



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI
"M.FANNO"**

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN ECONOMIA

PROVA FINALE

**"TOTAL BETA: UNA MISURA ALTERNATIVA AL CAPITAL ASSET
PRICING MODEL"**

RELATORE:

CH.MA PROF.SSA Cinzia Baldan

LAUREANDA: Maddalena Ghidini

MATRICOLA N. 1113052

ANNO ACCADEMICO 2017 – 2018

INDICE:

- INTRODUZIONE (pagina 5)

- CAPITOLI:
 1. The Capital Asset Pricing Model
 - 1.1. I concetti di base (pagina 6)
 - 1.2. I tipi di rischio e di portafoglio (pagina 8)
 - 1.3. Le tre ipotesi e le equazioni del CAPM (pagina 10)
 - 1.4. L'ideazione del modello (pagina 14)
 - 1.5. Il premio per il rischio e il costo del capitale (pagina 16)

 2. Il modello del Total Beta
 - 2.1. Le figure degli investitori (pagina 22)
 - 2.2. Il Beta e il Total Beta (pagina 24)
 - 2.3. La derivazione del nuovo Beta tramite il portafoglio di due asset (pagina 26)
 - 2.4. Le critiche rivolte al Total Beta (pagina 30)
 - 2.5. Le difese alla nuova teoria (pagina 33)

- OSSERVAZIONI CONCLUSIVE (pagina 35)

- BIBLIOGRAFIA (pagina 38)

INTRODUZIONE:

L'elaborato tratta una delle tematiche di maggior rilievo in finanza aziendale, vale a dire una teoria che possa essere utile ad un investitore al fine di scegliere un portafoglio efficiente. Le possibili ipotesi analizzate sono due: la prima, il Capital Asset Pricing Model (d'ora in poi CAPM), è quella più utilizzata nella finanza moderna; la seconda (Total Beta) è invece una nuova teoria che incontra opinioni tra loro contrastanti. Quest'elaborato esplicita e dimostra entrambe le teorie, ma si focalizza soprattutto sul nuovo modello del Total Beta, e su come questo potrebbe fornire un punto di svolta per l'analisi del mercato delle società non quotate in Borsa.

Nel primo capitolo si parlerà della teoria del Capital Asset Pricing Model: si analizzeranno concetti di base come le definizioni di rendimento, di volatilità, e anche la differenza tra rischio specifico e rischio sistematico, fino ad arrivare a come trovare il portafoglio ottimale per qualunque investitore che voglia ottenere il massimo rendimento possibile, dato il livello di volatilità che è disposto ad accettare. In questo capitolo viene inoltre esposta l'ideazione del modello seguita dalla valutazione di un investimento tramite la stima del costo del capitale.

Nel secondo capitolo si analizzerà la nuova teoria del Total Beta, e si mostrerà come questa può essere considerata un'alternativa valida al CAPM. Si farà un confronto tra il Beta e il Total Beta, analizzando quale volatilità sia più opportuna usare nei vari mercati, e si dimostrerà la formula del nuovo Beta tramite l'utilizzo e l'esempio di un portafoglio composto da due asset: un'attività che rappresenti la quota investita nel portafoglio di mercato e l'altra attività che indichi la quota investita in un'azienda non quotata nel mercato.

Si illustreranno inoltre le critiche rivolte alla nuova teoria e le relative difese dei sostenitori.

Nelle osservazioni conclusive infine si analizzeranno le ipotesi alla base della nuova teoria del Total Beta, le differenze, e l'utilizzo appropriato del modello appena citato e del Capital Asset Pricing Model, riconoscendo i limiti e i vantaggi di entrambe le teorie.

CAPITOLO 1: The Capital Asset Pricing Model

1.1 I concetti di base

Il Capital Asset Pricing Model (CAPM) è il modello più importante e più utilizzato per la stima del costo del capitale, utilizzato per descrivere la relazione presente tra il rendimento di un titolo e la rischiosità del titolo stesso (Berk, De Marzo, 2015).

Il CAPM è una teoria dell'equilibrio: l'intuizione chiave è che i rendimenti attesi più elevati corrono il rischio maggiore di peggiorare nei periodi di crisi, il Beta è una misura di questo. I titoli o le classi di attività con Beta elevati tendono a peggiorare in tempi difficili rispetto a quelli con Beta bassi (Burton, 1998).

Per riuscire a quantificare la relazione esistente tra il rischio e il premio per esso, si devono per prima cosa individuare gli strumenti per poterli misurare (Berk, De Marzo, 2015).

Si devono quindi definire i concetti di rischio e rendimento, Markowitz (1959) ha affermato che un portafoglio si aspetta un ritorno e un rischio. Il rendimento atteso è legato al rendimento atteso dei titoli, ma il rischio è più complicato. Il rischio è legato ai rischi dei singoli componenti e alle correlazioni (Burton, 1998).

A titoli diversi corrispondono prezzi differenti, e di conseguenza flussi di cassa diversi: per rendere dunque i titoli comparabili si utilizzano i rendimenti, che si definiscono come un incremento percentuale nel valore di un investimento per ogni euro o dollaro investito all'inizio; a ogni titolo rischioso possono corrispondere diversi rendimenti, e ognuno dei rendimenti ha una data probabilità di verificarsi, e l'insieme di questi rendimenti definisce la distribuzione di probabilità di verificarsi (p_R).

Data la distribuzione di probabilità si può dunque stabilire la media ponderata dei possibili rendimenti, in cui i pesi corrispondono alle probabilità, e si definisce rendimento atteso il valore che forma il punto d'equilibrio della distribuzione:

(Formula 1.1)

$$E [R] = \sum_R p_R R.$$

La varianza, che è la dispersione della distribuzione del rendimento, e la deviazione standard, che è la radice quadrata della varianza, rappresentano le misure comuni del rischio della distribuzione di probabilità: se il rendimento è privo di rischio la varianza sarà nulla, altrimenti essa crescerà all'aumentare della sua deviazione dalla media; solitamente si utilizza maggiormente come misura la deviazione standard, chiamata anche volatilità, che viene

preferita in quanto ha la stessa unità di misura dei rendimenti. Per calcolare i rendimenti medi e la volatilità si utilizzano i dati storici, questi dati sono utili per stimare la distribuzione dei rendimenti che gli investitori si aspetteranno nel futuro (Berk, De Marzo, 2015).

Il rendimento di un'impresa può essere inteso come l'ammontare di valore incrementale o decrementale creato da un'azienda e comprende la somma di denaro disponibile come somma dei dividendi e dell'apprezzamento del capitale sull'investimento sottostante, cioè l'ammontare di entrate o perdite e/o di variazioni di valore su un investimento, espresso come percentuale del suddetto investimento. Il modello del CAPM si può quindi riassumere come modello che utilizza la misura del rischio rilevante delle attività rischiose per determinare un appropriato tasso previsto per i rendimenti delle attività (Von Helfenstein, 2009).

Due importanti definizioni da distinguere sono quelle di rendimento realizzato e di rendimento annuo medio: essi rappresentano, rispettivamente, i rendimenti ottenuti in un determinato periodo in cui si osserva un solo valore della distribuzione di probabilità, e la media dei rendimenti realizzati ogni anno; quest'ultimo, cioè il rendimento annuo medio, rappresenta anche la stima del rendimento atteso.

Come accennato prima, la variabilità dei rendimenti è molto differente per ogni investimento, ed essa si stima tramite la deviazione standard della distribuzione di probabilità; sorge però una difficoltà, in quanto non si può conoscere esattamente la media reale: si utilizza così una stima, quest'ultima rappresentata dal rendimento medio realizzato.

Nel lungo periodo i rendimenti medi realizzati equivalgono ai rendimenti attesi, a patto che gli investitori non siano pessimisti o ottimisti, e si possono quindi usare i rendimenti medi per ricavare i rendimenti attesi; tuttavia, i rendimenti medi, essendo però solo una stima dei rendimenti attesi, sono soggetti a errori di stima. Tale errore di stima viene misurato attraverso l'errore standard, che è equivalente alla deviazione standard del valore stimato della media sul valore medio, il quale non è altro che la deviazione standard del rendimento medio.

Un'ulteriore importante distinzione da fare tra i rendimenti è quella del rendimento in eccesso: esso rappresenta la sottrazione tra il rendimento medio di un investimento e il rendimento medio di un titolo del tesoro, l'equivalente di un investimento privo di rischio; il rendimento in eccesso misura dunque il premio per il rischio per gli investitori, per l'equivalente rischio dovuto all'investimento.

È importante ricordare che gli investitori sono avversi al rischio, e dunque coloro che sono disposti ad intraprendere un investimento con rischio maggiore saranno remunerati con rendimenti medi maggiori per ricompensarli del rischio extra. Gli investimenti con rischio maggiore sono caratterizzati da una deviazione standard più grande per cui il rendimento

dovrebbe aumentare in proporzione alla volatilità: tale affermazione è valida solo per portafogli di grandi dimensioni, contenenti quindi un alto numero di titoli, non è quindi valida per singole azioni; in conclusione possiamo affermare che la volatilità di un singolo titolo sia diversa da quella di un portafoglio composto da titoli simili (Berk, De Marzo, 2015).

1.2 I tipi di rischio e di portafoglio

Nel modello del CAPM, il rischio può essere inteso come grado di incertezza, o mancanza di questa, di raggiungere le future aspettative nei tempi e negli importi previsti (Von Helfenstein, 2009).

I rischi relativi ai titoli sono di diverso tipo, e vi sono diverse tipologie di distinzione dei rischi; la distinzione principale che può essere fatta è quella tra rischio comune e rischio indipendente: il primo rischio è basato sulla correlazione tra i titoli, e porta a formare un portafoglio rischioso; il secondo rischio invece non si basa sulla correlazione tra i titoli del portafoglio ma contribuisce a formare un portafoglio poco rischioso e si può diminuire e azzerare tramite la diversificazione; il metodo della diversificazione è appunto utilizzato per ridurre il rischio di fallimento (Berk, De Marzo, 2015).

Un' ulteriore divisione dei rischi è quella tra rischio d'impresa e rischio finanziario: il rischio d'impresa è il grado d'incertezza di realizzare i rendimenti attesi in futuro dell'impresa, risultante dai fattori oltre che dalla leva finanziaria; il rischio finanziario è invece il grado d'incertezza di realizzare i rendimenti attesi futuri dell'impresa risultante dalla leva finanziaria (Von Helfenstein, 2009).

L'ultima distinzione che si può indicare fra le tipologie di rischio è quella riguardante il rischio specifico o diversificabile e il rischio sistematico o non diversificabile. Il rischio specifico si basa sugli avvenimenti riguardanti un'impresa nello specifico, che sono rischi indipendenti non correlati tra le varie imprese: questo è il rischio diversificabile, che può essere eliminato tramite la diversificazione, poiché in un portafoglio all'aumentare del numero di imprese operanti in settori diversi, la volatilità diminuisce. Il rischio non diversificabile è invece quello riguardante l'economia nel suo complesso, il mercato generale, ed è un rischio comune, che non può essere eliminato tramite la diversificazione perché coinvolge tutte le imprese in quanto operanti in un contesto complesso.

Nella realtà, non vi sono imprese che sono caratterizzate da un solo tipo di rischio, per le quali tramite la diversificazione, la volatilità si riduce fino a quando rimane solo quella dovuta al rischio sistematico; tutto ciò può accadere solamente se si trattasse di un portafoglio di grandi dimensioni, e in questo caso tale portafoglio avrebbe volatilità minore rispetto a ognuno dei

titoli in esso contenuti. La volatilità di un'azione misura infatti il rischio totale, non è quindi utile a determinare il premio per il rischio che gli investitori otterranno.

Gli investitori avversi al rischio sono ricompensati per il rischio sistematico, perché il premio per il rischio diversificabile è nullo.

Per riuscire a stimare il rendimento atteso di un titolo si deve riuscire a trovare una misura del rischio sistematico dello stesso titolo, ossia si deve distinguere quanto della variabilità del suo rendimento è dovuta al rischio sistematico e quanto a quella diversificabile. Trovando un portafoglio che subisce fluttuazione solo al rischio sistematico si può determinare la sensibilità di un titolo al rischio sistematico; il portafoglio contenente solo rischio sistematico è il portafoglio efficiente, che non si può diversificare, e per il quale non si può ridurre il rischio senza ridurre i rendimenti attesi. Il portafoglio efficiente è un portafoglio di grandi dimensioni, esso dovrebbe coincidere con il portafoglio di mercato, un portafoglio che contiene tutte le possibili azioni e titoli presenti sul mercato.

Per trovare la sensibilità al rischio sistematico si utilizza il Beta: la percentuale attesa nel rendimento in eccesso di un titolo per una variazione percentuale del rendimento in eccesso del portafoglio di mercato, tramite esso si può stimare il premio per il rischio che richiedono gli investitori, per ricompensarli sia del valore temporale del denaro e sia per il rischio sistematico che sopportano si deve calcolare il costo del capitale di un investimento (Berk, De Marzo, 2015).

Individuare il costo del capitale significa trovare il migliore rendimento atteso possibile nel mercato su investimenti con rischio simile, cioè per derivare il costo del capitale appropriato per capitalizzare i rendimenti futuri attesi per gli stakeholders (Margulius, Krasner, Melancon, 2005).

Il Capital Asset Pricing Model è il metodo per individuare un investimento con rischio simile. Un investimento si può definire tale se ha la stessa sensibilità al rischio di mercato: questa sensibilità, come sopra accennato è misurata dal Beta del portafoglio in relazione al portafoglio di mercato.

Con il termine “portafoglio di mercato” precisamente s'intende un portafoglio che comprende l'offerta totale di titoli, in cui le proporzioni totali dei titoli dovrebbero corrispondere ai rispettivi pesi sul totale del mercato: tale portafoglio comprende quindi quantità maggiori dei titoli più grandi e quantità minori dei titoli più piccoli (Berk, De Marzo, 2015). L'operazione per costituire il portafoglio di mercato è chiamata diversificazione: gli effetti del rischio specifico d'impresa di un'attività individuale sono eliminati posizionando gli asset nel portafoglio composto (portafoglio di mercato) da tutti gli asset rischiosi in proporzione ai loro

valori di mercato, molti studi affermano che servano molti valori per ottenere i pieni benefici di una perfetta diversificazione (Von Helfenstein, 2009).

L'investimento in ciascuno titolo i è proporzionale alla capitalizzazione di mercato del titolo, che corrisponde al valore totale delle azioni di quel suddetto titolo in circolazione; questo portafoglio è chiamato portafoglio *value-weighted*:

Formula 1.2

$MV_i = n^\circ \text{ azioni } i \text{ in circolazione} \times \text{prezzo per azione}$,

Per calcolare il peso di ogni titolo nel portafoglio, si può utilizzare la formula:

Formula 1.3

$$x_i = \frac{\text{valore di mercato di } i}{\text{valore totale di mercato di tutti i titoli}} = \frac{MV_i}{MV}$$

Il portafoglio *value-weighted* è chiamato anche portafoglio *equal-ownership*: infatti se la quota proprietaria è la stessa: si tiene la stessa proporzione del numero di azioni in circolazione per ogni titolo. Un portafoglio *value-weighted* è considerato anche un portafoglio di tipo passivo, in quanto per mantenerlo è sufficiente un numero ridotto di scambi; infatti anche se i prezzi cambiassero non servirebbe effettuare cambi, tranne nel caso in cui non cambi il numero di azioni in circolazione di qualche titolo.

Solitamente per individuare un portafoglio efficiente bisognerebbe avere la conoscenza dei rendimenti attesi, delle volatilità e delle correlazioni di tutti gli investimenti; poiché però questi sono molto difficili da prevedere, il CAPM permette tramite le scelte ottimali degli investitori di determinare il portafoglio efficiente come portafoglio di mercato, contenente tutte le azioni e i titoli sul mercato (Berk, De Marzo, 2015).

1.3 Le 3 ipotesi e le equazioni del CAPM

Vi sono 3 ipotesi a cui il modello in questione deve sottostare:

1. Gli investitori sono liberi di comprare e vendere i titoli al prezzo di mercato, senza costi di transazione o di imposte, e a loro volta possono ricevere o dare o prestare denaro con un tasso d'interesse senza rischio;
2. Ogni investitore sceglie il portafoglio con il più alto rendimento atteso conoscendo il rischio che sono disposti ad accollarsi;

3. Tutti gli investitori si basano sugli stessi modelli e dati storici che sono pubblici e disponibili quindi useranno tutti gli stessi dati e otterranno stime tra loro molto simili; si parla così di aspettative omogenee, e questa è un'ipotesi che serve per semplificare il modello del CAPM e porta a concludere che tutti gli investitori useranno lo stesso portafoglio di mercato (Berk, De Marzo, 2015).

Il portafoglio di mercato viene usato nel modello come termine di paragone per individuare il rendimento atteso di un investimento; a sua volta, il rendimento atteso è costruito dal suo Beta con portafoglio efficiente.

L'equazione del CAPM per il rendimento atteso è la seguente:

Formula 1.4

$$E [r_i] = r_f + \beta_{im} (E [r_m] - r_f),$$

nella quale r_i e r_m sono rispettivamente il rendimento del titolo in questione e il rendimento del portafoglio di mercato, r_f rappresenta il rendimento privo di rischio e $\beta_{im} (E [r_m] - r_f)$ rappresenta il premio per il rischio del titoli i (Berk, De Marzo, 2015).

Il tasso privo di rischio è il rendimento ottenuto con un rischio nullo quindi il rischio d'insolvenza è remunerato con il rendimento offerto dal titolo (Lanzavecchia, 2001).

Il termine β_{im} rappresenta la volatilità del titolo al rischio di mercato in rapporto al rischio di mercato, cioè la sensibilità del suddetto titolo al rischio del mercato, e può essere calcolato nel modo seguente:

Formula 1.5

$$\beta_{im} = \frac{\text{Cov}(r_i, r_m)}{\text{Var}(r_m)},$$

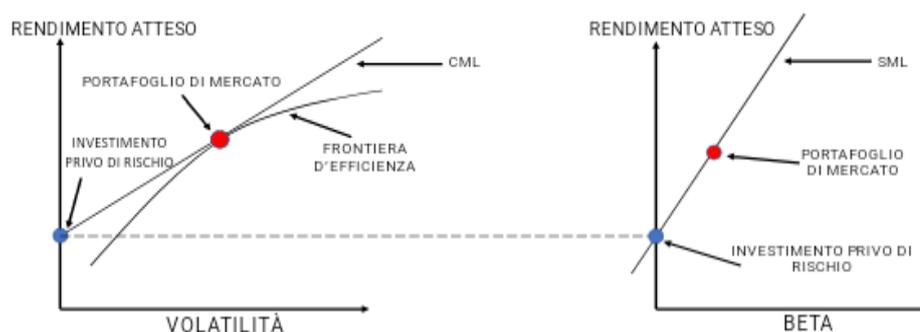
dove β_{im} è la covarianza tra il rendimento del titolo e del portafoglio di mercato in rapporto alla varianza del rendimento del portafoglio di mercato; se si trattasse invece del Beta di un portafoglio si troverebbe come media ponderata dei Beta dei singoli titoli che compongono il portafoglio (Galagedera, 2007).

Il Beta rappresenta il rischio dell'investimento: ciò si può affermare in quanto in un mercato concorrenziale gli investimenti con rischio simile hanno gli stessi rendimenti attesi e il rischio specifico d'impresa viene eliminato attraverso la diversificazione del portafoglio, così il Beta rimane nel CAPM l'unica misura del rischio.

Date per valide le tre ipotesi iniziali si può dunque affermare e dimostrare che il portafoglio efficiente è dato dal portafoglio di mercato.

L'equazione del Capital Asset Pricing Model implica che è presente una relazione tra il Beta del titolo e il proprio rendimento atteso; questa relazione è racchiusa nella retta chiamata Security Market Line (SML), la quale dovrebbe contenere tutti i singoli titoli. La tangente raffigurata nel primo grafico (Figura 1.1) rappresenta il più alto rendimento atteso che si può ottenere per ogni grado di volatilità; essa, quando passa per il portafoglio di mercato, è chiamata Capital Market Line (CML), e secondo il modello ogni investitore sceglie un portafoglio sulla CML. La SML è invece una retta in funzione del rendimento atteso per ogni titolo con il beta del suddetto titolo del mercato.

Figura 1.1



Il primo grafico traccia la combinazione di rendimenti attesi e il rischio del portafoglio dei titoli, la curva risultante è un'iperbole chiamata Frontiera della varianza minima, chiamata anche "proiettile di Markowitz", essa rappresenta la frontiera efficiente in quanto indica solo i portafogli che hanno media e varianza efficienti (Von Helfenstein, 2009).

Trovando stime di correlazione di rischio/rendimento, si possono trovare dei portafogli efficienti e di conseguenza si possono ottenere rendimenti maggiori per un dato rischio, e meno rischio per un dato rendimento: in questo consiste l'efficienza secondo Markowitz (1959) (Burton, 1998).

Se tutti gli investitori scegliessero il loro portafoglio d'investimento sulla retta della Capital Market Line, il portafoglio tangente con la frontiera sarebbe il portafoglio efficiente, e di conseguenza, il portafoglio di mercato.

Secondo Galagedera U.A. (2007) la SML e la CML sono le due relazioni fondamentali per derivare il Capital Asset Pricing Model: la Capital Market Line, che specifica il rendimento atteso che un investitore individuale riceve per un determinato portafoglio, è data dalla formula seguente:

Formula 1.6

$$E[r_p] = r_f + \sigma_p \{ E[r_m] - r_f \} / \sigma_m,$$

nella quale r_p , r_f e r_m sono rispettivamente il rendimento del portafoglio, il rendimento del titolo privo di rischio e il rendimento del portafoglio di mercato, mentre σ_p e σ_m sono rispettivamente la deviazione standard del rendimento del portafoglio e la deviazione standard del rendimento del portafoglio di mercato.

La Security Market Line esprime invece i rendimenti che un singolo investitore può aspettarsi in termini del tasso privo di rischio e dei relativi rischi di un titolo del portafoglio.

Un'ipotesi importante su cui si basa il CAPM è che tutto il rischio diversificabile venga eliminato, per cui il portafoglio di mercato e il titolo privo di rischio dominano i titoli rischiosi. Il Beta, che misura la sensibilità al rischio, può essere ottenuto stimando la Security Characteristic Line (SCL): essa mette in relazione il rendimento del titolo i con il rendimento in eccesso di un indice di mercato efficiente al tempo t :

Formula 1.7

$$SCL: r_{it} - r_{ft} = \eta_i + b_{im} (r_m - r_{ft}) + \varepsilon_{it}.$$

Nella formula esposta, il termine η_i indica la costante del rendimento guadagnato in ogni periodo, mentre b_{im} è la stima di β_{im} , che è la variabile esplicativa nella seguente trasversale equazione:

Formula 1.8

$$r_{it} = \gamma_0 + \gamma_1 b_{im} + u_{it},$$

in cui la variabile γ_0 è il rendimento atteso del portafoglio del Beta zero che rappresenta il tasso privo di rischio, mentre γ_1 mostra invece il premio per il rischio di mercato che è significativamente diverso da zero e positivo.

Usando le formule sopra indicate si può testare il CAPM, e si possono verificare le seguenti ipotesi:

- I valori stimati di b_{im} sono le vere stime dei valori di β_{im} storici;
- Il portafoglio di mercato utilizzato negli studi empirici è la proxy adeguata del portafoglio efficiente di mercato, per la misura del premio al rischio storico;
- La specificazione del CAPM è corretta.

Prese per vere le tre ipotesi del CAPM, nella security market line gli investitori chiedono un premio per il rischio comparabile a quanto guadagnerebbero se assumessero lo stesso rischio sistematico investendo nel portafoglio di mercato: tutti gli investitori hanno come obiettivo quello di massimizzare l'indice di Sharpe (Formula 1.9). Il suddetto indice misura il rapporto premio-volatilità fornito da un portafoglio: ogni investitore deve individuare il portafoglio ottimo da combinare con l'attività priva di rischio che risulterà essere il portafoglio che massimizza l'indice in questione, e che corrisponderà al portafoglio efficiente.

Formula 1.9

$$\text{Indice di Sharpe} = \frac{\text{rendimento in eccesso del portafoglio}}{\text{volatilità del portafoglio}},$$

(Galagedera, 2007).

Il rapporto di Sharpe, in conclusione valuta il livello di rischio accettato da un fondo rispetto al rendimento che offre (Burton, 1998).

1.4 L'ideazione del modello

La formulazione del CAPM è dovuta a Harry Markowitz, James Tobin, Merton Miller e William Sharpe, i quali hanno vinto il premio Nobel per l'economia nel 1990; insieme essi sono giunti alla teoria che il rischio di un titolo azionario è la deviazione standard dei suoi rendimenti, ed inoltre hanno capito che: più grande è la deviazione standard dei rendimenti, maggiore sarà il rischio.

Markowitz è stato il primo ad aver sviluppato la misura specifica del rischio del portafoglio e a derivare i rendimenti attesi e il rischio del portafoglio; ha scoperto che in un portafoglio composto da titoli rischiosi la deviazione standard del rischio del portafoglio è minore della somma della deviazione standard delle sue parti: quando due titoli non perfettamente correlati sono combinati tra loro l'incertezza prevista del portafoglio diventa più piccola di quella di un

singolo titolo preso individualmente; più titoli vengono aggiunti più ogni titolo è meno perfettamente correlato con gli altri, e il rischio di portafoglio continua a scendere rispetto al suo rendimento atteso fin quando l'investitore rimane solo con il rischio associato al mercato. Markowitz ha definito il rischio come incertezza, e quantifica il concetto in termini della varianza dei rendimenti attesi del titolo: gli investitori sono avversi al rischio e richiedono un compenso per l'esposizione al rischio (Margulius, Krasner, Melancon, 2005).

Il contributo di Tobin (1958) è dato dal teorema di separazione, il quale afferma che si può separare il problema dal trovare prima quella combinazione ottimale di titoli rischiosi e poi decidere se prestare o prendere in prestito, a seconda dell'atteggiamento nei confronti del rischio.

Sharpe, connettendo un portafoglio a un singolo fattore di rischio, ha notevolmente semplificato il lavoro di Markowitz.

Sharpe ha calcolato che il rendimento atteso di un portafoglio dipende esclusivamente dalla sua relazione Beta-mercato globale. Il CAPM aiuta a misurare il rischio del portafoglio e il rendimento che un investitore può aspettarsi per assumersi tale rischio (Burton, 1998).

Il soggetto in questione ha sviluppato invece un indice efficiente per il modello: il rendimento di un titolo azionario sicuro è collegato al rendimento di un indice comune, potrebbe essere qualsiasi variabile che abbia un'influenza dominante sui rendimenti senza aver bisogno degli indici sui titoli azionari; il singolo indice inoltre potrebbe essere esteso anche al portafoglio: estenderlo al portafoglio è possibile in quanto i rendimenti attesi sul portafoglio sono una media ponderata dei rendimenti attesi dei titoli individuali.

Sharpe è inoltre il primo a distinguere i due tipi di rischio: il primo tipo è il rischio non sistematico, diversificabile, che è la componente del rischio di portafoglio che può essere eliminata dall'incremento della dimensione del portafoglio, quindi costruendo un portafoglio ben diversificato; il secondo tipo di rischio è quello sistematico, non diversificabile, che è associato al movimento generale nel mercato, e che spesso è riferibile al rischio di mercato, il quale è una componente del rischio totale che a sua volta non può essere eliminata tramite la diversificazione. Il mercato non dovrebbe ricompensare un investitore per essersi esposto al rischio non sistematico, bensì ricompensare solo per il grado di rischio sistematico a cui si è esposti, misurato dal Beta (Margulius, Krasner, Melancon, 2005).

Il modello sviluppato da Sharpe riguarda i tassi di rendimento attesi di un titolo individuato come misura del rischio sistematico (Galagedera, 2007).

Come affermano Margulius M.S. *et al.* (2005) vi è una relazione tra la dimensione di un'azienda e i rendimenti attesi: il CAPM non tiene pienamente conto dei rendimenti di una piccola azienda nel lungo termine, e solo il rischio sistematico infatti viene ricompensato.

1.5 Il premio per il rischio e il costo del capitale

Per applicare il Capital Asset Pricing model si stima in primo luogo il costo del capitale proprio dell'impresa analizzando gli aspetti pratici per individuare il portafoglio di mercato, per poi sviluppare il costo del capitale di debito dell'impresa; infine si analizza il costo del capitale unlevered di imprese comparabili per valutare l'investimento in un nuovo progetto; l'ultima applicazione del CAPM è il concetto di costo medio ponderato, utile per valutare nuovi progetti senza ricorrere all'indebitamento.

Dopo aver individuato il portafoglio di mercato, un altro fattore da determinare è il premio per il rischio, esso rappresenta il rendimento atteso in eccesso del portafoglio di mercato ed è il metodo di paragone per misurare la propensione degli investitori ad accollarsi il rischio di mercato. Per poterlo stimare si deve determinare il tasso di interesse privo di rischio da utilizzare nel CAPM. Il tasso di interesse privo di rischio rappresenta il tasso a cui gli investitori possono dare/ricevere prestiti, ed esso si determina utilizzando i rendimenti dei titoli di stato degli Stati Uniti d'America. Questi titoli del tesoro non hanno rischio di default, ma non scegliendo il termine adeguato, ovvero quello uguale all'orizzonte di investimento, questi titoli possono essere influenzati dal rischio del tasso d'interesse; il modello CAPM si può però allargare per permettere di utilizzare diversi orizzonti di investimento in modo che il tasso privo di rischio corrisponda al rendimento di un orizzonte medio, anche se molte imprese per determinare il tasso privo di rischio utilizzano i rendimenti delle obbligazioni, che sono a lungo termine generalmente da 10 a 30 anni.

Dopo la determinazione del premio per il rischio e del tasso privo di rischio, per applicare il modello preso in esame bisogna stabilire il Beta che, come dimostrato, si può definire come la misura del rischio dei rendimenti appropriata per un investitore ben diversificato. Non potendo conoscere il Beta futuro di un titolo si deve utilizzare la stima del Beta calcolata in base alla volatilità storica del titolo in questione, questo metodo è fattibile solo nel caso in cui il titolo sia rimasto relativamente stabile nel corso del tempo.

Il Beta, come prima accennato, si può anche considerare come variazione percentuale del rendimento di un titolo per una variazione dell'1% del rendimento del portafoglio di mercato: esso non è altro che la pendenza della retta di migliore adattamento dei rendimenti in eccesso del titolo rispetto ai rendimenti in eccesso del mercato (figura 1.1) (Berk, De Marzo, 2015).

Per la determinazione del costo del capitale è importante sottolineare che il rischio operativo è in funzione della volatilità dei rendimenti attesi dall'azienda, non influenza il costo del capitale nel complesso, al contrario il rischio finanziario è in funzione dell'indebitamento

aziendale: non influenza anch'esso il costo del capitale complessivo ma influenza il costo del capitale azionario e il costo del debito (Dallocchio, Salvi, 2004).

Il passo successivo per la stima del costo del capitale è l'individuazione della regressione lineare, ovvero l'utilizzo di una tecnica statistica che rappresenti la retta di migliore adattamento ottenuta da un insieme di punti. La retta è data dal rendimento in eccesso di un titolo, essa si ricava dall'addizione di tre elementi:

Formula 1.10

$$r_i - r_f = \alpha_i + \beta_i (r_m - r_f) + \varepsilon_i,$$

il simbolo α_i è la costante, chiamata intercetta della retta, che misura i risultati storici del titolo rispetto ai rendimenti attesi preannunciati dalla security market line; non è altro che la distanza da sopra o sotto la security market line e il rendimento medio del titolo. Secondo il Capital Asset Pricing Model, α_i non dovrebbe essere significativamente diverso da zero, ma è difficile da stimare con certezza senza avere a disposizione una serie temporale lunga. L'ultimo termine ε_i è invece il residuo, ovvero il termine d'errore, ed è la deviazione dalla retta di migliore adattamento; l'errore, dovrebbe essere nullo in quanto indica il rischio diversificabile del titolo e non è in relazione con il mercato; infine, il termine al centro $\beta_i (r_m - r_f)$ è la sensibilità del titolo al rischio del mercato.

A seconda della significatività del rischio di default dell'impresa si utilizzano rendimenti diversi: se tale rischio è ridotto si può utilizzare il rendimento a scadenza dell'obbligazione come stima del rendimento atteso degli investitori. Diverso è il caso in cui il rischio di default dell'obbligazione è significativo: il rendimento a scadenza del debito dell'impresa, sarà infatti maggiore al rendimento atteso degli investitori. La relazione del rendimento atteso è data da un'obbligazione a un anno con rendimento a scadenza y e inoltre per ogni $\text{€}I$ investito nell'obbligazione il titolo s'impegna a ottenere $(1 + y)\text{€}$ dopo un anno; se invece la perdita per $\text{€}I$ di debito con una data possibilità di fallimento p i proprietari di titoli riceveranno $(1 + y - L)\text{€}$. Il rendimento atteso dell'obbligazione sarà quindi:

Formula 1.1

$$r_d = (1 - p)y + p(y - L) = y - pL.$$

Il costo del capitale si può stimare in diversi modi: si può stimare ad esempio tramite il Beta del debito, utilizzando i rendimenti storici (come il beta del capitale proprio), anche se è un

procedimento difficile, mentre un altro metodo possibile è l'utilizzo della teoria delle opzioni e il Beta delle azioni (Berk, De Marzo, 2015).

Il costo del capitale di debito è il costo del capitale che un'impresa deve pagare sul proprio debito, indicazione che risulta utile anche quando si deve stimare il costo del capitale di un progetto. Questo costo non è altro che il tasso al quale la società potrebbe finanziare i propri debiti esistenti considerata la propria situazione economica corrente (Dallochio, Salvi, 2004).

Il costo del capitale di un progetto è il costo che serve per realizzarlo, e per determinarlo si deve prima di tutto stabilire se il progetto sia finanziato interamente con capitale proprio o se per realizzarlo si sia ricorso all'indebitamento. Il procedimento più comune per fare la stima di questo Beta è quello di determinare le imprese che siano compatibili e che operino nello stesso settore di attività del progetto, e successivamente stimare il costo del capitale degli asset delle imprese trovate e utilizzare tale stima come approssimazione per il costo del capitale del progetto.

Se si individuasse un'impresa interamente finanziata, nello stesso settore della società in questione, con capitale proprio, questa situazione rappresenterebbe l'eventualità più semplice per calcolare il costo del capitale di un progetto: non vi sarebbe per cui alcuna forma di indebitamento. Si potrebbe usufruire del Beta e del costo del capitale proprio dell'impresa comparabile per ottenere le stime di questi due indicatori, se l'investimento medio dell'impresa comparabile ha un rischio di mercato analogo a quello del progetto in questione.

Nell'eventualità più difficile, cioè quando l'impresa confrontabile è indebitata, e quindi si rimborsano sia i creditori che i proprietari di capitale proprio con i flussi di cassa generati dagli asset dell'impresa, inoltre questi due soggetti possiedono anche il diritto a tutti i flussi di cassa generati dagli investimenti dell'impresa. Il capitale proprio in questo caso risulta essere più rischioso per cui il Beta del capitale proprio di un'impresa finanziata con capitale di debito non risulta essere una buona stima del Beta delle sue attività e del progetto in questione. Il rendimento dell'impresa è uguale al rendimento del portafoglio contenente la combinazione di debito e del capitale proprio d'impresa, quindi il Beta dell'attività dell'impresa corrisponderà al Beta di tale portafoglio (Berk, De Marzo, 2015).

Nella situazione più complicata si ottiene che il costo del capitale di debito è il costo del capitale che un'impresa deve pagare sul proprio debito, indicazione che risulta utile anche quando si deve stimare il costo del capitale di un progetto. Questo costo non è altro che il tasso al quale la società potrebbe finanziare i propri debiti esistenti considerata la propria situazione economica corrente (Dallochio, Salvi, 2004).

Il costo del capitale unlevered che consiste nel costo del capitale delle attività, rappresenta il rendimento atteso di un portafoglio che corrisponde alla media ponderata dei rendimenti attesi

dei titoli contenuti in essi, i cui pesi indicano i valori di mercati relativi dei titoli controllati. Il costo di capitale unlevered può essere considerato anche come il rendimento atteso richiesto dagli investitori per detenere le attività sottostanti dell'impresa ed è misurato dalla media ponderata del costo del capitale proprio e del costo del capitale di debito dell'impresa. Ecco che si calcola tramite la seguente formula:

Formula 1.12

$$r_u = \frac{E}{E+D} r_E + \frac{D}{E+D} r_D.$$

Nella formula sopra indicata E rappresenta il valore totale del mercato del capitale proprio, D indica il valore totale del mercato del debito d'impresa comparabile, r_E è il costo del capitale proprio mentre r_D è il costo del capitale di debito.

Per stimare invece il Beta dell'attività d'impresa si utilizza la formula seguente:

Formula 1.13

$$\beta_u = \frac{E}{E+D} \beta_E + \frac{D}{E+D} \beta_D.$$

Solitamente il β_u e il costo del capitale unlevered sono superiori al Beta del capitale proprio, dato che il rischio del capitale proprio dell'impresa è mitigato dalle disponibilità di cassa. Questo è dovuto al fatto che le imprese sono solite tenere più soldi in cassa di quanto serva alla loro esigenza del ciclo operativo; questo fatto riduce il rischio medio delle sue attività, in quanto rappresenta un'attività in più priva di rischio presente nel bilancio dell'impresa. L'Enterprise Value è dato dalla somma del capitale proprio e del debito, sottratta la cassa in eccesso, questo valore rappresenta quindi l'indebitamento dell'impresa in termini di debito netto, e nel caso in cui il debito sia inferiore alla cassa, il debito netto sarà negativo e di conseguenza, il Beta e anche il costo del capitale unlevered saranno maggiori di quelli del capitale proprio.

I progetti possono essere più o meno sensibili al rischio, ecco che i Beta delle attività delle imprese riflettono il rischio di mercato del progetto medio. Un qualsiasi direttore finanziario, il quale dovrebbe valutare un nuovo investimento, deve cercare di confrontare il progetto in questione con il progetto medio e tali progetti dovrebbero essere valutati in base ai Beta di attività di imprese che operano in linee di attività simili.

La leva operativa è uno dei fattori che maggiormente influenzano il rischio di mercato di un progetto, essa indica l'influenza dei costi fissi e di quelli variabili sul totale dei costi: una

maggior rilevanza dei costi fissi farà crescere la sensibilità dei flussi di cassa del progetto al rischio di mercato, e di conseguenza, il Beta del progetto. I progetti soggetti a un'influenza dei costi fissi saranno caratterizzati da una leva operativa maggiore di quella media, di conseguenza avranno un costo del capitale più grande.

I mercati esistenti non sono mercati di capitali perfetti, anzi vi sono imperfezioni fiscali alle quali si tenta di rimediare. Nei mercati di capitali perfetti le scelte per la modalità di finanziamento non influenzano il costo del capitale o il valore attuale netto di un progetto, e infatti tutte le transazioni finanziarie sono a VAN zero e non ne influenzano il valore.

Nella realtà l'imperfezione fiscale permette alle imprese, in mancanza di mercati di capitali perfetti, di detrarre i pagamenti degli interessi sul debito dal reddito imponibile: se un'impresa pagasse sul proprio debito un tasso di interesse r il costo totale al netto delle imposte sarebbe uguale a $r(1 - \tau_c)$, nella quale τ_c indica l'aliquota fiscale societaria; nel concreto, un'impresa dalla deducibilità fiscale degli interessi passivi trarrebbe vantaggio tramite l'indebitamento. Per applicare questo vantaggio fiscale nel calcolo del valore attuale netto di un progetto si utilizza il costo del capitale al netto delle imposte, chiamato costo medio ponderato del capitale, o anche Weighted-Average Cost of Capital (WACC):

Formula 1.14

$$r_{wacc} = \frac{E}{E+D} r_E + \frac{D}{E+D} r_D (1 - \tau_c).$$

Basandosi sul costo del debito al netto delle imposte, il costo medio ponderato del capitale r_{wacc} si differenzia dal costo del capitale unlevered r_u in quanto quest'ultimo si basa sul costo del debito ante imposte: in altre parole, non è altro che un r_{wacc} prima delle imposte (Berk, De Marzo, 2015).

Il metodo del WACC è formato dal calcolo del costo del capitale di un'azienda in cui ogni parte del capitale viene pesata proporzionalmente: tutte le fonti di capitale, obbligazioni e ogni altro debito a lungo termine, sono inserite nella determinazione del WACC. Il costo medio ponderato del capitale è calcolato moltiplicando il costo di ogni componente del capitale per il proprio peso proporzionale; generalmente gli investimenti di un'azienda sono finanziati sia da debito, sia da capitale di rischio, ecco che il WACC è la media del costo di queste fonti di finanziamento, ciascuna delle quali viene ponderata in base al rispettivo uso. Essendo quindi una media ponderata questo metodo sintetizza la somma dei rendimenti che l'azienda paga per ogni dollaro con cui essa si finanzia. Si può affermare in conclusione che il WACC di un'azienda rappresenta il ritorno complessivo atteso: è il tasso di attualizzazione da

utilizzare opportunamente per i flussi di cassa che hanno un rischio simile a quello dell'impresa nel suo complesso (Miles, Ezzell, 1980).

CAPITOLO 2: Il modello del Total Beta

2.1 Le figure degli investitori

Il rischio di un investimento, come più volte ripetuto, può essere definito come la deviazione standard del rendimento del suddetto investimento. È importante riprendere anche il concetto di diversificazione: essa comporta il collocamento di singoli titoli di imprese rischiose, che non sono perfettamente correlate, in un portafoglio; se in questo portafoglio sono inseriti risorse o titoli sufficienti, il rischio specifico dell'impresa viene diversificato, ovvero il rischio specifico viene rimosso dalla volatilità del portafoglio. Dato il fenomeno e la possibilità della diversificazione, per la teoria finanziaria moderna il rischio specifico di un portafoglio ben diversificato non ha prezzo; gli investitori sono quindi soggetti solo al rischio sistematico, che come più volte affermato, viene catturato dal Beta del Capital Asset Pricing Model.

Il mercato delle azioni quotate in Borsa è dominato dagli investitori istituzionali: la dimensione di questo mercato è ampia, ed è caratterizzato da spese di informazioni e di negoziazione molto basse. Gli investitori istituzionali sono in grado di diversificare le loro azioni in modo tale da massimizzare i rendimenti rispetto ai parametri di rischio del fondo. La diversificazione in questo tipo di mercato è favorita dal fatto che la figura dell'investitore istituzionale è spesso raffigurata da un acquirente finanziario, e non cerca quindi il controllo delle società. I vari investitori istituzionali competono fra loro solo sul mercato, facendo così salire i prezzi delle azioni, fino a quando vengono ricompensati solo per il rischio sistematico, dato che i rischi specifici delle imprese sono stati diversificati per tutte le parti coinvolte. Gli investitori istituzionali ben diversificati sono anche detti investitori marginali, in quanto stabiliscono il prezzo delle azioni (Butler, Schurman, 2011).

Un'altra importante definizione quindi è quella d'investitore marginale: è così definito colui che possiede una grande porzione dei titoli di un'impresa, che le scambia frequentemente, e che risulta essere un investitore ben diversificato; inoltre questo tipo di soggetto ha anche accesso al portafoglio di mercato (Patterson, 2016).

Il mercato delle azioni negoziate privatamente è dominato dall'imprenditore. La figura dell'imprenditore è diversa da quella dell'investitore istituzionale, poiché l'imprenditore cerca e punta ad avere il controllo delle società; inoltre, il più delle volte l'imprenditore dispone di risorse limitate tali da rendere impossibile la creazione di un portafoglio diversificato.

È importante sottolineare anche la differenza tra i singoli investitori e gli imprenditori: i primi non partecipano al mercato delle azioni negoziate privatamente, in quanto non hanno i mezzi che hanno invece gli investitori di tipo istituzionale, sia per poter analizzare i vari

investimenti in assenza di informazioni pubbliche, sia per gli elevati costi di negoziazione presenti in questo mercato ed infine per la mancanza di un prezzo di equilibrio determinato dal mercato.

Nel mercato privato sono quindi gli imprenditori a rappresentare gli investitori marginali, e fissano i prezzi per la maggior parte delle società private.

Data la presenza di costi d'informazione e di negoziazione, gli imprenditori dovrebbero essere ricompensati per qualcosa di più del solo rischio sistematico: nel mercato di azioni private gli imprenditori ricevono una compensazione per il rischio totale, sia quello sistematico che quello specifico, in quanto non viene completamente diversificato dalle parti coinvolte nel processo di determinazione del prezzo di equilibrio (Butler, Schurman, 2011).

Il problema si pone quando il proprietario dell'impresa, o un qualunque altro investitore, non ha la possibilità di diversificare: il Beta, prima utilizzato per calcolare i rendimenti attesi, potrebbe condurre a stime o valutazioni del costo del capitale sovrastimate, poiché nel complesso e per i singoli progetti le aspettative e i rendimenti attesi influiscono in modo sostanziale sulle decisioni d'investimento e sulle allocazioni di risorse. Il Beta è considerato anche la misura del valore del capitale di mercato, e si modifica con il cambiamento del mercato nel suo complesso (Patterson, 2016).

A seconda del livello di diversificazione il rischio specifico dell'azienda sarà valutato in modo diverso: se il proprietario di una società ha vincolato nella sua società tutto il suo patrimonio il rischio specifico d'impresa sarà prezzato interamente, mentre se si possiede un fondo di private equity si sarà in grado di diversificare e di dare il prezzo alle società, per cui il rischio totale si avvicinerà molto al rischio sistematico misurato dal Capital Asset Pricing Model, il quale però non può rappresentare pienamente tutto il rischio presente nel mercato privato (Butler, Schurman, 2011).

Il premio per il rischio per le società pubbliche è solitamente maggiore di zero, ma nonostante questo gli esperti iniziano la loro analisi dallo zero per cento per determinare un premio per il rischio specifico per le società private.

Nel Capital Asset Pricing Model, gli analisti di valutazione aziendale confrontano e contrappongono la loro società con i benchmark negoziati pubblicamente: questo benchmark serve per selezionare i Beta appropriati, i premi di settore, i premi per il rischio azionario e i premi per le dimensioni delle aziende; questo confronto però non si può estendere per determinare il premio per il rischio per le imprese private. Anche se la teoria moderna afferma che una società pubblica non incorpori il rischio totale, questo non esclude che possa esser stato usato per valutare le società private.

Queste società private sembrano esser valutate universalmente sotto una prospettiva di rischio totale, e bisogna dunque fare riferimento a questo rischio piuttosto che allo 0%, considerando anche che il rischio specifico dell'azienda non è correlato al rischio specifico di altre società (Butler, Pinkerton, 2006).

2.2 Il Beta e il Total Beta

Il Beta del CAPM dovrebbe essere migliorato o potenziato per poter prezzare il rischio totale in questo tipo di mercato. L'intento originale del Beta non è quello di essere destinato a misurare la dimensione assoluta che differisce tra la volatilità di un singolo investimento e la volatilità del mercato, ma esso dovrebbe esprimere il grado di co-movimento o cambiamento dimostrato dai rendimenti attesi di un singolo investimento in relazione al movimento dei rendimenti attesi del mercato (Butler, Schurman, 2011).

Dalla Sharpe Ratio (formula 1.9) si ottiene il prezzo del rischio di mercato, ovvero il rischio aggiuntivo del rendimento atteso del portafoglio di mercato per unità del rischio di mercato; si usa la deviazione standard invece della varianza in quanto la prima può essere espressa in unità, invece che in unità al quadrato come la varianza. Ricordiamo inoltre che la Sharpe ratio rappresenta l'inclinazione della retta della Capital Market Line, raffigurata nella figura 1.1 nel primo grafico (Von Helfenstein, 2009).

Secondo il Capital Asset Pricing Model il Beta è definito come:

Formula 2.1

$$\beta = (\sigma_s / \sigma_m) \rho_{sm},$$

in cui σ_s e σ_m indicano rispettivamente la deviazione standard del titolo e la deviazione standard del portafoglio di mercato, mentre ρ_{sm} rappresenta il coefficiente di correlazione tra il titolo e il portafoglio di mercato.

Per ottenere invece il Beta di una società privata bisogna prima definire il portafoglio di un imprenditore. Si può supporre che sia formato da due attività: la prima attività sono le azioni della sua società privata, la seconda è il portafoglio di mercato, che per definizione non contiene rischio specifico per la società; la percentuale del patrimonio netto assegnato alla società privata è indicata con il simbolo ω , e di conseguenza $(1 - \omega)$ indica la percentuale del patrimonio netto assegnato al portafoglio di mercato (Butler, Schurman, 2011). Si ricorda

inoltre che per definizione, i beni privati non sono quotati in Borsa, quindi non si riesce ad isolare il coefficiente della pendenza del movimento dei prezzi dei titoli con il mercato. Per poter aggiustare la potenziale mancanza di diversificazione si può modificare la formula del Beta: questa modifica porta alla formula del Total Beta, esso è una misura relativa di deviazione standard, in cui la deviazione standard del valore azionario della società privata viene scalata rispetto alla deviazione standard dell'indice di mercato.

Il Total Beta è concetto introdotto da Aswath Damodaran (2006), e formalizzato poi da altri professori: ($T\beta$) è la misura del rischio totale che racchiude sia il rischio sistematico che quello specifico dell'impresa; esso è basato interamente sulla deviazione standard relativa, anziché quella correlata:

Formula 2.2

$$T\beta = \sigma_s / \sigma_m.$$

Secondo Damodaran il punto chiave è quello di definire l'investitore marginale, il cui profilo è dinamico nel tempo, nella società privata o nel progetto, e adeguare di conseguenza la correlazione con il portafoglio di mercato: per gli investitori senza alcuna diversificazione si può utilizzare il coefficiente di correlazione del settore, mentre per gli acquirenti e gli investitori con un maggiore grado di diversificazione si può adeguare la correlazione; nel secondo caso, essenzialmente una maggiore diversificazione si traduce in una maggiore correlazione e di conseguenza in una minore modifica del Total Beta (Patterson, 2016).

Il coefficiente di correlazione, presente nella formula 2.1, può essere considerato come la percentuale di rischio totale che viene valutato nel mercato pubblico, di conseguenza $(1 - \rho_{sm})$ è la percentuale del rischio totale che viene rimossa dalla diversificazione.

Se il coefficiente ρ_{sm} fosse uguale a 1, allora la formula 2.1 sarebbe uguale alla formula 2.2, e l'equazione del Total Beta diventerebbe solo una misura che cattura la deviazione standard relativa al titolo e al portafoglio di mercato: pur aggiungendo un titolo a un portafoglio che ha una perfetta correlazione con il portafoglio di mercato non si otterrebbe nessun vantaggio in termini di diversificazione, e quindi il Total Beta può essere considerato il Beta più appropriato da utilizzare per valutare il rischio di una società privata (Butler, Schurman, 2011).

Nel modello del Capital Asset Pricing Model il rischio di ogni investimento è la radice quadrata della covarianza tra il rendimento in eccesso dell'investimento e quello del portafoglio di mercato, non altro che la deviazione standard dell'investimento.

Se l'investitore non è ben diversificato, il Total Beta risulterà essere la radice quadrata della covarianza tra il rendimento in eccesso dell'investimento e quelli del portafoglio dell'investitore; un altro modo per descriverlo può quindi essere il seguente:

Formula 2.2.1

$$T\beta = \frac{\text{deviazione standard (rischio totale dell'investimento)}}{\text{rischio totale del mercato}}.$$

Utilizzando questo metodo per calcolare il Total Beta dividiamo il rischio totale del mercato (come misurato nel CAPM o come misurato per un investitore non diversificato), e si nota che il nuovo Beta semplifica il calcolo del Beta, e che il premio per il rischio specifico dell'azienda si traduce in un rendimento più stabile rispetto al Beta originale. Si deriva il Total Beta usando la teoria del portafoglio di mercato ed effettuando una serie di modifiche all'equazione statistica del Beta e all'equazione di regressione OLS.

Nei profili di rischio d'investimento sono varie le fonti del rischio come ad esempio le dimensioni delle aziende, i fattori macroeconomici e altro ancora; le fonti di questo problema sono dovute al Beta del CAPM, e serve quindi un Beta migliore per rappresentare un profilo completo del rischio dell'investimento. Il Beta non solo dovrebbe riflettere il rischio sistematico e non sistematico, ma dovrebbe anche includere il premio per il rischio specifico dell'azienda, e bisogna quindi aggiungere un rischio per gli investitori che non hanno diversificato (Von Helfenstein, 2009).

2.3 La derivazione del nuovo Beta tramite il portafoglio di due asset

Se si analizzasse un portafoglio composto da due attività con una quota nella società privata, tale quota di solito costituirebbe la maggior parte del portafoglio, e non sarebbe perfettamente correlata con l'altra attività, il portafoglio di mercato. In questo portafoglio di due attività alcuni, ma non tutti, i rischi specifici dell'impresa sono diversificati; quindi, per la società privata non si può usare il Beta di una società privata (il Total Beta) ma uno intermedio tra il Beta trovato con il CAPM e il Total Beta.

Per riuscire a determinare questa volatilità intermedia si deve prima determinare la varianza del portafoglio composto da due asset:

Formula 2.3

$$\sigma_p^2 = \omega^2 \sigma_s^2 + (1 - \omega)^2 \sigma_m^2 + 2\omega(1 - \omega) \sigma_s \sigma_m \rho_{sm},$$

essa dipende da tutti i rischi sistematici e dal rischio specifico dell'impresa non diversificata.

Se il proprietario della società possedesse già il portafoglio di mercati, aggiungendo una società privata al portafoglio e investendo una grande percentuale del suo patrimonio in quella società, sconvolgerebbe gli equilibri; si deve capire quanto del rischio totale di un bene non viene eliminato attraverso la diversificazione e quindi riuscire a valutarlo.

Per poterlo determinare si deve passare dalla definizione del prezzo di mercato del rischio (ϕ): come accennato precedentemente, il modello di Sharpe quantifica il prezzo di rischio del mercato, inteso come rendimento in eccesso del portafoglio di mercato, come prezzo per unità della deviazione standard; se il prezzo del mercato del rischio è moltiplicato per la deviazione standard di un investimento, il risultato è il premio per il rischio per quell'investimento.

Il prezzo di mercato del rischio è misurato dal rendimento aggiuntivo (r_m) rispetto al tasso privo di rischio (r_f) che gli investitori richiedono per un'unità di volatilità o un'unità di rischio (σ_m):

Formula 2.4

$$\phi = (r_m - r_f) / \sigma_m.$$

È inoltre importante definire la variabile λ che rappresenta la percentuale del Total Beta della società privata che non viene eliminata tramite la diversificazione per un portafoglio di due asset. Il Beta della società privata che si dovrebbe utilizzare per valutare le aziende strettamente correlate sarà dato da:

Formula 2.5

$$\text{Beta corretto} = T\beta\lambda = \lambda (\sigma_s / \sigma_m);$$

in cui il tasso di rendimento annuale richiesto da un investitore avverso al rischio è:

Formula 2.6

$$r_s = r_f + \sigma_s \lambda \phi.$$

In questa equazione non tutto il rischio specifico dell'impresa è stato completamente eliminato, in quanto nel portafoglio è stata aggiunta una società privata.

La formula 2.6 non è diversa dall'equazione del Capital Asset Pricing Model, in cui assumiamo che gli investitori siano ben diversificati e interessati al Beta solo come misura del rischio sistematico poiché tutta la volatilità specifica dell'azienda è stata eliminata:

Formula 2.7

$$r_s = r_f + (\sigma_s / \sigma_m) \rho_{sm} (r_m - r_f).$$

Dato che la maggior parte degli imprenditori non compie una diversificazione ottimale, per esempio investendo solo nella loro società, il rendimento atteso di un portafoglio per questo tipo di investitori sarà:

Formula 2.8

$$r_p = \omega r_s + (1 - \omega) r_m,$$

in cui r_m è dato da:

Formula 2.9

$$r_m = r_f + \sigma_m \phi.$$

Sostituendo nell'equazione appena scritta, la formula 2.4 e insieme sostituendole nella formula 2.8 si ottiene:

Formula 2.10

$$r_p = r_f + (\omega \sigma_s \lambda \phi) + (1 - \omega) \sigma_m \phi.$$

Dal momento che si vogliono calcolare sia i rischi sistematici che quelli specifici d'impresa, nel portafoglio composto da due asset l'equazione per il rendimento atteso del portafoglio in funzione del prezzo di mercato di rischio è dato da:

Formula 2.11

$$r_p = r_f + \sigma_p \phi.$$

Tramite l'equazione appena scritta e la formula 2.10 si può risolvere per la quantità di rischio totale che non viene eliminata attraverso la diversificazione (λ) nel portafoglio di due attività:

Formula 2.12

$$\lambda = [\sigma_p - (1 - \omega) \sigma_m] / \omega \sigma_s.$$

I proprietari di aziende private cercheranno dunque un premio per il prezzo di mercato del rischio, oltre a quello per il rischio sistematico.

Essi potranno richiedere un premio per il rischio pari al rischio totale solo se la società privata verrà considerata l'unica attività presente nel portafoglio, mentre essi potranno ricercare un premio inferiore al premio di rischio totale se sono parzialmente diversificati, e la variabile λ li aiuta ad ottenerlo (Butler, Schurman, 2011). Il premio per il rischio azionario è il premio appropriato che un investitore pienamente diversificato si aspetterebbe di guadagnare dai mercati pubblici, e rappresenta anche il premio che è sufficiente per indurre un investitore a mettere il proprio capitale nei mercati azionari piuttosto che in obbligazioni prive di rischio: altro non è che il tasso di ricompensa adeguato al rischio sistematico (Conn, 2011).

Nelle società private di un portafoglio parzialmente diversificato la volatilità corretta si calcola tramite la formula 2.5: questa formula è valida, a meno che λ sia uguale a 1,0 (sarebbe il caso in cui la società è l'unico asset nel portafoglio); in quel caso si utilizzerebbe il Total Beta (formula 2.2).

Il Beta di una società di un portafoglio parzialmente diversificato sarà inferiore al Total Beta, ma maggiore del Beta calcolato con il Capital Asset Pricing Model: la variabile λ sarà quindi superiore al coefficiente di correlazione ρ_{sm} , fino a raggiungere la perfetta diversificazione e mantenere il portafoglio di mercato (Butler, Schurman, 2011).

Il Total Beta sarà superiore al Beta di mercato β_m e dipenderà dalla correlazione tra l'impresa e il mercato: minore è la correlazione, maggiore sarà il $T\beta$ (Patterson., 2016).

Un'altra importante osservazione da sottolineare è che maggiore è il peso di una società privata in un portafoglio composto da due attività maggiore sarà il rischio totale che non viene eliminato con la diversificazione, in quanto maggiore è il peso più λ si avvicina a 1,0, ovvero al portafoglio di asset unico, al Total Beta.

In un portafoglio composto da due attività il vantaggio di diversificazione si avvicina a ρ_{sm} in quanto la ponderazione relativa si avvicina a un portafoglio di singola attività: l'1% del peso della società privata e il 99% del portafoglio di mercato.

2.4 Le critiche rivolte al Total Beta

Il concetto del Total Beta è oggetto di polemiche da molti studiosi, sono vari i punti in discussione.

La critica principale al Total Beta e al Total cost of equity, chiamato anche TCOE, è che entrambi violano il Capital Asset Pricing Model (Butler, Schurman, 2011).

Questa tesi è sostenuta da Sarah Von Helfenstein (2009): il Total Beta non è ritenuto la soluzione adatta da utilizzare per le società private, in quanto è in contrasto con la teoria del portafoglio moderno, il portafoglio di Markowitz.

Il Total Beta, a differenza del Beta del mercato, che unisce la relativa volatilità e la relativa correlazione con il mercato, è la pura misura della relativa volatilità (formule 2.1 e formula 2.2). Esso cattura il 100% del rischio totale della società quando tutti i rischi sono correttamente divulgati (infatti non cattura i rischi non precedentemente divulgati) se il mercato è efficiente.

Secondo l'autrice (Von Helfenstein, 2009) il Total Beta, che rappresenta il rischio totale della singola attività, viola l'equazione fondamentale della CML: il prezzo di mercato del rischio è necessario per comprendere e utilizzare la Capital Market Line. Von Helfenstein sostiene anche che gli argomenti che si sono usati per giustificare un insieme di equazioni che sono alla base di nuove applicazioni proposte dalla teoria, oltre a violare i principi fondamentali noti e stabiliti, non creano in modo dimostrabile un nuovo universo di teoria e principi, e per questo non dovrebbero essere usati.

Sulla base della violazione dei principi fondamentali e della dimostrabile mancanza di creazione di un nuovo universo teorico, viene suggerito che il Total Beta non dovrebbe essere accettato dagli esperti del settore come un sostituto del Beta di Mercato per quantificare il TCOE (Total Cost of Equity) (Von Helfenstein, 2009).

La discussione avanzata invece da Larry Kasper è che nella moderna teoria del portafoglio è imposto che tutti gli investitori siano efficienti nella media e nella varianza; inoltre viene stabilito che gli investitori debbano diversificare e sviluppare un portafoglio che si collochi sulla frontiera efficiente di Markowitz e che dovrebbero valutare le singole attività rischiose sulla base della relazione economica che esiste sulla Capital Market Line. Per i titoli privati il modello basato sulla CML non può semplificare il Total Beta ma rimane il Beta normale, a meno che il coefficiente di correlazione del titolo e del mercato sia 1.0, ovvero in perfetta correlazione. Di conseguenza il Beta è la metrica di rischio pertinente nel contesto della teoria moderna del portafoglio, poiché quantifica la quantità di rischio che effettivamente contribuirà al rischio del portafoglio che l'investitore detiene sulla Capital Market Line.

Se gli investitori quotassero le singole attività rischiose utilizzando una metrica diversa, come quella del Total Beta, allora tali titoli per definizione avrebbero un prezzo errato, a meno che il loro coefficiente di correlazione con il portafoglio di mercato sia pari a 1.0; il problema è che non esiste alcuna prova empirica a sostegno delle ipotesi che il Total Beta compensi definitivamente gli investitori per l'eventuale mancanza di diversificazione.

L'articolo di Conn R. R. (2011) esamina sia il concetto del Total Beta che del TCOE, e rivede anche il modello del CAPM: esso esamina se le misurazioni del rischio siano concettualmente valide e valuta la loro complessiva utilità nella valutazione aziendale.

Secondo le aspettative omogenee di investitori teoricamente ben diversificati, il ritorno per il rischio non sistematico per qualsiasi portafoglio efficiente è pari a zero; la diversificazione isola questi investitori da qualsiasi esposizione al rischio specifico dell'azienda, mentre al contrario la misurazione ex post di ogni singolo rendimento dell'azienda è costellata da prezzi specifici dell'azienda. L'autore sostiene che il Beta del mercato ha una gamma di variazioni molto ampia nel tempo, e mostra estrema volatilità, mentre il CAPM ha un problema di misurazione ex post. I Beta storici sono utili quando si ritiene che possano prevedere relazione future, ma la stabilità del Beta non permette l'affidabilità sulle previsioni future, e così anche il Total Beta non fornisce grossa certezza.

La più grande difficoltà consiste nell'usare i dati storici del mercato per la predizione del vero Beta: è difficile separare gli spostamenti storici del prezzo delle azioni nelle componenti sistematiche e in quelle non sistematiche; infatti Sharpe ha affermato che il Beta storico vero di un titolo non può essere osservato, e si può soltanto stimarne il valore. È importante sottolineare anche che i Beta storici per i singoli titoli sono soggetti a grandi errori e dovrebbero essere trattati di conseguenza; tuttavia Conn R. R. (2011) afferma che se la maggior parte dell'esposizione del rischio deriva da cause non sistematiche, il Total Beta risulta essere una metrica di rischio più significativa del Beta.

Il problema è che il Capital Asset Pricing Model spiega solo quale dovrebbe essere il tasso di rendimento atteso appropriato per la parte del rendimento in eccesso di un titolo che proviene dalla volatilità sistematica.

Se in una società il rischio sistematico atteso di un titolo è pari a zero, allora il CAPM prevede correttamente che i rendimenti sistematici attesi appropriati siano pari a zero; il modello non fornisce alcuna indicazione su quale sia il tasso di rendimento con cui la volatilità specifica di qualsiasi attività dovrebbe essere ricompensata. I sostenitori del TCOE hanno ipotizzato che il rendimento sistematico per unità di rischio sia un tasso appropriato per compensare l'esposizione al rischio specifico anche se questa teoria ha scarsa prova empirica; se si dovesse assumere ipoteticamente che il rischio specifico dell'azienda sia generalmente più

rischioso di quello sistematico a livello di mercato, il premio per il rischio azionario non è sufficientemente ampio da attrarre gli investitori a sopportare un rischio specifico. Il Beta del CAPM ha la stessa debolezza del Total Beta, in quanto entrambi si basano sull'esame del rapporto tra l'indice di mercato e il rendimento azionario del passato e deducono che da questo si possa stimare il futuro; il Beta di un'impresa cambia di continuo, per cui è accettato che le osservazioni del passato non forniscano una fedele performance del futuro.

Il vero Beta corretto dovrebbe essere libero dalle distorsioni di misurazioni causate del rischio idiosincratico.

Si è quindi messo in discussione la validità teorica del Total Cost of Equity in quanto si basa sul presupposto che gli investitori richiederebbero esattamente lo stesso rendimento per un'unità di volatilità per il rischio specifico per le società come per il rischio sistematico: vi sono però poche prove empiriche per supportare queste decisioni.

Non è plausibile che un qualsiasi investitore razionale richieda lo stesso rendimento del capitale proprio sia per il rischio specifico che quello sistematico, solo perché i loro tassi storici della volatilità sono uguali; logicamente, gli investitori di un'azienda privata dovrebbero chiedere i premi per la ricompensa per la loro esposizione al rischio specifico della società rispetto al solo premio per il rischio azionario. Si può affermare con certezza che in base all'unità di rischio, gli investitori delle società pubbliche saranno compensati per il tasso del premio per il rischio azionario e godranno di una flessibilità maggiore per scegliere esattamente l'esposizione al rischio specifico che vogliono assumere; non si può sapere se sia possibile motivare gli investitori delle società pubbliche a investire nel capitale privato anche se i premi per i rischi attesi per unità sono alti.

La critica rivolta al Total Beta è che esso è un rapporto casuale tra due variabili sostanzialmente non correlate, tra σ_s e σ_m ; esso trasmette il rischio totale per unità di rischio di mercato dell'azienda. Il costo principale del criterio del capitale applicato a una transazione di private equity è una misura omnicomprensiva del rischio del mercato pubblico.

Non si ha abbastanza comprensione di come i mercati pubblici valutino questa esposizione al rischio complesso, soprattutto nei mercati privati. Fino a quando non si otterrà questa maggiore conoscenza, l'impiego di un tasso di rendimento basato per entrambi i tipi di rischio è fondato più sulla convenienza che su qualche ragionamento economico.

Sempre secondo Conn R. R. (2011) il Total Beta sembra essere più stabile del Beta di mercato, anche se non soddisfa la definizione tecnica di Beta, e trasmette le informazioni utili sul profilo di rischio ex post complessivo della società, in quanto fornisce una visione più ampia di ciò che è accaduto in un'azienda. Esso è comunque uno strumento in più, una prospettiva interessante sulla quantificazione del rischio.

Nonostante ciò i risultati sono irragionevolmente distorti, per esempio a causa di dati anomali o per periodi di osservazioni diverse, producendo una statistica molto ampia e di conseguenza un Total Beta altamente irregolare. Come accennato però questi risultati possono comunque fornire informazioni utili per arrivare a una qualche conclusione sulla rischiosità relativa dell'impresa, anche se essa è soggetta a forti oscillazioni nella volatilità nel breve periodo (Conn, 2011).

2.5 Le difese alla nuova teoria

Alle critiche rivolte al nuovo modello vi sono molte risposte in difesa e a supporto del nuovo Beta.

I sostenitori dell'approccio del Total Beta, come Damodaran e Butler, autori congiunti del modello del Total Beta, affermano che il Total Cost of Equity sia una struttura robusta e ampiamente utilizzata, e inoltre sostengono che sia accettabile violare il Capital Asset Pricing Model quando si valutano le imprese private per un investitore non diversificato; infatti secondo Butler la sola presenza di aziende private viola le ipotesi del CAPM, in quanto le ipotesi sottostanti a questo modello chiedono agli investitori di detenere un portafoglio di mercato completamente diversificato (Patterson, 2016).

La difesa di Butler *et al.* (2011) è che il Beta di una società privata non è nulla di nuovo, e che il Total Beta si basa anch'esso sulla teoria del portafoglio moderno.

Il giusto valore di mercato si basa su ciò che un acquirente esperto e disponibile pagherebbe a un venditore informato e disponibile. Se gli acquirenti hanno il potere del prezzo, essi pagheranno per tutti i loro rischi. Se un acquirente non diversificato che utilizza il Total Beta, compete con un acquirente completamente diversificato, che utilizza il Capital Asset Pricing Model, l'acquirente non diversificato sarà superato dal comprato completamente diversificato; l'acquirente non diversificato in questo caso non può competere per tutti i suoi rischi.

Se un acquirente fosse in competizione con altri compratori non diversificati non può competere a tutti i rischi, a meno che non si aggiunga un premio per il rischio specifico per l'azienda, che si può calcolare con il modello del Total Beta (Butler, Schurman, Malec, 2011).

Un vantaggio del metodo del Total Beta è la possibilità di confrontare in modo specifico le aziende comparabili con la società in questione, piuttosto che partire dal benchmark dello zero percentuale che è considerato un punto arbitrario e scorretto.

Per quanto riguarda le azioni quotate in Borsa esse mostrano un rischio specifico d'impresa pari allo zero e quindi non è scorretto utilizzare come benchmark lo 0%; gli esperti hanno

quindi sopravvalutato le imprese private quando utilizzano l'approccio dello zero percentuale a parità di altre condizioni. Vi è però un'implicazione all'uso di questa teoria: non si è trovata una formula esatta per valutare il rischio specifico di un'impresa; il Total Beta adegua propriamente il benchmark a qualcosa di superiore allo 0% e consente un confronto migliore tra le società, e può dunque essere una tecnica utile per ridurre la quantità di soggettività nella stima del rischio specifico (Butler, Pinkerton, 2006).

OSSERVAZIONI CONCLUSIVE:

Il Capital Asset Pricing Model è il modello più importante per la stima del costo del capitale, utilizzato per descrivere la relazione presente tra il rendimento di un titolo e la rischiosità del titolo stesso (Berk, De Marzo, 2015). Questo modello funziona per le società quotate in Borsa, in quanto rispetta l'ipotesi di Markowitz tale per cui tramite la diversificazione tutto il rischio specifico d'impresa è eliminato, per cui il rischio viene determinato sulla base del portafoglio di mercato e dell'asset privo di rischio. Il Beta del CAPM rappresenta quindi la corretta volatilità per l'investimento.

Lo scopo di questo elaborato è quello di analizzare un modello alternativo al Beta, trovato tramite il Capital Asset Pricing Model, nel caso in cui non si abbia la possibilità di una completa diversificazione di portafoglio. Il modello alternativo è quello del Total Beta, ideato da Aswath Damodaran.

Il Total Beta è un metodo per misurare la correlazione tra la società strettamente controllata e le alternative d'investimento, ovvero relative a investimenti indirettamente correlati. Il Total Beta risulta dunque essere il parametro di riferimento appropriato per determinare sia il premio per il rischio idiosincratico della società private, sia il relativo costo del capitale azionario (Butler P. J., Pinkerton K., 2006).

Il Total Beta si può dunque considerare una misura di rischio che cattura il rischio totale ed è la modalità più utile per gli esperti per valutare le società private.

Come per il modello del Capital Asset Pricing Model, anche per il Total Beta si possono definire delle ipotesi affinché lo si utilizzi correttamente; le ipotesi sottostanti al Total Beta sono due, ovvero:

- L'investitore non deve essere diversificato o almeno non lo è solo parzialmente;
- L'investitore deve poter valutare pienamente il rischio associato a questa mancanza di diversificazione

(Butler, Schurman, 2011).

Si riconosce però che il Total Beta non sia la misura appropriata in tutte le situazioni; ad esempio in presenza di un'azienda privata che sta diventando pubblica, di una società pubblica che sta acquistando una società privata o di un gruppo di acquirenti che viene considerato diversificato (come un fondo di private equity), sarà piuttosto opportuno utilizzare la formula del Beta del CAPM. Si riconosce anche che molti investitori ed intermediari finanziari preferiscano valutare le società private come società autonome.

Il nuovo Beta è una misura utilizzata per determinare il rischio di un patrimonio autonomo di un ulteriore titolo aggiunto a un portafoglio ben diversificato; infatti, aumentando il peso della compagnia privata in un portafoglio, il rischio e il rendimento aumentano entrambi a causa di una diversificazione non ottimale (Patterson, 2016).

Come sopra descritto, la Teoria del Total Beta è definita da pareri contrastanti tra i vari esperti nel settore; la maggior parte di loro concorda però sull'idea che esso rappresenti una valida, anche se non ancora empiricamente verificata, misura alternativa al Capital Asset Pricing Model, almeno da utilizzare per le società private.

Un dilemma che affligge sia il modello del Capital Asset Pricing Model che quello del Total Beta è che in entrambi i casi nella teoria si rilevano i Beta attesi e di conseguenza i rendimenti attesi, mentre nella realtà si rilevano soltanto i rendimenti realizzati, non vediamo quindi misure ex-ante di Beta (Burton,1998).

È difficile dunque giungere a una conclusione precisa riguardo l'uso appropriato del Total Beta, in quanto teoricamente la derivazione del Total Beta è corretta, ma vi sono come già ripetuto, scarse prove empiriche a supporto del nuovo Beta, e soprattutto, non si conosce una formula esatta per calcolare il giusto rischio specifico di una società privata, in quanto vi è una scarsa conoscenza del mercato delle società non quotate.

BIBLIOGRAFIA:

- BERK J., DE MARZO P., 2015. *Finanza aziendale 1*. 3° ed. Milano: Pearson Italia S.p.A.
- BURTON J., 1998. Revisiting the Capital Asset Pricing Model. *Dow Jones Asset Manager*, 20-28.
- BUTLER P. J., PINKERTON K., 2006. Company-specific risk – a different paradigm: a new benchmark. *Business Valuation Review*, 22-28.
- BUTLER P. J., SCHURMAN G. S., 2011. A Tale of two betas. *The Value Examiner*.
- BUTLER P. J., SCHURMAN G. S., MALEC A. M., 2011. Practical evidence and theoretical support for Total Beta. *The Value Examiner*, 33-35.
- CONN R.R., 2011. A Critique of Total Cost of Equity why TCOE results may not be defensible. *The Value Examiner*, 9-19.
- DALLOCCHIO M., SALVI A., 2004. *Finanza d'Azienda 1*. Milano: Egea
- GALAGEDERA U.A., 2007. A review of capital asset pricing models. *Managerial Finance*, 33 (10), 821-832.
- MARGULIUS M. S., KRASNER J., MELANCON M.J., 2005. Size-Adjusting Beta. *Valuation Strategies*, 5-9
- MILES J. A., EZZELL J. R., 1980. The weighted average cost of capital markets, and projet life: a clarification. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15 (3), 719-730.
- PATTERSON A.D., 2016. Diversification, Valuation & Total Beta.
- VON HELFENSTEIN S., 2009. Revisiting Total Beta. *Business Valuation Review*, 28, 201-223.