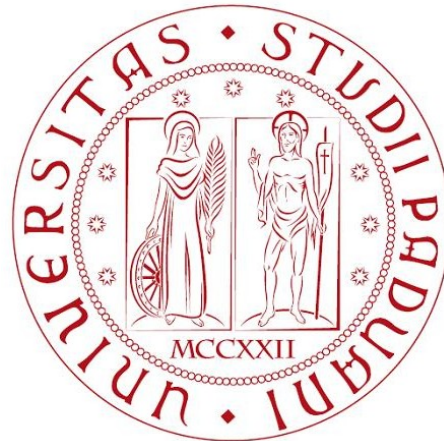


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI FISICA ED ASTRONOMIA “GALILEO GALILEI”

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN FISICA



Simulazione Monte Carlo del decadimento β inverso nel rivelatore JUNO

Candidato:
PIETRO GRESPAN
Matricola 1031493

Relatore: **Prof. Alberto Garfagnini**
Correlatore: **Dott. Eduardo Medinaceli**

Indice

1	Brevi accenni sul neutrino	3
1.1	Mixing: sapori e autostati di massa	3
1.2	Il problema della gerarchia di massa	3
2	L'esperimento JUNO	5
2.1	Struttura	5
2.2	Obiettivi	6
3	La simulazione	8
3.1	Il decadimento beta inverso	8
3.2	Struttura della simulazione	8
3.2.1	Generazione	8
3.2.2	Random walk del neutrone	9
3.2.3	Annichilazione e cattura	10
3.3	Il segnale elettronico: prompt annihilation e delayed capture	10
3.4	Distribuzione della distanza del neutrone	10
3.5	Commenti sulle assunzioni	11
3.6	Confronto	11
4	Conclusioni	12

Capitolo 1

Brevi accenni sul neutrino

Il neutrino è una particella neutra, debolmente interagente, sui cui aspetti fondamentali e ruolo nell'Universo pendono molte domande aperte, di attuale interesse di ricerca in molti campi della fisica. Così come descritto nel Modello Standard (MS) delle particelle elementari [1], il neutrino è privo di massa; evidenze sperimentali hanno invece portato a concludere che ne sia dotato [2], il che introduce la possibilità di nuova fisica oltre al MS e pone nuove domande: *quali* sono le masse dei neutrini? I neutrini sono di Majorana o di Dirac?

1.1 Mixing: sapori e autostati di massa

Sappiamo che esistono tre tipi (**sapori**) di neutrino effettivamente rivelati sperimentalmente, ognuno associato al leptone prodotto nella loro interazione (e, μ, τ): neutrino dell'elettrone (ν_e), del muone (ν_μ) e del tau (ν_τ); anche le masse quindi sono tre: m_1, m_2 e m_3 . Si è osservato che neutrini di un sapore, diciamo α , possono “oscillare” [3], cioè diventare di un altro sapore, diciamo β . L'esistenza delle oscillazioni del ν richiede due condizioni:

1. che il neutrino sia massivo;
2. che gli autostati del sapore $|\nu_\alpha\rangle$ ($\alpha = e, \mu, \tau$) non coincidano con gli autostati della massa $|\nu_i\rangle$ ($i = 1, 2, 3$).

Si può quindi esprimere l' α -esimo autostato di sapore come combinazione lineare di $|\nu_i\rangle$

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{i=1}^3 U_{\alpha,i} |\nu_i\rangle \quad (1.1)$$

ove $U_{\alpha,i}$ sono gli elementi della matrice unitaria di mixing di Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) [4, 5].

1.2 Il problema della gerarchia di massa

Attualmente non conosciamo i valori assoluti di m_1, m_2 e m_3 , si conoscono però i valori delle differenze dei quadrati delle masse (**Tabella 1.1**)

$$\Delta m_{ij}^2 := \Delta m_i^2 - \Delta m_j^2 \quad (1.2)$$

Si tratta di stabilire la cosiddetta **gerarchia di massa** (vedi **Figura 1.1**), cioè determinare se lo stato $|\nu_3\rangle$ sia più o meno massivo di $|\nu_1\rangle$ (mentre si sa già che $m_2 > m_1$) [6]. La

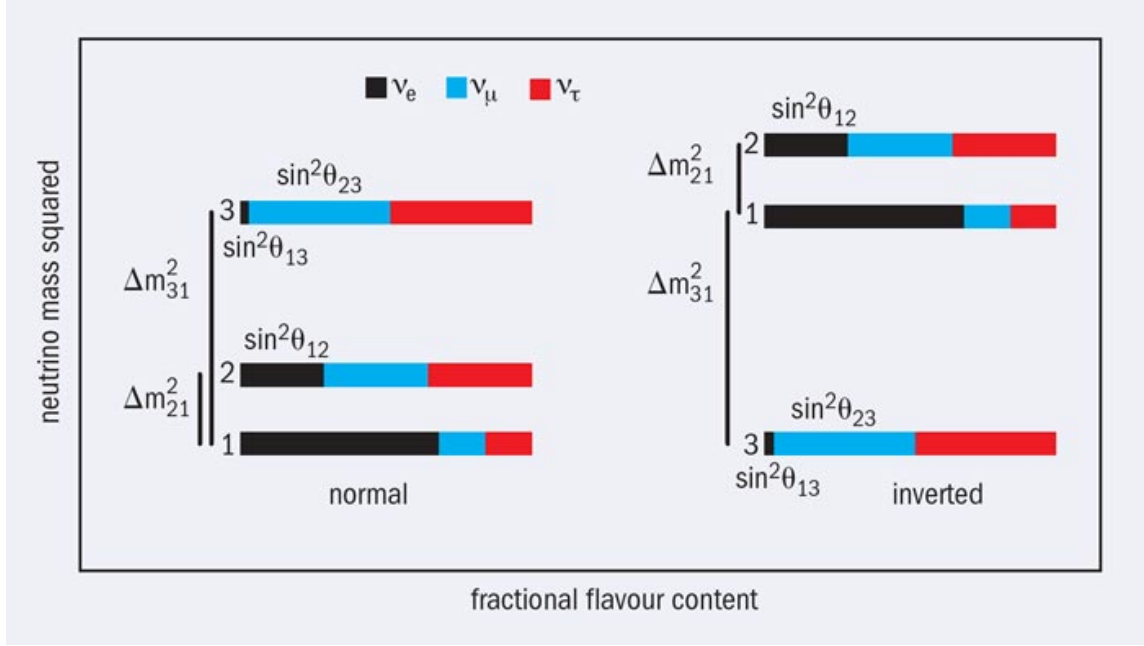


Figura 1.1: Gerarchia normale (sx) e gerarchia inversa (dx). Gli angoli θ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) sono gli angoli di mixing che compaiono negli elementi della matrice PMNS (vedi **Tabella 1.1**).

gerarchia di massa normale (**NH**) indica il caso $m_3 > m_1$, e la gerarchia di massa invertita (**IH**) indica il caso $m_3 < m_1$.

Parametro	Best fit	1σ range	3σ range
Gerarchia di massa normale ($m_1 > m_2 > m_3$)			
$\Delta m_{21}^2/10^{-5} \text{ eV}^2$	7.54	7.32 - 7.80	6.99 - 8.18
$\Delta m_{31}^2/10^{-3} \text{ eV}^2$	2.47	2.41 - 2.53	2.27 - 2.65
$\sin^2 \theta_{12}/10^{-1}$	3.08	2.91 - 3.25	2.59 - 3.59
$\sin^2 \theta_{13}/10^{-2}$	2.34	2.15 - 2.54	1.76 - 2.95
$\sin^2 \theta_{23}/10^{-1}$	4.37	4.14 - 4.70	3.74 - 6.26
Gerarchia di massa inversa ($m_3 > m_1 > m_2$)			
$\Delta m_{21}^2/10^{-5} \text{ eV}^2$	7.54	7.32 - 7.80	6.99 - 8.18
$\Delta m_{31}^2/10^{-3} \text{ eV}^2$	2.34	2.28 - 2.40	2.15 - 2.52
$\sin^2 \theta_{12}/10^{-1}$	3.08	2.91 - 3.25	2.59 - 3.59
$\sin^2 \theta_{13}/10^{-2}$	2.40	2.18 - 2.59	1.78 - 2.98
$\sin^2 \theta_{23}/10^{-1}$	4.55	4.24 - 5.94	3.80 - 6.41

Tabella 1.1: I valori dal miglior fit, con gli intervalli 1σ e 3σ , per i sei parametri dell'oscillazione del neutrino a tre sapori, da un'analisi globale di recenti dati sperimentali [7–9].

Capitolo 2

L'esperimento JUNO

JUNO (Jiangmen Underground Neutrino Observatory) è un esperimento sui neutrini dai più obiettivi. Fu proposto nel 2008 per determinare la gerarchia di massa (MH) attraverso la rivelazione di antineutrini provenienti da centrali nucleari [10–12]. La locazione del sito di costruzione è ottimizzata per avere la miglior sensibilità per la determinazione di MH, cioè a 53 km dalle centrali nucleari di Yangjiang e di Taishan. Il rivelatore di neutrini è un rivelatore a scintillatore liquido, situato in un laboratorio a 700 m di profondità. Le potenze dei reattori e le loro baseline sono elencate in **Tabella 2.1**.

2.1 Struttura

La struttura di JUNO consiste in un rivelatore centrale, un rivelatore Cherenkov ad acqua e un tracciatore di muoni esterno (**Figura 2.1**). Il rivelatore centrale è un rivelatore sferico, di raggio $R = 18$ m, a scintillatore liquido (LAB, Linear AlkylBenzene) di massa circa 20 kton e con una risoluzione energetica prevista del $3\%/\sqrt{E}$ (MeV); fuori della sfera in acrilico che contiene il LAB vi sono 18'000 PMT di 20" di diametro posti a 1.5 m per rivelare i fotoni di scintillazione. Il rivelatore centrale è immerso in una piscina d'acqua per schermare la radioattività ambientale proveniente dalla roccia e dall'aria circostanti. La piscina è dotata di fotomoltiplicatori (PMT) sui bordi per rivelare la luce Cherenkov prodotta da muoni cosmici. In cima alla piscina è disposto un altro rivelatore di muoni per tracciarne accuratamente la traiettoria.

Reattori	YJ-C1	YJ-C2	YJ-C3	YJ-C4	YJ-C5	YJ-C6
Potenza (GW)	2.9	2.9	2.9	2.9	2.9	2.9
Baseline (km)	52.75	52.84	52.42	52.51	52.12	52.21
Reattori	TS-C1	TS-C1	TS-C1	TS-C1	DYB	HZ
Potenza (GW)	4.6	4.6	4.6	4.6	17.4	17.4
Baseline (km)	52.76	52.63	52.32	52.20	215	265

Tabella 2.1: Sommario delle potenze e delle distanze (baseline) dal rivelatore JUNO per i reattori delle centrali di Yangjiang (YJ) e Taishan (TS), e quelli dei distanti reattori di Daya Bay (DYB) e Huizhou (HZ).

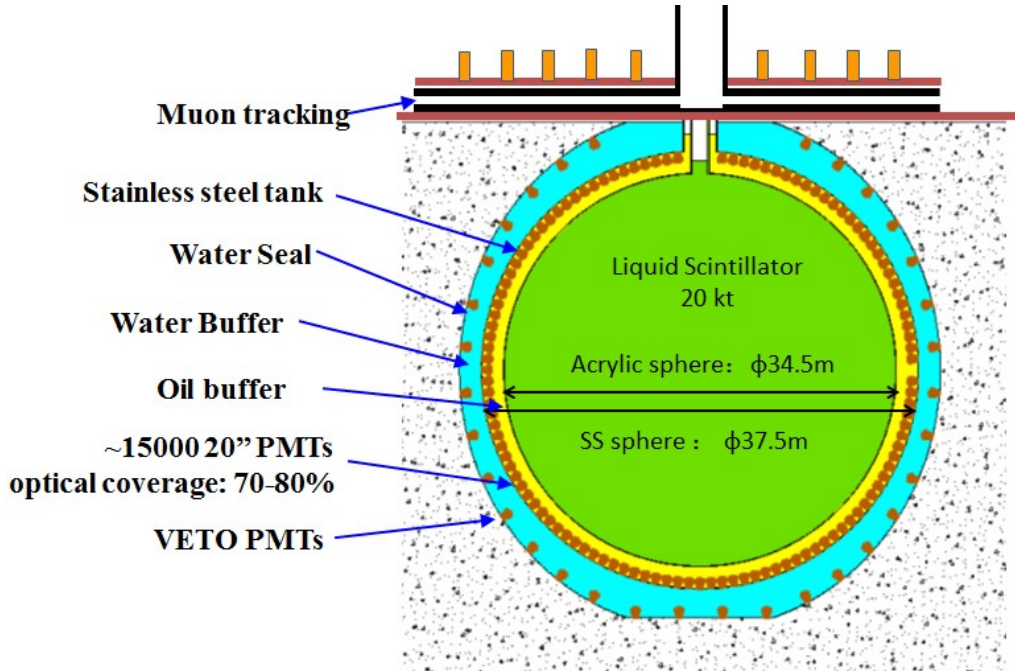


Figura 2.1: Una rappresentazione schematica del rivelatore JUNO.

2.2 Obiettivi

L'esperimento punta ad avere un'alta precisione, per rispondere ad alcune delle domande ancora aperte sulla fisica del neutrino massivo:

1. qual è la corretta gerarchia di massa (**MH** o **IH**)?
2. c'è altra fisica oltre al modello dei tre neutrini - ovvero, la matrice PMNS U è unitaria?
3. lo studio, attraverso l'analisi dei neutrini, dei processi interni al collasso delle Supernovae;
4. lo studio della composizione del mantello del nucleo della Terra tramite la rivelazione di geoneutrini.

Il goal principale è il primo punto: la gerarchia di massa. Le baseline (L) di JUNO sono scelte appositamente affinché l'effetto di oscillazione degli antineutrini sia massimo.

La fenomenologia degli antineutrini da reattore prevede che ci sia quindi un effetto di scomparsa per cui, dato un flusso di $\bar{\nu}_e$ emessi, ci si aspetta che ne sopravviva una frazione che, nel caso di JUNO, si esprime nella forma [6]

$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = 1 - \sin^2 2\theta_{13} [\cos^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{31} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{32}] - \sin^2 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} \sin^2 \Delta_{21} \quad (2.1)$$

ove $\Delta_{ij} := \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E_{\bar{\nu}_e}}$.

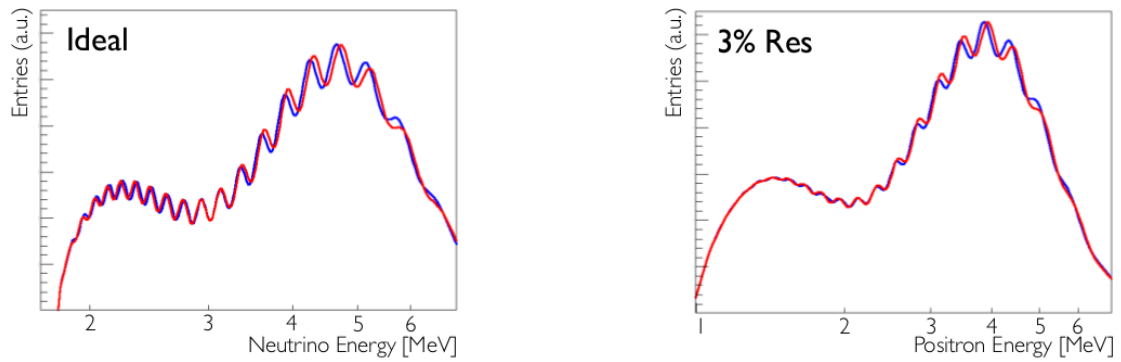


Figura 2.2: Spettro ideale dei neutrini nel rivelatore JUNO (sx) e spettro dei positroni post-reazione (dx) assumendo la risoluzione al 3%. In blu il caso **NH**, in rosso **IH**.

L'effetto di scomparsa sarà il test della gerarchia di massa: infatti, esso è lievemente diverso nel caso sia vera l'ipotesi **NH** o l'ipotesi **IH**, come si può osservare nello spettro in **Figura 2.2**. Per questo motivo è essenziale per JUNO ottenere una risoluzione energetica del $3\%/\sqrt{E}$ (MeV). La richiesta può essere soddisfatta con le seguenti condizioni [6]:

1. copertura dei PMT $\geq 75\%$;
2. efficienza quantica del PMT $\geq 35\%$;
3. lunghezza d'attenuazione dei fotoni del LAB ≥ 20 m per una lunghezza d'onda di 430 nm;
4. alta statistica;¹
5. precisa calibrazione energetica.

¹Proprio per questo il rivelatore JUNO è di grandi dimensioni. Infatti $E \propto N$, quindi segue una distribuzione poissoniana e la risoluzione è $\frac{\sigma_E}{E} \propto \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$.

Capitolo 3

La simulazione

Il software sviluppato punta a simulare i processi fisici dell'interazione degli antineutrini con lo scintillatore (LAB), e infine a riprodurre il segnale elettronico generato in uscita dai fotomoltiplicatori.

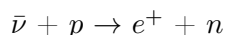
Lo schema della catena degli eventi è:

reazione \rightarrow rilascio energia \rightarrow scintillazione (LAB) \rightarrow PMT \rightarrow segnale

3.1 La reazione: il decadimento beta inverso

Dalle due centrali nucleari provengono antineutrini dell'elettone di spettro energetico compreso tra 0.7 – 12 MeV (**Figura 2.2**).

Se $\bar{\nu}$ ha sufficiente energia, urtando con un p , o un nucleo di un atomo del LAB (^1H o ^{12}C), può innescare una reazione β inversa:



e creare un positrone e un neutrone. Il e^+ annichila quasi istantaneamente (prompt), dopo aver rilasciato la sua energia cinetica nel mezzo, con un e^- del LAB producendo due fotoni, il neutrone compie una serie di urti con i nuclei del LAB, compiendo un percorso casuale (random walk) finché, dopo un certo intervallo di tempo, termalizza e viene catturato da un nucleo (neutron capture). Il nucleo risultante dalla cattura si trova in uno stato eccitato, e diseccitandosi decade γ , emettendo un fotone.

L'energia rilasciata dall'**annichilazione** e dalla **cattura** viene assorbita dagli elettroni degli atomi del LAB, e viene poi rilasciata sotto forma di fotoni di scintillazione, i quali vengono poi raccolti dai fotomoltiplicatori.

3.2 Struttura della simulazione

3.2.1 Generazione

Vengono generati degli antineutrini $\bar{\nu}$ dentro ad una sfera di raggio $R = 18$ m, ciascuno con energia $E_{\bar{\nu}}$ campionata dallo spettro in **Figura 3.1** e direzione casuale. In prima approssimazione, si considerano i p liberi e in quiete nel s.d.r. del laboratorio, trascurando i legami molecolari: sotto questa ipotesi, l'energia totale del sistema $\bar{\nu} + p$ è

$$E_{tot} = M_p + E_{\bar{\nu}} \tag{3.1}$$

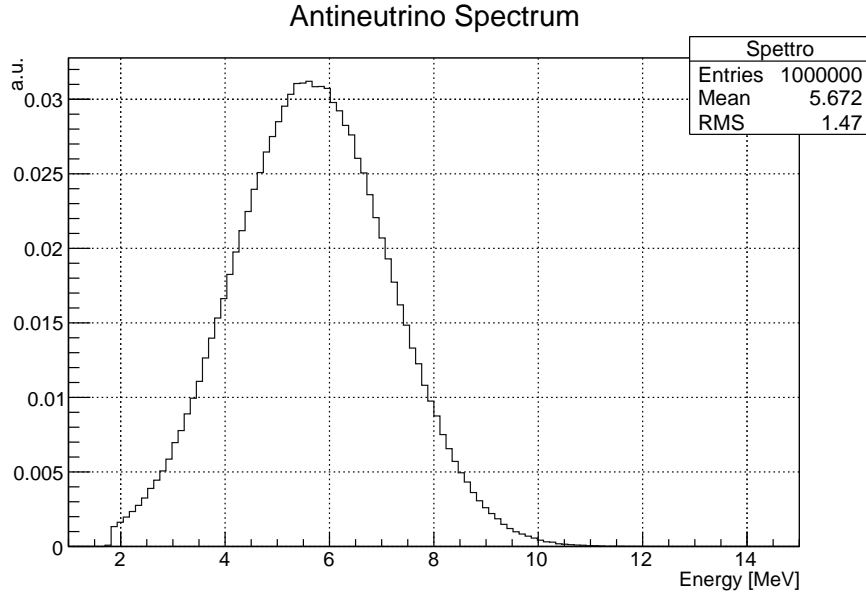


Figura 3.1: Spettro degli antineutrini utilizzato nella simulazione.

e l'energia di soglia dell'antineutrino perché la reazione avvenga è $E_{\bar{\nu}}^{soglia} = 1.8061 \text{ MeV}$. Viene generato l'angolo di emissione del positrone θ_{cdm} (e quindi del neutrone) nel s.d.r. del centro di massa (CDM), isotropo in $[0, 2\pi]$.

Le energie di e^+ e n nel laboratorio risultano dunque¹

$$E_{e^+} = \gamma[E_{e^+}^{cdm} - \beta p_{e^+}^{cdm} \cos \theta_{cdm}] \quad (3.2)$$

$$E_{n^0} = E_{tot} - E_{e^+} \quad (3.3)$$

Il p viene fatto subito annichilire, e si processa il random walk del n .

3.2.2 Random walk del neutrone

Un neutrone viene così creato, subito dopo l'urto, con una certa velocità.

i. Viene generato un istante $t_{capture}$ (a partire dalla sua creazione) in cui il neutrone viene catturato, campionato da una **pdf** esponenziale

$$f(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3.4)$$

ove $\tau = 200 \mu\text{s}$ è il tempo di vita media prima della cattura del n nel LAB.

ii. Il neutrone percorre uno step di modulo x_k , che viene campionato sempre da una **pdf** esponenziale $\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}}$ (preso $\lambda = 2 \text{ cm}$, lunghezza di attenuazione efficace del neutrone nel LAB - vedi Capitolo 3.5), e direzione θ e ϕ , impiegandoci un certo tempo Δt_k . A questo

¹dove $E_{e^+}^{cdm} = \frac{1}{2}[E_{tot}^{cdm} - \frac{M_{n^0}^2 - M_{e^+}^2}{E_{tot}^{cdm}}]$ e $p_{e^+}^{cdm} = \sqrt{E_{e^+}^{cdm^2} - M_{e^+}^2}$.

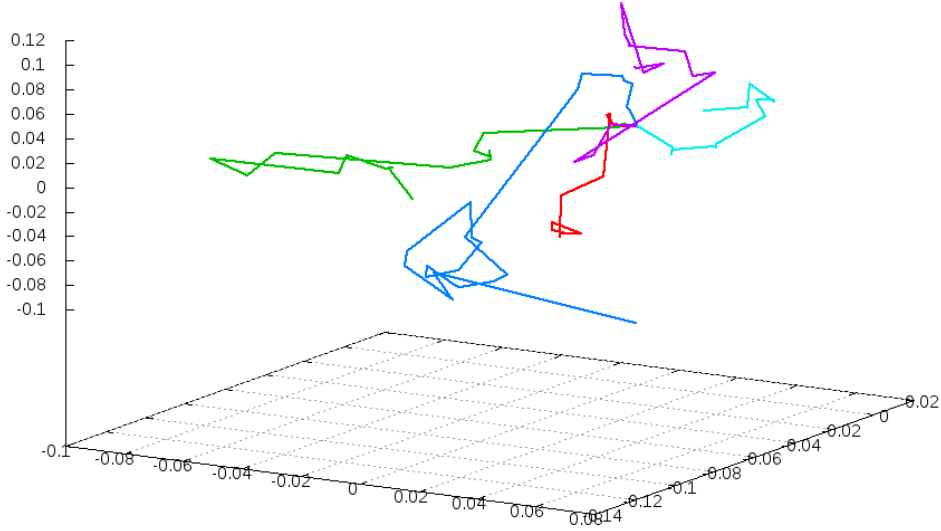


Figura 3.2: Random Walk di 5 neutroni generati in (0, 0, 0).

punto avviene lo scattering con un nucleo di H^2 . Ad ogni urto, che si suppone elastico, l'energia del neutrone viene attenuata di un fattore [13, 14]

$$f_B = \frac{1}{2}[1 + \alpha + \cos \theta_S(1 - \alpha)] \quad (3.5)$$

$$\alpha := (A - 1)^2 / (A + 1)^2 \quad (3.6)$$

dove A è il numero di massa del nucleo e θ_S è l'angolo di scattering; nel caso dell'idrogeno $A = 1.008$, $\alpha = 1.5910^{-4}$. Le velocità del n non sono relativistiche, per cui la velocità viene decrementata di un fattore $\sqrt{f_B}$.

iii. Si simula un'altra direzione, sempre isotropicamente, e si ripete la procedura, finché $\sum_k \Delta t_k \geq t_{capture}$. Si interrompe il ciclo, e avviene la cattura.

In **Figura 3.2** sono mostrati 5 esempi simulati di random walk, a energia del neutrone fissata, a partire dallo stesso punto nella sfera. Il numero di step compiuti è dell'ordine di 15-20.

3.2.3 Annichilazione e cattura

Si hanno due depositi di energia: l'**annichilazione**, che libera nel LAB un'energia $E_{ann} = E_{e^+} + M_{e^-}$, e la **cattura**, che libera l'energia $E_{capture} = 2.2$ MeV di diseccitazione del nucleo

²In prima approssimazione si trascurano gli urti col ^{12}C

H che ha assorbito. L'energia viene poi convertita in fotoni di scintillazione (in media 1 MeV \approx 12000 fotoni), viene simulato il trasporto dentro lo scintillatore, il raccoglimento nel PMT e la generazione del segnale elettronico.

3.3 Il segnale elettronico: prompt annihilation e delayed capture

Nell'esperimento JUNO, il trigger per riconoscere il segnale dell'interazione del $\bar{\nu}$ saranno due segnali separati: un segnale dovuto all'annichilazione (**prompt annihilation**), seguito con un certo ritardo dal segnale della cattura neutronica (**delayed capture**).

Guardando direttamente a ciò che viene registrato da un *singolo* PMT, il delay tra i due segnali è dovuto a due fattori: uno è la già citata delayed capture del neutrone, l'altro è la diversa distanza che congiunge questo evento al fotomoltiplicatore rispetto all'annichilazione. Quest'ultimo accorcia o allarga questo ritardo, a seconda che la distanza sia minore o maggiore (ma il suo contributo è molto piccolo rispetto all'altro fattore).

Esempi di questo segnale, in uscita da un singolo PMT, sono mostrati in **Figura 3.3**.

3.4 Distribuzione della distanza coperta dal neutrone

Il codice sviluppato sinora simula la dinamica dell'interazione $\bar{\nu} + p$ e il random walk del neutrone, con l'obiettivo di stabilire *dove* e *quando* avviene la **cattura**. Questo però potrebbe risultare computazionalmente pesante, nella prospettiva di simulare un gran numero di eventi. E' dunque utile capire quanto si allontana il n dal luogo della sua creazione: in altre parole, ricavare una **pdf** $f(d, E_n)$ da cui campionare la distanza coperta, evitando così di simulare tutto il processo di random walk.

In **Figura 3.4** si hanno degli esempi di questa distribuzione per tre diversi valori fissati di $E_n^{kinetic}$: 0.8 keV, 80.9 keV e 270 keV. Come si può notare dai tre istogrammi, nel nostro range di energie, non vi è una significativa dipendenza dall'energia cinetica: la media della distanza percorsa si attesta intorno ai 10 – 11 cm, e la larghezza rimane invariata. Questo permette dunque di campionare, con ottima approssimazione, la distanza utilizzando la medesima distribuzione per tutti i neutroni simulati.

3.5 Commenti sulle assunzioni

Nel modello sviluppato, si è trascurato il fatto che gli antineutrini provengano da due direzioni privilegiate (le centrali). Infatti, il segnale del positrone è prompt perché annichila praticamente *in loco*. Da simulazioni più dettagliate risulta che già dopo 7-8 urti con i nuclei il neutrone perde la memoria della direzionalità, e termalizza in un punto che non dipende dalla direzione iniziale dell'antineutrino. [15, 16].

Per lo stesso motivo, l'angolo di scattering ad ogni urto del n viene assunto isotropo. In più, nel calcolare il fattore f_B (frazione di energia rimasta al neutrone dopo un urto), si è trascurata l'interazione con gli atomi di ^{12}C del LAB, facendo scatterare n con solo nuclei di idrogeno: infatti, da formula 3.6 si può ricavare che, nel caso del carbonio ($A = 12$), questo fattore vale *al minimo* ≈ 0.7 , mentre nel caso dell'idrogeno $1.6 \cdot 10^{-5}$.

Sulla base di questo, è stato ricavato un libero cammino medio efficace λ dell'ordine di 2-3 cm. Infatti, la distanza (vettoriale) media \bar{d} coperta da una particella che compie un

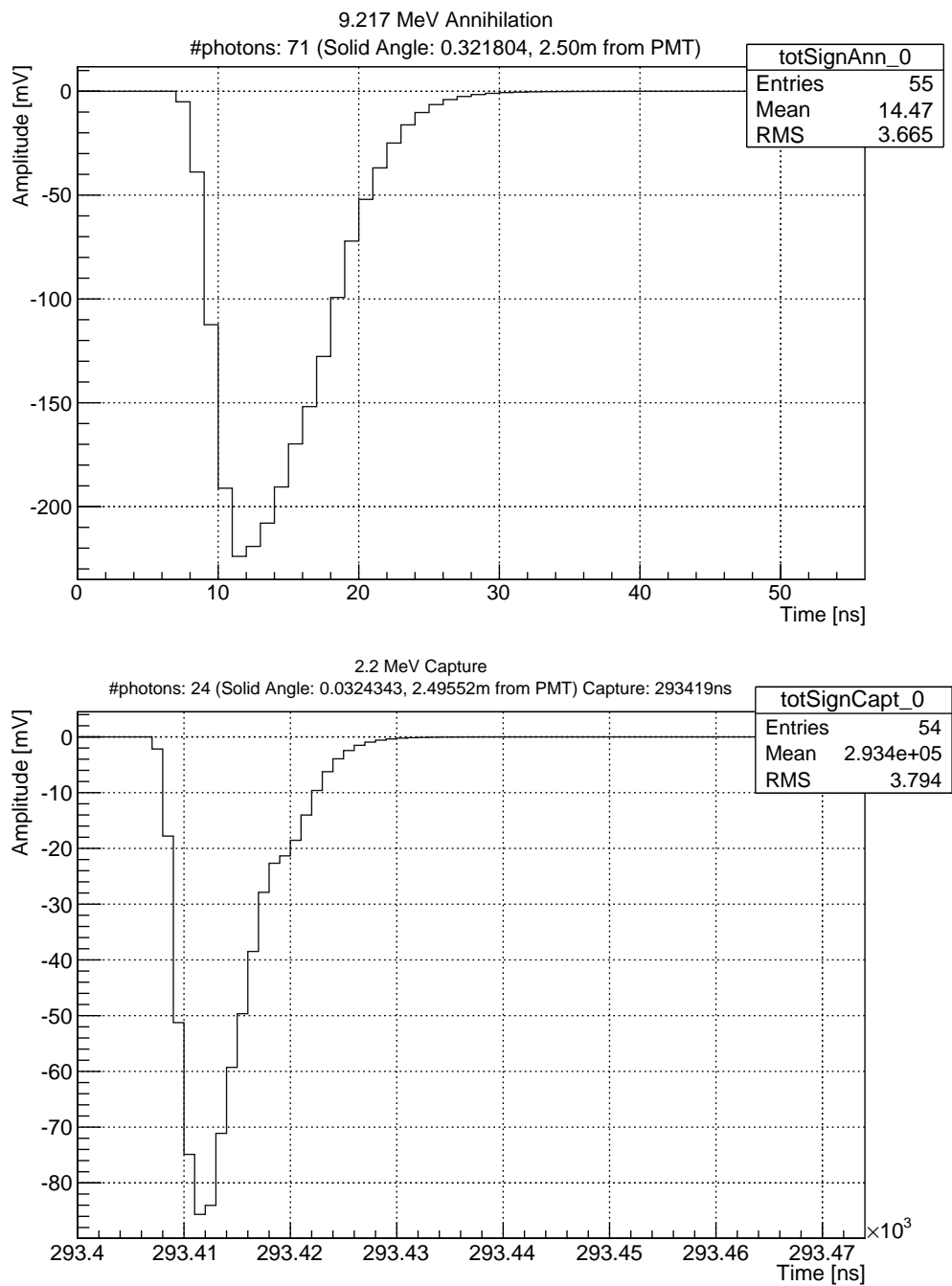


Figura 3.3: Segnale elettronico dell'annichilazione del positrone (sopra) e della cattura del neutrone (sotto).

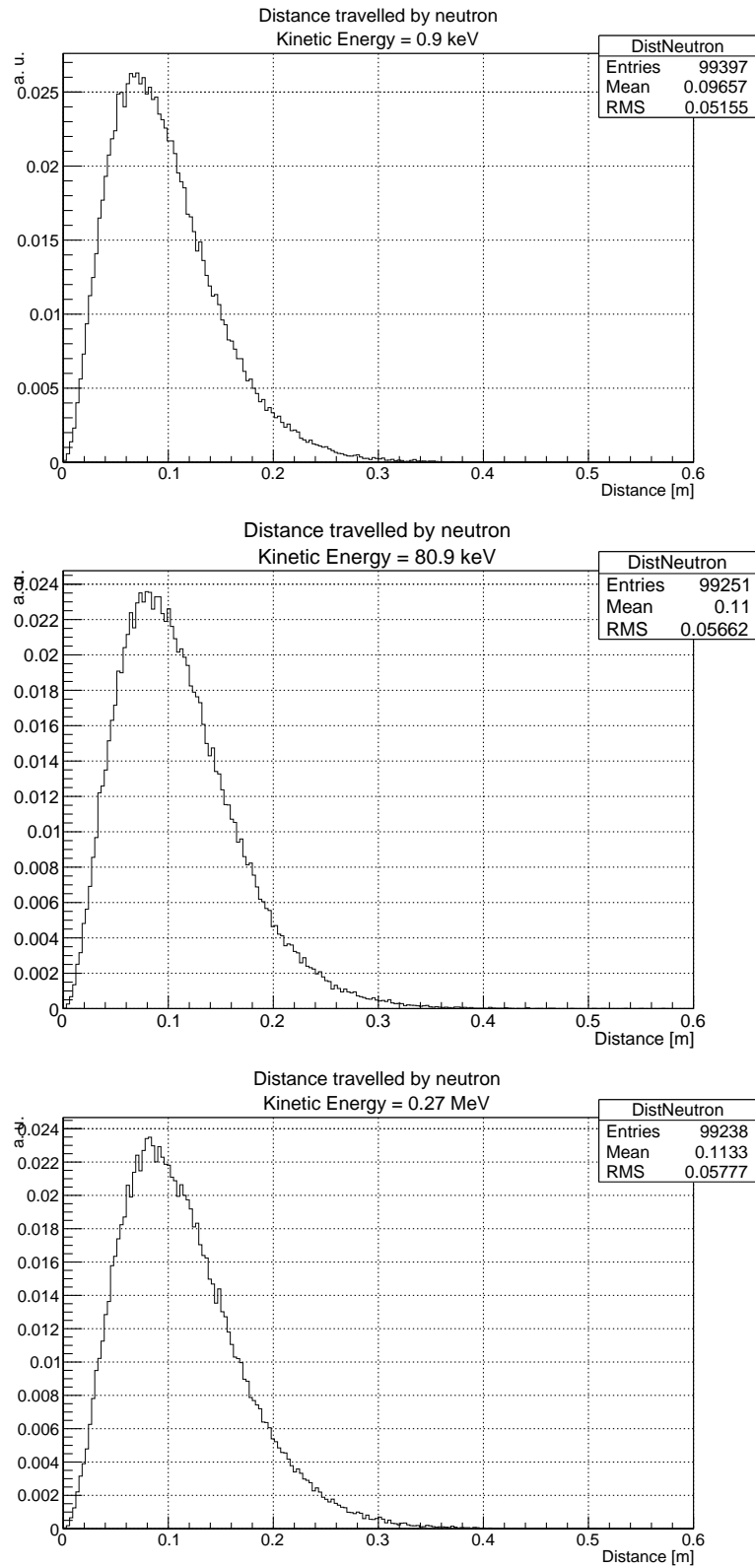


Figura 3.4: Distribuzioni della distanza dei neutroni al variare dell'energia iniziale del neutrone.

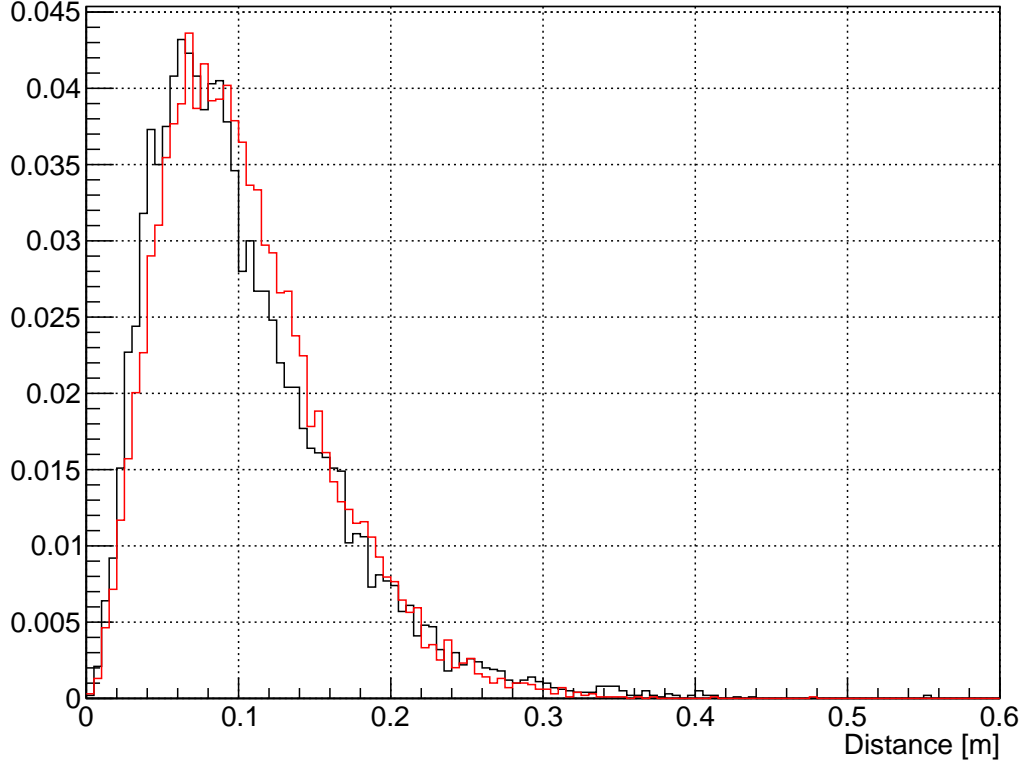


Figura 3.5: In rosso: la distribuzione normalizzata all'area del modulo della distanza. In nero: la stessa distribuzione ottenuta col framework ufficiale di JUNO.

random walk si può esprimere:

$$\bar{d} = \sqrt{n_{steps}} \lambda \quad (3.7)$$

ove n_{steps} il numero di passi compiuti dal neutrone prima di venire catturato. Si sa dalla letteratura [14] che nell'idrogeno, per un neutrone di 0.2 MeV, $n_{steps} = 18.2$, e dalle simulazioni costruite col framework ufficiale di JUNO si ha che $\bar{d} \simeq 10.15$ cm nel LAB, da cui si ha $\lambda = 2.39$ cm.

3.6 Confronto con i risultati dal framework di JUNO

Tutte queste assunzioni hanno permesso di semplificare e alleggerire il codice, e nello stesso tempo di riprodurre risultati interessanti e, soprattutto, coerenti - almeno in prima approssimazione - con quanto ci si attende.

In **Figura 3.5** sono messe a confronto la distribuzione della distanza del neutrone con la stessa proveniente da una simulazione effettuata utilizzando il framework ufficiale di JUNO: come si può osservare, le due distribuzioni hanno un andamento molto simile.

Capitolo 4

Conclusioni

Per questa simulazione, ci si è prefissati l'obiettivo di riprodurre, in maniera semplice e leggera, il segnale che ci si aspetta dall'interazione di antineutrini da reattore in JUNO. A tale scopo, la fisica e i parametri di input, laddove possibile, sono stati semplificati, ottenendo comunque dei risultati realistici.

In conclusione, questo programma è un buon strumento per ricavare alcune stime delle grandezze d'interesse dell'esperimento, in poco tempo e con poco dispendio di potenza computazionale. In prospettiva, ha la possibilità di essere implementato affinando la complessità delle assunzioni fisiche, o - come nel caso del random walk - semplificando alcuni processi, mantenendo sempre una certa leggerezza.

Bibliografia

- [1] A. Bettini. *Introduction to Elementary Particle Physics*. Cambridge University Press, 2008.
- [2] Y. Fukuda *et al.* “Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos”. *Phys. Rev. Lett.* 81 (8 ago. 1998), pp. 1562–1567.
- [3] R. Brugnera. “Neutrino Physics: a status report”. *International Journal of Modern Physics A* (2011). 26(29):4901.
- [4] Z. Maki, M. Nakagawa e S. Sakata. “Remarks on the unified model of elementary particles”. *Prog. Theor. Phys.* 28 (1962), p. 870.
- [5] B. Pontecorvo. “Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge”. *JETP* 26.5 (1968), p. 984.
- [6] M. Grassi. *The Juno Experiment - entering the era of precision neutrino physics*. Slides dal seminario "The Juno Experiment", Ferrara. 2015.
- [7] M.C. Gonzalez-Garcia *et al.* “Global fit to three neutrino mixing: critical look at present precision”. *JHEP* 1212:123 (2012).
- [8] D.V. Forero *et al.* “Global status of neutrino oscillation parameters after Neutrino-2012”. *Phys.Rev.* D86 (2012), p. 073012. arXiv: 1205.4018.
- [9] F. Capozzi *et al.* “Status of three-neutrino oscillation parameters, circa 2013”. *Phys.Rev.* D89.9 (2014), p. 093018. arXiv: 1312.2878.
- [10] J. Cao *et al.* “Determination of the neutrino mass hierarchy at an intermediate baseline”. *Phys. Rev. D* 78 (11 dic. 2008), p. 111103.
- [11] J. Cao *et al.* “Experimental requirements to determine the neutrino mass hierarchy using reactor neutrinos”. *Phys. Rev. D* 79 (7 apr. 2009), p. 073007.
- [12] J. Cao *et al.* “Unambiguous determination of the neutrino mass hierarchy using reactor neutrinos”. *Phys. Rev. D* 88 (1 lug. 2013), p. 013008.
- [13] W.L. Dunn e J.K. Shultis. “Exploring Monte Carlo Methods”. Elsevier, 2011. Cap. 10.
- [14] J.K. Shultis e R.E. Faw. *Fundamentals of Nuclear Science and Engineering*. 2nd. CRC Press, 2008.
- [15] A. Provenzano. *La distribuzione angolare di anti-neutrini in un detector a liquido scintillante di grandi dimensioni: un caso di studio sul detector LENA*. 2010.
- [16] G.V. Domogatsky *et al.* “Can radiogenic heat sources inside the Earth be located by their antineutrino incoming directions?” English. *Physics of Atomic Nuclei* 69.11 (2006), pp. 1894–1898. ISSN: 1063-7788.