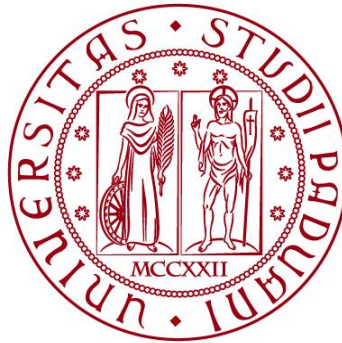


**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE**

*Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering*

**Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile**



**TESI DI LAUREA**

**VALUTAZIONE NUMERICA E ANALITICA DELLA  
RIGIDEZZA NEL PIANO DI SOLAI IN LEGNO**

Relatore:

PROF. ING. ROBERTO SCOTTA

Correlatore:

ING. DAVIDE TRUTALLI

Laureando: RICCARDO FABIAN

Matr. 1084454

ANNO ACCADEMICO 2016-2017



# SOMMARIO

1. INTRODUZIONE.....	5
2. CONTRIBUTO SISMICO DEI SOLAI LIGNEI NEGLI EDIFICI IN MURATURA .....	7
2.1. METODI DI CONSOLIDAMENTO DEI SOLAI LIGNEI.....	11
2.1.1. SOLAIO CONSOLIDATO CON TAVOLATO A 45° .....	12
2.1.2. SOLAIO CONSOLIDATO CON DOPPIO TAVOLATO INCROCIATO A 45°	13
2.1.3. SOLAIO CONSOLIDATO CON PROFILI SOTTILI IN ACCIAIO.....	14
2.1.4. SOLAIO CONSOLIDATO CON FIBRE FRP .....	16
2.1.5. SOLAIO CONSOLIDATO CON SOLETTA IN CALCESTRUZZO ARMATO .....	17
3. EVIDENZE SPERIMENTALI .....	19
3.1. PROVE SPERIMENTALI UNIVERSITÀ DI PADOVA.....	33
3.2. PROVE SPERIMENTALI UNIVERSITÀ DI BERLINO .....	38
3.3. PROVE SPERIMENTALI UNIVERSITÀ DI TRENTO.....	42
4. STATO DELL'ARTE SU METODI DI CALCOLO DELLA RIGIDEZZA .....	51
4.1. NORMATIVE ESISTENTI.....	51
4.2. FORMULE ANALITICHE IN LETTERATURA.....	55
4.3. VALUTAZIONE ANALITICA DELLA RIGIDEZZA DELLE CONNESSIONI.....	62
5. MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DEI SOLAI CON TAVOLATO SEMPLICE.....	73
5.1. MODELLO NUMERICO .....	73
5.2. MODELLO ANALITICO.....	87
5.2.1. ANALISI DI SENSITIVITA' .....	87
5.2.2. FORMULAZIONE ANALITICA.....	91

5.3.	RISULTATI NUMERICI E ANALITICI.....	94
6.	MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DI SOLAI CONSOLIDATI CON TAVOLATO A 90° .....	101
6.1.	MODELLO NUMERICO .....	101
6.2.	MODELLO ANALITICO.....	106
6.2.1.	ANALISI DI SENSITIVITA' .....	106
6.2.2.	FORMULAZIONE ANALITICA.....	108
6.3.	RISULTATI NUMERICI E ANALITICI.....	110
7.	MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DI SOLAI CONSOLIDATI CON SOLETTA IN C.A.....	113
7.1.	MODELLO NUMERICO .....	113
7.2.	MODELLO ANALITICO.....	119
7.2.1.	ANALISI DI SENSITIVITA' .....	119
7.2.2.	FORMULAZIONE ANALITICA.....	120
7.3.	RISULTATI NUMERICI E ANALITICI.....	121
8.	MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DI SOLAI CONSOLIDATI CON TAVOLATO A 45° .....	125
8.1.	MODELLO NUMERICO .....	125
8.2.	MODELLO ANALITICO.....	134
8.2.1.	ANALISI DI SENSITIVITA' .....	135
8.2.2.	FORMULAZIONE ANALITICA.....	142
8.3.	RISULTATI NUMERICI E ANALITICI.....	152
9.	CONCLUSIONI.....	159
10.	BIBLIOGRAFIA .....	163

## 1. INTRODUZIONE

Gli ultimi eventi sismici avvenuti nel territorio italiano hanno fornito l'occasione per approfondire gli studi sul comportamento degli edifici storici in muratura, al fine di tutelare il patrimonio storico-architettonico nazionale. Al contrario del passato, quando gli eventi sismici erano limitati soltanto ad alcune zone del territorio italiano, negli ultimi decenni è cambiata la percezione del problema in quanto si identifica l'evento sismico di per sé come circostanza inevitabile e si concentra l'attenzione sulla qualità strutturale degli edifici. Il progettista si pone come obiettivo principale la salvaguardia della vita umana e la limitazione dei danni agli immobili. Questo tema è molto sentito specialmente in Italia dove il patrimonio immobiliare è il più vecchio d'Europa e dove oltre il 60% degli edifici è stato realizzato prima dell'introduzione della legge antisismica del 1974. Data quindi la numerosa presenza di tale tipologia di edifici in Italia e l'introduzione del D.M. 14-01-2008 (per il quale tutte le regioni italiane sono considerate a rischio sismico), negli anni si sono sviluppate diverse tecniche di ristrutturazione e di consolidamento strutturale sia per i carichi statici sia per le forze derivanti da sopracitati eventi sismici. In particolare per queste ultime gli interventi si sono orientati al consolidamento e all'irrigidimento nel piano degli orizzontamenti con l'intento di assicurare una migliore distribuzione delle forze orizzontali tra gli elementi murari sismo-resistenti che costituiscono la struttura. I recenti eventi sismici hanno evidenziato però, come gli interventi di consolidamento dei solai lignei esistenti non sono sempre migliorativi della risposta sismica globale dell'edificio, sviluppando meccanismi locali di danneggiamento o di collasso quali ad esempio ribaltamento fuori piano o importanti rotture per taglio.

Dal punto di vista globale, i principali parametri che vanno a definire la risposta sismica dell'edificio sono la rigidità delle pareti murarie, la rigidità nel piano del solaio e il grado di connessione dei solai stessi con i muri perimetrali. Il ruolo dei diaframmi di piano è quello di trasmettere i carichi verticali e le azioni sismiche alla muratura, garantendo, se possibile, un comportamento scatolare della struttura. Questo significa che il loro compito è quello di stabilizzare le pareti investite dal sisma fuori piano, evitare ribaltamenti delle stesse, riportare alle pareti di controvento le azioni orizzontali e dissipare energia preservando il più possibile le strutture

murarie verticali. È quindi molto importante determinare la corretta rigidità delle varie tipologie di consolidamento dei solai lignei in modo da poter rappresentare adeguatamente il loro contributo nel modello complessivo dell'edificio.

Il presente elaborato ha lo scopo di studiare le diverse tipologie di irrigidimento dei solai lignei che vengono comunemente utilizzate nelle ristrutturazioni di edilizia civile negli edifici in muratura. Per questo si è svolta inizialmente una ricerca bibliografica relativa alle prove sperimentali che hanno testato le rigidità delle diverse tipologie di solai. Si è quindi proseguito riproducendo il comportamento dei diversi solai mediante modelli numerici agli elementi finiti e valutando, attraverso formule analitiche, la rigidità a taglio nel piano di tre diverse tipologie di solai.

## **2. CONTRIBUTO SISMICO DEI SOLAI LIGNEI NEGLI EDIFICI IN MURATURA**

Dal punto di vista strutturale il solaio deve soddisfare diverse mansioni sia statiche che dinamiche. Staticamente esso è definito come una struttura bidimensionale piana caricata ortogonalmente al proprio piano con il compito di sostenere tali carichi e di trasferirli alla struttura in elevazione, siano essi in generale pilastri, setti o murature, che a loro volta trasmettono il carico alle fondazioni. Gli interventi di consolidamento dei solai lignei esistenti conferiscono al solaio una maggiore resistenza ai carichi verticali e una minore inflessione del solaio stesso; in questo modo è possibile effettuare un cambiamento di destinazione d'uso dei locali soggetti a tali lavorazioni.

Per quanto riguarda l'aspetto dinamico invece, il solaio ha l'importante compito di trasferire le forze orizzontali, dovute alle azioni sismiche, alle pareti verticali garantendo un legame tra le pareti stesse così da conferire all'edificio il cosiddetto "comportamento scatolare", principio cardine per una corretta progettazione antisismica volta a evitare il collasso dell'immobile.

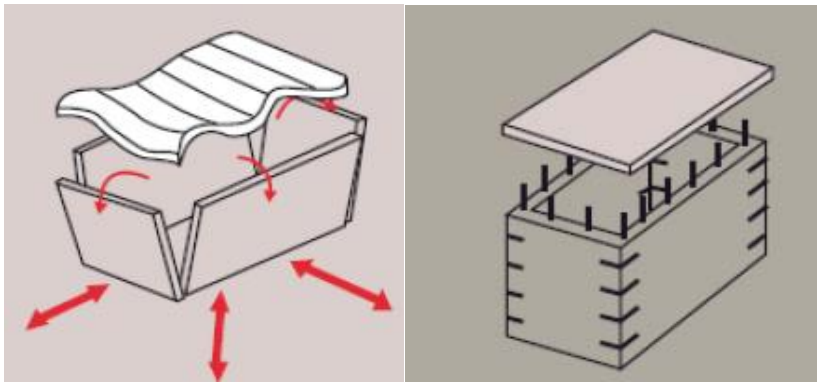
A questo proposito è utile sottolineare due importanti aspetti che il solaio deve soddisfare:

- La rigidità nel proprio piano deve essere tale da trasferire adeguatamente le azioni orizzontali agli elementi verticali;
- La connessione con gli elementi verticali deve garantire la continuità strutturale.

Queste due caratteristiche sono riconducibili alle due sollecitazioni di cui si compone l'evento sismico: il moto ondulatorio e il moto sussultorio. La spinta orizzontale o moto ondulatorio comporta delle spinte trasversali sulla struttura che dipendono dalle masse e dalla rigidità dell'edificio stesso. Queste spinte interpellano quindi la rigidità di piano del solaio che deve essere in grado di trasferire tali sollecitazioni alle pareti murarie resistenti che a loro volta devono essere adeguatamente progettate per resistere al sisma. Il funzionamento del solaio richiesto da normativa deve essere quindi "a diaframma":

“I solai devono assolvere funzione di ripartizione delle azioni orizzontali tra le pareti strutturali, pertanto devono essere ben collegati ai muri e garantire un adeguato funzionamento a diaframma.” (N.T.C. 2008)

L’altro aspetto da considerare nella valutazione sismica dell’edificio è, come riportato da normativa, la connessione tra il solaio e le pareti murarie resistenti. Esse hanno un ruolo importante se si considera anche la spinta verticale o moto sussultorio dato dal sisma. Infatti se il collegamento tra solaio e pareti è dato dal solo attrito o da una carente connessione questo può provocare il collasso della struttura anche per forze sismiche di bassa entità ovvero per terremoti con bassa magnitudo che statisticamente si verificano con una maggior frequenza.



**Figura 2.1 – Comportamento di una struttura con solaio flessibile e non connesso agli elementi verticali resistenti confrontato con il cosiddetto “comportamento scatolare”**

In primo luogo quindi, al verificarsi di un terremoto, entrano in gioco i solai in quanto devono essere poco deformabili per garantire la corretta trasmissione delle forze orizzontali alle pareti resistenti; ciò avviene tramite un’adeguata rigidezza di piano del solaio stesso e un’efficace connessione tra il solaio e le murature sismo-resistenti in modo tale da conferire un comportamento scatolare alla struttura.



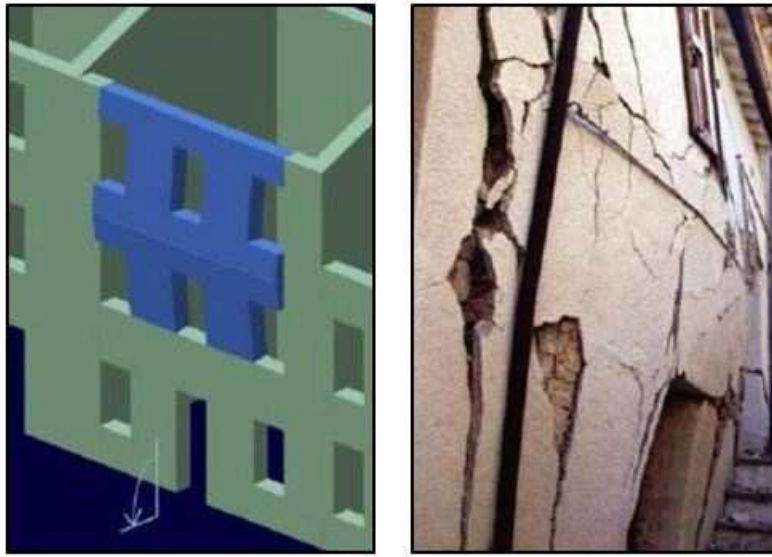
**Figura 2.2 – Influenza delle connessioni tra gli elementi strutturali**



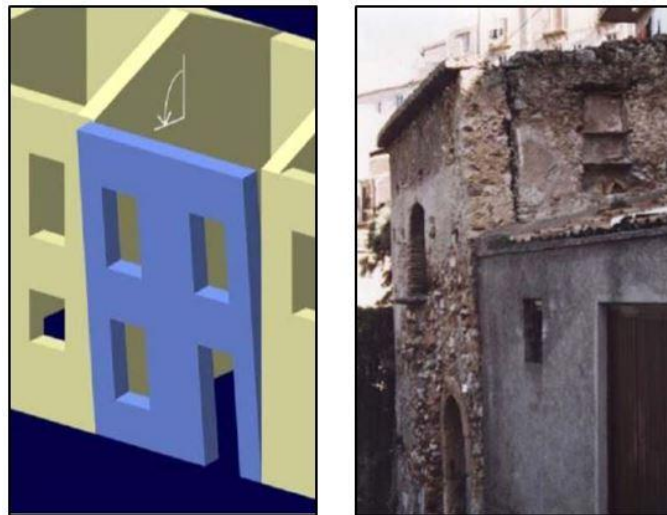
Nel caso in cui queste caratteristiche strutturali non vengano soddisfatte si può incorrere nel collasso della struttura in quanto la carenza di connessione tra solaio e muratura comporta rotazioni e perdite di stabilità degli elementi che costituiscono l'edificio. Si possono verificare infatti due eventi: lo sfilamento del solaio dal suo appoggio con conseguente caduta dello stesso (Figura 2.3) oppure collasso della parete ortogonale all'azione sismica poiché il solaio non è in grado di trasmettere la forza sismica alle pareti resistenti in tale direzione (Figura 2.4).



**Figura 2.3 – Collasso della struttura per sfilamento del solaio dal piano di appoggio**



**Figura 2.4 – Collasso della struttura per flessione verticale dovuta alla spinta del solaio**



**Figura 2.5 – Collasso della struttura per ribaltamento dovuto alla spinta del solaio**

Nel caso in cui questi fenomeni vengano scongiurati entrano in gioco le resistenze delle pareti murarie verticali che si oppongono al collasso della struttura. Se il solaio è infatti in grado di trasferire le forze parallele alla direzione del sisma alla muratura sarà la resistenza di queste a garantire o meno la resistenza dell'intero edificio al sisma.

Oltre agli aspetti appena trattati, nell'adeguamento sismico di edifici esistenti, si fa largo uso del collegamento tra pareti tramite tirante. Trattasi di un espediente particolarmente impiegato negli edifici in muratura che può contribuire efficacemente alla ripartizione delle azioni orizzontali qualora i solai e la muratura

non siano stati progettati secondo i criteri analizzati in precedenza. Tale tecnica consiste nel porre in opera una serie di tiranti metallici continui fissati esternamente all'edificio tramite capo chiave o piastra esterna. Essi hanno la funzione di migliorare il comportamento scatolare dell'edificio aumentando la connessione tra le pareti ortogonali e sono di ausilio contro il ribaltamento delle pareti.

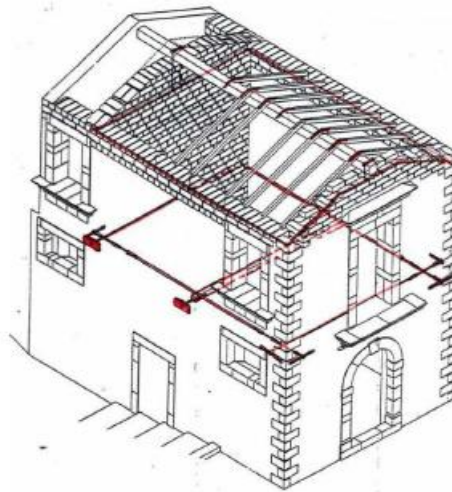


Figura 2.6 – Esempio di collocazione dei tiranti in un edificio in muratura

In questa tesi si è concentrato lo studio sui solai lignei presenti negli edifici esistenti in muratura considerando differenti tecniche di irrigidimento e valutando numericamente e analiticamente il contributo del diverso grado di consolidamento, dato dai diversi tipi di intervento. In questo contesto la connessione solaio-parete viene considerata perfettamente in grado di svolgere il proprio compito.

## **2.1. METODI DI CONSOLIDAMENTO DEI SOLAI LIGNEI**

Il consolidamento dei solai lignei nell'ambito dell'adeguamento sismico di edifici esistenti in muratura si pone l'obiettivo di migliorare le caratteristiche tecniche del diaframma di piano e, come conseguenza, anche dell'edificio nel suo complesso. Le varie tecniche di intervento di irrigidimento dei solai prevedono tutte il mantenimento ove possibile delle travi lignee esistenti sulle quali viene realizzato un diaframma di ripartizione utilizzando diverse tecniche costruttive e differenti materiali come tavolati lignei, calcestruzzo, lastre in acciaio e fibre FRP. Il

diaframma viene reso collaborante sia con le travi lignee che con le pareti murarie attraverso diversi sistemi di connessione. Tali connessioni possono essere di differenti tipologie quali ad esempio barre filettate in acciaio, connettori piolo/rampone, viti, pioli, spinotti e chiodi.

La scelta del tipo di intervento, sia dal punto di vista dell'irrigidimento del solaio sia della connessione, è dettata dalla tipologia dell'edificio, in particolare dallo stato di conservazione delle travi, e, se considerato, dalla reversibilità dell'intervento stesso. Oltre a ciò, una corretta strategia di intervento su un edificio esistente deve prefiggersi una serie di obiettivi da raggiungere per migliorare il comportamento globale dell'edificio. Deve tenere conto della gerarchia dei meccanismi di collasso e del corretto rapporto masse/rigidezze degli elementi, per raggiungere i valori di resistenza e comportamento prefissati. A seconda di ciò e dei meccanismi di collasso che si intendono prevenire deve quindi essere studiata la migliore tipologia di intervento da adottare, in modo tale da non creare degli scompensi tra i meccanismi di collasso.

A seguire vengono descritte le principali tipologie di intervento di irrigidimento dei solai lignei utilizzate tipicamente nelle ristrutturazioni edilizie:

- Solaio consolidato con tavolato a 45°;
- Solaio consolidato con doppio tavolato a 45°;
- Solaio consolidato con profili sottili in acciaio;
- Solaio consolidato con fibre FRP;
- Solaio consolidato con soletta in calcestruzzo armato.

### **2.1.1. SOLAIO CONSOLIDATO CON TAVOLATO A 45°**

L'irrigidimento del solaio esistente viene realizzato con un tavolato di spessore variabile dai 2 ai 6 cm attraverso la posa di uno strato di tavole affiancate disposte a 45° rispetto l'orditura del tavolato esistente. Esso viene collegato alle travi originarie tramite viti autofilettanti in acciaio specifiche per carpenteria in legno. Tra i due strati di tavolato, quello esistente e quello posto a 45°, si pone un piatto d'acciaio perimetrale fissato anch'esso alle travi principali mediante viti in acciaio che

garantisce il collegamento con le pareti murarie attraverso delle barre ad aderenza migliorata saldate alla piastra stessa. Tali barre di ancoraggio vengono infisse nella muratura, previa foratura di questa, con inclinazione negativa per evitare lo sfilamento; l'ancoraggio è garantito dall'iniezione nel foro nella muratura di resina chimica bi-componente ad alta resistenza.

### 2.1.2. SOLAIO CONSOLIDATO CON DOPPIO TAVOLATO INCROCIATO A 45°

Questa tipologia di intervento è un'estensione del solaio irrigidito con tavolato a 45° in cui viene messo in opera un secondo strato di tavole poste sempre a 45° rispetto all'orditura del tavolato originale ma in direzione ortogonale al primo strato di tavole applicato (Figura 2.7). Anche questo secondo tavolato viene collegato alle travi principali tramite viti autofilettanti. In questo caso il piatto d'acciaio, che conferisce il collegamento con la muratura, è collocato nell'interfaccia tra i due nuovi tavolati.

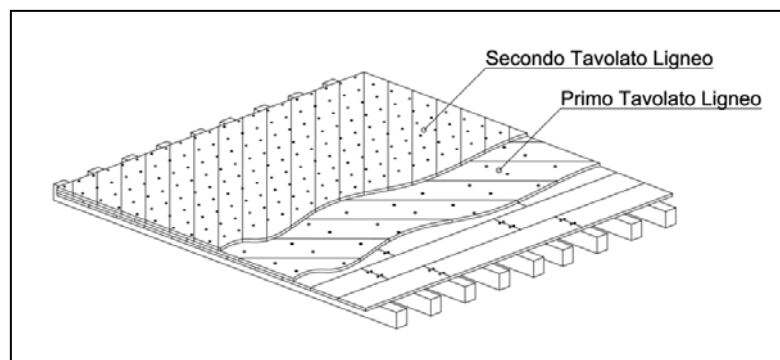


Figura 2.7 – Solaio consolidato con doppio tavolato incrociato a 45°

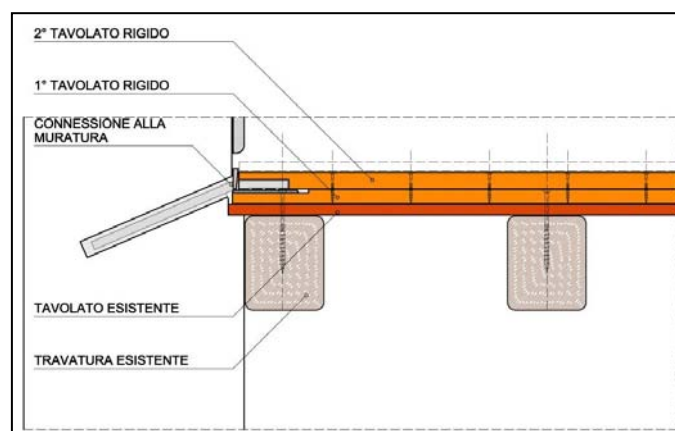
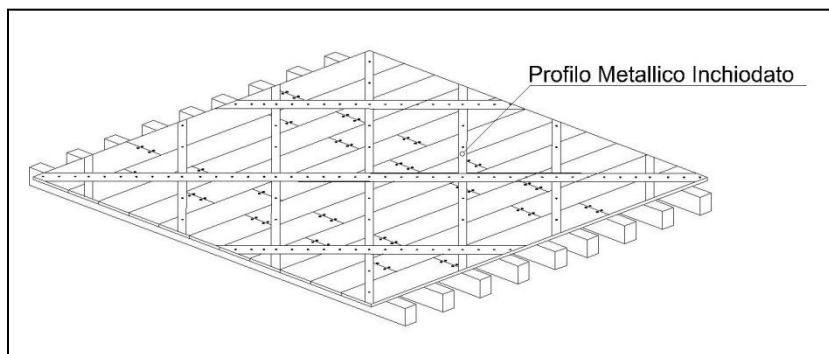


Figura 2.8– Sezione e particolare di connessione del solaio consolidato con tavolato a 45° con la muratura

Queste due prime tipologie di irrigidimento dei solai, sfruttando la disposizione a 45° del tavolato, portano dei benefici per quanto riguarda la rigidezza indipendentemente dalla direzione dell'azione sismica con cui il solaio è sollecitato. Ciascuna tavola inclinata crea uno schema statico equiparabile alla classica reticolare con diagonale tesa e puntone compresso garantendo una miglior rigidezza tagliante d'insieme. Ha inoltre il vantaggio di essere un intervento completamente reversibile.

### **2.1.3. SOLAIO CONSOLIDATO CON PROFILI SOTTILI IN ACCIAIO**

L'utilizzo di profili metallici sottili per il consolidamento dei solai lignei esistenti prevede la disposizione al di sopra del tavolato originario di una maglia quadrata composta da profili sottili in acciaio posti a 45° rispetto la direzione di posa del tavolato originario.



**Figura 2.9 – Solaio consolidato con profili metallici sottili**

La connessione con le travi principali avviene tramite connettori inseriti in corrispondenza dei fori effettuati precedentemente sul profilo tramite colpi di martello. Il collegamento con la muratura invece si effettua applicando lungo il perimetro un profilo metallico a L ancorato nella parete perforata con barre piegate in acciaio edile rese aderenti alla muratura con malta cementizia a ritiro compensato; le barre sono collegate al profilo mediante saldatura.

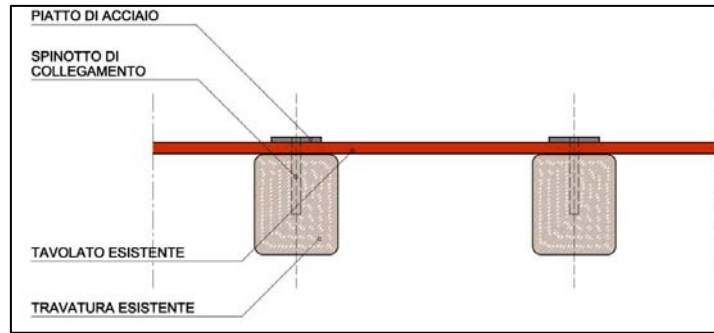


Figura 2.10 – Sezione trasversale di solaio consolidato con profili metallici sottili

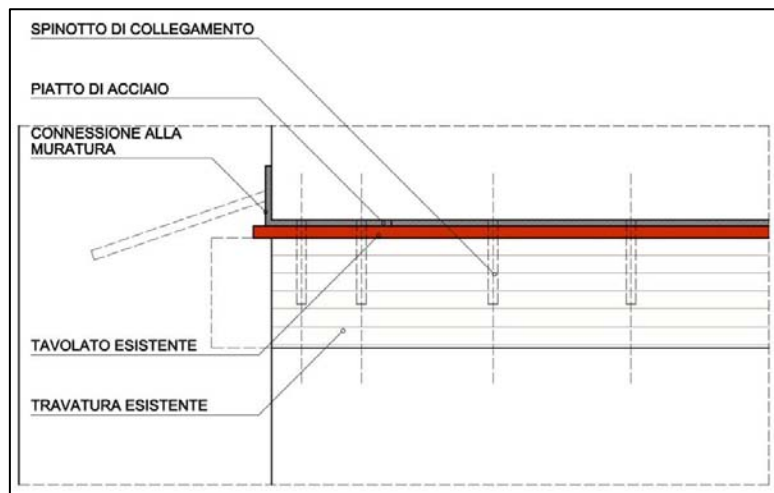


Figura 2.11 – Sezione longitudinale di solaio consolidato con profili metallici sottili

Si sottolinea che il tavolato originario interposto tra le travi principali e i profili metallici sottili non viene considerato nel calcolo della rigidezza del solaio; esso ha però il compito di piano di lavoro e di posa dei profili metallici andando ad evitare i fenomeni di instabilità degli stessi dovuti all'esiguo spessore in rapporto alla loro lunghezza. Il sistema così concepito è in grado di lavorare come una trave reticolare dove gli angolari ortogonali all'azione sismica fungono da correnti teso e compresso mentre i profili metallici sottili costituiscono le aste d'anima. Esso non permette al solaio di essere definito infinitamente rigido ma comunque apporta un miglioramento rispetto al solaio considerato flessibile. Ulteriore aspetto positivo è la completa reversibilità dell'intervento.

#### 2.1.4. SOLAIO CONSOLIDATO CON FIBRE FRP

Il termine FRP è l'acronimo di *Fibre Reinforced Polymer* ovvero il materiale polimerico fibro-rinforzato: una tipologia di composto strutturale definito da fibre di rinforzo immerse in una matrice polimerica generalmente a base di resine epossidiche. In tale composto le fibre svolgono il ruolo di elementi portanti sia in termini di rigidità che di resistenza mentre la matrice polimerica ha più funzioni tra cui proteggere le fibre, trasferire gli sforzi tra le fibre stesse e tra le fibre e l'elemento strutturale alle quale sono state applicate. Negli ultimi anni questi compositi hanno trovato largo utilizzo nel campo dell'ingegneria civile sia per il recupero che il rinforzo delle strutture esistenti ed in particolare delle murature e dei solai lignei di edifici storici.

Questa tipologia di irrigidimento vede la disposizione delle fibre FRP al di sopra del tavolato esistente disposte a maglia quadrata i cui lati risultano posti a 45° rispetto l'assito originario come nel caso precedente (cap. 2.1.3). In questo caso però le fibre vengono collegate all'assito originario tramite una colla epossidica. Al di sopra delle fibre è possibile applicare un ulteriore tavolato. L'utilizzo delle fibre FRP ha trovato recentemente delle obiezioni in quanto si è notato un decremento delle caratteristiche meccaniche, anche di modesta entità rispetto le sollecitazioni agenti, essendo queste suscettibili all'attacco di funghi.

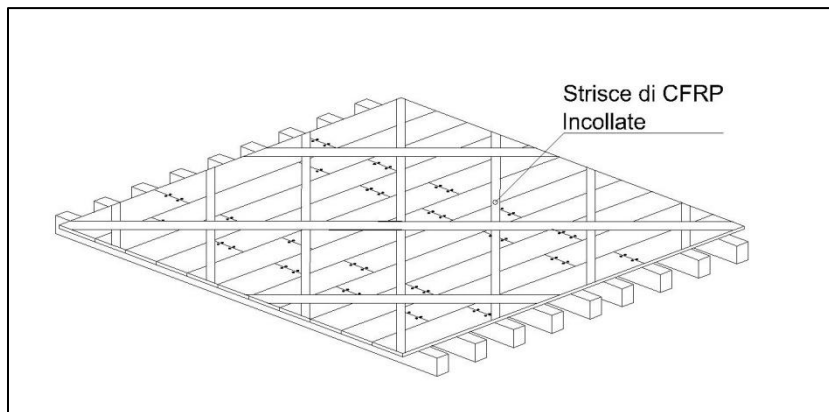


Figura 2.12 – Solaio consolidato con fibre FRP



### 2.1.5. SOLAIO COSOLIDATO CON SOLETTA IN CALCESTRUZZO ARMATO

L'ultima tecnologia di consolidamento dei solai lignei considerata è il getto in opera al di sopra del tavolato esistente di una soletta in calcestruzzo armato alleggerito. Questo metodo, proposto da Turrini e Piazza (1983), è stato una delle prime soluzioni utilizzate nell'adeguamento sismico. La soletta armata è di spessore solitamente compresa tra i 4 e i 6 cm ed è collegata alle travi lignee tramite barre di acciaio edile o, più recentemente, connettori di tipo piolo/rampone. La connessione con la muratura è invece realizzata con l'ausilio di barre di acciaio edile annegate nel getto di calcestruzzo e infisse nel muro previa foratura dello stesso; l'aderenza è garantita dalla malta bi-componente ad alta resistenza iniettata nel foro nella muratura.

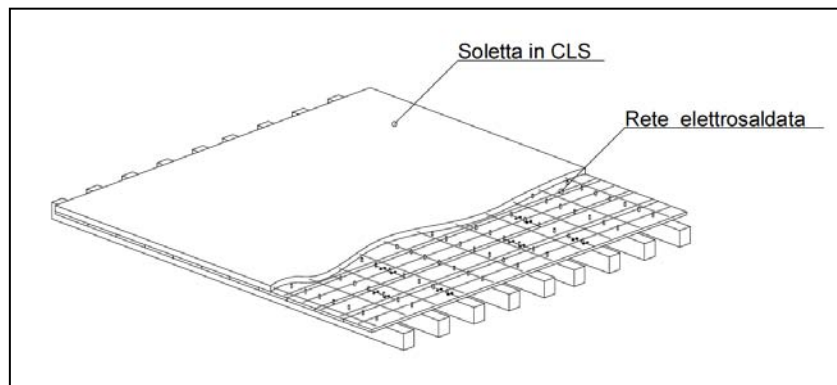


Figura 2.13 – Solaio consolidato con soletta in calcestruzzo armato

La realizzazione di questo intervento conferisce al solaio la caratteristica di piano infinitamente rigido costituendo così un ottimo ripartitore delle forze orizzontali sugli elementi verticali resistenti come richiesto da normativa. È però da tenere presente che la soletta in calcestruzzo armato porta anche un notevole incremento del peso influenzando così sull'entità delle forze sismiche che sollecitano la struttura e, non per ultima, la quasi totale irreversibilità della operazione.



### 3. EVIDENZE SPERIMENTALI

Negli ultimi anni molte sono state le prove sperimentali effettuate per indagare le caratteristiche di rigidità dei solai in funzione delle diverse tecniche di consolidamento. Si riportano in seguito delle schede tecniche riassuntive dei test sperimentali effettuati da diversi gruppi di ricerca [7,8,9,10,11,12] riportando i nominativi degli autori, le caratteristiche del provino “base” e dei diversi tipi di rinforzo utilizzati. Sono riportate le dimensioni del provino e degli elementi che lo compongono, la tipologia e la descrizione delle connessioni nonché i valori della forza massima raggiunta durante la prova, la rigidità  $k$  calcolata, il metodo utilizzato per definirla tra quelli già esposti qui a seguire e, infine, il modulo a taglio  $G$  e il suo valore moltiplicato per lo spessore del tavolato del solaio considerato.

In particolare si presentano ora i vari metodi di calcolo della rigidità dei solai lignei, analizzati dagli autori degli articoli considerati.

- Il primo metodo presentato è proposto dalla normativa europea UNI-EN 12512 (2006) [3] la quale, data una curva carico-scorrimento (F-d), definisce la rigidità “k” tramite l’individuazione di valori di snervamento  $F_y$  e  $V_y$  e il valore della forza massima attraverso due metodi:
  - a. Nel caso in cui la curva carico-scorrimento è identificabile in due parti lineari ben definite, i valori di snervamento sono definiti dall’intersezione delle due rette tangenti rispettivamente alle due parti lineari come in Figura 3.1.

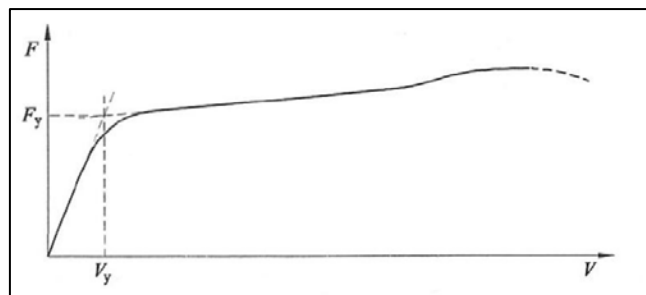


Figura 3.1 – Curva carico-scorrimento con due parti lineari ben definite

- b. Quando invece la curva carico-scorrimento non è composta da due parti lineari ben definite, i valori di snervamento risultano determinati

dall'intersezione di due rette così definite: la prima retta intercetta i punti sulla curva carico-scorrimento corrispondenti a  $0,1F_{max}$  e  $0,4F_{max}$ ; la seconda retta invece è la retta tangente alla curva carico-scorrimento avente pendenza  $1/6$  della pendenza della prima retta come in Figura 3.2. **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**

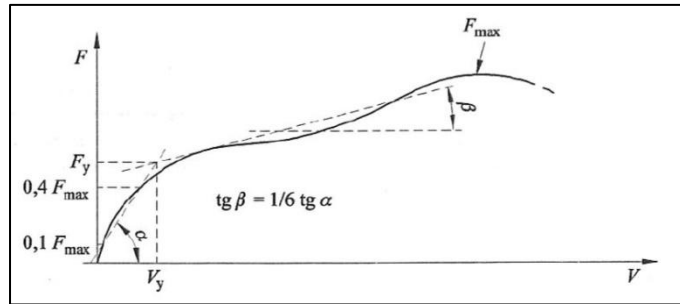


Figura 3.2. – Curva carico-scorrimento senza due parti ben definite

- Il secondo metodo utilizzato per il calcolo della rigidezza è proposto dalla normativa americana ASTM e fa riferimento al calcolo della rigidezza della muratura. Esso valuta la rigidezza  $k_{1/3}$  come il valore d'inclinazione della secante ad  $1/3$  del carico massimo e viene così calcolato:

$$k_{1/3} = \frac{F_{1/3} - F_i}{\gamma_{1/3} \cdot d}$$

In cui la deformazione angolare  $\gamma$  è calcolato con riferimento alle deformazioni  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_t$  misurate in corrispondenza della diagonale rispettivamente in compressione e in trazione:

$$\gamma = \varepsilon_c + |\varepsilon_t|$$

dove:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta d_c}{d_c} \quad \varepsilon_t = \frac{\Delta d_t}{d_t}$$

Nei test sperimentali in cui la rigidezza è stata valutata attraverso il primo metodo illustrato, è stato possibile calcolare la rigidezza a taglio equivalente  $G_{eq}$  tramite la formula proposta dagli autori M. Piazza, C. Baldessari e R. Tomasi, la quale permette di ottenere dei risultati indipendenti dalla geometria del provino [5]:

$$G_{eq} = \frac{k \cdot L}{4 \cdot B \cdot t} \quad (3.1)$$

dove  $k$  è la rigidezza del solaio valutata in termini di (N/mm),  $L$  e  $B$  sono le dimensioni del provino rispettivamente ortogonale e parallela alla direzione di carico mentre  $t$  è lo spessore del tavolato. La formula prende in considerazione lo schema statico di una trave su due appoggi semplici soggetta ad una forza concentrata diretta ortogonalmente alla direzione del tavolato. Vedi Figura 3.3.

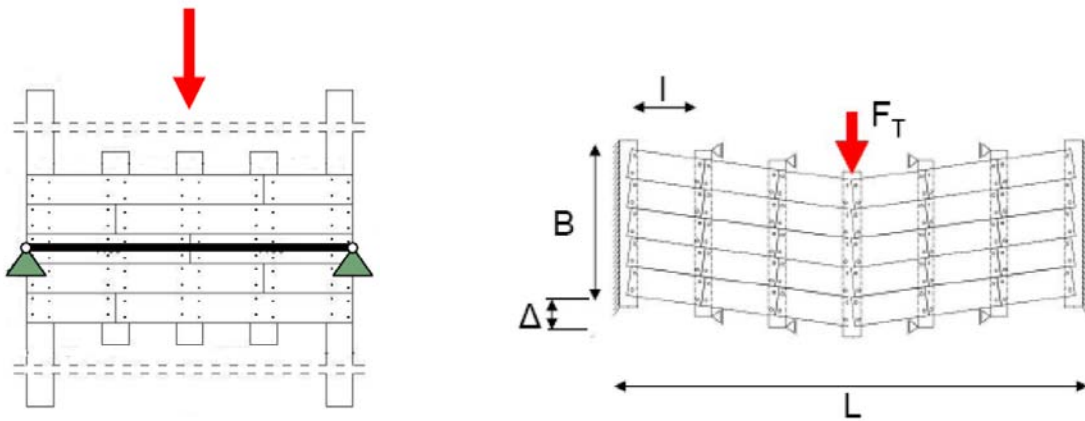


Figura 3.3 – Schema statico trave su due appoggi

Per rendere tale valore indipendente dai diversi spessori dei provini considerati si è moltiplicato  $G_{eq}$  per lo spessore del tavolato del corrispondente provino. Bisogna però prestare attenzione a ciascuna trattazione sperimentale in quanto non tutte utilizzano questo tipo di schema statico, diversi autori [8,9,10,11,12][5] infatti utilizzano come caso studio, il caso di mensola soggetta a carico in estremità, vedi Figura 3.4.

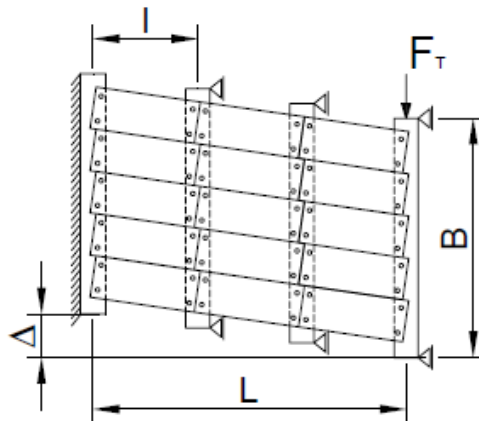


Figura 3.4 – Schema statico mensola

In questo caso dunque la Formula (3.1) proposta da M.Piazza et al. subisce una modifica:

$$G_{eq} = \frac{k \cdot L}{B \cdot t} \quad (3.2)$$

Di seguito vengono riportati in tabelle i dati riassuntivi relativi alle rigidità dei solai per ciascun metodo di rinforzo già ricercati in altri lavori di tesi (vedi Maddalena Tonon 2015-2016 [17]). Alcuni risultati sperimentali verranno poi utilizzati in questo lavoro di tesi per poter confrontare e verificare i dati numerici e analitici trovati.

SOLAIO SEMPLICE								
AUTORI		PIAZZA et al. (2008)	CORRADI et al. (2006)	CORRADI et al. (2006)	VALLUZZI et al. (2008)	VALLUZZI et al. (2008)	BRANCO et al.(2015)	PERALTA et al. (2004)
DENOMINAZIONE PROVINO		Simple boards	01-T2-OR	02-T6-OR	FMSB	FM	S	MAE-1
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	5,20	3,00	3,00	2,20	2,20	2,125	7,320
	In direzione parallela al carico [m]	4,00	3,00	3,00	2,20	2,20	2,125	3,660
	Spessore [mm]	210,00	274,00	274,00	140,00	140,00	180,00	254,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	180,00	180,00	180,00	120,00	120,00	100,00	38,00
	Spessore [mm]	180,00	3100,00	3100,00	140,00	140,00	160,00	235,00
	Lunghezza trave [mm]	4200,00	180,00	180,00	2420,00	2420,00	2420,00	7,32
	Interasse [mm]	500,00	1100,00	1100,00	500,00	500,00	500,00	406,00
	Materiale	Legno GL24c II categoria	Legno di castagno	Legno di castagno	Legno di abete	Legno di abete	-	Legno di pino del sud America
TRAVE SECONDARIA O RINFORZO	Base sezione [mm]	-	80,00	80,00	-	-	-	38
	Spessore [mm]	-	1100,00	1100,00	-	-	-	89
	Lunghezza trave [mm]	-	80,00	80,00	-	-	-	-
	Interasse [mm]	-	300,00	300,00	-	-	-	2430
	Materiale	-	Legno di castagno	Legno di castagno	-	-	-	Pino del sud America
TAVOLATO	Base sezione [mm]	200,00	125,00	125,00	135,00	135,00	125,00	19,00
	Spessore [mm]	30,00	14,00	14,00	20,00	20,00	20,00	89,00
	Lunghezza [mm]	1600 - 1200 -600	600,00	600,00	2120,00	2120,00	2125,00	3,66
	Materiale	Legno C22	Legno di castagno	Legno di castagno	Legno di abete	Legno di abete	legno massiccio angelim-amargoso (andira vemifuga)	Legno di pino del sud America
	Note	Tavole affiancate	Tavole affiancate	Tavole affiancate	Tavole affiancate	Tavole maschiate	Tavole maschiate	
CONNESSIONE TAVOLATO-TRAVI	Connettore	chiodi	chiodi	chiodi	chiodi	chiodi	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	2,80	-	-	2,75	2,75	2,5	10d
	Lunghezza [mm]	80,00	-	-	60,00	60,00	60	-
	Note	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave	1 chiodi all'estremità di ogni tavola	3 chiodi all'estremità di ogni tavola	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)	2 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave	1 chiodo ad ogni intersezione tavola-trave
RIGIDENZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512 (b)	Valore secante a 1/3 del carico max	Valore secante a 1/3 del carico max	UNI EN 12512	UNI EN 12512	UNI EN 12512	FEMA 273
	K [KN/mm]	1,18	0,47	4,87	0,081	0,288	0,06	0,14
	Forza massima [KN]	216,10	4,94	12,38	1,047	1,435	2,13	2,13
	Spostamento massimo [mm]	194,80	-	-	30,00	30,00	100,00	195,00
	G equivalente [MPa]	12,78	-	-	4,050	14,400	2,750	-
G <sub>eq</sub> * spessore [N/mm]	383,50	-	-	81,000	288,000	55,000	-	

Tabella 3.1 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio con tavolato semplice

SOLAIO CON TAVOLATO A 45°				
AUTORI		PIAZZA et al. (2008)	VALLUZZI et al. (2008)	VALLUZZI et al. (2008)
DENOMINAZIONE PROVINO		Double Boads	FM+45°(A)	FM+45°(B)
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	5,20	2,20	2,20
	In direzione parallela al carico [m]	4,00	2,20	2,20
	Spessore [mm]	240,00	185,00	185,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	180,00	120,00	120,00
	Spessore [mm]	180,00	140,00	140,00
	Lunghezza trave [mm]	4200,00	2420,00	2420,00
	Interasse [mm]	500,00	500,00	500,00
	Materiale	Legno GL24c II categoria	Legno di abete	Legno di abete
TAVOLATO	Base sezione [mm]	200,00	135,00	135,00
	Spessore [mm]	30,00	20,00	20,00
	Lunghezza [mm]	1600 - 1200 - 600	2120,00	2120,00
	Materiale	C22	Legno di abete	Legno di abete
	Note	Tavole affiancate	Tavole affiancate	Tavole maschiate
II TAVOLATO a 45°	Base sezione [mm]	200,00	150,00	150,00
	Spessore [mm]	30,00	25,00	40,00
	Lunghezza [mm]	2900 - 500	-	-
	Materiale	c22	Legno di abete	Legno di abete
CONNESSIONE TAVOLATO-TRAVI	Connessione	chiodi	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	2,80	2,75	2,75
	Lunghezza [mm]	80,00	60,00	60,00
	Note	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)
CONNESSIONE II TAVOLATO-TRAVI	Connessione	chiodi	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	6,00	6,00	6,00
	Lunghezza [mm]	90,00	100,00	120,00
	Note	2 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave	18 chiodi per ogni trave (2 chiodi per ogni intersezione tavola-trave)	18 chiodi per ogni trave (2 chiodi per ogni intersezione tavola-trave)
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512	UNI EN 12512	UNI EN 12512
	K [KN/mm]	16,16	1,176	1,247
	Forza massima [KN]	365,20	17,00	16,00
	Spostamento massimo [mm]	45,00	30,00	26,00
	G equivalente [MPa]	87,53	26,13	20,78
	G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	5252,00	1176,00	1247,00

Tabella 3.2 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con tavolato a 45°



SOLAIO CON DOPPIO TAVOLATO A $\pm 45^\circ$		
AUTORI		VALLUZZI et al. (2008)
DENOMINAZIONE PROVINO		FM $\pm 45^\circ$ (A)
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	2,20
	In direzione parallela al carico [m]	2,20
	Spessore [mm]	210,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	120,00
	Spessore [mm]	140,00
	Lunghezza trave [mm]	2420,00
	Interasse [mm]	500,00
	Materiale	Legno di abete
TAVOLATO	Base sezione [mm]	135,00
	Spessore [mm]	20,00
	Lunghezza [mm]	2120,00
	Materiale	Legno di abete
	Note	Tavole affiancate
II TAVOLATO a $45^\circ$	Base sezione [mm]	150,00
	Spessore [mm]	25,00
	Lunghezza [mm]	-
	Materiale	Legno di abete
II TAVOLATO a $-45^\circ$	Base sezione [mm]	150,00
	Spessore [mm]	25,00
	Lunghezza [mm]	-
	Materiale	Legno di abete
CONNESSIONE TAVOLATO-TRAVI	Connettore	chiodi
	Diametro [mm]	2,75
	Lunghezza [mm]	60,00
	Note	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)
CONNESSIONE DOPPIO TAVOLATO-TRAVI	Connessione	chiodi
	Diametro [mm]	6,00
	Lunghezza [mm]	100,00
	Note	18 chiodi per ogni trave (2 chiodi per ogni intersezione tavola-trave)
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512 (b)
	K [KN/mm]	1,719
	Forza massima [KN]	24,00
	Spostamento massimo [mm]	30,00
	G equivalente [MPa]	24,56
	G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	1719,00

Tabella 3.3. – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con doppio tavolato a  $\pm 45^\circ$

SOLAIO con TAVOLATO a 90°			
AUTORI		CORRADI et al. (2006)	BRANCO et al. (2015)
DENOMINAZIONE PROVINO		03-T2-T6	SS
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	3,00	2,125
	In direzione parallela al carico [m]	3,00	2,125
	Spessore [mm]	288,00	200,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	180,00	100,00
	Spessore [mm]	3100,00	160,00
	Lunghezza trave [mm]	180,00	2420,00
	Interasse [mm]	1100,00	500,00
	Materiale	Legno di castagno	-
TRAVE SECONDARIA	Base sezione [mm]	80,00	-
	Spessore [mm]	1100,00	-
	Lunghezza trave [mm]	80,00	-
	Interasse [mm]	300,00	-
	Materiale	Legno di castagno	-
TAVOLATO	Base sezione [mm]	125,00	125,00
	Spessore [mm]	14,00	20,00
	Lunghezza [mm]	600,00	2125,00
	Materiale	Legno di castagno	legno massiccio angelim-amargoso (andira vemifuga)
	Note	Tavole affiancate	Tavole affiancate
II TAVOLATO a 90°	Base sezione [mm]	125,00	125,00
	Spessore [mm]	14,00	20,00
	Lunghezza [mm]	600,00	2125,00
	Materiale	Legno di castagno	legno massiccio angelim-amargoso (andira vemifuga)
	Note	connessione laterale tra le tavole di tipo semplice	connessione laterale tra le tavole di tipo semplice
CONNESSIONE TAVOLATO-TRAVI	Connettore	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	-	2,5
	Lunghezza [mm]	-	60
	Note	2 chiodi all'estremità di ogni tavola	2 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave
CONNESSIONE II TAVOLATO-TRAVI	Connessione	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	-	2,5
	Lunghezza [mm]	-	60
	Note	2 chiodi all'estremità e 2 in mezzeria di ogni tavola	2 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	Valore secante a 1/3 del carico max	UNI EN 12512
	K [KN/mm]	<b>1,71</b>	<b>0,13</b>
	Forza massima [KN]	19,31	8,51
	Spostamento massimo [mm]	-	100,00
	G equivalente [MPa]	-	3,30
G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	-	-	132,00

Tabella 3.4 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito tavolato a 90°

SOLAIO con TAVOLA SINGOLA O DOPPIA IN LEGNO A 45°			
AUTORI		VALLUZZI et al. (2008)	VALLUZZI et al. (2008)
DENOMINAZIONE PROVINO		FMWD(D)	FMWD(E)
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	2,20	2,20
	In direzione parallela al carico [m]	2,20	2,20
	Spessore [mm]	162,00	162,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	120,00	120,00
	Spessore [mm]	140,00	140,00
	Lunghezza trave [mm]	2420,00	2420,00
	Interasse [mm]	500,00	500,00
	Materiale	Legno di abete	Legno di abete
TAVOLATO	Base sezione [mm]	135,00	135,00
	Spessore [mm]	20,00	20,00
	Lunghezza [mm]	2120,00	2120,00
	Materiale	Legno di abete	Legno di abete
	Note	Tavole affiancate	Tavole affiancate
TAVOLA IN LEGNO	Base sezione [mm]	80,00	80,00
	Spessore [mm]	25,00	50,00
	Lunghezza [mm]	5550,00	5550,00
	Materiale	Legno di abete	Legno di abete
	Note	Legno di abete	Legno di abete
CONNESSIONE TAVOLATO-TRAVI	Connettore	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	2,75	2,75
	Lunghezza [mm]	60,00	60,00
	Note	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)
CONNESSIONE TAVOLA	Connessione	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	6,00	6,00
	Lunghezza [mm]	100,00	120,00
	Note	2 viti in corrispondenza dell'intersezione con ogni trave principale	2 viti in corrispondenza dell'intersezione con ogni trave principale
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512	UNI EN 12512
	K [KN/mm]	0,270	0,796
	Forza massima [KN]	30,00	10,00
	Spostamento massimo [mm]	30,00	30,00
	G equivalente [MPa]	6,00	11,37
	G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	270,00	796,00

Tabella 3.5 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con singola o doppia tavola in legno

SOLAIO con SINGOLA LAMINA IN ACCIAIO a 45°		
AUTORI		VALLUZZI et al. (2008)
DENOMINAZIONE PROVINO		FMSD
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	2,20
	In direzione parallela al carico [m]	2,20
	Spessore [mm]	162,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	120,00
	Spessore [mm]	140,00
	Lunghezza trave [mm]	2420,00
	Interasse [mm]	500,00
	Materiale	Legno di abete
TAVOLATO	Base sezione [mm]	135,00
	Spessore [mm]	20,00
	Lunghezza [mm]	2120,00
	Materiale	Legno di abete
	Note	Tavole affiancate
LAMINA IN ACCIAIO	Base sezione [mm]	80,00
	Spessore [mm]	2,00
	Lunghezza [mm]	-
	Materiale	-
CONNESSIONE TAVOLATO-TRAVI	Connettore	chiodi
	Diametro [mm]	2,75
	Lunghezza [mm]	60,00
	Note	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave (in totale 32 chiodi per ogni trave e 18 chiodi per ogni tavola)
CONNESSIONE LAMINA IN ACCIAIO	Connettore	viti
	Diametro [mm]	6,00
	Lunghezza [mm]	80,00
	Note	-
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512
	K [KN/mm]	0,409
	Forza massima [KN]	6,00
	Spostamento massimo [mm]	30,00
	G equivalente [MPa]	18,59
	G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	409,00

Tabella 3.6 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con profili metallici sottili

SOLAIO con FIBRE FRP A 45°		
AUTORI		PIAZZA et al. (2008)
DENOMINAZIONE PROVINO		FRP strips
DIMENSIONI I SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	5,20
	In direzione parallela al carico [m]	4,00
	Spessore [mm]	211,40
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	180,00
	Spessore [mm]	180,00
	Lunghezza trave [mm]	4200,00
	Interasse [mm]	500,00
	Materiale	Legno GL24c II categoria
TAVOLATO	Base sezione [mm]	200,00
	Spessore [mm]	30,00
	Lunghezza [mm]	1600 - 1200 - 600
	Materiale	Legno C22
	Note	Tavole affiancate
FIBRE FRP	Base sezione [mm]	50,00
	Spessore [mm]	1,40
	Lunghezza [mm]	5550 - 4350 - 2950 - 1550
	Materiale	FRP
CONNESSIONE TAVOLATO- TRAVI	Connessione	chiodi
	Diametro [mm]	2,80
	Lunghezza [mm]	80,00
	Note	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave
CONNESSIONE FIBRE FRP- TAVOLATO	Tipologia	Colla epossidica
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512
	K [KN/mm]	54,95
	Forza massima [KN]	290,60
	Spostamento massimo [mm]	9,82
	G equivalente [MPa]	546,88
	G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	17171,88

Tabella 3.7 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con fibre FRP

SOLAIO con TAVOLATO a 90° + FIBRE GFRP			
AUTORI		CORRADI et al.(2006)	CORRADI et al. (2006)
DENOMINAZIONE PROVINO		05-T4-FV	06-T4-FV
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	3,00	3,00
	In doirazione parallela al carico [m]	3,00	3,00
	Spessore [mm]	288,00	288,00
TRAVE PRINCIPALE	Base sezione [mm]	180,00	180,00
	Spessore [mm]	3100,00	3100,00
	Lunghezza trave [mm]	180,00	180,00
	Interasse [mm]	1100,00	1100,00
	Materiale	Legno di castagno	Legno di castagno
TRAVE SECONDARIA	Base sezione [mm]	80,00	80,00
	Spessore [mm]	1100,00	1100,00
	Lunghezza trave [mm]	80,00	80,00
	Interasse [mm]	300,00	300,00
	Materiale	Legno di castagno	Legno di castagno
TAVOLATO	Base sezione [mm]	125,00	125,00
	Spessore [mm]	14,00	14,00
	Lunghezza [mm]	600,00	600,00
	Materiale	Legno di castagno	Legno di castagno
	Note	Tavole affiancate	Tavole affiancate
II TAVOLATO a 90°	Base sezione [mm]	125,00	125,00
	Spessore [mm]	14,00	14,00
	Lunghezza [mm]	600,00	600,00
	Materiale	Legno di castagno	Legno di castagno
	Note	connessione laterale tra le tavole di tipo semplice	connessione laterale tra le tavole di tipo semplice
FIBRE FRP	Base sezione [mm]	100,00	100,00
	Spessore [mm]	-	-
	interasse [mm]	600,00	-
	Descrizione	fibre GFRP disposte a 45° cn mesh di 600 mm	fibre GFRP disposte sul perimetro e sulle diagonali principali
CONNESSIONE E TAVOLATO-TRAVI	Connessione	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	-	-
	Lunghezza [mm]	-	-
	Note	2 chiodi all'estremità di ogni tavola	2 chiodi all'estremità di ogni tavola
CONNESSIONE II TAVOLATO-TRAVI	Connessione	chiodi	chiodi
	Diametro [mm]	-	-
	Lunghezza [mm]	-	-
	Note	2 chiodi all'estremità e 2 in mezzeria di ogni tavola	2 chiodi all'estremità e 2 in mezzeria di ogni tavola
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512	Valore secante a 1/3 del carico max
	K [KN/mm]	11,00	5,04
	Forza massima [KN]	65,63	57,84
	Spostamento massimo [mm]	-	-
	G equivalente [MPa]	-	-
G <sub>eq</sub> *spessore [N/mm]	-	-	

Tabella 3.8 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con tavolato a 90° e fibre FRP

SOLAIO con SOLETTA IN CLS		
AUTORI		PIAZZA et al. (2008)
DENOMINAZIONE PROVINO		Concrete slab
DIMENSIONI SOLAIO	In direzione ortogonale al carico [m]	5,20
	In direzione parallela al carico [m]	4,00
	Spessore [mm]	260,00
TRAVE PRINCIPALE	Laghezza [mm]	180,00
	Spessore [mm]	180,00
	Lunghezza [mm]	4200,00
	Interasse [mm]	500,00
	Materiale	GL24c II categoria
TAVOLATO	Laghezza [mm]	200,00
	Spessore [mm]	30,00
	Lunghezza [mm]	1600 - 1200 - 600
	Materiale	C22
	Caratteristiche	Tavole affiancate
SOLETTA IN CLS	Laghezza [mm]	5000,00
	Spessore [mm]	50,00
	Lunghezza [mm]	4000,00
	Materiale	Rck 30
	Armatura	$\phi 6$ maglia 200X200 mm
CONNESSIONE TAVOLATO	Tipologia	chiodi
	$\phi$ [mm]	2,80
	Lunghezza [mm]	80,00
	Descrizione	4 chiodi ad ogni intersezione tavola-trave
CONNESSIONE SOLETTA IN CLS	Tipologia	barre
	$\phi$ [mm]	14,00
	Lunghezza [mm]	200 - 300
	Interasse [mm]	300,00
	Descrizione	connettori ad L posti in corrispondenza delle travi principali
RIGIDEZZA	Metodo di calcolo	UNI EN 12512
	K [KN/mm]	<b>72,69</b>
	Forza massima [KN]	378,50
	G equivalente [MPa]	295,30
	$G_{eq}$ *spessore [N/mm]	<b>23624,25</b>

Tabella 3.9 – Parametri geometrici e meccanici delle prove sperimentali su solaio irrigidito con soletta in calcestruzzo armato

I valori delle rigidzze riportati nelle tabelle soprastanti sono di difficile comparazione tra di loro, in quanto sono definiti attraverso diversi metodi di calcolo avendo fatto riferimento, per i vari test, a differenti normative. Inoltre le rigidzze calcolate attraverso la medesima procedura risultano anch'esse molto diverse in quanto sono stati utilizzati differenti criteri per la definizione della forza massima: Piazza et al (2008) [[12] valutano la forza massima come la forza raggiunta a rottura del provino, Valluzzi et al. (2010) [11] la valutano come la forza raggiunta ad uno spostamento di 30 mm per ogni provino, mentre Branco et al [11] valutano la forza massima come quella raggiunta ad uno spostamento di 100mm. Risulta quindi arduo definire un unico valore rappresentativo della rigidzza delle diverse tipologie di solaio, tenendo conto inoltre che i materiali utilizzati (tipo di legno, tipo di connessioni e geometria delle connessioni, ecc..) si differenziano tra una sperimentazione e l'altra.

A questo contribuisce anche la difficoltà nel reperire i dati necessari per una corretta interpretazione delle prove sperimentali. Per questo motivo nel presente lavoro di tesi non sono state prese in considerazione tutte le trattazioni sopra esposte, ma solo quelle in cui le informazioni circa le caratteristiche degli elementi utilizzati sono ampiamente descritte. Questa scelta è legata al fatto che per poter modellare un solaio ed avere una soluzione sia numerica che analitica adeguata, bisogna tenere in conto numerosi fattori, come: caratteristiche del tavolato e delle travi principali (sezioni, tipo di materiali, ecc..) e ancor più importanti le caratteristiche delle connessioni (tipo di connessione utilizzata, diametro e interasse dei chiodi).

Per questo motivo le trattazioni sperimentali considerate in questo lavoro di tesi sono rispettivamente quelle di Piazza et al. (2008) [[12] dell'università di Trento, Valluzzi et. al. (2010) [11] dell'università di Padova e Branco et al. (2015) [11] dell'università di Berlino, le quali vengono riportate più dettagliatamente di seguito.

Quando verranno esposti i modelli numerici ed i rispettivi risultati verrà adottata la seguente nomenclatura per le diverse trattazioni sperimentali:

- UniTN: Piazza et al. (2008) [[12] dell'università di Trento.
- UniPD: Valluzzi et. al. (2010) [11] dell'università di Padova.
- UniBR: Branco et al. (2015) [11] dell'università di Berlino.



Questo tipo di nomenclatura verrà utilizzata in tutto il lavoro di tesi, in questo modo risulta più semplice, quando vengono trattati i risultati numerici e analitici, capire a quale trattazione sperimentale essi fanno riferiscono.

### **3.1. PROVE SPERIMENTALI UNIVERSITÀ DI PADOVA**

Per quanto riguarda l'università di Padova sono stati condotti dei test su solai lignei con diverse tipologie di consolidamento da parte degli autori Valluzzi et al. (2008) [11]. In questa sperimentazione per testare porzioni di solaio in grandezza naturale è stata progettata un'opportuna macchina per eseguire le prove e per rappresentare adeguatamente i comportamenti a taglio monotono dei solai in legno.

Lo schema strutturale prevede tre semplici supporti applicati alla base del campione ed è equivalente ad una mensola a cui si applicano deformazioni taglianti e flessionali secondo la teoria della trave di Timoshenko (travi tozze). Come avviene nei casi reali lo spostamento fuori piano ai bordi del solaio viene opportunamente bloccato permettendo invece sollevamenti e deformazioni piane del campione minimizzando gli effetti di attrito. I campioni di solaio vengono inseriti nel telaio metallico di prova con le travi principali poste orizzontalmente in modo da permettere la rotazione dei tavolati come avviene effettivamente nella realtà. La trave principale di bordo è collegata alla trave di acciaio alla base, collegata a sua volta a tre celle di carico mediante connessioni meccaniche scorrevoli. In sommità del campione un martinetto idraulico provvede ad applicare al campione la forza orizzontale; i test vengono condotti in controllo di spostamenti i quali vengono rilevati da particolari trasduttori. Nel seguito si riporta una foto dell'esecuzione della prova di carico (Figura 3.5) e una figura esplicativa dell'apparecchiatura utilizzata (Figura3.6).



Figura 3.5 – Strumentazione per la prova monotona

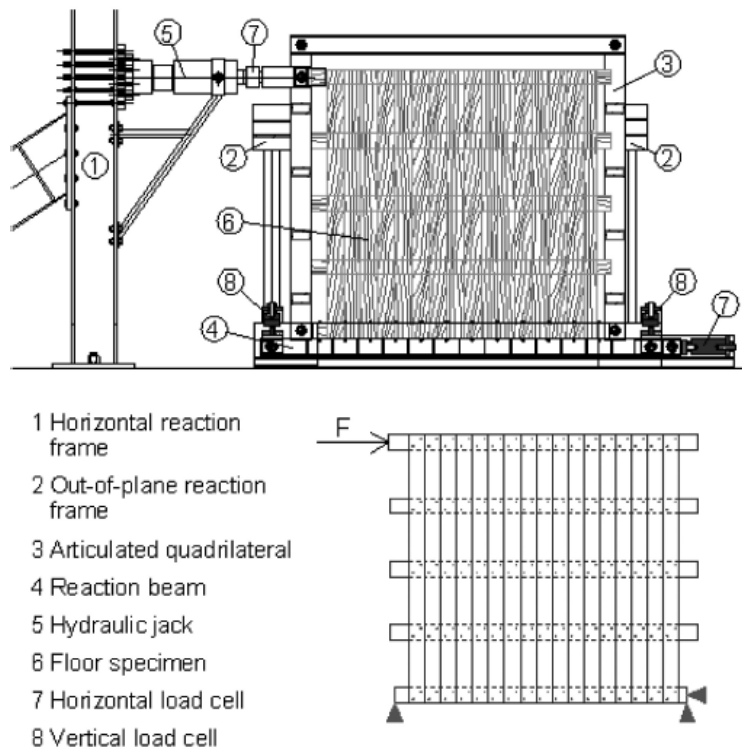


Figura 3.6 – Schematizzazione dell'apparecchio di prova

Si riporta di seguito il posizionamento dei trasduttori collocati sui vari provini per il monitoraggio degli spostamenti durante l'esecuzione della prova.

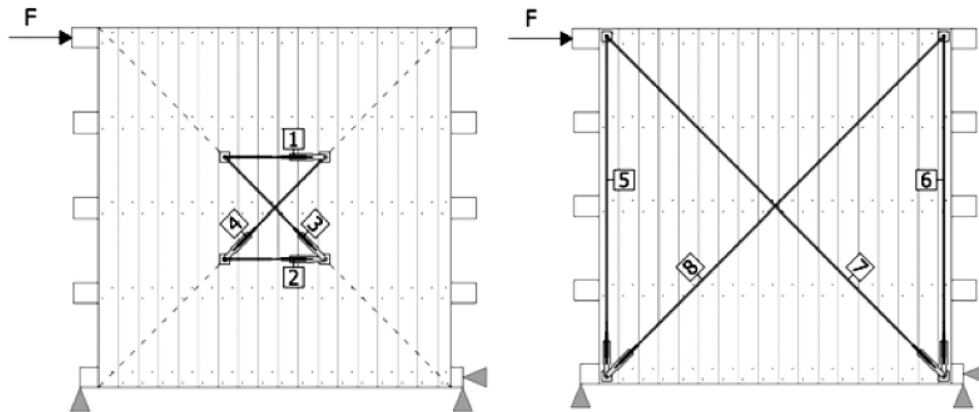


Figura 3.7 – Posizionamento dei trasduttori

I test prevedono prove su diversi campioni di solaio che si differenziano per metodologia di consolidamento; le caratteristiche comuni ai campioni sono le seguenti:

- Dimensioni totali del campione 2,20 x 2,20 m;
- Travi lignee in semplice appoggio sezione 12 x 14 cm, in numero di 5;
- Tavolato sezione 135 x 20mm fissato alle travature mediante 2 chiodi  $\Phi 2,75$  x 60mm per ogni trave, per un totale di 10 chiodi per tavola e 32 chiodi per trave.

Si distinguono le seguenti metodologie di consolidamento:

- Solaio non consolidato con tavolato semplice (FMSB);
- Solaio non consolidato con tavolato maschio/femmina (FM);
- Solaio consolidato mediante piastra metallica diagonale (FMSD);
- Solaio consolidato con tavolato semplice orientato a  $45^\circ$  rispetto all'esistente (FM+ $45^\circ$ SP(A));
- Solaio consolidato con tavolato maschio/femmina orientato a  $45^\circ$  rispetto all'esistente (FM+ $45^\circ$ SP(B)).
- Solaio consolidato con doppio tavolato maschio/femmina orientati a  $45^\circ$  ortogonali tra loro (FM $\pm 45^\circ$ DP(A)).
- Solaio consolidato mediante tavola diagonale lignea avente rigidezza equivalente al solaio FMSD (FMWD(D)).
- Solaio consolidato mediante due tavole diagonali lignee incrociate (FMWD(E)).

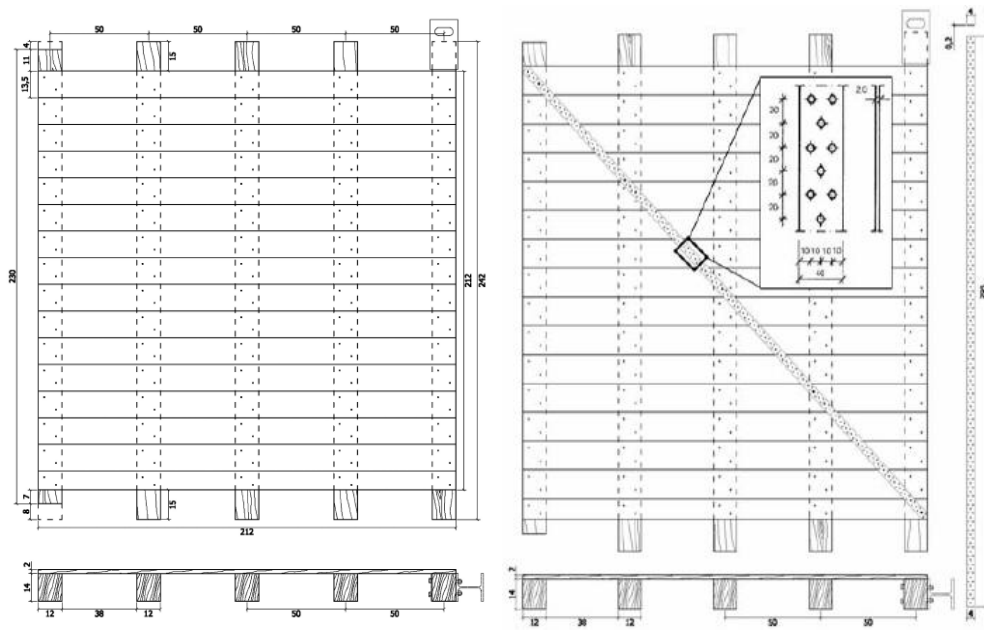


Figura 3.8 – Solaio tipo FMSB, FM e FMSD

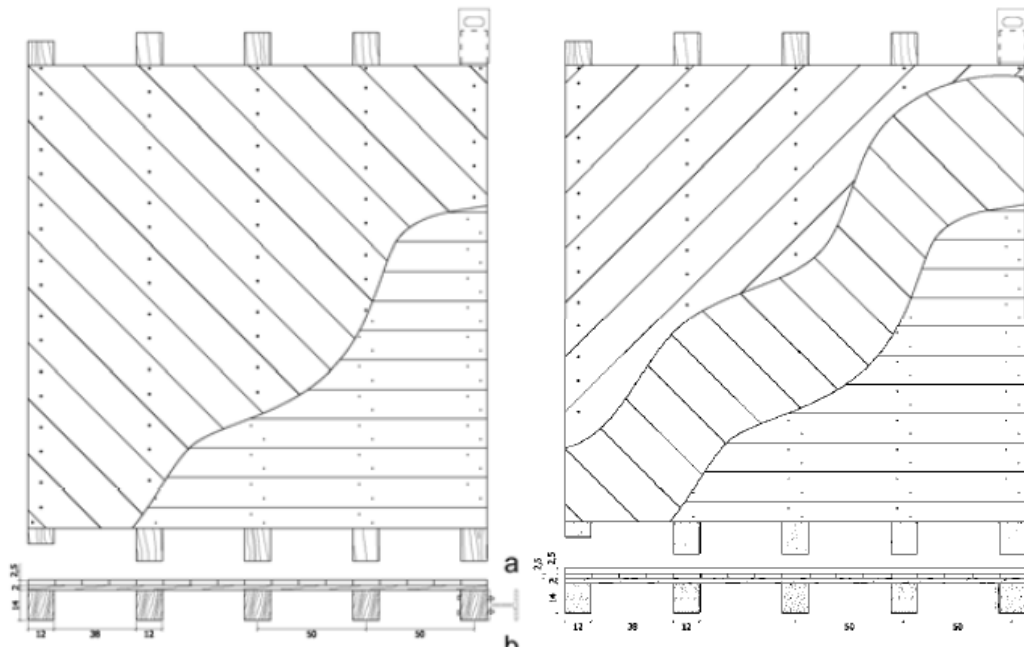


Figura 3.9 – Solaio tipo FM+45°SP(A), FM+45°SP(B) e FMWD(E)

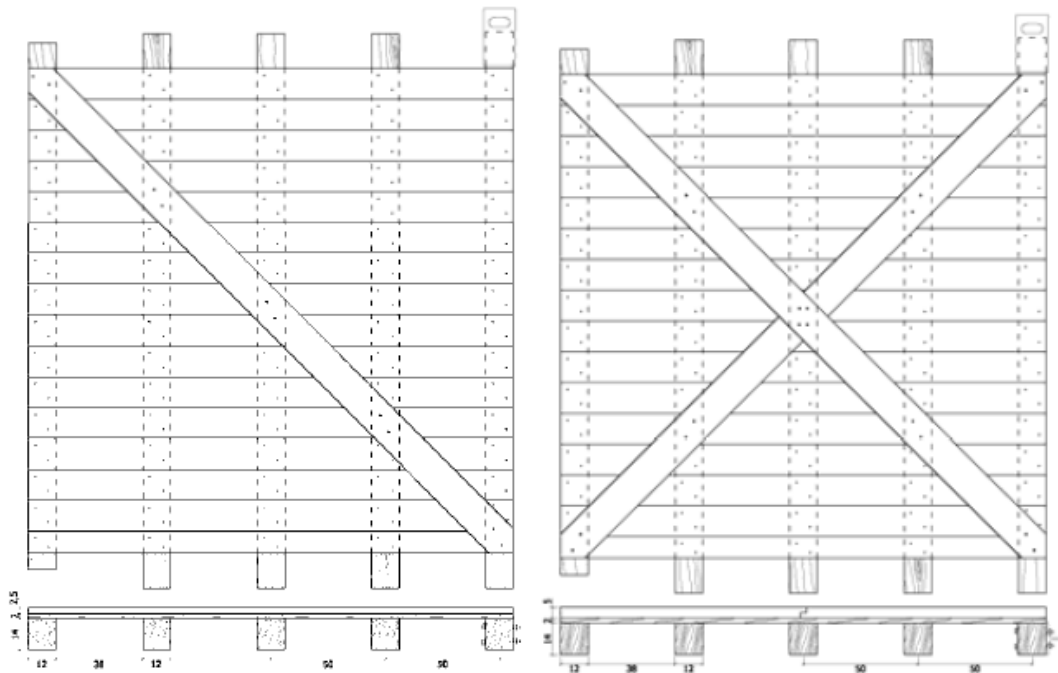


Figura 3.10 – Solaio tipo FM+45°DP(A) e FMWD(D)

Di seguito viene riportato il grafico e la tabella relative ai risultati delle prove monotone per le diverse tipologie di tavolato, nella tabella il valore  $K_y$  rappresenta la rigidità globale iniziale calcolata secondo il metodo proposta da UNI-EN 12512 (2006) [3] considerando uno spostamento massimo di 30 mm. Gli spostamenti sono stati registrati mediante i trasduttori (7) e (8) posti diagonalmente, è stato quindi possibile valutare lo spostamento orizzontale globale del solaio eseguendo le medie degli spostamenti dei due punti ai vertici del solaio.

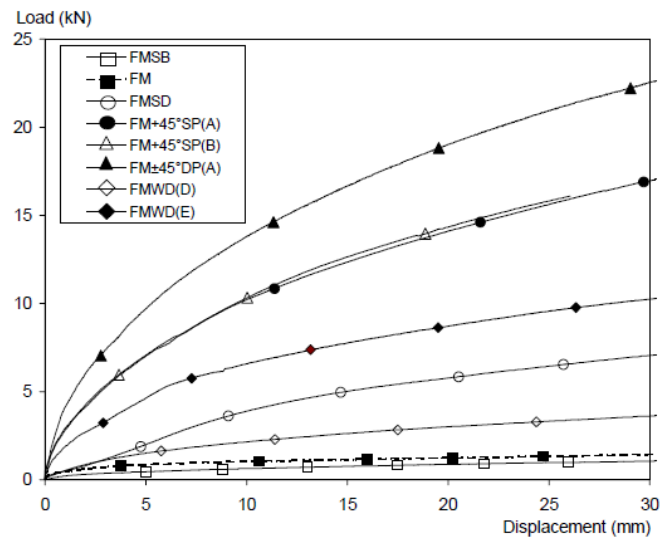


Figura 3.11 – Grafico forza-spostamento per i diversi tipi di consolidamento

In Tabella 3.10 vengono riportati i valori di rigidezza ottenuti dai vari test sperimentali, dove:

- $F_y$  e  $V_y$  sono rispettivamente la forza e lo spostamento stimati dai trasduttori 7 e 8
- $K_y$  è il valore di rigidezza globale iniziale del provino.

Sample	$F_y$ (kN)	$V_y$ (mm)	$K_y$ (kN/mm)
FMSB	0.774	8.606	0.081
FM	0.901	2.668	0.288
FMSD	6.118	14.928	0.409
FM+45°SP(A)	14.031	10.870	1.176
FM+45°SP(B)	12.610	9.190	1.247
FM±45°DP(A)	16.589	8.758	1.719
FMWD(D)	2.913	10.077	0.270
FMWD(E)	7.406	8.335	0.796

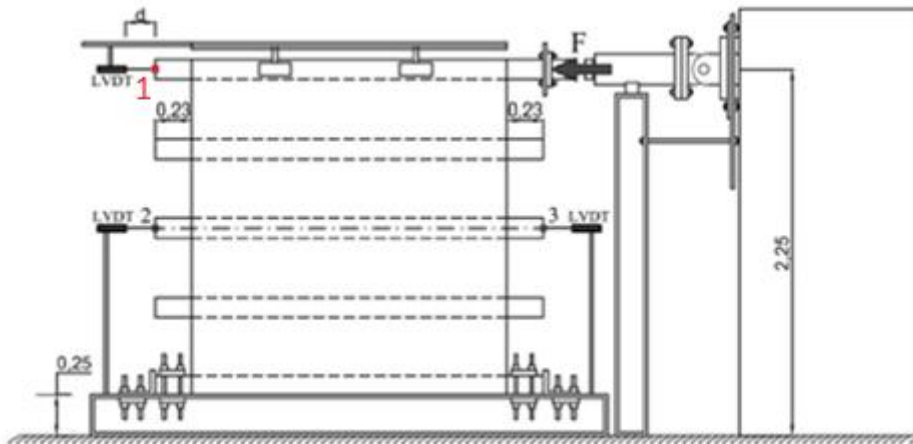
Tabella 3.10 – Tabella riassuntiva delle rigidzze iniziali

## 3.2. PROVE SPERIMENTALI UNIVERSITÀ DI BERLINO

Analogamente ai test dell'università di Padova anche gli autori Branco et al. [12] hanno condotto dei test monotoni su solai in legno con diversi metodi di consolidamento. I provini utilizzati costituiti da solai 2.40x2,40 m composti da travi principali in legno C24 di dimensioni 10x16 cm ad interasse di 50 cm e un tavolato in speciale legno brasiliano (*Andira vemifuga*) di dimensioni 12,5x2 cm disposto per tutta la lunghezza del provino. I connettori utilizzati sono chiodi di diametro  $\Phi=2,5$  mm e lunghezza 60 mm.

Lo schema statico adottato anche in questo caso è quello di una mensola incastrata, infatti, per condurre i test monotoni è stata creata una macchina simile a quella dell'università di Padova. Essa applica la forza sismica ad una delle travi principali di bordo mantenendo ancorata al terreno la sua opposta attraverso vincoli posti all'estremità. Il test è condotto in controllo di spostamenti e durante tutta la prova vengono registrati gli spostamenti del solaio soggetto alla forza di taglio attraverso tre trasduttori di spostamento posti in sommità e in mezzeria del provino. la forza

sismica viene introdotta mediante un martinetto idraulico in quale simula l'evento sismico. Di seguito si riporta lo schema della prova, Figura 3.12.:



**Figura 3.12 – Schematizzazione dell'apparecchio di prova**

I test sono condotti per 5 tipologie di solaio, il solaio semplice non consolidato (S), il solaio consolidato con tavolato disposto a  $90^\circ$  (SS) e altre tre tipi di consolidamento mediante pannelli di legno utilizzando però in questo caso per le connessioni viti poste a  $45^\circ$  rispetto al piano del solaio (CLT2, CLT3.1 e CLT3.2). Gli ultimi tre tipi di solaio sono inseriti in questo lavoro di tesi ma non sono stati trattati ai fini del calcolo della loro rigidezza membranale, di seguito la Figura 3.13 e Figura 3.14. mostrano alcune delle caratteristiche dei solai.

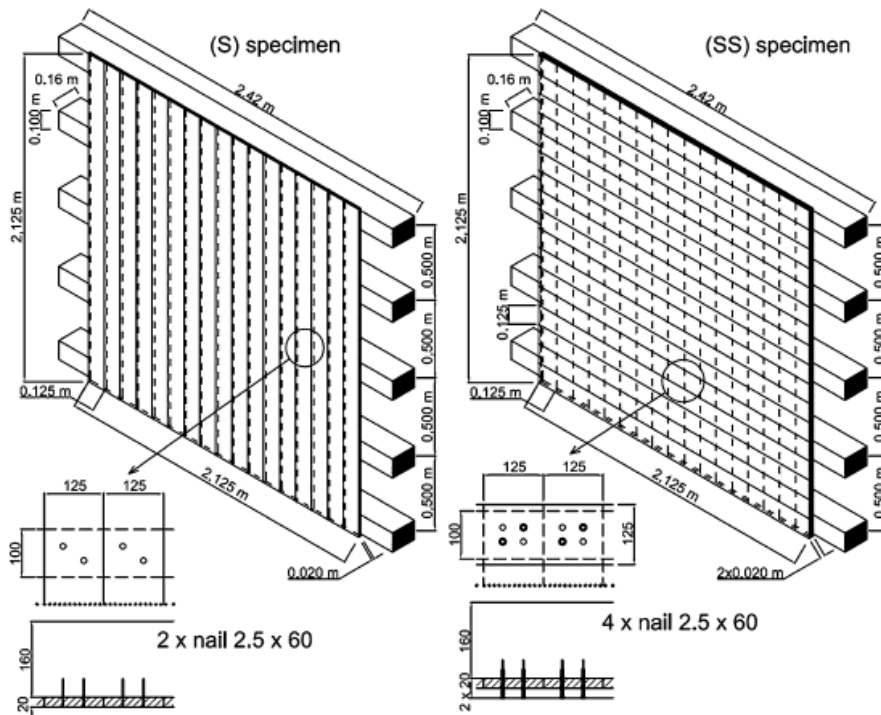


Figura 3.13 – caratteristiche dei solai (S) e (SS)

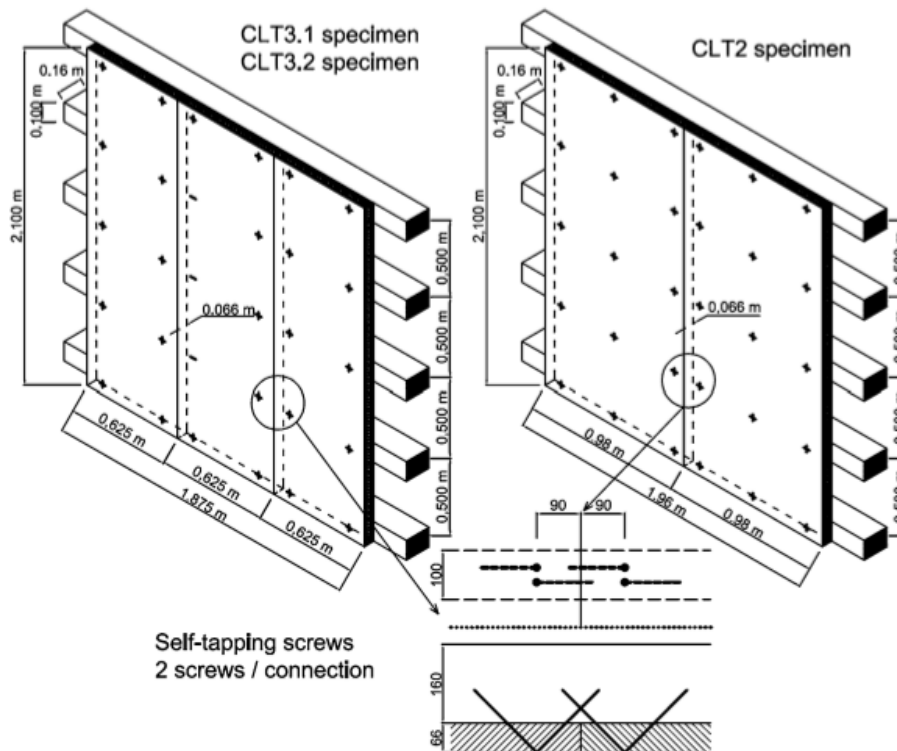


Figura 3.14 – caratteristiche dei solai (CLT2), (CLT3.1) e (CLT3.2)



Di seguito vengono riportati i risultati dei test per le diverse tipologie di consolidamento e inoltre il grafico forza-spostamento ottenuti dalle prove. Per il calcolo della rigidezza del solaio anche in questo caso si fa riferimento alla normativa UNI-EN 12512 (2006) [3] considerando però come  $F_{max}$  quella corrispondente ad uno spostamento di 100 mm. Gli spostamenti registrati sono quelli relativi al trasduttore LVDT1.

Specimen description		In each joint		$F_{max}$ (N)	$K$ (N/ mm)
		Number	Fastener		
S	1 layer of floorboards	2	Nail 2.5x60	2,130	55
SS	2 layers of floorboards	4		8,510	132
CLT2	2 CLT panels	2	VGZ 7x180	25,200	311
CLT3.1	3 CLT panels			23,700	411
CLT3.2			SFS 8.2x190	24,550	563

Tabella 3.11 – Tabella riassuntiva delle rigidzze iniziali

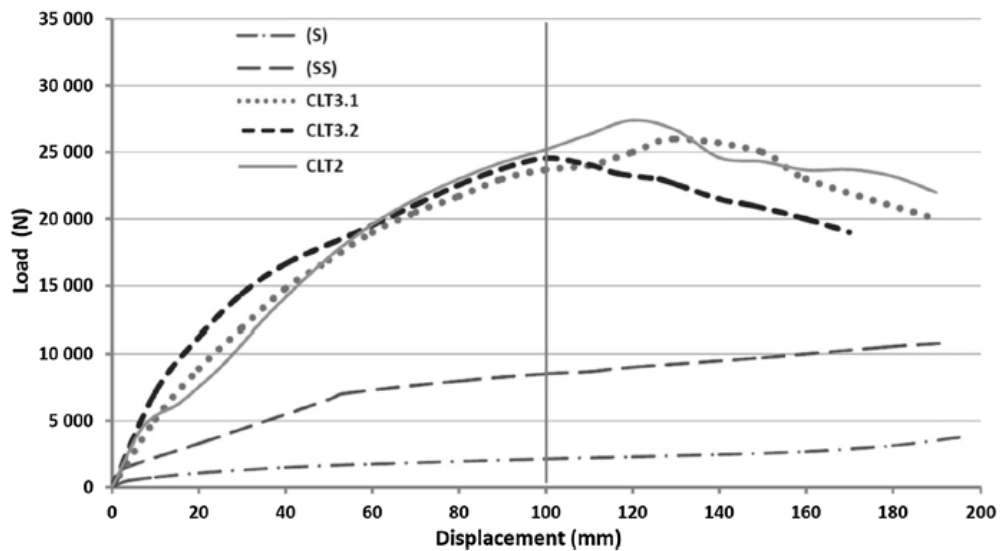


Figura 3.15 – Grafico forza-spostamento per i diversi tipi di consolidamento

### **3.3. PROVE SPERIMENTALI UNIVERSITÀ DI TRENTO**

I test effettuati da Piazza et al. (2006) [12] hanno lo scopo di analizzare il comportamento nel piano dei solai lignei diversamente rinforzati e in particolare la rigidità nel piano degli stessi. I campioni utilizzati per le prove sono di dimensioni 5,00x4,00 m e 2,00x1,00m, rispettivamente per test ciclici e test con carico monotono.

Lo schema statico adottato consiste nel semplice piano supportato lateralmente da due cerniere posizionate a metà del lato minore di 4,00 m (e 1,00 m nel caso del secondo test): questo permette la rotazione dei lati del solaio attorno a tali cerniere garantendo un comportamento del solaio simmetrico. Non sono stati introdotti ulteriori vincoli in quanto gli autori hanno tenuto conto dell'ancoraggio perimetrale del solaio alla muratura tramite delle lamine di acciaio Fe430 lungo il perimetro del provino (solo per i test ciclici); esse sono di sezione 80x5 mm e lunghezza 3860 mm lungo il lato minore di 4,00 m mentre di sezione 75x5 mm e lunghezza 5200 mm nella direzione maggiore di 5,00 m del solaio. La connessione tra le lamine e il solaio è stata realizzata tramite viti  $\phi 10 \times 160$  mm ogni 30 cm sul lato minore e con viti  $\phi 10 \times 160$  mm per ogni trave sul lato maggiore.

Questo schema statico ben rappresenta la deformazione del solaio sollecitato da azione sismica, considerando in laboratorio, in modo equivalente, un carico lineare applicato in corrispondenza della testa di ogni trave.

Quanto appena descritto è illustrato nelle seguenti Figure 3.16 e 3.17:

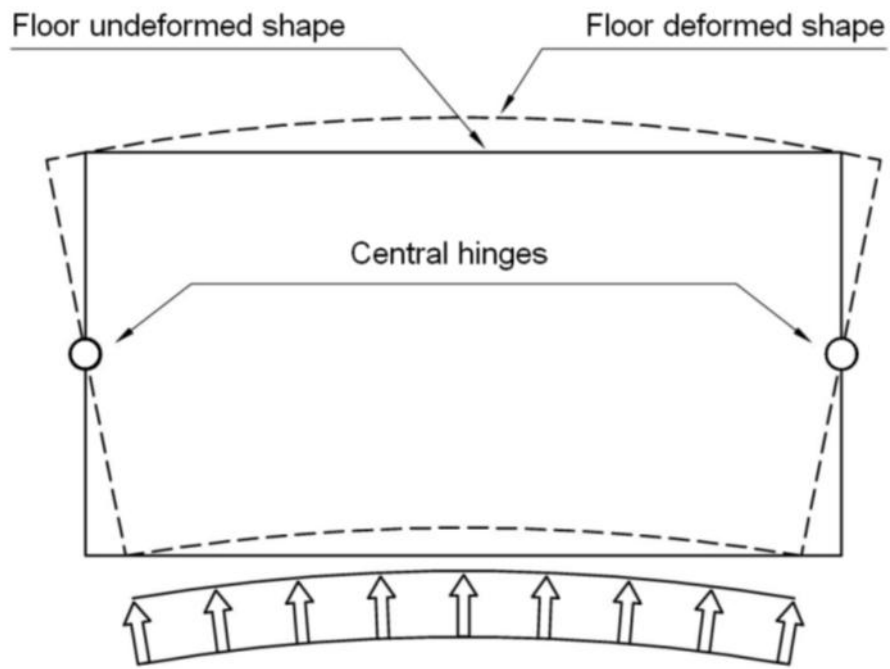


Figura 3.16 – Schema statico della prova sperimentale

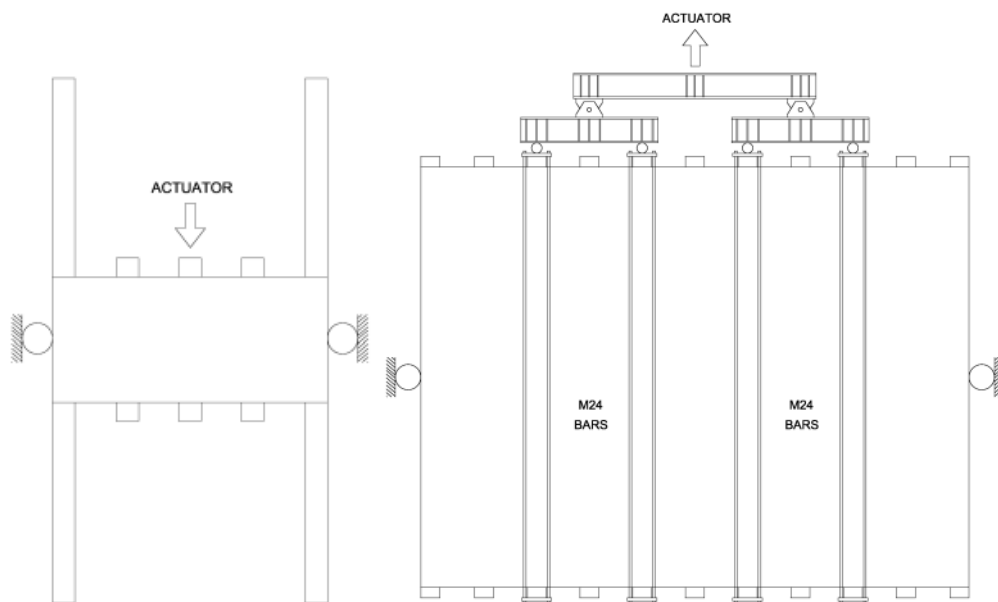
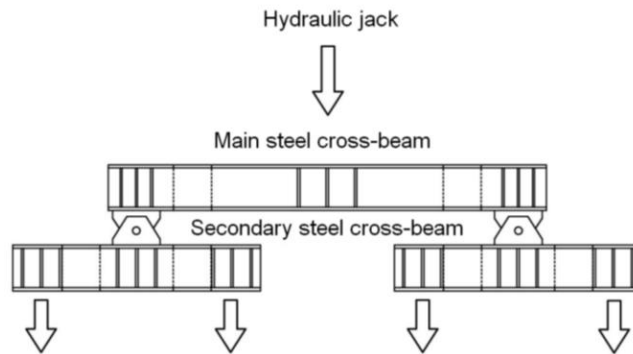


Figura 3.17 – Schema statico delle prove sperimentali

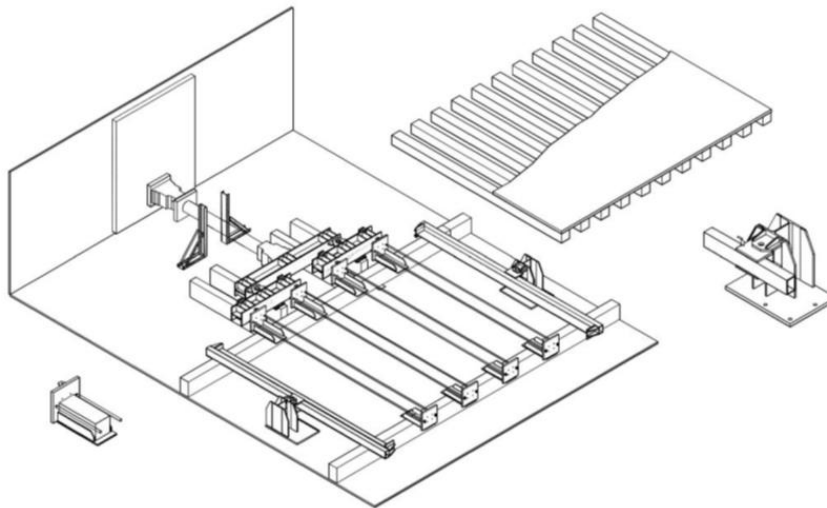
La prova ciclica realizzata in laboratorio presenta un carico applicato alle teste di quattro delle undici travi principali, attraverso un martinetto idraulico MTS di cui un'estremità è stata ancorata al muro di contrasto del laboratorio. L'altra estremità del martinetto invece trasferisce l'azione sismica nel piano del solaio alle travi mediante un sistema isostatico di quattro punti costituito da una trave principale HEB

240 di 2,30 m di lunghezza e da due travi secondarie HEB240 lunghe 1,30 m. La trave principale HEB è direttamente collegata alla testa del martinetto il quale applica il carico nel mezzo della lunghezza della trave (Figura 3.18). Questa a sua volta è collegata alle travi HEB secondarie con due cardini e trasferisce il carico ad esse e quindi alle travi lignee principali alle quali esse sono connesse tramite delle piastre.



**Figura 3.18 – Sistema isostatico di travi HEB per l'applicazione della forza al provino**

Lo schema riassuntivo della prova risulta quindi essere il seguente:



**Figura 3.19 – Vista assometrica della prova sperimentale**

Durante la prova si sono monitorati gli spostamenti del solaio in corrispondenza delle teste delle travi principali e gli spostamenti trasversali in corrispondenza degli angoli del solaio con l'ausilio di una serie di trasduttori di spostamento ed estensimetri (Tabella 3.12) disposti come in Figura 3.20.

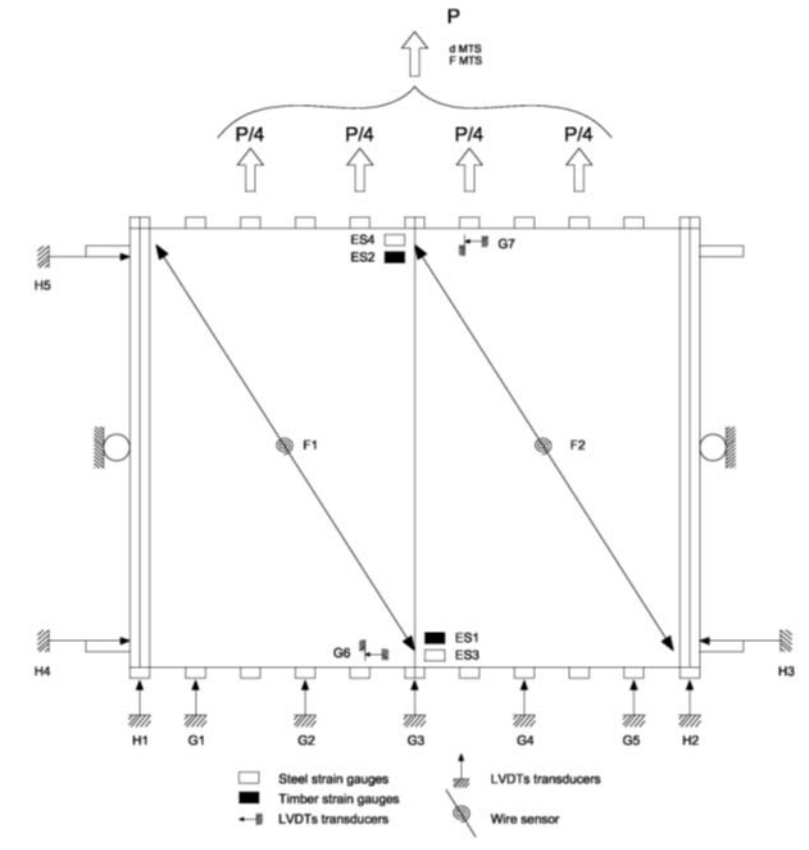


Figura 3.20 – Disposizione dei trasduttori di spostamento e degli estensimetri

Type		Full scale	Precision	Description
LVDTs transducers	G6	50 mm	0,025 mm	floor-beam connections deformation
	G7			
LVDTs transducers	G1	300 mm	0,15 mm	beam displacement
	G5			
LVDTs transducers	G2	500 mm	0,25 mm	beam displacement
	G3			
	G4			
LVDTs transducers	H1	40 mm	0,04 mm	rigid floor displacement
	H2			
LVDTs transducers	H3	100 mm	0,1 mm	lateral floor displacement
	H4			
	H5			
Wire sensor	F1	500 mm	0,5 mm	shear floor displacement
	F2			
Steel strain gauges	ES1	-	10 $\mu\text{m}/\text{m}$	boards deformation
	ES2			
Timber strain gauges	ES3	-	10 $\mu\text{m}/\text{m}$	tie-beam deformation
	ES4			

Tabella 3.12 – Elenco dei trasduttori di spostamento e degli estensimetri utilizzati nella prova sperimentale

Allo stesso modo per la prova monotona si sono registrati gli spostamenti delle teste delle travi principali con l'ausilio di una serie di trasduttori. La disposizione delle strumentazioni è riportata nella Figura 3.21 di seguito:

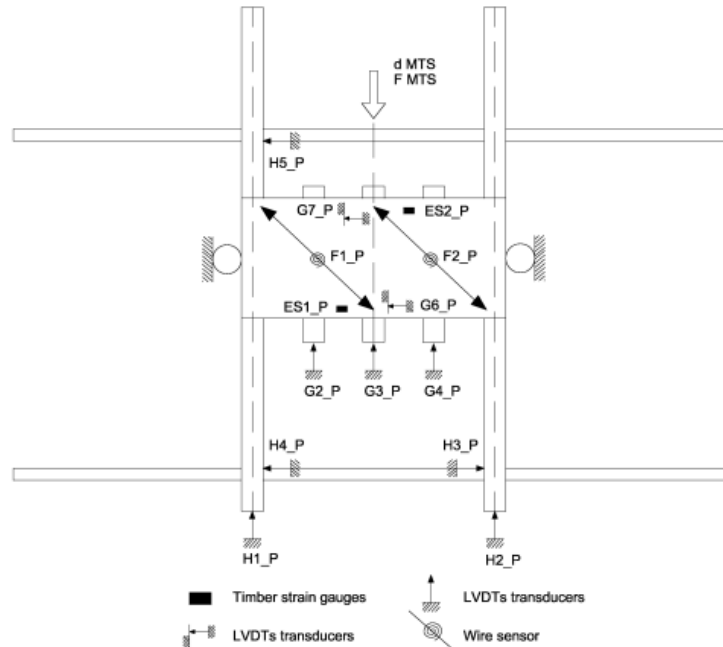


Figura 3.21 – Disposizione dei trasduttori di spostamento e degli estensimetri

Type		Full scale	Precision	Description
LVDTs transducers	G6_P	50 mm	0,025 mm	floor-beam connections deformation
	G7_P			
LVDTs transducers	G2_P	300 mm	0,15 mm	beam displacement
	G3_P			
	G4_P			
LVDTs transducers	H1_P	40 mm	0,04 mm	rigid floor displacement
	H2_P			
LVDTs transducers	H3_P	40 mm	0,04 mm	lateral floor displacement
	H4_P			
	H5_P			
Wire sensor	F1	500 mm	0,5 mm	shear floor displacement
	F2			
Timber strain gauges	ES3	-	10 $\mu\text{m/m}$	tie-beam deformation
	ES4			

Tabella 3.13– Elenco dei trasduttori di spostamento e degli estensimetri utilizzati nella prova sperimentale

Una volta effettuate le prove sperimentali e costruito il grafico forza-spostamento misurato in corrispondenza del trasduttore G3, gli autori hanno proceduto al calcolo della rigidità nel piano applicando la procedura EN 12512:2006 (b) [3] illustrata precedentemente.

La rigidezza è stata calcolata utilizzando la seguente formula:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta v}$$

dove  $k$  è la rigidezza mentre  $\Delta F$  e  $\Delta v$  rappresentano rispettivamente l'incremento di forza e spostamento ottenuti in corrispondenza del 10% e del 40% del massimo carico applicato al provino.

I test sono stati condotti per diverse tipologie di consolidamento e i risultati sono riportati nella Tabella 3.14 suddividendoli per tipologia di consolidamento e riportando il valore di rigidezza  $K$  iniziale calcolato secondo la normativa EN 12512:2006 (b) [3].

	Solaio tipo	0.1 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.1Fmax}$ [mm]	0.4 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.4Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]
<b>SOLAIO SEMPLICE</b>	Test 2x1	2,97	0,99	11,88	7,17	<b>1,44</b>
	Test 5x4	21,61	0,94	86,43	55,92	<b>1,18</b>
	Solaio tipo	0.1 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.1Fmax}$ [mm]	0.4 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.4Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]
<b>SOLAIO DOPPIO TAVOLATO A 45°</b>	Test 2x1	7,2	0,77	28,82	4,88	<b>5,25</b>
	Test 5x4	36,52	0,44	146,08	7,22	<b>16,16</b>
	Solaio tipo	0.1 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.1Fmax}$ [mm]	0.4 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.4Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]
<b>SOLAIO CON LAMINE IN ACCIAIO a 45°</b>	Test 2x1	6,51	1,22	26,06	5,81	<b>4,26</b>
	Test 5x4	40,48	0,43	161,9	4,22	<b>32,08</b>
	Solaio tipo	0.1 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.1Fmax}$ [mm]	0.4 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.4Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]
<b>SOLAIO CON LAMINE IN FRP a 45°</b>	Test 2x1	3,32	0,09	13,3	0,52	<b>23,18</b>
	Test 5x4	29,06	0,16	116,24	1,74	<b>54,95</b>
	Solaio tipo	0.1 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.1Fmax}$ [mm]	0.4 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.4Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]
<b>SOLAIO CON PANNELLO COMPENSATO</b>	Test 2x1	---	---	---	---	---
	Test 5x4	30,48	0,11	121,92	0,74	<b>144,01</b>
	Solaio tipo	0.1 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.1Fmax}$ [mm]	0.4 $F_{max}$ [KN]	$d_{0.4Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]
<b>SOLAIO CON SOLETTA IN C.A.</b>	Test 2x1	---	---	---	---	---
	Test 5x4	37,85	0,24	151,39	1,8	<b>72,69</b>

Tabella 3.14 – Elenco risultati dei test sperimentali

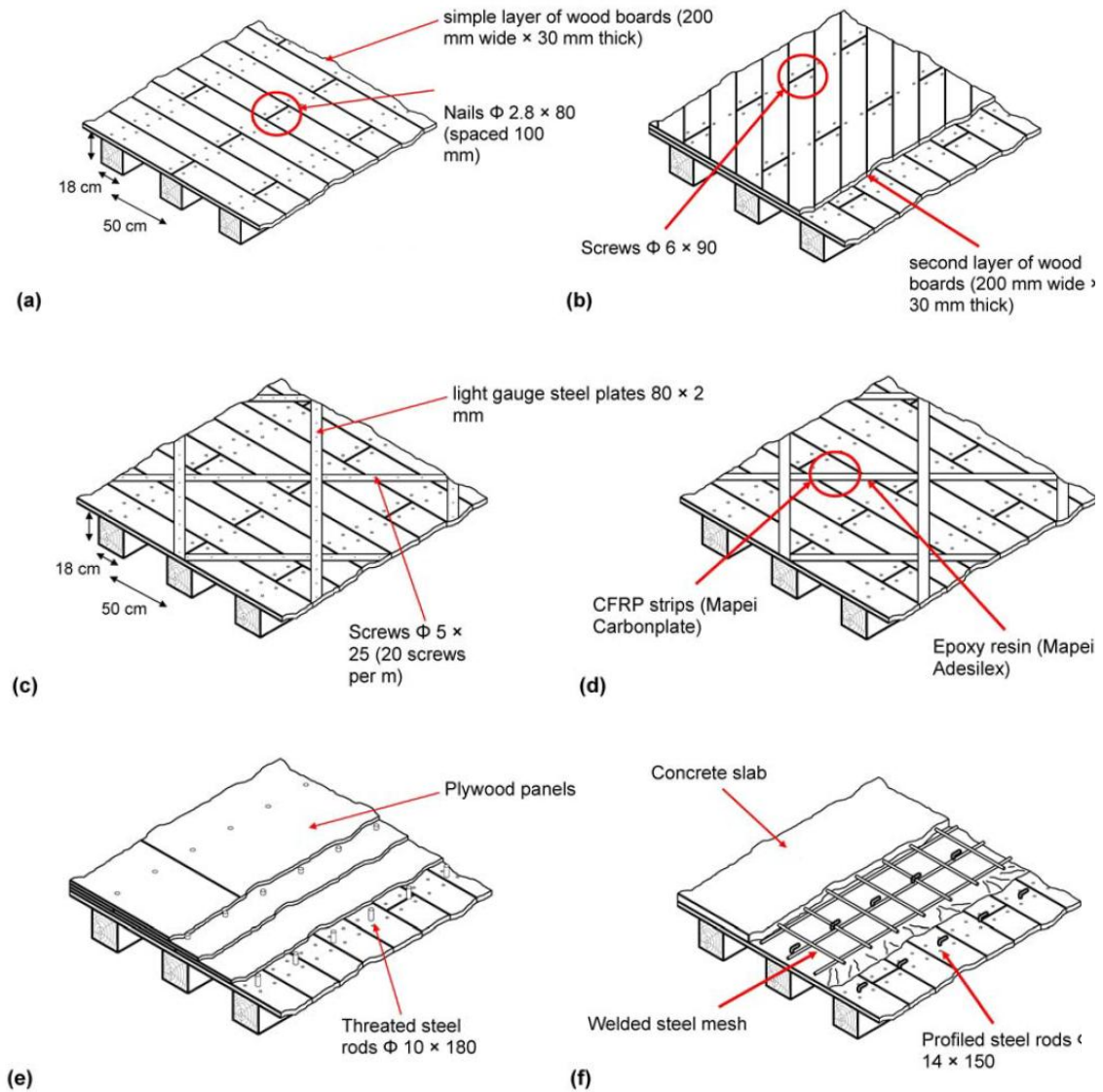


Figura 3.22 – Tipologie di solaio testati

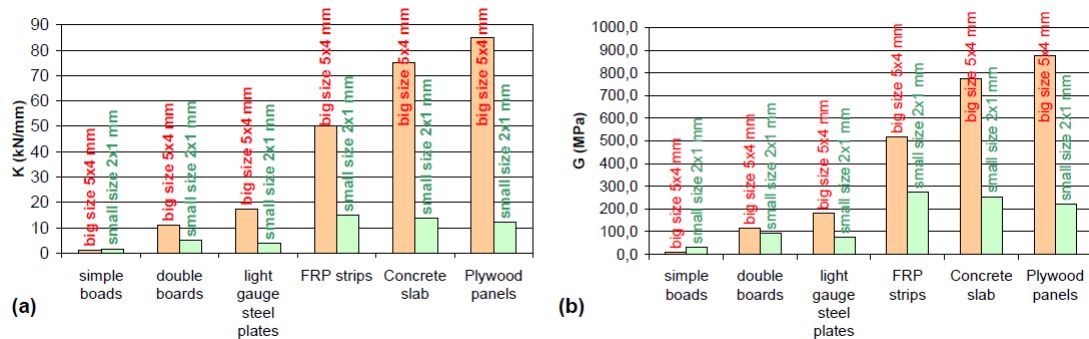


Figura 3.23 – Grafico dei risultati dei test 5x4 m e 2x1 m in termini di rigidezza K e la rigidezza a taglio equivalente G



Per questo lavoro di tesi sono stati considerati solo i test condotti sul solaio 5x4m relativamente alle tipologie di solaio con tavolato semplice, solaio consolidato con tavolato a 45° e solaio consolidato con soletta in c.a.

Come si può notare dalla Figura 3.20 lo schema statico proposto dagli autori Piazza et al. (2006) [12] risulta essere quello di una trave tozza semplicemente appoggiata con carico distribuito. Questo schema statico è differente rispetto a quello proposto nelle trattazioni presentate ai Capitoli 3.1. e 3.2. dove lo schema statico proposto è quello di una mensola tozza incastrata. Con delle semplici operazioni matematiche è però possibile ricondursi, partendo dal caso di trave tozza in semplice appoggio, a quello di mensola tozza incastrata. I passaggi sono chiariti dalla Figura 3.24 presentata di seguito, considerando una trave tozza di rigidezza  $(G \cdot t)$  dove  $t$  è lo spessore del tavolato:

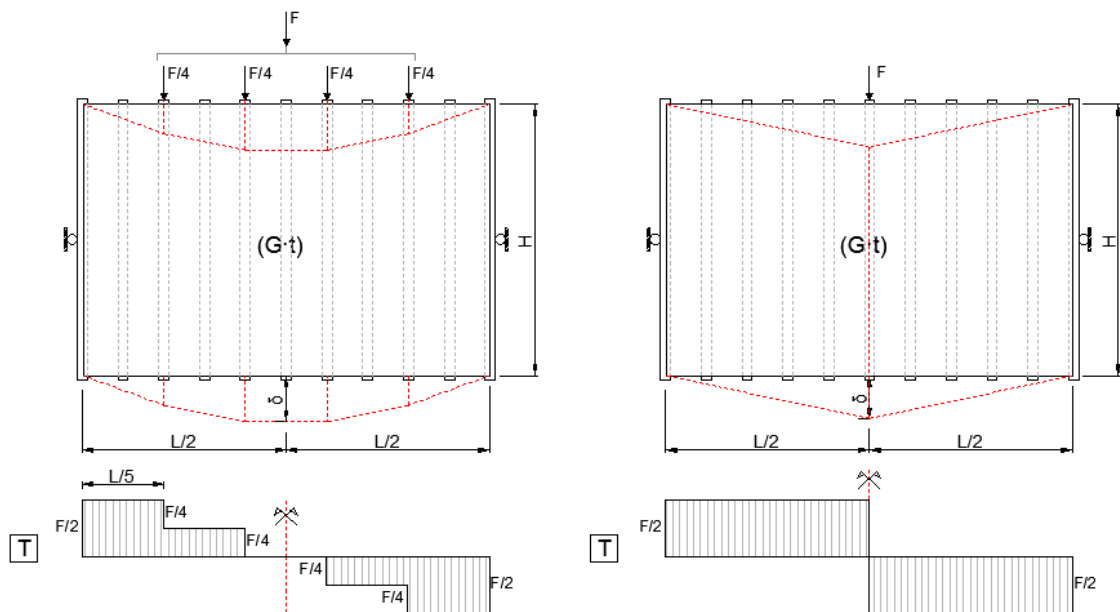


Figura 3.24 – Spostamento in mezzeria nel caso di carico distribuito e carico concentrato

Lo spostamento in mezzeria  $\delta$  nel caso di carico distribuito è pari a:

$$\delta = \frac{\left[ \left( \frac{F}{2} \cdot \frac{L}{5} \right) + \left( \frac{F}{4} \cdot \frac{L}{5} \right) \right]}{(G \cdot t)} / H \quad (3.1)$$

da cui posso ricavare il valore di rigidezza a taglio  $K_1 = F/\delta$  pari a:

$$\delta = \frac{1}{6.67} \frac{F \cdot L}{G \cdot t \cdot H} \qquad K_1 = 6.67 \cdot \frac{G \cdot t \cdot H}{L}$$

Lo spostamento in mezzzeria  $\delta$  nel caso di carico concentrato è pari a:

$$\delta = \frac{\frac{F}{2} \cdot \frac{L}{2}}{G \cdot t \cdot H} \qquad (3.2)$$

da cui posso ricavare il valore di rigidezza a taglio  $K_2=F/\delta$  pari a:

$$\delta = \frac{1}{4} \frac{F \cdot L}{G \cdot t \cdot H} \qquad K_2 = 4 \cdot \frac{G \cdot t \cdot H}{L}$$

Quindi il rapporto tra le rigidezze  $K_1/K_2$  per poter passare dal caso di trave tozza con carico distribuito al caso con carico concentrato è pari a:

$$\frac{K_1}{K_2} = 1.67$$

In questo modo, ragionando sulla trave tozza con carico concentrato, è possibile ricondursi al caso di mensola tozza ragionando sulla simmetria. Così facendo è possibile ricondurre tutti e tre le trattazioni sperimentali ad un unico caso studio (quello della mensola tozza incastrata), che verrà poi utilizzato per ricavare le formule analitiche.

## **4. STATO DELL'ARTE SU METODI DI CALCOLO DELLA RIGIDEZZA**

Una corretta prevenzione e protezione delle strutture dagli eventi sismici, non può avvenire senza uno studio del comportamento globale dell'edificio. Risulta quindi evidente che, per il caso di edifici storici esistenti, l'attenzione va posta in particolare sullo studio della muratura e dei solai lignei.

In questo capitolo vengono presentate le normative esistenti per il calcolo della rigidità membranale di solai lignei, le formulazioni analitiche presenti in letteratura per il caso di solai con semplice tavolato e le formule analitiche per la valutazione delle rigidità delle connessioni.

### **4.1. NORMATIVE ESISTENTI**

Diverse sono le normative esistenti in materia di ristrutturazioni degli edifici e riguardanti quindi il comportamento di solai in legno soggetti ad azione sismica. Alcune di queste forniscono anche modelli matematici per il calcolo della rigidità nel piano di solai in legno. Di seguito si riportano le principali normative internazionali in materia di solai in legno e in particolare per il calcolo della rigidità di piano.

#### **4.1.1. NORMATIVA FEMA 356**

La normativa americana affronta in due documenti, l'ASCE/SEI 31-03 (2003) e l'ASCE/SEI 41-06 (2007) riuniti poi nella FEMA356 [5], la problematica di definire una corretta valutazione della rigidità dei diaframmi in legno. All'interno della normativa vengono definiti i limiti secondo i quali un solaio può considerarsi flessibile o rigido, ed inoltre fornisce un metodo semplificato per la valutazione della risposta sismica di edifici in muratura con diaframmi flessibili.

In particolare, per procedure di analisi lineare, suggerisce valori di rigidità nel piano di vari diaframmi divisi per categorie. Nella Tabella 4.1 riportata di seguito sono esposti i differenti valori di rigidità del solaio in legno a seconda della tipologia di solaio. I valori riportati rappresentano gli standard per edifici in muratura di tipo comune, e forniscono valori di rigidità per la maggior parte dei solai

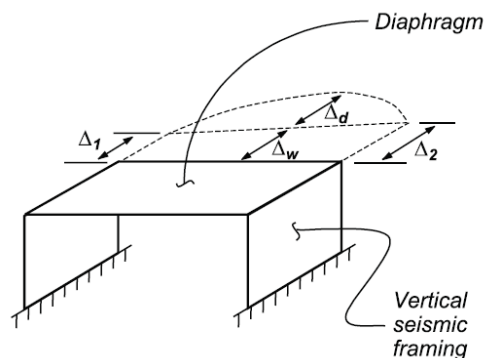
esistenti. Nella Tabella 4.1. viene inoltre specificato se c'è la presenza di elementi perimetrali con funzione di cordolo “chorded”, oppure se questi non sono presenti “unchorded”. Inoltre si specifica per il caso di consolidamento mediante pannelli se questi sono direttamente vincolati con gli elementi portanti perimetrali “blocked” oppure se i pannelli sono collegati solamente al tavolato sottostante “un-blocked”.

**Table 1.** Expected stiffness ( $G_d$ ) values for some diaphragm types according to ASCE/SEI 41-06

Diaphragm type	$G_d$ [kN/mm]
Single straight sheathing	0.35
Double straight sheathing	
Chorded	2.67
Un-chorded	1.24
Wood structural panels overlay on straight sheathing	
Un-blocked, un-chorded	0.87
Un-blocked, chorded	1.58
Blocked, un-chorded	1.24
Blocked, chorded	3.20

**Tabella 4.1 –Valori di rigidezza per diverse tipologie di solaio in legno**

Inoltre al capitolo 8.6. della FEMA356 viene fornita una formula per la valutazione della deformazione del diaframma in mezzeria. Per i diaframmi in legno propone uno spostamento in mezzeria  $\Delta_d$  come esposto in Figura 4.1, in cui si possono notare il contributo di due spostamenti;  $\Delta_w$  è lo spostamento legato alla deformazione degli elementi verticali, invece  $\Delta_d$  è il contributo di spostamento in mezzeria relativo al solo diaframma.



**Figura 4.1 –Spostamento in mezzeria del diaframma secondo FEMA356**

Con queste ipotesi la normativa FEMA 356 definisce uno spostamento in mezzeria per i diaframmi in legno pari a:

$$\Delta_d = v_y \cdot L / (2 \cdot G_d)$$

dove:

$G_d$  = rigidezza a taglio del diaframma, (KN/mm)

$L$  = larghezza del diaframma, (mm)

$v_y = \frac{F_T}{B}$ , dove  $F_T$  è la forza di taglio applicata e  $B$  è la lunghezza del solaio, (KN/mm).

#### 4.1.2. NORMATIVA NZSEE

La normativa neozelandese all'interno del documento "Assessment and Improvement of the Structural Performance of Buildings in Earthquakes" (NZSEE 2006) [4], sottolinea che gli edifici in muratura sono solitamente caratterizzati da diaframmi di piano flessibili, ed è quindi necessario tenere adeguatamente conto di questa caratteristica durante la modellazione globale dell'edificio, per descriverne in maniera corretta la risposta sismica.

La normativa fornisce al variare del tipo di solaio, (APPENDIX 11.A) delle formule per il calcolo, della resistenza e dello spostamento in mezzeria dei diaframmi in legno, tenendo conto delle proprietà delle singole parti che lo compongono, e delle tipologie di diaframma esistenti. L'approccio utilizzato dalla normativa NZSEE 2006 [4] risulta essere uguale a quello proposto dalla FEMA 356 [5], anche in questo caso la normativa neozelandese suddivide lo spostamento in mezzeria dei diaframmi in legno in due contributi,  $\Delta_w$  lo spostamento legato alla deformazione degli elementi verticali, invece  $\Delta_d$  il contributo di spostamento in mezzeria relativo al solo diaframma.

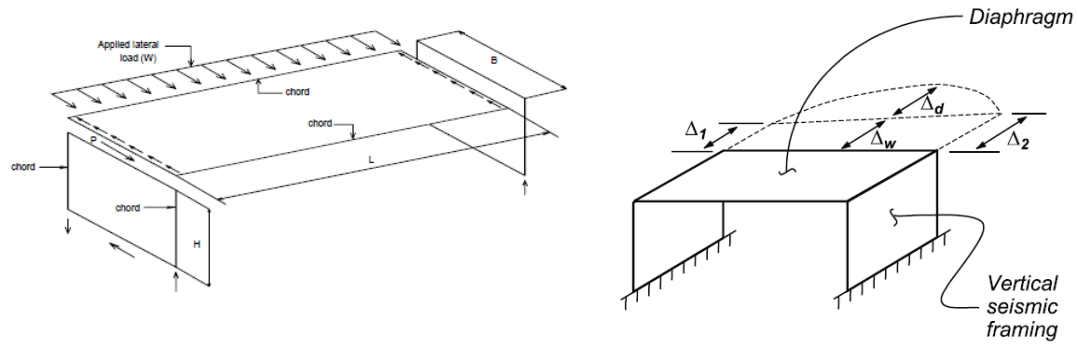


Figura 4.2. – Schema di carico e spostamento in mezzeria del diaframma secondo NZSEE

Lo spostamento in mezzeria viene calcolato come somma di tre contributi, il contributo fornito dalla deformazione a flessione del tavolato, il contributo della traslazione dei chiodi e il contributo degli elementi di cordolo se presenti.

Nel caso di solaio in legno composto da uno strato di tavolato semplice, le NZSEE definisce lo spostamento in mezzeria come il solo contributo legato alla traslazione dei chiodi:

$$\Delta_d = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

dove:

$\Delta_1$  = è il contributo di spostamento legato alla deformazione del tavolato

$\Delta_2$  = è il contributo di spostamento legato alla traslazione dei chiodi

$\Delta_3$  = è il contributo di spostamento legato alla deformazione dei cordoli (se presenti)

$$\begin{cases} \Delta_1 = 0 \\ \Delta_d = \Delta_1 = \frac{L \cdot e_n}{2 \cdot s} \\ \Delta_3 = 0 \end{cases}$$

dove:

L= larghezza del diaframma (mm)

$e_n$  = traslazione dei chiodi soggetti alla forza di taglio F (mm) =  $\frac{F}{(2k_{ser})}$

$k_{ser}$  = rigidità traslazionale dei chiodi

s= interasse tra i chiodi (mm)

#### **4.1.3. NORMATIVA ITALIANA NTC 2008 ED EUROPEA EUROCODICE 5**

All'interno della normativa italiana ed europea non sono tutt'ora presenti alcune specifiche o suggerimenti per il calcolo della rigidezza di piano di solai in legno. Sono tuttavia presenti delle formule per il calcolo della rigidezza delle singole unioni, basate sulle caratteristiche degli elementi lignei, sulla tipologia e sul diametro del connettore. Esse sono rispettivamente al capitolo 7.11 delle CNR206-2007 [6] e al capitolo 7.1 dell'Eurocodice 5.

Alcune specifiche sono contenute all'interno della normativa UNI-EN 12512 [3] e si riferiscono alle modalità da seguire per il calcolo della rigidezza delle unioni in legno durante le prove sperimentali. Il metodo, però, verrà spiegato meglio in seguito.

#### **4.2. FORMULE ANALITICHE IN LETTERATURA**

Dal punto di vista analitico il calcolo della rigidezza dei diaframmi in legno presenta numerose difficoltà. Dapprima le differenti configurazioni nella disposizione del tavolato e l'aggiunta di strati successivi, che possono essere inclinati di  $45^\circ$  o  $90^\circ$  rispetto al primo, rende difficile una formulazione analitica, che possa avere valenza generale, del comportamento del diaframma. Oltre a questo, si aggiungono anche effetti secondari come l'attrito tra le tavole e il grado di incastro tra queste, ad esempio tavole con bordo maschio-femmina. Risulta chiaro quindi che una formulazione analitica generale, che descriva in maniera adeguata il comportamento del solaio nel piano, debba tenere in considerazione diversi aspetti.

In letteratura sono presenti alcune formulazioni analitiche proposte dagli autori A. Brignola, S. Podestà e S. Pampanin [2] i quali propongono delle formule analitiche per solai lignei composti da un singolo strato di tavolato.

La rigidezza del solaio in questo caso viene calcolata come somma di due rigidezze, la prima  $k_c$ , ovvero la rigidezza dei connettori muro-solaio, e la seconda  $k_{eq,d}$  ovvero la rigidezza del solo solaio in legno. In questo caso quindi lo spostamento laterale totale del diaframma si compone come:

$$\delta_{TOT} = \delta_c + \delta_d \quad (4.1)$$

dove:

$\delta_c$  = spostamento dei connettori muro-solaio

$\delta_d$  = spostamento laterale solaio

La rigidezza totale del diaframma si compone quindi come somma in serie della rigidezza dei connettori muro-solaio e la rigidezza del solo solaio. Di seguito riportiamo lo schema seguito.

$$\frac{1}{k_{eq,d+c}} = \frac{1}{k_{eq,d}} + \frac{1}{k_c} \quad (4.2)$$

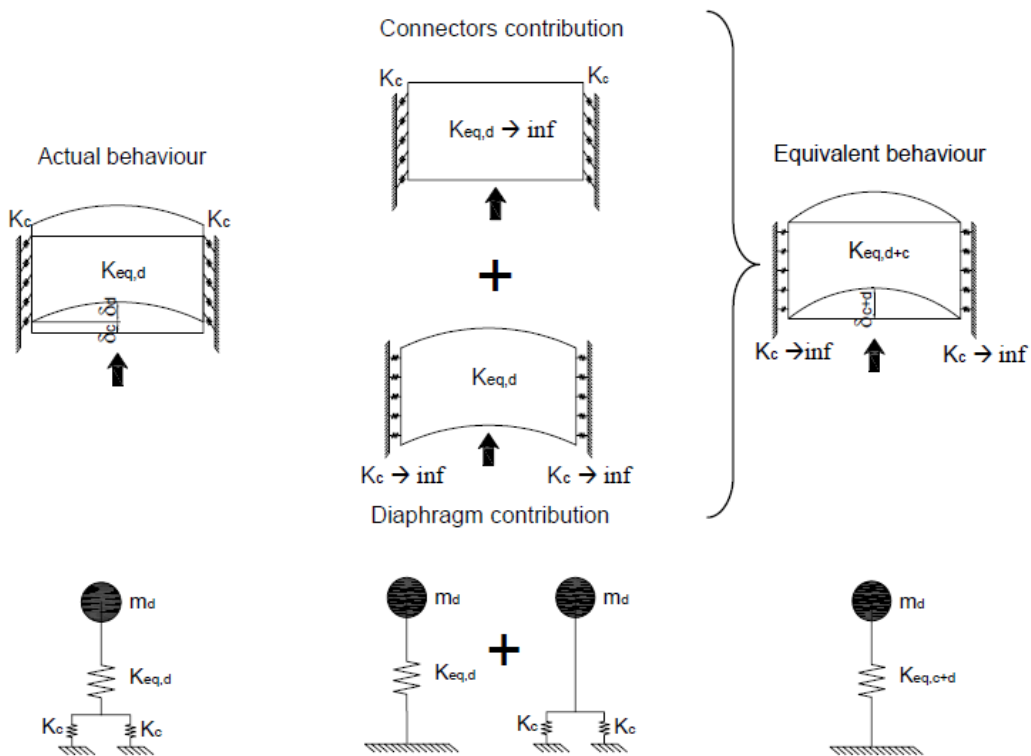


Figura 4.3 – Schema del contributo dei connettori e del solaio alla rigidezza del diaframma

Per quanto riguarda la rigidezza  $k_c$ , dei connettori muro-solaio gli autori propongono una formula analitica che dipende dal materiale di cui è composto il connettore E, del diametro del connettore D, del numero di connettori lungo ciascun lato del solaio N e



dal tipo di malta cementizia utilizzata per assicurare l'immorsamento dei connettori alla muratura  $n$  che può variare tra 3 e 7. La Formula (4.3) proposta è la seguente:

$$k_c = N \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{\pi E D}{n^3} \quad (4.3)$$

In questo lavoro di tesi la rigidezza dei connettori muro-solaio viene considerata infinita, si andrà ad analizzare quindi unicamente la rigidezza di piano del solaio.

Per il calcolo della rigidezza nel piano del solaio in legno gli autori forniscono due formulazioni, a seconda del tipo di tavolato e a seconda della presenza di catene in acciaio poste all'estremità e ortogonalmente all'azione sismica. In tutt'e due i casi il solaio considerato è quello di tavolato semplice.

Per la prima formulazione, il tavolato viene schematizzato come segue in Figura 4.4:

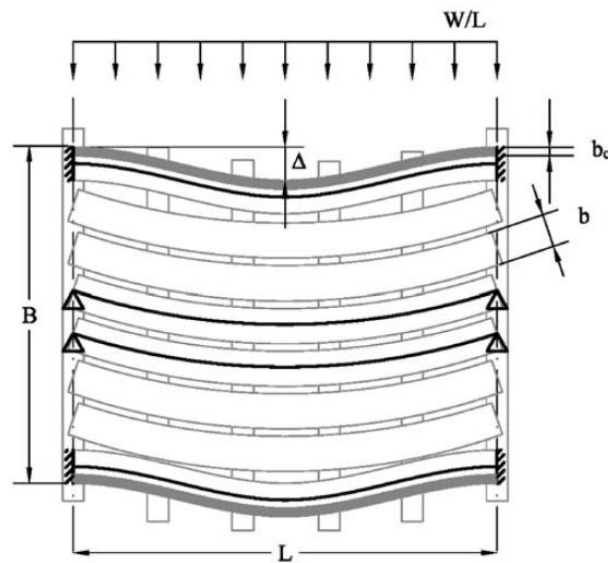


Figura 4.4 – Schema del statico del solaio con catene in estremità

Il tavolato viene modellato come tavole che lavorano in parallelo tra di loro. Le tavole centrali si assumono come travi in semplice appoggio, il cui comportamento a taglio viene trascurato, mentre per le tavole poste alle estremità e per le catene in acciaio si assume un comportamento di trave doppiamente incastrata. I contributi di rigidezza vengono tra loro sommati come rigidezze in parallelo.

Con queste assunzioni è possibile definire la rigidezza nel piano del diaframma  $G_d$  come segue:

$$G_d = \frac{WL}{8B\Delta} = \frac{4b^2E_Bt_B}{5L^2} + \frac{32b^3E_Bt_B}{5L^2B} + \frac{8b_C^3E_Ct_C}{L^2B} \quad (4.4)$$

dove  $W$  è il carico applicato,  $L$  è la larghezza del solaio,  $B$  è la lunghezza del solaio,  $\Delta$  è lo spostamento laterale del solaio,  $E_B$  e  $E_C$  sono i moduli di Young rispettivamente del tavolato e delle catene in acciaio,  $t_B$  e  $t_C$  sono gli spessori del tavolato e delle catene in acciaio,  $b$  e  $b_C$  sono le larghezze delle singole tavole e delle catene in acciaio, mentre  $L$  e  $B$  sono rispettivamente la lunghezza e la larghezza totale del diaframma.

La seconda formulazione invece considera il caso tavolato semplice con tavole interrotte in corrispondenza di ogni intersezione trave-tavolato, come suggerisce la Figura 4.5:

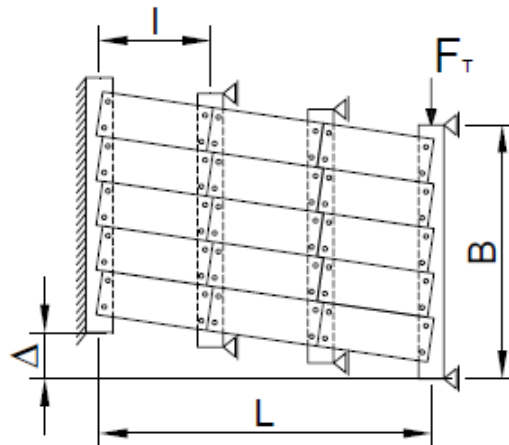


Figura 4.5– Schema del statico con tavolato interrotto

In questo caso la deformazione del solaio in legno è assunta come la somma di tre contributi, la deformazione per flessione e taglio del tavolato e la rotazione rigida dovuta alla deformazione dei chiodi. Lo spostamento complessivo si può quindi calcolare come:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = \left( \frac{F}{k_{ser}} \cdot \frac{2}{s_n} + \frac{\chi}{GA} \cdot F + \frac{l^2}{12EI} \cdot F \right) \cdot l \quad (4.5)$$

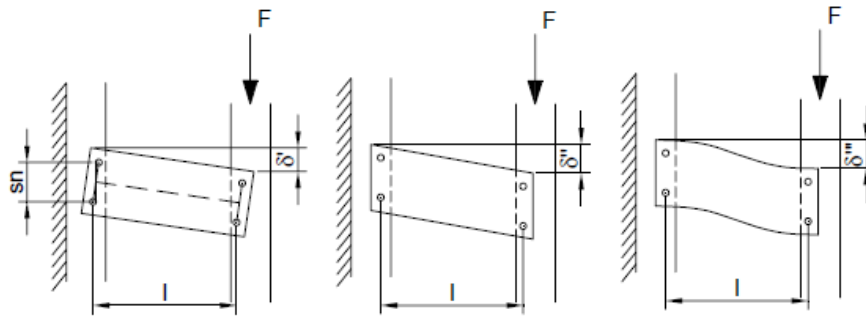


Figura 4.6 – Suddivisione dei contributi

dove  $F$  è l'azione sollecitante,  $k_{ser}$  è la rigidezza dei chiodi,  $s_n$  è l'interasse tra i chiodi,  $\chi$  è il fattore di taglio del tavolato,  $G$  è il modulo di taglio del tavolato,  $A$  è l'area delle singole tavole,  $E$  è il modulo di Young,  $l$  è l'interasse tra le travi principali.

Con queste assunzioni, è possibile definire il modulo di taglio equivalente che combina i tre singoli contributi per il caso di diaframma in legno con tavolato interrotto in corrispondenza di ogni trave principale. Corrispondente a:

$$G_{eq} = \frac{\chi F}{Bt} \cdot \frac{L}{\Delta} = \frac{\chi}{A} \cdot \left( \frac{l}{k_{ser} s_n^2} + \frac{\chi}{GA} + \frac{l^2}{12EI} \right)^{-1} \quad (4.6)$$

Dove  $B$  è la larghezza dell'intero diaframma e  $\Delta$  è lo spostamento dell'intero diaframma.

Risulta evidente che questi tipi di approccio analitico possono essere utilizzati solo nel caso di solaio con tavolato semplice. Per gli altri tipi di solaio con diversi metodi di consolidamento non sono stati trovati in letteratura riferimenti di tipo analitico per il calcolo della rigidezza a taglio del solaio.

Gli autori A. Brignola, S. Podestà e S. Pampanin [2] applicano successivamente la Formula (4.6) adottando lo spostamento  $\Delta$  proposto dalla normativa NZSEE [4] e dalla FEMA [5] già viste precedentemente ai Capitoli 4.1.1 e 4.1.2 ottenendo dei valori di  $G_{eq}$  pari a:

	Deflection in the middle span of diaphragm		Equivalent shear modulus
NZSEE Guidelines	$\Delta_h = \frac{Le_n}{2s}$	$\rightarrow \frac{\Delta}{2} = \frac{LF}{s_n k_{ser}}$	$\rightarrow G_{eq} = \frac{\chi}{A} \left( \frac{l}{k_{ser} s_n^2} \right)^{-1}$
FEMA 356	$\Delta_y = \frac{v_y \cdot (L/2)}{G_d}$	$\rightarrow \frac{\Delta}{2} = \frac{(F_T / B) \cdot (L/2)}{G_d}$	$\rightarrow G_{eq} = \frac{\chi \cdot G_d}{t}$

Figura 4.7 – Formule per il calcolo della rigidità equivalente  $G_{eq}$

dove:

$L$ = larghezza del diaframma (mm)

$e_n$ = traslazione dei chiodi soggetti alla forza di taglio  $F$  (mm) =  $\frac{F}{(2k_{ser})}$

$k_{ser}$ = rigidità traslazionale dei chiodi

$s$ = interasse tra i chiodi (mm)

$G_d$ = rigidità a taglio del diaframma, (KN/mm)

$L$ = larghezza del diaframma, (mm)

$v_y = \frac{F_T}{B}$ , dove  $F_T$  è la forza di taglio applicata e  $B$  è la lunghezza del solaio, (KN/mm).

$\chi$ = modulo di taglio del tavolato

$t$ = spessore del tavolato

Nel capitolo precedente (Capitolo 3) sono stati presentati diversi test sperimentali condotti su solai in legno con tavolato semplice. Utilizzando i dati dei test sperimentali si confrontano ora i valori di modulo di rigidità equivalente  $G_{eq}$  trovati nei test sperimentali con quelli proposti dalle Formule (4.4) e (4.6).

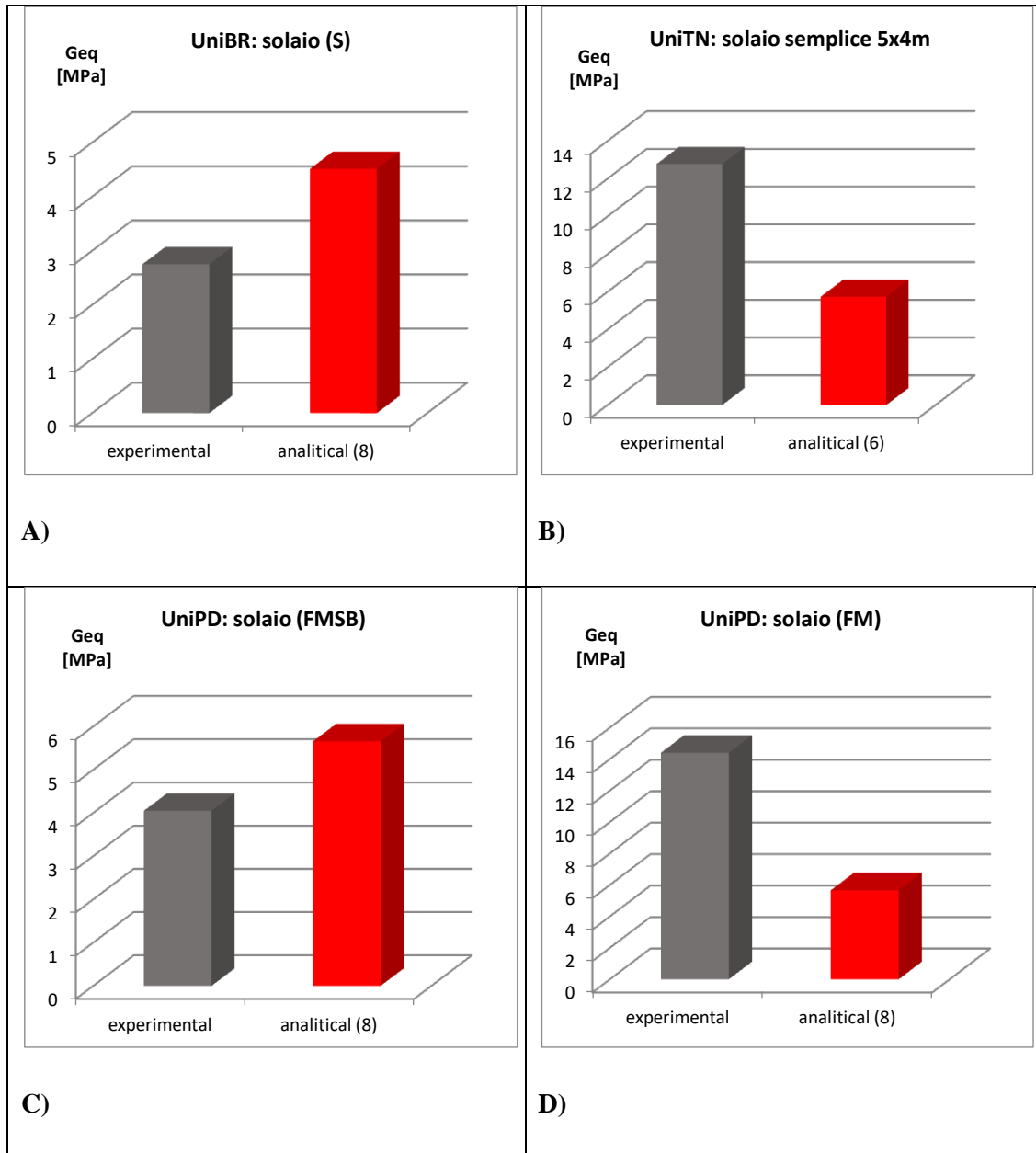


Figura 4.8 – Grafici di confronto modulo di rigidità equivalente  $G_{eq}$

Dai grafici in Figura 4.8 si può notare come le formule analitiche proposte dagli autori A. Brignola, S. Podestà e S. Pampanin [2] forniscano valori del modulo di rigidità equivalente  $G_{eq}$  molto diversi rispetto a quelli ottenuti dai test sperimentali. Nei casi A) e C) il valore analitico sovrastima abbondantemente il corrispettivo valore del test sperimentale (con errori del +64% caso A; +39% caso C), mentre nei casi B) e D) il valore analitico risulta essere molto inferiore rispetto a quello del test sperimentale (con errori del -55% caso B; -60% caso D).

Risulta evidente quindi che le formulazioni analitiche proposte dagli autori A. Brignola, S. Podestà e S. Pampanin [2] non possono essere utilizzate per valutare la rigidità membranale dei diaframmi in legno in quanto forniscono valori poco attendibili rispetto a quelli ottenuti dai test sperimentali.

### 4.3. VALUTAZIONE ANALITICA DELLA RIGIDEZZA DELLE CONNESSIONI

Per poter descrivere in maniera corretta il comportamento dei diaframmi in legno, risultano fondamentali le caratteristiche delle connessioni che lo compongono. Per poter valutare la rigidità della connessione, in questo lavoro di tesi si è fatto affidamento alla normativa CNR DT/206 2007 la quale definisce per le unioni in legno la rigidità elastica  $K_{ser}$  per ciascuna sezione di taglio e per ciascun mezzo d'unione. Riportiamo di seguito un estratto della Normativa al Cap. 7.11:

*“Per unioni realizzate con mezzi di unione del tipo a gambo cilindrico, con cambrette e graffe, con anelli, con piastre dentate singole o doppie, i moduli di scorrimento istantaneo  $K_{ser}$  per ciascuna sezione resistente a taglio e per singolo mezzo di unione, sotto l'azione dei carichi allo stato limite di esercizio, in mancanza di più accurate determinazioni, può essere ricavato utilizzando le espressioni riportate nella Tabella 7-14, con  $\rho_k$  espresso in kg/m<sup>3</sup> e  $d$  in mm.*

**Tabella 7-14**-Valori di  $K_{ser}^I$  (N/mm) in unioni legno-legno, per singolo elemento di collegamento e per piano di taglio, in funzione del diametro dell'elemento (diametro  $d$  in mm, massa volumica del legno in kg/m<sup>3</sup>)

Tipo di connettore	Unioni legno-legno, legno-pannello
Spinotti, bulloni calibrati*, viti, chiodi con preforatura	$\rho_k^{1.5} \cdot \frac{d}{20}$
Chiodi (senza preforatura)	$\rho_k^{1.5} \cdot \frac{d^{0.8}}{25}$
Cambrette e graffe	$\rho_k^{1.5} \cdot \frac{d^{0.8}}{60}$
Anelli (tipo A secondo EN 912) Caviglie (tipo B secondo EN 912)	$0.6 \rho_k \cdot d_c$
Piastre dentate singole (tipo C1-C9 secondo EN 912)	$0.3 \rho_k \cdot d_c$
Piastre dentate doppie (tipo C10 e C11 secondo EN 912)	$0.45 \rho_k \cdot d_c$

**Tabella 4.2** – Estratto da normativa CNR DT206/2007

*Se i valori caratteristici delle masse volumiche dei due elementi lignei uniti sono diversi ( $\rho_{k,1}$  e  $\rho_{k,2}$ ), nelle formule sopra riportate si dovrà adottare per  $\rho_k$  il valore seguente:*

$$\rho_k = \sqrt{\rho_{k,1} \cdot \rho_{k,2}}$$

*In mancanza di più accurate valutazioni, teoriche o sperimentali, di comprovata validità, per le unioni legno-calcestruzzo e legno-acciaio con elementi a diretto contatto e, nel caso dell'acciaio, con piastre spesse (punto 7.8.2.3 -) e fori calibrati, si assume nel calcolo la massa volumica del legno, e il risultante valore di  $K_{ser}$  può essere raddoppiato.”*

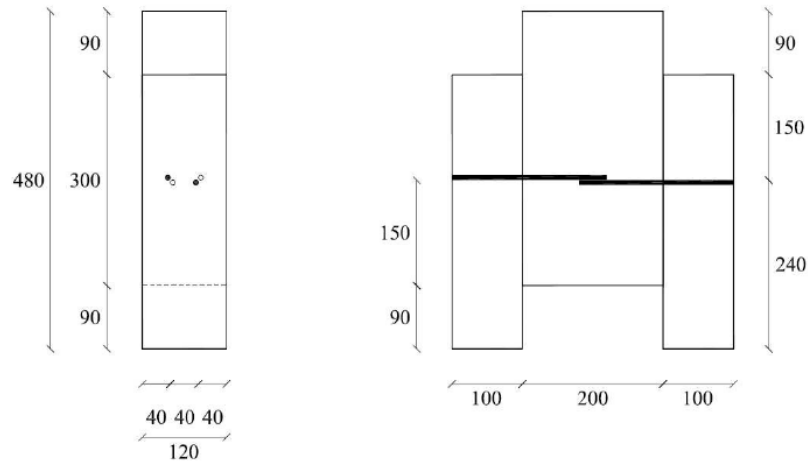
La normativa CNR DT/206 2007 [6].riporta i valori di  $K_{ser}$  proposti dall'Eurocodice 5 §7.1. il quale riporta i medesimi valori di rigidezza con leggere variazioni su alcuni coefficienti. I valori proposti da Eurocodice 5 comunque, si attestano attorno a quelli ricavati da CNR DT/206 2007 [6].

Per poter validare le formule proposte dalla normativa si sono ricercate delle prove sperimentali in letteratura su connettori per unioni in legno, successivamente sono stati fatti dei confronti tra i valori ricavati dalle sperimentazioni e quelli ricavati mediante le formule riportate in Tabella 4.2.

Le prove sperimentali utilizzate sono quelle proposte dagli autori A. Polastri et al [15] e Valluzzi et al [10] i quali hanno condotto delle prove monotone su connessioni in legno con diverse tipologie di connettori. In questo lavoro di tesi sono stati presi in considerazione solo le prove sperimentali condotte su connessioni formate da chiodi o spinotti. Entrambi i test condotti, sono stati eseguiti tramite le procedure proposte dalla normativa EN 12512 [3] come già presentate al Capitolo (3). Di seguito si riportano brevemente le caratteristiche principali dei test sperimentali e i risultati ottenuti dagli autori, successivamente si sono confrontati i valori ottenuti dai test con quelli ottenuti mediante la formula fornita da CNR DT/206 2007 [6].

Per quanto riguarda gli autori A. Polastri et al [15] utilizzano un campione formato da due elementi laterali ed uno centrale, in legno lamellare GL24h, uniti mediante diverse tipologie di connettori. I provini sono stati assemblati tenendo conto delle

prescrizioni geometriche imposte dall'EC5 per quanto riguarda le distanze tra i connettori e la distanza dei connettori dalle estremità.



**Figura 4.9 – Schema del provino**

La nomenclatura adottata è la seguente:

- tipologia di connettore (ad esempio CH sta per connessione chiodata, SPI per connessione realizzata mediante spinotti);
- diametro del connettore;
- eventuale preforo P o assenza di preforo SP;
- eventuale presenza di rondella CR o assenza SR;
- numero di connettori (2+2 indica la presenza di 4 connettori, due per piano di taglio);
- la lettera E indica che sono state mantenute distanze tra connettori tali da garantire che il numero efficace di connettori fosse pari al numero di connettori stesso.

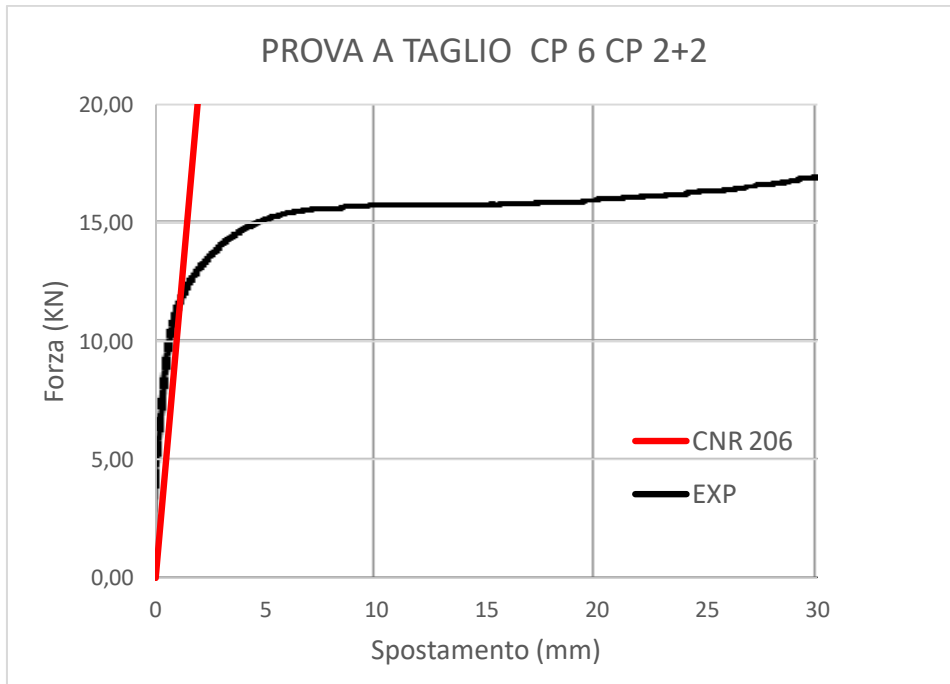
I risultati ottenuti sono riportati in Tabella 4.3:



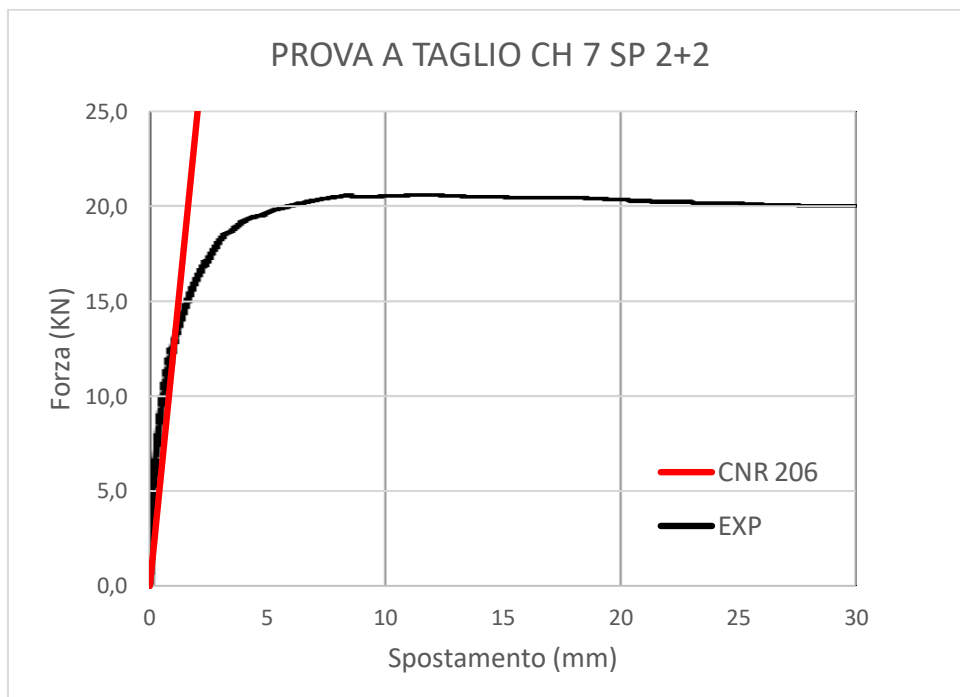
	$F_v$ [kN]	$v_v$ [mm]	$k_i$ [N/mm]
CH 6 SP 2+2	12,33	1,02	10654,34
CH 6 CP 2+2	15,42	0,93	14536,14
CH 6 SP 4+4E	30,26	1,14	22608,99
CH 6 CP 4+4E	32,52	0,96	30919,70
CH 6 SP 4+4	33,91	1,30	23654,39
CH 6 CP 4+4	33,10	0,83	35844,84
CH 7 SP 2+2	20,57	1,01	17675,70
CH 7 CP 2+2	21,60	0,75	25647,44
CH 7 SP 4+4E	44,66	1,44	27668,80
CH 7 CP 4+4E	42,11	1,04	37067,39
CH 7 SP 4+4	41,06	1,32	28543,45
CH 7 CP 4+4	43,54	0,98	39422,07

**Tabella 4.3 – Valori di rigidezza dei test sperimentali**

Per il confronto sono stati utilizzati i test CH 6 CP 2+2 e CH 7 SP 2+2 dei quali sono stati forniti anche i grafici Forza-Spostamento, tramite questi è stato poi possibile valutare qualitativamente la correttezza dei risultati. I grafici ottenuti e riportati in seguito mostrano due comportamenti differenti. Il primo riporta un comportamento simile al modo (b) delle UNI-EN 12512 (2006) [3] in cui non c'è una netta evidenza nel passaggio da comportamento elastico a plastico. Il secondo invece, è assimilabile al modo (a) con due tipi di comportamento elastico e perfettamente plastico ben distinguibili da due rette. Di seguito riportiamo i grafici Forza-Spostamento delle prove sperimentali da cui è stato possibile ricavare la rigidezza elastica, e insieme a questi anche la retta prodotta grazie alle formule della CNR DT/206 2007 [6].



**Figura 4.10 – Grafico Forza-Spostamento prova CH 6 CP 2+2**



**Figura 4.11 – Grafico Forza-Spostamento prova CH 7 SP 2+2**

Per quanto riguarda il secondo set di prove sperimentali, gli autori Valluzzi et al [10] hanno utilizzato un campione composto da due elementi laterali ed uno centrale in legno d'abete ( $\rho=455\text{Kg/m}^3$ ) collegati tra di loro mediante 8 chiodi di diametro pari a 2,75 mm. I provini utilizzati sono stati assemblati tenendo conto delle prescrizioni

geometriche imposte dall'EC5 per quanto riguarda le distanze tra i connettori e la distanza dei connettori dalle estremità. Di seguito si riportano le caratteristiche principali del provino e i grafici in termini di Forza-Spostamento ottenuti. In questi ultimi si può notare che la connessione presenta una prima parte elastica, successivamente per spostamenti inferiori a 10 mm una parte perfettamente plastica e infine un tratto rammollente di softening. Nel grafico viene anche riportato il confronto qualitativo tra l'andamento della curva ottenuta dai test e quello della retta ottenuta utilizzando la CNR DT/206 2007 per descrivere il comportamento elastico della connessione.

	PO.F1.M.a	PO.F1.M.b	PO.F1.M.c	Average
$F_{\max}$ (N)	576	575	561	571
$F_{\text{est}}$ (N)	592	592	592	592
$v_{i,\text{mod}}$ (mm)	0,351	0,489	0,587	0,476
$K_s$ (N/mm)	748	539	477	588

Tabella 4.4 – Valori di rigidità dei test sperimentali

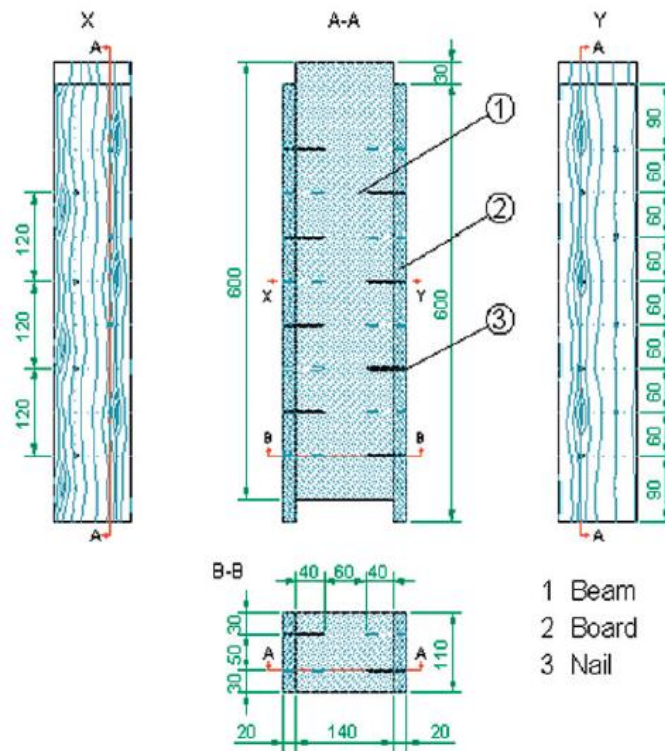


Figura 4.12 – Schema del provino

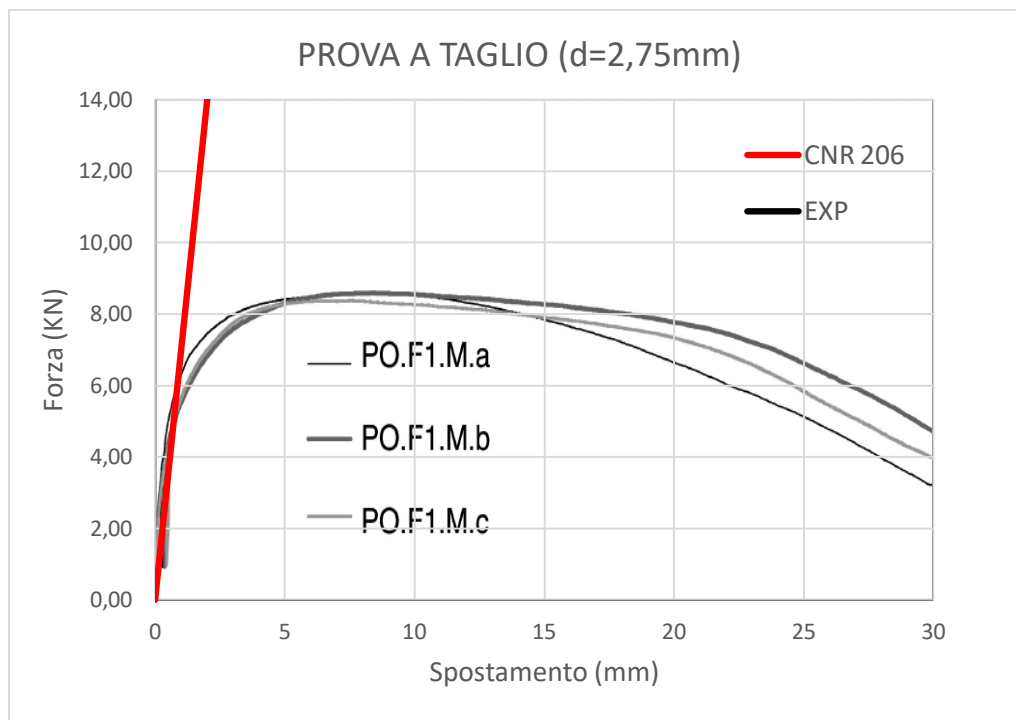


Figura 4.13 – Grafico Forza-Spostamento

I risultati ottenuti utilizzando la CNR DT/206 2007 [6] vengono riportati nelle Tabella 4.5 e successivamente vengono messi a confronto con i dati dei test sperimentali.

Kser UniTR CH 6 CP 2+2			
diámetro	d=	6	mm
densità legno-legno	$\rho$ =	380	Kg/m <sup>3</sup>
Rigidezza trasversale Kser			
1 chiodo	K <sub>2</sub> =	2222	N/mm

Kser UniTR CH 7 SP 2+2			
diámetro	d=	7	mm
densità legno-legno	$\rho$ =	380	Kg/m <sup>3</sup>
Rigidezza trasversale Kser			
1 chiodo	K <sub>2</sub> =	2593	N/mm

Kser UniPD			
diámetro	d=	2,75	mm
densità legno-legno	$\rho$ =	455,00	Kg/m <sup>3</sup>
Rigidezza trasversale Kser			
1 chiodo	K <sub>2</sub> =	872,05	N/mm

Tabella 4.5 – Valori di rigidezza da CNR DT/206 2007

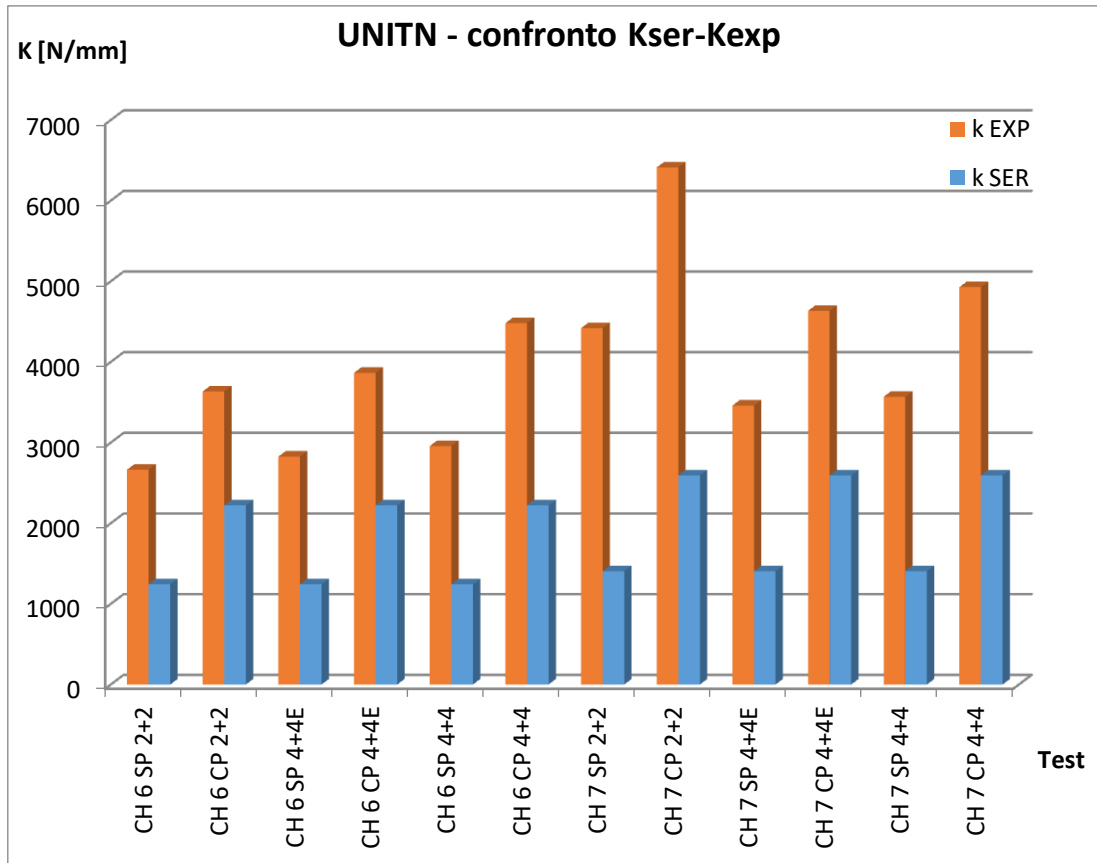


Figura 4.14 – Grafico di confronto delle rigidezze test UniTN

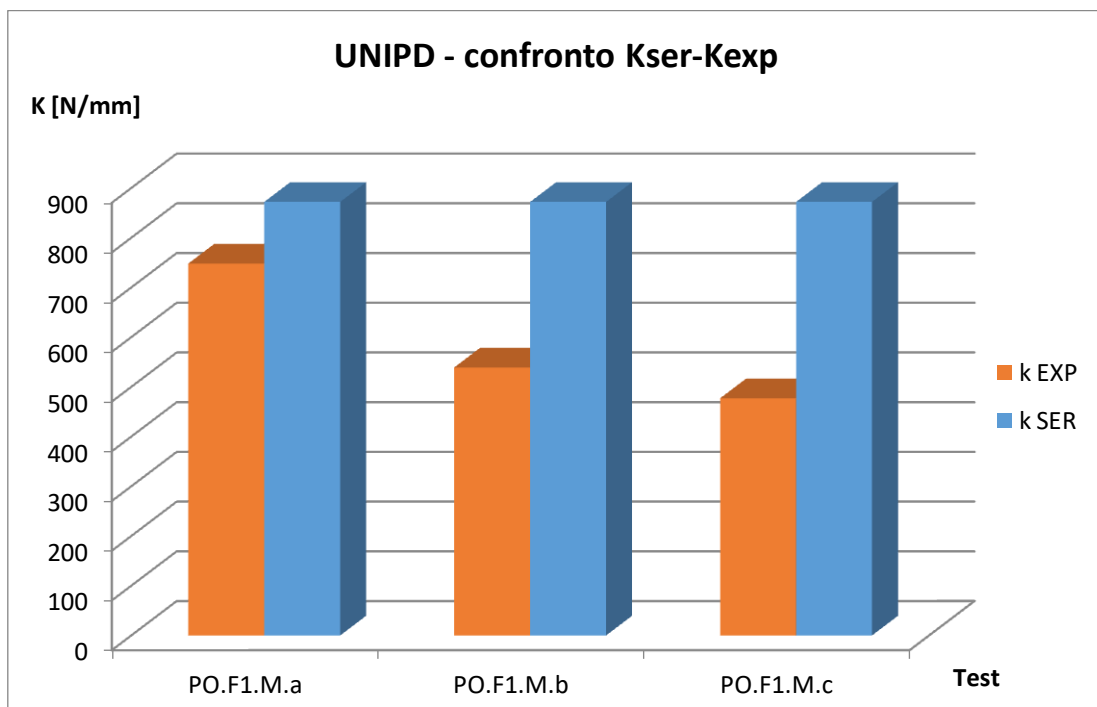


Figura 4.15 – Grafico di confronto delle rigidezze test UnIPD

Dai confronti effettuati con i test sperimentali si evince che, per quanto riguarda gli autori A. Polastri et al dell'università di Trento [15] i valori ottenuti mediante le formule della CNR DT/206 2007 sottostimano abbondantemente i valori ottenuti dai test. La differenza riscontrata tra il valore della prova sperimentale e quello da CNR DT/206 2007, si attesta attorno al 60-40% per quanto riguarda le connessioni formate da chiodi. Bisogna però ricordare che i test sperimentali riguardano solo provini che presentano rotture di tipo duttile, in quanto i provini che hanno presentato rotture di tipo fragile sono stati scartati dagli autori. Questo può aver alterato i risultati, perché possono essere stati scartati anche provini che presentavano rigidezze iniziali inferiori.

Per quanto riguarda gli autori Valluzzi et al [10] invece, si riscontra che i valori forniti da CNR DT/206 2007 sovrastimano le rigidezze iniziali ottenute dai test per valori attorno a 20-40%. In questo caso bisogna tener conto del fatto che gli autori individuano la  $F_{max}$  come corrispondente alla forza di fallimento del provino e non alla massima forza registrata, producendo quindi valori di rigidezza iniziale più bassi.

In tutte e due le trattazioni sperimentali si può vedere dai grafici Forza-Spostamento, che la rigidezza iniziale ottenuta da CNR DT/206 2007 approssima in maniera abbastanza corretta la rigidezza iniziale dei test sperimentali. Le differenze riscontrate nelle due trattazioni sono legate al metodo utilizzato per interpretare i dati sperimentali. La normativa EN 12512 [3] fornisce due metodi per la valutazione del comportamento della connessione (come presentato al Capitolo 3) e quindi lascia molto spazio all'interpretazione delle prove sperimentali. Non chiarisce in maniera univoca il punto di snervamento della connessione, ma anzi lascia agli autori dei test il compito di interpretare i dati. Inoltre non in tutti i casi è semplice individuare due tratti ben distinti nella curva Forza-Spostamento, e per questo motivo anche la scelta tra il metodo a) e b) non è sempre chiara. Inoltre le due trattazioni sperimentali si occupano di connessioni con caratteristiche diverse in termini di materiali e di geometrie, con diversi effetti quindi anche per quanto riguarda l'attrito tra le tavole. Per questi motivi i valori di  $K_{ser}$  in alcuni casi sovrastimano la rigidezza iniziale e in altri casi la sottostimano.

In questo lavoro di tesi si è scelto di utilizzare per il calcolo della rigidezza delle connessioni la  $K_{ser}$  fornita da CNR DT/206 2007 [6], poiché rappresenta un valore medio fra quello ottenuto dai test condotti dai diversi ricercatori.





## **5. MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DEI SOLAI CON TAVOLATO SEMPLICE**

Queste tipologie di solai sono composti da un singolo strato di tavolato, disposto a 90° rispetto alle travi principali e rappresentano il più diffuso sistema di realizzazione di solai in legno. Nel seguente capitolo si è modellato ciascun solaio semplice proveniente dalle tre prove sperimentali descritte ai Capitoli 3.1., 3.2. e 3.3. e si è cercato un confronto tra le soluzioni dei test con quelle ricavate dal modello numerico. Successivamente sono state ricavate delle formule analitiche che potessero simulare efficacemente la rigidità a taglio iniziale dei solai con tavolato semplice.

### **5.1. MODELLO NUMERICO**

Per le analisi numeriche effettuate in questo lavoro di tesi, si è utilizzato il programma agli elementi finiti *strauss7*. Le analisi effettuate sono di tipo elastico lineare e cercano di simulare il comportamento elastico delle prove sperimentali descritte ai Capitoli 3.1., 3.2. e 3.3.

Ogni modello numerico è composto da elementi beam che simulano il comportamento delle travi principali e del tavolato in legno. A queste vengono associate tutte le caratteristiche del legno utilizzato nelle prove sperimentali, quali ad esempio: dimensioni delle tavole e delle travi, modulo di Young  $E$ , modulo di taglio  $G$  e densità del legno  $\rho$ .

Si riportano di seguito le caratteristiche principali degli elementi beam dei vari modelli utilizzati suddivisi per trattazione. Per semplicità non vengono riportati i nomi degli autori, bensì i nominativi delle università in cui sono stati svolti i test come già spiegato al Capitolo 3.

uniBR							
TRAVI PRINCIPALI				TAVOLATO			
densità	$\rho=$	350	Kg/m3	densità	$\rho=$	750	Kg/m3
base	$b=$	10	cm	base	$b=$	12,5	cm
altezza	$h=$	16	cm	altezza	$h=$	2	cm
mod. Young	$E=$	7,4	GPa	mod. Young	$E=$	19,5	GPa
mod. a taglio	$G=$	690	Mpa	mod. a taglio	$G=$	1230	Mpa
interasse	$i=$	50	cm	interasse	$i=$	13,5	cm

uniPD							
TRAVI PRINCIPALI				TAVOLATO			
densità	$\rho=$	455	Kg/m3	densità	$\rho=$	455	Kg/m3
base	$b=$	12	cm	base	$b=$	13,5	cm
altezza	$h=$	14	cm	altezza	$h=$	2	cm
mod. Young	$E=$	11	GPa	mod. Young	$E=$	11	GPa
mod. a taglio	$G=$	750	Mpa	mod. a taglio	$G=$	750	Mpa
interasse	$i=$	50	cm	interasse	$i=$	13,5	cm

uniTN							
TRAVI PRINCIPALI				TAVOLATO			
densità	$\rho=$	350	Kg/m3	densità	$\rho=$	340	Kg/m3
base	$b=$	18	cm	base	$b=$	20	cm
altezza	$h=$	18	cm	altezza	$h=$	3	cm
mod. Young	$E=$	11,6	GPa	mod. Young	$E=$	10	GPa
mod. a taglio	$G=$	800	Mpa	mod. a taglio	$G=$	700	Mpa
interasse	$i=$	50/51	cm	interasse	$i=$	20	cm
ACCIAIO PERIMETRALE				ACCIAIO PERIMETRALE			
densità	$\rho=$	8000	Kg/m3	densità	$\rho=$	8000	Kg/m3
base	$b=$	7,5	cm	base	$b=$	8,0	cm
altezza	$h=$	0,5	cm	altezza	$h=$	0,5	cm
mod. Young	$E=$	210	GPa	mod. Young	$E=$	210	GPa
mod. a taglio	$G=$	81	GPa	mod. a taglio	$G=$	81	GPa
posizione:	perimetrale al provino e ortogonale alla forza			posizione:	perimetrale al provino e parallelo alla forza		

Tabella 5.1 – Riassunto caratteristiche elementi Beam suddivise per ciascuna trattazione sperimentale

Per quanto riguarda le connessioni queste sono state realizzate mediante elementi connection, fornendo per ciascuna direzione la rigidezza traslazionale e rotazionale della connessione.

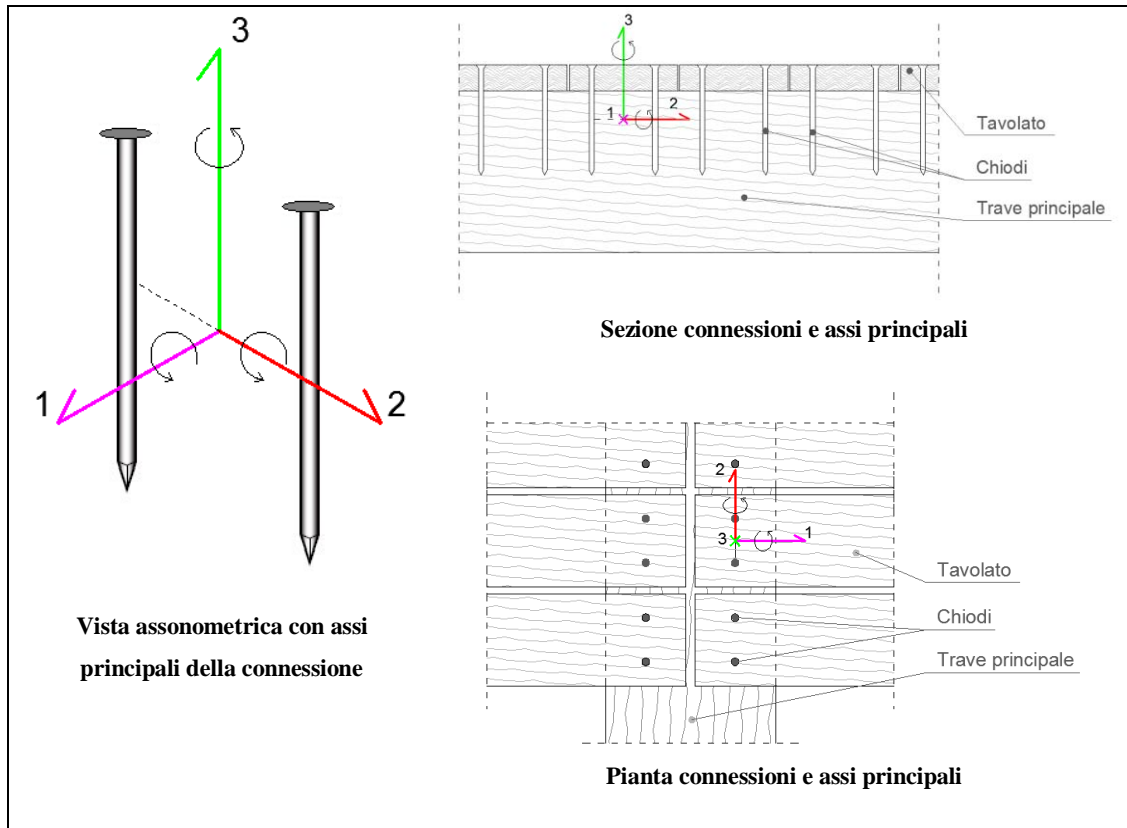


Figura 5.1 – Vista assi principali connessione

Nel presente lavoro di tesi la rigidità traslazionale lungo l'asse verticale della connessione K3 (vedi Figura 5.1.) rappresenta la rigidità a sfilamento della connessione, questa è stata considerata infinita rispetto alle altre due, in quanto si considera che il meccanismo di collasso della connessione non avvenga per sfilamento della connessione, bensì per rifollamento del legno (modo a,b,c) oppure per plasticizzazione del connettore (modo d,e,f) vedi Figura 5.2 Le rigidità traslazionali K1 e K2 sono state valutate mediante le formule proposte da CNR DT/206 2007 la quale definisce per le unioni in legno la rigidità elastica  $K_{ser.}$ , come già precedentemente spiegato al Capitolo 4.

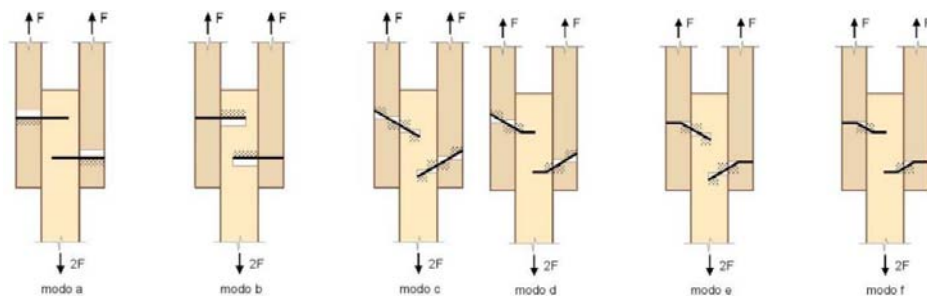


Figura 5.2 – Modalità di collasso delle connessioni

Le rigidzze rotazionali secondo le direzioni 1 e 2 sono state considerate infinite, in quanto si ipotizza che la connessione non possa ruotare lungo le direzioni 1 e 2. La rigidzza rotazionale secondo la direzione 3 invece è legata alla rigidzza  $K_{ser}$  e all'interasse tra i connettori, come si può vedere bene dalla Figura 5.3.

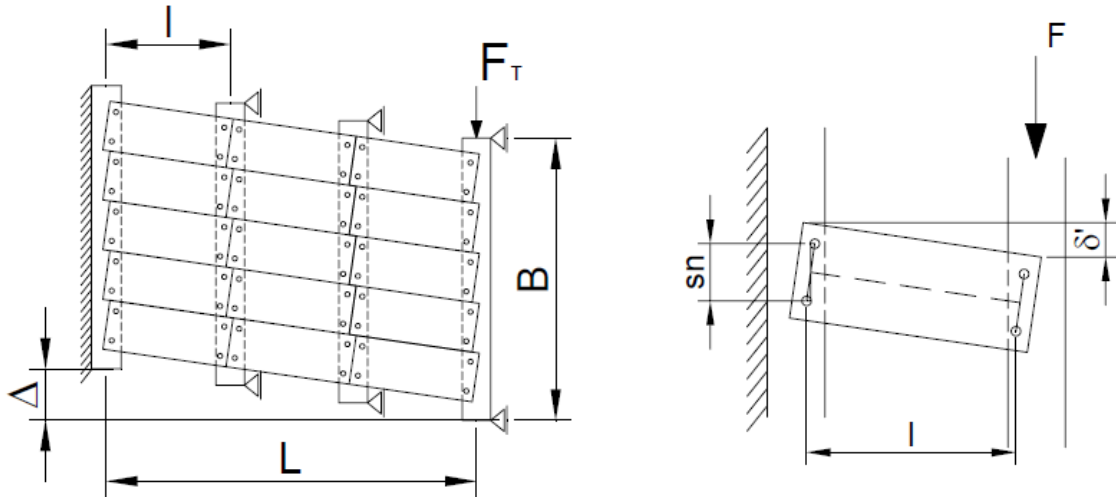


Figura 5.3 – Deformazione rotazionale dei chiodi

In questo caso quindi la rigidzza rotazionale delle connessioni sarà pari a:

$$K_{rot} = 2 \cdot K_{ser} \left( \frac{s_n}{2} \right)^2 \quad (5.1)$$

dove:

- $K_{rot}$  = rigidzza rotazionale lungo la direzione 3 espressa in N.m/rad
- $K_{ser}$  = rigidzza traslazionale della connessione espressa in N/mm
- $s_n$  = interasse tra i chiodi che compongono la connessione

Con questa Formula (5.1) possiamo perciò esprimere la rigidzza rotazionale della connessione  $K_{rot}$  in funzione della rigidzza  $K_{ser}$  e dell'interasse  $s_n$  tra i connettori. Questi ultimi risultano essere quindi, dei fattori molto importanti per simulare efficacemente il comportamento del solaio in legno.

Vengono ora riportate suddivise per trattazioni sperimentali (esattamente come è stato fatto per gli elementi Beam) i valori di rigidzza traslazionale e rotazionale degli elementi connection utilizzati nei vari modelli.

uniBR			
2 chiodi			
traslazionale	K1=K2=	1931,03	N/mm
interasse	sn=	70,00	mm
rotazionale	Kr3=	2365,51	N.m/rad

uniPD			
2 chiodi			
traslazionale	K1=K2=	1744,11	N/mm
interasse	sn=	86,00	mm
rotazionale	Kr3=	3224,85	N.m/rad

uniTN			
2 chiodi			
traslazionale	K1=K2=	1168,09	N/mm
interasse	sn=	100,00	mm
rotazionale	Kr3=	2920,23	N.m/rad
4 chiodi			
traslazionale	K1=K2=	11680,91	N/mm
interasse	sn1=	150,00	mm
	sn2=	120,42	mm
rotazionale	Kr3=	2920,23	N.m/rad
vite catena acciaio perimetrale			
traslazionale	K1=K2=	3273,95	N/mm

**Tabella 5.2 – Riassunto caratteristiche elementi connection suddivise per ciascuna trattazione sperimentale**

In alcuni test sperimentali il tavolato non si estende per tutta la lunghezza del provino, infatti presenta dei punti di discontinuità in cui il tavolato viene interrotto. Per simulare questo effetto sono stati introdotti degli elementi master-slave tra i nodi delle travi principali e i nodi degli elementi connection, in questo modo è stato possibile interrompere il tavolato e riprodurre l'effetto della disconnessione. La scelta è ricaduta sugli elementi master-slave in quanto questi permettono di collegare due nodi vincolandoli a seconda dei gradi di libertà che si intendono fissare. Per questo lavoro di tesi si è deciso di vincolare tutti i gradi di libertà tra i nodi delle travi principali e quelli delle connessioni, come riportato della Figura 5.4.

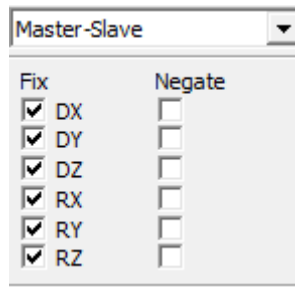


Figura 5.4 – Gradi di libertà vincolati

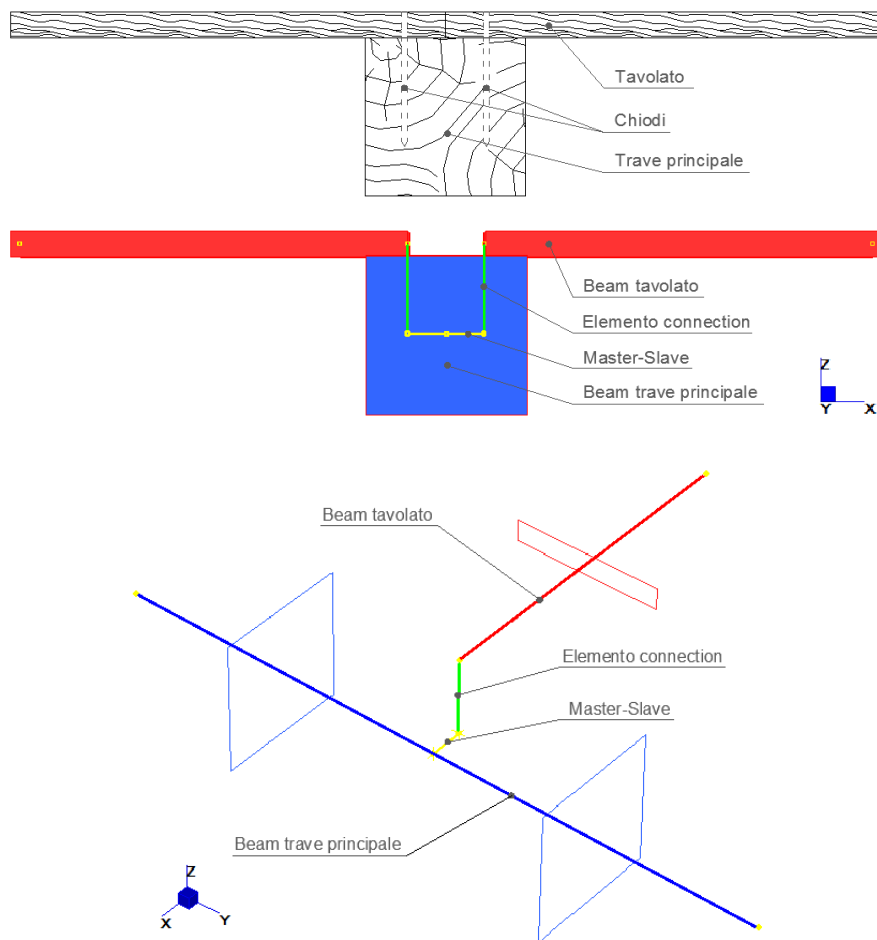


Figura 5.5 – Vista della connessione trave-tavolato

Per poter simulare in maniera corretta le prove sperimentali sono poi stati introdotti i vincoli relativi a ciascuna sperimentazione, per quella di Piazza et. al. [7] lo schema statico è quello di trave tozza in semplice appoggio, invece per quello di Branco et al. [12] e Valluzzi et al. [10] lo schema statico è quello di una mensola incastrata con quindi due cerniere poste all'estremità di una trave di bordo. Successivamente poi sono state introdotte le forze membranali (quali quelle che un sisma introduce in un

soffitto) corrispondenti alla massima forza registrata  $F_{max}$  durante le prove sperimentali.

Dato che le prove sperimentali sono state realizzate in controllo di spostamenti, sono stati individuati nei modelli numerici i medesimi punti di controllo per poter ottenere i valori di spostamento del modello. In Figura da 5.6 a 5.11 vengono quindi evidenziati (con la lettera A) anche i punti di controllo di spostamento esattamente come già esposta nel capitolo 3.

Di seguito riportiamo alcune immagini dei modelli creati per simulare le prove sperimentali.

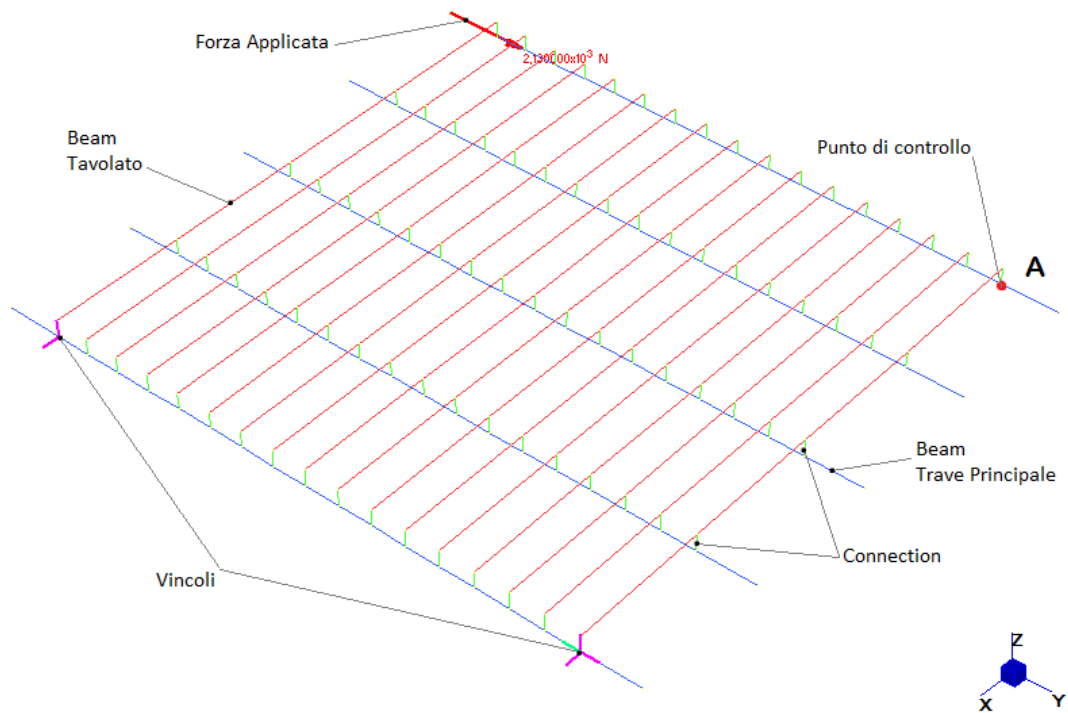


Figura 5.6 – Vista dei modelli numerici UniPD e UniBR

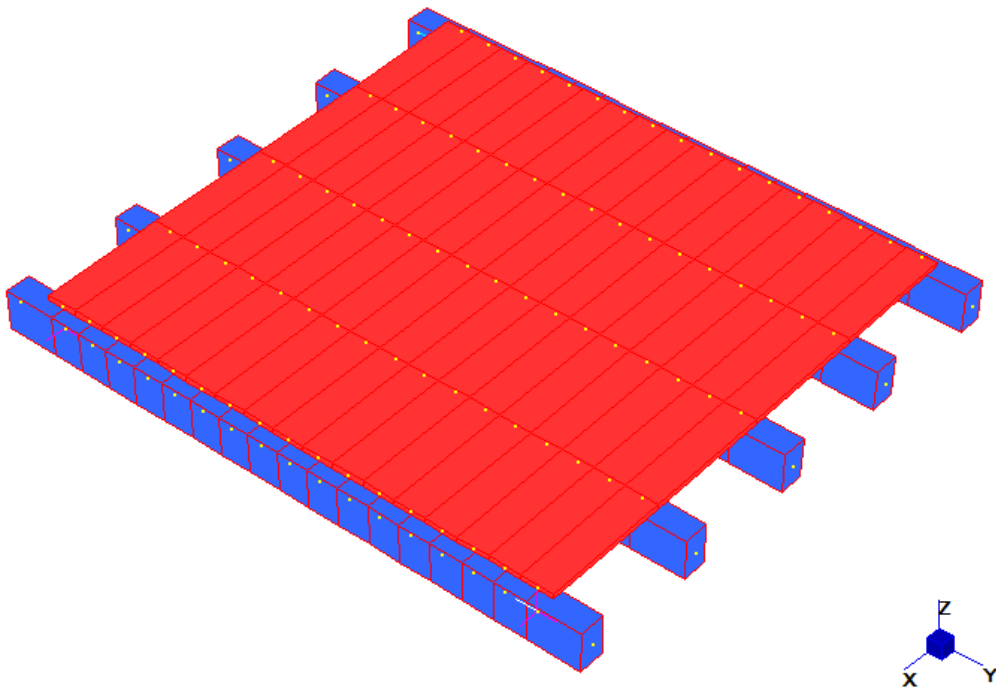


Figura 5.7 – Vista dei modelli numerici 3D UniPD e UniBR

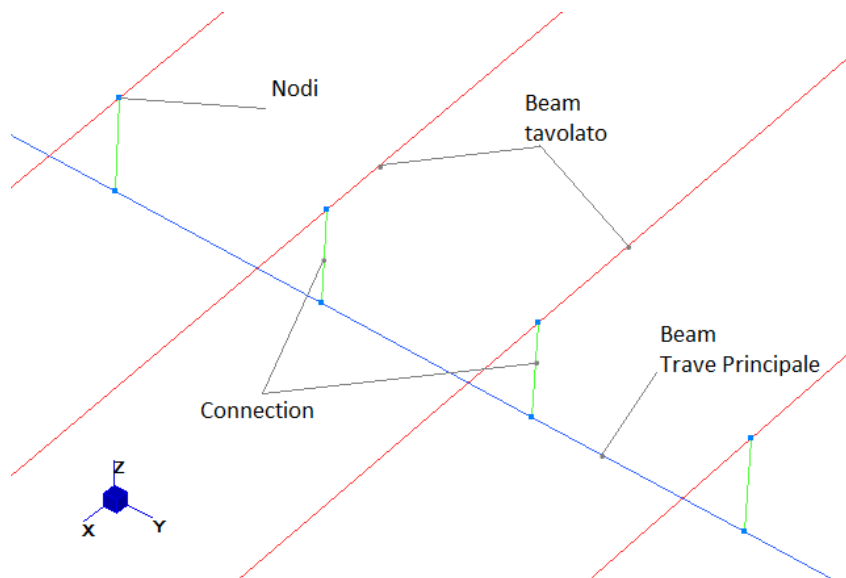


Figura 5.8 – Vista nel dettaglio dei modelli numerici UniPD e UniBR



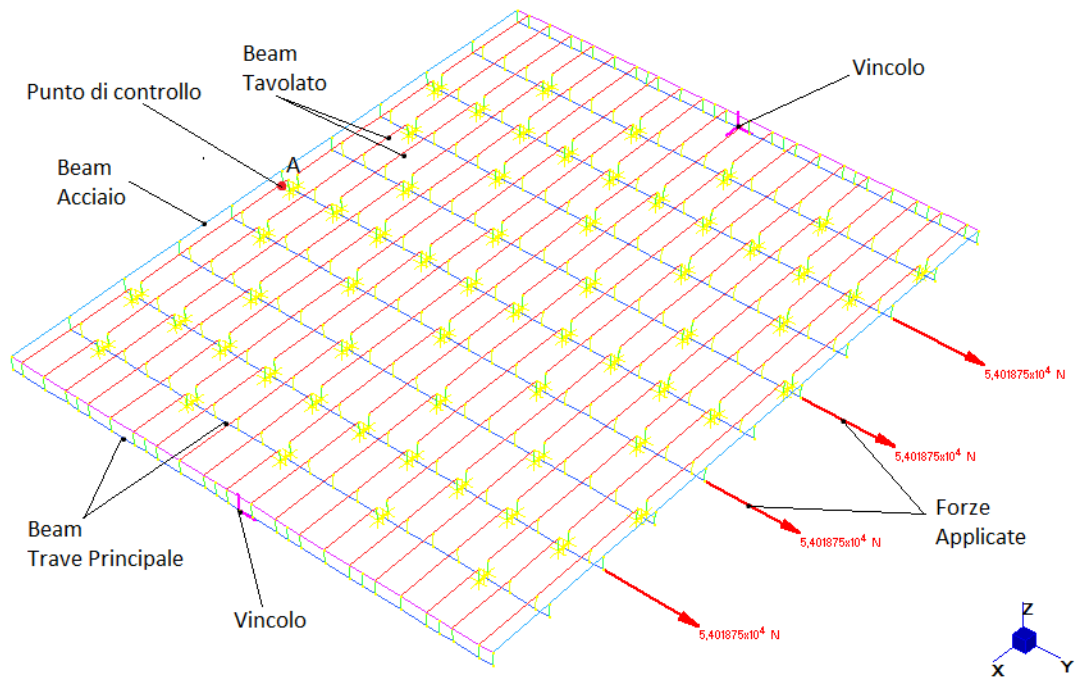


Figura 5.9 – Vista del modello numerico UniTN

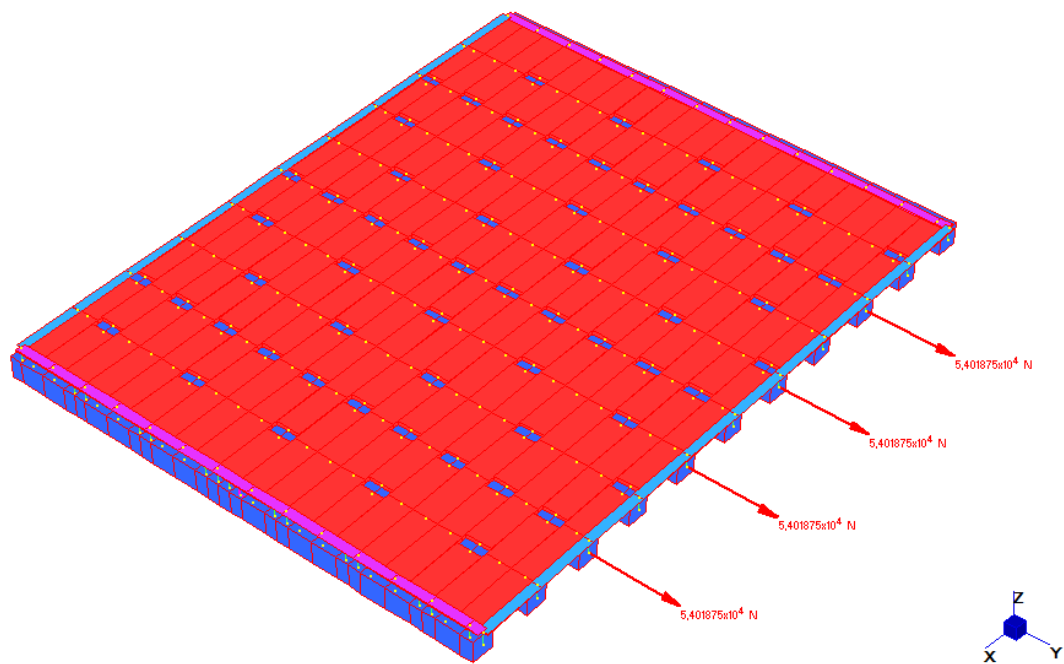
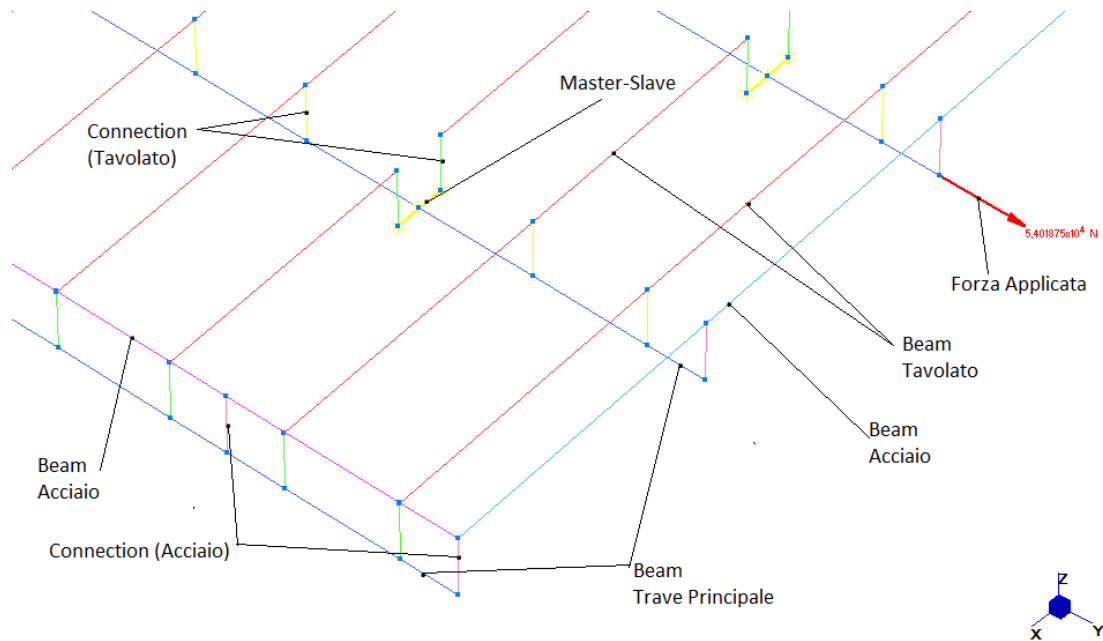


Figura 5.10 – Vista del modello numerico 3D UniTN



**Figura 5.11 – Vista nel dettaglio del modello numerico UniTN**

In tutti i modelli presenti in questo lavoro di tesi vengono trascurati gli effetti non lineari dovuti all'azione d'attrito tra le tavole del solaio, ipotizzando che l'attrito non influisca nel determinare la rigidezza dei vari diaframmi. Inoltre si considerano le unioni come elastiche lineari, trascurando quindi gli effetti non lineari legati alla plasticizzazione del connettore e i fenomeni di rifollamento del legno.

Nei paragrafi successivi, oltre a realizzare i modelli numerici per simulare il comportamento dei test sperimentali, vengono realizzati anche modelli numerici simulando l'effetto dell'azione membranale diretta perpendicolarmente a quella dei test. In questo modo si vuole simulare l'effetto dell'azione sismica sui solai non solo in direzione parallela alle travi principali ma anche in direzione perpendicolare. Questo permetterà di valutare se il comportamento del solaio si differenzia nel caso di azione sismica agente in una direzione rispetto ad un'altra. Per fare questo, viene ruotata la direzione della forza agente e modificata la posizione dei vincoli, come si può osservare in Figura 5.12. In questo modo vengono mantenute le stesse caratteristiche in termini di dimensioni, materiali e schema strutturale ma si rende possibile la valutazione della rigidezza elastica anche nella seconda direzione.

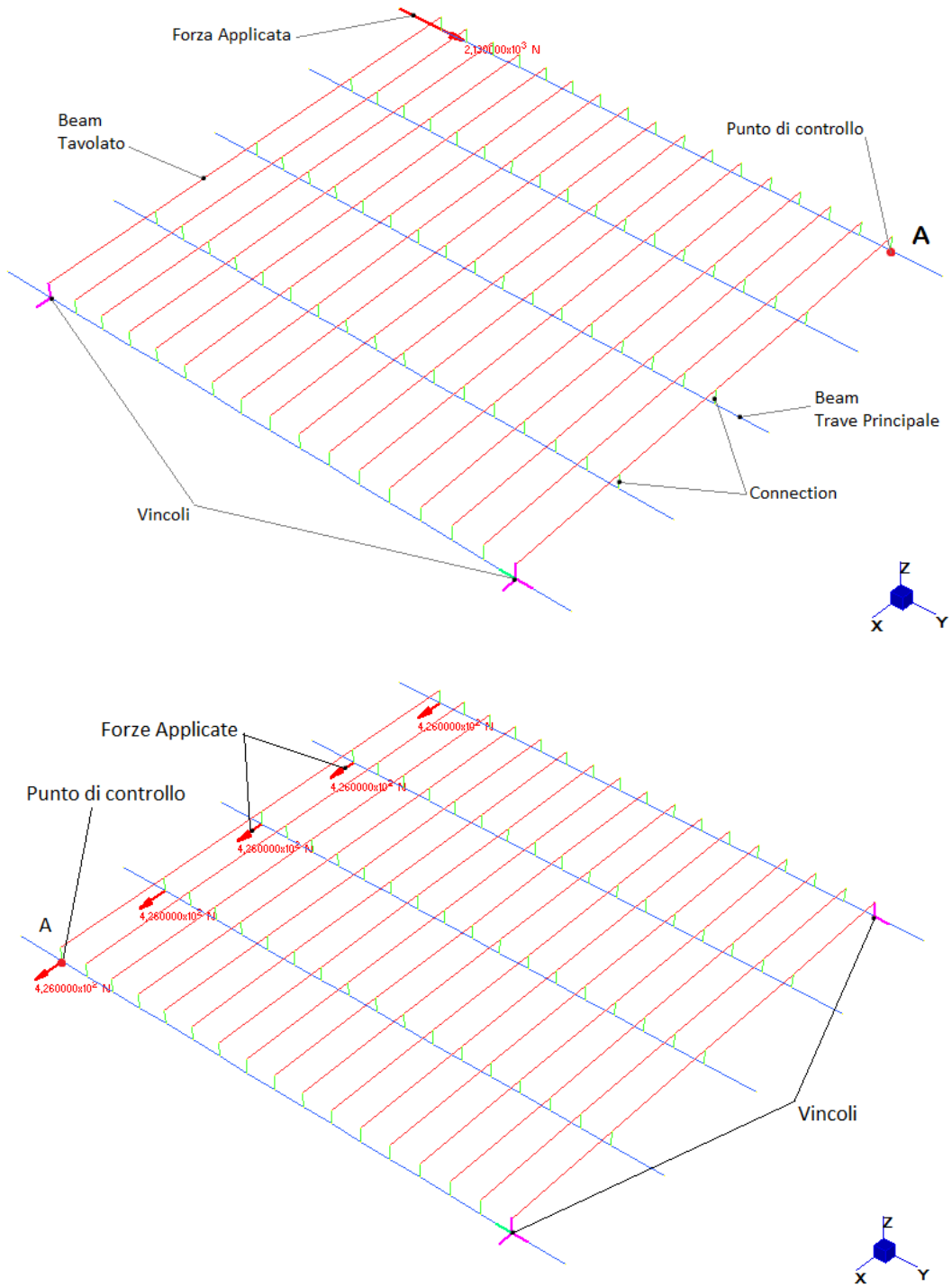


Figura 5.12 – Vista dei modelli numerici con forza agente a  $90^\circ$

Nei solai lignei esistenti la disposizione del tavolato può assumere diverse configurazioni come mostrato nella Figura 5.13 seguente. A seconda della disposizione delle tavole si possono avere differenti effetti per quanto riguarda la rigidezza del diaframma.

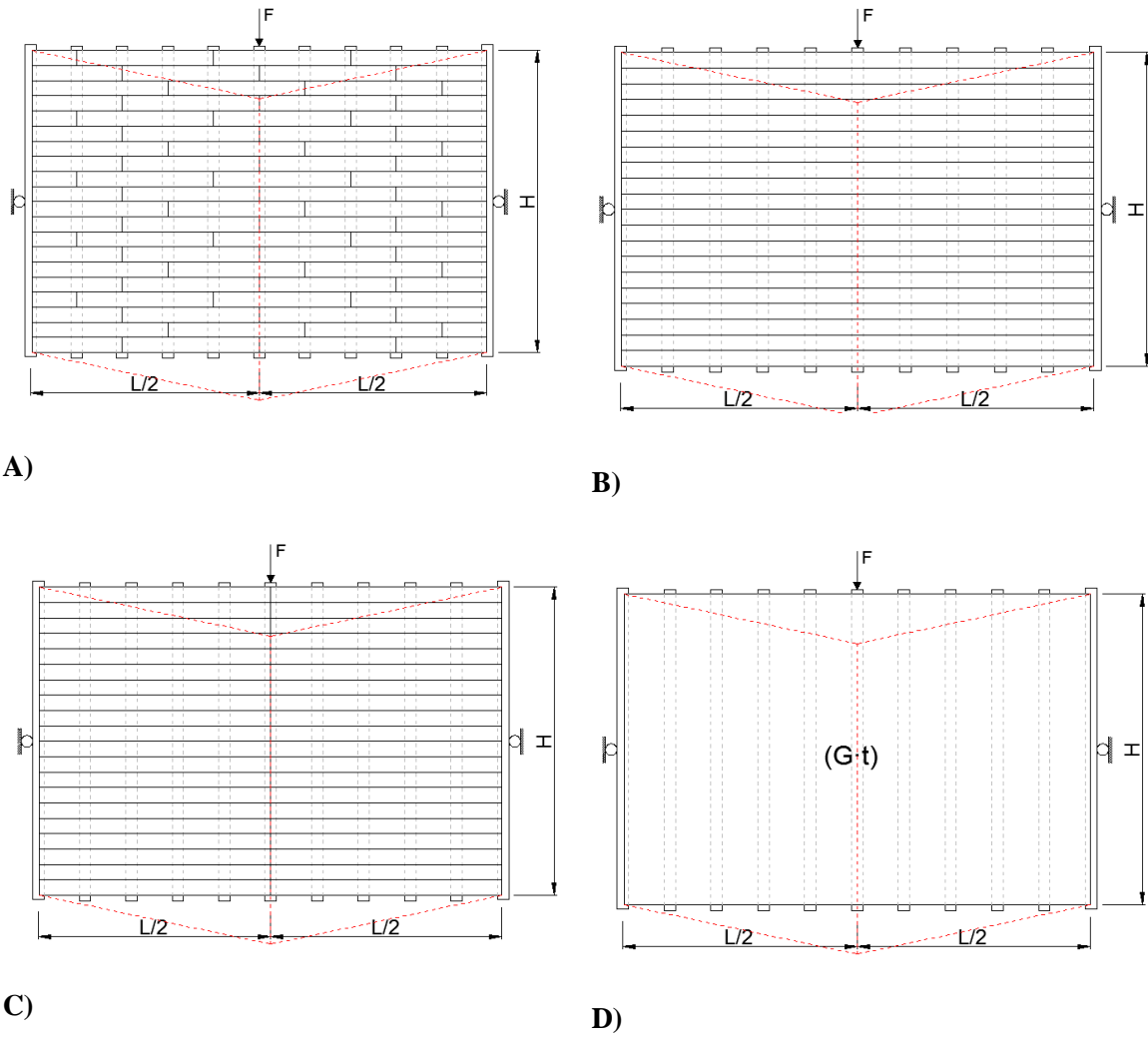
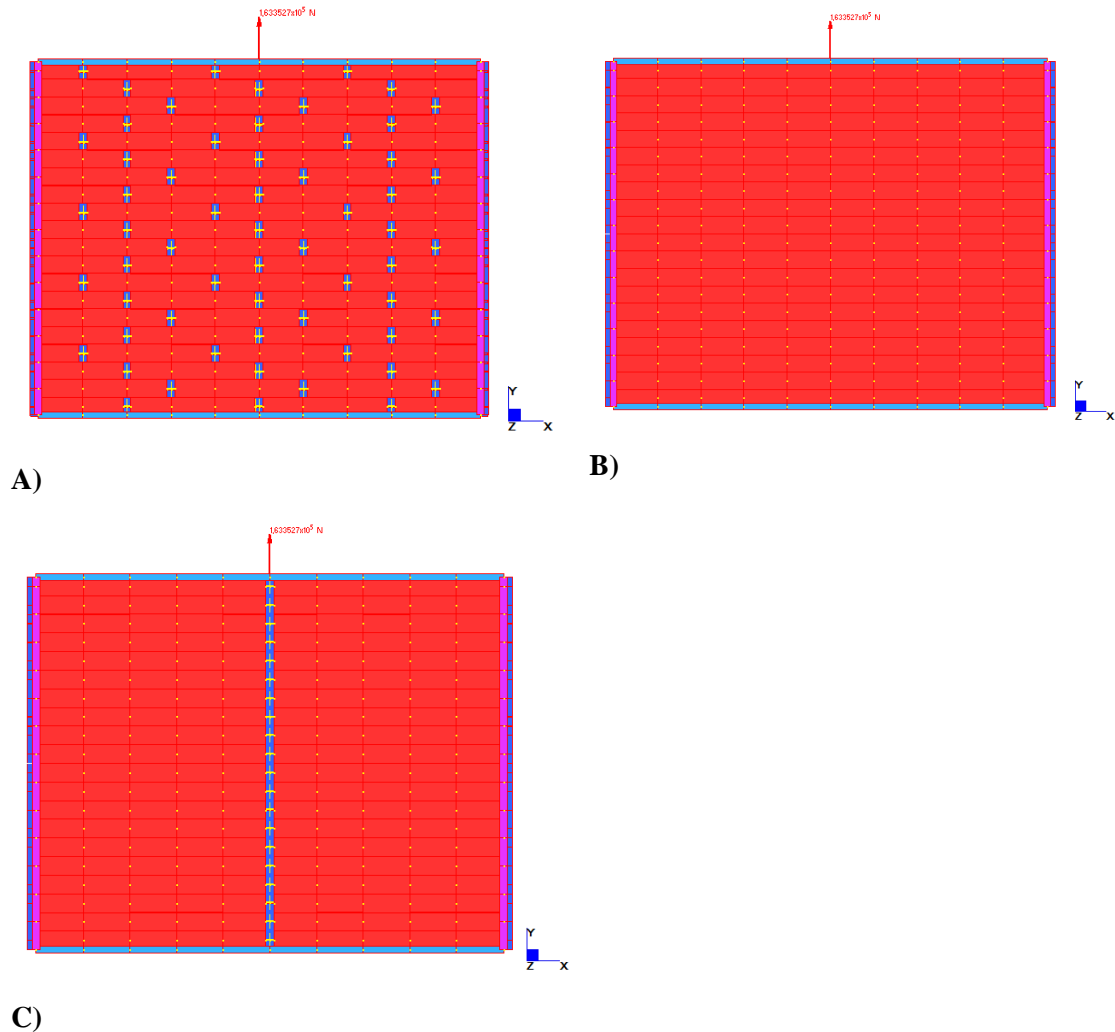


Figura 5.13 – Diverse disposizioni del tavolato



**Figura 5.14 – Viste modelli diverse disposizioni del tavolato**

Per indagare meglio l'effetto della disposizione del tavolato, si è studiato più nel dettaglio il caso proposto dall'università Trento di solaio semplice 5x4 m. Per questo particolare caso studio sono stati prodotti tre differenti modelli elastici lineari con diverse disposizioni di tavolato (vedi Figura 5.14), il primo con la configurazione identica a quella utilizzata nei test sperimentali (tipo A), il secondo estendendo le tavole per tutta la larghezza del tavolato (tipo B), mentre il terzo interrompendo le tavole tutte alla mezzera del solaio (tipo C).

Lo schema statico, per questi tre casi studio, è quello di travi in semplice appoggio con carico concentrato, per la precisione essendo il solaio un elemento di tipo tozzo, lo schema statico risulta essere quello di una trave tozza in semplice appoggio come già spiegato al Capitolo 3.

Nelle tabelle seguenti sono riportati i valori delle rigidezze taglienti ricavate per le tre configurazioni di tavolato.

	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	differenza $\Delta$ [%]
<b>Configurazione A</b>	163,35	221,15	738,64	-
<b>Configurazione B</b>	163,35	89,15	1832,38	148,07%
<b>Configurazione C</b>	163,35	361,83	451,47	-38,88%

Tabella 5.3 – Valori di rigidezza per diverse configurazioni di tavolato

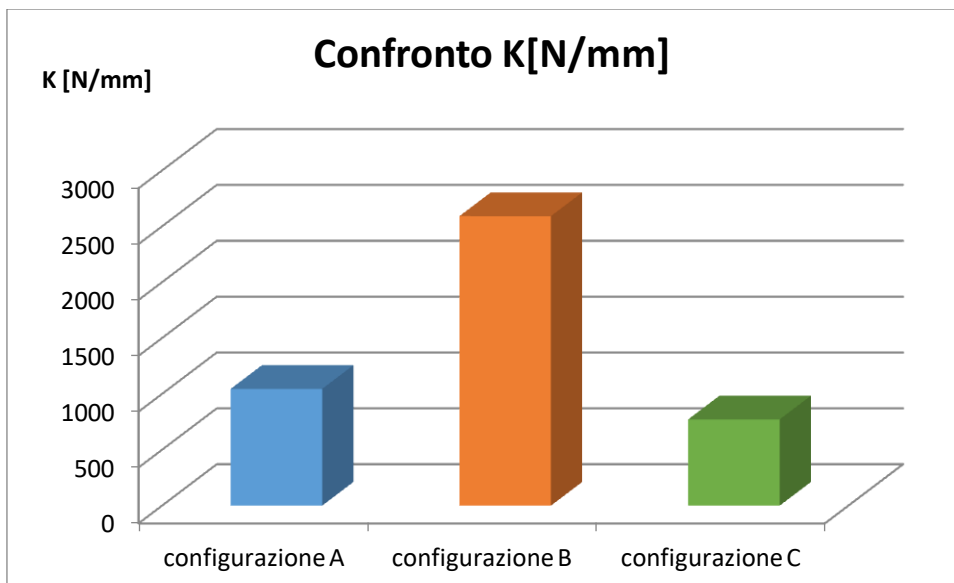


Figura 5.15 – Confronto tra i valori di rigidezza K (N/mm)

Dai grafici in Figura 5.15 si nota come, a seconda della configurazione con cui si dispone il tavolato per il caso di solaio sollecitato con carico concentrato, la rigidezza possa variare. Essa aumenta quando le tavole sono estese per tutta l'ampiezza del solaio (CasoB), e invece diminuisce nel caso di tavolato interrotto in mezzeria (Caso C) .

Se consideriamo lo stesso solaio composto da un materiale ipotetico di rigidezza ( $G^*t$ ) come proposto in Figura 5.13(D), la variazione della composizione del tavolato fa variare la rigidezza ( $G^*t$ ) del materiale. Possiamo quindi dire che la disposizione del tavolato influisce sulla rigidezza del solaio, in tal senso bisognerebbe effettuare una campagna di studi più estesa, con prove sperimentali e numeriche, per poter valutare come la differente disposizione del tavolato influisce sul fattore ( $G^*t$ ).

## 5.2. MODELLO ANALITICO

Si propone ora un modello analitico per il calcolo della rigidezza tagliente dei solai in legno con tavolato semplice. Per capire in maniera più approfondita il comportamento di questo tipo di solai, si è cominciato con un'analisi di sensitività. I dati ricavati sono stati poi utilizzati per dare una formulazione analitica che potesse approssimare al meglio i dati sperimentali ricavati dai test presi in esame.

### 5.2.1. ANALISI DI SENSITIVITA'

L'analisi di sensitività è stata eseguita per poter osservare quale fattore influisce maggiormente sulla rigidezza tagliente dei solai con tavolato semplice. Questo tipo di solai infatti dipende da quattro fattori fondamentali:

- la rigidezza delle travi principali  $K_{travi}$
- la rigidezza del tavolato  $K_{tavole}$
- la rigidezza traslazionale delle connessioni  $K_T$
- la rigidezza rotazionale delle connessioni  $K_\Phi$

Nei modelli numerici proposti al Capitolo 5.1. le rigidezze sono state alternativamente, fatte tendere ad infinito ( $K \rightarrow \infty$ ) e sono stati registrati gli spostamenti ottenuti. In questo modo al variare dei diversi fattori è stato possibile ottenere la corrispondente rigidezza del solaio. Successivamente sono stati prodotti dei grafici di sensitività facendo variare del 25-50-75% la rigidezza delle connessioni (sia rotazionale che traslazionale) e la rigidezza del tavolato, in questo modo è stato possibile verificare come la rigidezza a taglio varia rispetto a questi due fattori.

I risultati vengono riportati di seguito, suddivisi per ciascun test sperimentale,  $F$  rappresenta la forza massima registrata,  $d$  è lo spostamento del punto di controllo relativo a ciascun test,  $k$  è la rigidezza valutata come  $k=F/d$ , mentre  $\Delta\epsilon$  è la differenza percentuale tra i valori di rigidezza del modello numerico come da test sperimentale e quello con rigidezze portate ad infinito.

UNIVERSITA' DI BERLINO

MODEL	$F_{max}$	$d_{Fmax}$	$k$	$\Delta\epsilon$
	[KN]	[mm]	[N/mm]	
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	2,13	1,59	<b>1338,60</b>	2698,84%
$K_T \rightarrow \infty$	2,13	43,14	<b>49,38</b>	3,24%
$K_{tavole} \rightarrow \infty$	2,13	44,28	<b>48,10</b>	0,58%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	2,13	43,53	<b>48,93</b>	2,31%
MODEL	2,13	44,54	<b>47,83</b>	0,00%

MODEL 90°	$F_{max}$	$d_{Fmax}$	$k$	$\Delta\epsilon$
	[KN]	[mm]	[N/mm]	
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	2,13	0,33	<b>6382,98</b>	12874,54%
$K_T \rightarrow \infty$	2,13	42,76	<b>49,81</b>	1,25%
$K_{tavole} \rightarrow \infty$	2,13	43,06	<b>49,47</b>	0,55%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	2,13	43,00	<b>49,54</b>	0,69%
MODEL	2,13	43,30	<b>49,20</b>	0,00%

Tabella 5.4 – Tabelle di sensitività solaio semplice UniBR

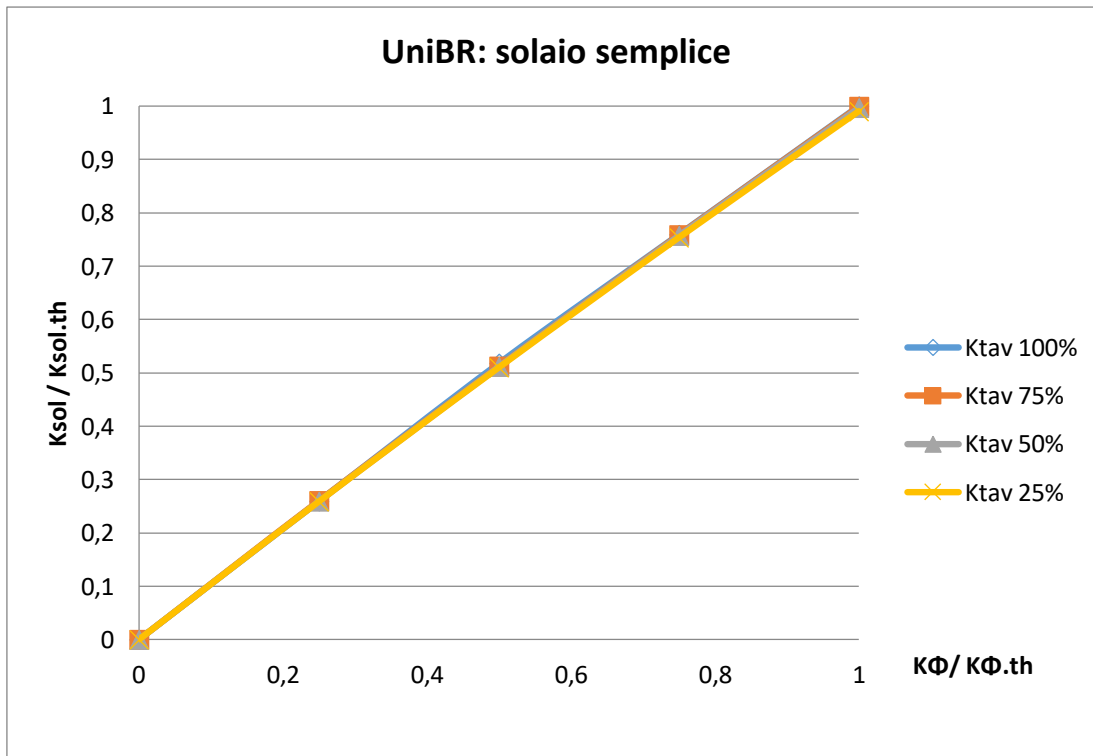


Figura 5.16– Grafico di sensitività solaio semplice UniBR



UNIVERSITA' DI PADOVA

MODEL	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$\Delta\epsilon$
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,67	<b>1572,31</b>	2446,88%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	16,51	<b>63,43</b>	2,75%
$K_{tavole} \rightarrow \infty$	1,047	16,76	<b>62,48</b>	1,21%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	16,83	<b>62,21</b>	0,77%
MODEL	1,047	16,96	<b>61,73</b>	0,00%

MODEL 90°	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$\Delta\epsilon$
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,45	<b>2319,66</b>	3557,61%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	16,24	<b>64,46</b>	1,64%
$K_{tavole} \rightarrow \infty$	1,047	16,32	<b>64,16</b>	1,17%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	16,35	<b>64,04</b>	0,98%
MODEL	1,047	16,51	<b>63,42</b>	0,00%

Tabella 5.6 – Tabelle di sensitività solaio semplice UniPD

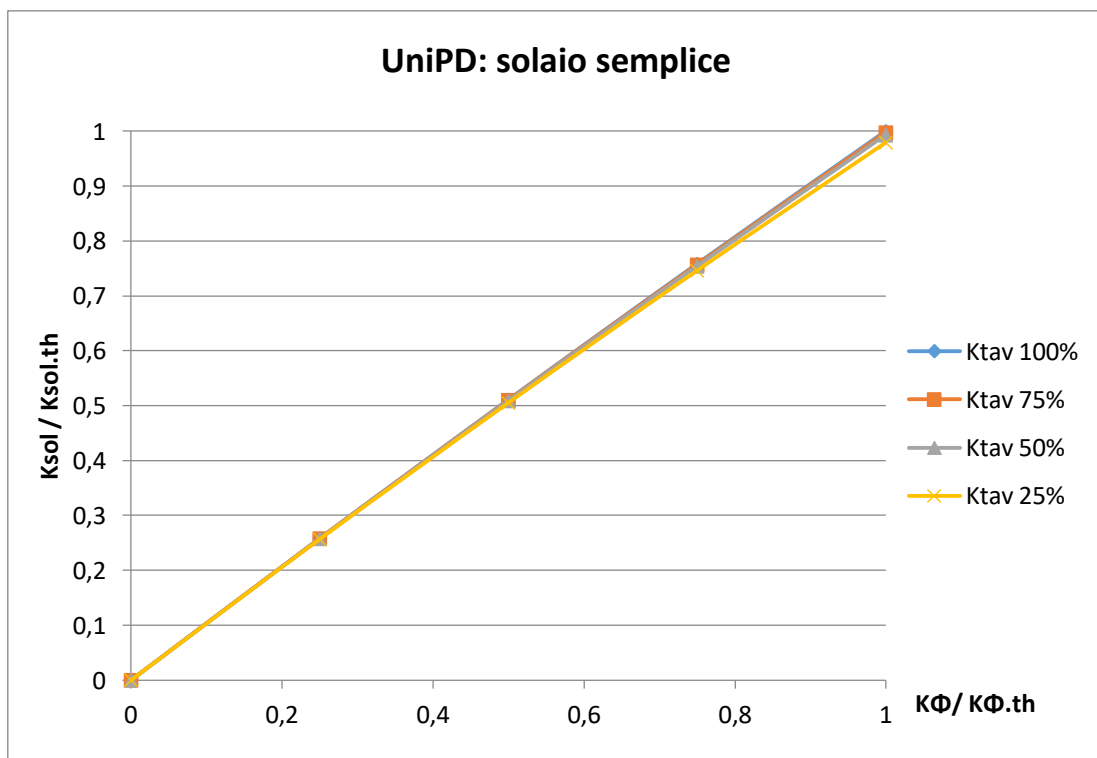


Figura 5.17 – Grafico di sensitività solaio semplice UniPD

UNIVERSITA' DI TRENTO

MODEL	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$\Delta$
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	81,69	25,59	<b>3191,56</b>	1596,81%
$K_T \rightarrow \infty$	81,69	376,23	<b>217,12</b>	15,43%
$K_{tavole} \rightarrow \infty$	81,69	429,53	<b>190,17</b>	1,11%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	81,69	430,27	<b>189,85</b>	0,93%
MODEL	81,69	434,29	<b>188,09</b>	0,00%

MODEL 90°	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$\Delta$
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	163,35	115,67	<b>1412,26</b>	568,86%
$K_T \rightarrow \infty$	163,35	619,15	<b>263,83</b>	24,95%
$K_{tavole} \rightarrow \infty$	163,35	765,84	<b>213,30</b>	1,02%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	163,35	755,03	<b>216,35</b>	2,47%
MODEL	163,35	773,65	<b>211,14</b>	0,00%

Tabella 5.7 – Tabelle di sensitività solaio semplice UniTN

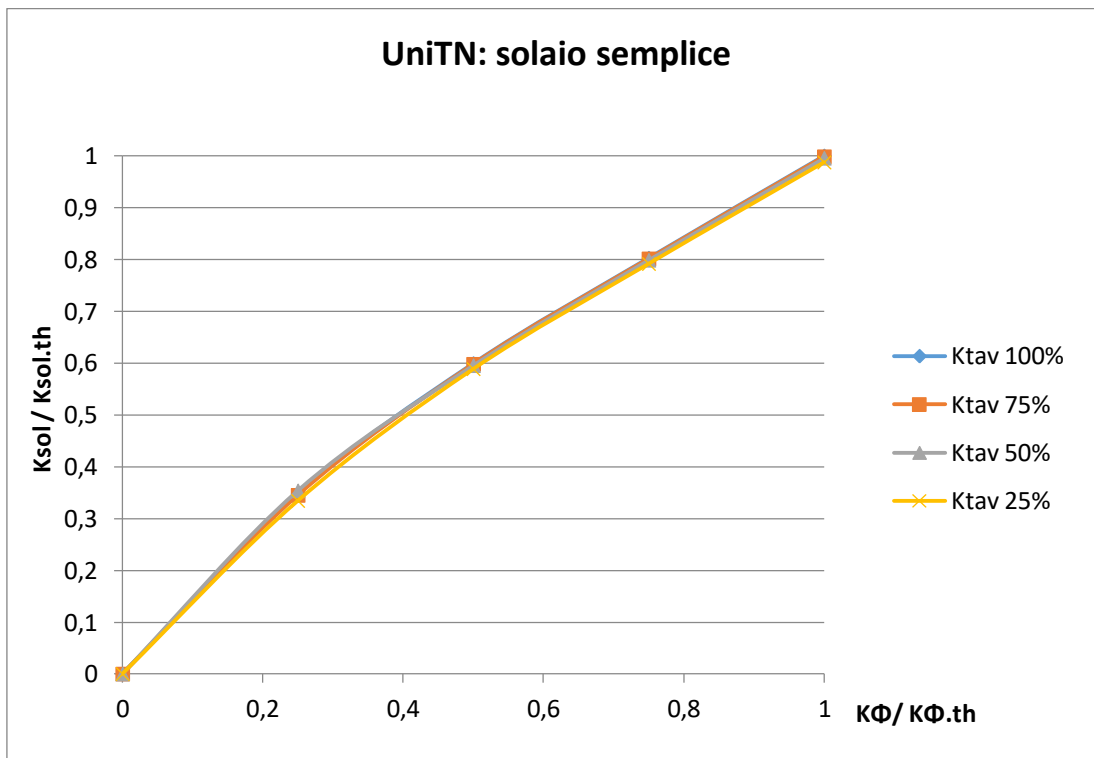


Figura 5.18 – Grafico di sensitività solaio semplice UniTN

Quello che si nota dalle analisi di sensitività dei diversi test sperimentali è che i solai con tavolato semplice risultano molto influenzati dalla rigidità rotazionale delle connessioni. Dai grafici sopra riportati si può notare come le curve di sensitività si dispongano secondo rette poste a  $45^\circ$  rispetto l'asse x orizzontale. L'unica curva che si discosta leggermente è quella relativa ai test condotti dall'università di Trento e ciò è causato dall'influenza delle fasce in acciaio poste in corrispondenza del perimetro del provin, questo effetto verrà valutato meglio analizzato in seguito al Capitolo 5.2.2.

Possiamo comunque concludere che, per tutte le trattazioni sperimentali, la rigidità flessionale e tagliante del tavolato non influisce sulla rigidità a taglio complessiva del solaio, infatti le diverse curve descritte dall'analisi di sensitività al variare della rigidità del tavolato, sono molto ravvicinate tra di loro. Risulta chiaro quindi, dall'analisi di sensitività, che il solaio con tavolato semplice presenta una rigidità a taglio che dipende quasi unicamente dalla rigidità rotazionale dei connettori.

### 5.2.2. FORMULAZIONE ANALITICA

Con questo assunto si procede ora alla definizione di una formula analitica che possa descrivere in maniera corretta la rigidità a taglio del solaio con tavolato semplice. Le ipotesi alla base di questa formulazione sono che la rigidità complessiva a taglio del solaio sia da imputare unicamente alla rigidità rotazionale dalle connessioni, mentre le altre rigidità vengono trascurate dalla formulazione. La deformazione del solaio è quindi causata unicamente dalla rotazione delle connessioni come suggerito in Figura 3.29.

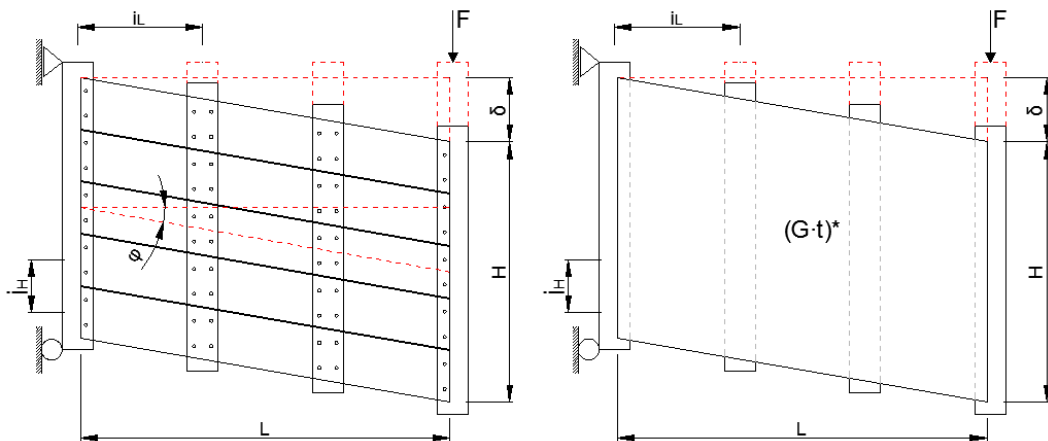


Figura 5.19 – Deformazione solaio con tavolato semplice

Applicando quindi il principio dei lavori virtuali possiamo dire quindi:

$$L_{int} = L_{ext}$$

si può ottenere la (5.1):

$$\sum_{i=1}^N \frac{k_i \cdot \varphi^2}{2} = \frac{F \cdot \varphi}{2} \quad (5.1)$$

dove:

- $k_i$  è la rigidezza rotazionale del gruppo di chiodi
- $\varphi$  è l'angolo di deformazione descritto dal solaio
- $F$  è la forza applicata
- $N$  è il numero delle connessioni presenti nel solaio.

Ragionando sul lavoro delle forze esterne in (5.1) possiamo dire:

$$- F = K \cdot \delta$$

$$-\delta = L \cdot \varphi$$

quindi (5.1) diventa:

$$\sum_{i=1}^N \frac{k_i \cdot \varphi^2}{2} = \frac{K \cdot \varphi^2 \cdot L^2}{2} \quad (5.2)$$

con alcuni passaggi la (5.2) diventa:

$$\sum_{i=1}^N \frac{k_i}{L^2} = K \quad (5.3)$$

dove:

- $K$  è la rigidezza a taglio complessiva del solaio
- $L$  è la larghezza del solaio.

Si può adimensionalizzare la formula (5.3) conoscendo il numero di connessioni  $N$  presenti:

$$N = \frac{L}{i_L} \cdot \frac{H}{i_H}$$

dove:

- $H$  è la lunghezza del solaio
- $i_L$  è l'interasse delle travi principali
- $i_H$  è l'interasse delle tavole.

Dalla formula (5.3) si ricava:

$$K = \frac{\frac{L}{i_L} \cdot \frac{H}{i_H} \cdot k_i}{L^2} \quad (5.4)$$

Se si considera quindi un solaio generico con rigidezza a taglio pari a  $(G \cdot t)^*$  come in Figura 5.19 (dove  $t$  è lo spessore del tavolato e  $G$  è il modulo di taglio equivalente) e avente le stesse dimensioni  $L$  ed  $H$ , si può ottenere la formula per il calcolo del modulo di taglio  $(G \cdot t)^*$  moltiplicato per lo spessore  $t$  del tavolato.

Per cui da (5.4) si ottiene:

$$\frac{\frac{L}{i_L} \cdot \frac{H}{i_H} \cdot k_i}{L^2} = \frac{H}{L} \cdot \frac{k_i}{i_L \cdot i_H} = \frac{(G \cdot t)^*}{L} \cdot H \quad (5.5)$$

da cui ricavo la formula generale per il calcolo della rigidezza a taglio equivalente:

$$(G \cdot t)^* = \frac{k_i}{i_L \cdot i_H} \quad (5.6)$$

La (5.6) consente di calcolare la rigidezza a taglio equivalente moltiplicata per lo spessore del tavolato, in funzione della rigidezza rotazionale delle connessioni e degli interassi tra le tavole e le travi principali.

Il solaio proposto da Piazza et al. [7] si differenzia leggermente dai casi proposti da Branco et al. [12] e Valluzzi et al. [10,11], infatti per questo particolare test sperimentale è stata introdotta una fascia di acciaio perimetrale al solaio in legno.

Questo elemento aggiuntivo costituisce un rinforzo ulteriore per il solaio, rendendolo quindi maggiormente rigido. La Formula (5.3) quindi deve essere modificata tenendo conto dell'effetto legato alle fasce di piano. Questo è stato valutato studiando metà solaio, considerando le fasce laterali come un telaio semplice a due incastri e sommato poi in parallelo il contributo di rigidezza delle fasce d'acciaio.

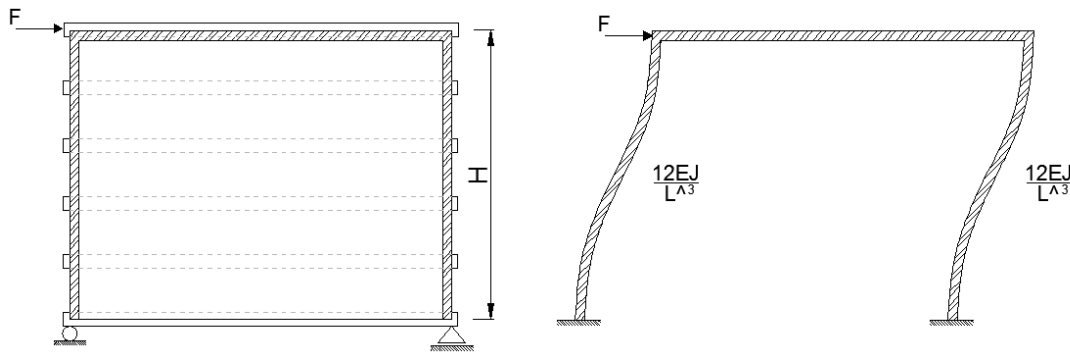


Figura 5.20 – Deformazione solaio con tavolato semplice

La (5.3) si modifica quindi come:

$$\sum_{i=1}^N \frac{k_i}{L^2} + n \cdot \frac{12EJ}{L^3} = K \quad (5.7)$$

dove:

- $E$  è il modulo di Young dell'acciaio

- $J$  è il momento d'inerzia della sezione d'acciaio

- $L$  è la lunghezza della fascia in acciaio

-  $n$  è il numero di fasce d'acciaio presenti ortogonalmente alla forza applicata

### 5.3. RISULTATI NUMERICI E ANALITICI

La (5.3) e la (5.7) vengono ora applicate a ciascuna trattazione sperimentale e di seguito vengono presentati i grafici ad istogramma in cui compaiono la rigidezza sperimentale, la rigidezza numerica e quella analitica, dove  $F$  rappresenta la forza massima registrata,  $d$  è lo spostamento del punto di controllo relativo a ciascun test,  $k$  è la rigidezza valutata come  $k=F/d$ ,  $Geq$  è il modulo di rigidezza equivalente valutato

con la Formula (5.6), mentre  $\Delta$  è la differenza percentuale tra i valori del modulo di rigidezza equivalente.

Inoltre vengono inseriti anche i grafici con le curve F-S ricavati dalle trattazioni sperimentali con le rette che approssimano il comportamento elastico lineare dei solai.

CASO UNIVERSITA' DI BERLINO

	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	Geq [Mpa]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	2,13	38,72	<b>55,00</b>	<b>2,75</b>	-
<b>numerical</b>	2,13	44,54	<b>47,83</b>	<b>2,39</b>	-13,04%
<b>numerical 90°</b>	2,13	43,30	<b>49,20</b>	<b>2,46</b>	-10,55%
<b>analitical</b>	-	-	<b>49,90</b>	<b>2,50</b>	-9,27%

Tabella 5.8 – Valori di rigidezza UniBR

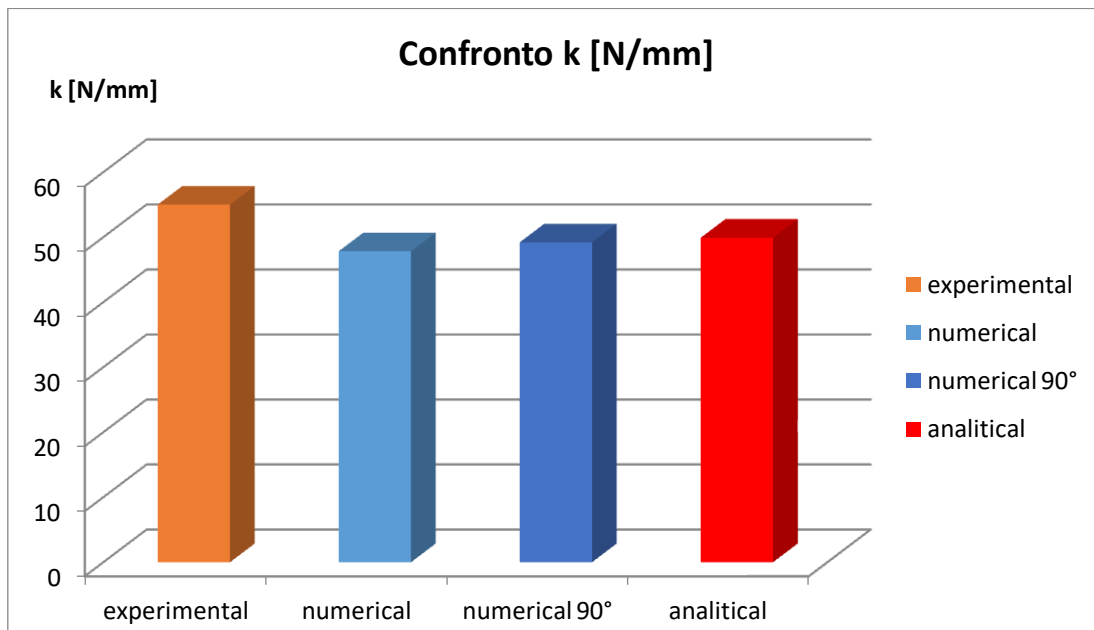


Figura 5.21 – Grafico di confronto delle rigidezze K

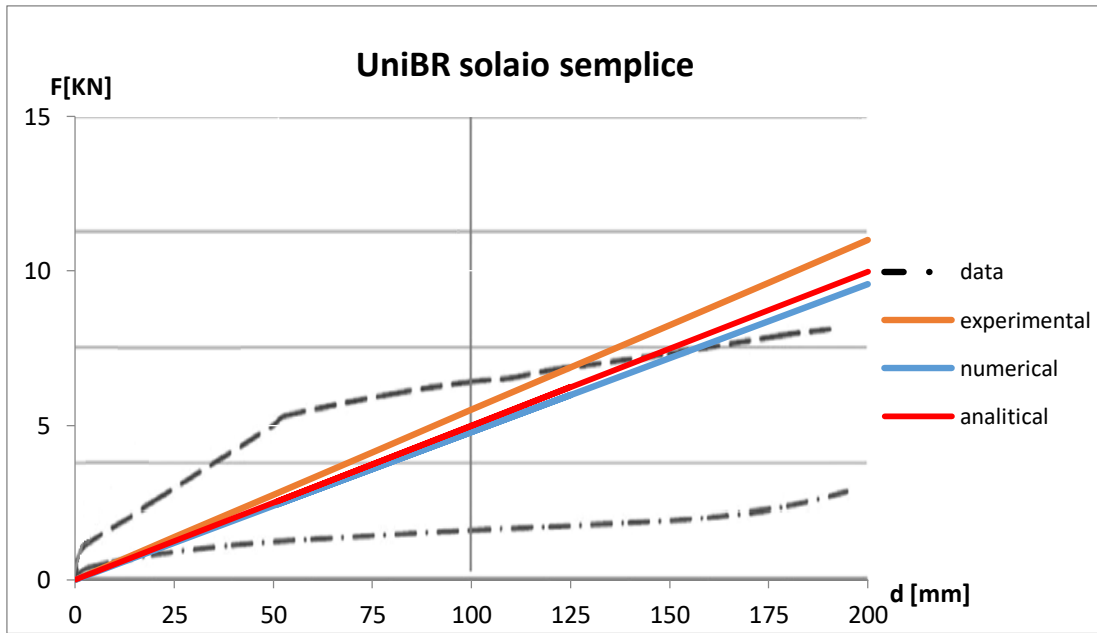


Figura 5.22 – Grafico Forza-Spostamento solaio semplice UniBR

CASO UNIVERSITA' DI PADOVA

SOLAIO FMSB	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$Geq$ [Mpa]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	0,774	8,61	<b>81,00</b>	<b>4,05</b>	-
<b>numerical</b>	1,047	16,96	<b>61,73</b>	<b>3,09</b>	-23,78%
<b>numerical 90°</b>	1,047	16,51	<b>63,42</b>	<b>3,17</b>	-21,70%
<b>analitical</b>	-	-	<b>63,63</b>	<b>3,18</b>	-21,45%

SOLAIO FM	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$Geq$ [Mpa]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	0,901	2,67	<b>288,00</b>	<b>14,40</b>	-
<b>numerical</b>	1,047	16,96	<b>61,73</b>	<b>3,09</b>	-78,56%
<b>numerical 90°</b>	1,047	16,51	<b>63,42</b>	<b>3,17</b>	-77,98%
<b>analitical</b>	-	-	<b>63,63</b>	<b>3,18</b>	-77,91%

Tabella 5.9 – Valori di rigidezza UniPD



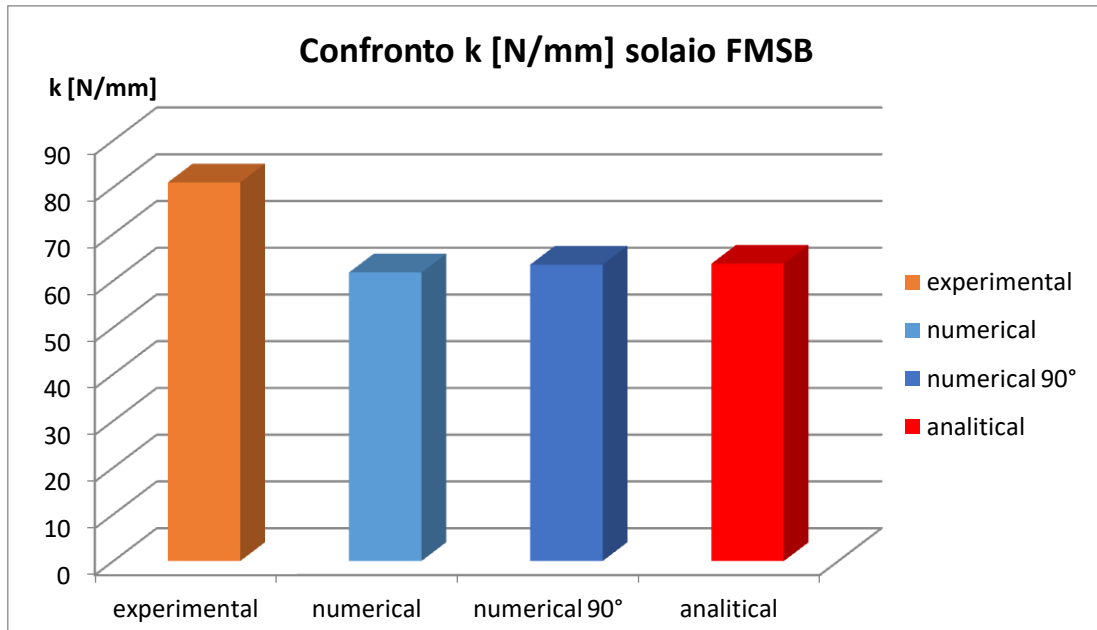


Figura 5.23 – Grafico di confronto delle rigidezze K

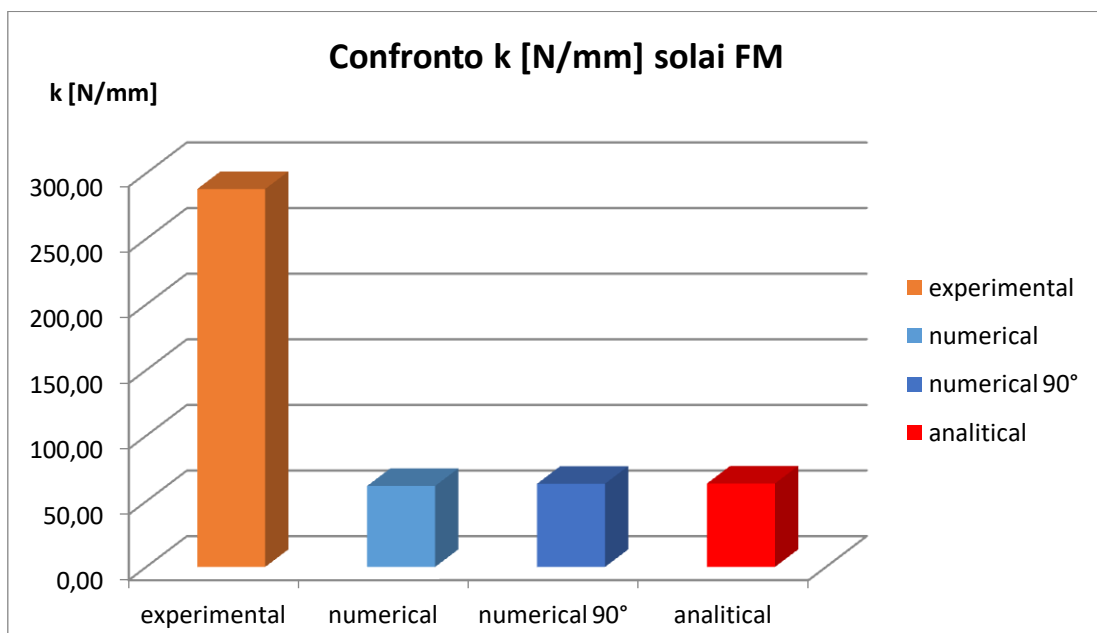


Figura 5.24 – Grafico di confronto delle rigidezze K

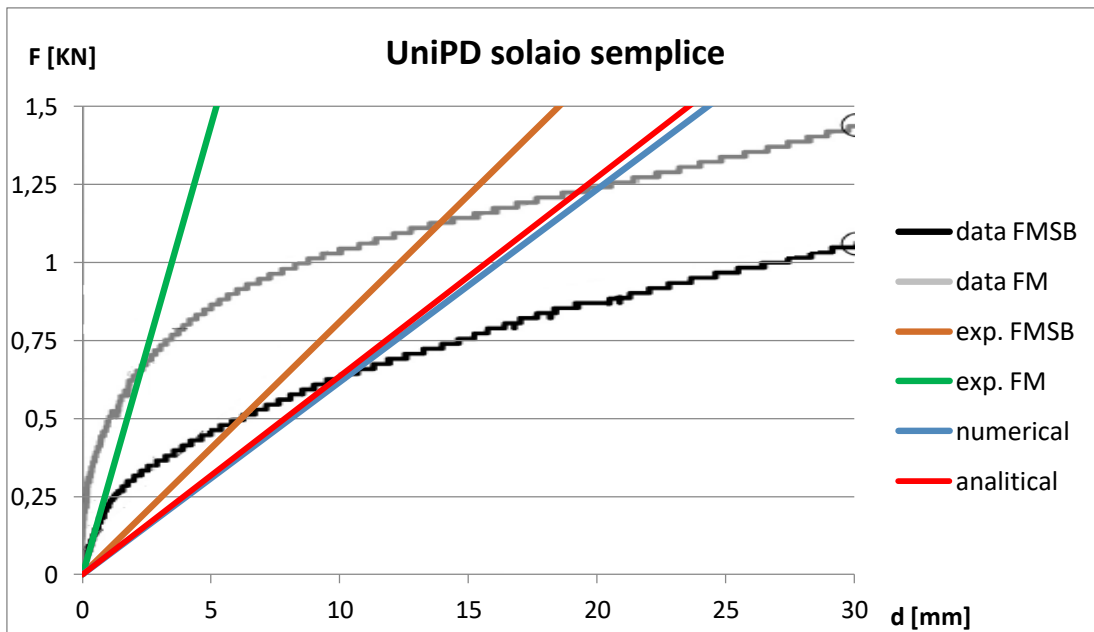


Figura 3.33 – Grafico Forza-Spostamento solaio semplice UniPD

CASO UNIVERSITA' DI TRENTO

	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	$k$ [N/mm]	$Geq$ [Mpa]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	216,1	183,14	<b>1180,00</b>	<b>12,78</b>	-
<b>numerical</b>	216,1	206,92	<b>1045,15</b>	<b>11,32</b>	-11,43%
<b>numerical 90°</b>	216,1	184,19	<b>1173,24</b>	<b>12,71</b>	12,26%
<b>analitical</b>	-	-	<b>1123,88</b>	<b>12,18</b>	-4,21%

Tabella 5.10 – Valori di rigidezza UniTN

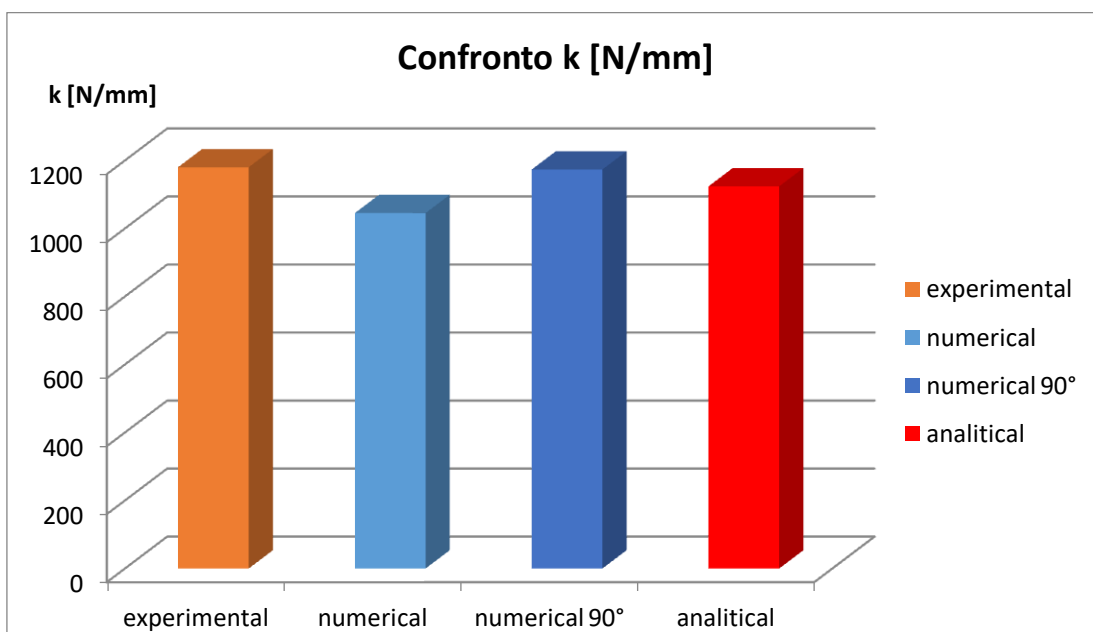


Figura 5.25 – Grafico di confronto delle rigidezze K

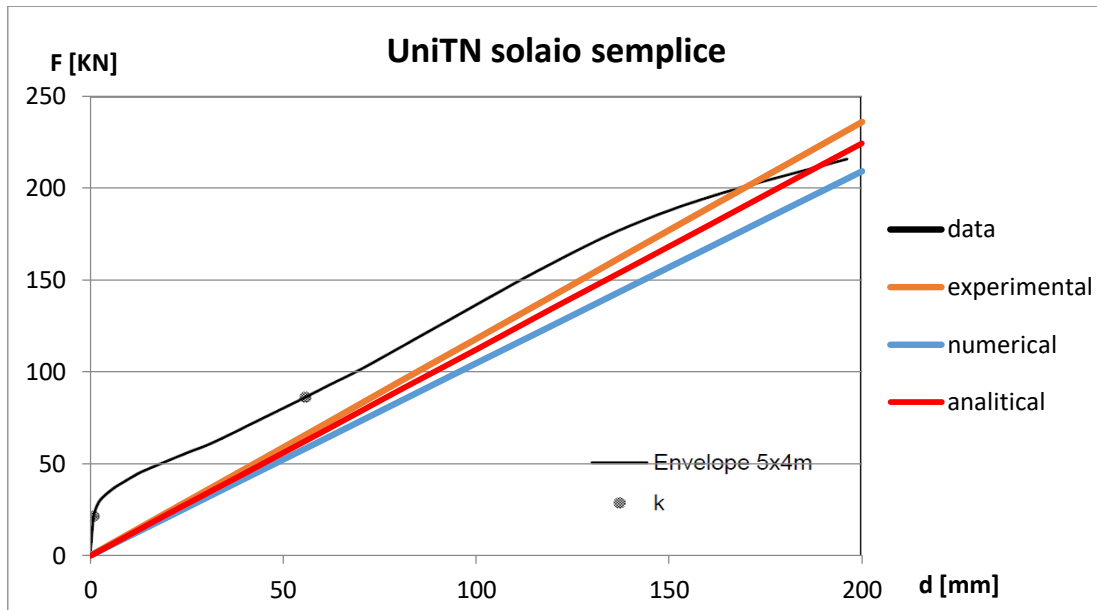


Figura 5.26 – Grafico Forza-Spostamento solaio semplice UniTN

Dagli istogrammi e curve Forza-Spostamento sopra riportati, si nota che i valori dei modelli numerici risultano essere sempre inferiori rispetto ai valori ottenuti dai dati sperimentali, questo è motivato dal fatto che nei modelli proposti, l'attrito tra le tavole non è stato implementato e ciò provoca una sottostima della rigidezza.

I valori numerici ottenuti ruotando la forza sismica di  $90^\circ$  provocano un leggero incremento della rigidezza, il quale risulta comunque molto modesto. I valori di rigidezza  $k$  ottenuti sono molto simili nelle due direzioni, con uno scostamento mai oltre il 10%. Per questo motivo si può ritenere che il comportamento dei solai semplici non varia lungo le due direzioni principali del solaio.

Per quanto riguarda i valori analitici ottenuti, essi risultano approssimare molto bene il comportamento del solaio con tavolato semplice. Sia per i test condotti dall'università di Trento che per quelli dell'università di Berlino la differenza di rigidezza  $k$  tra il valore sperimentale e quello analitico risulta essere inferiore al 10%. Per quanto riguarda l'università di Padova la differenza tra valore sperimentale e quello analitico risulta essere più marcata e pari al 22% nel caso di solaio FMSB, e del 77% nel caso di solaio FM. Questa differenza tra i solai della stessa trattazione scientifica è dovuta al differente grado di incastro tra le tavole (nel primo sono tavole semplicemente accostate, nel secondo le tavole sono di tipo maschio-femmina),

questo porta ad aumentare molto gli effetti dovuti all'attrito e quindi ad ottenere dei valori analitici che non simulano correttamente il comportamento del solaio in quanto non tengono conto degli effetti d'attrito tra le tavole.

Per tutti i test sperimentali, la rigidezza a taglio calcolata con formula analitica, si dispone comunque, per valori compresi tra quelli sperimentali e quelli numerici. La formula analitica trascura infatti, tutti i contributi di deformazione dovuti alle travi principali, al tavolato e allo slittamento trasversale dei chiodi, ciò comporta che i valori analiticamente ottenuti debbano essere sempre superiori rispetto a quelli numerici. Invece, non avendo considerato l'attrito nella formulazione analitica, i valori ottenuti analiticamente risultano essere sempre inferiori a quelli sperimentali.

Possiamo concludere, che la formula analitica proposta descrive in maniera corretta il comportamento del solaio con tavolato semplice e quindi può essere ritenuta valida per descrivere il comportamento a diaframma di questo tipo di solai.

Si registra inoltre, tra le diverse trattazioni sperimentali (UniBR, UniPD e UniTN), una sostanziale differenza dei valori di modulo equivalente di rigidezza  $G_{eq}$ . Ciò è da imputare al fatto che i vari autori utilizzano per eseguire i test, materiali diversi oltre che geometrie delle connessioni differenti. Questo comporta quindi che anche adimensionalizzando i valori di rigidezza attraverso il modulo di rigidezza equivalente  $G_{eq}$  non si possano ottenere valori simili di  $G_{eq}$ .

## **6. MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DI SOLAI CONSOLIDATI CON TAVOLATO A 90°**

Questo tipo di consolidamento dei solai è stato proposto dall'università di Berlino (Capitolo 3.1) e rappresenta una particolare tipologia di consolidamento. In questo capitolo vengono presentati il modello numerico e analitico utilizzati per descrivere il comportamento della prova sperimentale già precedentemente esposta al Capitolo 3.1., viene analizzato anche il comportamento lungo la seconda direzione principale del solaio e successivamente vengono presentati i risultati ottenuti.

### **6.1. MODELLO NUMERICO**

Il modello numerico utilizzato in questo caso è stato realizzato partendo dal modello numerico del solaio con tavolato semplice, sovrapponendo un secondo strato di tavolato disposto a 90° rispetto al primo. Anche in questo caso si tratta di un modello elastico lineare in cui sono state inserite tutte le caratteristiche delle travi principali, dei due strati di tavolato e delle connessioni.

Le travi principali ed il tavolato sono stati modellati mediante elementi beam, a questi vengono associati tutte le caratteristiche del legno utilizzato nella prova sperimentali, quali ad esempio: dimensioni delle tavole e delle travi, modulo di Young  $E$ , modulo di taglio  $G$  e densità del legno  $\rho$ . Si riportano di seguito le caratteristiche principali degli elementi beam utilizzati.

uniBR							
TRAVI PRINCIPALI				TAVOLATO 1° STRATO			
densità	$\rho=$	350	Kg/m <sup>3</sup>	densità	$\rho=$	750	Kg/m <sup>3</sup>
base	$b=$	10	cm	base	$b=$	12,5	cm
altezza	$h=$	16	cm	altezza	$h=$	2	cm
mod. Young	$E=$	7,4	GPa	mod. Young	$E=$	19,5	GPa
mod. a taglio	$G=$	690	Mpa	mod. a taglio	$G=$	1230	Mpa
interasse	$i=$	50	cm	interasse	$i=$	13,5	cm
TAVOLATO 2° STRATO							
densità	$\rho=$	750	Kg/m <sup>3</sup>				
base	$b=$	12,5	cm				
altezza	$h=$	2	cm				
mod. Young	$E=$	19,5	GPa				
mod. a taglio	$G=$	1230	Mpa				
interasse	$i=$	13,5	cm				

Tabella 6.1 – Riassunto caratteristiche elementi Beam

Per quanto riguarda gli elementi connection vengono prese in considerazione le stesse ipotesi precedentemente fatte al Capitolo 5.1. Anche in questo caso la rigidità traslazionale delle connessioni viene valutata secondo la CNR DT/206 2007 [6] esattamente come descritto al Capitolo 4.3.

Questa assunzione però si rivela errata in quanto le formule si riferiscono a rigidità di connettori per singolo piano di taglio, ciò porta a non considerare il fatto che il connettore è soggetto a deformazioni maggiori quando i piani di taglio sono più di uno come esposto in Figura 6.1.

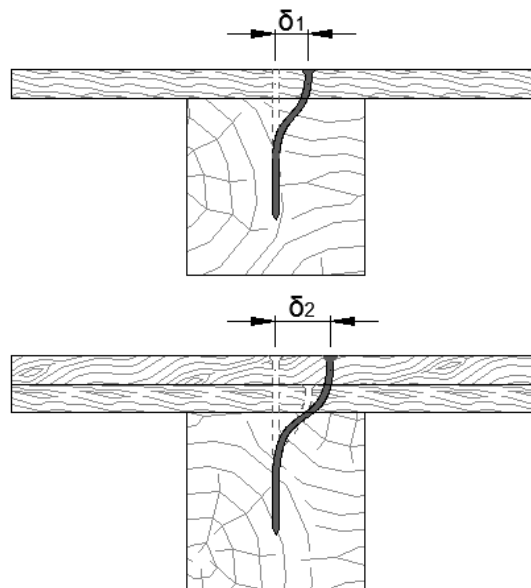


Figura 6.1. – Deformazione connessione doppio piano di taglio

I risultati numerici che si ottengono applicando al solaio delle connessioni calcolate secondo le formule della CNR DT/206 2007 [6], sono quelli di sovrastimare la rigidità del solaio. Per tenere conto del fatto che i connettori del secondo strato risultano essere meno rigidi, le rigidità  $K_{ser}$  delle connessioni sono state ridotte arbitrariamente. Questa ipotesi non è supportata da alcun dato sperimentale perché non sono stati trovati in letteratura test di rigidità su unioni con connettori e doppio piano di taglio. In questo campo è quindi da prevedere una campagna di studi più accurata che possa fornire dei valori di rigidità corretti per questo genere di unioni. In questo particolare modello numerico è stata prevista una riduzione di rigidità dei connettori del secondo strato pari al 60%.

Vengono ora riportati i valori di rigidità traslazionale e rotazionale degli elementi connection utilizzati suddivisi per strato e già ridotti. Gli elementi connection del primo strato di tavolato sono composti da 4 chiodi (2 del tavolato semplice e 2 dovuti al secondo strato di tavolato ridotti del 60%).

UniBR			
2+2 chiodi 1° strato			
traslazionale	K1=K2=	2703,44	N/mm
interasse	sn=	70,00	mm
rotazionale	Kr3=	3311,71	N.m/rad
2 chiodi 2° strato			
riduzione	-60%		
traslazionale	K1=K2=	772,41	N/mm
interasse	sn=	70,00	mm
rotazionale	Kr3=	946,20	N.m/rad

Tabella 6.2 – Riassunto caratteristiche elementi connection

Di seguito riportiamo alcune immagini dei modelli creati per simulare la prova sperimentale

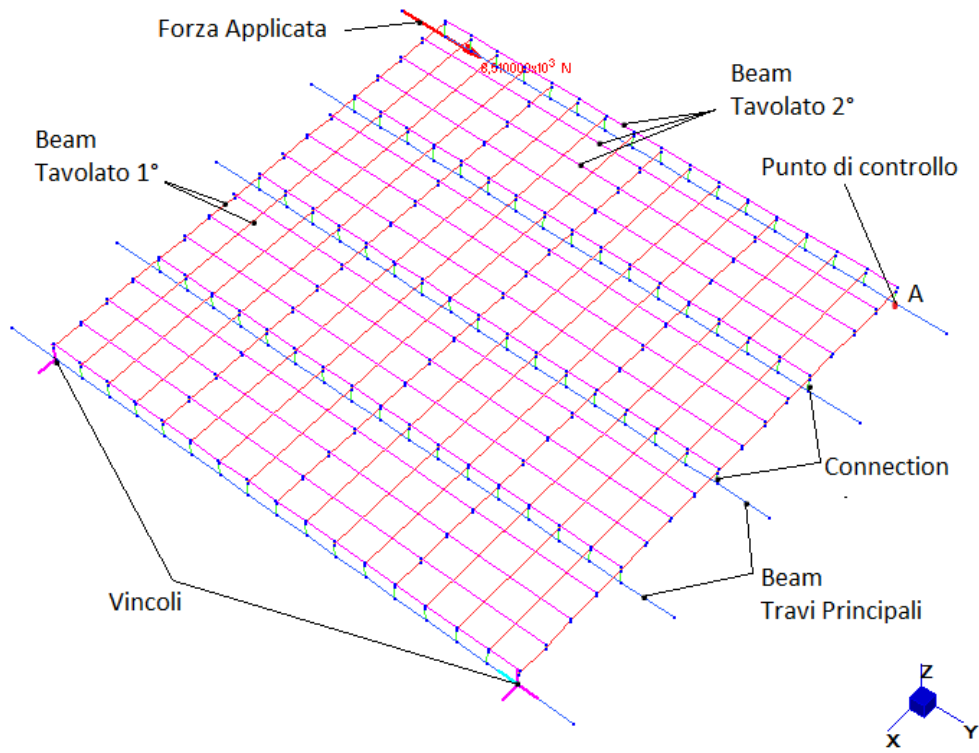


Figura 6.2 – Vista del modello numerico UniBR

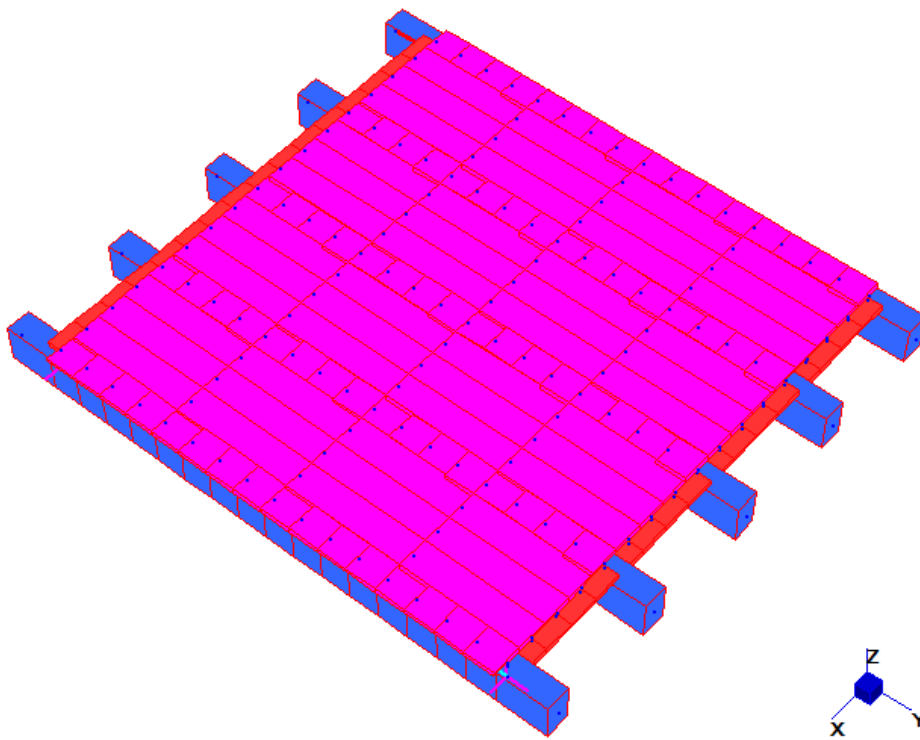
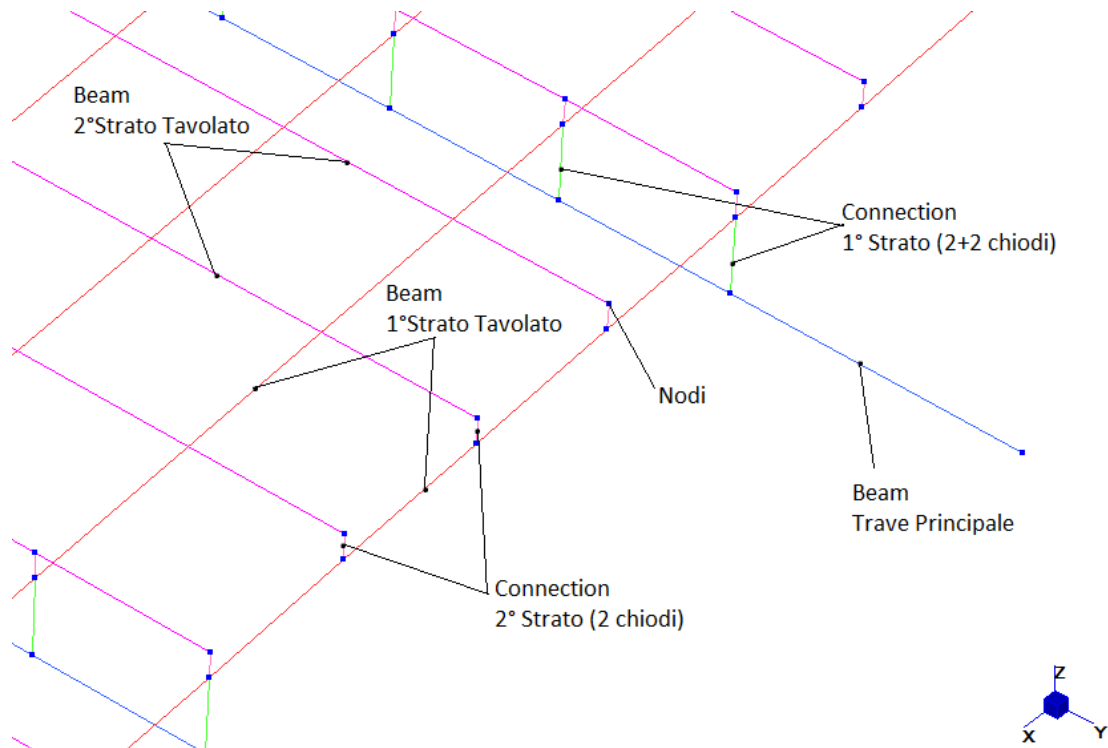


Figura 6.3 – Vista del modello numerico 3D UniBR





**Figura 6.4 – Vista nel dettaglio del modello numerico UniBR**

Nel modello vengono trascurati gli effetti non lineari dovuti all'azione d'attrito tra le tavole del solaio, ipotizzando che l'attrito non influisca nel determinare la rigidità dei vari diaframmi. Inoltre si considerano le unioni come elastiche lineari, trascurando quindi gli effetti non lineari legati alla plasticizzazione del connettore e i fenomeni di rifollamento del legno.

Anche per questo caso studio è stato creato il modello con lo stesso schema statico e con la forza membranale ruotata di  $90^\circ$  rispetto al test sperimentale. In questo modo è stato possibile indagare anche per questo caso, il comportamento del solaio nella seconda direzione principale del diaframma. Di seguito viene presentata la Figura 6.5 con schema statico ruotato.

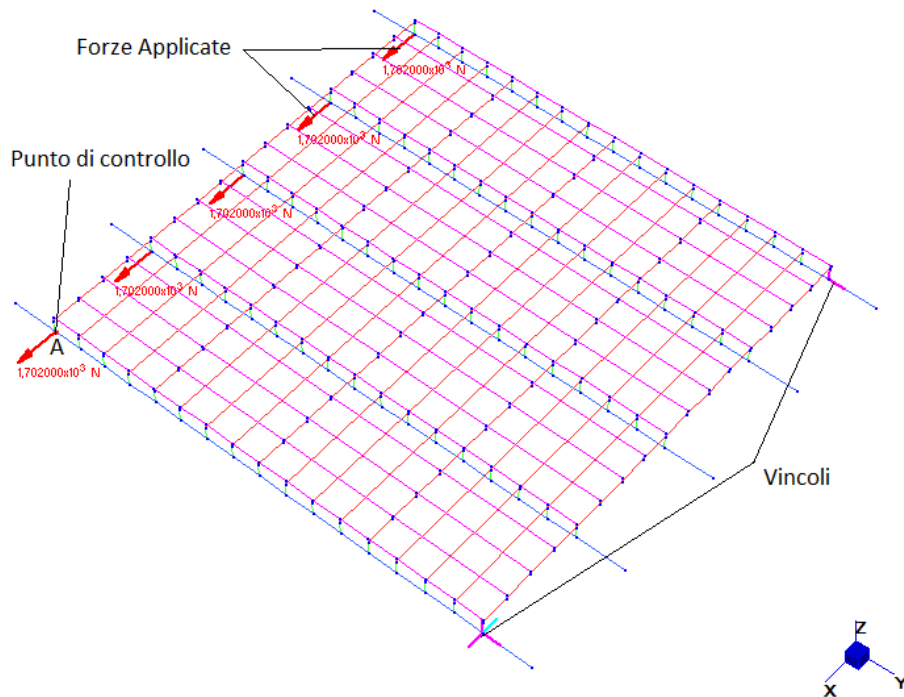


Figura 6.5– Vista del modello numerico con forza agente a  $90^\circ$

## 6.2. MODELLO ANALITICO

Prima di poter dare una formulazione analitica che descriva il comportamento a taglio dei questa tipologia di solai, vengono eseguite anche in questo caso delle analisi di sensitività. I dati ricavati sono stati poi utilizzati per dare una formulazione analitica che potesse approssimare al meglio i dati sperimentali ricavati dal test preso in esame.

### 6.2.1. ANALISI DI SENSITIVITA'

Come già esposto al Capitolo 5.2.1. la rigidezza membranale del solaio dipende dalle rigidzze dei singoli elementi che lo compongono. Sono state eseguite anche per questo caso delle analisi di sensitività in cui le rigidzze dei singoli elementi che compongono il solaio, sono state alternativamente, fatte tendere ad infinito ( $K \rightarrow \infty$ ) e sono stati registrati gli spostamenti ottenuti. In questo modo al variare dei vari fattori è stato possibile ottenere la corrispondente rigidzza del solaio e definire quali sono i fattori che caratterizzano la rigidzza a taglio del solaio. Successivamente sono stati prodotti dei grafici di sensitività facendo variare del 25-50-75% la rigidzza

rotazionale delle connessioni e la rigidezza del tavolato, in questo modo è possibile verificare come la rigidezza a taglio varia rispetto questi due fattori.

MODEL	$F_{\max}$ [KN]	$d_{F_{\max}}$ [mm]	$k$ [N/mm]	$\Delta$
CHIODI PRIMO STRATO				
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	8,51	5,64	<b>1508,50</b>	1329,57%
$K_T \rightarrow \infty$	8,51	75,89	<b>112,14</b>	6,27%
CHIODI SECONDO STRATO				
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	8,51	9,20	<b>924,51</b>	776,13%
$K_T \rightarrow \infty$	8,51	80,45	<b>105,78</b>	0,25%
$K_{tavole1} \rightarrow \infty$	8,51	79,91	<b>106,50</b>	0,92%
$K_{tavole2} \rightarrow \infty$	8,51	80,28	<b>106,00</b>	0,46%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	8,51	75,71	<b>112,40</b>	6,52%
MODEL	8,51	80,64	<b>105,52</b>	0,00%

MODEL	$F_{\max}$ [KN]	$d_{F_{\max}}$ [mm]	$k$ [N/mm]	$\Delta$
90°				
CHIODI PRIMO STRATO				
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	8,51	2,81	<b>3027,90</b>	2601,22%
$K_T \rightarrow \infty$	8,51	74,13	<b>114,79</b>	2,41%
CHIODI SECONDO STRATO				
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	8,51	4,05	<b>2102,89</b>	1776,01%
$K_T \rightarrow \infty$	8,51	75,79	<b>112,28</b>	0,17%
$K_{tavole1} \rightarrow \infty$	8,51	75,26	<b>113,07</b>	0,88%
$K_{tavole2} \rightarrow \infty$	8,51	75,80	<b>112,27</b>	0,16%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	8,51	74,83	<b>113,73</b>	1,46%
MODEL	8,51	75,92	<b>112,09</b>	0,00%

Tabella 6.3 – Tabelle di sensitività solaio consolidato 90° UniBR

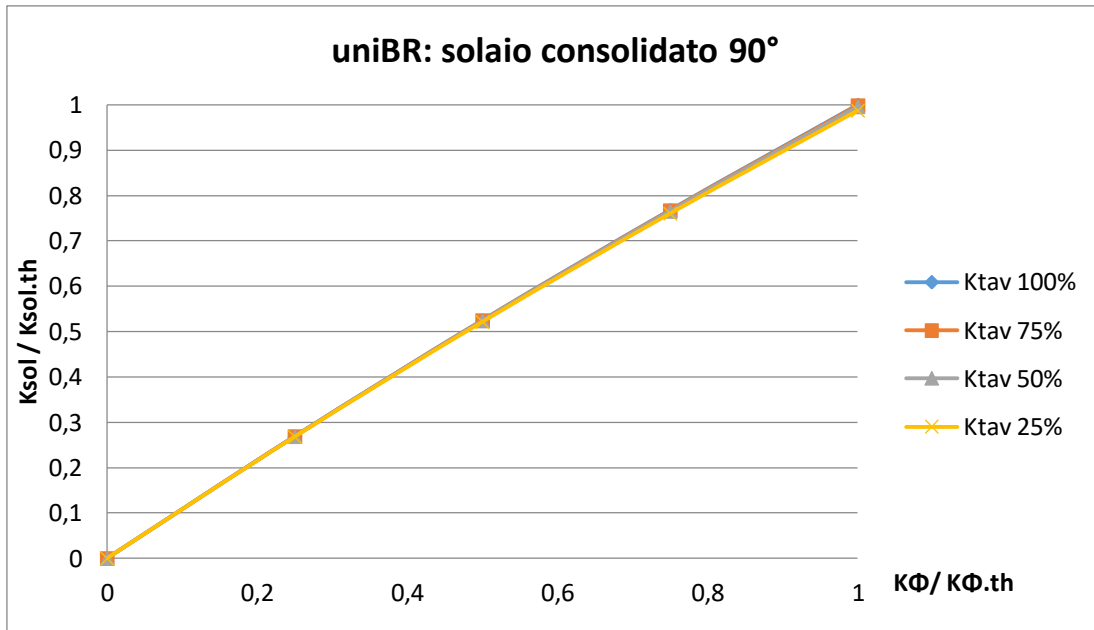


Figura 6.6– Grafico di sensitività solaio consolidato 90° UniBR

Quello che si nota dall'analisi di sensitività è che i solai consolidati con tavolato a 90°, risultano molto influenzati dalla rigidità rotazionale delle connessioni. Dai grafici sopra riportati si può notare come le curve di sensitività si dispongano secondo rette poste a 45° rispetto l'asse x orizzontale. La rigidità flessionale e tagliante del tavolato non influiscono sulla rigidità a taglio complessiva del solaio, infatti le diverse curve descritte dall'analisi di sensitività al variare della rigidità del tavolato, sono molto ravvicinate tra di loro.

Il comportamento di questo tipo di solaio consolidato risulta essere simile a quello riscontrato per il solaio con tavolato semplice, anche in questo caso infatti la maglia del solaio è sempre di tipo quadrato e questo fa supporre che le formule analitiche proposte al Capitolo 5.2.2. possano essere utilizzate anche in questo particolare caso studio.

### 6.2.2. FORMULAZIONE ANALITICA

Si procede ora alla definizione di una formula analitica che possa descrivere in maniera corretta la rigidità a taglio del solaio consolidato con tavolato a 90°. Partendo dalle formule al Capitolo 5.2.2. viene proposta una modifica della formulazione per tener conto del secondo strato di tavolato. Anche in questo caso le ipotesi alla base di questa formulazione sono che la rigidità complessiva a taglio

del solaio sia da imputare unicamente alla rigidità rotazionale dalle connessioni. La deformazione del solaio è quindi causata unicamente dalla rotazione delle connessioni come suggerito in Figura 6.7.

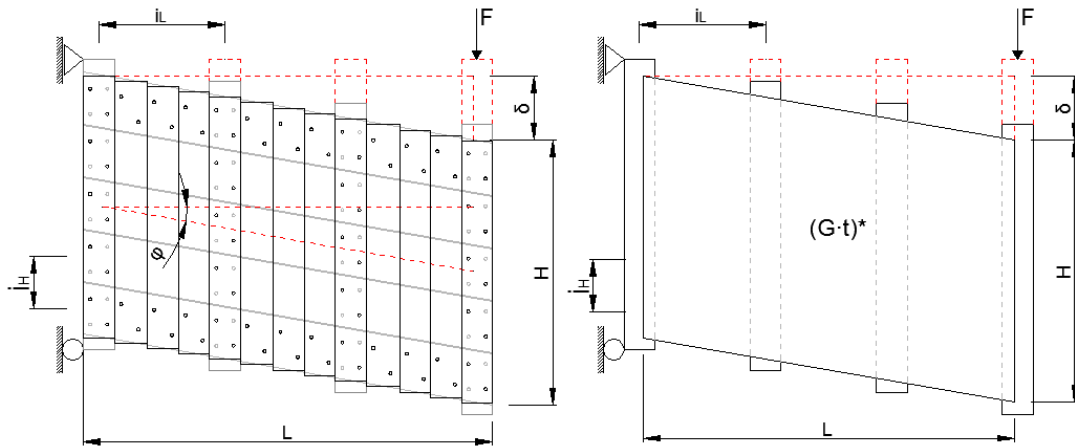


Figura 6.7– Deformazione solaio consolidato con tavolato a 90°

La Formula (5.3) (del solaio semplice) viene quindi modificata con un coefficiente  $\beta$  che tenga conto del contributo del secondo strato di tavolato, diventando come segue

$$(1 + 2\beta) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{k_i}{L^2} = K \quad (6.1)$$

dove:

- K è la rigidità a taglio complessiva del solaio
- L è la larghezza del solaio.
- $\beta$  è il coefficiente che tiene conto del contributo rotazionale del secondo strato di tavolato (nel caso preso in esame è pari a 0,4 avendo ridotto la rigidità rotazionale dei connettori del 60%)

Adimensionalizzando la Formula (6.1) come per il caso del tavolato semplice ottengo:

$$(G \cdot t)^* = (1 + \beta) \cdot \frac{k_i}{i_L \cdot i_H} \quad (6.2)$$

### 6.3. RISULTATI NUMERICI E ANALITICI

In questo capitolo vengono presentati i risultati ottenuti dal modello numerico sia con forza applica secondo la direzione parallela (come da test sperimentale), sia in direzione perpendicolare alle travi principali. Vengono inoltre riportati i risultati analitici riscontrati utilizzando la Formula (6.1) proposta precedentemente. I risultati sono espressi sia in termini di rigidezza a taglio  $K$  sia in termini di modulo di taglio equivalente  $G_{eq}$ .

	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	$k$ [N/mm]	$G_{eq}$ [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	8,51	64,4697	132,00	<b>3,30</b>	-
<b>numerical</b>	8,51	80,65	105,52	<b>2,64</b>	-20,06%
<b>numerical 90°</b>	8,51	75,92	112,09	<b>2,80</b>	-15,08%
<b>analitical</b>			116,62	<b>2,92</b>	-11,65%

Tabella 6.4 – Valori di rigidezza UniBR

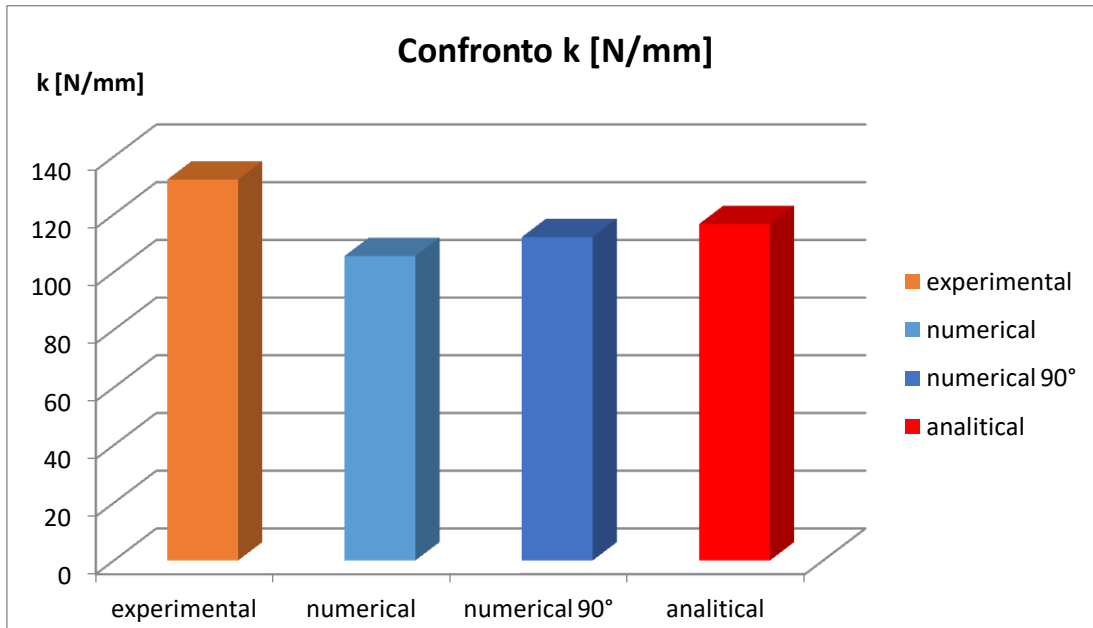


Figura 6.7 – Grafico di confronto delle rigidzze K

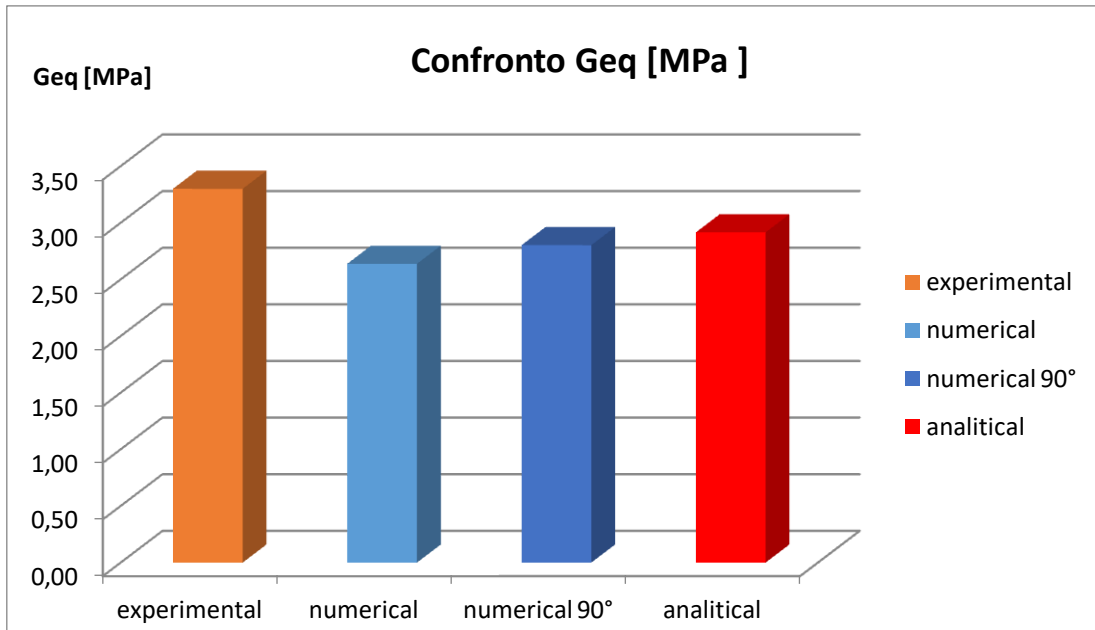


Figura 6.8 – Grafico di confronto del modulo equivalente Geq

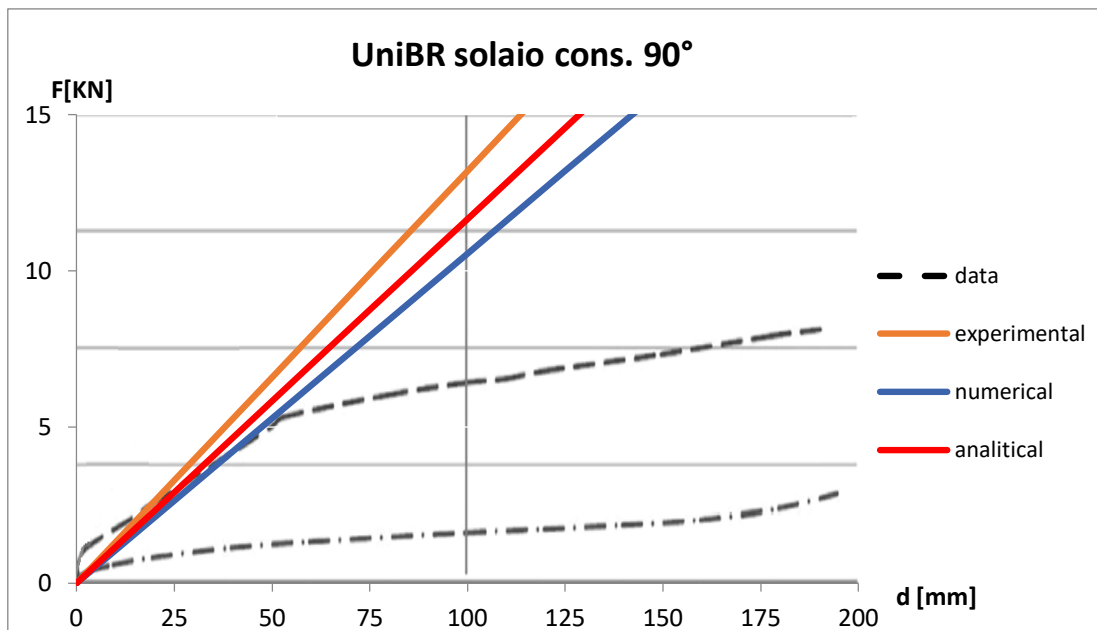


Figura 6.9 – Grafico Forza-Spostamento solaio cons. 90° UniBR

Dai grafici in Figura 6.7. e 6.8. si osserva come il valore analitico ricavato approssimi correttamente il valore di rigidezza a taglio ottenuto dal modello. Anche in questo caso ruotando di 90° la forza agente sul solaio otteniamo valori di rigidezza molto simili, ciò fa supporre che per questo tipo di consolidamento il solaio non cambi il proprio comportamento a seconda della direzione di carico.

I risultati numerici risultano essere inferiori del 20% circa, rispetto ai dati ottenuti dalla prova sperimentale. Questo effetto è legato al fatto che nel modello numerico non è stato implementato l'effetto non lineare dell'attrito, ciò comporta una sottostima del valore di rigidezza a taglio del solaio. Rispetto al caso con tavolato semplice, gli effetti dovuti all'attrito aumentano in quanto oltre all'attrito tra le tavole dello stesso strato, vi è in questo caso, anche l'attrito tra le tavole dei due strati accoppiati.

Il valore di rigidezza a taglio ottenuto mediante formula analitica, risulta essere leggermente superiore rispetto allo stesso dato del modello numerico. Ciò è legato al fatto che non sono stati considerati, nella formula analitica, i contributi di deformazione relativi alle travi principali, alle tavole dei due strati che compongono il solaio e quello della deformazione trasversale dei connettori. Si ritiene comunque che la Formula (6.1) approssimi correttamente il comportamento del solaio e quindi è da ritenere valida per il calcolo della rigidezza membranale di questo tipo di solai consolidati.



## **7. MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DI SOLAI CONSOLIDATI CON SOLETTA IN C.A.**

Questo particolare metodo di rinforzo dei solai è uno tra i più diffusi metodi di consolidamento dei solai lignei. Esso consente, mediante la realizzazione di una soletta in c.a. di ottenere un solaio di tipo rigido, il quale assicura il comportamento scatolare della struttura. L'università di Trento si è occupata di questo tipo di consolidamento, come è già stato esposto al Capitolo 3.3. Anche per questo tipo di consolidamento vengono presentati il modello numerico e analitico utilizzati per simulare il comportamento di questo tipo di solai, e successivamente si confrontano i risultati ottenuti.

### **7.1. MODELLO NUMERICO**

Il modello numerico utilizzato in questo caso è stato realizzato partendo dal modello numerico del solaio semplice 5x4m dell'università di Trento. Il tavolato in legno è stato eliminato e sostituito con un elemento plate (quad8) per simulare le caratteristiche della soletta in c.a. alla quale sono state assegnate le caratteristiche in termini di modulo di Young  $E$ , e lo spessore  $s$  della soletta. Il tavolato semplice non è stato modellato in quanto il suo contributo, ai fini della rigidità tagliante nel piano del solaio, risulta molto ridotto e quindi trascurabile.

Anche in questo caso si tratta di un modello elastico lineare con il quale si sono registrati gli spostamenti in mezzeria, esattamente come riportato al Capitolo 3.3. Le caratteristiche dei materiali e degli elementi rispecchiano quelli utilizzati nel test sperimentale e vengono riportati qui di seguito nella Tabella 7.1.

UniTN			
TRAVI PRINCIPALI (Beam)			
densità	$\rho=$	350	Kg/m3
base	$b=$	18	cm
altezza	$h=$	18	cm
mod. Young	$E=$	11,6	GPa
mod. a taglio	$G=$	800	Mpa
interasse	$i=$	50/51	cm
SOLETTA (Quad8)			
densità	$\rho=$	2400	Kg/m3
spessore	$s=$	5	cm
mod. Young	$E=$	30	GPa

Tabella 7.1 -- Riassunto caratteristiche elementi Beam e Quad 8

Per quanto riguarda la rigidezza dei connettori legno-calcestruzzo, anche in questo caso sono stati utilizzati nel modello degli elementi connection esattamente come è stato fatto per il caso del solaio con tavolato semplice. In questo caso la rigidezza traslazionale dei connettori è stata valutata confrontando le formule da CNR DT/206 2007 (come da Capitolo 4.3.) con quelle proposte da Prof. Piero Gelfi. [14] il quale fornisce un modello teorico per il calcolo della rigidezza di connessioni legno-calcestruzzo.

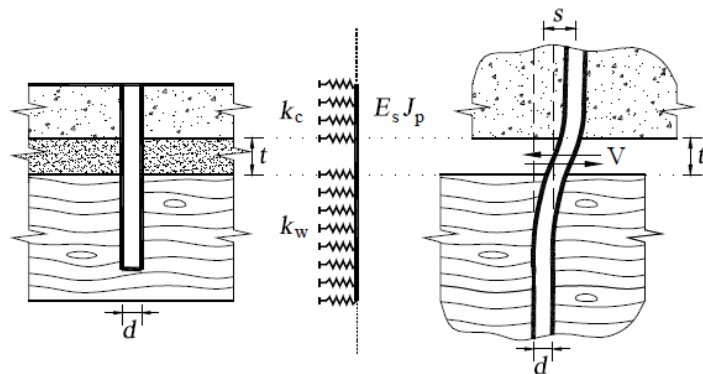


Figura 7.1 – Modello per il calcolo della rigidezza

Per quanto riguarda le connessioni legno-calcestruzzo, viene fornita la seguente formula semplificata ( $1000 < k_w < 1400 \text{ N/mm}^2$ ;  $k_w$  : rigidezza del legno):

$$K_p = 124000 \frac{d}{(4.34 + t/d)^3} \quad (7.1)$$

dove:

-  $K_p$  è la rigidezza a taglio della connessione

-  $d$  è il diametro del connettore

-  $t$  è lo spessore di tavolato, ovvero è il distacco tra la soletta in calcestruzzo e la trave in legno. Il contributo del tavolato anche in questa formulazione viene trascurato in quanto trascurabile.

I valori ottenuti mettendo a confronto  $K_P$  e  $K_{Ser}$  sono riportati nella tabella seguente.

$K_{Ser} =$	9167,06	N/mm
$K_P =$	9043,67	N/mm

Tabella 7.2 – Valori di rigidità dei connettori legno-cls

Come si può ben vedere i due valori sono molto simili tra loro, il valore  $K_{Ser}$  risulta sovrastimare leggermente la rigidità del connettore. Di contro la rigidità  $K_P$  tiene conto dell'effettiva geometria della connessione, implementando anche il fattore di distacco tra soletta in calcestruzzo e trave in legno. Per questo lavoro di tesi è stato utilizzato all'interno del modello il valore  $K_{Ser}$  fornito da CNR DT/206 2007, in quanto risulta essere molto vicino al valore calcolato mediante la Formula (7.1).

Per la valutazione della rigidità rotazionale del connettore è stata usata la formula della rigidità rotazionale di sezioni cilindriche:

$$K_{tors} = \frac{G \cdot J_P}{l} \quad (7.2)$$

dove:

-  $G$  = modulo di taglio dell'acciaio

-  $J_P$  = momento d'inerzia polare

-  $l$  = lunghezza del connettore

Risulta essere comunque un valore di rigidità molto basso e, come vedremo nel Capitolo 7.2.1., influente per la valutazione della rigidità del solaio consolidato con soletta in calcestruzzo.

Per poter simulare in maniera corretta la prova sperimentale sono poi stati introdotti gli vincoli del test sperimentale condotto da Piazza et. al. [7], lo schema statico in questo caso è quello di trave tozza in semplice appoggio. Successivamente poi sono

state introdotte le forze membranali (quali quelle che un sisma introduce in un solaio) esattamente come è stato fatto per il modello con tavolato semplice.

Dato che le prove sperimentali sono state realizzate in controllo di spostamenti, è stato individuato nel modello numerico il medesimo punto di controllo (evidenziato con la lettera A) per poter ottenere i valori di spostamento, vedi Figura 7.2.

Di seguito riportiamo alcune immagini del modello numerico creato per simulare le prove sperimentali.

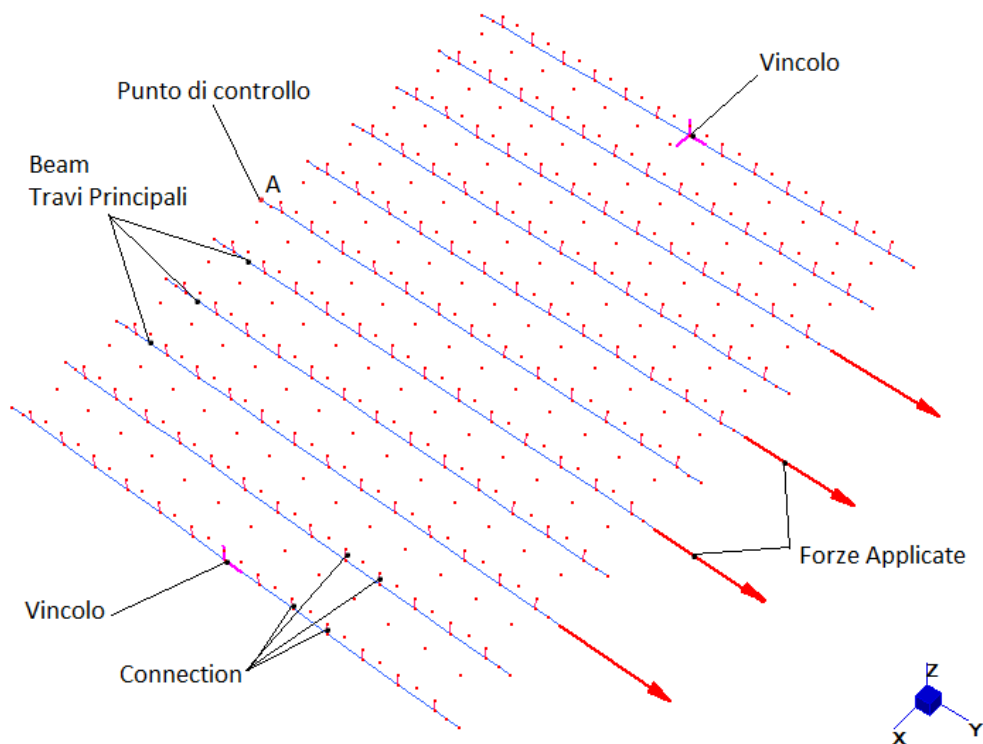


Figura 7.2 – Vista del modello numerico UniTN senza soletta in c.a.

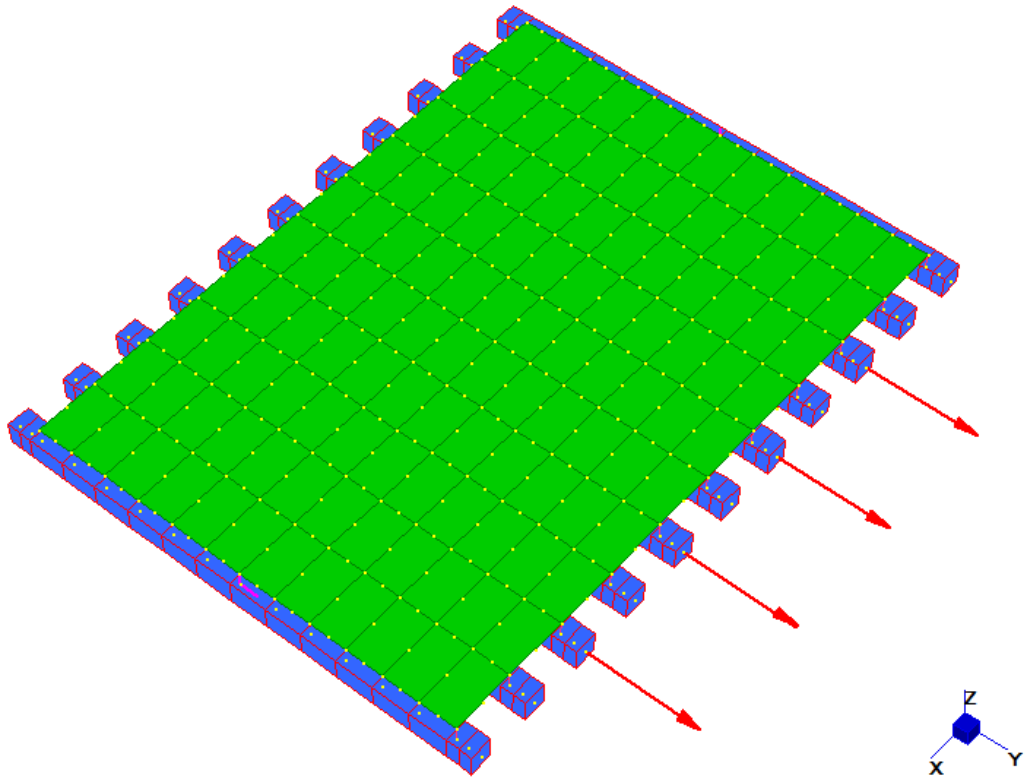


Figura 7.3 – Vista del modello numerico 3D UniTN con soletta in c.a.

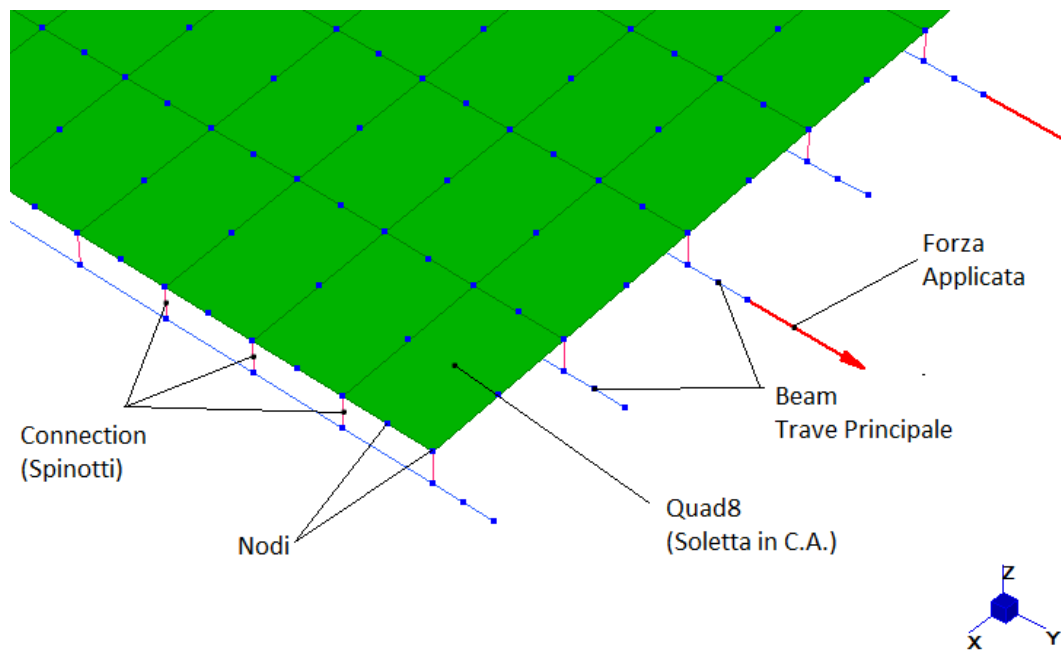
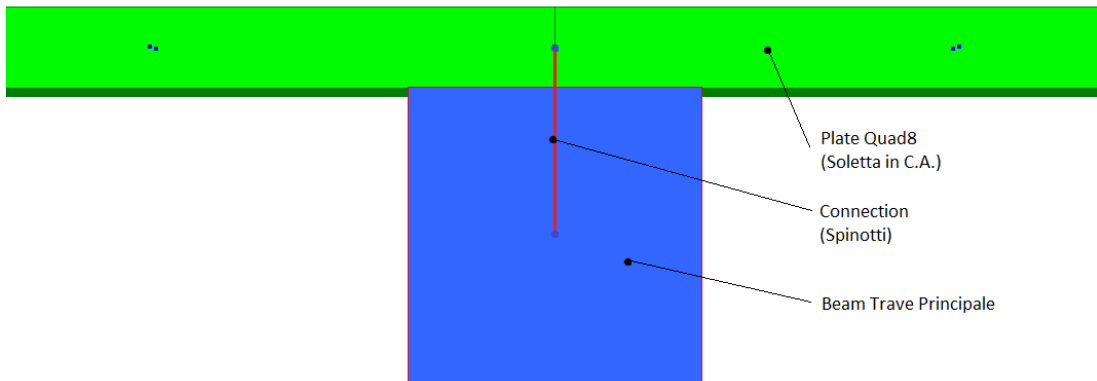
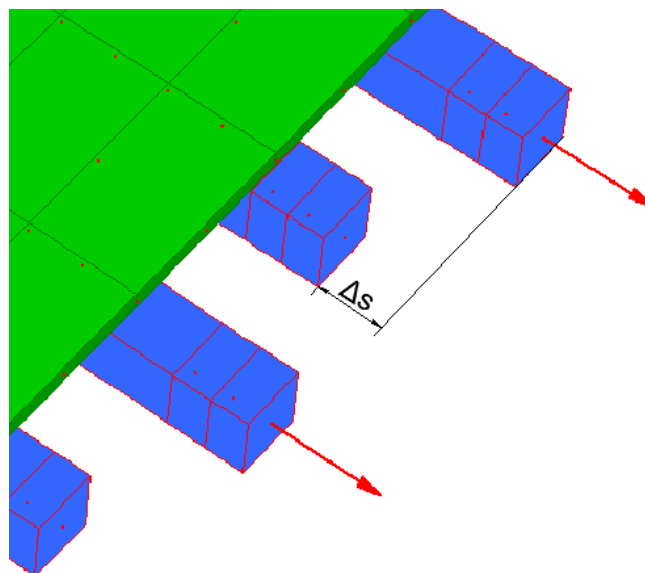


Figura 7.4 – Vista nel dettaglio del modello numerico



**Figura 7.5 – Dettaglio connessione trave-soletta**

Dai modelli numerici si è riscontrato che l'applicazione della forza sismica all'estremità delle travi principali (come da test sperimentale, vedi Capitolo 3.3.), produce una differenza di spostamento  $\Delta s$  molto elevata tra i punti della trave su cui è applicata la forza sismica, e i punti della trave adiacente in cui la forza non è applicata. Questa anomalia suggerisce che il modello numerico presenta dati poco attendibili perché a seconda del punto in cui si registra lo spostamento, si possono ottenere risultati diversi in termini di rigidezza. Nonostante ciò la rigidezza che si ottiene è comunque molto elevata, ciò fa supporre un comportamento rigido del solaio quando questo è investito da una forza di tipo membranale.



**Figura 7.6 – Vista della differenza di spostamento  $\Delta s$  tra le travi**

## 7.2. MODELLO ANALITICO

Si propone ora un modello analitico per il calcolo della rigidezza tagliante dei solai consolidati con soletta in calcestruzzo. Per capire in maniera più approfondita il comportamento di questo tipo di solai, si è cominciato con un'analisi di sensitività esattamente come è stato presentato per i casi precedenti. I dati ricavati sono stati poi utilizzati per dare una formulazione analitica che potesse approssimare al meglio i dati sperimentali ricavati dal test preso in esame.

### 7.2.1. ANALISI DI SENSITIVITA'

Come già esposto al Capitolo 5.2.1. e Capitolo 6.2.1., la rigidezza membranale del solaio dipende dalle rigidezze dei singoli elementi che lo compongono. Sono state eseguite anche per questo caso delle analisi di sensitività in cui le rigidezze dei singoli elementi che compongono il solaio, sono state alternativamente, fatte tendere ad infinito ( $K \rightarrow \infty$ ) e sono stati registrati gli spostamenti ottenuti.

In questo particolare caso di consolidamento, si ipotizza che la deformazione sia concentrata a livello delle connessioni tra legno e calcestruzzo. Queste infatti risultano essere, dall'analisi di sensitività riportata di seguito, l'elemento deformabile del solaio e quindi il fattore che caratterizza la rigidezza  $K$  globale del solaio.

	$F_{\max}$ [KN]	$d_{F\max}$ [mm]	$k$ [KN/mm]	$k$ [N/mm]	$\Delta$
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	216,1	3,18	68,00	<b>68000,45</b>	0,00%
$K_T \rightarrow \infty$	216,1	0,27	801,97	<b>801974,32</b>	1079,37%
$K_{cls} \rightarrow \infty$	216,1	3,01	71,70	<b>71697,79</b>	5,44%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	216,1	2,88	74,92	<b>74921,04</b>	10,18%
MODEL	216,1	3,18	68,00	<b>68000,45</b>	0,00%

Tabella 7.3. – Tabella di sensitività solaio consolidato con soletta in CLS

Dove:

- $K_{\Phi}$  = è la rigidezza rotazionale degli spinotti di collegamento legno-calcestruzzo
- $K_T$  = è la rigidezza traslazionale degli spinotti di collegamento legno-calcestruzzo

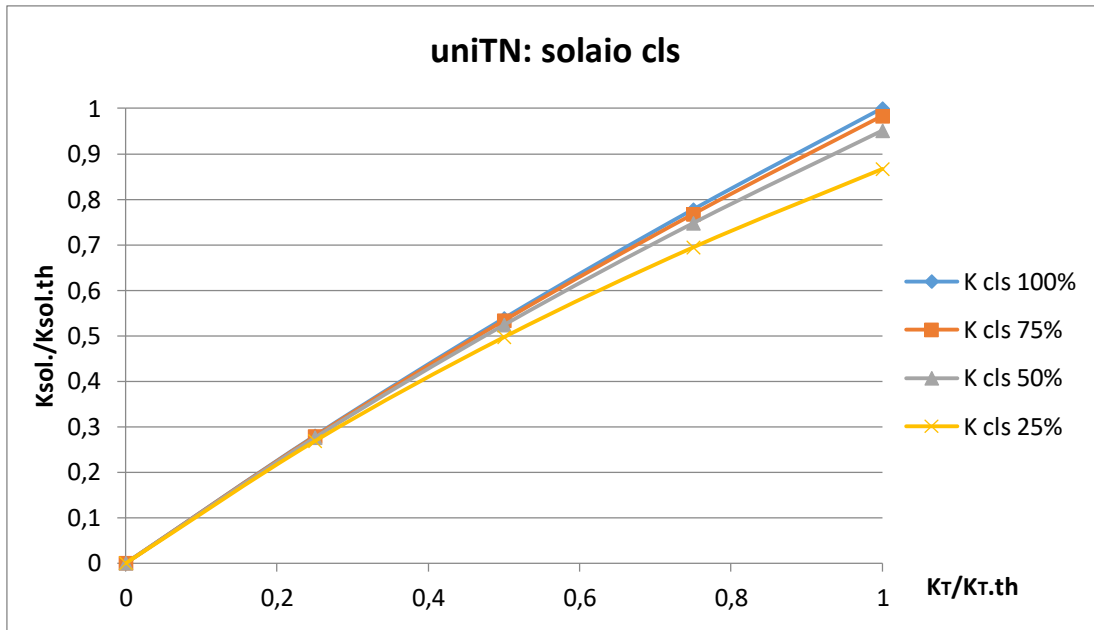


Figura 7.7 – Grafico di sensitività solaio consolidato con soletta in CLS

Dall'analisi di sensitività si può osservare che la rigidezza per questo tipo di solaio dipende dalla rigidezza delle connessioni tra le travi principali e la soletta in C.A. Queste infatti risultano essere l'elemento deformabile del solaio in quanto la soletta in C.A. rappresenta un elemento sostanzialmente indeformabile.

### 7.2.2. FORMULAZIONE ANALITICA

Analiticamente possiamo perciò esprimere la rigidezza  $K$  del solaio come somma in parallelo delle rigidezze traslazionali dei connettori sulle singole travi su cui viene applicata la forza sismica, sommati successivamente in parallelo con le rigidezze dei connettori delle travi di bordo sulle quali sono applicati i vincoli.

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}} \quad (7.1)$$

Dove:

- $K_1$  è la somma in serie delle rigidezze dei connettori sulle travi su cui è applicata la forza sismica
- $K_2$  è la somma in serie delle rigidezze dei connettori sulle travi di bordo su cui insistono i vincoli



### 7.3. RISULTATI NUMERICI E ANALITICI

Si riportano ora i risultati di rigidezza relativi al test sperimentale, al modello numerico e quello analitico, dove  $F$  rappresenta la forza massima registrata,  $d$  è lo spostamento del punto di controllo relativo a ciascun test,  $k$  è la rigidezza valutata come  $k=F/d$ ,  $G_{eq}$  è il modulo di rigidezza equivalente valutato con la Formula (7.3), mentre  $\Delta$  è la differenza percentuale tra i valori del modulo di rigidezza equivalente.

	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	$k$ [N/mm]	$G_{ed}$ [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	378,475	5,21	<b>72690,00</b>	<b>295,30</b>	-
<b>numerical</b>	378,475	5,57	<b>68000,45</b>	<b>276,25</b>	-6,45%
<b>analitical</b>	-	-	<b>73307,71</b>	<b>297,81</b>	0,85%

Tabella 7.4 – Valori di rigidezza solaio cons. CLS

Di seguito vengono presentati i grafici ad istogramma in cui compaiono la rigidezza sperimentale, la rigidezza numerica e quella analitica, inoltre vengono inseriti anche i grafici con le curve F-S.

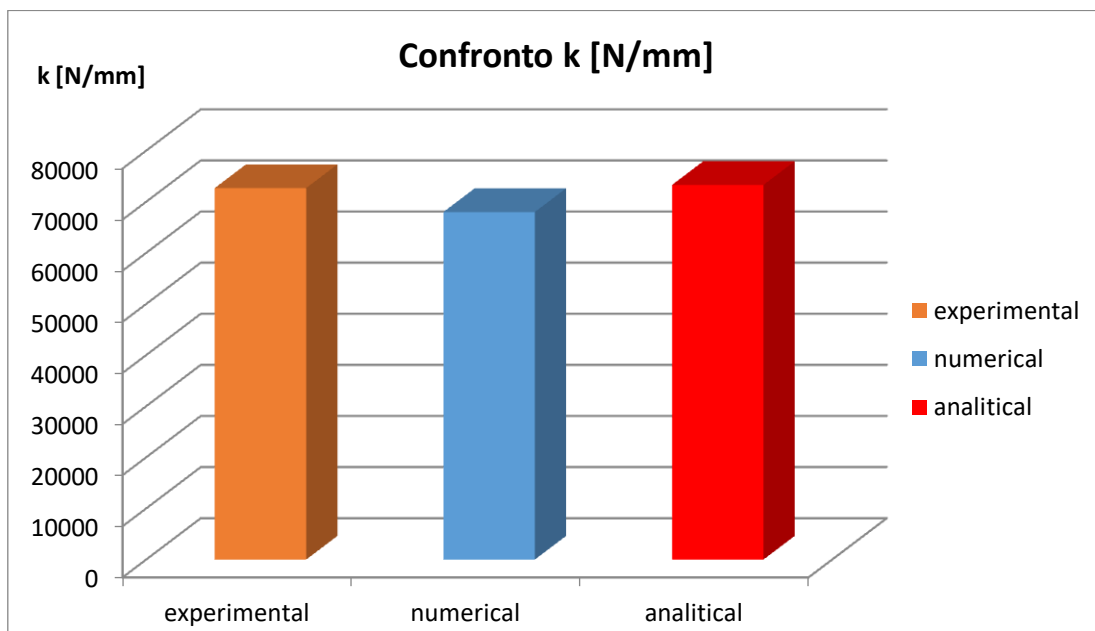


Figura 7.8 – Grafico di confronto delle rigidezze K

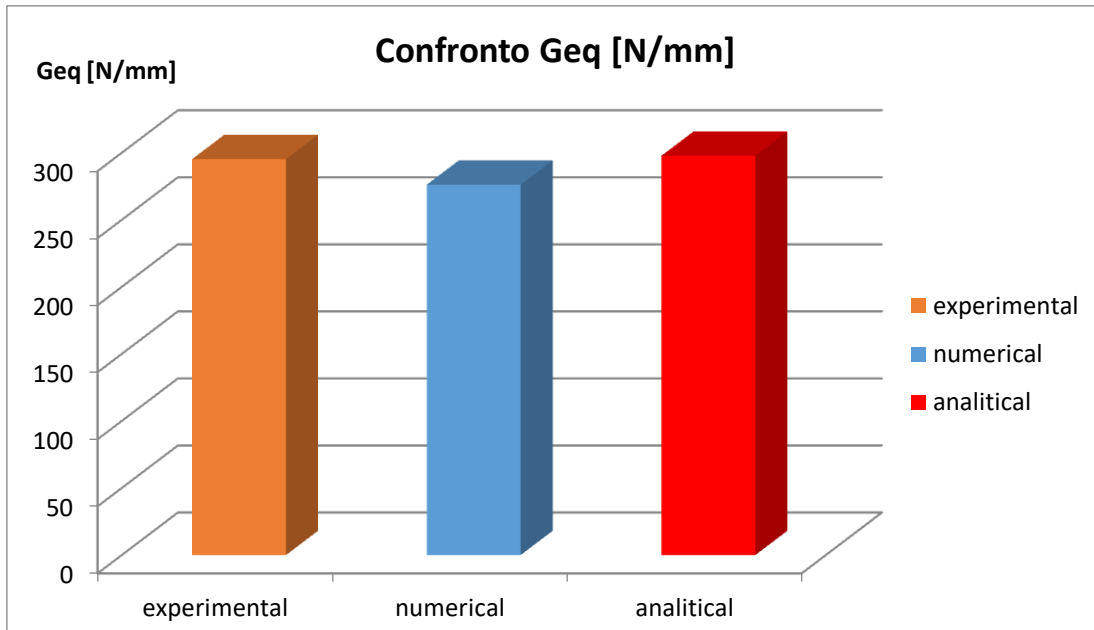


Figura 7.9 – Grafico di confronto del modulo equivalente  $G_{eq}$

Come si può vedere dai grafici sia i dati sperimentali che quelli numerici e analitici approssimano in maniera corretta la rigidezza elastica del solaio. L'errore rispetto alla rigidezza del test sperimentale risulta essere, per quanto riguarda il modello numerico contenuto intorno al 6%, mentre per il modello analitico risulta essere inferiore all'1%.

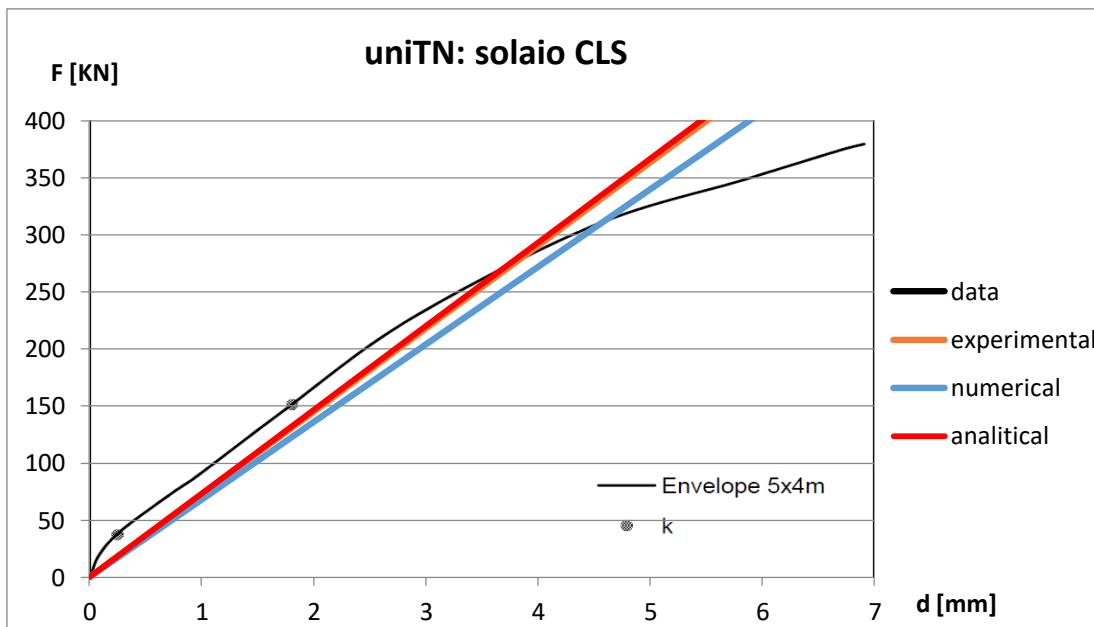


Figura 7.10 – Grafico Forza-Spostamento solaio cons. CLS

Da quanto si nota dai dati e dal grafico sopra riportato si evince che il modello numerico e la formulazione analitica approssimano correttamente la rigidezza del solaio consolidato in calcestruzzo. Gli elevati valori di K ottenuti fanno supporre che il comportamento di questo tipo di solaio sia di tipo rigido.

Si evidenzia però che, nella pratica, una volta eseguito il getto di calcestruzzo questo viene reso solidale con le pareti laterali mediante barre in acciaio piegate e immorsate nella muratura. Ciò implica che le connessioni legno-calcestruzzo non danno alcun contributo in termini di rigidezza nel piano del solaio, in quanto la soletta di calcestruzzo funge già da diaframma e distribuisce le forze membranali generate dal sisma direttamente ai muri perimetrali. I connettori servono in realtà, per creare collaborazione tra legno e calcestruzzo, ai fini aumentare la rigidezza flessionale fuori piano del solaio, creando una sezione di tipo misto legno-calcestruzzo.

Si conclude quindi che la Formula (7.1) può fornire un valore di rigidezza che approssimi correttamente i valori del test sperimentale, ma che questa poi non trova riscontro con la reale rigidezza a taglio del solaio consolidato con soletta in c.a. La rigidezza per questo tipo di consolidamento è da ricercare nella rigidezza a taglio di una membrana in calcestruzzo come da Formula (7.2):

$$K = \frac{G \cdot A}{\chi \cdot h} \quad (7.2)$$

dove:

- G = modulo di taglio del calcestruzzo (MPa)
- A = l'area della soletta in calcestruzzo (pari a spessore x larghezza del solaio)
- $\chi$  = fattore di taglio
- h = lunghezza del solaio



## **8. MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA DI SOLAI CONSOLIDATI CON TAVOLATO A 45°**

Queste tipologie di consolidamento dei solai si eseguono disponendo sopra il tavolato esistente un secondo strato di tavolato disposto a 45° rispetto al primo. La disposizione delle tavole a 45° fa sì che queste siano soggette a sforzi di trazione-compressione quando il solaio viene investito dalla forza sismica, ciò cambia il comportamento complessivo del solaio e provoca un aumento notevole della sua rigidità a taglio.

Nel seguente capitolo si è modellato ciascun solaio consolidato a 45° proveniente dalle due prove sperimentali (Capitolo 3.2. e 3.3.) e si è cercato un confronto tra le soluzioni dei test con quelle ricavate dal modello numerico. Successivamente sono state ricavate delle formule analitiche che potessero simulare efficacemente la rigidità a taglio iniziale dei solai.

### **8.1. MODELLO NUMERICO**

Il modello numerico utilizzato in questo caso è stato realizzato partendo dal modello numerico del solaio con tavolato semplice, sovrapponendo un secondo strato di tavolato disposto a 45° rispetto al primo. Anche in questo caso si tratta di un modello elastico lineare in cui sono state inserite tutte le caratteristiche delle travi principali, dei due strati di tavolato e delle connessioni. Non viene implementato nel modello l'attrito sia tra le tavole dello stesso strato, sia tra tavole dei due strati accoppiati

Si riportano di seguito le caratteristiche principali degli elementi beam dei vari modelli utilizzati suddivisi per trattazione. Si riportano solo le caratteristiche del secondo strato di tavole, mentre per quanto riguarda gli elementi beam che definiscono le travi principali ed il primo strato di tavolato si può fare riferimento ai dati esposti precedentemente in Tabella 5.1. Per i modelli dell'università di Padova si suddivide il tavolato del secondo strato in Caso(A) e Caso(B) in quanto lo spessore delle tavole varia, passando da 2,5 cm a 4 cm.

uniPD							
TAVOLATO 2° STRATO CASO(A)				TAVOLATO 2° STRATO CASO(B)			
densità	$\rho=$	455	Kg/m3	densità	$\rho=$	455	Kg/m3
base	$b=$	15	cm	base	$b=$	15	cm
altezza	$h=$	2,5	cm	altezza	$h=$	40	cm
mod. Young	$E=$	11	GPa	mod. Young	$E=$	11	GPa
mod. a taglio	$G=$	750	Mpa	mod. a taglio	$G=$	750	Mpa
interasse	$i=$	15	cm	interasse	$i=$	15	cm
TAVOLATO 3° STRATO							
densità	$\rho=$	455	Kg/m3				
base	$b=$	15	cm				
altezza	$h=$	2,5	cm				
mod. Young	$E=$	11	GPa				
mod. a taglio	$G=$	750	Mpa				
interasse	$i=$	15	cm				

uniTN			
TAVOLATO 2° STRATO			
densità	$\rho=$	340	Kg/m3
base	$b=$	20	cm
altezza	$h=$	3	cm
mod. Young	$E=$	10	GPa
mod. a taglio	$G=$	700	Mpa
interasse	$i=$	20	cm

**Tabella 8.1 – Riassunto caratteristiche elementi Beam tavole a 45° suddivise per ciascuna trattazione sperimentale**

Come si è esposto precedentemente al Capitolo 6.1 bisogna porre attenzione nella valutazione della rigidezza delle connessioni. Anche in questo caso la rigidezza traslazionale delle connessioni viene valutata secondo la CNR DT/206 2007 esattamente come descritto al Capitolo 5.1. Questa assunzione però si rivela anche in questo caso errata, in quanto le formule si riferiscono a rigidezze di connettori per singolo piano di taglio, ciò porta a non considerare il fatto che il connettore è soggetto a deformazioni maggiori quando i piani di taglio sono più di uno come esposto in Figura 8.1.

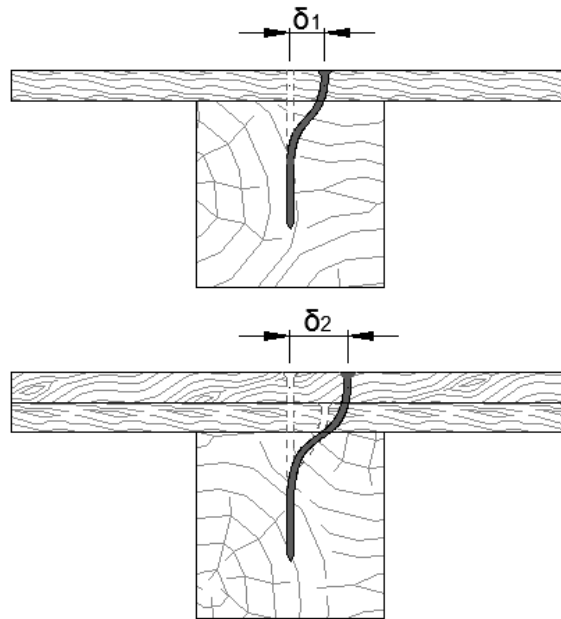


Figura 8.1. – Deformazione connessione doppio piano di taglio

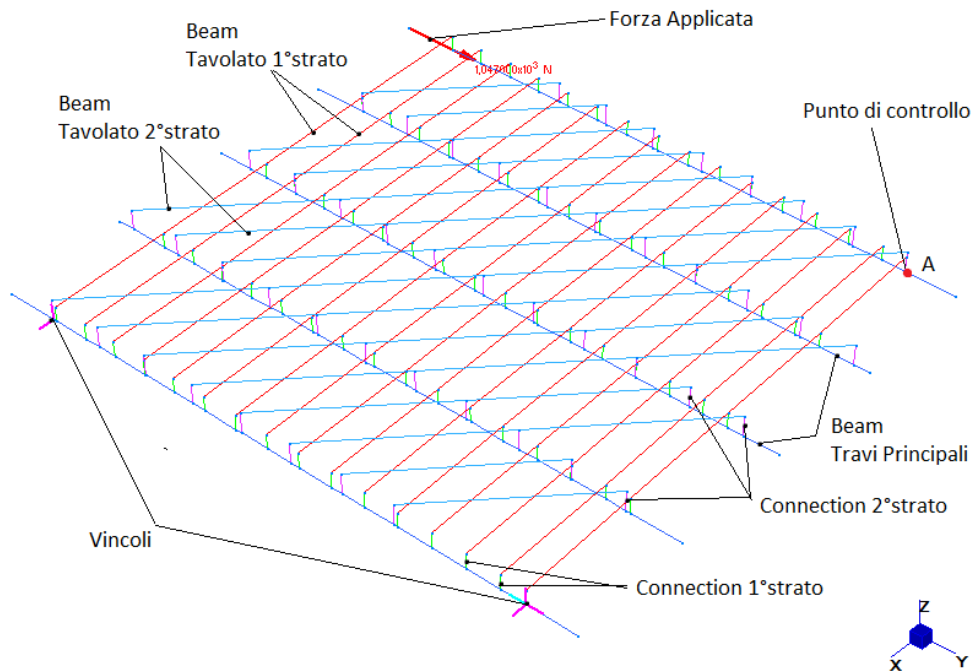
I risultati numerici che si ottengono applicando al solaio delle connessioni calcolate secondo le formule della CNR DT/206 2007, sono quelli di sovrastimare la rigidità del solaio. Per tenere conto del fatto che i connettori del secondo stato risultano essere meno rigidi, sono state ridotte arbitrariamente le rigidità dei connettori. Per ciascuna tipologia di solaio vengono ora esposti i valori di rigidità delle connessioni, con le relative riduzioni.

		Rigidità trasversale (K1)		riduzione	Rigidità trasversale (K1)*	
UNIPD	FMWD(D)	5823,29	N/mm	65%	3785,14	N/mm
	FMWD(E)	5823,29	N/mm	65%	3785,14	N/mm
	FM+45°SP(A)	5823,29	N/mm	75%	4367,47	N/mm
	FM+45°SP(B)	5823,29	N/mm	75%	4367,47	N/mm
	FM±45°DP(A) 2°strato	5823,29	N/mm	75%	4367,47	N/mm
	FM±45°DP(A) 3°strato	5823,29	N/mm	85%	4949,80	N/mm
UNITN	SOLAIO 5x4	3844,25	N/mm	70%	2690,97	N/mm

Tabella 8.2.. – Rigidità connettori secondo tavolato

Anche in questo caso per poter modellare l'interruzione del tavolato (sia per il tavolato del primo strato, che per quello del secondo strato disposto a 45°) sono stati inseriti degli elementi master-slave tra i nodi delle travi principali e i nodi delle connessioni, in questo modo è stato possibile interrompere il tavolato e riprodurre l'effetto della disconnessione, esattamente come già esposto al Capitolo 5.1.

Di seguito riportiamo alcune immagini dei modelli creati per simulare le prove sperimentali. Per semplicità non vengono riportate tutte le prove sperimentali ma solo quelle relative al solaio FM+45°SP(A) e FM±45°DP(A) dell'università di Padova e quelle relative al solaio 5x4m dell'università di Trento. Vengono evidenziati, oltre che gli elementi che compongono il solaio, anche i vincoli applicati per ciascuna tipologia, le forze membranali applicate e i punti di controllo degli spostamenti.



**Figura 8.2 – Vista del modello numerico FM+45°SP(A)**



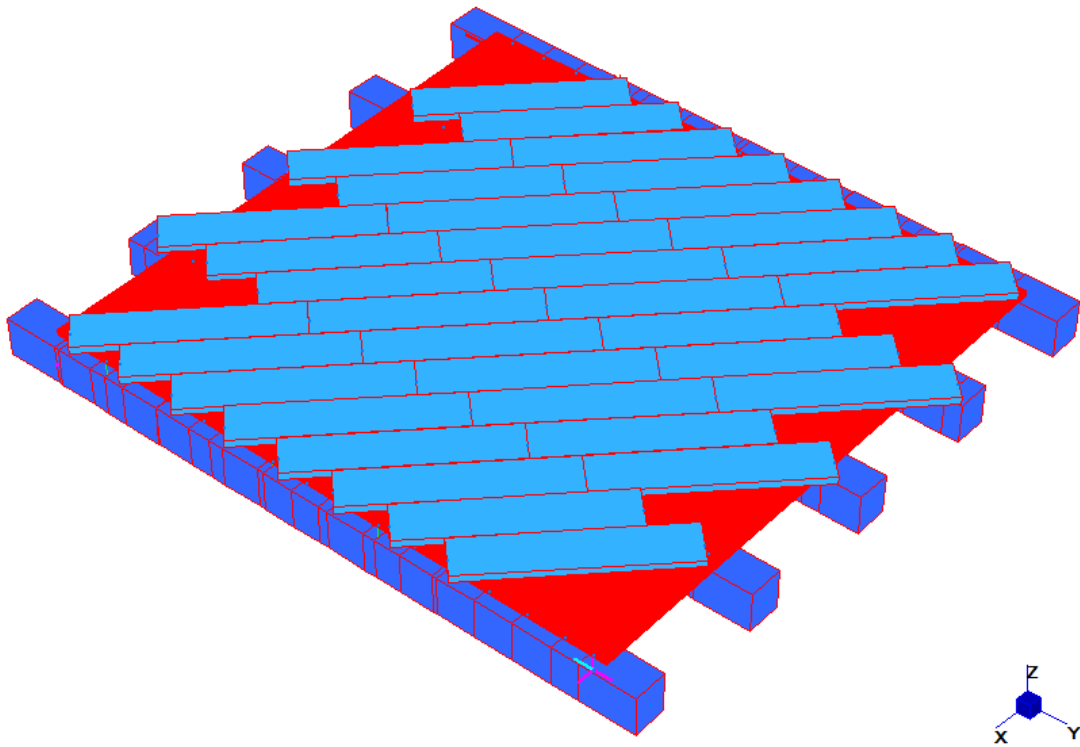


Figura 8.3 – Vista del modello numerico 3D FM+45°SP(A)

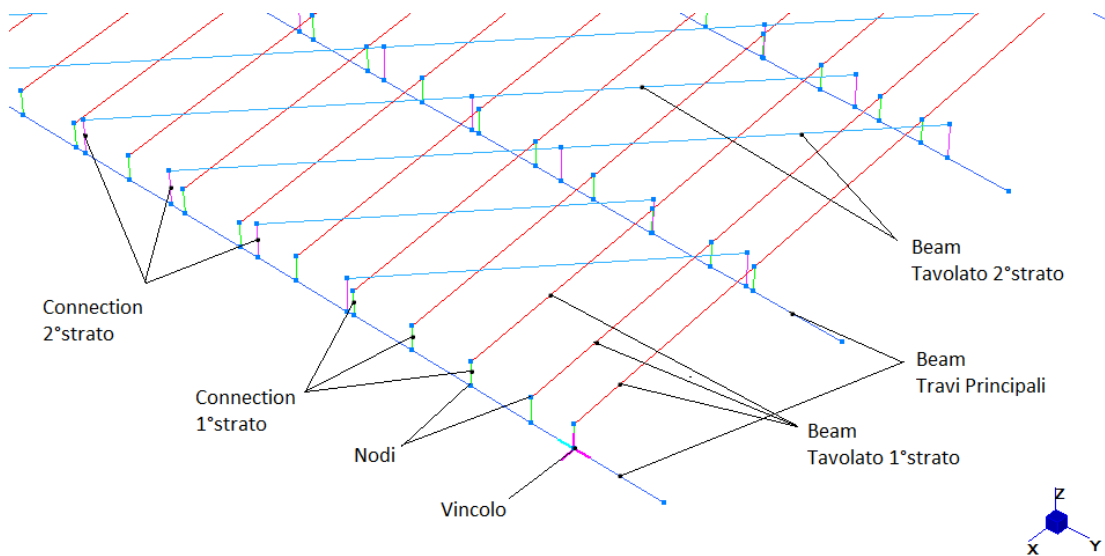


Figura 8.4 – Vista nel dettaglio del modello numerico FM+45°SP(A)

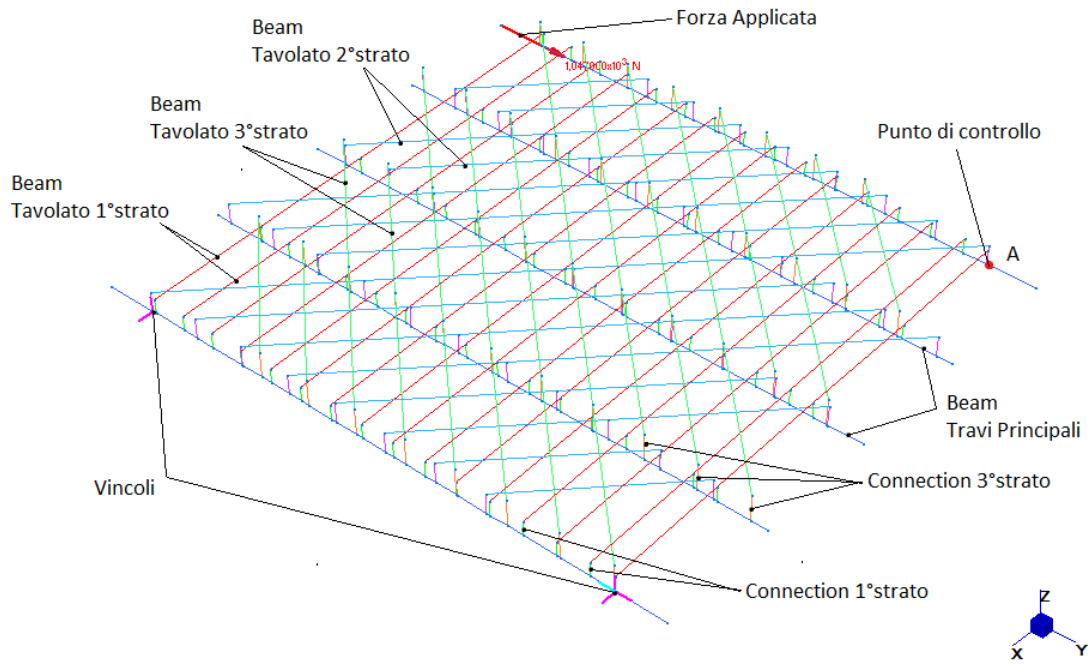


Figura 8.5 – Vista del modello numerico FM+45°SP(A)

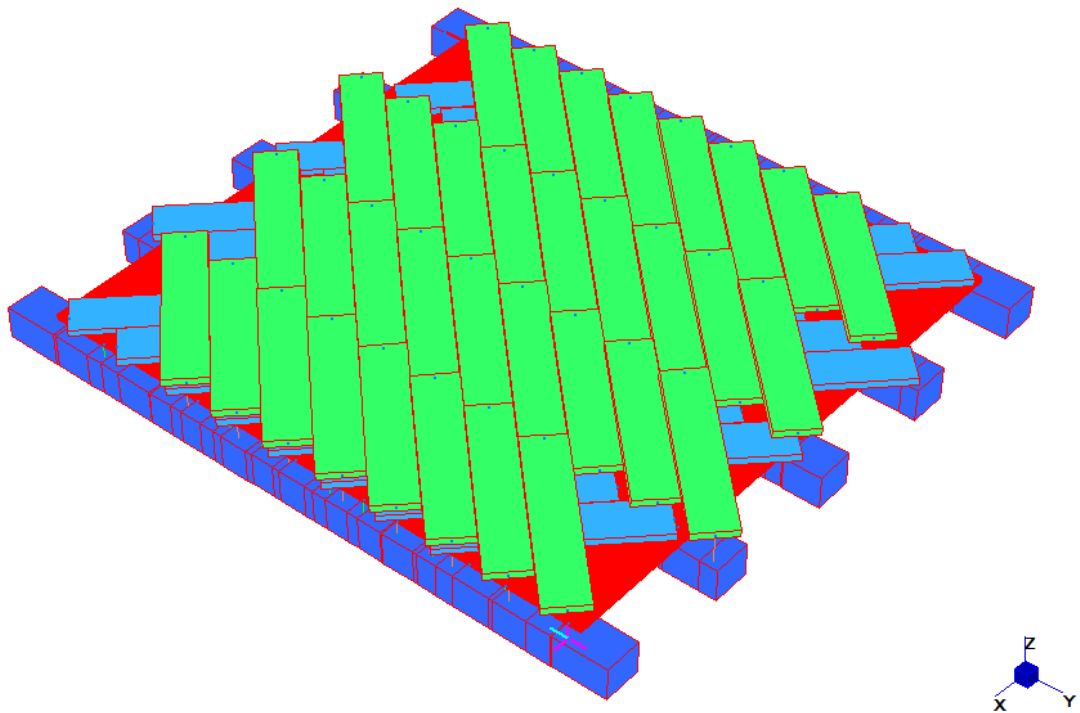


Figura 8.6 – Vista del modello numerico 3D FM+45°SP(A)

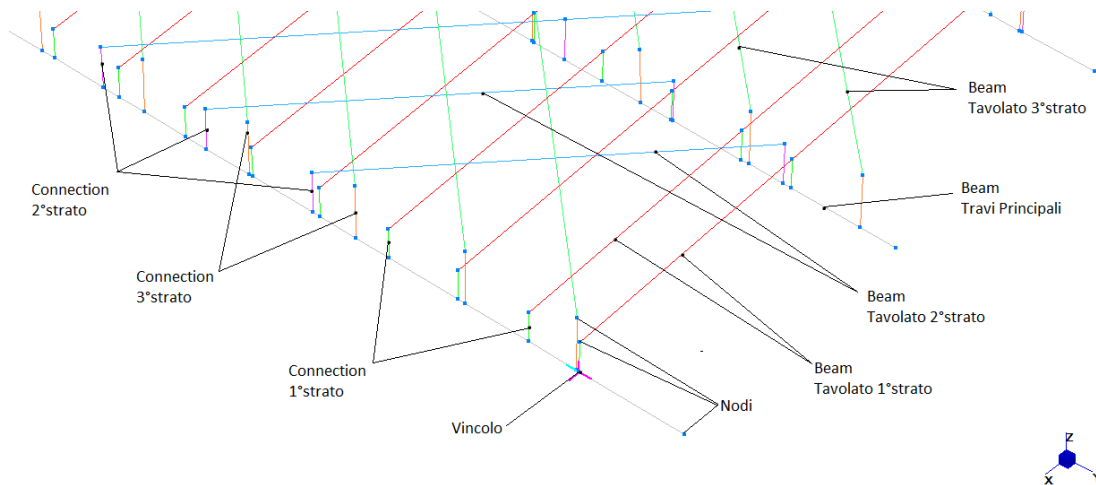


Figura 8.7 – Vista nel dettaglio del modello numerico FM+45°SP(A)

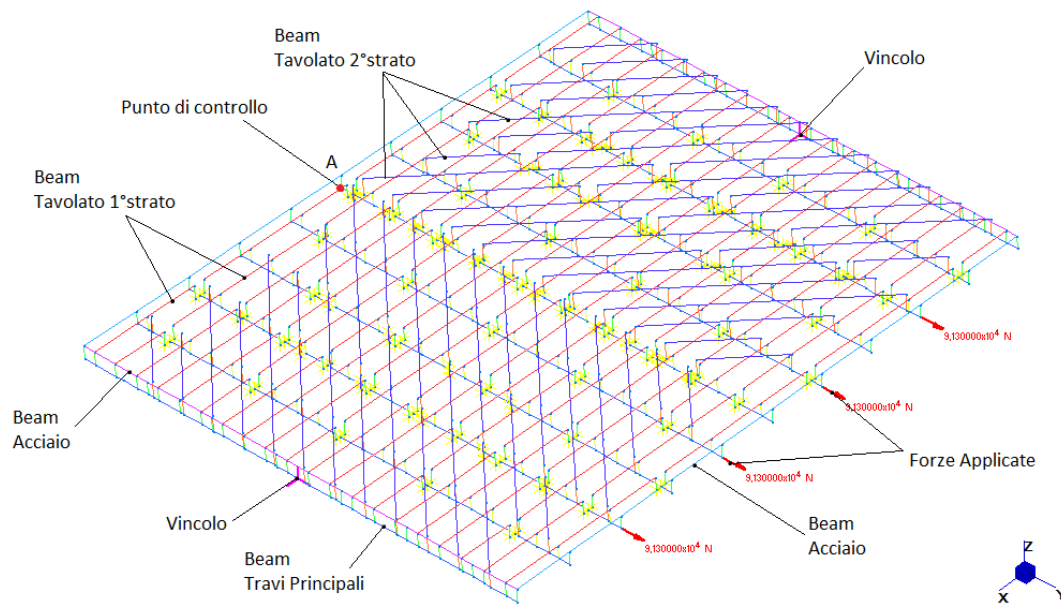


Figura 8.8 – Vista del modello numerico doppio tavolato UniTN

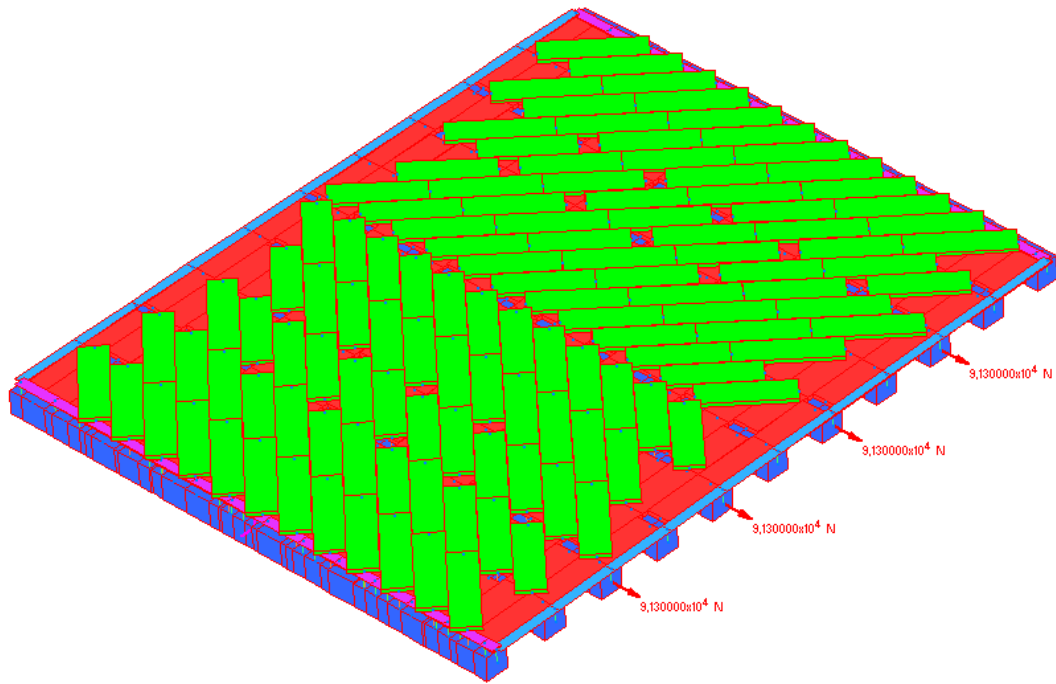


Figura 8.9 – Vista del modello numerico 3D doppio tavolato UniTN

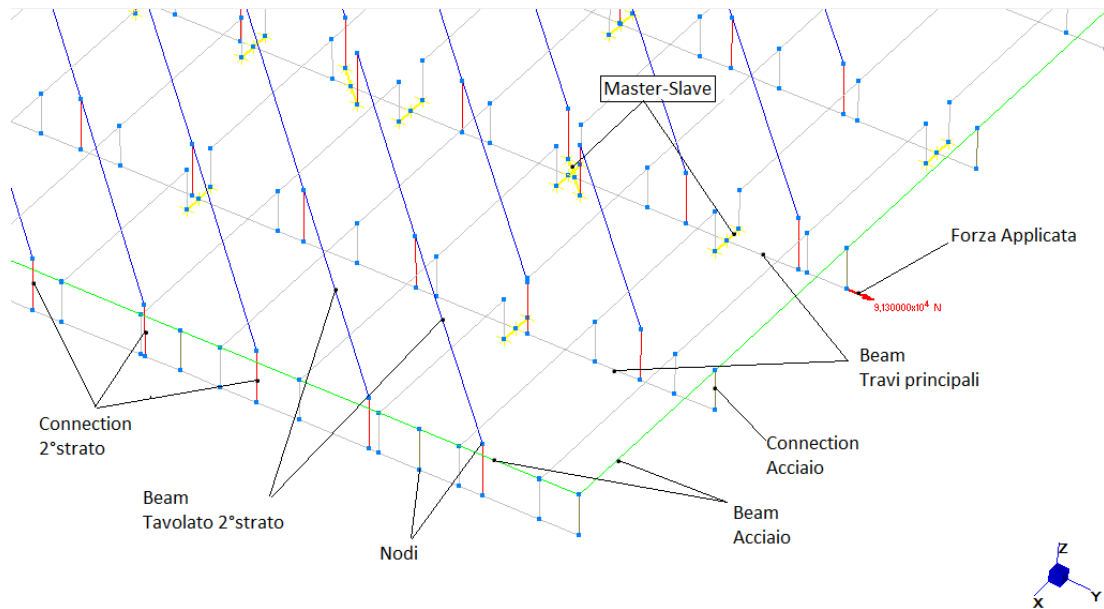
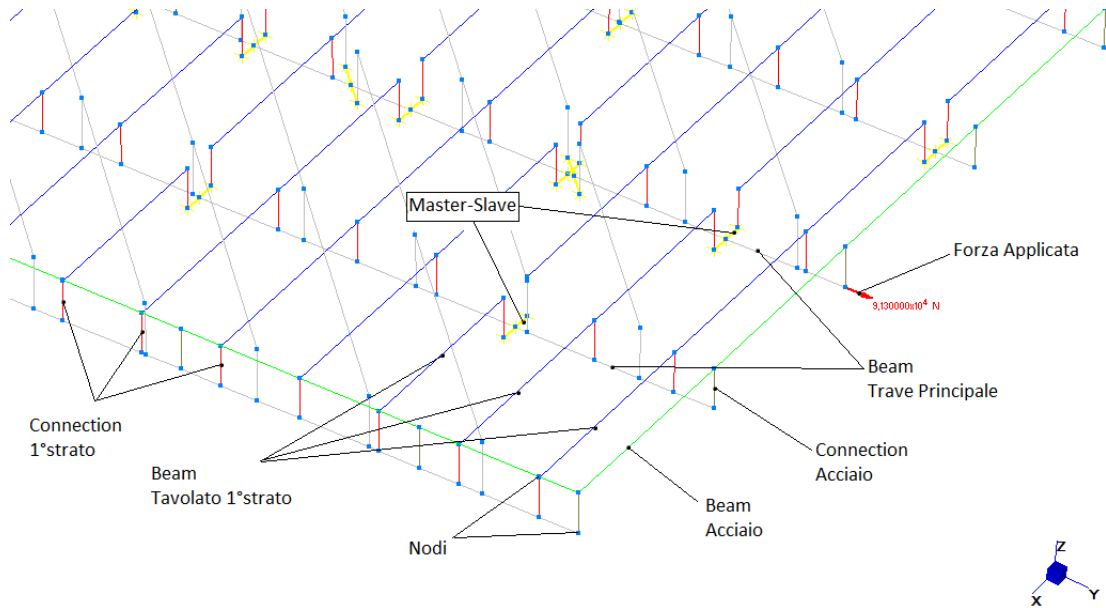


Figura 8.10 – Vista nel dettaglio del modello numerico evidenziando le tavole a 45° UniTN



**Figura 8.11 – Vista nel dettaglio del modello numerico evidenziando il tavolato 1°strato UniTN**

Nei paragrafi successivi, oltre a realizzare i modelli numerici per simulare il comportamento dei test sperimentali, vengono realizzati anche modelli numerici che simulano l'effetto dell'azione membranale diretta perpendicolarmente a quella dei test. In questo modo si vuole studiare l'effetto dell'azione sismica sui solai non solo in direzione parallela alle travi principali ma anche in direzione perpendicolare.

Vengono riportate le immagini relative al modello numerico del solaio FM+45°SP(A) dell'università di Padova

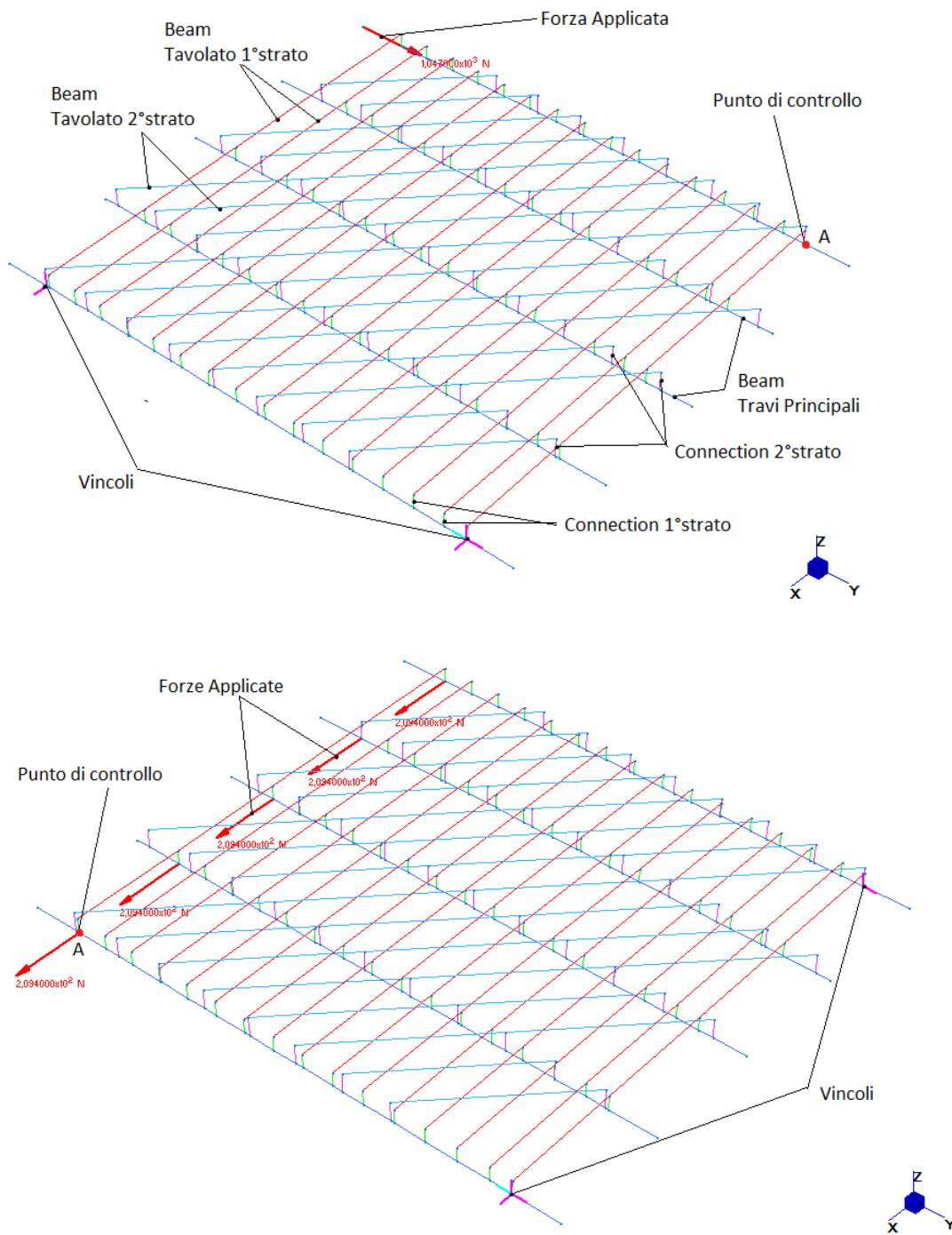


Figura 8.12 – Vista dei modelli numerici con forza agente a 90° UniTN

## 8.2. MODELLO ANALITICO

Si propone ora un modello analitico per il calcolo della rigidezza tagliante dei solai in legno consolidati con tavolato a 45°. Per capire in maniera più approfondita il comportamento di questo tipo di solai, si è cominciato dall'analisi di sensitività come

è stato fatto anche per i solai precedenti. I dati ricavati sono stati poi utilizzati per dare una formulazione analitica che potesse approssimare al meglio i dati sperimentali dei test presi in esame. Successivamente vengono confrontati i valori analitici con quelli numerici e quelli sperimentali per valutarne la correttezza.

### **8.2.1. ANALISI DI SENSITIVITA'**

L'analisi di sensitività è stata eseguita per poter osservare quale fattore influisce maggiormente sulla rigidezza tagliante dei solai consolidati a 45°. Questo tipo di solai infatti dipende da quattro fattori fondamentali:

- la rigidezza delle travi principali  $K_{travi}$
- la rigidezza del tavolato  $K_{tavole}$  (di ciascuno strato)
- la rigidezza traslazionale delle connessioni  $K_T$  (di ciascuno strato)
- la rigidezza rotazionale delle connessioni  $K_\phi$  (di ciascuno strato)

Nei modelli numerici proposti al Capitolo 8.2. le rigidezze sono state alternativamente, fatte tendere ad infinito ( $K \rightarrow \infty$ ) e sono stati registrati gli spostamenti ottenuti. In questo modo al variare dei vari fattori è stato possibile ottenere la corrispondente rigidezza del solaio. Successivamente sono stati prodotti dei grafici di sensitività facendo variare del 25-50-75% la rigidezza delle connessioni (sia rotazionale che traslazionale di ciascuno strato) e la rigidezza del tavolato (di ciascuno strato), in questo modo è possibile verificare come la rigidezza a taglio varia rispetto questi due fattori.

Di seguito vengono riportati i risultati ottenuti per i casi FMWD(E), FM+45°SP(A) e FM±45°SP(A) dell'università di Padova e quelli relativi all'università di Trento, con sollecitazioni disposte in entrambe le direzioni. I risultati vengono riportati di seguito, suddivisi per ciascun test sperimentale, F rappresenta la forza massima registrata, d è lo spostamento del punto di controllo relativo a ciascun test, k è la rigidezza valutata come  $k=F/d$ , mentre  $\Delta\epsilon$  è la differenza percentuale tra i valori di rigidezza.

FMWD(E)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]	k [N/mm]	$\Delta\varepsilon$
CHIODI 1 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,57	1,825	<b>1825,09</b>	197,73%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	1,46	0,716	<b>715,80</b>	16,77%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	1,45	0,720	<b>720,00</b>	17,45%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,27	3,898	<b>3898,42</b>	535,95%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	1,047	1,69	0,621	<b>621,32</b>	1,36%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	1,047	1,61	0,651	<b>650,74</b>	6,15%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	1,65	0,636	<b>635,54</b>	3,67%
MODEL	1,047	1,71	0,613	<b>613,01</b>	0,00%

FMWD(E) 90°	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]	k [N/mm]	$\Delta\varepsilon$
CHIODI 1 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,40	2,608	<b>2608,37</b>	314,88%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	1,58	0,663	<b>662,95</b>	5,45%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	1,37	0,764	<b>764,00</b>	21,52%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,09	11,561	<b>11561,40</b>	1738,90%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	1,047	1,65	0,634	<b>633,56</b>	0,77%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	1,047	1,59	0,658	<b>658,32</b>	4,71%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	1,59	0,658	<b>657,99</b>	4,66%
MODEL	1,047	1,66	0,629	<b>628,71</b>	0,00%

Tabella 8.3.. – Tabella di sensitività solaio FMWD(E)



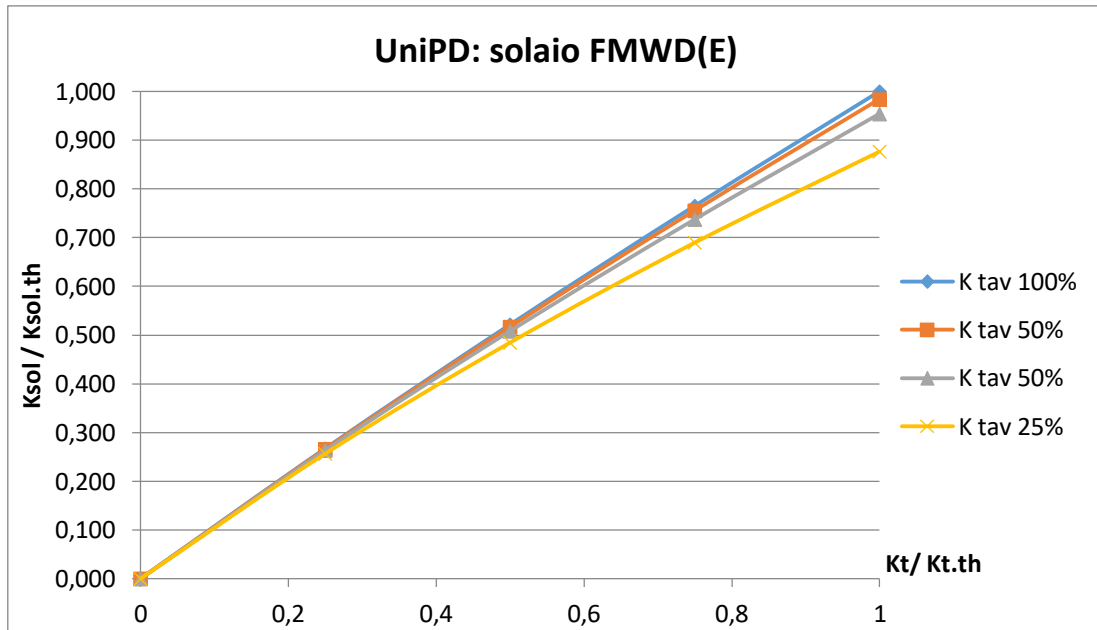


Figura 8.13. – Grafico di sensitività solaio FMWD(E)

FM+45°SP(A)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	$k$ [KN/mm]	$k$ [N/mm]	$\Delta$
CHIODI 1 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,70	1,504	<b>1504,25</b>	25,71%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,51	2,036	<b>2035,62</b>	70,12%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,70	1,505	<b>1505,11</b>	25,78%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,27	3,832	<b>3831,94</b>	220,23%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	1,047	0,85	1,234	<b>1233,65</b>	3,10%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	1,047	0,85	1,237	<b>1237,16</b>	3,39%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	0,85	1,231	<b>1230,64</b>	2,84%
MODEL	1,047	0,87	1,197	<b>1196,61</b>	0,00%

FM+45°SP(A) 90°	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]	k [N/mm]	$\Delta$
CHIODI 1 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,70	1,496	<b>1496,33</b>	24,58%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,53	1,991	<b>1990,61</b>	65,73%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	1,047	0,69	1,524	<b>1524,19</b>	26,90%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,42	2,473	<b>2472,55</b>	105,85%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	1,047	0,85	1,239	<b>1238,55</b>	3,11%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	1,047	0,85	1,228	<b>1228,24</b>	2,26%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	0,73	1,427	<b>1426,59</b>	18,77%
MODEL	1,047	0,87	1,201	<b>1201,14</b>	0,00%

Tabella 8.4. – Tabella di sensitività solaio FM+45 SP(A)

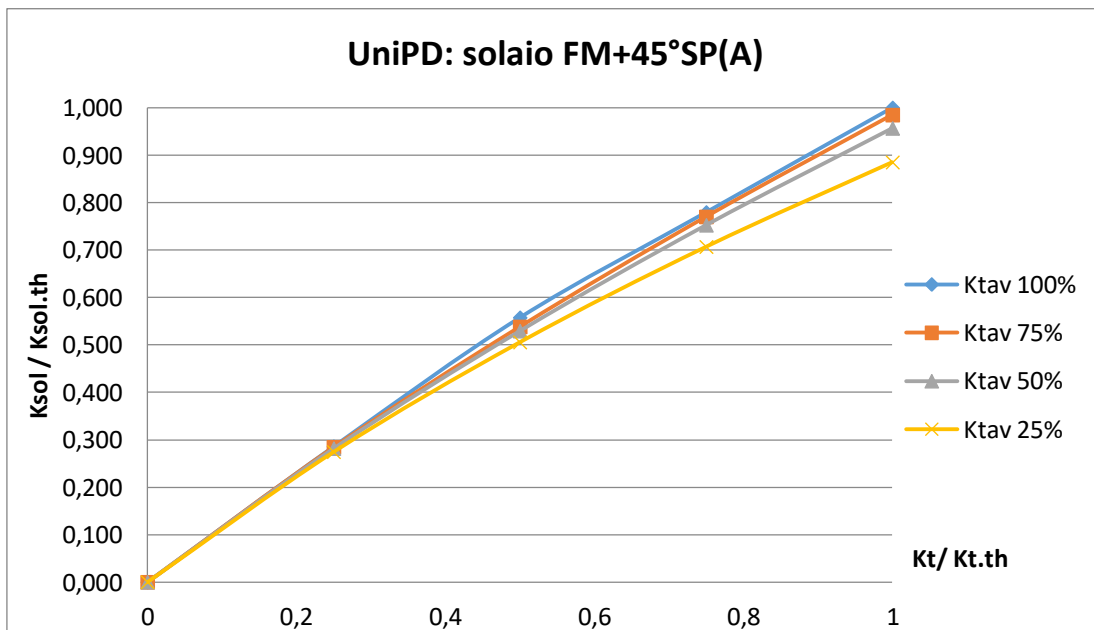


Figura 8.14. – Grafico di sensitività solaio FM+45° SP(A)

FM±45°DP(A)	$F_{\max}$ [KN]	$d_{F\max}$ [mm]	k [KN/mm]	k [N/mm]	$\Delta$
CHIODI 1 strato					
$K_{\Phi \rightarrow \infty}$	1,047	0,43	2,409	<b>2408,72</b>	41,55%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,33	3,173	<b>3172,92</b>	86,46%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi \rightarrow \infty}$	1,047	0,54	1,929	<b>1928,64</b>	13,34%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,23	4,522	<b>4522,48</b>	165,77%
VITI 3 strato					
$K_{\Phi \rightarrow \infty}$	1,047	0,56	1,877	<b>1876,68</b>	10,28%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,21	5,052	<b>5052,36</b>	196,91%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	1,047	0,60	1,757	<b>1757,18</b>	3,26%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	1,047	0,60	1,753	<b>1752,51</b>	2,99%
$K_{tavola3} \rightarrow \infty$	1,047	0,61	1,730	<b>1729,81</b>	1,65%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	0,60	1,736	<b>1736,03</b>	2,02%
MODEL	1,047	0,61	1,702	<b>1701,66</b>	0,00%

FM±45°DP(A) 90°	$F_{\max}$ [KN]	$d_{F\max}$ [mm]	k [KN/mm]	k [N/mm]	$\Delta$
CHIODI 1 strato					
$K_{\Phi \rightarrow \infty}$	1,047	0,44	2,376	<b>2376,41</b>	38,00%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,33	3,126	<b>3126,31</b>	81,55%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi \rightarrow \infty}$	1,047	0,52	2,013	<b>2013,38</b>	16,92%
$K_T \rightarrow \infty$	1,047	0,31	3,384	<b>3384,08</b>	96,52%
VITI 3 strato					
$K_{rot} \rightarrow \infty$	1,047	0,52	1,996	<b>1995,92</b>	15,90%
$K_{tras} \rightarrow \infty$	1,047	0,13	8,130	<b>8129,51</b>	372,09%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	1,047	0,60	1,759	<b>1759,25</b>	2,16%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	1,047	0,60	1,753	<b>1752,71</b>	1,78%
$K_{tavola3} \rightarrow \infty$	1,047	0,60	1,746	<b>1746,40</b>	1,41%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	1,047	0,48	2,191	<b>2191,39</b>	27,26%
MODEL	1,047	0,61	1,722	<b>1722,04</b>	0,00%

Tabella 8.5 – Tabella di sensitività solaio FM±45 DP(A)

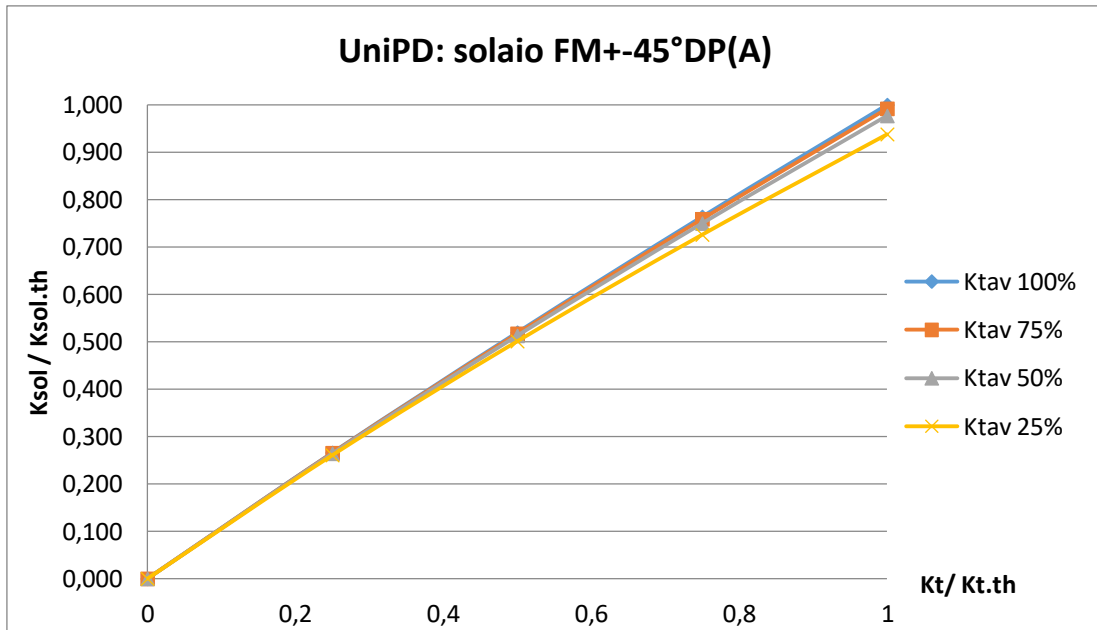


Figura 8.15. – Grafico di sensitività solaio FM±45°DP(A)

MODEL	$F_{\max}$	$d_{F\max}$	k	k	
UNITN	[KN]	[mm]	[KN/mm]	[N/mm]	$\Delta$
CHIODI					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	182,6	51,86	3,521	<b>3521,15</b>	42,27%
$K_T \rightarrow \infty$	182,6	38,82	4,703	<b>4703,23</b>	90,04%
VITI 2 strato					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	182,6	53,03	3,443	<b>3443,06</b>	39,12%
$K_T \rightarrow \infty$	182,6	35,20	5,187	<b>5187,13</b>	109,59%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	182,6	73,44	2,487	<b>2486,51</b>	0,47%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	182,6	71,39	2,558	<b>2557,71</b>	3,35%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	182,6	61,07	2,990	<b>2990,18</b>	20,82%
MODEL	182,6	73,78	2,475	<b>2474,91</b>	0,00%

MODEL	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [KN/mm]	k [N/mm]	$\Delta$
90° UNITN					
CHIODI					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	182,6	49,54	3,686	<b>3686,22</b>	37,59%
$K_T \rightarrow \infty$	182,6	26,31	6,940	<b>6939,94</b>	159,04%
VITI					
$K_{\Phi} \rightarrow \infty$	182,6	54,74	3,335	<b>3335,47</b>	24,50%
$K_T \rightarrow \infty$	182,6	14,83	12,311	<b>12311,05</b>	359,52%
$K_{tavola1} \rightarrow \infty$	182,6	67,96	2,687	<b>2686,88</b>	0,29%
$K_{tavola2} \rightarrow \infty$	182,6	64,93	2,812	<b>2812,09</b>	4,96%
$K_{travi} \rightarrow \infty$	182,6	62,41	2,926	<b>2925,79</b>	9,21%
MODEL	182,6	68,16	2,679	<b>2679,09</b>	0,00%

Tabella 8.6. – Tabella di sensitività solaio 45° UniTN

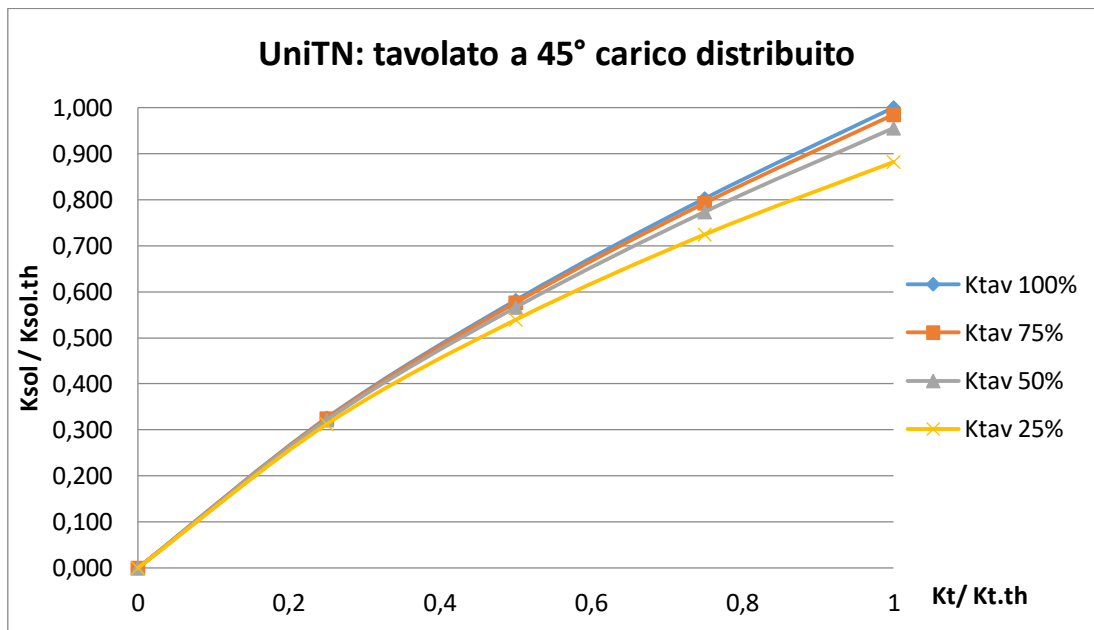


Figura 8.16. – Grafico di sensitività solaio 45° UNITN

Dalle analisi di sensitività si nota che la rigidezza a taglio del solaio dipende in larga parte dalla rigidezza traslazionale delle connessioni. Come si può vedere dai grafici (Figure da 8.13. a 8.16.) la rigidezza del tavolato non influenza molto la rigidezza complessiva del solaio, infatti le varie curve nei grafici di sensitività risultano essere molto ravvicinate tra loro.

Diversamente da quanto accade per i solai con tavolato semplice, la rigidità traslazionale dei connettori risulta avere un ruolo predominante rispetto alla rigidità rotazionale nel caratterizzare la rigidità del solaio.

Possiamo perciò concludere che per i solai consolidati con tavolato a  $45^\circ$ , risulta essere fondamentale la ricerca della corretta rigidità traslazionale delle connessioni in quanto questa può modificare sensibilmente il valore di rigidità del solaio.

### 8.2.2. FORMULAZIONE ANALITICA

In questo capitolo si procede alla definizione di una formula analitica che possa descrivere in maniera corretta la rigidità a taglio del solaio. Le ipotesi alla base di questa formulazione sono che la rigidità complessiva a taglio del solaio sia da imputare unicamente alla rigidità traslazionale dalle connessioni, mentre le altre rigidità vengono trascurate dalla formulazione.

Si propone di studiare il comportamento del solaio consolidato con tavolato a  $45^\circ$  mediante un modello analitico di base come proposto in Figura 8.17, riferendosi quindi ad un meso-modello di larghezza e altezza unitarie.

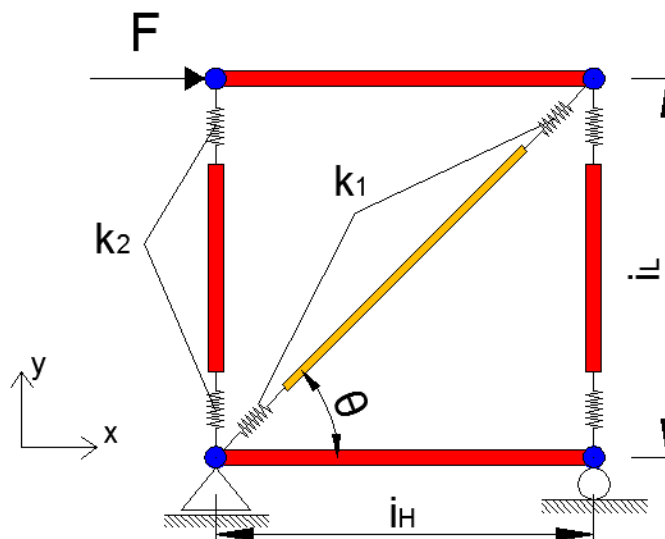


Figura 8.17. – Modello analitico

Esso è composto da un elemento diagonale e due elementi verticali che considereremo deformabili, gli elementi orizzontali invece verranno considerati infinitamente rigidi.

La rigidezza assiale dell'elemento diagonale, è data dalla somma in serie della rigidezza dei connettori di estremità dell'elemento. Allo stesso modo anche la rigidezza assiale degli elementi verticali è data dalla somma in serie della rigidezza dei connettori posti all'estremità di ciascun elemento.

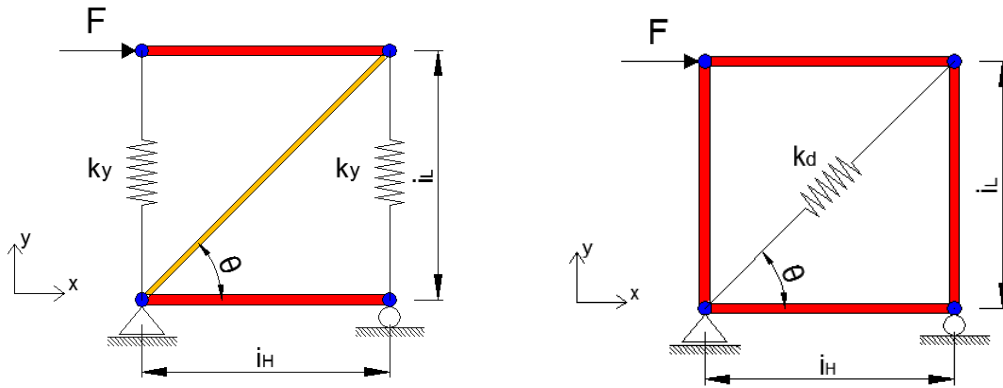


Figura 8.18. – Modello analitico e molle

Quindi  $k_y$  è la somma in serie delle rigidezze dei connettori posti all'estremità dell'elemento verticale.

$$k_y = k_2/2$$

Mentre  $k_d$  è somma in serie delle rigidezze dei connettori posti all'estremità dell'elemento diagonale.

$$k_d = k_1/2$$

con:

$k_2$ = rigidezza traslazionale connettori 1°strato di tavolato

$k_1$ = rigidezza traslazionale connettori 2° strato di tavolato

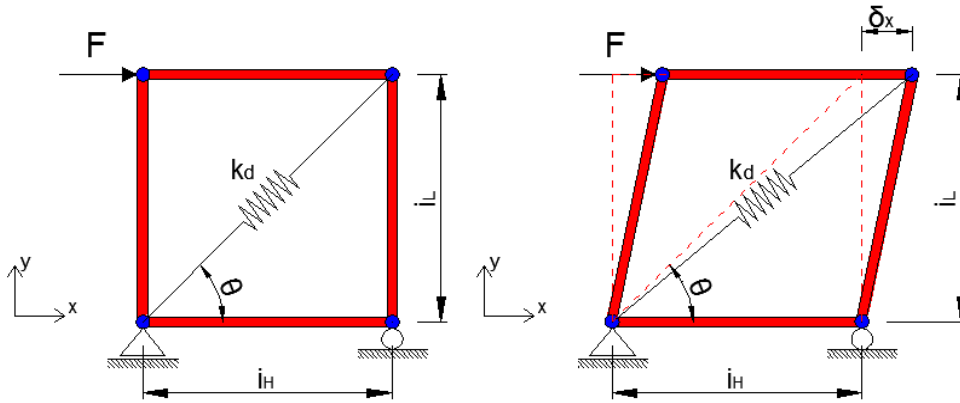
Il calcolo della rigidezza dell'elemento soggetto a una forza F di tipo tagliante, sarà quindi pari alla somma in serie di due contributi, quello fornito dall'elemento diagonale e quello fornito dagli elementi verticali.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_{x1}} + \frac{1}{k_{x2}}} \quad (8.1)$$

$k_{x1}$  = rigidezza lungo x dell'elemento diagonale

$k_{x2}$  = rigidezza lungo x degli elementi verticali

Per il calcolo della rigidezza offerta dall'elemento diagonale si può osservare la Figura 8.19 seguente:



**.Figura 8.19. –Deformazione elemento diagonale**

Lo spostamento lungo x dell'elemento, si traduce in un corrispondente allungamento o accorciamento della molla diagonale tramite la relazione:

$$\Delta l = \delta_x \cdot \cos \theta \quad (8.2)$$

dove:

$\Delta l$  = è l'allungamento o accorciamento della molla diagonale;

$\delta_x$  = è lo spostamento lungo x dell'elemento;

$\theta$  = è l'angolo di inclinazione della molla diagonale, pari a 45°;

Per quanto riguarda la forza orizzontale  $F$  possiamo dire:

$$F_d = \frac{F}{\cos \theta} \quad (8.3)$$

dove:

$F_d$  = è la forza assiale agente sull'elemento diagonale

$F$  = è la forza orizzontale agente



Per cui la rigidezza del diagonale  $k_d$  può essere calcolata mediante la formula:

$$k_d = \frac{F_d}{\Delta l} = \frac{F}{\delta_x \cdot \cos\theta^2} = \frac{k_{x1}}{\cos\theta^2} \quad (8.4)$$

quindi

$$k_{x1} = k_d \cdot \cos\theta^2 \quad (8.5)$$

dove:

$k_d$  = è la rigidezza assiale dell'elemento diagonale

Per quanto riguarda gli elementi verticali possiamo osservando la Figura 8.20 e 8.21 definire che:

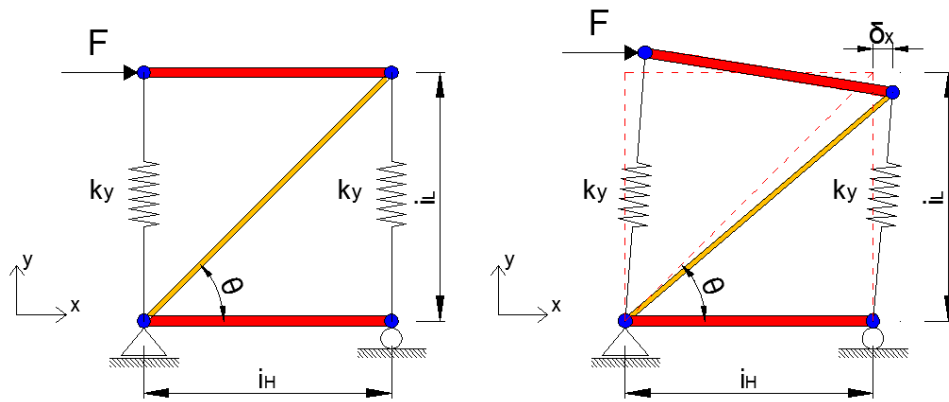


Figura 8.20. –Deformazione elementi verticali

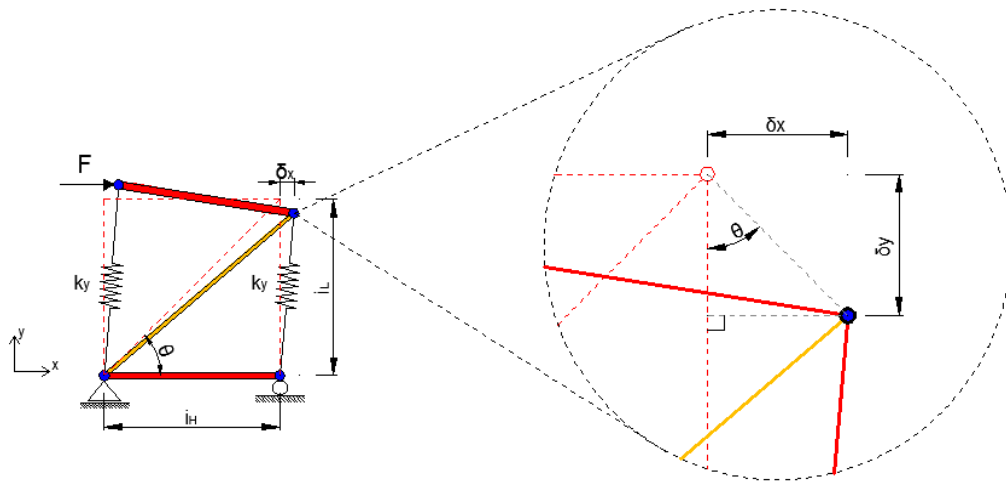


Figura 8.21. –Dettaglio deformazione elem. verticali

$$\begin{cases} F_x = F_y \\ \delta_x = \delta_y \cdot \tan\theta \end{cases}$$

In questo modo quindi  $k_{x2}$  risulta essere:

$$k_{x2} = \frac{F}{\delta_x} = \frac{F_y}{\delta_y \cdot \tan\theta} = \frac{k_y}{\tan\theta} \quad (8.6)$$

dove:

$F_y$  = è la forza assiale sull'elemento verticale

$\delta_y$  = è lo spostamento verticale

$k_y$  = rigidezza lungo y dell'elemento verticale

Perciò la rigidezza complessiva dell'elemento unitario sarà:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_{x1}} + \frac{1}{k_{x2}}} = \frac{1}{k_d \cdot \cos^2\theta + \frac{k_y}{\tan\theta}} \quad (8.7)$$

Consideriamo ora il caso di un meso-modello di maglia quadrata, di altezza pari a L e larghezza pari ad H presentato in Figura 8.22:

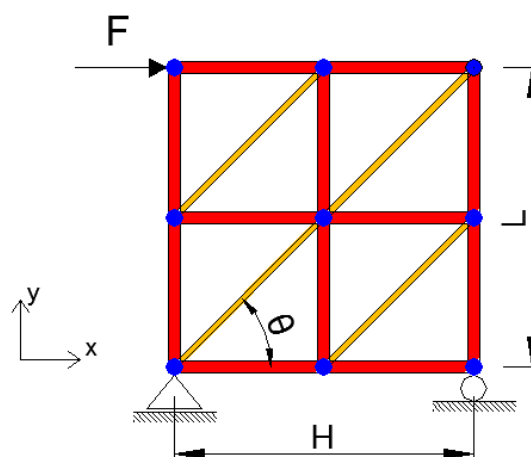


Figura 8.22. – Modello analitico maglia quadrata

Anche per questo caso assumiamo come ipotesi che gli unici elementi deformabili siano gli elementi diagonali e quelli verticali come presentato in Figura 8.23:

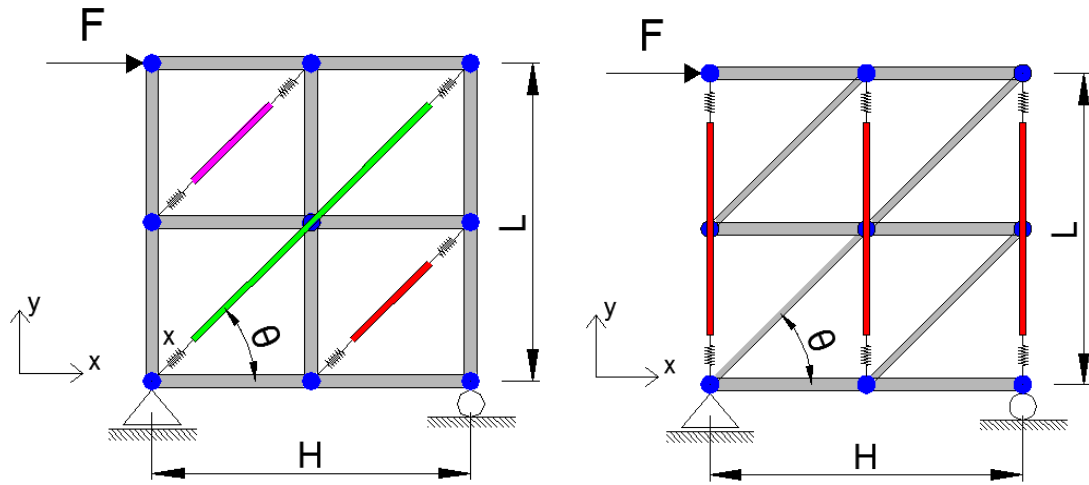
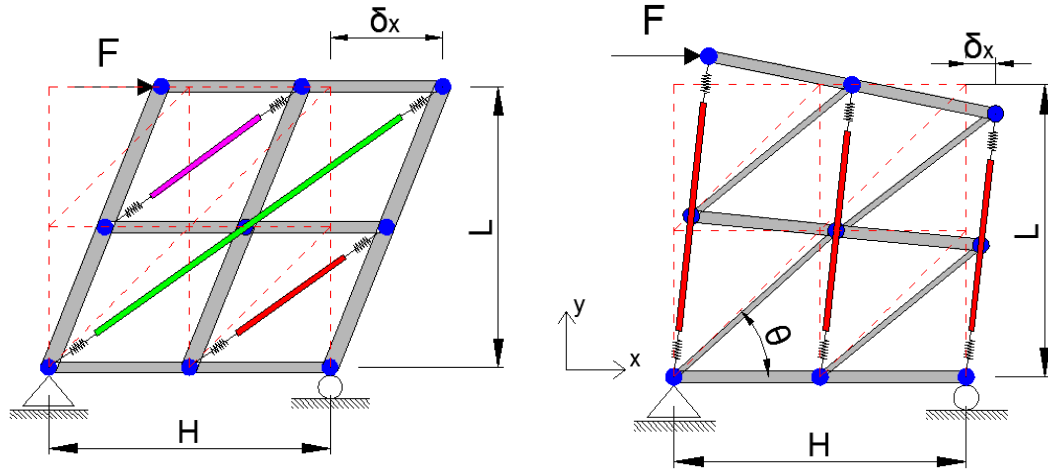


Figura 8.23. –Suddivisione dei contributi di deformazione per il modello analitico a maglia quadrata

Come già visto per il caso dell'elemento con altezza e larghezza unitarie, anche in questo caso consideriamo che la rigidezza assiale degli elementi diagonali, sia data dalla somma in serie della rigidezza dei connettori di estremità. Vengono quindi trascurati i contributi legati ai connettori intermedi (esempio nel diagonale in verde di Figura 8.23 il connettore intermedio non viene considerato).

Anche per gli elementi verticali (in Figura 8.23 in rosso) consideriamo che la rigidezza assiale degli elementi sia pari alla somma in serie della rigidezza dei connettori posti all'estremità di ciascun elemento, vengono quindi trascurati i connettori intermedi.

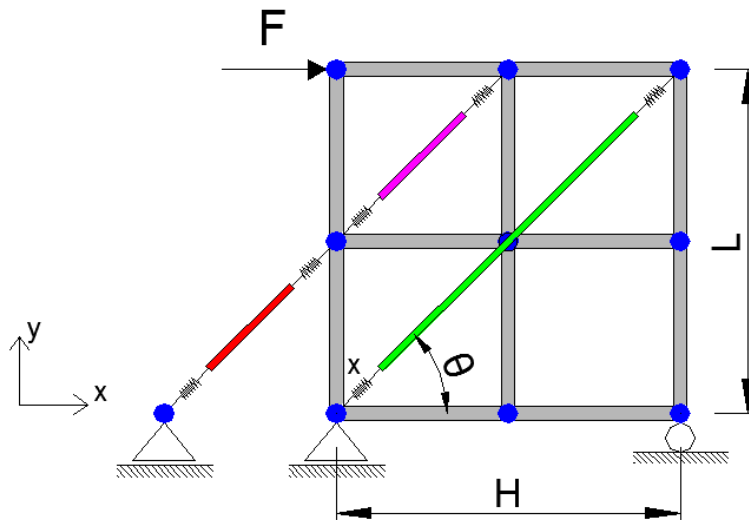
Possiamo quindi, andare a studiare la deformazione dell'elemento in Figura 8.22 come somma in parallelo di due contributi, quello dovuto alla deformazione degli elementi diagonali e quello dovuto alla deformazione degli elementi verticali come in Figura 8.24:



8.24. –Deformate degli elementi verticali e diagonali

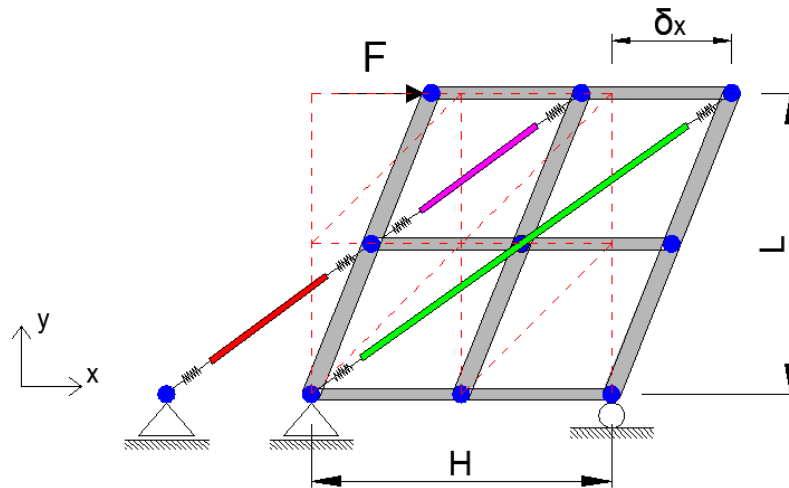
Considerando gli elementi diagonali possiamo osservare dalla Figura 8.24 che il diagonale verde si estende per tutta la larghezza del solaio, mentre i diagonali rosso e viola risultano essere solamente parziali. Questo fatto pone un primo problema su come andare a sommare i contributi di deformazione relativi a ciascun diagonale.

Per fare ciò si è deciso di traslare il diagonale rosso e di creare quindi un modello equivalente come in Figura 8.25:



8.25. –Modello equivalente di deformazione degli elementi diagonali

Utilizzando quindi la (8.5) possiamo ricavare la rigidezza lungo la direzione x di ciascun elemento diagonale (avendo l'attenzione di sommare in parallelo le rigidezze dei diagonali rosso e viola). Dato che il sistema è formato da due diagonali in parallelo possiamo ricavare la rigidezza totale lungo la direzione x come:



8.26. –Deformata del modello equivalente

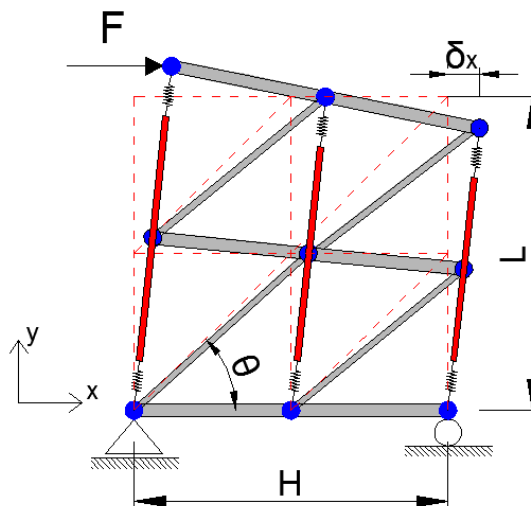
$$K_{x1} = k_{x,VERDE} + k_{x,ROSSO.VIOLA} \quad (8.8)$$

dove:

$K_{x1}$  = è la rigidezza del sistema di diagonali lungo x

$k_{x,VERDE}$  = è la rigidezza del diagonale verde lungo x calcolata con (8.5)

$k_{x,ROSSO.VIOLA}$  = è la rigidezza del diagonale rosso e viola lungo x calcolata con (8.5)



8.27. –Deformata degli elementi verticali

Osservando la Figura 8.27 per calcolare la rigidezza degli elementi verticali possiamo utilizzare la Formula (8.6). Quindi la rigidezza totale lungo x fornita dagli elementi verticali è pari a:

$$K_{x2} = 2 \cdot k_{x,2} \quad (8.9)$$

dove:

$K_{x2}$  = la rigidezza del sistema di elementi verticali lungo x

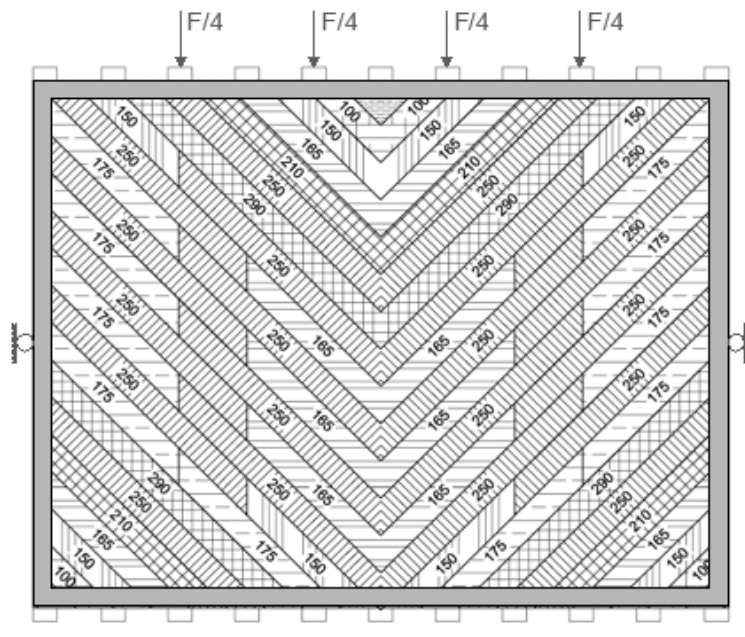
$k_{x,2}$  = rigidezza lungo x dei singoli elementi verticali

Perciò applicando la Formula (8.7) al caso di modello di maglia quadrata con altezza L e larghezza H possiamo definire che la rigidezza globale del sistema  $K_{TOT}$  sia pari a:

$$K_{TOT} = \frac{1}{\frac{1}{K_{x1}} + \frac{1}{K_{x2}}} \quad (8.10)$$

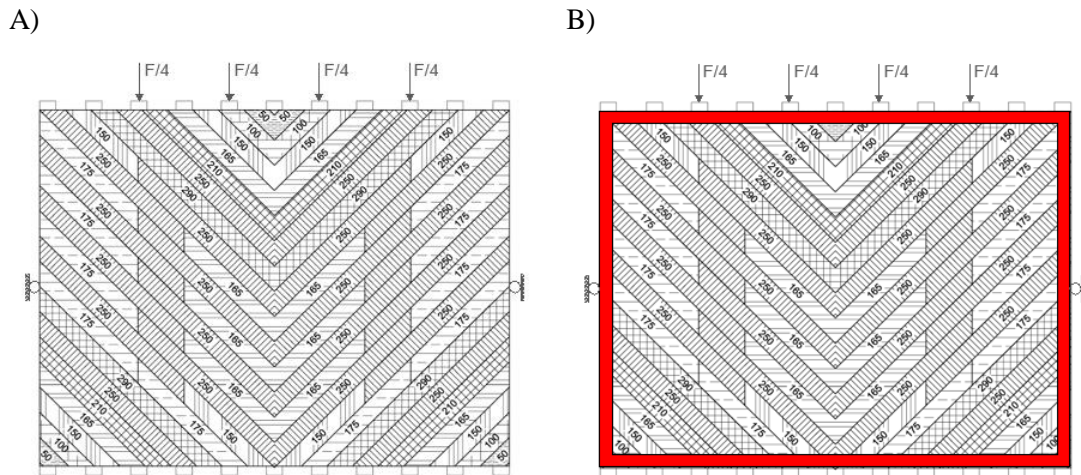
Applicando la Formula (8.10), caso per caso, è possibile ricavare il valore di rigidezza a taglio  $K_{TOT}$  di qualsiasi tipologia di solaio consolidato con tavolato a 45°.

Il caso proposto dall'università di Trento da parte degli autori Piazza et al. [7] presenta un'ulteriore problematica, in quanto è stata introdotta lungo il perimetro una striscia di acciaio.



8.28. – Solaio consolidato a 45° UniTN

Questo elemento aumenta la rigidità del solaio ed è stato implementato nella Formula analitica (8.10) considerando che la rigidità globale del solaio fosse la somma di due contributi. Il primo dato dalla rigidità delle tavole a 45° e del tavolato sottostante calcolato con la Formula (8.10) (casoA di Figura 8.29), il secondo invece considerando il perimetro d'acciaio come infinitamente rigido e la deformazione del solo tavolato disposto a 45° (casoB di Figura 8.29).



8.29. – Contributi di deformazione A) e B)

La Formula (8.10) diviene quindi

$$K_{TOT} = \frac{1}{\frac{1}{K_{x1}} + \frac{1}{K_{x2}}} + \frac{1}{K_{x1}} \quad (8.11)$$

dove:

$K_{x1}$  = è la rigidità del sistema di diagonali lungo x

$K_{x2}$  = la rigidità del sistema di elementi verticali lungo x

Ottenute quindi le formule (8.10) e (8.11) per poter ricavare i valori del modulo di rigidità a taglio equivalente  $G_{eq}$ , basta applicare le Formule (3.1) e (3.2) precedentemente espone al Capitolo 3.

### 8.3. RISULTATI NUMERICI E ANALITICI

La (8.10) e (8.11) vengono ora applicate a ciascuna trattazione sperimentale e di seguito vengono presentati i grafici ad istogramma in cui compaiono la rigidezza sperimentale, la rigidezza numerica e quella analitica. Inoltre vengono inseriti anche i grafici con le curve F-S per i solai FM+45°SP(A) e FM±45°SP(A) dell'università di Padova e quello del solaio consolidato con tavolato a 45° dell'università di Trento, con le rette che approssimano il comportamento elastico lineare dei solai.

Per quanto riguarda l'università di Padova si ottengono i valori seguenti:

FMWD(D)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	Geq [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	2,913	10,79	<b>270,00</b>	<b>6,00</b>	-
<b>numerical</b>	2,913	12,81	<b>227,32</b>	<b>5,05</b>	-15,81%
<b>numerical 90°</b>	2,913	12,47	<b>233,53</b>	<b>5,19</b>	-13,51%
<b>analitical</b>	-	-	<b>194,56</b>	<b>4,32</b>	-27,94%

FMWD(E)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	Geq [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	7,406	9,30	<b>796,00</b>	<b>11,37</b>	-
<b>numerical</b>	7,406	12,08	<b>613,01</b>	<b>8,76</b>	-22,99%
<b>numerical 90°</b>	7,406	11,78	<b>628,71</b>	<b>8,98</b>	-21,02%
<b>analitical</b>	-	-	<b>492,83</b>	<b>7,04</b>	-38,09%

FM+45°SP(A)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	Geq [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	12,61	10,72	<b>1176,00</b>	<b>26,13</b>	-
<b>numerical</b>	12,61	10,54	<b>1196,61</b>	<b>26,59</b>	1,75%
<b>numerical 90°</b>	12,61	10,50	<b>1201,14</b>	<b>26,69</b>	2,14%
<b>analitical</b>	-	-	<b>1326,41</b>	<b>29,48</b>	12,79%

FM+45°SP(B)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	Geq [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	14,031	11,25	<b>1247,00</b>	<b>20,78</b>	-
<b>numerical</b>	14,031	11,61	<b>1208,35</b>	<b>20,14</b>	-3,10%
<b>numerical 90°</b>	14,031	11,59	<b>1210,77</b>	<b>20,18</b>	-2,91%
<b>analitical</b>	-	-	<b>1326,41</b>	<b>22,11</b>	6,37%



FM±45°DP(A)	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	Geq [Mpa]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	16,589	9,65	<b>1719,00</b>	<b>24,56</b>	-
<b>numerical</b>	16,589	9,75	<b>1701,66</b>	<b>24,31</b>	-1,01%
<b>numerical 90°</b>	16,589	9,63	<b>1722,04</b>	<b>24,60</b>	0,18%
<b>analitical</b>	-	-	<b>1904,95</b>	<b>27,21</b>	10,82%

Tabella 5.6. – Valori di rigidezza solai 45° UniPD

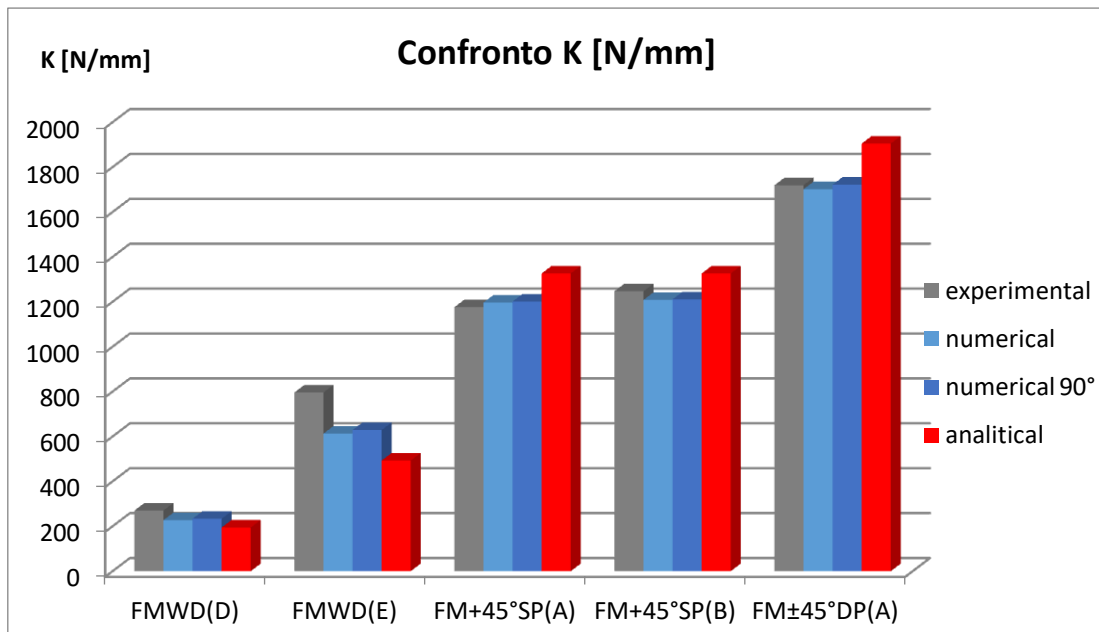


Figura 5.15. – Grafico di confronto delle rigidezze K

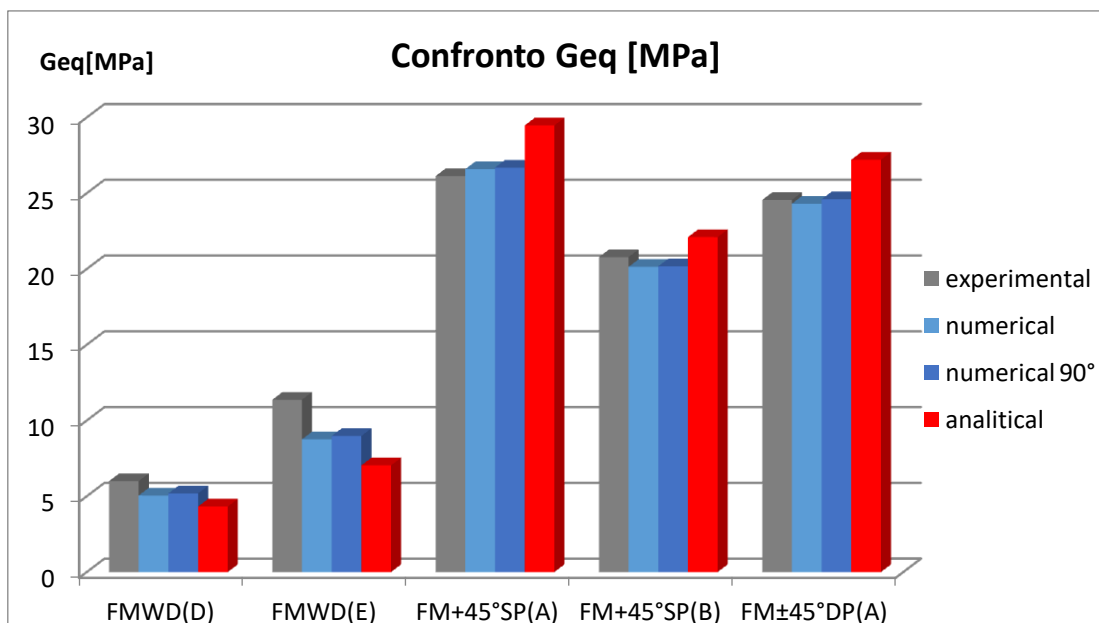


Figura 5.16 – Grafico di confronto del modulo equivalente Geq

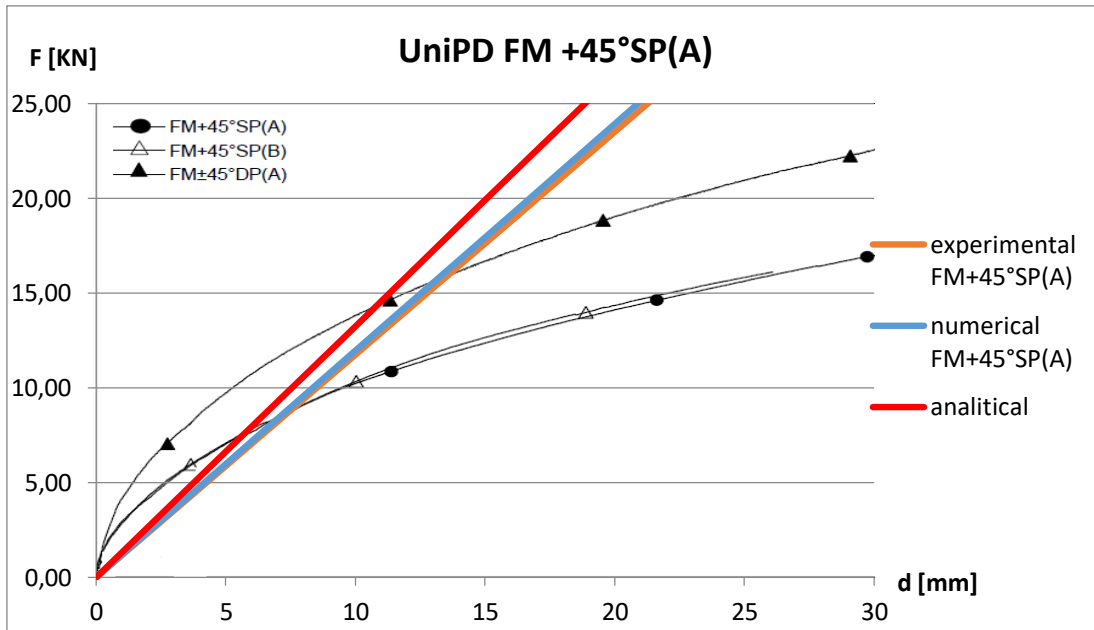


Figura 5.17 – Grafico Forza-Spostamento solaio FM +45°SP(A)

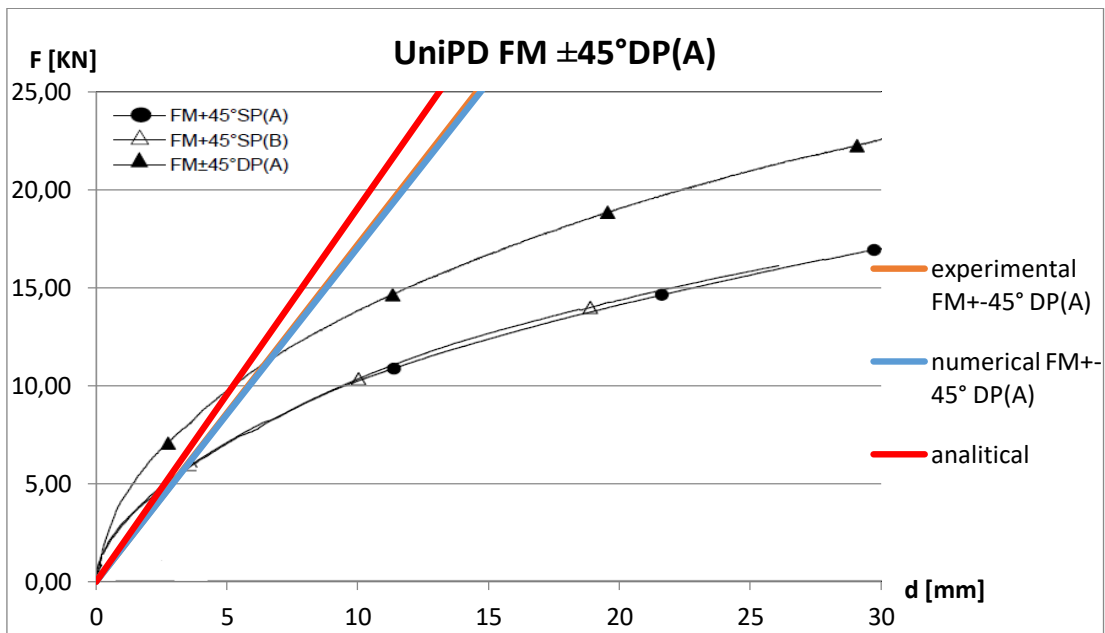


Figura 5.18 – Grafico Forza-Spostamento solaio FM ±45°DP(A)

Per quanto riguarda l'università di Trento si ottengono i valori seguenti:

	$F_{max}$ [KN]	$d_{Fmax}$ [mm]	k [N/mm]	$Geq$ [Mpa ]	Errore $\Delta$ [%]
<b>experimental</b>	36,52	2,26	<b>16160,00</b>	<b>87,53</b>	-
<b>numerical</b>	36,52	2,60	<b>14036,53</b>	<b>76,03</b>	-13,14%
<b>numerical 90°</b>	36,52	2,56	<b>14244,11</b>	<b>77,16</b>	-11,86%
<b>analitical</b>	-	-	<b>16806,74</b>	<b>91,04</b>	4,00%

Tabella 5.7. – Valori di rigidezza solai 45° UniTN

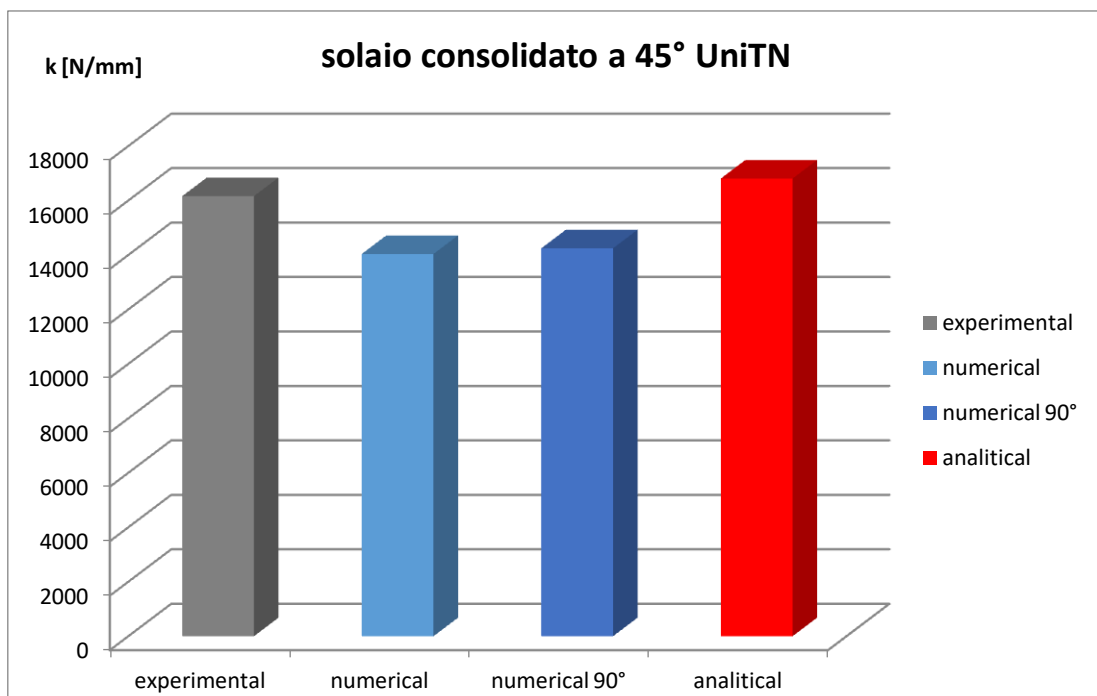


Figura 5.19. – Grafico di confronto delle rigidezze K

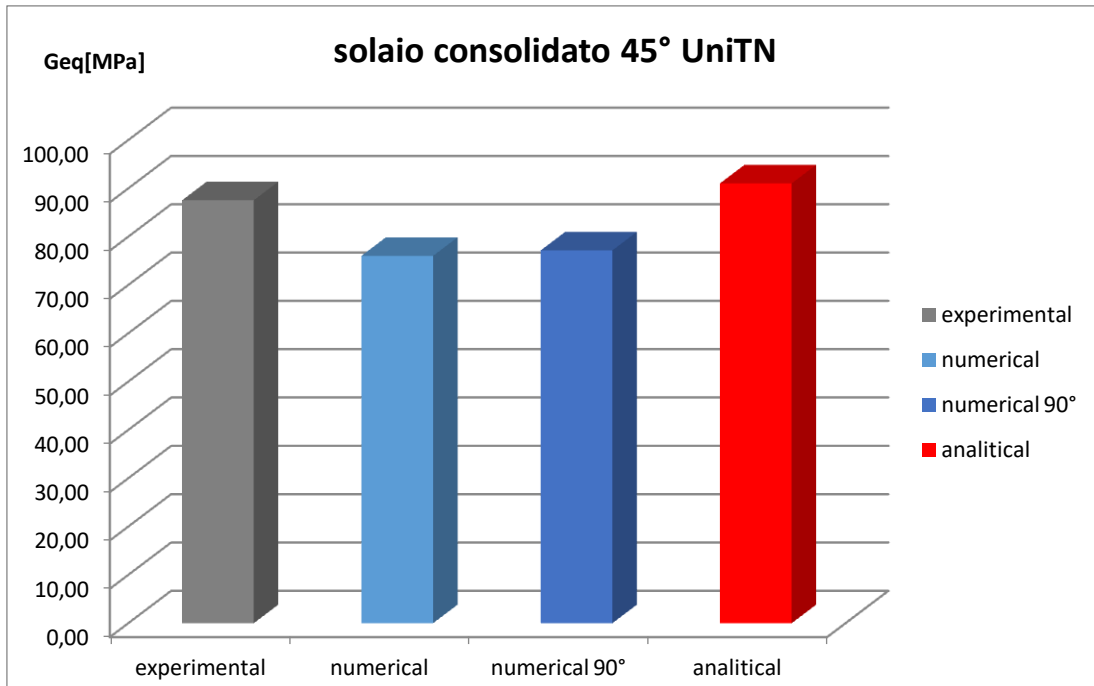


Figura 5.20 – Grafico di confronto del modulo equivalente  $G_{eq}$

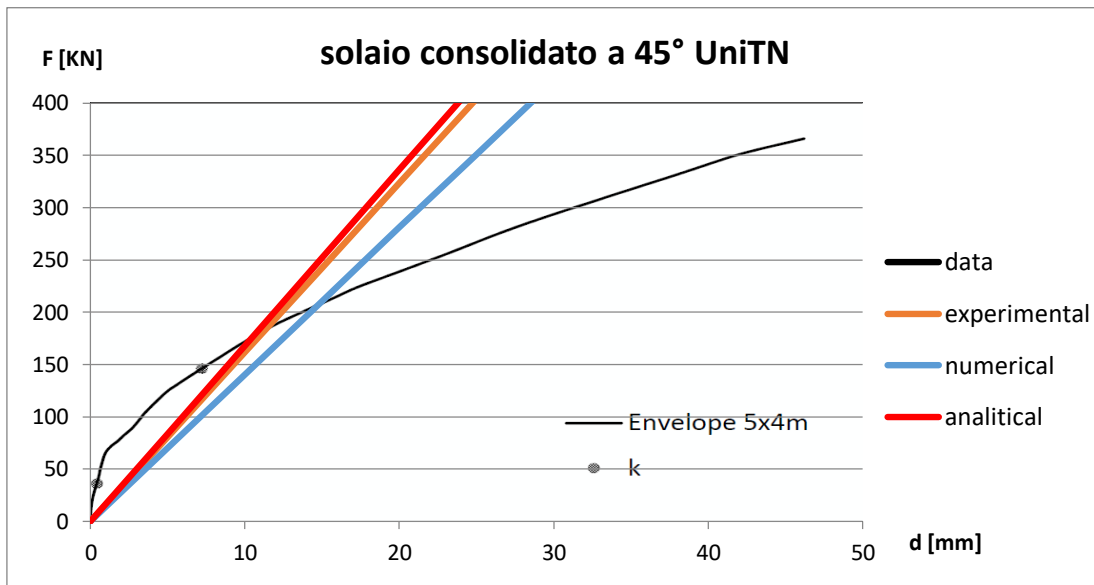


Figura 5.21 – Grafico Forza-Spostamento solaio 45° UniTN

Dai grafici sopra riportati si può notare che i modelli numerici approssimano in maniera corretta la rigidezza a taglio ricavata dai test sperimentali. La differenza di rigidezza risulta essere sempre sotto il 10%, a parte per il caso di solaio FMWD(E) nel quale la differenza di rigidezza tra test sperimentale e modello numerico risulta essere circa del 20%.

Non si registrano cambiamenti per quanto riguarda il comportamento dei solai lungo la seconda direzione principale, anche cambiando la direzione della sollecitazione, essi mantengono gli stessi valori di rigidezza a taglio.

Dalle analisi di sensitività è stato possibile appurare che il solaio consolidato con tavolato a  $45^\circ$  risente notevolmente della rigidezza traslazionale degli elementi di connessione, questi infatti caratterizzano fortemente il comportamento del solaio. La formula analitica proposta, pur approssimando per eccesso i valori di rigidezza rispetto a quelli dei test sperimentali, risulta essere valida per il calcolo della rigidezza a taglio. La differenza di valore tra le rigidezze dei test sperimentali e quella calcolata mediante formula analitica risulta essere contenuta entro il 10% per i casi FM+ $45^\circ$ SP(A), FM+ $45^\circ$ SP(B) e FM+- $45^\circ$ DP(A) e per il solaio proposto dall'università di Trento., mentre assume valori intorno al 30% per i casi FMWD(D), FMWD(E). Le maggiori differenze di rigidezza di questi ultimi sono relative al fatto che i solai FMWD(D) e FMWD(E) non costituiscono realmente un solaio consolidato a  $45^\circ$  in quanto composti da una singola, e una doppia, tavola disposta a  $45^\circ$ , ciò comporta che la formulazione analitica non sia del tutto applicabile per questi casi. Per quanto riguarda l'università di Trento il solaio del test sperimentale risulta irrigidito da una lamina in acciaio posta sul perimetro del solaio, questo elemento perciò modifica il comportamento del solaio perché si comporta come una catena, irrigidendo ulteriormente il solaio, la formulazione proposta per questo tipo di irrigidimento risulta comunque valida, fornendo valori abbastanza prossimi a quelli del test sperimentale.

Possiamo perciò concludere che la formulazione analitica proposta approssima in maniera corretta i valori di rigidezza a taglio del solaio consolidato a  $45^\circ$ , fornendo dei valori che approssimano bene quelli dei test sperimentali.



## 9. CONCLUSIONI

Lo scopo di questo lavoro di tesi è quello di fornire dei metodi analitici per il calcolo della rigidezza nel piano di solai in legno con diverse tecniche di consolidamento. Dalle tesi precedentemente svolte da Maddalena Tonon [17] e Gilberto Canesso [18], si è notato che sussiste, per gli edifici in muratura, un determinato rapporto tra rigidezza delle pareti e rigidezza dei solai, affinché il comportamento globale della struttura si possa considerare di tipo “scatolare”. Mentre per le pareti murarie la definizione della rigidezza è consolidata in letteratura, dal punto di vista dei solai in legno, non vi è alcuna indicazione per il calcolo della rigidezza di piano.

Le tipologie analizzate sono quelle di solaio con tavolato semplice, solaio consolidato con tavolato a 45°, solaio consolidato con tavolato a 90° e solaio consolidato con soletta in C.A. Per ognuna delle tipologie sono stati realizzati dei modelli numerici elastico-lineari che simulano i test sperimentali condotti su diverse tipologie di solai in legno. Mediante lo studio dei modelli numerici, sono stati individuati i fattori che maggiormente influenzano la rigidezza a taglio dei solai. Da questi si è passati successivamente a formulazioni analitiche che approssimassero correttamente il comportamento dei modelli numerici.

Dai risultati ottenuti dalle analisi effettuate in questo elaborato di tesi si può dedurre che la rigidezza nel piano di solai con tavolato semplice è fortemente condizionata dalla rigidezza rotazionale delle connessioni che lo compongono. Inoltre si osserva che l’attrito tra le tavole rappresenta una componente che può far variare molto il valore di rigidezza nel piano del solaio, che quindi non può essere trascurato dalle analisi. Nonostante ciò la formulazione analitica proposta approssima correttamente la rigidezza nel piano del solaio producendo dei valori di rigidezza di poco inferiori rispetto ai dati sperimentali.

Per quanto riguarda i solai con soletta in calcestruzzo, dai modelli numerici sembrerebbe che la rigidezza nel piano del solaio dipenda dalla rigidezza traslazionale delle connessioni legno-calcestruzzo. Ciò però non trova riscontro nel solaio reale realizzato in opera, in quanto la soletta in calcestruzzo viene direttamente

resa collaborante con le pareti perimetrali rendendo quindi inutile, ai fini della rigidezza del diaframma, il contributo del tavolato e delle travi in legno sottostanti.

Il solaio consolidato con tavole disposte a  $45^\circ$ , presenta una maglia di tavole di tipo triangolare la quale permette alle connessioni del tavolato di lavorare a traslazione. Questo tipo di consolidamento genera solai con rigidezza nel piano fortemente dipendente dalla rigidezza traslazionale delle connessioni. Le formule analitiche proposte simulano correttamente la rigidezza nel piano di questo tipo di solai, assestandosi per valori mediamente superiori rispetto ai valori ottenuti dai test sperimentali. Si evidenzia però la mancanza di un' accurata formulazione analitica relativamente alla rigidezza delle connessioni con doppio piano di taglio. Le rigidezze delle connessioni del secondo strato di tavole, infatti, sono state ridotte arbitrariamente per tener conto dell'aumento di deformazione.

In conclusione, le formule analitiche proposte in questo elaborato di tesi, sebbene non considerando il contributo offerto dagli effetti dell'attrito, possono fornire dei valori di rigidezza nel piano dei solai adeguati per una corretta progettazione.



## 10. BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Gattesco, L. Macorini, and F. Benussi. "Intervento sui solai lignei per l'adeguamento sismico di edifici storici con tecniche caratterizzate da elevata reversibilità.",2006.
- [2] A. Brignola & S. Podestà, "In-plane stiffness of wooden floor",2008.
- [3] European Committee for Standardization (CEN), Timber Structures. Test Methods. Cyclic Testing of Joints Made with Mechanical Fasteners; EN 12512; CEN: Brussels, Belgium, 2001.
- [4] New Zealand Society for Earthquake Engineering, NZSEE, "Assessment and improvement of structural performance of buildings in earthquake", 2006.
- [5] FEMA, P. Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings. FEMA-356, Federal Emergency Management Agency, Washington, DC. 2000
- [6] CNR DT/206 "Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo delle Strutture di Legno".2007
- [7] Baldessari, C. "In-plane behaviour of differently refurbished timber floors (Doctoral dissertation, University of Trento)". 2010.
- [8] Corradi, M., Speranzini, E., Borri, A., & Vignoli, A. "In-plane shear reinforcement of wood beam floors with FRP. Composites Part B: Engineering, 37(4), 310-319". 2006.
- [9] Peralta, David F., Joseph M. Bracci, and Mary Beth D. Hueste. "Seismic behavior of wood diaphragms in pre-1950s unreinforced masonry buildings." *Journal of Structural Engineering* 130.12, 2004.
- [10] Valluzzi, M. R., Garbin, E., Dalla Benetta, M., & Modena, C. "Experimental assessment and modelling of in-plane behaviour of timber floors. In Proceedings of the 6th international conference on structural analysis of historical constructions–SAHC08, Bath" 2008.
- [11] Valluzzi, M. R., Garbin, E., Dalla Benetta, M., & Modena, C. "In-plane strengthening of timber floors for the seismic improvement of masonry buildings. In World conference on timber engineering, Riva del Garda, Italy (electronic source)", 2010.
- [12] Branco, J. M., Kekeliak, M., & Lourenço, P. B. "In-plane stiffness of timber floors strengthened with CLT. *European Journal of Wood and Wood Products*, 73(3), 313-323", 2015
- [13] Piazza, Baldessari e Tomasi, "The Role of in-plane floor stiffness in the seismic behaviour of traditional buildings", 2008.
- [14] Prof. Piero Gelfi, "Solai misti legno calcestruzzo. metodi di verifica". Univ. Di Brescia.

- [15] A. Polastri, “Caratterizzazione del comportamento di giunti semirigidi per strutture lignee in zona sismica”, 2010.
- [16] N. Bertin “Effetti del consolidamento di solai lignei nel comportamento sismico in edifici esistenti in muratura – modellazione della muratura”, 2015.
- [17] M. Tonon “Effetti dell’utilizzo di diverse tecniche di recupero dei solai lignei sulla risposta sismica di edifici esistenti in muratura”, 2015.
- [18] G. Canesso “ simulazioni numeriche degli effetti del rinforzo di solai in legno nel miglioramento sismico di edifici in muratura”,2016.

## **RINGRAZIAMENTI**