

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea Triennale in Astronomia

Tesi di Laurea Triennale

**Sistemi esoplanetari multipli identificati da TESS**

**Relatore**

**Prof. Giampaolo Piotto**

**Correlatore**

**Dr. Luca Borsato**

**Laureando**

**Matteo Peron**

**Anno Accademico 2018/2019**



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 La missione TESS</b>	<b>3</b>
1.1 Strumentazione . . . . .	3
1.2 Catalogo di riferimento di TESS . . . . .	5
<b>2 Selezione e analisi preliminare</b>	<b>7</b>
2.1 Selezione del sistema esoplanetario candidato . . . . .	7
2.2 Estrazione e preparazione della curva di luce . . . . .	8
2.3 Identificazione dei transiti planetari . . . . .	9
<b>3 Determinazione dei parametri</b>	<b>17</b>
3.1 Modello di un transito esoplanetario . . . . .	17
3.2 Stima iniziale dei parametri planetari . . . . .	18
3.3 Stima finale dei parametri planetari . . . . .	19
<b>4 Conclusioni</b>	<b>25</b>
<b>A Figure</b>	<b>27</b>



# Introduzione

Il sistema solare è stato sin dagli albori dell'astronomia l'unico esempio di sistema planetario che potessimo studiare, e come tale limitava la nostra capacità di raggiungere una reale comprensione dei meccanismi che portano alla formazione ed evoluzione dei pianeti e delle loro interazioni. La ricerca di pianeti extra-solari (o esopianeti), cioè pianeti che orbitano attorno a stelle diverse dal Sole, ha permesso di rivoluzionare enormemente questo ambito, svelando la grande varietà che caratterizza i sistemi planetari, ad esempio che includono più pianeti le cui orbite hanno tutte semiasse maggiore inferiore a quella di Mercurio (come il caso dei sei pianeti di Kepler-11, Lissauer et al., 2011), o il caso di pianeti con dimensioni comparabili a Giove e periodo inferiore ai quattro giorni (i cosiddetti gioviani caldi). Statisticamente quindi il sistema solare si presenta come un'eccezione, il che porta a dedurre che i sistemi planetari non si formino ed evolvino tutti allo stesso modo. Lo studio dei pianeti extra-solari ha inoltre ricadute importanti in ambiti diversi dell'astrofisica, come lo studio delle stelle (ad esempio l'asterosismologia e lo studio della variabilità e dell'attività stellare) e l'astrobiologia (ad esempio per determinare la presenza di elementi chimici nelle atmosfere esoplanetarie necessari allo sviluppo della vita).

Tra le varie tecniche che permettono di identificare e studiare gli esopianeti, due risultano essere molto usate: il metodo delle velocità radiali, derivante da tecniche di spettrometria, e il metodo dei transiti, basato sulla fotometria. Il primo sfrutta l'effetto Doppler per identificare variazioni periodiche della velocità della stella lungo la linea di vista causate dalla presenza di uno o più corpi orbitanti, mentre il secondo consiste nel rilevare eventuali diminuzioni di luminosità di una stella causate dal passaggio di un pianeta tra stella e osservatore.

La maggior parte degli esopianeti sono stati scoperti con la tecnica dei transiti, *Kepler* è stata la missione che ne ha scoperti di più fino ad ora, quasi 4000 candidati pianeti di cui circa 1100 appartenenti a sistemi multipli<sup>1</sup>. *Transiting Exoplanet Survey Satellite* (TESS) è la missione spaziale della NASA che si propone come successore di *Kepler*, e punta ad individuare migliaia di pianeti transitanti attorno a stelle brillanti osservando la quasi totalità del cielo.

Questo lavoro è suddiviso nei seguenti capitoli: il capitolo 1 è dedicato alla descrizione della missione TESS; nel capitolo 2 descriviamo il processo di selezione e analisi preliminare di un sistema multiplo candidato; determiniamo alcune delle proprietà dei pianeti che compongono il sistema nel capitolo 3; infine nel capitolo 4 discutiamo i risultati ottenuti.

---

<sup>1</sup><https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu>



# Capitolo 1

## La missione TESS

*Transiting Exoplanet Survey Satellite* (TESS) è una missione della NASA il cui lancio è avvenuto il 18 Aprile 2018<sup>1</sup>. TESS è diventata operativa circa sei mesi dopo per raggiungere la particolare orbita in risonanza con la Luna.

L'obiettivo primario di TESS è quello di monitorare oltre 200000 stelle di sequenza principale alla ricerca di transiti che indichino la presenza di esopianeti. Da queste ci si aspetta di trovare oltre un migliaio di pianeti di dimensioni simili a Nettuno e dozzine di pianeti di dimensioni simili alla Terra (Ricker et al., 2014).

Le stelle selezionate sono brillanti, con magnitudine apparente in banda  $I \sim 4 - 13$ , e vicine, permettendo di determinare con più precisione la massa dei pianeti transitanti tramite il metodo delle velocità radiali, e le loro caratteristiche atmosferiche (Winn, 2010). In particolare le stelle nane di classe spettrale da F5 a M5 sono ideali in quanto permettono di osservare pianeti di raggio più piccolo con il metodo delle velocità radiali (stelle di classe precedente a F5 hanno velocità di rotazione maggiori che provocano l'allargamento delle righe spettrali).

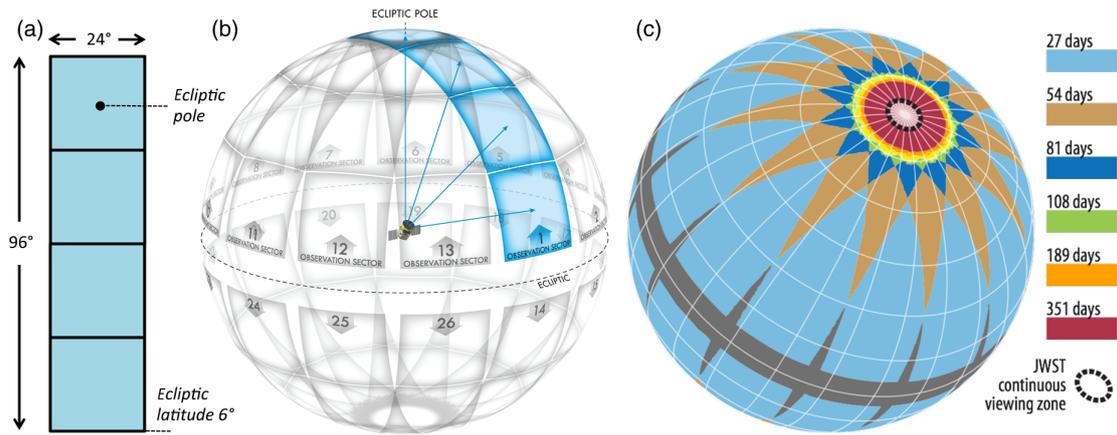
Il telescopio è posto su un'orbita ellittica in risonanza 2:1 con la Luna, quindi con un periodo di 13.7 giorni: per due orbite consecutive la sonda osserva una regione rettangolare di cielo (detta settore) di  $24^\circ \times 96^\circ$ , ovvero 2300 gradi quadrati, sollevata rispetto all'eclittica di  $6^\circ$ . Ogni 27 giorni la strumentazione viene ruotata di  $27^\circ$  verso est e viene compiuta un'altra osservazione. Questo procedimento viene ripetuto per 26 settori (13 per ogni emisfero). Come si vede in figura 1.1 questa strategia garantisce la sovrapposizione tra più settori, portando a tempi d'osservazione fino a 351 giorni per zone di 900 gradi quadrati attorno ai poli dell'eclittica; la scelta di osservare più a lungo queste zone non è casuale, infatti corrispondono a regioni che verranno osservate a lungo dal James Webb Space Telescope (JWST). Un altro vantaggio è che ciò rende possibile rilevare pianeti nella fascia abitabile (*Habitable Zone*, HZ) di molte delle stelle osservate. In particolare per stelle di classe M tali pianeti avranno periodo  $P_{\text{HZ}} \gtrsim 40$  giorni. In generale il picco delle periodicità che TESS può individuare è stato calcolato a  $P_{\text{max}} \sim 10$  giorni (Ricker et al., 2014).

### 1.1 Strumentazione

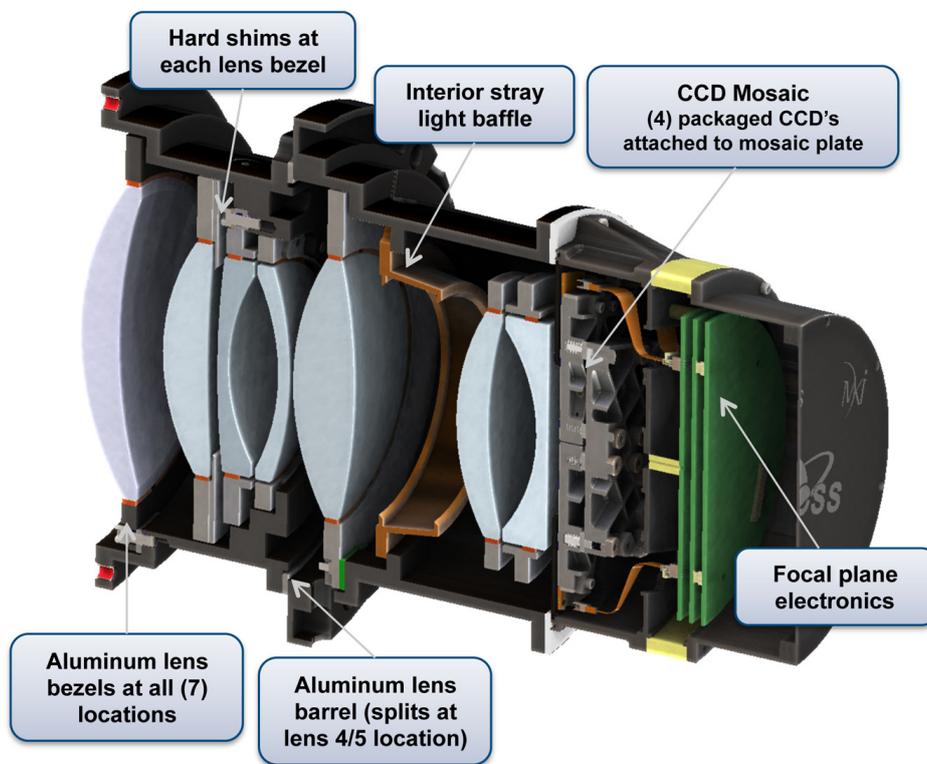
TESS consiste di quattro camere identiche, ciascuna composta da sette lenti e con un campo di vista di  $24^\circ \times 24^\circ$  (fig. 1.2), e un mosaico di quattro CCD ciascuno composto da  $4096 \times 4096$  pixel da  $15 \times 15 \mu\text{m}$ . Queste camere sono dotate di filtri che permettono di osservare in una banda tra i 600 nm e 1000 nm, in modo da massimizzare la capacità di rilevare pianeti di piccole dimensioni attorno a stelle fredde.

---

<sup>1</sup><https://tess.mit.edu>.



**Figura 1.1:** (a) campo di vista di TESS, (b) suddivisione della volta celeste in settori, (c) tempi di puntamento (figura presa da Ricker et al., 2014).



**Figura 1.2:** Diagramma di una delle quattro camere identiche equipaggiate su TESS (figura presa da Ricker et al., 2014).

I CCD, operanti a  $-75^{\circ}\text{C}$  per ridurre al minimo il rumore elettronico, catturano immagini in modo continuo con un tempo d'esposizione di due secondi e vengono sommate 60 alla volta dal computer di bordo, raggiungendo un campionamento effettivo di due minuti. TESS inoltre campiona immagini anche ogni 30 minuti in modo da rendere possibile lo studio di stelle deboli e, allo stesso tempo, ricavare dati utili su fenomeni che non figurano direttamente come obiettivo primario della missione (tra i quali stelle che non rientrano nella lista dei principali oggetti d'interesse, oggetti extragalattici, NEOs, stelle variabili).

Ad ogni perigeo i dati raccolti durante l'orbita precedente vengono trasmessi a Terra, dove vengono analizzati per identificare e rimuovere tutte le fonti indesiderate di rumore e di errori sistematici (per esempio quelli introdotti da variazioni nel puntamento della sonda) e viene svolta un'analisi preliminare

per rilevare eventuali transiti di pianeti extra-solari.

## 1.2 Catalogo di riferimento di TESS

Affinchè gli obiettivi della missione vengano raggiunti, è necessario conoscere le caratteristiche di tutti gli oggetti che TESS osserverà. Il *TESS Input Catalog* (TIC) è una collezione di circa  $\sim 1.7 \times 10^9$  fonti luminose costruito specificamente per la selezione di obiettivi prioritari e per raccogliere i parametri stellari necessari.

Il TIC è stato costruito unendo i cataloghi *Gaia*<sup>2</sup> DR2 per sorgenti puntiformi e 2MASS per sorgenti estese, insieme a una serie di liste di oggetti (contenenti circa un milione di sorgenti). Tutti gli oggetti dei cataloghi di base sono stati sottoposti a controllo incrociato con altri cataloghi in modo da integrarne i parametri nel TIC. Una volta popolato il TIC per ogni sorgente sono state calcolate varie proprietà, tra cui la magnitudine apparente nella banda usata da TESS (indicata con  $T_{\text{mag}}$ ), la temperatura effettiva  $T_{\text{eff}}$  (corretta per arrossamento ed estinzione), e massa  $M_{\star}$  e raggio  $R_{\star}$  della stella.

Dal TIC è stato selezionato un sottogruppo di sorgenti scartando stelle poco luminose, stelle di classe spettrale O, B, A, e stelle evolute, scartando anche oggetti per cui proprietà importanti come  $T_{\text{eff}}$ , raggio e contaminazione in flusso da stelle vicine non possono essere determinate. I rimanenti  $9.5 \times 10^6$  oggetti vanno a formare il *Candidate Target List* (CTL), da cui si possono potenzialmente rilevare transiti di pianeti con raggio  $\lesssim 2.5 R_{\oplus}$ . Per ogni oggetto contenuto nel CTL sono state calcolate:

- la contaminazione in flusso, che si ha quando un oggetto nel CTL non è risolto rispetto ad altre stelle, che quindi diluiscono il segnale, rendendo più difficile la rilevazione di transiti. Queste contaminazioni vengono determinate calcolando la *Point Spread Function*, PSF, data dall'ottica di TESS, determinando la distanza angolare entro cui un oggetto può contaminare il segnale, e la posizione nel campo di vista. Questa quantità è data dal rapporto tra il flusso delle stelle che entra nell'apertura dell'oggetto e il flusso dell'oggetto stesso.
- Una stima migliore delle incertezze dei vari parametri, calcolate tramite un metodo di Monte Carlo.

A tutti gli oggetti contenuti nel CTL è stato quindi assegnato un punteggio in modo da dare priorità durante le osservazioni alle stelle con alta probabilità di presentare sistemi planetari d'interesse. Tale punteggio viene calcolato come:

$$\text{score} = \frac{\sqrt{N_S}}{\sigma_{T_{\text{mag}}} R_{\star}^{3/2}}, \quad (1)$$

con  $\sigma_{T_{\text{mag}}}$  il rumore in funzione della magnitudine  $T_{\text{mag}}$  nella banda di TESS e della contaminazione in flusso,  $R_{\star}$  il raggio della stella e  $N_S$  il numero di settori in cui si trova la stella (vedi Stassun et al., 2018, per maggiori dettagli). La dipendenza da  $N_S$  a numeratore significa che stelle che si trovano in prossimità dei poli dell'eclittica, e che quindi saranno osservate per più tempo, avranno priorità maggiore. I termini a denominatore portano a favorire sorgenti luminose e piccole. Vengono comunque fatte delle eccezioni, per esempio per stelle in prossimità del piano galattico (con latitudine galattica  $|b| < 10^\circ$ ), la priorità viene impostata come  $0.1 \times \text{score}$ , in modo da rendere improbabile la scelta di queste rispetto ad altri candidati.

<sup>2</sup>Gaia è una missione astrometrica dell'European Space Agency (ESA)



## Capitolo 2

# Selezione e analisi preliminare del sistema multiplo candidato

### 2.1 Selezione del sistema esoplanetario candidato

In questo elaborato abbiamo analizzato le caratteristiche fotometriche di TESS selezionando e studiando un sistema esoplanetario multiplo candidato, cioè non ancora confermato. Il processo di selezione è avvenuto considerando i tre seguenti criteri:

1. la molteplicità del sistema, ovvero la presenza di transiti differenti dovuti a più pianeti;
2. la presenza di una configurazione prossima ad una risonanza di moto medio (MMR), tale per cui i periodi dei pianeti sono commensurabili;
3. pianeti con raggio inferiore a quello di Nettuno.

I motivi che ci spingono a selezionare candidati con segnali multipli e vicini alla risonanza sono molteplici:

- la presenza di più segnali garantisce una bassa probabilità di falso positivo (per esempio le stelle binarie a eclisse). Nel caso di un solo segnale rilevato, per un sistema a due corpi (tipo stella e pianeta) è necessaria una misura della massa del corpo secondario per confermare la natura planetaria del segnale, ottenibile col metodo delle velocità radiali (RV), a noi non disponibile;
- più pianeti (transitanti) vicini ad una risonanza di moto medio formano un sistema in cui i corpi si influenzano a vicenda interagendo gravitazionalmente, e ciò causa una variazione del tempo di transito (TTV): da questa si può confermare la presenza di pianeti e addirittura stimarne la massa e altri parametri orbitali (si vedano i casi di Kepler-9 e Kepler-11 discussi in Borsato et al., 2014, 2019; Freudenthal, J. et al., 2018; Holman et al., 2010; Lissauer et al., 2011, 2013);
- le stime delle masse ottenute con i due metodi (TTV e RV) possono inoltre essere in apparente disaccordo per via di bias osservativi, in quanto il metodo delle RV ha una sensibilità minore per pianeti con rapporti massa-raggio inferiore (si vedano Borsato et al., 2019; Steffen, 2016). Anche se non è lo scopo di questo lavoro, studiare un sistema multiplo in risonanza ci permetterebbe quindi di ottenere informazioni accurate sulle masse dei pianeti in maniera indipendente e al tempo stesso complementare.

I risultati della pipeline, che si occupa di correggere i dati e identificare possibili candidati in via preliminare, sono riassunti in tabelle pubblicate dal *Science Processing Operation Center* (SPOC) attraverso il *Mikulski Archive for Space Telescopes* (MAST<sup>1</sup>), e contengono i *Threshold Crossing Events*

---

<sup>1</sup>Tutti i dati possono essere scaricati al sito [https://archive.stsci.edu/tess/bulk\\_downloads.html](https://archive.stsci.edu/tess/bulk_downloads.html).

(TCE) per un determinato settore, ovvero segnali di transito periodici statisticamente significativi. Siamo partiti dalla lista dei TCE per il settore 1 e 2 per selezionare il nostro candidato:

1. abbiamo considerato tutti gli oggetti in cui la pipeline ha identificato più di un segnale, ovvero per cui il numero di TCE rilevati (o molteplicità) è maggiore di 1 (primo criterio);
2. per le risonanze (secondo criterio) abbiamo considerato i periodi dei pianeti di ciascun candidato, e calcolato i rapporti dei periodi tra coppie di pianeti contigui:

$$\frac{P_1}{P_2}, \frac{P_2}{P_3}, \dots, \frac{P_{n-1}}{P_n},$$

per un sistema contenente  $n$  esopianeti con periodi  $P_1 > P_2 > \dots > P_n$ . Se il rapporto si avvicina entro il 5% ad un rapporto di numeri interi e piccoli  $p/q$ , allora i due pianeti vengono considerati in risonanza o vicini alla risonanza (per esempio due pianeti con rapporto tra 1.9 e 2.1 sono considerati vicini alla risonanza 2:1, in quanto  $0.05 \cdot 2 = 0.1$ ). Se un sistema contiene solamente pianeti in risonanza 1:1, questi non vengono considerati.

3. infine dai candidati che soddisfano (1) e (2) abbiamo considerato solo quelli contenenti pianeti con raggi  $R \leq 4 R_{\oplus}$  (terzo criterio), prediligendo i sistemi con elevata molteplicità e gran numero di pianeti piccoli.

Abbiamo eseguito questo processo per le tabelle relative al primo e secondo settore osservato da TESS contenenti rispettivamente 1031 e 906 stelle. Abbiamo individuato 370 e 316 sistemi multipli di cui 149 e 154 mostrano risonanze per il settore 1 e 2 rispettivamente.

In seguito abbiamo eseguito un controllo incrociato tra le due liste di candidati in modo da tenere i sistemi che ricadono nella porzione di cielo condivisa dai due settori<sup>2</sup>. Abbiamo così ricavato una lista di 12 sistemi. Il candidato che soddisfa maggiormente i nostri criteri è risultato essere TIC 52368076, anche identificato come TOI-125. Per TOI-125 la pipeline ha identificato tre pianeti con raggio inferiore a  $4 R_{\oplus}$ , due dei quali in risonanza 2:1.

## 2.2 Estrazione e preparazione della curva di luce

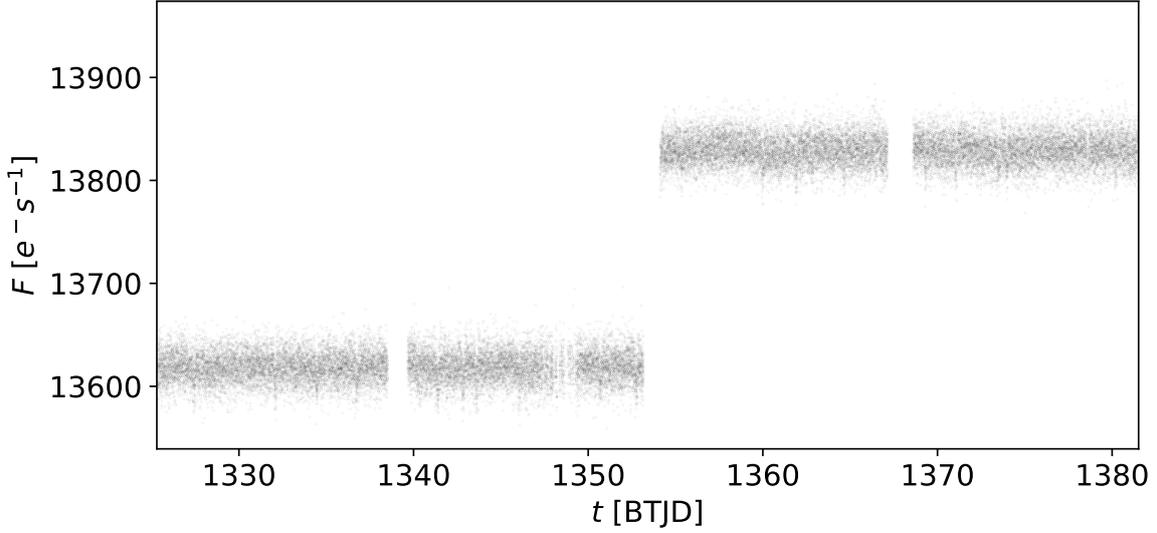
Abbiamo deciso di utilizzare la curva di luce di TOI-125, cioè il flusso ( $e^- s^{-1}$ ) in funzione del tempo, data dalla fotometria d'apertura già corretta dallo SPOC e indicata con PDCSAP (*Pre-search Data Conditioning Simple Aperture Photometry*). PDCSAP risulta dalla rimozione di effetti strumentali ed errori sistematici comuni a tutte le sorgenti osservate (determinati applicando una decomposizione a valori singolari, SVD, a tutte le stelle appartenenti alla singola camera) per ogni settore. PDCSAP è la stessa fotometria utilizzata dalla pipeline per cercare i TCE introdotti precedentemente (Jenkins et al., 2010; Jon M. Jenkins, 2016). L'analisi dello SPOC fornisce inoltre un errore associato alla PDCSAP.

TOI-125 è stato osservato con un campionamento a 2 minuti e i tempi di osservazione sono indicati in  $BTJD_{TDB} - 2457000$ , ovvero al tempo giuliano dinamico corretto per il moto della Terra rispetto al baricentro del sistema solare, a cui viene sottratta una costante.

Dalla fotometria abbiamo eliminato tutti i campionamenti che riportavano valori identificati dallo SPOC come non scientificamente validi (raggi cosmici, errori di puntamento, valori anomali). Poiché la curva di luce è composta da osservazioni su settori diversi, si osserveranno delle differenze tra il flusso misurato nel primo e secondo settore, in quanto l'esposizione di TESS alla radiazione solare varia al variare del suo orientamento nel cielo e inoltre perché la sorgente cade su una camera diversa;

---

<sup>2</sup>In questo modo abbiamo a disposizione circa due mesi di dati su cui svolgere l'analisi invece di uno.



**Figura 2.1:** Curva di luce di TOI-125 per i settori 1 e 2. Si noti il diverso punto zero tra i settori e i vuoti dovuti allo scaricamento a Terra dei dati.

ci saranno inoltre dei vuoti ogni 13.7 giorni dove TESS ha interrotto le osservazioni per scaricare i dati a Terra. Tutto ciò è visibile in figura 2.1.

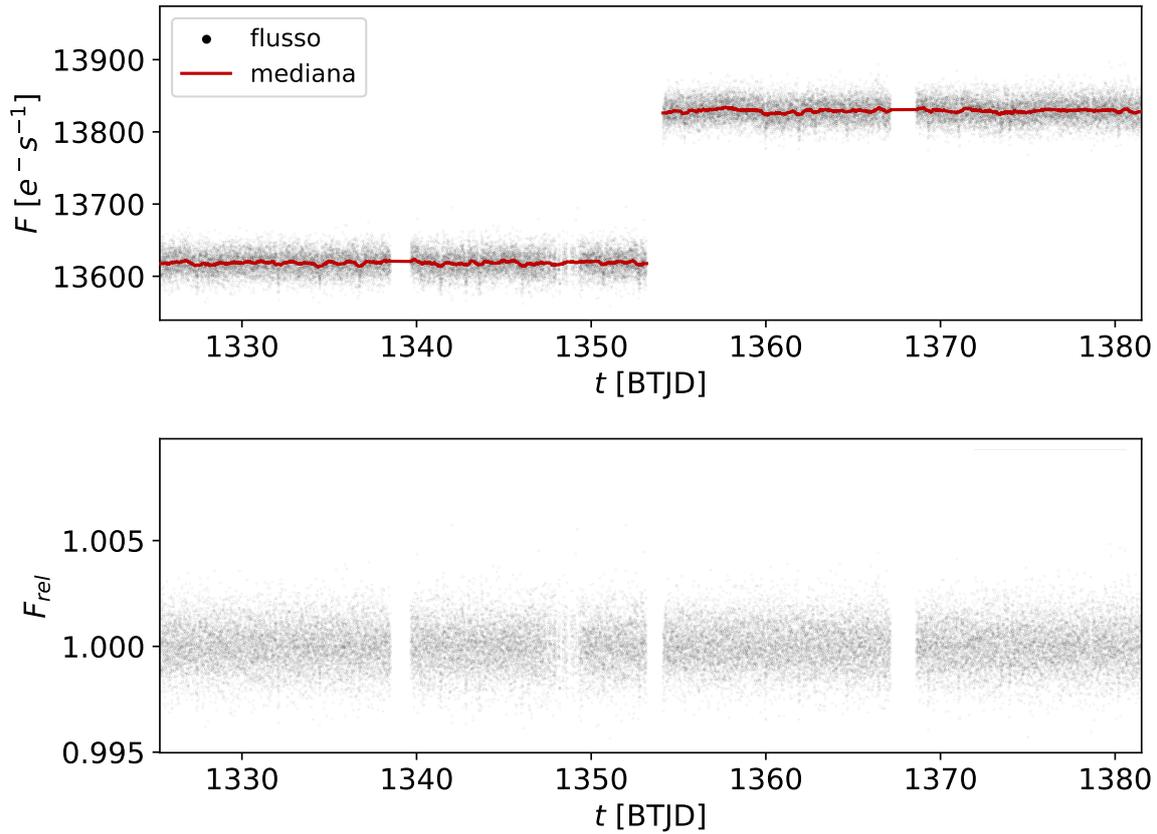
Per massimizzare il segnale dei transiti, in modo da facilitarne la successiva identificazione, abbiamo appiattito la curva di luce con un filtro a mediana mobile, che consiste nel sostituire ad ogni punto della curva il valore della mediana in una finestra temporale centrata nel medesimo punto. Abbiamo determinato l'ampiezza di questa finestra in modo tale che descriva correttamente le modulazioni della curva su tempi scala medio-lunghi, o comunque sufficientemente estesi da evitare la deformazione dei segnali di transito. Dopo varie prove abbiamo deciso di usare una finestra di circa 11 ore, comprendente 299 campionamenti in flusso. Per raggiungere questo risultato sono state utili le tabelle dei TCE, che tra i pianeti transitanti di TOI-125 indicano una durata massima del transito di circa 3.5 ore: la scelta di una finestra molto più grande quindi ci permette di non introdurre deformazioni nel segnale di transito applicando il filtro.

La mediana è stata calcolata singolarmente sui dati di ciascun settore, estesi all'inizio e alla fine copiando i primi e ultimi 150 punti (metà della finestra) rispettivamente per evitare gli artifici da essa introdotti (si veda la curva di luce originale e il filtro nel pannello superiore in figura 2.2). La curva finale si ottiene semplicemente dividendo il flusso per la mediana in ciascun punto, ottenendo la curva normalizzata, visibile nel pannello inferiore in figura 2.2. Ai nuovi valori in flusso così ottenuti abbiamo associato come errore il valore al 68-esimo percentile dei residui rispetto al valore mediano della curva di luce.

## 2.3 Identificazione dei transiti planetari

Il transito di un esopianeta si traduce in un segnale periodico caratterizzato da una diminuzione della luminosità della stella con durata e profondità (quasi sempre) costanti, che si distingue facilmente da un segnale sinusoidale. Per questo, per identificare i singoli segnali siamo ricorsi ad un algoritmo noto come *Box Least Squares* (BLS, Kovács et al., 2002). Tale algoritmo interpola la curva di luce con una funzione a gradino periodica dipendente da quattro parametri: periodo  $P$ , durata  $dur$ , profondità  $\delta$  e tempo di riferimento  $t_0$  (preso al centro del transito).

L'algoritmo BLS (1) genera una serie discreta di periodi di prova, (2) per ciascun periodo mette in



**Figura 2.2:** Pannello superiore, curva di luce con filtro a mediana sovrapposto; pannello inferiore curva di luce corretta e normalizzata.

fase (*folding*<sup>3</sup>) la curva di luce, (3) la ripartizione (*binning*<sup>4</sup>, sottocampiona i dati) e (4) interpola ai minimi quadrati la funzione gradino ottenendo il miglior set di parametri (*best-fit*).

Abbiamo utilizzato l'implementazione dell'algoritmo fornita in `astropy`, che compie il processo di ottimizzazione massimizzando il logaritmo della funzione di verosimiglianza, che per  $n$  campionamenti in flusso  $F_{\text{obs}}$  è data da:

$$\log \mathcal{L} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \log(2\pi\sigma_i^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(F_{i,\text{obs}} - F_{i,\text{BLS}})^2}{\sigma_i^2}, \quad (2)$$

$F_{i,\text{obs}}$  e  $F_{i,\text{BLS}}$  sono rispettivamente i valori in flusso osservati e ottenuti da BLS, mentre  $\sigma_i$  sono gli errori associati al flusso. Le frequenze  $\nu$  relative ai periodi di prova  $P_i$  ( $\nu = P_i^{-1}$ ) vengono determinate internamente dall'algoritmo in base ai dati, a valori delle durate utilizzati nel processo di interpolazione (abbiamo deciso di usare una serie di 20 durate, da 8 minuti a 6 ore) e ad un fattore di sovracampionamento posto uguale a cinque; il periodo più piccolo è dato dal doppio della durata massima, mentre il periodo massimo è dato da tre quarti della durata massima delle osservazioni.

L'algoritmo identifica il segnale più forte in base al valore massimo di  $\log \mathcal{L}$  per dato periodo, durata, profondità e tempo di riferimento. Per identificare tutti i segnali abbiamo iterato l'algoritmo rimuovendo i transiti precedentemente rilevati.

<sup>3</sup>Ad ogni punto della curva di luce viene sottratto il tempo di riferimento e successivamente essa viene riscalata in base al periodo in modo da ottenere valori di fase compresi tra 0 e 1.

<sup>4</sup>Alla curva in fase originale si sostituisce il valore della media dei punti raggruppati in una finestra di fase.

Pianeta #	$P$ (giorni)	dur (giorni)	$t_0$ (giorni)	$\delta$ (ppm)
1	4.65	0.11	0.91	7320
2	9.14	0.09	6.89	7010
3	19.97	0.11	4.53	8090
4	25.22	0.16	11.71	6810

**Tabella 2.1:** Valori di *best-fit* per i pianeti rilevati con il BLS, ordinati in base alla potenza del segnale.

Rilevato il segnale è necessario determinare se si tratta effettivamente di un pianeta oppure di un artificio del rumore, per fare ciò abbiamo calcolato empiricamente la cosiddetta probabilità di falso allarme (*False Alarm Probability*, FAP) tramite il metodo di *bootstrap*:

1. generiamo un nuovo set di dati, che è una permutazione casuale con ripetizione dei dati originali, e applichiamo il BLS a tale set, ottenendo un valore massimo di  $\log \mathcal{L}_i$ ;
2. ripetiamo il punto 1 per un numero  $n$  molto grande di volte: abbiamo scelto  $n = 1000$ ;
3. La FAP è data da:

$$\text{FAP} = \frac{m}{n}, \quad (3)$$

dove  $m$  è il numero di iterazioni per cui  $\log \mathcal{L}_i > \log \mathcal{L}$ .

Abbiamo scelto come soglia  $\text{FAP} \sim 4-5\%$ , ovvero per valori di FAP superiori a questi consideriamo il segnale come falso positivo dovuto al rumore. Questo approccio è giustificato dal fatto che se il segnale è effettivamente dovuto al transito di un pianeta davanti alla stella, allora andando a riordinare i dati casualmente è altamente improbabile che il BLS riesca a rilevare un segnale con potenza comparabile al segnale vero; al contrario se un segnale è dovuto al rumore allora una permutazione dei dati potrebbe restituire un segnale di potenza comparabile.

Per le prime quattro iterazioni del BLS, la FAP per  $n = 1000$  risulta essere nulla (ovvero probabilmente inferiore allo 0.1%, servirebbero più iterazioni per verificare l'effettiva probabilità), tuttavia la quinta mostra una FAP del 27%, il che indica che ci sono quattro segnali dovuti a pianeti.

È possibile visualizzare i segnali dei pianeti ad ogni iterazione del BLS costruendo un periodogramma, cioè mettendo a grafico i periodi di prova (o le frequenze,  $\nu = P^{-1}$ ) e  $\log \mathcal{L}$ . In figure 2.4, 2.5, 2.6 e 2.7 sono riportati i periodogrammi dei segnali identificati, con evidenziati i periodi e frequenze associati ai picchi massimi e le loro armoniche. Notiamo che il rapporto segnale-rumore (S/N) è maggiore per i primi due pianeti, infatti i corrispondenti picchi nel periodogramma, con periodo di 4.65 giorni e 9.14 giorni, sono molto forti e si riescono a distinguere facilmente dal rumore di fondo, mentre per i pianeti a 19.97 e 25.22 giorni, sebbene il segnale sia comunque distinguibile dal fondo, la separazione non è così netta.

In figura 2.3 sono evidenziati i transiti dei pianeti rilevati all'interno della curva di luce. Riportiamo in figura 2.8 i modelli del BLS sovrapposti sulla curva di luce in fase e centrata sul transito. In tabella 2.1 sono riportati i valori di *best-fit* per i segnali rilevati dall'algoritmo: si noti la presenza di una potenziale risonanza 5:4 tra il terzo e quarto pianeta.

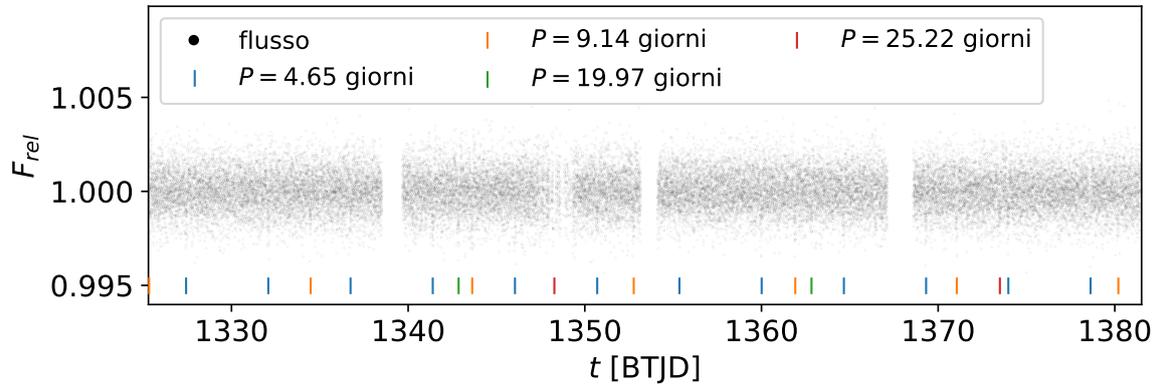


Figura 2.3: Curva di luce con evidenziati i transiti dei pianeti i cui parametri sono elencati in tabella 2.1.

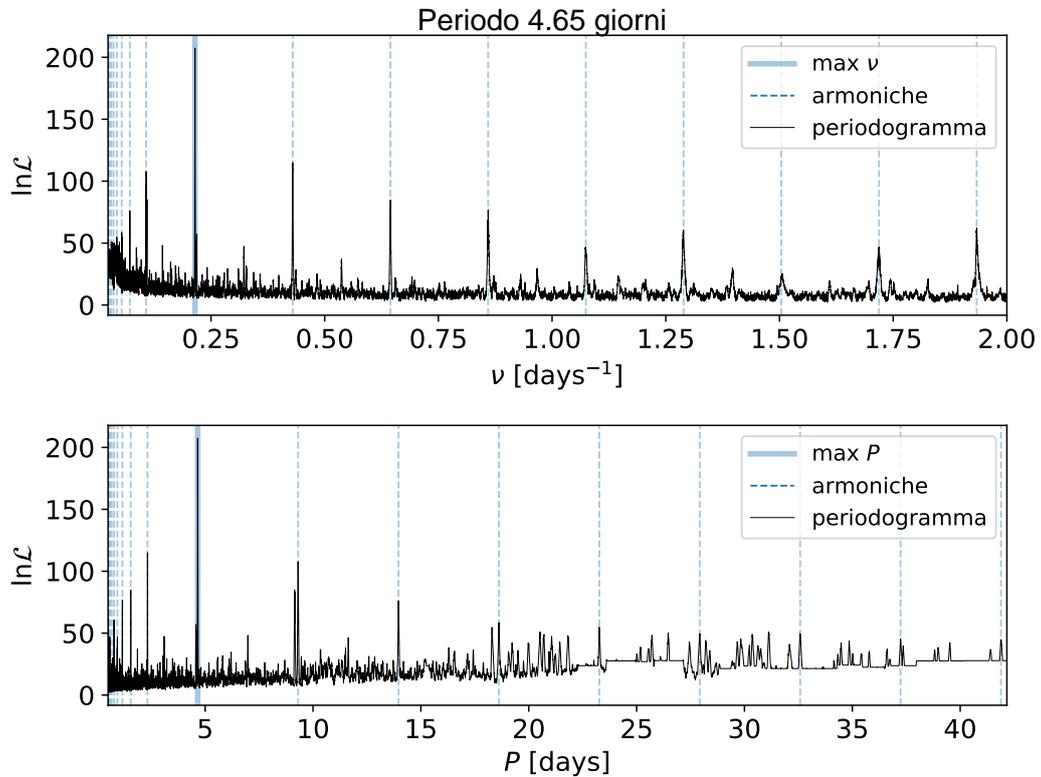
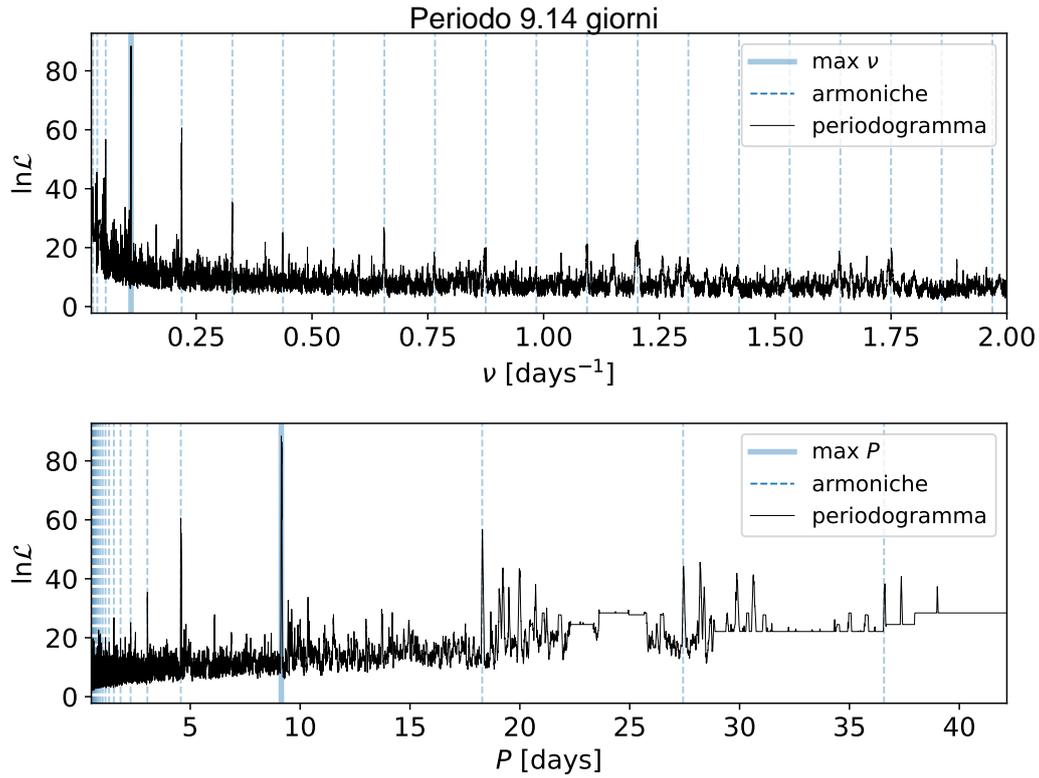
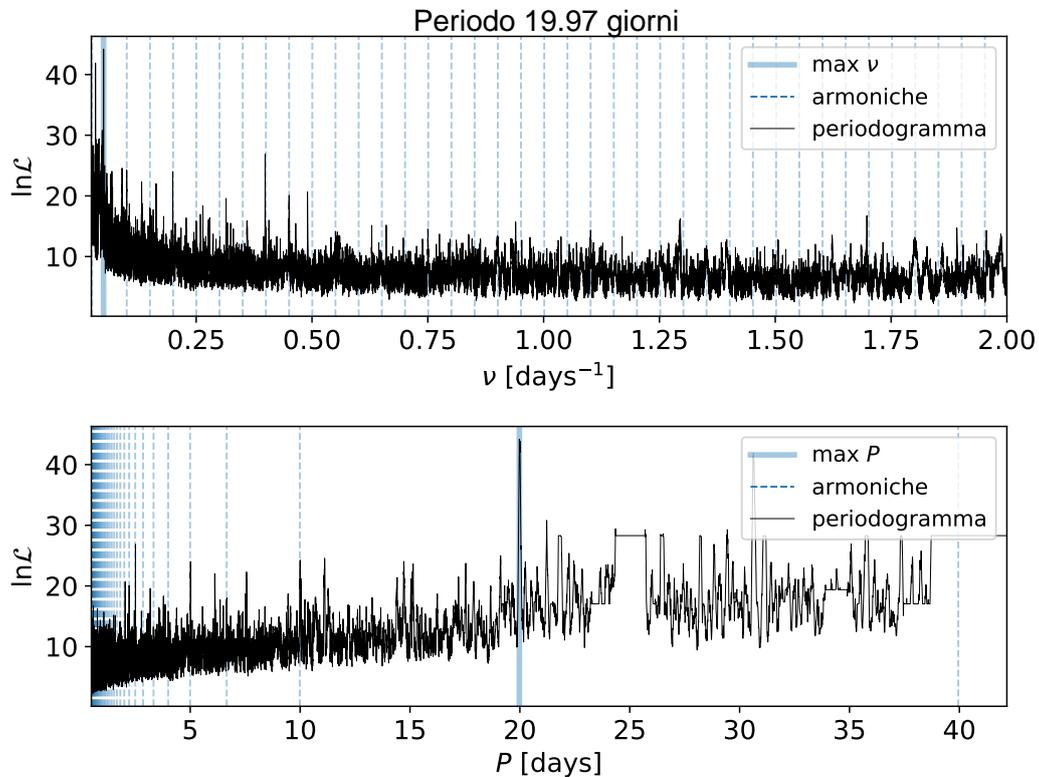


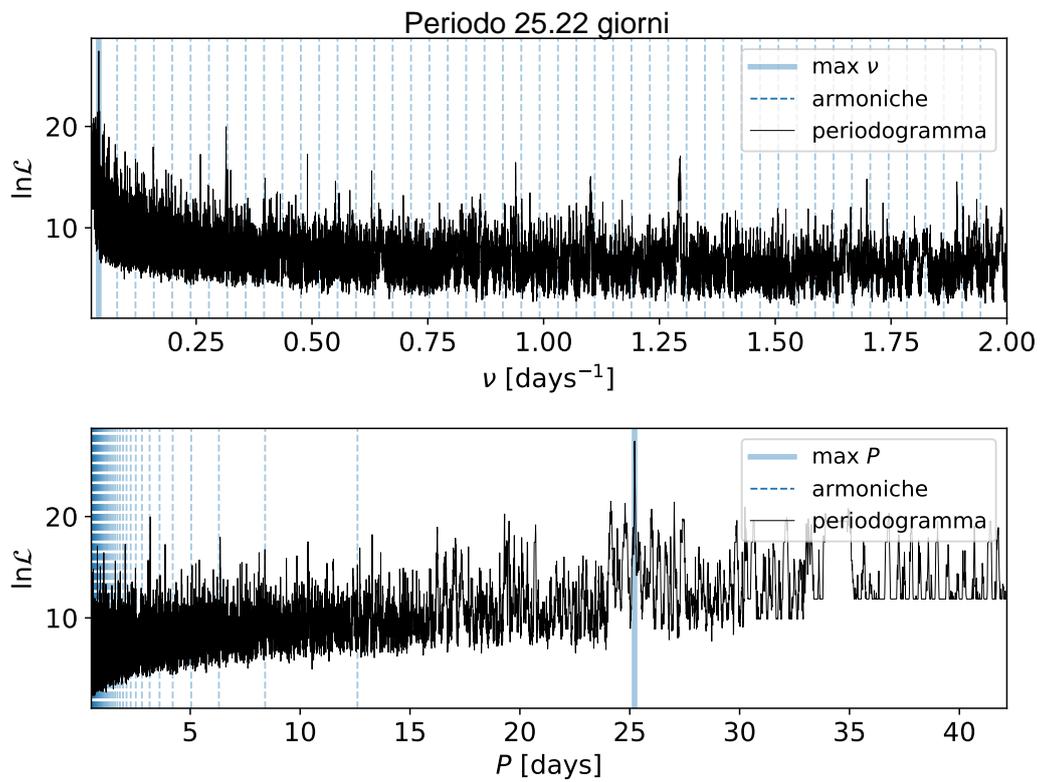
Figura 2.4: Periodogramma per il primo segnale rilevato, con picco a circa  $P = 4.65$  giorni. Nel pannello superiore le frequenze  $\nu$  sono calcolate come  $P^{-1}$ .



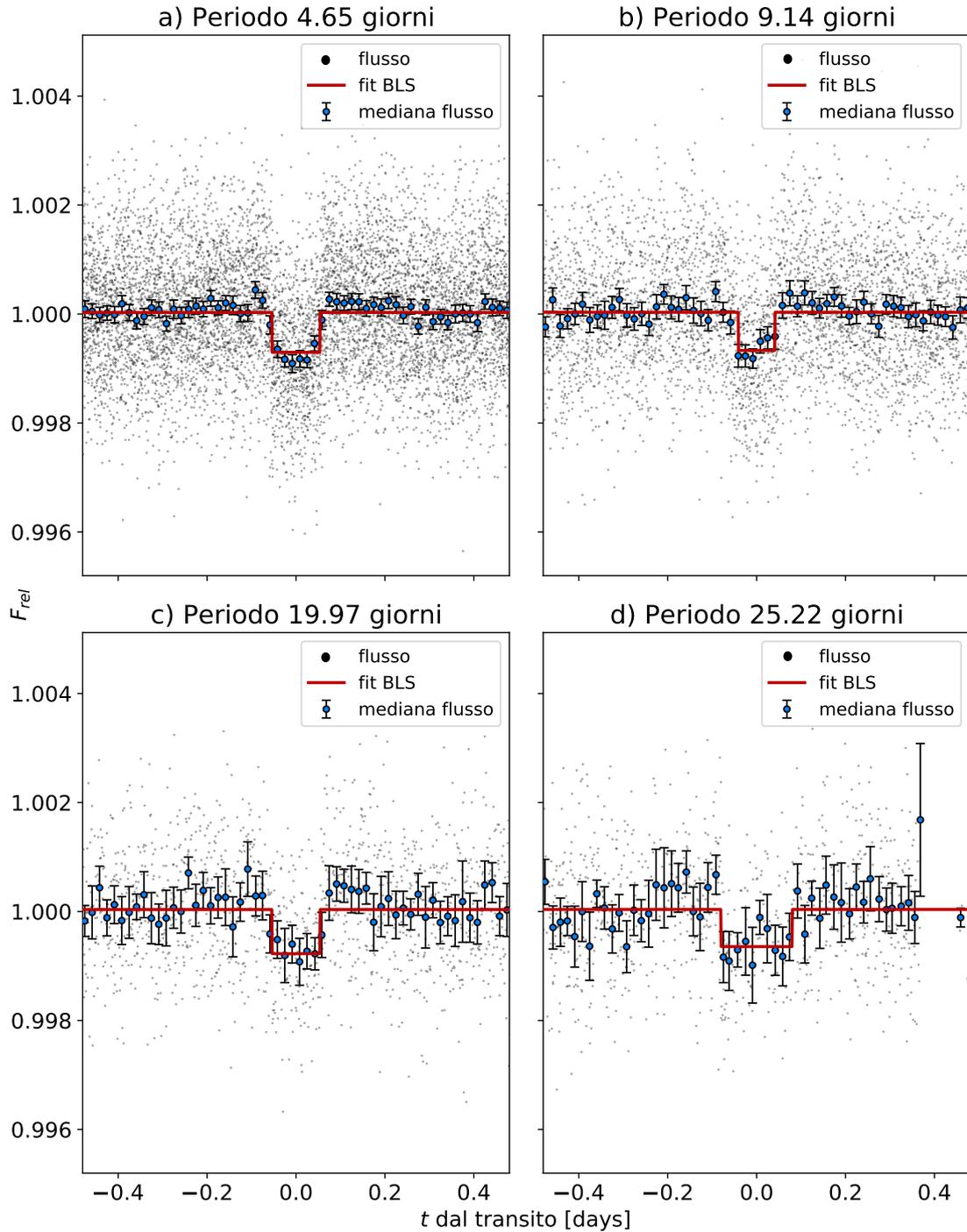
**Figura 2.5:** Periodogramma per il secondo segnale rilevato, con picco a circa  $P = 9.14$  giorni. Nel pannello superiore le frequenze  $\nu$  sono calcolate come  $P^{-1}$ .



**Figura 2.6:** Periodogramma per il terzo segnale rilevato, con picco a circa  $P = 19.97$  giorni. Nel pannello superiore le frequenze  $\nu$  sono calcolate come  $P^{-1}$ .



**Figura 2.7:** Periodogramma per il quarto segnale rilevato, con picco a circa  $P = 25.22$  giorni. Nel pannello superiore le frequenze  $\nu$  sono calcolate come  $P^{-1}$ .



**Figura 2.8:** In ogni pannello si riportano: il modello del BLS relativo ai parametri in tabella 2.1 (linea rosso scuro), e mediana ed errore (90esimo percentile dei residui rispetto alla mediana) dei dati partizionati in finestre da 24 minuti (punti blu-nero). I pannelli da a) a d) sono ordinati in maniera crescente in funzione del rapporto S/N del pianeta.



## Capitolo 3

# Determinazione dei parametri del sistema esoplanetario

### 3.1 Modello di un transito esoplanetario

Abbiamo visto nella sezione 2.3 come possiamo identificare il segnale di un transito con una funzione a gradino periodica, tuttavia questo tipo di funzione non descrive precisamente il comportamento reale di un transito, che è invece caratterizzato da un progressivo abbassamento e innalzamento della luminosità della stella.

Un transito può essere rappresentato come il passaggio di un disco opaco, il pianeta, tra il disco della stella e l'osservatore causando una diminuzione del flusso luminoso al variare del tempo (si veda lo schema in figura 3.1). Mandel and Agol (2002) hanno trattato nel dettaglio come il flusso della stella vari in base alla porzione del disco coperta dal pianeta, introducendo un modello di transito planetario. La forma trapezoidale del profilo del transito mostrato nella figura 3.1 è valida solo nel caso in cui la stella emetta in modo uniforme lungo tutto il disco. Nella realtà le stelle presentano un effetto di oscuramento al bordo (*Limb Darkening*, LD), che arrotonda la forma del segnale. Questo è un fenomeno ottico associato all'interazione tra fotoni e materia, per cui una sorgente sferica appare più luminosa al centro che non ai bordi. Infatti l'angolo  $\theta$  tra la linea di vista e la normale alla superficie della stella aumenta muovendosi verso il bordo, quindi vedremo uno strato che si trova ad una densità e temperatura inferiore rispetto a quella che osserviamo al centro. Data la complessità delle atmosfere stellari non esiste un'unica legge di LD, ma esistono modelli parametrici più o meno accurati; nel nostro caso abbiamo deciso di utilizzare una funzione quadratica in  $\mu = \cos \theta$  nella forma:

$$1 - \gamma_1(1 - \mu) - \gamma_2(1 - \mu)^2, \quad (4)$$

dove  $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$  sono due parametri liberi. Questa formulazione permette di ridurre considerevolmente i tempi di computazione del modello sviluppato in Mandel and Agol (2002), pur rimanendo accurata nei risultati

### 3.2 Stima iniziale dei parametri planetari

Il modello del transito (Mandel and Agol, 2002) utilizzato è implementato nel pacchetto `PyAstronomy`<sup>1</sup>. Nell'assunzione di orbite circolari vengono richiesti sette parametri per descrivere il modello: il rapporto  $p$  tra raggio planetario  $R_p$  e raggio stellare  $R_*$ , il semiasse maggiore in unità del raggio stellare  $a/R_*$ , l'inclinazione  $i$  dell'orbita rispetto al piano del cielo, i parametri  $t_0$  e  $P$  per descriverne la periodicità, e  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  che descrivono l'oscuramento al bordo. L'assunzione di orbite circolari è necessaria in quanto dai soli transiti non è possibile determinare l'eccentricità  $e$  e l'argomento del pericentro  $\omega$ . I valori iniziali dei parametri sono stati determinati dai risultati del BLS e dalle proprietà della stella (Winn, 2010). Dalla profondità del transito  $\delta$  possiamo ricavare  $p = R_p/R_*$  come  $p \approx \sqrt{\delta}$ . Il parametro  $a/R_*$  si può ottenere calcolando il semiasse maggiore  $a$  dalla terza legge di Keplero per orbite circolari e nell'ipotesi che la massa del pianeta sia molto minore della massa della stella:

$$a = \left( \frac{GM_*}{4\pi^2} P^2 \right)^{1/3}, \quad (5)$$

dove  $P$  è il periodo di rivoluzione del pianeta (ricavato dal BLS) e  $M_*$  è la massa della stella.  $a/R_*$  è infine ottenuto dividendo  $a$  per il raggio della stella  $R_*$ . Abbiamo utilizzato i parametri stellari  $M_*$  e  $R_*$  del TIC (presentati nella sezione 1.2 ed elencati in tabella 3.1). Il parametro  $i$ , ovvero l'inclinazione dell'orbita rispetto al piano del cielo, è dato da:

$$i = \arccos \left( \frac{R_* b}{a} \right), \quad (6)$$

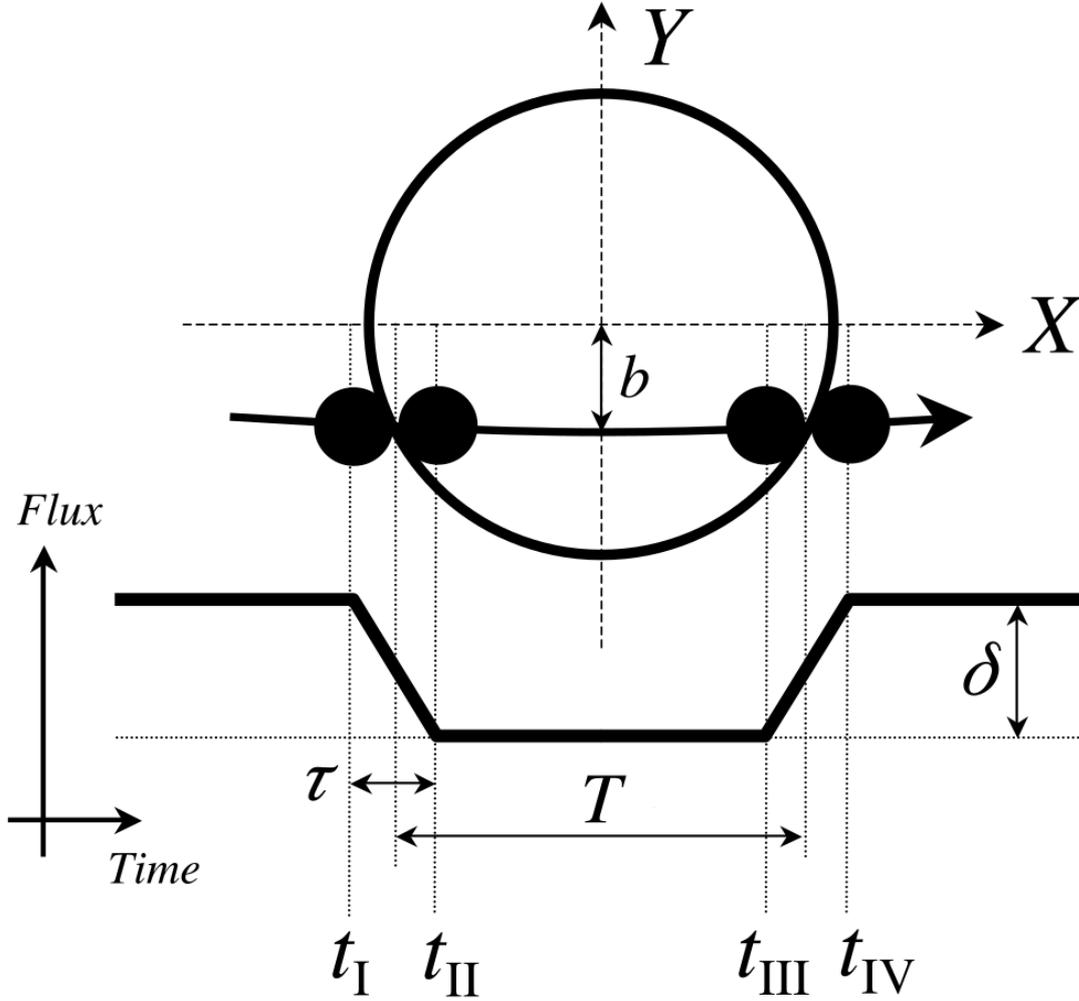
dove  $b$  è il parametro d'impatto, cioè la proiezione del semiasse maggiore dell'orbita sul disco della stella (vedi figura 3.1). Per  $b$  abbiamo utilizzato i valori ottenuti dai *Data Validation Reports* (DVR), dei documenti che riportano nel dettaglio i risultati ottenuti dallo SPOC. Poichè la pipeline ha individuato solamente tre dei quattro candidati pianeti da noi rilevati, abbiamo deciso di usare  $b = 0$  (ovvero  $i = 90^\circ$ ) per il quarto candidato.  $t_0$  e  $P$  sono forniti direttamente dal BLS. I parametri di LD,  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , sono stati presi dalle tabelle di Claret (2018) specifiche per la missione TESS<sup>2</sup>, in particolare abbiamo preso  $\gamma_1 = 0.4150$  e  $\gamma_2 = 0.1974$  per una stella con  $T_{\text{eff}} = 5200$  K e  $\log g = 4.5$ , simile alla stella in esame (vedi tabella 3.1).

Questi valori sono il punto di partenza da cui interpolare il modello del transito per ottenere i parametri che meglio approssimano la curva di luce (o parametri di *best-fit*); abbiamo posto come parametri liberi  $p$ ,  $a/R_*$ ,  $i$ ,  $t_0$  e  $P$ , mentre abbiamo mantenuto fissi  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ . Per i parametri liberi abbiamo specificato delle restrizioni, ovvero degli intervalli di valori entro cui possono variare durante l'interpolazione:  $p$  e  $i$  sono stati fatti variare tra 0 e 1, e  $0^\circ$  e  $90^\circ$  rispettivamente, mentre  $a/R_*$ ,  $t_0$  e  $P$  sono stati fatti variare tra 0 e 10 volte il loro valore iniziale. L'interpolazione è stata eseguita minimizzando il  $\chi^2$ , usando un metodo di ottimizzazione implementato nel pacchetto `scipy`<sup>3</sup>. I valori dei parametri iniziali e di *best-fit* sono riportati in tabella 3.2

<sup>1</sup><https://www.hs.uni-hamburg.de/DE/Ins/Per/Czesla/PyA/PyA/modelSuiteDoc/forTrans.html?highlight=mandel%20agol>

<sup>2</sup>Le tabelle possono essere trovate al seguente indirizzo <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=J/A+A/618/A20>

<sup>3</sup>L'algoritmo usato è il metodo di Nelder-Mead, <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.fmin.html>



**Figura 3.1:** Schema di un transito in cui si possono vedere alcune delle grandezze coinvolte, come il parametro d’impatto  $b$ , la profondità  $\delta$  e la durata del transito  $T$  (non necessariamente uguale a dur ottenuta dal BLS).  $t_I$ - $t_{IV}$  sono i tempi a cui i dischi di stella e pianeta sono tangenti, mentre  $\tau$  è il tempo d’ingresso/uscita, ovvero l’intervallo di tempo che il disco del pianeta impiega ad entrare o uscire dal disco della stella (figura presa da Winn, 2010).

### 3.3 Stima finale dei parametri planetari

Una volta che abbiamo ottenuto una stima dei parametri del modello del transito che meglio approssima i dati, è necessario raffinarli ulteriormente e quantificare l’incertezza ad essi associata. Abbiamo deciso di adottare un approccio di tipo Bayesiano, in particolare abbiamo deciso di utilizzare un metodo di Monte Carlo basato su catene di Markov (MCMC) noto come *Affine Invariant Ensemble Sampler* (AIES), implementato nel pacchetto *emcee*<sup>4</sup>. Il metodo consiste nel generare un gruppo (*ensemble*) di catene (o *walkers*, cioè vettori nello spazio dei parametri liberi), ciascuna delle quali esplora lo spazio dei parametri in funzione dei valori delle altre catene. L’evoluzione delle catene dipende inoltre dalla nostra conoscenza a priori sui parametri, che si traduce in una probabilità a priori che noi abbiamo impostato come uniforme all’interno degli intervalli introdotti nella sezione 3.2. Per una trattazione dettagliata dell’algoritmo AIES e della sua implementazione in *emcee* si vedano Foreman-Mackey et al. (2013); Goodman and Weare (2010).

Abbiamo scelto di generare 30 *walkers* e di ripetere il processo di cammino casuale per 13000 ite-

<sup>4</sup><https://emcee.readthedocs.io/en/stable>

Parametri di TOI-125	
RA (hh:mm:ss)	01:34:22.73
DEC (°:mm:ss)	-66:40:32.99
$M_{\star}$ ( $M_{\odot}$ )	$0.91 \pm 0.11$
$R_{\star}$ ( $R_{\odot}$ )	$0.85 \pm 0.05$
$\rho_{\star}$ ( $\rho_{\odot}$ )	$1.47 \pm 0.34$
$D$ (pc)	$111.06 \pm 0.44$
Tmag	$10.20 \pm 0.01$
$\log g$	$4.53 \pm 0.08$
$T_{\text{eff}}$ (K)	$5280 \pm 130$

**Tabella 3.1:** Parametri stellari di TOI-125 come riportate nel TIC.  $D$  è la distanza della stella dal Sole, mentre Tmag è la magnitudine nella banda di TESS.

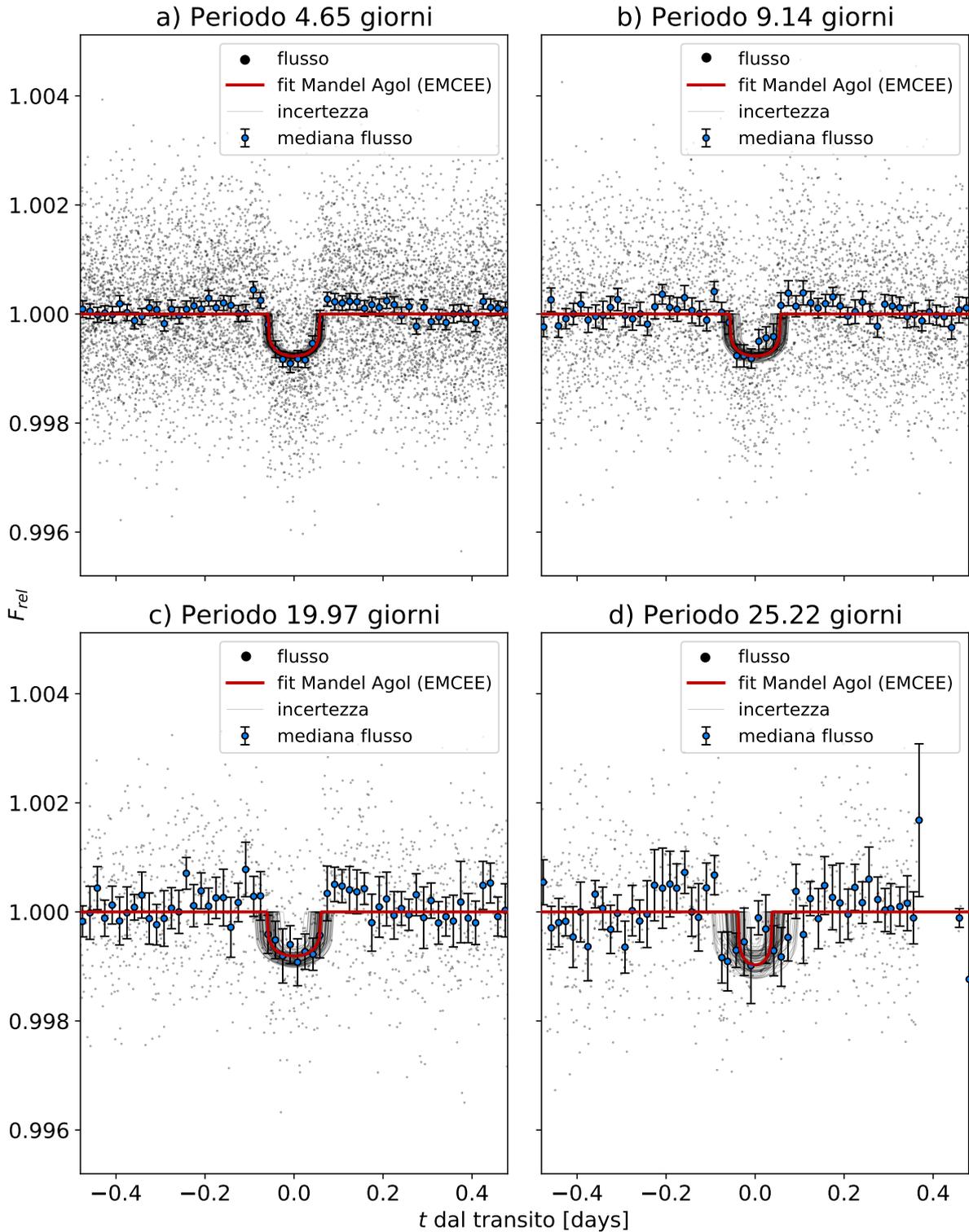
Pianeta #	$p$	$a/R_{\star}$	$i$ (°)	$t_0$ (giorni)	$P$ (giorni)
1 stima	0.0270	13.37	88.85	0.91	4.65
1 <i>best-fit</i>	0.0253	13.28	89.70	0.92	4.65
2 stima	0.0265	20.98	89.08	8.69	9.14
2 <i>best-fit</i>	0.0240	23.51	89.23	8.69	9.14
3 stima	0.0284	35.32	89.79	4.53	19.97
3 <i>best-fit</i>	0.0287	37.07	88.84	4.54	19.97
4 stima	0.0261	41.26	90.00	11.71	25.22
4 <i>best-fit</i>	0.0237	50.82	89.98	11.59	25.22

**Tabella 3.2:** Valori dei parametri liberi nel modello del transito. Per ciascun transito sono mostrati i valori stimati nella prima riga e i valori di *best-fit* nella seconda riga.

razioni. Le prime 3000 iterazioni sono di *burn-in* e vengono scartate: queste sono necessarie per permettere ai *walkers* di spaziare su valori iniziali diversi (infatti i *walkers* sono inizializzati in un intorno gaussiano dei valori iniziali). Alla fine del processo, l'*ensemble* assumerà valori che approssimano la distribuzione a posteriori di ciascun parametro libero. Da queste distribuzioni si possono estrapolare i valori che meglio descrivono i dati come il set di parametri con  $\log \mathcal{L}$  maggiore (MLE, da *Maximum Likelihood Estimator*) e i loro errori presi come estremi dell'intervallo di credibilità (detto anche *Highest Density Interval*, HDI) al 68.27% (equivalente a  $1\sigma$ ). Questi, assieme alle caratteristiche di ciascuna distribuzione, come media e mediana, sono riportati in tabella 3.3. In figura 3.2 sono mostrati i modelli dei transiti ottenuti con i parametri di MLE. Riportiamo in appendice A i valori e i grafici delle correlazioni presenti tra i parametri del modello.

Dai periodi ottenuti notiamo che i primi due pianeti sono molto vicini ad una risonanza 2:1, mentre il terzo e il quarto sono prossimi ad una risonanza 5:4, il che soddisfa ampiamente i criteri di selezione impiegati nel capitolo 2.

Possiamo ricavare il raggio  $R_p$  di ogni pianeta moltiplicando il parametro  $p$  per il raggio della stella



**Figura 3.2:** In ogni pannello si riportano: il modello del transito del pianeta per i parametri di MLE ottenuti con `emcee` (linea rosso scuro); 100 modelli campionati casualmente dalla distribuzione a posteriori entro HDI al 68.27% (linee grigie); mediana ed errore (90esimo percentile dei residui rispetto alla mediana) dei dati partizionati in finestre da 24 minuti (punti blu-nero). I pannelli da a) a d) sono ordinati in maniera crescente in funzione del rapporto S/N del pianeta.

Pianeta #	Parametri	MLE	Media	Mediana
1	modello			
	$p$	$0.0253^{+0.0015}_{-0.0008}$	0.0261	0.0258
	$a/R_\star$	$13.0^{+0.3}_{-2.8}$	11.0	11.5
	$i$ ( $^\circ$ )	$89.9^{+0.1}_{-3.2}$	87.3	87.8
	$t_0$ (giorni)	$1.07^{+0.06}_{-0.18}$	1.01	1.01
	$P$ (giorni)	$4.6539^{+0.0006}_{-0.0002}$	4.6541	4.6541
	altri parametri fisici			
	$R_p$ ( $R_\oplus$ )	$2.34^{+0.24}_{-0.13}$	2.42	2.41
	$a$ (au)	$0.051^{+0.002}_{-0.013}$	0.043	0.045
	2	modello		
$p$		$0.025^{+0.002}_{-0.001}$	0.026	0.026
$a/R_\star$		$26.1^{+0.7}_{-6.9}$	21.1	22.5
$i$ ( $^\circ$ )		$89.8^{+0.2}_{-1.7}$	88.4	88.7
$t_0$ (giorni)		$7.85^{+0.03}_{-0.33}$	7.69	7.69
$P$ (giorni)		$9.1490^{+0.0023}_{-0.0002}$	9.1501	9.1501
altri parametri fisici				
$R_p$ ( $R_\oplus$ )		$2.34^{+0.27}_{-0.15}$	2.45	2.42
$a$ (au)		$0.103^{+0.004}_{-0.030}$	0.083	0.088
3		modello		
	$p$	$0.026^{+0.003}_{-0.001}$	0.028	0.027
	$a/R_\star$	$52^{+10}_{-17}$	47	49
	$i$ ( $^\circ$ )	$89.7^{+0.2}_{-0.6}$	89.2	89.4
	$t_0$ (giorni)	$4.1^{+0.4}_{-1.3}$	3.6	3.6
	$P$ (giorni)	$19.981^{+0.019}_{-0.006}$	19.989	19.988
	altri parametri fisici			
	$R_p$ ( $R_\oplus$ )	$2.41^{+0.38}_{-0.17}$	2.57	2.54
	$a$ (au)	$0.21^{+0.04}_{-0.07}$	0.19	0.19
	4	modello		
$p$		$0.028^{+0.004}_{-0.005}$	0.028	0.028
$a/R_\star$		$105^{+13}_{-65}$	88	89
$i$ ( $^\circ$ )		$89.9^{+0.1}_{-0.4}$	89.5	89.7
$t_0$ (giorni)		$11.5^{+0.2}_{-0.6}$	11.3	11.3
$P$ (giorni)		$25.220^{+0.012}_{-0.003}$	25.225	25.225
altri parametri fisici				
$R_p$ ( $R_\oplus$ )		$2.64^{+0.38}_{-0.46}$	2.63	2.62
$a$ (au)		$0.42^{+0.05}_{-0.26}$	0.351	0.352

**Tabella 3.3:** Valori di MLE ottenuti tramite *emcee*, gli errori dall'intervallo di credibilità (HDI) al 68.27%, la media e mediana delle distribuzioni a posteriori.

Pianeta #	$\rho_{\star,p}$ ( $M_{\star} R_{\star}^{-3}$ )	$K_p$ ( $\text{au}^3 \text{yr}^{-2}$ )
1	$0.32^{+0.01}_{-0.18}$	$0.70^{+0.13}_{-0.43}$
2	$0.68^{+0.01}_{-0.44}$	$1.43^{+0.24}_{-1.03}$
3	$1.14^{+0.14}_{-1.10}$	$2.80^{+0.56}_{-0.18}$
4	$5.96^{+0.55}_{-5.92}$	$9.35^{+7.30}_{-9.28}$

**Tabella 3.4:** Valori dei rapporti  $a^3/P^2 = K_p$  e densità stellare calcolati dalle proprietà planetarie, ordinati per rapporto S/N decrescente.

(il cui valore è riportato in tabella 3.1):

$$R_p = pR_{\star} \quad (7)$$

Dai valori di  $R_p$  ottenuti (vedi tabella 3.3) si deduce che tutti i pianeti individuati sono sub-nettuniani. Il semiasse maggiore dell'orbita  $a$  si ottiene analogamente a  $R_p$ , moltiplicando  $a/R_{\star}$  per il raggio della stella. Le distribuzioni a posteriori di  $p$  e  $a/R_{\star}$  sono note (vedi appendice A) e, soprattutto per  $a/R_{\star}$ , deviano visibilmente dalla normalità, di conseguenza per propagare gli errori di  $R_p$  e  $a$  abbiamo utilizzato il metodo Monte Carlo: abbiamo campionato la distribuzione di  $R_{\star}$  considerandola come una gaussiana con deviazione standard pari all'incertezza sul parametro (vedi tabella 3.1), e quindi l'abbiamo moltiplicata per le rispettive distribuzioni di  $p$  e  $a/R_{\star}$ : le distribuzioni risultanti sono le distribuzioni a posteriori di  $R_p$  e  $a$ , da cui si possono calcolare gli errori come gli estremi del HDI al 68.27%.

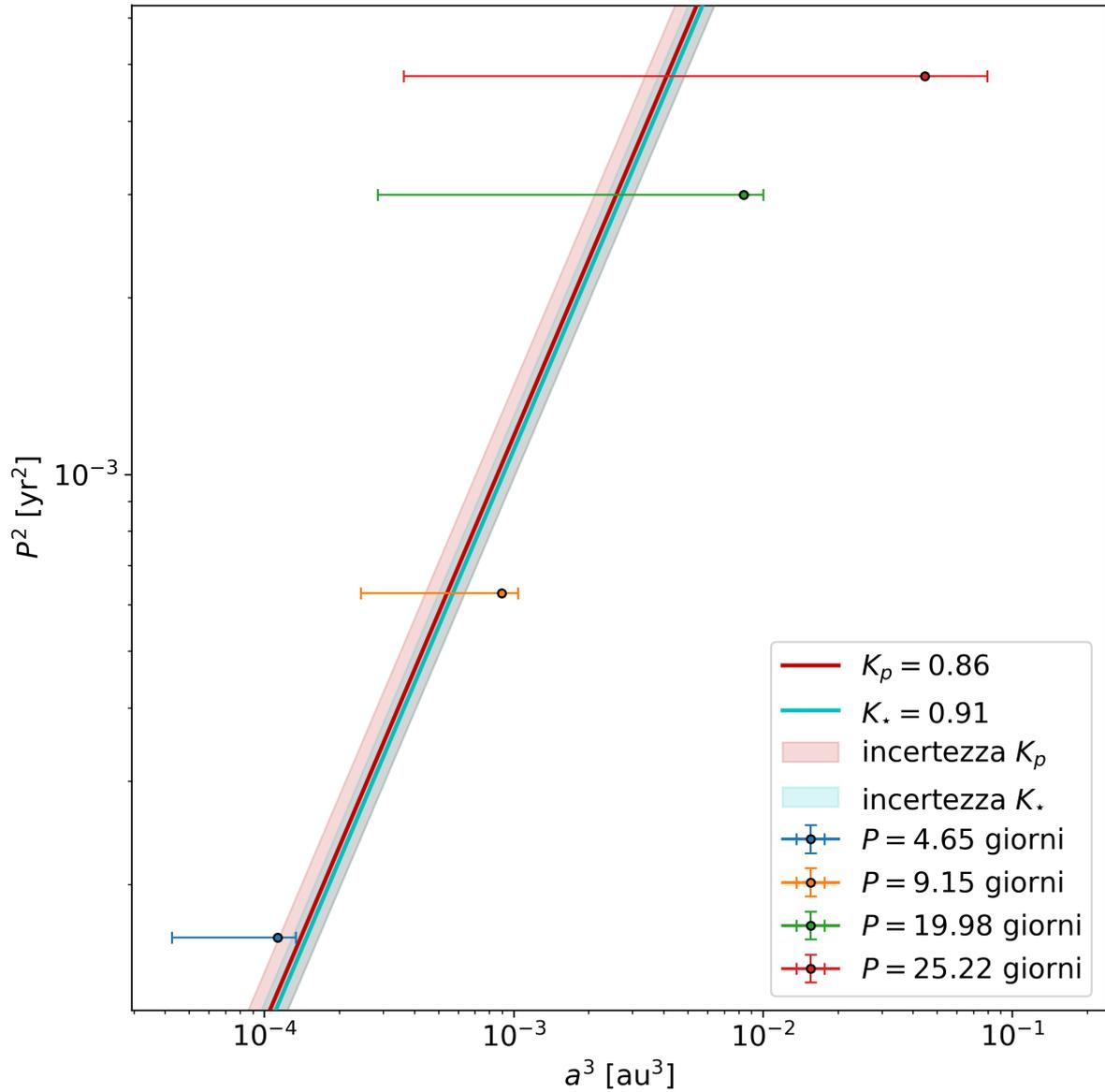
Per la terza legge di Keplero, i pianeti che orbitano TOI-125 dovrebbero avere un rapporto costante tra il cubo del semiasse maggiore e il quadrato del periodo orbitale, in particolare, assumendo che le masse dei pianeti siano molto minori di  $M_{\star}$ , deve valere  $a^3/P^2 = GM_{\star}/(4\pi) = K_{\star} = 0.91 \pm 0.11 \text{ au}^3 \text{ yr}^{-2}$  (utilizzando il valore di  $M_{\star}$  dal catalogo, vedi tabella 3.1). Conoscendo le distribuzioni a posteriori di  $a$  e  $P$ , abbiamo campionato  $K_p = a^3/P^2$  per ciascun pianeta (il pedice denota che la costante è stata ottenuta dalle proprietà planetarie) e, considerando come  $K_p$  la moda della distribuzione (vedi tabella 3.4), abbiamo calcolato la media pesata tra i quattro rapporti. Il valore così calcolato è  $\overline{K_p} = 0.86 \pm 0.15 \text{ au}^3 \text{ yr}^{-2}$ . In figura 3.3 è riportata in scala logaritmica la posizione dei pianeti nel piano  $a^3P^2$  relativa alle rette  $a^3 = KP^2$  per  $K = K_{\star} = 0.91$  e  $K = \overline{K_p} = 0.86$ . Il valore di  $\overline{K_p}$  è consistente entro un  $1\sigma$  con il valore di  $K_{\star}$ , il che conferma la validità dei risultati ottenuti.

Un'ulteriore verifica, comune nello studio degli esopianeti (si vedano ad esempio Sandford and Kipping, 2017; Winn, 2010), è quella di calcolare la densità stellare dai parametri planetari e confrontarla con quella ottenuta dai parametri stellari. Dalla terza legge di Keplero, assunto che  $M_p \ll M_{\star}$ :

$$M_{\star} = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2}$$

$$\rho_{\star} \equiv \frac{3M_{\star}}{4\pi R_{\star}^3} = \frac{3\pi (a/R_{\star})^3}{G P^2} \equiv \rho_{\star,p} \quad (8)$$

Da cui si ottiene  $\rho_{\star} = 0.35 \pm 0.08$ , mentre i valori di  $\rho_{\star,p}$  sono riportati in tabella 3.4. Il valore di  $\rho_{\star,p}$  che più si avvicina al valore di  $\rho_{\star}$  è dato dal primo pianeta, dato che questo transita davanti alla stella molte volte aumentando il S/N e la precisione sui parametri, permettendo una stima di  $\rho_{\star,p}$  nettamente migliore. Calcolando la media pesata tra i vari  $\rho_{\star,p}$ , si ottiene  $\overline{\rho_{\star,p}} = 0.39 \pm 0.16$ , consistente entro  $1\sigma$  con il valore determinato dai soli parametri stellari del TIC.



**Figura 3.3:** Grafico con  $a^3$  ( $\text{au}^3$ ) in ascissa e  $P^2$  ( $\text{yr}^2$ ) in ordinata. In rosso è mostrata la retta  $a^3 = \overline{K_p}P^2$  e in blu la retta  $a^3 = K_*P^2$ ; le regioni colorate rappresentano l'incertezza dei relativi valori di  $K$ .

Tutte le incertezze, eccetto quelle delle medie pesate, sono state propagate usando il metodo Monte Carlo. Per le medie pesate l'incertezza  $\sigma$  è stata calcolata come l'inverso della radice della somma in quadratura dei pesi  $w_i$ ,  $\sigma = 1/\sqrt{\sum_i w_i^2}$ , dove  $w_i = \sigma_i^{-1}$  (per grandezze con incertezze asimmetriche abbiamo utilizzato  $\sigma_i = \max(\sigma_{i,\text{sup}}, \sigma_{i,\text{inf}})$ , dove sup e inf indicano i limiti superiori e inferiori dell'incertezza).

# Capitolo 4

## Conclusioni

Nel capitolo 1 abbiamo parlato della missione spaziale TESS e di come essa rivoluzionerà la nostra conoscenza sugli esopianeti, rilevando potenzialmente centinaia, se non migliaia, di esopianeti attorno a stelle brillanti e vicine.

Nel capitolo 2 abbiamo ricercato un sistema planetario osservato da TESS durante i primi due settori di osservazione. Aiutandoci con i risultati preliminari dello SPOC, abbiamo selezionato un candidato che soddisfacesse tre condizioni, ovvero la presenza di più potenziali pianeti, possibilmente in una condizione di risonanza tra loro, e con raggi inferiori a  $4 R_{\oplus}$ . Utilizzando un algoritmo noto come BLS abbiamo identificato i segnali dovuti a quattro corpi orbitanti TOI-125, il candidato che abbiamo selezionato. Con la tecnica del *bootstrap* abbiamo determinato che nella curva di luce non sono presenti ulteriori segnali distinti dovuti a pianeti e non derivanti dal rumore; la pipeline usata dalla SPOC ne aveva rilevati solo tre. Prima di procedere all'identificazione dei transiti abbiamo dovuto appiattire la curva di luce in modo tale da ridurre effetti dovuti all'attività stellare e altri effetti sistematici. Per raggiungere questo obiettivo abbiamo usato un filtro a mediana mobile, applicato singolarmente alla sezioni di curva di luce appartenenti ai due settori. All'interno delle curve di luce dei singoli settori sono presenti dei buchi dovuti allo scaricamento a Terra dei dati: i filtri a mediana mobile non preservano bene l'andamento del segnale ai bordi, e la presenza di buchi nella serie temporale introduce più bordi all'interno del segnale, che sono quindi suscettibili a deformazioni introdotte dal filtro. Un approccio migliore rispetto a quello da noi praticato potrebbe quindi essere quello di considerare solo gli intervalli temporali in cui è effettivamente presente del segnale quando si applica il filtro. Inoltre si potrebbero applicare filtri diversi dalla mediana per confrontarne l'effetto sull'identificazione dei transiti.

Nel capitolo 3 abbiamo determinato una stima iniziale dei parametri del modello di transito usando i valori del BLS e i risultati dello SPOC, abbiamo ottimizzato il modello ai minimi quadrati, e infine abbiamo usato un approccio Bayesiano tramite metodi MCMC per ottenere i valori dei parametri che massimizzano il logaritmo della funzione di verosimiglianza,  $\log \mathcal{L}$ . Evidenziamo che i sette parametri caratteristici dell'implementazione del modello di transito che abbiamo usato,  $p$ ,  $a/R_{\star}$ ,  $i$ ,  $t_0$ ,  $P$ ,  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , non sono l'unica combinazione di parametri possibili, infatti altre implementazioni utilizzano parametri diversi che minimizzano le correlazioni tra i parametri stessi e possono aumentare l'efficienza degli algoritmi di minimizzazione e MCMC (si vedano ad esempio Benatti et al., 2019; Borsato et al., 2019; Sandford and Kipping, 2017). Abbiamo infine valutato l'accuratezza dei dati verificando la loro consistenza rispetto alla terza legge di Keplero e alla densità stellare  $\rho_{\star}$  ottenuta con i parametri del catalogo TIC.

Guardando i risultati è interessante notare come tutti e quattro i pianeti rilevati hanno valori di  $R_p$  che si sovrappongono entro le incertezze associate: potrebbe essere interessante verificare quanti

sistemi con caratteristiche analoghe sono stati osservati da *Kepler* e *Kepler/K2*, e quanti ne verranno osservati da TESS in futuro.

Dai periodi  $P$  si deduce che i quattro pianeti sono in risonanza due a due, il primo e il secondo vicini ad una risonanza 2:1, e il terzo e il quarto vicini ad una risonanza 5:4. Molti dei sistemi esoplanetari in risonanza osservati sono composti da catene di più pianeti in risonanza tra loro, il che rende la configurazione dinamica del nostro sistema piuttosto peculiare (Fabrycky et al., 2014; Izidoro et al., 2017). Un'ipotesi potrebbe essere che il sistema si sia evoluto in modo tale che le coppie di pianeti si siano formate in momenti e/o luoghi diversi, tuttavia un'analisi più dettagliata è necessaria per trarre delle conclusioni; osservazioni compiute su basi temporali maggiori permetterebbero di rendere praticabile lo studio tramite TTV, che fornirebbe stime sull'eccentricità dell'orbita e la massa dei singoli pianeti, informazioni utili per lo studio dinamico del sistema.

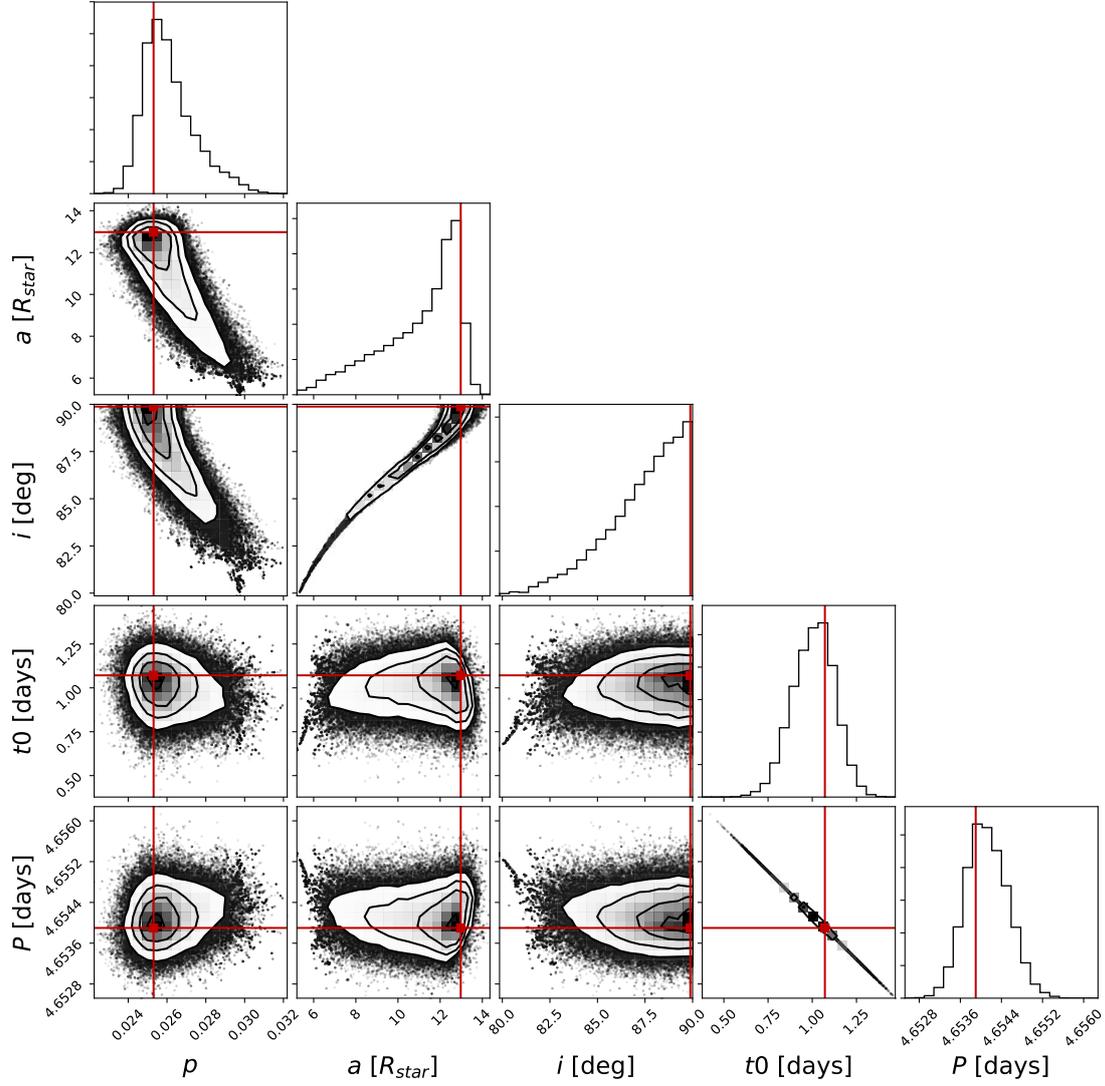
La luminosità di TOI-125 è conveniente per future osservazioni spettroscopiche. Tramite misurazioni delle velocità radiali si può avere un'ulteriore conferma della natura planetaria dei segnali, e si possono ottenere informazioni che vanno a complementare quelle già ottenute, inoltre possono fornire stime indipendenti della massa (e quindi anche della densità) dei pianeti rilevati.

Questo lavoro si concentra solamente su due di 26 settori che verranno osservati da TESS. Una volta completata la missione è probabile che verranno scoperti decine di sistemi simili al nostro. Tramite missioni future, come CHEOPS e PLATO, sistemi come TOI-125 potrebbero essere studiati per migliorare le misure dei parametri fisici (del raggio in particolare) dei pianeti, ed espandere la base temporale delle osservazioni in modo da determinare le loro masse con il metodo dei TTV e rilevare ulteriori corpi con periodi troppo elevati, o raggi troppo piccoli, per essere rilevati da TESS.

# Appendice A

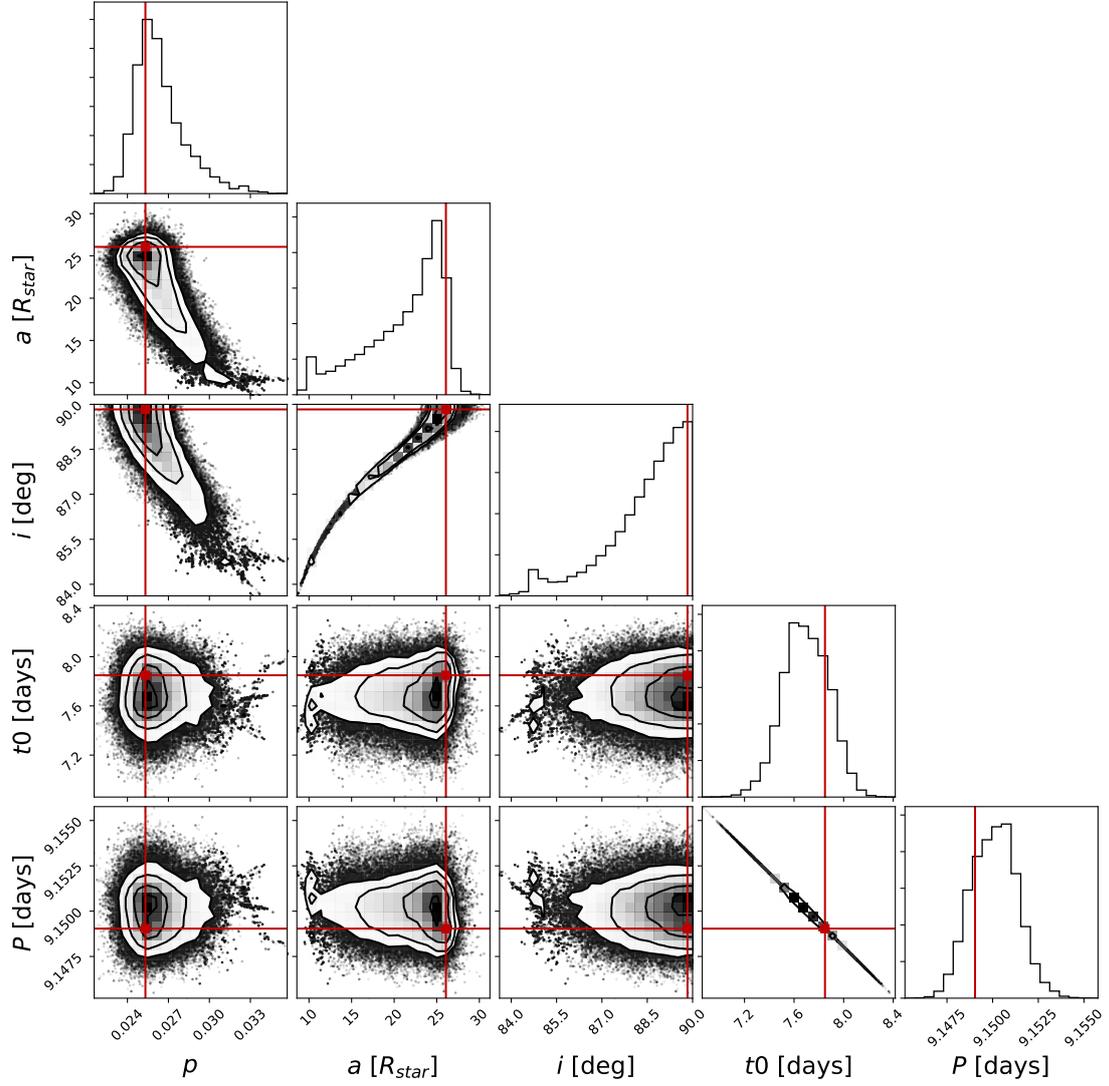
## Figure

In questa appendice sono riportate le figure contenenti le distribuzioni a posteriori dei parametri, comprese le varie correlazioni mostrate tramite istogrammi bidimensionali e grafici di densità. In rosso sono inoltre evidenziati i parametri di MLE, ovvero la combinazione di parametri che massimizza  $\log \mathcal{L}$ . È stata inoltre aggiunta una tabella che mostra i coefficienti di correlazione di Pearson tra i vari parametri.



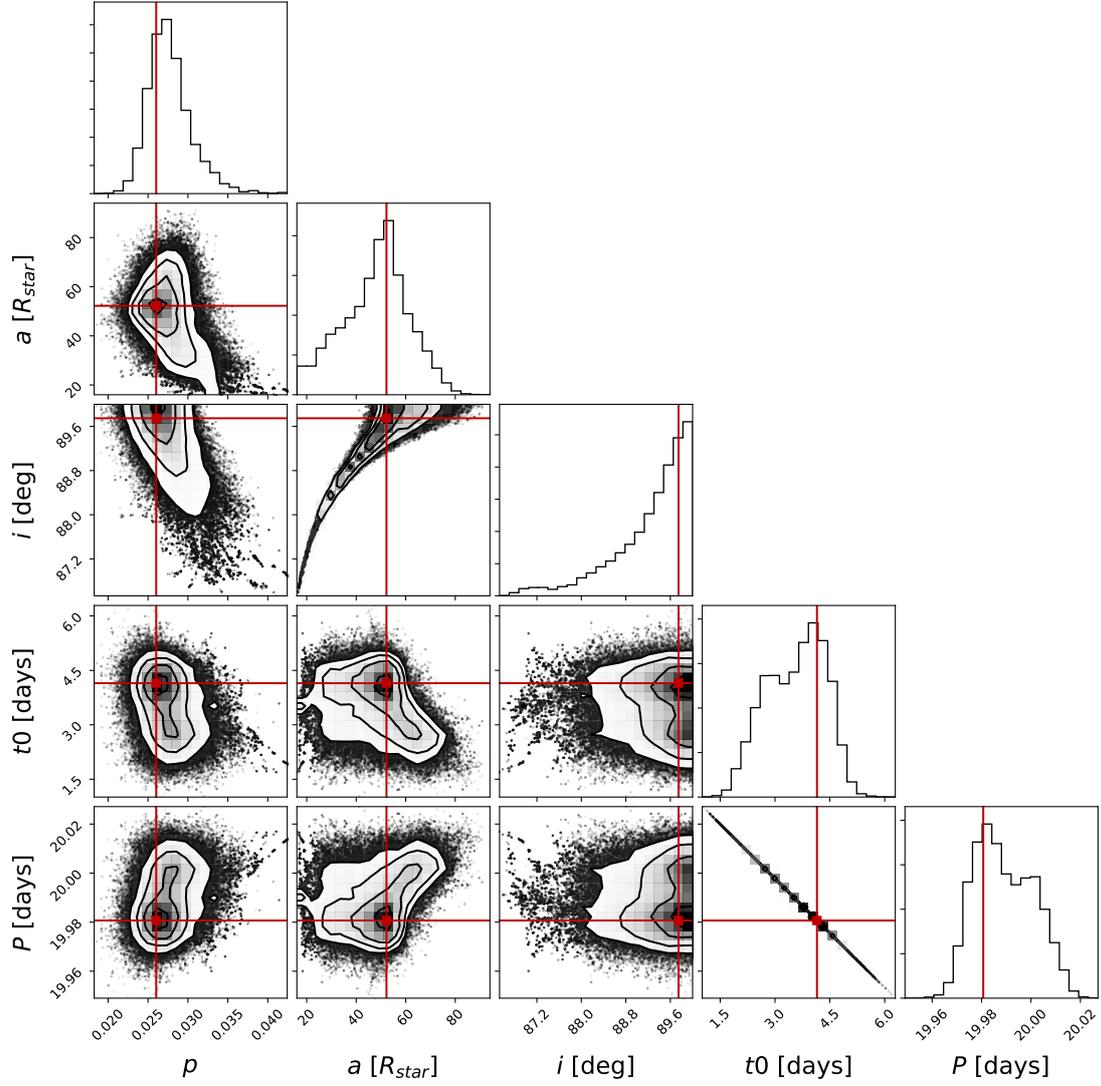
Parametri	$p$	$a/r_{\star}$	$i$	$t_0$
$a/r_{\star}$	-0.8156			
$i$	-0.8359	0.9862		
$t_0$	-0.1852	0.0555	0.1202	
$P$	0.1842	-0.0544	-0.1190	-0.9999

**Tabella A.1:** Coefficienti di correlazione di Pearson per i parametri del pianeta con periodo 4.65 giorni.



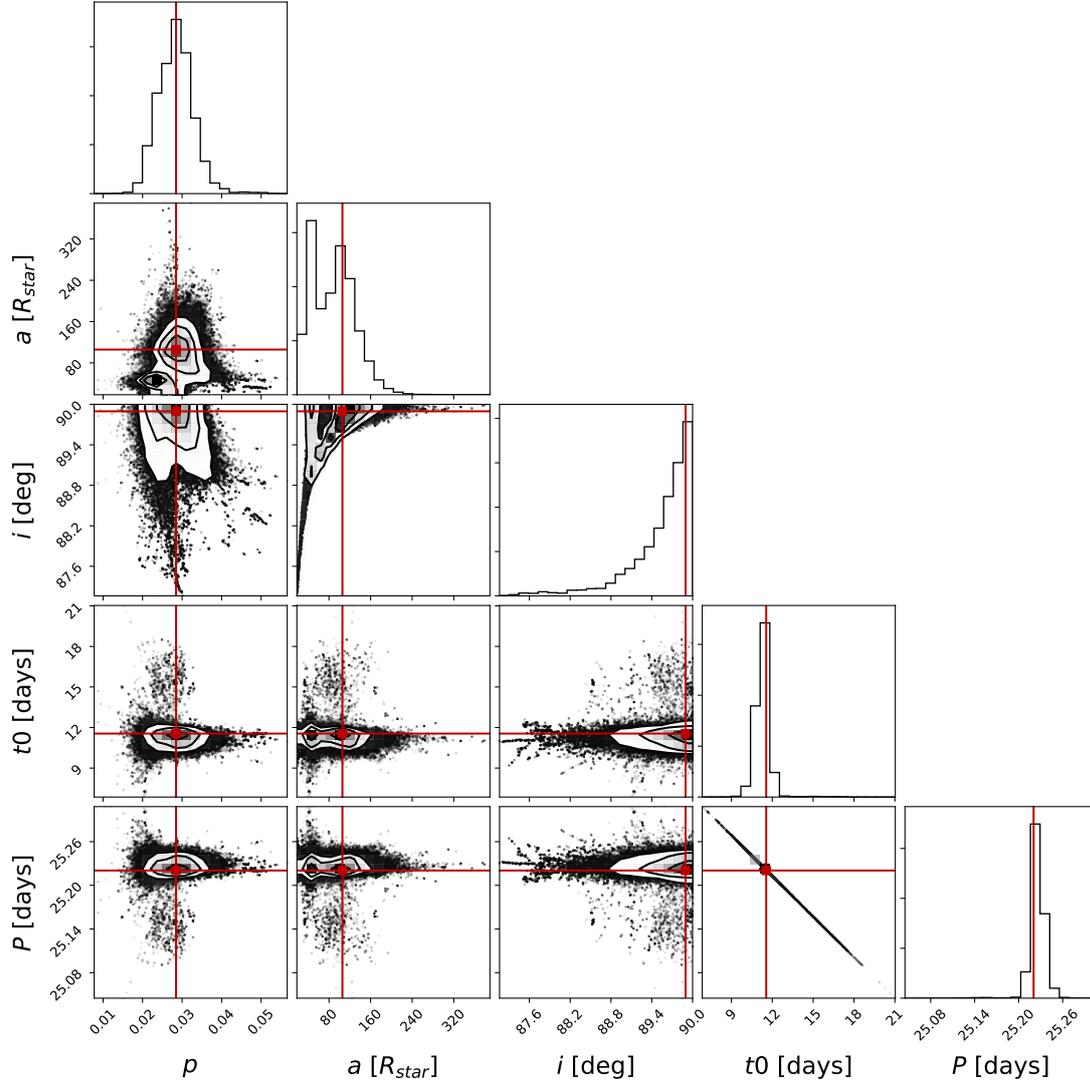
Parametri	$p$	$a/r_{\star}$	$i$	$t_0$
$a/r_{\star}$	-0.8172			
$i$	-0.8490	0.9828		
$t_0$	-0.0664	0.1118	0.0935	
$P$	0.0656	-0.1105	-0.0924	-0.9999

**Tabella A.2:** Coefficienti di correlazione di Pearson per i parametri del pianeta con periodo 9.14 giorni.



Parametri	$p$	$a/r_{\star}$	$i$	$t_0$
$a/r_{\star}$	-0.4777			
$i$	-0.6751	0.8971		
$t_0$	-0.2877	-0.2900	0.0158	
$P$	0.2882	0.2908	-0.0161	-1.0000

**Tabella A.3:** Coefficienti di correlazione di Pearson per i parametri del pianeta con periodo 19.97 giorni.



Parametri	$p$	$a/r_{\star}$	$i$	$t_0$
$a/r_{\star}$	-0.2206			
$i$	-0.1382	0.6862		
$t_0$	-0.0581	-0.0838	0.0164	
$P$	0.0393	0.0620	-0.0051	-0.9995

**Tabella A.4:** Coefficienti di correlazione di Pearson per i parametri del pianeta con periodo 25.22 giorni.



# Bibliografia

- S. Benatti, D. Nardiello, L. Malavolta, S. Desidera, L. Borsato, V. Nascimbeni, M. Damasso, V. D'Orazi, D. Mesa, S. Messina, M. Esposito, A. Bignamini, R. Claudi, E. Covino, C. Lovis, and S. Sabotta. A possibly inflated planet around the bright, young star DS Tuc A. *arXiv e-prints*, art. arXiv:1904.01591, Apr 2019.
- L. Borsato, F. Marzari, V. Nascimbeni, G. Piotto, V. Granata, L. R. Bedin, and L. Malavolta. TRADES: A new software to derive orbital parameters from observed transit times and radial velocities. Revisiting Kepler-11 and Kepler-9. *A&A*, 571:A38, Nov 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201424080.
- L. Borsato, L. Malavolta, G. Piotto, L. A. Buchhave, A. Mortier, K. Rice, A. C. Cameron, A. Coffinet, A. Sozzetti, and D. Charbonneau. HARPS-N radial velocities confirm the low densities of the Kepler-9 planets. *MNRAS*, 484(3):3233–3243, Apr 2019. doi: 10.1093/mnras/stz181.
- Antonio Claret. A new method to compute limb-darkening coefficients for stellar atmosphere models with spherical symmetry: the space missions tess, kepler, corot, and most. *A&A*, 618:A20, 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201833060. URL <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833060>.
- Daniel C. Fabrycky, Jack J. Lissauer, Darin Ragozzine, Jason F. Rowe, Jason H. Steffen, Eric Agol, Thomas Barclay, Natalie Batalha, William Borucki, David R. Ciardi, Eric B. Ford, Thomas N. Gautier, John C. Geary, Matthew J. Holman, Jon M. Jenkins, Jie Li, Robert C. Morehead, Robert L. Morris, Avi Shporer, Jeffrey C. Smith, Martin Still, and Jeffrey Van Cleve. Architecture of Kepler's Multi-transiting Systems. II. New Investigations with Twice as Many Candidates. *ApJ*, 790(2):146, Aug 2014. doi: 10.1088/0004-637X/790/2/146.
- Daniel Foreman-Mackey, David W. Hogg, Dustin Lang, and Jonathan Goodman. emcee: The MCMC Hammer. *PASP*, 125(925):306, Mar 2013. doi: 10.1086/670067.
- Freudenthal, J., von Essen, C., Dreizler, S., Wedemeyer, S., Agol, E., Morris, B. M., Becker, A. C., Mallonn, M., Hoyer, S., Ofir, A., Tal-Or, L., Deeg, H. J., Herrero, E., Ribas, I., Khalafinejad, S., Hernández, J., and Rodríguez S., M. M. Kepler object of interest network - ii. photodynamical modelling of kepler-9 over 8 years of transit observations. *A&A*, 618:A41, 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201833436. URL <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833436>.
- Jonathan Goodman and Jonathan Weare. Ensemble samplers with affine invariance. *Communications in Applied Mathematics and Computational Science*, 5(1):65–80, Jan 2010. doi: 10.2140/camcos.2010.5.65.
- Matthew J. Holman, Daniel C. Fabrycky, Darin Ragozzine, Eric B. Ford, Jason H. Steffen, William F. Welsh, Jack J. Lissauer, David W. Latham, Geoffrey W. Marcy, and Lucianne M. Walkowicz. Kepler-9: A System of Multiple Planets Transiting a Sun-Like Star, Confirmed by Timing Variations. *Science*, 330(6000):51, Oct 2010. doi: 10.1126/science.1195778.
- Andre Izidoro, Masahiro Ogihara, Sean N. Raymond, Alessandro Morbidelli, Arnaud Pierens, Bertram Bitsch, Christophe Cossou, and Franck Hersant. Breaking the chains: hot super-Earth systems from migration and disruption of compact resonant chains. *MNRAS*, 470(2):1750–1770, Sep 2017. doi: 10.1093/mnras/stx1232.

- Jon M. Jenkins, Douglas A. Caldwell, Hema Chandrasekaran, Joseph D. Twicken, Stephen T. Bryson, Elisa V. Quintana, Bruce D. Clarke, Jie Li, Christopher Allen, Peter Tenenbaum, Hayley Wu, Todd C. Klaus, Christopher K. Middour, Miles T. Cote, Sean McCauliff, Forrest R. Girouard, Jay P. Gunter, Bill Wohler, Jeneen Sommers, Jennifer R. Hall, AKM K. Uddin, Michael S. Wu, Paresh A. Bhavsar, Jeffrey Van Cleve, David L. Pletcher, Jessie A. Dotson, Michael R. Haas, Ronald L. Gilliland, David G. Koch, and William J. Borucki. OVERVIEW OF THE KEPLER SCIENCE PROCESSING PIPELINE. *The Astrophysical Journal*, 713(2):L87–L91, mar 2010. doi: 10.1088/2041-8205/713/2/187. URL <https://doi.org/10.1088/2041-8205/713/2/187>.
- Sean McCauliff Jennifer Campbell Dwight Sanderfer David Lung Masoud Mansouri-Samani Forrest Girouard Peter Tenenbaum Todd Klaus Jeffrey C. Smith Douglas A. Caldwell A. Dean Chacon Christopher Henze Cory Heiges David W. Latham Edward Morgan Daryl Swade Stephen Rinehart Roland Vanderspek Jon M. Jenkins, Joseph D. Twicken. The tess science processing operations center, 2016. URL <https://doi.org/10.1117/12.2233418>.
- G. Kovács, S. Zucker, and T. Mazeh. A box-fitting algorithm in the search for periodic transits. *A&A*, 391:369–377, Aug 2002. doi: 10.1051/0004-6361:20020802.
- Jack J. Lissauer, Daniel C. Fabrycky, Eric B. Ford, William J. Borucki, Francois Fressin, Geoffrey W. Marcy, Jerome A. Orosz, Jason F. Rowe, Guillermo Torres, and William F. Welsh. A closely packed system of low-mass, low-density planets transiting Kepler-11. *Nature*, 470(7332):53–58, Feb 2011. doi: 10.1038/nature09760.
- Jack J. Lissauer, Daniel Jontof-Hutter, Jason F. Rowe, Daniel C. Fabrycky, Eric D. Lopez, Eric Agol, Geoffrey W. Marcy, Katherine M. Deck, Debra A. Fischer, and Jonathan J. Fortney. All Six Planets Known to Orbit Kepler-11 Have Low Densities. *ApJ*, 770(2):131, Jun 2013. doi: 10.1088/0004-637X/770/2/131.
- Kaisey Mandel and Eric Agol. Analytic Light Curves for Planetary Transit Searches. *ApJ*, 580(2):L171–L175, Dec 2002. doi: 10.1086/345520.
- George R. Ricker, Joshua N. Winn, Roland Vanderspek, David W. Latham, Gáspár. Á. Bakos, Jacob L. Bean, Zachory K. Berta-Thompson, Timothy M. Brown, Lars Buchhave, Nathaniel R. Butler, R. Paul Butler, William J. Chaplin, David Charbonneau, Jørgen Christensen-Dalsgaard, Mark Clampin, Drake Deming, John Doty, Nathan De Lee, Courtney Dressing, E. W. Dunham, Michael Endl, Francois Fressin, Jian Ge, Thomas Henning, Matthew J. Holman, Andrew W. Howard, Shigeru Ida, Jon Jenkins, Garrett Jernigan, John A. Johnson, Lisa Kaltenegger, Nobuyuki Kawai, Hans Kjeldsen, Gregory Laughlin, Alan M. Levine, Douglas Lin, Jack J. Lissauer, Phillip MacQueen, Geoffrey Marcy, P. R. McCullough, Timothy D. Morton, Norio Narita, Martin Paegert, Enric Palle, Francesco Pepe, Joshua Pepper, Andreas Quirrenbach, S. A. Rinehart, Dimitar Sasselov, Bun’ei Sato, Sara Seager, Alessandro Sozzetti, Keivan G. Stassun, Peter Sullivan, Andrew Szentgyorgyi, Guillermo Torres, Stephane Udry, and Joel Villaseñor. Transiting Exoplanet Survey Satellite (TESS). In *Proc. SPIE*, volume 9143 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 914320, Aug 2014. doi: 10.1117/12.2063489.
- Emily Sandford and David Kipping. Know the Planet, Know the Star: Precise Stellar Densities from Kepler Transit Light Curves. *AJ*, 154(6):228, Dec 2017. doi: 10.3847/1538-3881/aa94bf.
- Keivan G. Stassun, Ryan J. Oelkers, Joshua Pepper, Martin Paegert, Nathan De Lee, Guillermo Torres, David W. Latham, Stéphane Charpinet, Courtney D. Dressing, Daniel Huber, Stephen R. Kane, Sébastien Lépine, Andrew Mann, Philip S. Muirhead, Bárbara Rojas-Ayala, Roberto Silvotti, Scott W. Fleming, Al Levine, and Peter Plavchan. The TESS input catalog and candidate target list. *The Astronomical Journal*, 156(3):102, aug 2018. doi: 10.3847/1538-3881/aad050.
- Jason H. Steffen. Sensitivity bias in the mass-radius distribution from transit timing variations and radial velocity measurements. *MNRAS*, 457(4):4384–4392, Apr 2016. doi: 10.1093/mnras/stw241.

Joshua N. Winn. Transits and Occultations. *arXiv e-prints*, art. arXiv:1001.2010, Jan 2010.