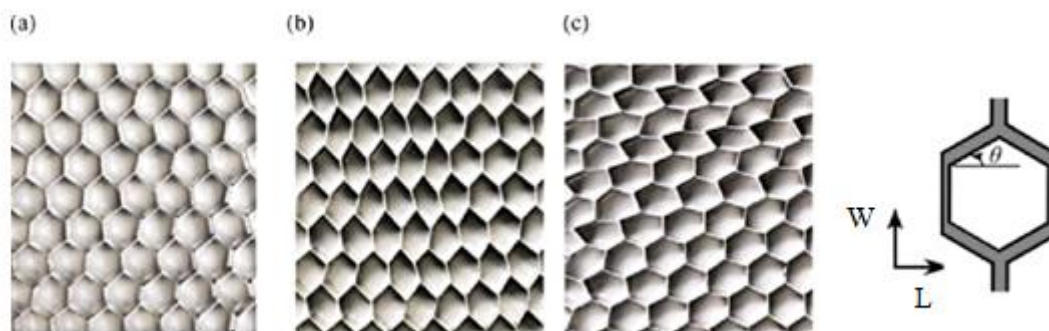


Figura 3.9 Celle esagonali soggette a compressione lungo W (b) e lungo L (c). Da notare come in entrambi i casi gli angoli interni della cella cambino, a fronte della rotazione delle pareti della stessa. (Restrepo D., Mankame N. D., Zavattieri P. D, 2016).

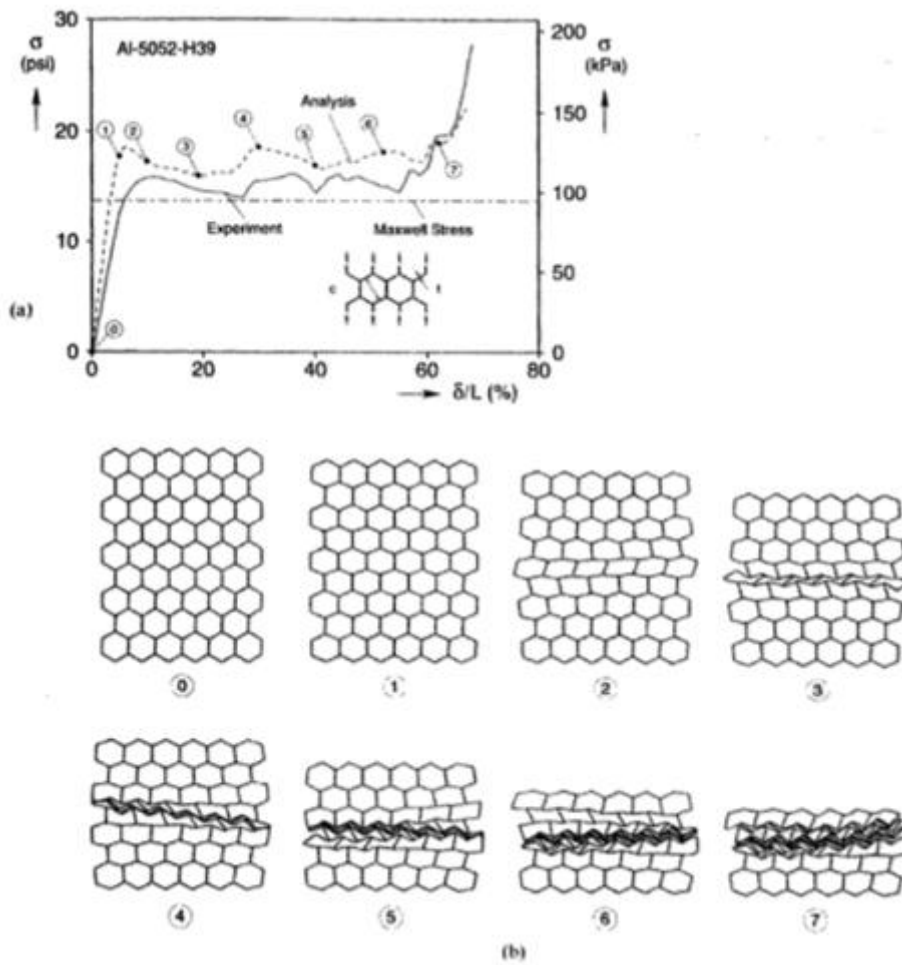


Figura 3.10 Compressione nel piano lungo L per struttura a nido d’ape in alluminio. Si notino che flettono le pareti oblique mentre le pareti verticali a spessore doppio si deformano in un secondo momento (Gibson ed Ashby, 1997).

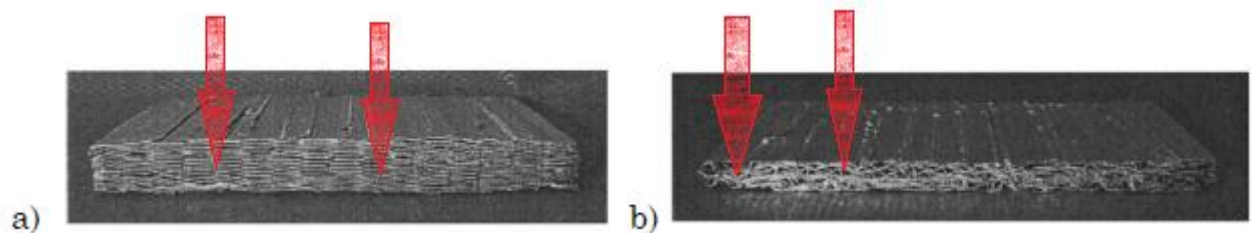


Figura 3.11 Schiacciamento di due provini con struttura a nido d’ape. Caso “a” caricato lungo W e caso “b” caricato lungo L. Nelle zone evidenziate dalle frecce si può notare come la presenza delle celle verticali ostacoli maggiormente lo schiacciamento delle pareti delle celle, aumentando la tensione di *plateau* e raggiungendo prima la densificazione (Zhou e Mayer, 2002).

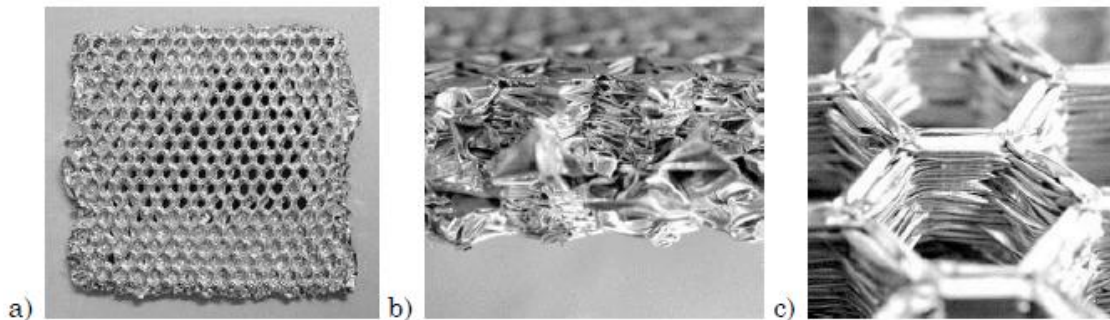


Figura 3.12 Honeycomb completamente compresso sottoposto a compressione fuori piano: a) vista dall'alto; b) vista laterale; c) dettaglio vista prospettica (Yamashita and Gotoh, 2005)

3.2.4 EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI APPLICAZIONE DEL CARICO DI COMPRESSIONE AGENTE NEL PIANO

Anche la velocità di applicazione del carico influenza la risposta meccanica della struttura. Analisi numeriche tramite il metodo degli elementi finiti condotte da Ruan (2003) hanno dimostrato come *honeycomb* soggetti a compressione manifestino un aumento della rigidità all'aumentare della velocità del carico applicato. Tali grafici risultanti sono stati confrontati con un valore teorico della tensione di plateau. La relazione utilizzata è stata la seguente (Gibson ed Ashby, 1997):

$$\sigma_o = \frac{2}{3} \sigma_{ys} \left(\frac{t}{l} \right)^2$$

Dove:

- σ_o : tensione di plateau;
- σ_{ys} : tensione di snervamento del materiale (yield stress);
- t : spessore delle pareti delle celle;
- l : lunghezza delle pareti delle celle (riferite alla vista in piano).

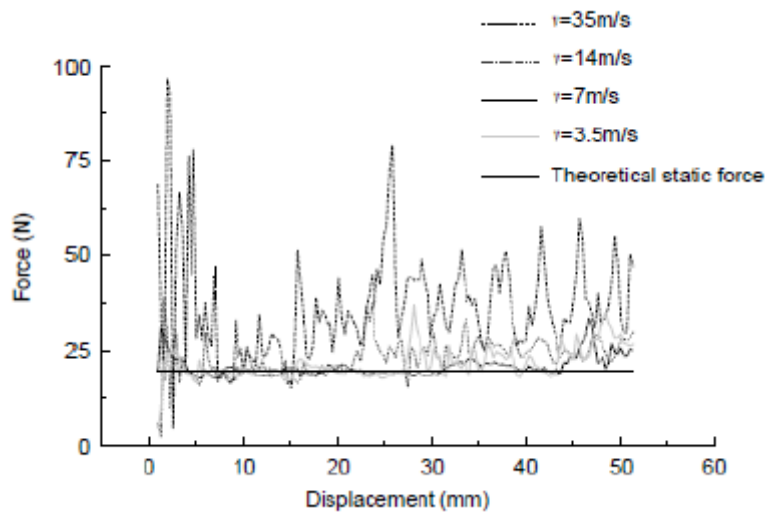


Figura 3.13 Variazioni nella forza necessaria a comprimere l'*honeycomb* in funzione della velocità di applicazione del carico (Ruan et al., 2003).

Altri autori (Hönig e Stronge, 2002) hanno notato che aumentando la velocità di applicazione del carico la tensione nominale aumenta (fig. 3.14). Tale dipendenza si fa più marcata per velocità superiori ai 5 m/s. Per velocità inferiori ad 1 m/s la risposta meccanica è simile a quella del caso quasi-statico.

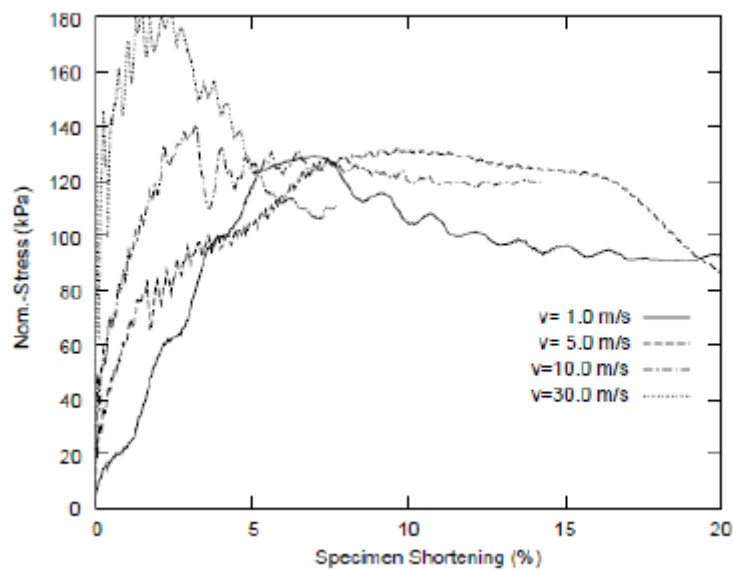


Figura 3.14 Curve tensione-variazione percentuale di lunghezza analizzate nella prima parte della compressione in funzione della velocità del carico (Hönig e Stronge, 2002).

Come si può notare l'andamento del carico presenta un andamento oscillatorio, non previsto dalla formula teorica. Tali oscillazioni vengono attribuite alla propagazione delle onde attraverso la struttura del materiale. . Una oscillazione completa comprende la partenza dell'onda dalla sommità dell'*honeycomb* (valore massimo) fino alla sua base (valore minimo). Inoltre si osserva un aumento della pendenza della curva tensione-variazione percentuale di lunghezza nel tratto iniziale facendo presupporre un aumento del modulo di Young legato ad un aumento della velocità di deformazione. Tali modelli numerici sono stati validati con esperimenti (Hönig e Stronge, 2002).

3.3 SOLLECITAZIONI AGENTI FUORI DAL PIANO MEDIO

Le strutture a nido d'ape offrono la massima resistenza meccanica e rigidità quando caricate lungo la direzione definita come T oppure x_1 . Per questo motivo vengono principalmente utilizzate come *core* per pannelli sandwich, e talvolta per assorbire energie dovute a carichi dinamici lungo l'asse x_3 .

3.3.1 CARICHI DI COMPRESSIONE AGENTI FUORI DAL PIANO MEDIO PER UNA SINGOLA CELLA

Rispetto alle sollecitazioni nel piano le pareti delle celle si contraggono e si espandono invece di flettersi. Il modulo di Young E_3^* dell'*honeycomb* varia in proporzione alla frazione di solido che occupa nel piano perpendicolare all'asse x_3 secondo la relazione (Gibson ed Ashby, 1997):

$$E_3^* = E_s \left(\frac{\rho^*}{\rho_s} \right) = E_s \left(\frac{t}{l} \right) \frac{\left(\frac{h}{l} + 2 \right)}{2 \left[\frac{h}{l} + \sin(\theta) \right] \cos(\theta)}$$

Dove:

- ρ^* : è la densità dell'honeycomb;
- ρ_s : è la densità del solido.

Per le altre variabili rimangono valide le definizioni precedenti. In genere per la maggior parte delle strutture a nido d'ape commerciali la densità ρ^* si attesta intorno al 10% della densità del materiale solido che compone le pareti delle celle. Dai risultati sperimentali e dalla trattazione teorica si nota una grande anisotropia tra i valori del modulo di Young lungo le tre direzioni principali x_1 , x_2 ed x_3 nel riferimento do fig. 3.2 (definite anche come T,W ed L). Il coefficiente di Poisson può essere determinato tramite la seguente relazione (Gibson ed Ashby, 1997):

$$\nu_{13}^* = \nu_{31}^* \left(\frac{E_1^*}{E_3^*} \right) = \nu_s \frac{C_1 E_s \left(\frac{t}{l} \right)^3}{C_2 E_s \left(\frac{t}{l} \right)} \cong 0$$

Dove:

- ν_s : coefficiente di Poisson del materiale monolitico;
- ν_{13}^* : coefficiente di Poisson nel piano x_1, x_3 .

valida per valori piccoli del rapporto (t/l) . In maniera similare è possibile determinare che anche $\nu_{23}^* \cong 0$. Il modulo di elasticità tangenziale dell'honeycomb, relativo alla sollecitazione a taglio delle pareti cellulari, si può stimare tramite la relazione (Gibson ed Ashby, 1997):

$$G_{13}^* = G_s \left(\frac{t}{l} \right) \frac{\cos(\theta)}{\left[\left(\frac{h}{l} \right) + \sin(\theta) \right]}$$

Dove:

- G_{13}^* : modulo di elasticità tangenziale dell'honeycomb;
- G_s : modulo di elasticità tangenziale del materiale monolitico.

Da osservazioni sperimentali si nota che vincoli impressi su celle adiacenti generano deformazioni non uniformi su tutte le celle interessate dalla sollecitazione. Inoltre si può notare una dipendenza lineare con il rapporto (t/l) .

3.3.1.1 MODALITÀ DI CEDIMENTO PER UNA SINGOLA CELLA SOGGETTA A CARICHI DI COMPRESSIONE AGENTI FUORI DAL PIANO MEDIO

Durante la compressione lungo l'asse x_3 si riscontra principalmente una fase di *buckling* elastico, dove le deformazioni seguono un *pattern* a diamante (Gibson ed Ashby, 1997). Infatti sulle pareti di un ipotetico prisma formato da un'unica cella si potranno notare degli incavi di forma simile ad un rombo, mentre al di fuori di essi il materiale tenderà ad espandersi verso l'esterno.

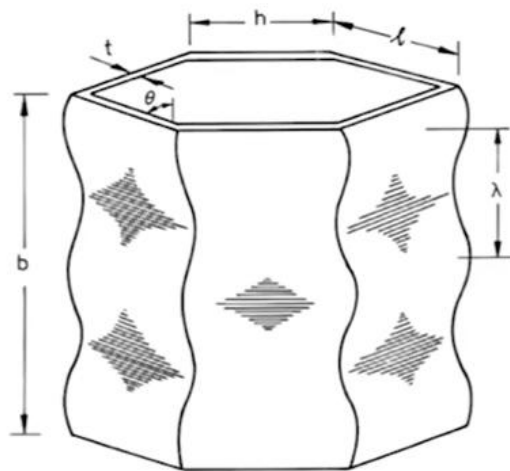


Figura 3.15 Fenomeno del *buckling* elastico per le pareti di una cella, dove si evidenziano i *pattern* a diamante (Gibson ed Ashby, 1997).

Assimilando il *buckling* elastico delle pareti delle celle a quello delle piastre si può scrivere il carico critico P_{cr} per una parete come:

$$P_{cr} = \frac{kE_s t^3}{(1 - \nu_s^2)h}$$

Dove:

- k : è una costante che dipende dalla rigidità delle pareti adiacenti. È quindi legato alle condizioni di vincolo dei bordi verticali: $k = 2$ quando possono ruotare, $k = 6,2$ se sono fissate. Approssimando si può utilizzare un $k = 4$ per i casi più generici (Gibson ed Ashby, 1997);
- t : è lo spessore della parete;
- h : è la larghezza della parete (nel piano $x_1 - x_2$).

Il carico critico totale P_{total} sarà dato dalla sommatoria di tutti i valori di P_{cr} per ogni parete. La tensione elastica $(\sigma_{el}^*)_3$ lungo la direzione x_3 può essere quindi determinata dalla:

$$(\sigma_{el}^*)_3 = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{2 \left(\frac{l}{h} + 2\right)}{\left[\frac{h}{l} + \sin(\theta)\right] \cos(\theta)}$$

Continuando ad esercitare una compressione lungo le celle il materiale incontra il suo limite plastico. In questo caso il cedimento avviene per snervamento plastico uni assiale, mostrando una rotazione di circa 180° nei punti dove si formano le cerniere plastiche. La tensione plastica della parete $(\sigma_{pl}^*)_3$ si può determinare uguagliando il lavoro plastico interno con quello esterno (Gibson ed Ashby, 1997):

$$(\sigma_{pl}^*)_3 \cong \frac{\pi}{4} \sigma_{ys} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \frac{\frac{h}{l} + 2}{\left[\frac{h}{l} + \sin(\theta)\right]}$$

Oltre ai meccanismi elastici e plastici quando viene caricato l'asse x_3 la cella può presentare fratture fragili e tutta la struttura di conseguenza si comprime in maniera

fragile. Se il materiale è esente di difetti, si può assumere che la tensione nelle pareti sia monoassiale (Gibson ed Ashby, 1997):

$$(\sigma_f^*)_3 = \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) \sigma_{fs}$$

Dove:

- $(\sigma_f^*)_3$: tensione relativa alla frattura fragile per le pareti della cella;
- σ_{fs} : tensione di rottura fragile per il materiale solido.

Quando la frattura è già iniziata questa si propaga in direzione normale ad x_3 e si può definire il fattore di intensificazione delle tensioni come (Gibson ed Ashby, 1997):

$$K_{IC}^* = \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) K_{ICs}$$

La tensione di compressione fragile, ovvero *brittle crushing*, $(\sigma_{cr}^*)_3$ della cella può essere determinata quindi tramite la (Gibson ed Ashby, 1997):

$$(\sigma_{cr}^*)_3 = \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) \sigma_{cs}$$

Dove:

- σ_{cs} : è la tensione di compressione relativa alla parete della cella.

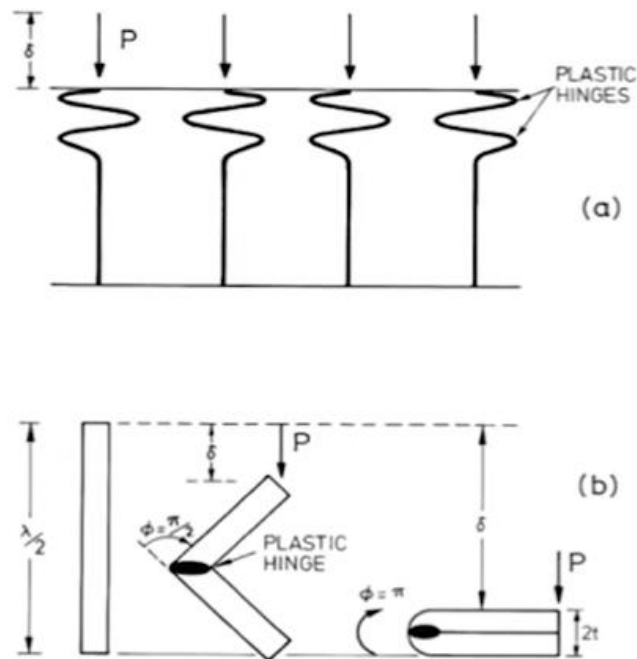


Figura 3.16 Collasso plastico nelle strutture a nido d'ape: formazione delle cerniere plastiche, dette anche *plastic hinges* (Gibson ed Ashby, 1997).

3.3.2 SOLLECITAZIONI DI COMPRESSIONE AGENTI ORTOGONALMENTE AL PIANO MEDIO

Il comportamento delle strutture a nido d'ape compresse lungo la direzione T è stato ampiamente studiato tramite prove sperimentali. In generale dalle curve tensione-deformazione si possono identificare cinque diversi regime nel comportamento meccanico: elastico, elastico non lineare, cedimento, schiacciamento e densificazione (Doyoyo e Mhor, 2004). Se la struttura è sottoposta ad un carico di compressione perpendicolare all'asse delle celle prismatiche (*in-plane*), le pareti di queste ultime si deformano inizialmente mostrando un comportamento lineare elastico. Raggiunto un valore critico di deformazione, le celle collassano assumendo varie tipologie di comportamenti: *buckling* elastico, snervamento plastico, *creep* e frattura fragile. Durante questo cedimento strutturale le pareti delle celle vengono a contatto tra loro, aumentando la densità della struttura e quindi anche la rigidezza della stessa cresce rapidamente. Quando la struttura è sottoposta a trazione, invece, le pareti delle celle si deformano inizialmente in maniera lineare elastica, per poi deformarsi plasticamente oppure fratturarsi in maniera fragile, in base alle caratteristiche del materiale impiegato

nella fabbricazione. Il fenomeno del *buckling* elastico ovviamente non può manifestarsi durante la trazione. Durante sollecitazioni orientate lungo l'asse delle celle prismatiche (*out of plane*) le pareti vengono sollecitate sia a trazione che a compressione. In tale configurazione la struttura dimostra una rigidità maggiore rispetto alla casistica precedente. Il comportamento delle strutture a nido d'ape varia notevolmente in termini quantitativi in base alla tipologia di materiale utilizzato nella fabbricazione. In compressione tutti i materiali mostrano un regime lineare elastico, seguito da un *plateau* a tensione costante, alla fine del quale si nota un aumento repentino della tensione. L'andamento della storia del carico (fig. 3.18) viene ben rappresentato da una curva che inizia salendo asintoticamente, scende brevemente mantenendo una fase costante per la maggior parte della deformazione e poi risale in maniera più o meno asintotica. Si possono quindi definire cinque diverse fasi della deformazione andando ad analizzare i meccanismi della deformazione. Nelle prime due la tensione aumenta rapidamente, restando in regime lineare elastico. Al raggiungimento di un picco il materiale comincia a cedere, riscontrando una riduzione della tensione in maniera altrettanto repentina fino al raggiungimento di una tensione di *plateau*, già accennata in precedenza. Attorno a tale valor medio la struttura presenta frequenti oscillazioni, fino al raggiungimento di una fase detta densificazione. In tale fase, che è anche quella conclusiva del processo di schiacciamento, la struttura si compatta fino ad avere una risposta simile a quella del materiale pieno. Questi tre regimi si possono associare a diversi meccanismi di deformazione. Per tutti e tre i materiali nella prima fase la deformazione è di tipo lineare elastica. Nella fase di *plateau* invece bisogna distinguere tre comportamenti differenti, che si manifestano al raggiungimento di una tensione critica: *buckling* elastico per i materiali elastomerici, cedimento plastico per i metalli e rottura fragile per le ceramiche. Solamente il *buckling* elastico è reversibile, mentre per le altre due tipologie di deformazione la stessa rimane permanente. La terza fase è quella di densificazione: le pareti delle celle vengono a contatto tra loro, impedendo ulteriori movimenti e quindi aumentando la rigidità della struttura. Quando sollecitate lungo il piano (*in-plane*) le strutture a nido d'ape mostrano generalmente prestazioni inferiori rispetto a quando caricate perpendicolarmente al piano (*out-of-plane*), (Gibson e Ashby, 1997; Zhu e Mills, 2000; Zhou e Mayer, 2002).

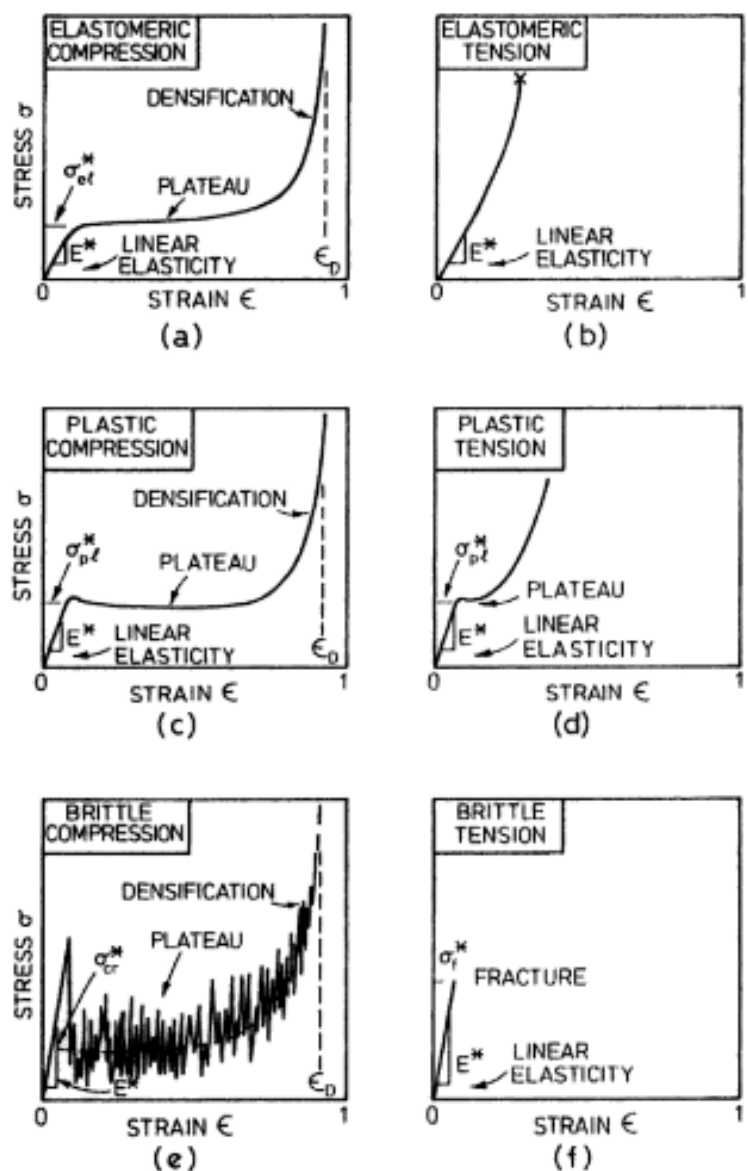


Figura 3.17 Curve tensione-deformazione per strutture a nido d’ape fabbricate con tre materiali differenti e sottoposte a due tipologie di carico, compressione e trazione. Si distingue tra materiali a comportamento elastomerico (come le gomme, casi “a”, “b”), elasto-plastico (i metalli, “c”, “d”) ed elasto-fragile (le ceramiche, “e”, “f”); (Gibson ed Ashby, 1997).

Un aumento della densità relativa della struttura, ottenuta aumentando lo spessore delle pareti delle celle oppure variando il materiale di costruzione, comporta un aumento del modulo di elasticità, della struttura, aumentando la tensione di *plateau*. (Gibson ed Ashby, 1997). Anche la variazione della geometria delle celle provoca un cambiamento

nelle prestazioni: celle di grandi dimensioni daranno vita a strutture a nido d'ape meno rigide se paragonate a prodotti costruiti con celle più piccole (Wu e Jiang, 1997).

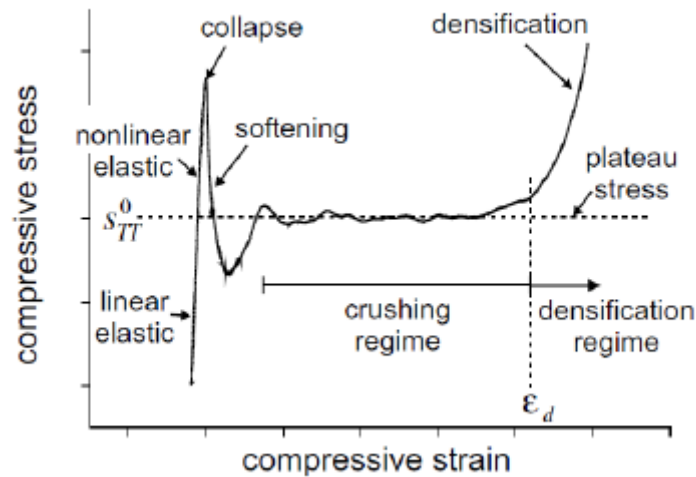


Figura 3.18 Tipico andamento della tensione in un pannello a nido d'ape caricato lungo T. s_{TT}^0 = tensione di plateau; ϵ_d = deformazione di densificazione (Doyoyo e Mhor, 2004; Caserta, 2012).

Nel regime elastico la risposta è, come dice il nome, lineare elastica. Tale comportamento varia con l'aumento della tensione, seguendo comportamenti non lineari. Durante tale fase le strutture delle celle si deformano secondo le “regole” del *buckling* elastico. Al raggiungimento locale della tensione di snervamento del materiale delle pareti delle celle si ha la fine del regime elastico non lineare. Da questo punto in poi la struttura comincia a cedere plasticamente, entrando nella fase di cedimento (Gibson ed Ashby, 1997; Doyoyo e Mhor, 2004; Hong et al., 2006; Caserta, 20012). Tale valore di picco è definito come *bare compressive strenght* (Gibson ed Ashby, 1997) ed è utilizzato per caratterizzare i materiali in ambito commerciale. Nelle applicazioni statico-strutturali gli *honeycomb* vengono impiegati fino al campo elastico non lineare. Invece per applicazioni relative all'assorbimento dell'energia i pannelli devono essere pre-compressi, per evitare trasmissioni indesiderate di forze elevate. Tale deformazione iniziale non pregiudica la capacità di assorbimento dell'energia da parte dell'*honeycomb*, in quanto la maggior parte del lavoro viene svolto in regime di schiacciamento (zona di *plateau*, Caserta, 2012).

L'ingresso nella fase di cedimento consiste, come già detto, nel progressivo cedimento per *buckling* delle pareti delle celle (Wu e Jiang; Gibson ed Ashby, 1997). Una volta raggiunta la tensione di *plateau* continua il cedimento per *buckling* delle celle per tutta la fase di schiacciamento. Cerniere plastiche si formano in prossimità di ogni piega delle pareti per *buckling*. È riportato che in media la lunghezza (H) di ogni piega è circa metà lunghezza l della parete (Gibson ed Ashby, 1997; Zhu e Mills, 2002).

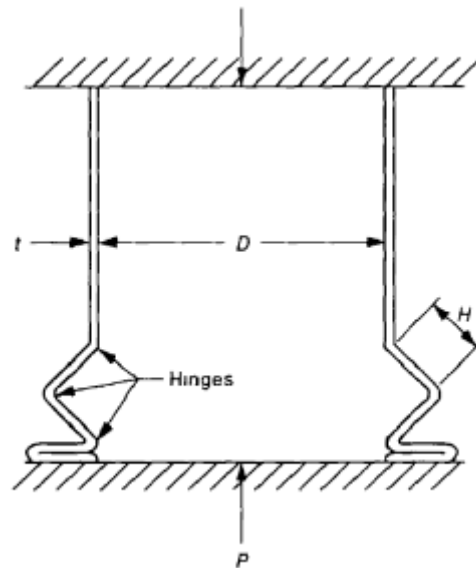


Figura 3.19 Rappresentazione del meccanismo del *buckling*. Si possono notare le pieghe alle estremità delle quali si formano le cerniere plastiche. D = diametro della cella; t = spessore della parete; P = carico; H = lunghezza della piega (Goldsmith e Sackman, 1992; Caserta, 2012).

3.3.2.1 EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI APPLICAZIONE DEL CARICO IN DIREZIONE ORTOGONALE AL PIANO MEDIO

Il comportamento delle strutture a nido d'ape soggette a carichi dinamici con velocità più o meno elevate lungo T è da sempre stato oggetto di particolare attenzione. Ad esempio variare la velocità di un proiettile non penetrante da 20 m/s a 28 m/s impattante contro una struttura *honeycomb* provoca un aumento della rigidità della stessa dal 30% al 50% rispetto ad un carico quasi-statico (Goldsmith e Sackman, 1992).

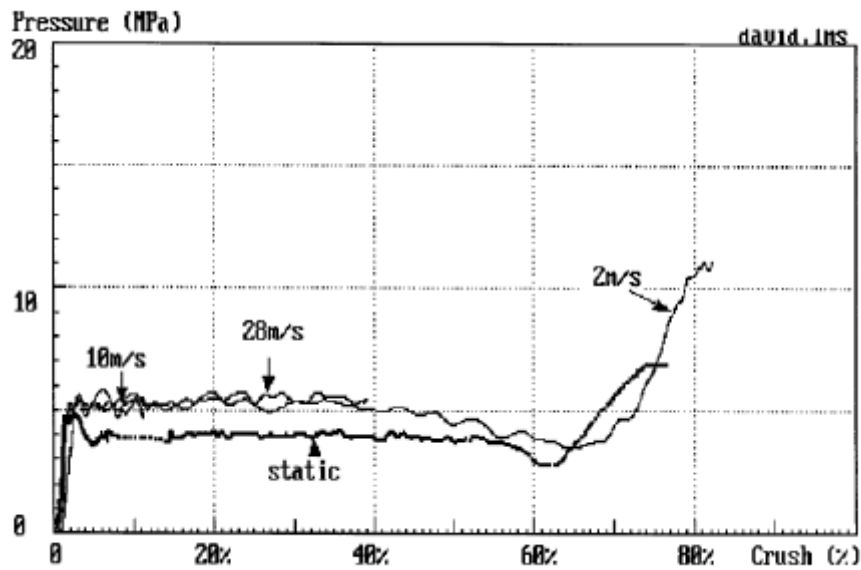


Figura 3.20 Influenza della velocità sulla curva tensione-deformazione (Zaho e Gary, 1998).

Anche se univocamente comprovato, definire quantitativamente l'entità di tale incremento non però facile. In alcuni casi si nota una piccola variazione nonostante si incrementi la velocità di impatto (Zaho e Gary, 1998), mentre altre volte il trend è notevolmente accentuato (Hong et al., 2008). Tali differenze sono correlate dagli autori alle diverse proprietà del materiale impiegato ed alle condizioni di carico non identiche. Infatti è sperimentalmente provato che tale comportamento è influenzato dalla sensibilità del materiale alla velocità di deformazione ed a forze di micro inerzia (Zhao e Gary, 1998; Goldsmith e Sackman, 1997) . Tali forze hanno una funzione stabilizzatrice sul meccanismo del *buckling* durante lo schiacciamento della struttura. Altri ricercatori attribuiscono tale dipendenza alla presenza di aria all'interno delle celle (Zhou e Mayer, 2002). Ashab et al. (2016) hanno studiato il comportamento a compressione fuori dal piano medio per gli *honeycomb* quando soggetti a carichi dinamici. Attraverso l'analisi con gli elementi finiti (FEM) tramite ANSYS/LS-DYNA e prove sperimentali vengono riportati i dati relativi a prove di indentazione e compressione a diverse velocità di carico.

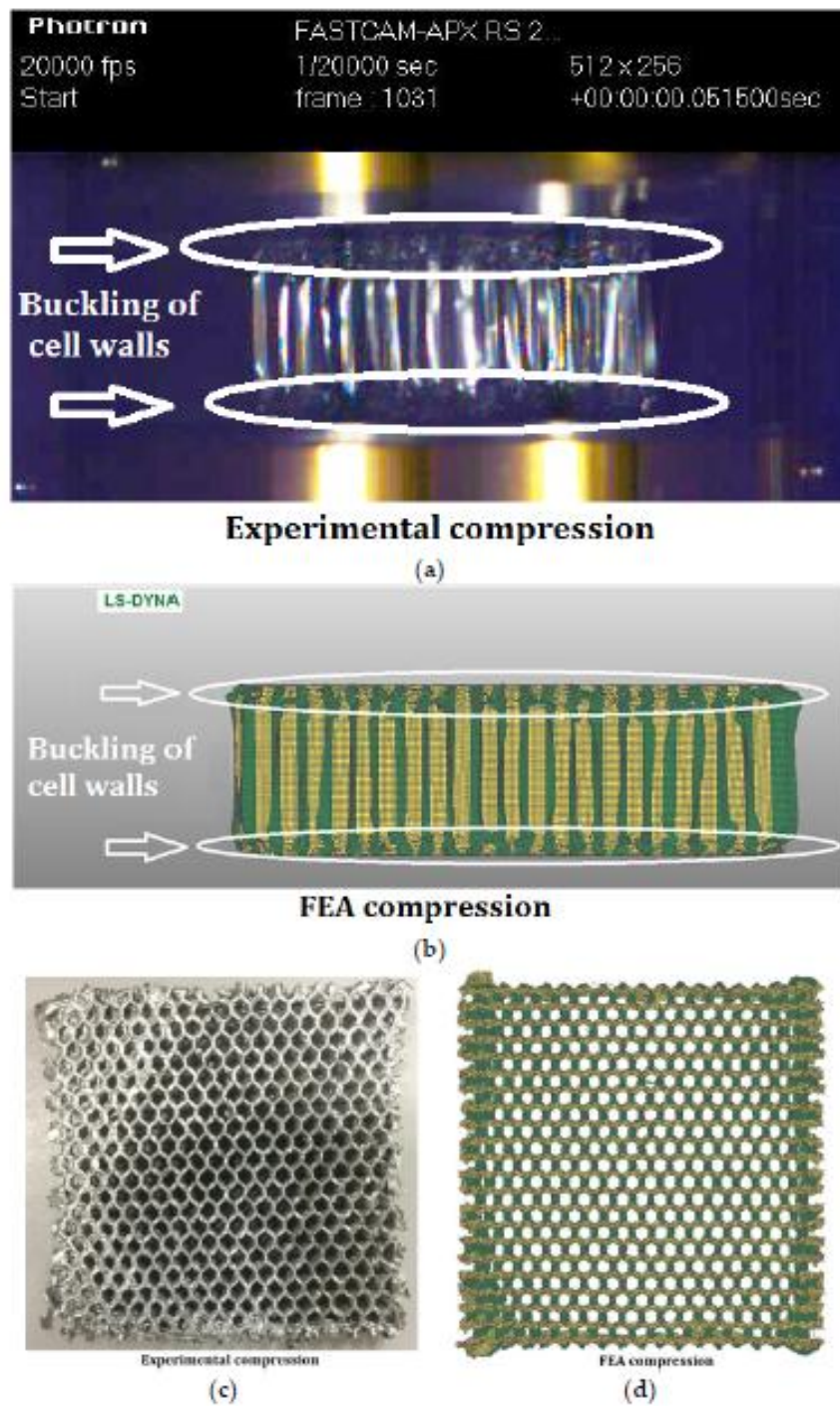
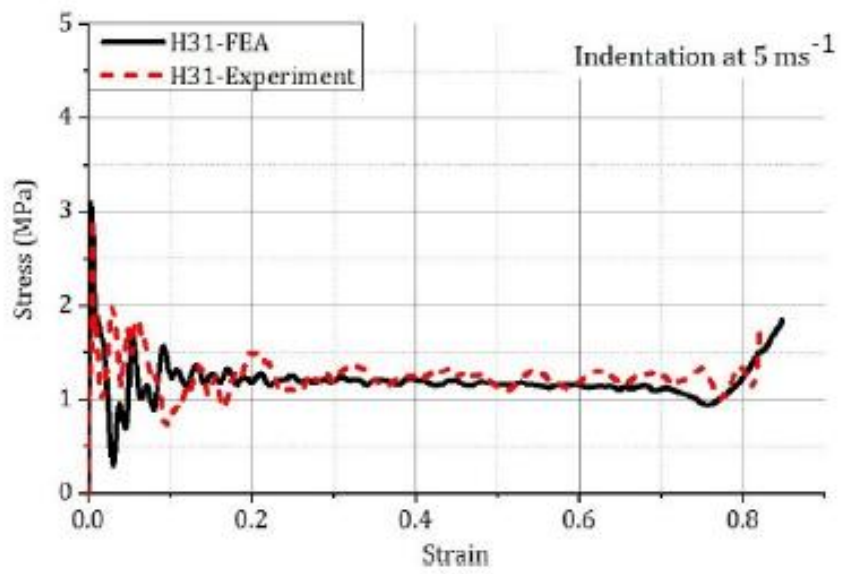
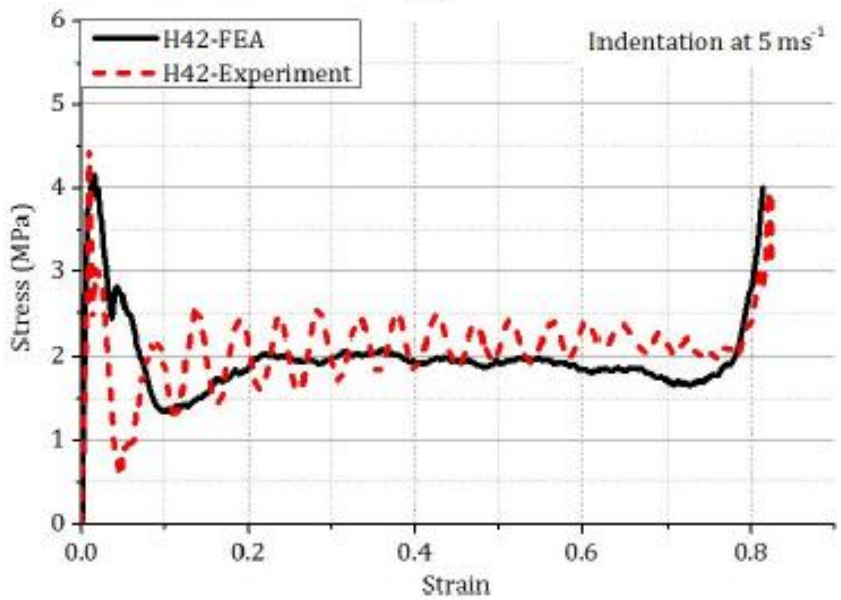


Figura 3.21 Comparazione tra i dati sperimentali e quelli numerici ottenuti tramite FEM per Ashab et al. (2016).



(a)



(c)

Figura 3.22 Curve tensione-deformazione per test sperimentali ed analisi FEM per prove da impatto con indentazione (Ashab et al. 2016).

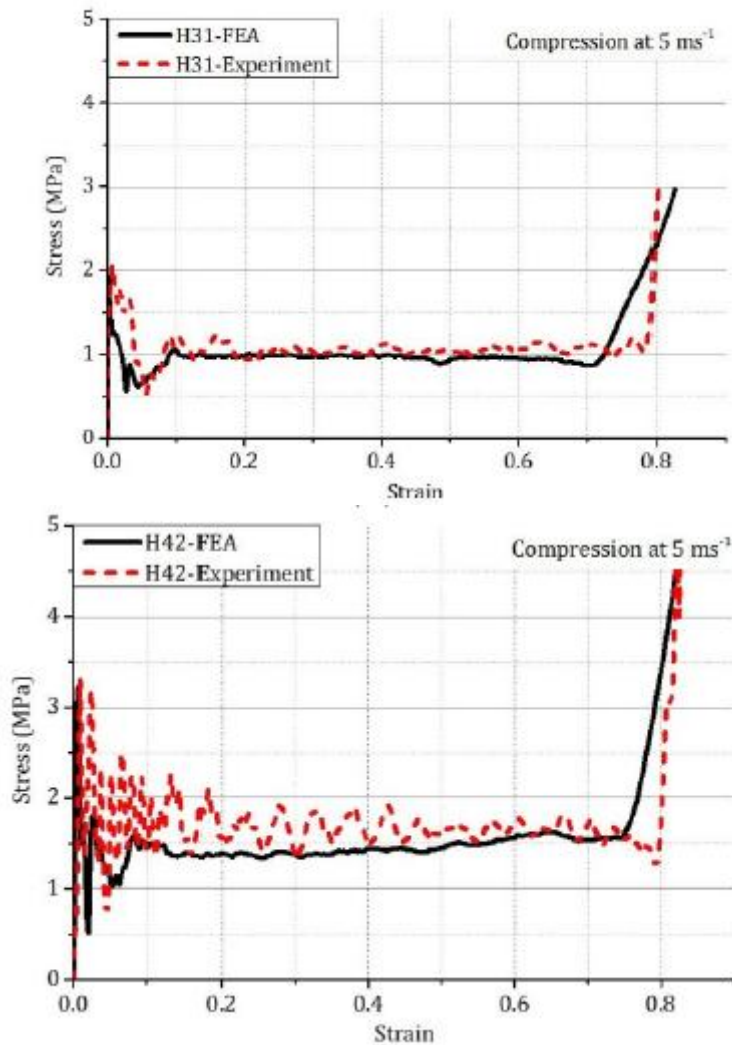


Figura 3.23 Curve tensione-deformazione relative a sollecitazioni a velocità pari a 5 m/s. Come si può notare l'andamento della curva è simile, ma come riportato anche nella tabella sotto i valori assoluti delle forze in gioco sono in funzione del materiale, del diametro e dello spessore delle pareti della cella (Ashab et al.,2016).

Tabella 3.1 Dati costruttivi relativi provini utilizzati da Ashab et al. (2016).

Type	Material Description *	Cell Size, D (mm)	Single Cell Wall Thickness, t (mm)	Cell Wall Thickness to Edge Length Ratio, t/l
H31	3.1-3/16-5052-0.001N	4.763	0.0254	0.00924
H42	4.2-3/8-5052-0.003N	9.525	0.0762	0.0139

L'effetto del rapporto t/l sulle proprietà meccaniche dei nidi d'ape è stato discusso nella prima parte del loro lavoro. In primo luogo, lo spessore delle pareti delle celle a nido d'ape è stato fissato a 0,0254 mm. Cinque diverse celle sono state impiegate nelle taglie di 3.175 mm, 3.969 mm, 4.763 mm, 6.35 mm e 9.525 mm. In entrambi i casi di indentazione e compressione, è stato trovato che lo *stress* relativo alla zona di *plateau* diminuiva con l'aumento della dimensione delle celle mantenendo lo spessore della parete delle medesime costante. Similmente alla tensione di *plateau*, l'energia dissipata e quella necessaria alla rottura per trazione del materiale sono diminuite con l'aumento delle dimensioni delle celle. Lo *stress* della zona di *plateau* invece aumenta con rapporto t/l secondo leggi esponenziali. Inoltre Si è constatato che con l'aumento del rapporto t/l o della densità relativa, l'energia di rottura per unità di area è aumentata.

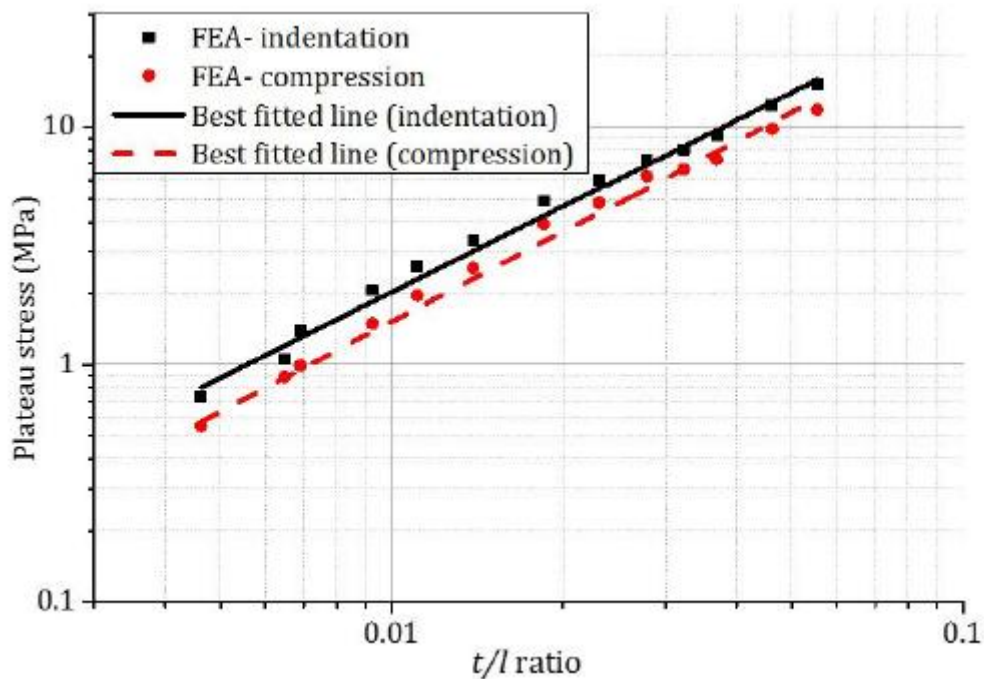


Figura 3.24 Variazione della tensione di *plateau* in funzione dello spessore delle pareti delle celle (Ashab et al., 2016)

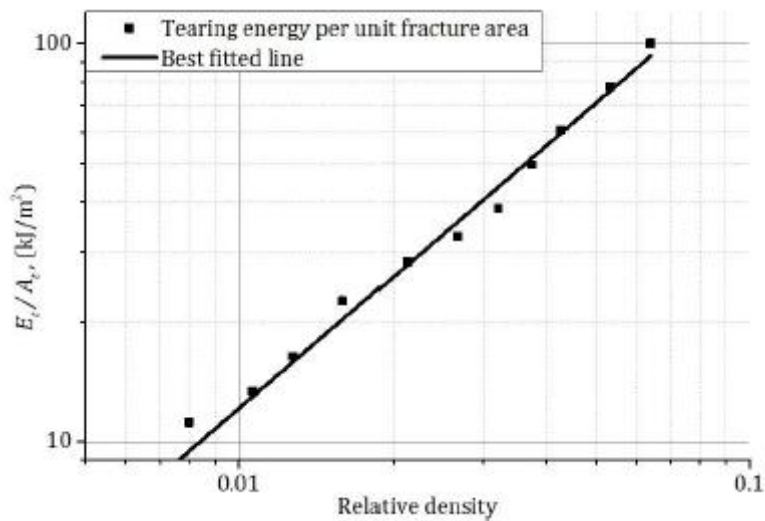


Figura 3.25 Andamento dell'energia necessaria alla lacerazione in funzione della densità relativa (Ashab et al., 2006).

La seconda parte del lavoro di Ashab indaga sull'influenza della velocità di deformazione tensione di *plateau* di due diverse strutture a nido d'ape sottoposte a carichi ortogonali al piano medio di indentazione e carichi di compressione. Per entrambi i tipi di *honeycomb* la tensione nella zona di *plateau* aumentava con la velocità di deformazione sia in indentazione che in compressione.

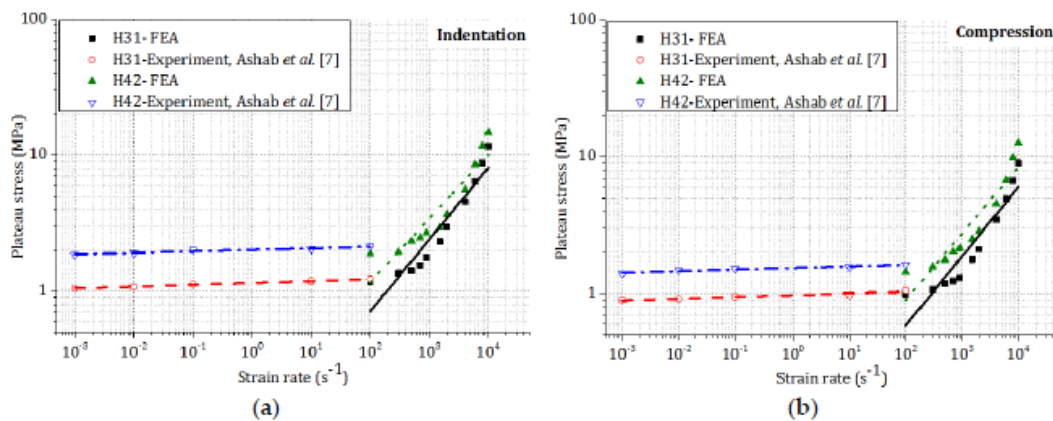


Figura 3.26 Effetto della velocità di deformazione (*strain rate*) per differenti tipologie di *honeycomb* sottoposte ad: a) indentazione, b) compressione (Ashab et al., 2016).

Anche l'energia dissipata, in maniera simile a quanto accade per la tensione di *plateau*, cresce con l'aumentare della velocità della deformazione. Stessa cosa accade per

l'energia necessaria alla rottura delle pareti della struttura a nido d'ape, detta *tearing energy*.

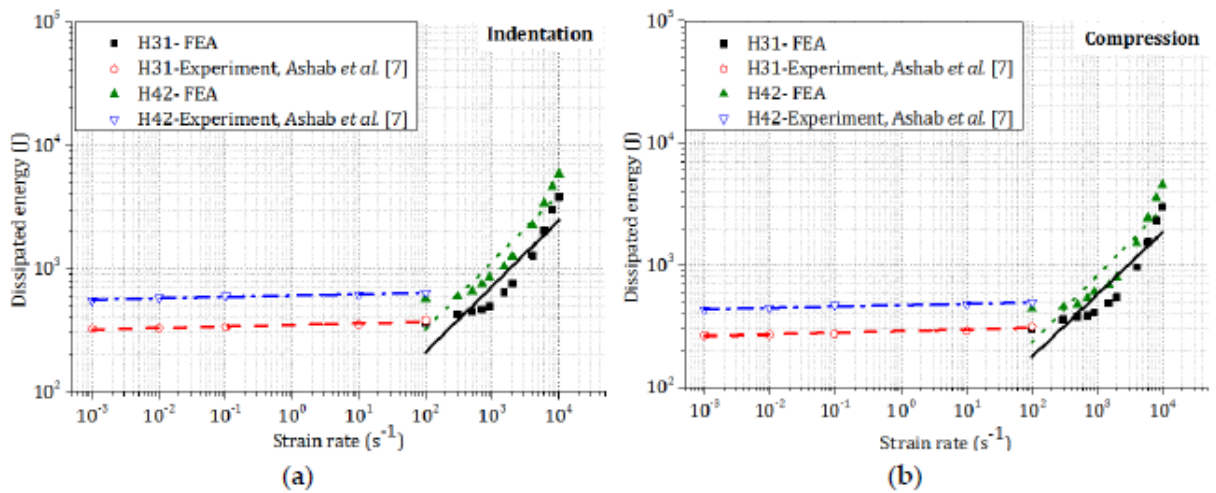


Figura 3.27 Effetto dello *strain rate* sulla dissipazione di energia (Ashab et al., 2016).

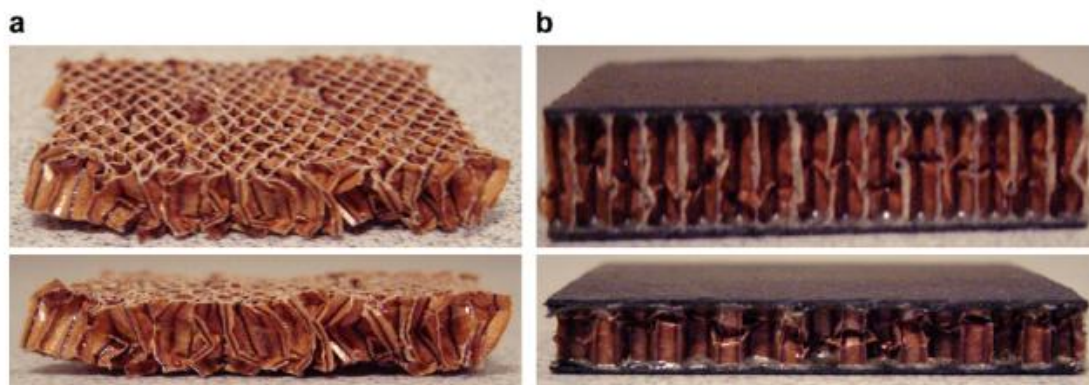


Figura 3.28 Deformazione per compressione di una struttura a nido d'ape grezza (a) ed impiegata come *core* per un pannello *sandwich* (b) (Othman e Barton, 2007).

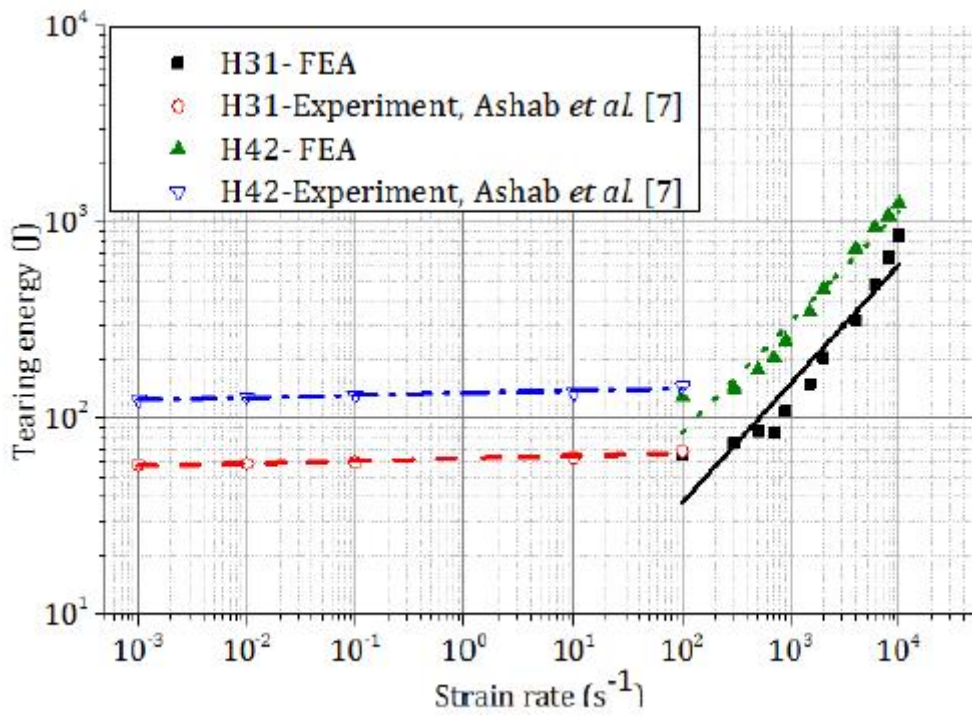


Figure 11. Effect of strain rate on the tearing energy of different honeycombs.

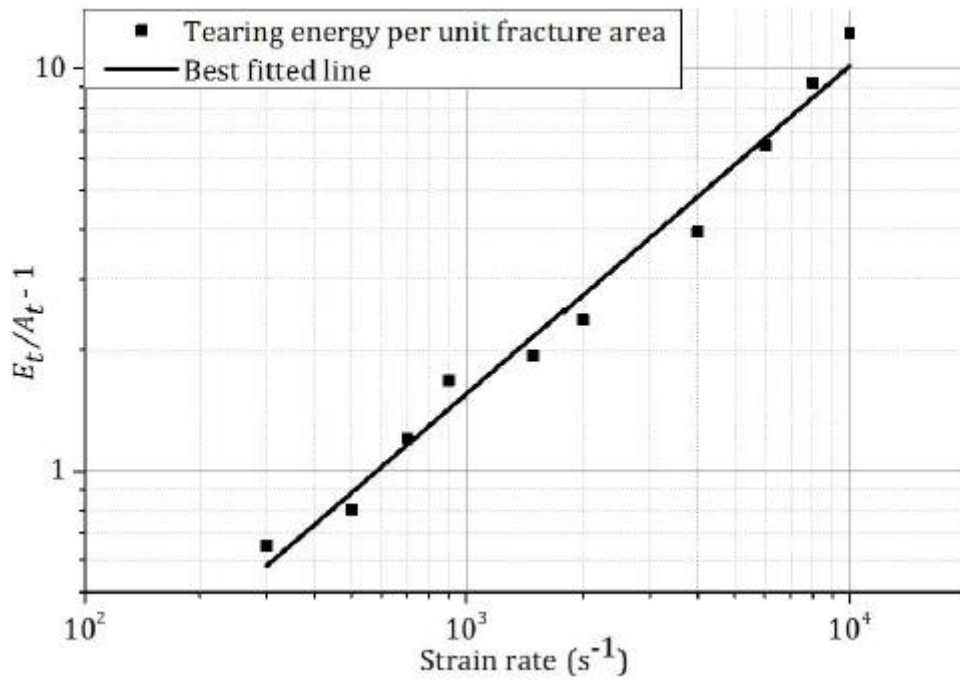


Figura 3.29 Tearing energy in funzione dello strain rate (Ashab et al., 2016).

3.4 COMPRESSIONE MULTIDIREZIONALE

Come già citato precedentemente le strutture a nido d'ape offrono la massima rigidità quando caricate fuori dal piano, cioè in direzione ortogonale al piano definito dagli assi W ed L . Nella realtà però questa condizione non è sempre rispettata: si pensi ad esempio all'impatto di detriti sulle superfici in pannello *sandwich* negli aeromobili, i quali possono avere angoli d'impatto molto diversi tra loro. La sollecitazione multi direzionale è stata studiata da vari autori, sia quando la direzione principale della sollecitazione è ortogonale al piano medio che quando è contenuta nel piano.

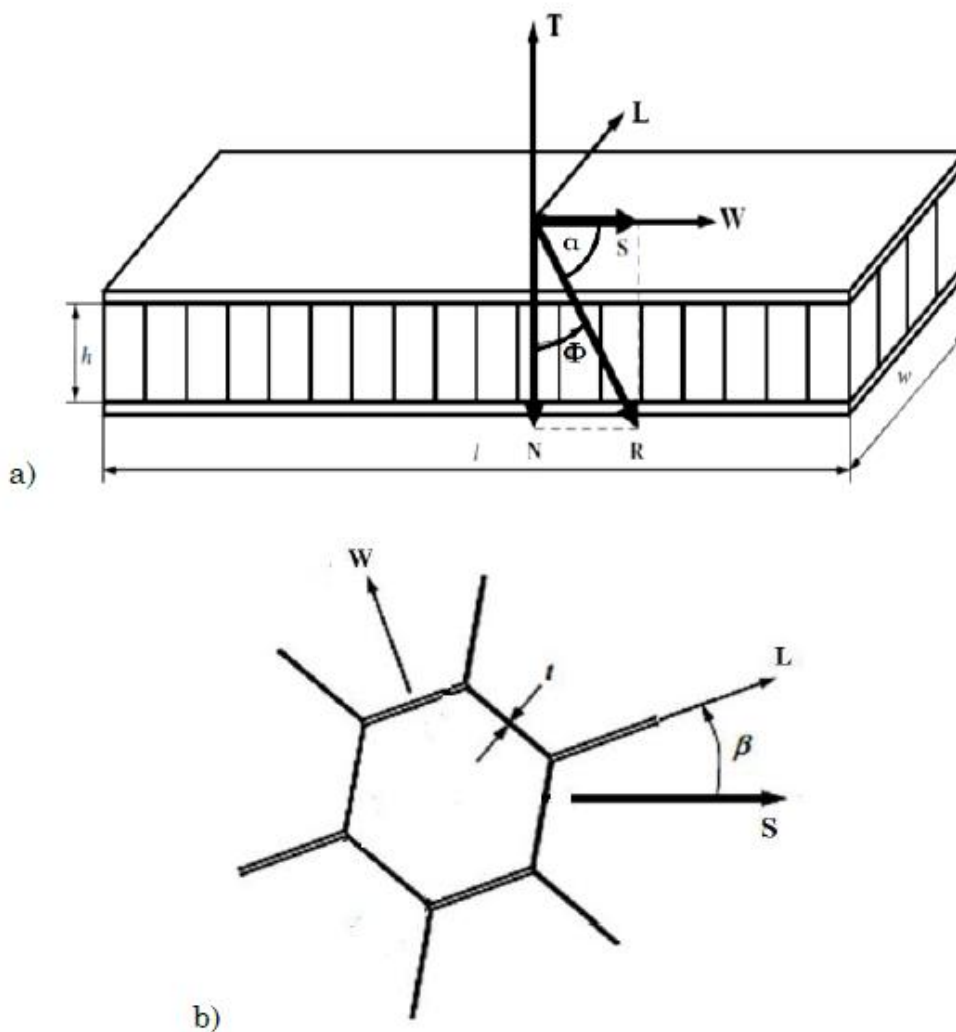
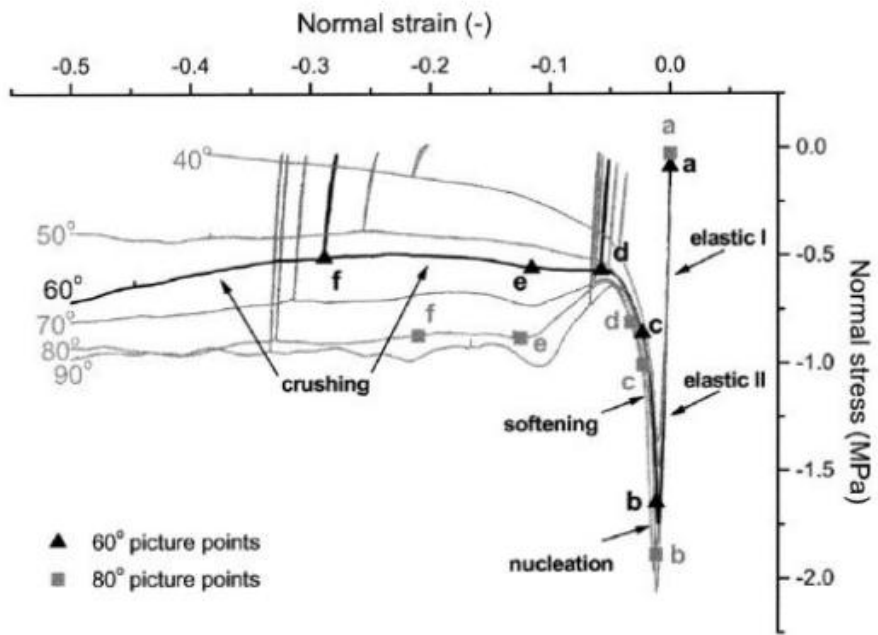


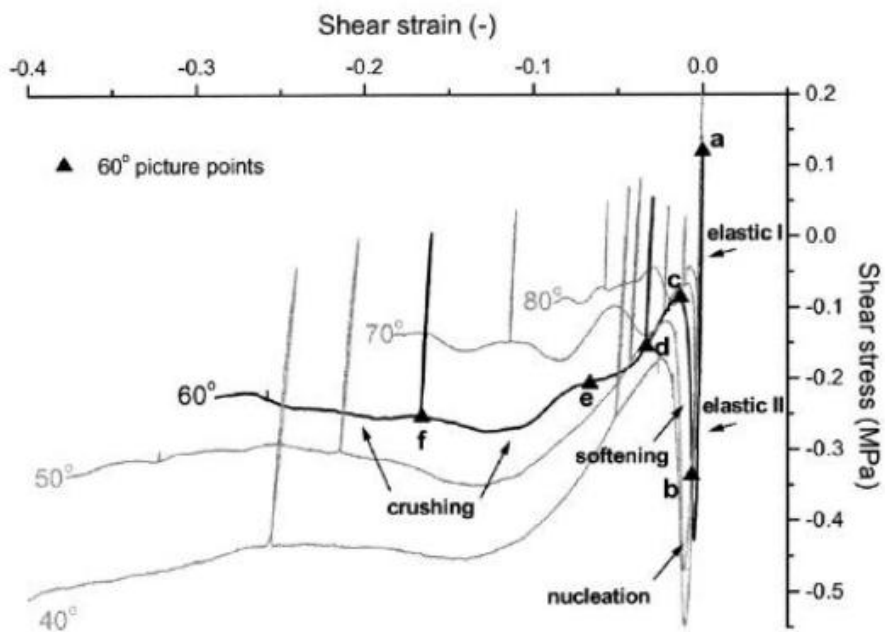
Figura 3.30 Sollecitazioni multi direzionali fuori dal piano medio per pannello *sandwich* (a) e nel piano relativamente alla vista dall'alto di una sola cella (b), (Hong et al., 2006)

Durante una sollecitazione fuori dal piano medio la forza totale applicata può essere scomposta nella sua normale al piano N e nella sua componente di taglio S. Gli angoli sono definiti in base alle definizioni di vari autori (Doyoyo e Mohr, 2004, Hong, 2006). L'effetto dell'inclinazione dell'angolo di carico α rispetto alla direzione fuori piano è stato ampiamente studiato da Doyoyo e Mohr (2004). Le prove sperimentali riguardano *honeycombs* in alluminio soggetti ad una vasta gamma di sollecitazioni di compressione fuori piano e sforzo di taglio nel piano LT. Per ottenere la combinazione desiderata di carichi di taglio e di compressione, i campioni di strutture a nido d'ape sono stati inclinati rispetto alla loro "direzione tubolare" e la forza quasi statica è stata applicata mediante l'uso di un apparecchio speciale progettato per il collaudo biassiale di materiali a sandwich nel piano LT.

L'angolo di carico α è stato variato da 0 gradi (equivalente al carico di taglio puro nel piano L-T) a 90 gradi (equivalente al carico di compressione puro lungo la direzione T). Dai risultati sperimentali gli autori hanno osservato che le normali curve sforzo-deformazione ottenute dai test su provini inclinati presentavano forme simili a quelle ottenute da prove sotto carichi di compressione classica fuori piano. Come previsto, i valori di stress diminuiscono con l'angolo di carico. I regimi elastico lineare e non lineare elastico sono stati identificati in tutte le curve. Le immagini riprese in questa fase della deformazione hanno mostrato la formazione di modelli di instabilità superficiale nella struttura a nido d'ape. La fine del regime elastico è stata determinata quando i valori di sollecitazione hanno raggiunto un picco, la cui entità si riduce al diminuire gli angoli di carico. Successivamente è stata osservata una fase di addolcimento, caratterizzata da una riduzione dei valori di sollecitazione fino al minimo, che non risultava significativamente influenzato dall'angolo di carico. In questa fase, è stata osservata la formazione di una banda di collasso nella microstruttura a nido d'ape. All'aumentare della deformazione lungo l'asse T i campioni a nido d'ape hanno continuato a collassare a livelli di *stress* quasi costante (regime di schiacciamento). A differenza del caso di compressione pura fuori piano, i modelli di instabilità erano irregolari ed originati in prossimità del centro della struttura a nido d'ape.



(a)

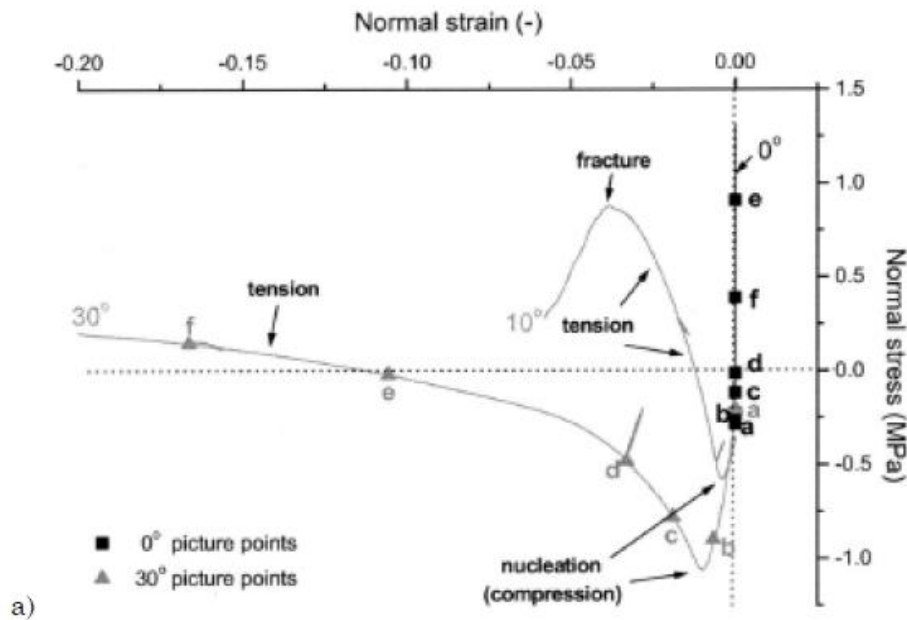


(b)

Figura 3.31 Risposta meccanica per pannelli in struttura a nido d'ape di alluminio soggetti ad elevati angoli di carico per tensioni normali (a) e sforzi di taglio (b), (Doyoyo e Mohr, 2004).

Per angoli di carico bassi ($0^\circ < \alpha < 30^\circ$), è stato osservato un regime di transizione dallo *stress* da compressione a quello di trazione. I valori di deformazione a cui si è verificata tale transizione sono risultati influenzati dall'angolo di carico: più basso è l'angolo prima avviene la transizione.

Per quanto riguarda la risposta meccanica di taglio è stato osservato che le curve sforzo-deformazione presentavano regimi di forma e deformazione simili osservati nelle normali curve sforzo-deformazione. Tuttavia è stato osservato anche un addolcimento più pronunciato ed è stato riscontrato che lo sforzo minimo era fortemente influenzato dall'angolo di applicazione del carico. Si noti inoltre che lo sforzo di taglio aumenta con la riduzione degli angoli di carico. Curve di sollecitazione-deformazione a taglio con angoli di carico bassi presentavano caratteristiche simili a quelle registrate da prove ad angoli di carico elevati. Tuttavia, a bassi angoli di carico è stata osservata una fase di incrudimento, caratterizzata da un aumento dei valori di *stress*, a cui ha seguito la frattura. Il fenomeno dell'incrudimento è stato giustificato dal fatto che per angoli di carico così bassi, le pareti delle celle allineate con la direzione L sono allungate anziché compresse, fornendo un contributo significativo allo sforzo di taglio della struttura a nido d'ape.



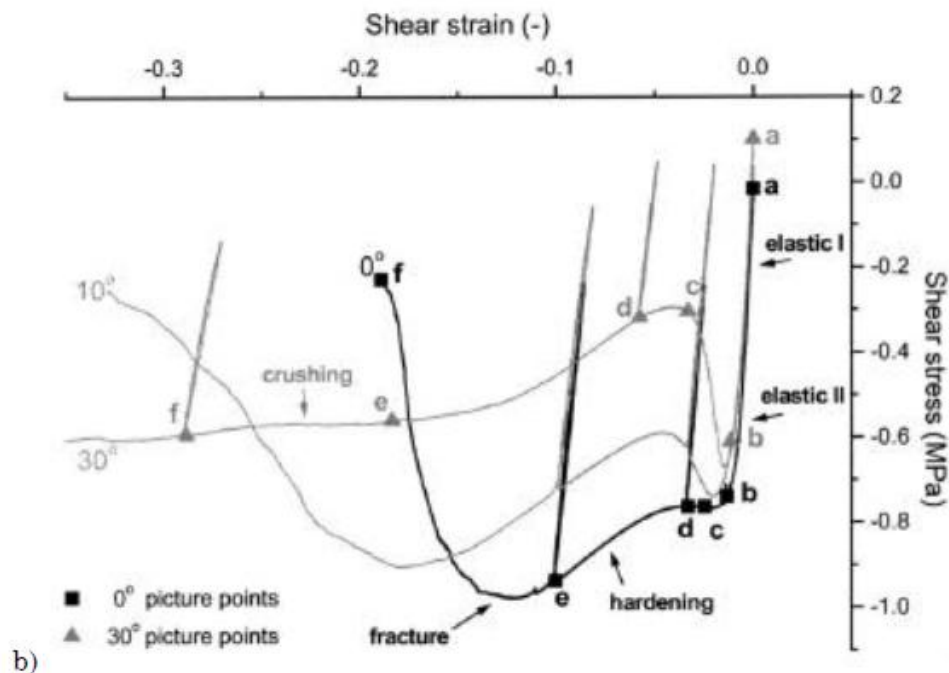


Figura 3.32 Risposta meccanica per pannelli in struttura a nido d'ape di alluminio soggetti a bassi angoli di carico per tensioni normali (a) e sforzi di taglio (b), (Doyoyo e Mohr, 2004).

L'effetto dell'angolo di applicazione del carico nel piano è stato studiato sperimentalmente da Hong et al. (2006) e Hong et al. (2008) in condizioni di carico quasi statico e dinamico. Sono stati testati due materiali a nido d'ape (di seguito indicati come Tipo I e Tipo II). Sono stati valutati anche diversi angoli di applicazione del carico agenti fuori dal piano medio riferiti in questo caso all'angolo Φ per il valore di 15° . Hong et. al (2006) hanno applicato carichi quasi statici e carichi dinamici dovuti a fenomeni di con angoli β pari a 0° (carico di taglio S allineato con l'asse di taglio forte L), $\beta = 90^\circ$ (carico di taglio S allineato con l'asse di taglio debole W) e $\beta = 30^\circ$, come si può osservare in fig. 3.33. La forza di schiacciamento normale ortogonale al piano medio è stata tracciata rispetto allo sforzo di taglio normalizzata per le condizioni di carico nel piano date. Le tensioni normalizzate sono state ottenute come il rapporto tra gli sforzi normali e di taglio sperimentali relativi agli *honeycombs* sottoposti a carichi inclinati, oltre allo *stress* relativo ai carichi di compressione pura. Sono state anche generate curve di interpolazione per fornire una migliore visualizzazione delle tendenze generali dei dati sperimentali. Come suggerito dai risultati sperimentali quindi gli autori hanno osservato un aumento dello sforzo di taglio

a spese della capacità di resistere a compressioni lungo la direzione normale quando l'inclinazione del carico diventata più pronunciata, confermando le tendenze precedentemente osservate da Doyoyo e Mohr (2004). Con riferimento all'effetto dell'angolo di applicazione del carico nel piano, l'aumento massimo dello sforzo di taglio con riduzione minima della resistenza allo schiacciamento è stato raggiunto quando la sollecitazione a taglio è allineata lungo l'asse L ($\beta = 0^\circ$). Le sollecitazioni a taglio allineate con la direzione W ($\beta = 90^\circ$) invece hanno determinato una resistenza minima allo schiacciamento in direzione normale. I risultati ottenuti dall'orientamento del carico composito nel piano, cioè lungo T e lungo W ($\beta = 30^\circ$), sono stati trovati tra le due condizioni limite dell'angolo di carico.

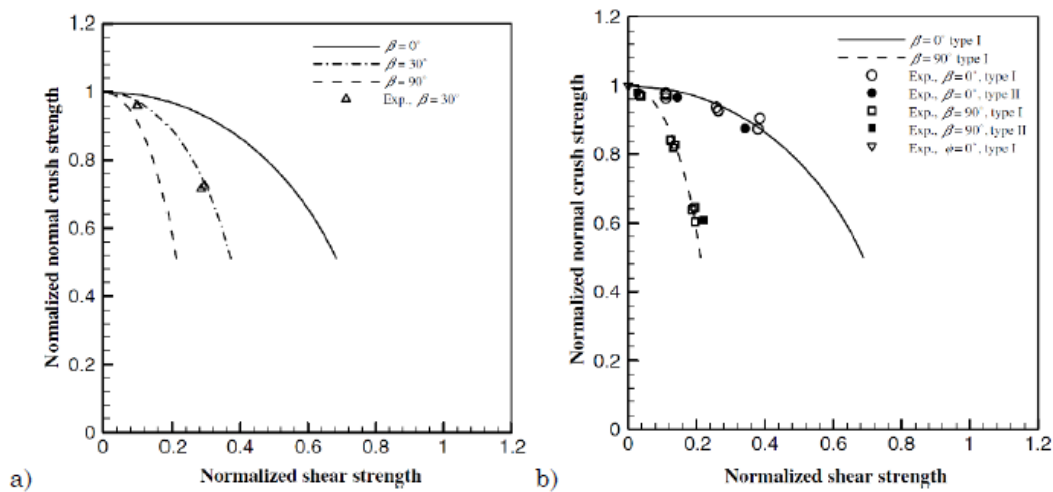


Figura 3.33 Curve tensioni di compressione pura normalizzate-sforzi di taglio normalizzati per $\beta = 0^\circ$ e $\beta = 90^\circ$ (a) e $\beta = 30^\circ$ (b), (Hong et al., 2006).

L'energia assorbita dalle strutture in nido d'ape sottoposte a carichi multidirezionali può essere calcolata come la somma del lavoro svolto dal carico normale ed il lavoro svolto dal carico di taglio (Hong et al., 2008). Il tasso di assorbimento di energia per unità di area di schiacciamento sotto carichi combinati può essere definito come (Hong et al., 2006):

$$\dot{E} = \sigma \dot{u} + \tau \dot{v}$$

Dove:

- \dot{E} : è la velocità di assorbimento dell'energia;
- σ : è la tensione nella direzione normale;
- \dot{u} : è la velocità nella direzione della compressione;
- τ : è lo sforzo di taglio;
- \dot{v} : è la velocità nella direzione del taglio.

La velocità di assorbimento dell'energia può essere normalizzata dalla velocità di assorbimento dell'energia quando l'*honeycomb* è soggetto a carichi di compressione puri, definiti come:

$$\dot{E}_0 = \sigma_0 \dot{u}_0$$

Dove:

- \dot{E}_0 : è la velocità di assorbimento dell'energia relativamente a carichi di compressione puri;
- σ_0 : è la tensione normale per un carico di compressione puro;
- \dot{u}_0 : è la velocità normale nella direzione della compressione.

La relazione di normalizzazione diventa quindi:

$$\bar{E} = \frac{\dot{E}}{\dot{E}_0} = \frac{\sigma \dot{u} + \tau \dot{v}}{\sigma_0 \dot{u}_0}$$

Per condizioni di carico quasi statiche si può assumere che la velocità in direzione normale per il carico bidirezionale sia uguale a quella relativa al carico di compressione pura. Inoltre definendo il rapporto della tensione di taglio come $R = \tau/\sigma_{cr}$ e come r la velocità di variazione della deformazione a taglio si ottiene:

$$E = \frac{\sigma}{\sigma_0} (1 + Rr)$$

Si può anche esprimere il rapporto dello sforzo di taglio come :

$$R = \frac{S}{N} = \tan \Phi$$

Dove Φ è l'angolo di applicazione del carico. Ciò suggerisce che l'assorbimento di energia dipende dagli angoli di orientamento fuori piano e di piano.

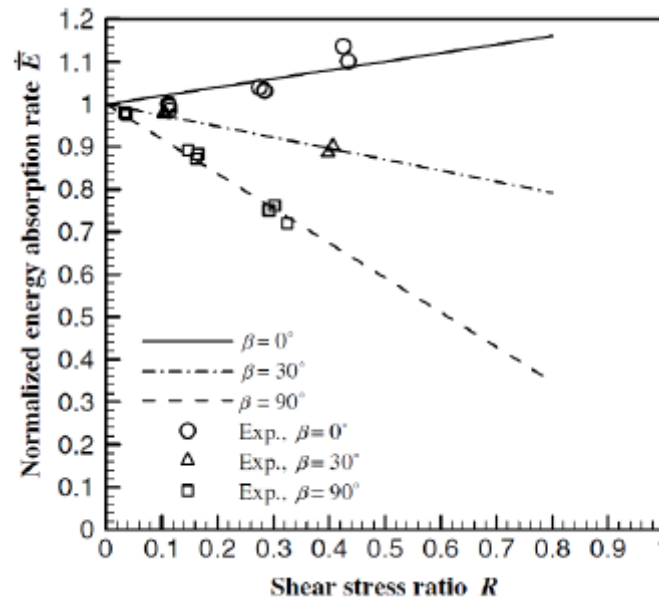


Figura 3.34 Assorbimento dell'energia normalizzato per unità di area di schiacciamento per *honeycombs* soggetti a rapporti di sollecitazione di taglio diversi (carichi angolati agenti fuori dal piano medio) e diversi angoli di orientamento nel piano (Hong et al., 2008).

Si è riscontrato che quando le celle sono caricate nel piano L-T, cioè con $\beta = 0^\circ$, il tasso di assorbimento di energia normalizzato è maggiore di 1 ed aumenta con l'aumento dei valori del rapporto di sollecitazione di taglio R . Questo suggerisce che il tasso di assorbimento dell'energia delle celle sottoposte a carichi inclinati è superiore a quello fornito quando caricato con sollecitazioni compressive pure. Quando sono stati applicati carichi sul piano W-T ($\beta = 90^\circ$), i tassi di assorbimento di energia normalizzati sono stati inferiori ad 1. Inoltre per uno stesso valore di rapporto di taglio R i valori di assorbimento dell'energia normalizzati diminuiscono con l'aumentare dell'angolo β (cioè con lo spostamento della direzione della sollecitazione da *out of plane* ad *in plane*), come si può osservare in fig. 3.34. Man mano che il rapporto R aumenta tale differenza si fa più marcata (fig. 3.34).

3.4.1 EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI APPLICAZIONE DEL CARICO MULTIDIREZIONALE

A causa delle difficoltà pratiche nell'effettuare i test in letteratura sono presenti poche informazioni riguardo al comportamento strutture in nido d'ape di alluminio sottoposte a carichi dinamici di compressione multi direzionali. Alcuni recenti studi sperimentali (Hong et al., 2008; Hou et al., 2011) hanno suggerito che la forza di schiacciamento aumenta con la velocità di impatto, mentre diminuisce con l'angolo di inclinazione. Hong et al. (2008) hanno applicato i carichi dinamici ai nidi d'ape per $\Phi = 15^\circ$ e $\beta = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$, con velocità di impatto variante da $v = 2,5$ m/s a $v = 9$ m/s. Gli autori, confrontando i loro risultati con le caratteristiche di resistenza dei materiali ottenute dai test quasi statici (Hong et al., 2006), hanno osservato che mentre la forza normale aumentava con la velocità di applicazione del carico, lo sforzo di taglio rimaneva inalterato.

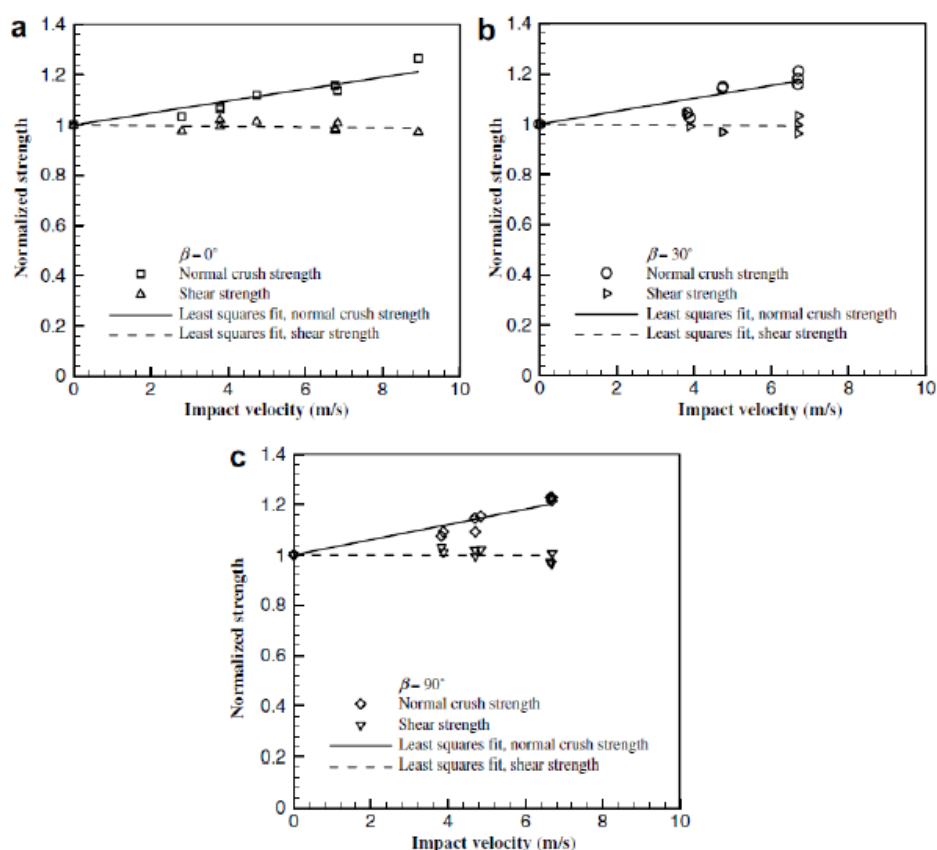


Figura 3.35 Forza di schiacciamento normalizzata e sforzo di taglio in funzione della velocità di impatto e degli angoli di orientamento nel piano: a) $\beta = 0^\circ$; b) $\beta = 30^\circ$; c) $\beta = 90^\circ$ (Hong et al., 2008).

In uno studio simile sono state eseguite una serie di prove dinamiche di compressione a taglio su *honeycombs* in alluminio (Hou et al.,2011). L'angolo di applicazione del carico fuori dal piano medio variava da 0°, ovvero compressione *out of plane* pura, fino a 60°. La velocità di impatto era pari a 15 m/s. Dai risultati sperimentali, gli autori hanno osservato una diminuzione della resistenza allo schiacciamento in direzione normale al piano medio con l'aumento dell'angolo di applicazione del carico, confermando le tendenze discusse da Hong et al. (2008). Oltre a ciò, gli autori hanno notato che la pendenza iniziale e il carico di picco iniziale diminuivano per aumentare dell'angolo di applicazione del carico.

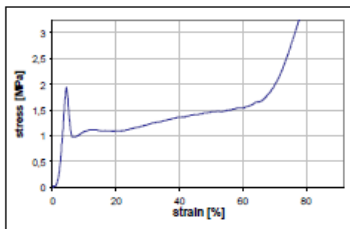


Fig. 7. Compression T

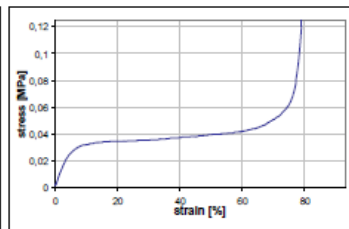


Fig. 8. Compression L

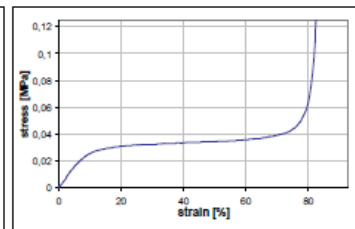


Fig. 9. Compression W

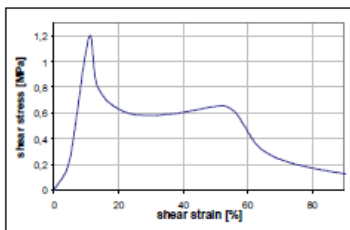


Fig. 10. Shear LT

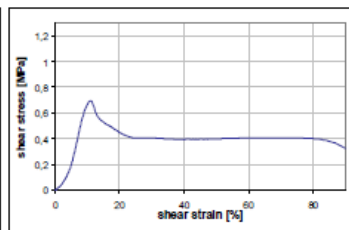


Fig. 11. Shear WT

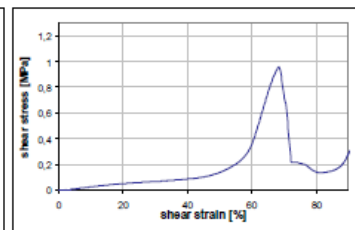


Fig. 12. Shear LW

Figura 3.36 Principali curve tensione-deformazione per le principali direzioni di carichi testate sulle strutture a nido d'ape (Heimbs et al., 2006).

4 PROVE SPERIMENTALI

I test sperimentali con i quali si è fatto il confronto sono stati condotti da Caserta ed esposti nella tesi di dottorato *“The use of honeycomb in the design of innovative helmets”* del 2012. I provini prismatici utilizzati nelle prove sperimentali hanno tutti delle dimensioni approssimative di circa 50x50 mm alla base e 40 mm di altezza. I provini provengono dalla Cellbond Composites Ltd (Huntingdon, UK), e sono in lega di alluminio Al 3003 H18. La struttura a nido d’ape è denominata commercialmente come 5.2 Al 3003, e possiede le seguenti proprietà (Caserta, 2012):

- $\rho_r = 80 \text{ kg/m}^3$ (densità relativa);
- $\sigma_0 = 1,6 \text{ MPa}$ (tensione di inizio cedimento per compressione);
- $d_{cell} = 6,35 \text{ mm}$ (diametro della circonferenza inscritta all’esagono di base della cella);
- $t = 0,075 \text{ mm}$ (spessore delle pareti delle celle).

4.1 APPARATO SPERIMENTALE

Per l’esecuzione dei test quasi statici è stata impiegata una pressa INSTRON 4505 da 100 kN, con dei sensori di carico posizionati sulle piastre da 150 mm di diametro in acciaio a contatto con i provini. La piastra mobile durante la compressione ha mantenuto una velocità costante di 2 mm/min , ovvero circa 0,033 mm/s. La cella di carico è del tipo INSTRON 2518-801, con una capacità massima di 100 kN, posizionata sotto la piastra fissa (Caserta, 2012). Tutti i test sono terminati al raggiungimento del valore di 15 kN di carico, al quale corrisponde una notevole densificazione del provino. Le curve forza-spostamento sono state tracciate dalla cella di carico.

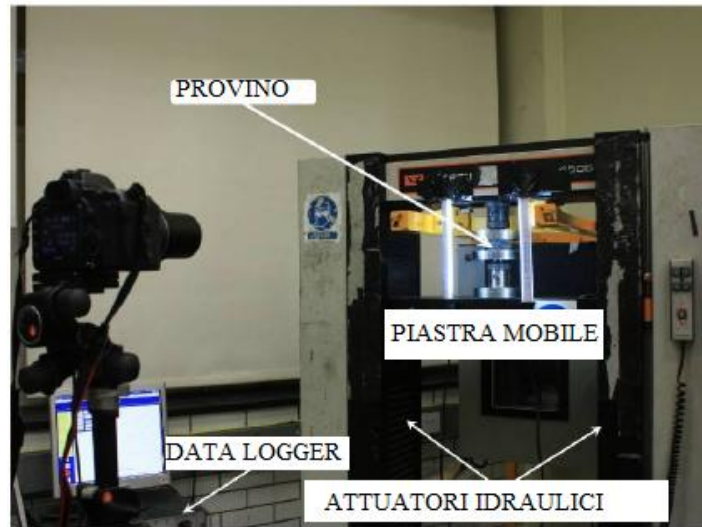


Figura 4.1 Apparecchiatura per test quasi statici (adattamento da Caserta, 2012).

I test dinamici sono stati condotti senza l'utilizzo della pressa, ma con un corpo indentatore costituito da una piastra di 75 mm di diametro lasciata cadere da 3 m di altezza, scorrendo lungo una guida. La massa totale del corpo impattante e del carrello è di 5 kg, con una velocità di impatto pari a 7,5 m/s. I valori delle forze di carico sono stati misurati tramite una cella di carico da 32 kN, posta tra il corpo indentatore ed il carrello.

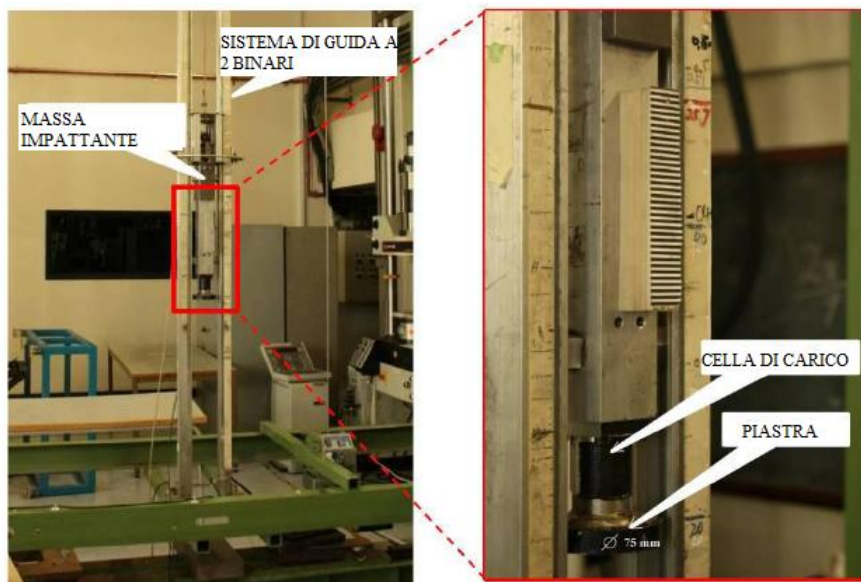


Figura 4.2 Apparecchiatura per test da impatto (adattamento da Caserta, 2012).

4.2 RISULTATI DEI TEST SPERIMENTALI

I test sperimentali eseguiti lungo la direzione T mostrano una somiglianza evidente con la forma generale della curva forza-spostamento ottenuta da autori precedenti al lavoro di Caserta (Wu e Wu-Shung, 1997; Zhou e Mayer, 2002; Hong, 2006). In genere il carico necessario a comprimere nella fase elastica il provino cresce in maniera quasi lineare e con una pendenza elevata, fino a raggiungere un valore di picco di 9,5 kN. Durante questa fase le pareti delle celle si flettono in maniera elastica (*buckling elastico*). Aumentando lo spostamento durante la fase di compressione le pareti delle celle cominciano a piegarsi su se stesse, deformandosi in maniera plastica. Tale deformazione inizia nella parte bassa del provino, propagandosi verso l'alto fino alla completa compressione dello stesso. In tale fase il carico oscilla attorno ad un valore medio costante di 3,95 kN. A seguito della completa compressione del provino le pareti delle celle sono ormai tutte deformate e piegate su se stesse, a contatto con la piega precedente e quella successiva. Tale fase finale corrisponde alla densificazione della struttura cellulare, ed il provino si comporta come un materiale solido monolitico. Il carico necessario quindi per comprimere ulteriormente il provino cresce in maniera rapida, raggiungendo valori molto più elevati anche rispetto ai picchi della fase iniziale di deformazione.

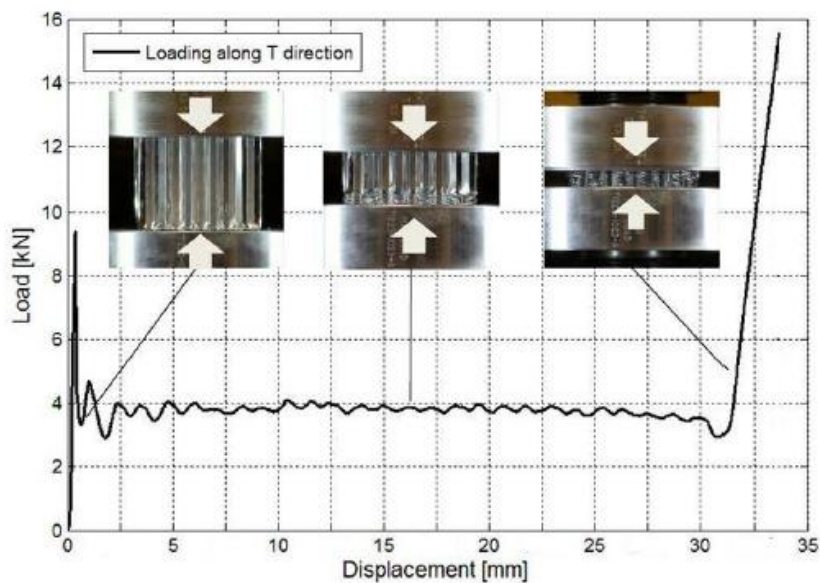


Figura 4.3 Andamento medio del grafico forza-spostamento dei provini in struttura a nido d'ape, compressi lungo la direzione T (Caserta, 2012). Da notare come la propagazione delle pieghe plastiche (*plastic hinges*) od onde di compressione si propagano dal basso verso l'alto (Caserta, 2012).

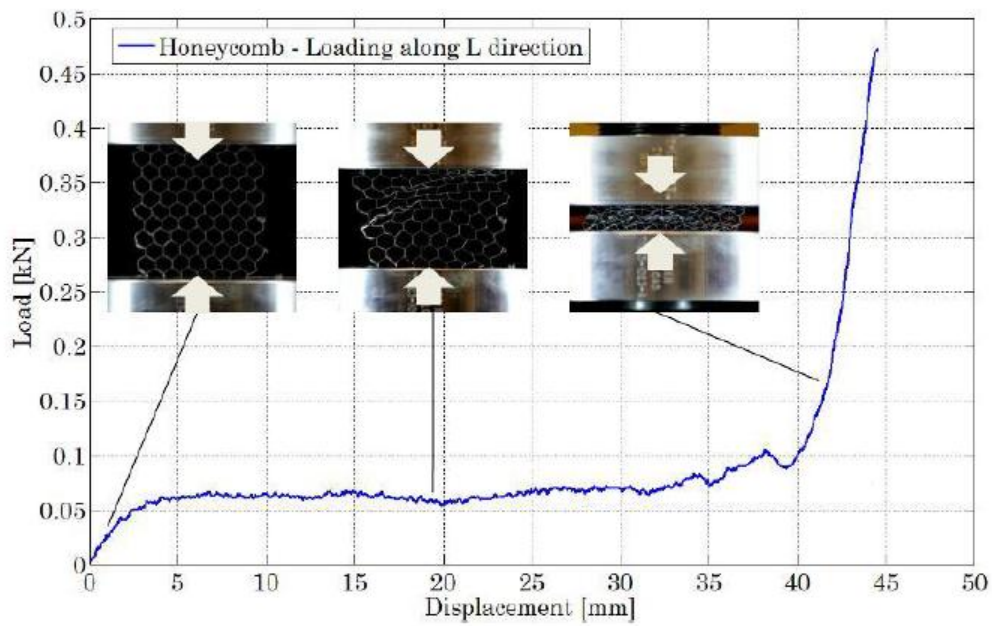


Figura 4.4 Andamento del grafico forza-spostamento per provini in struttura a nido d'ape, compressi in maniera quasi statica lungo la direzione L (Caserta, 2012).

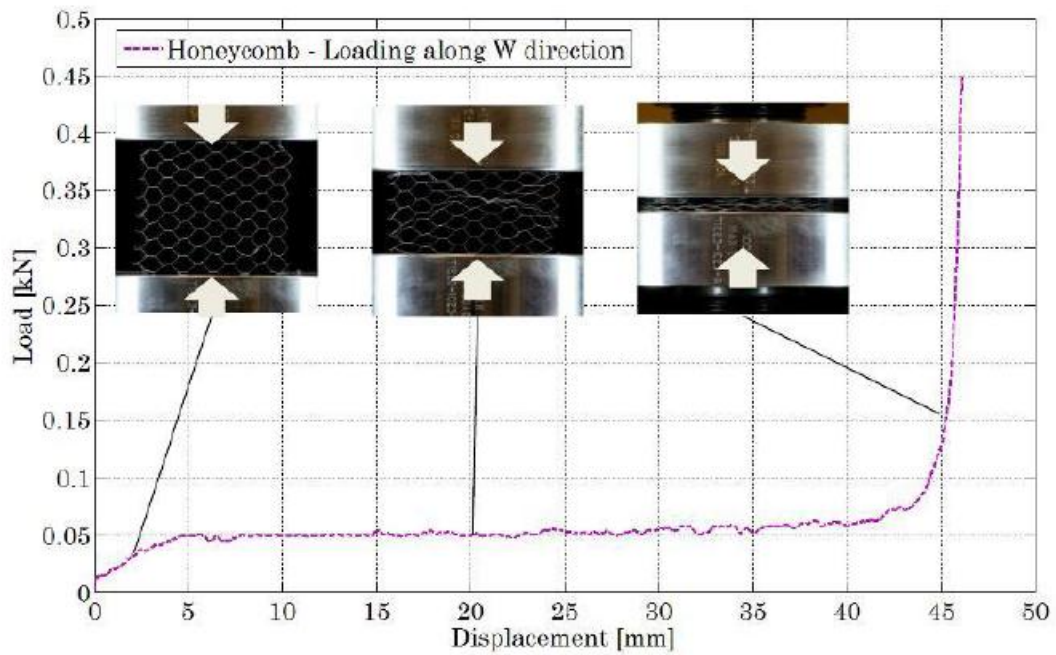


Figura 4.6 Andamento del grafico forza-spostamento per provini in struttura a nido d'ape, compressi in maniera quasi statica lungo la direzione W (Caserta, 2012).

Anche nei test di compressione lungo le due direzioni L e W l'andamento della curva forza-spostamento richiama le tre fasi principali: deformazione elastica, plateau del

carico con deformazione plastica e densificazione. A differenza di quanto accade durante la compressione lungo l'asse T però non si notano picchi di carico all'inizio della compressione. In entrambi i casi durante la fase di deformazione plastica le prime celle a compattarsi su se stesse sono quelle centrali, per poi trasmettere la deformazione a quelle adiacenti. Nonostante la forma delle curve di carico sia la stessa, quando compressa lungo L la struttura a nido d'ape manifesta una rigidità maggiore del 25% rispetto al test lungo W. Ciò è probabilmente riconducibile al contributo delle celle di spessore doppio, che vengono caricate in verticale durante la sollecitazione lungo L, mentre lungo W risultano disposte perpendicolari al piano (Caserta, 2012). Le strutture a nido d'ape testate, come anticipato dalla letteratura, mostrano anche valori assoluti di rigidità molto maggiori lungo la direzione T rispetto alle altre due, di circa due ordini di grandezza (Zhou e Mayer, 2002; Lamb, 2007). La velocità del carico è stato un altro parametro analizzato durante i test sperimentali. Un aumento sia del picco di carico iniziale (10,5 kN) che del valore medio della fase di plateau (4,3 kN) si riscontra durante il test di impatto rispetto alle sollecitazioni quasi-statiche. La fase di densificazione non viene registrata durante i test da impatto, probabilmente per via del lavoro di dissipazione energetico completato dalla struttura a nido d'ape nel tempo di durata della sollecitazione.

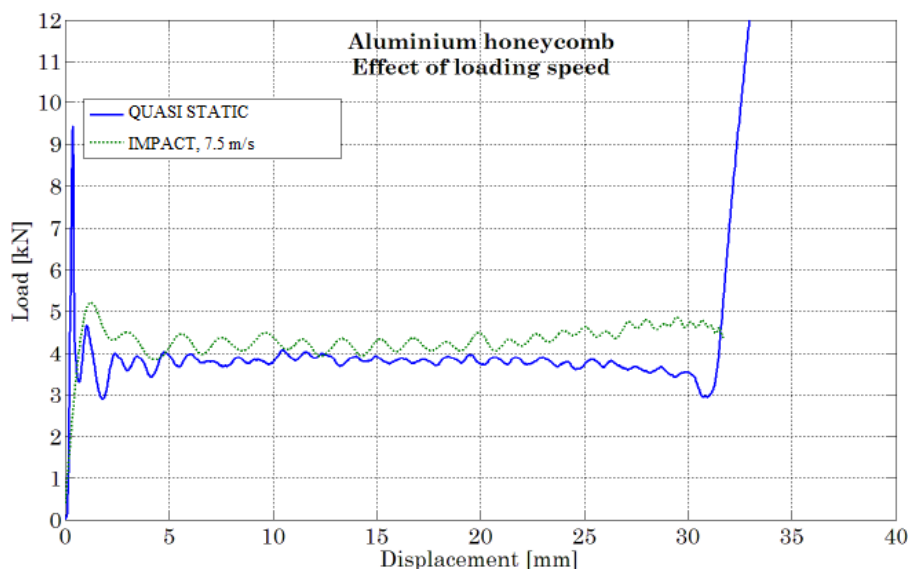


Figura 4.7 Confronto tra carico quasi-statico e dinamico. Da notare che il picco nella fase iniziale elastica dell'impatto non viene rilevato per via dell'applicazione del filtro CFC in fase di post-processing (adattamento da Caserta, 2012).

Tabella 4.1 Proprietà meccaniche del provino in *honeycomb* ricavate dai test sperimentali quasi statici (adattamento da Caserta, 2012).

Proprietà	Media [MPa]
<i>Bare compressive strength</i> , σ_0	3,8
<i>Crush strength</i> lungo T, σ_T	1,58
<i>Crush strength</i> lungo W, σ_W	0,025
<i>Crush strength</i> lungo L, σ_L	0,033
Modulo di Young lungo T, E_T	283
Modulo di Young lungo W, E_W	0,45
Modulo di Young lungo L, E_L	0,65

Tabella 4.2 Proprietà meccaniche del provino in *honeycomb* ricavate dai test sperimentali dinamici (adattamento da Caserta, 2012).

Proprietà	Media [MPa]	Deviazione standard	Coefficiente di variazione [%]
<i>Crush strength</i> lungo T, σ_T	1,6	0,11	0,068
Modulo di Young lungo T, E_T	290	9,22	0,031

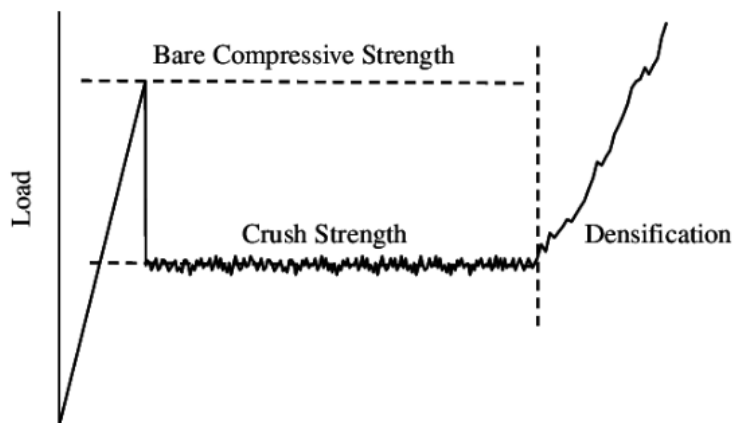


Figura 4.8 Diagramma esplicativo sulla definizione di “*bare compressive strength*” e “*crush strength*” (Ohtman e Barton, 2007).

La quantità di energia assorbita è stata determinata tramite integrazione della curva forza-spostamento ricavata sperimentalmente.

Tabella 4.3 Energia assorbita dai provini in struttura a nido d'ape durante i due tipi di sollecitazione lungo l'asse T (adattamento da Caserta, 2012).

Energia assorbita durante la sollecitazione quasi-statica [J]	Energia assorbita durante l'impatto [J]
115,75	134

5 IL MODELLO FEM

Per modellare il sistema composto dalla pressa e dal provino in *honeycomb* in Abaqus sono state scelte delle geometrie semplici, in modo tale da semplificare le operazioni con Abaqus/CAD. Il sistema *pressa-honeycomb* è stato quindi simulato tramite due superfici piane indeformabili ed una serie di 63 celle formate da prismi aventi la sezione formata da un esagono regolare. Tutta la geometria è stata creata tramite il modulo *part* di Abaqus. Le superfici piane indeformabili che sono andate a formare le due superfici della pressa sono state formate da elementi geometrici 3D del tipo a membrana piano. L'*honeycomb* invece è stato creato disegnando la geometria nel piano e poi estraendo il tutto per l'altezza del provino utilizzato nelle prove sperimentali di Caserta (2012). Le celle sono state disegnate con diametro pari a 6,35 mm e l'altezza dell'*honeycomb* regolata su 40 mm. Tali valori combaciano con quanto riportato nei *report* delle prove sperimentali.

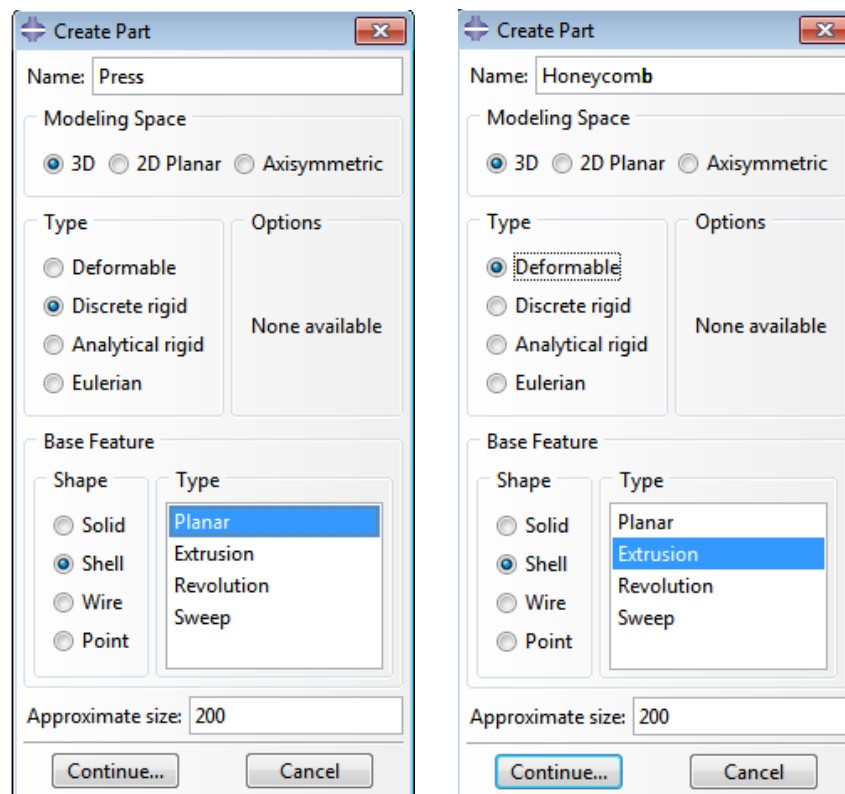


Figura 5.1 Creazione delle parti geometriche della pressa e dell'*honeycomb* in Abaqus.

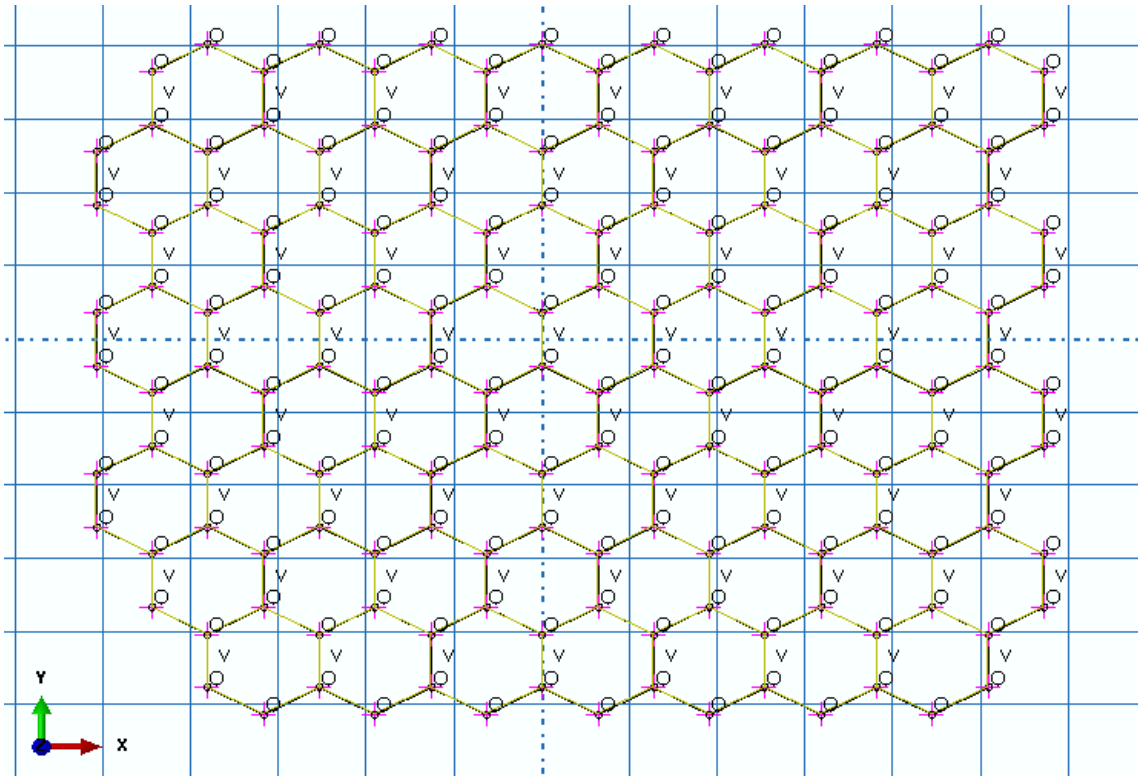


Figura 5.2 Disegno della base dell'*honeycomb*, detta *sketch*.

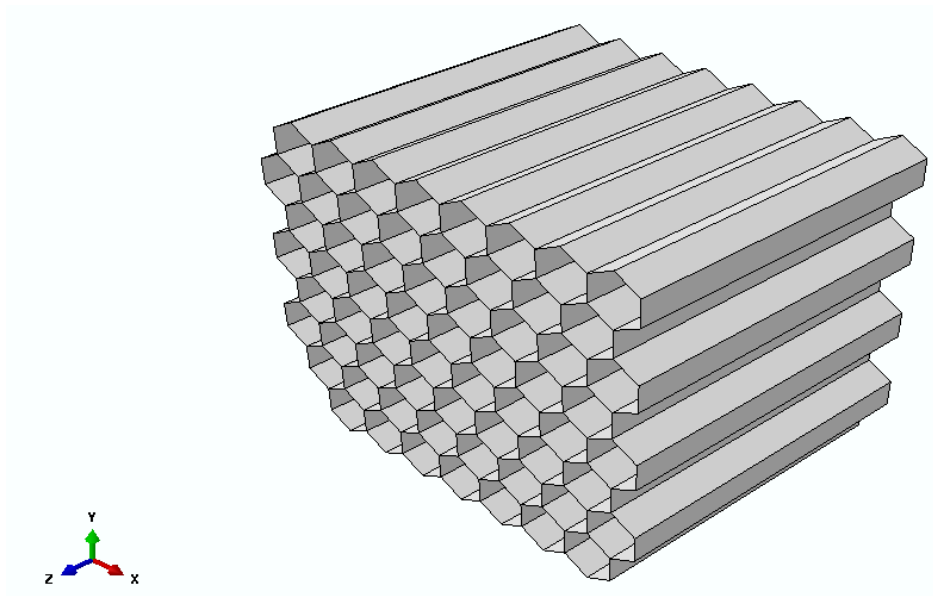


Figura 5.3 *Honeycomb* completo nello spazio tridimensionale virtuale nell'area di lavoro di Abaqus.

Lo spessore delle pareti delle celle è stato inserito nel modulo *properties* di Abaqus, al pari dei dati relativi al materiale costituente l'*honeycomb*. In coerenza con quanto detto precedentemente sono state create due diverse proprietà per le sezioni delle pareti: una con spessore singolo, di 0,07 mm, ed una con spessore doppio per simulare le pareti incollate durante il processo di produzione pari a 0,14 mm.

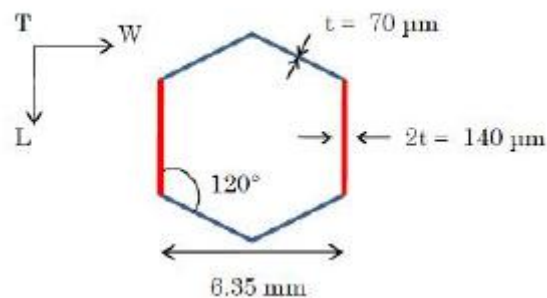


Figura 5.4 Rappresentazione esemplificativa raffigurante l'assegnazione degli spessori alle pareti delle celle: in rosso sono evidenziate le pareti con spessore doppio (Caserta, 2012).

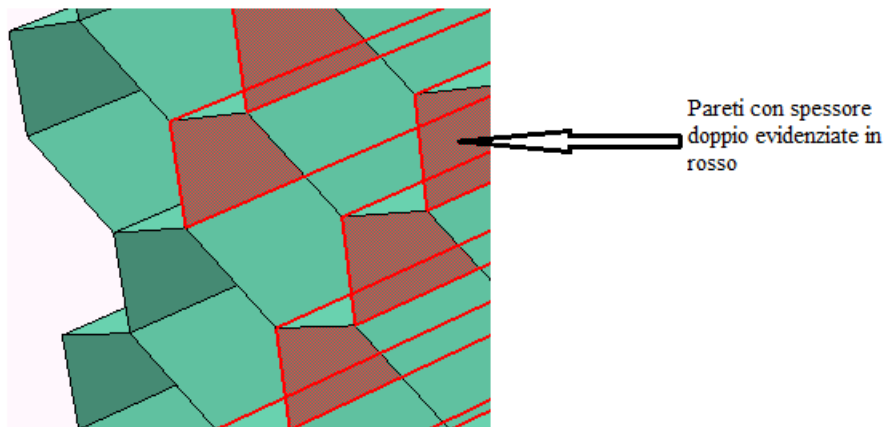


Figura 5.6 Assegnazione dello spessore doppio alle pareti adiacenti, formatosi durante la fase di incollaggio nella fabbricazione del materiale.

Una volta completata la geometria del modello si è definito il materiale con il quale è composto l'*honeycomb*. In aderenza a quanto utilizzato nelle prove sperimentali da

Caserta (2012) il materiale utilizzato è l'alluminio denominato Al 3003 H18. Tale lega di alluminio (Al) presenta come maggiore sostanza alligante il manganese (Mn). La denominazione chimica è AlMn1Cu ed H indica il trattamento di incrudimento a freddo.

Tabella 5.1 Elementi presenti in lega. Le percentuali sono in peso totale, mentre gli intervalli rappresentano le forcelle ammesse dagli standard applicabili (www.makeitfrom.com).

Alluminio (Al)	96,8 ÷ 99 %
Manganese (Mn)	1 ÷ 1,5 %
Ferro (Fe)	0 ÷ 0,7 %
Silicio (Si)	0 ÷ 0,6 %
Rame (Cu)	0,05 ÷ 0,2%
Zinco (Zn)	0 ÷ 0,1 %
Altri elementi	0 ÷ 0,15 %

Tabella 5.2 Proprietà meccaniche principali della lega di alluminio Al 3003 H18 (www.makeitfrom.com).

Densità	2800 kg/m ³
Modulo di Young	70 GPa
Modulo di elasticità tangenziale	26 GPa
Coefficiente di Poisson	0,33
Tensione di snervamento nominale	180 MPa
Tensione di rottura (UTS) nominale	210 MPa
Tensione di resistenza a taglio	110 MPa

A tali valori nominali è stata aggiunta la tensione di snervamento (*yield stress*) ricavata dalla curva tensione-deformazione vera ed ingegneristica.

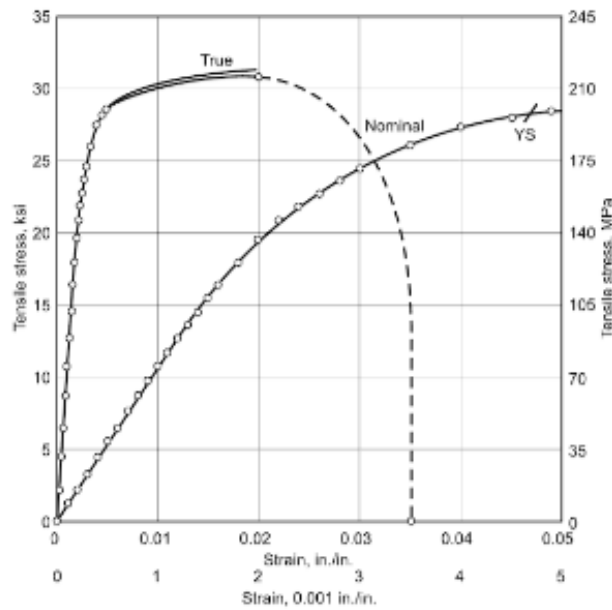


Figura 5.7 Curve tensione-deformazione vera ed ingegneristica per l'Al 3003 H18
(Atlas of stress-strain curves, 2002)

Partendo dai valori indicati dalle curve sopramenzionate si è quindi calcolata la tensione vera di snervamento e la deformazione plastica, utilizzando le seguenti relazioni:

- tensione vera (*true stress*):

$$\sigma_T = \frac{\sigma_T'}{(1 - \nu' \varepsilon_T')^2}$$

- deformazione vera (*true strain*):

$$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon_T')$$

- deformazione plastica vera (*true plastic strain*):

$$\varepsilon_T^P = \varepsilon_T - \ln\left(1 + \frac{\sigma_T}{E}\right)$$

dove:

- σ_T' è la tensione nominale;
- σ_T è la tensione vera;
- ε_T' è la deformazione nominale;
- ε_T è la deformazione vera;
- E è il modulo elastico (o di Young);
- ε_T^P è la deformazione plastica vera.

Dai calcoli quindi risulta una tensione vera di snervamento pari a 182,4 MPa, alla quale corrisponde una deformazione plastica (*plastic strain*) pari a 0. La modellazione perfettamente plastica è la più semplice ma non per questo vuol dire che generi risultati poco precisi.

Tabella 5.3 Valori di tensione e deformazione veri utilizzati per definire il comportamento perfettamente plastico dell'alluminio utilizzato nella deformazione, calcolati dalle curve tensione-deformazione.

<i>Yield stress</i>	<i>Plastic strain</i>
182,4 MPa	0

Le caratteristiche del materiale sono state inserite nel modulo *properties* di Abaqus, definendo quindi la densità, il comportamento lineare elastico e la fase plastica come perfettamente plastica.

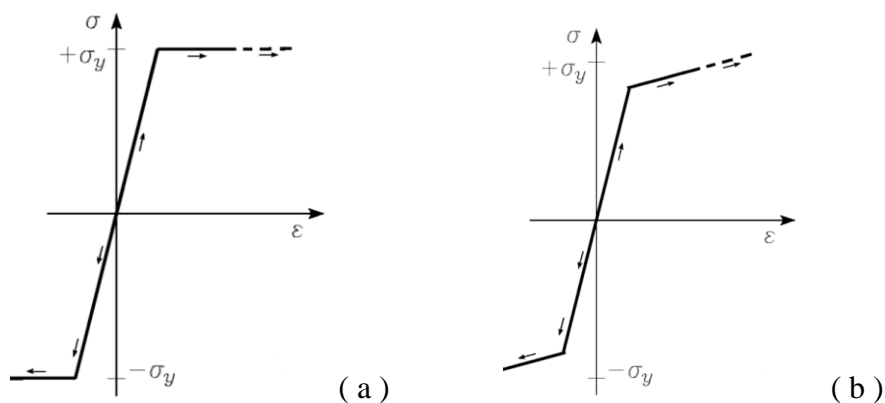


Figura 5.8 Modelli elasto-plastici: lineare elastico-perfettamente plastico (a) e lineare elastico-plastico incrudente (b).

Volendo approfondire l'aderenza del comportamento del materiale con quello reale sono stati sviluppati due altri modelli costitutivi, peraltro facilmente inseribili in Abaqus: il modello plastico incrudente ed un modello plastico incrudente con l'aggiunta di un criterio di danneggiamento del materiale quale l'FLD (*forming limit diagram*).

Tabella 5.4 Tensioni reali e deformazioni plastiche dell'alluminio Al 3003 H18 per la simulazione di un materiale plastico incrudente.

N°	Yield stress [MPa]	Plastic strain
1	182,4	0
2	193	0.005
3	206	0.01
4	213	0.015
5	214	0.02

I valori ricavati dalla curva tensione-deformazione vera per il modello plastico incrudente vengono inseriti in maniera tabulare nel modulo del materiale. I valori della curva FLD sono stati più difficili da reperire, in quanto dispersi in letteratura.

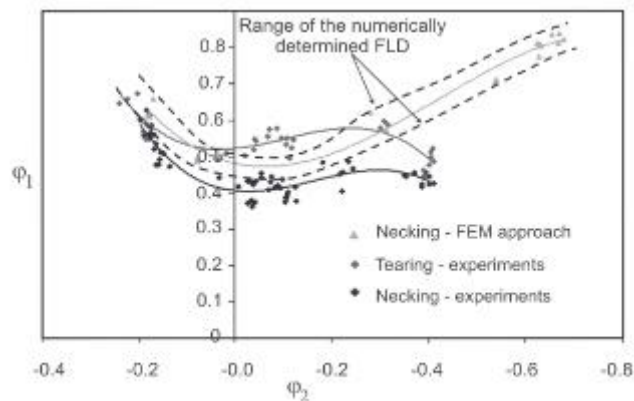


Figura 5.9 *Forming limit diagram* per la lega di alluminio Al 3003 (Pepelnjak e Kuzman, 2007).

Tabella 5.5 Dati alle deformazioni lungo le due direzioni principali ottenute dal grafico FLD (Pepelnjak e Kuzman, 2007).

N°	<i>Major principal strain</i>	<i>Minor principal strain</i>
1	0,5	-0,4
2	0,45	-0,3
3	0,3	-0,2
4	0,25	-0,1
5	0,2	0
6	0,21	0,1
7	0,22	0,2

Una volta inseriti i valori caratterizzanti la geometria del modello ed il materiale dell'*honeycomb* si è passati all'assemblaggio del sistema. L'*honeycomb* è stato direttamente posto a contatto con la base della pressa, ma senza vincolarlo, in maniera tale che durante lo schiacciamento le pareti siano libere di scivolare sulla superficie, simulando l'allargamento dello stesso. La parte mobile della pressa è stata posta a contatto con l'*honeycomb* sia nelle simulazioni quasi statiche che in quelle dinamiche. Entrambe le estremità della pressa sono state associate ad un *reference point*, un punto virtuale posizionato centralmente alle medesime. Lo scopo di tale *feature* geometrica è quello di poter associare le piastre ai vincoli che le governano durante la simulazione. Inoltre nel *reference point* della piastra mobile è stato associato un *set point*, ovvero elemento nodale dal quale a fine simulazione sono stati scaricati tutti i dati relativi alle simulazioni. Le piastre sono state associate in maniera rigida ai *reference point* tramite il comando *rigid body* nel modulo *interaction*. Tale operazione si è resa necessaria per rendere le due entità geometriche un solo corpo solidale, presupposto fondamentale per l'applicazione dei carichi durante le simulazioni.

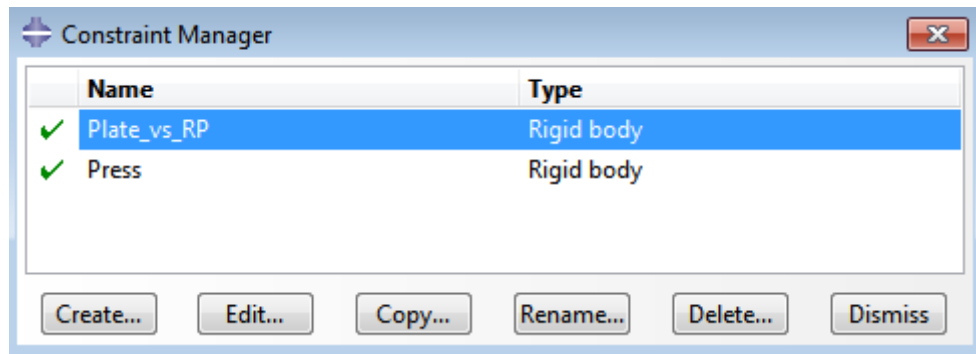


Figura 5.10 Collegamento tra le piastre della pressa ed i *reference point*.

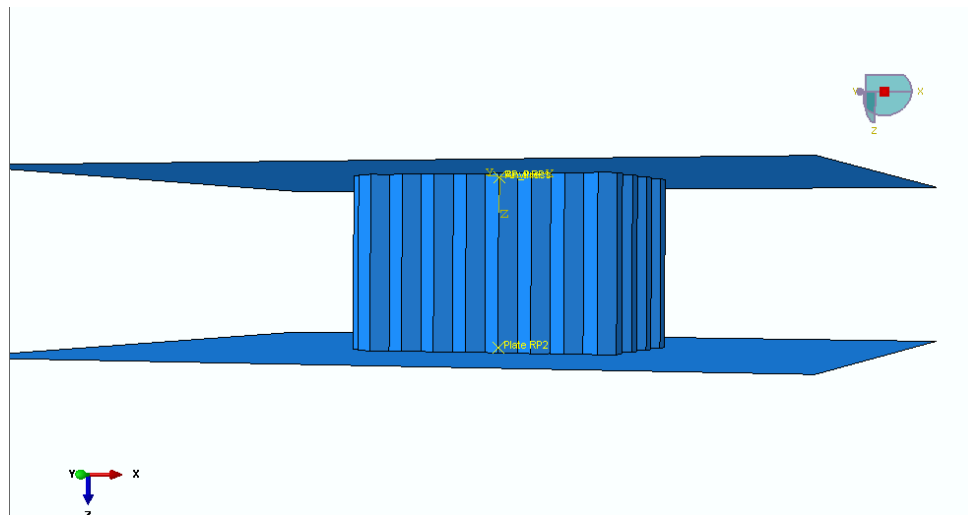


Figura 5.11 *Assembly* del sistema pressa piú *honeycomb*. Da notare in giallo i *reference point* associati alle piastre.

La definizione dello *step* è fondamentale per decidere il tipo di analisi che deve eseguire Abaqus. Nel caso in oggetto sono state eseguite sia per il carico dinamico che per quello quasi statico analisi *dynamic explicit*. Tale scelta è stata la più conveniente per la semplicità di utilizzo, la possibilità di variare le velocità di impatto tra varie simulazioni e la capacità di gestire grandi deformazioni e rotazioni. L'unica accortezza, necessaria per adeguarsi alla potenza di calcolo, è stata l'utilizzo dell'opzione *mass scaling factor* per l'analisi del carico quasi statico. L'utilizzo di un fattore di scala che va ad aumentare

la densità del materiale sollecitato va però impiegato solo nelle analisi con bassa *sensitivity* agli effetti inerziali. Per questo motivo non ha avuto senso applicarlo alle analisi dinamiche. Le condizioni al contorno sono state definite nel modulo *loads*, semplicemente inserendo i vincoli che agiscono sui *reference point* precedentemente creati ed associati al modello. L'*honeycomb* posizionato fra le due piastre non è stato vincolato a nessun punto, lasciandolo libero di muoversi. La decisione è ricaduta sull'opzione *general contact*, alla quale è stato possibile associare due tipologie di contatti: con e senza attrito. Il primo set di analisi non include gli effetti dell'attrito. L'attrito è stato definito inserendo un valore di coefficiente d'attrito pari a 0,2. Tale valore non è stato scelto a caso ma ricalca quanto consigliato nell'Abaqus User's Manual. Tale parametro influenza il comportamento tangenziale, indicato come *tangential behaviour* in Abaqus, delle superfici in contatto tra loro.

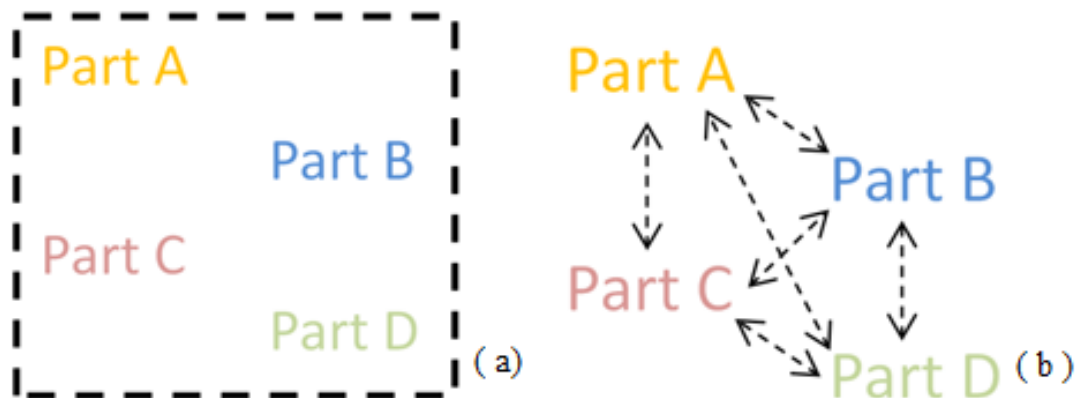


Figura 5.12 Rappresentazione logica della condizione di *general contact* in Abaqus. Come si può notare tutti gli oggetti facenti parete del sistema sono in contatto tra loro.

Ritornando ai vincoli imposti alle piastre sono stati così ripartiti: un incastro alla base inferiore ed una guida con unico grado di libertà la traslazione lungo z per la piastra mobile superiore. La definizione della velocità è stata ottenuta dai dati forniti sempre dalle prove sperimentali. Per le simulazioni dinamiche è bastato utilizzare la velocità reale alle quale è stato sottoposto il provino, ovvero 7,5 m/s. Per le simulazioni quasi statiche invece la velocità è stata aumentata, passando da 2 mm/min (velocità di applicazione del carico utilizzata nei test in laboratorio) a 50 mm/min. Tale modifica non comporta sostanziali variazioni sui risultati delle simulazioni, come anche dimostrato da altri autori (Caserta, 2012).

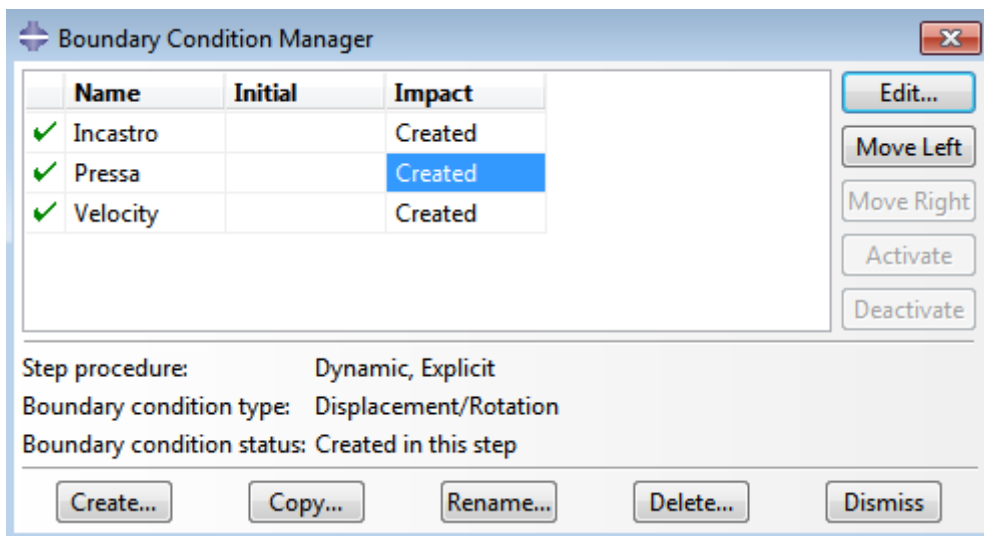


Figura 5.13 Definizione dei vincoli associati ai *reference point*.

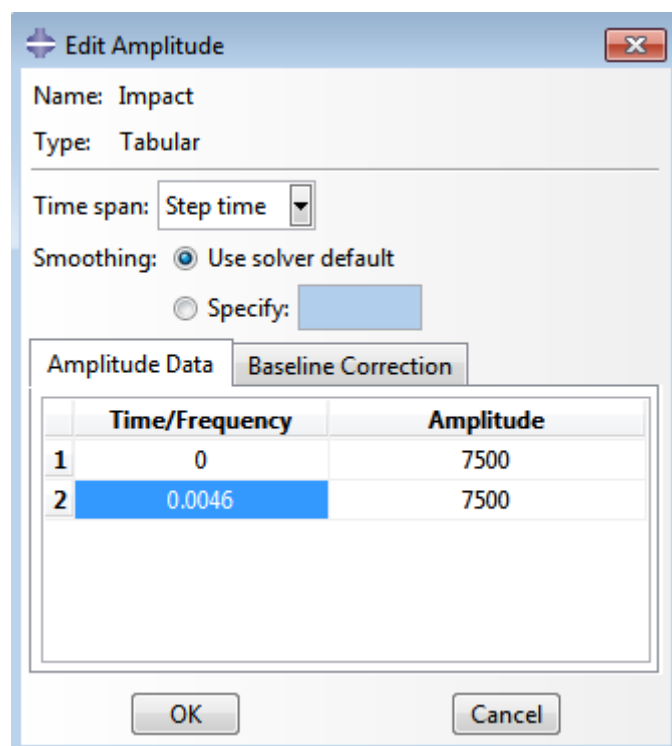


Figura 5.14 Editor per l'inserimento tabulare del campo delle velocità.

La durata dello *step* è stata calcolata semplicemente dividendo lo spazio che è stato deciso far percorrere dalla pressa in funzione della velocità scelta in precedenza. La

distanza percorsa dalla pressa è stata scelta in base ai grafici forza-spostamento ricavati dalle prove sperimentali, facendola coincidere con la deformazione necessaria a raggiungere la fase di densificazione. La generazione della *mesh* è stato l'ultimo atto della creazione del modello FEM. Lo stesso software Abaqus non lascia molte possibilità di scelta sul tipo di elementi da utilizzare, in quanto una volta optato per una tipologia di geometria, in questo caso di tipo *shell*, ha messo disposizione per l'utente standard gli elementi S4R. Sono elementi a quattro nodi, ideali per simulare piastre o membrane con elevate deformazioni fuori dal piano, come nel caso delle deformazioni elevate ottenute per strutture con parete sottile del caso in oggetto.

6 SIMULAZIONI

Le simulazioni svolte con Abaqus sono state organizzate con lo scopo di indagare la sensibilità del modello verso diversi parametri dello stesso come la dimensione media degli elementi della *mesh*, la considerazione dell'attrito nel modello ed il modello costitutivo del materiale. Per le simulazioni più significative sono state svolte ulteriori analisi prendendo in considerazione l'orientazione del carico (lungo T, W ed L) e la velocità di applicazione dello stesso. Per indagare ulteriormente il comportamento del modello quando soggetto a carico di compressione agente lungo T sono state svolte delle simulazioni con un modello di *honeycomb* composto da un numero inferiore di celle, in modo tale da ridurre il costo computazionale.

6.1 COMPRESSIONE AGENTE IN DIREZIONE ORTOGONALE AL PIANO MEDIO

6.1.1 ANALISI DELLA SENSIBILITÀ DEI RISULTATI ALLA DIMENSIONE MEDIA DEGLI ELEMENTI

La prima simulazione è stata orientata a valutare l'influenza della densità della *mesh*, in modo tale da determinare la quantità di elementi necessaria per modellare in maniera realistica il sistema. Per semplicità di calcolo è stato scelto il caso relativo alle prove dinamiche, in quanto la durata dello *step* di 0,0047 s ha permesso di utilizzare simulazioni con un tempo di calcolo ridotto rispetto a quelle quasi statiche. Inoltre il caso dinamico è spesso di interesse maggiore per le sue implicazioni tecnologiche. Come si può notare confrontando i risultati delle simulazioni con i dati sperimentali, l'andamento rispecchia il comportamento che ci si aspetta da un materiale cellulare: incremento della tensione, fase di *plateau* e densificazione.. Una notevole differenza si riscontra tra i valori assoluti delle forze in gioco. Nel modello presentato in questo lavoro i carichi necessari a deformare il provino risultano più elevati di quelli reali. La simulazione è probabilmente influenzata negativamente da un numero non adeguato di elementi, compromesso però necessario per adeguarsi ai mezzi disponibili. Infatti si può notare che all'aumentare del numero di elementi della *mesh* non solo i valori della fase di *plateau* si avvicinano di più a quelli reali, ma anche la curva assume una forma più costante nella fase adibita all'assorbimento dell'energia (*crushing*). Nella simulazione con il numero più basso di elementi, 2847, la curva presenta una fase elastica lineare di

crescita del carico, ma poi è praticamente assente la parte dove dovrebbe scendere in maniera brusca, ovvero la zona di *softening*. La curva prosegue, con una leggera gobba verso l'alto, nella fase di *plateau*, senza delineare una chiara zona di confine tra le due aree. Se si confrontano i valori di queste prime due aree del grafico con quelli ottenuti sperimentalmente da Caserta si può notare come siano notevolmente differenti. Nella fase elastica, se si considera il valore massimo ottenuto durante la simulazione, ovvero 15384 N, si nota come è più del doppio rispetto ai 6000 N delle prove sperimentali. Anche nel caso si consideri attendibile il valore di 9,5 kN della prova quasi statica per via dell'applicazione del filtro digitale CFC 1000 (*channel frequency class*) nel test dinamico, la discrepanza resta notevole. La fase di densificazione inizia in maniera molto graduale, con una pendenza di circa 30°. Rispetto al grafico sperimentale pure in questo caso la differenza è notevole e non soddisfacente. Gli unici due aspetti che collimano con la realtà della dinamica della compressione sono la lunghezza della fase elastica e l'esistenza delle fasi di *plateau* e di densificazione, anche se quest'ultima si presenta con circa 10 mm di anticipo rispetto all'andamento osservato nei test in laboratorio. Un *trend* analogo si ottiene anche per la simulazione con 3504 elementi, la quale si discosta di poco dalla simulazione precedente. Se si guardano le percentuali di scostamento delle due curve rispetto a quella reale si nota come siano praticamente uguali: maggiori di circa il 150 % per il picco elastico, del 220% per la fase di *plateau* e 180% per la densificazione. Triplicare il numero di elementi nelle due simulazioni successive ha portato a discreti miglioramenti. Mentre per il picco elastico i valori sono rimasti pressoché invariati, sui 15 kN e 140% di discrepanza dai valori reali, per la fase di *crushing* e l'inizio della densificazione le cose cambiano. La differenza percentuale per la zona di *plateau* si abbassa al 140% e l'inizio della densificazione si sposta fino ai 26 mm di deformazione. La simulazione con 21681 elementi migliora ancora l'attendibilità dei dati della fase di *crushing*, abbassando l'errore al 100%. Un notevole passo in avanti si ottiene con le due simulazioni con 38544 e 62415 elementi. L'errore sul picco elastico si attesta al 20% circa, mentre raggiunge il 50% per la zona di *plateau* ed il 14% per il massimo della forza ottenuta durante la densificazione. In controtendenza però la forma della curva nella prima fase elastica: il picco elastico, pur mostrando valori più attendibili rispetto ai casi precedenti, non rispecchia l'andamento classico che ci si aspetterebbe.

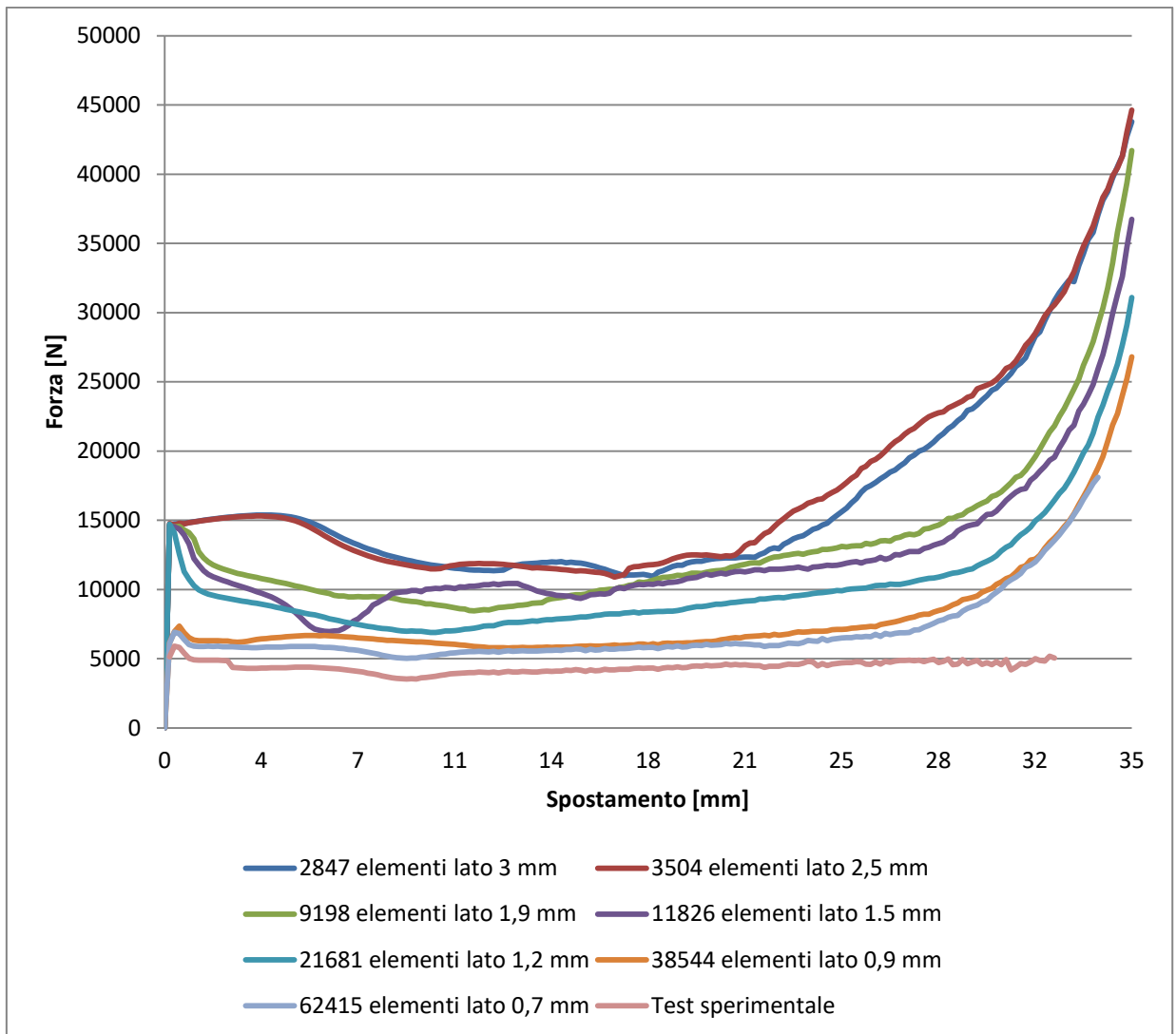


Figura 6.1 Influenza del numero di elementi nella simulazione. Come si può notare all'aumentare del numero di elementi migliora il risultato della simulazione, avvicinandosi sempre più a quello sperimentale. In tutte le simulazioni il materiale è ipotizzato puramente plastico.

Tabella 6.1 Valori chiave del carico nelle fasi principali della compressione dinamica. Si riscontra una notevole differenza da quelli sperimentali, ma all'aumentare del numero di elementi tale divario diminuisce.

Zona del grafico	Test [N]	Numero di elementi S4R utilizzati nella simulazione						
		2847 [N]	3504 [N]	9198 [N]	11826 [N]	21681 [N]	38544 [N]	62415 [N]
Valore di picco fase elastica	6000	15384	15315	14639	14612	14720	7365	6911
Valore medio fase di <i>plateau</i>	3950	12786	12926	10013	10003	8268	6259	5721
Valore di picco densificazione	15800	43792	44620	41699	36744	31086	26802	18116

Tabella 6.2 Percentuali di variazione rispetto ai valori sperimentali.

Zona del grafico e differenza percentuale	Numero di elementi S4R utilizzati nella simulazione						
	2847 [%]	3504 [%]	9198 [%]	11826 [%]	21681 [%]	38544 [%]	62415 [%]
Valore di picco fase elastica	156	155	144	144	145	23	15
Valore medio fase di <i>plateau</i>	223	227	153	153	109	58	44
Valore di picco densificazione	177	182	163	132	96	69	14

Tabella 6.3 Densità di elementi per cella.

Numero di elementi	2847	3504	9198	11826	21681	38544	62415
Numero di elementi per cella	45	57	146	188	344	612	991
Dimensione media del lato dell'elemento S4R [mm]	3	2,5	1,9	1,5	1,2	0,9	0,7

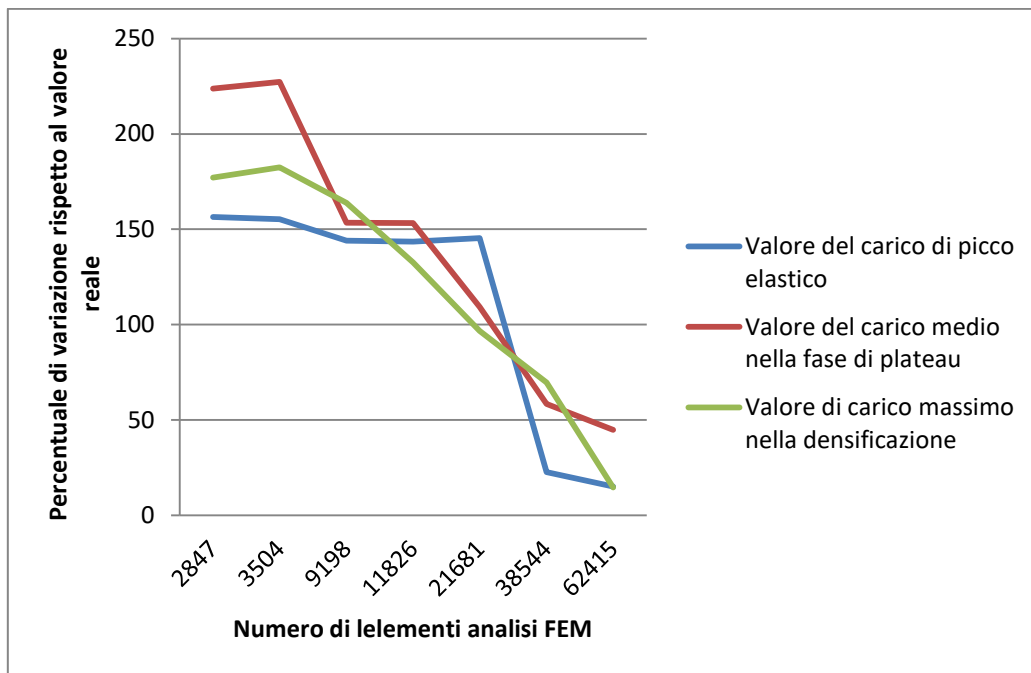


Figura 6.2 Variazione della precisione di risultati dell'analisi FEM rispetto ai valori sperimentali, seguendo la densità della *mesh*.

Dal grafico precedente si può notare come la fase elastica sia la meno influenzata dalla densità della *mesh*. Si potrebbe associare tale risultato al fatto che le pareti delle celle non si deformano in maniera rilevante a causa del *buckling* elastico. In tale situazione gli elementi non devono seguire rotazioni importanti come nella fase di *crushing*, nella quale si formano pieghe di 180° tra le pareti (*plastic hinges*). Aumentando la densità della *mesh* il valore medio del carico rilevato nella fase di *plateau* varia in maniera abbastanza lineare e decrescente. Un'ulteriore analisi dell'influenza del numero di elementi è stata implementata solamente sulla parte iniziale della compressione. Infatti, essendo appurato dalle simulazioni precedenti che la zona di *plateau* rimane costante, si è voluto ridurre i tempi di simulazione concentrandosi sul picco elastico e l'inizio della fase di *crushing*. Dai risultati numerici si può notare come all'aumentare del numero di elementi migliora in valore assoluto l'attendibilità del risultato rispetto ai valori sperimentali, ma con un incremento più blando. Inoltre il picco elastico trasla leggermente in avanti, manifestandosi intorno ai 2 mm. Si può dare una spiegazione a ciò con una sorta di pre-compressione di assestamento, dopo la quale il materiale ricomincia a presentare l'andamento dei modelli con meno elementi.

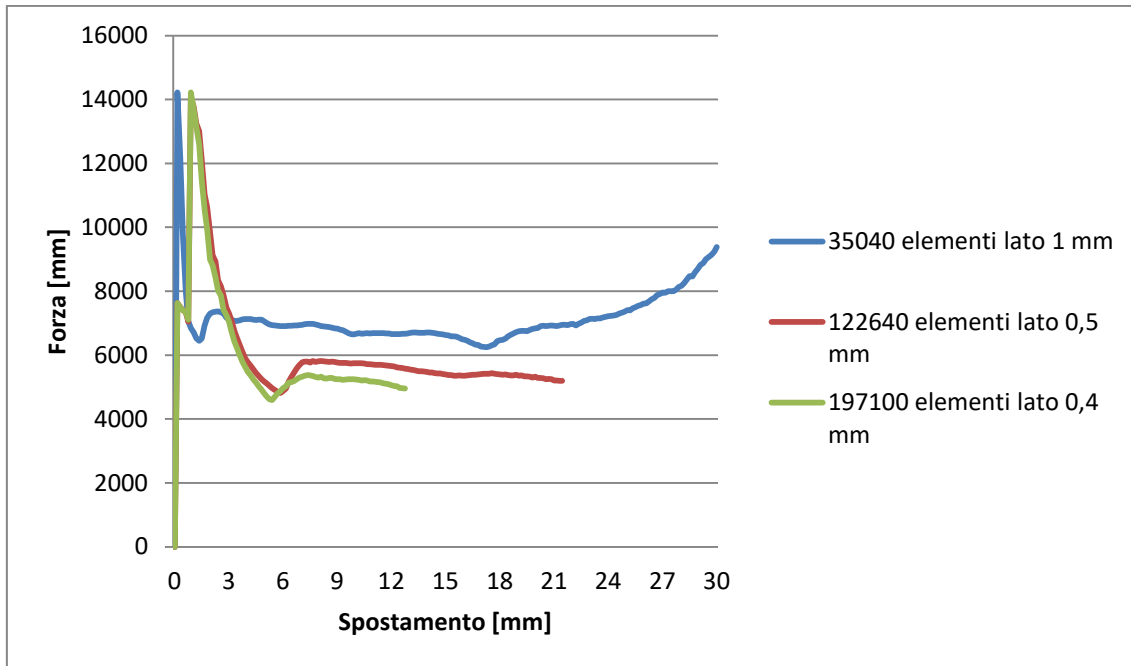


Figura 6.3 Influenza della densità della *mesh* sui risultati numerici per la simulazione di un carico dinamico di compressione. Nelle simulazioni in figura è stato considerato anche l’attrito perché aumentando il numero degli elementi la precisione migliora, e quindi si è voluto considerare una proprietà importante per la coerenza del modello con la realtà. In questo caso si è cercato di avvicinarsi il più possibile con i mezzi a disposizione per le simulazioni ai valori riscontrati nei test sperimentali. Per le *mesh* da 122640 elementi (dimensione del lato elemento S4R 0,5 mm) e 197100 (lato 0,4 mm) le simulazioni sono state interrotte al raggiungimento della fase di *plateau*, in quanto la simulazione diventava troppo onerosa per i mezzi a disposizione. Il raggiungimento della fase di *plateau* è già di per se un buon indicatore sull’attendibilità dei valori della curva, in quanto come si è visto nelle analisi precedenti il valore medio della forza si mantiene costante.

6.1.2 INFLUENZA DEL MODELLO COSTITUTIVO DEL MATERIALE

Il software Abaqus offre svariate tipologie di criteri idonei a simulare il materiale durante la deformazione. Nelle seguenti simulazioni si è quindi voluto valutare l’influenza del modello costitutivo adottato per il materiale, scegliendo per ragioni di efficienza computazionale una *mesh* con 11826 elementi S4R (con dimensione massima

di 1,5 mm). Con tale configurazione sono stati confrontati due modelli identici tranne che per le proprietà del materiale (sempre Al 3003 H18). I dati del materiale sono stati inseriti nel modulo *properties* di Abaqus in forma tabulare. I casi analizzati variando il comportamento plastico del materiale sono relativi a carichi dinamici, con durata del test simulata di 0,0047 s.

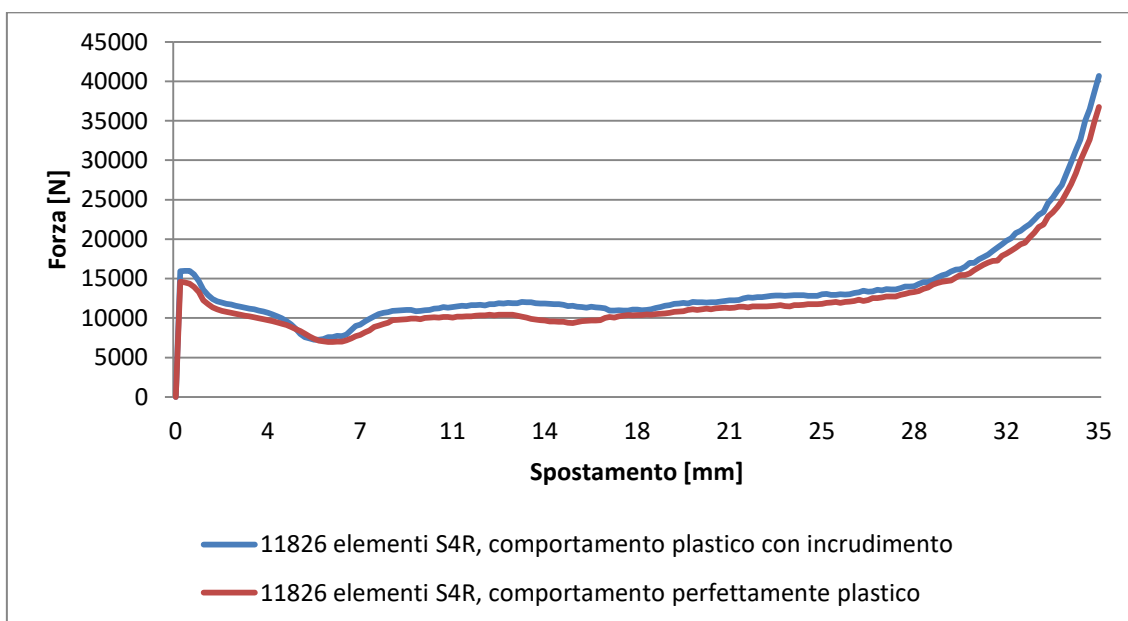


Figura 6.4 Influenza del comportamento del materiale nella simulazione: un materiale incrudente aumenta i valori del carico necessario alla deformazione. Gli elementi della *mesh* hanno dimensione massima pari a 1,5 mm.

La tendenza che si riscontra nelle simulazioni rispecchia quella di una struttura che aumenta la sua resistenza più il materiale tende ad incrudirsi. Tale comportamento è soddisfacente dal punto di vista teorico, ma non genera modifiche positive riguardo la fedeltà della simulazione ai valori ricavati dai test sperimentali, in quanto incrementa i valori delle analisi numeriche rispetto a quanto riportato nei dati sperimentali da Caserta (2012). La curva relativa alla simulazione con l'alluminio perfettamente plastico mostra per tutta la sua lunghezza dei valori più bassi di forza rispetto al corrispettivo plastico incrudente. Le differenze si attestano intorno al 10%. Lo scopo di tale confronto è stato quello di osservare se in alcuni punti della struttura l'incrudimento del materiale potesse portare a fenomeni sinergici tra le pareti delle celle ed avvicinare la curva ai valori ottenuti da Caserta. Oltre che obiettivo mancato si può dire anche che la condizione creata è stata lievemente peggiorativa. Infatti la simulazione con il materiale a

comportamento plastico incrudente ha portata ad un incremento della forza necessaria alla pressa per schiacciare la struttura a nido d'ape, rilevata tramite il nodo centrale *reference point* situato nel centro della piastra superiore.

Tabella 6.4 Incremento dei valori caratteristici registrati del carico tra il modello plastico-incrudente e quello perfettamente plastico.

Tipologia di carico	Perfettamente plastico [N]	Plastico-incrudente [N]	Incremento [%]
Valore massimo di picco elastico	14612,08	15987,46	+ 9,4 %
Valore medio della zona di <i>plateau</i>	10635,72	12157,87	+14,31 %
Valore massimo del carico per la densificazione	36744,32	40699,14	+10,76 %

6.1.3 INFLUENZA DELL'ATTRITO FRA LE SUPERFICI A CONTATTO

Un parametro del quale si è considerata l'influenza nelle simulazioni è la condizione di contatto tra il provino e le superfici della pressa e tra le pareti stesse del provino durante il collasso per *buckling* plastico, specialmente per quanto riguarda i contatti che si formano durante la sovrapposizione delle pieghe (*plastic hinges*). È stata adottata una formulazione generale di contatto (*general contact* nel modulo *interaction*). Il modello in questo caso è stato discretizzato con una *mesh* di 38544 elementi S4R, di dimensione massima 0.9 mm. Per confrontare le due simulazioni è stato variato solamente un parametro: il coefficiente di attrito. Nel primo caso è stato posto uguale a zero (*frictionless*), nel secondo invece è stato adottato un coefficiente di attrito pari a 0,2 (valore standard frequente in letteratura ed indicato anche dal manuale dell'utente di Abaqus).

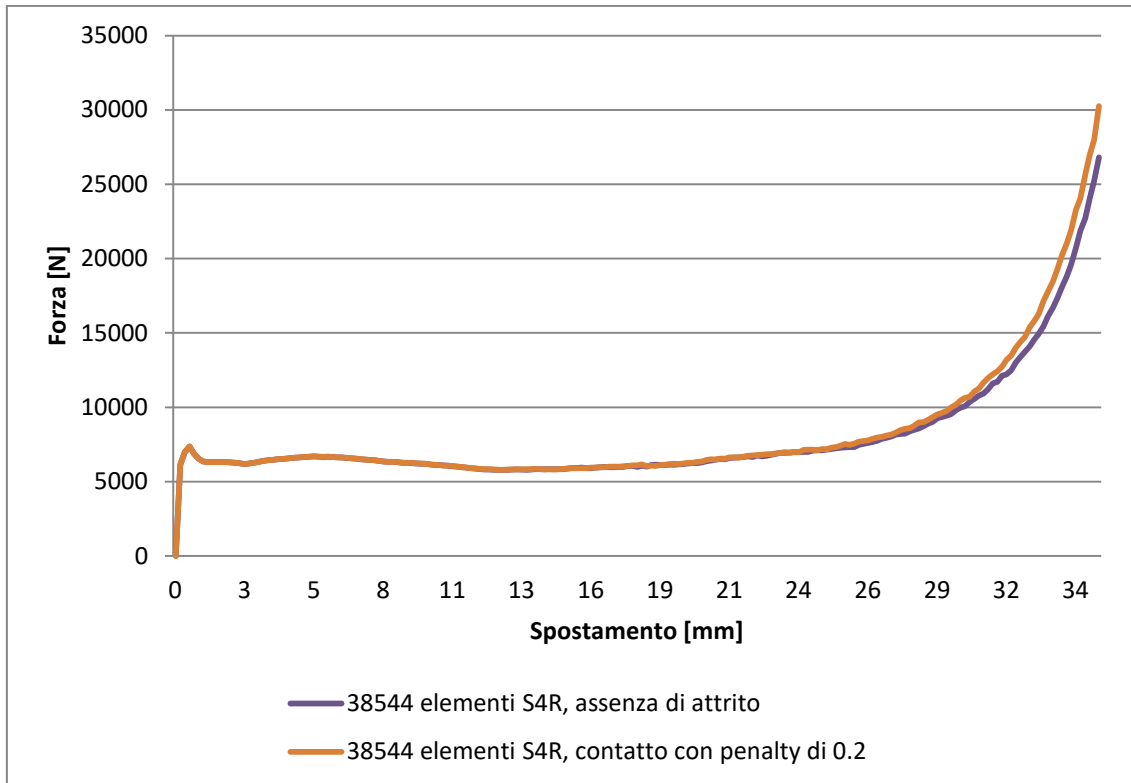


Figura 6.5 Grafico forza-spostamento per simulazioni dinamiche, con velocità di applicazione del carico pari a 7,5 m/s, con e senza la presenza di attrito.

La differenza, come si può notare dal grafico, è quasi irrilevante, con una piccola divergenza di valori nella fase di *plateau* che aumenta progressivamente fino alla densificazione. Tale risultato si può associare ai maggiori contatti che si sviluppano sia tra le pareti delle celle collassate su se stesse che alla maggior superficie del provino schiacciato a contatto con le parti della pressa.

Tabella 6.5 Confronto tra i valori registrati durante le simulazioni per i casi con e senza attrito.

Picco elastico		Media fase di <i>plateau</i>		Picco densificazione	
Senza attrito	Con attrito	Senza attrito	Con attrito	Senza attrito	Con attrito
6974 N	6979 N	6303 N	6321 N	26802 N	30253
///	0 %	///	+ 0,28 %	///	+11,41%

6.1.4 ANTIALIASING E MASS SCALING

Nell'ottica di migliorare i risultati delle simulazioni è stata impiegata anche l'opzione *antialiasing* disponibile durante l'impostazione dell'analisi in Abaqus.

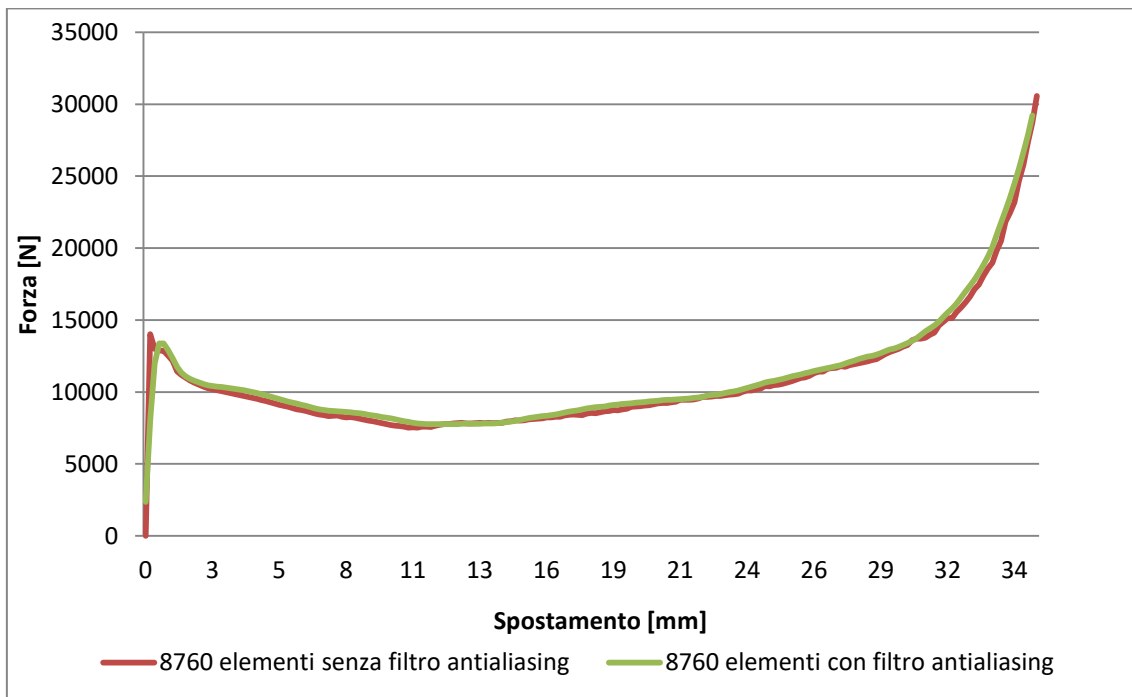


Figura 6.6 Curve forza-spostamento per un numero fissato di elementi ma senza l'applicazione del filtro *antialiasing* nel primo caso e con la sua applicazione nel secondo. Dimensione massima di un singolo elemento S4R pari a 2mm.

I risultati non hanno mostrato sostanziali differenze, se non un leggero abbassamento del picco iniziale di carico in fase elastica (14016 N per la simulazione senza filtro contro 13373 N con filtro *antialiasing*, con una differenza del 4,8%). La fase di *plateau* non mostra variazioni consistenti, in quanto i valori elaborati oscillano attorno ad una media pressoché identica. Stesse considerazioni si possono fare per la fase di densificazione.

6.1.5 INFLUENZA DELLA VELOCITA' DI APPLICAZIONE DEL CARICO

Per analizzare con il metodo FEM la sensibilità delle strutture a nido d'ape alla velocità del carico si è fatto riferimento ai dati disponibili nel lavoro di Caserta (2012). Per la simulazione da impatto la velocità assegnata alle piastre è di 7,5 m/s, mentre nel caso quasi-statico di 0,05 m/s (50 mm/s). Il provino in *honeycomb* è stato modellato con una *mesh* di 35040 elementi S4R distribuiti su una superficie di 32407,44 mm². La dimensione media dell'elemento S4R è di 1 mm per lato. L'andamento è simile a quanto esposto nei risultati di Caserta (2012), dove il grafico presenta un picco elastico iniziale, una rapida fase di alleggerimento del carico (*softening*) ed un'ampia zona di *plateau* nella quale il carico simulato oscilla attorno ad un valor medio di 6919 N. Per simulare carichi quasi statici è stato necessario inserire un fattore di *mass scaling* pari a 10⁶ nel modulo *step* durante la preparazione del modello. Il provino, per permettere un confronto con la deformazione generata da un carico dinamico, è stato discretizzato sempre con la stessa *mesh* (in termini di numero, dimensioni, orientamento e tipologia di elementi). I risultati sono abbastanza vicini ai valori ottenuti per la simulazione dinamica (6859 N di media per la zona di *plateau*, quindi una differenza dello 0,87%). Per il valore di picco elastico rilevato durante l'inizio della compressione dell'*honeycomb* si hanno 14217 N per l'analisi dinamica a fronte di 13432 N per la simulazione quasi statica, che si traducono in una differenza del 5,85%.

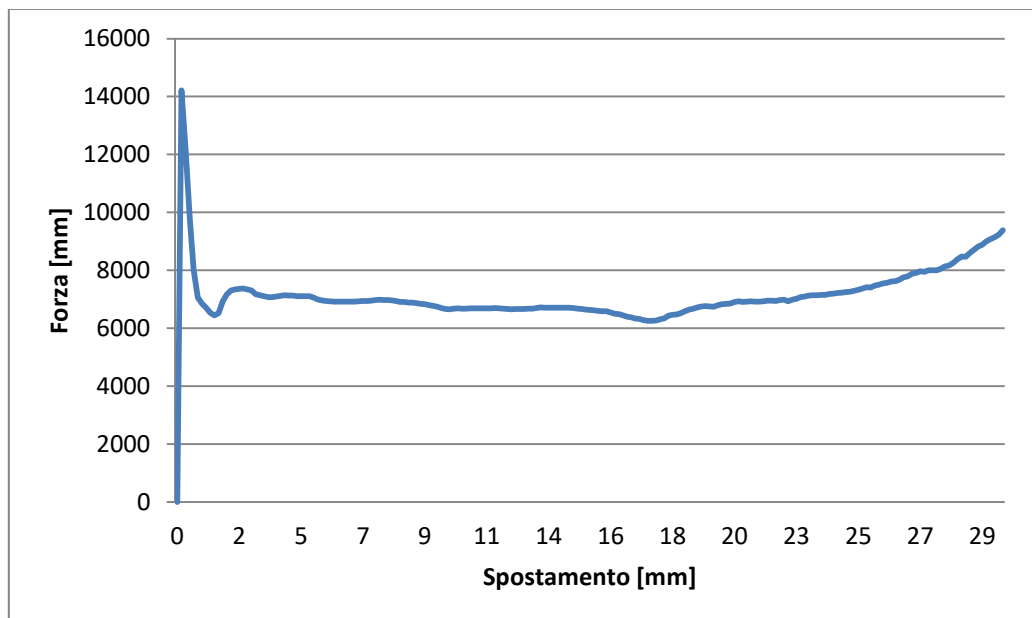


Figura 6.9 Curva forza-spostamento con *mesh* di 35040 elementi per carico dinamico applicato con velocità pari a 7,5 m/s.

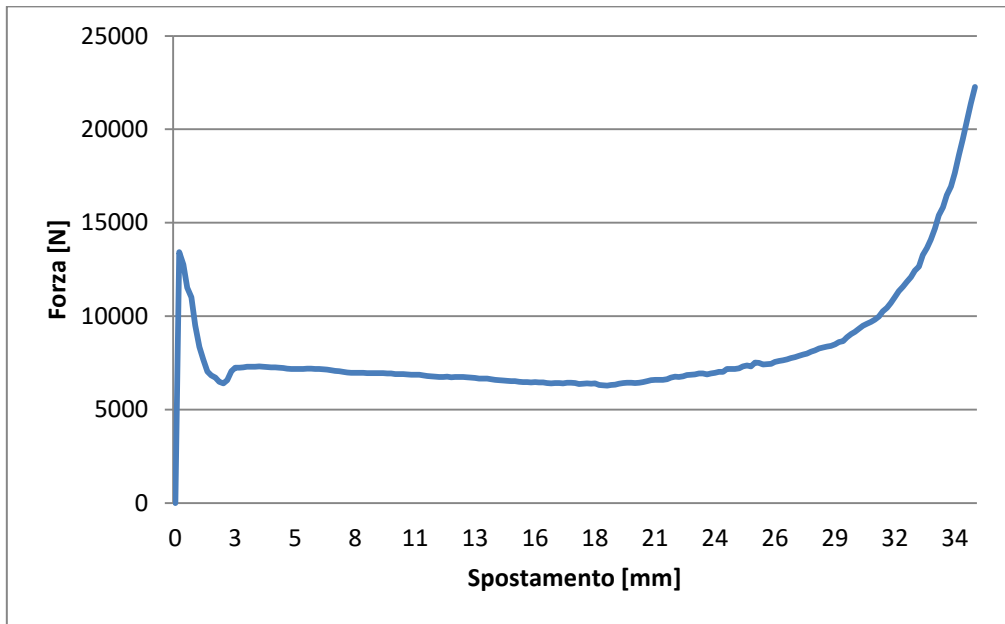


Figura 6.10 Curva forza-spostamento con *mesh* di 35040 elementi per carico quasi statico, velocità di applicaizione pari a 50 mm/min.

Il paragone con i dati sperimentali ottenuti da Caserta sono già stati valutati precedentemente, evidenziando come la potenza di calcolo abbia influenzato la scelta della *mesh*. Nota interessante è osservare come in entrambi i casi sia presente un picco accentuato nella fase elastica, e come questo invece sia assente nei grafici relativi ai dati sperimentali per il carico dinamico. Nel tratto di deformazione elastica l'assenza, nei dati sperimentali, di picchi pronunciati nei valori di forza potrebbe essere legata alle caratteristiche di risposta dinamica della catena di misura. Ne è riprova di ciò in quanto nei dati portati da Ashab (2016) i picchi sono ben presenti e pure ripetuti, per una velocità del carico dinamico di 5 m/s, ovvero 5000 mm/s. Considerazioni energetiche sono state fatte calcolando l'area sottesa alla curva, dalla fase elastica fino all'inizio della densificazione. In entrambi i casi è stato utilizzato il metodo dei trapezi:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b - a) \frac{f(a) + f(b)}{2} .$$

L'area determinata quindi è stata associata in prima ed ultima approssimazione all'energia dissipata dall'*honeycomb* durante la deformazione. Per la simulazione dinamica quindi l'energia assorbita è pari a 213 J, mentre per il caso statico è pari a 283 J. Le simulazioni effettuate sul provino con 63 celle hanno dato risultati abbastanza coerenti dal punto di vista qualitativo con i dati sperimentali di Caserta (2012) ma non dal punto di vista quantitativo. Dai risultati sembra che oltre alla dimensione degli elementi della *mesh* anche il numero di interazioni (contatti) totali del modello influisca sulla forma della curva forza-spostamento. Per questo si è ritenuto utile effettuare delle simulazioni su un numero inferiore di celle, che garantisca un'accuratezza migliore. Le caratteristiche del modello sono rimaste le medesime, ed anche le metodologie di analisi: l'unica cosa variata è stato il numero di celle, passando da 63 a 16.

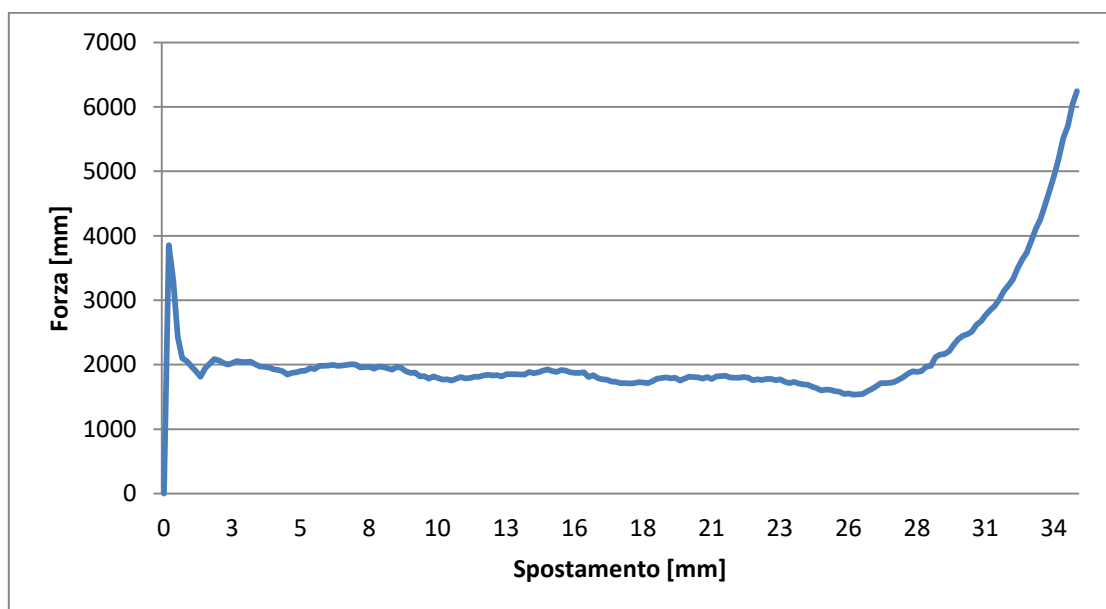


Figura 6.11 Curva forza-spostamento di un'analisi dinamica, con velocità di applicazione del carico di 7,5 m/s. L'*honeycomb* è costituito da 16 celle, modellato con *mesh* di 10080 elementi, dimensione massima del lato dell'elemento S4R pari ad 1 mm.

La curva forza-spostamento ottenuta se confrontata con quanto presente in letteratura presenta un andamento realistico e coerente con il comportamento di una struttura cellulare atta ad assorbire l'energia durante una compressione. Come si può notare la fase di picco elastico è presente ed individuabile in maniera chiara. La forza massima registrata durante la fase lineare elastica, che corrisponde al massimo picco elastico, è pari a 3853 N ed è registrata nella primissima fase della deformazione, pari ad uno

spostamento della pressa di 0,17 mm. La pendenza della curva durante la fase plastica è molto marcata e si attesta su un angolo di circa $89,9^\circ$. Tale caratteristica può essere correlata all'elevata rigidità conferita alla struttura dalle celle quando caricate ortogonalmente al piano medio. Dopo il picco elastico inizia la fase di *softening*, ovvero il cedimento plastico delle pareti degli elementi cellulari. La forza necessaria per comprimere la struttura a nido d'ape si riduce rapidamente fino ad attestarsi al valore medio di 1810 N per tutta la fase di *plateau*, a meno di piccole oscillazioni. Attorno al valore medio appena citato la forza oscilla dai 1534 N fino ai 2046 N, quindi con variazioni massime del 33%. La fase di *plateau* si estende dai 3 mm fino ai 27 mm di compressione. Oltre i 27 mm di compressione inizia la fase di densificazione, nella quale la curva cresce in maniera meno pronunciata rispetto alla pendenza posseduta nella fase elastica. La curva nella fase di densificazione non presenta un andamento lineare ma vagamente parabolico, con valori crescenti di forza man mano che aumenta la compressione. Ciò può essere collegato alla compattazione delle pareti delle celle durante la formazione delle *plastic hinges*. La fase di densificazione è stata prolungata fino ad ottenere una compressione di 34 mm. Tale valore è stato imposto tramite la definizione della velocità della pressa ed il tempo di carico simulato e non rappresenta il momento nel quale la pressa si ferma a causa della superiore resistenza del materiale.

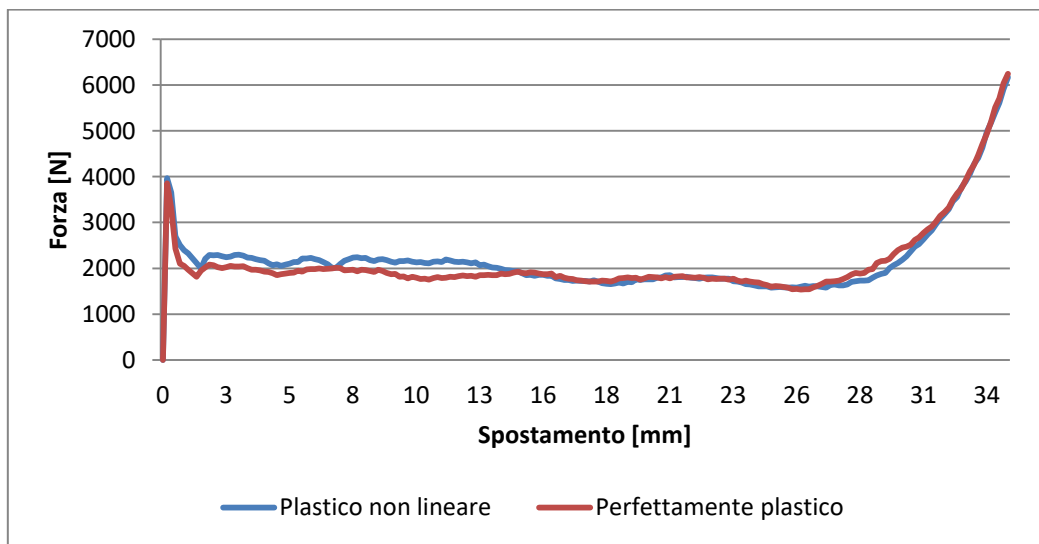


Figura 6.12 Curve forza-spostamento (carico dinamico) ottenute con due criteri differenti di modellizzazione del materiale: materiale perfettamente plastico e plastico-incrudente.

Il passo successivo è stato quello di considerare l'influenza dell'attrito nelle simulazioni. Eliminandolo si ottiene un dato abbastanza singolare: dopo la fase di picco elastico e *softening* la rigidità della struttura cala abbastanza rapidamente. Tale fenomeno, ovviamente non soddisfacente perché poco coerente con i risultati sperimentali, può essere causato dalla mancanza di attrito tra le pareti delle celle. Infatti uno dei comportamenti meccanici peculiari delle strutture a nido d'ape è la piegatura a fisarmonica delle pareti su se stesse, durante la formazione delle *plastic hinges*. In tal caso la sinergia causata dal *buckling* plastico verrebbe a manifestarsi vicino alla zona di densificazione, intorno ai 30 mm di deformazione, dove si nota un aumento della forza esercitata dalla pressa.

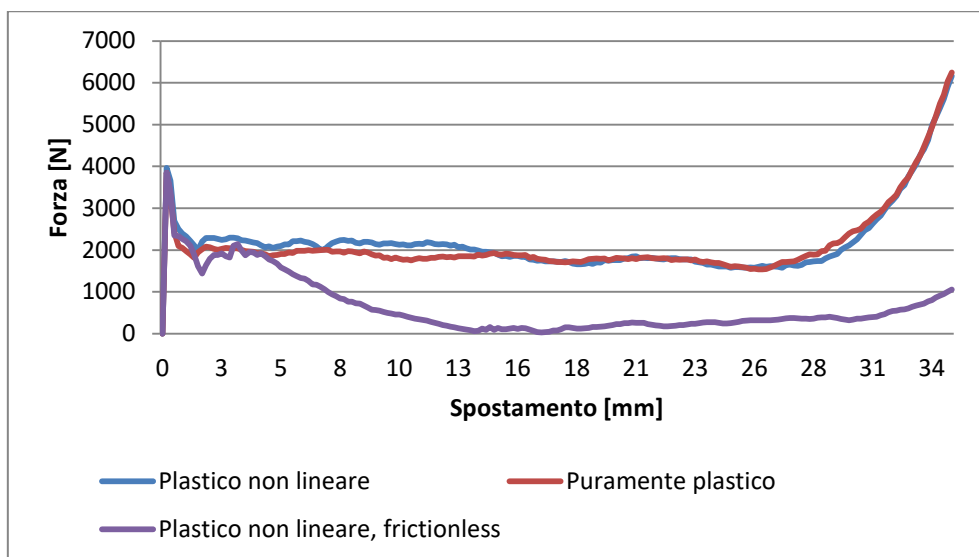


Figura 6.13 Curve forza-spostamento del caso precedente (carico dinamico, *mesh* 10080 elementi, coefficiente d'attrito pari a 0,2) confrontante con una simulazione senza attrito.

Aumentando la densità della *mesh* la curva forza-spostamento mantiene un andamento simile a quello precedente, ma in linea generale con dei valori di forza relativi alla fase di *plateau* più bassi. Il picco elastico è pressoché identico per entrambe le curve, essendo leggermente superiore dell'1,3% per la simulazione con 10080 elementi S4R rispetto a quella con 56700 elementi, con dimensione massima dell'elemento S4R di 0,4 mm (fig. 6.14). La fase di *crushing* o di *plateau*, come si preferisce chiamarla, si estende per lo stesso intervallo in entrambi i casi, dai 3 ai 27 mm di deformazione. La simulazione con 56700 elementi però permette di identificare in maniera migliore

l'inizio della fase di densificazione, facendo intravedere come aumentando la precisione della simulazione la curva si mantenga costante fino ai 30 mm per poi crescere in maniera più ripida. Sempre considerando la fase di *plateau* se si calcola una media del valore della forza necessaria alla deformazione, ovvero quella esercitata dalla pressa, si ottengono 1931 N per la simulazione con 10080 elementi e 1517 N per la simulazione con 56700 elementi, con una differenza del 27%. Tali risultati fanno pensare alla sensibilità della simulazione al numero di elementi, e come una *mesh* fitta possa permettere di ottenere risultati più vicini alla realtà. Una conclusione simile può aprire la strada a molteplici problemi di natura hardware, in quanto un modello con un elevato numero di elementi comporta anche un grosso costo in termini computazionali e quindi di tempo.

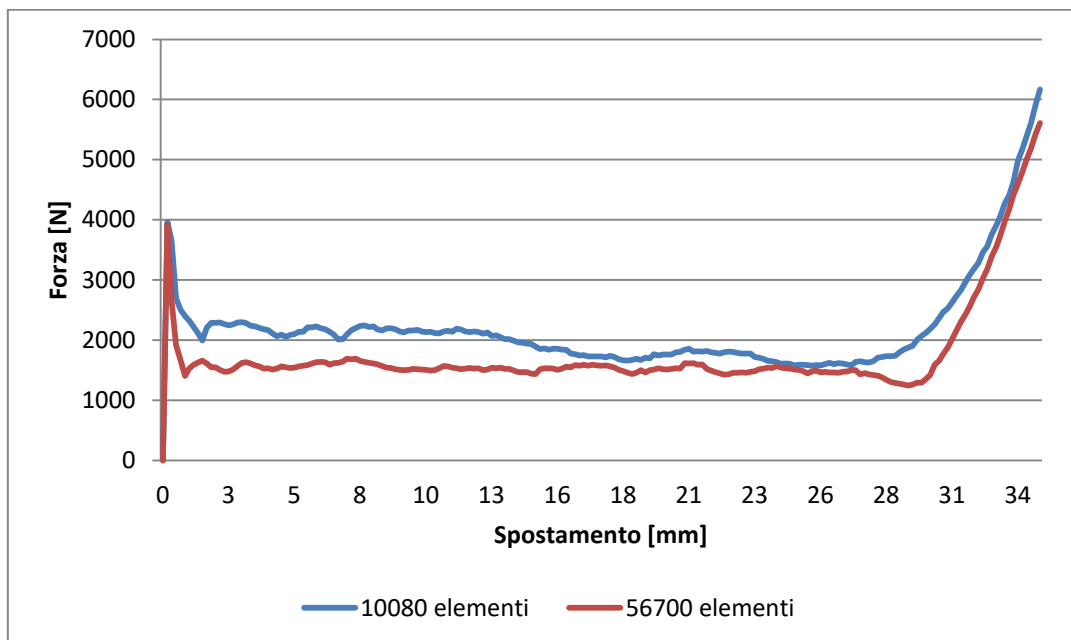


Figura 6.13 Curve forza-spostamento per due diverse densità di mesh.

Nella fase finale di questo lavoro preliminare eseguito su un numero di celle ridotto si è andati ad esaminare l'influenza della velocità del carico sulla risposta meccanica della struttura a nido d'ape.

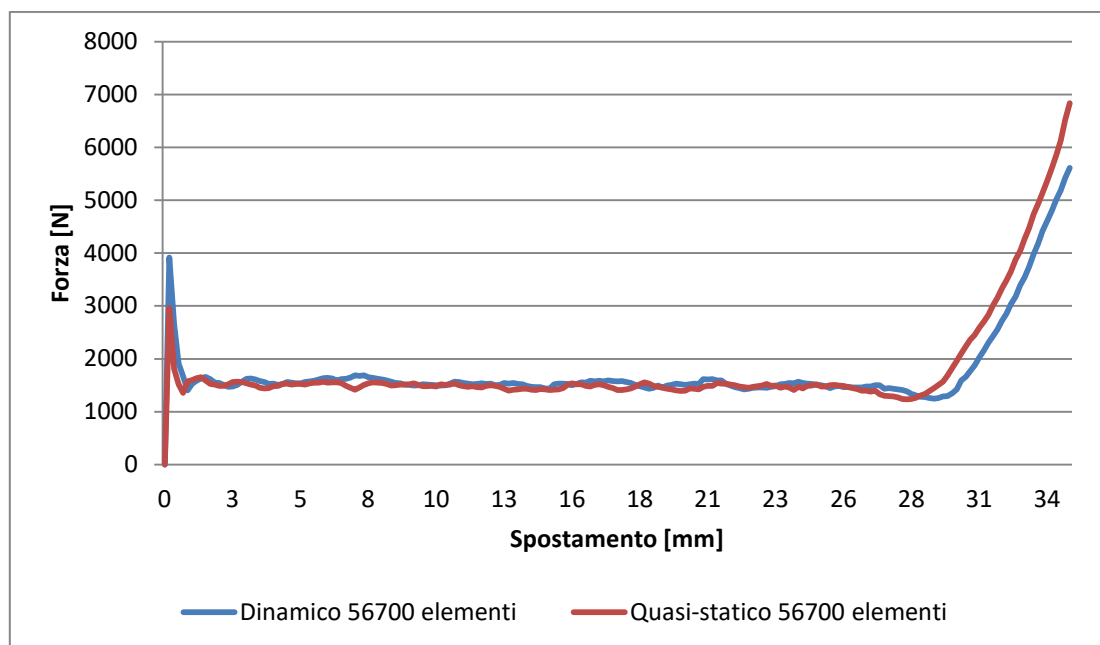
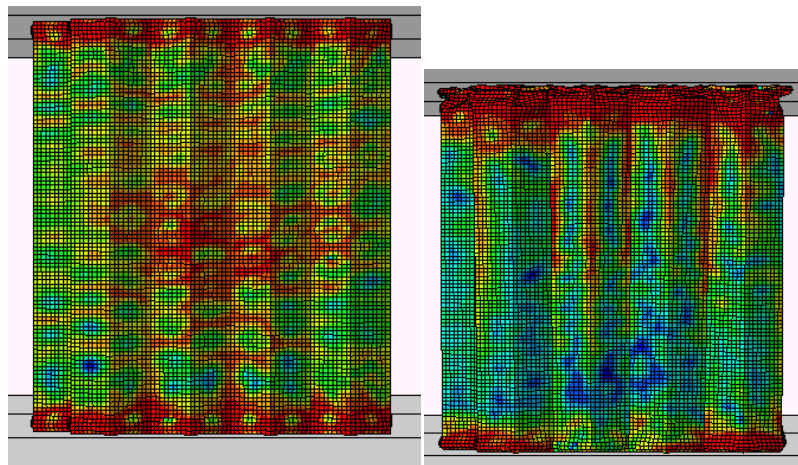


Figura 6.14 Curve forza-spostamento per due storie di carico differenti: caso quasi statico e caso dinamico.

Nella simulazione quasi statica la velocità del carico è stata impostata a 50 mm/min, come scelto da Caserta a seguito delle prove sperimentali su provini *honeycomb* composti da 63 celle esagonali (2012). La variazione della velocità del carico non ha comportato modifiche rilevanti tra i risultati numerici e quelli sperimentali, quindi è stata ritenuta soddisfacente (Caserta, 2012). In entrambi i casi, ossia quello dinamico e quello quasi statico, la velocità del carico è stata mantenuta costante durante tutta la simulazione. Sia nel caso dinamico che quasi statico la parte piana che rappresenta la parte mobile della pressa inizia la sollecitazione della struttura a nido d'ape partendo a contatto con il provino. Proprio a ridosso di questa parte iniziale si nota come il massimo della forza raggiunta durante la fase lineare elastica sia maggiore durante la sollecitazione dinamica rispetto a quella quasi statica. Si registra infatti un picco 3913 N per il caso dinamico e di 2960 N per il caso quasi statico, con una differenza del 32%. La zona di *plateau* durante la quale la struttura assorbe la gran parte dell'energia a cui è sottoposta a causa della compressione rimane pressoché invariata anche se varia la velocità del carico. La zona di densificazione non presenta particolari variazioni tra le due simulazioni, se non un leggero anticipo nel caso quasi statico rispetto a quello dinamico. In entrambi i casi comunque la pendenza della fase finale è molto simile. Gli andamenti delle curve possono essere confrontati con altri grafici presenti in letteratura, come i lavori di Caserta (2012) ed Ashab (2016). Osservando i grafici ottenuti da Caserta con le stesse velocità utilizzate nelle simulazioni proposte si può notare come

tra il caso dinamico e quello quasi statico gli andamenti del grafico siano simili tra loro e come anche i risultati ottenuti siano conformi a quanto presentato da Ashab (2016). Osservando le immagini del provino deformato si può notare come siano abbastanza vicine a quanto avviene nella realtà. Le onde di deformazione si formano a partire dalle zone di contatto con le superficie della pressa, per poi aumentare più rapidamente nei pressi della piastra mobile. Le tensioni maggiori, evidenziate dal colore rosso, si concentrano nelle zone soggette a maggiore deformazione plastica (formazione *plastic hinges*) lasciando, almeno nella fase iniziale la zona centrale dell'*honeycomb* abbastanza scarica. I *pattern* a diamante si possono osservare abbastanza bene nella primissima fase dello schiacciamento, per poi scomparire sostituiti da meccanismi di deformazione di tipo plastico.



$t = 0,000046 \text{ s}$

$t = 0,00041 \text{ s}$

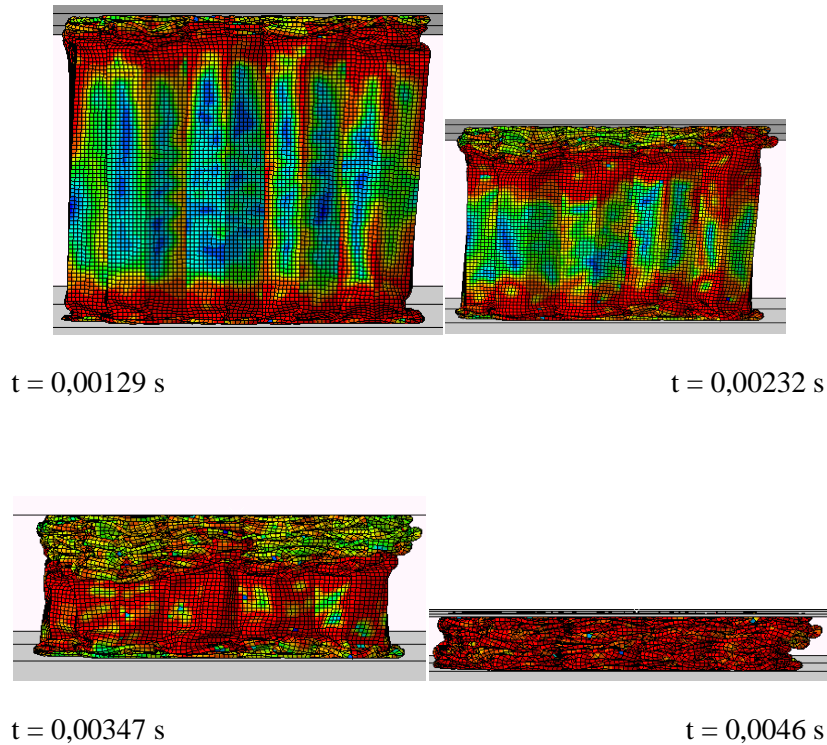


Figura 6.15 Sequenza della compressione con carico dinamico (7,5 m/s) del provino con 16 celle di tipo esagonale. Come si può notare la propagazione delle pieghe dovute alla deformazione (*plastic hinges*) si propaga dalla zona in movimento verso la base.

6.2 COMPRESSIONE NEL PIANO

6.2.1 COMPRESSIONE DINAMICA LUNGO LA DIREZIONE W

L'analisi del comportamento di una struttura a nido d'ape soggetta a compressione lungo l'asse W prende spunto anche in questo caso dal lavoro di Caserta (2012). Partendo da un modello rappresentante un *honeycomb* di 63 celle a sezione di esagono regolare analogo a quello utilizzato per le simulazioni di compressione lungo T sono state applicate le stesse condizioni al contorno, gli stessi modelli sul materiale e le stesse geometrie per confrontare il comportamento dinamico e quasi statico in funzione di alcuni parametri disponibili nelle simulazioni. La prima serie di simulazioni è stata fatta su un modello di 8760 elementi S4R. Un numero non troppo elevato di elementi ha

permesso, a discapito però dell'accuratezza dei risultati, di fornire una tendenza degli stessi in base ai parametri inseriti nel modello. La prima simulazione è stata effettuata considerando l'alluminio come un materiale perfettamente plastico. L'attrito è stato definito impostando un coefficiente d'attrito pari a 0,2. Successivamente il materiale è stato ipotizzato plastico incrudente ed alla fine è stato inserito un criterio FLD per simulare l'inizio di un eventuale danneggiamento dello stesso. Tra le analisi FEM effettuate con un modello costitutivo plastico incrudente per il materiale e successivamente con l'aggiunta del criterio FLD non c'è alcuna differenza rilevante. Considerando invece il comportamento del materiale perfettamente plastico la curva presenta valori assoluti minori. La sollecitazione simulata è stata di tipo dinamico, con velocità pari a 7,5 m/s, ovvero la stessa che possedeva l'indentatore nelle prove sperimentali eseguite sul provino caricandolo ortogonalmente al piano medio (Caserta, 2012). L'intervallo temporale simulato è quindi stato impostato a 0,0056 s, cioè il tempo necessario a comprimere la struttura a nido d'ape per 42 mm, dato ricavato dai grafici forza-spostamento delle prove sperimentali (Caserta, 2012). La *mesh* è stata creata con 8760 elementi S4R. Una seconda simulazione è stata effettuata con 10080 elementi per analizzare come la densità della *mesh* vada ad influire la curva forza-spostamento. Tra le due simulazioni i valori della forza registrati nella zona di *plateau* variano di circa 20 N in più per la simulazione con meno elementi. La fase iniziale è caratterizzata da un andamento molto altalenante, con massimi e minimi, e si prolunga maggiormente per la simulazione con meno elementi. Da queste simulazioni preliminari è stato quindi possibile confermare i dati già ottenuti con le simulazioni lungo T: la densità della *mesh* è il parametro fondamentale del modello che ne determina l'accuratezza. Variazioni sulla caratterizzazione del materiale oppure sull'attrito non generano differenza sostanziali.

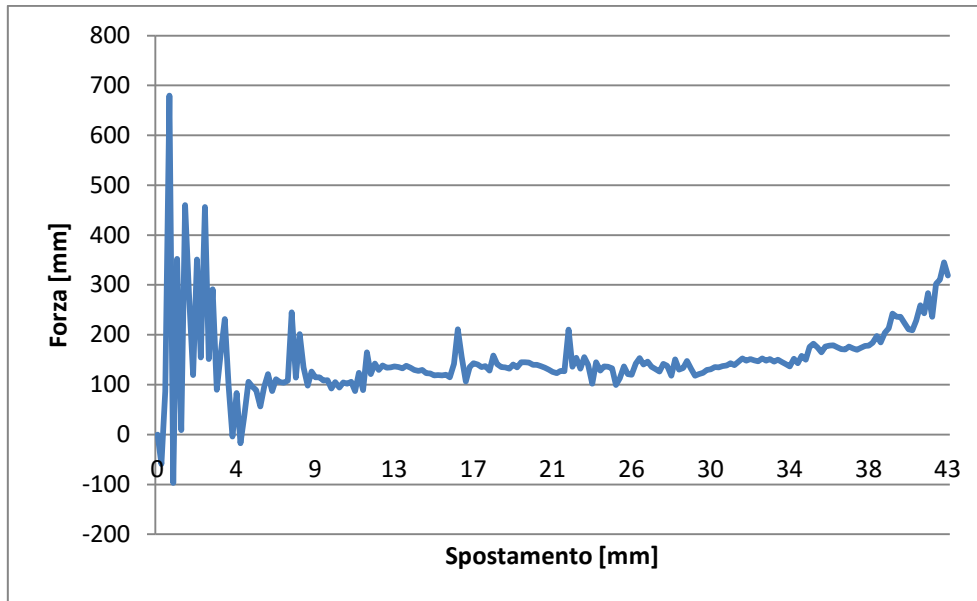


Figura 6.16 Curva forza-spostamento per simulazione dinamica con 10080 elementi S4R.

La simulazione relativa al carico dinamico è stata eseguita per prima per via della minor durata del tempo necessario al calcolatore per eseguire i calcoli. La *mesh* è stata generata con 35040 elementi S4R, mentre nel sistema modellato è stato considerato l'attrito tra le superfici, sempre con coefficiente d'attrito pari a 0,2. Il materiale è stato simulato impiegando un modello costitutivo plastico-incrudente e con criterio di danneggiamento FLD. La velocità del carico è rimasta quella delle analisi precedenti, ovvero 7,5 m/s. La fase elastica nella curva forza-spostamento è molto ripida ed è difficile determinare dove cessi lasciando il posto alla fase di *softening* vera e propria. Infatti il grafico relativo alla simulazione dinamica presenta dei picchi oscillatori elevati per i primi 3 mm di deformazione. I valori di tali picchi partono da un massimo di circa 350 N fino ad un minimo di 14 N, per poi attestarsi con un profilo molto frastagliato attorno ad un valore medio di circa 80 N per la fase di *plateau*. Dopo i primi 12 mm di deformazione la curva diventa leggermente più lineare, mostrando una specie di stabilizzazione del meccanismo di *crushing* della struttura a nido d'ape. La fase di *plateau* si estende per circa 27 mm (dai 3mm ai 30 mm di deformazione totale) per poi entrare in maniera abbastanza graduale nella zona di densificazione. La pendenza della curva nella fase di densificazione è di circa 45° per la prima metà, per poi attestarsi intorno ai 75° fino a diventare asintotica verticalmente nella fase finale.

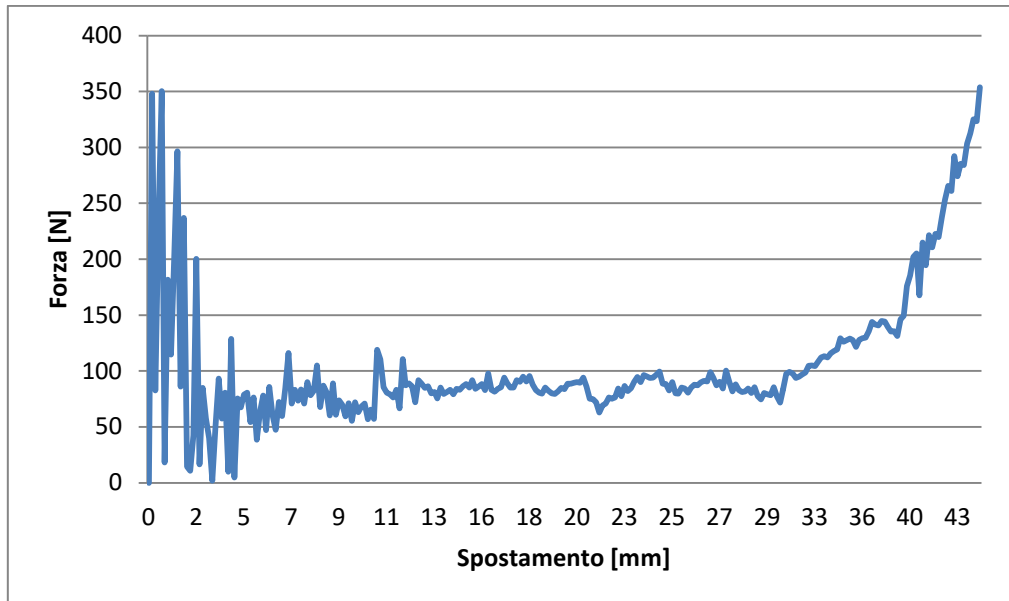


Figura 6.17 Curva forza-spostamento per simulazione dinamica con *mesh* di 35040 elementi S4R.

Un'ulteriore simulazione è stata effettuata modificando le condizioni iniziali del contatto tra la parte dinamica della pressa ed il provino *honeycomb*. Simulando la dinamica di un impatto, sempre alla velocità di 7,5 m/s, si è fatta muovere la piastra mobile contro la parte superiore del provino, mantenendo inalterate tutte le altre proprietà del modello. La sostanziale differenza consiste in un elevato picco di carico nelle primissime fasi del contatto, fino a raggiungere 1400 N. Tale andamento “spigoloso” della curva si assesta dopo circa 2 mm di deformazione, proseguendo con la fase di *plateau* nella quale si rileva una forza media di 80 N, praticamente identica alle due tipologie di carico precedenti (dinamico e quasi statico). La fase di densificazione non viene raggiunta nella stessa maniera rispetto alla sollecitazione quasi statica ed a quella dinamica con contatto iniziale. Infatti dopo 41 mm di deformazione la struttura che ha subito l’impatto non manifesta ancora una crescita rapida della curva. Tale differenza è dovuta probabilmente al fatto che l’algoritmo che definisce le interazioni tra le superfici individua in maniera differente le zone di contatto avendo a disposizione più iterazioni per determinare gli elementi ed i nodi di interesse.

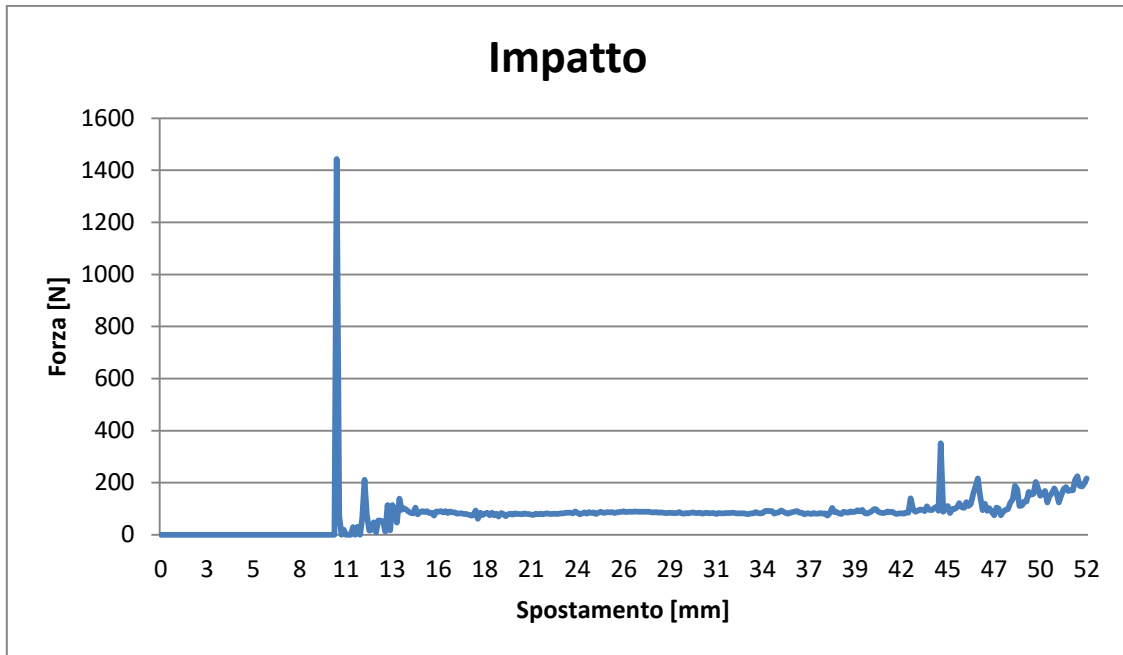


Figura 6.18 Curva forza-spostamento relativa alla simulazione con 35040 elementi e con superficie impattante sull'*honeycomb*. Fino ai 10 mm di spostamento la piastra non interagisce con l'*honeycomb*, quindi la forza registrata è nulla.

6.2.2 COMPRESSIONE QUASI STATICA LUNGO LA DIREZIONE W

Andamento differente per la curva relativa alla compressione quasi statica, effettuata sempre con una *mesh* sul modello di 35040 elementi. Per tale simulazione la velocità del carico è stata di 50 mm/s, in analogia da quanto fatto da Caserta (2012). La fase iniziale lineare elastica è anche in questo caso molto breve perché presenta subito delle oscillazioni, ma non raggiunge neanche lontanamente i valori relativi al caso dinamico, raggiungendo un picco massimo di 50 N. La fase di *plateau* stessa è più regolare, mostrando un andamento molto meno frastagliato ma attestandosi sempre attorno ad un valore medio di 80 N. Pur mantenendo un andamento costante la fase di *plateau* tende

ad avere un valore crescente della forza fino a manifestare questa tendenza in maniera marcata attorno ai 30 mm di deformazione. Anche in questo caso quindi l'*honeycomb* si schiaccia per circa 27 mm opponendo una resistenza pressoché costante nei confronti della pressa, per poi densificarsi. La curva forza-spostamento nella fase di densificazione presenta lo stesso andamento del caso dinamico e le stesse pendenze.

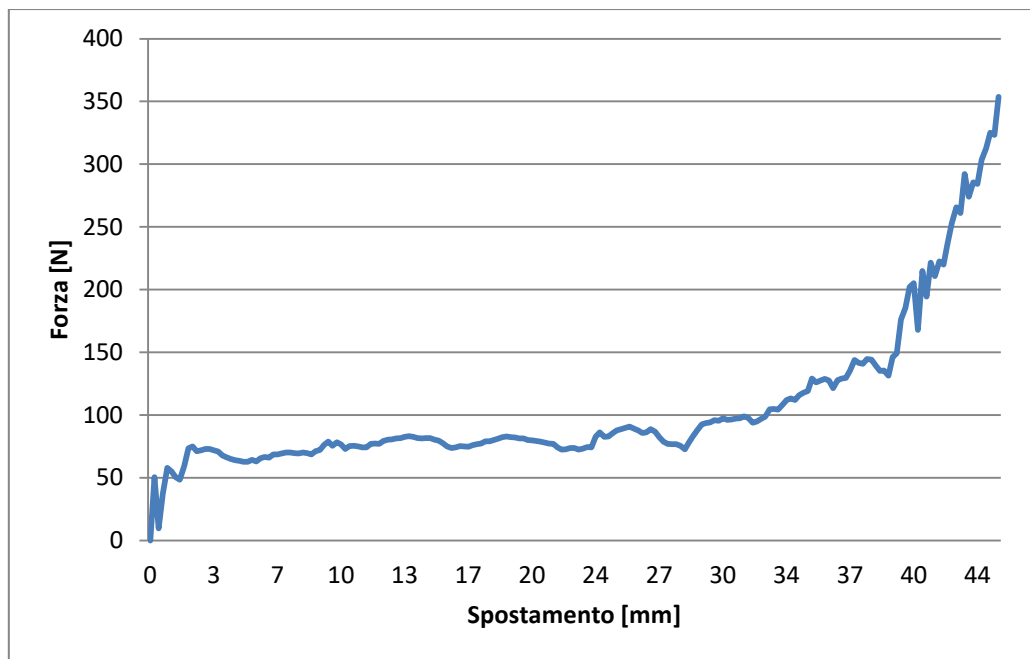
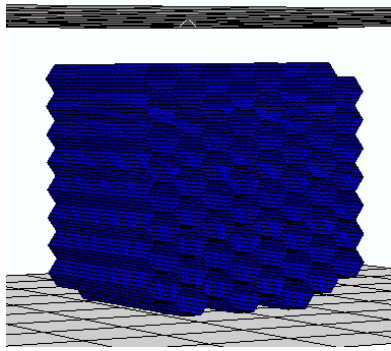
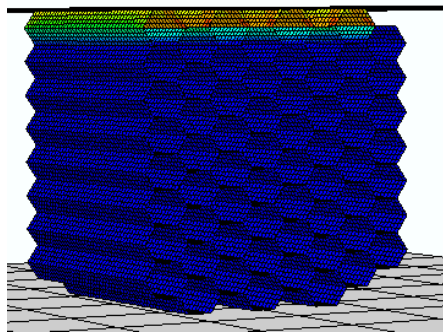


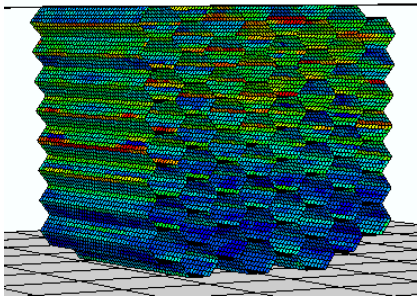
Figura 6.19 Curva forza-spostamento per simulazione quasi statica con 35040 elementi S4R.



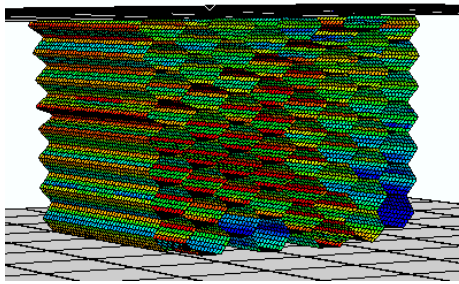
a.



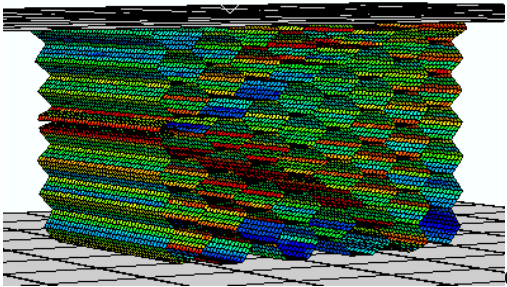
b.



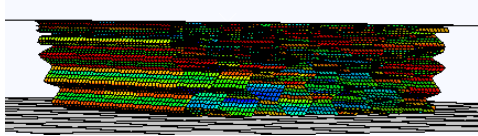
c.



d.



e.



f.

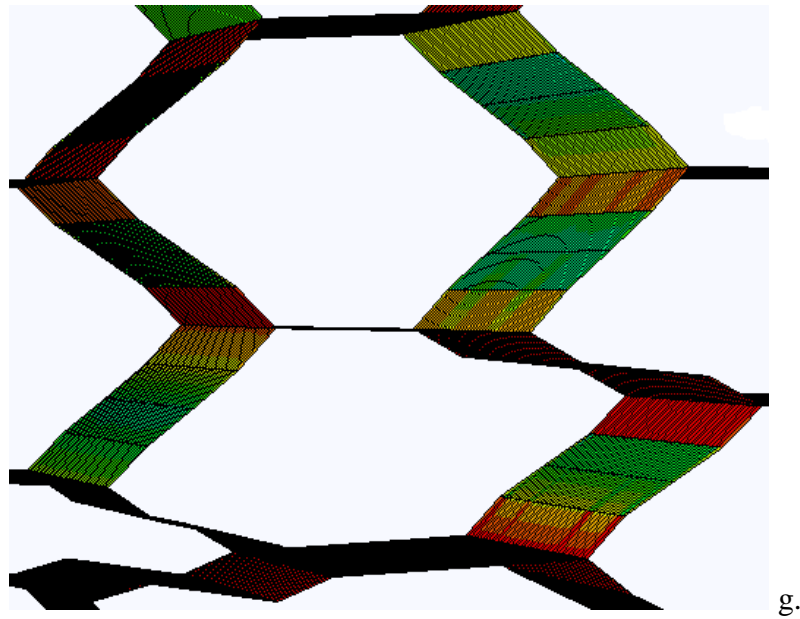


Figura 6.20 Sequenza (a ÷ f) di schiacciamento per la simulazione con 35040 elementi relativa all’impatto. Nella figura “g” si può notare come le pareti inclinate siano le zone soggette maggiormente a flessione, in analogia con i risultati ottenuti dai test sperimentali (Gibson ed Ashby, 1997).

Analizzando la sequenza di immagini di una delle simulazioni si può notare come le tensioni si concentrino sulle pareti oblique delle celle (colori rossi), come previsto dalla teoria (Ashby, 2015). Come anche osservato nelle simulazioni lungo T l’onda di compressione si trasmette dalla zona di contatto con la parte mobile verso l’estremità ferma dell’*honeycomb*. A differenza però di quanto avviene quando caricato ortogonalmente al piano medio, non si ha formazione di pieghe (*folders* o *plastic hinges*) ma bensì si formano dei percorsi preferenziali di schiacciamento obliqui nel piano della struttura a nido d’ape. I valori massimi di tensioni di Von Mises rilevati durante l’analisi FEM sono in media di 215 MPa, quindi di poco superiori alla tensione di snervamento ma ben al di sotto del carico di rottura per il materiale in questione. Analisi ulteriori sono state fatte sulle velocità della pressa nel caso dinamico, per verificare che effettivamente venisse mantenuta durante la simulazione la storia di carico assegnata.

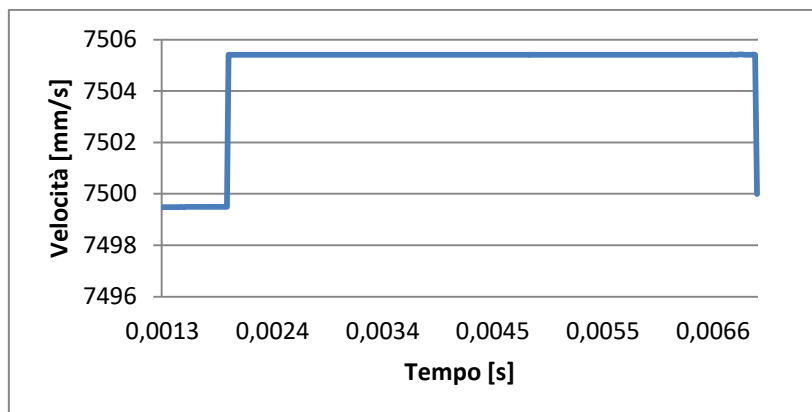


Figura 6.21 Andamento della velocità in funzione del tempo trascorso durante la simulazione. Come si può notare la variazione della velocità durante le simulazioni varia di pochissimi punti percentuali (0,08%).

A discapito da quanto può apparire a prima vista dal grafico della velocità relativo alla simulazione dinamica, l'andamento della stessa è molto costante nel tempo. Infatti la variazione che si può osservare è dell'ordine dello 0,05%, sicuramente dovuta a forze parassite generate durante i calcoli. Tale assunzione proviene dal fatto che la velocità aumenta invece di diminuire. Le considerazioni energetiche sono state fatte calcolando l'area sottesa alla curva tramite il metodo dei trapezi, partendo dalla fase elastica fino all'inizio della densificazione. Per il modello con 35040 elementi sollecitato dinamicamente si ha un assorbimento pari a 2,43 J, un valore molto basso rispetto ai 213 J calcolati per il modello analogo caricato ortogonalmente al piano medio. Per il caso quasi statico l'area sottesa dalla curva dall'inizio della deformazione fino all'inizio della densificazione è di circa 4 J. Tale differenza è legata ai molteplici massimi e minimi della curva nella simulazione dinamica. Per la simulazione con l'impatto della pressa contro l'*honeycomb* l'energia calcolata risulta di 3,9 J.

6.2.3 SOLLECITAZIONE DI COMPRESSIONE AGENTE LUNGO LA DIREZIONE L

Le simulazioni nel piano lungo L mostrano degli andamenti simili a quelli ottenuti per il caso lungo W, con la differenza che i valori medi sono leggermente più alti. Nel caso dinamico si può notare una fase elastica meno pronunciata rispetto alla sollecitazione in direzione ortogonale al piano medio, ma con la presenza di oscillazioni che si

propagano per i primi 5 mm di deformazione dell'*honeycomb*. Si può notare infatti un primo massimo della curva, del valore di 305 N, poi altri tre successivi picchi seguiti dai corrispettivi avallamenti. Tale movimento oscillatorio una volta stabilizzato si trasforma nella zona di *plateau*, senza dare origine alla zona denominata *softening*. La forza media che si rileva nella fase di *plateau* è di 97 N, e si estende dai 5 ai 32 mm. Anche in questo caso, come per la compressione lungo W, la fase di densificazione non cresce in maniera asintotica, ma viene divisa in due spezzoni. Il primo presenta una pendenza inferiore al secondo fino ai 38 mm di deformazione, per poi crescere fino a raggiungere i 25 kN.

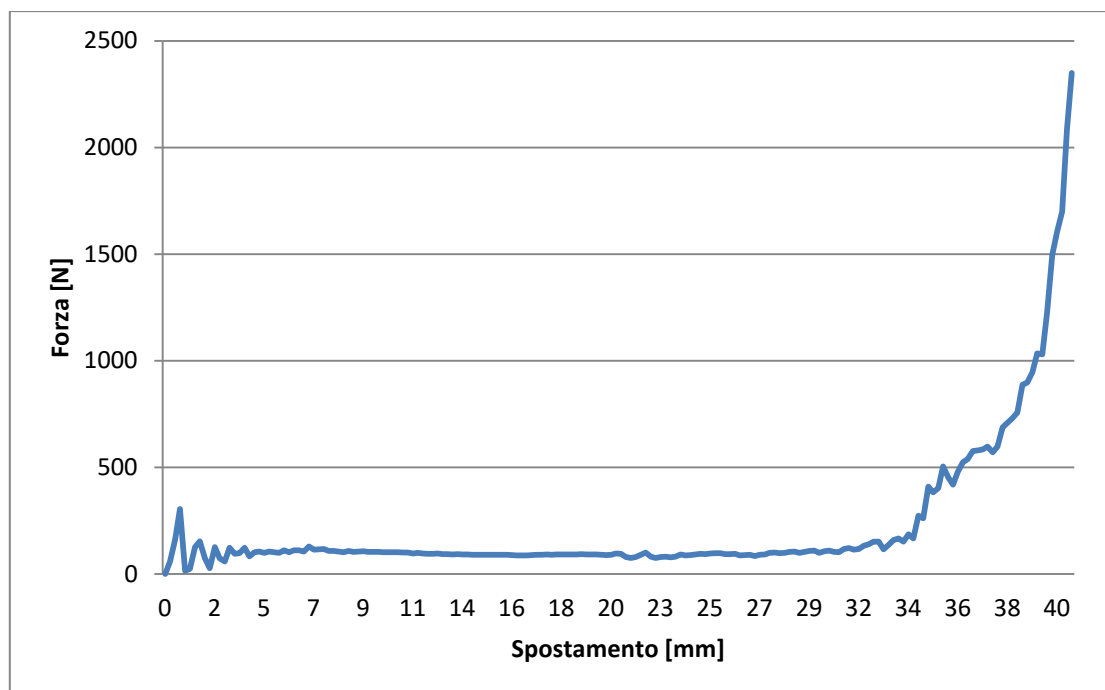


Figura 6.22 Curva forza-spostamento per carico dinamico su modello con 35840 elementi.

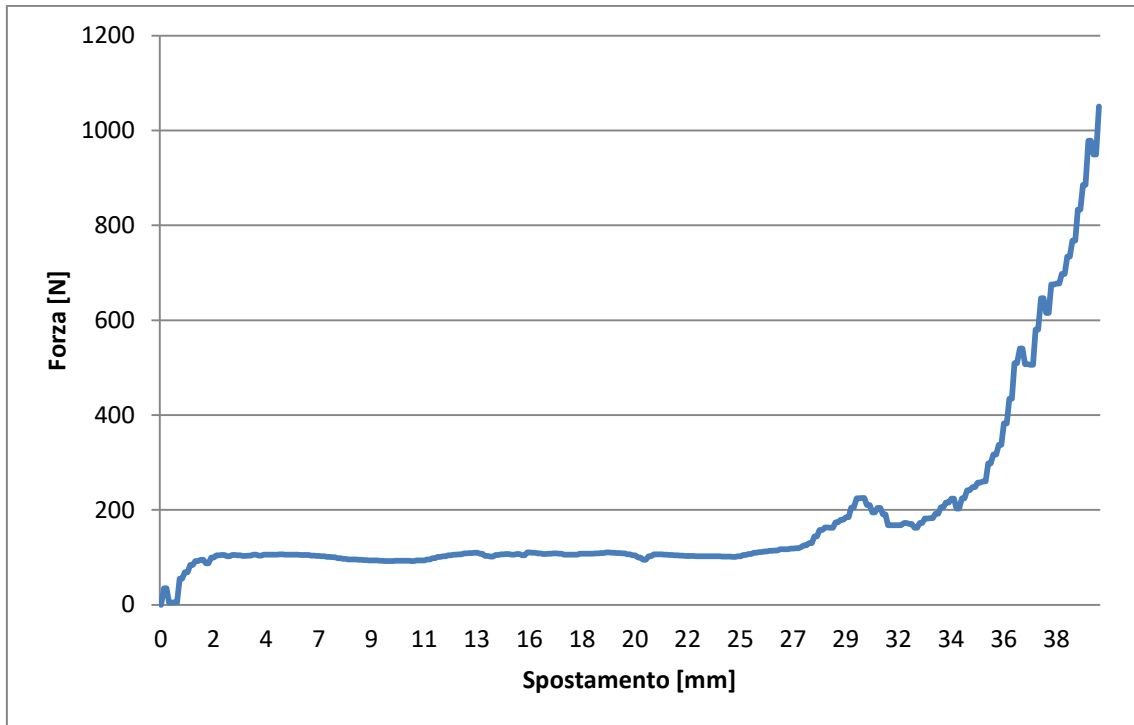
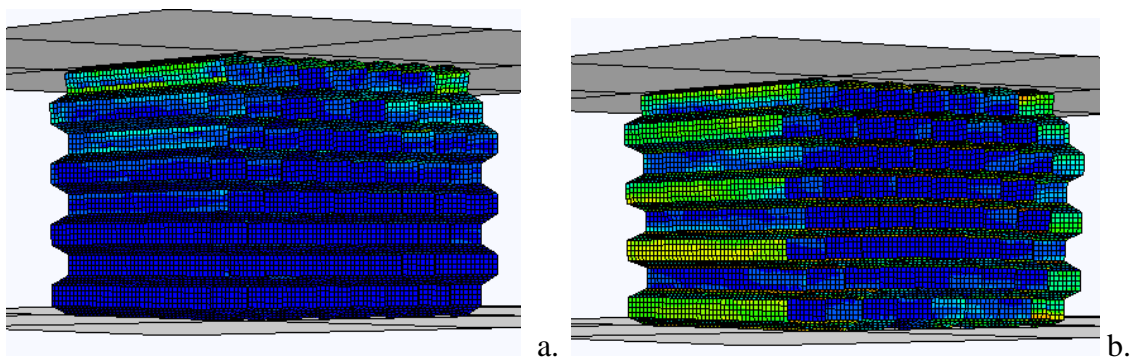


Figura 6.23 Curva forza-spostamento per carico quasi statico su modello con 35840 elementi.

La simulazione quasi statica presenta la forma classica della curva forza-spostamento relativa alla compressione nel piano. A differenza del carico dinamico mancano i picchi e gli avallamenti nella fase iniziale. La fase elastica non è ben chiara, in quanto il grafico assume subito una traiettoria curva e crescente fino al raggiungimento della zona di *plateau*. La forza media registrata durante la fase di *crushing* è pari a 104 N, di poco superiore a quella ottenuta per il caso dinamico. Come nelle simulazioni sulle compressioni lungo T e lungo W anche in questo caso l'energia dissipata dalle strutture a nido d'ape è stata calcolata con il metodo dei trapezi, ottenendo 4,2 J per il caso dinamico e 3,9 J per il caso quasi statico.



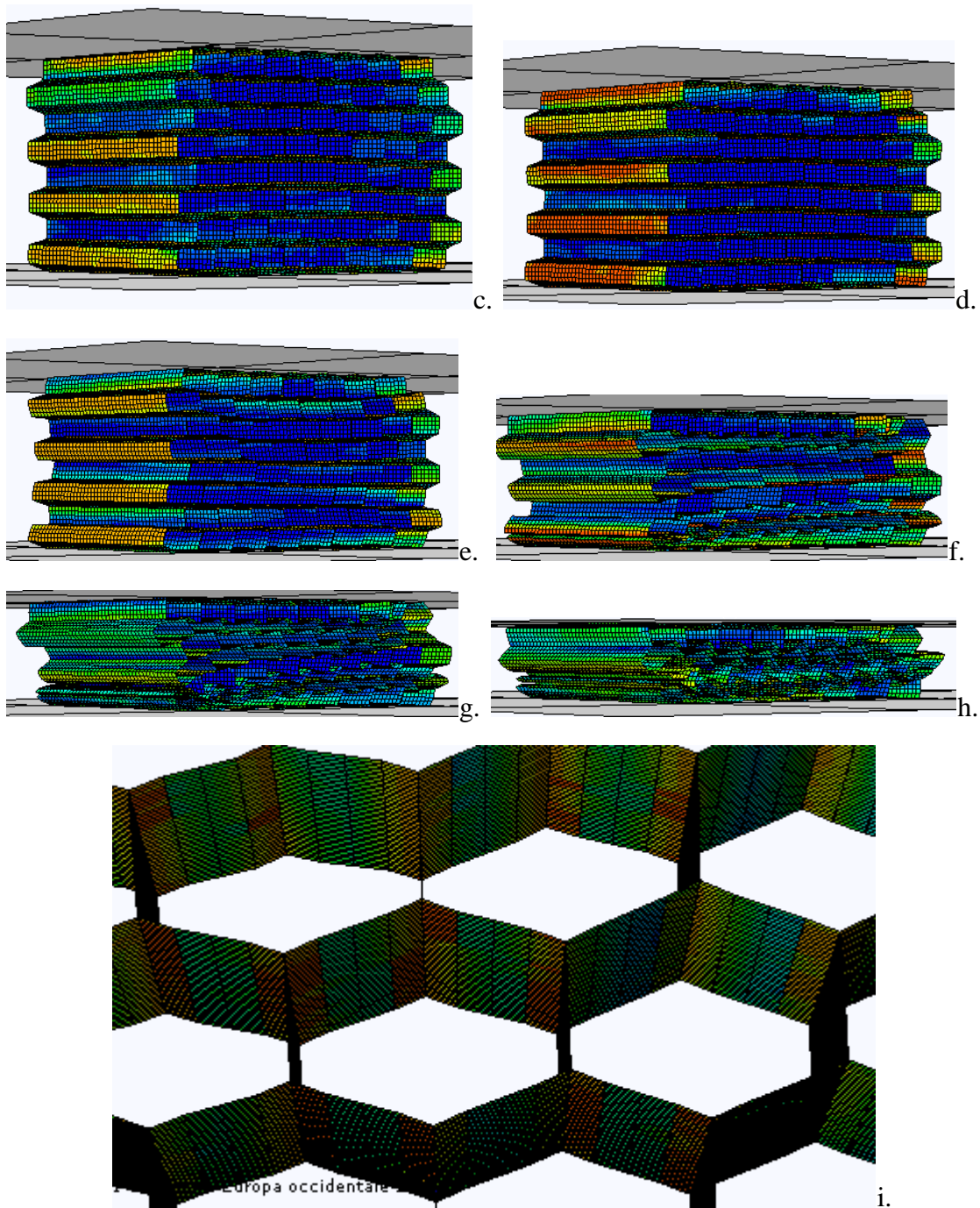


Figura 6.24 Sequenza di compressione lungo la direzione L, carico dinamico applicato con velocità pari a 7,5 m/s. *Mesh* di 35040 elementi S4R.

6.3 CARICHI MULTIDIREZIONALI

Come accennato nella trattazione teorica le strutture a nido d'ape possono essere caricate anche in direzione obliqua rispetto agli assi principali T,L e W definiti in

precedenza. Il modello utilizzato in questo caso è analogo a quello delle analisi precedenti, con una *mesh* di 8740 elementi. L'orientazione del carico è stata imposta svincolando un grado di libertà e scomponendo la velocità lungo le direzioni di applicazione della sollecitazione.

6.3.1 COMPRESSIONE COMBINATA T-W

La prima serie di due simulazioni ha riguardato un carico inclinato di 45° agente lungo T e lungo W, comprimendo l'*honeycomb*. Sono state rilevate le forze e gli spostamenti durante tutta la sollecitazione in maniera analoga alle simulazioni precedenti. La durata della sollecitazione per l'analisi dinamica è stata di 0,0042 s con una velocità del carico di 7.5 m/s.

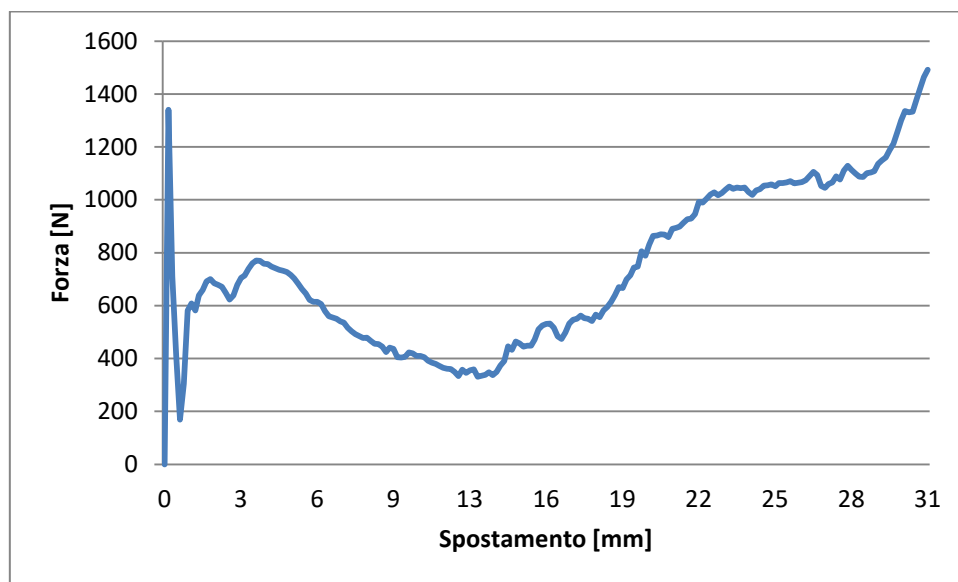


Figura 6.25 Curva forza-spostamento per un carico dinamico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione W.

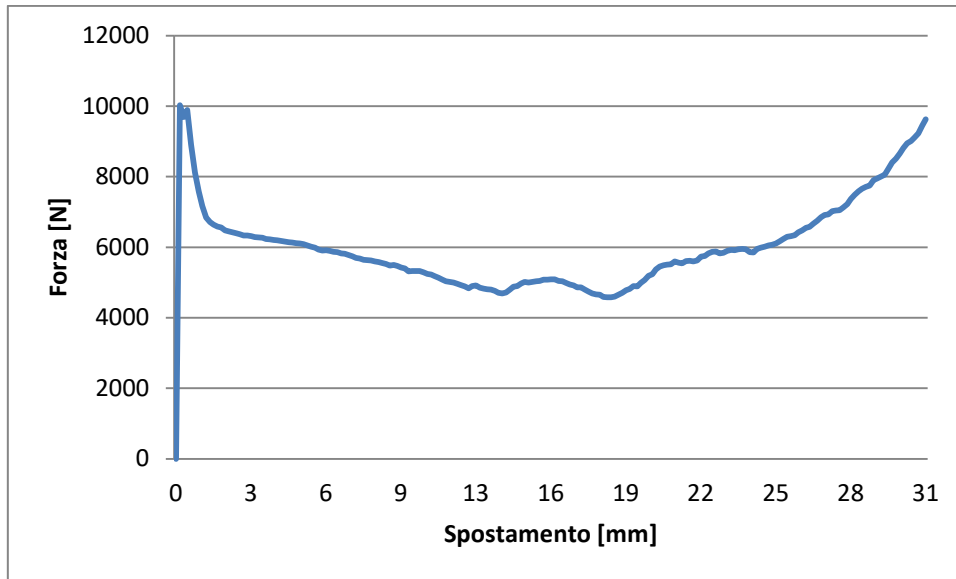


Figura 6.26 Curva forza-spostamento per un carico dinamico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione T.

Dai dati numerici si può determinare l'energia dissipata con il metodo dei trapezi come nei casi precedenti: lungo la direzione W la struttura dissipa circa 23 J, mentre lungo la direzione T arriva fino a 189 J. Per l'analisi quasi statica il modello è ovviamente rimasto analogo alla simulazione dinamica, aumentando la durata della sollecitazione fino a 10 s, per una velocità del carico di compressione pari a 0,0032 m/s.

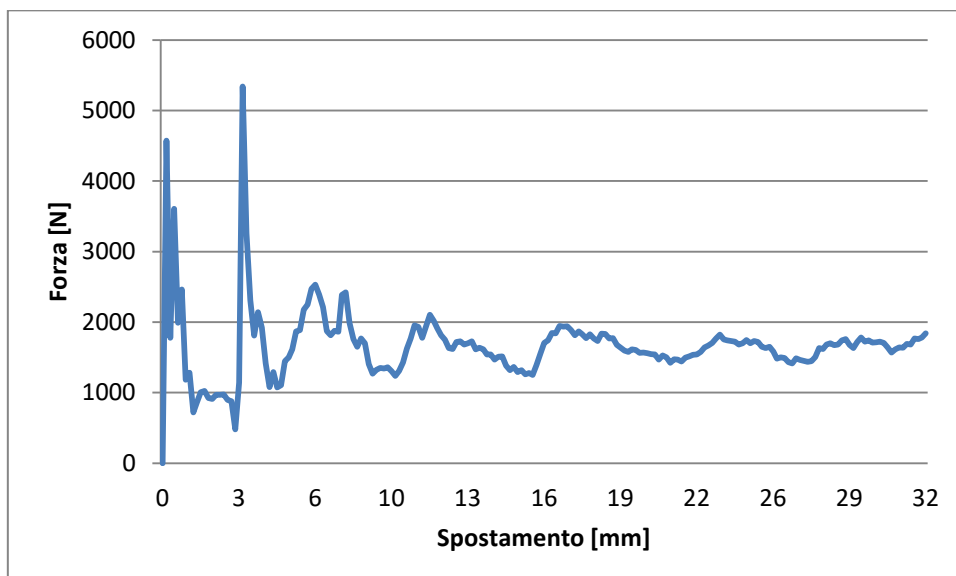


Figura 6.27 Curva forza-spostamento per un carico quasi statico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione W.

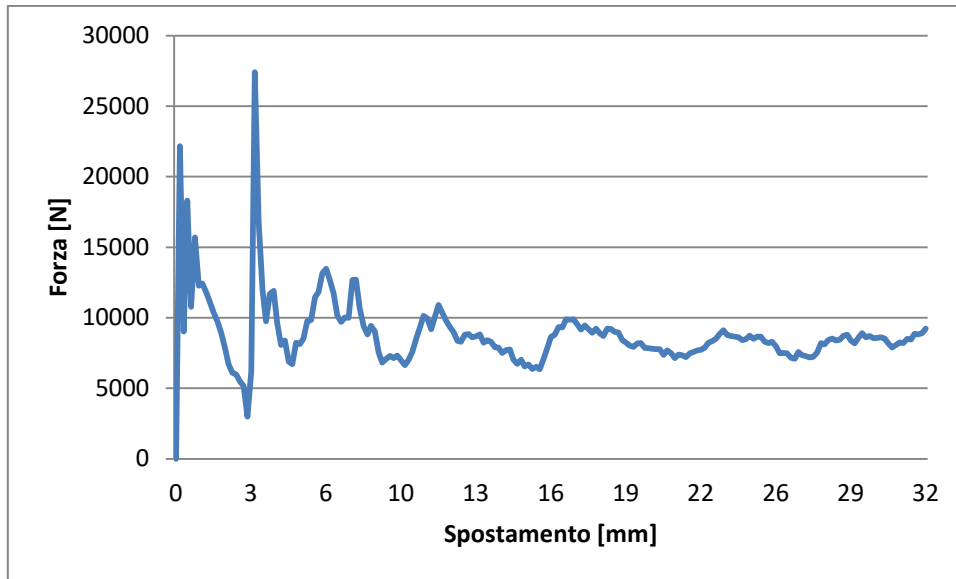
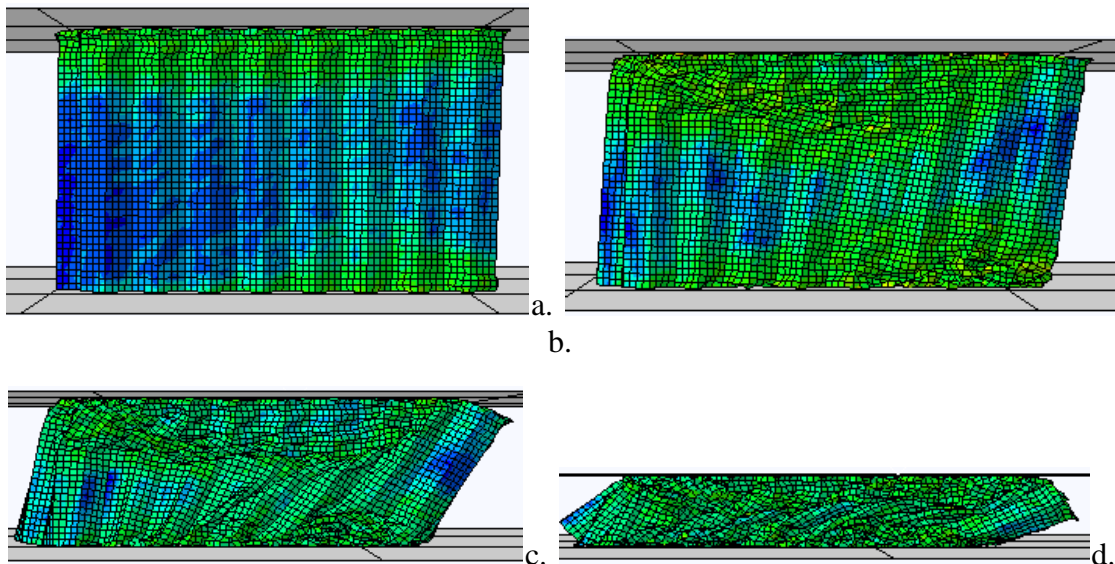


Figura 6.28 Curva forza-spostamento per un carico quasi statico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione T.

L'andamento delle curve è diverso rispetto a quello del caso dinamico, ed anche l'energia dissipata segue lo stesso *iter*. Lungo W l'energia assorbita è pari a 53 J, mentre lungo T raggiunge i 289 J.



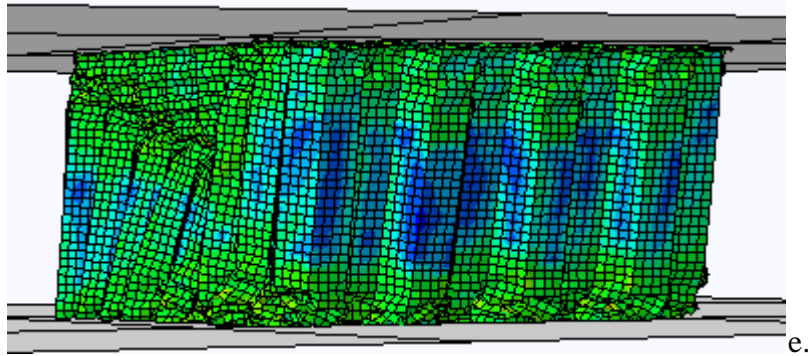


Figura 6.29 Sequenza di compressione (a – d) lungo la direzione combinata T-W. LA simulazione è relativa ad un carico dinamico applicato alla velocità di 7,5 m/s e l'*honeycomb* è modellato con una *mesh* di 35040 elementi S4R. Nella figura “e” si può osservare la sequenza “c” in una prospettiva più angolata.

6.3.2 COMPRESSIONE COMBINATA T-L

Analoga procedura è stata eseguita per l'analisi della compressione lungo l'asse T-L con angolo di 45°. Sia per il caso dinamico che per quello quasi statico sono state mantenute le caratteristiche del modello precedente relativo alla compressione lungo T-W. I valori di energia dissipata calcolati si attestano attorno ai 185 J lungo T e sui 19 J lungo L. La struttura quindi dissipa meno energia rispetto alla compressione T-W.

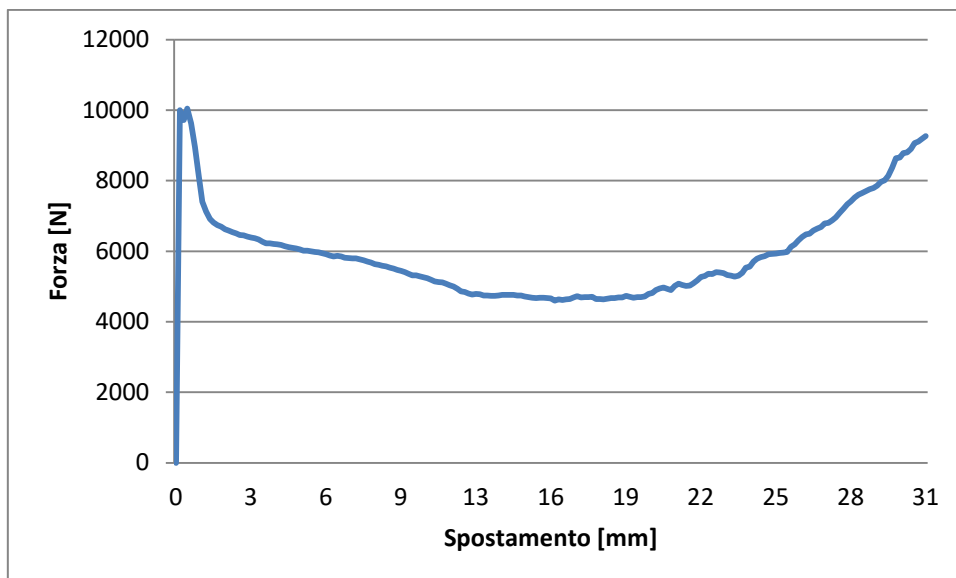


Figura 6.30 Curva forza-spostamento per un carico dinamico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione T.

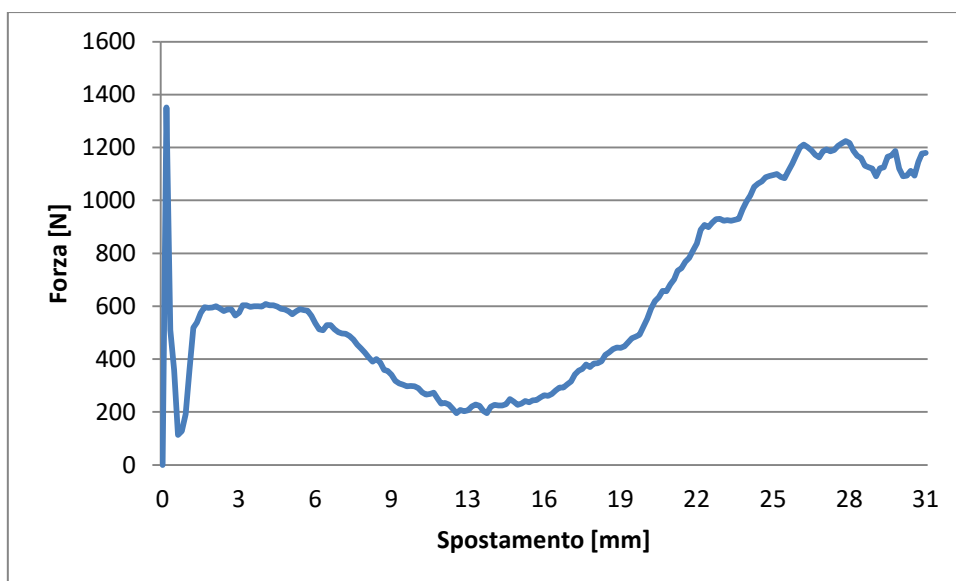


Figura 6.31 Curva forza-spostamento per un carico dinamico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione L.

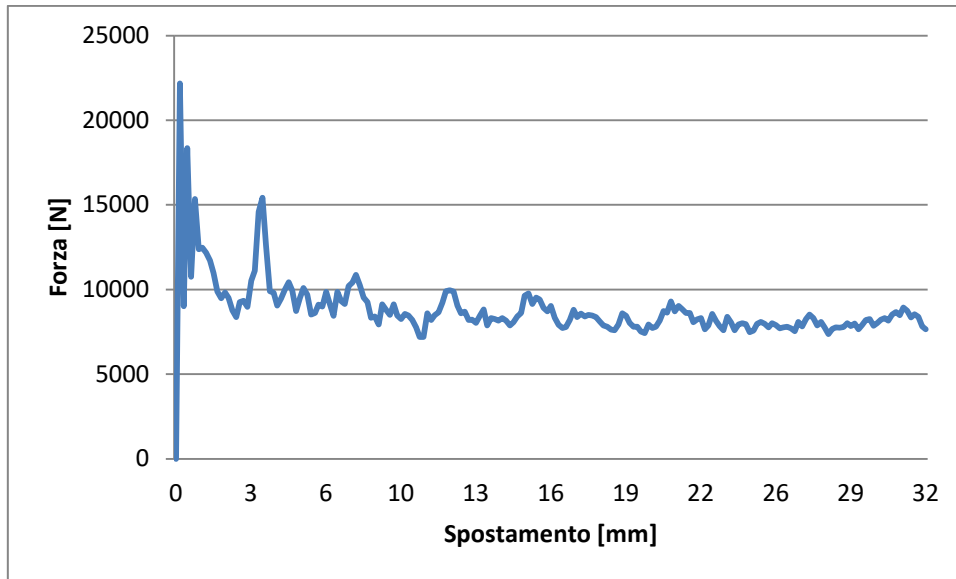


Figura 6.32 Curva forza-spostamento per un carico quasi statico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione T.

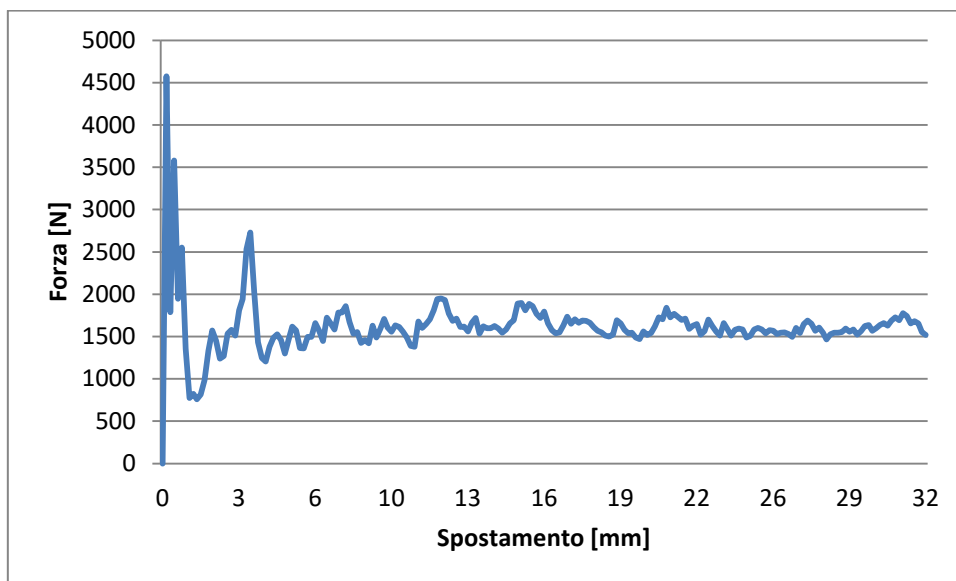


Figura 6.33 Curva forza-spostamento per un carico quasi statico inclinato di 45° rispetto alla direzione T. I valori sono rilevati lungo la direzione L.

Come per le simulazioni lungo l'asse combinato T-W anche in questo caso la sollecitazione quasi statica genera una curva molto più frastagliata rispetto al caso col carico dinamico. L'energia dissipata lungo la direzione T è pari a 282 J, mentre quella lungo L è di 51 J. Tali valori si avvicinano al caso precedente, anche se leggermente inferiori.

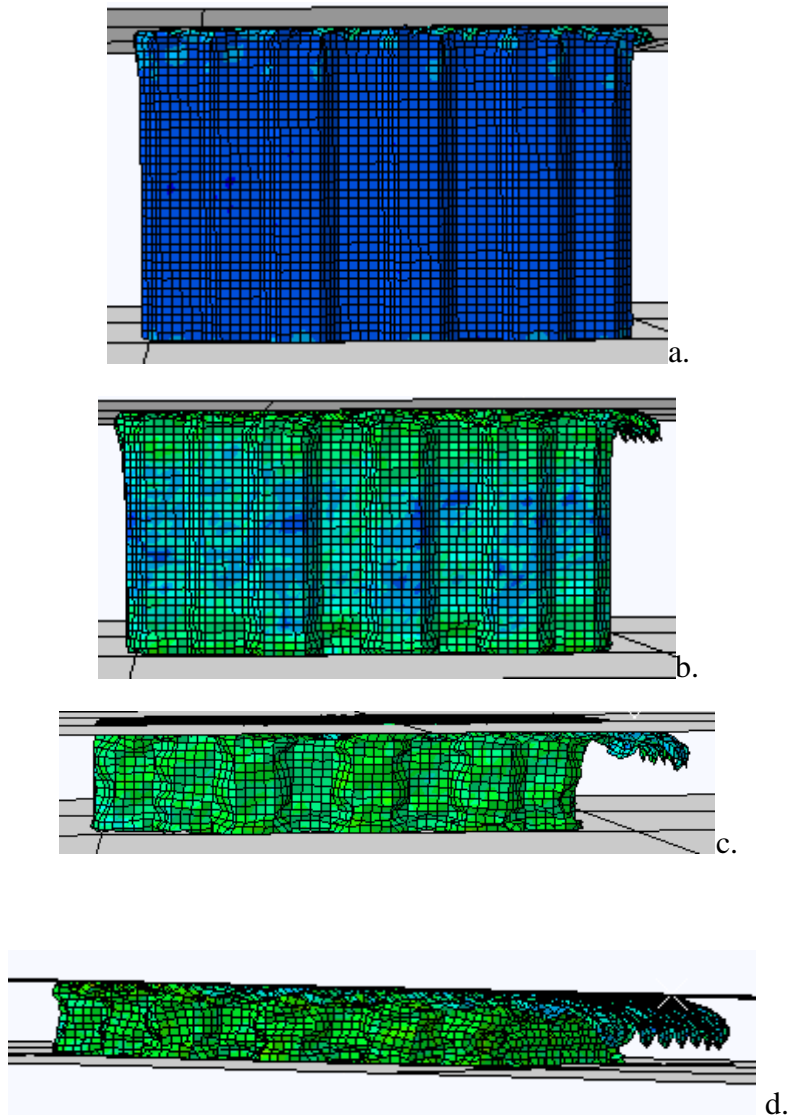


Figura 6.34 Sequenza di compressione per un carico dinamico agente lungo la direzione T-L (velocità di applicazione pari a 7,5 m/s) con *mesh* di 35040 elementi. A differenza della sollecitazione diretta lungo gli assi T-W l'*honeycomb* si dimostra più rigido, danneggiandosi maggiormente nel punto di contatto con la piastra mobile.

7 CONCLUSIONI

Lo scopo di questa tesi era quello di validare dei modelli FEM sviluppati tramite il software Abaqus di un *honeycomb* soggetto a carichi dinamici e quasi statici lungo diverse direzioni. In tutti i grafici forza-spostamento ottenuti dalle simulazioni l'andamento rispecchia quello di un materiale cellulare sottoposto ad un carico di compressione, mostrando una fase elastica iniziale, una grande zona di *plateau* durante la quale viene dissipata la maggior parte dell'energia meccanica ed una fase di densificazione finale. Dal confronto dei risultati ottenuti dalle simulazioni dinamiche col carico applicato in direzione ortogonale rispetto al piano medio con i risultati sperimentali disponibili in letteratura si può notare come la curva forza-spostamento ottenuta dalle simulazioni riproduca qualitativamente l'andamento osservato sperimentalmente, ma da un punto di vista qualitativo l'accordo trovato presenta delle discrepanze. Tale differenza si può tranquillamente attribuire principalmente alla densità della *mesh*. Infatti aumentando il numero degli elementi impiegati nella discretizzazione del modello i valori della forza (sia di picco elastico sia di *plateau*) necessari a comprimere l'*honeycomb* si abbassano, diminuendo la percentuale di errore rispetto ai dati sperimentali. Tale *trend* è particolarmente visibile per la simulazione con 197100 elementi, dove la forza di *plateau* si abbassa fino al valore di 4,8 kN. La simulazione si è rivelata particolarmente onerosa dal punto di vista computazionale. Altri parametri del modello sui quali si è andati ad agire nelle simulazioni non hanno generato sostanziali differenze nei risultati. La scelta di impiegare un modello costitutivo puramente plastico, plastico incrudente ed un criterio di danneggiamento quale il metodo FLD per descrivere il comportamento del materiale non ha determinato significative differenze tra le simulazioni. L'effetto dell'attrito nel modello non ha causato differenze sostanziali per l'*honeycomb* costituito da 63 celle esagonali, mentre per la struttura nido d'ape con 16 celle ha modificato in maniera qualitativa la curva forza-spostamento. Infatti rimuovendo l'attrito dal modello la curva ha un drastico calo dei valori di forza della zona di *plateau*, peggiorandone l'aderenza ai valori ricavati dai test sperimentali. Tale variazione può essere collegata alla scarsa capacità delle pareti delle celle di impacchettarsi una sull'altra per via dell'eccessivo scivolamento dovuto all'assenza di attrito. Tale risultato ha quindi orientato tutte le restanti simulazioni verso la scelta di un coefficiente d'attrito di 0,2. L'utilizzo di tecniche di *mass scaling*, ovvero l'aumento della densità del materiale per diminuire i tempi di calcolo ha dato risultati affidabili nelle simulazioni quasi statiche. Infatti le simulazioni dinamiche e quasi statiche hanno mantenuto forme e valori numerici delle curve simili, come ci si aspettava dalla letteratura. La parte principale del lavoro ha considerato l'influenza della velocità del

carico sulla curva forza-spostamento. Come indicato dai lavori citati le due curve, dinamica e quasi statica, ottenute con la simulazione di 35040 elementi, non presentano sostanziali differenze nella forma. Ovviamente nella realtà una certa sensibilità alla velocità del carico è presente e se ne può dedurre l'esistenza dal valore del picco elastico raggiunto dalla curva dinamica, 14 kN a fronte di 13 kN per quella quasi statica. Le analisi numeriche svolte per validare il modello relativamente ai carichi agenti nel piano (direzioni W ed L) hanno mostrato una sensibilità minore alla densità della *mesh* rispetto alle simulazioni per le sollecitazioni agenti fuori dal piano (direzione T). Infatti se paragonate ai dati sperimentali reperibili in letteratura si ha una differenza di circa il 20% , mentre per la sollecitazione fuori dal piano per il modello discretizzato con 35040 elementi ci si attesta attorno al 70%. La minor sensibilità alla densità della *mesh* per la configurazione caricata nel piano è probabilmente dovuta al diverso meccanismo di deformazione che interviene sulle pareti delle celle. Infatti quando caricate ortogonalmente al piano medio si formano molteplici zone di deformazione locale (*plastic hinges*) che richiedono una elevata quantità di elementi *shell* per essere simulate in maniera accurata. Tale meccanismo non avviene invece quando la struttura a nido d'ape è caricata nel piano medio. Infatti la prima parte della deformazione consiste nella flessione delle pareti delle celle attorno ai punti dove confluiscono le celle vicine. Solo dopo essersi deformate ed aver creato dei percorsi preferenziali di deformazione le pareti verticali (solo nel caso di sollecitazione lungo L) cedono per *buckling*. Non dovendo quindi simulare la meccanica della deformazione dell'alluminio attorno alle *plastic hinges* l'errore si riduce, in quanto non sono presenti grandi rotazioni degli elementi *shell*. Anche nel caso di sollecitazione nel piano la velocità di applicazione del carico non modifica in maniera radicale la curva forza-spostamento. Le curve relative ai carichi dinamici però presentano un numero maggiore di picchi ed avvallamenti, indicando quindi che una velocità di carico maggiore porta la struttura ad opporsi in maniera più decisa e poi a cedere in breve tempo. Un esempio di ciò viene dato dalla simulazione dell'impatto, dove la piastra urta *sull'honeycomb* invece di iniziare la simulazione già a contatto con esso. In questo caso si ha un picco elevato di forza restituita dall'*honeycomb*.

I modelli sviluppati sono in grado di riprodurre gli andamenti qualitativi attesi per le curve forza-spostamento per le diverse condizioni di carico considerate. Ulteriori studi saranno necessari per valutare gli effetti sui risultati delle simulazioni dell'incertezza nei parametri meccanici del materiale costituente l'*honeycomb* e dell'eventuale non-uniformità nelle proprietà del materiale.

APPENDICE: ABAQUS TIPS

A.1 LA PROCEDURA DI ANALISI

La procedura dinamica di integrazione diretta fornita in Abaqus/Standard offre una scelta di operatori impliciti per l'integrazione delle equazioni del moto, mentre Abaqus/Explicit utilizza un operatore alle differenze finite (*central difference operator*). In un'analisi implicita dinamica la matrice di operatori di integrazione viene invertita ed una serie di equazioni di equilibrio non lineari deve essere risolta ad ogni incremento di tempo. In un'analisi esplicita dinamica invece spostamenti e velocità sono calcolati in termini di quantità note all'inizio di un incremento. Le matrici di massa e di rigidità globali non devono necessariamente essere formate ed invertite, il che significa che ogni incremento è relativamente poco costoso rispetto agli incrementi di un'analisi implicita. La dimensione dell'incremento temporale in un'analisi dinamica esplicita è limitata, tuttavia, poiché l'operatore differenziale è solo condizionalmente stabile. Le opzioni implicite dell'operatore disponibili in Abaqus/Standard sono incondizionatamente stabili e quindi non esiste un tale limite sulla dimensione dell'incremento temporale che può essere utilizzato per la maggior parte delle analisi in Abaqus/Standard. La procedura di analisi dinamica esplicita esegue un numero elevato di piccoli incrementi di tempo in modo efficiente. Viene utilizzata una regola di integrazione temporale con un operatore di differenza centrale, quindi ogni incremento è relativamente economico dal punto di vista del costo computazionale rispetto alla procedura di analisi dinamica di integrazione diretta disponibile in Abaqus/Standard perché non è necessaria una soluzione per un insieme di equazioni simultanee. L'operatore di differenziale soddisfa le equazioni di equilibrio dinamico all'inizio dell'incremento t ; le accelerazioni calcolate al tempo t vengono utilizzate per far avanzare la soluzione di velocità nel tempo e la soluzione all'istante:

$$t + \Delta t/2$$

e la soluzione di spostamento all'istante:

$$t + \Delta t$$

La procedura di analisi dinamica quindi si basa sull'implementazione di una regola di integrazione esplicita unita all'utilizzo di matrici di massa con elementi diagonali (*lumped*). Le equazioni del moto relative al modello quindi vengono integrate usando la regola delle differenze finite:

$$\begin{aligned}\dot{u}_{(i+\frac{1}{2})}^N &= \dot{u}_{(i-\frac{1}{2})}^N + \frac{\Delta t_{(i+1)} + \Delta t_{(i)}}{2} \ddot{u}_{(i)}^N, \\ u_{(i+1)}^N &= u_{(i)}^N + \Delta t_{(i+1)} \dot{u}_{(i+\frac{1}{2})}^N,\end{aligned}$$

Dove:

- u^N : è un grado di libertà del modello, spostamento o rotazione;
- Δt : è l'incremento temporale.

L'operatore di integrazione differenziale è esplicito nel senso che lo stato viene determinato usando valori noti di:

$$\begin{aligned}\dot{u}_{(i-1/2)}^N \\ \ddot{u}_{(i)}^N\end{aligned}$$

rispetto all'incremento precedente. La regola di integrazione esplicita è abbastanza semplice ma di per sé non fornisce l'efficienza computazionale necessaria. La chiave dell'efficienza computazionale per l'analisi esplicita è data dall'uso di matrici di massa con elementi diagonali in quanto le accelerazioni all'inizio dell'incremento sono calcolate da:

$$\ddot{u}_{(i)}^N = (M^{NJ})^{-1} (P_{(i)}^J - I_{(i)}^J),$$

Dove:

- M^{NJ} : è la matrice di massa;
- P^J : è il vettore delle forze esterne;
- I^J : è il vettore delle forze interne.

Una matrice di massa concentrata (*lumped*) viene utilizzata perché la sua inversa è semplice da calcolare. Inoltre la moltiplicazione vettoriale della matrice di massa inversa per la forza inerziale richiede solo n operazioni, dove n è il numero di gradi di libertà nel modello. La procedura esplicita non richiede iterazioni e nessuna matrice di rigidezza tangente. Il vettore delle forza interne è formato dai contributi dei singoli elementi in modo tale che non sia necessario formare una matrice di rigidezza globale.

A.2 CONSIDERAZIONI SUL MATERIALE

In Abaqus la condizione di elasticità lineare per il materiale è valida per piccole deformazioni elastiche, di solito inferiori al 5%. È valida per materiale isotropi, ortotropi ed anisotropi. La forma più semplice di elasticità lineare comunque è il caso isotropico, e la relazione sforzo-deformazione è data da:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{el} \boldsymbol{\varepsilon}^{el},$$

che in forma estesa diventa:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix}.$$

Le proprietà elastiche vengono completamente definite tramite il modulo di Young E ed il rapporto di Poisson ν . Il modulo di taglio G può essere espresso in termini di E e ν in base alla seguente relazione:

$$G = E/2(1 + \nu)$$

Questi parametri possono essere forniti come funzioni della temperatura e di altri campi predefiniti ove necessario. I modelli plastici da poter utilizzare sono molteplici. Nelle simulazioni in oggetto è stato utilizzato un modello classico: plasticità perfetta ed incrudimento, entrambi ricavabili tramite la curva tensione-deformazione del materiale costituente l'*honeycomb*. Tali modelli sono basati sul criterio di Von Mises per i materiali isotropi e possono essere utilizzati quando la dipendenza dalla velocità della deformazione è importante ai fini dell'analisi. Se è definito l'incrudimento isotropico, lo *stress* di snervamento può essere fornito come una funzione tabulare (se necessario legata alla temperatura od ad altre variabili di campo predefinite). Lo *stress* di snervamento in un dato stato di deformazione è semplicemente interpolato da questa tabella di dati, e rimane costante per i valori di deformazione che superano l'ultimo valore dato come dato tabulare. Il criterio di danneggiamento iniziale relativo all'instabilità di lamine metalliche può basarsi su diversi modelli. L'instabilità del colloquio gioca un ruolo determinante nei processi di formatura della lamiera: la dimensione della regione del collo locale è tipicamente dell'ordine dello spessore del foglio e le deformazioni locali possono rapidamente portare alla frattura. Il *necking* localizzato nel materiale non può essere modellato con gli elementi *shell* tradizionali utilizzati nelle simulazioni di formatura della lamiera poiché la dimensione della strizione è dell'ordine dello spessore dell'elemento.

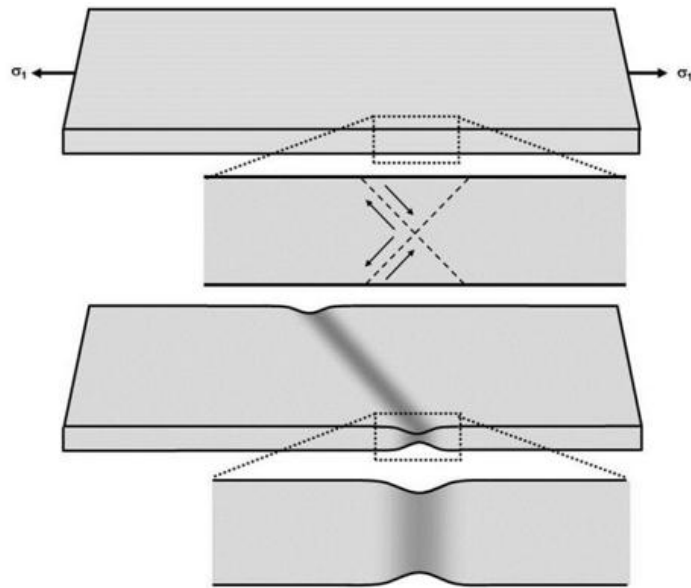


Figura 7.1 Disegno semplificato che rappresenta l'inizio del danneggiamento per *necking* di una lastra sottile (Schneider et al., 2014).

Abaqus supporta quattro criteri per la previsione dell'instaurarsi dell'instabilità per *necking* nella lamiera: *forming limit diagram* (FLD); *forming limit stress diagram* (FLSD); *Müschelborn-Sonne forming limit diagram* (MSFLD) e Marciniak-Kuczynski (M-K). Questi criteri si applicano solo agli elementi con una formulazione di sollecitazione piana (sollecitazione piana, guscio, membrana). Nelle simulazioni in oggetto è stato scelto il criterio FLD per la sua maggiore semplicità di applicazione. Il *forming limit diagram* (FLD) è un concetto introdotto da Keeler e Backofen (1964) per determinare la quantità di deformazione che un materiale può sopportare prima dell'insorgenza dell'instabilità del *necking*. Le deformazioni massime che un materiale lavorato come lamina può sostenere prima dell'inizio del *necking* sono indicati come deformazioni limite di formazione. Un FLD è un diagramma delle deformazioni limite di formazione nello spazio delle deformazioni logaritmiche principali (nel piano). Quindi quando si parla di deformazioni limite maggiori e minori ci si riferisce rispettivamente ai valori massimo e minimo delle deformazioni limite principali nel piano. Il limite maggiore è generalmente rappresentato sull'asse verticale e quello minore sull'asse orizzontale.

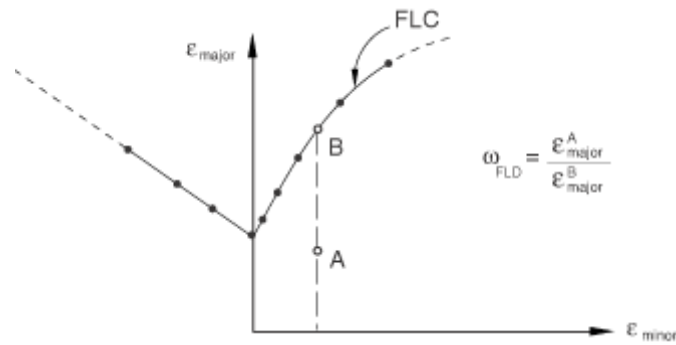


Figura 7.2 Diagramma di formatura FLD. La condizione di inizio danneggiamento del materiale viene indicata tramite il rapporto indicato in figura. Lo stato A corrisponde alla condizione attuale del materiale, mentre la deformazione nel punto B corrisponde all'inizio del *necking*, e quindi della fase di danneggiamento (Abaqus Analysis User's Guide, 6.14).

Il criterio di inizio danneggiamento FLD richiede la specificazione dell'FLC (*forming limit curve*) in forma tabulare fornendo la deformazione principale maggiore all'inizio del danneggiamento del materiale come funzione tabulare delle deformazione principale minore. Dal punto di vista matematico si può esprimere tale dipendenza come:

$$\varepsilon_{\text{major}}^{\text{FLD}} (\varepsilon_{\text{minor}}, \theta, f_i)$$

Il criterio tramite il quale si determina l'inizio del danno è dato dalla condizione:

$$\omega_{\text{FLD}} = 1$$

La variabile ω_{FLD} si determina tramite la relazione:

$$\omega_{\text{FLD}} = \frac{\varepsilon_{\text{major}}}{\varepsilon_{\text{major}}^{\text{FLD}} (\varepsilon_{\text{minor}}, \theta, f_i)}$$

Dove:

- ε_{major} : è la deformazione principale maggiore che presenta il materiale nell'istante considerato;
- $\varepsilon_{major}^{FLD}$: è la deformazione principale maggiore valutata sulla curva FLD;
- ε_{minor} : è la deformazione principale minore che presenta il materiale nell'istante considerato;
- θ : è la temperatura;
- f_i : sono variabili di campo predefinite.

Se il valore della deformazione minore si trova al di fuori di quelli indicati nei dati tabulari Abaqus provvede ad estrapolare le deformazioni principali maggiori considerando la pendenza della curva FLC costante dopo l'ultimo punto noto.

A.3 GLI ELEMENTI SHELL

Abaqus provvede a fornire varie tipologie di elementi finiti per le simulazioni FEM. Nelle simulazioni effettuate sono stati impiegati elementi di tipo guscio, denominati *shell*. Gli elementi *shell* vengono utilizzati per modellare strutture in cui una dimensione, lo spessore, è significativamente inferiore rispetto alle altre. Gli elementi *shell* convenzionali discretizzano un corpo definendo la geometria su una superficie di riferimento. In questo caso lo spessore è definito attraverso la proprietà della sezione. Gli elementi *shell* convenzionali hanno gradi di libertà negli spostamenti e nelle rotazioni. Gli elementi *shell* convenzionali in Abaqus possono essere utilizzati nell'analisi tridimensionale o asimmetrica. In Abaqus/Standard utilizzano l'interpolazione lineare o quadratica e consentono di simulare le sollecitazioni meccaniche e/o termiche (non accoppiate). In Abaqus/Explicit usano l'interpolazione lineare e consentono di simulare le sollecitazioni meccaniche. Questi elementi possono essere utilizzati in procedure di analisi sia statiche che dinamiche. Alcuni elementi includono l'effetto della deformazione trasversale a taglio e la variazione dello spessore durante le sollecitazioni, mentre altri no. Alcuni elementi consentono grandi rotazioni deformazioni tipo membrana finita, mentre altri consentono ampie rotazioni ma piccole deformazioni. Per le simulazioni in questo lavoro di tesi sono stati scelti elementi della libreria di Abaqus denominati *general-purpose conventional shell elements*. Tali elementi contemplano la deformazione trasversale a taglio ed utilizzano le teorie dei gusci spessi quando lo spessore è rilevante, mentre sfruttano la teoria di Kirchhoff per i

gusci sottili quando lo spessore diminuisce. Diminuendo lo spessore le deformazioni trasversali dovute al taglio diminuiscono rapidamente.

A.4 L'ATTRITO NEL MODELLO

La definizione dell'attrito nel modello utilizzato si basa sul modello di Coulomb. Il concetto di base è quindi quello di correlare la tensione tangenziale dovuta all'attrito con la pressione esercitata tra i due corpi a contatto. Sviluppando tale concetto si può dire che due superfici a contatto tra loro possono sviluppare una forza di taglio fino ad un certo valore prima di poter scivolare una sull'altra (*sticking*). Viene quindi definita una tensione di taglio in funzione di una frazione della pressione esercitata sulle due superfici:

$$\tau_{crit} = \mu p$$

Dove:

- τ_{crit} : è la tensione tangenziale tra le due superfici;
- μ : è il coefficiente d'attrito;
- p : è la pressione esercitata tra le due superfici.

Il modello basico impiegato assume l'attrito come isotropo, ovvero che il coefficiente μ sia uguale in tutte le direzioni sulle superfici del modello. Per un modello tridimensionale vengono definite due componenti ortogonali tra loro per la tensione tangenziale: τ_1 e τ_2 . Tali tensioni si sviluppano sulle superfici a contatto tra loro. Per determinare se due superfici possono vincere la forza d'attrito che le lega Abaqus determina un valore equivalente della tensione tangenziale, *equivalent shear stress* $\bar{\tau}$:

$$\bar{\tau} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$$

Inoltre Abaqus calcola una velocità di scorrimento tra le due superfici (*slip rate*) tramite le velocità di scorrimento nelle due direzioni ortogonali, come per il caso delle tensioni tangenziali:

$$\dot{\gamma}_{eq} = \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2}$$

Dove:

- $\dot{\gamma}_{eq}$: velocità di scorrimento tangenziale;
- $\dot{\gamma}_1$: velocità di scorrimento lungo la direzione principale 1;

- γ_2 : velocità di scorrimento lungo la direzione principale 2.

BIBLIOGRAFIA

1. Albertario L. *Development and rapid prototyping of new numerical models oriented to the honeycoms sandwich panels modeling*. Università degli Studi di Pavia, AA 2009-2010.
2. Ashby M. F. *The properties of foams and lattices*. Engineered foams and porous materials, vol. 364, iss. 1834, The Royal Society Publishing, 2006.
3. Caserta G.. *The use of honeycomb in the design of innovative helmets*. Department of Aeronautics, Imperial College London, 2012.
4. Charles Darwin., *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*, New York: D. Appleton and Company, 1861.
5. D’Mello R. J., Guntupalli S., Hansen L. R., Waas A. M. *Dynamic axial crush response of circular cell honeycombs*. Proceedings of the Royal Society A, vol. 468, issue 2146, 2012.
6. Dharmasena K. P., Wadley H. N. G., Xue Z., Hutchinson J. W.. *Mechanical response of metallic honeycomb sandwich panel structures to high-intensity dynamic loading*. International Journal of Impact Engineering, Elsevier. 2007.
7. Djavanroodi F., Derogar A.. *Experimental and numerical evaluation of forming limit diagram for Ti6Al4V titanium and Al6061 T6 aluminum alloys sheets*. Materials and Design 31: 4866–4875
8. Doyoyo M , Mohr D.,... *Experimental investigation on the plasticità of hexagonal aluminium honeycomb under multiaxial loading..* Journal of Applied Mechanics, 71, 2004.
9. Galileo Galilei, a cura di E. Giusti; *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali*; Einaudi, 1990.
10. Gibson L. J., Ashby M. F.. *Cellular solids: structure and properties*. Cambridge Università Press, seconda edizione, 1997.
11. Heimbs S., Middendorf P., Maier M.. *Honeycomb Sandwich Material Modeling for Dynamic Simulations of Aircraft Interior Components*. 9th International LS-DYNA Users Conference, 2006.
12. Hong, S.T., Pan, J., Tyan, T., Prasad, P. *Quasi-static crush behaviour of aluminium honeycomb specimens under compression dominant loads*. International Journal of Plasticity, 22, 2006, pp. 73-109.
13. Hong, S.T., Pan, J., Tyan, T., Prasad, P. *Dynamic crush behaviours of aluminium honeycomb specimens under compression dominant inclined loads*. International Journal of Plasticity, 24, 2008, pp 89-117

14. Hou, B., Ono, A., Abdennadher, S., Pattofatto, S., Li, Y.L., Zhao, H. *Impact behaviour of honeycombs under combined shear-compression. Part I: experiments*. International Journal of Solids and Structures, 48, 2011, pp. 687-697.
15. Pepelnjak T., Kuzman K. *Numerical determination of the forming limit diagram*. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, vol. 20, issue 1-2, 2007.
16. Rebhi L., Dinulovic M., Andric P., Dodic M., Krstic B.. *On the effective shear modulus of composite honeycomb sandwich panels*. 7th International scientific conference on denfensive technologies, 2016.
17. Robert Hooke; *Micrographia*; eBooks@ Adelaide (University of Adelaide), 2014.
18. Schneider R., Heine B., Grant R.J. *Mechanical Behaviour of Commercial Aluminium Wrought Alloys at Low Temperatures*. Light Metal Alloys Application, edited by Waldemar A. Monteiro, INTECH, 2014.
19. Vladimír G. *Measurement of the Energy absorption capability of polyurethane foam*. University of Technology, Faculty of Electrical Engineering and Information Technology, Bratislava. 2010.
20. Wadley H. N. G. . *Multifunctional periodic cellular metals*.. The Royal Society publishing, 2006.
21. William Lloyd MacDonald; *The Pantheon: design, meaning and progeny*; Harvard University Press, 1976.
22. Yamashita, M., Gotoh, M.. *Impact behaviour of honeycomb structures with various cell specifications – numerical simulation and experiment*, International Journal of Impact Engineering, 32, 2005, pp. 618-630.
23. Zhou Q., Mayer R. R. . *Characterization of aluminium honeycomb material failure in large deformation compression, shear and tearing*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 124, issue 4, 2002.
24. Zhou Z., Wang Z., Zhao L., Shu X. *Experimental investigation on the yield behavior of Nomex honeycombs under combined shear-comp0ression*. Latin American Journal of Solids and Structures, vol . 9 no. 4, 2012.

Sit internet

1. <https://www.hq.nasa.gov/alsj/a11/a11LM5structures.html>
2. https://www.gemata.it/a_33_EN_113_3.html

3. https://it.wikipedia.org/wiki/Pannello_a_sandwich
4. <http://www.ergaerospace.com/Energy-Absorbtion.html> sito del produttore ERG Aerospace Corp.
5. <http://www.tonellism.com/> , azienda Tonelli S.p.A., catalogo 2017
6. <http://www.fornacecasetta.it/it/> azienda Fornace Casetta S.r.l. 2017 | Laterizi e materiali per edilizia, catalogo 2017.
7. <http://www.nationalgeographic.com.au/history/honey-in-the-pyramids.aspx> , 2017.
8. <http://www.flyingmag.com/photo-gallery/photos/robinson-helicopters> , 2017.
9. https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_della_plasticit%C3%A0
10. <https://ocw.mit.edu/courses/materials-science-and-engineering/3-054-cellular-solids-structure-properties-and-applications-spring-2015/lecture-notes/>