

UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA



## Studio e progetto di metodi di misura robusti per sincrofasori in bassa tensione

**Laureando**  
Marco Penzo

**Relatore**  
Prof. Matteo Bertocco

**Correlatore**  
Ing. Federico Tramarin

Laurea Magistrale in  
Ingegneria Elettronica

Anno Accademico  
2012-2013



*A Lisa e  
alla mia famiglia*



# Indice

<b>Sommario</b>	<b>vii</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2 Stato dell'arte</b>	<b>9</b>
2.1 Metodo dell'energia . . . . .	10
2.2 Wavelet . . . . .	12
2.3 Stime armoniche parametriche . . . . .	16
2.4 Interpolazione spettrale tramite DFT . . . . .	18
<b>3 Teoria dell'Interpolazione Spettrale</b>	<b>19</b>
3.1 Algoritmo nel caso ideale . . . . .	19
3.2 Algoritmo nel caso reale . . . . .	22
3.2.1 Finestratura . . . . .	27
3.2.2 Stima dei parametri . . . . .	32
<b>4 Definizione del sistema di misura</b>	<b>41</b>
4.1 Analisi normativa . . . . .	41
4.1.1 Variazioni di frequenza . . . . .	42
4.1.2 Buchi di tensione e brevi interruzioni . . . . .	45
4.1.3 Fluttuazioni di tensione e Flicker . . . . .	51
4.1.4 Armoniche di tensione e corrente . . . . .	54
4.2 Individuazione delle variabili da misurare . . . . .	58
4.3 Accuratezza delle misure . . . . .	62
4.4 Definizione segnali di prova . . . . .	64

---

<b>5</b>	<b>Analisi spettrale del buco di tensione</b>	<b>69</b>
5.1	Spettro teorico . . . . .	69
5.2	Analisi delle velocità di decadimento . . . . .	75
<b>6</b>	<b>Banco di misura</b>	<b>81</b>
6.1	Multimetro digitale HP34401A . . . . .	83
6.2	Generatore di segnali 6812B . . . . .	85
6.3	Contenitore ethernet cDAQ-9188 . . . . .	87
6.4	Convertitore analogico digitale NI 9225 . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Risultati sperimentali</b>	<b>91</b>
7.1	Acquisizione dei segnali . . . . .	91
7.2	Elaborazione dei segnali acquisiti . . . . .	96
7.2.1	Stime con il riferimento a inizio record . . . . .	99
7.2.2	Stime con il riferimento a centro record . . . . .	115
7.3	Osservazioni conclusive . . . . .	119
<b>8</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Total Vector Error</b>	<b>125</b>

# Sommario

Il presente lavoro di tesi è volto alla caratterizzazione degli algoritmi di interpolazione spettrale. Particolare attenzione è stata riservata a condizioni operative non ideali, prossime a quelle riscontrabili nell'ambito delle reti per la distribuzione dell'energia indicate nella letteratura recente come *smart grid*. A corredo dei risultati sperimentali conseguiti presso il laboratorio di Misure e Compatibilità Elettromagnetica, un'approfondita analisi teorica del problema ha consentito di individuare gli aspetti ancora scarsamente esplorati o maggiormente critici.

Volendo individuare un plausibile ambito operativo, la scelta è ricaduta sulle cosiddette *smart grid*, dove sono richiesti algoritmi di analisi spettrale veloci e accurati. In particolare, si sono analizzati i più comuni disturbi che affliggono le linee elettriche, evidenziando le conseguenze che questi possono avere sulla qualità dei risultati. Al termine di questa prima fase, si è definito un cosiddetto *worst case* destinato a costituire il banco di prova per le successive prove sperimentali.

Avvalendosi delle misure effettuate mediante un convertitore analogico digitale, si è approntato un modello matematico in grado di simulare cali di tensione sulle linee elettriche. In questo modo, è stato possibile riprodurre condizioni di utilizzo realmente probanti e misurare l'effettiva robustezza degli algoritmi in esame.

Il lavoro di tesi è stato strutturato in tre sezioni. Nella prima, si introduce il concetto di *smart grid* e le problematiche inerenti gli algoritmi di misura. L'analisi bibliografica ha consentito di individuare i principali metodi di stima dei parametri spettrali, evidenziandone pregi e difetti. Alla luce di questi risultati, si è deciso di adottare i cosiddetti metodi di interpolazione spettrale, la cui base teorica viene qui brevemente illustrata.

La seconda sezione si occupa dei più comuni disturbi riscontrabili sulle linee elettriche. Di ognuno si sono esplorate le cause e i principali effetti sugli apparecchi connessi alla rete. Tale analisi ha permesso di approntare dei segnali di prova che riproducano i casi peggiori cui un algoritmo debba far fronte.

La terza ed ultima sezione presenta l'attività sperimentale, corredata di immagini e com-

menti che descrivono sia il banco di misura sia l'accuratezza dei parametri stimati. Alla luce di questi risultati, vengono proposte alcune linee guida per la progettazione di algoritmi di stima spettrale robusti ed efficienti.



## Introduzione

A seguito dell'incessante incremento della temperatura media terrestre, la comunità scientifica ha dedicato particolare attenzione agli effetti delle emissioni inquinanti nell'atmosfera. Un dibattito foriero di soluzioni diverse, a volte addirittura contrastanti, ha portato alla stipula di accordi internazionali, con l'obiettivo di contenere la produzione di gas serra. Di questi, il più famoso e ancora oggi attuale è il protocollo di Kyoto firmato l'11 Dicembre 1997 ed entrato in vigore il 16 Febbraio 2005. I paesi firmatari si impegnano a ridurre le proprie emissioni in una misura non inferiore al 5%, prendendo come riferimento i dati riscontrati nell'anno 1990.

In tal senso, non sorprende come, nell'ultimo decennio, l'attività dell'Unione Europea sia stata caratterizzata da una maggiore attenzione per i temi energetici, quali l'ambiente, la competitività e la coesione sociale. Un simile approccio ha portato alla formulazione di strategie concrete per la riduzione delle emissioni. La direttiva 2009/28/CE ha formalizzato questo sforzo nel cosiddetto obiettivo del 20/20/20 da conseguire entro il 2020 [28]:

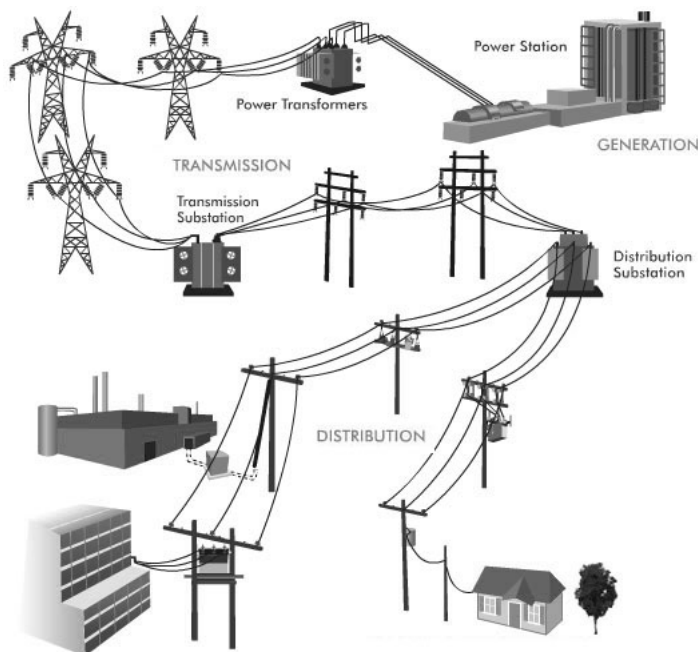
- riduzione del 20% sul consumo di fonti primarie rispetto alle previsioni tendenziali mediante aumento dell'efficienza;
- riduzione del 20% delle emissioni di gas serra, in aggiunta agli impegni presi in occasione del protocollo di Kyoto;
- aumento al 20% della quota di fonti di energia rinnovabili nella copertura dei consumi finali (usi elettrici, termici e per il trasporto).

Sotto la spinta dei patti internazionali, i singoli governi hanno dovuto attuare politiche incentivanti la diffusione delle fonti di energia alternative, come l'eolico o il fotovoltaico.

Nell'arco di pochi anni si è assistito ad uno stravolgimento dei sistemi di produzione elettrica nazionali.

Tradizionalmente, un sistema energetico su scala nazionale si avvale di poche grandi centrali di produzione, connesse a linee trifasi di trasmissione ad alta e altissima tensione, con potenziali nominali rispettivamente di 132 kV e 380 kV. La loro interconnessione produce una struttura magliata, ove i nodi sono dotati di specifici apparati per la regolazione di tensione e sfasamento. In questo modo, è possibile indirizzare il flusso di potenza attiva lungo la rete. Inoltre, simili apparati garantiscono la sicurezza e la protezione delle linee, sotto la supervisione del coordinamento centrale. Lungo i tratti ad alta e altissima tensione, le utenze non vengono connesse direttamente alla linea, ma solo attraverso opportuni trasformatori, così da non pregiudicare le capacità di regolazione della rete. Nei pressi dei centri urbani, le linee di trasmissione entrano in cabine dotate di trasformatori con flussi di potenza unidirezionali, che riducono la tensione nominale fino a 20 kV. Da ogni cabina si dipartono dalle otto alle dieci linee di media tensione che si diramano in modo radiale. Apposite connessioni tra i vari rami garantiscono la continuità del servizio anche in presenza di guasti o interruzioni. Per questo motivo, è necessaria un'accurata coordinazione dei trasformatori, onde evitare cortocircuiti o inversioni nella direzione dei flussi di energia.

Prima di entrare nelle abitazioni i livelli di tensione subiscono un'ulteriore riduzione, fino



*Figura 1.1* – Struttura delle reti tradizionali

---

ai 380 V trifase e i 220 V monofase, tipici delle reti a bassa tensione. Dovendo trasportare flussi di energia consistenti a livelli di tensione così ridotti, non va trascurato il rischio di surriscaldamento, in special modo nel caso di linee eccessivamente resistive. Infatti, a margine di una bassa tensione, è necessario incrementare l'intensità della corrente immessa nella rete. Anche per questo motivo, si preferisce collocare le cabine di trasformazione in prossimità degli utilizzatori finali. Dal punto di vista strutturale, la rete a bassa tensione si presenta come radiale, priva di interconnessioni e percorsa da flussi di energia unidirezionali. La tensione monofase è ottenuta dai trasformatori trifasi cablando separatamente le singole fasi nelle abitazione e riferendole al centro stella della terna.

Le reti a media e bassa tensione vengono identificate comunemente come *linee di distribuzione*. Si tratta di reti passive, ovvero non in grado di immettere potenza attiva nelle reti a tensioni più elevate: tutta la potenza immessa a valle di una cabina di trasformazione, dalla alta alla media tensione, viene consumata esclusivamente a valle di quest'ultima. Non disponendo di una propria intelligenza, le linee di distribuzione riflettono le anomalie presenti nella rete di trasmissione.

Con la diffusione dei sistemi di generazione autonoma, come per esempio pannelli fotovoltaici, microturbine a gas e pale eoliche, la delocalizzazione dei punti di produzione consentono, da un lato una migliore gestione delle risorse locali, e dall'altro un aumento della *hosting capacity* delle linee. Questa forzata evoluzione ha messo in seria difficoltà i gestori delle reti nazionali: le linee elettriche di distribuzione non sono state progettate per gestire flussi di potenza entranti. Proprio per questo motivo, in alcune zone si è arrivati a proibire l'allacciamento di ulteriori generatori alle reti di bassa e media tensione e ad obbligare l'inserzione dei grandi centri di produzione direttamente sulle linee ad alta tensione. Peraltro, gli attuali sistemi di protezione si dimostrano totalmente inefficaci in caso di sorgenti a valle delle linee ad alta tensione. Tali problematiche hanno consigliato l'emanazione di leggi volte a regolamentare la connessione dei diversi generatori alla rete. La criticità di questi aspetti sta alla base degli ultimi black-out riscontrati sul territorio europeo.

Volendo trovare un buon compromesso tra le esigenze dei singoli produttori privati e dei gestori delle reti nazionali, la comunità scientifica ha proposto una nuova prospettiva da cui guardare alla generazione e alla distribuzione dell'energia elettrica. Introducendo la figura del *prosumer*, si rendono gli utenti, nella doppia veste di produttori (producer) e consumatori (user), parte attiva del sistema produttivo. Inoltre, tramite l'ausilio di apparati elettronici coordinati gli uni con gli altri, si riducono le perdite lungo le linee migliorandone la *hosting capacity*. Grazie all'installazione dei cosiddetti *smart meter*, la rete si dota di una propria intelligenza, in grado di regolare flussi bidirezionali di energia e di informazioni. Questa

particolare configurazione permette, peraltro, il funzionamento in isola, vietato dal sistema oggi vigente. I vantaggi sarebbero molteplici: dall'aumento dei contributi delle fonti rinnovabili, grazie ad un utilizzo attento e sinergico, al miglioramento della qualità della rete anche in zone remote, fino all'aspetto prettamente economico poiché nascerebbero nuove opportunità imprenditoriali e ambiti lavorativi.

Allo stato dell'arte non si conosce una definizione univoca di Smart Grid, vista la dinamicità dell'argomento in questione. A mio parere, una tra le più significative è la seguente:

*Una Smart Grid è una rete elettrica dotata di intelligenza artificiale composta da sensori capaci di comunicare tra di loro al fine di offrire flussi bidirezionali di energia tra i generatori e le sorgenti, includendo anche i dispositivi di storage, e trasformare i carichi tradizionali in utilizzatori intelligenti in grado di ottimizzare le risorse necessarie minimizzando i costi, le emissioni e massimizzando l'affidabilità e sicurezza [23].*

Non è facile raggiungere i risultati prefissati, anche a causa delle lacune tecnologiche e dei vincoli legislativi. Tuttavia, grazie agli ingenti investimenti e alle generose prospettive di vendita (tab 1.1 ), si sono potuti avviare progetti di ricerca sia in ambito privato sia in ambito universitario.

Come punto di partenza, si sono analizzate le reti intelligenti già esistenti. Un esempio è fornito dalle strutture con cui i gestori nazionali regolamentano il flusso di energia sulle linee di alta ed altissima tensione. Grazie ai punti di misura dislocati nei vari nodi della rete, in ogni nodo viene inserita un'apparecchiatura elettronica in grado di acquisire il segnale e di stimare il suo fasore come descritto dal relativo standard [24].

Dovendo confrontare i valori di fase, è necessario che tutte le misure vengano effettuate nel medesimo istante. Tale sincronizzazione viene ottenuta mediante un collegamento radio con gli orologi dei satelliti GPS. Tutti i dati acquisiti vengono poi inviati tramite un'architettura SCADA, con un protocollo standardizzato descritto dallo standard IEC61850, al server centrale del gestore. Qui un potente elaboratore analizza i dati e comunica le dovute correzioni ai meccanismi di controllo: ciò consente di mantenere lo stato della rete entro le specifiche previste dalla legge [10].

Il controllo sulla rete viene attuato attraverso diverse modalità. In primo luogo, variando il numero di spire sul trasformatore è possibile cambiare il potenziale e la fase di un nodo, arrivando a variare i versi delle correnti e quindi i flussi di potenza. In secondo luogo, si

Stato	Investimenti complessivi	Investimenti governativi	Previsioni di vendita
Unione Europea	€56.5 miliardi entro il 2020	€184 milioni dal progetto JRC in particolare dal FP6 e FP7, €200 milioni dal EERA e ERDF. Investimenti nazionali: n/a	240 milioni di dispositivi entro il 2020
Stati Uniti	tra €238 e €334 miliardi entro il 2030	€2,9 miliardi nel 2009	8 milioni nel 2009 e 60 milioni entro il 2050
Cina	€71 miliardi	€5,1 miliardi nel 2009	360 milioni entro 2030
Corea del sud	€16.8 miliardi nel 2030	€580 milioni nel 2009	360 milioni entro 2030
Australia	n/a	€253 miliardi nel 2009	2,4 milioni entro il 2013 nel solo stato di Victoria
India	n/a	n/a	130 milioni nel 2020
Brasile	n/a	€143,6 milioni nel 2009	63 milioni entro il 2020
Giappone	n/a	€597,6 milioni nel 2009	n/a

*Tabella 1.1* – Stime degli investimenti e delle vendite, fonte dei dati: JRC project [17]

adotta il cosiddetto controllo potenza-frequenza: tali grandezze sono strettamente legate tra di loro e una variazione dell'una comporta una variazione dell'altra. Un'ulteriore possibilità prevede di sfruttare l'induttività delle linee elettriche e sacrificare parte dell'energia generata in potenza reattiva per cambiare il potenziale di un nodo. Purtroppo le linee in bassa tensione presentano una bassa induttanza, quindi questo metodo non si rivela molto efficace. Inoltre, le norme vigenti vietano qualsiasi immissione di energia reattiva nella rete. Adattare l'attuale sistema di controllo alle reti di bassa tensione, in particolare nelle zone residenziali, è un obiettivo alquanto arduo da raggiungere perché, allo stato dell'arte, non esistono soluzioni per tutti i problemi riscontrati. In tale contesto sarebbe necessario predisporre almeno un punto di misura in ogni abitazione. Di conseguenza, sorge la necessità di progettare dispositivi a basso costo, ma con prestazioni elevate. Nell'evenienza di una

abitazione in cui l'orizzonte sia nascosto dalle strutture adiacenti, la drastica riduzione della qualità del segnale richiederebbe l'impiego di GPS eccessivamente costosi. Algoritmi alternativi, quali PTP, possono risolvere il problema, tuttavia si dimostrano affidabili soltanto se le reti di telecomunicazioni garantiscono la continuità del servizio, anche in presenza di guasti o malfunzionamenti, e la riservatezza e la protezione dei dati.

Suddividendo la rete nazionale in sotto aree, parte dei problemi sopra elencati verrebbero risolti, offrendo uno scenario ridotto e alla portata delle tecnologie odierne. Tale semplificazione viene identificata con il termine di *smart microgrid* [5]. Alcune delle possibili ripartizioni potrebbero consistere in quartieri oppure nei singoli rami di uscita delle cabine della bassa tensione. L'installazione in ogni sotto area di un dispositivo denominato *energy interface* consentirebbe, mediante opportuni algoritmi di controllo, di governare lo stato della rete. Inoltre, sfruttando le infrastrutture di comunicazione già esistenti, avrebbe modo di impartire agli *smart meter* le direttive per attuare le proprie decisioni. Tale apparecchiatura necessita di una potenza computazionale superiore rispetto agli attuatori periferici e all'occasione sfruttabile sia per interagire con la rete nazionale sia per regolamentare la sincronizzazione. L'architettura appena descritta è rappresentata schematicamente in figura 1.2.

Tuttavia, in una *smart microgrid* l'unità fondamentale rimane lo smart meter, chiamato per

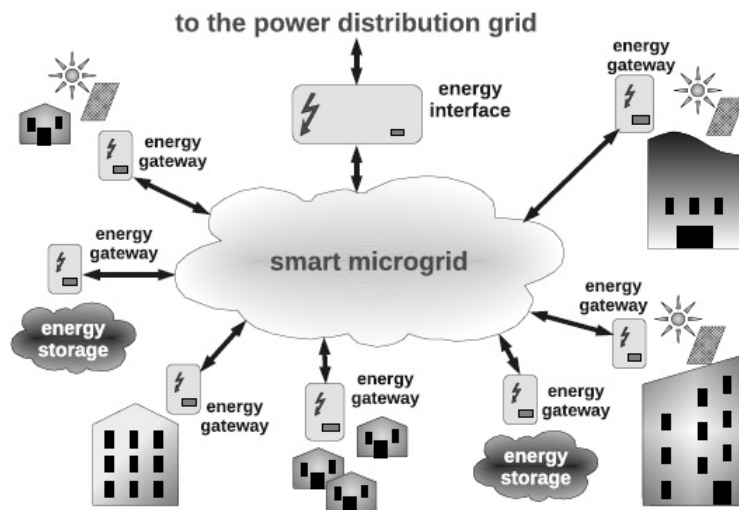


Figura 1.2 – Esempio di sotto rete nelle smart microgrid [5]

semplicità *energy gateway*, il quale deve adempiere alle seguenti mansioni:

- 
- misurare in modo accurato le correnti, le tensioni e gli indici di potenza;
  - attuare un algoritmo di sincronizzazione affidabile e accurato per misurare in modo accurato la fase;
  - stimare i parametri della rete che lo circonda, come ad esempio le impedenze di linea;
  - analizzare i parametri di qualità della rete;
  - pilotare gli algoritmi di controllo degli *switching power interface*.

In via del tutto generale l'*energy gateway* è costituito da una sezione elaborativa capace di interfacciarsi con altri dispositivi e da un'unità attuativa, identificata con l'acronimo SPI (*switching power interface*). La SPI permette di adattare alle specifiche della rete nazionale l'energia prodotta o accumulata dal prosumer, sfruttando le potenzialità di un convertitore switching DC-DC collegato in cascata ad un *inverter*. Rispetto alle convenzionali centrali di produzione, la potenza erogata da tali sistemi è nettamente inferiore. Ciò rende vano ogni tentativo di imporre una tensione ai propri estremi. Per tale motivo si preferisce progettare porte di uscita che simulino generatori di corrente, senza alterare la struttura dinamica della rete.

Controllando opportunamente gli *inverter*, si determinano i parametri che gli stessi dispositivi espongono nei confronti della rete, ad esempio l'impedenza di uscita o le quote di ripartizione della potenza erogata tra attiva e reattiva. Sono numerosi gli algoritmi che procedono al controllo della rete, utilizzando gli *inverter* stessi come attuatori delle proprie decisioni.

Tuttavia, allo stato dell'arte, non si conoscono algoritmi in grado di adempiere a tutti gli obiettivi proposti dal progetto *smart grid*, ma soltanto di ridurre le perdite di rete tramite il coordinamento dei fasori di tensione o l'attenta ripartizione delle quantità di corrente attiva e reattiva iniettata nella rete. Entrambe le tipologie applicano una politica *token ring*, onde evitare l'instabilità del controllo simultaneo: un dispositivo alla volta analizza lo stato della rete e modifica il proprio stato di conseguenza, consegnando poi il gettone ad un altro dispositivo.

Solo una conoscenza dettagliata dello stato permette di evitare instabilità o malfunzionamenti. Tuttavia, non sempre è possibile conoscere a priori la configurazione della rete. Pertanto, se ne appronta una stima, direttamente durante il funzionamento dei dispositivi. Evidentemente, la qualità della stima prodotta dipende dai processi di identificazione adottati. Tale specifica si traduce in algoritmi di misura con accuratezza di almeno l'1% e con

una frequenza di aggiornamento fissata. Le correzioni vengono apportate ad intervalli costanti di tempo: con la medesima tempistica anche la stima dello stato della rete deve essere aggiornata. Questo aspetto costituisce il limite più stringente dal punto di vista implementativo. Ad oggi, non si sono ancora sviluppati dispositivi che adempiano a queste richieste: gli algoritmi di stima si dimostrano inaccurati quando applicati su periodi troppo brevi.

L'inesorabile incremento dell'inquinamento elettromagnetico ha reso obsolete le stime limitate alla sola prima armonica del segnale analizzato. Perciò, per ottenere stime accurate è necessario estendere gli odierni algoritmi per una misura esaustiva di tutte le componenti del segnali.

Nell'ottica di individuare la banda di interesse del segnale, non bisogna trascurare le caratteristiche di dinamicità della rete. In un contesto tradizionale, le dimensioni della rete e le potenze in gioco assicurano un'ottima regolazione dei parametri del segnale e l'assenza di transitori veloci. La velocità di reazione garantita dagli inverter è ben superiore rispetto alle sorgenti tradizionali. Pertanto, eventuali anomalie si ripercuotono in modo sensibile in tutta la smart microgrid, di qui la necessità di studiare la risposta dei diversi algoritmi a variazioni rapide del segnale analizzato.

Il presente lavoro di tesi si inserisce in questo contesto, fornendo dapprima una breve introduzione degli algoritmi a disposizione e proponendo poi un'analisi dettagliata delle loro prestazioni. In modo particolare verrà messo in evidenza il compromesso tra *reporting rate* e accuratezza, nonché la stabilità e la robustezza esibite in configurazioni non stazionarie.



## Stato dell'arte

Il calcolo delle componenti spettrali è un requisito essenziale in numerose applicazioni ingegneristiche, non solo in ambito elettronico ma anche in diversi altri campi come ad esempio la biomedica o l'informatica.

La stima accurata di un segnale, da un punto di vista teorico, è possibile soltanto in seguito alla conoscenza del segnale stesso in tutto il suo dominio, ciò non è conseguibile con le tecnologie attuali in quanto consentono di acquisire solo ad intervalli costanti e per un periodo di tempo finito. A seguito di questi vincoli in letteratura sono stati proposti diversi metodi di misura alcuni limitati al dominio del tempo altri al dominio della frequenza, tali metodi sono volti ad individuare nuovi algoritmi che forniscano elevate prestazioni di accuratezza, riducendo i tempi di calcolo e il numero delle informazioni iniziali richieste.

La possibilità di utilizzare un algoritmo nei comuni processori è uno dei parametri fondamentali che ne può decretare il successo, infatti negli anni 60-70, in cui la potenza di calcolo era nettamente inferiore rispetto alle odierne tecnologie, si preferiva implementare gli algoritmi via hardware. Solo recentemente grazie all'uscita in commercio di processori con potenze di calcolo sufficientemente elevate è stato possibile considerare efficace anche l'implementazione via software.

Ogni algoritmo presenta diverse caratteristiche: alcuni mirano all'accuratezza delle stime, altri ancora alla velocità di calcolo. Nel seguito verranno presentati brevemente alcuni dei metodi utilizzati per la stima delle componenti spettrali:

1. Metodo dell'energia
2. *Wavelet*
3. Stime armoniche parametriche

#### 4. Interpolazione spettrale tramite DFT

Nel presente lavoro si è scelto di stimare i parametri spettrali del segnale di rete utilizzando l'interpolazione spettrale tramite DFT, perché la si ritiene la scelta migliore tra le varie tipologie proposte. Tale metodo consente di ottenere le accuratezze richieste dagli algoritmi di controllo e, con opportuni accorgimenti, ottimizzare la velocità di elaborazione rendendola confrontabile con quella dei metodi più rapidi.

### 2.1 Metodo dell'energia

Questo metodo di stima si basa sul calcolo dei parametri energetici nel dominio della frequenza relativi alle singole armoniche [26].

Sia dato il seguente segnale monofrequenziale:

$$x_i(t) = A_0 e^{j(2\pi f_0 t + \phi_0)} \quad -\infty < t < +\infty \quad (2.1)$$

Se la finestra applicata ai campioni acquisiti è continua e nulla agli estremi del periodo di osservazione  $T_W$ , si possono definire i seguenti parametri energetici, nel dominio del tempo:

$$E_{x0} = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} T |x(nT)|^2 = A_0^2 E_{w0} \quad (2.2)$$

$$E_{x1} = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} T |\dot{x}(nT)|^2 = A_0^2 \left[ (2\pi f_0)^2 E_{w0} + E_{w1} \right] \quad (2.3)$$

$$E_{c0} = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} T |c(nT)|^2 = A_0^2 \cos^2 \phi_0 E_{w0} \quad (2.4)$$

dove  $\dot{x}$  è la derivata prima nel tempo del segnale  $x(nT)$ ,  $c(nT)$  è il complesso coniugato del segnale  $x(nT)$ ,  $E_{w0}$  e  $E_{w1}$  sono l'energia associata ai campioni della finestra utilizzata e della sua derivata prima. Per ridurre i tempi di calcolo i campioni delle funzioni di pesatura possono essere calcolati a priori e memorizzati in qualche area di memoria dedicata.

Sfruttando le equazioni (2.2),(2.3),(2.4) è possibile ricavare i parametri del segnale nel tempo nel seguente modo:

$$A_0^2 = \frac{E_{x0}}{E_{w0}} \quad f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{E_{x1}}{E_{x0}} - \frac{E_{w1}}{E_{w0}} \right) \quad (2.5)$$

$$\cos^2 \phi_0 = \frac{E_{c0}}{E_{x0}} \quad (2.6)$$

Gli stessi parametri possono essere calcolati nel dominio delle frequenze.

La trasformata di Fourier dei segnali nel tempo viene ottenuta mediante la seguente definizione di DFT:

$$\begin{aligned} X(mF) &= \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} T x(nT) e^{-j2\pi mFnT} \\ &= A_0 e^{j\phi_0} W(m - \lambda_0) \quad m \in [-N/2, N/2 - 1] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Utilizzando il teorema di Parseval è possibile riscrivere le equazione nel seguente modo:

$$E_{x0} = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} F |X(mF)|^2 = A_0^2 \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} F |W(m - \lambda_0)|^2 \quad (2.8)$$

$$E_{x1} = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} F (2\pi mF)^2 |X(mF)|^2 \quad (2.9)$$

$$E_{c0} = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} F |C(mF)|^2 = A_0^2 \cos^2 \phi_0 \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} F |W(m - \lambda_0)|^2 \quad (2.10)$$

dove  $C(mF)$  è la trasformata di  $c(nT)$  che corrisponde alla parte reale di  $X(mF)$ .

Per analizzare un segnale multitonale è prima necessario fare un'osservazione: per la struttura della dell'algoritmo di DFT, lo spettro di un segnale con una sola armonica concentra tutta l'energia dello spettro all'interno della banda della trasformata della finestra utilizzata. É quindi possibile calcolare i parametri energetici sommando solo i termini dove si concentra la maggior parte dell'energia. Questo comporta di dover identificare le bande delle singole armoniche nello spettro e di dover effettuare la stima con i parametri energetici per ogni armonica richiesta.

L'algoritmo proposto avrà un'accuratezza tanto maggiore quanto più la finestra utilizzata concentrerà tutta l'energia dell'armonica nel lobo principale.

I vantaggi che questo metodo comporta sono:

- bassa richiesta di risorse computazionali con conseguente aumento della rapidità dei tempi di calcolo;
- elevata accuratezza nella stima dei parametri.

Mentre gli svantaggi:

- elevata sensibilità allo *spectral leakage*. Ad esempio, nel caso di interarmoniche la cui posizione non è predicibile, la qualità delle stime potrebbe peggiorare in modo non accettabile. Inoltre la progettazione dei parametri deve essere tale da garantire un'ottima risoluzione in frequenza quindi trasformate con molti campioni;
- l'algoritmo effettua una media tra tutti i campioni spettrali, pertanto la velocità di inseguimento alle variazioni è proporzionale alla durata della finestra di osservazione.

## 2.2 Wavelet

La trasformata wavelet è un metodo alternativo all'algoritmo di DFT, che permette per certi versi di ovviare al problema di stazionarietà imposto dalla trasformata di Fourier.

Il principale vantaggio delle wavelet rispetto alla trasformata di Fourier è la capacità di analizzare il segnale sia nel tempo che nella frequenza consentendo di valutare solo la banda di interesse con la risoluzione richiesta. Se si osserva l'algoritmo di Fourier come una trasformazione integrale tra il segnale di ingresso e una base opportunamente formata da segnali goniometrici, quindi infiniti nel tempo ma impulsivi nella frequenza, si nota che permette di identificare in modo perfetto le componenti frequenziali. Infatti è noto come la trasformata di un segnale armonico sia un impulso.

Se però l'obiettivo è catturare dei transienti veloci non è conveniente utilizzare la base di Fourier perché li disperderebbe lungo tutto il dominio delle basi stesse: l'esempio più chiaro è la trasformata dell'impulso di Dirac cioè una costante nel campo delle frequenze.

Viceversa se in un'ipotetica trasformazione si utilizzassero degli impulsi di Dirac il risultato sarebbe il segnale stesso nel tempo, quindi saremmo in grado di osservare le variazioni locali di stazionarietà senza però avere alcuna informazione a proposito dello spettro.

La trasformata wavelet utilizza una base che è un compromesso tra gli impulsi di Dirac e i segnali goniometrici. Questa base è caratterizzata da parametri che permettono di spostare la risoluzione verso il dominio delle frequenze o verso il dominio del tempo, in tale modo da ottenere una flessibilità maggiore, a scapito però dell'accuratezza delle stime.

La versione digitale di una wavelet viene identificata con il termine DWT (*Discrete Wavelet Transform*) calcolabile tramite l'algoritmo di Mallat, il quale permette di scomporre il segnale su bande con risoluzioni differenti. Nel caso di dell'analisi armonica per segnali tipici del contesto *smart grid* risulta più conveniente utilizzare una trasformata che valuti lo spettro su bande con frequenza uniforme. Tale richiesta può essere soddisfatta utilizzando la DWPT (*Discrete Wavelet Packet Transform*) [18].

Sia  $\psi(t)$  una funzione a valori complessi, che rispetta le seguenti condizioni:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (2.11)$$

$$C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2.12)$$

dove  $\psi(t)$  è base di proiezione denominata *wavelet madre*, e  $\Psi(\omega)$  la sua trasformata di Fourier. La prima condizione implica che  $\psi(t)$  è un segnale ad energia finita dunque non può essere periodico, mentre la seconda impone che il segnale abbia un andamento regolare e che  $\Psi(0) = 0$ .

La definizione della trasformata wavelet continua di  $s(t)$  è la seguente:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi' \left( \frac{t-b}{a} \right) s(t) dt \quad (2.13)$$

dove  $s(t)$  è il segnale da trasformare e  $\psi'(t)$  indica il complesso coniugato di  $\psi(t)$  definito nell'aperto  $(b, a)$  ( $b \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ).

Il parametro  $a$  corrisponde alla scala con cui viene analizzata la trasformata mentre  $b$  indica la traslazione temporale. Questi sono i due parametri che permettono di definire la risoluzione del tempo e della frequenza nei risultati. La trasformazione genera un vettore di valori rappresentabile nel piano tempo-frequenza  $(a, b)$  suddiviso in settori come mostrato in figura (2.1). Ad ogni settore viene assegnato un valore proporzionale all'ampiezza del segnale analizzato. Supponiamo ad esempio di analizzare un segnale sinusoidale, si avrà quindi:

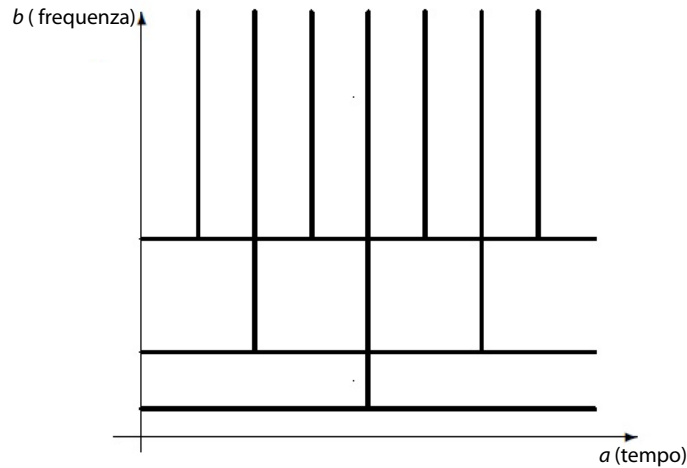
$$s(t) = \sin(2\pi f' t) + \delta(t - t') \quad (2.14)$$

Il risultato della trasformazione è presentato in figura 2.2. Si nota come la trasformata individui un massimo in corrispondenza della frequenza  $f'$  e dell'istante dell'impulso  $t'$ . Per semplicità indicheremo:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left( \frac{t-b}{a} \right) \quad (2.15)$$

di conseguenza l'equazione (2.13) può essere riscritta:

$$CWT(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi'_{a,b}(t) s(t) dt \quad (2.16)$$



**Figura 2.1** – Esempio di suddivisione del piano tempo-frequenza (a-b) in seguito all'applicazione della trasformata wavelet continua [34]. Le linee orizzontali e verticali rappresentano gli intervalli di risoluzione disposti dai parametri  $a$ - $b$ . Il vettore generato dalla trasformazione assumerà un valore per ogni intervallo e sarà proporzionale all'ampiezza delle componenti del segnale  $s(t)$  che presentino tempi e frequenze dell'intervallo stesso.

Nel caso della DWT i parametri  $a, b$  vengono discretizzati nel seguente modo:

$$a = a_0^m \quad b = nb_0a_0^m \quad a_0 > 1, b_0 > 1, \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (2.17)$$

quindi la wavelet madre può essere descritta dalla seguente equazione:

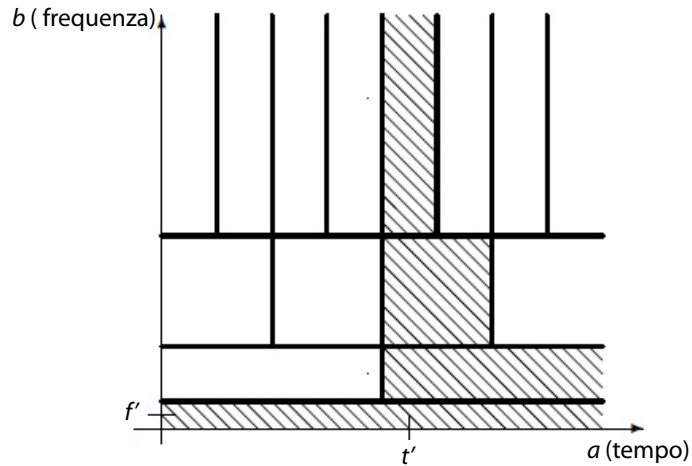
$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \psi\left(\frac{t - nb_0a_0^m}{a_0^m}\right) \quad (2.18)$$

pertanto la definizione di DWT può essere espressa nel seguente modo:

$$DWT(m, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi'_{m,n}(t) s(t) dt \quad (2.19)$$

La scelta più comune per i parametri  $a_0, b_0$  è rispettivamente 2 e 1, comportando una dilatazione binaria di  $2^{-m}$  ovvero l'incremento o la riduzione di  $m$  raddoppiano o dimezzano gli intervalli e una traslazione di un fattore  $2^m n$ . La trasformata DWPT è definita dalle seguenti due equazioni:

$$\psi_{2k}(t) = 2 \sum_{l=0}^{2N-1} g(l) \psi_k(2t - l) \quad (2.20)$$



**Figura 2.2** – Esempio di risultato della trasformata wavelet continua [34] applicata al segnale  $s(t)$  (2.14). Il tema tratteggiato indicata gli intervalli dove il vettore risultante assume un valore diverso da zero. La sinusoida a frequenza costante è definita in tutto il dominio del tempo, infatti la wavelet assume il valore di ampiezza del seno in ogni valore delle ascisse a cui corrisponde l'intervallo contenente la frequenza  $f'$ . L'impulso di Dirac presenta uno spettro infinito pertanto la trasformata presenterà il valore della sua ampiezza in ogni intervallo di frequenza in cui sia contenuto il tempo  $t'$ .

$$\psi_{2k+1}(t) = 2 \sum_{l=0}^{2N-1} h(l)\psi_k(2t - l) \quad (2.21)$$

con la condizione iniziale:  $\psi_1(t) = \psi(t)$ .

$g(l)$  e  $h(l)$  rappresentano rispettivamente i filtri passa alto e passa basso.

Per effettuare un'analisi accurata è necessario identificare la wavelet madre adatta. Esistono diverse soluzioni, ognuna delle quali fornisce prestazioni differenti, ed è stato riscontrato che la qualità migliore è fornita dalla wavelet che più assomiglia al comportamento del segnale da analizzare.

A questo punto, applicando una delle tre definizioni descritte, si ottiene il grafico tempo-frequenza che permette di individuare la durata e la frequenza del segnale, per poi stimare le componenti di ampiezza e fase con le seguenti relazioni (per semplicità verrà utilizzata la CWT):

$$f_{CWT(a,b)} = \frac{f_0}{a} \quad (2.22)$$

$$A = \frac{C_\psi \sqrt{a} |CWT(a, b)|}{T} \quad (2.23)$$

$$\phi = \arctan \frac{\text{Im}(CWT(a, b))}{\text{Re}(CWT(a, b))} - \phi_0 \quad (2.24)$$

Questo metodo di stima presenta i seguenti vantaggi:

- esistono degli algoritmi di calcolo veloci con complessità  $O(n)$
- consente di analizzare segnali non stazionari
- permette di suddividere il segnale in sottobande ognuna delle quali con caratteristiche di risoluzione differenti

Mentre gli svantaggi sono:

- l'interpretazione degli spettrogrammi risultanti non è semplice e richiede risorse computazionali se eseguito autonomamente
- il risultato dipende dalla wavelet madre utilizzata
- l'accuratezza ottenibile non è arbitraria, ma a causa del principio di indeterminazione di Heisenberg l'incertezza del tempo e della frequenza sono legate in modo inversamente proporzionale tra di loro.

### 2.3 Stime armoniche parametriche

Una stima parametrica può essere eseguita in diversi modi perché dipende da come viene definito il modello matematico del segnale da stimare. In questa sezione faremo riferimento alla stima proposta in [33].

Questo tipo di stima opera nel tempo e propone di rappresentare il segnale come somma finita di  $N$  termini armonici:

$$m(t) = m_0 + \sum_{k=1}^N [A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)] \quad (2.25)$$

risulta immediato notare che questo modello, per il modo in cui è definito, è in grado di stimare soltanto segnali periodici con rapidità di variazione proporzionale al numero di armoniche e alla frequenza che esse occupano.

Non essendoci nessun vincolo sulla frequenza delle componenti da individuare la stima



porta a riconoscere le prime  $N$  armoniche del segnale analizzato, dunque in caso di interarmoniche o sub armoniche, che per loro natura sono fenomeni occasionali, la banda del segnale analizzato potrebbe ridursi non presentando più le informazioni necessarie al corretto calcolo dei parametri.

Nel caso di un'applicazione reale il segnale campionato è discretizzato nel tempo, quindi il modello deve essere adattato nel seguente modo:

$$m(n) = m_0 + \sum_{k=1}^N [A_k \cos(\omega_k n \Delta t) + B_k \sin(\omega_k n \Delta t)] \quad (2.26)$$

dove  $\Delta t$  è il quanto temporale del campionatore.

Chiamiamo il segnale acquisito  $s(n)$ ; la stima viene portata a termine trovando i parametri di  $m(n)$  con cui la differenza tra  $s(n)$  e  $m(n)$  è minima. Questa richiesta può essere scritta matematicamente scrivendo l'errore ai minimi quadrati:

$$E = \sum_{n=1}^M [m(n) - s(n)]^2 \quad (2.27)$$

dove  $M$  è la lunghezza della finestra di osservazione. L'obiettivo è trovare i parametri  $N, m_0, \omega_k, A_k, B_k$  che minimizzano  $E$ .

L'accuratezza della stima dipende dalla lunghezza della finestra, ma anche del numero delle armoniche  $N$  considerate. Ne risulta che il problema principale di questo metodo sia l'identificazione del numero di armoniche da calcolare.

La soluzione proposta è un metodo iterativo. Il primo step consiste nell'individuare l'accuratezza richiesta dalla stima, cioè il valore massimo accettabile per  $E$ , e successivamente si divide il segnale acquisito  $s(t)$  in due parti:  $S(n) \subset [1, M1]$  e  $T(n) \subset [M1 + 1, M]$  rispettivamente *training set* e *test set*. A questo punto si assegna un valore arbitrario a  $N$  e si esegue la stima dei parametri  $m_0, \omega_k, A_k, B_k$  con 2.28 minimizzando l'errore  $E_S$ .

$$E_S = \sum_{n=1}^{M1} [m(n) - S(n)]^2 \quad (2.28)$$

I parametri calcolati vengono poi sostituiti in  $m(n)$  e il segnale viene di nuovo confrontato però con la parte di Test:

$$E_T = \sum_{n=M1+1}^M [m(n) - T(n)]^2 \quad (2.29)$$

se l'errore  $E_T$  è inferiore all'accuratezza richiesta l'algoritmo è terminato, altrimenti si ripete il calcolo di  $E_S$  aumentando il numero di armoniche o la lunghezza della finestra di osservazione.

I vantaggi di questo metodo sono:

- l'accuratezza ottenibile è arbitraria
- è in grado di osservare variazioni anche molto veloci purché non generino discontinuità nel segnale

mentre gli svantaggi:

- i tempi di calcolo sono elevati e richiedono risorse computazionali ingenti

## 2.4 Interpolazione spettrale tramite DFT

Per questo metodo ci si limita ad una breve panoramica del suo funzionamento perché verrà descritto in modo approfondito nel capitolo 3.

L'interpolazione spettrale è il metodo più comune e conosciuto nell'analisi spettrale armonica, utilizza la trasformata di Fourier discreta per ricavare lo spettro del segnale da un numero di campioni finito. Le stime dei parametri del segnale vengono ricavate dalla forma dello spettro tramite opportuni metodi di interpolazione funzionale, i quali utilizzano la conoscenza del comportamento della funzione per ricostruire l'andamento dello spettro stesso.

Nel caso l'algoritmo venga utilizzato per la stima di sincrofasori, è possibile incrementare l'accuratezza della misura nel caso di componenti dinamiche inserendo i parametri spettrali misurati in un opportuno modello matematico del fasore [29].

I vantaggi di questo metodo sono:

- l'accuratezza ottenibile è notevole e dipende in sostanza dal rumore di fondo
- la massima velocità computazionale raggiungibile è  $O(n \log n)$
- consente di individuare componenti in frequenza anche molto vicine tra di loro

mentre gli svantaggi:

- necessita della stazionarietà del segnale acquisito
- richiede un'accurata progettazione dei parametri di acquisizione.

## Teoria dell'Interpolazione Spettrale

L'analisi tramite l'interpolazione spettrale, come già descritto nel capitolo precedente, è un algoritmo composto principalmente da due componenti:

1. Calcolo della trasformata
2. Stima dei parametri dello spettro

In questo capitolo verranno illustrati i concetti teorici che ne stanno alla base. Verrà inizialmente presentata l'analisi nel caso teorico e poi, per passi successivi, l'algoritmo usato realmente.

### 3.1 Algoritmo nel caso ideale

Come è ben noto dalla teoria, l'operatore di Fourier permette di passare dal dominio del tempo al dominio della frequenza tramite una proiezione del segnale acquisito nel tempo su una base ortonormale di esponenziali complessi. La presenza di infiniti termini è il limite principale che rende impossibile il calcolo della trasformata su dispositivi reali.

L'analisi spettrale può essere condotta sia per segnali periodici sia per segnali aperiodici. Nel caso di segnali non periodici si utilizza la trasformata di Fourier[8], mentre per segnali periodici si utilizza la serie di Fourier[9], la quale presenta l'ortogonalità della base solo all'interno dell'intervallo di periodicità. Entrambe le trasformate hanno come ipotesi fondamentale la stazionarietà nel tempo, mentre la serie richiede anche la continuità del segnale. In questo elaborato i segnali sono di tipo periodico quindi si dovrebbe utilizzare la serie di Fourier, però per rendere più semplici ed intuitivi i calcoli i segnali verranno prima analizzati con la trasformata di Fourier e poi, se necessario, estesi per periodicità.

Sia dato un segnale sinusoidale continuo nel tempo come in figura 3.1:

$$s(t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (3.1)$$

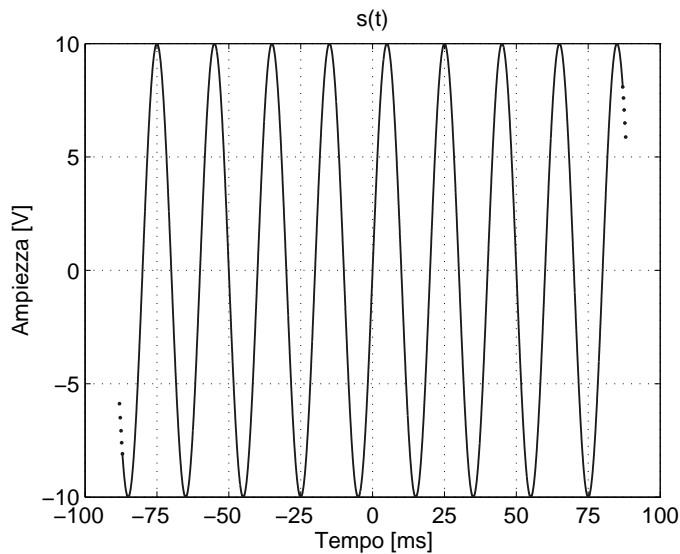
se applichiamo la definizione di trasformata di Fourier, otteniamo:

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (3.2)$$

$$= -\frac{j}{2}\delta(f - f_0)e^{j\phi_0} + \frac{j}{2}\delta(f + f_0)e^{-j\phi_0} \quad (3.3)$$

il risultato è una funzione  $S(f)$  a valori complessi nella variabile reale  $f$ . Come riportato in figura 3.2, dalla funzione  $S(f)$  è possibile ricavare sia il modulo che la fase, ma comunemente con il termine *spettro* si indica il modulo della trasformata  $S(f)$  eventualmente rappresentato in *Decibel* ( $20 \log_{10}(|S(f)|)$ ).

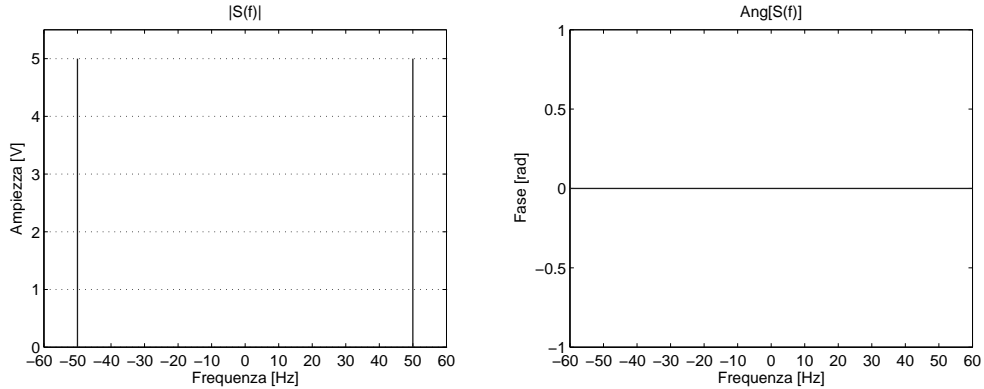
Rimanendo sempre in un caso teorico e considerato che i convertitori analogico digitali di



**Figura 3.1** – Andamento del segnale sinusoidale  $s(t)$

cui disponiamo nella realtà impongono un tempo minimo tra un campione e l'altro, al posto di un segnale continuo, analizziamo un segnale campionato nel tempo:

$$s(kT_p) = A_0 \sin(2\pi f_0 kT_p + \phi_0) \quad (3.4)$$



**Figura 3.2** – A sinistra il modulo della trasformata di  $s(t)$  e a destra la fase della trasformata di  $s(t)$

dove  $k$  è un numero appartenente all'insieme degli interi, mentre  $T_p = 1/F_p$  è l'intervallo di campionamento. Supponiamo sempre che  $F_p$  rispetti il teorema di Nyquist ovvero  $F_p > 2f_o$ .

Con il segnale 3.4 non è più possibile utilizzare l'integrale di Fourier perché la variabile su cui si integra non è più continua. Per questo motivo è necessario utilizzare la DTFT (Discrete Time Fourier Transform):

$$S(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} T_p \cdot s(kT_p) e^{-j2\pi f k T_p} \quad (3.5)$$

$$= -\frac{j}{2} \delta(f - f_0) e^{j\phi_0} + \frac{j}{2} \delta(f + f_0) e^{-j\phi_0} \quad (3.6)$$

il risultato è sempre quello di figura 3.2, ed è uguale al caso del segnale continuo.

Nel caso di spettro ideale la variabile indipendente  $f$  è continua, quindi per identificare la frequenza delle armoniche è sufficiente utilizzare la posizione dei massimi del modulo dello spettro.

$$f_i = \operatorname{argmax} |S(f)| \quad (3.7)$$

Successivamente per identificare l'ampiezza e la fase basta leggere i valori dello spettro in modulo e fase in corrispondenza della frequenza dell'armonica considerata. In questo caso i valori rilevati con il procedimento appena descritto sono corretti e non richiedono ulteriori stime. Nel caso fosse presente un rumore di fondo, è sufficiente scegliere in modo adeguato le soglie dell'algoritmo che identifica i massimi, mentre i valori di ampiezza e fase dello spettro sarebbero affetti da un'incertezza proporzionale all'ampiezza del disturbo.

### 3.2 Algoritmo nel caso reale

I metodi per calcolare lo spettro illustrati nel caso ideale non sono utilizzabili nella realtà perché non è possibile né acquisire né memorizzare un numero infinito di campioni. La soluzione a questo limite viene dalla trasformata discreta di Fourier DFT (Discrete Fourier Transform) definita nel seguente modo:

$$S(nF) = \sum_{k=k_0}^{k_0+N-1} T_p s(kT_p) e^{-j2\pi k T_p n F} \quad (3.8)$$

dove  $k_0$  è l'istante iniziale del campionamento,  $N$  è il numero di campioni raccolti con passo di campionamento costante e frequenza  $F_p = 1/T_p$  e  $F$  è l'intervallo di campionamento in frequenza:

$$F = \frac{F_p}{N} = \frac{1}{T_p N} \quad (3.9)$$

La DFT, come si può notare dagli indici della sommatoria, permette di calcolare lo spettro su di un numero di campioni finito, quindi con una osservazione del segnale della durata di:

$$T_w = \frac{N}{F_c} = N \cdot T_p \quad (3.10)$$

La variabile indipendente dello spettro spesso viene espressa in *bin*, cioè si omette la variabile  $F$ . Il risultato finale non varia, mentre cambia la chiave di lettura dello spettro. I *bin* corrispondono al numero di periodi di un segnale a frequenza  $F_p/N$  osservati all'interno della finestra temporale  $T_w$ . Questo permette di dimensionare  $N$  e  $F_p$  in modo molto semplice imponendo la posizione delle armoniche nello spettro.

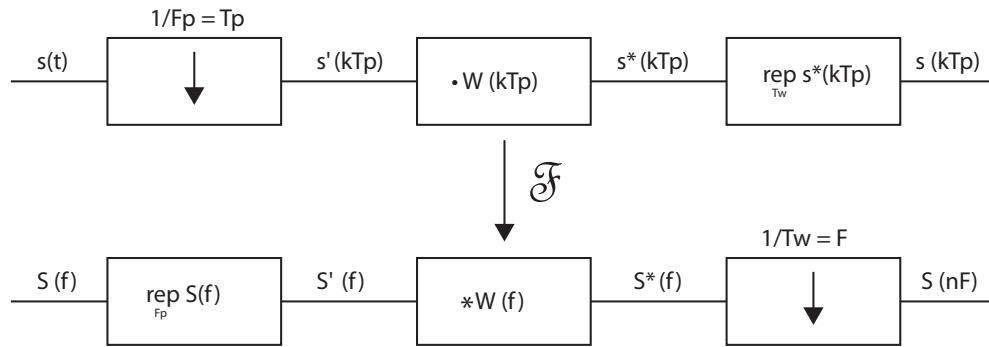
L'utilizzo di una finestra di osservazione finita ha come effetti la discretizzazione dello spettro, infatti il risultato della 3.8 è una funzione a valori complessi nella variabile discreta  $nF$ . Pertanto a parità di frequenza di campionamento un numero minore di campioni comporterà una riduzione della risoluzione.

Dal punto di vista computazionale il costo di risorse per il calcolo della DFT è asintotico a  $O(n^2)$ , e questo influisce negativamente sulle prestazioni. Nel caso di un numero di campioni pari ad una potenza di due, una soluzione largamente utilizzata è l'impiego dell'algoritmo di Fast Fourier Transform [15] il quale permette il calcolo della DFT con una asintoticità di  $O(n \log n)$ .

Le trasformazioni che la DFT applica allo spettro del segnale ideale  $X(f)$  possono essere scomposte nella combinazione di tre operazioni ideali. Ciò permette di calcolare per via analitica il risultato partendo dallo spettro ideale, oltre che di comprenderne meglio il com-

portamento. Le tre operazioni sono riportate nello schema a blocchi di figura 3.3.

Per ogni operazione è stata definita la sua duale nel campo delle frequenze. Il primo passo



**Figura 3.3** – Scomposizione in blocchi elementari della DFT

consiste nel campionare il segnale con una frequenza costante, l'operazione si traduce in una ripetizione periodica nel campo delle frequenze. Questa è la dualità alla base del teorema di Nyquist, infatti per evitare l'aliasing delle componenti è necessario che la frequenza di campionamento sia almeno il doppio della frequenza massima che si vuole osservare nello spettro del segnale  $S(f)$ . L'uscita del primo blocco è il segnale discretizzato nel tempo dal quale verranno acquisiti gli  $N$  campioni da utilizzare nella DFT. La selezione degli  $N$  campioni viene rappresentata da una funzione finestra  $w(kT_p)$  definita nel seguente modo:

$$w(kT_p) = \begin{cases} 1 & n_0 < k < n_0 + N - 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (3.11)$$

il risultato della moltiplicazione tra il segnale  $s'(kT_p)$  e la finestra sarà un segnale uguale a  $s'(kT_p)$  all'interno del periodo di acquisizione e zero al di fuori. La conseguenza che si osserva nello spettro è la convulsione tra il segnale originale  $S(f)$  e lo spettro della finestra  $W(f)$ :

$$W(nF) = T_w \text{sinc}(n) e^{-j\pi n} \quad (3.12)$$

La distorsione introdotta è sempre una conseguenza del periodo di osservazione finito, infatti supponendo di estendere all'infinito  $T_w$ , lo spettro della funzione finestra tende ad un impulso di Dirac che, come noto dalla teoria, rappresenta la funzione identità nella convulsione e dunque non provocherebbe distorsioni allo spettro, lasciandolo inalterato. L'ultimo passo, eseguito per definizione dalla DFT, consiste nell'estensione per periodicità nel tempo dei campioni acquisiti nell'intervallo  $T_w$ , provocando il campionamento nelle frequenze che

sta alla base della limitata risoluzione dello spettro della DFT.

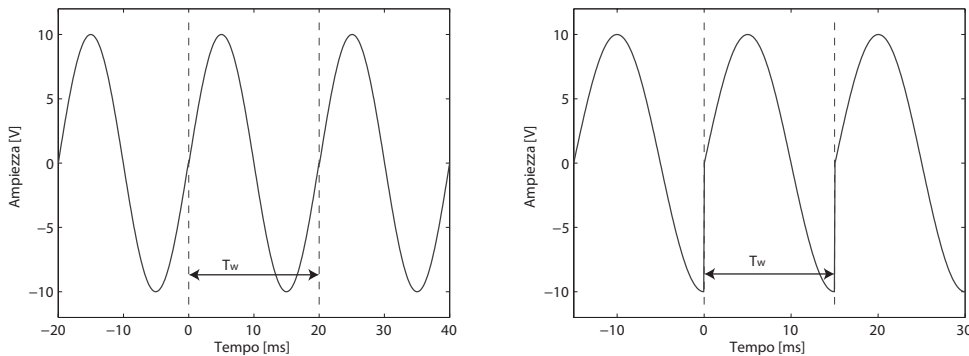
Se al segnale definito in 3.1 applichiamo l'algoritmo di DFT, il risultato che si ottiene è il seguente:

$$S(nF) = -\frac{jA_0}{2} e^{j\phi_0} W(nF - f_0) + \frac{jA_0}{2} e^{-j\phi_0} W(nF + f_0) \quad (3.13)$$

l'unica differenza con lo spettro ideale 3.2 è l'introduzione della funzione  $W(nf)$  che rappresenta la distorsione spettrale dovuta al periodo di osservazione limitato.

L'estensione per periodicità, eseguita in modo implicito dall'operatore di DFT, dà luogo al principale problema di questo metodo perché, se il campionamento del segnale non è eseguito in modo corretto porta all'introduzione di distorsioni nello spettro. Per esempio consideriamo il segnale sinusoidale definito in 3.1, se il periodo di osservazione è esattamente un multiplo intero del periodo del segnale, allora la ripetizione periodica riprodurrà il segnale iniziale, mentre, come mostrato in figura 3.4, nel caso non sia un intero il segnale risultante non sarà uguale a quello originale e molto probabilmente non sarà neppure continuo. La conseguenza è l'introduzione di *armoniche* nello spettro che non sono attribuibili al segnale originale. Queste due casistiche sono chiamate in gergo rispettivamente campionamento *coerente* e campionamento *incoerente*.

Nel caso di campionamento coerente per il segnale 3.1, si può affermare che:



**Figura 3.4** – Esempio di campionamento coerente a sinistra e incoerente a destra

$$f_0 = l_0 F \quad \text{dove } l_0 \text{ è un intero} \quad (3.14)$$

dove il termine  $l_0$  rappresenta la frequenza normalizzata espressa in bin. Sostituendo 3.14 in 3.13 si ottiene:

$$S(nF) = -\frac{jA_0}{2} e^{j\phi_0} W[(k - l_0)F] + \frac{jA_0}{2} e^{-j\phi_0} W[(k + l_0)F] \quad (3.15)$$

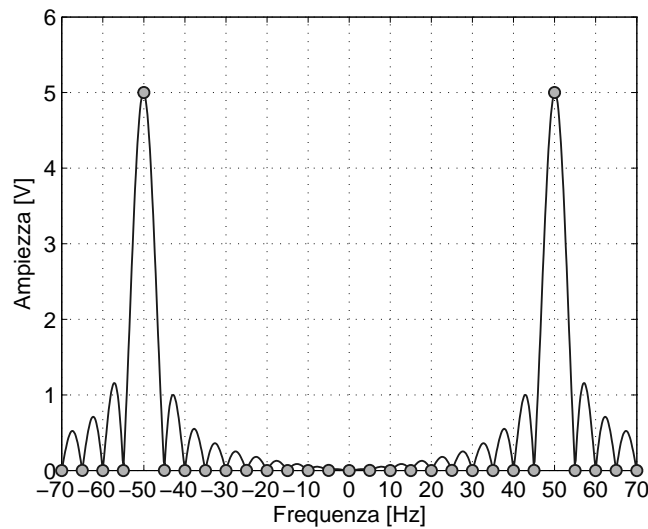


$k - l_0$  è sempre un numero intero quindi la funzione 3.12 sarà sempre nulla tranne che per  $k = l_0$  dove sarà uguale a 1. Di conseguenza lo spettro risultante può essere riscritto:

$$S(nf) = \begin{cases} -\frac{jA_0}{2} e^{j\phi_0} & k = l_0 \\ +\frac{jA_0}{2} e^{-j\phi_0} & k = -l_0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (3.16)$$

In questo caso i campioni dello spettro presentano solo due righe in corrispondenza delle frequenze del segnale, come mostrato in figura 3.5. Si ha pertanto una perfetta sovrapposizione con lo spettro ideale del segnale 3.2, in altre parole si è evitata la distorsione introdotta dal troncamento dovuto al tempo di osservazione limitato.

Nella realtà il campionamento coerente è molto difficile da ottenere perché il segnale da



**Figura 3.5** – Trasformata di un segnale monofrequenziale con campionamento coerente

analizzare potrebbe presentare una certa variabilità in frequenza oppure, a causa della temperatura o del deterioramento dei componenti, la frequenza potrebbe subire delle derive non prevedibili. In queste condizioni è difficile acquisire un numero intero di periodi, in tal caso si parla di campionamento incoerente dove  $f_0$  viene descritta nel seguente modo:

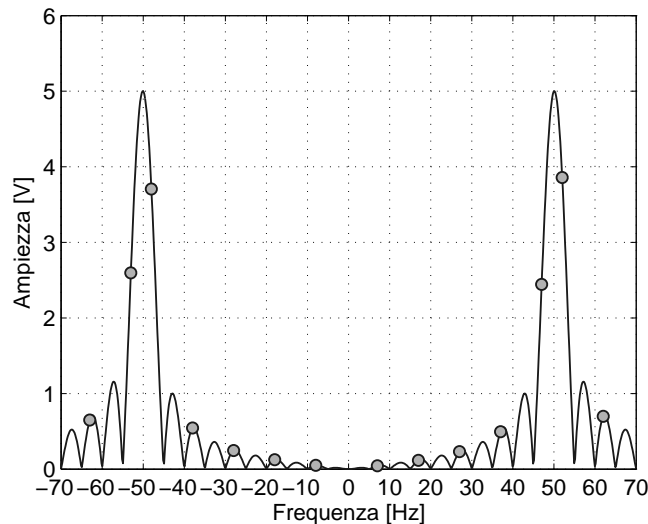
$$f_0 = \lambda_0 F = (l_0 + \delta_0)F \quad l_0 \text{ intero, } |\delta_0| \leq \frac{1}{2} \quad (3.17)$$

Sostituendo la 3.17 in 3.13 si ottiene:

$$S(nF) = -\frac{jA_0}{2} e^{j\phi_0} W[(k - l_0 - \delta_0)F] + \frac{jA_0}{2} e^{-j\phi_0} W[(k + l_0 + \delta_0)F] \quad (3.18)$$

Come si può osservare dalla figura 3.6, i punti in cui lo spettro viene campionato non coincidono più con gli zeri della finestra perché a causa del  $\delta_0$  l'argomento della funzione  $W(nF)$  non assume mai valori interi al variare di  $k$ .

Questo significa che l'operazione di campionamento in frequenza non riesce a compensare



**Figura 3.6** – Trasformata di un segnale monofrequenziale con campionamento incoerente

la distorsione introdotta dal troncamento nel tempo: si manifesta cioè una dispersione dello spettro del segnale sull'intero asse delle frequenze, nota come *spectral leakage*. Lo *spectral leakage* comporta un errore di misura attribuibile principalmente a due fenomeni:

**Equilibrio energetico:** per il teorema di Parseval l'energia complessiva del segnale deve rimanere costante quindi, per compensare la comparsa di valori non nulli al di fuori del lobo principale, il valore del picco massimo deve diminuire.

**Interferenza a lungo raggio:** lo spettro della finestra  $w(t)$  è illimitato in frequenza, quindi se sono presenti dei valori non nulli al di fuori del lobo principale, questi potrebbero interferire con gli spettri di altre armoniche se non addirittura con la loro immagine.

### 3.2.1 Finestratura

Riferendosi allo schema a blocchi di figura 3.3, si nota che i problemi legati alla distorsione introdotta dal troncamento nel tempo sono dovuti alla finestratura del segnale  $s(t)$ , ed in particolare alla forma del segnale  $w(t)$ . Dal punto di vista teorico non si può eliminare questo blocco, mentre è possibile deciderne la forma. Per questo motivo si studiano delle funzioni che permettano di ridurre gli effetti del troncamento.

Le finestre in via generale presentano spettri abbastanza simili tra loro, è sempre presente un lobo principale centrato nell'origine di ampiezza molto maggiore rispetto al resto dello spettro e con una occupazione in frequenza limitata e nota, inoltre in base alla struttura dell'equazione che genera la finestra, sono presenti una successione di lobi laterali con ampiezze decrescenti con l'aumentare della distanza dal lobo principale.

Queste funzioni, come mostrato in figura 3.7, vengono caratterizzate in base alle proprietà del loro spettro, i parametri principali sono l'attenuazione in decibel tra il lobo principale e il primo lobo laterale, dalla larghezza di banda del lobo principale di solito espressa in bin e dalla velocità di decadimento dei lobi laterali espressa in  $dB/Dec$ .

In una applicazione reale, il periodo di osservazione  $T_W$  è finito, pertanto le finestre devono

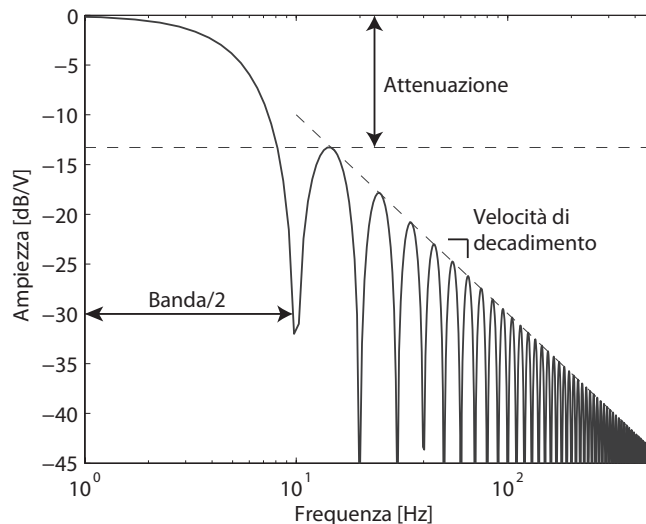


Figura 3.7 – Parametri tipici delle finestre

essere delle funzioni limitate nel tempo. Di conseguenza i loro spettri saranno infiniti, quindi per ridurre gli effetti del *spectral leakage* è fondamentale individuare delle forme che permettano di ottenere lobi principali molto stretti e la riduzione dell'ampiezza dei lobi laterali. Purtroppo queste due richieste sono in contrasto tra di loro, è quindi necessaria

una soluzione di compromesso, eventualmente ottimizzata in base alle caratteristiche del segnale da analizzare.

In via generale le finestre hanno una durata che coincide con il periodo di osservazione  $T_W$  ossia:

$$w(kT_p) = 0 \quad \text{solo per } k \leq n_0 \quad \text{e} \quad k \geq n_0 + N \quad (3.19)$$

Si desidera inoltre considerare finestre con uno spettro simmetrico rispetto all'origine in modo da ottenere la stessa riduzione del *spectral leakage* da entrambe le parti della riga analizzata, di conseguenza le funzioni nel tempo saranno scelte con simmetria pari rispetto al campione centrale.

Le finestre sono un argomento molto studiato in letteratura [25] [35] [16] [20] [31]. Esistono molte tipologie diverse ognuna della quali mette in risalto una particolare proprietà, per esempio alcune finestre presentano lobi principali molto stretti che ben si adattano per la stima di frequenza, altre invece hanno lobi principali larghi ma estremamente piatti nell'intorno dell'origine per migliorare la stima di ampiezza. Altre ancora presentano un'attenuazione molto elevata tra il lobo principale e il lobo secondario per eliminare il più possibile l'interferenza con componenti vicine. Analizzarle tutte è praticamente impossibile, per questo motivo ci limiteremo ad analizzare la famiglia delle *finestre cosinusoidali*.

Questa particolare tipologia di finestra deve il suo nome all'espressione matematica che genera la forma d'onda, infatti sono tutte generate da una successione di coseni scalati in ampiezza e frequenza:

$$w(kT_p) = \begin{cases} \sum_{l=0}^{H-1} a_l \cos\left(\frac{2\pi l k T_p}{N}\right) & |k| \leq \frac{N}{2} \\ 0 & |k| \geq \frac{N}{2} \end{cases} \quad (3.20)$$

dove  $N$  è il numero di campioni su cui applicare la finestra,  $H$  è il numero di termini che vengono combinati e  $a_k$  è la serie di coefficienti reali per scalare le componenti. Inoltre, per come è definita la funzione, la finestra sarà centrata nell'origine degli assi dunque simmetrica rispetto  $t = 0$ .

Questa famiglia di finestre è largamente utilizzata nella analisi armonica su *power grid* perché l'espressione matematica degli spettri è facilmente calcolabile ed invertibile sugli attuali DSP, aspetto che verrà molto utile nelle sezioni successive. Per impostare le caratteristiche della finestra è sufficiente scegliere in modo opportuno i coefficienti  $a_k$ .

Lo spettro delle finestre cosinusoidali è calcolabile in forma chiusa, cosa non sempre possi-

bile per le altre finestre e vale [4]:

$$W(f) = \sin(\pi f) e^{-j\pi f} e^{j\frac{\pi}{N}f} \sum_{l=0}^{H-1} (-1)^l \frac{a_l}{2} \left[ \frac{e^{-j\frac{\pi}{N}f}}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(f-l)\right)} + \frac{e^{j\frac{\pi}{N}f}}{\sin\left(\frac{\pi}{N}(f+l)\right)} \right] \quad f \in [0, N) \quad (3.21)$$

Le finestre cosinusoidali godono delle seguenti proprietà:

- La banda del lobo principale espressa in *bin* è proporzionale al numero  $H$  di coseni considerati:

$$B = 2H \quad (3.22)$$

- Lo spettro possiede degli zeri al di fuori del lobo principale alle frequenze multiple di:

$$F = \frac{1}{T_w} \quad (3.23)$$

- Assume il valore massimo nell'origine.
- Per le finestre con andamenti continui la velocità di decadimento dei lobi laterali è pari a [21]:

$$-(2d + 3) \cdot 6 \text{ dB/Octave} \quad (3.24)$$

dove  $d$  è la classe di continuità della funzione finestra. Mentre per le finestre discontinue la velocità è sempre pari a :  $-6 \text{ dB/Octave}$

- L'attenuazione tra il lobo principale e il primo lobo laterale è proporzionale ad  $H$  e a  $d$ : finestre discontinue e con un elevato numero di coseni presentano attenuazioni elevate. Di solito non vengono mai utilizzati valori di  $H$  superiori a 6 perché i vantaggi derivanti dall'utilizzo non giustificano la complessità della finestra.

Per le analisi sperimentali si è scelto di utilizzare solo alcune finestre tra quelle disponibili, perché presentano particolari caratteristiche o perché sono tra quelle più utilizzate in letteratura e quindi i risultati possono essere confrontati senza dover applicare particolari correzioni.

Le finestre che verranno utilizzate sono:

1. 2Term-MSLD Hanning
2. 3Term-MSLD

## 3. 3Term Blackmann-Harris

## 4. 4Term-MSLD

Con l'acronimo *MSLD* si indica la tipologia di finestre a massimo decadimento dei lobi laterali (Maximum Side Lobe Decay), questa proprietà si ottiene massimizzando la classe di continuità della funzione finestra [21]. Un'ulteriore motivo del largo utilizzo delle finestre *MSLD* è l'espressione matematica del loro spettro, se il numero di campioni considerati  $N$  è sufficientemente grande, l'equazione 3.21 può essere semplificata [4] ottenendo una formula molto più semplice e gestibile analiticamente:

$$W(f) \simeq \frac{N \sin(\pi f)}{2^{2H-2} \pi f} e^{-j\pi f} e^{j\frac{\pi}{N} f} \frac{(2H-2)!}{\prod_{q=1}^{H-1} (q^2 - f^2)} \quad (3.25)$$

In tabella 3.1 sono riportati i coefficienti che generano le finestre considerate, mentre in figura 3.8 sono riportati gli andamenti nel tempo delle finestre e in figura 3.9 gli spettri delle finestre.

Come si nota dalle figure 3.8 le finestre presentano tutte lo stesso andamento agli estremi

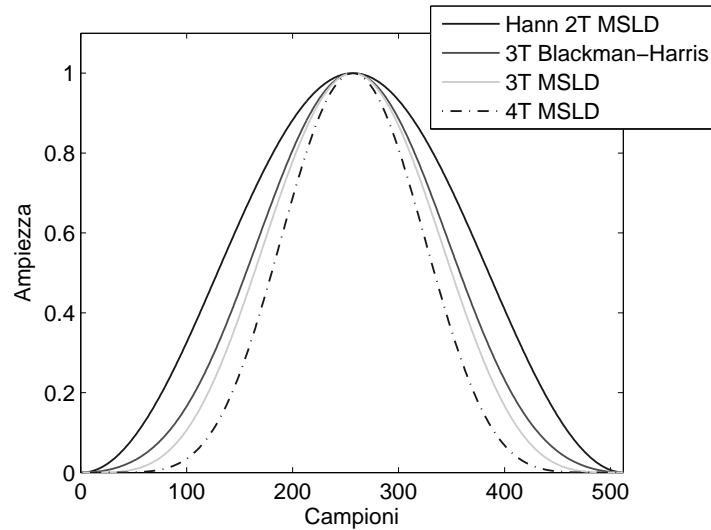
H	Finestra	Coefficienti delle finestre			
		$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
2	Hann 2Term MSLD	0.5	0.5		
3	3Term MSLD	0.375	0.5	0.125	
3	Blackmann-Harris 3Term	0.4090	0.5	0.019	
4	4Term MSLD	0.3125	0.46875	0.1875	0.03125

**Tabella 3.1** – Coefficienti delle finestre cosinusoidali utilizzate

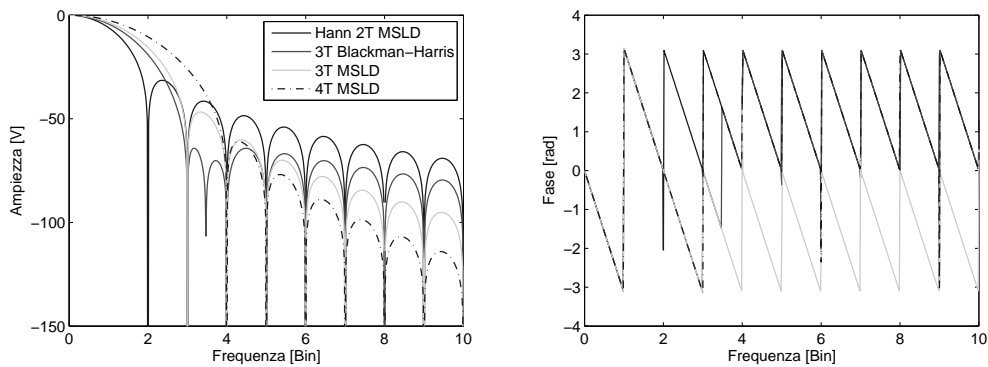
del dominio di definizione. La spiegazione è molto intuitiva, infatti la tendenza ad annullarsi agli estremi fa sì che, anche nel caso di un campionamento incoerente, la ripetizione periodica sia continua perché ad ogni estremo dei periodi il segnale sarà nullo o quasi.

Confrontando i valori della tabella 3.2, in cui sono riportate le caratteristiche delle finestre, è possibile osservare quanto l'applicazione o meno di una finestra possa influire nella qualità dello spettro. Aumentando l'ordine di  $H$  si otterranno finestre sempre più selettive, questo però a scapito della quantità di banda occupata.

Queste finestre permettono di stimare con i semplicità i parametri spettrali grazie all'espressione maneggevole del loro spettro, per questo motivo sono state scelte tra tutte le finestre esistenti. Inoltre presentano delle prestazioni tutto sommato buone e facilmente caratterizzabili.



**Figura 3.8** – Andamenti nel tempo delle finestre utilizzate



**Figura 3.9** – Spettri in frequenza normalizzati delle finestre utilizzate, a sinistra il modulo e destra la fase

La finestra di Blackman-Harris è una tipologia mista e non appartiene alla classe delle finestre a massimo decadimento. La sua classe di continuità non è stata massimizzata, ma si è cercato una via di mezzo tra la velocità di decadimento e l'attenuazione tra il lobo principale e il secondario. Viene comunque proposta perché con una banda di soli sei *bin* permette di ottenere una attenuazione di  $60\text{dB}$  che, in caso di assenza del rumore, assicura un'accuratezza di stima pari al  $0.1\%$  anche nel caso di righe spettrali vicine.

H	Finestra	Caratteristica in frequenza della finestra		
		Banda	Attenuazione tra lobo principale e secondario (dB)	Decadimento dei lobi laterali (dB/Ottava)
1	Rettangolare	2	-13	-6
2	Hann 2Term MSLD	4	-31.47	-18
3	3Term MSLD	6	-46.74	-30
3	3Term Blackman-Harris	6	-58.11	-18
4	4Term MSLD	8	-62.53	-42

Tabella 3.2 – Proprietà principali delle finestre sinusoidali utilizzate

### 3.2.2 Stima dei parametri

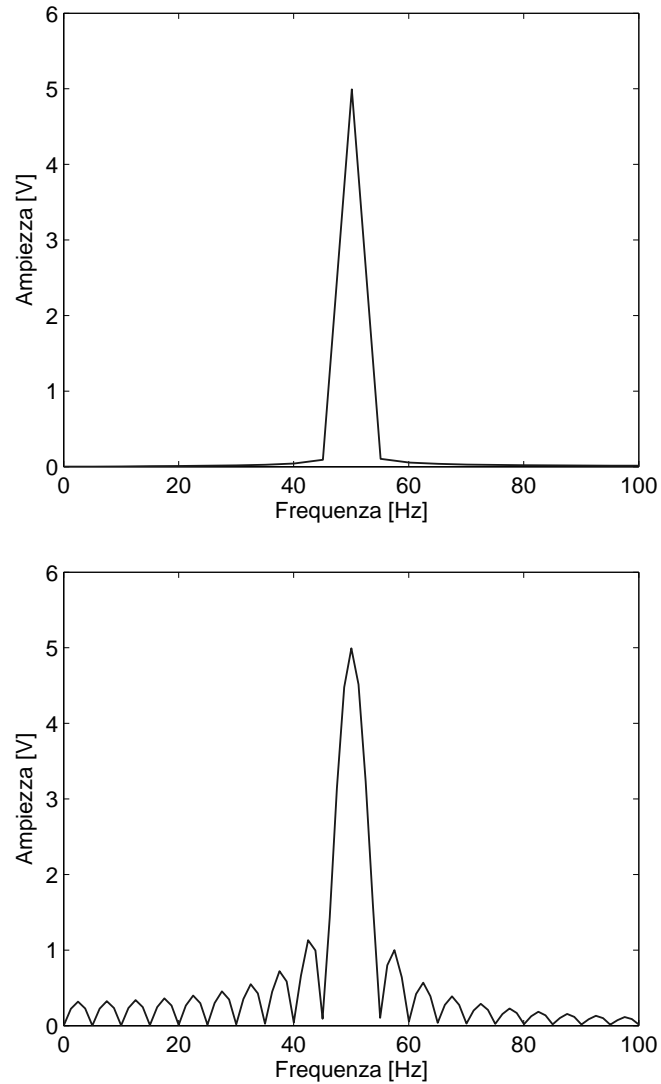
Nel caso del campionamento coerente, come già accennato nelle sezioni precedenti, non sono necessari particolari accorgimenti perché, esclusi i campioni interni al lobo principale, i punti calcolati dell'algoritmo di FFT cadono esattamente negli zeri della trasformata della finestra. Pertanto lo spettro risultante coincide con quello teorico nel caso della finestra rettangolare, mentre se vengono utilizzate delle finestre con bande maggiori di 2 *bin* è sufficiente considerare il punto che presenta il massimo di ampiezza all'interno della banda di ogni singola armonica per ricondursi allo spettro ideale. Per stimare i parametri in modo accurato è possibile utilizzare gli algoritmi già descritti per il caso ideale, perché la distorsione introdotta dal periodo di osservazione finito non è osservabile con il campionamento coerente.

In una applicazione reale sono richiesti algoritmi più robusti, in grado di resistere a fenomeni imprevedibili. Una soluzione è progettare il sistema ponendosi sempre nel caso peggiore e quindi ipotizzando di ottenere sempre un campionamento incoerente. In tal caso l'utilizzo delle finestre non risolve completamente i problemi di distorsione introdotti; pertanto senza ulteriori accorgimenti non è possibile avere la certezza di ricavare delle stime accurate dei parametri delle componenti.

Lo scopo principale degli algoritmi di stima spettrale attualmente utilizzati consiste nel quantificare lo scostamento  $\delta_m$  descritto nell'equazione 3.17. Per raggiungere tale obiettivo esistono diversi modi:

- Il metodo più conosciuto è chiamato *Zero Padding*[27] e consiste nell'aggiungere degli zero alla fine del vettore dei campioni acquisiti, in modo tale da diminuire la distanza tra i punti della FFT. È importante notare che, come mostrato nell'esempio





**Figura 3.10** – Esempio del metodo di stima spettrale *ZeroPadding*

di figura 3.10, non aumenta la risoluzione in frequenza perché la porzione acquisita di segnale rimane sempre la stessa, semplicemente si conosce con maggiore dettaglio l'andamento dello spettro. Sfortunatamente se l'accuratezza richiesta è elevata questo metodo comporta un aumento dei tempi di calcolo non accettabile se paragonato con gli altri metodi di stima; per questo motivo viene utilizzato di rado.

- Un ulteriore metodo di stima proposto da *Rife e Boorstyn* [30] è la stima a massima verosimiglianza (*Maximum-Likelihood Estimation*). Noto il segnale da stimare  $S_n$ , si

descrive la sua funzione di densità di probabilità  $f$  supponendola gaussiana:

$$f(S_n, \alpha) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^2 \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} (S_n - \mu_n)^2 \right] \quad (3.26)$$

dove  $\alpha$  è un vettore contenente i parametri da stimare definiti nel modello del segnale  $\mu_n$ .

Questo metodo iterativo prevede di calcolare i valori  $\alpha$  che massimizzano la funzione  $f(S_n, \alpha)$ ; in termini pratici si tratta di assegnare al modello del segnale i parametri più probabili. Pertanto è necessario conoscere in modo esatto il modello del segnale che si vuole stimare nel tempo o nella frequenza. Questo, insieme alle elevate richieste di risorse elaborative, è il motivo dello scarso utilizzo nei sistemi *real-time* anche se l'accuratezza che permette di ottenere è notevole.

- Un'altra tecnica descritta in letteratura è l'interpolazione spettrale basata sulla conoscenza del comportamento della finestra [4]. Questo metodo permette di ricostruire lo spettro come se fosse calcolato su un segnale continuo nel tempo partendo dai punti elaborati dalla FFT e dunque ottenere uno spettro continuo su cui ricercare i massimi per identificare  $\delta_m$ .

Dal punto di vista matematico l'interpolazione funzionale a n-punti consiste nel calcolare i parametri della funzione interpolatrice in modo tale che gli n-punti appartengano al codominio della funzione interpolatrice stessa. Ciò si ottiene mettendo a sistema n equazioni, una per ogni punto considerato. Maggiore sarà il numero di punti considerati migliore sarà l'accuratezza della stima.

Nel nostro caso la funzione interpolatrice è lo spettro della finestra  $W(f)$  e gli n-punti da interpolare sono i punti della FFT. Lo spettro della finestra non sempre ha una espressione matematica semplice, pertanto per rendere più rapido il calcolo nei DSP la funzione interpolatrice viene approssimata ad un polinomio nell'intorno dell'origine del lobo principale. Questa semplificazione limita gli elementi della FFT selezionabili ai soli punti interni al lobo principale.

Con questa tecnica di stima è necessario trovare un compromesso tra la tipologia di finestra utilizzata e il numero di punti da interpolare. Il numero di punti interni al lobo principale per una qualsiasi finestra cosinusoidale è sempre pari a  $2H - 1$ , dunque finestre con molti coseni permettono di ottenere interpolazioni più accurate a scapito però di elaborazioni numeriche più onerose perché la complessità degli spettri cresce con  $H$ .

Analizziamo ora il caso più semplice dell'interpolazione a due punti applicato allo spettro di equazione 3.13. Per questo metodo di stima è necessario applicare una finestra con una banda maggiore di 2 *bin*. Tramite un algoritmo di ricerca dei massimi, si individua come mostrato in figura 3.11 il punto con ampiezza maggiore all'interno del lobo principale, indicato con  $i_0$  e  $A_{i_0}$  rispettivamente l'indice e ampiezza; successivamente si confrontano i due punti adiacenti all'indice  $i_0$  e si identifica il maggiore dei due, che verrà indicato con  $i_1$  e  $A_{i_1}$ . Supponiamo per semplicità il caso:

$$i_1 = i_0 - 1 \quad (3.27)$$

Noti i due punti, è possibile impostare il sistema di equazioni come segue:

$$\begin{cases} A_{i_0} = A_0 W(i_0 - \lambda_0) \\ A_{i_1} = A_0 W(i_1 - \lambda_0) \end{cases} \quad (3.28)$$

È un sistema di due incognite  $A_0$ ,  $\lambda_0$  in due equazioni indipendenti quindi ammette un'unica soluzione. Sfruttando le espressioni 3.17 è possibile riscrivere il sistema 3.28 esplicitando la variabile  $\delta_0$ :

$$\begin{cases} A_{i_0} = A_0 W(\delta_0) \\ A_{i_1} = A_0 W(\delta_0 - 1) \end{cases} \quad (3.29)$$

Sostituendo la seconda equazione nella prima ed invertendo la funzione  $W(f)$  ricavata dall'espressione degli spettri 3.21 è possibile stimare il valore di  $\delta_0$ . I valori stimati verranno indicati nel seguito con un cappuccio:

$$\frac{A_{i_0}}{A_{i_1}} = \alpha_0 = \frac{W(\delta_0)}{W(\delta_0 - 1)} = \frac{H - 1 + \hat{\delta}_0}{H - \hat{\delta}_0} \quad (3.30)$$

Nel caso particolare di una finestra a massimo decadimento sostituendo a  $W(f)$  la sua espressione matematica ed esplicitando  $\hat{\delta}_0$  si ottiene:

$$\hat{\delta}_0 = \frac{H\alpha_0 - H + 1}{\alpha_0 + 1} \quad (3.31)$$

La funzione  $W(f)$  per definizione è iniettiva ma non suriettiva quindi ad almeno due valori di  $\alpha_0$  è associato lo stesso valore di  $\hat{\delta}_0$ ; quest'ultimo grado di libertà dell'interpolatore non è identificabile a priori perché i due punti noti dello spettro  $A_{i_0}$ ,  $A_{i_1}$  sono già stati utilizzati.

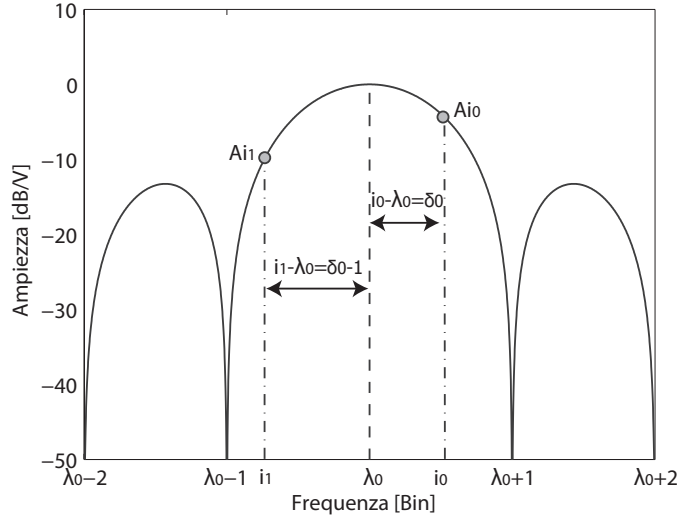


Figura 3.11 – Esempio del metodo di interpolazione spettrale con approssimazione polinomiale

La soluzione di questo problema deriva da una considerazione di tipo pratico: il centro della finestra è sempre localizzato tra i due massimi  $A_{i_0}$  e  $A_{i_1}$  e dunque se il picco secondario si trova a sinistra del massimo principale il valore di  $\delta_0$  assumerà valori negativi e viceversa.

Noto anche quest'ultimo grado di libertà, è possibile stimare il valore di  $f_0$ :

$$\hat{f}_0 = (i_0 \pm \delta_0) \cdot F = \hat{\lambda}_0 F \quad (3.32)$$

Stimata la frequenza dell'armonica, si può procedere con la stima dei restanti parametri applicando le necessarie correzioni all'ampiezza e alla fase:

$$\hat{A}_0 = \frac{2}{|W(-\hat{\delta}_0)|} |A_{i_0}| \quad (3.33)$$

$$\hat{\phi}_0 = \arg[A_{i_0}] - \arg[W(-\hat{\delta}_0)] \quad (3.34)$$

Anche in questo caso è possibile utilizzare le approssimazioni polinomiali di  $W(f)$  per velocizzare le elaborazioni.

Le tolleranze introdotte dalle espressioni 3.33 e 3.34 dipende dall'accuratezza della stima di  $\delta_0$  inoltre, come già descritto nella sezioni precedenti, il valore di  $A_{i_0}$  è influenzato dall'interferenza a lungo raggio dovuta allo *spectral leakage* delle altre componenti o della immagine stessa. Per questo motivo la stime di ampiezza e di

fase che si ottengono presentano un fattore di incertezza maggiore rispetto a quello della frequenza. Per attenuare questa incertezza si applicano algoritmi di interpolazione a più punti anche alla stima dell'ampiezza [1].

Maggiore è il numero di punti considerati, migliore sarà la stima ottenuta; procediamo quindi ad analizzare la stima di frequenza a tre o più punti. Le finestre cosinusoidali presentano sempre una banda pari a  $2H \text{ bin}$ , nel caso di campionamento incoerente il numero di punti interni al lobo principale è sempre un numero dispari pari a  $2H - 1$ , quindi risulta conveniente considerare le interpolazioni per un numero dispari di campioni: a 3, a 5 e 7 punti.

Dal punto di vista matematico il procedimento non cambia da quello già illustrato per i due punti. Supponiamo di interpolare a  $n$  punti, il primo passo consiste nell'identificare il campione con indice  $i_0$  che presenta l'ampiezza maggiore all'interno del lobo principale e successivamente gli  $n-1$  punti nell'intorno di  $i_0$ . La stima dei parametri si ottiene risolvendo il sistema di equazioni formato dalla ampiezze degli indici selezionati:

$$\begin{cases} A_{i_0} = A_0 W(i_0 - \lambda_0) \\ A_{i_1} = A_0 W(i_1 - \lambda_0) \\ \vdots \\ A_{i_n} = A_0 W(i_n - \lambda_0) \end{cases} \quad (3.35)$$

Il sistema presenta tre gradi di libertà pari ai valori incogniti:  $A_0$ ,  $\delta_0$  e il segno di  $\delta_0$ . Le  $n$  equazioni sono linearmente indipendenti tra di loro, dunque il sistema presenta una soluzione univoca soltanto se il numero di variabili incognite è pari al numero di equazioni. Per ovviare a questo limite si aggiungono  $n - 3$  variabili al sistema:

$$\begin{cases} A_{i_0} = A_0 W(i_0 - \lambda_0) \\ A_{i_1} = A_0 W(i_1 - \lambda_0) \\ A_{i_2} = A_0 W(i_2 - \lambda_0) \\ A_{i_3} = A_0 W(i_3 - \lambda_0) + \epsilon_1 \\ \vdots \\ A_{i_n} = A_0 W(i_n - \lambda_0) + \epsilon_{n-3} \end{cases} \quad (3.36)$$

A questo punto la soluzione del sistema si ottiene calcolando i 3 gradi di libertà che minimizzano le  $n - 3$  variabili aggiunte.

Il procedimento matematico diventa molto complesso, per cui ci si limita a riportare

le espressioni finali di  $\delta_0$  valide solo per le finestre a massimo decadimento [3]:

**3 punti**

$$\delta_0 = H \frac{1 - a_0}{1 + a_0} \quad (3.37)$$

**5 punti**

$$\delta_0 = \frac{(2H + 1)(1 + a_0) \pm \sqrt{(1 + a_0)^2 + 16a_0H(H + 1)}}{2(1 - a_k)} \quad (3.38)$$

**7 punti**

$$\delta_0 = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} - \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 + p^3}} - \frac{(H + 1)(a_0 + 1)}{a_0 + 1} \quad (3.39)$$

$$p = \frac{4a_0(H + 1)^2}{(a_0 + 1)^2} - \frac{1}{3} \quad (3.40)$$

$$q = \frac{4a_0(1 - a_0)(H + 1)^3}{(a_0 + 1)^3} \quad (3.41)$$

dove  $a_0$  vale:

$$a_0 = \frac{\sum_{i=0}^J C_J^{J-i} |S(i_0 - i)|}{\sum_{i=0}^J C_J^{J-i} |S(i_0 + i)|} \quad (3.42)$$

$$J = \frac{n - 1}{2} \quad C_m^p = \frac{m!}{(m - p)! p!} \quad (3.43)$$

In figura 3.12 è riportato un esempio di applicazione delle espressioni di interpolazione a più punti per un segnale di tipo sinusoidale. Nell'origine degli assi i tre metodi presentano un errore nullo perché corrisponde al caso del campionamento coerente, mentre è importante notare l'effetto di ottimizzazione della finestra la quale introduce una riduzione dell'incertezza di quasi un'ordine di grandezza. L'aumento dei punti di stima contribuisce invece con un fattore minore ma non trascurabile.

Lo stesso tipo di ragionamento vale per la stima di ampiezza, con un'importante differenza: l'ampiezza discende dalla stima di frequenza, quindi l'accuratezza che si può ottenere è influenzata da quanto bene si riesce a stimare la frequenza.

In figura 3.13 è riportato l'errore di stima dell'ampiezza,  $|e(A)| = (A/A^* - 1)$  dove  $A^*$  è il valore vero dell'ampiezza al variare della posizione in *bin* dell'armonica. Per valori piccoli di  $\theta$  non si ottiene una buona stima perché l'interferenza con l'immagine spettrale della componente stessa è molto elevata, mentre aumentando la distanza tra l'armonica e la sua immagine la qualità migliora con l'aumentare dei punti di interpolazione. Questo comportamento però è valido solo perché si suppone di conoscere

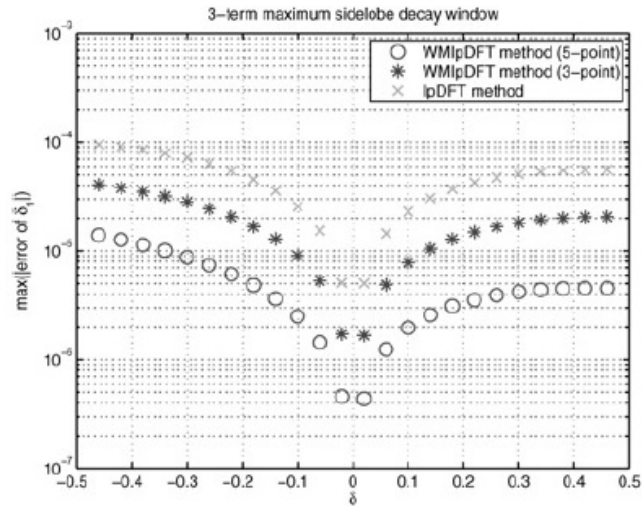


Figura 3.12 – Esempio del comportamento dell’errore assoluto della stima del  $\delta_{00}$  al variare del numero di punti interpolati [3]

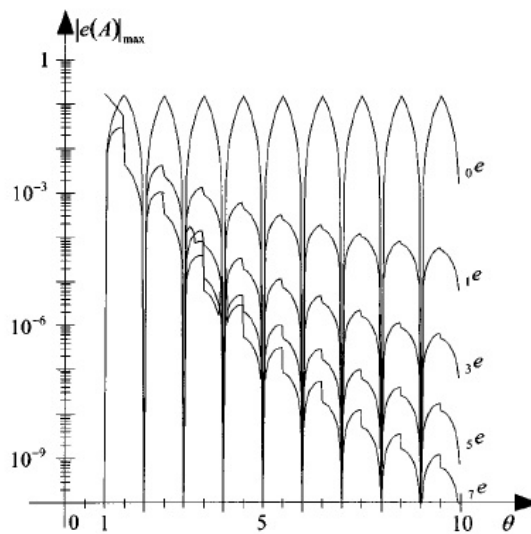
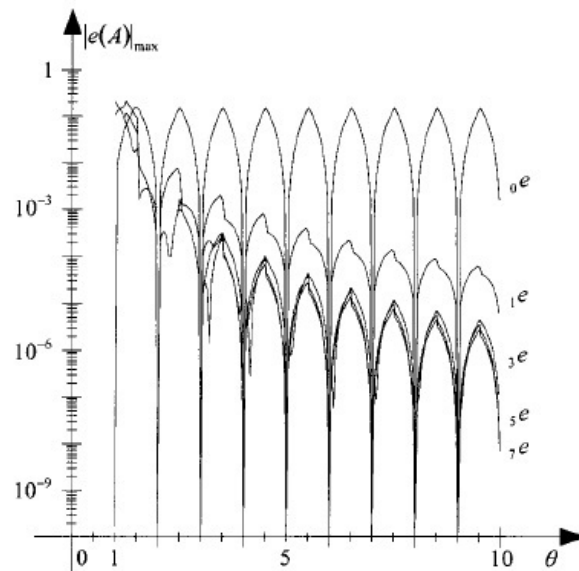


Figura 3.13 – Esempio del comportamento dell’errore assoluto della stima dell’ampiezza con frequenza nota al variare del numero di punti interpolati e della posizione dell’armonica per la finestra di Hanning [3]

in modo esatto la frequenza dell’armonica; un comportamento più reale è rappresentato in figura 3.14 dove la frequenza è stimata utilizzando tre punti. Come si nota, la stima di ampiezza anche con più punti di interpolazione non riesce a superare la

qualità di stima della frequenza cioè i tre punti, questo perché l'incertezza introdotta dall'errore di posizione della finestra domina sui contributi di interferenza dovuti alle altre componenti.



**Figura 3.14** – Esempio del comportamento dell'errore assoluto della stima dell'ampiezza con frequenza stimata a 3 punti al variare del numero di punti interpolati e della posizione dell'armonica per la finestra di Hanning [3]



# Capitolo 4

## Definizione del sistema di misura

In generale una qualsiasi misura per acquisire validità scientifica deve rispettare almeno due condizioni: la prova deve essere ripetibile e il risultato deve avere incertezza nota.

La ripetibilità di una prova si ottiene definendo in modo accurato e documentato il banco di test. Questo si ottiene descrivendo la disposizione e la configurazione degli strumenti utilizzati. Molto più difficile invece è la valutazione della incertezza totale della misura perché è influenzata da molti fattori. Questo rende la via matematica poco percorribile; infatti oggi si preferisce effettuare delle prove pratiche che identifichino le incertezze di ogni singolo componente del sistema di misura ed infine combinarle per ottenere il caso peggiore.

Il campo delle misure elettroniche non si sottrae a questi vincoli, dunque risulta necessario, insieme alla individuazione delle variabili da misurare, anche l'identificazione del sistema di misura.

Nel nostro caso tutte le prove saranno effettuate mediante simulazioni al calcolatore. Questo semplifica la definizione del sistema di misura. Infatti se escludiamo le discontinuità presenti nelle variabili a virgola mobile il calcolatore fornisce risultati esatti; inoltre la riproducibilità sarà assicurata dato che sia gli stimoli sia i risultati saranno forniti dall'aritmetica esatta della macchina.

### 4.1 Analisi normativa

Il sistema di misura dovrà essere in grado di analizzare correttamente tutti i segnali presenti nella rete.

Dalla teoria della compatibilità elettromagnetica sappiamo che attraverso le linee elettriche

possono propagarsi diversi tipi di fenomeni sia distruttivi che non, con cadenze temporali statisticamente non note. Inoltre la normativa consente al gestore della rete elettrica una certa tolleranza sui parametri del segnale, rendendo non più ideale la forma d'onda, con il rischio di far cadere le ipotesi su cui si basano gli algoritmi di analisi spettrale.

Non è facile definire un segnale di test con considerazioni deterministiche perché le cause generanti di eventuali disturbi sono molteplici ed inoltre l'interazione tra una o più sorgenti non è nota a priori. Infatti non tutti i segnali si combineranno con la stessa fase dando luogo a dei massimi o dei minimi, per questo motivo si è deciso di affidarsi alle norme di immunità per la compatibilità elettromagnetica. Tali norme sono il frutto di anni di raccolta dati e di analisi statistiche da parte di esperti del settore e forniscono le caratteristiche dei disturbi nel loro caso peggiore. La maggior parte dei disturbi si verifica raramente o solo in determinati ambienti. Si è quindi preferito distinguere i segnali in: segnali statisticamente sempre presenti e segnali in condizioni estreme, il così detto *worst case*.

Della categoria dell'immunità ai disturbi condotti esistono una quantità notevole di norme, molte delle quali senza informazioni utili alla nostra ricerca.

Una prima scrematura deriva dal selezionare dispositivi con corrente nominale minore di 16A. Questo significa poter inserire i nostri punti di misura su stabili con potenza nominale massima di 3KW. Una successiva selezione viene dal valutare i possibili disturbi che possono generarsi in ambienti residenziali e quali possono effettivamente generare difficoltà all'algoritmo di calcolo. Questo ha portato ad eliminare anche tutti quei disturbi di tipo distruttivo: burst, surge, scariche ESD, perché si suppone che il dispositivo di misura sia immune e quindi filtri a monte del modulo di acquisizione questo tipo di segnali. Ciò per evitare danni permanenti e tutti quei disturbi il cui campo di frequenze è al di fuori della banda di acquisizione.

Alcune delle informazioni riportate in questo capitolo sono tratte da [2].

#### 4.1.1 Variazioni di frequenza

La frequenza del segnale di rete è uno dei più importanti parametri nei sistemi di potenza. Infatti, nella maggior parte delle apparecchiature è alla base della stabilità e affidabilità dei moduli di alimentazione; anche lievi variazioni possono mettere in crisi il più sofisticato dei controlli. Senza particolari apparecchiature di separazione, la frequenza viene condivisa da tutti i punti nella rete per questo necessita di un controllo centralizzato accurato.

Oggi i gestori delle reti elettriche nazionali in collaborazione con i gestori di confine dispongono di svariati punti di misura in tempo reale permettendo un controllo molto efficace della frequenza. Infatti tra tutti i parametri è quello con il margine di errore minore.

La frequenza dei sistemi pubblici è direttamente correlata alla velocità di rotazione degli alternatori delle centrali e dipende in ogni istante dall'equilibrio dinamico tra i carichi e le potenzialità delle centrali stesse. Ogni piccola variazione di frequenza corrisponde ad una variazione dell'equilibrio; la grandezza e la durata di queste variazioni dipendono dalle caratteristiche di variazione dei carichi e dalla velocità di risposta delle centrali. Nei sistemi pubblici è sempre previsto una riserva di energia da utilizzare in caso di richiesta, tuttavia può capitare che a causa di distaccamenti improvvisi di importanti sorgenti di energia, la frequenza sia soggetta a delle variazioni sensibili.

Seguendo la normativa EN 50160 [11] la lettura della frequenza viene ottenuta ogni 10 secondi. Il calcolo è così definito: è il rapporto tra il numero di cicli interi contati in 10 secondi e la durata totale dei cicli contati. Il calcolo richiede determinati accorgimenti per minimizzare l'influenza delle armoniche superiori alla prima, inoltre gli intervalli di 10 secondi non devono mai sovrapporsi.

Le variazioni di frequenza, in condizioni di normale funzionamento, vengono caratterizzate dai seguenti indici:

#### Deviazione di frequenza

$$\Delta f = f - f_n \quad (4.1)$$

dove  $f$  è la frequenza media misurata in un intervallo di 10 minuti e  $f_n$  è la frequenza nominale di rete; in Europa dopo diverse vicissitudini storiche è stata fissata a 50Hz.

#### Deviazione di frequenza percentuale

$$\varepsilon_f(\%) = \frac{f - f_n}{f_n} \cdot 100 \quad (4.2)$$

#### Deviazione integrale di frequenza in un giorno

$$I_f = \int_{t_0}^{t_0+T_{24}} \Delta f \cdot dt \quad T_{24} = 24ore \quad (4.3)$$

Lo standard EN 50160 regola le tolleranze per i parametri della rete elettrica Europea ed impone che la frequenza fondamentale rimanga all'interno dei seguenti intervalli:

- per sistemi con connessione sincrona alla rete nazionale:
 

50 Hz $\pm$ 1 %	per 99.5 % dell'anno
50 Hz +4% / - 6%	per 100 % dell'anno

- per sistemi con connessione asincrona alla rete nazionale (e.g. sistemi di alimentazione a isola):

50 Hz  $\pm$  2 % per 95 % dell'anno

50 Hz  $\pm$  15 % per 100 % dell'anno

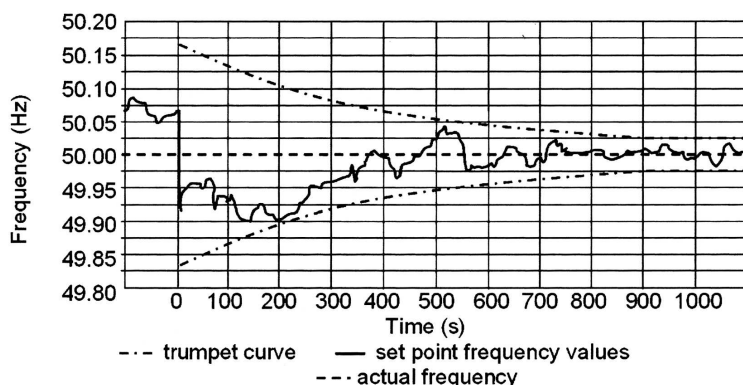
Inoltre le normative vigenti richiedono che in caso di transitori o eventi impulsivi, la frequenza converga il più rapidamente possibile alla frequenza nominale rimanendo all'interno dell'involuppo di una curva a tromba impostata secondo gli indici di sicurezza, come nell'esempio di figura 4.1:

$$H(t) = f_n \pm A \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (4.4)$$

dove  $A$  è un valore sperimentale, e  $T$  viene calcolato secondo la seguente formula:

$$T = \frac{\text{TimeToConverge}}{\ln \frac{A}{d}} \quad |d| = 20\text{mHz} \quad (4.5)$$

Quanto descritto fino ad ora è quello che normalmente si osserva nella rete elettrica e, come



**Figura 4.1** – Variazione di frequenza durante una avaria della rete di distribuzione [2]

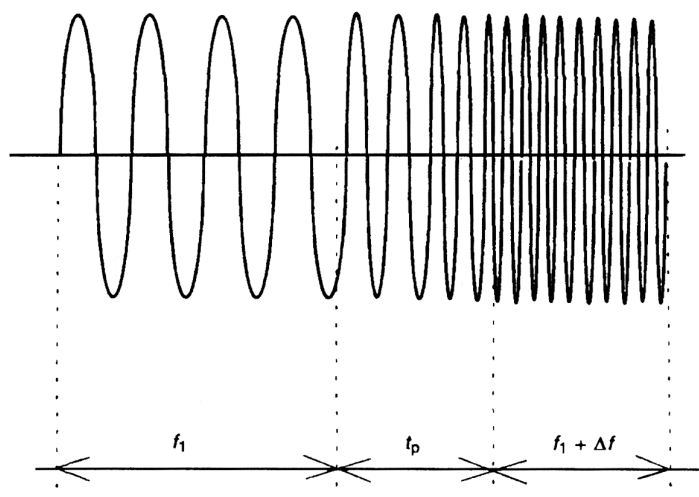
già detto, non tiene in considerazione la possibilità di fenomeni straordinari a causa dei quali la frequenza potrebbe assumere valori fuori dagli intervalli ammessi. Una eventuale conferma di questa possibilità viene dalla norma tecnica IEC 61000-4-28 [14] che tratta l'immunità alle variazioni di frequenza. In tabella 4.1 sono riportati i livelli di prova. Il comitato tecnico specifica che durante il transitorio  $t_p$  la variazione massima di frequenza per ciclo deve essere inferiore allo 0,5% di  $f_n$ , un esempio è riportato in figura 4.2.

Il livello 4, ovvero quello apparentemente più severo, è specifico per le apparecchiature collegate a reti asincrone.

Livelli di prova	Variazione di frequenza $\frac{\Delta f}{f_n}$	Periodo transitorio $t_p$
Livello 1	Non è richiesta alcuna prova	Non è richiesta alcuna prova
Livello 2	$\pm 3\%$	10 s
Livello 3	+ 4 % , - 6 %	10 s
Livello 4	$\pm 15\%$	1 s

**Tabella 4.1** – Livelli di prova per le variazioni di frequenza

Con una veloce comparazione con i limiti sopra citati imposti dalla EN 50160, si nota che



**Figura 4.2** – Esempio di transitorio per le prove di immunità alle variazioni di frequenza

la prova prevede scostamenti ulteriori rispetto le tolleranza fissate. Questa è una conferma della bontà dei controlli sulla frequenza applicati dal gestore.

Grazie ai ridotti margini di tolleranza sulla frequenza, la maggior parte delle apparecchiature elettroniche non risente negativamente di queste variazioni. Alcuni effetti possono essere percepiti su determinate tipologie di macchine elettriche rotanti la cui velocità di rotazione è basata sulla frequenza di rete, oppure su sistemi di riferimento temporale basati sui passaggi per lo zero del segnale di rete.

#### 4.1.2 Buchi di tensione e brevi interruzioni

In linguaggio comune parlare di buchi di tensione o di brevi interruzioni potrebbe sembrare lo stesso tipo di fenomeno; in realtà tra i due tipi di disturbi intercorrono delle differenze. I

*buchi di tensione* sono definiti come delle improvvise riduzioni di tensione in un punto del sistema di fornitura di elettricità al di sotto di una soglia specificata, seguita da un ripristino della tensione dopo un breve intervallo; mentre le *brevi interruzioni* sono sempre delle improvvise riduzioni della tensione ma su tutte le fasi del sistema.

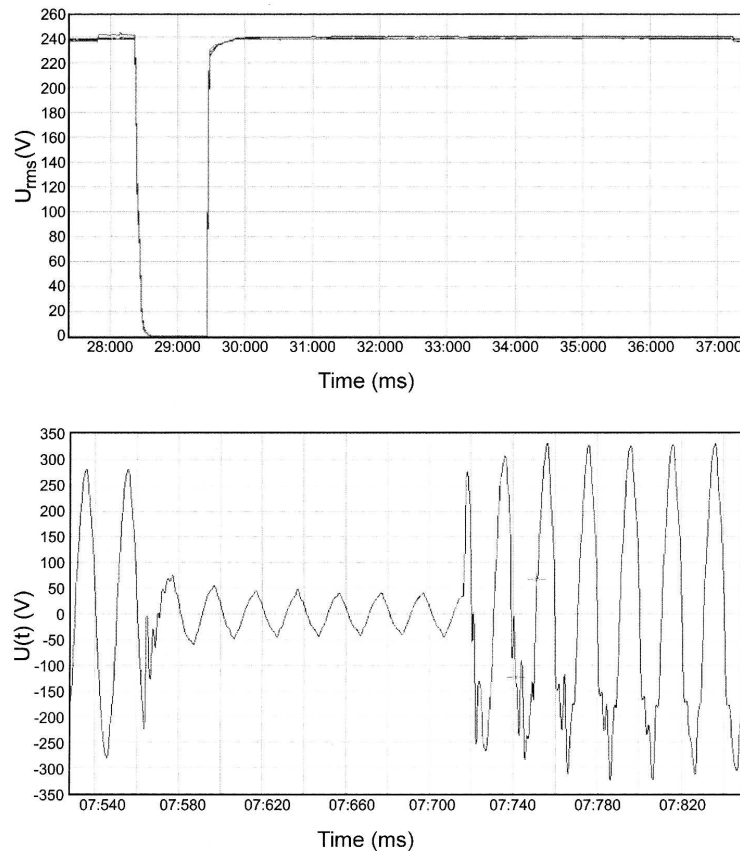
Se consideriamo il contesto di applicazione di questo elaborato, cioè per sistemi monofase, i due fenomeni diventano indistinguibili per il singolo punto di misura mentre non lo sono per un insieme di punti di misura. Le linee di distribuzione dell'energia elettrica sono sempre trifasi. Nelle zone in cui è richiesta la linea monofase, per esempio nei centri abitati, il gestore distribuisce le tre fasi in modo equilibrato tra le varie abitazioni in modo tale da mantenere la linea bilanciata sul carico. Questo fa sì che la propagazione di un buco di tensione venga osservato da un ristretto insieme di punti di misura anche non adiacenti, mentre una breve interruzione interesserà molti più punti delle altre. Tale osservazione permetterà di spiegare eventuali discrepanze tra gli indici di qualità della linea su punti di misura vicini in linea d'aria.

A causa della tipologia di fenomeni che generano, questo tipo di disturbi sono i più frequenti lungo le linee di distribuzione. La causa primaria dei buchi di tensione sono i corto circuiti nelle linee elettriche. Generalmente sono causati da cedimenti degli isolanti per deterioramento o in seguito a sovratensioni provocate da scariche atmosferiche.

Per definizione, un corto circuito ideale ha tensione nulla ai suoi capi, e, dato che nelle linee di distribuzione tutti i carichi sono connessi in parallelo, si dovrebbe osservare una riduzione della tensione su tutti gli utilizzatori della rete. Per ridurre gli effetti, ogni punto di prelievo è fornito di appositi dispositivi che in caso di corto circuito staccano l'utilizzatore dalla rete, permettendo così il recupero del valore nominale della tensione di linea. Non tutti i buchi di tensione sono però generati da corto circuiti. Infatti grossi carichi, come per esempio i motori industriali, presentano grandi correnti all'accensione, con effetti simili a corto circuiti. Queste evenienze possono essere limitate ma non eliminate.

Per quanto riguarda le interruzioni di tensione, sono associate a manovre dei dispositivi di commutazione della rete di distribuzione. In alcuni casi queste commutazioni sono dovute ai dispositivi di protezione dai corto circuiti. Si assume che una breve interruzione abbia una durata non superiore al minuto.

Un buco di tensione o una breve interruzione viene caratterizzata da due parametri: la durata e l'intensità (figura 4.5). La durata di un buco di tensione è determinata principalmente dal tempo di attuazione dei dispositivi di protezione contro i corto circuiti. Spesso sono disegnati per avere una velocità di risposta inversamente proporzionale all'intensità del fenomeno, quindi quanto più intenso sarà il corto circuito tanto più il sistema reagirà in fretta.

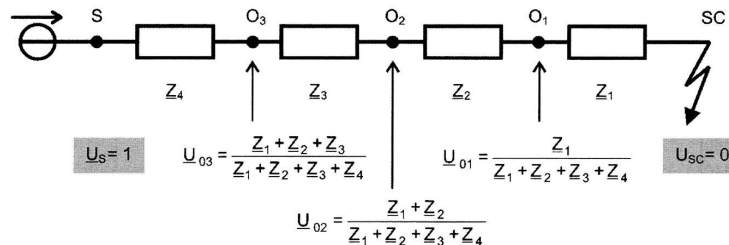


**Figura 4.3** – Esempio di un buco di tensione [2]

I sistemi più veloci sono in grado di reagire in  $60 - 150ms$  mentre di norma i sistemi più lenti presentano tempi di risposta compresi nell'intervallo  $0.5 - 2s$ .

L'intensità del buco di tensione è governata dalla distanza del punto di osservazione del fenomeno dal punto in cui è avvenuto. Non è facile conoscere a priori il valore osservato perché dipende da molti fattori come la geometria della rete e le reazioni dei carichi ad essa collegata. Un caso molto semplice che può essere analizzato per via matematica è un corto circuito con impedenza nulla, come in figura 4.4. La tensione misurata sui vari punti di osservazione ( $O_1, O_2, O_3$ ) dipende dalle impedenze equivalenti connesse tra il punto di osservazione stesso, il punto del corto circuito (SC) e la sorgente.

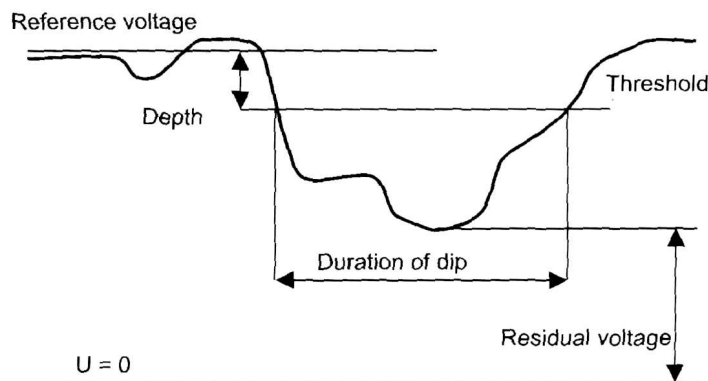
Un corto circuito lungo le linee di trasmissione è percepibile anche a diverse centinaia di chilometri di distanza, mentre nel caso delle linee di distribuzione l'area di osservazione è molto più ristretta. Rimane comunque vero che quanto più vicini si è alla sorgente del disturbo tanto più l'effetto percepito sarà maggiore.



**Figura 4.4** – Calcolo dell'intensità dei buchi di tensione, per un corto circuito a zero impedenza in un sistema a singola sorgente.

L'intensità di un buco di tensione può essere indicata con due terminologie: profondità del buco di tensione (*Depth*) oppure tensione residua (*Residual Voltage*). La profondità del buco di tensione è definita come la differenza tra la tensione di riferimento nominale e la tensione residua durante il buco; può essere espressa in Volt o in percentuale. Mentre la tensione residua è il valore della tensione durante il buco di tensione; è anch'essa espressa in Volt o in percentuale rispetto la tensione nominale di riferimento.

Per questo tipo di disturbi la norma EN 50160 descrive i limiti ammessi sui quali il gestore



**Figura 4.5** – Caratteristiche di un buco di tensione [2]

della rete elettrica ha progettato i sistemi di sicurezza. Tale norma differenzia i limiti ammessi per i buchi di tensione da quelli per le brevi interruzioni:

- Buchi di tensione:
  - Ampiezza: 10-99 % di  $U_n$
  - Durata minima: 10 ms



- Durata massima: 1 minuto
- Brevi interruzioni:
  - Maggiore di 99 % di  $U_n$
  - Durata massima: 3 minuti

In particolare la norma tecnica EN 61000-4-11 [12] ribadisce il concetto che questi fenomeni sono per loro natura casuali e possono essere caratterizzati solo approssimativamente in termini di scostamento dalla tensione nominale e di durata; non esclude la possibilità che possano avvenire due o più buchi od interruzioni consecutive. Sancisce inoltre che le variazioni tra la tensione nominale di linea e la tensione residua del buco deve essere brusca e può avvenire ad ogni angolo di fase. I livelli presentati di prova descritti nelle tabelle 4.2, 4.3 sono ragionevolmente severe e sono rappresentativi di molti buchi reali, ma non garantiscono la descrizione di tutti i buchi di tensione.

Le classi presenti nelle tabelle 4.2, 4.3 identificano gli ambienti elettromagnetici di utiliz-

Classe	Tensioni residue e durate per buchi di tensione				
Classe 1	Caso per caso a seconda dei requisiti della apparecchiatura				
Classe 2	0 % durante 0,5 cicli	0 % durante 1 ciclo	70 % durante 25 cicli		
Classe 3	0 % durante 0,5 cicli	0 % durante 1 ciclo	40 % durante 10 cicli	70 % durante 25 cicli	80 % durante 250 cicli

**Tabella 4.2** – Livelli di prova per i buchi di tensione specificati in tensione residua rispetto il valore nominale e in numero di periodi del segnale alla frequenza di rete

Classe	Livelli di prova durante le brevi interruzioni
Classe 1	Caso per caso a seconda dei requisiti dell'apparecchiatura
Classe 2	0 % durante 250 cicli
Classe 3	0 % durante 250 cicli

**Tabella 4.3** – Livelli di prova per le brevi interruzioni di tensione

zazione del dispositivo sotto test:

**classe 1** si applica alle alimentazioni protette ed ha livelli di compatibilità inferiori a quelli della rete pubblica. Essa si riferisce a strumentazione da laboratorio, alcuni calcolatori, ecc.

**classe 2** si applica ai punti di prelievo dalla rete pubblica, sia residenziali che industriali.

**classe 3** si applica solo ai dispositivi installati in ambienti industriali fortemente disturbati, per esempio in industrie con motori di potenza elevata, oppure in luoghi dove la presenza di forti variazioni di carico è frequente.

La maggior parte delle apparecchiature è molto sensibile alle riduzioni dei livelli di tensione, basti pensare ai comuni relè ad eccitazione continua: un eventuale buco di tensione potrebbe rimuovere l'eccitazione alla bobina di comando con conseguenze imprevedibili sul sistema.

Un'altra apparecchiatura molto sensibile sono i sistemi a microprocessore presenti ormai in tutti i dispositivi elettronici; tali sistemi sono molto sensibili alle variazioni di tensione. Una irregolarità durante un normale ciclo operativo potrebbe bloccare interi processi. Normalmente quello che capita più di frequente sono errori di trasmissione nei canali di comunicazione. Per questioni di affidabilità e di prevenzione i costruttori includono diversi sistemi di allerta all'interno dei controllori che, se ben gestiti, permettono di resistere ai disturbi; in alcuni casi però, per esempio con circuiti molto sensibili o con tensioni di funzionamento molto ridotte, questi sistemi non sono in grado di assicurare la corretta funzionalità.

Per questo motivo negli anni settanta la *Computer Business Equipment Manufacturers Association* ha sviluppato delle curve per descrivere le tolleranze dei computer mainframe rispetto le variazioni di tensione. Questa curva ha ottenuto talmente tanto successo che è divenuta uno standard IEEE (IEEE 446). Un esempio è riportato in figura 4.6. Un ulteriore effetto delle riduzioni di tensione particolarmente problematico sono i salti di fase provocati da brusche variazioni, come nell'esempio in figura 4.7. Queste anomalie negli azionamenti elettrici per motori possono creare variazioni istantanee nel calcolo della velocità o nel calcolo della posizione spaziale del sistema se, per esempio, esso utilizza il valore di tensione per identificare la posizione di un eventuale braccio meccanico.

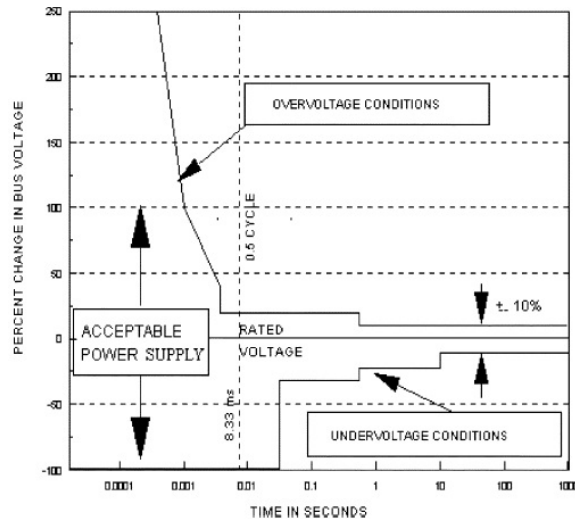


Figura 4.6 – Esempio di curva CBEMA: tolleranza attesa rispetto le variazioni di tensione nei dispositivi elettronici (IEEE 446)

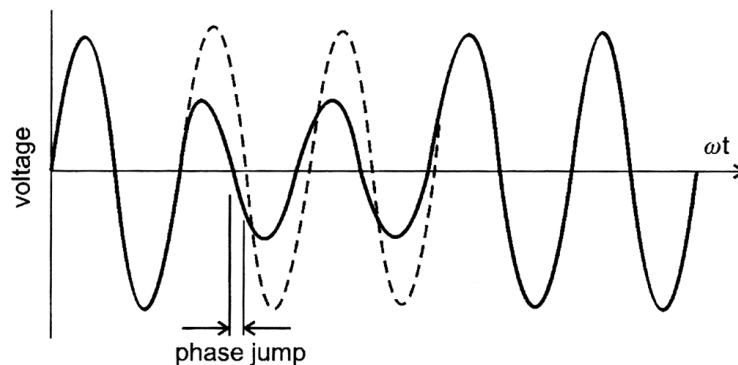


Figura 4.7 – Esempio dell'influenza dei buchi di tensione sulla fase del segnale

### 4.1.3 Fluttuazioni di tensione e Flicker

I termini variazioni di tensione, fluttuazioni di tensione e flicker sono molto spesso utilizzati erroneamente per indicare lo stesso fenomeno; è quindi importante definire fin dall'inizio in modo chiaro le principali differenze tra i tre.

- Una *variazione di tensione* è definita come una deviazione del valore r.m.s. della tensione di rete rispetto il suo valore nominale. Questa variazione può anche non essere periodica e di intensità notevole.

- Le *fluttuazioni di tensione* sono definite come variazioni cicliche della tensione di rete con un'intensità non superiore al 10 % del valore nominale. Di solito queste variazioni sono al di sotto della soglia di immunità delle comuni apparecchiature elettroniche perciò non provocano malfunzionamenti se non in rari casi. Il principale disturbo provocato da questo fenomeno sono le variazioni di intensità delle sorgenti luminose.
- I flicker sono definiti come l'impressione di instabilità nella percezione visiva indotta da una variazione nel tempo dell'intensità della sorgente luminosa. In poche parole sono definiti come una spiacevole sensazione osservata dalla vista umana. I flicker sono spesso dovuti a fluttuazioni di tensione, in questo caso però non è facile definire a priori la quantità di disturbo arrecato perché entra in gioco il fattore psicologico umano: individui con particolari malattie, come ad esempio l'epilessia, se esposti ad un flicker potrebbero reagire negativamente con rischi per la loro salute rispetto invece a persone sane che al più proverebbero solo fastidio. Questo è il motivo per cui i comitati tecnici, insieme al normatore, hanno imposto dei limiti alle fluttuazioni di tensione.

Le fluttuazioni di tensione sono generate da rapide variazioni di potenza assorbita da carichi, in particolare di potenza reattiva. Le principali sorgenti sono i carichi industriali, come per esempio i forni ad induzione e le saldatrici, che per la maggior parte sono collegati alla media o alta tensione e quindi sono in grado di propagare il proprio disturbo a molti utenti lungo la rete. Il loro funzionamento prevede la creazione di archi elettrici tra due elettrodi, con il calore dissipato per effetto joule da questi archi è possibile portare alla temperatura di fusione diversi tipi di metallo. Questo processo però implica il passaggio di correnti elevate tra i due elettrodi, alternando stati di circuito aperto a stati di corto circuito; queste variazioni drastiche di assorbimento creano delle fluttuazioni di tensione nella banda di interesse dei flicker. Per quanto riguarda la bassa tensione le sorgenti di flicker sono gli azionamenti elettrici che per loro natura sono accesi o spenti ciclicamente come per esempio gli inverter dei condizionatori o i motori dei frigoriferi.

I flicker sono caratterizzati fondamentalmente da due parametri ottenuti per via sperimentale tramite il flickerometro:

- Con il parametro  $P_{st}$  si indica il risultato della misura la severità dei flicker in intervalli di dieci minuti. L'intervallo di tempo scelto è un ottimo compromesso: è sufficientemente lungo da prevenire la maggior parte delle fluttuazioni isolate permettendo di valutare la persistenza del fenomeno ed allo stesso tempo abbastanza breve da rileva-

re le fluttuazioni generate da apparecchiature con cicli brevi.

$P_{st}$  è una quantità adimensionale, una unità corrisponde alla soglia di irritabilità: in questo modo si identifica una soglia che non deve essere superata per evitare il malessere dell'utente.

- Il parametro  $P_{lt}$  è invece una valutazione della severità dei flicker a lungo termine, infatti l'intervallo di osservazione consigliato è di due ore. Tale parametro è ottenuto dall'osservazione consecutiva di dodici  $P_{st}$ , combinati nella seguente formula:

$$P_{lt} = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^{12} P_{st,i}^3}{12}} \quad (4.6)$$

In alternativa a questi due parametri è possibile definire la severità dei flicker a breve termine tramite metodo grafico: in appositi grafici sono tracciate delle soglie di severità inserendo in ascissa la frequenza di ripetizione delle variazioni e in ordinata la variazione relativa alla percentuale della tensione di rete denominata  $d$  o anche  $\Delta V/V\%$ . Si può così verificare se l'intensità del fenomeno rispetta i limiti normativi o meno. Un esempio di queste curve è riportato in figura 4.8.

Dal punto di vista delle prove di compatibilità elettromagnetica, per calcolare i due param-

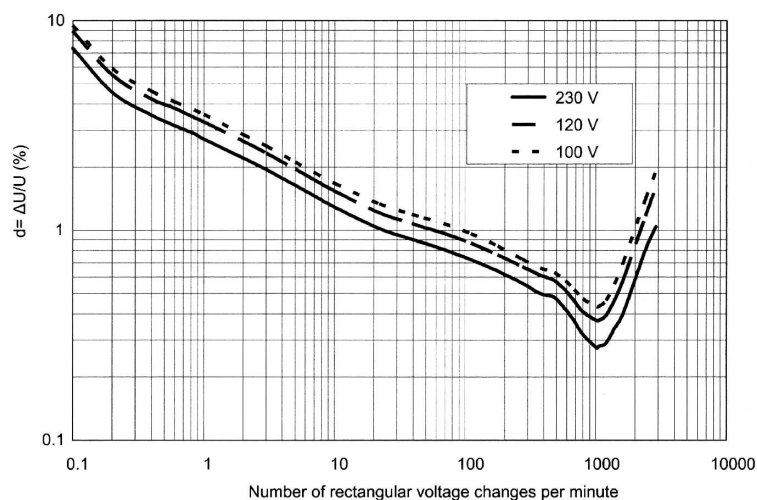


Figura 4.8 – Esempi di curva di severità per i flicker [2]

tri  $P_{st}$  e  $P_{lt}$  è necessario utilizzare uno strumento costruito appositamente: il flickerometro, in grado di simulare la risposta che il cervello umano darebbe ad una variazione di luminosità di una lampada ad incandescenza.

In alternativa la normativa IEC 61000-3-3 propone un metodo analitico basato sul calcolo

del *flicker time*,  $t_f$ : rappresenta la durata di una singola fluttuazione di tensione in grado di riproporre lo stesso livello di severità. Questo valore viene calcolato secondo la seguente formula:

$$t_f = 2.3(d \cdot F)^{3.2} \quad (4.7)$$

dove  $d$  è la variazione relativa percentuale di tensione rispetto il valore nominale e  $F$  è un fattore di forma dipendente dalla tipologia di fluttuazione, per una fluttuazione di tipo rettangolare vale uno. Questo fattore può essere ricavato per tutte le forme d'onda dalle tabelle messe a disposizione dalla normale IEC 61000-3-7 [22].  $P_{st}$  viene poi calcolato considerando l'insieme dei vari flicker ottenuti all'interno del periodo di osservazione secondo la seguente espressione:

$$P_{st} = \left( \frac{\sum t_f}{T_p} \right)^{\frac{1}{3.2}} \quad (4.8)$$

dove  $T_p$  è il periodo di osservazione espresso in secondi.

Questo metodo è utilizzabile solo nel caso in cui i flicker siano separati di almeno un secondo l'uno dall'altro.

Analizzando la normativa della prova di immunità alle fluttuazioni di tensione, la EN 61000-4-14 [13], si legge che la maggior parte dei gruppi di prodotti non sono sensibili a questo tipo di disturbi. In particolare le poche anomalie riscontrate riguardano il degrado delle prestazioni in apparecchiature che utilizzano banchi di condensatori e un aumento dell'ondulazione residua ove presente.

I limiti di prova descritti sono gli stessi di quanto descritto sopra, cioè la fluttuazione di tensione non deve essere superiore del 10 % della tensione. Inoltre il periodo tra una fluttuazione e l'altra non deve essere inferiore a due secondi.

#### 4.1.4 Armoniche di tensione e corrente

Per motivi fisici le armoniche superiori alla fondamentale sono da sempre presenti nelle reti di distribuzione dell'energia elettrica. Recentemente però, causa la rapida diffusione di sistemi elettronici di potenza, si osserva un incremento sostenuto al punto che è diventato uno dei punti chiave per il funzionamento dell'apparecchiatura.

Le armoniche derivano generalmente da sistemi con carichi non lineari. Oggigiorno la maggior parte dei carichi industriali e domestici è non lineare, creando un livello di distorsione armonica lungo le linee non più trascurabile.

Questo tipo di inquinamento elettromagnetico può dar luogo a seri problemi nelle apparecchiature dando luogo a malfunzionamenti e rotture.

Nel seguente capitolo con il termine *armonica* indicheremo una componente con frequenza

multipla ed intera della fondamentale nominalmente a  $50\text{Hz}$ .

Per la maggioranza dei carichi non lineari l'ampiezza delle armoniche è decrescente con l'aumentare dell'ordine. Può succedere però che determinati carichi risonanti infrangano questa regola, presentando armoniche con intensità maggiore rispetto ad armoniche di ordine inferiore, come l'esempio in figura 4.9.

In aggiunta alle armoniche, esistono ulteriori componenti chiamate interarmoniche. Le *interarmoniche* sono componenti dello spettro sia di corrente sia di tensione che non presentano una frequenza multipla intera della fondamentale; un particolare caso sono le subarmoniche ovvero delle componenti a frequenza inferiore della fondamentale.

Restando nel contesto smart grid è importante notare la differenza tra lo spettro di corrente e lo spettro di tensione. Infatti, a meno di carichi puramente lineari e resistivi, i due spettri presentano componenti diverse. Normalmente lo spettro di corrente presenta molte più componenti rispetto quello di tensione e quindi risulta più complesso da analizzare.

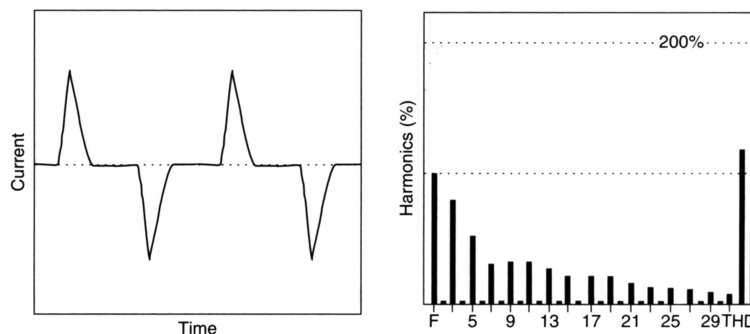
Storicamente la prima sorgente di armoniche nei sistemi di potenza sono stati i trasformatori a causa del comportamento non lineare del materiale di cui sono composti: il nucleo ferromagnetico presenta una curva di magnetizzazione non lineare perché sopra determinati valori di corrente il materiale satura. In condizioni di normale funzionamento il punto di lavoro è dentro la zona lineare, dunque la quantità di componenti in frequenza generata è molto ridotta ma può succedere che, a causa di guasti del circuito o di sovratensioni nelle linee di alimentazione, si entri in zona di saturazione con conseguente distorsione delle forme d'onda e l'iniezione di armoniche nel circuito.

Oggigiorno i trasformatori nelle applicazioni domestiche sono stati per la maggior parte sostituiti da circuiti elettronici più sofisticati come i convertitori a commutazione, con lo svantaggio che le forme d'onda di assorbimento di quest'ultimi, soprattutto della corrente, hanno andamenti impulsivi e quindi spettri con bande molto larghe. Grazie all'avanzamento tecnologico dei dispositivi di potenza si è riusciti ad alzare notevolmente le frequenze di utilizzo spostando quindi i disturbi iniettati in linea su bande molto distanti da quelle di nostro interesse; infatti tipicamente la frequenza fondamentale è superiore ai  $30\text{kHz}$ .

Un'ulteriore sorgente di armoniche molto diffusa soprattutto dopo le ultime leggi per la salvaguardia dell'ambiente sono le *lampade a fluorescenza*, più comunemente dette lampade a risparmio energetico. Il loro funzionamento prevede l'eccitazione dei gas tramite impulsi elettrici a frequenze dell'ordine dei  $40\text{kHz}$ , questo provoca un assorbimento impulsivo di corrente dalla rete con conseguente generazione di componenti in frequenza. Questo tipo di lampade sono alla base di un grave deterioramento della power quality delle linee odierne tanto che in determinati luoghi è stato reso obbligatorio l'uso di lampade con circuiti oppor-

tunamente studiati per diminuire il THD.

Una particolare sorgente di disturbo, anch'essa molto diffusa negli ambienti residenziali,



**Figura 4.9** – Forma d'onda della corrente assorbita da una lampada a fluorescenza (CFL) con il suo spettro

sono i regolatori di intensità luminosa (*dimmer*): sfruttando la parzializzazione delle forma d'onda di tensione sono in grado di ridurre il valore medio della tensione sul carico, provocando una distorsione sia sulla forma d'onda di corrente sia su quella di tensione. La parzializzazione, se non opportunamente filtrata, produce una serie di componenti in frequenza situate attorno ai  $50\text{Hz}$  e multipli; in certi casi può accadere che vengano generate anche delle subarmoniche con intensità non irrilevanti.

La distorsione introdotta dalle armoniche può essere caratterizzata sia nel tempo che nella frequenza. L'analisi nel tempo consiste nel confrontare la forma d'onda con una di riferimento che rispecchia il caso ideale. Questo metodo non sempre è affidabile perché è difficile valutare con esattezza la forma d'onda originale. Pertanto la caratterizzazione in frequenza è quella più usata anche perché permette di valutare in modo più accurato l'influenza della singola armonica.

Gli standard internazionali ed europei adottano svariate tipologie di indici per caratterizzare le armoniche. Nel seguito ci limiteremo a riportare quelle più comuni:

**Rapporto di distorsione dell' n-esima armonica** Questo parametro di norma viene rappresentato in percentuale del r.m.s. valore nominale della fondamentale, analoga descrizione per le armoniche di corrente:

$$D_{(n)} = \frac{U_{(n)}}{U_{(1)}} \cdot 100 \quad I_{(h)} = \frac{I_{(n)}}{I_{(1)}} \cdot 100 \quad (4.9)$$



**Distorsione armonica totale** comunemente abbreviato con il termine THD rappresenta un parametro più generale per quantificare l'apporto di distorsione di tutte le armoniche.

$$THD_U = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{n_{limite}} U_{(n)}^2}}{U_{(1)}} \cdot 100 = \sqrt{\sum_{n=2}^{n_{limite}} D_{(n)}^2} \quad (4.10)$$

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{n_{limite}} I_{(n)}^2}}{I_{(1)}} \cdot 100 = \sqrt{\sum_{h=2}^{h_{limite}} I_{(h)}^2} \quad (4.11)$$

La filosofia adottata dagli standard consiste nel limitare l'iniezione di armoniche nella rete da parte del singolo utente in modo tale che, anche con l'interferenza di altre armoniche iniettate da altri clienti, la distorsione armonica totale della rete non superi determinati livelli. Per raggiungere questo obiettivo la maggior parte delle norme specifica l'ampiezza della singola armonica rispetto alla fondamentale.

La disposizione tecnica IEC 61000-3-2 norma la quantità e l'intensità delle armoniche di corrente fino alla 40-ma che la singola apparecchiatura classificata, in base al tipo di alimentazione, può iniettare nella rete pubblica.

Per quanto riguarda le armoniche di tensione, sono caratterizzate dalla normativa EN50160, i cui limiti sono riportati in tabella 4.4.

Recentemente l'incessante aumento del numero delle interarmoniche lungo le linee, ha de-

Armoniche dispari				Armoniche pari	
Non multiple di 3		Multiple di 3			
Ordine h	(dV/V) <sub>100%</sub>	Ordine h	(dV/V) <sub>100%</sub>	Ordine h	(dV/V) <sub>100%</sub>
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1.5	4	1
11	3.5	15	0.5	6-24	0.5
13	3	21	0.5		
17	2				
19	1.5				
23	1.5				
25	1.5				

**Tabella 4.4** – Limiti per le singole armoniche di tensione fino al 25-esimo ordine, riferite alla tensione nominale di rete  $U_n$

stato l'attenzione dei comitati tecnici, i quali sono al lavoro per normare questo fenomeno. Attualmente non sono esistite statistiche affidabili e i meccanismi per cui si generano sono molteplici per analizzarli tutti, pertanto non sono ancora disponibili tabelle o riferimenti

che ne descrivano l'entità. Per semplicità assumeremo che le ampiezze delle interarmoniche non superino quelle già descritte per le armoniche in tabella 4.4.

L'influenza che le armoniche hanno nelle apparecchiature dipende dal tipo di carico. Infatti non tutti i dispositivi sono sensibili alla distorsione armonica. Le apparecchiature che di norma risultano più sensibili sono quelle in cui la progettazione è stata effettuata considerando segnali non distorti, per esempio i convertitori di tipo switching o i motori elettrici.

Le armoniche non interferiscono soltanto con il corretto funzionamento delle apparecchiature; infatti una delle maggiori problematiche legata alle distorsioni armoniche è il surriscaldamento dei conduttori o il superamento dei limiti nominali nei condensatori. Il problema del surriscaldamento è particolarmente sentito nelle linee di distribuzione a bassa tensione. E' noto che la presenza di armoniche provoca per effetto Joule un riscaldamento superiore a quello stimato per una forma d'onda ideale, portando le linee oltre il limite di temperatura con una conseguente riduzione della capacità di *hosting* da parte del gestore.

Il fenomeno è inoltre accentuato dall'effetto pelle, alcune delle armoniche potrebbero superare i 350Hz (settima armonica), limite oltre il quale tale fenomeno diventa percepibile nelle linee di distribuzione, comportando un incremento di resistività da parte del materiale con conseguente aumento delle perdite per effetto Joule.

## 4.2 Individuazione delle variabili da misurare

Lo scopo del sistema di misura oggetto di questo elaborato è di identificare nel modo più completo e accurato possibile lo stato della rete elettrica nel punto di prelievo fornendo, se possibile, degli indici sulla qualità del segnale elettrico tali da valutare la bontà dei sistemi di controllo automatici della *smart grid*.

Sfruttando la teoria dei segnali sappiamo che un qualsiasi segnale elettrico può essere descritto elencando le caratteristiche di tutte le sue armoniche: frequenza, ampiezza, fase. Questo tipo di dati sono facilmente estraibili con l'algoritmo di elaborazione scelto; inoltre permettono di calcolare altrettanti valori che forniscono utili indicazioni come per esempio potenza attiva, potenza reattiva, distorsione armonica totale, ecc.

Il numero di armoniche da considerare è un parametro non facile da definire perché se da un lato si assume che dieci armoniche siano sufficienti a descrivere un'onda quadra, dall'altro le normative valutano armoniche fino al quarantesimo ordine. In questo caso risulta necessario attuare un *trade off* tra il numero di armoniche e la rapidità di calcolo: un numero ridotto di armoniche significa algoritmi veloci e poco rumore, mentre l'elaborazione di tante armoniche migliora la conoscenza del segnale e quindi di tutti i relativi indici, anche se

con un rumore di fondo maggiore. Utilizzando il teorema di Shannon fissiamo la frequenza di campionamento minima di:

$$F_c = 2 \cdot f_{fond} \cdot N_{armoniche} \quad (4.12)$$

dove  $f_{fond}$  è la frequenza dell'armonica fondamentale, in applicazione europea sarà di 50Hz, ed  $N_{armoniche}$  è il numero di armoniche da misurare. Nella maggior parte delle norme vigenti, un valore cautelativo per il numero di armoniche è di 25, mentre il numero massimo oltre al quale divengono trascurabili è di  $N_{armoniche} = 40$ . Questo valore di  $F_c$  è applicabile solo in un caso di simulazione al computer perché nella realtà nessun filtro sarà in grado di troncato lo spettro esattamente a  $F_c$  quindi sarà necessario moltiplicare  $F_c$  per un fattore opportuno, ad esempio dieci, ovvero ampliare la banda di una decade.

$$F_c = 2 \cdot f_{fond} \cdot N_{armoniche} \cdot 10 \quad (4.13)$$

Dovendo analizzare il caso più generale possibile, dobbiamo prendere in considerazione segnali non sinusoidali e/o a frequenza variabile; questa ipotesi rende inconsistente la teoria classica sulle potenze elettriche perché perdono validità alcune disuguaglianze alla base della scomposizione in sola potenza attiva e reattiva, tra le quali il teorema di Boucherot [6] [7].

Questo è il caso per esempio di un dispositivo non lineare in grado di aggiungere armoniche al segnale di corrente assorbito; queste armoniche non avendo corrispondenti nel segnale di tensione secondo la teoria classica non consumerebbero potenza, cosa impossibile da un punto di vista fisico dato che per esistere necessitano di energia.

La soluzione viene da una recente teoria che scompone un segnale di corrente in più componenti ortogonali [32]:

$$\begin{aligned} i(t) &= i_A(t) + i_R(t) + i_V(t) \\ &= i_A(t) + i_R(t) + i_{SA}(t) + i_{SR}(t) + i_G(t) \end{aligned} \quad (4.14)$$

dove  $i_A(t)$  è la corrente attiva (*active current*),  $i_R(t)$  la corrente reattiva (*reactive current*),  $i_V(t)$  la corrente 'vuota' (*void current*),  $i_{SA}(t)$  la corrente 'sparpagliata' attiva (*spread active current*),  $i_{SR}(t)$  la corrente 'sparpagliata' reattiva (*spread reactive current*),  $i_G(t)$  la corrente generata dal carico (*load-generated harmonic power*).

Tutte queste componenti sono tra loro ortogonali:

$$\begin{aligned}\|i(t)\|^2 &= \|i_A(t)\|^2 + \|i_R(t)\|^2 + \|i_V(t)\|^2 \\ &= \|i_A(t)\|^2 + \|i_R(t)\|^2 + \|i_{SA}(t)\|^2 + \|i_{SR}(t)\|^2 + \|i_G(t)\|^2\end{aligned}\quad (4.15)$$

La corrente attiva  $i_A(t)$  è la minima corrente necessaria per generare il flusso P di potenza attiva entrante nel dispositivo; similmente la corrente reattiva  $i_R(t)$  è la minima corrente necessaria per generare il flusso Q di potenza reattiva entrante nel dispositivo. La corrente 'vuota' è definita semplicemente come la quantità residua:

$$i_V(t) = i(t) - i_A(t) - i_R(t) \quad (4.16)$$

dato che è ortogonale alle altre componenti non trasporta né potenza attiva né potenza reattiva, ha la funzione di indicare la presenza di ulteriori armoniche dovute alle variazioni di ammettenza equivalente del dispositivo alle diverse frequenze, oppure di armoniche generate dal dispositivo e quindi a frequenze non presenti nel segnale di tensione.

Per associare un significato fisico alla corrente  $i_V(t)$  è necessario scomporla in ulteriori tre componenti:

**Corrente sparpagliata attiva (*spread active current*)** per ogni armonica coesistente sia nel segnale di corrente che in quello di tensione è vera la seguente espressione

$$i_{A_k}(t) = G_k \cdot u_k(t) \quad (4.17)$$

dove  $G_k$  è la conduttanza equivalente alla frequenza della armonica. Sommando tutte le correnti così trovate si ottiene la corrente armonica totale attiva:

$$i_{HA}(t) = \sum_{k \in K} i_{A_k}(t) \quad (4.18)$$

Possiamo ora definire la corrente sparpagliata attiva come:

$$i_{SA}(t) = i_A(t) - i_{HA}(t) = \sum_{k \in K} (G_k - G_e) u_k(t) \quad (4.19)$$

dove  $G_e$  è la conduttanza equivalente totale della porta a cui si calcola la potenza.

**Corrente sparpagliata reattiva (*spread reactive current*)**, similmente alla corrente sparpagliata attiva: per ogni armonica coesistente sia nel segnale di corrente che in quello

di tensione è vera la seguente espressione

$$i_{R_k}(t) = B_k \cdot u_k(t)^* \quad (4.20)$$

dove  $B_k$  è la suscettanza equivalente alla frequenza della armonica e  $*$  indica il complesso coniugato. Sommando tutte le correnti così trovate si ottiene la corrente armonica totale reattiva:

$$i_{HR}(t) = \sum_{k \in K} i_{R_k}(t) \quad (4.21)$$

possiamo ora definire la corrente sparpagliata reattiva come:

$$i_{RA}(t) = i_A(t) - i_{HR}(t) = \sum_{k \in K} (B_k - B_e) u_k(t)^* \quad (4.22)$$

dove  $B_e$  è la suscettanza equivalente totale della porta a cui si calcola la potenza.

**Corrente generata dal carico (*load-generated harmonic current*)** è l'insieme di tutte le armoniche del segnale di corrente non presenti nel segnale di tensione.

Nota la descrizione della corrente, possiamo ora definire le cinque componenti che compongono la potenza e che saranno oggetto della nostra misura:

$$A = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2 + S_A^2 + S_R^2 + S_G^2} \quad (4.23)$$

$$P = U \cdot I_A \quad (4.24)$$

$$Q = U \cdot I_Q \quad (4.25)$$

$$S_A = U \cdot I_{SA} \quad (4.26)$$

$$S_R = U \cdot I_{SR} \quad (4.27)$$

$$S_G = U \cdot I_G \quad (4.28)$$

Oltre al calcolo delle potenze, che permette di conoscere il comportamento del carico, si è deciso di valutare anche la distorsione armonica totale: questo fornisce una indicazione puntuale della qualità del segnale elettrico ed è facilmente confrontabile anche con i limiti normativi.

Idealmente il segnale di tensione prodotto dalle centrali dovrebbe essere perfettamente sinusoidale e i carichi delle utenze puramente resistivi. Queste assunzioni si discostano di molto dalla realtà e soprattutto nell'ottica di una *smart grid* dove la maggior parte dei generatori

sono degli inverter che per loro natura iniettano armoniche di ampiezza non trascurabile. In questo elaborato la distorsione armonica totale sarà definita dalla seguente espressione:

$$THD_U = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} u_k(t)^2}}{u_1(t)} \quad (4.29)$$

$$THD_I = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} i_k(t)^2}}{i_1(t)} \quad (4.30)$$

### 4.3 Accuratezza delle misure

Attualmente l'unico standard di riferimento per la misura dei parametri spettrali della tensione di rete è il *IEEE Std C37.118* [24] sui sincrofasori per la media ed alta tensione.

L'accuratezza viene valutata confrontando il segnale misurato con un segnale di riferimento ideale costituito da una sinusoide a frequenza, ampiezza e fase nominale della rete.

Un parametro che non verrà valutato in questo elaborato ma che si rivelerà fondamentale nell'ambito *smart grid* è la sincronizzazione delle misure; infatti è necessario che la stima di una forma d'onda venga elaborata nello stesso istante da tutti gli smart meter. Solo così sarà possibile valutare lo stato della rete. Allo stesso modo i sincrofasori prevedono la sincronizzazione delle loro misure tramite un orologio elettronico acquisito via GPS. Un eventuale errore di sincronia ricadrebbe in una errata valutazione della fase, anche pochi  $\mu s$  sono sufficienti a produrre un errore non accettabile.

Le variabili in gioco sono tre: frequenza, fase e ampiezza e le loro incertezze sono correlate l'una con le altre, quindi non è possibile valutarle singolarmente. Lo standard propone di utilizzare il *Total Vector Error*, descritto in appendice A, per stimare l'errore complessivo come differenza tra il vettore di riferimento e quello misurato. È un parametro di tipo bidimensionale perché è la rappresentazione fasoriale della forma d'onda.

Per trasformare un segnale nel suo corrispettivo fasore è necessario che la frequenza sia costante: questa è una ipotesi gravosa che il comitato tecnico pone e che non sempre potrà essere verificata nel contesto *smart grid*. A questo limite si pone rimedio trasformando l'errore di frequenza in un errore di fase, dunque un errore nella stima di frequenza peggiora l'errore di stima di fase a sua volta già deteriorato dall'errata stima della posizione dell'armonica. Pertanto l'errore si incrementerà con una velocità più che lineare.

Per certificare la bontà dell'algoritmo lo standard prevede di sottoporre all'algoritmo una serie di segnali sia con parametri nominali sia con valori diversi e di valutare il TVE risultante. Per evitare di rendere inconsistente l'espressione matematica di fasore, il comitato

tecnico prevede di effettuare le prove sempre con segnali stazionari all'interno del periodo di osservazione. Il sistema viene approvato se rispetta i limiti riportati in tabella 4.5.

Lo standard prevede due livelli di accuratezza: il livello 0 è quello meno restrittivo, mentre

Parametro influenzato	Valori di riferimento	Range di variazione del parametro rispetto al TVE massimo consentito			
		Livello 0		Livello 1	
		Range	TVE (%)	Range	TVE(%)
Frequenza	$F_{50Hz}$	$\pm 0.5Hz$	1	$\pm 5Hz$	1
Ampiezza	100% $A_{220V}$	dal 80% al 120%	1	10% al 120%	1
Fase	0 rad	$\pm \pi$ rad	1	$\pm \pi$ rad	1
THD	$\leq 0.2\%$	1 %	1	10 %	1

**Tabella 4.5** – Tolleranze per le certificazioni dei sincrofasori per media ed alta tensione

il livello 1 sottopone il sistema a stress maggiori pur richiedendo la stessa accuratezza.

Nonostante i valori dei test non sembrino particolarmente restrittivi non sono comunque facilmente raggiungibili perché il comitato impone un *reporting rate* abbastanza elevato:

Lo standard permette di scegliere liberamente quale utilizzare incoraggiando comunque

	50Hz	
Reporting Rate [Fps]	10	25

**Tabella 4.6** – Reporting rate per sincrofasori per media ed alta tensione

a quello massimo. Nel caso migliore di un *reporting rate* di 10 *misure/s* l'algoritmo ha a disposizione solo 100ms per acquisire ed elaborare i dati. Per questo motivo le finestre di osservazione non possono essere troppo grandi, portando ad un drastico aumento delle incertezze.

Per quanto riguarda le situazioni non stazionarie, lo standard propone tre tipi di segnali di test:

- massimo buco di tensione applicabile: riduzione del 10 % della tensione nominale
- variazione di fase improvvisa del valore massimo di 90 *deg*
- variazione a gradino di 5 *Hz* della frequenza

ma non fornisce nessun dato riguardo il massimo TVE accettabile.

Nel contesto *smart grid* questa lacuna normativa verrà molto probabilmente colmata va-

lutando l'accuratezza richiesta dagli algoritmi di controllo automatici per evitare possibili situazioni di instabilità.

#### 4.4 Definizione segnali di prova

Individuate le variabili da misurare e le loro incertezze richieste, per completare il sistema di misura è necessario definire i set di prova su cui stimare tali variabili in modo tale da rendere ripetibile la misura. Questo permetterà di confrontare tra di loro i risultati dei diversi tipi di algoritmi e di stime proposti.

Sfruttando l'analisi normativa dei vari fenomeni che possono trasmettersi lungo le linee elettriche insieme alle conoscenze dei concetti teorici su cui si basa l'interpolazione spettrale, è possibile individuare un insieme di segnali che rispecchino il caso peggiore delle tipologie di disturbi che lo smart meter potrebbe trovarsi a misurare.

In letteratura il caso dei segnali stazioni è già stato ampiamente trattato e ricade nell'analisi dell'accuratezza degli algoritmi con o senza rumore aggiunto. In questo elaborato si vuole invece analizzare un campo ancora poco approfondito cioè la risposta degli stessi algoritmi di stima a segnali *in condizioni non nominali*; per questo motivo si cercherà un set di funzioni non stazionarie.

La trasformata di Fourier richiederebbe segnali continui e stazionari pertanto è intuibile che più una variazione è rapida più l'algoritmo di misurata basato su trasformata di Fourier potrebbe sbagliare. Quindi per simulare il caso peggiore sarà opportuno individuare segnali con variazioni di periodicità molto accentuate, in modo da simulare la massima non stazionarietà, restando comunque dentro i limiti normativi.

Per quanto riguarda le variazioni di frequenza la normativa non prevede deviazioni superiori al 4 – 6% anche se non sembrano cospicue. Bisogna prendere in considerazione che le accuratezze delle stime dipendono dalla corretta valutazione delle frequenze, quindi l'errore complessivo che comporterebbero potrebbe non essere accettabile. Considerando che le velocità di variazione proposte nei manuali tecnici sono del 0.5% per ogni decina di secondi, è probabile che finestre di osservazioni anche di 160ms riescano a stimare in modo abbastanza corretto la frequenza perché la variazione sarebbe talmente lenta da far sembrare il segnale stazionario.

Quanto detto risulta vero solo per la architettura delle reti attuali in cui la frequenza ha una dinamica molto lenta; nel caso invece ci si ponga in una smart grid in funzionamento a isola, la frequenza è mantenuta costante da controlli automatici all'interno dell'inverter. Nel caso di distacco improvviso di generatori o di carichi, la frequenza potrebbe subire delle



variazioni improvvise. Per questo motivo è comunque importante valutare la risposta degli algoritmi alle variazioni di frequenza.

Dunque un segnale che metta in luce la risposta alle variazioni di frequenza dovrebbe presentare:

- tensione nominale costante a pari a quella delle rete in esame ( $220 V_{rms}$ )
- una variazione di frequenza rispetto a quella nominale non superiore a quanto previsto dalle norme tecniche cioè compresa tra il 4 – 6%, perché bisogna supporre che la maggior parte dei dispositivi utilizzati in una smart grid abbiano superato i test di compatibilità previsti per una rete tradizionale e quindi, se la smart grid funziona correttamente la variazione di frequenza dovrebbe rimanere sempre all'interno del *range* citato
- una velocità di variazione della frequenza dell'ordine dell'0.1% ogni  $100ms$  [19]

In figura 4.11 è rappresentato l'andamento nel tempo del segnale di test proposto con equazione:

$$s_{f_{test}}(t) = A_n \sin(2\pi t f_0 + \phi_0 + 2\pi \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau) \quad (4.31)$$

dove  $f(\tau)$  è la funzione che descrive l'offset di frequenza rispetto al valore nominale. In figura 4.10 è rappresentato l'andamento della frequenza proposto pari a  $f_0 + f(\tau)$ .

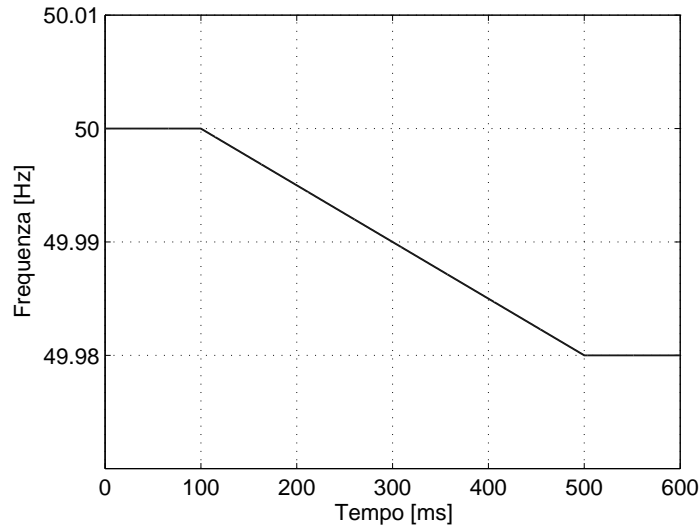
Un altro tipo di disturbo molto frequente lungo le linee elettriche, soprattutto nelle zone residenziali dove i cortocircuiti possono essere frequenti, sono i buchi di tensione, pertanto è necessario individuare un set di segnali per verificare la risposta degli algoritmi di stima se sottoposti a questa variazione di stazionarietà.

Risulta immediato osservare che variazioni con *slew rate* elevato mettono in difficoltà gli algoritmi di stima rispetto a dei segnali con variazioni lente, quindi sarà opportuno utilizzare il massimo *slew rate* consentito. Analizzando la parte normativa relativa ai buchi si nota che i comitati tecnici ammettono variazioni di tensione a gradino, dunque è lecito trascurare la velocità di variazione considerandola infinita.

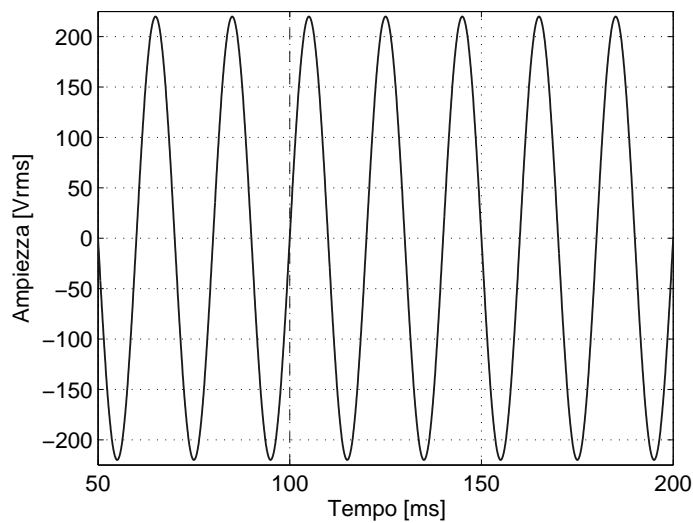
Le prove di immunità ai buchi prevedono un ritardo tra un disturbo e l'altro di almeno 10 secondi. Quindi considerando che una tipica finestra di osservazione non supera i  $140-160ms$ , non ha senso considerare segnali di test con variazioni di tensione molteplici.

La prova ai buchi di tensione avrà le seguenti caratteristiche:

- frequenza costante e pari a quella nominale 50Hz;



**Figura 4.10** – Andamento della frequenza per il segnale di test proposto,  $f_0 + f(\tau)$  con  $f_0 = 50\text{Hz}$ .



**Figura 4.11** – Segnale di test proposto per le variazioni di frequenza

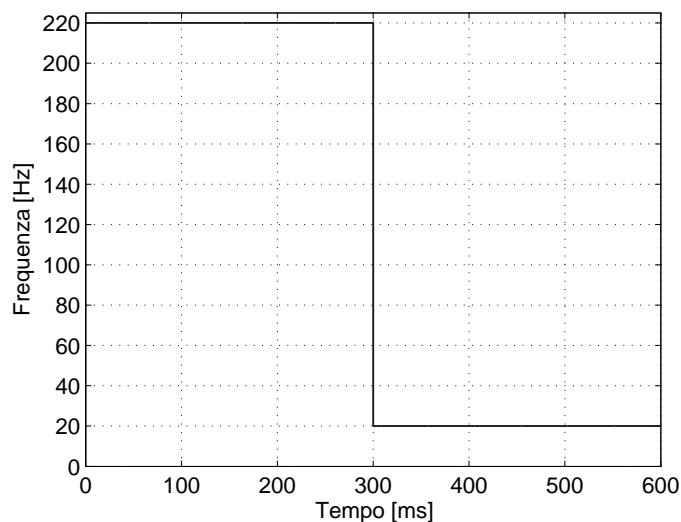
- *slew rate* infinito (cambi di tensione a gradino);
- la tensione di partenza sarà sempre uguale a quella nominale pari a ( $220 V_{rms}$ ) mentre quella finale potrà assumere qualsiasi valore compreso in un *range* tra il 100 % della tensione nominale e lo 0 %. É facile supporre che, quanto più il buco sarà ampio tanto, più l'algoritmo di stima potrà sbagliare.

In figura 4.13 é rappresentato l'andamento nel tempo del segnale di test proposto con equazione:

$$s_{a_{test}}(t) = A(t) \sin(2\pi t f_0 + \phi_0) \quad (4.32)$$

dove  $A(t)$  è la funzione che descrive la variazione di ampiezza rappresentata in figura 4.12.

Per quanto riguarda le fluttuazioni di tensione, si suppone che questo tipo di fenomeno



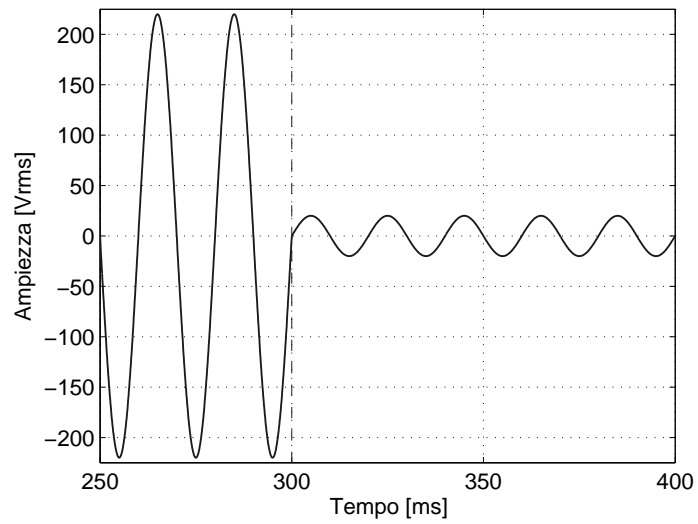
**Figura 4.12** – Andamento dell'ampiezza per il segnale di test proposto

possa essere studiato tramite i buchi di tensione perché, in fin dei conti, si tratta dello stesso tipo di disturbo con ampiezze differenti.

Attualmente in letteratura e anche dal punto di vista normativo si trova gran poco riguardo l'analisi multitonale della tensione di rete, questo perché l'inquinamento elettromagnetico fino a pochi anni fa era tutto sommato ridotto e dunque si riteneva sufficiente misurare la fondamentale per stimare in modo corretto il segnale di rete. In un contesto smart grid potrebbe non essere più sufficiente la sola fondamentale; è quindi opportuno analizzare le prestazioni degli algoritmi in presenza di più armoniche.

Con le conoscenze attuali, il caso peggiore è un segnale ideale in cui si sommano tutte le componenti armoniche al loro valore limite, come indicato dalla tabella: 4.4.

Questo tipo di disturbo obbliga a rivedere tutti i parametri che stanno alla base del processo di acquisizione, cercando il compromesso migliore tra velocità di acquisizione, risoluzione in frequenza e accuratezza. Lo scenario è ulteriormente peggiorato se si aggiungono delle interarmoniche a frequenza sia superiore che inferiore della fondamentale perché, non essendo previste nella progettazione del sistema, potrebbero dare luogo a degli errori di stima



**Figura 4.13** – Segnale di test proposto per le variazioni di ampiezza

notevoli.

## Analisi spettrale del buco di tensione

I risultati ottenuti tramite le simulazioni non sempre sono sufficienti per comprendere a fondo le evoluzioni dello spettro perché, a meno di casi elementari, sono il frutto della somma vettoriale (modulo e fase) di diverse componenti, dunque non è possibile risalire in modo univoco ai singoli spettri. Risulta quindi necessaria un'analisi teorica preliminare.

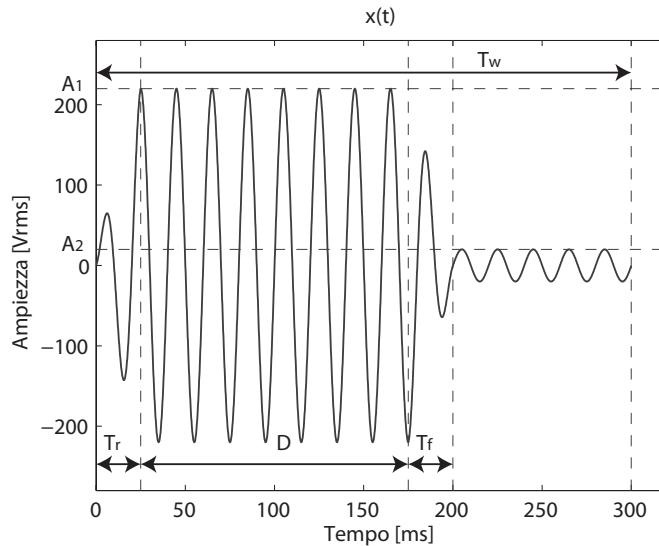
L'obiettivo dell'analisi teorica è quello di studiare in modo separato gli spettri delle singole componenti del segnale per capire come essi variano al variare dei parametri che caratterizzano gli andamenti nel tempo delle componenti stesse. Il primo passo consiste nel creare un modello matematico che meglio approssimi il segnale in ingresso al sistema, successivamente, sfruttando la proprietà della serie di Fourier, si prosegue con la suddivisione in componenti elementari ovvero: segnali la cui trasformata è nota o di facile deduzione. In questo modo risulta molto semplice comprendere come un parametro influisce negli andamenti spettrali permettendo quindi una raffinata progettazione delle elaborazioni da apportare al segnale tali da migliorare il risultato finale di stima.

### 5.1 Spettro teorico

Il segnale che si vuole modellare è quello riportato in figura 5.1, dove i parametri principali sono  $A_1$  ovvero l'ampiezza nominale della forma d'onda,  $A_2$  è l'ampiezza finale ultimato il transitorio,  $T_w$  la durata della finestra di osservazione,  $T_f$  il tempo di discesa e  $T_r$  il tempo di salita.

La scomposizione che si è scelta ha portato alla suddivisione in 3 componenti elementari:

$$x(t) = x_1(t) \cdot (x_2(t) + x_3(t)) \quad (5.1)$$



**Figura 5.1** – Buco di tensione parametrizzato

1. Un'onda sinusoidale di ampiezza unitaria, frequenza pari alla frequenza di rete e fase costante:

$$x_1(t) = \sin(2 \cdot \pi \cdot f_{50Hz} \cdot t + \varphi) \quad (5.2)$$

2. Una costante di valore:

$$x_2(t) = A_2 \quad (5.3)$$

3. Un'onda quadra di ampiezza  $A_1 - A_2$  e di durata  $D$ . Per questa ultima componente sono stati individuati altri tre sottocasi per facilitare sia il calcolo teorico sia la comprensione del fenomeno:

- Onda quadra con fronti di salita e discesa nulli rappresentabile quindi con la funzione *rect*:

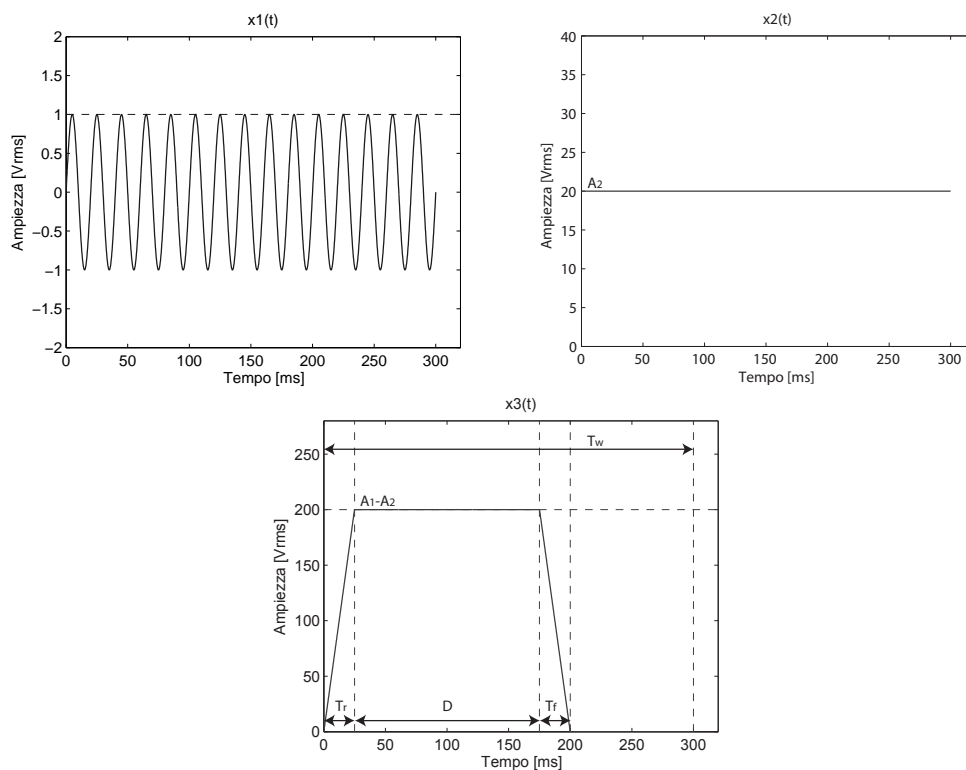
$$x_3(t) = \text{rect}\left(\frac{t - \frac{D}{2}}{D}\right) \quad (5.4)$$

- Onda quadra con fronti di salita e discesa simmetrici e non nulli:

$$x_3(t) = \begin{cases} (A_1 - A_2)/T_r \cdot t & 0 < t \leq T_r \\ (A_1 - A_2) & T_r < t \leq T_r + D \\ (A_2 - A_1)/T_r \cdot t & T_r + D < t \leq 2T_r + D \\ 0 & 2T_r + D < t \leq T_w \end{cases} \quad (5.5)$$

- Onda quadra con fronti di salita e discesa asimmetrici e non nulli:

$$x_3(t) = \begin{cases} (A_1 - A_2)/T_r \cdot t & 0 < t \leq T_r \\ (A_1 - A_2) & T_r < t \leq T_r + D \\ (A_2 - A_1)/T_f \cdot t & T_r + D < t \leq T_r + D + T_f \\ 0 & T_r + D + T_f < t \leq T_w \end{cases} \quad (5.6)$$



**Figura 5.2** – Scomposizione in termini elementari del buco di tensione

Per ognuna delle componenti appena elencate, rappresentate in figura 5.2, è stato calcolato lo spettro secondo la definizione della trasformata di Fourier:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (5.7)$$

I risultati ottenuti sono i seguenti:

La trasformata della componente  $x_1$  vale:

$$X_1(f) = -\frac{j}{2}\delta(f - f_{50Hz})e^{j\varphi} + \frac{j}{2}\delta(f + f_{50Hz})e^{-j\varphi} \quad (5.8)$$

La trasformata della componente  $x_2$  vale:

$$X_2(f) = A_2\delta(f) \quad (5.9)$$

Per la trasformata della componenti  $x_3$  distinguiamo i 3 casi:

1. Un'onda rettangolare con fronti di salita nulli possiede una trasformata nota e vale:

$$X_3(f) = (A_1 - A_2)\text{sinc}(fD)e^{-j2\pi f\frac{D}{2}} \quad (5.10)$$

Per rendere più maneggevole l'espressione evidenziamo il *duty cycle* sostituendo:

$$D = \alpha T_w \quad (5.11)$$

la formula diventa:

$$X_3(f) = (A_1 - A_2)\text{sinc}(f\alpha T_w)e^{-j2\pi f\frac{\alpha T_w}{2}} \quad (5.12)$$

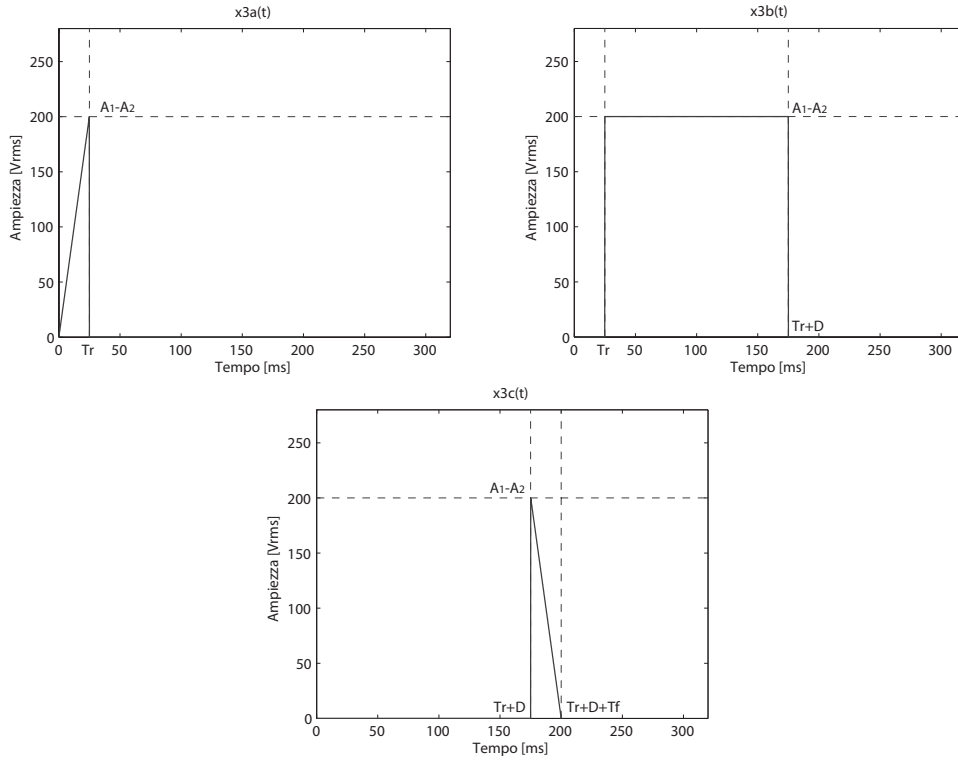
2. Per calcolare lo spettro di un trapezio isoscele esistono due vie: la prima scompone il trapezio in una convoluzione di due *rect* di durata differente, di conseguenza risulta immediato calcolare lo spettro perché è il prodotto dei due *sinc*; la seconda via utilizza invece la proprietà di linearità e di derivazione della trasformata di Fourier, la quale enuncia che:

$$\mathcal{F}\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = j2\pi fX(f) \quad (5.13)$$

Di seguito verrà utilizzata la seconda tipologia di soluzione perché rappresenta un modo agevole per calcolare lo spettro dell'onda quadra con fronti diversi. Sfruttando la linearità dell'operatore di Fourier si scompone il trapezio in 3 parti come già descritto dalla funzione 5.5 e mostrato in figura 5.3 e per ognuna di esse si calcola lo



spettro. Il risultato finale si ottiene sommando i tre spettri in modo algebrico tenendo in considerazione anche la fase. Chiamiamo  $x_{3A}(t)$  il segnale del fronte di salita,  $x_{3B}(t)$



**Figura 5.3** – Scomposizione in termini elementari dell'onda quadra

il segnale corrispondente al livello alto e  $x_{3C}(t)$  il segnale corrispondente al fronte di discesa, in questo caso si ricorda che  $T_r = T_f$ . Per calcolare lo spettro di  $x_{3A}(t)$  si sfrutta la proprietà di derivazione cioè: sapendo che la derivata di un triangolo è un rettangolo, attraverso la proprietà appena elencata si può trovare lo spettro di un triangolo partendo dallo spettro noto del rettangolo.

La derivata  $\dot{x}_{3A}(t)$  del segnale  $x_{3A}(t)$  è la seguente:

$$\dot{x}_{3A}(t) = \frac{(A_1 - A_2)}{T_r} \text{rect}\left(\frac{t - T_r/2}{T_r}\right) - (A_1 - A_2)\delta(t - T_r) \quad (5.14)$$

e possiede il seguente spettro:

$$\dot{X}_{3A}(f) = (A_1 - A_2) \text{sinc}(fT_r) e^{-j2\pi f \frac{T_r}{2}} - (A_1 - A_2) e^{-j2\pi f T_r} \quad (5.15)$$

utilizziamo ora l'espressione 5.13 per trovare lo spettro del triangolo, si ottiene:

$$X_{3_A}(f) = \frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} \text{sinc}(fT_r) e^{-j2\pi f \frac{T_r}{2}} - \frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} e^{-j2\pi f T_r} \quad (5.16)$$

Passiamo ora a calcolare lo spettro del segnale  $X_{3_B}$ , il segnale è rappresentabile nel tempo tramite la seguente funzione:

$$x_{3_B}(t) = (A_1 - A_2) \text{rect}\left(\frac{t - \left(T_r + \frac{\alpha T_w}{2}\right)}{\alpha T_w}\right) \quad (5.17)$$

sfruttiamo l'espressione nota della trasformata del rect e otteniamo:

$$X_{3_B}(f) = (A_1 - A_2) \alpha T_w \text{sinc}(f \alpha T_w) e^{-j2\pi f \left(T_r + \frac{\alpha T_w}{2}\right)} \quad (5.18)$$

Infine ripetendo il procedimento eseguito per  $x_{3_A}(t)$  calcoliamo lo spettro di  $x_{3_C}(t)$ , il risultato che si ottiene è:

$$X_{3_C}(f) = -\frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} \text{sinc}(fT_f) e^{-j2\pi f \frac{T_f}{2}} + \frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} e^{-j2\pi f (T_r + \alpha T_w)} \quad (5.19)$$

Infine per calcolare lo spettro complessivo del segnale  $x_3(t)$  sommiamo algebricamente le 3 componenti 5.14, 5.15, 5.16 rispettivamente  $x_{3_A}(t), x_{3_B}(t), x_{3_C}(t)$ . Poniamo  $T_r = T_f = T$  perché i tempi di salita sono uguali, l'espressione dello spettro diventa la seguente:

$$\begin{aligned} X_3(f) &= (A_1 - A_2) \alpha T_w \text{sinc}(f \alpha T_w) e^{-j2\pi f \left(T + \frac{\alpha T_w}{2}\right)} \\ &+ \frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} \left[ \text{sinc}(fT) \left( e^{-j2\pi f \left(\frac{T}{2}\right)} - e^{-j2\pi f \left(\frac{3T}{2} + \alpha T_w\right)} \right) - e^{-j2\pi f T} + e^{-j2\pi f (T + \alpha T_w)} \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

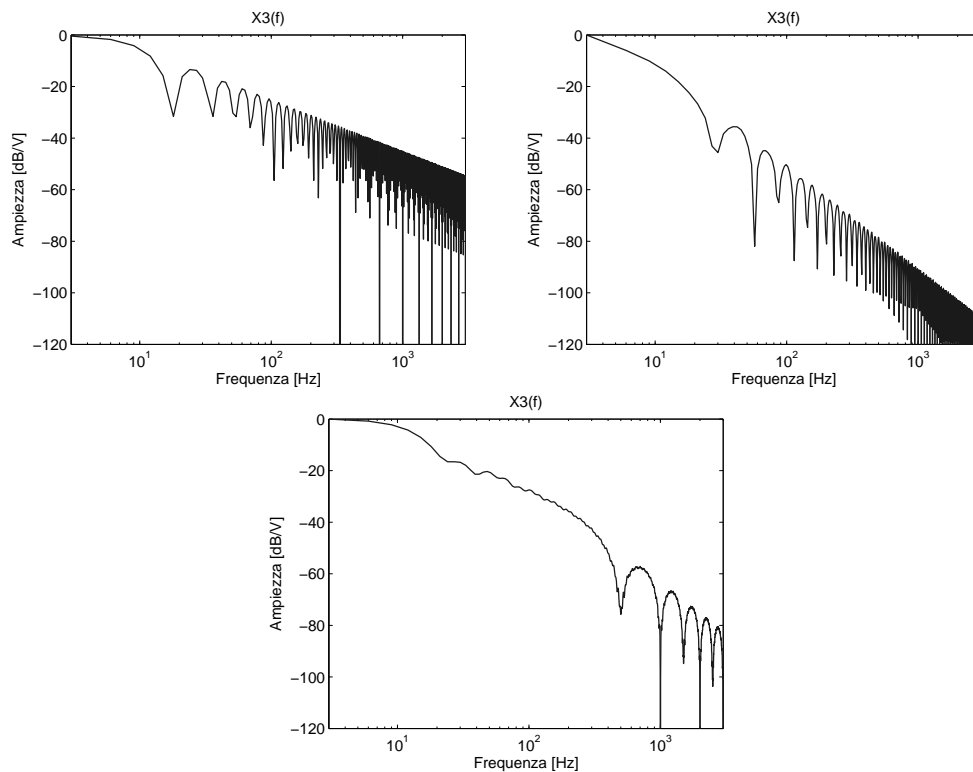
3. Il terzo caso di onda quadra con tempi di salita e discesa diversi è facilmente ricavabile sfruttando i calcoli già eseguiti per il caso numero 2. Omettendo i passaggi intermedi si perviene alla seguente espressione:

$$\begin{aligned} X_3(f) &= (A_1 - A_2) \alpha T_w \text{sinc}(f \alpha T_w) e^{-j2\pi f \left(T_r + \frac{\alpha T_w}{2}\right)} \\ &+ \frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} \left( \text{sinc}(fT_r) e^{-j2\pi f \left(\frac{T_r}{2}\right)} - e^{-j2\pi f T_r} \right) \\ &- \frac{(A_1 - A_2)}{j2\pi f} \left( \text{sinc}(fT_f) e^{-j2\pi f \left(\frac{T_f}{2} + \alpha T_w + T_r\right)} + e^{-j2\pi f (T_r + \alpha T_w)} \right) \end{aligned} \quad (5.21)$$

## 5.2 Analisi delle velocità di decadimento

Anche con l'ausilio dalla figura 5.4, la quale rappresenta gli spettri dei tre casi delle forme d'onda, non è facile capire con certezza se l'introduzione dei fronti di salita o discesa comporti delle variazioni della velocità di decadimento dei 3 spettri e nel caso dove si posizionino le frequenze di spezzamento. Per questo motivo si è deciso di calcolare le stesse trasformate utilizzando un metodo approssimato che mette in evidenza gli involucri degli spettri.

Il metodo che andremo ad utilizzare sfrutta le seguenti due disuguaglianze derivanti dalle



**Figura 5.4** – Spettri delle onde quadre: in alto a sinistra  $T_r = T_f = 0$  in alto a destra  $T_r = T_f = T$  in basso  $T_f \neq T_r$

proprietà della trasformata di Fourier:

$$|X(f)| \leq \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt \quad (5.22)$$

$$|X(f)| \leq \frac{1}{(2\pi f)^n} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{d^n x(t)}{dt^n} \right| dt \quad (5.23)$$

Il calcolo dell'involuppo viene portato a termine in 3 passi:

1. Si calcolano le derivate  $k$ -esime del segnale  $x_3(t)$  in esame, fermandosi alla prima derivata  $k$ -esima in cui compare almeno un impulso di Dirac.
2. Per ogni derivata si calcola l'area considerando anche gli impulsi di Dirac.
3. Sfruttando la proprietà di continuità della trasformata di Fourier <sup>1</sup> insieme alle disuguaglianze 5.22, 5.23 si ricavano le frequenze di intersezione delle funzioni derivanti dalle disuguaglianze stesse.

Il decadimento dell'involuppo viene imposto dalla presenza di  $f$  al denominatore della disuguaglianza 5.23, trasformandola in decibel si osserva la seguente proprietà: lo spettro avrà un decadimento asintotico di velocità pari a:

$$k \cdot 20dB/Dec \quad (5.24)$$

Sfruttiamo la stessa parametrizzazione dell'onda quadra mostrata in figura 5.1 e seguendo la procedura appena descritta, calcoliamo le derivate del segnale  $x_3(t)$  fino ad incontrare il primo impulso di Dirac.

$$\frac{dx_3(t)}{dt} = \begin{cases} (A_1 - A_2)/T_r & 0 < t \leq T_r \\ 0 & T_r < t \leq T_r + D \\ (A_2 - A_1)/T_f & T_r + D < t \leq T_r + D + T_f \\ 0 & T_r + D + T_f < t \leq T_w \end{cases} \quad (5.25)$$

$$\frac{d^2x_3(t)}{dt^2} = \frac{A_1 - A_2}{T_r} \delta(t) + \frac{A_2 - A_1}{T_f} \delta(t - (D + T_r)) \quad (5.26)$$

Per questo tipo di segnale sono state sufficienti due derivate, questo fa presumere che il segnale avrà un decadimento di  $40dB/Dec$ . Per validare questa ipotesi proseguiamo con il calcolo delle aree.

$$|Area_1| = Area(|x_3(t)|) = \frac{(A_1 - A_2)T_r}{2} + \frac{(A_1 - A_2)T_f}{2} + (A_1 - A_2)D \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} |Area_2| &= Area\left(\left|\frac{dx_3(t)}{dt}\right|\right) = \frac{1}{2\pi f_1} \left( \frac{A_1 - A_2}{T_r} T_r + \frac{A_1 - A_2}{T_f} T_f \right) \\ &= \frac{A_1 - A_2}{\pi f_1} \end{aligned} \quad (5.28)$$

<sup>1</sup>Se un segnale è sommabile in  $\mathbb{R}$  la sua trasformata di Fourier sarà continua in  $\mathbb{C}$

$$\begin{aligned}
 |Area_3| &= Area\left(\left|\frac{d^2x_3(t)}{dt^2}\right|\right) = \frac{1}{(2\pi f_2)^2} \left( \frac{A_1 - A_2}{T_r} + \frac{A_1 - A_2}{T_r} + \frac{A_1 - A_2}{T_f} + \frac{A_1 - A_2}{T_f} \right) \\
 &= \frac{A_1 - A_2}{2(\pi f_2)^2} \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_f} \right) \quad (5.29)
 \end{aligned}$$

Imponiamo ora la continuità dello spettro con:

$$|Area_1| = |Area_2| \quad (5.30)$$

$$|Area_2| = |Area_3| \quad (5.31)$$

Sostituiamo 5.27 e 5.28 in 5.30 per trovare il valore di  $f_1$  che rende continua la funzione:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{A_1 - A_2}{\pi |Area_1|} \\
 &= \frac{2}{\pi (T_f + T_r + 2D)} \\
 &= \frac{2}{\pi (T_f + T_r + 2\alpha T_w)} \quad (5.32)
 \end{aligned}$$

Nota  $f_1$  possiamo imporre la seconda condizione 5.31 per ricavare  $f_2$ :

$$\begin{aligned}
 f_2 &= \sqrt{\frac{A_1 - A_2}{2\pi^2 |Area_2|} \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_f} \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{f_1}{2\pi} \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_f} \right)} \\
 &= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{(T_f + T_r + 2\alpha T_w)} \left( \frac{1}{T_r} + \frac{1}{T_f} \right)} \quad (5.33)
 \end{aligned}$$

Riportando su un grafico i risultati ottenuti si ottiene lo spettro mostrato in figura 5.5.

La conferma della veridicità del metodo la si ha riportandosi ai casi elementari, se per esempio imponiamo i fronti di salita e discesa nulli la frequenza  $f_2$  tende all'infinito mentre  $f_1$  dipende solamente dall'ampiezza dell'onda quadra, questo significa che lo spettro avrà un decadimento di  $20dB/Dec$ : questo è in linea con il comportamento della funzione sinc, la quale presenta lo stesso tipo di attenuazione.

Se invece consideriamo i tempi di salita e discesa,  $f_2$  presenta un valore finito inferiore di  $f_1$ , questo comporta un'introduzione di un polo nello spettro. L'ulteriore attenuazione del-

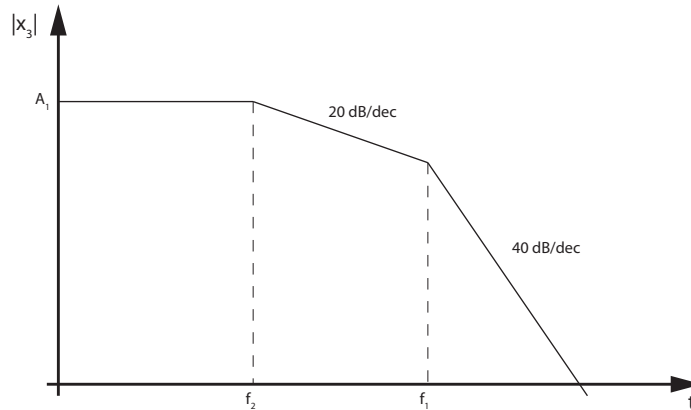


Figura 5.5 – Involuppo teorico dell'onda quadra calcolato con il metodo delle aree

le armoniche a frequenze superiori della fondamentale, rispetto al caso con fronti nulli, è spiegabile tenendo in considerazione il fatto che un segnale con variazioni meno brusche richiede un contenuto armonico minore, per cui tanto più i tempi di salita e discesa saranno grandi, tanto più le frequenze dei poli saranno vicine alla fondamentale, e viceversa.

Le analisi fino ad ora condotte sono valide per segnali che presentano valori diversi da zero solo all'interno del periodo  $T_w$  mentre all'esterno sono nulli. Come già descritto nei capitoli precedenti la DFT estende per periodicità il segnale campionato, per questo motivo dobbiamo adattare gli spettri calcolati. In frequenza la ripetizione periodica nel tempo comporta la sostituzione del passo di discretizzazione in frequenza  $k/T_w$  alla variabile reale e continua  $f$ , dove  $k$  è un valore appartenente all'insieme degli interi e il prodotto dello spettro per un fattore correttivo del valore di  $1/T_w$ . Per quanto riguarda l'algoritmo di stima tramite le aree, si sfrutta la proprietà della serie di Fourier: è sufficiente moltiplicare il valore delle aree per  $2/T_w$  dove  $T_w$  è il periodo del segnale.

$$|Area_{1p}| = \frac{2}{T_w} Area(|x_3(t)|) = \frac{2}{T_w} \left[ \frac{(A_1 - A_2)T_r}{2} + \frac{(A_1 - A_2)T_f}{2} + (A_1 - A_2)D \right] \quad (5.34)$$

Le frequenze di spezzamento non vengono influenzate dalla periodicizzazione perché quando si impone la continuità dello spettro i termini  $2/T_w$  si cancellano a vicenda, lasciando quindi inalterato il risultato già trovato. L'unica differenza che si nota è la riduzione del valore iniziale dello spettro di un fattore  $2/T_w$ .

Ora che si è analizzata a fondo la composizione degli spettri delle singole componenti si può continuare con l'analisi del segnale 5.1 al fine di ottenere lo spettro complessivo. Ap-

plichiamo l'operatore di trasformata di Fourier all'espressione 5.1, sfruttando la linearità otteniamo:

$$\begin{aligned} X(f) &= \mathfrak{F}[x_1(t) \cdot (x_2(t) + x_3(t))] \\ &= X_1(f) * (X_2(f) + X_3(f)) \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$X_{23} = X_2(f) + X_3(f) = (A_1 - A_2) \text{sinc}(f\alpha T_w) e^{-j\pi f\alpha T_w} + A_2 \delta f \quad (5.36)$$

$$\begin{aligned} X(f) &= X_1(f) * X_{23}(f) \\ &= -\frac{j}{2} \left[ (A_1 - A_2) \text{sinc}((f - f_{50\text{Hz}})\alpha T_w) e^{-j\pi(f - f_{50\text{Hz}})\alpha T_w} + A_2 \delta(f - f_{50\text{Hz}}) \right] e^{j\varphi} + \\ &\quad + \frac{j}{2} \left[ (A_1 - A_2) \text{sinc}((f + f_{50\text{Hz}})\alpha T_w) e^{-j\pi(f + f_{50\text{Hz}})\alpha T_w} + A_2 \delta(f + f_{50\text{Hz}}) \right] e^{-j\varphi} \end{aligned} \quad (5.37)$$

Dove al posto di  $X_3(f)$  è stato sostituito lo spettro dell'onda quadra con tempi di salita e discesa nulli 5.12, perché rappresenta il caso peggiore dato che ha la velocità di decadimento più lenta  $20\text{dB/Dec}$ . Lo spettro di  $X(f)$  è riportato in figura 5.6, per un *duty cycle* pari al 33%,  $A_1 = 220$ ,  $A_2 = 20$  e  $t_r = t_f = 0$ .

Sfruttando le espressioni matematiche ricavate possiamo fare delle considerazioni sul com-

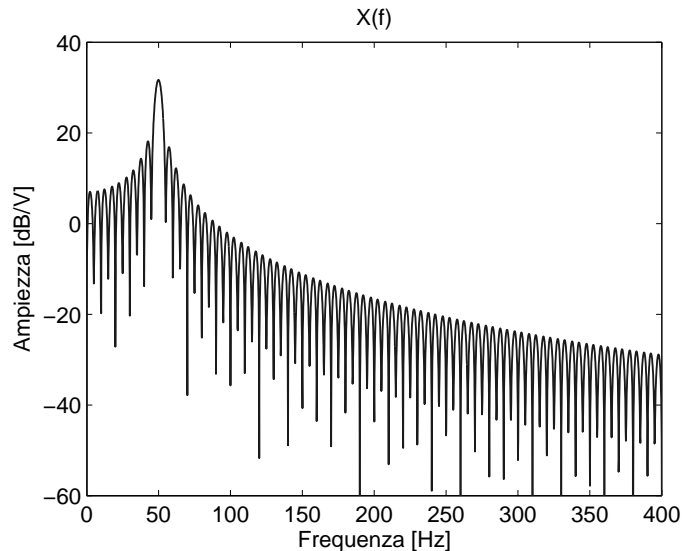


Figura 5.6 – Spettro complessivo del buco di tensione di figura 5.1 con tempi di salita e discesa nulli,  $\alpha = 0.33$ ,  $A_1 = 220$  e  $A_2 = 20$

portamento degli spettri al variare dei parametri del segnale. Il duty cycle indicato dalla variabile  $\alpha$  permette di specificare la posizione del disturbo all'interno della finestra di osservazione, utilizzando l'espressione 5.34 supponendo che i fronti di discesa e salita siano nulli, si nota come il valore massimo dell'involuppo sia proporzionale alla posizione  $\alpha$  del disturbo:

$$|Area_{1p}|_{T_r=T_f=0} = 2(A_1 - A_2)\alpha \quad (5.38)$$

In altre parole si nota un effetto di media tra la tensione iniziale e la tensione finale dovuta alla dimensione della finestra, più corta sarà la finestra prima il valore dello spettro potrà assestarsi al valore finale e viceversa. Questa osservazione permette di affermare che tramite l'interpolazione spettrale è impossibile ottenere stime immediate per variazioni a gradino del segnale, in quanto la finestra di osservazione avrà sempre una durata non nulla. Nella realtà non esistono variazioni a gradino ma sono sempre presenti dei tempi di salita e discesa, per questo motivo una possibile soluzione consiste nello scegliere i parametri dell'algoritmo in modo che l'intervallo di acquisizione sia il più corto possibile. Per contro, la riduzione del periodo di osservazione ha degli effetti negativi sulla qualità della stima perché rende inutilizzabili le interpolazioni a più punti e l'applicazione di finestre con comportamenti particolari, inoltre avvicina di molto le componenti nello spettro, innalzando sensibilmente i livelli di interferenza. Per questo motivo è necessario trovare un compromesso tra l'accuratezza richiesta e il tempo di ritardo dell'algoritmo.

Un'ulteriore osservazione che si può fare è sempre a riguardo della durata del periodo di osservazione: la riduzione  $T_w$  comporta un aumento delle frequenze di taglio 5.32 e 5.33, quindi un aumento della larghezza dei lobi introdotti dal segnale  $x_3(t)$ . Le conseguenze sono un aumento dell'interferenza spettrale quindi un peggioramento delle qualità di stima. Questo impone un altro vincolo per il tempo di ritardo dell'algoritmo.



# Capitolo 6

## Banco di misura

La ripetibilità delle misure dipende anche dalle caratteristiche degli strumenti e dalla disposizione degli stessi: per questo motivo è importante dedicare attenzione a questo aspetto.

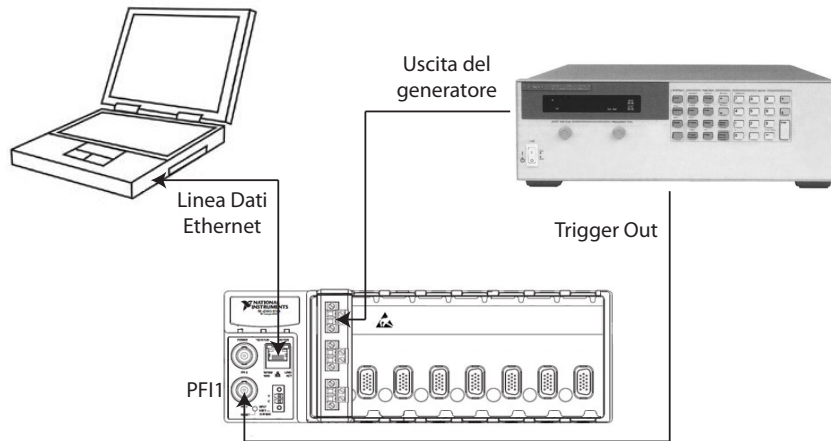
Per le prove necessarie a questo elaborato la disposizione degli strumenti e l'allestimento del laboratorio non è rilevante perché tutti i segnali utilizzati viaggiano lungo dei cavi e le frequenze in questione sono talmente basse da non dover considerare fenomeni di propagazione lungo le linee.

In questo capitolo verrà descritto il banco di misura utilizzato per effettuare le prove insieme alle caratteristiche dei singoli strumenti.

Il banco di misura è composto principalmente da un calcolatore più due strumenti: un acquisitore analogico digitale e un generatore di segnali. Viene utilizzato anche un multimetro digitale di precisione per caratterizzare in modo accurato il generatore di segnali. In figura 6.1 è mostrato il banco di prova utilizzato per l'acquisizione dei segnali mentre in figura 6.2 è rappresentato il banco di prova per la caratterizzazione del generatore di segnali.

Il calcolatore è fornito del programma di elaborazione matematica MATLAB che permette di interfacciarsi con il convertitore analogico digitale e successivamente di compiere le elaborazioni numeriche necessarie alla stima dei parametri. L'utilizzo di un personal computer per le elaborazioni permette di trascurare il problema delle risorse e della velocità di calcolo.

Il generatore di segnali AC utilizzato è il modello 6812B della Agilent Technologies in grado di fornire segnali analogici fino a  $300V_{rms}$  con una potenza di 750VA. Consente di selezionare l'andamento della forma d'onda di uscita insieme ai parametri che la caratterizzano, inoltre permette di impostare il comportamento dinamico del segnale stesso cioè permette di poter cambiare tutti i parametri del segnale tramite delle condizioni temporali o



**Figura 6.1** – Banco di misura per l'acquisizione dei segnali



**Figura 6.2** – Banco di misura per la caratterizzazione del generatore di segnali

con trigger esterni.

Il multimetro digitale invece è un HP 34401A e permette di eseguire diverse misure statiche con un'accuratezza fino a 6,5 digit, è stato utilizzato per misurare la stabilità della frequenza generata e il valore accurato delle tensioni di uscita. Infatti se l'accuratezza dagli algoritmi di stima è inferiore all'1% è necessario conoscere il valore dell'uscita con una incertezza di almeno due ordini di grandezza inferiore.

Per quanto riguarda il sistema di acquisizione si è utilizzato un prodotto abbastanza recente della National Instruments composto dal contenitore *CDaq-9188* e dal convertitore *Ni9225*. Il contenitore *CDaq-9188* permette il collegamento ad un elaboratore esterno tramite una linea ethernet dedicata ad alta velocità e dispone di 8 slot per l'inserimento degli acquisitori. NI propone diversi tipo di acquisitori ognuno pensato per applicazioni specifiche, quello che verrà utilizzato è il *Ni9225* pensato appositamente per le acquisizioni dei segnali della rete elettrica.

Il collegamento mostrato in figura 6.1 è molto essenziale, infatti dal generatore di segnali

escono due linee: una prima linea di potenza entra nel primo canale di ingresso dell'ADC mentre la seconda linea di segnale esce dalla porta del *Trigger Out* e viene collegata all'P-FII del contenitore ethernet, che verrà poi istruito via software per utilizzare quella porta come Trigger per l'ADC. La connessione all'elaboratore è composta da un comune cavo ethernet RJ45 collegato ad una schede ethernet dedicata in modo tale da evitare i problemi di traffico della rete.

## 6.1 Multimetro digitale HP34401A

L'HP34401A mostrato in figura 6.3 è un multimetro digitale dalla Agilent Technologies con una accuratezza massima di 6,5 digit, dispone di diverse funzioni per la misura di tensioni, tempi e resistività e per ognuna di esse è possibile collegare delle operazioni matematiche per migliorare la valutazione dei dati.

Lo strumento è stato utilizzato per misurare la tensione di uscita del generatore per verifica-



**Figura 6.3** – Strumento HP34401A

re se effettivamente il valore di uscita corrispondeva a quello impostato. Il range consentito è fino a  $750 V_{rms}$  e il risultato è direttamente il valore RMS del segnale misurato.

Lo stesso tipo di misura è stata conseguita per la frequenza, anche in questo caso il range massimo accettato è di  $750 V_{rms}$  e il metodo di calcolo è il conteggio reciproco con riferimento il clock interno.

Per le misure di tensione sono dichiarate le seguenti specifiche:

- Reiezione al modo comune di 70dB
- Impedenza di ingresso  $1M\Omega$  con  $100pF$  in parallelo

- L'ingresso è in accoppiamento AC e tollera fino a 400V di offset.
- Le caratteristiche di accuratezza sono riportate in tabella 6.1

Frequenza	Tempo di funzionamento			Coefficiente di temperatura 0°C - 18°C 28°C - 55°C
	24 ore 23°C ± 1°C	90 giorni 23°C ± 5°C	1 anno 23°C ± 5°C	
3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.24	1.00+0.03	1.00 + 0.03	0.100 + 0.003
5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.02	0.35 + 0.03	0.35 + 0.03	0.035 + 0.003
10 Hz - 20 kHz	0.04 + 0.02	0.05 + 0.03	0.06 + 0.04	0.005 + 0.003
20 kHz - 50 kHz	0.10 + 0.04	0.11 + 0.05	0.12 + 0.05	0.011 + 0.005

**Tabella 6.1** – Specifiche di accuratezza della misura di tensione per lo strumento HP34401A  
(±(%lettura + %scala))

Per quanto riguarda la frequenza le caratteristiche dichiarate sono le seguenti:

- Tempo di Gate 10ms, 100ms o 1sec per il conteggio reciproco
- Periodo di osservazione di 1s a 6,5 digit
- L'ingresso è in accoppiamento AC
- Le caratteristiche di accuratezza sono riportate in tabella 6.2

Frequenza	Tempo di funzionamento			Coefficiente di temperatura 0°C – 18°C 28°C – 55°C
	24 ore 23°C ± 1°C	90 giorni 23°C ± 5°C	1 anno 23°C ± 5°C	
3 Hz - 5 Hz	0.10	0.10	0.10	0.005
5 Hz - 10 Hz	0.05	0.05	0.05	0.005
10 Hz - 40 Hz	0.03	0.03	0.03	0.001
40 Hz - 300 kHz	0.006	0.01	0.01	0.001

**Tabella 6.2** – Specifiche di accuratezza della misura di frequenza per lo strumento HP34401A ( $\pm(\%lettura)$ )

## 6.2 Generatore di segnali 6812B

Lo strumento in figura 6.4 è il 6812B prodotto dalla Agilent Technologies è un generatore di segnali AC programmabile, il cui principio di funzionamento è mostrato in figura 6.5.

Questo particolare generatore è stato progettato appositamente per generare segnali alle



**Figura 6.4** – Generatore di segnali 6812B

tensioni di rete, infatti può erogare fino a 750VA con una tensione massima di 300  $V_{rms}$ .

Dalla figura 6.5 si osserva che lo strumento ha una architettura digitale, ovvero la forma d'onda è salvata in una memoria e poi riprodotta. Questo comporterà degli errori di quantizzazione perché il DAC non è ideale ma avrà un numero di finito di stati. Tuttavia questa scelta progettuale permette una maggiore flessibilità all'utente finale che può impostare a proprio piacimento la forma d'uscita, infatti tramite il pannello frontale è possibile definire tutte le proprietà della forma d'onda di uscita compresi i parametri delle singole armoniche. Un'ulteriore caratteristica dello strumento che lo rende adatto alle nostre tipologie di misure

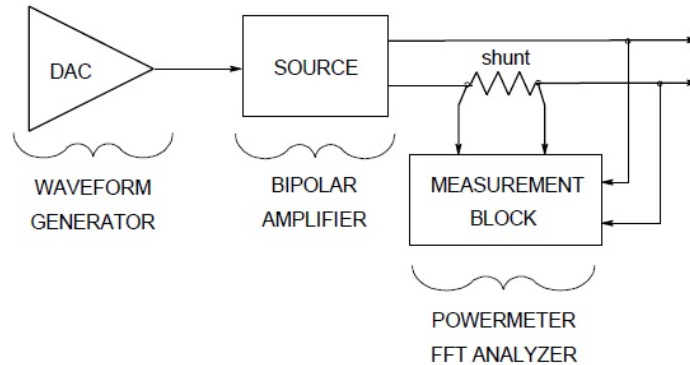


Figura 6.5 – Principio di funzionamento del generatore di segnali 6812B

è la capacità di poter definire dei *pattern* per le forme d'onda, temporizzati con un trigger esterno o interno. Per ogni parametro del segnale di uscita, come per esempio la tensione, la frequenza e le armoniche è possibile definire uno stato preTrigger, postTrigger e i parametri di come deve avvenire la variazione per esempio lo *slew rate*. Inoltre lo strumento permette di impostare quando deve avvenire la variazione, se deve essere sincronizzata con qualche parametro e il numero di volte che essa deve ripetersi. Delle funzioni avanzate permettono inoltre di impostare più stati per ogni parametro, generando così qualsiasi andamento del segnale di rete.

Lo strumento oltre ai connettori di uscita presenta un ingresso e un'uscita BNC per il trigger dei pattern, entrambe le porte richiedono un segnale TTL 0-3V3 ed utilizzano una logica negata, ovvero il livello di riposo sono i 3V3 mentre l'evento viene segnalato con un impulso negativo.

Il generatore 6812B presenta le seguenti caratteristiche:

- il *range* di frequenze ammissibili è DC-1kHz viene però specificato che le specifiche di accuratezza vengono mantenute solo tra i 45Hz e 1kHz.
- presenta un rumore di fondo di -60dB rispetto il fondo scala ( $300 mV_{rms}$ )
- l'uscita esibisce un THD del 1% nel caso peggiore
- incertezza nella regolazione di ampiezza tra i 45-100Hz è di  $0.15\% + 0.3V$
- incertezza della regolazione di frequenza:  $0.01\% + 10 \mu Hz$
- incertezza della regolazione dello slewrate dell'ampiezza:  $0.1 V/s$

- risoluzione dell'ampiezza del segnale di uscita 125 mV
- risoluzione dello slew rate per il segnale di uscita 6 mV/s

### 6.3 Contenitore ethernet cDAQ-9188

Il cDAQ-9188 mostrato in figura 6.6 è un contenitore per strumenti con collegamento Ethernet prodotto dalla National Instrument. Dispone di otto alloggiamenti per una serie di strumenti prodotti sempre da NI specifici per alcuni tipi di applicazioni.

Il contenitore dispone di un ingresso per l'alimentazione sia del contenitore stesso che dei



*Figura 6.6* – Strumento cDAQ-9188

moduli innestati, inoltre prevede una porta Ethernet ad alta velocità per il trasferimento dati verso un elaboratore che può essere sia un PC sia una scheda con ingresso RJ45.

In aggiunta sono previsti due connettori BNC ausiliari chiamati PFI che possono essere utilizzati per inviare o ricevere dei segnali ai moduli allacciati.

Il modulo dispone di una base dei tempi interna per sincronizzare gli eventuali strumenti; tramite gli ingressi PFI è possibile imporla anche dall'esterno.

Le specifiche dello strumento sono le seguenti:

- Velocità di comunicazione 10/100/1000 Mbps con autonegoziazione TCP/IP o UDP
- *Range* di tensioni ammessi nei PFI [-20V, 25V]
- Massima frequenza ammessa nei PFI 1MHz con impedenza di linea a 50  $\Omega$
- accuratezza della base dei tempi 50ppm rispetto alla velocità di campionamento
- risoluzione massima della base dei tempi 12.5ns

## 6.4 Convertitore analogico digitale NI 9225

Lo strumento NI9225 mostrato in figura 6.7 prodotto dalla National Instruments per funzionare deve essere collegato al contenitore appena descritto cDaq9188, il quale gli fornisce l'alimentazione e le temporizzazioni oltre che una porta di uscita per i dati.

L'NI9225 è un convertitore analogico digitale, presenta tre ingressi differenziali isolati l'u-

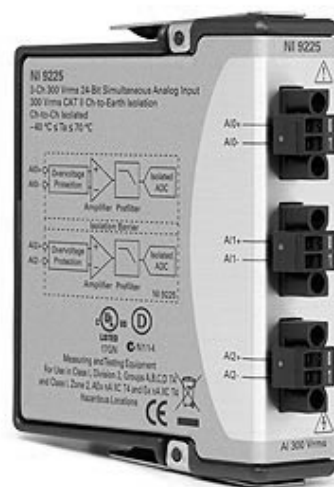


Figura 6.7 – Convertitore analogico digitale NI9225

no dall'altro. Ogni ingresso possiede un ADC Delta-Sigma da 24Bit, questo ci permetterà di trascurare l'errore di quantizzazione, con una tensione di fondo scala di  $300 V_{rms}$  e una frequenza massima di campionamento pari a 50 kHz.

Il singolo blocco di acquisizione è schematizzato in figura 6.8 e prevede una protezione contro le sovratensioni, un amplificatore di isolamento e un filtro passa basso contro l'aliasing proporzionale alla frequenza di campionamento, la cui caratteristica è presentata in figura 6.8.

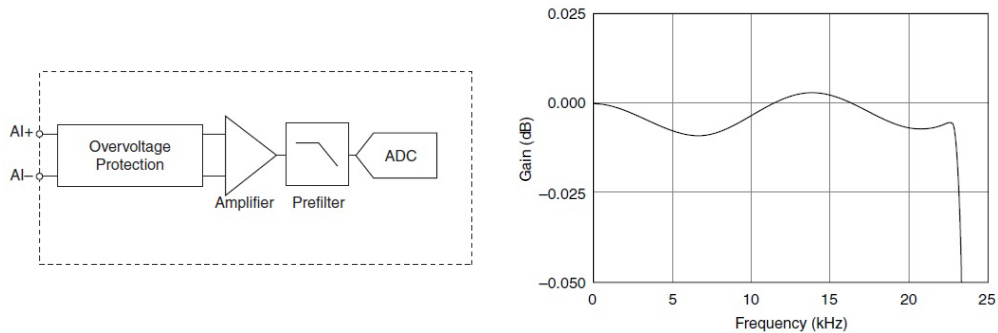
Il range di frequenze di campionamento selezionabili è discretizzato dalla seguente formula:

$$f_s = \frac{f_m}{256 \cdot n} \quad n \in [1, 31] \quad (6.1)$$

dove  $f_m$  è la base dei tempi di riferimento. Se non diversamente specificato la frequenza interna  $f_m$  è pari a 12.8 MHz. Lo strumento presenta le seguenti caratteristiche:

- Accuratezza della base dei tempi  $\pm 100ppm$





**Figura 6.8** – A sinistra lo schema di funzionamento del blocco di acquisizione del NI9225 e a destra la caratteristica del filtro antialiasing

- Campionamento sincronizzato tra i tre canali
- Impedenza di ingresso  $1\text{M}\Omega$
- Rumore di ingresso  $2\text{ mV}_{rms}$
- Stabilità del guadagno del filtro  $\pm 10\text{ ppm}/^\circ\text{C}$
- Deriva dell'offset del filtro  $\pm 970\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
- Reiezione al modo comune  $-104\text{ dB}$
- THD di  $-95\text{ dB}$
- banda passante del filtro di ingresso:  $0.453 \cdot f_s$
- inizio della banda oscura a  $0.547 \cdot f_s$  con una attenuazione di  $100\text{ dB}$
- le caratteristiche di accuratezza sono riportate in tabella 6.3

Condizioni di misura	Errore di lettura	Errore sul fondoscala
da $-40$ a $70^\circ\text{C}$	$\pm 0.23\%$	$\pm 0.05\%$
da $25$ a $\pm 5^\circ\text{C}$	$\pm 0.05\%$	$\pm 0.008\%$
da $25$ a $\pm 15^\circ\text{C}$	$\pm 0.084\%$	$\pm 0.016\%$

Fondoscala =  $425\text{V}$

**Tabella 6.3** – Specifiche di accuratezza della misura per lo strumento 9225



## Risultati sperimentali

Studiare l'interpolazione spettrale dal punto di vista analitico è molto complesso perché i fattori che influenzano i risultati sono molteplici e in caso di rumore di fondo le stime non sono prevedibili in forma chiusa. Pertanto la maggior parte delle caratterizzazioni vengono fatte con metodi probabilistici, valutando la deviazione standard dal risultato ideale. In questo elaborato i metodi probabilistici non sono sufficienti, perché vengono a mancare le condizioni di stazionarietà e dunque risulta importante osservare anche l'influenza di fenomeni impulsivi, obiettivo non raggiungibile con la teoria della probabilità. Pertanto la soluzione più appropriata è valutare per vie empiriche i risultati, osservando come i singoli parametri degli algoritmi influenzino le stime per poi identificare le combinazioni che rendono più robusti gli algoritmi di stima.

In questo capitolo verrà illustrato come sono stati acquisiti i dati per le analisi sperimentali e le convenzioni utilizzate per identificare le stime. In seguito, verranno presentati i dati delle stime e in una sezione conclusiva le osservazioni riguardo la stabilità e l'accuratezza dei risultati ottenuti.

### 7.1 Acquisizione dei segnali

Il sistema di acquisizione che verrà utilizzato per le misure è quello descritto nel capitolo 6. Il generatore di segnali viene configurato per simulare un buco di tensione come schematizzato in figura 5.1, i tempi di salita e discesa vengono imposti al loro valore minimo per ottenere il caso peggiore.

Il periodo del segnale generato  $T_w$  è stato scelto in modo tale che le operazioni di stima fossero possibili con qualunque impostazione del campionatore. Il risultato è stato un segnale

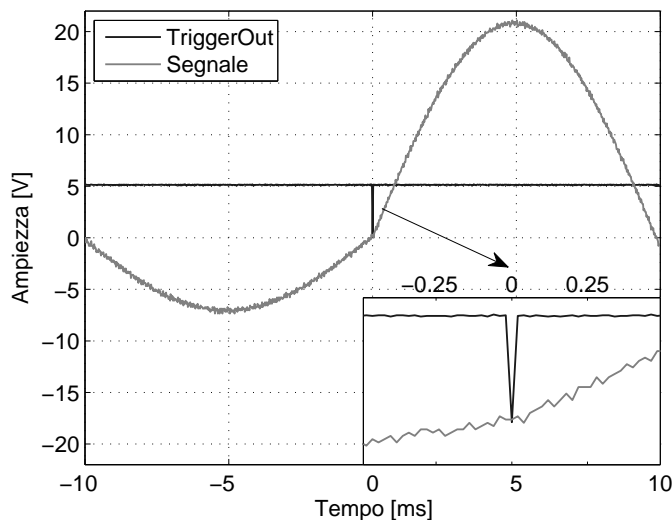
della durata di 1.28s, corrispondente ad esattamente 64 periodi di un segnale a 50Hz.

Per semplificare le misure ed avere un valido riferimento per la fase, si è imposta la variazione di ampiezza a metà record ovvero a 0.64s, in questo modo la fase del segnale al momento del salto sarà pari a quella iniziale perché in 640ms ci stanno un numero intero di periodi. La fase iniziale è facilmente selezionabile nelle impostazioni del generatore di segnali.

Tuttavia per mantenere valido il riferimento di fase è necessario che il campionatore e il generatore di segnali si sincronizzino, a questo scopo si è configurato il generatore affinché emetta un segnale nell'uscita di *Trigger Out* in corrispondenza dell'inizio del segnale generato.

La verifica che i segnali in uscita dal generatore siano effettivamente sincronizzati è stata effettuata tramite un oscilloscopio con il trigger impostato sul fronte di discesa del segnale di *Trigger Out* del generatore di segnali. Il risultato è mostrato in figura 7.1. Si osserva come il *Trigger Out* segnali l'inizio del segnale di test con un impulso TTL a 5V negativo, più precisamente l'evento si verifica alla fine del fronte di salita. L'ampiezza dell'impulso negativo è approssimativamente  $20\mu s$  dunque, anche nel caso peggiore di una frequenza di campionamento massima di  $50kHz$ , l'errore di sincronizzazione che potrà compiere l'acquisitore sarà al più di 1 campione quindi di  $20\mu s$ .

Per quanto riguarda l'ampiezza, il valore di partenza viene mantenuto fisso per tutte le



**Figura 7.1** – Acquisizione con l'oscilloscopio del segnale di uscita e di trigger del generatore di segnali

simulazioni a  $220V_{rms}$  mentre a seconda dell'entità del buco di tensione si scala il valore finale. Per accertare l'effettiva ampiezza prodotta dal generatore si è utilizzata la funzione di media del multimetro digitale descritto nel capitolo 6 con un periodo di osservazione di 5 minuti in condizioni di stazionarietà. Le ampiezze utilizzate per la prove insieme ai corrispondenti valori misurati sono riportati in tabella 7.1.

Lo stesso tipo di verifica è stata eseguita sempre con il multimetro per la frequenza. Si è

Ampiezza del buco [%]	Ampiezza teorica [ $V_{rms}$ ]	Ampiezza misurata [ $V_{rms}$ ]
0	220	219,920
10	198	197,900
20	176	175,970
30	154	153,960
40	132	131,930
50	110	110,008
60	88	87,974
70	66	65,943
80	44	43,916
90	22	21,985

**Tabella 7.1** – Ampiezze considerate nelle simulazioni dei buchi di tensione

constatato che il generatore presenta una deviazione dalla frequenza impostata inferiore al 0.1% dunque trascurabile.

Ultimata la configurazione del generatore di segnali e accertata la corretta funzionalità, si è sostituito il multimetro digitale con il convertitore analogico digitale come mostrato nello schema di figura 6.1. La validità delle misure appena effettuate è dovuta all'uguaglianza delle impedenze di ingresso, infatti sia il multimetro che l'ADC presentano una resistenza di  $1M\Omega$ .

I parametri dell'ADC vengono configurati tramite la classe *Context-Based* di MATLAB, la quale permette di interfacciarsi con diversi tipi di dispositivi tra cui l'Ni9225.

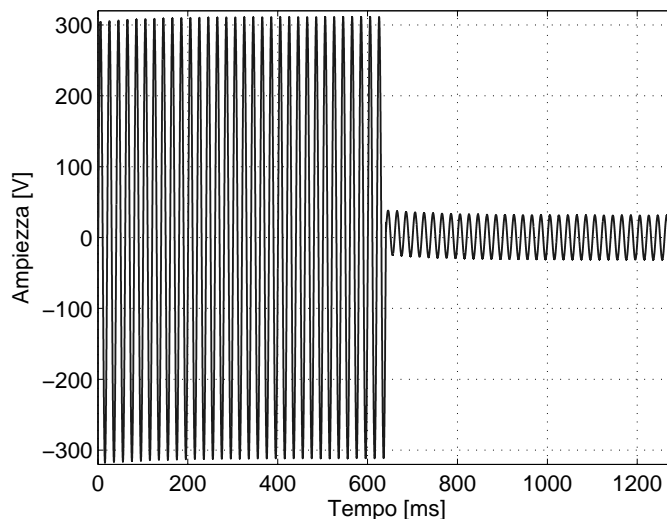
Il codice sviluppato configura lo strumento per acquisire in modo asincrono e continuo il segnale in ingresso nel canale 0 con una frequenza di campionamento fissa di  $50kHz$ . L'inizio dell'acquisizione viene sincronizzata con il generatore di segnali selezionando la porta

PFI1 come *start trigger* sul fronte di salita.

Tramite una funzione di *callback* MATLAB notifica l'arrivo dei nuovi campioni acquisiti, i quali sono spediti dall'ADC ad intervalli costanti impostabili via codice. L'acquisizione viene poi terminata con un comando di *stop*.

La politica adottata nella funzione di *callback* consiste nell'accodare tutti i campioni acquisiti in un vettore e dato che la durata del segnale di test è nota, terminare il processo una volta raggiunto il numero di campioni richiesto. Il risultato di una acquisizione, in cui la fase iniziale impostata è pari a zero, è riportato in figura 7.2.

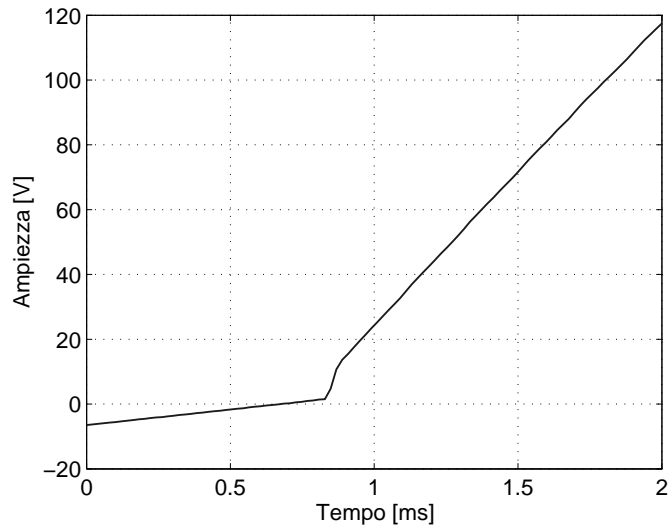
Un'analisi più attenta dei dati acquisiti ha portato a rilevare due problemi. Confrontando la



**Figura 7.2** – Buco di tensione al 90% acquisito tramite l'NI9225

figura 7.1 con i campioni acquisiti mostrati in figura 7.3, si nota come l'istante iniziale del segnale acquisito sia in anticipo rispetto al trigger del generatore di segnali. A causa della variabilità del numero di campioni aggiunti non è più possibile identificare in modo preciso l'istante in cui viene applicato il disturbo. Nemmeno l'assistenza di National Instruments ha saputo porre rimedio a questo difetto pertanto si sono dovute applicare delle correzioni al segnale acquisito per eliminare la parte in eccesso.

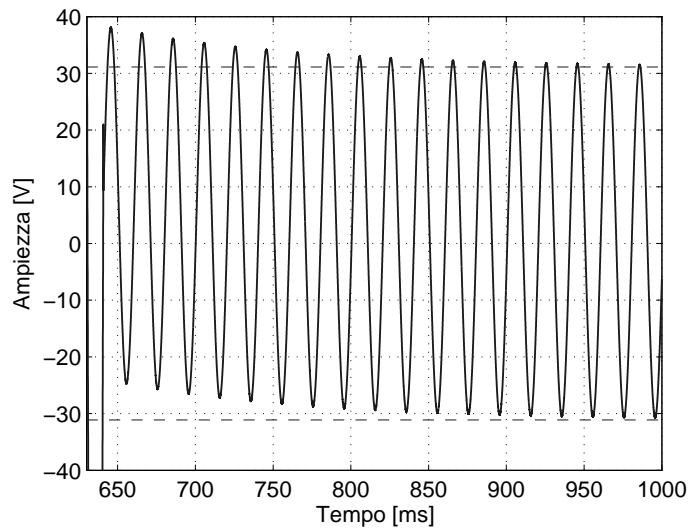
Sono state proposte due soluzioni: la prima calcola la derivata del segnale e cerca il punto di discontinuità creato dal cambio improvviso di pendenza. Il secondo metodo cerca il primo campione acquisito che meglio approssima il valore che dovrebbe avere il segnale con la fase iniziale impostata nel generatore di segnali. A causa del rumore di fondo iniettato sia dal generatore di segnali che dal convertitore, il metodo della derivata risulta inaccurato



**Figura 7.3** – Ingrandimento dell’istante iniziale del segnale acquisito tramite l’Ni9225

in particolare quando la variazione di pendenza è poco marcata. Per questo motivo è stato implementato soltanto il secondo metodo rivelatosi affidabile in tutti i casi affrontati.

Il secondo problema osservato nella figura 7.2, messo in evidenza nell’ingrandimento di



**Figura 7.4** – Ingrandimento dell’istante di variazione dell’ampiezza del segnale acquisito tramite l’Ni9225

figura 7.4, è la presenza di un offset in seguito alle variazioni di tensione. Con molta proba-

bilità questa imprecisione è dovuta alle costanti di tempo introdotte dalle capacità di uscita e di ingresso rispettivamente del generatore di segnali e del convertitore. L'offset di tensione non è una distorsione accettabile perché introdurrebbe un'ulteriore componente nello spettro non prevista dal modello matematico proposto nel capitolo 5. Le soluzioni proposte sono state anche in questo caso due. La prima prevedeva di collegare il generatore di segnali ad un carico appositamente costruito posto in parallelo al convertitore, ma è stata scartata perché il nuovo carico avrebbe potuto introdurre ulteriori distorsioni. La soluzione che è stata adottata è una correzione a livello di codice. Per definizione, la media della funzione seno con ampiezza costante calcolata su un numero intero di periodi è sempre pari a zero. Sapendo che il segnale generato presenta la variazione di tensione dopo un numero intero di cicli a partire dal primo campione dopo il trigger, per assicurarsi che l'ampiezza sia costante, si è scelto di calcolare la media su un ciclo per volta. Infine il valore risultante viene sottratto ad ogni elemento dell'intervallo considerato.

A causa di queste difficoltà, sommate ad altre problematiche dovute al generatore di segnali, si è preferito acquisire tutti i segnali necessari, memorizzarli e in un secondo momento applicare le elaborazioni piuttosto che eseguire tutto il procedimento in *real-time*. Tutti i segnali acquisiti, insieme ai loro algoritmi di correzione, sono stati memorizzati nella classe *CTestSignal*, creata appositamente per facilitare il loro utilizzo futuro.

## 7.2 Elaborazione dei segnali acquisiti

L'elaborazione dei dati acquisiti è stata implementata con degli script MATLAB tramite l'ausilio di una libreria sviluppata dal prof. Bertocco, a cui sono state aggiunte delle funzionalità necessarie per le misure sperimentali richieste in questo elaborato.

Le analisi che si andranno ad eseguire prevedono di applicare gli algoritmi di stima ai segnali acquisiti, analizzando in particolare come varia l'accuratezza e il comportamento dei risultati al variare delle impostazioni dell'algoritmo e della posizione ed entità del buco di tensione.

Per quanto riguarda l'algoritmo i parametri che si andranno a variare sono:

**numero di punti dell'interpolazione**, dal punto di vista teorico questo parametro dovrebbe contribuire a migliorare l'accuratezza delle stime a discapito però di una maggiore instabilità perché anche lievi variazioni della forma della finestra dovute all'interferenza possono generare ampie oscillazioni dei risultati finali.

**tipologia della finestra**, è alla base delle prestazioni dell'interpolazione spettrale; infatti una scelta accurata della finestra permette di ottenere un netto miglioramento del-



le stime. Le finestre più complesse, formate da più coseni, permettono di ridurre l'interferenza tra le varie armoniche al prezzo però di un lobo centrale di dimensioni superiori, pertanto necessitano di una separazione maggiore delle armoniche in termini di *bin*. Questo si traduce in tempi di osservazione più lunghi e dunque un *reporting rate* più basso.

**periodo di osservazione**, questo parametro è il risultato del prodotto tra il passo di campionamento e il numero dei punti acquisiti. Dal punto di vista dell'algoritmo di DFT, il risultato non varia se il loro prodotto rimane uguale. Per esempio raddoppiando il numero di punti e dimezzando il passo di campionamento la qualità della DFT sarà sempre la stessa. Per questa variabile verranno utilizzati solo i multipli interi del periodo del segnale acquisito cioè  $20ms$ , perché si cerca di porsi sempre nel caso di campionamento coerente. Si suppone che finestre di osservazioni più lunghe permettano di ottenere stime più stabili e accurate, perché le armoniche sono più distanti le une dalle altre e dunque l'interferenza è minore.

Nelle analisi che verranno condotte il periodo di osservazione minimo che si utilizzerà sarà di  $40ms$ , cioè di due cicli. Ciò significa che l'armonica a  $50Hz$  si posizionerà sul secondo *bin* e dunque, dato che la distanza dalla sua immagine sarà di quattro *bin*, sarà possibile applicare tutte e solo le finestre che presentino  $H \leq 4$ .

Le caratteristiche di velocità dell'algoritmo di FFT vengono mantenute soltanto se il numero di campioni è una potenza di due. Dato che la frequenze utilizzabili con l'NI9225 sono discrete, si sono cercate le combinazioni di valori che meglio approssimavano i tempi di osservazione richiesti. I periodi di osservazione utilizzati per le prove sperimentali, sono riportati in tabella 7.2

Il *reporting rate*, richiesto dagli algoritmi di controllo, potrebbe essere confrontabile con la frequenza del segnale, dunque una stima ogni  $20ms$ . Anche nel caso migliore di considerare un periodo di osservazione di  $40ms$  non si riuscirebbe comunque a rispettare tale specifica. La soluzione proposta è di utilizzare un buffer FIFO (*First Input First Output*) in cui vengono accodati i campioni acquisiti: per ogni  $K$  nuovi campioni inseriti vengono eliminati i  $K$  campioni più vecchi. In questo modo, escluso un breve periodo di stabilizzazione iniziale, è possibile stimare i parametri con la frequenza massima consentita dalle prestazioni computazionali del sistema.

Il problema principale di questa soluzione è l'introduzione di un effetto memoria, ovvero la stima viene influenzata sia dai nuovi campioni acquisiti che da tutti i campioni acquisiti negli istanti precedenti presenti nel buffer. Tempi di osservazione lunghi porteranno ad ef-

Periodo di osservazione cercato [ms]	Frequenza di campionamento utilizzata [Hz]	Numeri di campioni acquisiti	Periodo di osservazione ottenuto [ms]
40	12500	512	40.96
60	8333.33	512	61.44
80	6250	512	81.92
100	5000	512	102.4

**Tabella 7.2** – Periodi di acquisizioni utilizzati con i relativi valori di frequenza e numero campioni

fetti memoria molto marcati quindi, in condizioni di non stazionarietà, gli errori di stima si propagheranno per più tempo.

A questo punto, è necessario definire il riferimento temporale della stima eseguita con la posizione del buco di tensione. La scelta è completamente arbitraria, purché si mantenga coerente lungo tutti i calcoli compresa la DFT. Facendo riferimento alla documentazione della FFT si nota che la definizione implementata da MATLAB considera la sommatoria da 0 a  $N - 1$ , l'equivalente di considerare il riferimento a inizio record. Invece nel caso del riferimento a centro record, la sommatoria dovrebbe avere come estremi  $-N/2$  e  $N/2 - 1$  portando alla seguente definizione:

$$X_c(nF) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} T_p x_w(kT_p) e^{-\frac{j2\pi nk}{N}} \quad (7.1)$$

Dimostriamo che l'unico parametro che ne viene influenzato è la fase. Applichiamo la sostituzione di variabile all'indice  $k$  ponendo  $l = k + N/2$ , l'equazione 7.1 diventa:

$$\begin{aligned} X_c(nF) &= \sum_{l=0}^{N-1} T_p x \left[ (l - N/2)T_p \right] \cdot w \left[ (l - N/2)T_p \right] e^{-\frac{j2\pi n(l-N/2)}{N}} \\ &= e^{j\pi n} \sum_{l=0}^{N-1} T_p x \left[ (l - N/2)T_p \right] \cdot w \left[ (l - N/2)T_p \right] e^{-\frac{j2\pi nl}{N}} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Sfruttando la proprietà di traslazione nel tempo della trasformata di Fourier:

$$x(t - t_0) = X(f) e^{-j2\pi f t_0} \quad (7.3)$$

è possibile semplificare ulteriormente l'equazione appena descritta nel seguente modo:

$$\begin{aligned} X_c(nF) &= e^{j\pi n} e^{-j\pi n} e^{-j\pi n} \sum_{l=0}^{N-1} T_p x(lT_p) \cdot w(lT_p) e^{-\frac{j2\pi nl}{N}} \\ &= e^{-j\pi n} \sum_{l=0}^{N-1} T_p x(lT_p) \cdot w(lT_p) e^{-\frac{j2\pi nl}{N}} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Dall'equazione 7.4 si può osservare come la trasformata tra  $-N/2$  e  $N/2 - 1$  sia equivalente alla trasformata con il riferimento ad inizio record moltiplicata per un fattore correttivo. Tale termine correttivo è un immaginario puro e dunque comporta soltanto un apporto alla fase, mentre la frequenza ed ampiezza rimangono inalterate, in questo modo abbiamo dimostrato quanto affermato prima. Inoltre ci permette di calcolare la trasformata con il riferimento a inizio record tramite la funzione FFT di Matlab. Questo risultato è valido solo nel caso di un segnale moltiplicato per una finestra. Tuttavia i benefici derivati dalla centratura della trasformata si hanno soltanto se i segnali in questione sono simmetrici rispetto l'origine. Per ovvi motivi il segnale acquisito difficilmente sarà simmetrico, mentre le finestre utilizzate sono simmetriche. Tuttavia dato che il numero di punti utilizzati è sempre pari non è possibile definire il campione rispetto a cui si ha la simmetria, pertanto con la definizione utilizzata si avrà una riduzione dei benefici. Correggere questa imprecisione richiede una modifica anche agli algoritmi di stima e alle considerazioni sul riferimento, ma le migliori che si ottengono non giustificano la complessità delle correzioni.

Nella maggior parte degli articoli scientifici viene scelto come riferimento l'istante iniziale della finestra di osservazione, questo perché permette di calcolare la trasformata in modo più naturale, senza dover apportare delle correzioni agli algoritmi già esistenti nei software di calcolo. Tuttavia certi articoli propongono come riferimento l'istante centrale della finestra di osservazione, perché permette di annullare gli apporti di fase dei nuclei di Dirichlet delle finestre utilizzate, semplificando notevolmente i calcoli.

Nel seguito verranno illustrate entrambe le possibilità.

### 7.2.1 Stime con il riferimento a inizio record

Prima di procedere con la presentazione dei risultati, definiamo in modo rigoroso il riferimento delle stime. Sia dato il seguente segnale:

$$x(t) = A(t) \sin(2\pi f_{50Hz} t + \phi) \quad (7.5)$$

dove  $A(t)$  è l'involuppo definito nel segnale di test.

L'osservazione k-esima del segnale è definita nel seguente modo:

$$x(t) = A(t) \sin(2\pi f_{50Hz}t + \phi) \quad t \in [t_k, t_k + T_w) \quad (7.6)$$

equivalentemente possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} x_k(t) &= x(t - t_k) \quad t \in [0, T_w) \\ &= A(t - t_k) \sin(2\pi f_{50Hz}(t - t_k) + \phi) \\ &= A(t - t_k) \sin(2\pi f_{50Hz}t - 2\pi f_{50Hz}t_k + \phi) \\ &= A(t - t_k) \sin(2\pi f_{50Hz}t + \phi^{(k)}) \quad \text{con } \phi^{(k)} = \phi - 2\pi f_{50Hz}t_k \end{aligned} \quad (7.7)$$

Successivamente dal segnale  $x_k(t)$  vengono acquisiti  $N$  campioni equispaziati a frequenza costante, applicata la DFT tra 0 e  $N - 1$  e stimate le componenti di ampiezza, frequenza e fase:

$$\hat{A}_k \quad \hat{f}_{50Hz,k} \quad \hat{\phi}_k^{(k)} \quad (7.8)$$

Il segnale stimato può essere riscritto come segue:

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(t) &= \hat{A}_k \sin(2\pi \hat{f}_{50Hz,k}t + \hat{\phi}_k^{(k)}) \\ &= \hat{A}_k \sin(2\pi \hat{f}_{50Hz,k}t + \hat{\phi} - 2\pi \hat{f}_{50Hz,k}t_k) \quad t \in [0, T_w) \end{aligned} \quad (7.9)$$

Dove  $\hat{\phi}$  è la stima della fase iniziale del segnale.

I risultati ottenuti nell'osservazione k-esima possono essere scritti in forma fasoriale:

$$X_k = A(t_k) e^{j(\phi - 2\pi f_{50Hz}t_k)} = A(t_k) e^{j\phi^{(k)}} \quad (7.10)$$

$$\hat{X}_k = \hat{A}_k e^{j\hat{\phi}_k^{(k)}} \quad (7.11)$$

Sostituendo i fasori appena elencati nella definizione di TVE si ottiene un'indicazione dell'errore di stima dell'osservazione k-esima:

$$\begin{aligned} TVE_k &= \sqrt{1 + \frac{\hat{A}_k^2}{A(t_k)^2} - 2 \frac{\hat{A}_k}{A(t_k)} \cos(\hat{\phi}_k^{(k)} - \phi^{(k)})} \\ &= \sqrt{1 + \frac{\hat{A}_k^2}{A(t_k)^2} - 2 \frac{\hat{A}_k}{A(t_k)} \cos(\hat{\phi} - 2\pi \hat{f}_{50Hz,k}t_k - \phi + 2\pi f_{50Hz}t_k)} \end{aligned}$$

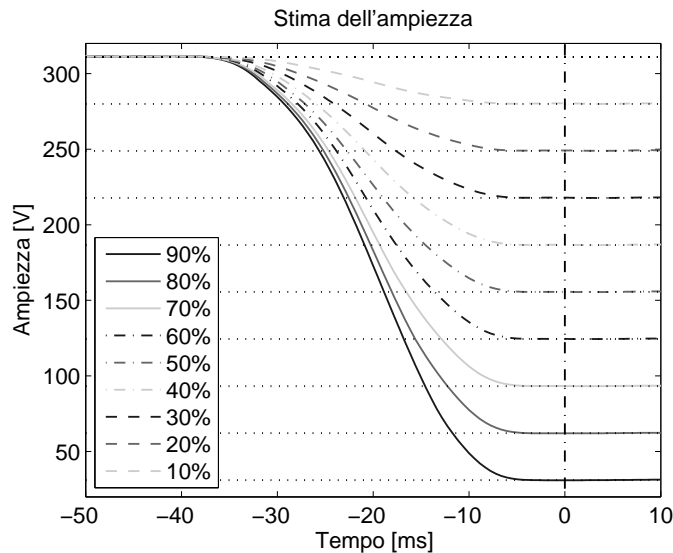
$$= \sqrt{1 + \frac{\hat{A}_k^2}{A(t_k)^2} - 2 \frac{\hat{A}_k}{A(t_k)} \cos((\hat{\phi} - \phi) + 2\pi(f_{50Hz} - \hat{f}_{50Hz,k})t_k)} \quad (7.12)$$

La fase  $\phi$  e la frequenza  $f_{50Hz}$  sono note a priori perché vengono impostate nel generatore di segnali. Se si suppone che la fase stimata  $\hat{\phi}$  si tale che  $|\hat{\phi} - \phi| \ll 1$ , allora sfruttando le espressioni goniometriche di somma di coseni è possibile approssimare  $\cos(\hat{\phi} - \phi) \simeq 1$ . L'equazione 7.12 può essere approssimata come segue:

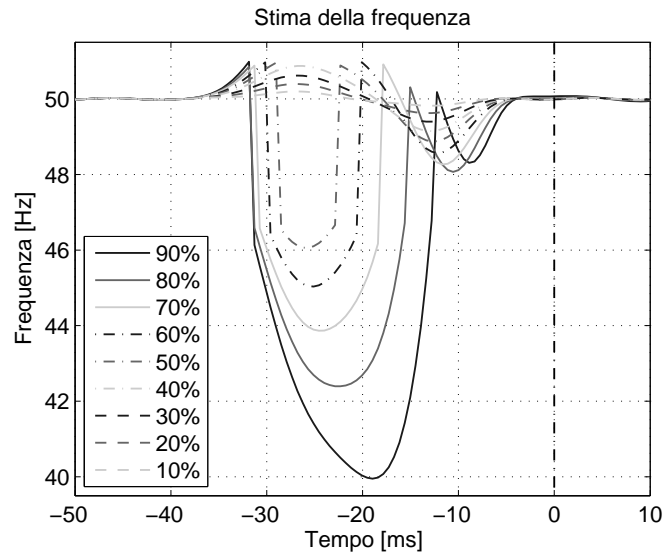
$$TVE_k \simeq \sqrt{1 + \frac{\hat{A}_k^2}{A(t_k)^2} - 2 \frac{\hat{A}_k}{A(t_k)} \cos(2\pi(f_{50Hz} - \hat{f}_{50Hz,k})t_k)} \quad (7.13)$$

Le convenzioni appena illustrate sono state applicate agli algoritmi sviluppati in MATLAB. Nella figure che verranno riportate nel seguito, le ascisse indicano l'istante  $t_k$  del segnale acquisito, mentre l'origine delle ascisse è stata posizionata in corrispondenza del buco di tensione dunque in  $A(T_o)$  dove  $T_o = 640ms$ .

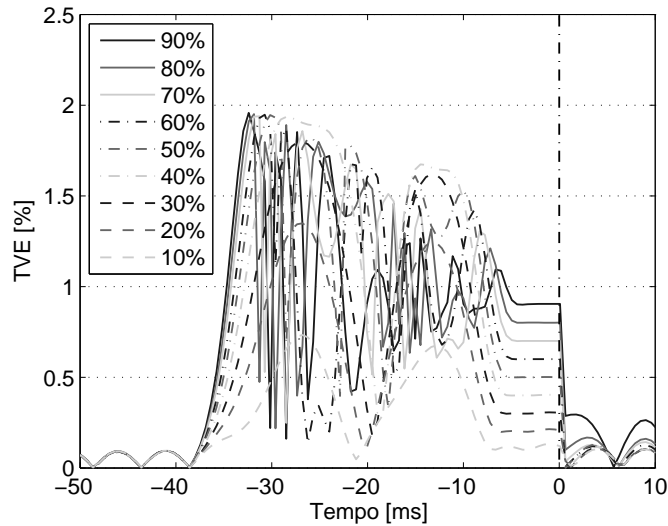
Nelle figure 7.5,7.6,7.7 sono riportati i risultati rispettivamente della stima ampiezza, frequenza e il TVE per il buco di tensione acquisito su un periodo di osservazione di  $40ms$ , con la finestra di Hanning e un'interpolazione a 2 punti. Si osserva molto bene l'effetto



**Figura 7.5** – Stime di ampiezza sul buco di tensione con  $T_w = 40ms$ , finestratura di Hanning e un'interpolazione a due punti. La riga verticale tratteggiata rappresenta la posizione del gradino di tensione con il riferimento utilizzato. Nel caso specifico la variazione del riferimento di tensione viene osservata alla fine del periodo di osservazione



**Figura 7.6** – Stime di frequenza sul buco di tensione con  $T_w = 40ms$ , finestrazione di Hanning e un'interpolazione a due punti



**Figura 7.7** – TVE sul buco di tensione con  $T_w = 40ms$ , finestrazione di Hanning e un'interpolazione a due punti

memoria prodotto dal periodo di osservazione: finché il buco di tensione è all'interno della finestra di osservazione la trasformata ne è influenzata. Gli andamenti della stima di ampiezza rispecchiano i risultati ottenuti nel modello matematico esposto nel capitolo 5. Infatti l'ampiezza risultante è proporzionale alla posizione del buco di tensione, mentre il tempo

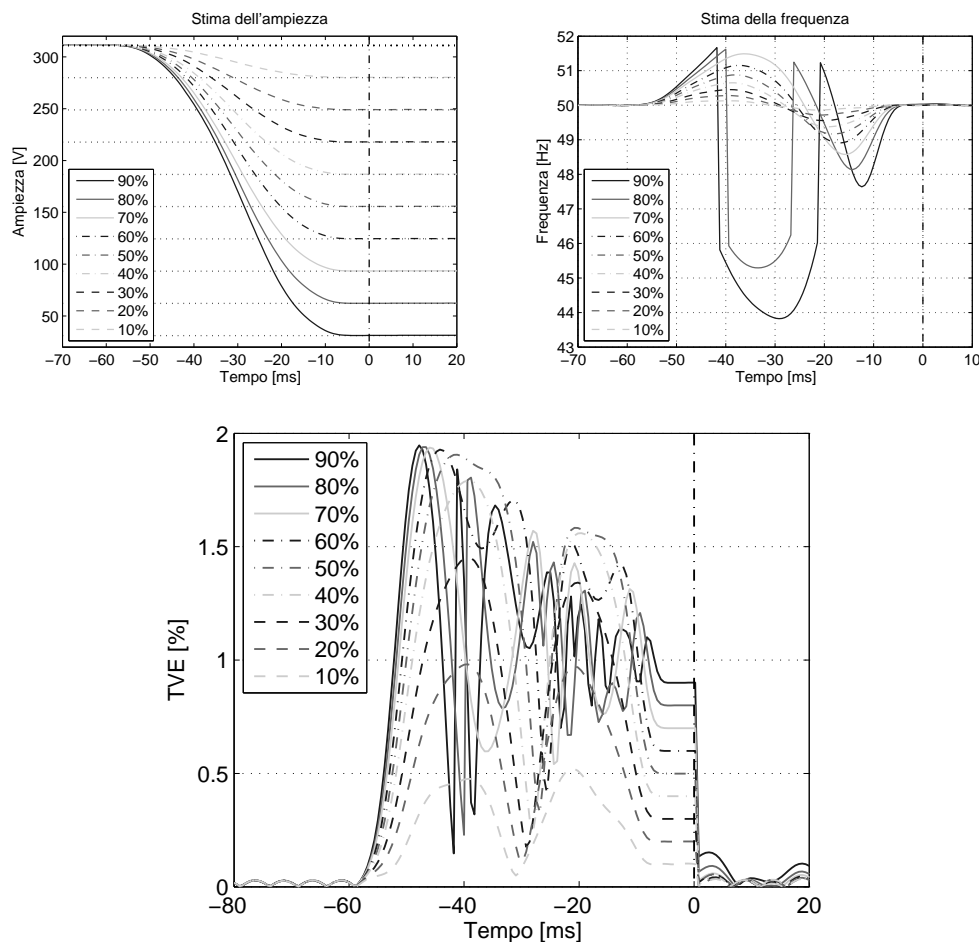
che ci mette a raggiungere il valore finale non è influenzato dall'ampiezza del buco.

Questo comportamento conferma che tramite l'interpolazione spettrale non è possibile osservare le variazioni istantanee del segnale acquisito, ma ci sarà sempre un transitorio più o meno lungo in base ai parametri della trasformata.

Per quanto riguarda la stima di frequenza si osserva che, se il buco di tensione è poco marcato, l'errore di stima segue un andamento armonico con lievi scostamenti dal valore nominale. Mentre per variazioni superiori al 50%, l'errore segue un andamento discontinuo con un *undershoot* che presenta il suo valore massimo quando il disturbo è al centro della finestra, cioè quando dà luogo alla massima non stazionarietà. Utilizzando il modello matematico proposto, si nota che gli errori di stima sono dovuti alle interferenze spettrali causate dallo spettro del buco di tensione, le quali sono tanto maggiori quanto più il buco è marcato. In particolare la vicinanza tra l'armonica e la sua immagine nello spettro, fa sì che l'interferenza dovuta al *sinc* introdotto dal buco di tensione crei un innalzamento asimmetrico della finestra, portando l'algoritmo di stima ad errori grossolani. Questo effetto è ben visibile nella figura 5.6.

Infine il *total vector error* presentato in figura 7.7 rappresenta l'errore relativo della stima. Al di fuori della finestra di osservazione presenta un andamento periodico dovuto al campionamento incoerente che, in base al segnale acquisito, produce delle variazioni nell'errore, come mostrato in figura 3.12. All'interno della finestra i comportamenti non seguono un andamento prevedibile perché dipendono sia dalla stima di frequenza sia dalla stima di ampiezza. L'errore massimo raggiunto non supera il 2%, il che è un risultato molto buono dato che lo standard in condizioni stazionarie prevede l'1%. Nella parte finale si osservano degli errori costanti, questi sono dovuti al fatto che la stima di frequenza ha già recuperato l'errore, mentre in quei punti la stima di ampiezza ha quasi raggiunto il valore finale rispetto al valore dell'involuppo considerato, che è ancora quello iniziale. Questo vincolo deriva dalla scelta del riferimento e dunque sarà un errore sistematico che si vedrà in tutte le figure.

In figura 7.8 sono riportate le stime nelle stesse condizioni precedenti ma con un periodo di osservazione di circa 60ms, l'equivalente di tre periodi. In questo caso l'armonica fondamentale si posiziona sul terzo *bin*, pertanto l'interferenza spettrale è leggermente inferiore rispetto al caso precedente producendo delle stime di qualità migliore. Si nota infatti come le stime di frequenza presentino un andamento discontinuo solo per i buchi di tensione superiori al 80% e con un *undershoot* nettamente inferiore rispetto invece al caso di figura 7.6. Tuttavia un periodo di osservazione più lungo introduce un effetto memoria più marcato; infatti la stima di ampiezza presenta lo stesso andamento del caso precedente distribuito però su 60ms, peggiorando la qualità dell'algoritmo se dovesse essere utilizzato come ingresso



**Figura 7.8** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 60ms$ , finestatura di Hanning e un'interpolazione a due punti

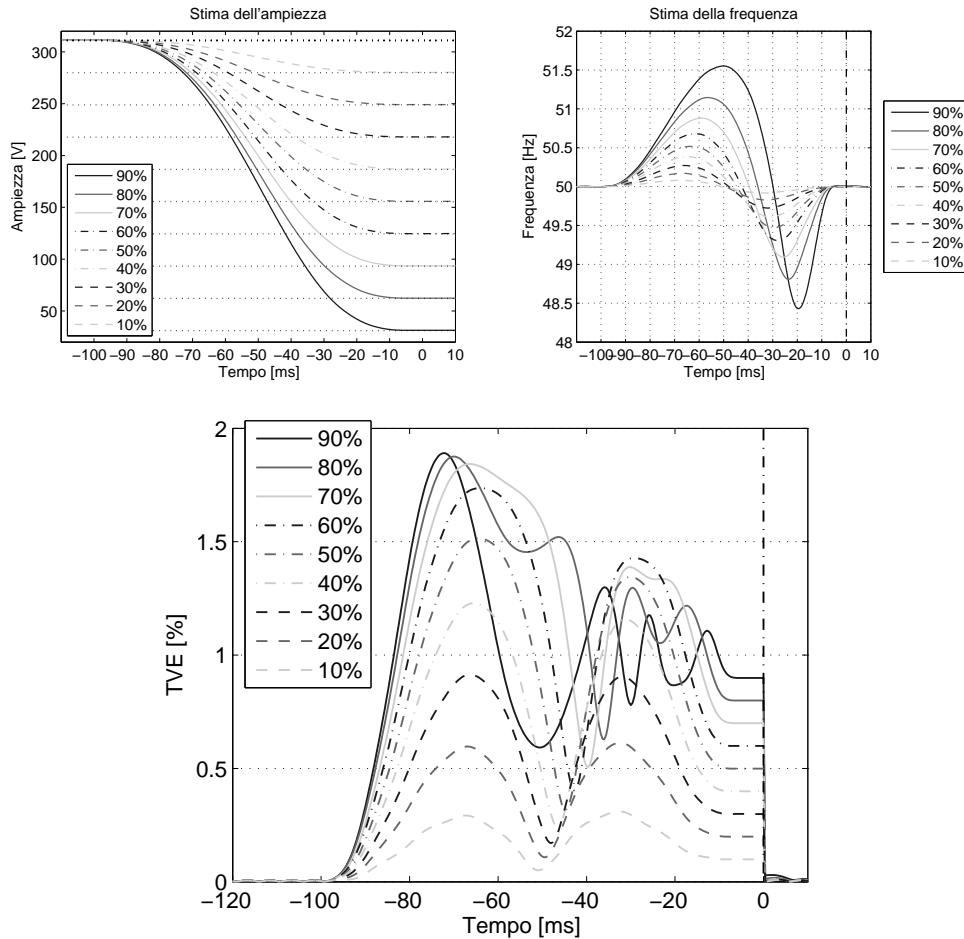
per il controllo automatico.

Osservando il TVE nelle zone esterne alla finestra di osservazione, si nota come l'errore di stima si sia quasi dimezzato. Tuttavia l'andamento del TVE è ancora molto irregolare e apparentemente senza significato.

Il terzo caso della finestra di osservazione di  $80ms$  viene omesso perché non aggiunge ulteriori informazioni a quanto già mostrato nelle figure precedenti. Vengono invece proposte le stime della finestra di acquisizione da  $100ms$  perché è la durata minima per eliminare la discontinuità della stima di frequenza anche per il buco al 90%.

Nelle stime di figura 7.9 è possibile osservare la bontà delle stime di frequenza, sia per l'assenza della discontinuità che per l'accuratezza, infatti l'errore massimo che si compie è al più di  $1,5Hz$ . La regolarità della stima influisce positivamente anche sul comportamento





**Figura 7.9** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 100ms$ , finestatura di Hanning e un'interpolazione a due punti

del TVE, che è molto lineare e facilmente distinguibile.

Nel TVE di figura 7.9 si osserva una certa regolarità descritta dalla presenza di due gobbe con il minimo posizionato circa al centro del periodo di osservazione, più precisamente nell'istante in cui la stima di frequenza passa per l'origine. Inoltre se si mettono a confronto gli andamenti della stima di frequenza con il TVE si osserva che quest'ultimo assomiglia moltissimo all'errore di frequenza in modulo. Questo fa supporre che la maggior parte dell'errore sia dovuto all'errata stima di frequenza, mentre la percentuale dovuta all'ampiezza è praticamente nulla all'inizio per poi crescere man mano che il riferimento avanza nel tempo, fino a costituire la totalità dell'errore nell'istante  $t_k = T_o$ .

Nonostante una finestra così lunga comporti un effetto memoria apparentemente inaccettabile, il TVE si mantiene sotto la soglia dell'1% per più di metà della finestra di osservazione

rendendo la qualità della stima paragonabile con quelle delle finestre più corte, le quali presentano effetti di memoria più ridotti ma con TVE quasi sempre al di sopra dell'1%.

Con i tre casi appena elencati, si è osservato come un aumento del tempo di osservazione permetta di effettuare delle stime più accurate sulla frequenza a scapito però di un effetto memoria maggiore sull'ampiezza. Tuttavia i TVE risultanti hanno messo in evidenza il ruolo preponderante della stima di frequenza nell'errore complessivo. Fissato il livello massimo di errore accettabile, è plausibile supporre che, nonostante il *reporting rate* sia un parametro fondamentale, la soluzione ottimale possa essere ottenuta anche con una finestra di osservazione non corta.

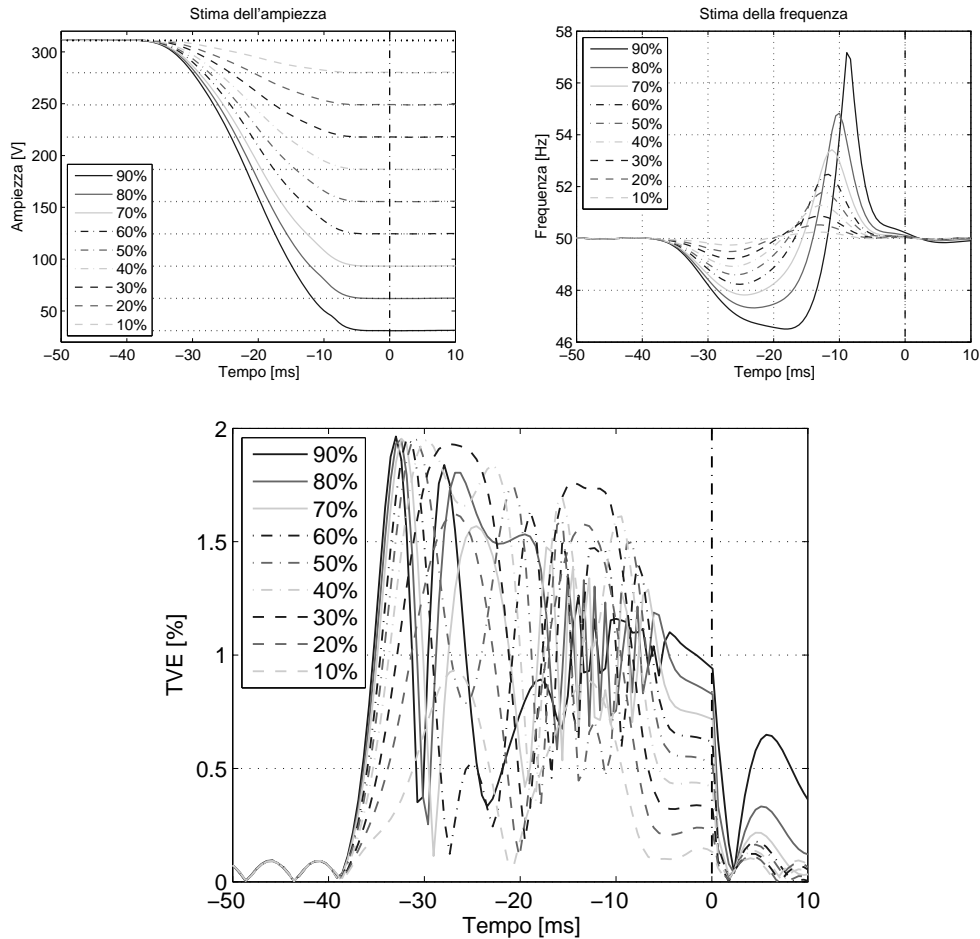
Fino ad ora si è osservato che l'accuratezza delle stime della frequenza è una condizione fondamentale per ridurre il TVE. Dal punto di vista teorico aumentando il numero di punti dell'interpolazione dovrebbe migliorare l'accuratezza della stima. In figura 7.10 sono riportate le stime della interpolazione a tre punti eseguita su una finestra di Hanning con un periodo di osservazione di 40ms.

Con la stima a tre punti l'andamento della frequenza non è più discontinuo, inoltre rispetto al caso dei due punti l'errore massimo che compie è inferiore. L'assenza della discontinuità è spiegabile grazie al fatto che con solo due punti rimane un grado di libertà incognito nel sistema di equazioni per risolvere la stima, dunque l'interferenza sui campioni secondari era talmente forte da ingannare il metodo proposto. Mentre con tre punti noti la soluzione che risolve il sistema è una soltanto e dato che lo spettro presenta una dinamica lenta, la differenza tra i punti noti utilizzati tra un'osservazione l'altra non può differire di molto, portando a risultati di stima senza discontinuità.

Il comportamento appena descritto però, è a scapito di una sensibilità maggiore. L'errore di frequenza inizia a crescere prima rispetto al caso dei due punti, portando a sua volta un aumento dell'errore nell'ampiezza. Infatti nelle curve delle stime di ampiezza è possibile osservare delle piccole gobbe non presenti nei casi precedenti.

Rimangono valide le considerazioni fatte in precedenza per l'andamento del TVE, tuttavia si nota un peggioramento delle prestazioni perché l'errore complessivo è maggiore rispetto alle interpolazioni a due punti.

Aumentando il periodo di osservazione la stima a tre punti si comporta come quella a due punti cioè, le prestazioni di accuratezza migliorano riducendo gli errori commessi sia in frequenza che in ampiezza, portando ad effetti di memoria più lunghi ma ad errori complessivi più contenuti. Per confermare quanto appena detto viene presentato in figura 7.11 il caso di interpolazione a tre punti su una finestra di Hanning con un periodo di osservazione di 100ms.

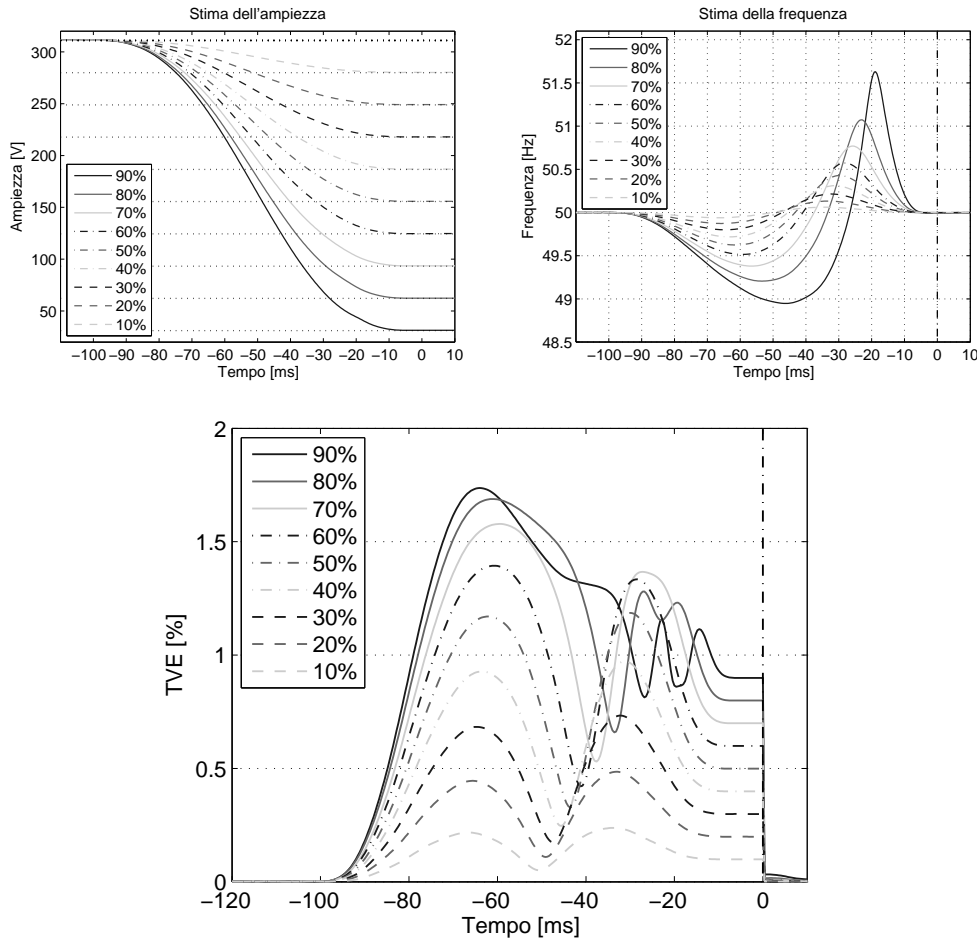


**Figura 7.10** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 40ms$ , finestratura di Hanning e un'interpolazione a tre punti

In figura 7.11 è possibile osservare come l'andamento delle stime di ampiezza e frequenza si sia mantenuto uguale riducendo la quantità di errore commesso anche rispetto al caso dell'interpolazione a due punti con lo stesso periodo di osservazione. Il TVE presenta un andamento molto simile al caso in figura 7.9. In particolare negli estremi non c'è differenza, mentre gli errori massimi raggiunti sono nettamente inferiori. Si nota anche che il buco al 40%, diversamente dal caso precedente, non supera l'errore dell'1%. Questo fa supporre che tutti i tempi di permanenza degli errori sopra l'1% si siano ridotti.

Anche in questo caso il *trade off* tra l'accuratezza richiesta e l'effetto memoria deve essere valutato con attenzione.

Sfruttando il modello matematico proposto nel capitolo 5, si è osservato come l'interferenza prodotta dal buco di tensione porti a degli errori di stima considerevoli. Per ridurre l'inter-



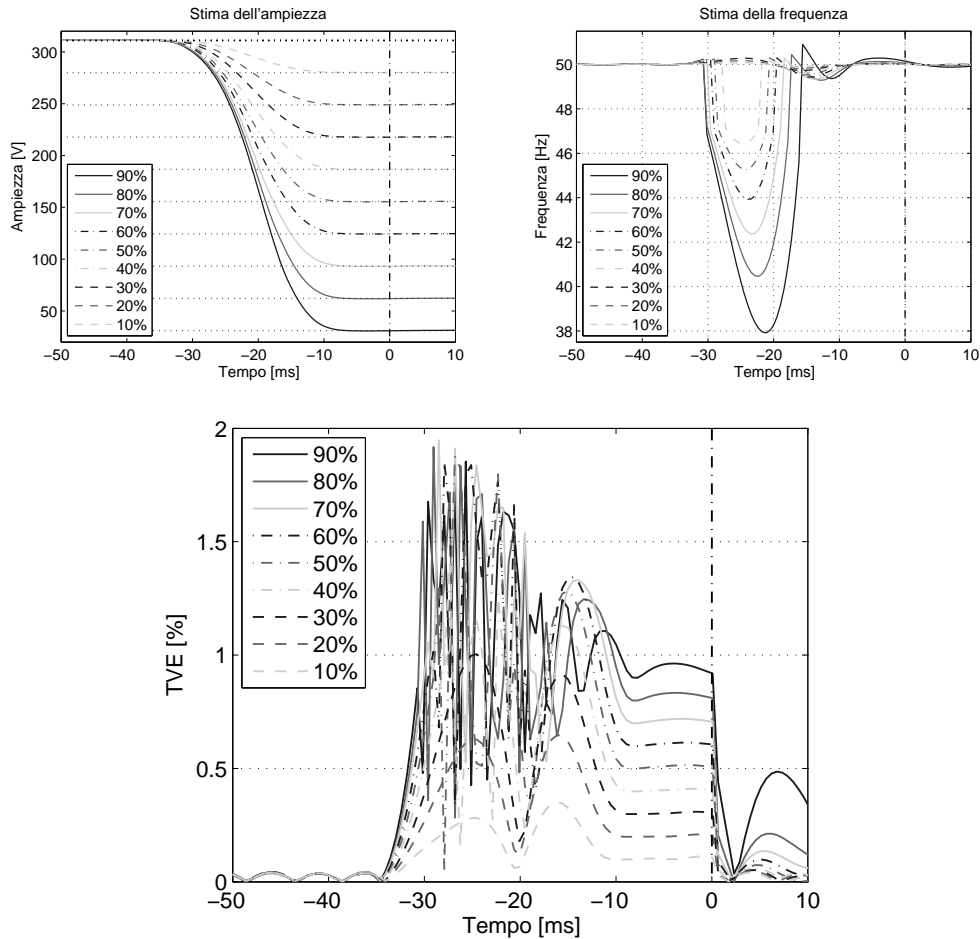
**Figura 7.11** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 100ms$ , finestratura di Hanning e un'interpolazione a tre punti

ferenza spettrale, senza variare i parametri di acquisizione, bisogna utilizzare una finestra tale da attenuare molto più velocemente la dispersione spettrale. Nel seguito, riproporremo le stime nelle condizioni appena analizzate ma con una finestra a massimo decadimento a 3 termini.

In figura 7.12 sono riportate le stime della interpolazione a due punti su una finestra MSLD a tre termini.

Con un periodo di osservazione di circa  $40ms$  l'armonica a  $50Hz$  con la sua immagine distano  $4 bin$ , dunque confrontando l'andamento dello spettro della nuova finestra con quella di Hanning, riportati in figura 3.9, si nota che l'interferenza viene ridotta di  $15 dB$ , ovvero di un fattore 2.1.

Se si tiene in considerazione solo questo fattore l'incertezza delle stime dovrebbe miglio-



**Figura 7.12** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 40ms$ , finestra MSLD a tre termini e un'interpolazione a due punti

rare, in realtà nelle figure 7.12 si osserva un peggioramento. La riduzione delle prestazioni dipende dal fatto che la finestra presenta un lobo principale più largo e dunque nell'intorno della sua origine lo spettro ha un andamento più piatto, pertanto è sufficiente un'interferenza minore per dare luogo allo stesso fenomeno che succedeva con la finestra di Hanning.

Con questo tipo di finestra l'errore massimo che si commette è addirittura superiore ai casi precedenti e la discontinuità è presente anche per buchi di ampiezza minore. Tuttavia non ci sono solo svantaggi. Se prima gli errori di stima si distribuivano lungo tutto il periodo di osservazione, adesso sono concentrati solo nel centro ovvero in circa  $20ms$ , l'equivalente di una stima sbagliata per un ciclo soltanto.

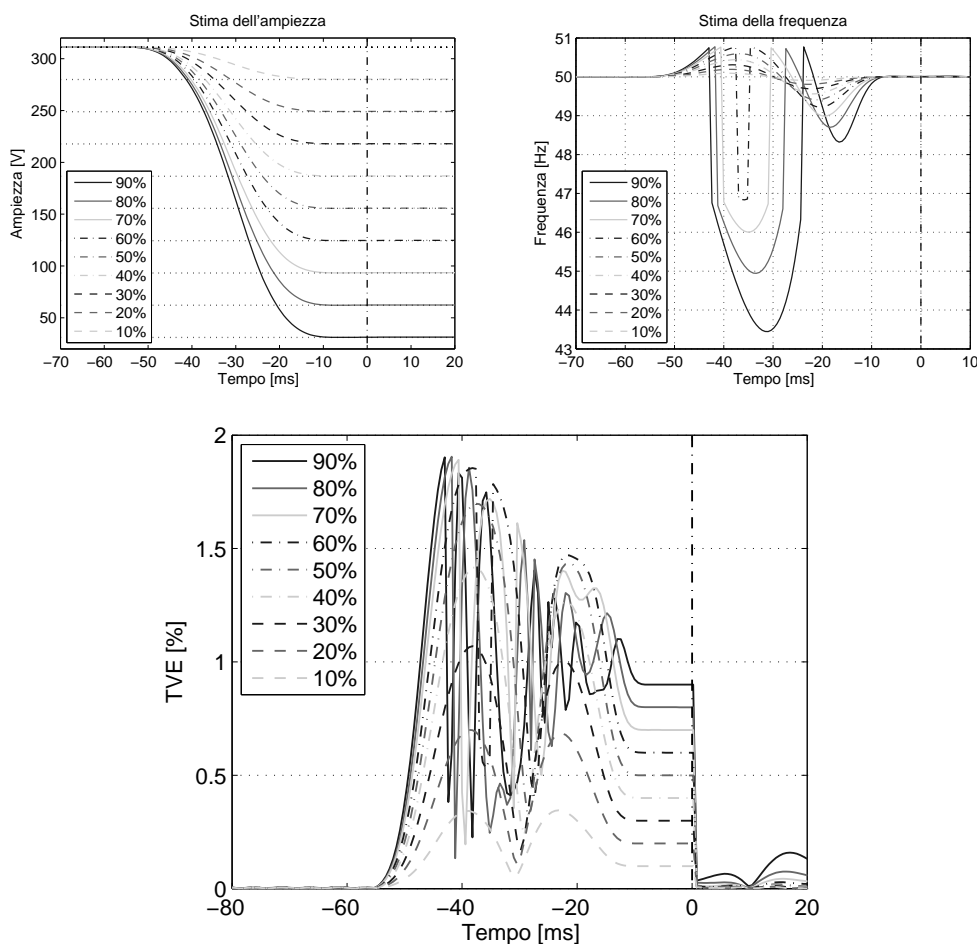
Quanto già detto per il comportamento della stima di ampiezza viene confermato: il cambio di finestra non ha influenzato l'andamento della curva che è rimasto simile ai casi preceden-

ti.

Per quanto riguarda il TVE, l'errore massimo che si commette non differisce di molto dal caso peggiore della finestra di Hanning, anzi per la maggior parte le stime presentano un errore di stima complessivo inferiore sia all'interno che all'esterno della finestra di osservazione.

Aumentando il periodo di osservazione, ci si aspetterebbe di ridurre l'errore di stima della frequenza e quindi di migliorare ulteriormente il TVE. Osservando la figura 7.13, in cui sono rappresentate le stime con l'interpolatore a due per la finestra MSLD a tre termini con un periodo di osservazione di  $60\text{ms}$ , si nota invece che gli errori nella stima di frequenza si riducono, però compare un'ulteriore oscillazione verso la fine della finestra.

Questa nuova oscillazione influisce negativamente sul TVE, il quale presenta all'incirca

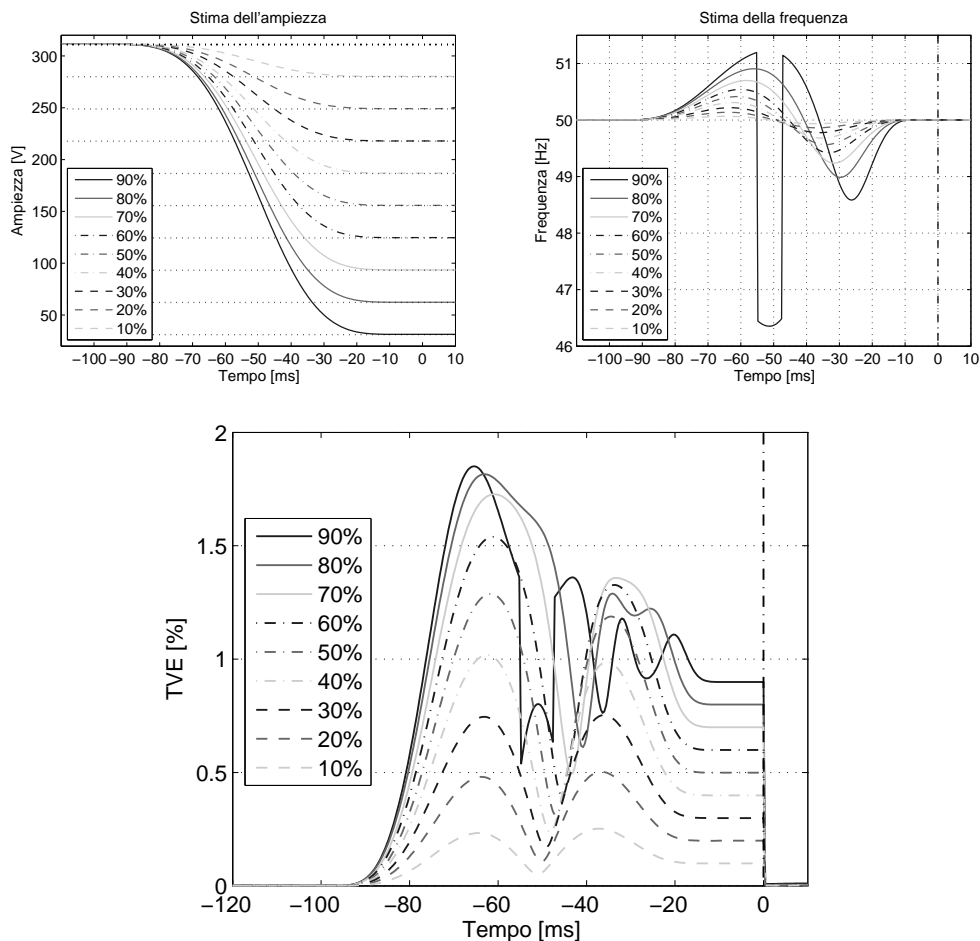


**Figura 7.13** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 60\text{ms}$ , finestra MSLD a tre termini e un'interpolazione a due punti

le prestazioni che si ottenevano con lo stesso periodo di osservazione ma con la finestra di Hanning.

Anche in questo caso il vantaggio principale rispetto la finestra di Hanning è che gli errori si concentrano nel centro della finestra di osservazione.

Infine per completare la panoramica e permettere al lettore di confrontare i risultati sulle stime a due punti con la finestra a tre termini, vengono presentati in figura 7.14 i risultati per una finestra di osservazione di  $100ms$ . Anche in questo caso vengono omesse le stime per gli  $80ms$  perché non aggiungono ulteriori informazioni a quanto già descritto. Nei risul-



**Figura 7.14** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 100ms$ , finestra MSLD a tre termini e un'interpolazione a due punti

tati in figura 7.14 è possibile osservare come anche una finestra di osservazione da  $100ms$  non sia più sufficiente ad evitare le discontinuità nella stima di frequenza per il buco del 90%. Per tutti gli altri buchi di tensione l'andamento rispecchia le stime precedenti, con la

differenza che l'attenuazione introdotta dalla finestra permette di ridurre ulteriormente gli errori di stima. Nonostante questo, il TVE risultante è leggermente peggiore rispetto al caso della finestra di Hanning; infatti l'errore complessivo del buco di tensione al 40% supera la soglia dell'1%.

Concludiamo l'analisi delle stime con il riferimento ad inizio record, presentando i risultati delle interpolazioni a tre punti sulla finestra a massimo decadimento a tre termini.

Anche in questo caso il risultato sarà molto simile alla finestra di Hanning, ovvero verranno corrette tutte le discontinuità al prezzo però di una sensibilità maggiore alle interferenze.

In figura 7.15 sono riportate le stime dell'interpolatore a tre punti applicato ad una finestra MSLD a tre termini con un periodo di osservazione di 40ms. I risultati confermano quello che ci si aspettava, ovvero la totale assenza delle discontinuità con un aumento dell'errore commesso. Le stime di frequenza sono nettamente peggiori sia dell'interpolazione a due punti che dell'interpolazione a tre punti sulla finestra di Hanning. Inoltre l'errore di stima si distribuisce lungo tutta la finestra di osservazione comportando un peggioramento complessivo anche del TVE.

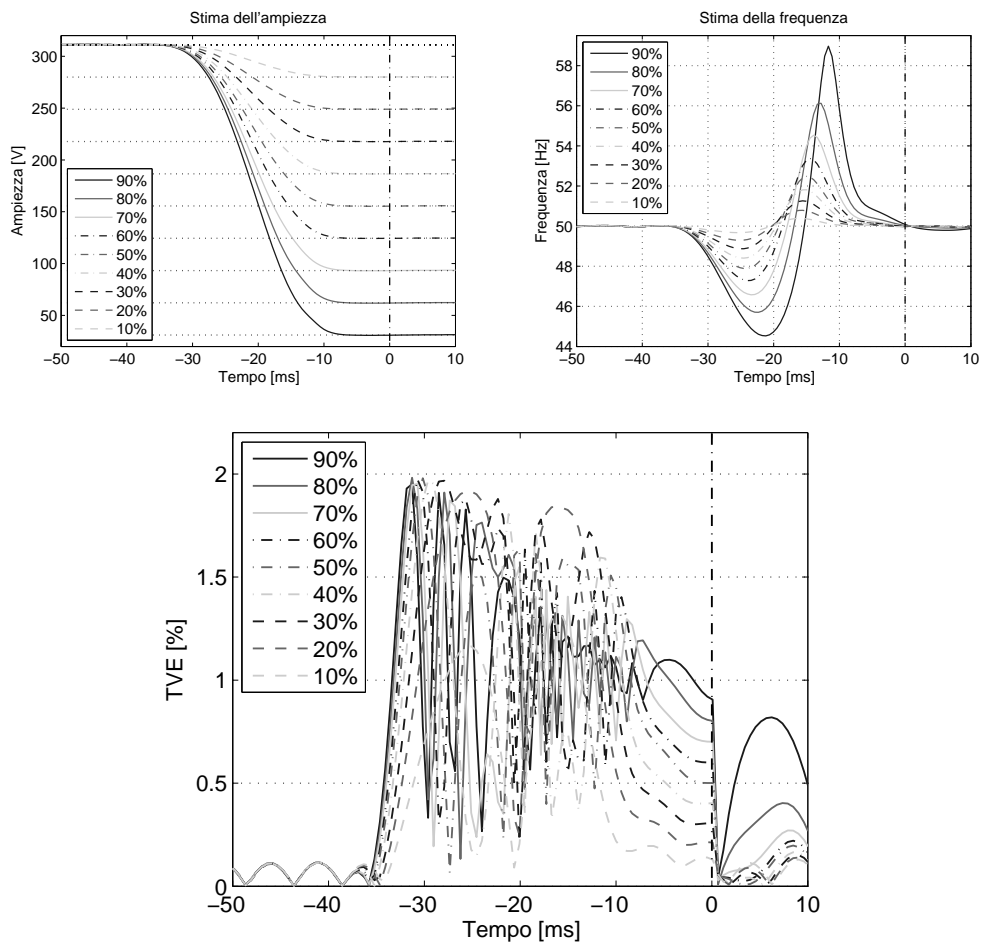
Vengono omessi i risultati per le finestre da 60ms e 80ms perché presentano gli stessi andamenti appena descritti con una riduzione dell'errore proporzionale all'aumento del periodo di osservazione.

Nella figura 7.16 si può osservare che l'assunzione appena fatta è corretta, infatti anche le stime nella finestra da 100ms, con l'interpolatore da tre punti applicato sulla finestra MSLD a tre termini, sono peggiori rispetto a tutti gli altri casi.

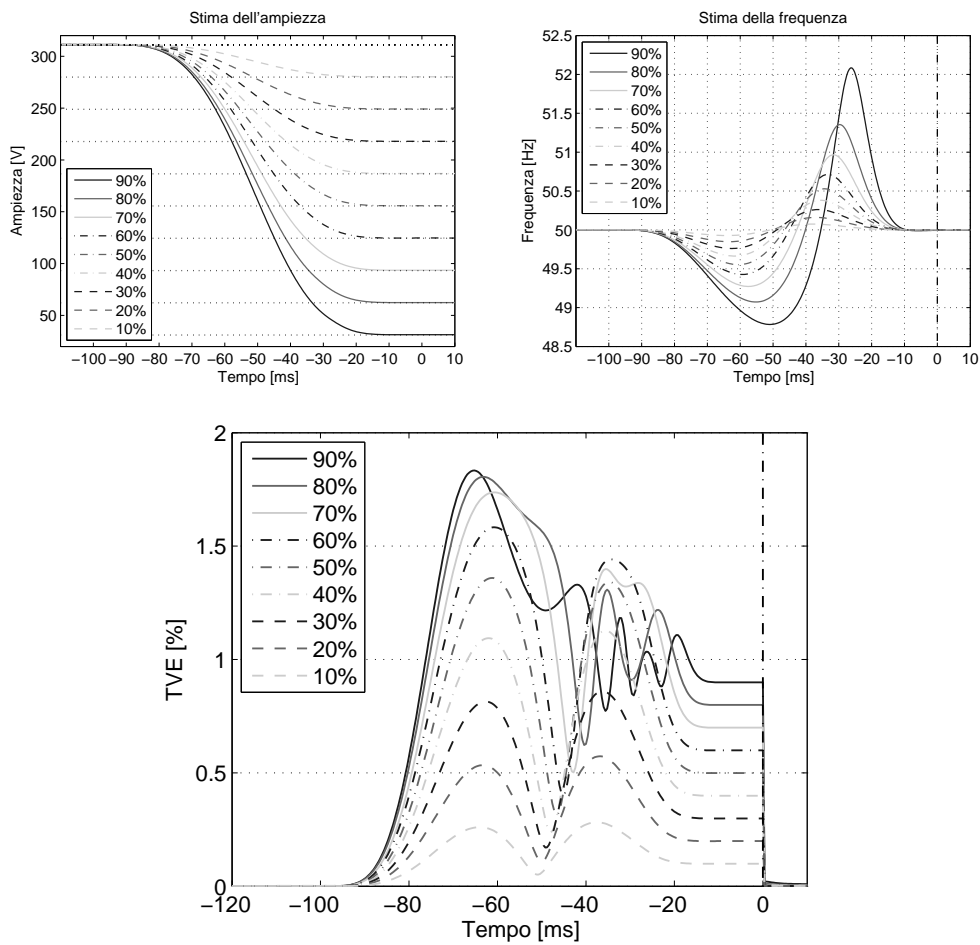
In generale si può dire che l'interpolazione a tre punti sulla finestra MSLD a tre termini non consente di avere vantaggi sostanziali, anzi apporta dei peggioramenti se non nei casi di stazionarietà dove ovviamente la accuratezza dei risultati viene migliorata.

In conclusione dall'osservazione di queste stime si può dire che non esiste una regola certa per decidere quali parametri utilizzare perché, in base al tipo di disturbo, si ottengono dei comportamenti differenti. La scelta deve essere fatta in base alle caratteristiche richieste dall'algoritmo di stima non concentrandosi esclusivamente sul *reporting rate* ma anche sulle accuratezze richieste.





**Figura 7.15** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 40ms$ , finestra MSLD a tre termini e un'interpolazione a tre punti



**Figura 7.16** – Stime di ampiezza e frequenza in alto, in basso il TVE calcolati sul buco di tensione con  $T_w = 100ms$ , finestra MSLD a tre termini e un'interpolazione a tre punti

### 7.2.2 Stime con il riferimento a centro record

Sia dato il seguente segnale:

$$x(t) = A(t) \sin(2\pi f_{50Hz}t + \phi) \quad (7.14)$$

dove  $A(t)$  è l'involuppo del segnale di test.

L'osservazione k-esima del segnale è definita nel seguente modo:

$$x_k(t) = A(t) \sin(2\pi f_{50Hz}t + \phi) \quad t \in [t_k - T_w/2, t_k + T_w/2) \quad (7.15)$$

in maniera del tutto equivalente possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} x_k(t) &= x(t - (t_k - T_w/2)) \\ &= A(t - (t_k - T_w/2)) \sin(2\pi f_{50Hz}(t - (t_k - T_w/2)) + \phi) \\ &= A(t - (t_k - T_w/2)) \sin(2\pi f_{50Hz}t - 2\pi f_{50Hz}(t_k - T_w/2) + \phi) \\ &= A(t - (t_k - T_w/2)) \sin(2\pi f_{50Hz}t + \phi^{(k)}) \end{aligned} \quad (7.16)$$

Come per il caso precedente, dal segnale  $x_k(t)$  vengono acquisiti N campioni equispaziati nell'intervallo  $T_w$  da utilizzare nella DFT centrata mostrata nell'equazione 7.4. Successivamente gli algoritmi di stima riportano le seguenti componenti per ogni osservazione:

$$\hat{A}_k \quad \hat{f}_{50Hz,k} \quad \hat{\phi}_k^{(k)} \quad (7.17)$$

Il segnale stimato può essere riscritto nella forma:

$$\hat{x}_k(t) = \hat{A}_k \sin(2\pi \hat{f}_{50Hz}t + \hat{\phi}_k^{(k)}) \quad t \in [t_k - T_w/2, t_k + T_w/2) \quad (7.18)$$

Mentre il segnale di riferimento nell'osservazione k-esima vale:

$$x_k(t) = A(t_k - T_w/2) \sin(2\pi f_{50Hz}t + \phi^{(k)}) \quad (7.19)$$

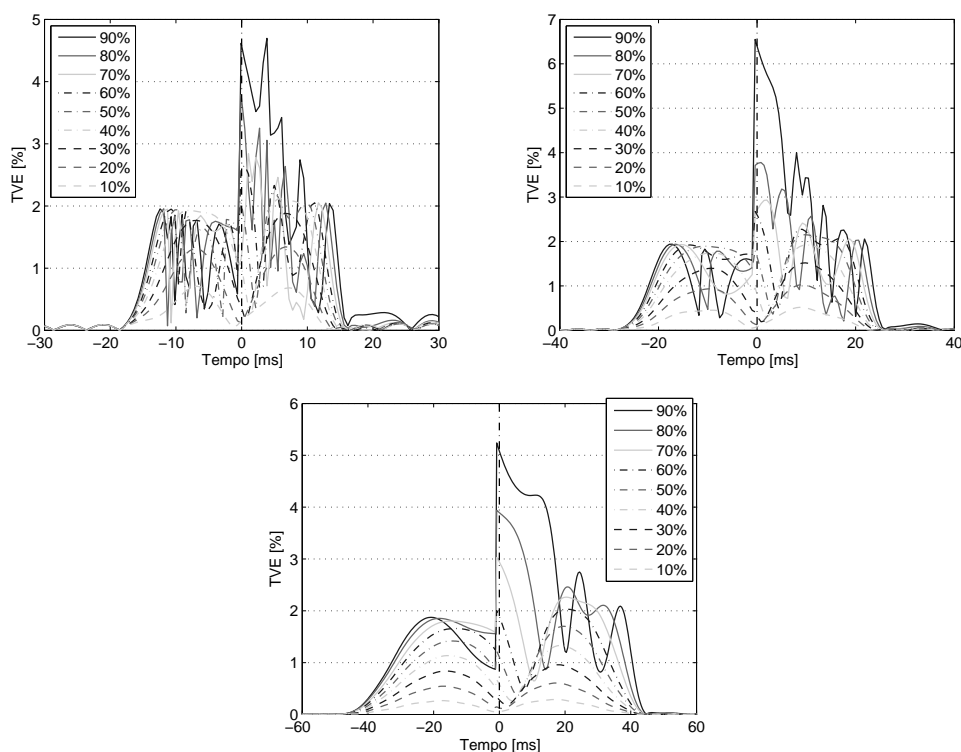
Sostituendo il segnale stimato e il segnale di riferimento nella definizione di TVE si ottiene:

$$TVE_k = \sqrt{1 + \frac{\hat{A}_k^2}{A(t_k - \frac{T_w}{2})^2} - 2 \frac{\hat{A}_k}{A(t_k - \frac{T_w}{2})} \cos((\hat{\phi} - \phi) + 2\pi(f_{50Hz} - \hat{f}_{50Hz,k})(t_k - \frac{T_w}{2}))} \quad (7.20)$$

Nel seguito verranno presentati soltanto i risultati del TVE perché dipende anche dalla fase e dalla posizione del riferimento. Per quanto riguarda la frequenza e l'ampiezza, l'equazione 7.4 dimostra che i risultati sono identici con il caso del riferimento ad inizio record.

In figura 7.17 sono riportati i TVE per le stime a due punti sulla finestra di Hanning.

Rispetto al caso del riferimento a centro record si osserva che l'errore dovuto alla stima



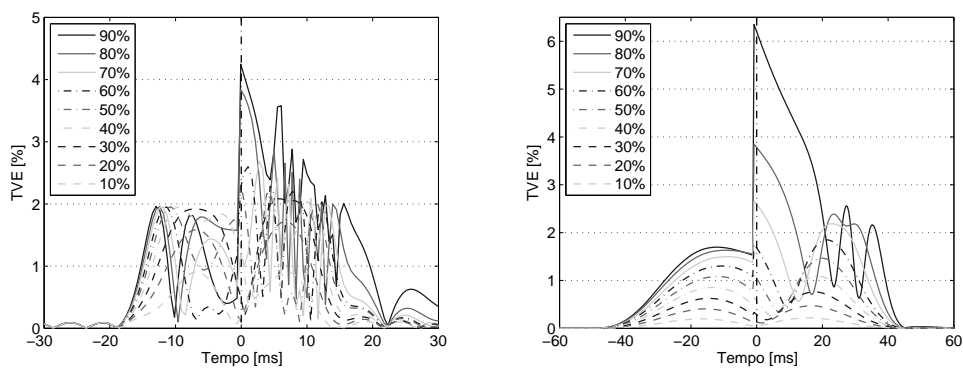
**Figura 7.17** – TVE per la stima con l'interpolatore a due punti su una finestra di Hanning. In alto a sinistra  $T_w = 40\text{ms}$ ; in alto a destra  $T_w = 60\text{ms}$ ; in basso  $T_w = 100\text{ms}$

di ampiezza presente alla fine della finestra di osservazione non è più presente, perché il riferimento cambia a metà del periodo di osservazione. Sebbene l'errore che si commette è sempre lo stesso, lo spostamento del riferimento al centro ha provocato anche l'introduzione di un picco in corrispondenza del centro della finestra. Quanto presentato nelle immagini potrebbe trarre in inganno, facendo sembrare le prestazioni delle misure con il riferimento a inizio record migliori. Ricordando che il TVE è una misura di accuratezza relativa, ovvero rappresenta la percentuale di errore rispetto a un riferimento, si osserva che a parità di errore in termini assoluti, il TVE esibirà un errore percentuale tanto maggiore quanto più il riferimento avrà ampiezza ridotta. Pertanto se per assurdo si fosse considerata una sovratensione a gradino, la stima con il riferimento a centro record avrebbe dato luogo a TVE inferiori

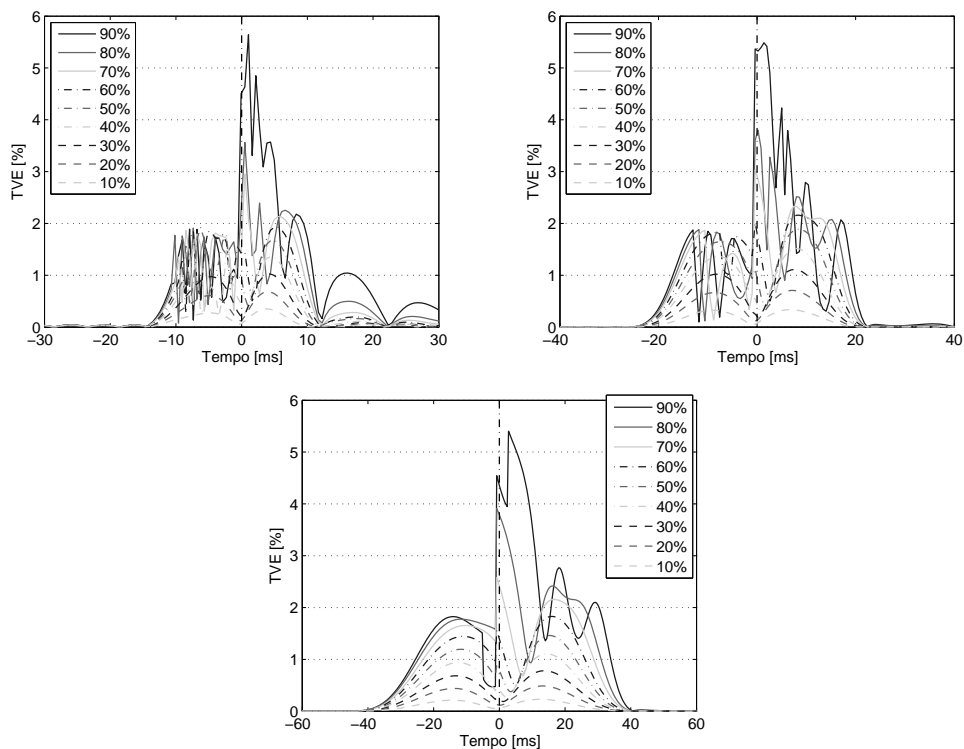
rispetto la stima a inizio record.

Rimangono comunque valide le considerazioni fatte nella sezione precedente per quanto riguarda l'andamento della curva del TVE, l'unica differenza sta nella componente dell'ampiezza nella quale viene introdotta una discontinuità.

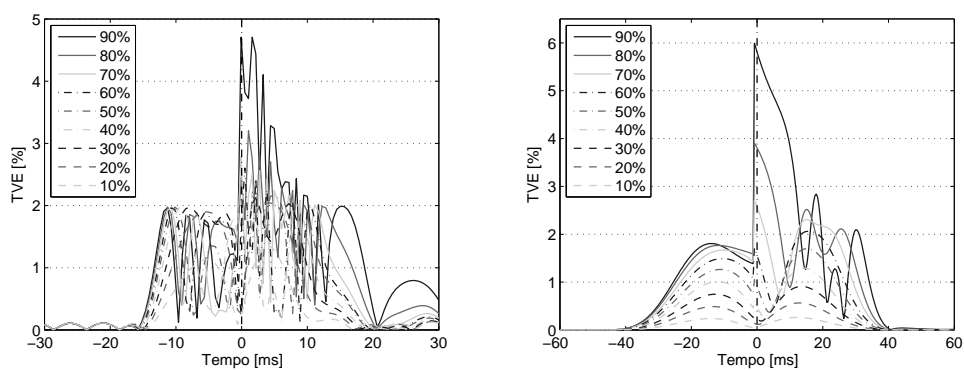
Nelle figure a seguire sono riportati i TVE dei casi considerati nella sezione precedente così da permettere il confronto.



**Figura 7.18** – TVE per la stima con l'interpolatore a tre punti su una finestra di Hanning. A sinistra  $T_w = 40ms$ ; a destra  $T_w = 100ms$



**Figura 7.19** – TVE per la stima con l'interpolatore a due punti su una finestra a massimo decadimento a tre termini. In alto a sinistra  $T_w = 40ms$ ; in alto a destra  $T_w = 60ms$ ; in basso  $T_w = 100ms$



**Figura 7.20** – TVE per la stima con l'interpolatore a tre punti su una finestra a massimo decadimento a tre termini. A sinistra  $T_w = 40ms$ ; a destra  $T_w = 100ms$

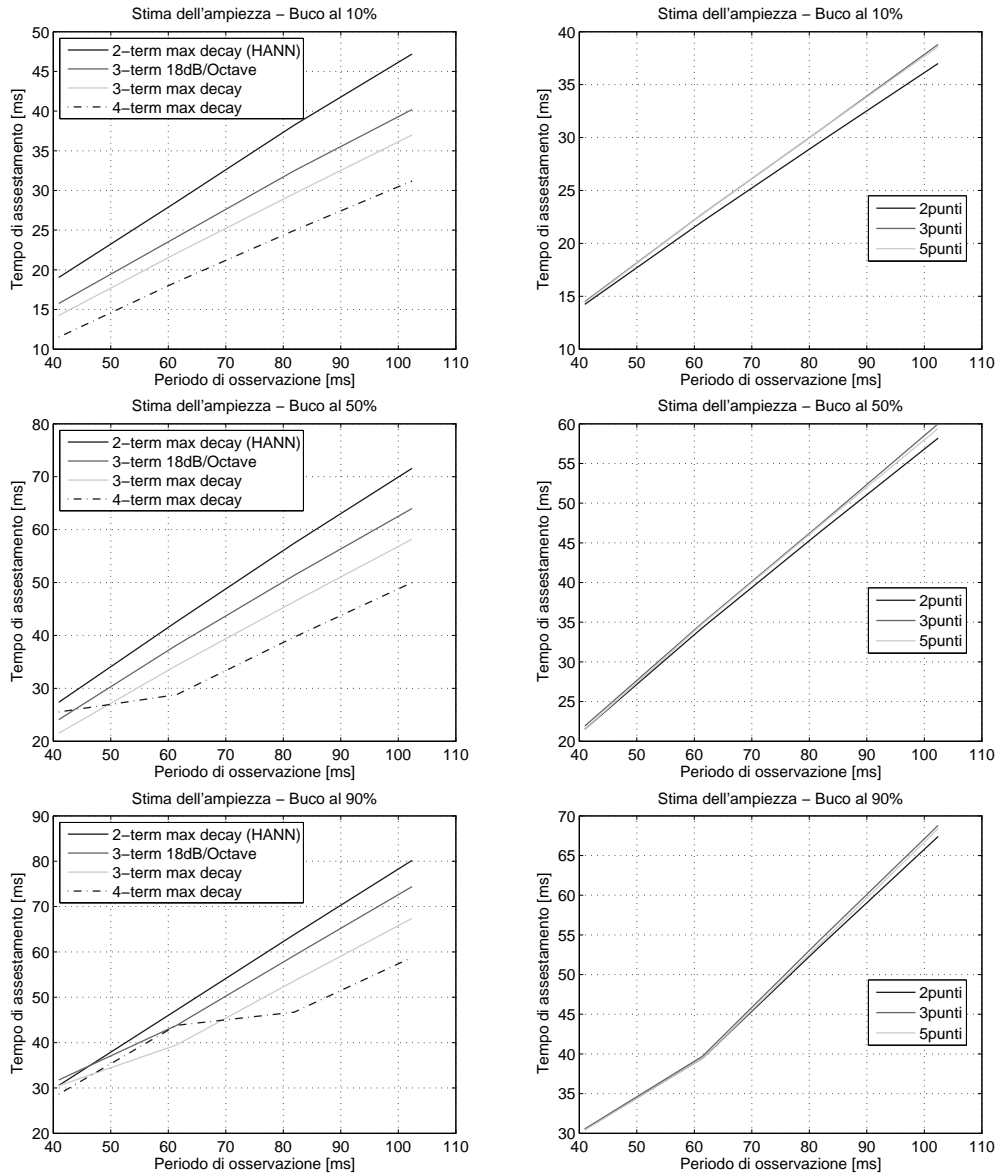
### 7.3 Osservazioni conclusive

Nelle sezioni precedenti si sono analizzate le stime separatamente per alcune combinazioni dei parametri, questo ha permesso di osservare nel dettaglio il comportamento dei singoli algoritmi e di confrontarli con il modello matematico. Si è osservato come non esista una regola fissa ma che in ogni combinazione sono presenti dei lati negativi e positivi che a seconda delle prestazioni richieste possono renderla ottimale o meno. Risulta evidente che non esiste una combinazione ideale, al contrario ci sarà sempre un compromesso tra il ritardo della stima e la sua accuratezza. Per questo motivo nel seguito verranno proposte delle figure riassuntive. Tali immagini potranno essere utilizzate come linee guida di progetto per irrobustire gli algoritmi tramite una scelta accurata dei parametri.

Nel seguito con il termine *tempo di assestamento* si indicherà il tempo che intercorre tra quando l'errore supera l'1% a quando ritorna stabilmente sotto l'1%. Per quanto riguarda le stime di ampiezza, le due soglie sono riferite rispettivamente al valore iniziale e al valore finale, mentre per la frequenza il valore di riferimento è unico e vale 50Hz.

Nella sequenza di immagini 7.21 sono rappresentati i tempi di assestamento all'1% per le stime di ampiezza al variare della tipologia di finestra e del numero di punti dell'interpolatore. Per interpolare a cinque punti si è costretti ad utilizzare le finestre con tre o più termini, altrimenti due dei cinque punti utilizzati cadrebbero fuori dal lobo principale, vanificando la stima. Gli andamenti sono abbastanza uniformi. Infatti le finestre con un'attenuazione superiore permettono di ridurre i tempi di assestamento in quanto riducono l'errore di stima con l'eccezione della finestra a quattro termini, che per finestre di osservazione corte riduce le prestazioni. Si osserva inoltre che il numero di punti dell'interpolatore non influisce in modo marcato sul tempo di assestamento, in particolare per piccoli  $T_w$  la variazione è trascurabile. Dunque se i vantaggi in termini di accuratezza sono significativi è preferibile aumentare il numero di punti delle stime.

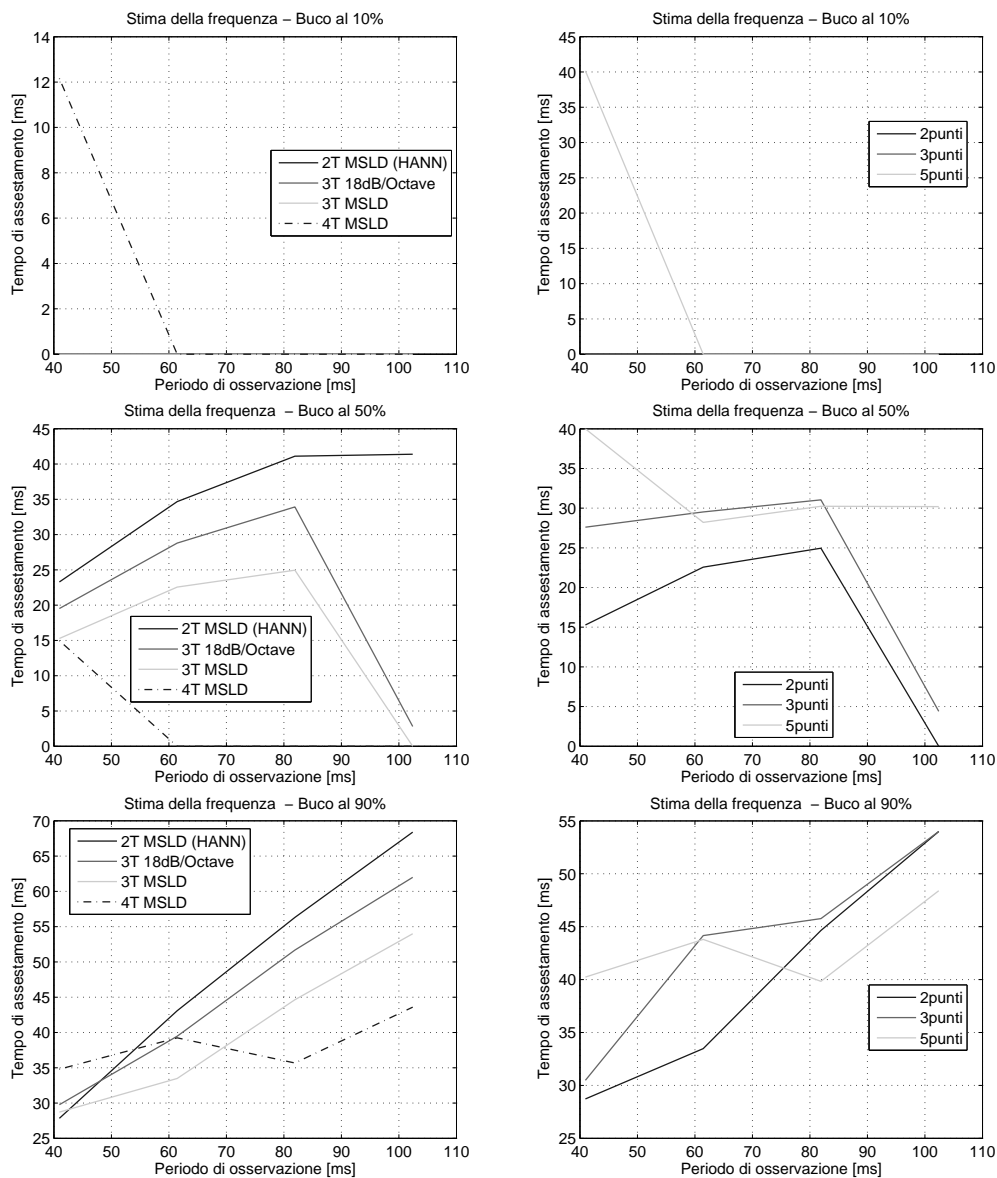
Le stesse considerazioni possono essere applicate per la frequenza che, come si è osservato nei capitoli precedenti, è alla base della accuratezza delle stime di ampiezza e dell'andamento del TVE. Per questo motivo, in aggiunta al tempo di assestamento verranno riportati gli andamenti degli errori relativi di stima della frequenza al variare dei parametri. In figura 7.22 sono riportati i tempi di assestamento all'1% per la stima di frequenza. Diversamente dai comportamenti delle stime di ampiezza, le stime di frequenza non presentano un comportamento uniforme, anzi al variare di un solo parametro cambiano il loro andamento. Non è facile definire con certezza quale sia la scelta migliore; di certo anche in questo caso l'interpolazione a due punti permette di ottenere in media i tempi di assestamento minori. Un riferimento utile per la scelta della configurazione migliore è il confronto con i grafici in



**Figura 7.21** – Tempi di assestamento all'1% delle stime di ampiezza al variare del numero di punti di interpolazione con una finestra MSLD a tre termini a destra e a sinistra al variare delle finestre con l'interpolatore a due punti

figura 7.23 in cui sono riportati gli andamenti degli errori relativi massimi che gli algoritmi di stima per la frequenza commettono al variare dei parametri. In questo modo è possibile individuare il compromesso tra accuratezza e tempo di assestamento tra le varie combinazioni. L'individuazione del caso ottimale anche in questo caso non è facile: ad esempio l'utilizzo dell'interpolatore a cinque punti consente di ridurre l'errore di stima massimo nel

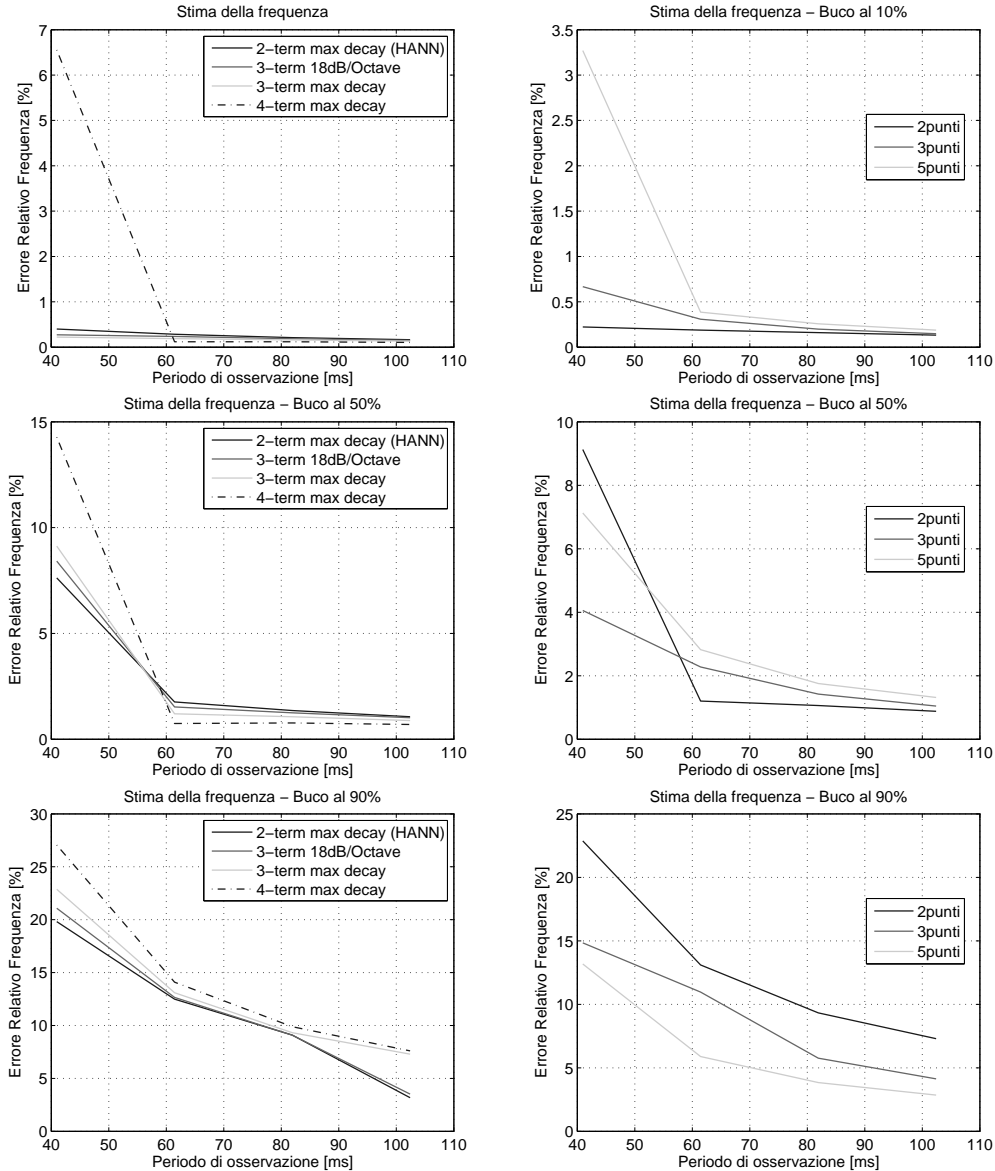




**Figura 7.22** – Tempi di assestamento all'1% delle stime di frequenza al variare del numero di punti di interpolazione con una finestra MSLD a tre termini a destra e a sinistra al variare delle finestre con l'interpolatore a due punti

caso di buchi di tensione marcati, mentre riporta sempre il caso peggiore nel tempo di stima per  $T_w$  brevi.

In conclusione tra le varie tipologie di finestre, la scelta ottimale sembra ricadere su quelle a tre termini in quanto il loro andamento è sempre contenuto all'interno delle altre finestre e dunque forniscono il compromesso migliore tra tutte quelle analizzate. Per quanto riguar-



**Figura 7.23** – Errori relativi massimi delle stime di frequenza al variare del numero di punti di interpolazione con una finestra MSLD a tre termini a destra e a sinistra al variare delle finestre con l'interpolatore a due punti

da il numero di punti dell'interpolatore anche in questo caso si potrebbe scegliere la via di mezzo ovvero i tre punti, però se il tempo di assestamento si rivelasse un fattore predominante la scelta migliore ricadrebbe sui due punti perché rispetto agli altri casi permettono un guadagno in media di 5ms.

## Conclusioni

Nella prima parte di questo lavoro di tesi si è cercato di proporre un punto di partenza per l'analisi della robustezza dell'algoritmo di interpolazione spettrale in contesti non stazionari, come nelle *smart grids*, presentando inizialmente una panoramica sulle alternative esistenti e successivamente introducendo l'ambiente di applicazione tramite lo studio dei fenomeni che potrebbero generare situazioni di non stazionarietà. Si è osservato come esistano diverse fonti di non stazionarietà, alcune delle quali ancora poco conosciute come ad esempio le *subarmoniche*. Per ognuna di esse si è cercato di definirne il worst case analizzando le normative e la bibliografia esistenti.

Nella seconda parte ci si è occupati di analizzare una tra le tipologie di disturbo individuate, proponendo prima il modello matematico e successivamente un'analisi sperimentale focalizzata sugli andamenti delle risposte e sull'accuratezza ottenibile al variare dei parametri. In generale si è osservato che tramite l'interpolazione spettrale non è possibile individuare i fenomeni impulsivi nel tempo a causa della comparsa di transitori dovuti alla durata finita delle finestre di osservazione. Tuttavia sfruttando opportune combinazioni dei parametri dell'algoritmo, è possibile modificare la durata dei transitori cercando un compromesso tra la prestazione di accuratezza e la velocità di risposta.

I risultati ottenuti hanno dimostrato che non esiste una configurazione ottimale, ma che a seconda delle caratteristiche richieste bisogna ricercare la combinazione più adatta. Per questo motivo nei risultati finali si sono presentati dei grafici, grazie ai quali è possibile prevedere il comportamento dei risultati dell'algoritmo nella situazione di non stazionarietà prodotta dal buco di tensione. Sebbene non esista una soluzione univoca, il trend che si è delineato ha contribuito ad evidenziare l'importanza dell'uso di finestre appropriate. Infatti osservando i grafici proposti si nota chiaramente come la variazione di una finestra pro-

duca un netto cambiamento delle prestazioni, pertanto la soluzione migliore sembrerebbe l'adozione di finestre complesse per aumentare l'attenuazione tra il lobo principale ed il secondario.

Non bisogna dimenticare però che tutte le analisi sono state eseguite nell'ipotesi di avere una potenza di calcolo infinita, ovvero senza valutare il tempo impiegato dagli algoritmi per portare a termine i calcoli. Una valutazione dei tempi di calcolo potrebbe mettere in discussione il trend appena individuato, dato che l'aumento della complessità delle finestre comporta un aumento dei tempi di calcolo delle stime provocando una riduzione del *reporting rate* massimo. Nel corso dell'attività di tesi si è potuto osservare la prestazione dell'algoritmo di FFT applicato ad una FPGA a 400MHz: il tempo richiesto per una elaborazione di 256 punti è di 5/6ms e ciò senza utilizzare particolari accorgimenti. Questo lascia supporre che l'intera procedura di stima possa essere portata a termine nell'arco di 10 – 15ms permettendo un *reporting rate* superiore a 50.

Per gli sviluppi futuri si delinea la necessità di portare a termine lo studio per le altre tipologie di disturbo parallelamente alle analisi prestazionali su sistemi reali. In questo modo si avrà una panoramica completa sui limiti e sui punti di forza dell'algoritmo di interpolazione spettrale così da definire delle soluzioni ottimali per tutti i casi, senza perdere di mira l'implementazione reale.

# Appendice **A**

## Total Vector Error

Il *TVE* permette di quantificare l'errore di stima relativo tra un vettore di riferimento  $v$  e un vettore sotto analisi  $v(\hat{n})$ . Lo standard per i sincrofasori definisce il *TVE* come segue:

$$\begin{aligned} TVE &= \sqrt{\frac{\|\hat{v}(n), v\|^2}{\|v\|^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(\hat{v}_r(n) - v_r)^2 + (\hat{v}_i(n) - v_i)^2}{v_r^2 + v_i^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

dove  $\hat{v}_r(n)$  e  $v_r$  sono le parti reali dei vettori considerati mentre  $\hat{v}_i(n)$  e  $v_i$  le parti immaginarie.

Supponiamo che i segnali siano sinusoidali:

$$v = U \sin(2\pi ft + \phi) \quad (\text{A.2})$$

$$v(\hat{n}) = \hat{U} \sin(2\pi ft + \hat{\phi}) \quad (\text{A.3})$$

se la frequenza è costante è possibile applicare la notazione fasoriale di *Steinmetz*:

$$V = U e^{j\phi} = U(\cos(\phi) + j \sin(\phi)) \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{V} = \hat{U} e^{j\hat{\phi}} = \hat{U}(\cos(\hat{\phi}) + j \sin(\hat{\phi})) \quad (\text{A.5})$$

Riscriviamo l'equazione A.1 sostituendo ai segnali la loro notazione fasoriale:

$$\begin{aligned} TVE &= \sqrt{\frac{(\hat{U} \cos(\hat{\phi}) - U \cos(\phi))^2 + (\hat{U} \sin(\hat{\phi}) - U \sin(\phi))^2}{U^2}} \\ &= \sqrt{\frac{\hat{U}^2 + U^2 - 2\hat{U}U(\cos(\hat{\phi}) \cos(\phi) + \sin(\hat{\phi}) \sin(\phi))}{U^2}} \\ &= \sqrt{1 + \frac{\hat{U}^2}{U^2} - 2\frac{\hat{U}}{U} \cos(\hat{\phi} - \phi)} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

# Bibliografia

- [1] D. Agrez, "Weighted Multipoint Interpolated DFT to Improve Amplitude Estimation of Multifrequency Signal," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transaction on*, 2002.
- [2] A. Baggini, "Handbook of Power Quality," 2008.
- [3] D. Belega and D. Dallet, "Frequency estimation via weighted multipoint interpolated dft."
- [4] D. Belega and D. Dallet, "Estimation of the Multifrequency Signal Parameters by Interpolated DFT Method with Maximum Sidelobe Decay," *IEEE International workshop on intelligent Dat acquisition and advanced computing system: technology and applications*, 2007.
- [5] M. Bertocco, G. Giorgi, C. Narduzzi, and F. Tramarin, "A Case for IEEE Std.1451 in Smart Microgrid Environments," *Smart Measurements for Future Grids, IEEE International Conference on*, 2011.
- [6] C. Budeanu, "Puissance Reactives et Fictives," *Nat. Romany Inst. Of. Energy*, 1927.
- [7] C. Budeanu, "The Different Options and Conceptions Regarding Active Power in Nonsinusoidal System," *Nat. Romany Inst. Of. Energy*, 1927.
- [8] G. Cariolaro, G. Pierobon, and G. Calvagno, "Segnali e Sistemi," *McGraw-Hill*, p. 92, 2005.
- [9] G. Cariolaro, G. Pierobon, and G. Calvagno, "Segnali e Sistemi," *McGraw-Hill*, p. 75, 2005.
- [10] CEI 0-21, "Regola tecnica di riferimento per la connessione di Utenti attivi e passivi alle reti BT delle imprese distributrici di energia elettrica," *CEI*, 2012.
- [11] CEI EN50160, "Caratteristiche della tensione fornita dalle reti pubbliche di distribuzione dell'energia elettrica," *CEI*, 2011.

- [12] CEI EN61000-4-11, “Tecniche di prova e di misura - Prove di immunità a buchi di tensione, brevi interruzioni e variazioni di tensione,” *CEI*, 2010.
- [13] CEI EN61000-4-14, “Tecniche di prova e di misura - Prove di immunità a fluttuazioni di tensione,” *CEI*, 2000.
- [14] CEI EN61000-4-28, “Tecniche di prova e di misura - Prove di immunità alle variazioni di frequenza di alimentazione,” *CEI*, 2000.
- [15] J. W. Cooley and J. W. Tukey, “An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series,” *Mathematics of Computations*, pp. 297–301, 1965.
- [16] K. Duda, “DFT Interpolation Algorithm for Kaiser–Bessel and Dolph–Chebyshev Windows,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, pp. 784 – 790, 2011.
- [17] V. Giordano, F. Gangale, and G. Fulli, “Smart Grid projects in Europe: lessons learned and current developments,” *JRC Reference Reports*, 2011.
- [18] X. Gu, G. Li, M. Zhou, and K.L.Lo, “Wavelet Transform Based Approach to Harmonic Analysis,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transaction on*, 2011.
- [19] J. Guerrero, L. GarciadeVicuna, J. Matas, M. Castilla, and J. Miret, “Output Impedance Design of Parallel-Connected UPS Inverters With Wireless Load-Sharing Control,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 2005.
- [20] Harris and J. Fredric, “On the use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform,” *Proceedings of the IEEE*, pp. 51 – 83 vol.66, 1978.
- [21] S. Huang, X. Fan, S. Liu, and S. Yang, “Research on Optimized Combined Cosine Windows with Maximum Side Lobe Decay for Harmonic Analysis,” *Intelligent Computation Technology and Automation, Second International Conference on*, pp. 277 – 281, 2009.
- [22] IEC 61000-3-7, “Assessment of emission limits for the connection of fluctuating installations to MV, HV and EHV power systems,” *IEC*, 2008.
- [23] IEEE Smart Grid Group, “Interview with Ganesh Kumar Venayagamoorthy,” <http://smartgrid.ieee.org/questions-and-answers/490-ganesh-kumar-venayagamoorthy>.
- [24] IEEE Standard C37.118, “IEEE Standard for Synchrophasors for Power Systems,” *IEEE Power Engineering Society*, 2005.
- [25] A. H. Nuttall, “Some Windows with Very Good Sidelobe Behavior,” *Acoustics, Speech, and signal processing, IEEE Transactions on*, pp. 84–91, 1981.



- [26] C. Offeli and D. Petri, "A Frequency-Domain Procedure for Accurate Real-Time Signal Parameter Measurement," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transaction on*, 1990.
- [27] A. Oppenheim and R. W. Schaffer, "Digital signal processing."
- [28] Parlamento Europeo, "Direttiva 2009/28/CE," *Gazzetta ufficiale dell'Unione Europea*, 2009.
- [29] W. Premerlani, B. Kasztenny, and M. Adamiak, "Development and Implementation of a Synchrophasor Estimator Capable of Measurements Under Dynamic Conditions," *Power Delivery, IEEE Transaction on*, 2008.
- [30] D. C. Rife and R. R. Boorstyn, "Single-tone parameter estimation from discrete-time observations."
- [31] D. Rife and G. Vincent, "Use of discrete Fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones," *Bell Syst. Tech. J.*, pp. 197 – 228 vol.49, 1970.
- [32] P. Tenti, H. Paredes, and P. Mattavelli, "Conservative Power Theory, a Framework to Approach Control and Accountability Issues in Smart Microgrids," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 2011.
- [33] T.T.Nguyen, "Parametric Harmonic Analysis," *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings*, 1997.
- [34] L. Verdoliva, "La Trasformata Wavelet," *Appunti di Elaborazione di Segnali Multimediali*, [www.diet.unina.it/cagnazzo/esm/doc/wavelet.pdf](http://www.diet.unina.it/cagnazzo/esm/doc/wavelet.pdf).
- [35] X.-G. Xia, G. Wang, and V. Chen, "A quantitative SNR analysis of linear chirps in the continuous-time short-time Fourier transform domain with Gaussian windows," *Acoustics, Speech, and signal processing, 2001 IEEE International Conference on*, pp. 3573 – 3576 vol.6, 2001.