

*a Elena Anastasia,
alla pazienza dei miei genitori*

*Siddharta pensa, aspetta, digiuna, ma passa attraverso le cose del mondo come la
pietra attraverso l'acqua... La sua meta lo attira a sé, poiché egli non conserva nulla
nell'anima propria, che potrebbe contrastare a questa meta.*

Hermann Hesse

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
Padova, Italy

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ELETTRICA

**APPROCCIO ANALITICO
ALLO STUDIO DELLE OSCILLAZIONI DI COPPIA
NEI MOTORI SINCRONI A RILUTTANZA**

Relatore: Ch.mo Prof. NICOLA BIANCHI

Laureando: DANIELE ARDILICA
626448/IT

Anno Accademico: 2012/2013

SOMMARIO	v
LISTA DEI SIMBOLI	vii
1 INTRODUZIONE	1
2 MOTORE SINCRONO A RILUTTANZA	5
2.1 Introduzione	5
2.2 Sistemi di riferimento	9
2.3 Modello matematico del motore REL con una barriera di flusso per polo	12
2.3.1 calcolo della coppia	16
2.3.2 il ripple di coppia	18
2.4 Modello matematico del motore REL con due barriere di flusso per polo	20
2.5 Il motore di prova	23
2.6 Le simulazioni	23
3 CONSIDERANDO IL CARICO ELETTRICO	27
3.1 Introduzione	27
3.2 Riduzione del ripple di coppia, metodo della FMM	29
3.2.1 FMM simmetrica	30
3.2.2 Spessore della barriera	31

3.2.3	Si impone di avere il flusso costante	32
3.3	Conclusioni	34
4	CONSIDERANDO L'ANALISI ARMONICA	35
4.1	Introduzione	35
4.2	Funzione di Trasferimento	36
4.3	Studio analitico del potenziale di rotore	39
4.4	Angoli di barriera	42
4.5	Verifica delle formule	42
4.6	Barriere simmetriche	49
4.6.1	sesta armonica di coppia	49
4.6.2	dodicesima armonica di coppia	50
4.6.3	ventiquattresima armonica di coppia	52
4.6.4	conclusioni	53
4.7	Dissimmetria tra poli successivi, Modello Machaon	55
4.7.1	sesta armonica di coppia	55
4.7.2	dodicesima armonica di coppia	56
4.7.3	diciottesima armonica di coppia	61
4.7.4	ventiquattresima armonica di coppia	61
4.7.5	conclusioni	62
4.7.6	dodicesima peggiorativa di coppia	64
4.8	Shifting sotto un polo	65
4.8.1	dodicesima armonica di coppia	67
4.8.2	differenti armoniche di coppia	68
4.9	Il confronto dei metodi	70
4.9.1	dodicesima armonica di coppia	71
5	ANALISI ARMONICA - METODI ALTERNATIVI	73
5.1	Introduzione	73
5.2	Funzioni seno	73
5.3	Funzioni coseno per la coppia	79
5.4	Il modello Romeo e Juliet	82

6	ANALISI ARMONICA - 2 BARRIERE PER POLO	87
6.1	Introduzione	87
6.2	Ricerca degli angoli di barriera	87
6.2.1	dodicesima armonica di coppia	88
6.2.2	ricerca del contenuto armonico del potenziale analitico di rotore	91
6.2.3	Funzione seni per due barriere per polo	93
6.3	Conclusioni	95
7	ANALISI ARMONICA - 3 BARRIERE PER POLO	97
7.1	Introduzione	97
7.2	Considerazioni	97
8	EFFETTO DELLE CAVE DI ROTORE	101
8.1	Introduzione	101
8.2	Lo studio	101
8.3	I risultati	102
8.4	L'influenza delle cave di statore	103
8.5	Metodo iterativo	107
8.6	Andamento della coppia	109
9	EFFETTO DELLA SATURAZIONE	113
9.1	Introduzione	113
9.2	Andamento della coppia	113
9.3	Influenza della corrente	119
9.4	Conclusioni	121
	Bibliografia	123
A	FILE DATA MOTOR	125
B	FILE PREPROCESSING per la coppia	127
C	FILE POSTPROCESSING per la coppia	131
D	CONFRONTO POTENZIALE DI ROTORE	133
E	PLOT ED ANALISI PUNTUALE	137

F CONTENUTO ARMONICO Ur

139

SOMMARIO

L'obiettivo di questo studio è la riduzione del ripple di coppia nei motori sincroni a riluttanza, altrimenti indicati con REL, agendo sulla geometria del rotore. Partendo da modelli matematici già sviluppati, in cui si nota come le pulsazioni di coppia siano legate alla geometria delle barriere di flusso ed al flusso stesso che attraversa il rotore, si cercano delle situazioni per ridurle.

Evitando un approccio esclusivamente numerico, questo studio analizzerà il problema con metodi più diretti ed intuitivi. Presa una geometria tipo per un motore REL si passerà per lo studio dell'andamento della forza magnetomotrice al traferro (o dell'induzione al traferro) ed al proprio contenuto armonico con lo scopo di avere delle barriere di flusso che occupino un angolo tale da annullare il contributo di alcuni ordini. Similmente notando che la forza magnetomotrice al traferro ha un andamento a gradini, si analizzeranno i risultati ottenuti mettendo delle barriere di flusso in grado di coprire dei gradini interi.

Prese poi delle soluzioni accettabili in termini di prestazioni sul ripple di coppia, si analizzerà l'influenza delle cave di statore e della saturazione nel caso in cui i ponticelli che delimitano le isole magnetiche vengono realizzati direttamente dal lamierino di rotore (attraverso appunto la saturazione di una piccola porzione di materiale).

LISTA DEI SIMBOLI

I simboli vengono elencati, solo una volta, secondo l'ordine di apparizione nel testo.

Simbolo	Unità di Misura	Descrizione
K_s	A/m	carico elettrico
$K_{s\nu}$	A/m	valore di picco del carico elettrico per l'armonica ν
ν	–	ordine armonico
p	–	numero di coppie polari
θ_s	$grad$	coordinata angolare di statore in angoli meccanici
θ_m	$grad$	posizione angolare del rotore in angoli meccanici
α_i^e	$grad$	angolo di fase elettrico del vettore corrente
U_s	A	potenziale magnetico di statore
D_i	m	diametro interno di statore
θ_r	$grad$	coordinata angolare di rotore in angoli meccanici
$K_{w\nu}$	–	coefficiente di avvolgimento secondo l'ordine armonico ν
q	–	numero di cave per polo per fase
α_c	$grad$	angolo meccanico tra due cave successive di statore
B_g	T	induzione al traferro
U_r	A	potenziale magnetico di rotore
g	m	traferro in aria tra rotore e statore
ϕ_b	Wb	flusso magnetico
L_{stk}	m	lunghezza totale del pacco rotorico
μ_0	H/m	permeabilità magnetica del vuoto

$2\theta_b$	<i>grad</i>	angoli meccanici di copertura della barriera di flusso
θ_{b1}	<i>grad</i>	prima barriera di flusso, al traferro
θ_{b2}	<i>grad</i>	seconda barriera di flusso, più interna
θ_{b1}^1	<i>grad</i>	prima barriera di flusso, sotto il primo polo
θ_{b1}^2	<i>grad</i>	prima barriera di flusso, sotto il secondo polo
t_b	<i>m</i>	spessore della barriera di flusso
l_b	<i>m</i>	lunghezza della barriera di flusso
τ_m	<i>Nm</i>	coppia

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

Il motore a riluttanza è un particolare tipo di motore il cui principio di funzionamento si basa sull'interazione tra l'anisotropia magnetica del rotore ed il campo magnetico rotante di statore. L'unica coppia disponibile all'albero è la coppia di riluttanza, ma consente elevate densità di potenza a costi ridotti.

Lo statore è formato da una struttura a più poli simile a quella di un classico motore sincrono, mentre il rotore è costruito in materiale magnetico dolce, ad esempio lamierini al silicio, e presenta delle salienze con funzioni di poli.

Il numero di poli di rotore è tipicamente minore rispetto quello di statore per minimizzare le oscillazioni di coppia e prevenire l'allineamento simultaneo dei poli, posizione in cui non si sviluppa alcuna coppia.

Quando il polo di rotore si trova equidistante dai due poli adiacenti di statore si ha la posizione di totale disallineamento, in cui si ha la massima riluttanza magnetica. Similmente quando i poli di rotore sono allineati con i poli di statore si ha la posizione di minima riluttanza.

Quando i poli di statore sono alimentati, la coppia di rotore sarà nella direzione in cui si riduce la riluttanza, in questo modo il vicino polo di rotore verrà tirato nella posizione di allineamento con il campo di statore (posizione di minima riluttanza). Per mantenere la rotazione quindi il campo di statore deve essere in anticipo rispetto la posizione di rotore, così da tirarlo continuamente in avanti. Una variante sono i motori con avvolgimento trifase di statore, in cui si raggiunge il sincronismo sul rotore.

Un campo magnetico applicato ad un oggetto anisotropo produce una coppia di forze alle estremità dell'oggetto, se esiste un angolo non nullo tra l'asse diretto dell'oggetto e le linee di campo. Inoltre l'asse diretto dell'oggetto non allineato produce una distorsione al campo magnetico stesso, che è maggiore nella direzione dell'asse in quadratura.

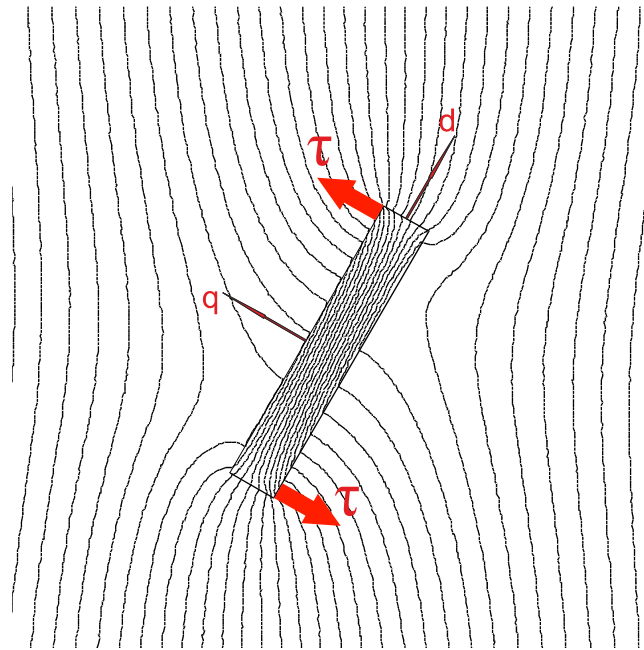


Figura 1.1: oggetto anisotropo immerso in un campo magnetico, andamento delle linee di campo.

Le induttanze di ogni fase variano con la posizione del rotore, perché legate all'anisotropia della macchina.

Si possono distinguere differenti tipi di motore a riluttanza:

- Motore sincrono a riluttanza (REL), presenta un numero uguale di poli di statore e rotore (tipicamente 4 o 6 poli) dove sono state introdotte delle barriere di flusso, fori per creare l'anisotropia magnetica. Il campo magnetico è prodotto da un avvolgimento trifase con distribuzione sinusoidale, posto in cave di statore, che concatena un flusso con il rotore attraverso il traferro (in modo simile ad un motore ad induzione).
- Motore a riluttanza variabile.
- Motore a riluttanza commutata (SRM - *Switched Reluctance Motor*), simile ad un motore passo-passo con pochi poli, dove la riluttanza varia per mezzo della commutazione dell'elettronica di potenza permettendo un facile controllo dell'avviamento, della velocità e la riduzione del ripple di coppia. Vengono comunemente usati in applicazioni in cui il rotore ha lunghi periodi di sosta o in ambienti con presenza di atmosfera esplosiva, data la mancanza di commutatori meccanici.
- Motore passo-passo a riluttanza variabile.

Tra gli svantaggi tipici di questo tipo di motori si nota soprattutto l'elevata ondulazione sul valore medio della coppia, soprattutto a basse velocità ed il rumore che ne risulta. Inoltre per un ottimale controllo del motore sono necessari

sistemi basati su microcontrollori, che utilizzano algoritmi in real-time, per realizzare opportunamente le forme d'onda sullo statore a seconda della posizione del rotore e della retroazione di tensione e correnti.

Fino all'inizio del ventunesimo secolo il loro utilizzo era limitato dalla complessità della progettazione del rotore e dei sistemi di controllo. Successivamente i problemi vennero superati dallo sviluppo di nuovi modelli matematici e software di simulazione numerica che sfruttano le maggiori potenze di calcolo ora disponibili ad un costo relativamente basso.

Tra i particolari pregi dei motori a riluttanza in generale c'è la totale assenza di manutenzione ed una grande vastità di possibilità di regolazioni tramite inverter. Inoltre mantenendo la velocità di sincronismo anche al variare del carico applicato (a differenza dei motori asincroni) si può ottenere una vasta gamma di regolazioni agendo sull'alimentazione senza la necessità di trasdurre la velocità (azionamenti sensor-less). Rimane inoltre il pregio dell'assenza dell'avvolgimento di eccitazione o di magneti permanenti sul rotore.

I motori sincroni a riluttanza vengono impiegati nell'industria tessile, in quella del vetro, nel settore delle materie plastiche ed in tutte quelle applicazioni che necessitano una velocità costante dei motori anche se sollecitati con carichi differenti.

Date le elevate velocità di rotazione, trovano buon uso anche come avviatori dei turbomotori. Inoltre, dopo la fase di avviamento, il motore può rimanere calettato alla turbina ed anche girando a velocità molto elevate la tensione a vuoto sviluppata ai morsetti ha valori ridotti, perché prodotta dal solo magnetismo residuo del ferro di rotore.

In questo elaborato sono stati studiati i motori sincroni a riluttanza REL, per ridurre le citate oscillazioni di coppia attorno al valore medio. Dato l'approccio analitico ci si è soffermati soprattutto al caso di rotore con una barriera per polo, cercando comunque differenti vie per risolvere il problema.

Dopo aver sviluppato una già nota rappresentazione analitica del motore, si studia la forma delle barriere di flusso¹ in relazione al carico elettrico² od al contenuto armonico del potenziale assunto dalle isole magnetiche rotoriche. In particolar modo è stato approfondito lo studio del contenuto armonico passando per differenti analisi in modo tale da annullare o ridurre determinati ordini sul potenziale o sulla coppia.

Infine è stato valutato quanto le ipotesi introduttive di materiali magnetici lineari ed esclusione della forma delle cave di statore, hanno influenzato i risultati ottenuti. E quindi quanto un modello analitico che non tiene conto della saturazione sia attendibile per dei risultati preliminari.

¹principali responsabili del ripple sulla coppia.

²il quale presenta una distribuzione a gradini.

MOTORE SINCRONO A RILUTTANZA

2.1. Introduzione

Il motore a riluttanza sincrono è un caso particolare del motore sincrono a magneti permanenti di tipo IPM (*Internal Permanent Magnet*) in cui però sono stati tolti proprio i magneti e mantenuta la sola struttura rotorica ferromagnetica (idealmente in Figura 2.1), eventualmente modificata per accentuare l'anisotropia magnetica.

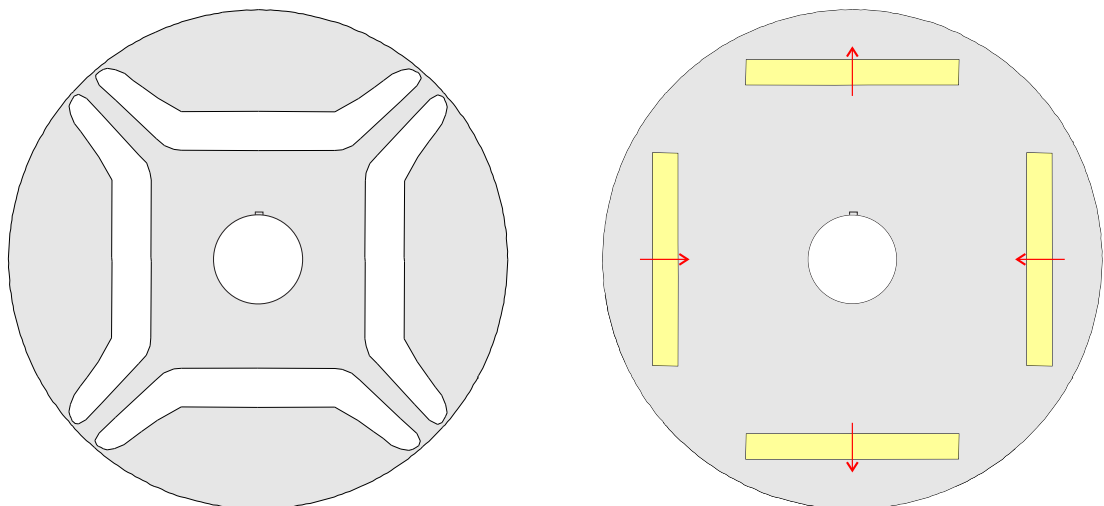


Figura 2.1: a destra un lamierino per un rotore di tipo REL, a sinistra di un rotore di tipo IPM con in evidenza i magneti permanenti.

La mancanza dei magneti permanenti consente di raggiungere elevate velocità di rotazione, tali da estendere di molto la regione di funzionamento a potenza

limite costante. Inoltre al raggiungimento della velocità di sincronismo si annullano le correnti indotte sul rotore.

Questo tipo di rotore consente di avere corrente di cortocircuito nulla e di rendere il motore più affidabile e meno costoso, i magneti permanenti infatti oltre ad avere dei costi elevati rischiano di smagnetizzarsi con correnti di induttore troppo elevate, o nel caso di motori SPM (*Surface Permanent Magnet*) risentono molto della forza centrifuga di rotazione con il rischio di scollarsi dal rotore.

La salienza di rotore, necessaria per avere l'anisotropia magnetica, è ottenuta con l'introduzione di barriere di flusso di materiale amagnetico (generalmente aria, attraverso dei fori) all'interno di un rotore liscio, che dirigono il flusso verso l'asse diretto.

Le barriere sono poste trasversalmente rispetto le linee di flusso di statore, così da impedirne la penetrazione all'interno del rotore. Il rotore è privo di magneti o di avvolgimenti principali e la laminazione può essere convenzionale (ortogonale all'asse di rotazione) oppure di tipo assiale nei motori ALA (*Axially Laminated Anisotropic Rotor*).

Per la laminazione trasversale si usano lamierini al silicio per macchine elettriche isolati tra loro per mezzo di vernice od ossidi, mentre il rotore a laminazione assiale presenta pacchi di lamierini di materiale ferromagnetico, con interposti fogli di alluminio disposti parallelamente all'albero motore che svolgono la duplice funzione di barriera di flusso e di gabbia rotorica. Il rotore opera a velocità sincrona e non essendoci correnti indotte presenta perdite ridottissime, legate solo all'isteresi ferromagnetica.

La gabbia rotorica consente l'avviamento del motore alla frequenza industriale, con un procedimento uguale ai motori asincroni. In mancanza della gabbia rotorica, il motore può essere collegato direttamente alla rete solo dopo il raggiungimento della velocità di sincronismo, ma in questo modo si perderà ogni controllo su coppia e velocità che si stabiliranno ai valori nominali.

La gabbia rotorica può essere presente anche nei motori a laminazione trasversale e consente ancora un avviamento simile ad un motore asincrono fino a raggiungere valori di velocità prossimi a quella di sincronismo, quindi a causa della disomogeneità magnetica il rotore è soggetto ad una coppia di sincronizzazione che lo porta al passo con il campo magnetico rotante di statore. Raggiunto il sincronismo il rotore ruota rigidamente a questa velocità qualsiasi sia il carico applicato, purché inferiore alla coppia massima. Fin tanto che sarà invece applicato un carico superiore alla coppia massima, il motore perderà il passo di sincronismo e si creerà un certo scorrimento, è quindi importante conoscere a priori o monitorare l'entità del carico e del momento d'inerzia applicato. La presenza della gabbia rotorica consente l'avviamento direttamente in linea, con frequenza e tensione costanti, mentre nel caso non fosse presente è necessaria l'alimentazione controllata ad esempio tramite inverter. I motori senza gabbia necessitano di un avviamento controllato, ma consentono di avere perdite praticamente nulle data la mancanza di correnti indotte.

La gabbia può essere realizzata in alluminio, così da svolgere la duplice funzione di avviamento asincrono e di barriera di flusso dato che l'alluminio è un materiale

non magnetico.

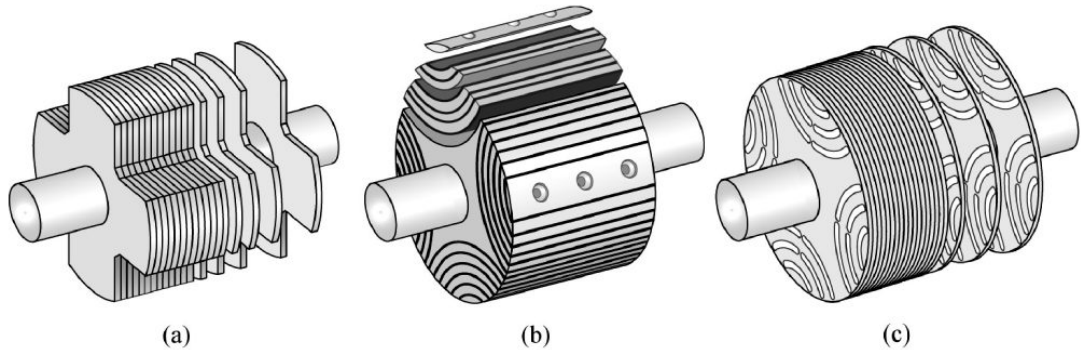


Figura 2.2: possibili tipologie di motori a riluttanza, a) poli salienti, b) laminazione ALA, c) laminazione trasversale REL [1, bibliografia].

Considerando il piano dq in modo tale che l'asse d coincida con il percorso di minima riluttanza¹, si definisce *rapporto di anisotropia* il valore $\frac{L_d}{L_q}$ dove L_d e L_q sono rispettivamente le autoinduttanze presenti sull'asse diretto e su quello in quadratura.

La coppia elettromagnetica sviluppata dal motore è tanto maggiore quanto più è elevato il rapporto di anisotropia. Nel caso di rotore a laminazione assiale, tale rapporto aumenta al crescere del numero dei segmenti, ma intuitivamente per la tenuta meccanica della macchina, questi non possono essere un numero eccessivo. Tipicamente il rapporto di anisotropia per macchine a laminazione assiale è un valore compreso tra 10 e 20, mentre nella macchine a poli salienti è compreso tra 4 e 5, quindi molto basso.

La scelta tra un rotore anisotropo a laminazione assiale o convenzionale è un compromesso tra costi e prestazioni in relazione all'applicazione finale. I motori ALA pur essendo più costosi sono preferibili perché hanno un rendimento migliore ed un fattore di potenza più alto.

Il motore a riluttanza sincrono REL, invece è di più facile costruzione, e nella trasformazione dq teoricamente presenta prestazioni simili ad una macchina in corrente continua ad eccitazione indipendente:

- Funzionamento nella regione a *coppia costante* ottenuto regolando la componente i_q di statore e mantenendo costante la componente i_d .
- Funzionamento nella regione a *potenza costante* realizzato regolando il flusso lungo l'asse d tramite la componente i_d della corrente di statore.

In via generale il motore sincrono a riluttanza viene di fatto utilizzato prevalentemente per il funzionamento nella regione a limite di coppia costante, come alternativa ai motori a magneti permanenti.

¹in seguito verrà meglio descritta la posizione reciproca degli assi di rotore e statore.

Lo statore è normalmente costituito da un nucleo ferromagnetico laminato trasversalmente, con cave chiuse o semichiusse uniformemente distribuite. La configurazione con cave aperte è utilizzata nel caso di motori bifase, trifase di piccola potenza o polifase con coppie elevate a basse velocità. Nella configurazione a cave aperte il flusso al traferro può contenere un elevato numero di armoniche, con conseguenti elevate pulsazioni di coppia, non tollerabili in alcuni funzionamenti.

Le macchine sincrone a riluttanza vengono generalmente classificate:

- In base alla configurazione del rotore, con o senza gabbia di avviamento asincrono.
- Per il tipo di avvolgimento di statore.
- A seconda della tipologia del sistema di controllo delle correnti di alimentazione dello statore.

Inoltre la distribuzione anisotropa del rotore si può ottenere:

- Orientando i cristalli del metallo ancora fuso, per mezzo di un campo magnetico.
- Durante la costruzione del rotore, intervenendo sulla geometria.
- Sfruttando insieme entrambe le soluzioni.

Per ridurre ulteriormente il campo magnetico lungo l'asse in quadratura², possono essere inseriti magneti permanenti in ferrite nelle barriere. Sono motori sincroni a riluttanza detti PMAREL (*Permanent Magnet Assist REL*) e consentono un ampio campo di variazione di velocità a potenza costante. Figura 2.3.

Per la laminazione trasversale, il singolo lamierino del pacco rotorico, si ottiene per tranciatura tradizionale. Per ottenere migliori prestazioni le isole magnetiche dovrebbero essere isolate, ma per problemi di tenuta meccanica sono invece collegate tra loro da dei tiranti, spesso detti *ponticelli*. I ponticelli possono essere ottenuti dallo stesso lamierino o creati in materiale amagnetico. Nel caso i ponticelli siano in materiale magnetico saranno disegnati in modo tale da saturarsi velocemente con la stessa forza magnetomotrice di statore o attraverso il flusso dei magneti permanenti nei motori PMAREL. Il flusso nei ponticelli rappresenta un flusso di dispersione del rotore con la conseguenza di ridurre la coppia e peggiorare il fattore di potenza, tale che deve essere ridotto al minimo compatibilmente con le esigenze meccaniche. I ponticelli che si affacciano al traferro possono essere paragonati alle tradizionali cave e devono essere disposti in modo regolare lungo la circonferenza di statore.

²il flusso in quadratura a sua volta si suddivide in flusso di circolazione al traferro ed in flusso che attraversa il rotore, limitato dalle barriere

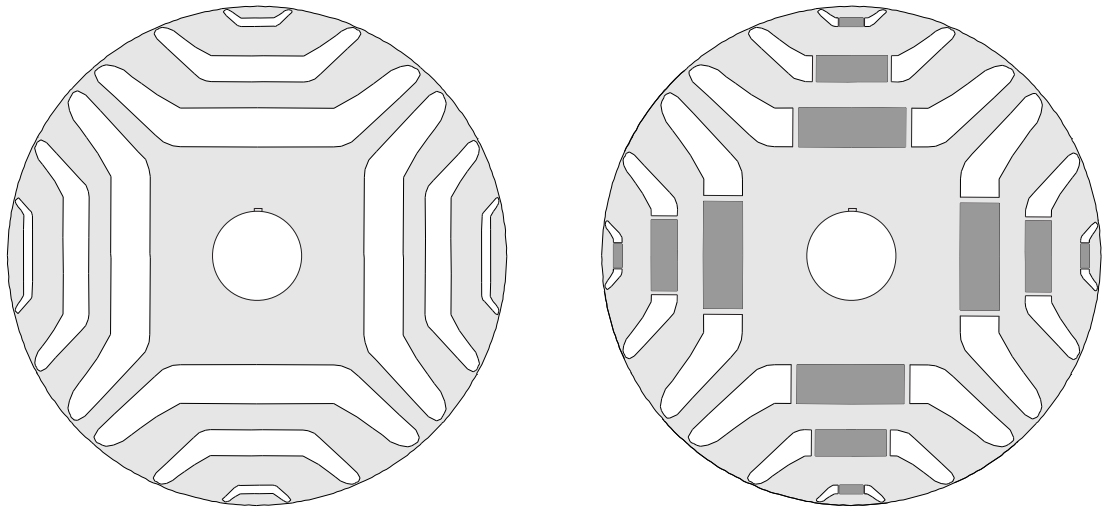


Figura 2.3: a sinistra un rotore di tipo REL a 3 barriere per polo, a destra lo stesso rotore con i magneti permanenti inseriti nelle barriere (PMAREL).

La distribuzione sinusoidale del campo rotante permette di esserci sempre una coppia che agisce per ridurre l'energia potenziale dell'intero sistema, riducendo il campo di distorsione lungo l'asse q (l'anisotropia tende sempre ad allinearsi con il campo). Se l'angolo di carico (angolo tra l'asse diretto d e l'asse del campo magnetico) è mantenuto costante, con un controllo o applicando una coppia di carico, l'energia elettromagnetica verrà continuamente convertita in energia meccanica.

Tuttavia il carico elettrico prodotto dagli avvolgimenti di statore non è sinusoidale, ma di tipo a gradini e questo introduce un elevato ripple sulla coppia risultante.

2.2. Sistemi di riferimento

Durante tutta la trattazione verranno mantenute delle convenzioni di segno sulla geometria e sui vettori elettrici, la notazione si riferisce ad un sistema di assi ortogonali mostrato in Figura 2.4.

Dal punto di vista elettrico e magnetico si ha un sistema trifase di assi.

L'angolo meccanico delle barriere di flusso viene indicato con il simbolo $2\theta_{b1}$ dove il numero a pedice indica il numero della barriera per un singolo polo, a partire da quella affacciata al traferro.

L'asse di riferimento di statore corrisponde con l'asse della fase a che è posto sull'asse x del sistema geometrico. Gli assi di riferimento delle fasi b e c saranno posti a $\pm\frac{2}{3}\pi$ radianti elettrici rispetto l'asse della fase a . La direzione di rotazione è positiva se antioraria.

Per facilitare l'implementazione numerica, riducendo il numero delle equazioni, si introducono le trasformazioni di *Clarke* e di *Park*.

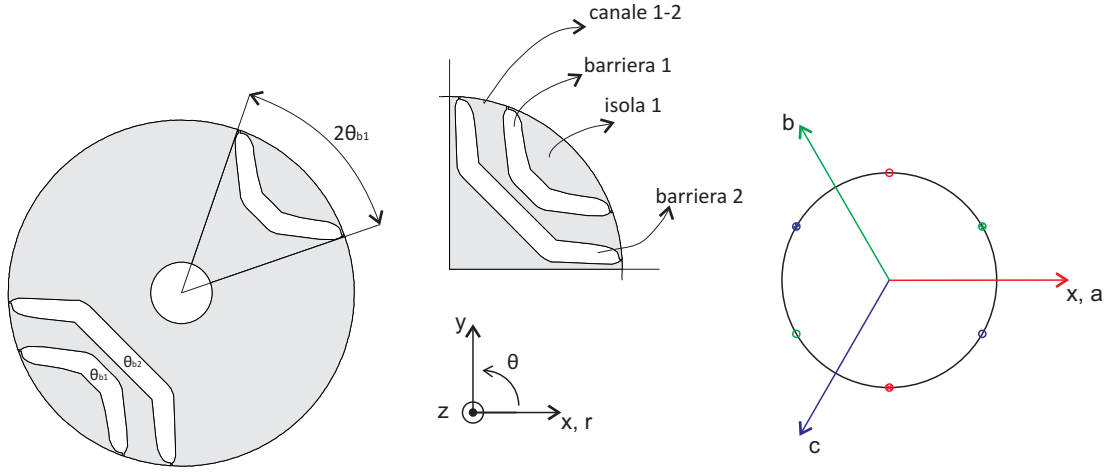


Figura 2.4: sistema geometrico di riferimento e nomenclatura delle barriere.

La trasformazione di Clarke si applica a terne di valori istantanei, applicata ai sistemi trifase di tensioni e correnti, risulta particolarmente conveniente e significativa per l'analisi sia del transitorio che del regime sinusoidale o deformato. Con tale trasformazione, e in special modo con l'utilizzo dei vettori spaziali, i componenti di una terna trifase vengono raccolti in un unico vettore con modulo e fase. A partire da una qualsiasi terna di valori abc sul piano si ottiene una terna $\alpha\beta\gamma$ a 90° nello spazio, e nel caso particolare delle macchine elettriche rotanti i soli vettori $\alpha\beta$ in quadratura nel piano sono sufficienti a rappresentare tutta la forza magnetomotrice utile al traferro, mentre l'asse γ uscente dal piano rappresenta solo flusso disperso.

La trasformazione avviene come: $\vec{X}_{\alpha\beta\gamma} = [C] \cdot \vec{X}_{abc}$.

$$C = k_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ k_2 & k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Dove (2.1) è la matrice di trasformazione di Clarke ed a seconda dei valori attribuiti a k_1 e k_2 si ottiene una trasformazione invariante alle ampiezze dei vettori oppure invariante alla potenza del sistema.

La trasformazione di Park, storicamente sorta per lo studio della dinamica delle macchine elettriche rotanti, presenta il principale vantaggio di eliminare la dipendenza dalla posizione angolare dei mutui accoppiamenti tra statore e rotore. Si passa da un sistema $\alpha\beta\gamma$ ad un sistema simile di 3 vettori ortogonali nello spazio detto $dq0$.

La trasformazione avviene come: $\vec{X}_{dq0} = [P] \cdot \vec{X}_{\alpha\beta\gamma}$.

$$P = k_1 \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_p & \sin \theta_p & 0 \\ -\sin \theta_p & \cos \theta_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Dove (2.2) è la matrice di trasformazione di Parke, che mantiene invariata la terza componente così da avere $\vec{X}_0 = \vec{\gamma}$. Inoltre è una matrice ortogonale che garantisce l'invarianza della potenza ed infine l'angolo è generico e può anche essere funzione del tempo, $\theta = \theta(t)$.

Trascurando le componenti γ e 0 perché non utili alla forza magnetomotrice al traferro si nota che si possono considerare le componenti $\alpha\beta$ e dq come le componenti xy di un vettore sul piano cartesiano o come le componenti $ReIm$ di un fasore sul piano complesso. Sostituendo quindi gli assi $\alpha\beta$ e dq con gli assi di un piano complesso si ottiene un vettore rappresentativo di un sistema trifase puro, detto *fasore spaziale* perché rappresenta la posizione dell'asse polare del sistema trifase nello spazio.

$$\vec{X}_{\alpha\beta} = x_\alpha + jx_\beta = \vec{X}e^{j\omega t}$$

Il nuovo sistema di riferimento $\alpha\beta$ ruota con la stessa pulsazione ωt del sistema abc di partenza.

$$\vec{X}_{dq} = x_d + jx_q = (x_\alpha + jx_\beta) e^{-j\theta_p} = \vec{X}e^{j(\omega t - \theta_x)}$$

Alla pulsazione del sistema di partenza abc si è aggiunto un ritardo introdotto dall'angolo tra gli assi dei sistemi $\alpha\beta$ e dq .

Ma introducendo la condizione $\theta_p = \omega t$ si ha:

$$\vec{X}_{dq} = (x_\alpha + jx_\beta) e^{-j\theta_p} = \sqrt{3}\vec{X}e^{-j\theta_x}$$

E con la condizione $\theta_p = \omega t - \theta_x$ si ottiene infine:

$$\vec{X}_{dq} = (x_\alpha + jx_\beta) e^{-j\theta_p} = \sqrt{3}\vec{X} = X_d$$

Il vettore diventa una costante sul solo asse diretto d .

Gli assi dq sono solidali al rotore e ne indicano la posizione. L'asse d viene posto lungo la direzione del rotore a massima permeanza magnetica, con l'asse q in quadratura elettrica in ritardo, come mostrato in Figura 2.5. Nel caso siano presenti anche dei magneti permanenti la notazione non cambia, l'asse d rimane sul percorso di massima permeanza ed il flusso dei magneti permanenti risulta negativo lungo l'asse q .

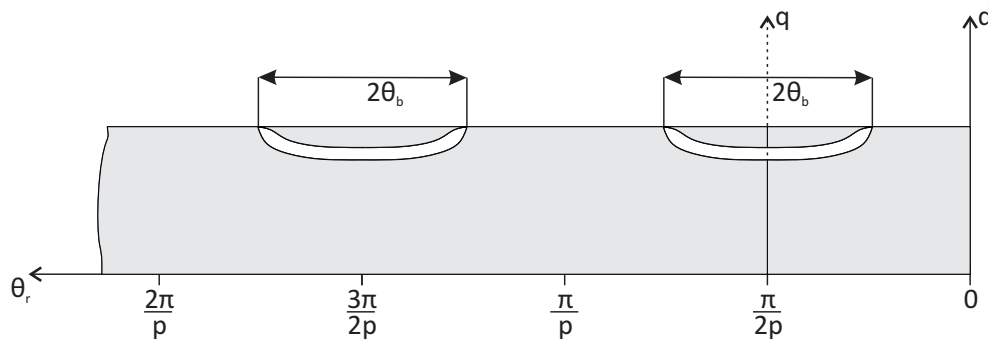


Figura 2.5: riferimenti geometrici rispetto le barriere di flusso.

2.3. Modello matematico del motore REL con una barriera di flusso per polo

La macchina a riluttanza sincrona è utilizzata in applicazioni in cui sono necessarie velocità sincrona, alta dinamica e capacità di controllo. Il rotore a riluttanza sincrona trasversalmente laminato presenta una bassa inerzia proprio a causa della presenza delle barriere di flusso.

Per il modello si considera uno statore senza cave, in cui i conduttori sono sostituiti da un foglio conduttore, di spessore infinitesimale, posto sulla superficie interna dello statore. Lungo la circonferenza è quindi considerata una distribuzione di densità di corrente $n_d(\theta_s)$ equivalente all'effettiva distribuzione delle bobine all'interno delle cave, detta *carico elettrico* ed indicata con il simbolo K_s . In Figura 2.6 la rappresentazione grafica di questo concetto.

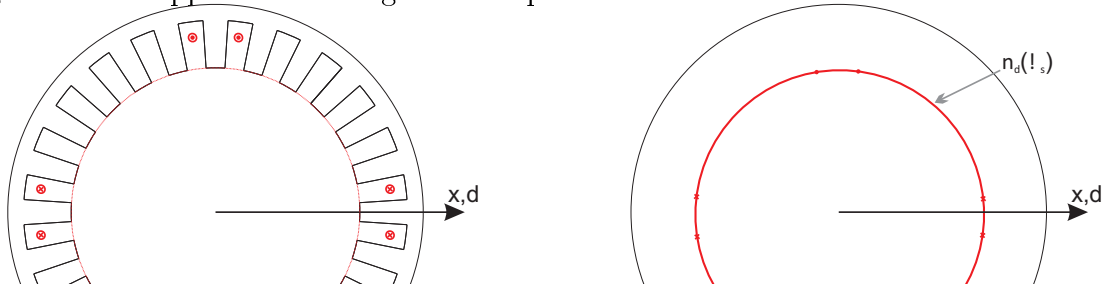


Figura 2.6: rappresentazione del carico elettrico al traferro distribuito su uno spessore infinitesimo.

In termini analitici si ha:

$$K_s(\nu) = \sum_{\nu} \hat{K}_s \sin(\nu p \theta_s - p \theta_m - \alpha_i^e) \quad (2.3)$$

Adottando un avvolgimento trifase classico, con un numero intero di cave per polo per fase, oltre alla fondamentale saranno presenti solo armoniche dispari non multiple della terza.

Si avrà: $\nu = 6k \pm 1$ con k numero intero relativo.

Dal carico elettrico si ricava il potenziale magnetico di statore, dato da:

$$U_s(\theta_s) = \int \hat{K}_s(\theta_s) \frac{D_i}{2} d\theta_s \quad (2.4)$$

È infine conveniente esprimere le quantità con riferimento di rotore, definito dalle coordinate angolari θ_r secondo le relazioni $p\theta_s = p\theta_r + p\theta_m = p\theta_r + \omega t$. In questo modo l'angolo ωt viene usato per individuare la posizione del rotore.

Sostituendo $p\theta_s$ nelle equazioni risulta per il carico elettrico:

$$K_s(\theta_r) = \sum_{\nu}^N \hat{K}_{s\nu} \sin [\nu p\theta_r - (\nu - 1)\omega t - \alpha_i^e] \quad (2.5)$$

Dove si ha:

$$\hat{K}_{s\nu} = \frac{3K_{\omega\nu} N \hat{I}}{\pi D_i}$$

$$K_{w\nu} = \frac{\sin\left(\nu q \frac{\alpha_c}{2}\right)}{q \sin\left(\nu \frac{\alpha_c}{2}\right)}$$

Con ν ordine armonico di cava. Mentre per il potenziale di statore:

$$U_s(\theta_r) = \int \hat{K}_{s\nu}(\theta_r) \frac{D_i}{2} d\theta_r = \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{\nu} \frac{D_i}{2p} \cos [\nu p\theta_r + (\nu - 1)\omega t - \alpha_i^e] \quad (2.6)$$

Come conseguenza del potenziale magnetico di statore si ha un flusso di induzione magnetica nel rotore. Una porzione di questo flusso attraversa le barriere e l'isola magnetica assume un potenziale magnetico proporzionale alla riluttanza della barriera di flusso ed al flusso stesso. Inoltre la densità di flusso al traferro può essere calcolata come la differenza tra i due potenziali magnetici, il potenziale magnetico di statore ed il potenziale magnetico di rotore. In Figura 2.7 il modello del potenziale di rotore a partire dal carico elettrico.

Nell'ipotesi semplificativa di una sola barriera di flusso per polo, dove l'angolo θ_b rappresenta metà angolo che copre la barriera di flusso espresso in angoli meccanici. Trascurando la caduta di tensione magnetica nel percorso del ferro di statore, la distribuzione del flusso al traferro è data da:

$$B_g(\theta_r) = \mu_0 \frac{-U_s(\theta_r) + U_r(\theta_r)}{g} \quad (2.7)$$

Il potenziale magnetico di rotore va considerato costante in ogni isola magnetica (definita dalle barriere di flusso e dal traferro) e nullo altrove.

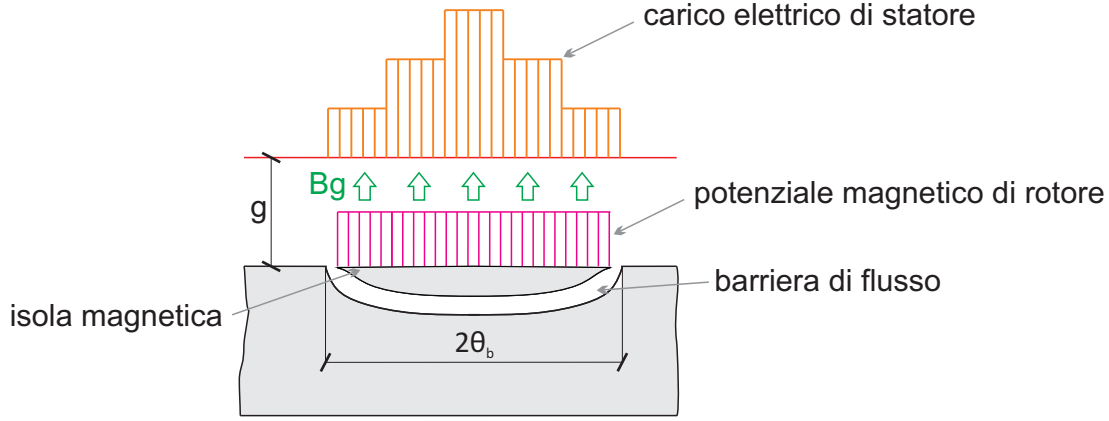


Figura 2.7: rappresentazione rettificata del modello del rotore con una barriera di flusso per polo, il potenziale magnetico è considerato costante sull'isola magnetica e proporzionale alla riluttanza della barriera ed al flusso magnetico.

Dall'induzione al traferro è possibile calcolare il flusso magnetico attraverso le barriere come:

$$\begin{aligned}
 \phi_b &= \int_{\frac{\pi}{2p}-\theta_b}^{\frac{\pi}{2p}+\theta_b} -B_g(\theta_r) L_{stk} \frac{D_i}{2} d\theta_r = \\
 &= \mu_0 \frac{L_{stk} D_i}{2g} \left[\int_{\frac{\pi}{2p}-\theta_b}^{\frac{\pi}{2p}+\theta_b} U_s(\theta_r) d\theta_r - U_{r1} \int_{\frac{\pi}{2p}-\theta_b}^{\frac{\pi}{2p}+\theta_b} d\theta_r \right] = \\
 &= \mu_0 \frac{L_{stk} D_i}{2g} \left[\int_{\frac{\pi}{2p}-\theta_b}^{\frac{\pi}{2p}+\theta_b} U_s(\theta_r) d\theta_r - 2\theta_b U_{r1} \right]
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Dove U_{r1} può essere portato fuori dal segno di integrazione essendo costante.

La riluttanza magnetica delle barriere di flusso invece è data da:

$$\mathfrak{R}_b = \frac{t_b}{\mu_0 \cdot L_{stk} \cdot l_b} \tag{2.9}$$

Dove la lunghezza della barriera di flusso, per facilità, può essere approssimata come $l_b = \theta_b \cdot D_i$.

Il potenziale magnetico di rotore può quindi essere calcolato come il flusso che passa attraverso le barriere moltiplicato per la riluttanza delle stesse, nel seguente modo:

$$\begin{aligned}
 U_{r1} &= \phi_b \mathfrak{R}_b = \\
 &= \mu_0 \frac{L_{stk} D_i}{2g} \left[\int_{\frac{\pi}{2p}-\theta_b}^{\frac{\pi}{2p}+\theta_b} -U_s(\theta_r) d\theta_r + 2\theta_b U_{r1} \right] \frac{t_b}{\mu_0 L_{stk} l_b} = \\
 &= \frac{D_i t_b}{2g l_b} \left[\int_{\frac{\pi}{2p}-\theta_b}^{\frac{\pi}{2p}+\theta_b} -U_s(\theta_r) d\theta_r + 2\theta_b U_{r1} \right]
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

E può essere anche espresso come:

$$U_{r1} \left(1 + \frac{D_i t_b}{2g l_b} 2\theta_b \right) = \frac{D_i t_b}{2g l_b} \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} U_s(\theta_r) d\theta_r \quad (2.11)$$

Si definisce quindi un coefficiente adimensionale in funzione della sola geometria di rotore:

$$a = \frac{\frac{D t_b}{2g l_b}}{1 + \frac{D t_b}{2g l_b} 2\theta_b} \quad (2.12)$$

Così il potenziale di rotore può essere riscritto come:

$$\begin{aligned} U_{r1} &= a \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} U_s(\theta_r) d\theta_r = \\ &= a \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{\nu} \frac{D_i}{2p} \cos[\nu p \theta_r + (\nu - 1)\omega t - \alpha_i^e] = \\ &= a \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{\nu} \frac{D_i}{2p} \cos[\nu p \theta_r + (\nu - 1)\omega t - \alpha_i^e]_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Inoltre:

$$\lambda_{\nu} = \frac{\nu\pi}{2} + (\nu - 1)\omega t - \alpha_i^e \quad (2.14)$$

Considerato che:

$$\sin(\nu\pi\theta_b + \lambda_{\nu}) - \sin(-\nu\pi\theta_b + \lambda_{\nu}) = 2 \sin(\nu\pi\theta_b) \cos(\lambda_{\nu}) \quad (2.15)$$

Si ottiene l'espressione del potenziale di rotore:

$$U_{r1}(\theta_r) = -a \cdot D \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cos(\lambda_{\nu}) \sin(\nu p \theta_{b1}) \quad (2.16)$$

L'espressione rappresenta la distribuzione del potenziale magnetico del rotore sulla prima isola magnetica, centrata sull'angolo elettrico $p\theta_r = \frac{\pi}{2}$. Mentre per il potenziale dell'isola successiva si deve sostituire $\nu(\frac{\pi}{2})$ con $\nu(\frac{3\pi}{2})$. Si ottiene un andamento a onda quadra (idealmente solo con armoniche di ordine dispari) con il livello alto solo sotto le barriere di flusso.

2.3.1. calcolo della coppia

La coppia può essere ottenuta integrando la densità di forza di Lorentz $B_g(\theta_r) \cdot K_s(\theta_r)$ lungo la superficie al traferro e moltiplicando il risultato per il raggio del rotore.

Si ha:

$$\tau_m = -\frac{D}{2} \int_0^{2\pi} B_g(\theta_r) K_s(\theta_r) \frac{D}{2} L_{stk} d\theta_r$$

Tenendo conto che:

$$B_g(\theta_r) = \mu_0 \frac{-U_s(\theta_r) + U_r(\theta_r)}{g}$$

Si può riscrivere l'integrale come:

$$\tau_m = -\frac{D}{2} \int_0^{2\pi} \mu_0 \frac{-U_s(\theta_r) + U_r(\theta_r)}{g} K_s(\theta_r) \frac{D}{2} L_{stk} d\theta_r$$

Ovvero nella forma della (2.17):

$$\tau_m = \frac{\mu_0 D^2 L_{stk}}{g} \frac{1}{4} \left[\underbrace{\int_0^{2\pi} U_s(\theta_r) K_s(\theta_r) d\theta_r}_{=0} + \underbrace{\int_0^{2\pi} -U_r(\theta_r) K_s(\theta_r) d\theta_r}_{\neq 0} \right] \quad (2.17)$$

Ma il primo termine integrale, fatto sul periodo, è nullo perché le serie di Fourier di $U_s(\theta_r)$ e di $K_s(\theta_r)$ sono ortogonali. Rimane quindi solo il secondo termine, tanto che la coppia vale:

$$\tau_m = \frac{\mu_0 D^2 L_{stk}}{g} \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} -U_r(\theta_r) K_s(\theta_r) d\theta_r \quad (2.18)$$

Tenuto poi conto che:

- $U_r(\theta_r)$ è una funzione definita a tratti, che assume un valore non nullo solamente negli intervalli $(\frac{\pi}{2} - \theta_b^e; \frac{\pi}{2} + \theta_b^e)$ e $(\frac{3\pi}{2} - \theta_b^e; \frac{3\pi}{2} + \theta_b^e)$.
- $U_r(\theta_r)$ assume valori opposti sotto ogni polo consecutivo (nell'ipotesi di considerare solo armoniche di ordine dispari).
- Data la simmetria del motore, è possibile considerare nei calcoli solo due poli e moltiplicare poi il risultato per il numero di coppie polari totali.

La formula (2.18) appena vista può essere riscritta come la (2.19):

$$\tau_m = p \frac{\mu_0 D^2 L_{stk}}{g} \frac{1}{4} U_{r1} \left[\int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} -K_s(\theta_r) d\theta_r + \int_{\frac{3\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{3\pi}{2p} + \theta_b} -K_s(\theta_r) d\theta_r \right] \quad (2.19)$$

Sviluppando inizialmente solo il primo termine integrale:

$$\int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} -K_s(\theta_r) d\theta_r = \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} \sum_{\nu} \hat{K}_{s\nu} \sin[\nu p \theta_r + (\nu - 1) - \alpha_i^e] d\theta_r$$

Ovvero si ha:

$$\left| \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{\nu p} \cos [\nu p \theta_r + (\nu - 1) \omega t - \alpha_i^e] \right|_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} \quad (2.20)$$

Tenendo inoltre conto che:

$$\begin{aligned} & \cos (\nu p \theta_b + \lambda_{\nu}) - \cos (\nu p \theta_b - \lambda_{\nu}) = \\ & = \cos (\nu p \theta_b) \cos (\lambda_{\nu}) - \sin (\nu p \theta_b) \sin (\lambda_{\nu}) - \cos (\nu p \theta_b) \cos (\lambda_{\nu}) - \sin (\nu p \theta_b) \sin (\lambda_{\nu}) = \\ & = -2 \sin (\nu p \theta_b) \sin (\lambda_{\nu}) \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} -K_s(\theta_r) d\theta_r = \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{s\nu}}{\nu p} 2 \sin (\lambda_{\nu}) \sin (\nu p \theta_b) \quad (2.21)$$

E per il polo successivo, nell'ipotesi di avere solo armoniche dispari sul potenziale di rotore:

$$\int_{\frac{3\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{3\pi}{2p} + \theta_b} K_s(\theta_r) d\theta_r = \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} -K_s(\theta_r) d\theta_r$$

Si ottiene quindi la formula della coppia come:

$$\tau_m = -2p \frac{\mu_0}{g} \frac{D^2 L_{stk}}{4} U_{r1} \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} K_s(\theta_r) d\theta_r \quad (2.22)$$

Sostituendo infine l'espressione del carico elettrico K_s e della fondamentale del potenziale magnetico di rotore U_{r1} la coppia del motore risulta:

$$\tau_m = a \mu_0 \frac{D^3 L_{stk}}{g} \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cos (\lambda_{\nu}) \sin (\nu p \theta_b) \sum_{\xi} \frac{\hat{K}_{\xi}}{\xi} \sin (\lambda_{\xi}) \sin (\xi p \theta_b) \quad (2.23)$$

In questa notazione solo le fondamentali danno un contributo costante di coppia, mentre le armoniche superiori influiscono con delle pulsazioni.

I primi due termini delle serie si ottengono quindi per $\nu = 1$, per $\xi = 1$ e con $\lambda_1 = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_i^e\right)$. Dando luogo alla componente fondamentale della coppia:

$$\begin{aligned} \tau_m(1, 1) & = \\ & = a \cdot \mu_0 \frac{D^3 L_{stk}}{g} \frac{\hat{K}_1}{p^2} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_i^e\right) \sin (p \theta_b) \hat{K}_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_i^e\right) \sin (p \theta_b) = \\ & = a \cdot \mu_0 \frac{D^3 L_{stk}}{g} \left(\frac{\hat{K}_1}{p}\right)^2 \frac{\sin(\pi - 2\alpha_i^e)}{2} \sin^2(p \theta_b) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Si traggono le considerazioni:

- per la presenza dell'angolo del fasore delle correnti, il valore massimo di coppia è ottenuto quanto $\sin(\pi - 2\alpha_i^e) = 1$.
- per la presenza del parametro geometrico a si ha proporzionalità inversa per θ_b e diretta per $\sin^2(p\theta_b)$ avvicinandosi a $\frac{\pi}{2}$. Variando l'angolo delle barriere si ottengono effetti opposti sulla coppia.

Studiando per via analitica la funzione coppia per le armoniche fondamentali è possibile ricavarne il massimo. Si ha:

$$\frac{d}{d\theta_b^e} = \left[\frac{\sin^2(\theta_b^e)}{\theta_b^e} \right] = 2 \sin(\theta_b^e) \cos(\theta_b^e) \theta_b^e - \sin^2(\theta_b^e) = 0$$

In cui si trova l'angolo di barriera per la coppia massima pari a $\theta_b^e = \frac{3\pi}{4} = 67,50^\circ$.

2.3.2. il ripple di coppia

Nei motori a magneti permanenti le pulsazioni di coppia sono dovute a tre componenti:

- L'interazione tra la densità di flusso al traferro prodotta dai magneti permanenti e le cave di statore.
- L'interazione tra le forze magnetomotrici di statore, con le proprie armoniche, e la densità di flusso al traferro prodotta dai magneti permanenti.
- L'interazione tra le armoniche della forza magnetomotrice di statore e l'anisotropia magnetica del rotore.

Nei motori a riluttanza sincroni l'unico contributo da analizzare è il terzo, cioè quello dovuto alle armoniche della forza magnetomotrice che interagiscono con la marcata anisotropia del rotore.

Le pulsazioni di coppia di questo tipo possono essere ridotte con una corretta scelta del numero delle barriere di flusso rispetto il numero di cave per coppia polare di statore. Le estremità delle barriere di flusso devono essere uniformemente distribuite lungo il traferro, similmente alle cave di statore.

In generale è possibile dimostrare che l'interazione tra la fondamentale e gli altri ordini armonici del carico elettrico (i quali presentano coefficienti ricavabili come $6k \pm 1$) producono solo un termine costante di coppia, prodotto solo dalla combinazione delle fondamentali. Le rimanenti combinazioni tra armoniche non ortogonali producono solo oscillazioni di coppia.

Inoltre lo studio dell'equazione (2.23) per la fondamentale e gli altri ordini armonici fornisce termini di coppia oscillante con ordini $6k$.

Si può inoltre verificare la dipendenza della coppia dall'angolo α_i^e del vettore corrente. Analizzando la coppia in termini di corrente si otterrà la formulazione

(2.25), in cui si nota che si avrà la massima coppia per $i_d = i_q$ ovvero per $\alpha_i^e = 45^\circ$, mentre si avrà coppia nulla se una delle due componenti è nulla.

$$\tau_m = \frac{3}{2}p(L_d - L_q)i_d i_q \quad (2.25)$$

A verifica di ciò, in Figura 2.8 si trova la curva della coppia media rispetto la variazione dell'angolo α_i^e della corrente. Si vede come il massimo valore della coppia media, per una data barriera casuale di rotore, si ha per $\alpha_i^e = 45^\circ$, allo stesso tempo il massimo ripple (calcolato come differenza tra il valore minimo e massimo della coppia sui 360° per ogni valore di α_i^e) si ha per $\alpha_i^e = 90^\circ$. In questa condizione il vettore spaziale di corrente di statore presenta tutta componente q , quindi maggiore responsabile del ripple di coppia.

In Figura 2.9 è invece riportato il ripple percentuale rispetto la coppia media, si vede come in relazione all'applicazione finale si possa scegliere un differente angolo α_i^e che ottimizza la coppia, il ripple relativo o quello percentuale.

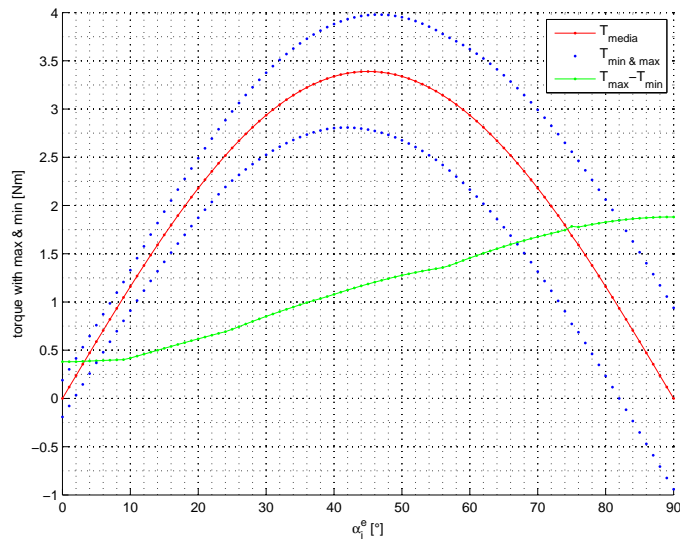


Figura 2.8: andamento della coppia media e dei valori di minimo e massimo in funzione dell'angolo α_i^e .

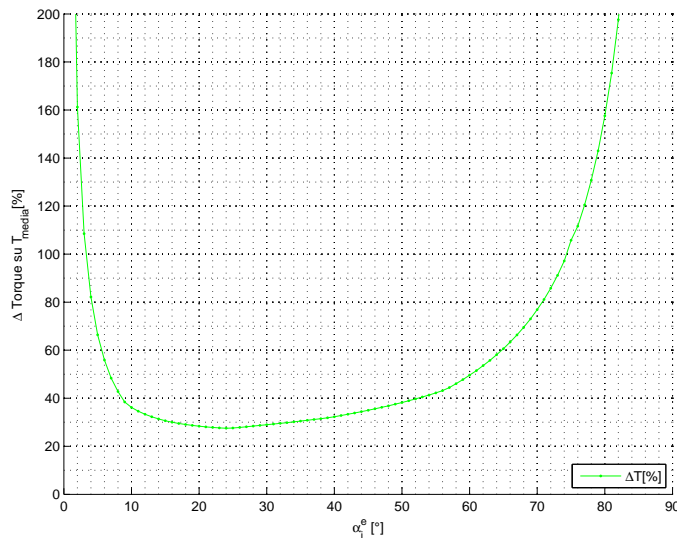


Figura 2.9: andamento del ripple di coppia percentuale rispetto la coppia media in funzione dell'angolo α_i^e .

2.4. Modello matematico del motore REL con due barriere di flusso per polo

Lo studio segue l'impronta di quanto fatto per il rotore con una singola barriera di flusso per polo, dove però θ_{b1} indica la prima barriera, quella affacciata al traferro e θ_{b2} la seconda, quella più interna.

Il potenziale magnetico dell'isola delimitata dalla barriera esterna è:

$$\begin{aligned} U_{r1} &= \phi_{b1} \cdot \mathfrak{R}_{b1} + U_{r2} = \\ &= \frac{t_{b1}}{\mu_0 \cdot L_{stk} \cdot l_{b1}} \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}} -B_g(\theta_r) \frac{L_{stk} \cdot D}{2} d\theta_r + U_{r2} \end{aligned}$$

Sostituendo nell'integrale l'espressione di B_g secondo la (2.7) e raccogliendo le caratteristiche geometriche del rotore nei coefficienti a e b si ottiene la rappresentazione del potenziale magnetico U_{r1} [3, bibliografia] come:

$$U_{r1} = a \cdot \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}} U_s(\theta_r) d\theta_r + b \cdot U_{r2} \quad (2.26)$$

Dove i coefficienti geometrici si esprimono come:

$$a = \frac{\frac{D}{2g} \frac{t_{b1}}{l_{b1}}}{1 + \frac{D}{2g} \frac{t_{b1}}{l_{b1}} 2\theta_{b1}} \quad (2.27)$$

$$b = \frac{1}{1 + \frac{D}{2g} \frac{t_{b1}}{l_{b1}} 2\theta_{b1}} \quad (2.28)$$

Il potenziale magnetico dell'isola delimitata dalla barriera interna è ottenuto mediante il flusso che attraversa la barriera stessa:

$$\begin{aligned}
 U_{r2} &= \phi_{b2} \cdot \Re_{b2} \\
 &= \left[\phi_{b1} + \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b2}}^{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}} -B_g(\theta_r) \frac{L_{stk} D}{2} d\theta_r + \int_{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b2}} -B_g(\theta_r) \frac{L_{stk} D}{2} d\theta_r \right] \frac{t_{b2}}{\mu_0 L_{stk} l_{b2}}
 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Sostituendo in (2.29) l'espressione del potenziale U_{r1} ricavato nella (2.26) ed assumendo U_{r2} costante sull'isola, si arriva dopo alcune elaborazioni [3, bibliografia] alla forma:

$$U_{r2} = c \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}} U_s(\theta_r) d\theta_r + d \left(\int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b2}}^{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}} U_s(\theta_r) d\theta_r + \int_{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b2}} U_s(\theta_r) d\theta_r \right) \quad (2.30)$$

In cui il potenziale magnetico per la seconda isola è funzione solo di alcuni parametri geometrici e del potenziale magnetico di statore con riferimento al rotore $U_s(\theta_r)$. Dove i coefficiente geometrici c e d si ricavano:

$$c = \frac{a \frac{l_{b1} t_{b2}}{t_{b1} l_{b2}}}{1 - (b-1) \frac{l_{b1} t_{b2}}{t_{b1} l_{b2}} + \frac{D t_{b2}}{g l_{b2}} (\theta_{b2} - \theta_{b1})} \quad (2.31)$$

$$d = \frac{\frac{D t_{b2}}{2g l_{b2}}}{1 - (b-1) \frac{l_{b1} t_{b2}}{t_{b1} l_{b2}} + \frac{D t_{b2}}{g l_{b2}} (\theta_{b2} - \theta_{b1})} \quad (2.32)$$

L'integrale del potenziale magnetico di statore $U_s(\theta_r)$, sull'arco di rotore delimitato dagli angoli $\pm\theta_{b1}$ a partire dal centro polo della barriera al traferro, risulta:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}} U_s(\theta_r) d\theta_r = \\
 &= \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \frac{D}{2} [\sin(\lambda_{\nu} + \nu p \theta_{b1}) - \sin(\lambda_{\nu} - \nu p \theta_{b1})] = \\
 &= \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cdot D \cdot [\cos(\lambda_{\nu}) \sin(\nu p \theta_{b1})]
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Con λ_{ν} ancora dato dalla (2.14).

Mentre nei due archi compresi tra la prima e la seconda barriera di flusso (ovvero nel primo canale), si ha:

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b2}}^{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}} U_s(\theta_r) d\theta_r + \int_{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b2}} U_s(\theta_r) d\theta_r = \\
 &= \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cdot D \cdot \cos(\lambda_{\nu}) [\sin(\nu p \theta_{b2}) - \cos(\lambda_{\nu}) \sin(\nu p \theta_{b1})]
 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Quindi i potenziali magnetici per le due barriere risultano:

$$\begin{aligned} U_{r2} &= c \cdot S_1 + d \cdot S_2 = \\ &= \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cdot D \cdot \cos(\lambda_{\nu}) [(c - d) \sin(\nu p \theta_{b1}) + d \sin(\nu p \theta_{b2})] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} U_{r1} &= \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_{b1}}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_{b1}} U_s(\theta_r) d\theta_r + b \cdot U_{r2} = \\ &= \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cdot D \cdot \cos(\lambda_{\nu}) [a \sin(\nu p \theta_{b1}) + b(c - d) \sin(\nu p \theta_{b1}) + bd \sin(\nu p \theta_{b2})] \end{aligned} \quad (2.36)$$

Riscritti in forma compatta:

$$U_{r1} = - \sum \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} D \rho_1 \cos(\lambda_{\nu}) \quad (2.37)$$

$$U_{r2} = - \sum \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} D \rho_2 \cos(\lambda_{\nu}) \quad (2.38)$$

Con:

$$\rho_1 = a \sin(\nu p \theta_{b1}) + b(c - d) \sin(\nu p \theta_{b1}) + bd \sin(\nu p \theta_{b2}) \quad (2.39)$$

$$\rho_2 = (c - d) \sin(\nu p \theta_{b1}) + d \sin(\nu p \theta_{b2}) \quad (2.40)$$

2.5. Il motore di prova

Per poter concretizzare le ipotesi sulle soluzioni di migioria del ripple di, si decide di svolgere delle simulazioni agli elementi finiti partendo da un motore realistico. Il traferro sarà molto piccolo, data la mancanza di avvolgimenti o magneti sul rotore nei motori REL. Inoltre l'avvolgimento di statore sarà a passo intero.

Nelle simulazioni agli elementi finiti, per le caratteristiche del motore, si usa il file *data_motor.lua* contenuto in appendice A, uguale in tutti i casi, tranne per il nome del file *.fem*. In effetti, tranne per la geometria delle barriere del rotore, tutte le versioni in prova presentano le stesse caratteristiche. In particolare le barriere del rotore presentano differenti angoli θ_b (misurati in modo tale che l'isola magnetica sia con l'arco richiesto) a seconda del caso, ma uguale spessore t_b ed in generale forma di chiusura, a chiaro riferimento la Figura 2.10.

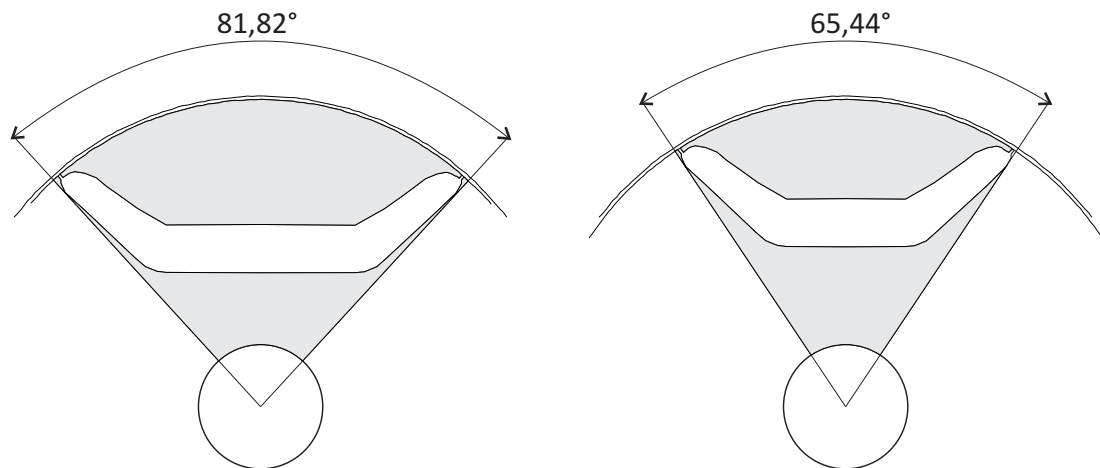


Figura 2.10: quotatura dell'angolo di barriera θ_b .

2.6. Le simulazioni

Per quanto riguarda l'analisi analitica vengono implementate le formule con del codice MATLAB, con cui viene eseguita anche l'analisi armonica attraverso la trasformata veloce di Fourier già implementata.

Con lo stesso programma, con apposito codice, vengo anche costruiti i grafici di confronto.

Per l'approccio numerico si usa il software FEMME, che implementa il metodo degli elementi finiti (anche indicato con fem), con i relativi script LUA per delle simulazioni automatizzate. Per quanto riguarda il modello del motore sarà dettagliato nel rotore, mentre lo statore è completamente sostituito da dei nodi o punti corrente posti nel luogo delle cave sul diametro interno di statore D_i . In questo modo si toglie l'effetto delle aperture di cava, in ogni punto corrente sarà definita la densità di corrente della cava che andrà a sostituire, in funzione della

posizione del rotore θ_m .

Il rotore sarà sincrono ai riferimenti in modo tale che l'asse d di rotore posto sul percorso di minima riluttanza, coincida con l'asse x geometrico.

Figura 2.11: confronto del rotore con cave, a sinistra, e con i soli punti corrente con geometria FEMME, a destra. Nei dischetti rossi i luoghi dove vengono posti i punti corrente ed in dettaglio il traferro (si intravede la fine di una barriera e la circonferenza del luogo dei punti corrente che corrisponde al diametro interno dello statore).

Il materiale magnetico utilizzato presenterà una caratteristica lineare, per meglio ricalcare il modello analitico che non tiene conto della saturazione. Nei casi in cui si è invece utilizzato un materiale con una propria caratteristica di magnetizzazione, la stessa verrà riportata nel capitolo di riferimento.

La rilevazione del potenziale magnetico di rotore avviene considerandolo proporzionale alla differenza tra l'induzione al traferro prodotta dal potenziale di statore sul rotore solido e l'induzione rilevata sulla stessa linea ottenuta con il rotore provvisto di barriere, Figura 2.12. Si fa riferimento alla formulazione analitica 2.41, che arriva dall'inversione della formula (2.7).

$$B_g = \mu_0 \frac{U_r}{g} - \mu_0 \frac{U_s}{g}$$

$$U_r = \frac{g}{\mu_0} (B_g^{solid} - B_g^{barrier}) \quad (2.41)$$

I futuri grafici del potenziale di rotore faranno quindi riferimento a questo particolare ΔB e non avranno quindi l'unità di misura propria del potenziale magnetico,

ma saranno legati a questo dal termine costante g/μ_0 .

$$U_r = \frac{g}{\mu_0} \cdot \Delta B$$

$$[A] = \frac{\left[\frac{m}{H} \right]}{\left[\frac{m}{m} \right]} \cdot [T] = \frac{\left[\frac{m^2}{Wb} \right]}{\left[\frac{A}{m} \right]} \cdot \frac{[Wb]}{m^2}$$

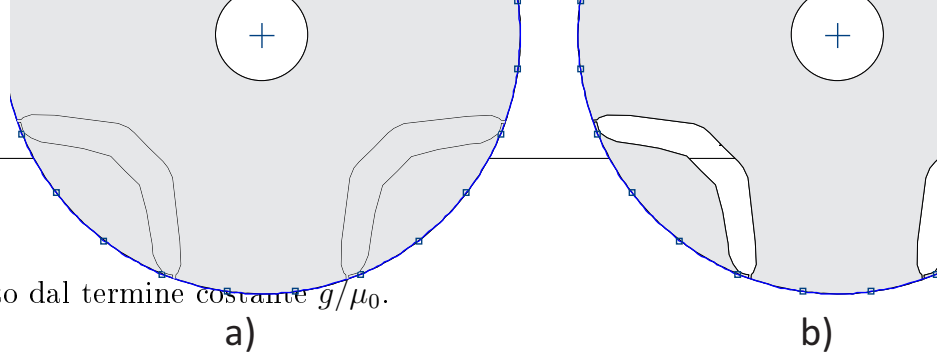


Figura 2.12: geometria a) con il rotore solido, geometria b) con le barriere in aria. In entrambi i casi lo stesso statore realizzato con i soli punti corrente.

Per quanto riguarda invece la rilevazione della coppia, in tutti i casi si è proceduto con l'alternanza di codici *.lua* prima per impostare la posizione del rotore e le correnti e poi per calcolare il valore della coppia per una determinata condizione, selezionando il blocco rotore. Si è usato il metodo del *tensor di Maxwell* per il calcolo della stessa, in quanto meglio approssima la caratteristica reale [2, bibliografia].

Il valore della coppia è stato calcolato sui primi 30° meccanici dalla posizione di sincronismo degli assi d ed x con step di un decimo di grado per avere una caratteristica fine. In appendice B viene riportato il codice LUA per il preprocessing con l'attribuzione di posizione e correnti, mentre in appendice C quello per il calcolo del valore della coppia. Si nota che le correnti vengono prima calcolate in termini dq e poi antitrasformate nelle componenti abc e distribuite ai punti di statore secondo la matrice di cava. Nel file dei risultati compare l'angolo relativo alla posizione del rotore rispetto la condizione di partenza ed il relativo valore della coppia.

L'analisi dei valori caratteristici della coppia (valore medio e ripple) e del contenuto armonico vengono ottenuti con un semplice codice MATLAB, qui riportato.

```

clear all
close all
clc

%ACQUISIZIONE DEI DATI
dati = load('risults.txt');
x = dati(:,1); %thetam
m = dati(:,2); %torque_Mxy

%STAMPA ANDAMENTO DELLA COPPIA
figure(20)
hold on
plot(x,m,'-r')
grid minor
xlim([0 30])
hold off
xlabel('\theta_{m} [°]')
ylabel('Torque Mxw [Nm]')
title('Coppia Tensore di Maxwell (FEMME 30°)')
print -dbmp
print -dpsc figureT30F4091.eps

%SALVATAGGIO DEI RISULTATI DI COPPIA
fid = fopen('Torque.txt','w');
fprintf(fid,'Coppia Media [Nm]      : %6.8f \r\n',mean(m));
fprintf(fid,'Ripple massimo [Nm]   : %6.8f \r\n',max(m)-min(m));
fprintf(fid,'Ripple percentuale [%]: %6.8f', (max(m)-min(m))/mean(m)*100);
fclose(fid);

%TRASFORMATA VELOCE DI FOURIER
N = length(m);
prd = 360/30/2;
Tpm = fft(m)/N;
oa = (0:N/2-1)*prd;

```

Gli eventuali confronti tra differenti soluzioni di rotore o di barriera sono a loro volta svolti sempre con procedure MATLAB partendo dai risultati di ogni singolo caso, come anche la costruzione dei diagrammi a barre o delle funzioni seno.

La tolleranza per il metodo numerico è in $1E - 08$, mentre i risultati riportati in questo report si fermano alla terza cifra significativa.

CONSIDERANDO IL CARICO ELETTRICO

3.1. Introduzione

L'avvolgimento del motore in prova sarà di tipo aperto a passo intero, il quale produce una forza magnetomotrice di tipo a gradini fissa rispetto l'avvolgimento stesso, che si ottiene sovrapponendo le risultanti delle singole fasi. La lunghezza del gradino corrisponde alla distanza angolare tra due cave consecutive, espressa dalla formula $\alpha_c = \frac{x_c}{\tau} \cdot \pi$, dove x_c è la distanza lineare lungo il traferro di due cave consecutive e τ è il semipasso polare. Gli zeri sono in corrispondenza dei punti che dividono gruppi uguali di conduttori percorsi da correnti del medesimo segno, mentre i massimi sono in corrispondenza dei punti che separano gruppi uguali di conduttori percorsi da correnti di segno opposto. Se la corrente è di tipo alternato con pulsazione ω , il valore massimo della forza magnetomotrice sarà pulsante nel tempo con periodo $T = 2\pi/\omega$.

Ciascun diagramma rettangolare è scomponibile in serie di Fourier, con armoniche spaziali sfasate di un angolo $\nu\alpha_c$ e di valore massimo $M_{\nu(q=1)} = \frac{4}{\nu\pi} \frac{n_c i}{2}$ dove ν è l'ordine armonico. Nella rappresentazione vettoriale si hanno q vettori sfasati tra loro di α_c la cui somma vettoriale è il vettore della risultante, con q numero di cave per polo per fase.

Per gli avvolgimenti a passo raccorciato, al raccorciamento geometrico x_r corrisponde un angolo elettrico $\beta_r = \frac{x_r}{\tau} \pi$. Ciascun diagramma rettangolare è relativo a conduttori posti in cave distanti $(\pi - \beta_r)$ per cui, rispetto gli avvolgimenti a passo intero, l'ampiezza della fondamentale della fmm risultante viene ulteriormente ridotta secondo un coefficiente $K_{r1} = \cos\left(\frac{\beta_r}{2}\right)$. Ed in generale per le armoniche di ordine ν si ha $K_{r\nu} = \cos\left(\nu \frac{\beta_r}{2}\right)$.

Dato un sistema simmetrico ed equilibrato di correnti:

$$\begin{cases} i_a(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t) \\ i_b(t) = \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c(t) = \sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

La variazione nel tempo della corrente, e la disposizione dei conduttori nelle cave, permette nel tempo $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega}$ lo spostamento della distribuzione della fmm di un angolo meccanico di $\frac{\pi}{2p}$ nel verso corrispondente all'ordine ciclico delle fasi, con velocità angolare pari a $\Omega = \omega/p$.

Considerando che i 3 avvolgimenti relativi alle 3 fasi sono uguali e sfasati di $\frac{2\pi}{3}$ e che le correnti che li percorrono sono di ampiezza uguale e sfasate nel tempo di $\frac{T}{3}$, si può dimostrare che il campo fondamentale risultante ha un'ampiezza pari a $\frac{3}{2}$ il valore massimo di uno dei campi componenti e ruota a velocità angolare $\Omega = \omega/p$. Costruendo il campo risultante in due istanti temporali differenti si trovano gli andamenti di Figura 3.1 e 3.2, dove si nota che il rotore durante la rotazione non è investito da una forza magnetomotrice di forma costante.

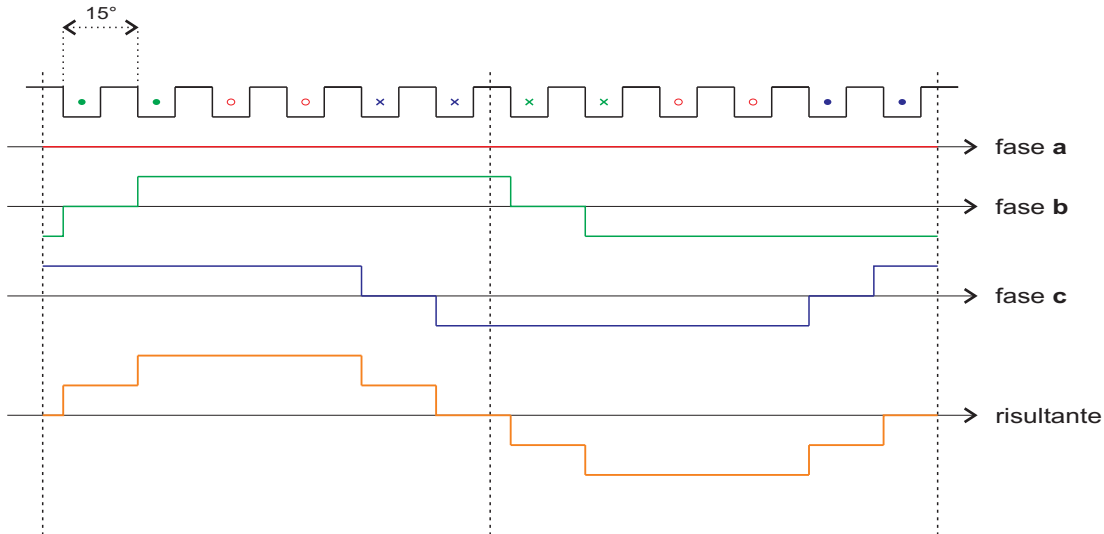


Figura 3.1: andamento della FMM nelle fasi *abc* e della risultante per la condizione $i_a(t) = 0$ e $i_b(t) = i_c(t) = -\frac{I}{2}\sqrt{3}\sqrt{2}$. Per il motore in esempio si ha $Q = 24$ cave e quindi $\alpha_c = 15^\circ$.

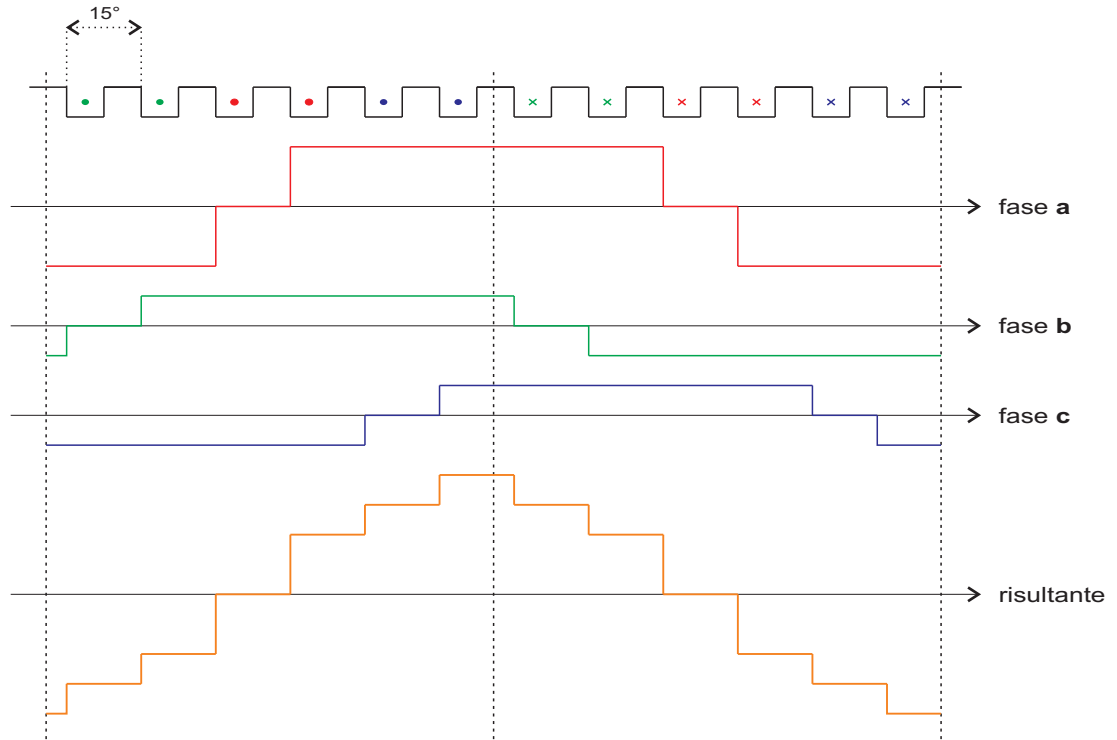


Figura 3.2: andamento della FMM nelle fasi abc e della risultante per il tempo $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ e le correnti $i_a(t) = -\sqrt{2}I$ e $i_b(t) = i_c(t) = \frac{I}{2}\sqrt{2}$. Per il motore in esempio si ha $Q = 24$ cave e quindi $\alpha_c = 15^\circ$.

3.2. Riduzione del ripple di coppia, metodo della FMM

La formulazione della coppia (2.24) può essere riscritta come:

$$\tau_m(1, 1) = a \cdot \mu_0 \frac{D^3 L_{stk}}{g} \left(\frac{\hat{K}_1}{p} \right)^2 \frac{\sin(\pi - 2\alpha_i^e)}{2} \sin^2(p\theta_b) \quad (3.1)$$

Ipotizzando costanti le caratteristiche meccaniche, il massimo valore di coppia è vincolato a $\sin(\pi - 2\alpha_i^e) = 1$, ovvero ad $\alpha_i^e = \pi/4$.

Mentre analizzando l'influenza dell'angolo θ_b si ha il risultato già trovato di angolo di coppia massima pari a $\theta_b = 33,75^\circ$.

3.2.1. FMM simmetrica

Per il motore in prova, con $\alpha_i^e = 45^\circ$, si ottengono le tre forme base della risultante al trafero della forza magnetomotrice riportate in Figura 3.3.

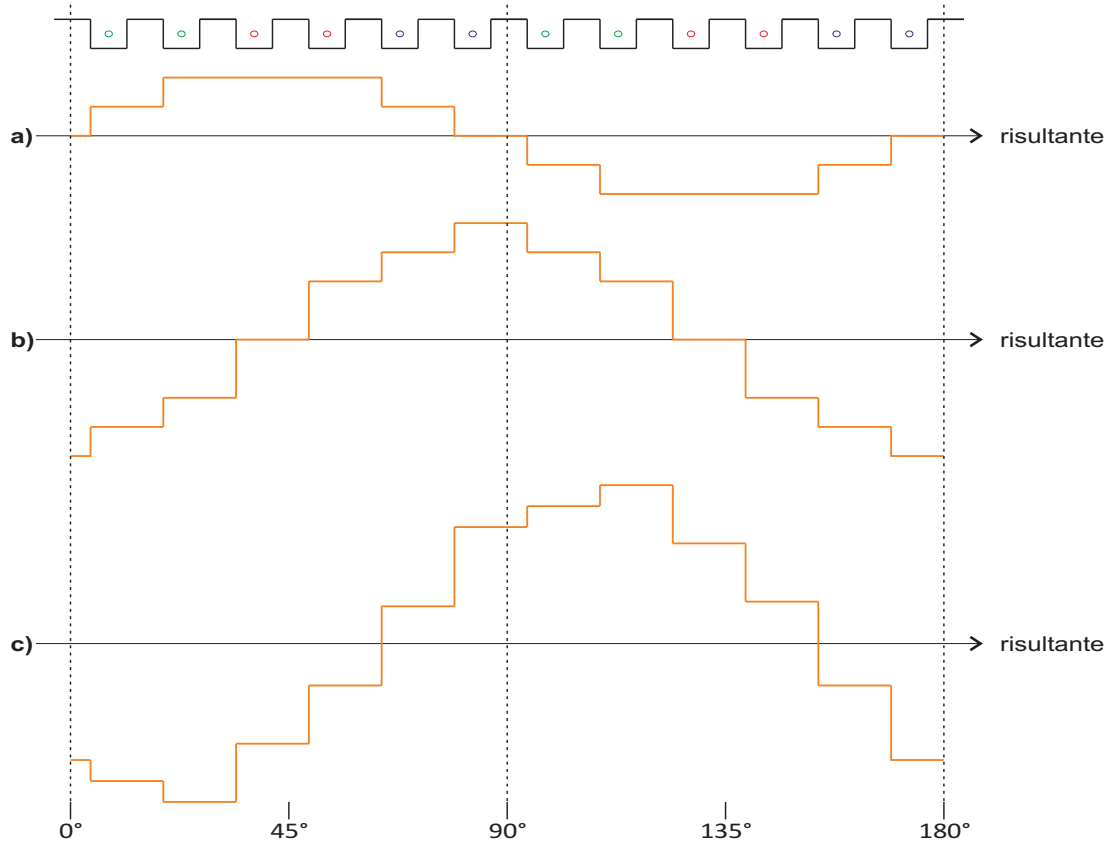


Figura 3.3: andamento della risultante della FMM per diverse posizioni del rotore con $\alpha_i^e = 45^\circ$, $Q = 24$ cave e quindi $\alpha_c = 15^\circ$.

Un primo approccio per la riduzione del ripple di coppia è di coprire con la barriera $2\theta_b$ una quantità simmetrica di FMM sotto ogni polo, rispetto l'asse polare.

Un esempio è rappresentato in Figura 3.4 in cui si è analizzata la situazione critica di $\theta_m = 0^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$. Data la particolare forma della risultante **c)** sulla Figura 3.3, si intuisce però che ottimizzare la barriera per questa condizione pregiudicherebbe il risultato per le altre posizioni. Similmente ottimizzando l'angolo di barriera per la condizione **b)** che spesso si ripete durante la rotazione, rimarrebbe mai soddisfatta la condizione **c)**. Resta quindi da verificare quanto la variazione di U_s influisce sul ripple di coppia, fissata una data barriera.

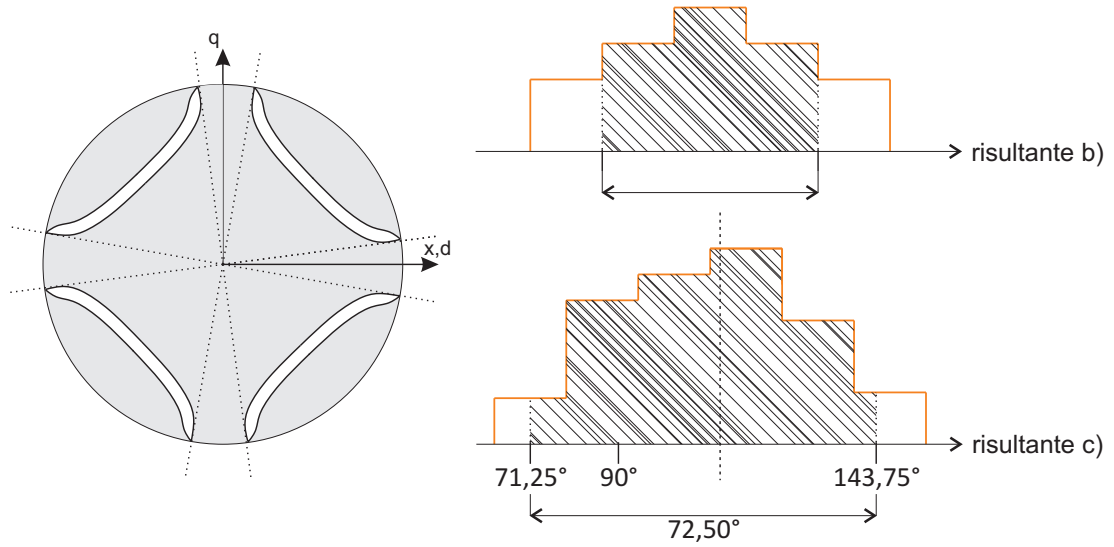


Figura 3.4: costruzione di una barriera che copra una simmetrica fmm rispetto l'asse polare.

3.2.2. Spessore della barriera

Una alternativa al metodo appena visto è di rendere la caratteristica della coppia in funzione dello spessore t_b della barriera di flusso. Partendo dal parametro a presente nella (3.1) e sviluppandolo nella formulazione semplificata per cui $l_b \cong D\theta_b$ dove si ha:

$$a = \frac{\frac{D}{2g} \cdot \frac{t_b}{l_b}}{1 + \frac{D}{2g} \cdot \frac{t_b}{l_b} \cdot 2\theta_b} \cong \frac{\frac{t_b}{2g \cdot \theta_b}}{1 + \frac{t_b}{g}}$$

Fissato il valore di $p\theta_b = 67,50^\circ$ nella condizione di coppia massima, si ha come unica incognita il parametro t_b .

Considerando poi la funzione $U_s \propto K_s$ costante a tratti è possibile, fissato lo spessore della barriera ad esempio nel tratto centrale, ricavare per via inversa lo spessore in tutti gli altri tratti. Data la geometria dello statore, ogni tratto di funzione copre un angolo di barriera pari ad α_c , che per il motore in prova corrisponde a 15° . Ponendo la barriera centrata sull'asse polare è possibile costruire nella forma grafica 3.5 la barriera di flusso.

In tabella 3.1 sono riportati i principali valori utili dell'analisi della caratteristica della coppia ottenuta con le simulazioni agli elementi finiti e la barriera costruita in questo modo.

Essendo il primo set di valori ottenuti e riferiti ad un solo rotore, è difficile stabilire se quello seguito è un buon metodo. Il ripple percentuale ottenuto è comunque abbastanza elevato. Nel capitolo 5 verranno confrontati i risultati qua ottenuti con quelli di una barriera di pari angolo θ_b ma differente forma (profilo di spessore).

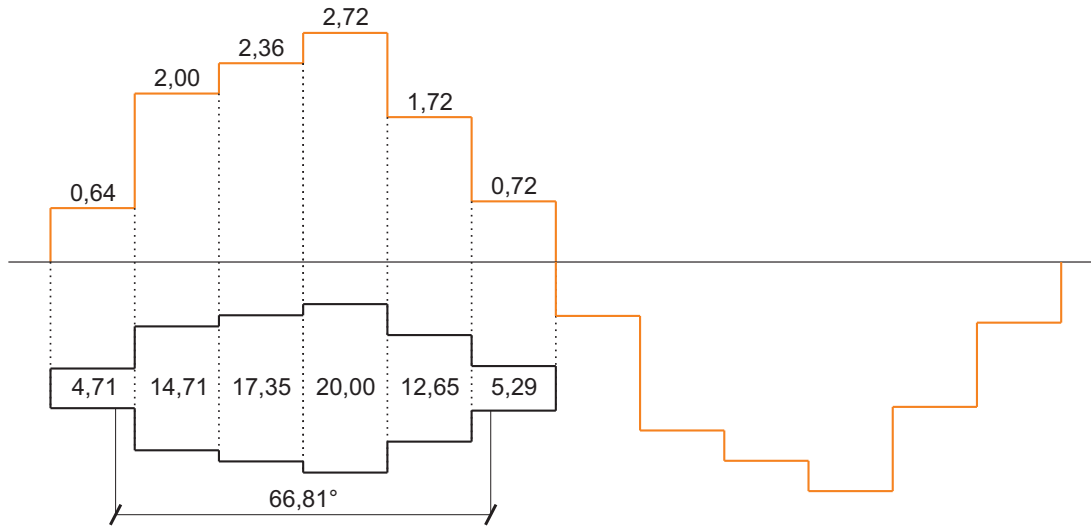


Figura 3.5: costruzione dello spessore della barriera proporzionale alla risultante della FMM in ogni cava.

Coppia Media [Nm]	3,062
Ripple Massimo [Nm]	1,105
Ripple percentuale	36,09%

Tabella 3.1: tabella dei risultati FEMME per la barriera a spessore t_b variabile.

3.2.3. Si impone di avere il flusso costante

Il metodo precedente tutto sommato non lo si può considerare molto efficace, in quanto si cerca di ottimizzare la barriera in una istantanea, ma la forza magnetomotrice al traferro non ha un andamento costante nel tempo. In riferimento alla Figura 3.3, dove si nota bene questa considerazione, si può pensare di prendere 2 o 3 posizioni intermedie in cui le barriere di rotore vedono una differente fmm.

A questo punto si cerca un angolo per la barriera centrato sull'asse polare, tale da coprire una uguale area di forza in almeno due risultanti, ad esempio **a)** e **b)**.

Si impone il flusso ϕ_b costante nelle condizioni che vedono $i_a = \hat{I}$ ed $i_a = 0$, ovvero nelle risultanti **a)** e **b)** nella Figura 3.3.

Il principio è mostrato in Figura 3.6 dove i generatori che rappresentano il potenziale di statore U_s variano con le due posizioni, il traferro è costante e costante è imposto il flusso ϕ_b , di conseguenza si deve variare il valore della riluttanza della barriera \mathfrak{R}_b che si ricava come:

$$\mathfrak{R}_b = \frac{t_b}{\mu_0 \cdot Lstk \cdot l_b}$$

In buona approssimazione, come già visto sostituendo $l_b \cong D \cdot \theta_b$ si ha:

$$\mathfrak{R}_b = \frac{t_b}{\mu_0 \cdot L_{stk} \cdot D_i \cdot \theta_b}$$

In questo modo si può facilmente legare il valore della riluttanza magnetica all'angolo θ_b di copertura della barriera.

In via analitica si parte dalla formulazione del flusso nella forma:

$$\phi = \int_{\theta_b}^{\theta_b} \mu_0 \frac{U_r - U_s}{g}$$

Considerando costante il potenziale magnetico sulle isole del rotore e con la formulazione dell'induzione al traferro nella forma:

$$B_g(\theta_r) = \mu_0 \frac{-U_s(\theta_r) + U_r(\theta_r)}{g}$$

Il flusso diventa:

$$\begin{aligned} \phi_b &= \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} -B_g(\theta_r) \cdot L_{stk} \cdot \frac{D}{2} d\theta_r \\ \phi_b &= \mu_0 \cdot \frac{L_{stk} \cdot D_i}{2g} \left[\int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} U_s(\theta_r) d\theta_r - 2\theta_b \cdot U_{r1} \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dove $2\theta_b \cdot U_{r1}$ è fuori dal segno di integrazione.

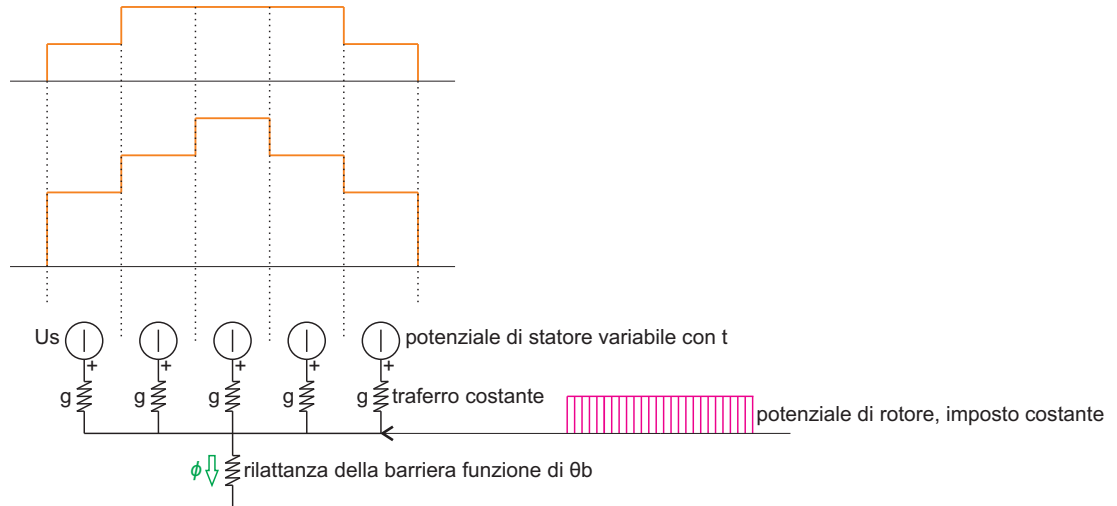


Figura 3.6: modello circuitale del rotore ad una barriera di flusso per polo.

Il potenziale di rotore per la prima barriera è ancora $U_{r1} = \phi_b \cdot \mathfrak{R}_b$ e quindi si ha:

$$U_{r1} = \frac{D}{2g} \cdot \frac{t_b}{l_b} \left[\int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} -U_s(\theta_r) d\theta_r + 2\theta_b \cdot U_{r1} \right]$$

Raccogliendo:

$$U_{r1} \left(1 + \frac{D}{2g} \cdot \frac{t_b}{l_b} \cdot 2\theta_b \right) = \frac{D}{2g} \cdot \frac{t_b}{l_b} \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} U_s(\theta_r) d\theta_r$$

Sostituendo i parametri geometrici e sviluppando l'integrale si ottiene quindi la formulazione (3.3) che deve essere uguale nei due casi di corrente variando gli estremi di integrazione θ_b .

$$U_{r1} = \left| a \sum_{\nu} -\frac{K_{\nu}}{\nu} \frac{D}{2p} \frac{1}{\nu p} \sin [\nu p \theta_r + (\nu - 1) \omega t - \alpha_i^e] \right|_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b} \quad (3.3)$$

Dalle tre combinazioni mostrate in Figura 3.3 si nota come sia molto difficile trovare un angolo che soddisfi la condizione cercata, una possibilità si trova per le due condizioni in figura 3.6 ma si ottengono angoli molto piccoli.

Senza provare a simulare in FEMME si scarta subito questa soluzione perché produrrebbe un valore di coppia media basso, si passa quindi all'analisi armonica del potenziale di rotore nel capito successivo.

3.3. Conclusioni

Difficilmente si ottengono risultati soddisfacenti puntando ad ottimizzare l'angolo di barriera guardando solamente la forma del potenziale magnetico di statore. Imponendo che l'angolo θ_b termini in corrispondenza della fine di un gradino non risulta sufficiente a ridurre il ripple di coppia perché sul potenziale di rotore rimane un notevole presenza di armoniche¹. Inoltre non è possibile trovare un angolo soddisfacente in grado realizzare sull'isola magnetica un livello di potenziale costante per più posizioni del rotore. Resta da definire poi, verrà fatto in seguito, quanto la variazione del carico elettrico influisca sul livello del potenziale magnetico assunto dalle isole di rotore. Infine non è pensabile ottimizzare lo spessore della barriera, ammesso questo abbia un peso sul ripple di coppia, solo per degli istanti temporali.

¹questo è vero a priori in quanto la forma d'onda del potenziale magnetico di rotore continua ad essere quadra.

CONSIDERANDO L'ANALISI ARMONICA

4.1. Introduzione

Dal modello matematico già introdotto si nota come le principali forme d'onda che rappresentano il motore siano facilmente ricostruibili attraverso la serie di Fourier. Successivamente si vedrà come questi risultati bene si sovrappongono ai risultati ottenibili attraverso simulazioni fem.

Per analizzare quanto realmente si può riuscire a ridurre il ripple di coppia andando esclusivamente a lavorare sulla forma del rotore, si considera un avvolgimento di statore a passo intero e come già introdotto si sostituisce lo statore ferromagnetico con dei punti corrente.

Come si deduce dal modello matematico, solo armoniche dello stesso ordine porteranno contributo al ripple di coppia, in quanto armoniche di ordini diversi risultano tra loro ortogonali ed il loro prodotto quindi identicamente nullo. Partendo dal fatto che da una delle due parti in causa, lo statore, sono presenti solo le armoniche di cava (ricavabili dalla formula generica $k \cdot Q \pm p$ con armoniche regressive provenienti dalla sottrazione ed armoniche progressive provenienti dalla somma), allora nell'andamento della coppia saranno coinvolte principalmente le armoniche di rotore con indice delle armoniche di cava (nonostante sul rotore siano presenti tutte le armoniche dispari, ipotizzando il profilo del potenziale come un'onda quadra ideale).

Inoltre dalla relazione di costruzione della coppia (2.20) si deve tenere conto che armoniche vicine e tra loro consecutive danno lo stesso contributo in termini di coppia. Si ricorda nella formula il termine $(\nu - 1)$, con ν ad indicare l'ordine armonico e dato che le armoniche consecutive hanno una indice negativo e l'altra indice positivo, si sommano (ad esempio $\nu = -5$ e $\nu = 7$ danno entrambe $|\nu_{coppia}| = 6$).

Sulla scelta delle armoniche da annullare infine si considera il valore che queste presentano rispetto il valore della fondamentale, facilmente valutabile attraverso il coefficiente di avvolgimento.

$$K_{w\nu} = \frac{\sin \left[\nu q \frac{\alpha_c}{2} \right]}{q \sin \left[\nu \frac{\alpha_c}{2} \right]} \quad (4.1)$$

In base alle considerazioni fatte si definiscono come armoniche più rilevanti la undicesima, tredicesima, ventitreesima e venticinquesima di rotore (tabella 4.1).

Armonica	1	5	7	11	13	17
K_w	+0,966	+0,259	-0,259	-0,966	-0,966	-0,259

Armonica	19	23	25	29	31	35
K_w	+0,259	+0,966	+0,966	-0,259	-0,259	-0,966

Tabella 4.1: Valori del coefficiente di avvolgimento

4.2. Funzione di Trasferimento

È possibile vedere una funzione di trasferimento del motore sincrono a riluttanza, partendo dal modello matematico già visto.

Si pone come ingresso il potenziale magnetico di statore U_s ricavato dal carico elettrico K_s e come uscita il potenziale magnetico di rotore U_r , con ingresso canonico a gradino per mantenere tutte le armoniche.

Partendo dalle relazioni dei potenziali (2.6) e (2.13), integrate sulla sezione di rotore coperta dall'angolo di barriera $2\theta_b$, è possibile avere per il potenziale di rotore la formula già vista:

$$U_{r1}(\theta_r) = -a \cdot D \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cos(\lambda_{\nu}) \sin(\nu p \theta_{b1}) \quad (4.2)$$

E per il potenziale di statore la formula:

$$U_{s1}(\theta_r) = -\frac{D}{2} \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)} \cos(\lambda_{\nu}) \sin \left(\nu \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.3)$$

Dove il pedice 1 indica la prima barriera, quella affacciata al traferro.

Si costruisce quindi la funzione di trasferimento ingresso/uscita nel modo canonico:

$$W_{rs} = \frac{out}{in} = \frac{-a \cdot D \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)^2} \cos(\lambda_{\nu}) \sin(\nu p \theta_{b1})}{-\frac{D}{2} \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{(\nu p)} \cos(\lambda_{\nu}) \sin(\nu \frac{\pi}{2})} \quad (4.4)$$

Dando per inteso che in questo capitolo si studia il caso nel rotore con una barriera per polo, nelle formulazioni successive si toglie il pedice 1 nei parametri della barriera.

Con le opportune semplificazioni ed esplicitando il parametro a si arriva alla forma:

$$W_{rs} = \frac{2 \frac{D}{2g} \frac{t_b}{l_b}}{1 + \frac{D}{2g} \frac{t_b}{l_b} 2\theta_b} \frac{1 \sin(\nu p \theta_b)}{\nu p \sin\left(\nu \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4.5)$$

In prima approssimazione si trascura il parametro a anche se al suo interno è presente l'angolo di barriera θ_b . A questo punto per annullare la funzione (4.5) è sufficiente porre a zero il termine:

$$\sin(\nu p \theta_b) = 0$$

La condizione è verificata se:

$$\nu p \theta_b = k\pi \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

Quindi con:

$$\theta_b = \frac{k\pi}{\nu p} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \quad (4.6)$$

Per massimizzare la fondamentale (che permette di avere coppia media), però si deve avere $\theta_b \cong \frac{\pi}{p}$.

Una alternativa per lo studio della funzione di trasferimento è di sfruttare una dissimmetria tra poli consecutivi, in una configurazione poi detta *Machaon*. In questo modo la barriera sotto un polo avrà angolo tale da avere $\sin(\nu p \theta_b^1) = 0$ e la barriera del polo successivo avrà $\sin(\nu p \theta_b^2) = 0$, dove il valore degli angoli θ_b^1 e θ_b^2 si ricavano dal ragionamento seguito nello sviluppo (4.7) dove si calcola la differenza tra gli angoli delle barriere sotto poli successivi. Nello studio si può annullare lo stesso ordine armonico di rotore ν per le due barriere di una coppia polare, oppure due differenti ordini ν^1 e ν^2 .

$$\sin(\nu p \theta_b^1) = \sin(\nu p \theta_b^2)$$

$$\nu p \theta_b^1 = \nu p \theta_b^2 + k\pi$$

	$\theta_b^1 - \theta_b^2$							
k	$\nu = 5$	$\nu = 7$	$\nu = 11$	$\nu = 13$	$\nu = 17$	$\nu = 19$	$\nu = 23$	$\nu = 25$
1	18,00	12,86	8,18	6,92	5,29	4,74	3,91	3,60
2	36,00	25,71	16,36	13,85	10,59	9,47	7,83	7,20
4	-	38,57	24,54	20,77	15,88	14,21	11,74	10,80
5	-	-	32,72	27,69	21,18	18,95	15,65	14,40
6	-	-	40,91	34,62	26,47	23,68	19,57	18,00
7	-	-	-	41,54	31,76	28,42	23,47	21,60
8	-	-	-	-	37,06	33,16	27,39	25,20
9	-	-	-	-	42,35	37,89	31,30	28,80
10	-	-	-	-	-	42,63	35,22	32,40
11	-	-	-	-	-	-	39,13	36,00
12	-	-	-	-	-	-	43,04	39,60
13	-	-	-	-	-	-	-	43,20

Tabella 4.2: alcune combinazioni di differenze tra angoli per il secondo approccio sullo studio della funzione di trasferimento. Con limite i 45° , ovvero la superficie totale di mezzo polo per il caso del motore a $2p = 4$.

$$\theta_b^1 - \theta_b^2 = \frac{k\pi}{\nu p} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \quad (4.7)$$

Sviluppando la (4.7) per alcune armoniche del potenziale di statore si ottengono i valori in tabella 4.2.

Un terzo ed ultimo modo con cui verrà esaminata la funzione di trasferimento, denominato *Shifting*, prevede di avere delle barriere uguali in ampiezza di angolo, ma per il polo successivo la barriera sarà spostata (o appunto avrà un'operazione di shifting) di un certo angolo θ_{sh} rispetto il centro del polo. Sotto poli successivi il potenziale di rotore avrà una forma uguale, ma nel secondo polo sarà spostato in avanti di un certo angolo. Si avrà:

$$\sin \nu (\theta_r - \theta_{sh}) = \sin \nu p \theta_r \cos \nu p \theta_{sh} - \cos \nu p \theta_r \sin \nu p \theta_{sh}$$

Sotto poli diversi supponendo θ_b fissato, si può sviluppare, $\forall \theta_r$:

$$\begin{aligned} \sin \nu p (\theta_r) &= -\sin \nu p (\theta_r - \theta_{sh}) \\ \nu p \theta_r &= \nu p (\theta_r - \theta_{sh}) + k\pi \\ \nu p \theta_{sh} &= k\pi \\ \theta_{sh} &= k \frac{\pi}{\nu p} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Sviluppo che permette di costruire una tabella del tutto simile alla 4.2 in cui però i valori ottenuti non sono angoli $\theta_b^1 - \theta_b^2$, ma angoli θ_{sh} di shifting.

Si intuisce infine che per il primo modo di interpretare la funzione di trasferimento del motore, quella in cui si cerca la condizione $\sin(\nu p \theta_b) = 0$, si può ancora una volta fare riferimento alla tabella 4.2 in cui i valori rappresentano proprio gli angoli θ_b della configurazione simmetrica.

4.3. Studio analitico del potenziale di rotore

Partendo dall'analisi armonica del potenziale di statore, si nota la presenza di un'armonica fondamentale che sarà sincrona con la fondamentale presente nel potenziale di rotore. Le armoniche di ordine superiore saranno le armoniche di cava con le rispettive pulsazioni e che non danno contributo alla coppia media (ottenuta solo con le fondamentali). Il potenziale di rotore sarà un'onda quadra con la propria composizione armonica formata da tutte le armoniche dispari che, tolta la prima, danno contributo solo come pulsazione di coppia e solo combinandosi con le armoniche di pari ordine di statore.

La ricostruzione analitica permette di vedere l'influenza dell'angolo di barriera sul potenziale di rotore, tanto da ipotizzare di trovare un valore dello stesso tale da eliminare una determinata armonica. Se manca un certo ordine armonico sul potenziale di rotore non si avrà tale contributo sul ripple di coppia.

Al risultato ottenuto nel primo caso dell'analisi della funzione di trasferimento, si arriva anche analizzando la formula analitica del potenziale di rotore nel seguente modo.

Considero il carico elettrico di statore nell'espressione (2.5) eventualmente con $\alpha_i^e = 0$ e di conseguenza il potenziale magnetico di statore dall'espressione (2.6). Si ricava quindi il potenziale magnetico di rotore considerandolo proporzionale a quello di statore tramite la relazione:

$$U_{r\nu} \propto \int_{-\theta_b}^{+\theta_b} U_{s\nu} d\theta_r \quad (4.9)$$

Dove:

$$\int_{-\theta_b}^{+\theta_b} U_{s\nu} d\theta_r = \frac{\hat{U}_{s\nu}}{\nu p} \left| -\cos[\nu p \theta_r + p(\nu - 1)\theta_m] \right|_{-\theta_b}^{+\theta_b} \quad (4.10)$$

Rielaborando l'integrazione:

$$\begin{aligned} & \left| -\cos[\nu p \theta_r + p(\nu - 1)\theta_m] \right|_{-\theta_b}^{+\theta_b} \\ & [\cos(-\nu p \theta_b + p(\nu - 1)\theta_m) - \cos(+\nu p \theta_b + p(\nu - 1)\theta_m)] \\ & [\cos(\nu p \theta_b - p(\nu - 1)\theta_m) - \cos(\nu p \theta_b + p(\nu - 1)\theta_m)] \\ & \cos(\nu p \theta_b) \cos[p(\nu - 1)\theta_m] + 2 \sin(\nu p \theta_b) \sin[p(\nu - 1)\theta_m] - p \theta_b \cos[p(\nu - 1)\theta_m] \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$U_{r\nu} = \frac{\hat{U}_{s\nu}}{\nu p} \cdot 2 \sin(\nu p \theta_b) \sin [p(\nu - 1)\theta_m] \quad (4.11)$$

Si osserva che il potenziale di rotore è composto da tre termini:

- Un termine costante $2 \frac{\hat{U}_{s\nu}}{\nu p} = \frac{\hat{K}_{s\nu} D}{2(\nu p)^2}$
- Un termine di variazione del potenziale rotorico $\sin [p(\nu - 1)\theta_m]$ che introduce la particolare condizione per cui armoniche di cava di ordine consecutivo introducono la stessa armonica di coppia. Infatti considerando $\nu = -5$ e $\nu = 7$ per il termine $(\nu - 1)$ all'interno del seno producono la stessa frequenza di variazione come $\sin (+6p\theta_m)$
- Infine un termine che esplicita l'influenza dell'angolo θ_b della barriera sul contributo delle diverse armoniche, $\sin (\nu p \theta_b)$

Sviluppando la formula del potenziale di rotore per tutte le armoniche si ottiene la seguente sommatoria:

$$U_r(\theta_r) = \sum_{\nu} U_{r\nu} \cdot \sin (\nu p \theta_r) \quad (4.12)$$

Dove $U_{r\nu}$ ha valore:

$$\begin{aligned} U_{r\nu} &= \frac{2p}{\pi} \int_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b^e}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b^e} \hat{U}_{r1} \sin (\nu p \theta_r) d\theta_r = \\ &= \left| \frac{2p}{\pi} \frac{1}{\nu p} \hat{U}_{r1} \cos (\nu p \theta_r) \right|_{\frac{\pi}{2p} - \theta_b^e}^{\frac{\pi}{2p} + \theta_b^e} = \\ &= \frac{4}{\pi \nu} \hat{U}_{r1} \sin \left(\nu \frac{\pi}{2} \right) \sin (\nu \theta_b^e) \end{aligned} \quad (4.13)$$

In quanto:

$$\begin{aligned} \cos \left(\nu \frac{\pi}{2} - \nu \theta_b^e \right) - \cos \left(\nu \frac{\pi}{2} + \nu \theta_b^e \right) &= \\ = 2 \sin \left(\nu \frac{\pi}{2} \right) \sin (\nu \theta_b^e) \end{aligned}$$

Quindi il potenziale magnetico di rotore può essere ben rappresentato come:

$$U_r(\theta_r) = \sum_{\nu} \left[\frac{4}{\pi \nu} \hat{U}_{r1} \sin \left(\nu \frac{\pi}{2} \right) \sin (\nu \theta_b^e) \right] \cdot \sin (\nu p \theta_r) \quad (4.14)$$

Dalla formula (2.16) si nota come il potenziale di una barriera non sia costante, ma varia con la posizione del rotore. Tuttavia in prima approssimazione e facendo

delle istantanee del rotore fermo, sincrono all'asse di riferimento $\theta_m = 0$, è possibile considerarlo costante e pari al valore di picco della fondamentale secondo la formula:

$$\hat{U}_r = -\hat{K}_s \cdot \frac{D}{2p} \quad (4.15)$$

Si noterà poi nel capitolo 8 come questa sia una buona approssimazione, in quanto la variazione del potenziale dell'isola magnetica del rotore con la posizione è molto contenuta. Il rotore è sincrono quando il suo asse diretto d , corrispondente al percorso di minima riluttanza, coincide con l'asse geometrico x dello statore e per un motore a 4 poli corrisponde alla posizione rappresentata in Figura 4.1. Con questa condizione è anche possibile attribuire un valore all'angolo α_i^e di sfasamento della corrente I_{dq} .

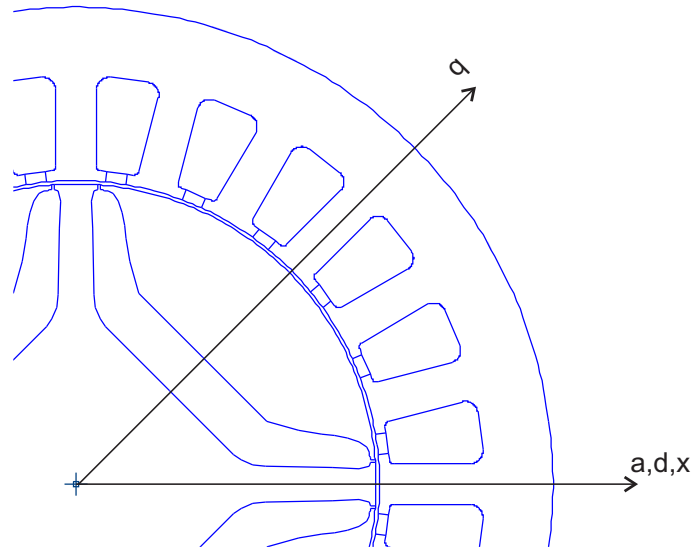


Figura 4.1: dettaglio di un polo del rotore sincronizzato con lo statore, per un motore REL a 4 poli. Le linee in blu rappresentano la geometria FEMME.

A questo punto per eliminare una determinata armonica si ha nuovamente il termine $\sin(\nu p \theta_b)$ da annullare come nel caso dello studio della funzione di trasferimento ingresso ed uscita. Con risultato visto nella (4.6).

Annullando l'armonica ν dal potenziale di rotore, la combinazione di questa con la rispettiva di statore darà contributo nullo e si dovrebbe quindi annullare la corrispondente pulsazione di coppia.

4.4. Angoli di barriera

Verrà ancora omesso il pedice 1 sulle caratteristiche geometriche delle barriere perché il rotore è a singola barriera per polo. Dal risultato ottenuto nella (4.6) si nota che l'angolo meccanico di barriera θ_b si ricava in funzione dell'ordine armonico da annullare. Nella tabella 4.3 sono riportati i valori base, i cui multipli possono essere scelti nella costruzione delle barriere di flusso.

ν	5	7	11	13	23	25
angle	$kp \cdot 18, 00^\circ$	$kp \cdot 12, 86^\circ$	$kp \cdot 8, 18^\circ$	$kp \cdot 6, 92^\circ$	$kp \cdot 3, 91^\circ$	$kp \cdot 3, 60^\circ$

Tabella 4.3: angoli base in funzione dell'ordine armonico

Valutando la funzione analitica della coppia (2.24), si trova che il massimo valore è ottenibile per un angolo meccanico di barriera $\theta_b = 33, 75^\circ$. Si può pensare inizialmente di trovare un multiplo dell'angolo base che annulli una determinata armonica il più vicino possibile a questo valore, così da non compromettere troppo le prestazioni del motore.

Per quanto riguarda l'angolo della corrente di statore α_i^e si considera il caso di massima coppia, stando sulla caratteristica MTPA a 45° e non considerando il legame del ripple di coppia con la componente q della stessa corrente.

4.5. Verifica delle formule

Per verificare se si ottiene lo stesso risultato per via analitica e con le simulazioni agli elementi finiti, prima di procedere con onerosi computi per ottenere l'andamento della coppia tramite FEMME, si analizzano i potenziali di rotore per le differenti soluzioni di barriera.

A campione si confrontano i risultati ottenuti per angoli che eliminano l'undicesima e la tredicesima armonica sul potenziale di rotore, gli ordini sono stati scelti tenendo conto dei coefficienti di avvolgimento più elevati ed alle pulsazioni a frequenza più bassa, ipotizzando che siano le più fastidiose. A partire dagli angoli base (tabella 4.3) si ottengono gli angoli θ_b per differenti valori di k in modo da massimizzare la fondamentale, ovvero con angoli che si avvicinano a $\frac{\pi}{2p}$. Si hanno le configurazioni di tabella 4.4.

ν	11	13
angle	$40, 91^\circ$	$41, 54^\circ$

Tabella 4.4: Angoli di barriera per il confronto analitico vs elementi finiti

Per la costruzione analitica si è utilizzato un codice MATLAB che implementasse la formulazione semplificata (4.14) dove il valore di picco del potenziale di

rotore \hat{U}_{r1} è imposto costante, pari al valore della fondamentale. L'angolo θ_b è invece stato ancora scelto come definito nella tabella 4.4. Per completezza in appendice D viene riportato il codice utilizzato, completo di stringa per la trasformata veloce di Fourier, la trasformazione dei risultati in p.u. e la stampa dei grafici.

Per le simulazioni agli elementi finiti si è mantenuto sincrono il rotore, l'angolo α_i^e della corrente a 45° e per rimanere in piena condizione di idealità non è stato inserito lo statore nella geometria (si sono sfruttati i punti corrente al diametro D_i).

Si è considerato il potenziale magnetico del rotore U_r proporzionale alla differenza tra l'induzione al traferro ottenuta con un rotore solido (Figura 2.12) e l'induzione al traferro ottenuta con il rotore con barriere di angolo θ_b ¹. Ovviamente con lo statore alimentato in ugual modo, secondo la formulazione (2.41) introdotta nel capito 2, nella sezione *Le simulazioni*.

Per poter poi sovrapporre le due caratteristiche si sono passati i valori in *per unità* con *valore base* pari al valore massimo nei due casi. Si sono ottenute le figure 4.2 e 4.3. Si nota in figura 4.4, invece, le forme d'onda ottenute per il rotore pieno e per il rotore con la presenza delle barriere di flusso (nel caso ad esempio si ha $\theta_b = 32,72^\circ$). Nelle zone del rotore affacciate al traferro dove mancano le barriere i due andamenti si sovrappongono correttamente, in quanto in quei punti non si modifica l'andamento del potenziale di statore.

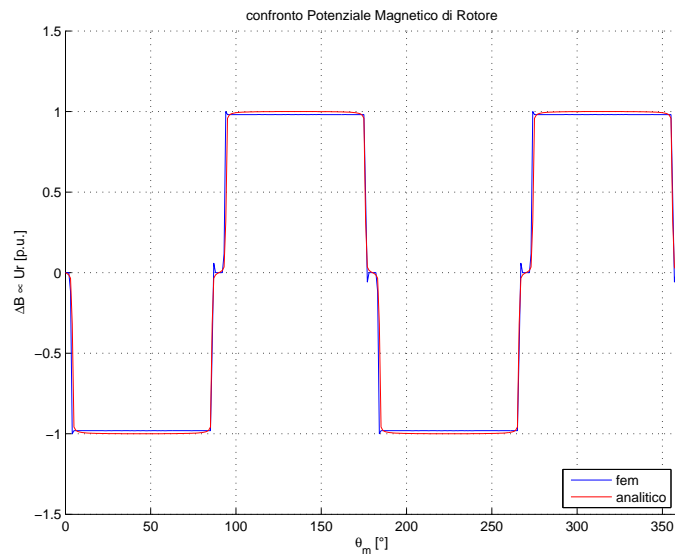


Figura 4.2: andamento del potenziale di rotore, analitico VS fem per $\theta_b = 40,91^\circ$ e $\theta_m = 0^\circ$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

A certezza che il metodo per ricavare il potenziale di rotore dalla differenza delle induzioni normali al traferro sia valido, è possibile controllare l'analisi armonica del profilo ottenuto nel caso a rotore pieno. Moltiplicando il modulo

¹uguale a quello della costruzione analitica

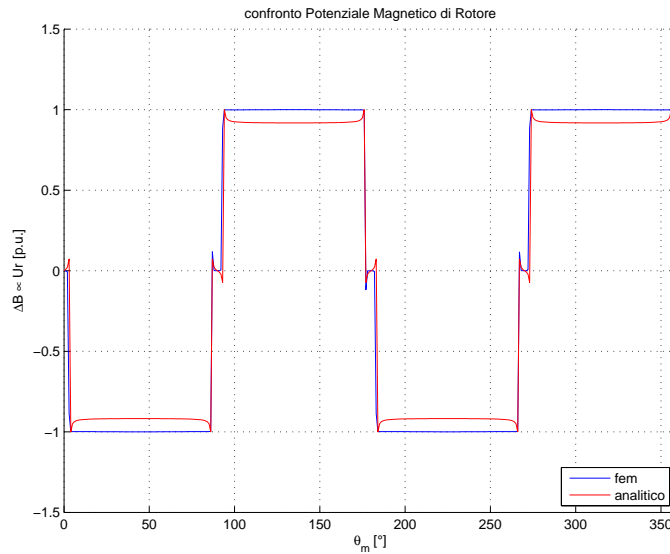


Figura 4.3: andamento del potenziale di rotore, analitico VS fem per $\theta_b = 41,54^\circ$ e $\theta_m = 0^\circ$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

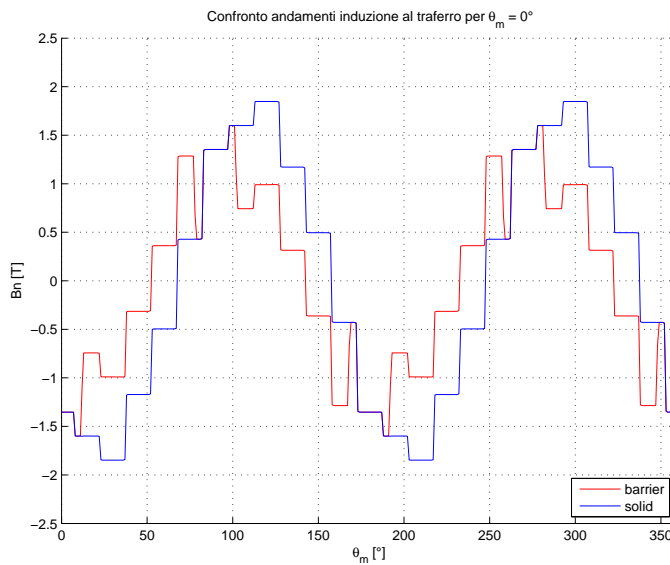


Figura 4.4: andamento del potenziale U_r per il rotore pieno ed il rotore con barriere $\theta_b = 32,72^\circ$ e $\theta_m = 0^\circ$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

dell'armonica per il rispettivo ordine ν si dovrà sempre ottenere il valore della fondamentale, inoltre dovranno essere presenti solo le armoniche di cava. In Figura 4.5 il grafico a barre del contenuto armonico dell'induzione al trafero nel caso di rotore pieno, ed in tabella 4.5 il prodotto per le principali armoniche.

Si notano delle piccole incongruenze, meglio evidenziate in appendice F con i risultati dell'analisi armonica, in cui nelle simulazioni FEMME compaiono alcune armoniche pari e valori inferiori delle armoniche dispari correttamente presenti nel modello analitico.

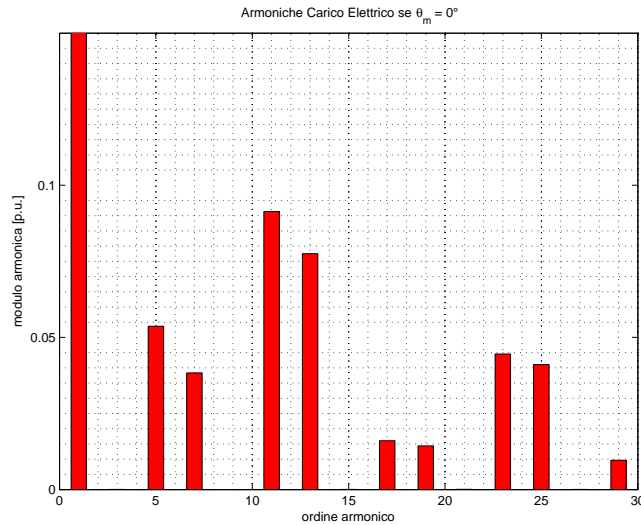


Figura 4.5: grafico a barre del contenuto armonico dell'induzione al traferro per il rotore pieno, con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\theta_m = 0^\circ$. Si nota che sono presenti solo le armoniche di cava.

Armonica	1	11	13	23	25
Modulo	0,88241	0,08062	0,068391	0,03930	0,03624
Prodotto	0,88241	0,88682	0,889083	0,90390	0,90600

Tabella 4.5: contenuto armonico analizzato sull'induzione al traferro per il rotore pieno.

Dal'altra parte nell'analisi armonica del modello analitico si ha un ottimo risultato per quanto riguardano le armoniche da annullare scelte, che presentano un valore bassissimo introdotto probabilmente solo per errori numerici.

Nelle Figure 4.2 e 4.3 sono inoltre presenti alcuni picchi in corrispondenza dei valori di potenziale nullo, potrebbero essere dovuti ad errori sulla mesh dovuti alla discontinuità tra ferro ed aria nella zona in cui è definita l'isola magnetica. Per scrupolo si ripetono le simulazioni modificando la geometria in modo da avere i ponticelli di ampiezza mezzo grado invece di un grado. Per comprendere meglio, in Figura 4.6, i dettagli della geometria FEMME.

Con un miglioramento sul risultato dell'andamento del potenziale di rotore visibile immediatamente sul grafico di Figura 4.7, ed anche sul contenuto armonico. Per confermare questo risultato si procede ponendo solo due punti corrente di polarità opposte al traferro, rispettivamente in corrispondenza dell'inizio e della fine della barriera, vedi Figura 4.8. Non sarà importante il valore della corrente e lo spessore del traferro ai fini della prova, in quanto non hanno influenza sulla forma d'onda finale, ma solo sul valore di induzione. La prova verrà ripetuta con i ponticelli di un grado e di un quarto di grado per delimitare le isole magnetiche e con il rotore pieno. I risultati saranno sovrapposti sullo stesso grafico e ci si aspetta che la prova con i ponticelli di un quarto di grado dia un'onda quadra meglio definita.

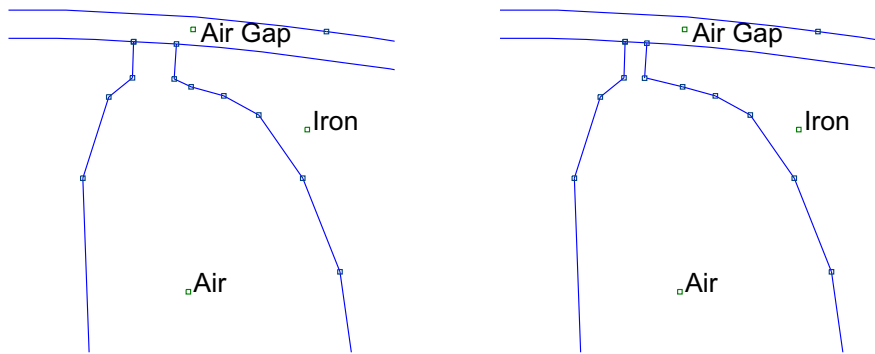


Figura 4.6: modifica dei ponticelli, a sinistra di mezzo grado, a destra di un grado.

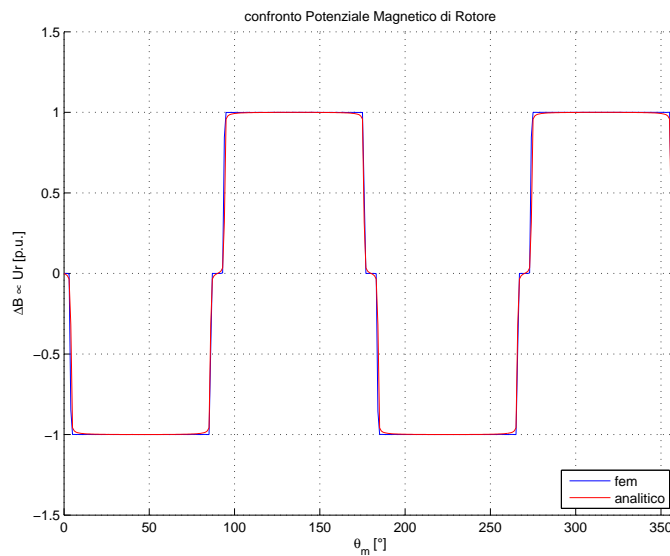


Figura 4.7: andamento del potenziale di rotore, analitico VS fem per $\theta_b = 40,91^\circ$ e $\theta_m = 0^\circ$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$. Con ponticelli di mezzo grado.

In realtà l'effetto della larghezza del ponticello, nelle due condizioni estremizzate, è meno evidente di quanto aspettato (andamenti in Figura 4.9), tuttavia data la differenza trovata nella trasformata di Fourier e nell'andamento del potenziale di rotore sulla prova della barriera $\theta_b = 40,91^\circ$, tutte le simulazioni verranno effettuate con ponticelli da mezzo grado. Non ha senso ridurre ulteriormente questo valore sia perché non si avrebbero come visto miglioramenti apprezzabili, sia perché nella realizzazione del rotore il ponticello ha una importante funzione meccanica.

Possono ora essere confrontati i risultati per i due angoli di barriera a prova, per la verifica delle formule e per la verifica dell'idea iniziale per cui esistono degli angoli in grado di eliminare almeno un'ordine armonico dal potenziale di rotore. In appendice F viene riportato il modulo delle prime armoniche dei due angoli per l'eliminazione dell'armonica 11 e 13, confrontando il valore analitico con quello ottenuto attraverso le simulazioni agli elementi finiti.

Per una maggiore congruenza dei risultati, gli sviluppi analitici ed i campioni

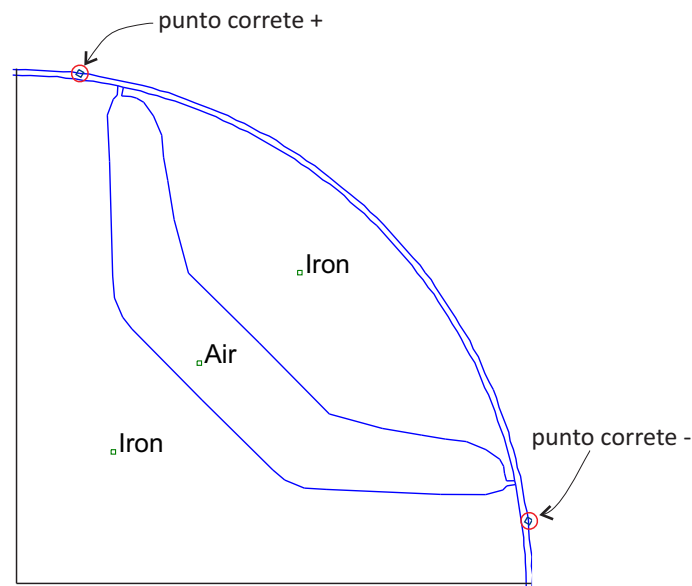


Figura 4.8: geometria FEMME in prova con evidenziati i punti corrente.

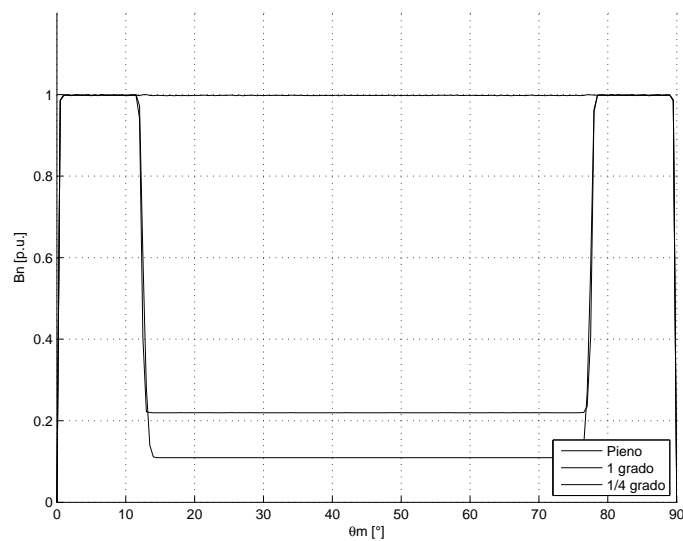


Figura 4.9: andamento in p.u. dell'induzione al traferro nelle tre condizioni in prova.

utili a ricavare il potenziale di rotore nel metodo agli elementi finiti presentano lo stesso numero di punti. Essendo un motore a due coppie polari, l'analisi armonica viene eseguita solo su metà del numero di campioni in modo da considerare un solo periodo, nel confronto sono stati considerati i moduli delle prime trentuno armoniche, le più pesanti.

In neretto, sempre nella stessa appendice, le armoniche che dovrebbero essere annullate secondo la teoria affrontata. Si nota in realtà che non si annullano completamente, ma nella costruzione analitica per:

- $\theta_b = 40,91^\circ$ l'armonica 11 vale 0,32% rispetto la fondamentale.

- $\theta_b = 41,54^\circ$ l'armonica 13 vale 0,14% rispetto la fondamentale.

Presentando comunque un valore molto piccolo, considerabile come nullo.

Per quanto riguarda i valori ottenuti con gli elementi finiti si ha:

- $\theta_b = 40,91^\circ$ l'armonica 11 vale 0,89% rispetto la fondamentale.
- $\theta_b = 41,54^\circ$ l'armonica 13 vale 0,44% rispetto la fondamentale.

Si hanno delle maggiorazioni di circa 3 volte sugli elementi finiti rispetto la costruzione analitica, ma si hanno valori percentuali comunque piccoli. Si continua quindi con lo studio come ipotizzato.

4.6. Barriere simmetriche

La configurazione più semplice con cui iniziare lo studio è intuitivamente quella in cui è presente una sola barriera di flusso per polo e tutte le barriere sono uguali sotto poli successivi. Situazione rappresentata in Figura 4.10, con l'ipotetico potenziale magnetico assunto dalle isole.

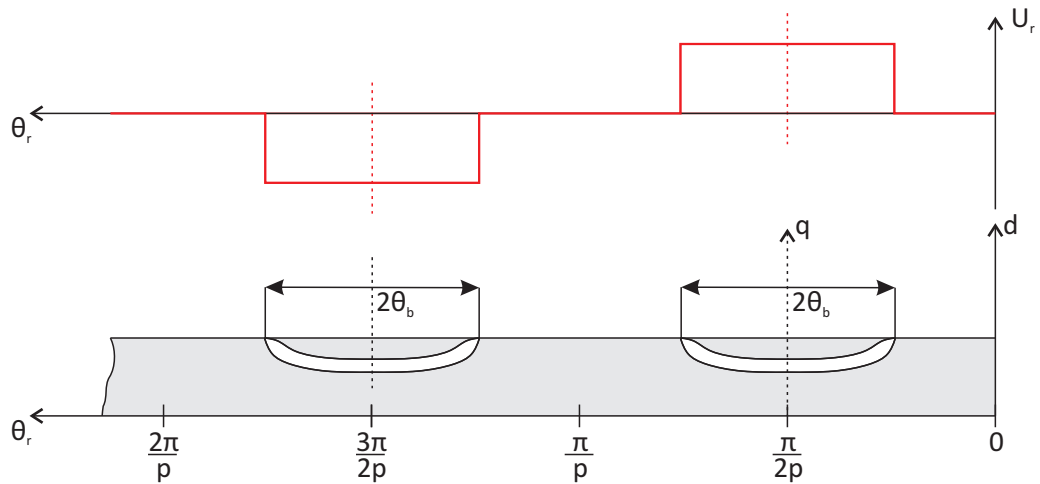


Figura 4.10: riferimenti geometrici rispetto il modello a barriere simmetriche.

Si considerano le prime armoniche di coppia, che nel motore in esempio corrispondono alla *sesta*, *dodicesima*, *diciottesima* e *ventiquattresima*. Gli angoli sono stati scelti con il primo modo di analizzare la funzione di trasferimento, ovvero con i risultati dell'analisi analitica.

4.6.1. sesta armonica di coppia

Nella sesta armonica di coppia sono coinvolte la quinta armonica regressiva e la settima armonica progressiva del potenziale magnetico di statore, che, pur arrivando da un valore del coefficiente di avvolgimento modesto presentano delle frequenze non troppo elevate e quindi potenzialmente fastidiose.

Gli angoli θ_b utili che ne derivano annullando il termine $\sin(\nu p \theta_b)$ si discostano abbastanza dall'obiettivo dei $\frac{\pi}{2p}$ e non coprono tutto il polo. Si hanno gli angoli $\theta_b = 36,00^\circ$ per la quinta armonica e $\theta_b = 38,57^\circ$ per la settima armonica, gli altri risultati sono da scartare in quanto troppo piccoli o troppo grandi.

Si ottiene l'andamento della coppia di Figura 4.11, i valori caratteristici di tabella 4.6 ed il contenuto armonico di tabella 4.7.

Si ha un peggioramento delle caratteristiche rispetto la tabella 3.1, in termini di coppia media e ripple, ma essendo solo il primo risultato ottenuto con questo metodo è presto per trarre delle conclusioni. Sarà interessante poi confrontare i risultati di coppia e ripple tra il rotore che ha generato la tabella 3.1 ed un

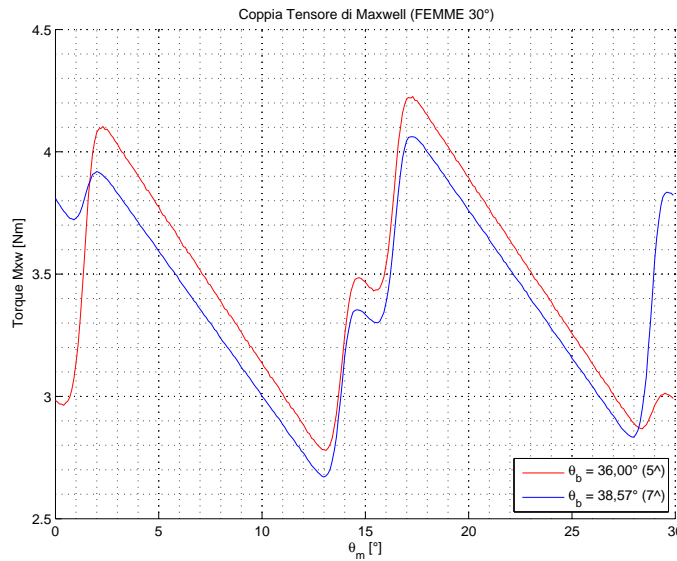


Figura 4.11: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° sovrapponendo i risultati di $\theta_b = 36,00^\circ$ e di $\theta_b = 38,57^\circ$ per l'eliminazione rispettivamente della quinta e della settima armonica del potenziale di rotore.

	5	7
Angolo	$36,00^\circ$	$38,57^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,453	3,399
Ripple Massimo [Nm]	1,446	1,391
Ripple Percentuale	41,89%	40,93%

Tabella 4.6: valori di coppia FEMME.

rotore con lo stesso angolo θ_b , ma barriera di una forma più tradizionale come nel disegno 4.8.

4.6.2. dodicesima armonica di coppia

Per il termine $(\nu - 1)$ della formulazione analitica sono coinvolte l'undicesima armonica regressiva e la tredicesima armonica progressiva del carico elettrico e quindi le corrispondenti del potenziale di rotore. Dato che questi ordini armonici contengono il coefficiente di avvolgimento di valore pari a quello della fondamentale, si considera che introducano un'importante contributo sull'oscillazione di coppia. Per questo motivo si studiano due diverse angolazioni per le due armoniche interessate, i primi angoli che più si avvicinano alla condizione di θ_b di coppia massima ed i secondi che più si avvicinano alla condizione $\frac{\pi}{2p}$ per massimizzare la fondamentale su U_r .

	5	7
Angolo	36,00°	38,57°
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,453	3,399
6	0,0539	0,0627
12	0,263	0,242
18	0,0364	0,0381
24	0,0813	0,0664

Tabella 4.7: contenuto armonico FEMME.

Si ottiene un andamento della coppia di Figura 4.12, cercando di eliminare l'undicesima armonica e di Figura 4.13 per la tredicesima. Nelle tabelle 4.8 e 4.9 i risultati di coppia ed il relativo contenuto armonico di tutti gli angoli.

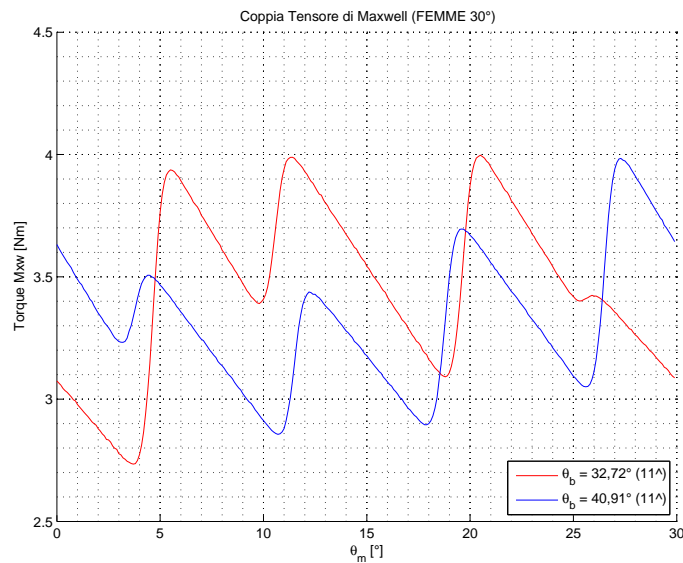


Figura 4.12: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° sovrapponendo i risultati di $\theta_b = 32,72^\circ$ e di $\theta_b = 40,91^\circ$ per l'eliminazione dell'undicesima armonica.

Dai grafici sovrapposti si nota come due angoli ottimizzati per eliminare la stessa armonica producano un andamento di coppia molto differente, probabilmente a testimonianza del fatto che gli stessi angoli hanno effetti anche su altri ordini armonici.

Si nota come la riduzione della dodicesima armonica di coppia si ottiene meglio per angoli maggiori che si avvicinano alla condizione $\frac{\pi}{2p}$, accettando una lieve diminuzione del valore di coppia media. Sempre agli effetti della dodicesima armonica si ha una soluzione migliore annullando l'undicesima.

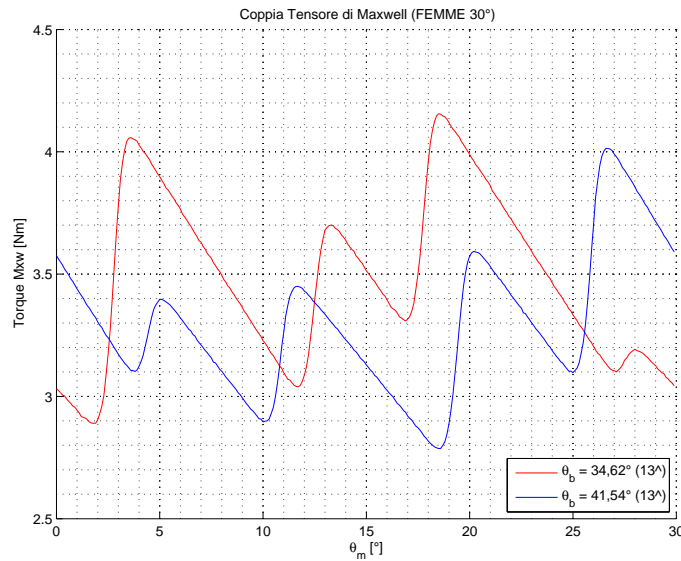


Figura 4.13: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° sovrapponendo i risultati di $\theta_b = 34,62^\circ$ e di $\theta_b = 41,54^\circ$ per l'eliminazione della tredicesima armonica.

	11		13	
Angolo	$32,72^\circ$	$40,91^\circ$	$34,62^\circ$	$41,54^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,456	3,329	3,480	3,298
Ripple Massimo [Nm]	1,263	1,128	1,265	1,227
Ripple Percentuale	36,54%	33,87%	36,35%	37,21%

Tabella 4.8: valori di coppia FEMME.

Inoltre comparando i risultati ottenuti finora in questo capitolo, sembrerebbe confermata l'idea per cui la dodicesima armonica sia la principale responsabile del ripple di coppia.

4.6.3. ventiquattresima armonica di coppia

Si ottiene un andamento della coppia riassunto in Figura 4.14 e nelle tabelle 4.10 e 4.11. Dove, a differenza del caso della dodicesima armonica i due andamenti sono molto simili, quasi si sovrappongono ed assomiglino molto al caso di eliminazione della sesta armonica.

La ventiquattresima armonica di coppia risulta essere un caso interessante perché le armoniche di statore interessate presentano lo stesso modulo del coefficiente di avvolgimento delle armoniche di rotore responsabili della dodicesima di coppia, ma con segno opposto.

	11		13	
Angolo	32, 72°	40, 91°	34, 62°	41, 54°
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,456	3,329	3,480	3,298
6	0,122	0,111	0,0827	0,122
12	0,140	0,0368	0,174	0,0712
18	0,0258	0,0365	0,0506	0,0211
24	0,118	0,132	0,0892	0,119

Tabella 4.9: contenuto armonico FEMME.

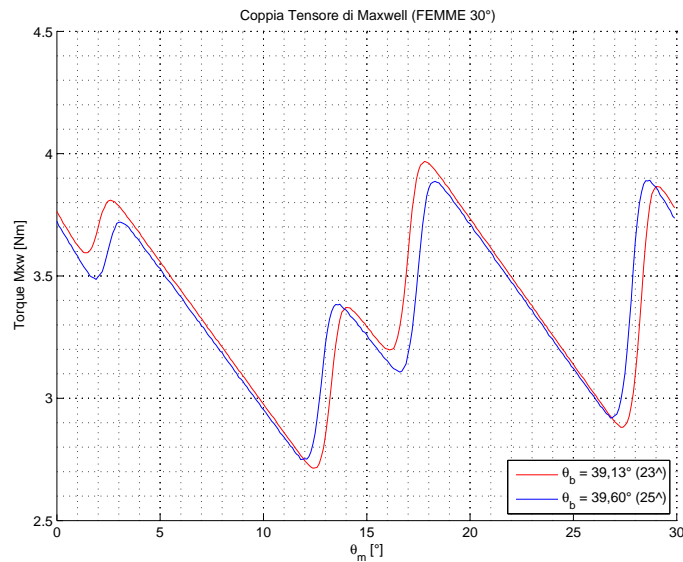


Figura 4.14: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° sovrapponendo i risultati di $\theta_b = 39,13^\circ$ e di $\theta_b = 39,60^\circ$ per l'eliminazione della ventitreesima o della venticinquesima armonica.

4.6.4. conclusioni

Per delle prime conclusioni si può più agevolmente fare riferimento ad un diagramma a barre (Figura 4.15) in cui vengono messi a confronto i moduli delle armoniche di coppia in relazione all'angolo di barriera θ_b utilizzato per eliminare una determina armonica dal potenziale di rotore.

Si nota in linea di massima che l'ipotesi iniziale può considerarsi verificata, in quanto i minimi delle armoniche di coppia si hanno realmente in corrispondenza degli angoli che annullano le corrispondenti armoniche (regressive o progressive) del potenziale magnetico di rotore. Inoltre leggendo le tabelle si nota che un risultato migliore per la rispettiva armonica di coppia (sesta, dodicesima, etc...)

	23	25
Angolo	39, 13°	39, 60°
Coppia Media [Nm]	3,381	3,364
Ripple Massimo [Nm]	1,254	1,141
Ripple Percentuale	37,10%	33,94%

Tabella 4.10: valori di coppia FEMME.

	23	25
Angolo	39, 13°	39, 60°
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,381	3,364
6	0,0743	0,0843
12	0,199	0,157
18	0,0463	0,0491
24	0,0265	0,0562

Tabella 4.11: contenuto armonico FEMME.

si ottiene annullando l'armonica regressiva (gli ordini -5 , -11 , -23 del potenziale U_r di rotore), mentre sul ripple percentuale i migliori risultati si hanno per l'annullamento delle armoniche progressive (ordini 7 , 13 , 25 del potenziale U_r). Fatta in realtà eccezione per la dodicesima armonica di coppia con gli angoli per l'undicesima e la tredicesima armonica di rotore, in cui si ha un miglioramento sia sul ripple percentuale, sia sull'armonica, con la barriera per l'armonica regressiva.

Ulteriore cosa confermata è l'influenza del modulo delle armoniche di statore sulla coppia, cercando di eliminare infatti l'armonica 12 e 24 di coppia si sono ottenuti ripple inferiori. Queste due armoniche di coppia infatti presentano il coefficiente di avvolgimento di modulo pari a quello della fondamentale.

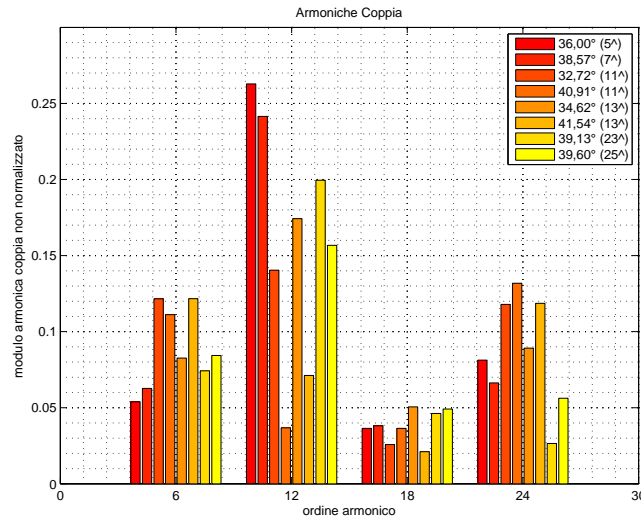


Figura 4.15: diagramma a barre delle prime armoniche di coppia in relazione all'angolo di barriera utilizzato.

4.7. Dissimmetria tra poli successivi, Modello Machaon

Nel modello a barriere simmetriche si può riconoscere un importante difetto di fondo, infatti dalla formulazione della coppia è ormai noto che il termine $(\nu - 1)$ coinvolge le armoniche vicine e successive del potenziale magnetico rispetto ad una determinata armonica di coppia e la soluzione appena vista riesce a togliere solo una di queste. Si può pensare di trovare un compromesso cercando un angolo intermedio tra quelli che eliminano ad esempio l'undicesima e la tredicesima, ma in questo modo non si riuscirebbe a ridurre efficacemente la dodicesima armonica. Questo verrà analizzato nel capitolo 5 con l'angolo di barriera $\theta_b = 41, 224^\circ$. Una alternativa alle barriere simmetriche è il metodo *Machaon* (Figura 4.16) in cui sotto poli successivi sono presenti barriere con angolazioni θ_b differenti e che intuitivamente possono essere definite in modo da eliminare l'undicesima e la tredicesima armonica, ad esempio, così da ridurre la stessa armonica di coppia di coppia (la dodicesima).

4.7.1. sesta armonica di coppia

Per la sesta armonica di coppia semplicemente si sceglie di unire sullo stesso lamierino l'angolo che nella configurazione a barriere simmetriche annulla la quinta e la settima armonica del potenziale di rotore.

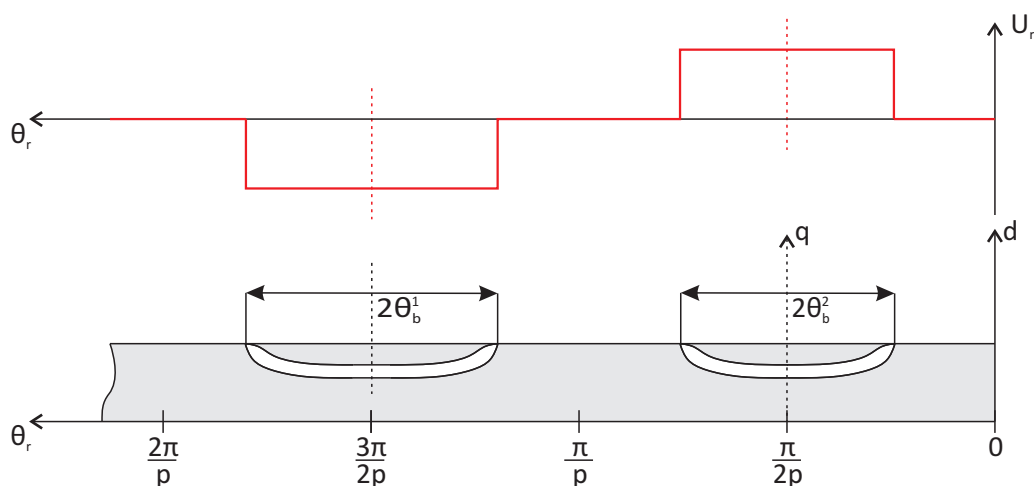


Figura 4.16: riferimenti geometrici nel modello *Machaon*.

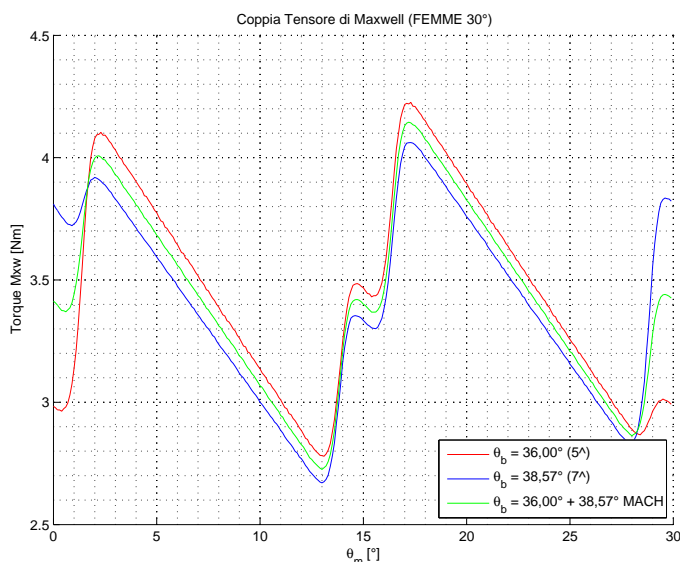


Figura 4.17: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° con angoli di barriera $\theta_b = 36,00^\circ$ e $\theta_b = 38,57^\circ$ per l'eliminazione rispettivamente della quinta e della settima armonica del potenziale di rotore, a confronto nella configurazione a barriere simmetriche e nel modello *Machaon*.

4.7.2. dodicesima armonica di coppia

Sono possibili molte combinazioni tra angoli base della tabella 4.3 per l'undicesima e la tredicesima armonica. Un metodo di scelta ipotetico può essere quello di scegliere l'angolo per l'armonica regressiva e per l'armonica progressiva che nel modello a barriere simmetriche portano al minore valore di dodicesima armonica di coppia. In concreto, osservando la tabella 4.9 sono gli angoli $\theta_b = 40,91^\circ$ e $\theta_b = 41,54^\circ$. Lo stesso risultato si ottiene cercando gli angoli per l'una e l'altra armonica che permettono il minore ripple percentuale sul valore medio della coppia, in riferimento alla tabella 4.8.

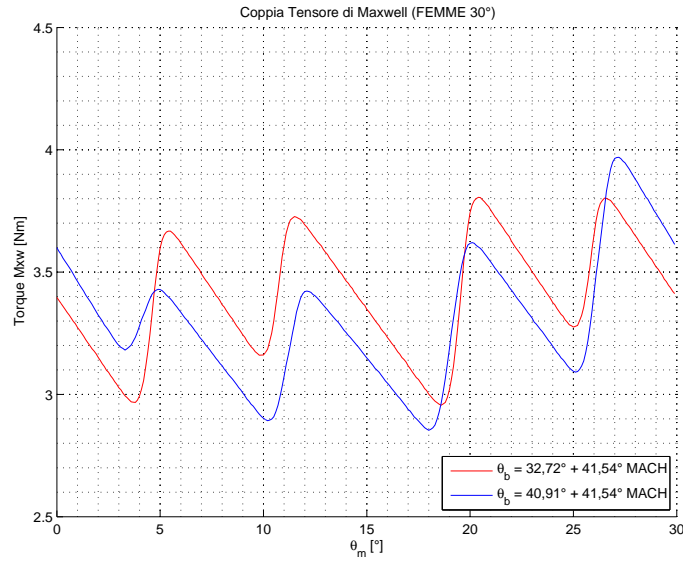


Figura 4.18: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° sovrapponendo i risultati di $\theta_b = 32,72^\circ$ con $\theta_b = 41,54^\circ$ e di $\theta_b = 32,72^\circ$ con $\theta_b = 41,54^\circ$ per l'eliminazione della dodicesima armonica di coppia.

Dai valori delle simulazioni si ottengono i risultati mostrati in Figura 4.18 e riassunti nelle tabelle 4.12 e 4.13

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$ a)	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$ b)
Coppia Media [Nm]	3,408	3,311
Ripple Massimo [Nm]	0,850	1,116
Ripple Percentuale	24,94%	33,71%

Tabella 4.12: valori di coppia FEMME.

Sempre con lo scopo di eliminare la dodicesima armonica di coppia e per avere una configurazione di confronto si è provato anche il caso con gli angoli $\theta_b = 32,72^\circ$ per l'undicesima di U_r e $\theta_b = 41,54^\circ$ per la tredicesima. La scelta è stata fatta per avvicinare uno dei due angoli di barriera alla condizione di massima coppia ($\theta_b = 33,75^\circ$), mantenendo però sempre la condizione di annullamento di un'ordine armonico dal rotore.

Sorprendentemente si è rivelata una buona combinazione, in quanto non solo si ha una coppia media leggermente maggiore, ma si riduce efficacemente il ripple di quasi 9 punti percentuali rispetto la configurazione di angoli $\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$, considerata come migliore.

In riferimento alla sola dodicesima di coppia, armonica che doveva venire notevolmente diminuita con questa configurazione, si vede come la configurazione

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$ a)	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$ b)
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,408	3,311
6	0,0301	0,116
12	0,0814	0,0440
18	0,0105	0,0285
24	0,118	0,125

Tabella 4.13: contenuto armonico FEMME.

b) sia come prevedibile migliore rispetto la configurazione **a)**. Mentre, sempre nella configurazione **b)** risulta in modulo, superiore rispetto la configurazione a barriere simmetriche con solo l'angolo $\theta_b = 40,91^\circ$, probabilmente per l'influenza negativa introdotta dall'angolo $\theta_b = 41,54^\circ$.

Confrontando i valori si ottengono moduli della dodicesima armonica di coppia, nella configurazione *Machaon* minori della media dei moduli della dodicesima armonica ottenuta per i due singoli angoli nella configurazione simmetrica. Queste considerazioni sono riassunte nella tabella 4.14 di paragone.

Angoli θ_b	$32,72^\circ$	$40,91^\circ$	$41,54^\circ$	$32,72^\circ + 41,54^\circ$	$40,91^\circ + 41,54^\circ$
dodicesima	0,140	0,0368	0,0712	0,0814	0,0440
ripple [%]	36,54%	33,87%	37,21%	24,94%	33,71%

Tabella 4.14: tabella di confronto per la dodicesima armonica ed il ripple totale di coppia percentuale sul valore medio.

Delle ulteriori combinazioni possono essere ottenute partendo dalla tabella 4.2 del secondo approccio dello studio della funzione di trasferimento. Sempre considerando di eliminare l'undicesima armonica con un angolo e la tredicesima armonica con un differente angolo sotto il polo successivo si può costruire il lamierino di rotore ponendo:

- $\theta_b^1 = 41,54^\circ$ per la tredicesima
- $\theta_b^1 - \theta_b^2 = 8,18^\circ$ per l'undicesima
- di conseguenza $\theta_b^2 = 33,36^\circ$

Oppure in una configurazione simile:

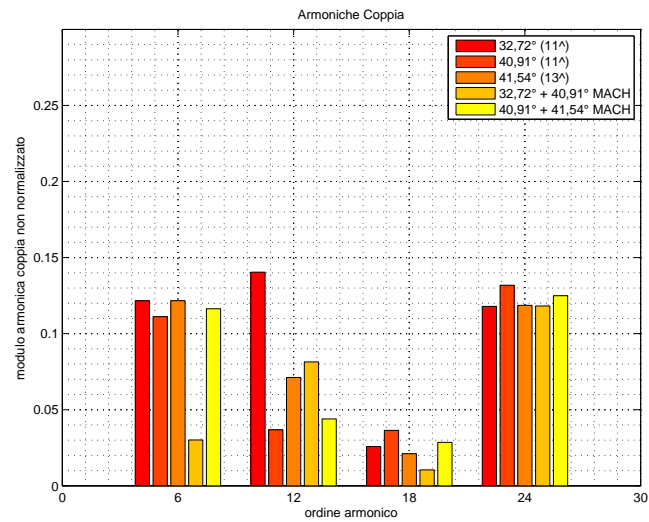


Figura 4.19: diagramma a barre delle prime armoniche di coppia in relazione all'angolo di barriera utilizzato per l'eliminazione della dodicesima armonica.

- $\theta_b^1 = 40,91^\circ$ per l'undicesima
- $\theta_b^1 - \theta_b^2 = 6,92^\circ$ per la tredicesima
- di conseguenza $\theta_b^2 = 33,99^\circ$

Così da ottenere l'andamento della coppia di figura 4.20.

Dai valori delle simulazioni si ottengono i risultati riassunti in tabella 4.15 e 4.16.

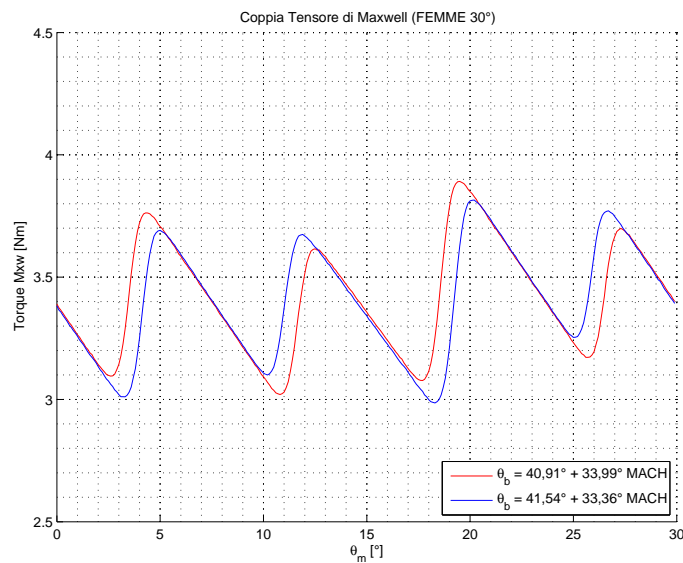


Figura 4.20: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° sovrapponendo i risultati di $\theta_b^1 = 41,54^\circ$ e $\theta_b^2 = 33,36^\circ$ e di $\theta_b^1 = 40,91^\circ$ e $\theta_b^2 = 33,99^\circ$ per l'eliminazione della dodicesima armonica di coppia.

Combinazioni	$\theta_b = 41,54^\circ + 33,36^\circ$ c)	$\theta_b = 40,91^\circ + 33,99^\circ$ d)
Coppia Media [Nm]	3,406	3,418
Ripple Massimo [Nm]	0,829	0,871
Ripple Percentuale	24,35%	25,48%

Tabella 4.15: valori di coppia FEMME.

Combinazioni	$\theta_b = 41,54^\circ + 33,36^\circ$ c)	$\theta_b = 40,91^\circ + 33,99^\circ$ d)
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,406	3,418
6	0,0353	0,0375
12	0,0533	0,0470
18	0,00867	0,00488
24	0,129	0,132

Tabella 4.16: contenuto armonico FEMME.

Queste due ultime configurazioni portano a buoni risultati, tuttavia molto simili al caso di $\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$, dato che le barriere presentano angoli simili tra loro. A livello di dodicesima armonica la scelta di questi angoli (o di questo modo di scegliere gli angoli di barriera) risulta migliore.

È interessante a questo punto confrontare il contenuto dei potenziali magnetici di rotore nei confronti delle armoniche interessate (l'undicesima e la tredicesima), tenendo conto che l'onda quadra avrà un duty-cycle diverso per i due poli e che verrà analizzata solo quella ricavata per $\theta_m = 0^\circ$ nel modello agli elementi finiti. Si ottiene la tabella 4.17.

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_b = 41,54^\circ + 33,36^\circ$	$\theta_b = 40,91^\circ + 33,99^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
11	0,0107	0,000853	0,0211
13	0,0283	0,0204	0,00159

Tabella 4.17: contenuto armonico FEMME del potenziale magnetico di rotore per gli angoli indicati.

Dai risultati ottenuti in tabella 4.17 si potrebbe pensare che l'effetto maggiore

sulle armoniche di rotore si ottengono con angoli minori, attorno a circa 33° . Tuttavia la combinazione $\theta_b^1 = 32,72^\circ$ e $\theta_b^2 = 34,62^\circ$ risulta peggiore delle altre, pur unendo angoli vicini a quell'ampiezza.

4.7.3. diciottesima armonica di coppia

Pur non avendo esaminato la diciassettesima armonica regressiva e la diciannovesima armonica progressiva del potenziale di rotore per il caso di barriere simmetriche, per completezza si esamina la configurazione (ottenuto al solito, dalla condizione $\sin(\nu p \theta_b) = 0$) degli angoli $\theta_b = 37,06^\circ + 42,63^\circ$ ottimi per l'eliminazione della diciottesima armonica di coppia.

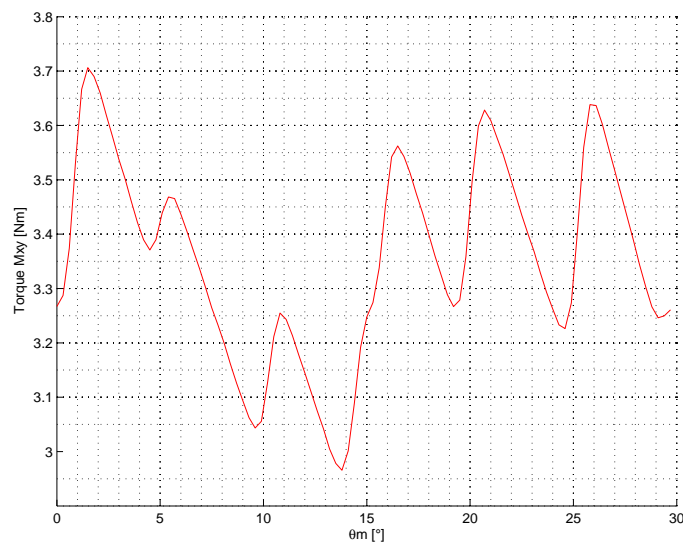


Figura 4.21: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° con angoli di barriera $\theta_b = 37,06^\circ$ e $\theta_b = 42,63^\circ$ per l'eliminazione della diciottesima armonica di coppia.

4.7.4. ventiquattresima armonica di coppia

Per la ventiquattresima armonica di coppia, come già fatto per la sesta, si sceglie di unire sullo stesso lamierino l'angolo che nella configurazione a barriere simmetriche annulli le armoniche del potenziale di rotore direttamente coinvolte, in questo caso la ventitreesima e la venticinquesima. In Figura 4.22 l'andamento della coppia sui 30° .

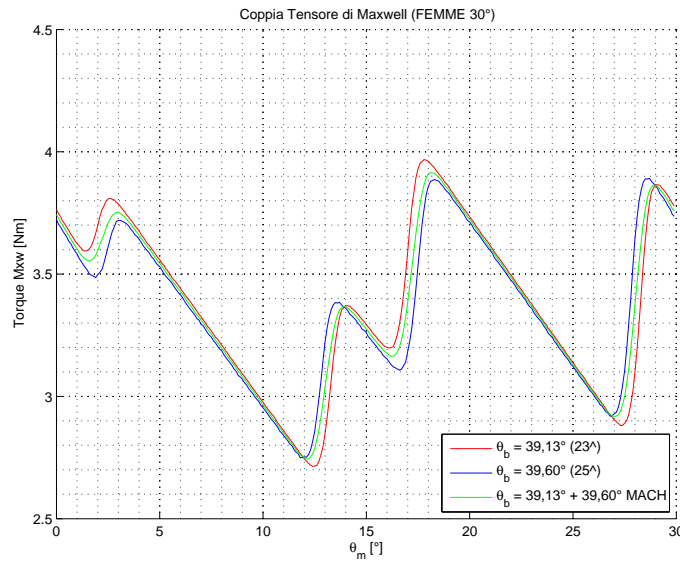


Figura 4.22: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° con angoli di barriera $\theta_b = 39,13^\circ$ e $\theta_b = 39,60^\circ$ per l'eliminazione della ventiquattresima armonica di coppia.

4.7.5. conclusioni

Nelle conclusioni si possono confrontare i risultati delle prestazioni di coppia per i casi visti in questa sezione.

	Combinazioni	Coppia Media [Nm]	Ripple Massimo [Nm]	Ripple Percentuale [%]
6	$\theta_b = 36,00^\circ + 38,57^\circ$	3,429	1,419	41,39%
12	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	3,408	0,850	24,94%
12	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$	3,311	1,116	33,71%
12	$\theta_b = 41,54^\circ + 33,36^\circ$	3,406	0,829	24,35%
12	$\theta_b = 40,91^\circ + 33,99^\circ$	3,418	0,871	24,48%
12	$\theta_b = 33,36^\circ + 33,99^\circ$	3,480	1,223	35,14%
12	$\theta_b = 32,72^\circ + 34,62^\circ$	3,468	1,074	30,96%
18	$\theta_b = 37,06^\circ + 42,63^\circ$	3,338	0,848	25,41%
24	$\theta_b = 39,13^\circ + 39,60^\circ$	3,373	1,171	34,70%

Tabella 4.18: valori di coppia FEMME a confronto.

In linea di principio si è dimostrata vera l'ipotesi per cui questo modello di rotore sia migliore rispetto a quello a barriere simmetriche che eliminava solo una

	Combinazioni	6	12	18	24
6	$\theta_b = 36,00^\circ + 38,57^\circ$	0,0434	0,24 9	0,0105	0,0661
12	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	0,0301	0,0814	0,0105	0,118
12	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$	0,116	0,0440	0,0285	0,125
12	$\theta_b = 41,54^\circ + 33,36^\circ$	0,0353	0,0533	0,00867	0,129
12	$\theta_b = 40,91^\circ + 33,99^\circ$	0,0375	0,0470	0,00488	0,132
12	$\theta_b = 33,36^\circ + 33,99^\circ$	0,103	0,121	0,0415	0,132
12	$\theta_b = 32,72^\circ + 34,62^\circ$	0,101	0,112	0,0349	0,0956
18	$\theta_b = 37,06^\circ + 42,63^\circ$	0,0812	0,0407	0,0138	0,0548
24	$\theta_b = 39,13^\circ + 39,60^\circ$	0,0793	0,178	0,0476	0,0357

Tabella 4.19: contenuto armonico FEMME a confronto.

delle due armoniche interessate alla stessa pulsazione in coppia. Tuttavia non si riesce ad annullare completamente l'armonica in questione probabilmente perché, come si nota dall'analisi armonica dei potenziali di rotore per i diversi angoli, le armoniche corrispondenti sul potenziale di rotore non vengono completamente annullate (a causa di approssimazioni sull'angolo, alla larghezza dei ponticelli per creare la discontinuità sul rotore e formare le isole magnetiche). Inoltre dove una barriera toglie un ordine armonico, la successiva (ottima per un diverso ordine) ne introduce una piccola parte che subito si risente nella coppia.

Infine il modello non lega perfettamente² il contenuto armonico di rotore con il contenuto armonico della coppa, infatti le armoniche di modulo minore per i differenti ordini non si hanno per le relative combinazioni. Sembra che i risultati migliori in questi termini si ottengono per angoli pensati per altri ordini, queste considerazioni sono verificabili nella tabella 4.19.

Per quanto riguarda invece il ripple percentuale, questo risulta essere inferiore proprio per le configurazioni che annullano la dodicesima armonica, a conferma del fatto che le armoniche da annullare devono essere scelte anche in relazione al coefficiente di avvolgimento (nella dodicesima sono coinvolte armoniche di rotore che presentano il coefficiente di avvolgimento di valore pari a quello della fondamentale).

²a differenza invece del primo metodo dove la cosa era ben evidente.

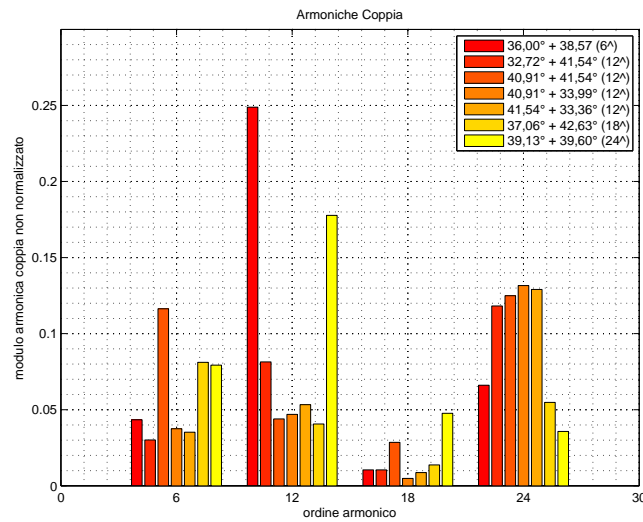


Figura 4.23: diagramma a barre delle prime armoniche di coppia in relazione all'angolo di barriera utilizzato nella configurazione *Machaone*.

4.7.6. dodicesima peggiorativa di coppia

Ad ulteriore conferma della bontà dei risultati ottenuti finora, si procede costruendo una geometria tale da peggiorare la risposta sulla coppia. Si è presa a campione la configurazione per l'eliminazione della dodicesima armonica e sviluppando gli angoli θ_b per l'undicesima e la tredicesima armonica del potenziale magnetico, nelle condizioni $\sin(\nu p \theta_b) = 0$ migliorativa e $\sin(\nu p \theta_b) = 1$ peggiorativa si è ottenuta la tabella 4.20.

$\sin(\nu p \theta_b) = 0$		$\sin(\nu p \theta_b) = 1$	
$\nu = 11$	$\nu = 13$	$\nu = 11$	$\nu = 13$
8,18	6,92	4,09	3,46
16,36	13,85	12,27	10,38
24,54	20,77	20,45	17,31
32,72	27,69	28,63	24,23
40,91	34,62	36,81	31,15
49,08	41,54	44,99	38,08

Tabella 4.20: valori degli angoli θ_b

A prova si è quindi costruita una geometria con $\theta_b^1 = 36,81^\circ$ per massimizzare l'undicesima armonica e con $\theta_b^2 = 38,08^\circ$ per la tredicesima. Si ottengono le prestazioni di figura 4.24 e riassunte in tabella 4.21, 4.22 e 4.23.

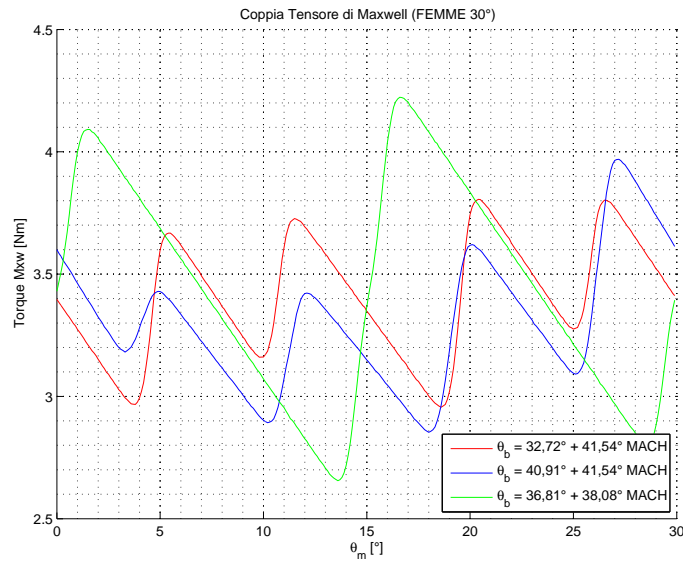


Figura 4.24: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° per l'angolo $\theta_b = 36,81^\circ + 38,08^\circ$ per l'aumento della dodicesima armonica di coppia, a confronto con i metodi che dovrebbero annullarla.

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,408	3,311
Ripple Massimo [Nm]	0,850	1,116
Ripple Percentuale	24,94%	33,71%

Tabella 4.21: valori di coppia FEMME, forme migliorative.

4.8. Shifting sotto un polo

In Figura 4.25 è riportata l'idea di come dovrebbe essere il potenziale di rotore nella configurazione in cui esiste un certo angolo di sfasamento tra il centro della barriera di flusso e l'asse del rispettivo polo.

Sulla scelta delle combinazioni di angoli da analizzare si è dovuto considerare lo spazio necessario non solo alle barriere (e quindi all'intera larghezza dei poli),

Combinazioni	$\theta_b = 36,81^\circ + 38,08^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,442
Ripple Massimo [Nm]	1,568
Ripple Percentuale	45,54%

Tabella 4.22: valori di coppia FEMME, forma peggiorativa.

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_b = 36,81^\circ + 38,08^\circ$
	migliorative		peggiorativa
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,408	3,311	3,442
6	0,0301	0,116	0,0458
12	0,0814	0,0440	0,279
18	0,0105	0,0285	0,0148
24	0,118	0,125	0,118

Tabella 4.23: confronto contenuto armonico FEMME, l'ultima colonna la configurazione peggiorativa.

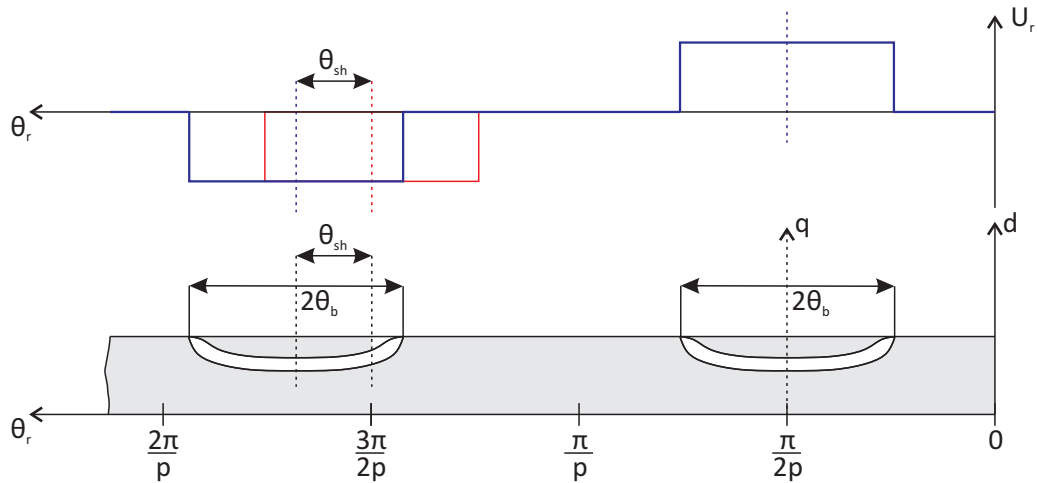


Figura 4.25: riferimenti geometrici rispetto le barriere di flusso con l'angolo di shift.

ma anche all'angolo di shift, sacrificando talvolta i migliori risultati ottenuti nelle simulazioni a barriere simmetriche.

È importante per trovare il sincronismo tra l'asse x di riferimento geometrico e l'asse d del rotore, tener conto anche dell'angolo θ_{sh} . In Figura 4.26 la posizione del rotore considerata come sincronismo, anche se si nota che l'asse q non risulterà perfettamente al centro barriera.

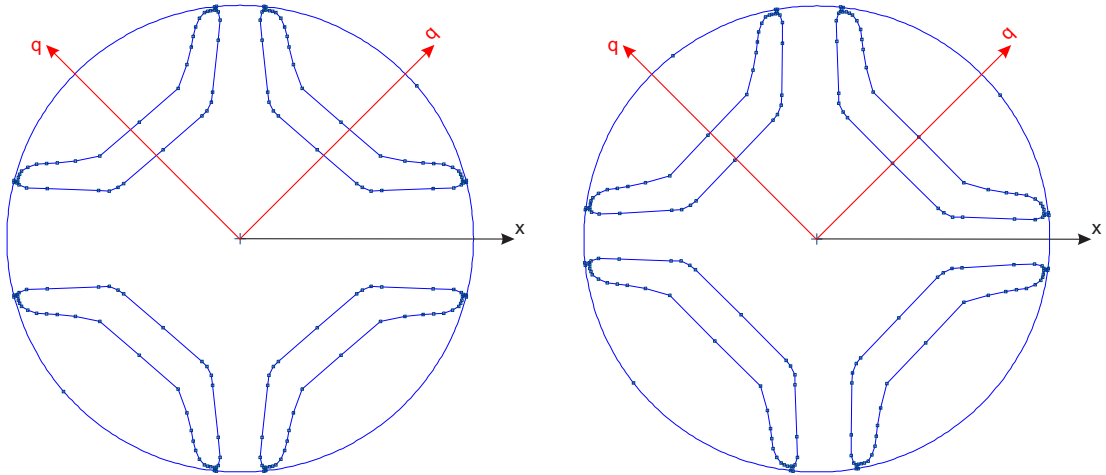


Figura 4.26: riferimenti geometrici FEMME rispetto le barriere di flusso con l'angolo di shift, si nota q non perfettamente centrato sulla barriera.

4.8.1. dodicesima armonica di coppia

Rimanendo alla configurazione in cui sono presenti barriere uguali sotto poli consecutivi si è considerato il migliore risultato tra gli angoli provati per l'undicesima e tredicesima armonica, ovvero $\theta_b = 34,62^\circ$, che allo stesso tempo lasciasse lo spazio per l'angolo di shift. Tenendo conto che l'angolo θ_b trovato è ottimizzato per l'annullamento della tredicesima armonica si sceglie l'angolo $\theta_{sh} = 8,18^\circ$ ottimizzato per l'undicesima.

Una configurazione alternativa, sempre per la dodicesima armonica di coppia, è quella in cui partendo da una configurazione a barriere non simmetriche per polo si vanno ad aggiungere differenti angoli di shift. Nel dettaglio si ha $\theta_b^1 = 32,72^\circ$ con il rispettivo $\theta_{sh}^1 = 8,18^\circ$ entrambi per l'undicesima armonica del potenziale di rotore e si ha $\theta_b^2 = 34,62^\circ$ e $\theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$ per la tredicesima. In confronto gli andamenti della coppia in Figura 4.28.

Dai valori delle simulazioni si ottengono i risultati di tabella 4.24 e 4.25.

Combinazioni	$\theta_b = 34,62^\circ$ e $\theta_{sh} = 8,18^\circ$	$\theta_b^1 = 32,72^\circ + \theta_b^2 = 34,62^\circ$ $\theta_{sh}^1 = 8,18^\circ + \theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,189	3,471
Ripple Massimo [Nm]	0,881	1,221
Ripple Percentuale	27,63%	35,17%

Tabella 4.24: valori di coppia FEMME.

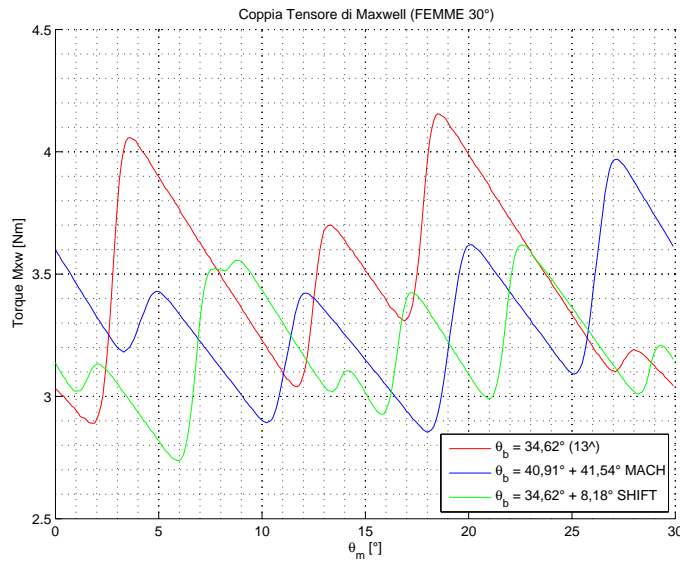


Figura 4.27: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° per l'angolo $\theta_b = 34,62^\circ$ con $\theta_{sh} = 8,18^\circ$ per l'eliminazione della dodicesima armonica di coppia.

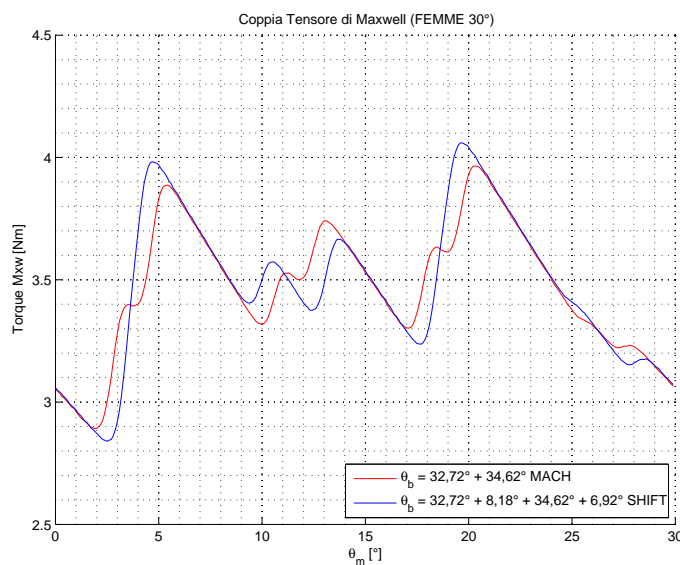


Figura 4.28: coppia FEMME per un sottoperiodo di 30° con gli angoli $\theta_b^1 = 32,72^\circ$ con il rispettivo $\theta_{sh}^1 = 8,18^\circ$ entrambi per l'undicesima armonica del potenziale di rotore e $\theta_b^2 = 34,62^\circ$ e $\theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$ per la tredicesima.

4.8.2. differenti armoniche di coppia

Questo terzo modello di analisi consente il caso limite di unire tutte le configurazioni finora fatte, in un estremo tentativo di coprire le differenti armoniche di coppia. Si può infatti pensare di prendere per la sesta e la dodicesima armonica di coppia le barriere ottimizzate per l'annullamento della quinta ($\theta_b^1 = 36,00^\circ$) e della settima ($\theta_b^2 = 38,57^\circ$) armonica del potenziale di rotore e di sfasarle rispet-

Combinazioni	$\theta_b = 34,62^\circ$ e $\theta_{sh} = 8,18^\circ$	$\theta_b^1 = 32,72^\circ + \theta_b^2 = 34,62^\circ$ $\theta_{sh}^1 = 8,18^\circ + \theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,189	3,471
6	0,0421	0,0964
12	0,0839	0,141
18	0,0401	0,0284
24	0,0876	0,101

Tabella 4.25: contenuto armonico FEMME.

to l'asse polare per l'undicesima armonica ($\theta_{sh}^1 = 8,18^\circ$) sotto un polo e per la tredicesima armonica ($\theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$) sotto il successivo.

Con lo stesso principio, ma collegando armoniche con lo stesso coefficiente di avvolgimento, si considera un modello per la dodicesima e la ventiquattresima con gli angoli $\theta_b^1 = 32,72^\circ$ (armonica 11) e $\theta_{sh}^1 = 7,83^\circ$ (armonica 23) e gli angoli $\theta_b^2 = 34,62^\circ$ (armonica 13) e $\theta_{sh}^2 = 7,20^\circ$ (armonica 25).

Dai valori delle simulazioni si ottengono i risultati delle tabelle 4.26 e 4.27, con gli andamenti di Figura 4.29.

Combinazioni	$\theta_b = 36,00^\circ + 38,57^\circ$ $\theta_{sh} = 8,18^\circ + 6,92^\circ$	$\theta_b = 32,72^\circ + 34,62^\circ$ $\theta_{sh} = 7,83^\circ + 7,20^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,417	3,473
Ripple Massimo [Nm]	1,243	1,121
Ripple Percentuale	36,38%	32,28%

Tabella 4.26: valori di coppia FEMME.

Combinazioni	$\theta_b = 36,00^\circ + 38,57^\circ$ $\theta_{sh} = 8,18^\circ + 6,92^\circ$	$\theta_b = 32,72^\circ + 34,62^\circ$ $\theta_{sh} = 7,83^\circ + 7,20^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,417	3,473
6	0,03619	0,0988
12	0,240	0,127
18	0,00698	0,0319
24	0,0698	0,0975

Tabella 4.27: contenuto armonico FEMME.

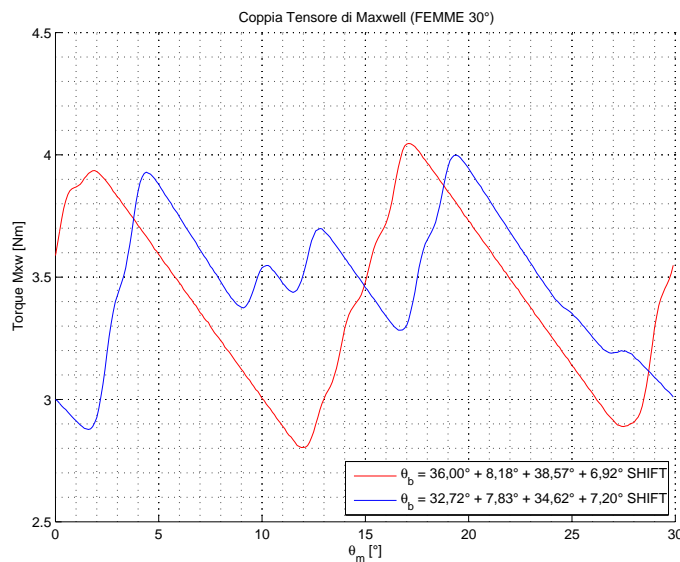


Figura 4.29: coppia FEMME ottenuta da differenti combinazioni di angoli di barriera ed angoli di shift per combinare più armoniche di coppia.

4.9. Il confronto dei metodi

Fatte le simulazioni orientative riportate nelle sezioni precedenti si è deciso di porre a confronto i risultati di coppia con le rispettive armoniche del potenziale di rotore, per verificarne il legame.

4.9.1. dodicesima armonica di coppia

Data la rilevanza di questa armonica si sono studiate diverse configurazioni, i cui risultati sono raccolti nella tabella 4.28 per i modelli a barriere simmetriche ed in tabella 4.29 per quelli *Machaon* e *Shift*.

Configurazione	Coppia		Potenziale di Rotore	
	Ripple %	12	11	13
$\theta_b = 32,72^\circ$	36,54%	0,140	0,00805	0,0572
$\theta_b = 40,91^\circ$	33,87%	0,0368	0,00893	0,0129
$\theta_b = 34,62^\circ$	36,35%	0,174	0,0691	0,00740
$\theta_b = 41,54^\circ$	37,21%	0,0712	0,0261	0,00446

Tabella 4.28: tabella riassuntiva per le configurazioni a barriere simmetriche.

Configurazione	Coppia		Potenziale di Rotore	
	Ripple %	12	11	13
$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	24,94%	0,0814	0,0107	0,0283
$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$	33,71%	0,0440	0,0176	0,00416
$\theta_b = 33,36^\circ + 41,54^\circ$	24,35%	0,0533	0,000853	0,0204
$\theta_b = 33,99^\circ + 40,91^\circ$	25,48%	0,0470	0,0211	0,00159
** $\theta_b = 36,81^\circ + 38,08^\circ$	45,54%	0,279	0,0850	0,0745
$\theta_b = 34,62^\circ + \theta_{sh} = 8,18^\circ$	27,63%	0,0898	0,0205	0,00527
$\theta_b^1 = 32,72^\circ + \theta_{sh}^1 = 8,18^\circ$				
$\theta_b^2 = 34,62^\circ + \theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$	35,17%	0,0284	0,0431	0,0210
$\theta_b^1 = 36,00^\circ + \theta_{sh}^1 = 8,18^\circ$				
$\theta_b^2 = 38,57^\circ + \theta_{sh}^2 = 6,92^\circ$	36,38%	0,240	0,0779	0,0641
$\theta_b^1 = 32,72^\circ + \theta_{sh}^1 = 7,83^\circ$				
$\theta_b^2 = 34,62^\circ + \theta_{sh}^2 = 7,20^\circ$	32,28%	0,127	0,0415	0,0219

Tabella 4.29: tabella riassuntiva dei risultati per l'eliminazione della dodicesima armonica di coppia, la configurazione con ** indica il modello peggiorativo.

Da queste ultime tabelle e sfogliando i risultati ottenuti in questo capitolo, si nota come le migliori prestazioni in termini di ripple di coppia si ottengano

cercando di eliminare le armoniche del potenziale di rotore che presentano modulo del coefficiente di avvolgimento pari alla fondamentale. Questo conferma l'idea iniziale per cui il ripple di coppia è influenzato dalle armoniche contenute nel potenziale di rotore che si legano con le armoniche del carico elettrico (ovvero con le armoniche di cava).

La dodicesima armonica di coppia risulta minore nelle configurazioni *Machaon* che risolvono le armoniche successive del potenziale di rotore (undicesima e tredicesima). Come risulta dal termine $(\nu - 1)$ presente nella formulazione della coppia, con le armoniche definite in modulo e fase. Nello stesso modello si hanno effetti migliori scegliendo angoli che derivano dal secondo approccio dello studio della funzione di trasferimento, invece che unire insieme angoli provenienti solo dall'annullamento del termine $\sin(\nu p \theta_b)$ con $\nu = 11$ e $\nu = 13$.

Per gli angoli invece trovati con lo shifting sotto un polo, i risultati si equivalgono e la configurazione spinta per cui sia gli angoli di barriera posti in modo *Machaon*, sia quelli di shift puntino alla riduzione della dodicesima armonica di coppia non restituisce prestazioni migliori di altri casi.

Si deve porre invece attenzione per le armoniche di ordine elevato, infatti già dalla tabella 4.3 si nota come per l'armonica 23 e 25 si abbiano angoli base sempre più piccoli e vicini. Questo comporta che una piccola variazione dell'angolo di barriera abbia una grande influenza sul contenuto armonico³ della coppia.

³per quanto riguarda le armoniche di ordine elevato

ANALISI ARMONICA - METODI ALTERNATIVI

5.1. Introduzione

Dallo studio del capitolo 4 si sono fatte alcune considerazioni su metodi di scelta dell'angolo delle barriere di flusso alternativi a quelli utilizzati, alcuni ne verranno analizzati in questo capitolo e ne saranno introdotti altri ottenuti per via intuitiva.

5.2. Funzioni seno

Una prima considerazione fatta per il modello a barriere simmetriche, data la presenza del termine $(\nu - 1)$ nella formulazione della coppia, è stata quella di introdurre un angolo intermedio per le armoniche di rotore interessate.

Per il caso della dodicesima armonica di coppia, in cui si hanno gli angoli $\theta_b = 40,91^\circ$ per l'undicesima e $\theta_b = 41,54^\circ$ per la tredicesima si può pensare inizialmente di sfruttare l'angolo medio $\theta_b = 41,224^\circ$. Si hanno i risultati di tabella 5.1 e 5.2 dove si hanno a confronto anche i risultati ottenuti con gli altri angoli citati. Non si ottiene però un apprezzabile miglioramento, anzi soffermandosi a trarre delle conclusioni solo su questo campione si potrebbe dire che il risultato in termini di coppia media e ripple percentuale si assesti nel mezzo dei risultati dei singoli angoli (quello che elimina l'armonica regressiva e quello che elimina l'armonica progressiva). In linea di principio la considerazione resta valida anche per il modulo della dodicesima armonica di coppia. Si procede quindi con l'introduzione di altri metodi, nella speranza siano più incisivi nei risultati.

Invece di fare una media aritmetica si potrebbe pensare di pesare l'ampiezza dell'angolo delle barriere con il modulo delle rispettive armoniche del carico elettrico. Si può partire dalla tabella 5.3, dove per ogni armonica non sono stati

	11	13	medio	ponderata
Angolo	40,91°	41,54°	41,224°	41,86°
Coppia Media [Nm]	3,329	3,298	3,319	3,289
Ripple Massimo [Nm]	1,128	1,227	1,161	1,302
Ripple Percentuale	33,87%	37,21%	34,96%	39,59%

Tabella 5.1: confronto dei valori di coppia FEMME.

	11	13	medio	ponderata
Angolo	40,91°	41,54°	41,224°	41,86°
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,329	3,298	3,319	3,289
6	0,111	0,122	0,117	0,127
12	0,0368	0,0712	0,0442	0,103
18	0,0365	0,0211	0,0294	0,0122
24	0,132	0,119	0,130	0,0998

Tabella 5.2: confronto del contenuto armonico FEMME.

utilizzati gli angoli base di tabella 4.3, ma angoli prossimi a $\pi/2p$ per ogni ordine. Si nota ancora una volta che gli ordini 12 e 24 di coppia presentano lo stesso $|K_{w\nu}|$ della fondamentale, ma pulsazione tra loro doppia. Partendo da questa ultima considerazione ed attribuendo i pesi 1 agli angoli della dodicesima e 0,5 agli angoli della ventiquattresima, si ottiene una media pesata tra i quattro valori di θ_b pari a $\langle\theta_b\rangle = 41,86^\circ$ ed i risultati riportanti nelle tabelle 5.1 e 5.2.

coppia	$\nu(U_r)$	$ K_w $	$\nu(U_r)$	$ K_w $
$6^\wedge\tau$	$5^\wedge U_r \theta_b = 36,00^\circ$	0,259	$7^\wedge U_r \theta_b = 38,57^\circ$	0,259
$12^\wedge\tau$	$11^\wedge U_r \theta_b = 40,91^\circ$	0,966	$13^\wedge U_r \theta_b = 41,54^\circ$	0,966
$18^\wedge\tau$	$17^\wedge U_r \theta_b = 42,35^\circ$	0,259	$19^\wedge U_r \theta_b = 42,63^\circ$	0,259
$24^\wedge\tau$	$23^\wedge U_r \theta_b = 43,04^\circ$	0,966	$25^\wedge U_r \theta_b = 43,20^\circ$	0,966
$30^\wedge\tau$	$29^\wedge U_r \theta_b = 43,71^\circ$	0,259	$31^\wedge U_r \theta_b = 43,55^\circ$	0,259

Tabella 5.3: angoli che annullano il seno il più possibile vicini ai 45° meccanici ed il rispettivo modulo del coefficiente di avvolgimento.

Un metodo alternativo potrebbe cercare un angolo soddisfacente per più armo-

niche del potenziale di rotore. Partendo dall'idea che non esisterà un angolo tale da annullare più armoniche si può studiare l'andamento di alcuni seni funzione dell'angolo di barriera e dell'ordine armonico, dalla figura ottenuta cercare un θ_b che minimizza più funzioni. Dalla figura 5.1 un angolo interessante è $\theta_b = 42,00^\circ$, in cui si hanno più minimi in comune ed alcuni ordini presentano valori uguali ed opposti.

Il passo successivo per facilitare la scelta dell'angolo di barriera è di costruire funzioni date dalla somma dei seni di armoniche vicine consecutive, in figura 5.2 si sono unite le armoniche 5 con 7, 11 con 13 e così via. Qui si nota bene come angoli ottimi per alcune armoniche (saranno armoniche di coppia vista la somma con la fase) siano i peggiori per altre, un esempio importante è l'angolo di barriera $\theta_b = 37,50^\circ$ che risulta essere uno zero per la sesta e la diciottesima armonica di coppia (somma dei seni di quinta con settima e diciassettesima con diciannovesima armonica di U_r) ed allo stesso tempo massimo, in valore assoluto, per la dodicesima e la ventiquattresima.

Con un modello *Machaon* si potrebbe porre una barriera quindi a $\theta_b^1 = 37,50^\circ$ e la seconda barriera ad annullare o la dodicesima o la ventiquattresima, visto che queste armoniche non hanno angoli di annullamento comune. Ma rimane il fatto che l'angolo di $37,50^\circ$ introduce un massimo per queste due ultime armoniche e potrebbe non essere sufficientemente compensato dalla seconda barriera, dato che nel caso si cerchi di annullare la dodicesima armonica si avrà sempre una certa parte di ventiquattresima che si andrà a sommare. Un esempio particolare è la configurazione $\theta_b^1 = 37,50^\circ$ e $\theta_b^2 = 42,50^\circ$, dove:

- Il primo angolo è punto di zero per la sesta e la diciottesima armonica, ma allo stesso tempo massimo in modulo per la dodicesima e la ventiquattresima.
- Il secondo angolo pone il coefficiente della dodicesima e della ventiquattresima, uguale ed opposto.
- Il secondo angolo però introduce una certa componente di sesta e di diciottesima armonica.

Non è poi detto che la somma in fase delle armoniche data dalla configurazione *Machaon* si comporti esattamente in questo modo, dato che nella realtà sono presenti anche altri ordini armonici qui non considerati, che potrebbero essere coinvolti dagli angoli scelti. Si può invece tenere conto, per ogni ordine armonico, anche del corretto coefficiente di avvolgimento, così da ottenere gli andamenti di figura 5.3.

Similmente a quanto appena graficato si può pensare di unire in un'unica funzione i valori assoluti delle funzioni seno per le armoniche del potenziale di rotore che si intendono annullare o ridurre. Ad esempio in figura 5.4 si sono sommate le armoniche 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25 in differenti combinazioni. L'angolo migliore è quello corrispondente al valore inferiore per ogni combinazione, ma si nota che talvolta questo valore è per angoli di barriera troppo piccoli e quindi

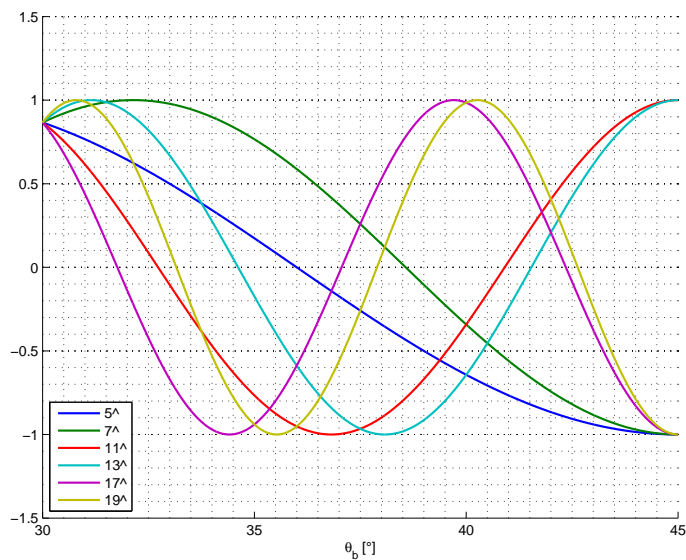


Figura 5.1: funzioni seno per differenti angoli θ_b e differenti ordini armonici.

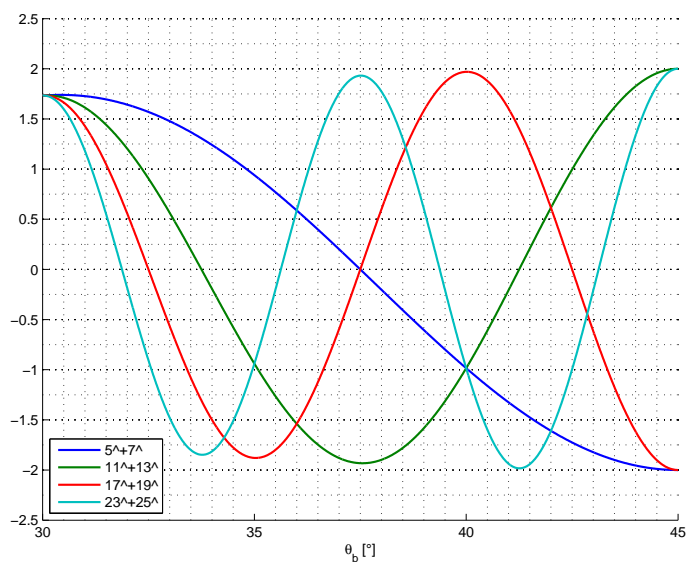


Figura 5.2: funzioni somma dei seni di armoniche consecutive del potenziale di statore.

non soddisfacenti in termini di coppia media.

A livello di indagine e di confronto si costruiscono le stesse funzioni $\sum ABS(\sin)$ anche considerando per ogni ordine armonico sia il coefficiente di avvolgimento $K_{w\nu}$ che il parametro geometrico a .

Si viene ad avere la funzione (5.1), proporzionale al potenziale magnetico, dove nei casi appena descritti è sufficiente togliere il coefficiente K_w o il parametro a .

$$\sum_{\nu} |K_{w\nu} \cdot a \cdot \sin(\nu p \theta_b)| \quad (5.1)$$

Nelle figure 5.5 e 5.6 vengono riportati gli andamenti delle stesse funzioni della figura 5.4, ma considerando il caso con il solo $K_{w\nu}$ ed il caso sia con $K_{w\nu}$ che con

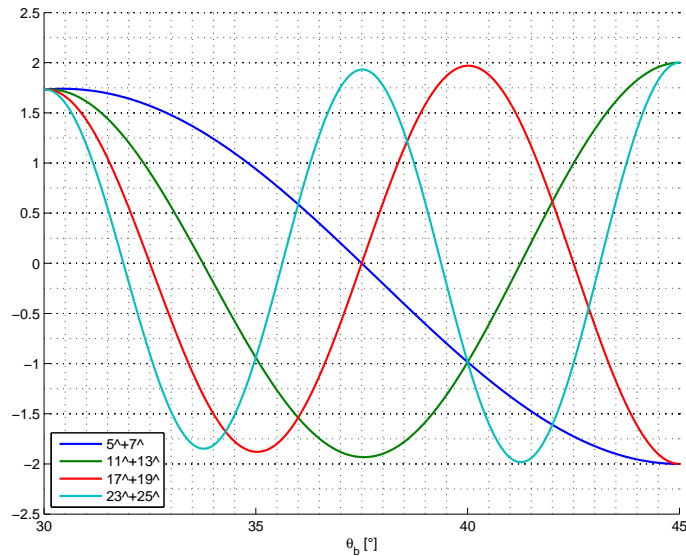


Figura 5.3: funzioni somma dei seni di armoniche consecutive del potenziale di statore, pesate con il proprio coefficiente $K_{w\nu}$.

il parametro a . Inoltre sono visualizzati solo gli angoli θ_b maggiori di 30° così da avere una scala più dettagliata, visto che angoli inferiori anche se migliori, vengono comunque scartati.

Un buon angolo risultante da questi grafici è il $\theta_b = 43,00^\circ$. Risulta essere un buon minimo sia per la funzione che raccoglie tutte le armoniche, ma anche per quella dei seni per la dodicesima e ventiquattresima armonica di coppia. Anche il già considerato angolo $\theta_b = 42,00^\circ$, dalla figura 5.5 sembra interessare più funzioni somma, meno invece per gli altri grafici introdotti.

La formulazione (5.1) fa riferimento al caso a barriere simmetriche sotto tutti i poli, vengono sommate infatti tutte le armoniche ν in modulo assoluto, senza tener conto della fase. Se si volesse applicare lo stesso approccio anche per il modello *Machaoon* allora si dovrebbe passare alla forma (5.2) dove si tiene invece conto delle fasi. Al solito si può poi decidere se inserire o meno i parametri $K_{w\nu}$ ed a .

$$\sum_{\nu} |K_{w\nu} [a_1 \cdot \sin(\nu p \theta_b^1) + a_2 \cdot \sin(\nu p \theta_b^2)]| \quad (5.2)$$

Si nota però un problema per l'estrazione degli angoli θ_b^1 e θ_b^2 dai semplici grafici utilizzati finora, in alternativa si può pensare di utilizzare una mappa oppure di sfruttare dei cicli *for* annidati che individuino il minimo della funzione risultante nelle due variabili. Si deve decidere a priori quali ordini armonici di U_r si desidera minimizzare.

```
% COSTRUZIONE CON Kwv+a
thetabe = [0:0.01:45];
N = length(thetabe);
```

```

min = 10;
for k = 1:N %ciclo per il primo angolo
    for i = 1:N %ciclo per il secondo angolo
        y = 0;
        for j = 1:length(nu) %ciclo per le armoniche
            kw = (sin(nu(j)*q*alphac/2))/(q*sin(nu(j)*alphac/2));
            a1 = (tb1/2/g/thetabe(i))/(1+tb1/g);
            a2 = (tb1/2/g/thetabe(k))/(1+tb1/g);
            y = y + abs(kw*(a1*sin(p*nu(j)*thetabe(i))
                + a2*sin(p*nu(j)*thetabe(k))));
        end
        if (y < min)
            min = y;
            thetab1a = thetabe(i);
            thetab2a = thetabe(k);
        end
    end
end
end

```

Con la ricerca del minimo attraverso i cicli *for* qui riportati si è arrivati alle configurazioni ed ai risultati della tabella 5.4 dove si è sondata la funzione considerando solo la dodicesima armonica di coppia tramite le armoniche $\nu = [-11; 13]$. Stando esclusivamente a questa tabella i risultati migliori si ottengono considerando solo il coefficiente di avvolgimento $K_{w\nu}$.

	solo con $K_{w\nu}$	con $k_{w\nu}$ e a	con $k_{w\nu}$ e a peggiorativa
	$\theta_b^1 = 37,43^\circ$ $\theta_b^2 = 33,86^\circ$	$\theta_b^1 = 39,29^\circ$ $\theta_b^2 = 36,11^\circ$	$\theta_b^1 = 30,63^\circ$ $\theta_b^2 = 30,63^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,466	3,417	3,433
Ripple Massimo [Nm]	1,081	1,218	1,829
Ripple percentuale	31,19%	35,64%	53,29%
12 Coppia	0,188	0,226	0,268
11 U_r	0,0717	0,0677	0,0685
13 U_r	0,0338	0,0686	0,0853

Tabella 5.4: confronto dei valori caratteristici di coppia per le diverse soluzioni trovate, secondo simulazioni FEMME.

Per quanto riguarda la somma di tutte le armoniche, con il metodo sopra esposto si trovano le combinazioni con gli angoli $\theta_b^1 = 33,77^\circ$ e $\theta_b^2 = 44,77^\circ$ considerando solo il coefficiente di avvolgimento $K_{w\nu}$.

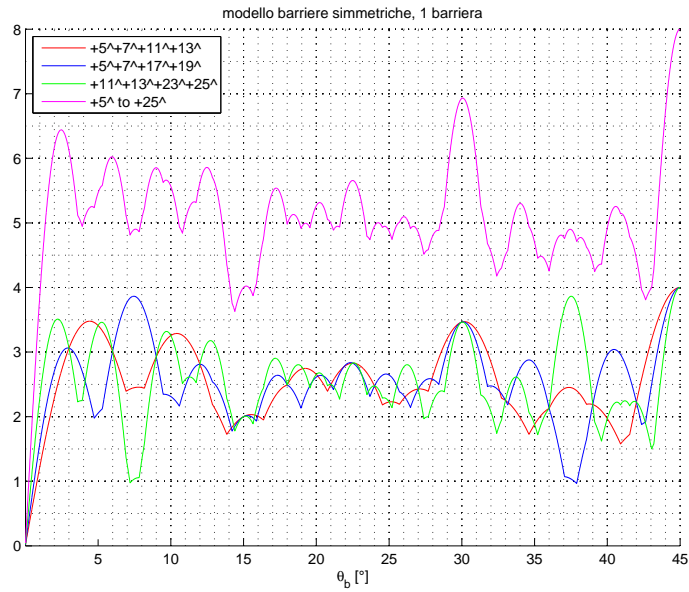


Figura 5.4: andamento delle funzioni somma del modulo dei seni di alcune armoniche, in ascissa gli angoli di barriera.

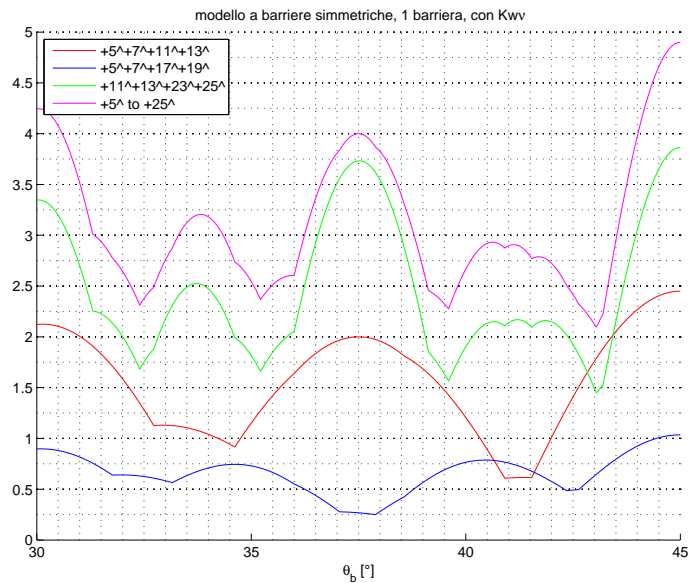


Figura 5.5: andamento delle funzioni somma del modulo dei seni di alcune armoniche considerando il coefficiente K_{wv} , in ascissa gli angoli di barriera.

5.3. Funzioni coseno per la coppia

Un ulteriore metodo consiste nel sondare gli effetti dell'angolo delle barriere, non analizzando il potenziale magnetico di rotore, ma considerando le armoniche presenti sulla coppia, cioè in questo caso la sesta ed i suoi multipli.

Sapendo che la formulazione della coppia può essere considerata proporzionale

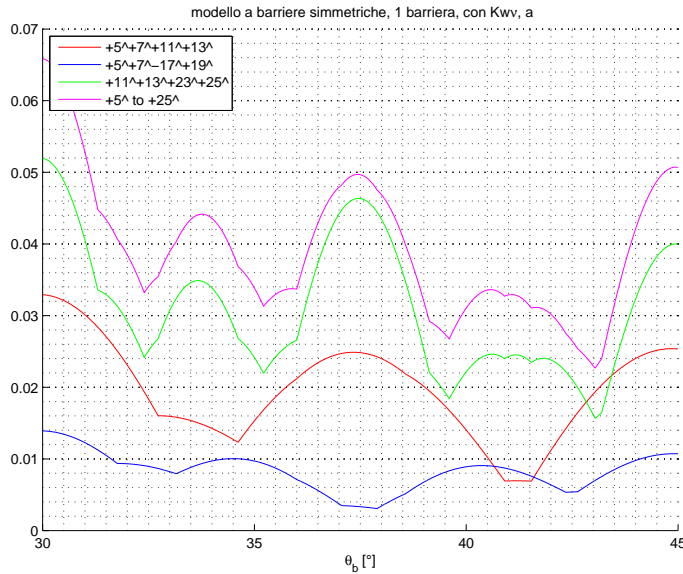


Figura 5.6: andamento delle funzioni somma del modulo dei seni di alcune armoniche considerando i parametri K_{wv} ed a , in ascissa gli angoli di barriera.

	tutte	simmetriche	prima idea
	$\theta_b^1 = 33,77^\circ$	$\theta_b^1 = 43,00^\circ$	$\theta_b^1 = 37,50^\circ$
	$\theta_b^2 = 44,77^\circ$	$\theta_b^2 = 43,00^\circ$	$\theta_b^2 = 42,50^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,322	3,221	3,364
Ripple Massimo [Nm]	1,084	1,542	0,873
Ripple percentuale	32,63%	47,89%	25,96%
12 Coppia	0,147	0,203	0,0483

Tabella 5.5: confronto dei valori caratteristici di coppia per le diverse soluzioni trovate, secondo simulazioni FEMME.

al potenziale di rotore:

$$\tau_m \propto \int U_r d\theta_r$$

Viene da porsi la questione se sia più conveniente usare la condizione $\cos(\nu_m p \theta_b) = 0$ piuttosto della condizione $\sin(\nu_m p \theta_b) = 0$, dove $\nu_m = 6 \cdot k$ con $k \in \mathcal{Z}$.

Si costruisce in ogni caso la tabella 5.6 e se ne confrontano i risultati con il grafico a barre per le prime armoniche di coppia riportato in Figura 5.7.

Il diagramma a barre conferma quanto ipotizzato mettendo in evidenza come gli angoli ottenuti dal coseno presentino la dodicesima armonica inferiore rispetto il vicino angolo ottenuto dalla condizione $\sin(\nu_m p \theta_b) = 0$. Nelle tabelle 5.7 e 5.8 sono messi a confronto i risultati di coppia e del contenuto armonico per le

$\cos(12p\theta_b) = 0$	3,75	11,25	18,75	26,25	33,75	41,25	48,50
$\sin(12p\theta_b) = 0$	7,50	15,00	22,50	30,00	37,50	45,00	52,50

Tabella 5.6: tabella degli angoli θ_b per $\nu_m = 12$ in termini di seno e coseno. Solo gli angoli in neretto sono stati provati, in quanto gli altri valori non sarebbero stati utili o possibili.

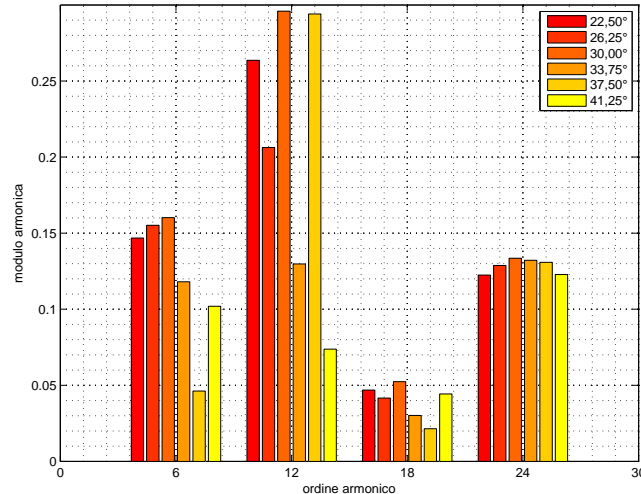


Figura 5.7: diagramma a barre delle prime armoniche di coppia in relazione all'angolo di barriera utilizzato.

configurazioni che annullano l'undicesima, la tredicesima armonica del potenziale di rotore, la configurazione *Machaon* in comune per gli stessi ordini, ed i risultati considerando gli angoli per i coseni.

Come già trattato in precedenza inoltre, si nota come il migliore angolo per la dodicesima non lo sia anche per le altre, si possono quindi mettere a confronto gli angoli ottenuti in termini di seno e coseno per alcuni ordini armonici della coppia (tabella 5.9). Si hanno a priori angoli come $33,75^\circ$ e $41,25^\circ$ che da una parte limitano la dodicesima armonica, dall'altra aumentano la ventiquattresima, così come per l'angolo $\theta_b = 37,50^\circ$ per la sesta e diciottesima che peggiora la dodicesima e la ventiquattresima.

È quindi sempre un compromesso dimensionare l'angolo θ_b , soprattutto per quanto riguarda la configurazione a barriere simmetriche, per via analitica cercando di eliminare le armoniche più pericolose per l'applicazione finale del motore e lasciando all'inerzia del carico il compito di filtrare quelle rimaste.

Combinazioni	$\theta_b = 40, 91^\circ$ 11 simmetrica	$\theta_b = 41, 54^\circ$ 13 simmetrica	$\theta_b = 32, 72^\circ$ e $41, 54^\circ$ 11 e 13 Machaone
Coppia Media [Nm]	3,329	3,298	3,408
Ripple Massimo [Nm]	1,128	1,227	0,850
Ripple Percentuale	33,87%	37,21%	24,94%

Combinazioni	$\theta_b = 26, 25^\circ$	$\theta_b = 33, 75^\circ$	$\theta_b = 41, 25^\circ$
	12 di coppia simmetrica		
Coppia Media [Nm]	3,250	3,480	3,310
Ripple Massimo [Nm]	1,782	1,269	1,164
Ripple Percentuale	54,83%	36,45%	35,16%

Tabella 5.7: valori di coppia FEMME dei metodi a confronto.

5.4. Il modello Romeo e Juliet

Si può confermare, con un semplice codice MATLAB, che i risultati di un rotore *Machaon* sono ottenibili sommando gli andamenti della coppia di due rotorì a barriere simmetriche¹ pesati al 50%. Da questa osservazione, si può pensare di scrivere uno script MATLAB che consideri tutte le combinazioni possibili tra le configurazioni a barriere simmetriche finora utilizzate, ne sommi due a due il 50% degli andamenti puntuali della coppia e ne esegui l'analisi armonica. A risultato si cerca la configurazione a 4 poli *Machaon* con le migliori prestazioni.

La scelta sull'accoppiamento di due differenti angoli di barriere rispetto ad altri è subordinata all'obiettivo che si intende raggiungere, a riguardo la tabella

¹con gli angoli considerati poi nel modello *Machaon*

Combinazioni	11 simmetrica $\theta_b = 40, 91^\circ$	13 simmetrica $\theta_b = 41, 54^\circ$	11 e 13 Machaone $\theta_b = 32, 72^\circ$ e $41, 54^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,329	3,298	3,408
6	0,111	0,122	0,0301
12	0,0368	0,0712	0,0814
18	0,0365	0,0211	0,0105
24	0,132	0,119	0,118

Combinazioni	$\theta_b = 26,25^\circ$	$\theta_b = 33,75^\circ$	$\theta_b = 41,25^\circ$
	12 di coppia simmetrica		
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,250	3,480	3,310
6	0,155	0,102	0,117
12	0,207	0,124	0,0460
18	0,0356	0,0433	0,0287
24	0,127	0,135	0,129

Tabella 5.8: confronto del contenuto armonico FEMME.

6		12		18		24		30	
cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin
7,50	15,00	18,75	15,00	22,50	20,00	24,375	22,50	22,50	21,00
22,50	30,00	26,25	22,50	27,50	25,00	28,125	26,50	25,50	24,00
37,50	45,00	33,75	30,00	32,50	30,00	31,875	30,00	28,50	27,00
-	-	41,25	37,50	37,50	35,00	35,625	33,75	31,50	30,00
		-	45,00	42,50	40,00	39,375	37,50	34,50	33,00
			-	-	45,00	43,125	41,25	37,50	36,00
					-	-	45,00	40,50	42,00
							-	43,50	45,00

Tabella 5.9: angoli ottenuti per le armoniche in coppia annullano seni e coseni.

5.10 riassume i migliori risultati in termini di coppia media, dodicesima armonica di coppia, ripple e ripple percentuale ed i relativi angoli con cui è possibile ottenerli. Da questa tabella si nota come è interessante la configurazione con $\theta_b^1 = 34,62^\circ$ e $\theta_b^2 = 43,00^\circ$ che presenta il ripple minore, con una coppia media di 3,350[Nm] non poi così distante del miglior risultato riportato sulla prima riga.

Il modello *Machaon* nasce dall'unione sullo stesso lamierino del rotore tipo *Romeo e Juliet* dove sullo stesso albero vengono uniti lamierini con barriere simmetriche sotto ogni polo, ma di tipo diverso:

- Un primo blocco, detto *Romeo* con un angolo di barriera.
- Un secondo blocco, chiamato *Juliet* con un angolo diverso.

Caratteristica	Valore	θ_b^1	θ_b^2
$\langle \tau_{media} \rangle_{massima}$	3,480	34,62°	33,75°
$\langle \tau_{12} \rangle_{minima}$	0,0058	30,00°	37,50°
$\langle \tau_{ripple} \rangle_{minimo}$	0,651	41,54°	30,63°
$\langle \tau_{ripple\%} \rangle_{minimo}$	19,43%	41,54°	30,63°

Tabella 5.10: configurazioni *Machaon* ottenute confrontando tutte le soluzioni a barriera singola provate finora.

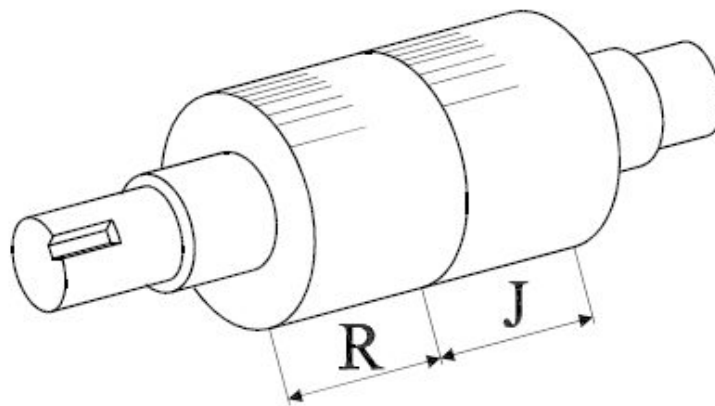


Figura 5.8: struttura rotorica secondo il modello *Romeo e Juliet* [3, bibliografia].

Questo particolare rotore, rappresentato schematicamente in Figura 5.8 (come del resto lo fa il modello *Machaon* che ne è derivato) consente di eliminare due differenti armoniche dal potenziale di rotore. Con questa idea e con il codice MATLAB scritto per la costruzione del lamierini *Machaon* si può pensare di costruire un rotore *Romeo e Juliet* esaminando tutti i lamierini finora provati, indipendentemente che questi siano a barriere simmetriche, di tipo *Machaon* o di tipo *Shifting*. La speranza è che possano esistere delle combinazioni per cui il ripple venga notevolmente ridotto per la presenza di armoniche di pari ordine, ma fase opposta.

Si è arrivati alla tabella riassuntiva 5.11, dove sono anche indicate le percentuali di lamierini di ogni tipo che devono essere presenti sul rotore.

Dal punto di vista teorico si hanno dei buoni risultati, con una efficace riduzione del ripple di coppia tenendo conto che si ha una sola barriera di flusso per polo. Tuttavia si dovrebbero fare delle prove per il caso reale, in quanto affacciando due lamierini con barriere diverse potrebbe portare ad avere dei flussi dispersi. Infatti una parte d'aria di una barriera viene sicuramente coperta dal lamierino del blocco successivo, visto che presenta un differente angolo di barriera.

Si può eventualmente estendere lo studio aumentando i gradi di libertà sulla scelta dei lamierini da montare sull'albero non solo a due, ma ad esempio a quattro,

dove nell'ipotesi di avere blocchi tutti uguali ogni blocco influisce con sul 25% della coppia.

Caratteristica	Valore	Romeo	%	Juliet	%
$\langle \tau_{media} \rangle_{massima}$	3,480	$\theta_b = 34,62^\circ$	90	$\theta_b = 33,75^\circ$	10
$\langle \tau_{12} \rangle_{minima}$	0,0013	$\theta_b = 30,63^\circ$	40	$\theta_b^1 = 39,13^\circ$ $\theta_b^2 = 39,60^\circ$	60
$\langle \tau_{ripple} \rangle_{minimo}$	0,492	$\theta_b^1 = 40,91^\circ$ $\theta_b^2 = 33,99^\circ$	50	$\theta_b^1 = 34,62^\circ$ $\theta_{sh}^1 = 8,18^\circ$	50
$\langle \tau_{ripple\%} \rangle_{minimo}$	14,91%	$\theta_b^1 = 40,91^\circ$ $\theta_b^2 = 33,99^\circ$	50	$\theta_b^1 = 37,06^\circ$ $\theta_b^2 = 42,63^\circ$	50

Tabella 5.11: configurazioni *Romeo* e *Juliet* ottenute confrontando tutte le soluzioni a singola barriera per polo provate finora.

ANALISI ARMONICA - 2 BARRIERE PER POLO

6.1. Introduzione

Una soluzione teoricamente più efficace per ridurre il ripple di coppia è quella di usare più barriere sotto ogni polo. Questa configurazione oltre ad aumentare l'anisotropia magnetica e quindi il valore di coppia media, consente di inserire più angoli ottimizzati ad annullare una o più armoniche dal potenziale di rotore.

Un principio per cercare buoni angoli di barriera è quello di costruire il potenziale magnetico di rotore per via analitica, in modo tale da verificare la riduzione delle armoniche che teoricamente hanno influenza sul ripple di coppia. Il metodo dell'analisi della funzione di trasferimento si è ben dimostrato efficace nel capitolo 4 e ci si aspetta dia buoni risultati anche in questo caso. Verrà poi usato il metodo delle somma dei seni delle armoniche del potenziale di rotore, visto al capitolo 5, in funzione degli angoli delle due barriere sotto lo stesso polo.

6.2. Ricerca degli angoli di barriera

La ricerca degli angoli di barriera viene inizialmente fatta con la tabella 4.2 per i rispettivi ordini armonici.

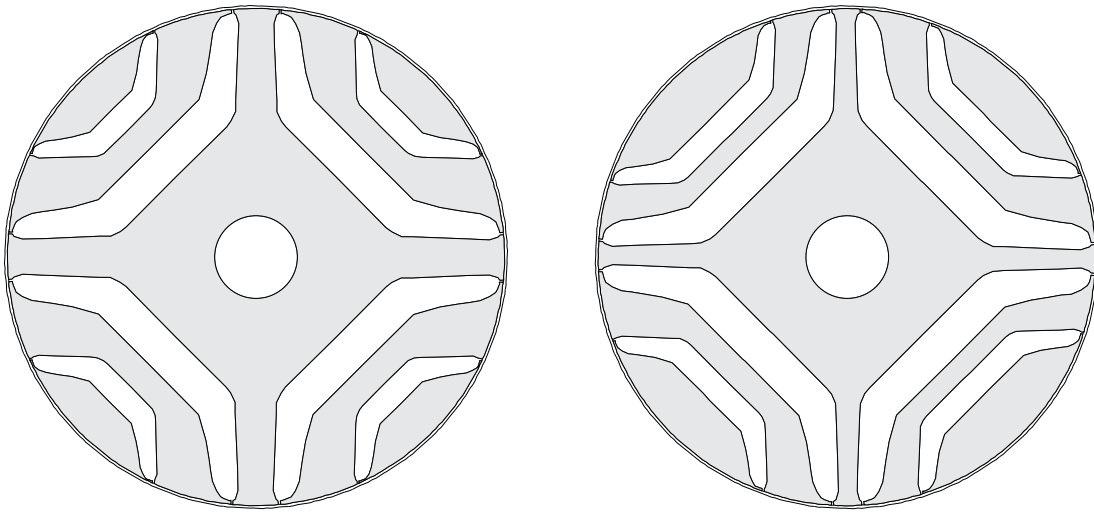


Figura 6.1: a destra un lamierino per un rotore con due barriere per polo, simmetriche, a sinistra una configurazione *Machaon* per ogni coppia di barriere.

6.2.1. dodicesima armonica di coppia

Si annullano come già visto le armoniche 11 e 13 del potenziale di rotore secondo gli angoli riportati in tabella 6.1.

Armonica	11	13
θ_{b1}	24,54	27,69
θ_{b2}	40,91	41,54

Tabella 6.1: angoli per un rotore a 2 barriere per polo per l'eliminazione della dodicesima armonica di coppia.

Si ottengono i risultati di coppia ed il contenuto armonico di tabella 6.2 e 6.3 in cui sono riportati anche i risultati delle configurazioni *Machaon* con singola barriera per polo. L'andamento della coppia di queste configurazioni è mostrato in Figura 6.2.

Una alternativa interessante deriva dalla costruzione del modello *Machaon* con il secondo metodo dello studio della funzione di trasferimento spiegato al capitolo 4, applicato non più alla differenza tra gli angoli di barriera sotto poli successivi ($\theta_b^1 - \theta_b^2$), ma alla larghezza al traferro (in angoli) del canale che si forma tra la prima e la seconda barriera. Si cerca quindi che l'ampiezza in angoli del canale di flusso sia un angolo multiplo di quelli che annullano l'undicesima o la tredicesima armonica di coppia. Un tale esempio è la configurazione $\theta_{b1}^1 = 27,07^\circ$, $\theta_{b1}^2 = 25,18^\circ$, $\theta_{b2}^1 = 40,91^\circ$, $\theta_{b2}^2 = 41,54^\circ$ che fornisce i risultati delle tabelle 6.4 e 6.5.

Gli angoli di barriera sono stati ricavati, quindi secondo il seguente schema:

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,408	3,311
Ripple Massimo [Nm]	0,850	1,116
Ripple Percentuale	24,94%	33,71%

Combinazioni	$\theta_{b1} = 24,54^\circ + 27,69^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,591
Ripple Massimo [Nm]	0,990
Ripple Percentuale	27,56%

Tabella 6.2: valori di coppia FEMME.

Combinazioni	$\theta_b = 32,72^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_b = 40,91^\circ + 41,54^\circ$	$\theta_{b1} = 24,54^\circ + 27,69^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,408	3,311	3,591
6	0,0301	0,116	0,0460
12	0,0814	0,0440	0,105
18	0,0105	0,0285	0,0319
24	0,118	0,125	0,107

Tabella 6.3: contenuto armonico FEMME.

- Angolo $\theta_{b2}^1 = 40,91^\circ$ per l'eliminazione della undicesima armonica.
- Angolo $\theta_{b2}^2 = 41,54^\circ$ per l'eliminazione della tredicesima armonica.
- Angolo $\theta_{b1}^1 = 40,91 - 2 \cdot 6,92^\circ = 27,07^\circ$ per avere il canale tra la prima e la seconda barriera proporzionale all'angolo di eliminazione della tredicesima armonica ($6,92^\circ$).
- Angolo $\theta_{b1}^1 = 41,54 - 2 \cdot 8,18^\circ = 25,18^\circ$ per avere il canale tra la prima e la seconda barriera proporzionale all'angolo di eliminazione della undicesima armonica ($8,18^\circ$).

I risultati riportano sia i modelli in cui si hanno barriere simmetriche sotto poli successivi, sia il modello in cui sono stati combinati gli angoli. Ancora una volta il modello *Machaon* è da preferire, anche se a differenza del rotore con una barriera per polo, i risultati non sono particolarmente migliorati.

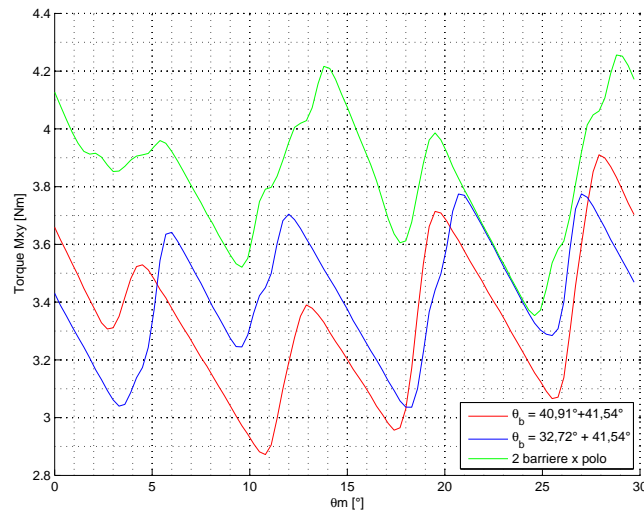


Figura 6.2: confronto degli andamenti nella configurazione *Machaone* per la dodicesima armonica di coppia per la configurazione con una e due barriere per polo.

In Figura 6.3 il confronto degli andamenti di coppia per i due differenti metodi per scegliere gli angoli di barriera. Risultano simili, probabilmente per la vicinanza in ampiezza degli angoli utilizzati.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ$	$\theta_{b1} = 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 41,54^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,838	3,828
Ripple Massimo [Nm]	1,109	1,123
Ripple Percentuale	28,90%	29,34%
Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ + 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ + 41,54^\circ$	
Coppia Media [Nm]	3,577	
Ripple Massimo [Nm]	1,021	
Ripple Percentuale	28,55%	

Tabella 6.4: valori di coppia FEMME.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ$	$\theta_{b1} = 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 41,54^\circ$	$\theta_{b1} = 27,07^\circ + 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,838	3,828	3,577
6	0,0246	0,0512	0,0514
12	0,0138	0,126	0,101
18	0,0296	0,0119	0,0247
24	0,132	0,140	0,125

Tabella 6.5: contenuto armonico FEMME.

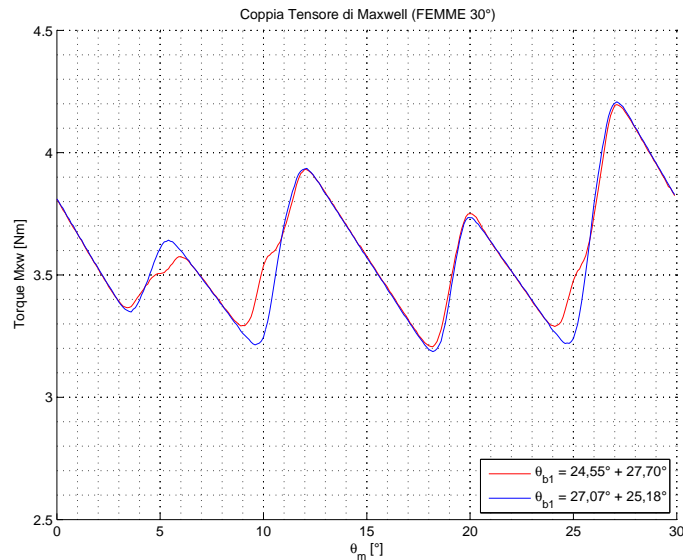


Figura 6.3: confronto degli andamenti nella configurazione *Machaone* per la dodicesima armonica di coppia due barriere per polo con gli angoli scelti secondo le considerazioni del paragrafo. Dato che gli angoli delle barriere interne sono uguali, in legenda sono riportati solo gli angoli delle prime barriere

6.2.2. ricerca del contenuto armonico del potenziale analitico di rotore

In figura 6.4 si mostra l'andamento del potenziale di rotore U_r costruito per via analitica ed ottenuto con le simulazioni agli elementi finiti, per il caso di coppie di barriere uguali sotto tutti i poli. Si nota come anche per il rotore a barriere simmetriche a due barriere per polo il risultato analitico ricalca bene quello ottenuto attraverso le simulazioni agli elementi finiti.

Forti di questo si può pensare di scrivere un codice per la ricerca degli angoli¹ che minimizzano contemporaneamente l'undicesima e la tredicesima armonica

¹per una configurazione a barriere simmetriche e 2 barriere per polo.

di coppia. Lo script eseguirà la ricerca entro dei range prestabiliti di angoli² costruendo di volta in volta il potenziale analitico di rotore e ne eseguirà l'analisi armonica. A risultato la coppia di angoli che minimizza la somma del modulo delle armoniche di ordine undici e tredici.

Il metodo così descritto, eseguito con approssimazioni successive³, fornisce gli angoli $\theta_{b1} = 28,17^\circ$ e $\theta_{b2} = 37,23^\circ$. Nelle tabelle 6.6 e 6.7 i risultati ottenuti a confronto con i migliori ottenuti con altri metodi, sempre a barriere simmetriche sotto i poli.

Con il metodo appena descritto si nota un miglioramento solo nella dodicesima armonica di coppia. Il che permette di affermare che l'idea iniziale per la ricerca degli angoli è valida, ma è la sola dodicesima armonica di coppia la responsabile dell'elevato ripple sul valore medio. Una alternativa è quindi porre nel metodo di ricerca la somma di più armoniche, cosa fatta per la configurazione $\theta_{b1} = 22,82^\circ$ e $\theta_{b2} = 41,24^\circ$ in cui si sono sommate le armoniche 11, 13, 23, 25.

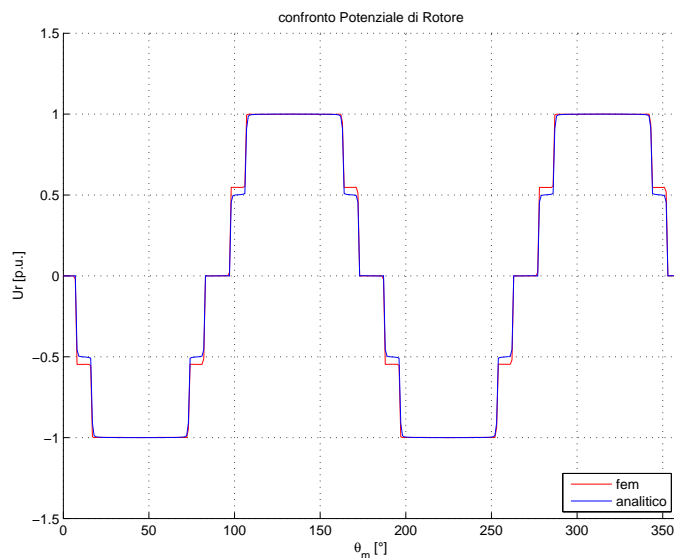


Figura 6.4: costruzione del potenziale di rotore nella configurazione a barriere simmetriche, con due barriere per polo.

²limitati in ampiezza per evitare che la barriera interna interferisca con quella esterna e siano minori della superficie coperta da un polo.

³per limitare il costo computazionale, si è fatto girare il programma prima con step di un grado, trovati i primi angoli con step di un decimo di grado attorno ai risultati ottenuti e poi con step di un centesimo di grado.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ$	$\theta_{b1} = 28,17^\circ$ $\theta_{b2} = 37,23^\circ$	$\theta_{b1} = 22,85^\circ$ $\theta_{b2} = 41,24^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,838	3,838	3,822
Ripple Massimo [Nm]	1,109	1,137	1,001
Ripple Percentuale	28,90%	29,63%	26,19%

Tabella 6.6: valori di coppia FEMME.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ$	$\theta_{b1} = 28,17^\circ$ $\theta_{b2} = 37,23^\circ$	$\theta_{b1} = 22,85^\circ$ $\theta_{b2} = 41,24^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,838	3,838	3,822
6	0,0246	0,0750	0,0801
12	0,0138	0,0757	0,119
18	0,0296	0,0390	0,0336
24	0,132	0,129	0,0399

Tabella 6.7: contenuto armonico FEMME.

6.2.3. Funzione seni per due barriere per polo

Similmente a quanto fatto tra i metodi alternativi (capito 5, Figura 5.4) per la singola barriera per polo, è possibile pensare a dei grafici che riassumano la condizione peggiore (tutte le armoniche del potenziale di rotore si sommano in fase nel ripple di coppia) tenendo conto delle due barriere per polo. Si possono ottenere o due grafici in cui sul primo è graficato l'andamento per la barriera al traferro e nel secondo quello della barriera più interna, oppure un unico grafico a tre assi. In quest'ultimo caso si avrà una visione più generale dell'andamento delle funzioni, ma si dovranno scegliere angoli compatibili nella forma geometrica per

Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ$	$\theta_{b1} = 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 41,54^\circ$	$\theta_{b1} = 27,07^\circ + 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,838	3,828	3,577
Ripple Massimo [Nm]	1,109	1,123	1,021
Ripple Percentuale	28,90%	29,34%	28,55%

Tabella 6.8: contenuto armonico FEMME.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 27,07^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ$	$\theta_{b1} = 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 41,54^\circ$	$\theta_{b1} = 27,07^\circ + 25,18^\circ$ $\theta_{b2} = 40,91^\circ + 41,54^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,838	3,828	3,577
6	0,0246	0,0512	0,0514
12	0,138	0,126	0,101
18	0,0296	0,0119	0,0247
24	0,132	0,140	0,125

Tabella 6.9: contenuto armonico FEMME.

realizzare le barriere (deve rimanere una opportuna sezione di canale tra la prima e la seconda barriera). Un metodo più veloce è sfruttare i cicli *for* annidati per la ricerca del minimo delle funzioni, nella configurazione *Machaon* del capitolo 5, imponendo i giusti limiti tra gli angoli della prima e della seconda barriera. Da come è scritto il codice si otterranno solo modelli a barriere simmetriche sotto poli successivi e si sono ottenuti i risultati delle tabelle 6.10 e 6.11 in cui i differenti risultati di angoli si sono ottenuti modificando i limiti di ricerca⁴. Per la ricerca del minimo si utilizzano le funzioni seno comprensive di coefficiente di avvolgimento per ogni ordine armonico e dei parametri geometrici $a b c d$.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 20,42^\circ$ $\theta_{b2} = 39,27^\circ$	$\theta_{b1} = 6,28^\circ$ $\theta_{b2} = 43,98^\circ$
Coppia Media [Nm]	3,817	3,222
Ripple Massimo [Nm]	1,399	1,560
Ripple Percentuale	36,65%	48,43%

Tabella 6.10: valori di coppia FEMME.

⁴come per il caso di una barriera per poli, nella funzione somma del modulo dei seni sono presenti più minimi che si individuano facilmente variando l'intervallo di analisi.

Combinazioni	$\theta_{b1} = 20,42^\circ$	$\theta_{b1} = 6,28^\circ$
	$\theta_{b2} = 39,27^\circ$	$\theta_{b2} = 43,98^\circ$
Armonica	Modulo	Modulo
0	3,817	3,222
6	0,0698	0,161
12	0,243	0,202
18	0,0462	0,0379
24	0,0444	0,120

Tabella 6.11: contenuto armonico FEMME.

6.3. Conclusioni

Una alternativa, per arrivare a costruire il modello *Machaon*, è quella di tener conto del segno delle armoniche del potenziale di statore che si vogliono togliere da quello di rotore (armoniche regressive e progressive). Sfruttando questo metodo di ricerca, nel codice MATLAB è necessario modificare la costruzione delle funzioni seno (in modo da tener conto della fase) e porre due cicli aggiuntivi perché gli angoli da combinare sono diventati quattro: θ_{b1}^1 , θ_{b2}^1 , θ_{b1}^2 e θ_{b2}^2 .

Se si pone attenzione alla costruzione analitica del potenziale magnetico di rotore per il modello a due barriere *Machaon*, si può ancora cercare quali angoli minimizzano determinati ordini armonici come già fatto in questo capitolo per il modello a barriere simmetriche.

Questi metodi di ricerca, in modo particolare quello che analizza il contenuto armonico del potenziale magnetico di rotore ottenuto per via analitica, si sono dimostrati efficaci nei risultati, ma onerosi in termini di ricerca del minimo. All'aumentare del numero delle barriere diventa quindi interessante, se non necessario, trovare differenti algoritmi per la ricerca del minimo. Oppure preso il modello analitico del motore a due barriere per polo trovare dei metodi alternativi a quelli qui utilizzati, per cercare di ridurre il contenuto armonico.

Per estensione si può applicare l'algoritmo di ricerca della migliore configurazione *Romeo e Juliet* anche per il modello di rotore a due barriere per polo. Si ottengono i risultati della tabella 6.12.

		Romeo		%	Juliet		%
Caratteristica	Valore	θ_{b1}^1	θ_{b1}^2		θ_{b1}^1	θ_{b1}^2	
		θ_{b2}^1	θ_{b2}^2		θ_{b1}^1	θ_{b1}^2	
$\langle \tau_{media} \rangle_{massima}$	3,839	28,17°	28,17°	90	27,07°	27,07°	10
		37,23°	37,23°		40,91°	40,91°	
$\langle \tau_{12} \rangle_{minima}$	0,0168	22,82°	22,82°	60	6,28°	6,28°	40
		41,24°	41,24°		43,98°	43,98°	
$\langle \tau_{ripple} \rangle_{minimo}$	0,5961	22,82°	22,82°	60	6,28°	6,28°	40
		41,24°	41,24°		43,98°	43,98°	
$\langle \tau_{ripple\%} \rangle_{minimo}$	16,47%	20,42°	20,42°	50	24,55°	27,70°	50
		39,27°	39,27°		40,91°	41,54°	

Tabella 6.12: configurazioni *Romeo* e *Juliet* ottenute confrontando tutte le soluzioni a due barriere per polo provate finora.

ANALISI ARMONICA - 3 BARRIERE PER POLO

7.1. Introduzione

Con lo stesso principio affrontato al capitolo 6 è possibile aumentare il numero di barriere di flusso sotto ogni polo fin tanto che i limiti geometrici e fisici lo permettano.

In forma grafica si avrebbero bisogno di grafici a 4 assi (tre dedicati agli angoli di barriera ed un quarto che individuare lo zero od il minimo). Si passa quindi ad analizzare l'effetto dell'angolo di ogni singola barriera con i metodi di ricerca del minimo utilizzati per il rotore a due barriere per polo (la ricerca del minimo delle funzioni somma di seni e la ricerca del minimo del modulo di alcune armoniche del potenziale di rotore costruito per via analitica).

La geometria delle barriere verrà leggermente modificata, riducendo lo spessore t_b così da agevolare la progettazione della terza barriera.

7.2. Considerazioni

Come già accennato aumentare il numero delle barriere comporta un pesante aumento del costo computazionale e sarebbe quindi conveniente cercare dei migliori algoritmi di ricerca, mantenendo però buoni i metodi già esposti¹.

Diventa inoltre interessante cercare di costruire per via analitica il potenziale magnetico di rotore della configurazione *Machaon* con più barriere per polo e su questo cercare quali angoli minimizzano determinati ordini armonici. Il numero

¹la ricerca del minimo su delle funzioni somma di seni e la ricerca del minimo della somma del modulo di alcune armoniche del potenziale magnetico di rotore

di angoli da vagliare ovviamente aumenta con il doppio del numero delle barriere di flusso sotto ogni singolo polo.

Inoltre già con tre barriere di flusso per polo si può vedere che il diametro di rotore al traferro comincia ad essere uniformemente interrotto dalle barriere, come il caso delle cave sullo statore. Si potrebbe quindi verificare se i risultati migliori in termini di ripple di coppia si possono ottenere cercando angoli di barriera secondo determinate condizioni, oppure indipendentemente da questi cercando di avere canali di flusso uniformemente spaziatati sulla circonferenza di rotore.

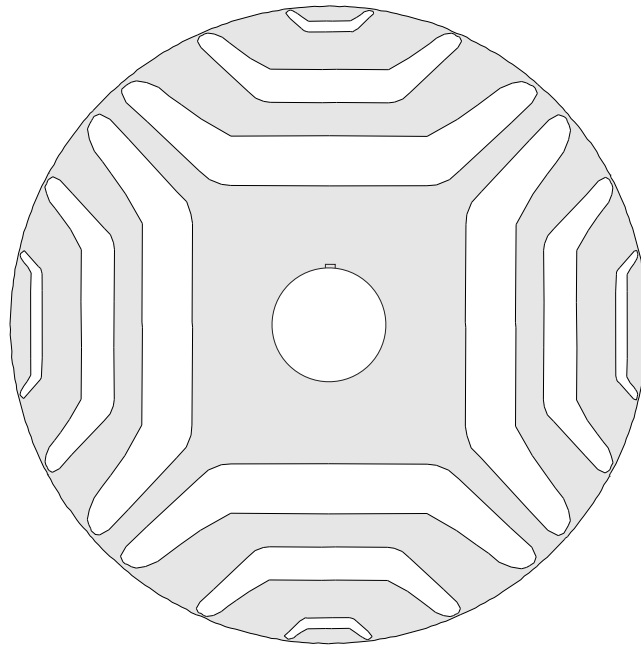


Figura 7.1: rappresentazione di un generico lamierino con tre barriere di flusso per polo.

Dalla letteratura [1, bibliografia] delle buone regole per costruire un rotore REL con molte barriere per polo prevedono:

- Aumentare il numero delle barriere rispetto il numero il numero dei poli.
- La saturazione richiesta dal rotore deve essere inferiore rispetto quella dallo statore (così da saturare velocemente i ponticelli).
- Il passo delle cave di rotore (individuabili sui ponticelli) deve essere uguale od un multiplo di quello di statore.
- Si considera la fmm di asse d sinusoidale, la dimensione delle barriere deve quindi ridursi in maniera sinusoidale dall'asse q di centro barriera verso l'asse d .
- La dimensione del segmento (che forma il canale di flusso) deve ridursi se aumenta la distanza del segmento dal centro del rotore.

- Le barriere devono coprire un numero intero di cave di statore (possiedono lo stesso passo od un suo multiplo).

Nello stesso testo [1, bibliografia] poi sono indicate alcune accortezze per migliorare ulteriormente il posizionamento e la forma delle barriere.

EFFETTO DELLE CAVE DI ROTORE

8.1. Introduzione

Finora si sono fatte le varie simulazioni sostituendo lo statore e le proprie cave con dei punti corrente posti sul diametro interno, distanti tra loro quanto l'angolo di cava, ma in assenza del materiale ferromagnetico.

Questo permetteva la perfetta idealizzazione del problema e concentrava lo studio alla sola geometria del rotore. In realtà, essendo la coppia dei motori a riluttanza legata alla variazione delle mutue induttanze tra statore e rotore, le aperture di cava di statore (nel caso ci siano cave di tipo aperto) influiscono sul suo valore e sulla sua oscillazione attorno al valore medio. Si studierà ora l'interazione tra il potenziale assunto dall'isola magnetica di rotore con le cave di statore.

8.2. Lo studio

Si parte inizialmente dalla considerazione che il potenziale su un'isola magnetica di rotore non è costante, in quanto varia con il valore del potenziale magnetico di statore che lo genera, a sua volta funzione del tempo (in immagine 8.1 il potenziale di statore per alcune posizioni del rotore, ovvero in tempi successivi). Si fanno quindi alcune veloci simulazioni per quantificare questa variazione, al solito - vedendo l'induzione al traferro nel caso di rotore in ferro pieno (solid) e rotore con barriere di flusso (barrier), considerando il potenziale di rotore proporzionale alla differenza delle due induzioni. Questo per differenti posizioni meccaniche del rotore ed attribuendo le corrette correnti ai punti di statore.

In proposito si ricorda la relazione tra potenziale magnetico di rotore e differenza delle induzioni al traferro:

$$U_r = \frac{g}{\mu_0} (B_g^{solid} - B_g^{barrier})$$

Le simulazioni sono state fatte considerando tutte le possibili variazioni del potenziale di statore U_s comprese tra le condizioni limite $i_a(t) = \hat{I}$ ed $i_a(t) = 0$. Nella situazione elettrica $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $p = 2$, si ottengono nell'intervallo di rotazione del rotore $\theta_m = [-22, 50^\circ, +22, 50^\circ]$ e si son scelti step di mezzo grado.

8.3. I risultati

Fatte le simulazioni, tramite un codice MATLAB si sono ricavati i potenziali di rotore per tutte le posizioni, letti i valori massimi delle onde quadre e trovato il valor medio di questi. I risultati sono riassunti nella tabella 8.1.

Lo scostamento percentuale tra il minore ed il maggiore dei valori massimi, rispetto il valor medio di tutte le simulazioni si attesta sul 3,12%. Intuitivamente gli andamenti estremi, inferiore e superiore, sono dovuti alle condizioni estreme dell'intervallo. In figura 8.2 sono riportati i potenziali sotto un polo ed e messa in evidenza la modesta variazione tra il maggiore ed il minore, dove si vede che con step costanti la variazione del potenziale magnetico non è tuttavia costante. Il risultato più importante è però quello della modesta variazione del potenziale assunto dalle isole magnetiche durante la rotazione, si può infatti affermare a questo punto che l'evidente ripple di coppia non dipende da questa variazione, ma piuttosto dall'elevato contenuto armonico del potenziale stesso.

Media tra i massimi degli U_r	0,772
Massimo tra i massimi degli U_r	0,783
Minimo tra i massimi degli U_r	0,759
Scostamento percentuale massimo sul valor medio	3,12%

Tabella 8.1: analisi valori del potenziale del rotore rispetto la posizione θ_m .

Forti del risultato sul valor medio del potenziale di rotore, si costruisce un file FEMME in cui i punti corrente vengono tolti dal diametro interno (della configurazione senza statore) e ne vengono posizionati solo due agli estremi delle barriere (come in figura 8.3).

Per quanto riguarda il modulo della corrente da attribuire ai punti corrente di rotore si è proceduto come segue:

- Si impone una corrente ipotetica di $\pm 100[A]$ col comando *Nodal Property - Point Current Property* ai nodi estremi delle barriere affacciati al traferro, in modo tale da costruire i corretti poli magnetici.

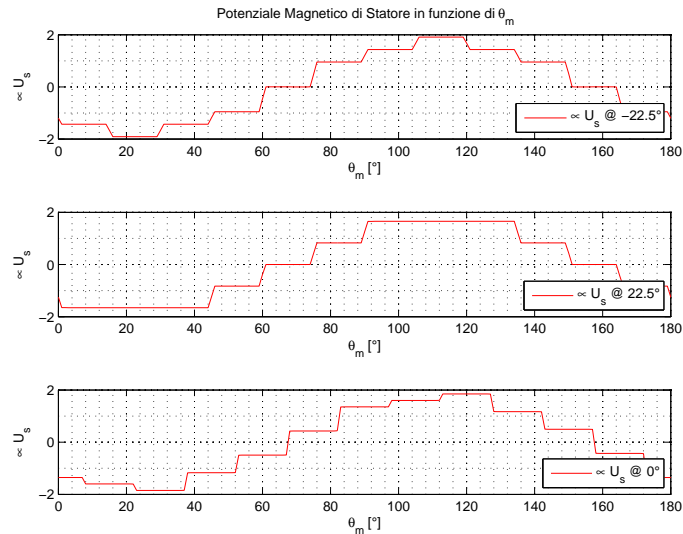


Figura 8.1: diversi andamenti del potenziale di statore, ottenuti analizzando l'induzione al traferro in caso di rotore massiccio (senza barriere).

- Si lancia la simulazione e su FEMMEVIEW, con il comando plot, si salvano un congruo numero di punti per disegnare il profilo dell'onda quadra almeno sotto ad un polo.
- Dato che il ferro della simulazione è con caratteristica lineare, si rapporta il valore del potenziale di rotore medio della tabella 8.1 con quello ottenuto dalla simulazione (calcolato come media dei punti sulla copertura della barriera, vedi figura 8.6), al fine di ricavare per via inversa la corrente necessaria.
- A verifica si è ripetuta la simulazione con la corrente ottenuta, il risultato sul valore medio risulta uguale fino alla ottava cifra dopo la virgola.

8.4. L'influenza delle cave di statore

Preso quindi il valore medio del massimo del potenziale di rotore ed il valore della fittizia corrente rotorica che lo produce, si procede all'analisi vera e propria delle cave di statore. In Figura 8.4 un quarto della geometria comprensiva delle cave di statore.

Le posizioni estreme del rotore sono quelle in cui il ponticello non magnetico (posto in aria nelle simulazioni) si trova affacciato prima al dente e poi alla cava dello statore. Inoltre si terrà conto del numero di cave per polo e per fase e dell'ampiezza in angoli della serie dente, cava di statore.

In queste simulazioni verrà contestualmente tracciato l'andamento dell'induzione al traferro prodotta dalle correnti rotoriche e la coppia meccanica ottenuta nelle varie posizioni.

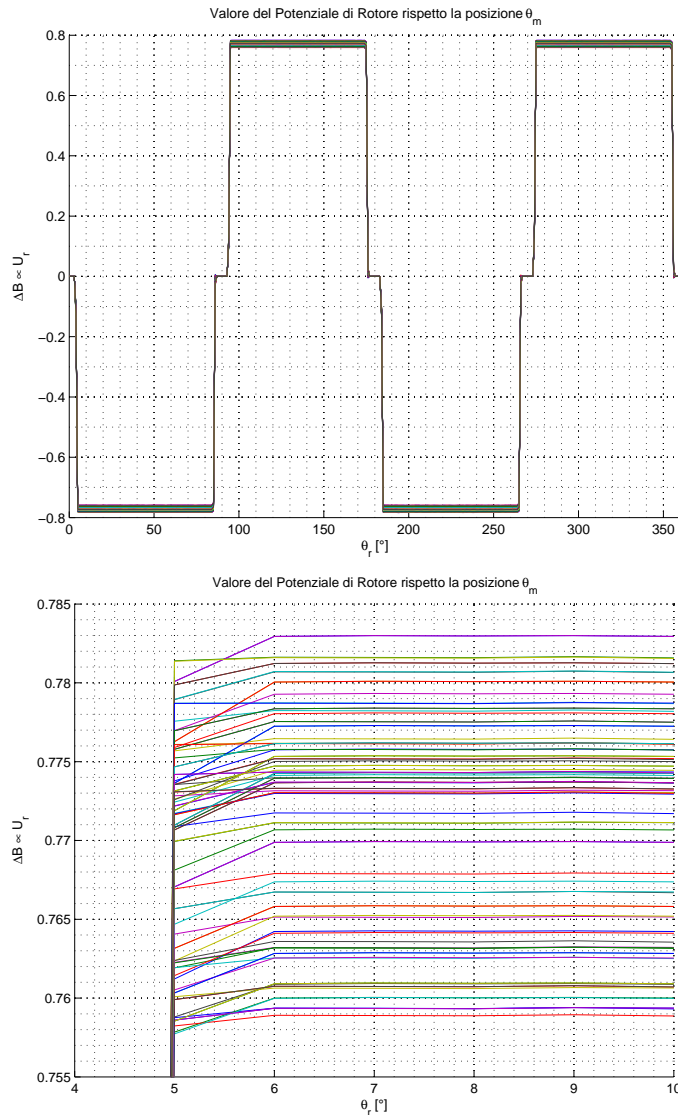


Figura 8.2: andamento del potenziale magnetico di rotore, proporzionale alla differenza delle induzioni, per le posizioni dell'intervallo $\theta_m = [-22.5^\circ; 22.5^\circ]$, con relativo ingrandimento.

A titolo di esempio si riporta l'andamento del potenziale magnetico di rotore per una posizione qualsiasi (dato che il potenziale su ogni isola magnetica è stato considerato costante e pari alla media per tutte le posizioni del rotore). In confronto (figura 8.7) si hanno gli andamenti senza e con lo statore ferromagnetico, ma entrambi con i punti corrente sul rotore, si nota bene l'effetto delle aperture di cava sul profilo dell'onda quadra.

L'analisi armonica invece risente della posizione del rotore, in quanto si trasla l'effetto dello spostamento delle cave visibile sull'onda quadra (in figura 8.10 si nota questo particolare). Per un periodo di due poli si confronta facilmente sul grafico a barre in figura 8.8 le differenze per lo stesso angolo casuale del modulo delle armoniche (le armoniche sono riportate in per unità rispetto la fondamentale dei

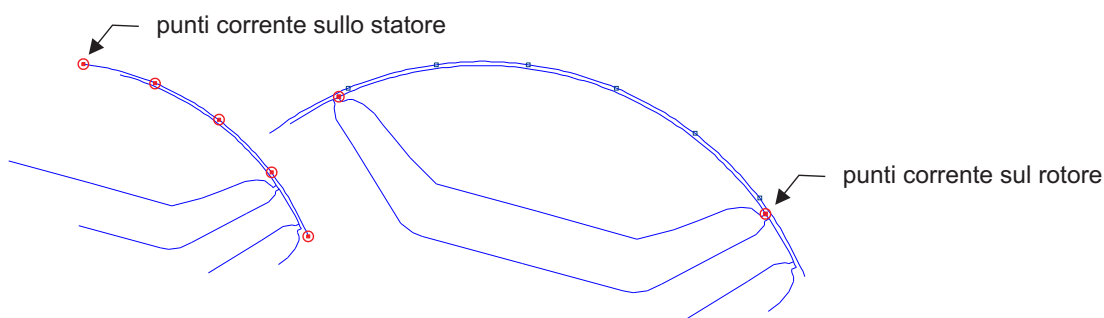


Figura 8.3: posizione dei punti corrente (in rosso) sulla linea dello statore e sulle barriere del rotore.

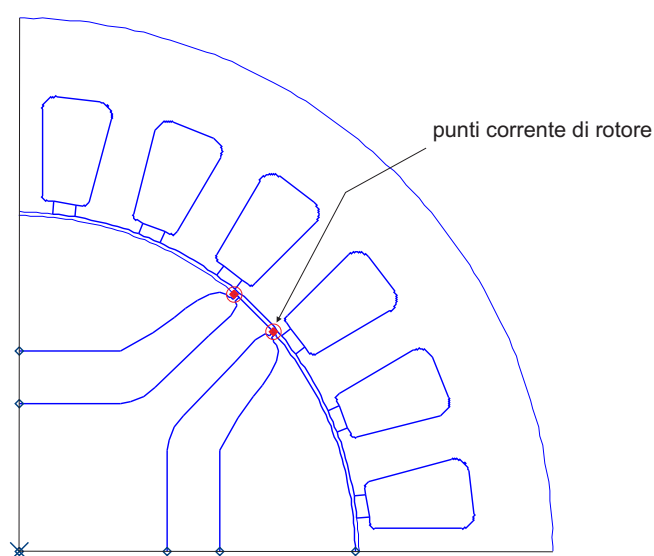


Figura 8.4: posizione dei punti corrente (in rosso) sulle barriere del rotore e geometria delle cave di statore. Si può dire a priori che è indifferente posizionare il punto corrente prima o dopo il ponticello in aria che delimita l'isola magnetica.

due casi). Per il valore della corrente rotorica si applica il metodo sopra descritto, sia per il modello con lo statore idealizzato da una linea, sia per il modello con lo statore ferromagnetico. In modo particolare per questa configurazione in cui l'angolo di barriera $\theta_b = 40,91^\circ$ è ottimizzato per l'undicesima armonica del potenziale di rotore, si nota come l'influenza dello statore la accentua leggermente.

Dal momento che le cave sono uniformemente distribuite lungo la circonferenza interna di statore e che in questa configurazione le barriere sono simmetriche ed anche loro equidistanti sulla circonferenza di rotore, si avranno pochi angoli di rotazione da analizzare per vedere la variazione del contenuto armonico. Poi le situazioni si ripeteranno. In linea teorica questo avviene in relazione al numero di cave per polo per fase, che nel motore preso ad esempio (trifase con 24 cave) corrispondono a 2, ovvero a $\frac{360^\circ}{24} \cdot 2 = 30^\circ$. Questa cosa è facilmente verificabile sul file dei risultati della trasformata FFT di Fourier oppure per via grafica

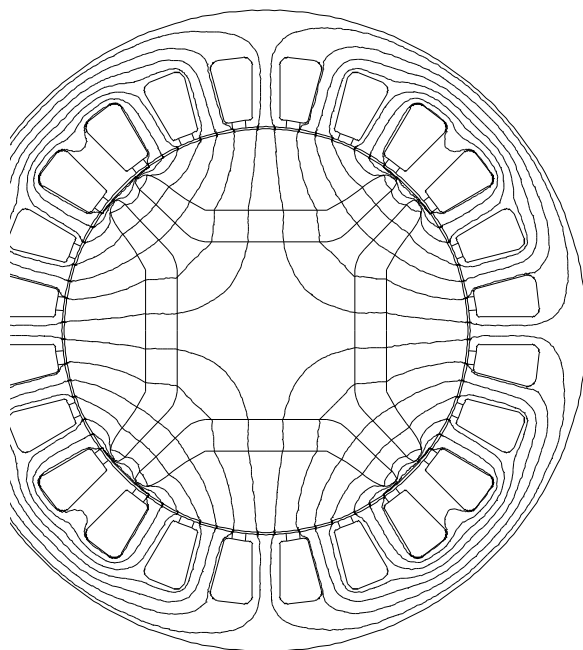


Figura 8.5: andamento delle linee di flusso nello statore ferromagnetico indotto dalle correnti poste sugli estremi delle barriere di rotore.

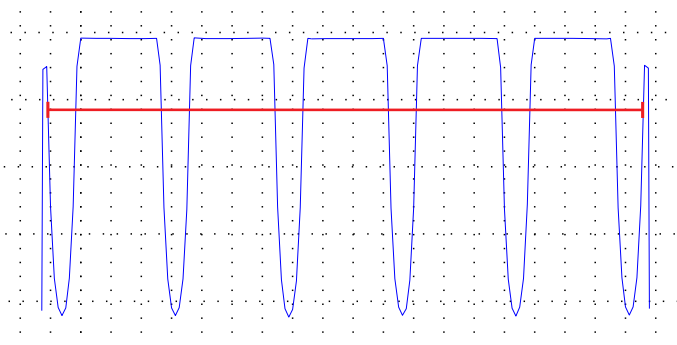


Figura 8.6: tratto del potenziale di rotore nella configurazione con le cave di statore, utile per il calcolo del potenziale medio. Corrisponde di fatto al tratto al livello alto dell'onda quadra ottenuta con i punti corrente di statore, così da calcolare il valor medio sotto la stessa copertura angolare. In buona approssimazione l'angolo θ_b

sovrapponendo gli andamenti del potenziale magnetico per due posizioni del rotore, questa seconda opzione è rappresentata in figura 8.9 per gli angoli $\theta_m = 0^\circ$ e $\theta_m = 30^\circ$. Si vede come gli andamenti si sovrappongano perfettamente. Differentemente in figura 8.10 si mettono a confronto due teoriche posizioni estreme, l'inizio della barriera (all'altezza del ponticello) posta al centro dell'apertura di cava e nel mezzo del dente di statore. Si è mantenuta anche in queste figure la convenzione per cui l'angolo $\theta_m = 0^\circ$ corrisponde all'angolo di partenza in cui gli assi d e x coincidono.

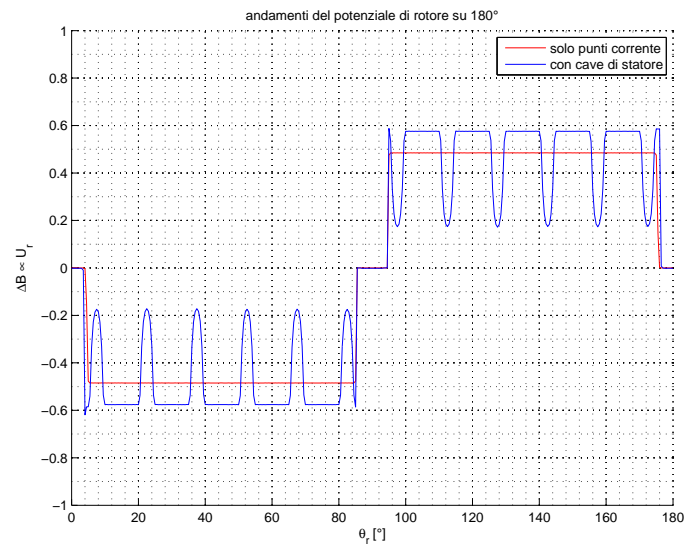


Figura 8.7: potenziale di rotore nel caso della simulazione con e senza statore ferromagnetico, con punti corrente rotorici.

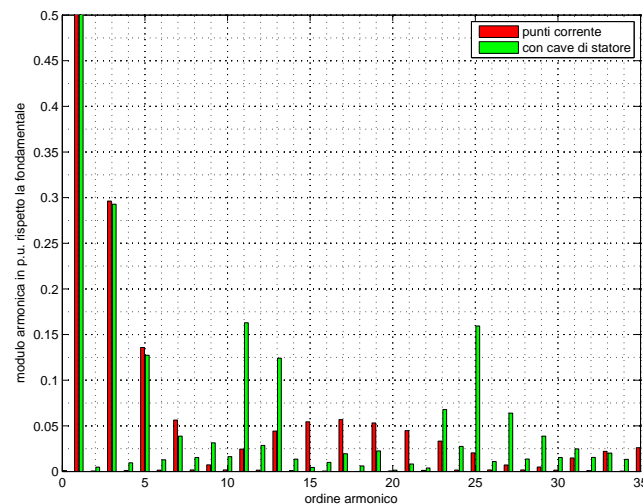


Figura 8.8: grafico a barre del contenuto armonico del potenziale di rotore con e senza statore con cave, in p.u. rispetto la fondamentale dei due casi per l'angolo di barriera $\theta_b = 40,91^\circ$.

8.5. Metodo iterativo

Dati gli ottimi risultati ottenuti, è possibile cercare di raffinare lo studio attraverso delle simulazioni in cui il potenziale di rotore viene fedelmente riprodotto in relazione alla posizione del rotore. Non si usa più quindi un valore medio come fatto fin'ora, ma verrà opportunamente imposto per ogni angolo. Si aspettano comunque risultati molto simili a quelli trovati usando un valore medio, dato che il potenziale ha un'escursione modesta tra le due posizioni estreme già viste.

Si procede per via iterativa inizialmente tracciando il potenziale di rotore U_r col

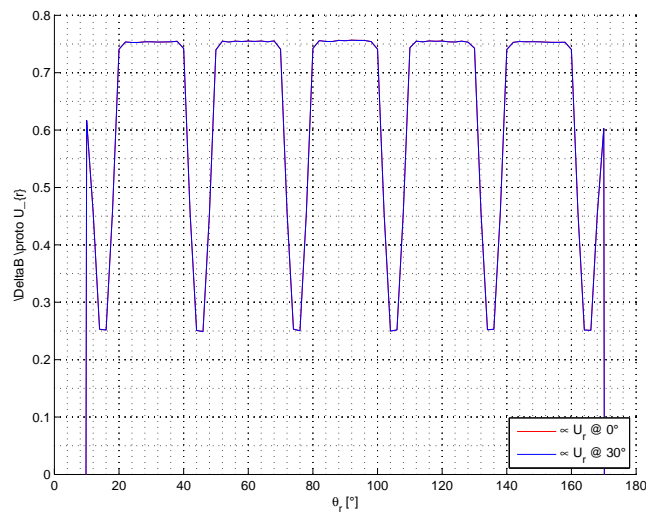


Figura 8.9: sovrapposizione del potenziale U_r di un polo per due differenti posizioni del rotore.

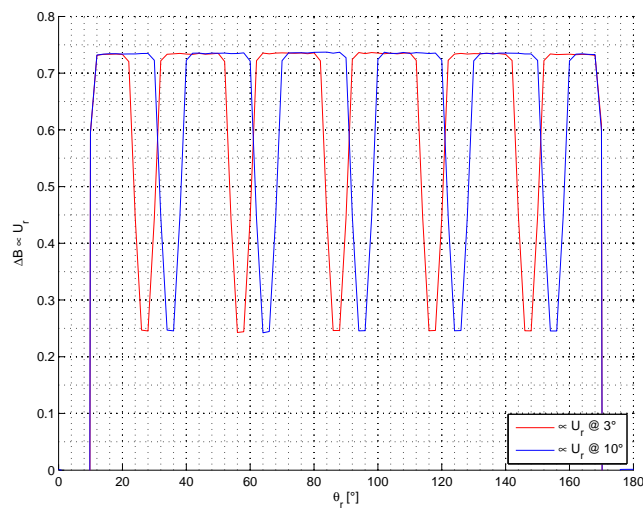


Figura 8.10: rappresentazione del potenziale U_r di un polo per due differenti posizioni estreme del rotore (apertura barriera sotto la cava e sotto il dente).

tradizionale metodo dei punti corrente in sostituzione dello statore e se ne ricava il valore massimo sotto ogni polo. Data la linearità del materiale ferromagnetico e la simulazione campione già eseguita con una corrente ipotetica di $\pm 100[A]$, si trova il modulo della corrente fittizia di rotore da applicare per ottenere lo stesso U_r . Si tolgono quindi i punti corrente di statore e si inseriscono quelli di rotore, si aggiunge lo statore in materiale ferromagnetico con le cave, vuote. Per fare questa operazione è conveniente avere, in alternativa, lo statore sempre disegnato ed attribuire di volta in volta i materiali alle varie regioni, oppure avere due differenti file *.fem* (con e senza statore ferromagnetico) poi opportunamente richiamati dal codice *LUA*. Eseguita la simulazione con lo statore corretto, si analizzano l'andamento del potenziale di rotore ed il valore della coppia.

Si ripete la simulazione per i già visti 30° .

Per snellire il computo si sono prima simulati i punti corrente di statore con rotore pieno e con barriere, attraverso un codice MATLAB ricavato il valore del potenziale dell'isola magnetica e salvato su un file di testo assieme all'angolo corrispondente. Per il calcolo della coppia un codice LUA richiamava il file *.fem* completo dello statore con cave ed il file di testo che indicava l'angolo di rotazione del rotore ed il valore del potenziale magnetico da ottenere. Lo stesso file *LUA* aveva il rapporto tra la corrente da $\pm 100[A]$ ed il relativo potenziale, in modo da ricava la giusta corrente da attribuire ai punti di rotore.

8.6. Andamento della coppia

Sia nel caso sia stato sfruttato il più rapido metodo del potenziale medio, oppure si sia scelto di operare in modo ciclico, si è ottenuto un andamento della coppia a valore medio nullo. Questo era un risultato ovvio, in quanto il contributo delle cave è solamente rivolto al ripple di coppia e non al valore medio utile.

In linea di principio è possibile sommare punto a punto i risultati¹ al fine di vedere l'andamento complessivo della coppia, oppure verificare quanto in termini percentuali influisce l'ondulazione delle cave sulla coppia media. Rimane in realtà ancora l'idealizzazione sulla geometria dei ponticelli in aria.

In figura 8.11 la sovrapposizione tra ripple ottenuto col metodo iterativo e lo statore ferromagnetico con cave e l'andamento della coppia ottenuto con i punti corrente di statore, ed in figura 8.12 il relativo grafico a barre del contributo armonico.

In tabella 8.2 il confronto numerico di alcuni valori importanti. Altresi è possibile confrontare l'andamento del ripple con i due metodi proposti per vedere quanto è influente l'approssimazione del potenziale con il suo valore medio. In figura 8.13 la sovrapposizione degli andamenti di coppia sui primi 30° di rotazione meccanica del rotore calcolata con i due metodi prima descritti per il calcolo del potenziale dell'isola magnetica. Si nota, a conferma di quanto già detto, come la variazione del potenziale di rotore nel tempo (posizione del rotore) non è poi tanto influente sul ripple di coppia, dato che i due risultati ottenuti² si sovrappongono quasi perfettamente.

Il risultato della coppia è molto sporco nonostante sia stata tenuta una mesh molto fitta e fissa al traferro (creando più settori all'interno del traferro). In un successivo studio si potrebbe cercare l'andamento della coppia simulando per intero il rotore con le barriere di flusso e lo statore completo di corona e cave. La corrente verrebbe attribuita da FEMME all'interno delle cave.

¹quelli ottenuti per l'andamento della coppia con i soli punti corrente di statore e quelli ottenuti con le fittizie correnti rotoriche e lo statore ferromagnetico con le cave

²con il metodo del potenziale medio e col metodo iterativo

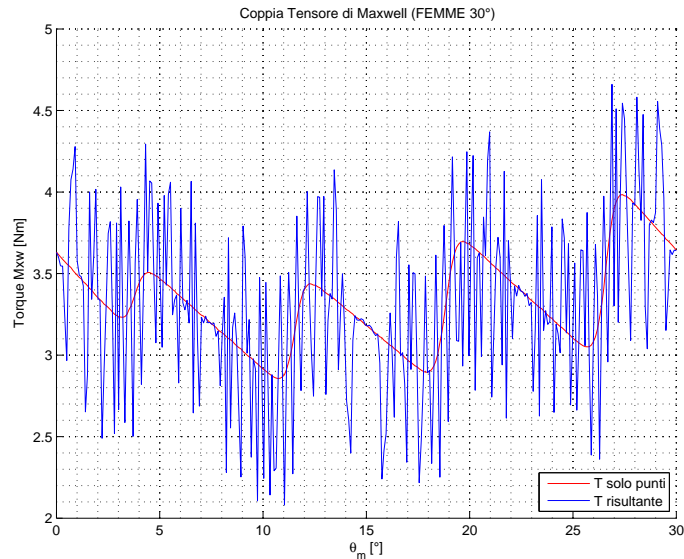


Figura 8.11: andamento della coppia su 30° con soli punti corrente di statore e con la somma del ripple ottenuto dall'analisi iterativa dello statore con cave, per l'angolo di barriera $\theta_b = 40, 91^\circ$ che annulla l'undicesima armonica di rotore.

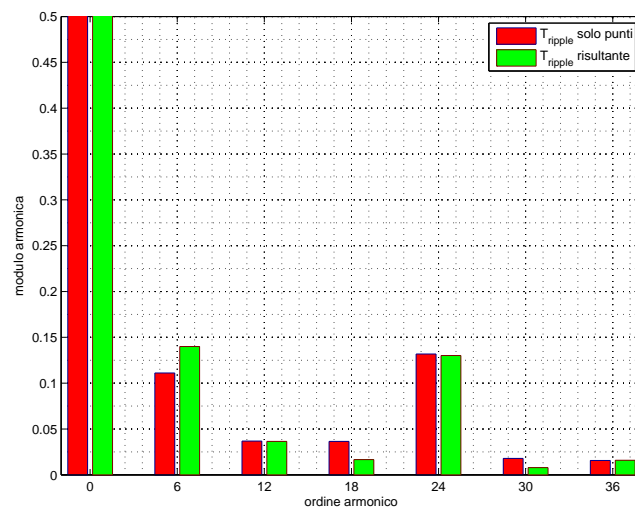


Figura 8.12: confronto del contributo armonico della coppia con e senza il ripple introdotto dalle aperture di cava dello statore, per l'angolo di barriera $\theta_b = 40, 91^\circ$.

Angolo	$\theta_b = 40, 91^\circ$	
	punti corrente	statore ferromagnetico
Coppia Media [Nm]	3,329	3,321
Ripple Massimo [Nm]	1,128	2,580
Ripple Percentuale	33,87%	77,69%
Dodicesima armonica	0,0368	0,0364

Tabella 8.2: confronto dei valori di coppia ottenuti per le simulazioni con e senza statore ferromagnetico.

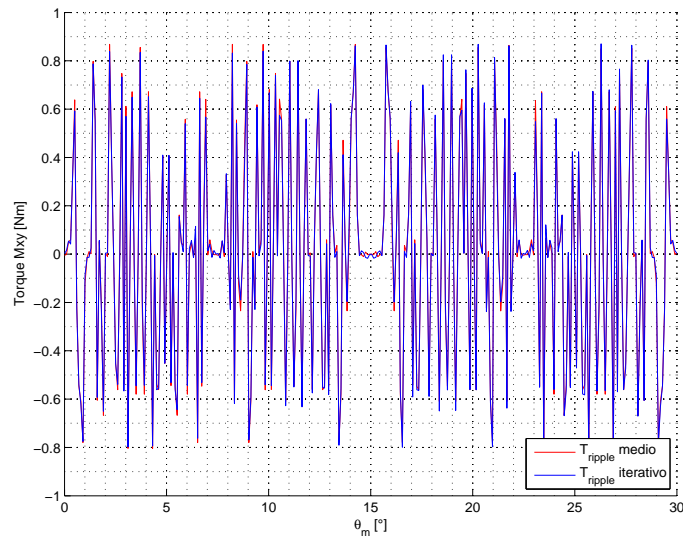


Figura 8.13: andamento della coppia su 30° con il metodo del potenziale medio ed il metodo iterativo con il potenziale dell'isola magnetica corretto rispetto la posizione del rotore.

EFFETTO DELLA SATURAZIONE

9.1. Introduzione

Un'altra importante semplificazione usata nello studio è stata di utilizzare dei materiali a comportamento magnetico lineare. Questo toglieva l'effetto della saturazione sul rotore, invece presente nel caso reale, anzi se i ponticelli vengono ricavati sul lamierino del rotore, è proprio la saturazione a definire le isole magnetiche.

In questo capitolo vengono paragonati ed analizzati a titolo di esempio alcuni andamenti della coppia nel caso di lamierino ferromagnetico lineare e non.

9.2. Andamento della coppia

A titolo di esempio vengono confrontati i risultati del caso a barriere simmetriche con $\theta_b = 32,72^\circ$ già visto per la riduzione della dodicesima armonica della coppia.

Un primo veloce confronto può essere eseguito semplicemente sostituendo i materiali dalla geometria del progetto fem con un ferro commerciale per la costruzione di macchine rotanti, senza intervenire in modo particolare sulla distribuzione della mesh. Dalla libreria del programma di simulazione FEMME si è scelto il ferro denominato **1018 Steel** che presenta la caratteristica di magnetizzazione riportata in figura 9.1.

Al solito simulando i primi 30° di rotazione, con step di un decimo di grado, si è ottenuto l'andamento della coppia riportato in figura 9.2 per il modello a barriere simmetriche con $\theta_b = 32,72^\circ$ dove per paragone si è sovrapposto anche l'andamento in caso di ferro lineare. Si nota, in generale un abbassamento del valore medio della coppia, ma anche un differente contenuto armonico, in tabella

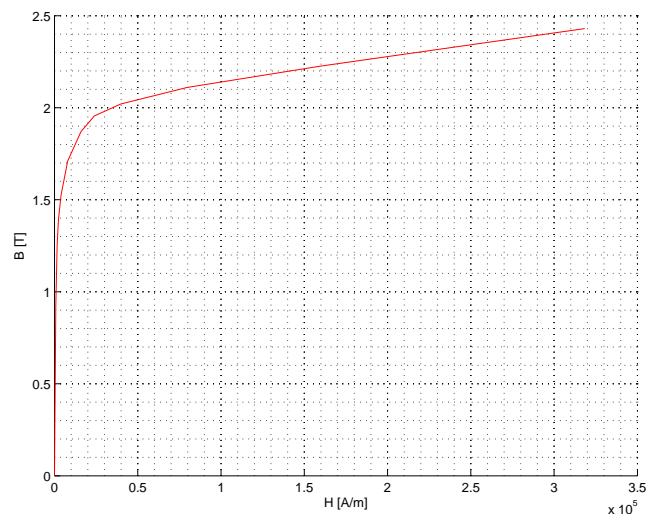


Figura 9.1: caratteristica di magnetizzazione per le simulazioni a materiale non lineare.

9.1 e 9.2 sono riportati i principali risultati e nel grafico a barre di figura 9.3 è rappresentato il differente contenuto armonico.

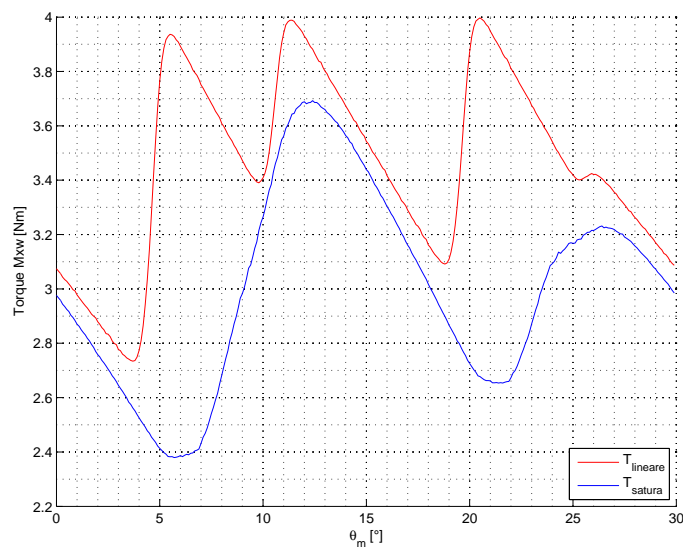


Figura 9.2: andamento della coppia nel caso di ferro magnetico lineare e non per l'angolo di barriera $\theta_b = 32, 72^\circ$.

Andando a leggere i livelli di induzione in corrispondenza delle barriere sulla periferia del rotore, e confrontandoli con la curva di magnetizzazione del lamierino, ci si accorge come in realtà la saturazione non sia esattamente negli angoli in cui nella prova lineare sono stati posti i ponticelli in aria. Questa situazione di fatto modifica l'angolo di barriera e quindi il rotore non risulta più essere ottimizzato per una determinata armonica (in questo caso l'undicesima del potenziale di rotore). Inoltre essendo la saturazione legata al livello di corrente presente sullo statore, ovvero alla distribuzione del carico elettrico, questa risulterà fluttuante

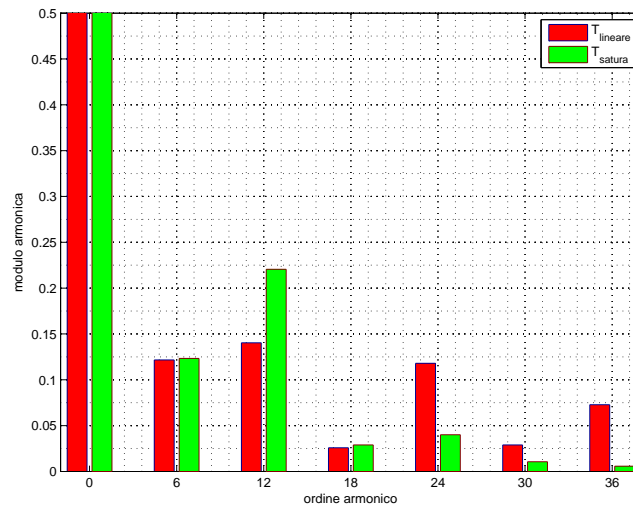


Figura 9.3: grafico a barre del contenuto armonico della coppia nel caso di ferro magnetico lineare e non per l'angolo di barriera $\theta_b = 32, 72^\circ$.

sul rotore in relazione alla sua posizione (in figura 9.4 è rappresentato il modulo dell'induzione B sotto un polo, rilevato un decimo di millimetro all'interno della circonferenza di rotore, durante la rotazione dei primi 30°).

Gli angoli positivi e negati presenti nei grafici di questo tipo stanno ad indicare l'angolo $\pm\theta_b$ rispetto il centro della barriera.

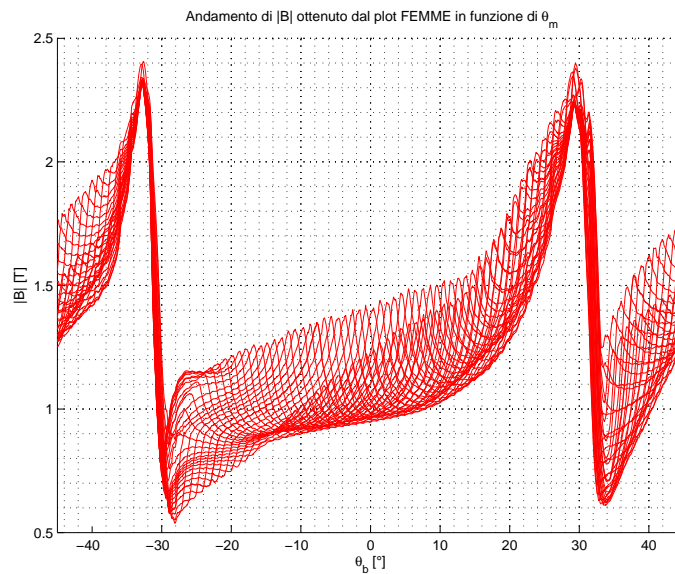


Figura 9.4: modulo dell'induzione sotto una barriera del rotore, nei pressi del traferro, in funzione della rotazione θ_m .

Si può in alternativa al modulo dell'induzione, considerare l'andamento del valore della permeabilità magnetica negli stessi punti. A paragone si può consi-

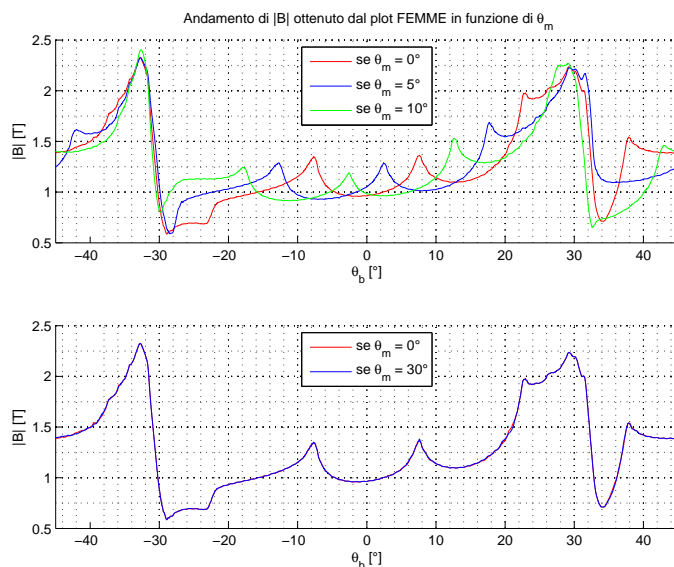


Figura 9.5: modulo dell'induzione sotto una barriera del rotore, nei pressi del traferro, per alcuni diversi angoli θ_m .

derare la figura 9.6 in cui si hanno i due andamenti¹, si nota che alla saturazione magnetica corrisponde una evidente riduzione della permeabilità magnetica.

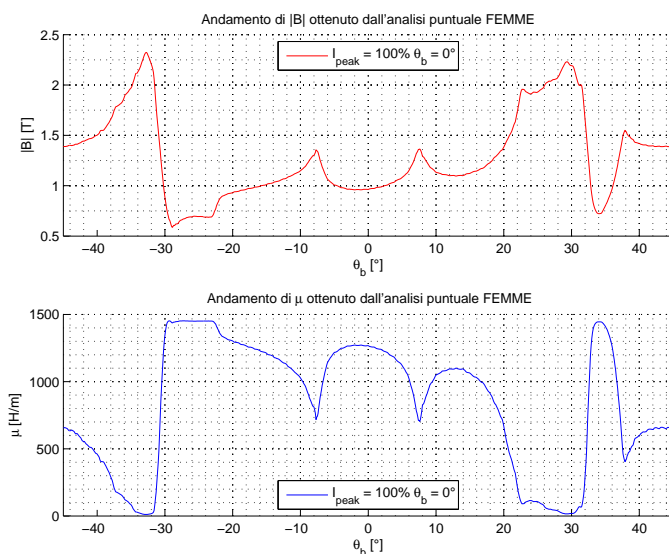


Figura 9.6: modulo della permeabilità magnetica sotto una barriera del rotore.

A conferma di questa influenza si sono eseguite due successive simulazioni in cui sono stati modificati gli angoli di barriera per ricreare, tramite la saturazione, la condizione di annullamento dell'armonica di potenziale di rotore considerata (nell'esempio l'undicesima).

¹non sono sovrapposti data la notevole differenza delle unità di misura, tuttavia sono facilmente confrontabili

Nel primo caso si è scelto comodamente un angolo intermedio sulla metà sinistra del grafico di figura 9.5 e costruita una barriera simmetrica sotto il polo, poi riproposta uguale per tutti i poli. Nel secondo caso invece, considerando anche l'immagine 9.7 in cui si nota che la saturazione non è simmetrica, si è stravolta la geometria delle barriere al fine di portare la strozzatura (ponticello) che queste creano al traferro in modo tale da spostare il picco della saturazione a $\cong \pm 32,72^\circ$ rispetto l'asse $d \equiv x$. Dopo alcuni tentativi si è arrivati alla forma di figura 9.8.

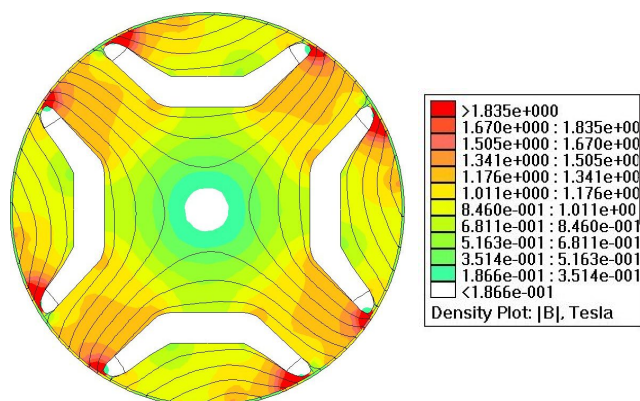


Figura 9.7: mappa dell'induzione per il modello con $\theta_b = 32,72^\circ$ e lamierino non lineare per $\theta_m = 0^\circ$.

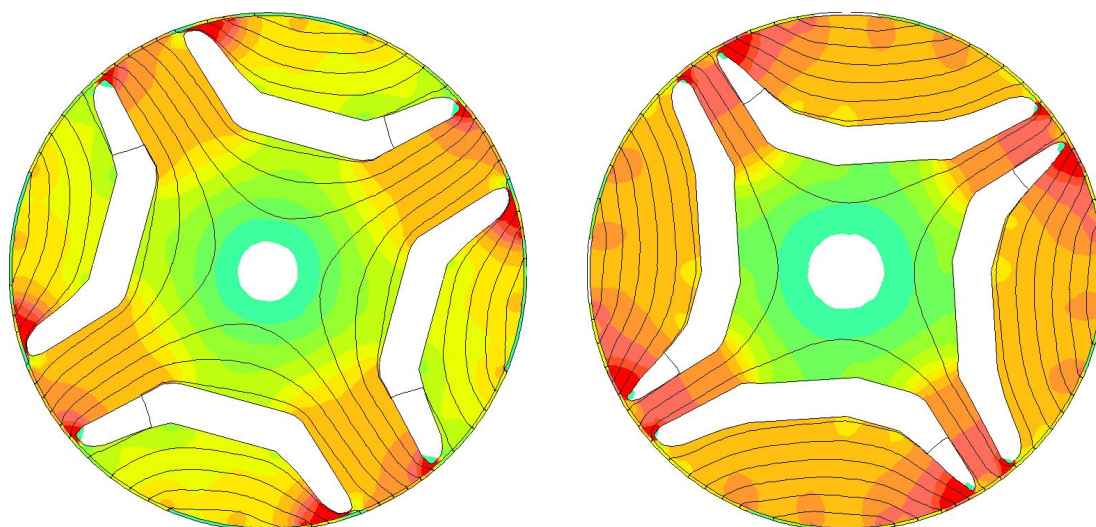


Figura 9.8: lamierino non simmetrico per la costruzione della condizione $\pm 32,72^\circ$ tramite la saturazione.

Queste modifiche portano agli andamenti della coppia mostrati in figura 9.9 in cui si nota facilmente un progressivo abbassamento del valore della coppia media, soprattutto per il caso con le barriere modificate e non simmetriche sotto la metà di un polo. Tuttavia il contenuto armonico (grafico a barre 9.10), normalizzato in p.u.² per poterlo confrontare direttamente, mostra come la dodicesima armonica

²rispetto la fondamentale

ottenuta con il metodo a barriere modificate simmetriche e non sotto la metà polo, non sia poi così distante. Lo stesso grafico conferma l'idea per cui la saturazione sposti di fatto l'angolo di barriera, introducendo un evidente aumento sulla dodicesima armonica di coppia tra il rotore lineare con $\theta_b = 32,72^\circ$ e lo stesso rotore con materiale non lineare magnetico.

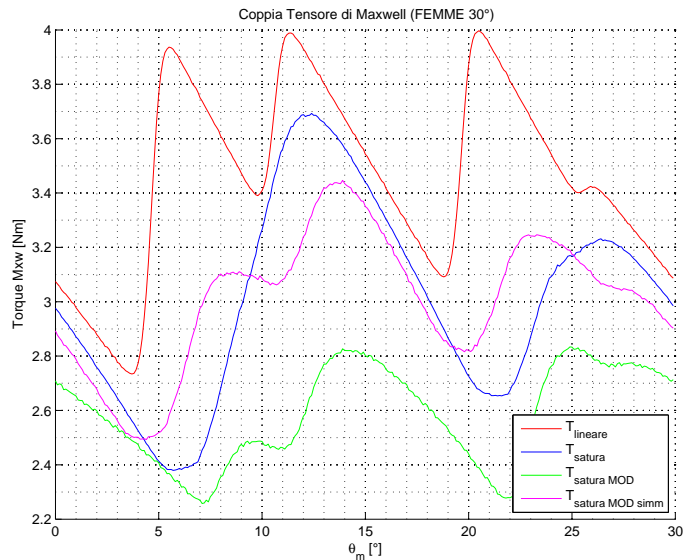


Figura 9.9: andamento della coppia nel caso di ferro magnetico lineare e non con le differenti modifiche alle barriere di rotore.

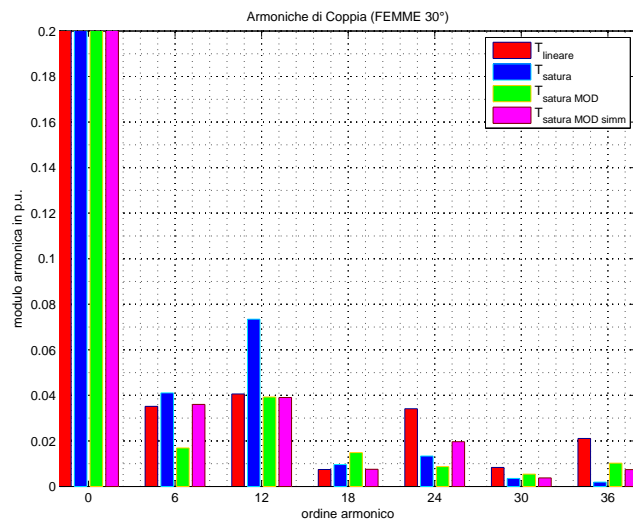


Figura 9.10: grafico a barre del contenuto armonico della coppia nel caso di ferro magnetico lineare e non con le differenti modifiche alle barriere di rotore.

Modello	lineare	saturo	saturo mod	saturo mod simm
Coppia Media [Nm]	3,456	3,003	2,583	3,007
Ripple Massimo [Nm]	1,263	1,313	0,576	0,954
Ripple Percentuale	36,54%	43,72%	22,29%	31,72%

Tabella 9.1: valori di coppia FEMME per l'angolo $\theta_b = 32,72^\circ$, nelle diverse condizioni di saturazione e forma delle barriere.

Modello	lineare	saturo	saturo mod	saturo mod simm
Armonica	Modulo	Modulo	Modulo	Modulo
0	3,456	3,003	2,583	3,007
6	0,122	0,123	0,0437	0,108
12	0,140	0,221	0,102	0,117
18	0,0258	0,0289	0,0384	0,0227
24	0,118	0,0401	0,0226	0,0592

Tabella 9.2: contenuto armonico FEMME per l'angolo $\theta_b = 32,72^\circ$, nelle diverse condizioni di saturazione e forma delle barriere.

9.3. Influenza della corrente

Come notato nella sezione precedente e come ovvio per quanto riguardano i livelli di induzione, la corrente presente sullo statore ha influenza predominante. In funzione del tempo, quindi durante la rotazione il carico elettrico varia (come mostrato in figura 8.1), per conseguenza si spostano i picchi di saturazione come già mostrato in figura 9.5.

Se durante il funzionamento del motore fosse necessario variare la corrente di alimentazione dello statore è ovvio che la saturazione ne risentirebbe. A proposito si sono eseguiti dei rilievi sullo stato della saturazione del rotore in funzione della corrente di alimentazione, in particolare in figura 9.11 è mostrata la permeabilità magnetica quando si ha l'uno ed il 100% della corrente³. In figura 9.12 invece si mostra il diverso andamento del modulo dell'induzione sotto una barriera, prima in funzione della posizione del rotore e poi per l'angolo $\theta_m = 0^\circ$, ma differenti probabili valori della corrente di statore. Ancora una volta la saturazione, ipotizzata al valore di $1,5[T]$ secondo la caratteristica riportata in figura 9.1, si presenta entro una fascia di variazione contenuta al lato inferiore della barriera (gli angoli indicati con valori negativi sui grafici) nell'intervallo $\theta_b = [-30, 51^\circ; -30, 92^\circ]$ per le correnti [50%; 100%] con $\theta_m = 0^\circ$. Mentre per la parte superiore, quella

³con l'1% si ha un comportamento anomalo della caratteristica, giustificato dalla particolare caratteristica del lamierino per correnti così basse

della direzione di rotazione del rotore (indicata con angoli positivi) l'intervallo si allarga notevolmente, per gli stessi valori di corrente sopra riportati si ha $\theta_b = [26, 74^\circ; 20, 85^\circ]$. Facendo invece riferimento alla figura 9.4 dove la variazione è determinata dalla rotazione del rotore, l'intervallo per gli angoli inferiori era $\theta_b = [-31, 34^\circ; -30, 42^\circ]$, mentre per quelli superiori $\theta_b = [\approx 16, 00^\circ; 23, 46^\circ]$.

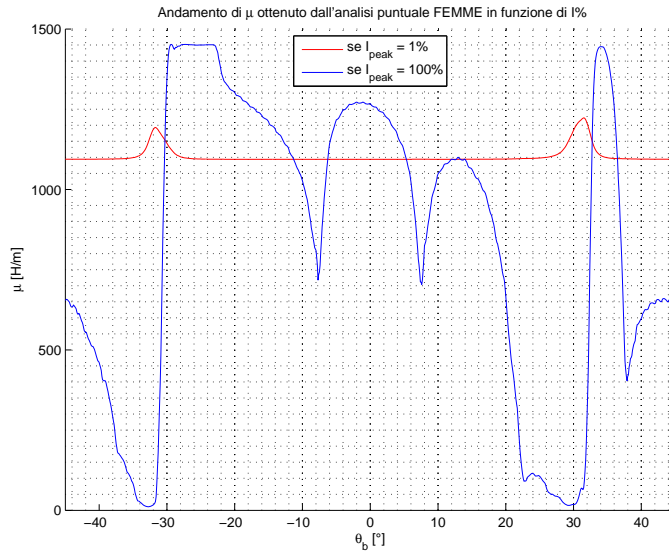


Figura 9.11: andamento della permeabilità magnetica nei pressi di una barriera, al traferro, per due differenti correnti di alimentazione.

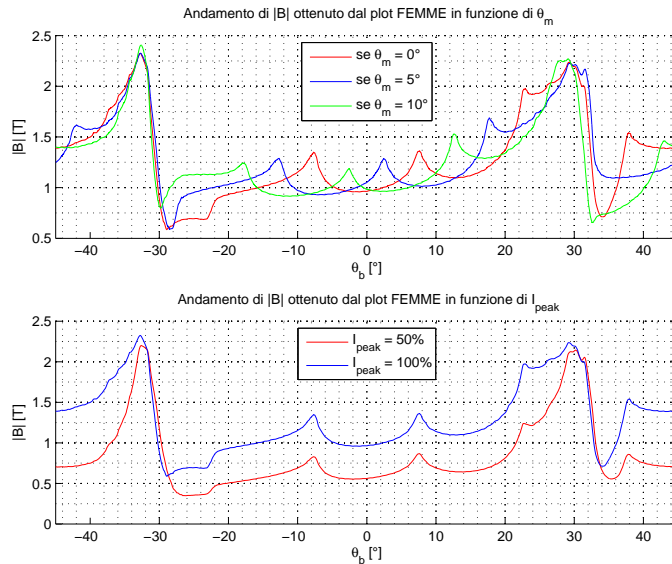


Figura 9.12: andamento del modulo dell'induzione magnetica nei pressi di una barriera, al traferro, a confronto per differenti posizioni del rotore e correnti di alimentazione.

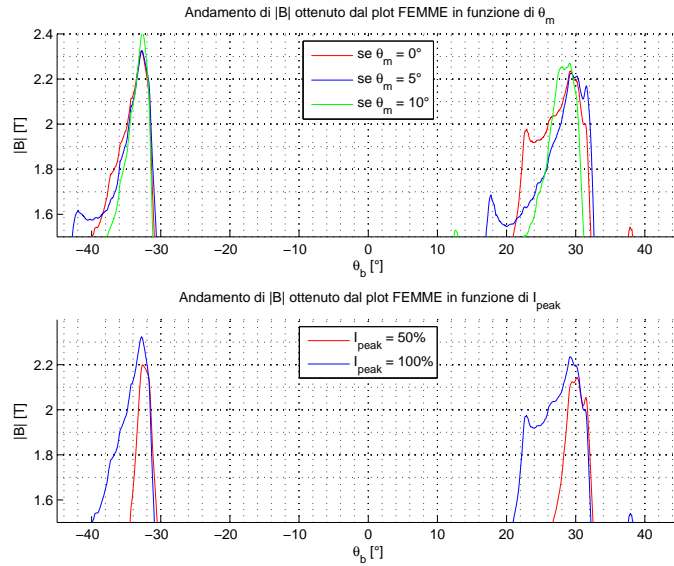


Figura 9.13: andamento del modulo dell'induzione magnetica nei pressi di una barriera, al traferro, a confronto per differenti posizioni del rotore e correnti di alimentazione. Con asse delle induzioni che parte dal valore di $1,5[T]$.

9.4. Conclusioni

Si intuisce quindi come sia facilmente individuabile un angolo negli intervalli inferiori, mentre più complicato decide se mantenere la simmetria della barriera sotto ad un polo o meno, ed in questo secondo caso quale angolo scegliere. Tra i criteri si può valutare il funzionamento finale del motore, in relazione alla percentuale di corrente di alimentazione che più spesso viene utilizzata e da questa tracciare gli andamenti in relazione alla posizione e porsi a dei valori intermedi. Per quanto riguarda invece la scelta della barriera simmetrica o meno rispetto il polo si deve fare ancora riferimento all'utilizzazione finale, in cui si deve decidere se eliminare una determinata armonica dalla coppia (il metodo della barriera simmetrica, solo modificata in angolo per seguire la saturazione della metà inferiore si è dimostrata buona nei confronti della dodicesima armonica di coppia), oppure se cercare un ripple complessivo ridotto rispetto la coppia media (qua si è dimostrata migliore la barriera non simmetrica).

Inoltre si deve tener ben conto della caratteristica di magnetizzazione del lamierino impiegato, che non è necessariamente simile a quella presa ad esempio in questa trattazione.

Bibliografia

- [1] T. Fukami, M. Momiyama, K. Shima, R. Hanaoka, S. Takata, *Performance of a Dual-Winding Reluctance Generator with a multiple barrier rotor*, Department of Electrical and Electronic Engineering, Kanazawa Institute of Technology, Ishikawa, Japan, 2006.
- [2] Nicola Bianchi, *Calcolo delle Macchine Elettriche col Metodo degli Elementi Finiti*, Padova, CLEUP, 2001; da p. 177.
- [3] Nicola Bianchi, Silverio Bolognani, Diego Bon, Michele Dai Prè *Torque ripple of synchronous reluctance motor: effect of the position of the flux-barriers and rotor design for its reduction*, Department of Electrical Engineering, University of Padova, Italy, 2007; da p. 28.

APPENDICE A

FILE DATA MOTOR

In ambiente LUA i commenti devono essere preceduti dai simboli: `--`.

Il file *datamotor* raccoglie tutte le informazioni geometriche ed elettriche del motore in analisi, che sono necessarie sia alla costruzione ed all'analisi FEMME, sia all'estrapolazione dei risultati. Con questo file non è quindi necessario riportarle manualmente (con il rischio di sbagliare), nel file per il *preprocessor* ed in quello per il *postprocessor*.

```
-- This file contains the main data of the motor under analysis

-- file name .fem
  -- il nome cambierà per ogni rotore in prova
  nomefile = "1B 24Q 2P 40,91.fem"

-- Initial data
  p = 2 -- pole pairs
  Lstk = 40 -- mm -- stack length
  nc = 60 -- number of series conductors per slot
  Qsim = 24 -- number of slots (which are simulated)
  m = 3 -- number of phases

-- Stator geometry
  Di = 70 -- mm -- inner diameter stator
  g = 0.4 -- mm -- airgap

-- winding data: geometry
  Sslot = 89.6 -- mm^2 -- slot cross-area section (from FEMME)
```

```
angoloSlot1 = 7.5 -- deg -- angle of the first slot ("Cu1")
nr = 0 -- number of slots shortened

-- slot matrix (each vector has to contain Qsim elements)
ka = { 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, -1, -1, 0, 0,
       0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, -1, -1, 0, 0}
kb = {-1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0,
       -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0}
kc = { 0, 0, 0, 0, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1,
       0, 0, 0, 0, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1}

-- Initialization
skew = 0 -- skewing factor
kfill = 0.4 -- fill factory
thetam = 0 -- rotor position angle
alphaie = 45 -- current vector angle
```

APPENDICE B

FILE PREPROCESSING per la coppia

In ambiente LUA i commenti devono essere preceduti dai simboli: `--`.

Di seguito il codice base con cui sono state eseguite le simulazioni FEMME per trovare gli andamenti di coppia sui 30° . I valori geometrici ed elettrici dei motori in prova arrivano dal file *datamotor*. Dall'esecuzione si ottengono dei file temporanei su cui, attraverso la chiamata al *postprocessor* è possibile ottenere il valore della coppia per ogni singola posizione del rotore. La coppia verrà rilevata attraverso il metodo del Tensore di Maxwell già implementato del software FEMME.

Tra le prime righe le istruzioni per variare la densità di corrente nei conduttori, la frequenza e gli angoli di partenza, arrivo e lo step di rotazione.

```
-- The FEMM file is indicated in the file "data_motor.lua" .

-- Reading of the motor data
dofile('data_motor.lua')

-- Input data for the simulation
f = 0 -- frequency
Jslot = sqrt(2)*6 -- Apeak/mm2 -- current peak in slot
Ipeak = Jslot*Sslot*kfill/nc -- Apeak -- conductor current amplitude

-- Initial computation
thetamin = 0 -- mechanical angle initial position of the rotor
thetamax = 30 -- mechanical angle final position of the rotor
thetastep = 0.10 -- mechanical angle step
```

```

    Id = nc*Ipeak*cos(alphaie)
    Iq = nc*Ipeak*sin(alphaie)

-- Open the FEM file
    openfemmfile(nomefile)

-- Setting the problem
    probdef(frequency, "millimeters", "planar", 1e-008, Lstk)

-- Building current point
    addnode(Di/2*cos(-angoloSlot1), Di/2*sin(-angoloSlot1))
    for i = 1, Qsim, 1 do
        ang = i*360/Qsim - angoloSlot1
        angv = (i-1)*360/Qsim - angoloSlot1
        x = Di/2*cos(ang)
        y = Di/2*sin(ang)
        addnode(x,y)

        xv = Di/2*cos(angv)
        yv = Di/2*sin(angv)
        addarc(xv,yv, x,y, 360/Qsim, 1)

        addpointprop("Punto" ..i,0,0,0,0)
        selectnode(x,y)
        setnodeprop("Punto" ..i,1000)      -- group attribution
        clearselected()
    end

    savefemmfile("noditemp.fem")

-- Rotation of the rotor
    for thetam = thetamin, thetamax, thetastep do
        openfemmfile("noditemp.fem")

        selectgroup(10)
        moverotate(0, 0, thetam + skew)
        clearselected()

        -- Current density in the three phases (ja, jb, jc)
        thetame = thetam * p
        Ia = Id * cos(thetame)      - Iq * sin(thetame)
        Ib = Id * cos(thetame-120) - Iq * sin(thetame-120)
        Ic = Id * cos(thetame-240) - Iq * sin(thetame-240)

        -- Current density in each slot

```

```
for q = 1, Qsim, 1 do
    Islot = Ia * ka[q] + Ib * kb[q] + Ic * kc[q]
    modifypointprop("Punto" .. q, 3, Islot)
end

-- Writing in the file tmp.txt some data for post-processing
handle = openfile("tmp.txt","w")
write(handle, thetam, "\n")
write(handle, Id, "\n")
write(handle, Iq, "\n")
closefile(handle)

-- Writing FEM file, solution, and post-processing
savefemmfile("temp.fem")

analyse()

runpost("post_Torque.lua")

end

exitpre();
```


APPENDICE C

FILE POSTPROCESSING per la coppia

In ambiente LUA i commenti devono essere preceduti dai simboli: --.

```
-- This file contains the operations to handle the FEMM field solution.
hidecontourplot();

-- Reading of the motor data
dofile('data_motor.lua');

-- Reading of the simulation inputs
handle = openfile("tmp.txt","r");
  thetam = read(handle,"*n");
closefile(handle);

-- Torque (selecting the rotor)
groupselectblock(10);
TorqMxw = blockintegral(22);
clearblock();

-- Writing the results in the result file
handle = openfile("risults.txt","a");
  write(handle, thetam, "\t")
  write(handle, TorqMxw, "\n")
closefile(handle);

-- Exit from post processing procedure
exitpost();
```


APPENDICE D

CONFRONTO POTENZIALE DI ROTORE

In ambiente MATLAB i commenti devono essere preceduti dai simboli: %.

Di seguito è riportato il testo completo del codice MATLAB per la costruzione e l'analisi del potenziale di rotore per via analitica ed attraverso le simulazioni FEMME come differenza dell'induzione al traferro rilevata con il rotore pieno e con il rotore a barriere. Le righe di codice fanno tutte riferimento ad un unico file, anche se intervallate dalle spiegazioni.

Nel primo blocco di istruzioni vengono definite le caratteristiche geometriche ed elettriche e letti i valori di induzione al traferro ottenuti con le due simulazioni (rotore con e senza barriere).

```
% CONFRONTO DEL POTENZIALE MAGNETICO DI ROTORE Ur
% COSTRUZIONE ANALITICA ED ANALISI FEM

clear all
close all
clc

%DATI MOTORE
thetab = 40.91*pi()/180; %barriera di rotore

p = 2; %pole pairs
Lstk = 40*1e-3; %stack length (mm)
nc = 60; %number of series conductors per slot
Q = 24; %number of slots (which are simulated)
m = 3; %number of phases
Di = 70*1e-3; %inner diameter stator
```

```

g      = 0.4*1e-3;          %airgap
Ip     = 5.068541407545173; %corrente di picco ottenuta da FEMME

```

```
% DATI CAMPIONAMENTO
```

```

T = 360;   %gradi
N = 360;   %punti
ts = T/N;  %punti/grado

```

```

dgr = (0:ts:T-ts); %vettore contenente gli angoli thetar
nu   = (1:N/p);    %contenuto armonico del potenziale di rotore

```

```
%LETTURA DATI GRAFICO ROTORE PIENO
```

```

dati = load('361BSn0.txt');
xFB1 = dati(:,1);
FBn1 = dati(:,2);
thetam1 = xFB1*360/max(xFB1);

```

```

dati = load('361Bn0.txt');
xB1 = dati(:,1);
Bn1 = dati(:,2);
thetam1 = xB1*360/max(xB1);

```

Nella seconda sezione viene costruito il potenziale di rotore come differenza delle letture e per via analitica con un ciclo *for* per inserire tutte le armoniche. Successivamente se ne esegue la trasformata veloce di Fourier.

```
%COSTRUZIONE POTENZIALE DI ROTORE
```

```

%Attraverso le letture dell'induzione al traferro
Bnr1 = FBn1-Bn1;

```

```
%Per via analitica
```

```

q = Q/2/p/m;
alphac = 360/Q*pi()/180;
Kw = (sin(q*alphac/2))/(q*sin(alphac/2));
Ksp = 3*Kw*nc*Q*Ip/pi()/Di;
Urp = -Ksp*Di/2/p;

```

```
Ur = zeros(N,1);
```

```
for i = 1:length(nu)
```

```
    Ur = Ur +
```

```
        4/pi()*Urp/nu(i)*sin(nu(i)*pi()/2)*sin(nu(i)*p*thetab)*sin(nu(i)*p*pi()*dgr'/180)
```

```
end
```

```
%TRASFORMATA VELOCE DI FOURIER
```

```
FB = fft(FBn1(1:N/p))/length(FBn1(1:N/p));
```

```
Tr1 = fft(Bnr1(1:N/p))/length(Bnr1(1:N/p));
NTr1 = Tr1/abs(Tr1(2,1));
```

```
%ADEGUAMENTO IN p.u.
FFTUr = fft(Ur(1:N/p))/length(Ur(1:N/p));
NFFTUr = FFTUr/abs(FFTUr(2,1));
NFB = FB/abs(FB(2,1));
```

Infine le istruzioni per visualizzare i risultati su dei grafici, è importate ricordare che nel grafico a barre si deve riportare il primo valore alla componente continua, cioè l'armonica di ordine 0 e non partire con 1.

```
oa = (0:N/p-1);
```

```
%STAMPA ANDAMENTO |B|r
figure(20)
hold on
plot(thetam1,Bn1,'-r')
plot(thetam1,FBn1,'-b')
grid on
hleg1 = legend('barrier','solid');
set(hleg1,'Location','SouthEast');
hold off
xlim([min(dgr) max(dgr)])
xlabel('\theta_{m} [°]')
ylim([-2.5 2.5]);
ylabel('Bn [T]')
title('Confronto andamenti induzione al traferro per \theta_{m} = 0°')
print -dpsc figureB+BS_F4091R.eps
```

```
%STAMPA MODULO ARMONICHE
Y(:,1) = abs(NTr1(1:N/2));
Y(:,2) = abs(NFFTUr(1:N/2));
figure(80)
h = bar(oa,Y);
set(h(1),'facecolor','red');
set(h(2),'facecolor','green');
hleg1 = legend('fem','analitico');
set(hleg1,'Location','NorthEast');
set(gca,'XTick',1:2:37)
set(gca,'XTickLabel',{'1',...,'35'})
xlim([0 36])
ylim([0 0.5])
xlabel('ordine armonico')
ylabel('modulo armonica')
```

```
title('armoniche potenziale di rotore e \theta_{m} = 0°')
grid minor
print -dpsc BARUrAF4091R.eps

%STIMA EFFETTO DELLE BARRIERE DI ROTORE
%STAMPA ANDAMENTO |B|r
figure(30)
hold on
plot(thetam1,Bnr1/max(Bnr1),'-b')
plot(dgr,Ur/max(Ur),'-r')
grid on
hleg1 = legend('fem','analitico');
set(hleg1,'Location','SouthEast');
hold off
xlim([min(dgr) max(dgr)])
xlabel('\theta_{m} [°]')
ylim([-1.5 1.5]);
ylabel('Ur [p.u.]')
title('confronto Potenziale Magnetico di Rotore')
print -dpsc figureUrAF4091R.eps
```

APPENDICE E

PLOT ED ANALISI PUNTUALE

Il programma di simulazione agli elementi finiti utilizzato permette di rilevare l'induzione ed il suo modulo sia attraverso una linea di plot nella schermata dei risultati, che attraverso un'analisi puntuale sulla stessa interfaccia. Dato che la permeabilità magnetica μ può invece essere rilevata solamente dall'analisi puntuale, si è proceduto per entrambi i valori in questo senso. Sovrapponendo i differenti risultati, come da aspettative, si è trovata una corretta corrispondenza, salvo alcuni piccoli probabili errori numerici imputabili o alle operazioni di calcolo del modulo o alla diversa approssimazione presente nei risultati forniti dal programma nei due metodi. In figura E.1 è riportato questo tipo di confronto per due diverse percentuali della corrente di picco dei punti corrente, così da avere differenti andamenti della saturazione nei due casi limite.

Ovviamente per poter paragonare i due risultati si sono rilevati i valori sugli stessi punti fisici della geometria del rotore, nel caso dello strumento plot con un arco definito da due punti e dal proprio angolo, nel caso dell'analisi puntuale seguendo lo stesso tracciato, con lo stesso numero di punti (attraverso il ciclo *for* sotto riportato).

```
for ang = 0, 90.1, 0.1 do
  x = (Di/2-g-0.1)*cos(ang)
  y = (Di/2-g-0.1)*sin(ang)
  Are, Aim,
  B1re, B1im,
  B2re, B2im,
  Sig, E,
  H1re, H1im,
  H2re, H2im,
```

```

Jere, Jeim, Jsre, Jsim,
Mu1re, Mu1im,
Mu2re, Mu2im,
Pe, Ph = getpointvalues(x,y)
    handle = openfile("risults"..pc.."..txt","a");
        write(handle, ang, "\t")
        .... -- istruzione write per ogni valore
    closefile(handle);
end

```

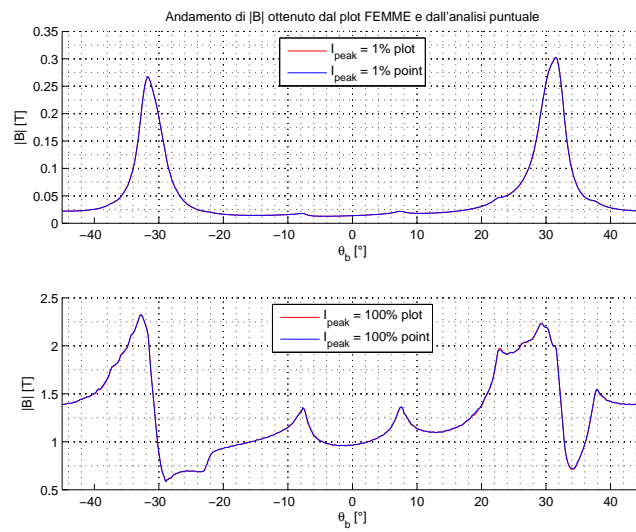


Figura E.1: confronto dei risultati tra andamento del metodo *plot* e del metodo *point* per l'angolo di barriera $\theta_b = 32, 72^\circ$.

APPENDICE F

CONTENUTO ARMONICO U_r

Contenuto armonico del potenziale di rotore ottenuto per via analitica e come differenza delle simulazioni FEMME, secondo appendice D per due angoli campione.

armonica	40,91		41,54	
	analitico	fem	analitico	fem
0	0,0000000000	0,0002171892	0,0000000000	0,0002529746
1	1,0000000000	1,0000000000	1,0000000000	1,0000000000
2	0,0000000000	0,0003182188	0,0000000000	0,0002342675
3	0,3022421071	0,3093551171	0,3169793160	0,3148098781
4	0,0000000000	0,0003135249	0,0000000000	0,0002345284
5	0,1477755425	0,1579723340	0,1687371806	0,1679586382
6	0,0000000000	0,0003088282	0,0000000000	0,0002349149
7	0,0731330294	0,0850479578	0,0976217386	0,0984543232
8	0,0000000000	0,0003017878	0,0000000000	0,0002354160
9	0,0273529711	0,0398635721	0,0531464711	0,0557177556
10	0,0000000000	0,0002955068	0,0000000000	0,0002359562
11	0,0031892800	0,0089321588	0,0218014315	0,0260747463
12	0,0000000000	0,0002902917	0,0000000000	0,0002364684

13	0,0236590832	0,0129528653	0,0014364555	0,0044557832
14	0,0000000000	0,0002859852	0,0000000000	0,0002368879
15	0,0365422477	0,0280627730	0,0188110712	0,0117476023
16	0,0000000000	0,0002852957	0,0000000000	0,0002371598
17	0,0433379470	0,0376969611	0,0314720383	0,0234451802
18	0,0000000000	0,0002847075	0,0000000000	0,0002372600
19	0,0451671599	0,0427989873	0,0400985381	0,0315141995
20	0,0000000000	0,0002874206	0,0000000000	0,0002372156
21	0,0430127219	0,0440961608	0,0451669472	0,0364917879
22	0,0000000000	0,0002895711	0,0000000000	0,0002370945
23	0,0378106004	0,0422292411	0,0470767727	0,0387466897
24	0,0000000000	0,0002921022	0,0000000000	0,0002370019
25	0,0304733615	0,0378998799	0,0462121627	0,0387048049
26	0,0000000000	0,0002947303	0,0000000000	0,0002370487
27	0,0218807616	0,0317494144	0,0429706453	0,0366861235
28	0,0000000000	0,0002946840	0,0000000000	0,0002373291
29	0,0128549541	0,0244118413	0,0377735409	0,0330994779
30	0,0000000000	0,0002960043	0,0000000000	0,0002378795
31	0,0041303489	0,0164685180	0,0310653586	0,0282739736

Tabella F.1: contenuto armonico in p.u. per i due angoli di barriera indicati con confronto analitico VS fem