



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL' INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

---

***TESI DI LAUREA MAGISTRALE***

**SVILUPPO DI UN POLARIMETRO  
AD ALTA VELOCITÀ E  
LE SUE APPLICAZIONI**

*Relatore:* Prof. LUCA PALMIERI

*Laureando:* BERNARD DOUNLA MEKEM

Matricola 1034819-TC

ANNO ACCADEMICO 2013-2014



A mia moglie Maria-Anna e mio figlio Gabriele



# Sommario

---

L'uso delle fibre ottiche nel monitoraggio della deformazione di grandi strutture (edifici, ponti), nelle misure di profili di temperatura (gallerie, aree vulcaniche, fondali marini) pone il problema della sensibilità dei dati ricevuti ad alcune proprietà della luce nel propagarsi nella fibra. In particolare, lo stato di polarizzazione della luce nel propagarsi nella fibra ottica è quasi aleatorio. Questa aleatorietà non controllata può influenzare l'esito di una misura. Lo scrambler di polarizzazione è un dispositivo capace di fare cambiare velocemente la polarizzazione della luce di modo che in media, lo stato di polarizzazione sia perfettamente aleatorio. Lo scopo della tesi è di caratterizzare lo scrambler di polarizzazione. Per questo è necessario stimare i parametri di Stokes che rappresentano lo stato di polarizzazione del campo elettromagnetico.



# Indice

---

<b>Sommario</b>	<b>v</b>
<b>Indice</b>	<b>vii</b>
<b>Elenco delle figure</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2 La polarizzazione</b>	<b>3</b>
2.1 Vettori di Stokes . . . . .	4
2.2 Matrici di Mueller . . . . .	5
2.2.1 Polarizzatori . . . . .	6
2.2.2 Lamine di ritardo . . . . .	7
2.2.3 Elementi ottici ruotati . . . . .	8
2.2.4 Come misurare i parametri di Stokes : la tecnica eterodina . . . . .	9
<b>3 Scrambler di polarizzazione</b>	<b>11</b>
3.1 Principio di Funzionamento . . . . .	11
3.2 Applicazioni . . . . .	14
3.2.1 Sistemi di comunicazioni in fibra ottica . . . . .	14
3.2.2 Misure sperimentali . . . . .	15
3.2.3 Sensori distribuiti . . . . .	15
<b>4 Progetto</b>	<b>17</b>
4.1 Schema sperimentale . . . . .	17
4.1.1 Protocollo sperimentale . . . . .	17
4.1.2 Modello matematico del segnale da analizzare . . . . .	18
4.2 Analisi dati sperimentali . . . . .	22
<b>Conclusioni</b>	<b>37</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>39</b>



# Elenco delle figure

---

2.1	Piano d'onda . . . . .	3
2.2	ellisse di polarizzazione . . . . .	4
2.3	Sfera di poincaré . . . . .	6
2.4	Rotazione delle componenti del cem . . . . .	8
2.5	propagazione luce attraverso un elemento ottico ruotato . . . . .	9
2.6	Schema di principio per la tecnica eterodina [3] . . . . .	10
3.1	Scrambler di polarizzazione. . . . .	11
3.2	PolaRITE III integrato alla scheda piezoelettrica. . . . .	12
3.3	Caratteristiche del circuito integrato. . . . .	12
3.4	Fiber squeezers. . . . .	12
3.5	Variazioni dello stato di polarizzazione al variare della tensione di pilotaggio. . . . .	13
3.6	Eliminazione della PDG in sistema di trasmissione ottico. . . . .	14
3.7	PDL e misure. . . . .	15
4.1	Schema del banco sperimentale [3] . . . . .	17
4.2	Schema di estrazione della fase e dell'ampiezza . . . . .	20
4.3	Demodulazione della fase e dell'ampiezza . . . . .	20
4.4	Ricostruzione della fase . . . . .	21
4.5	Parametri di Stokes . . . . .	22
4.6	Demodulazione ampiezza e fase polarizzazione P, $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$ . . . . .	23
4.7	Demodulazione ampiezza e fase polarizzazione S, $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$ . . . . .	23
4.8	Ricostruzione fase polarizzazione P, $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$ . . . . .	24
4.9	ricostruzione fase polarizzazione S, $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$ . . . . .	24
4.10	Parametri di Stokes s1,s2, s3, $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$ . . . . .	25
4.11	Istogrammi parametri di Stokes, $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$ . . . . .	25
4.12	Parametri di Stokes s1,s2, s3, $f_{scrambler} = 10kHz$ , $M = 200$ . . . . .	26
4.13	Istogrammi dei parametri di Stokes, $f_{scrambler} = 10kHz$ , $M = 200$ . . . . .	26
4.14	Parametri di Stokes s1,s2, s3, $f_{scrambler} = 20kHz$ , $M = 400$ . . . . .	27
4.15	Istogramma, $f_{scrambler} = 20kHz$ , $M = 400$ . . . . .	27
4.16	$f_{scramb} = 1 kHz$ , $M = 20$ . . . . .	29
4.17	$f_{scramb} = 2 kHz$ , $M = 40$ . . . . .	30
4.18	$f_{scramb} = 5 kHz$ , $M = 100$ . . . . .	31
4.19	$f_{scramb} = 10 kHz$ , $M = 200$ . . . . .	32
4.20	$f_{scramb} = 20 kHz$ , $M = 400$ . . . . .	33
4.21	$f_{scramb} = 50 kHz$ , $M = 1000$ . . . . .	34
4.22	$f_{scramb} = 100 kHz$ , $M = 2000$ . . . . .	35
4.23	$f_{scramb} = 200 kHz$ , $M = 4000$ . . . . .	36



## Introduzione

---

La polarizzazione è una proprietà fondamentale che caratterizza i campi elettromagnetici. Essa rappresenta il fatto che il campo elettrico e quello magnetico sono grandezze vettoriali. Tuttavia per studiare la polarizzazione non è restrittivo considerare il solo caso della polarizzazione del campo elettrico visto che campi elettrici e magnetici sono essenzialmente legati tramite un'operazione di rotazione. La natura e le proprietà che possiede la luce polarizzata sono importanti e vengono sfruttate in numerose discipline e campi che spaziano in tutte le diverse scienze. Lo stato di polarizzazione della luce nel propagarsi nella fibra ottica è quasi aleatorio. Questa aleatorietà non controllata può influenzare l'esito di una misura.

Per esempio in ambiente delle tecnologie dei materiali, è importante monitorare alcune proprietà dei materiali utilizzati per costruire strutture complesse quali edifici e ponti nell'obiettivo di prevenire degradi improvvisi con conseguenze a volte catastrofiche. Per questo si sono notevolmente sviluppati sensori ottici. Sostanzialmente si tratta di installare lungo la struttura da monitorare fibre ottiche e sfruttare le loro proprietà per dedurre comportamenti inadeguati della struttura. Infatti, sfruttando la diffusione Brillouin stimolata, si è in grado di effettuare una misura distribuita di temperatura e di trazione lungo il sensore. Ad esempio, una misura precisa del guadagno Brillouin permette di individuare la densità del nucleo ed il diametro della fibra stessa. Inoltre, una variazione della frequenza Brillouin indica un cambiamento di temperatura della fibra ottica [8].

La polarizzazione della radiazione elettromagnetica è alla base del funzionamento di numerosi sistemi di comunicazione. Nell'ambito delle telecomunicazioni, la crescita esponenziale della richiesta di velocità nella trasmissione dei dati, ha indotto l'utilizzo di sistemi di comunicazione in fibre ottiche, che permettono di soddisfare elevate capacità di richiesta in termini di qualità del servizio offerte dalla rete. Per incrementare l'efficienza spettrale dei sistemi di trasmissione WDM (Wavelength Division Multiplexing), tecniche di trasmissione basate sulla polarizzazione sono state sviluppate. Per esempio, la PDM (Polarization division multiplexing) permette il multiplexing del segnale sfruttando il tipo di polarizzazione delle onde elettromagnetiche che lo trasportano; l'interpretazione dei dati ricevuti è consentita grazie all'ortogonalità dei segnali trasmessi, che viene ottenuta dallo stato di polarizzazione che li caratterizza e consente di ottenere elevate velocità dell'ordine della decina di Gigabit per secondo[6].

In tutte queste applicazioni, è di fondamentale importanza l'utilizzo di uno scrambler di polarizzazione. Lo scrambler di polarizzazione è un dispositivo capace di modificare più o meno velocemente lo stato di polarizzazione della luce di modo che in media, risulti aleatorio. Questa aleatorietà si traduce in un grado di polarizzazione (DOP) vicina allo zero. Lo stato di polarizzazione della luce è rappresentabile tramite il vettore di Stokes composto da quattro parametri proporzionali alle intensità dei campi elettrici. Lo scrambler è in grado di[6]: ridurre gli effetti della PDG

(Polarization Dependent Gain) negli amplificatori ottici nei sistemi di trasmissione perché la PDG è proporzionale al DOP; cancellare la sensibilità degli strumenti quali analizzatori di spettro ottici; mitigare la PMD (Polarization mode dispersion).

Con l'obiettivo principale di caratterizzare statisticamente lo scrambler di polarizzazione, si è visto che c'è una differenza di comportamento fra i parametri di Stokes per quanto riguardano la distribuzione e l'aleatorietà dei valori assunti dai singoli parametri.

Nel primo capitolo si introduce il concetto di polarizzazione e si presenta la tecnica eterodina per la misura dell'intensità dei campi elettrici ovvero dei parametri di Stokes. Nel secondo capitolo si presenta il principio di funzionamento e le applicazioni dello scrambler di polarizzazione in particolare i sensori distribuiti. Il terzo e quarto capitolo spiegano il progetto e presentano i risultati.

## La polarizzazione

I campi magnetico e elettrico di un'onda piana progressiva monocromatica nel vuoto, oscillano su un piano ortogonale alla direzione di propagazione dell'onda. Per descrivere il campo, è sufficiente<sup>1</sup> studiare l'evoluzione del campo elettrico, nel tempo, in un piano normale alla direzione di propagazione detto piano d'onda. Per convenzione, l'osservazione si fa nel senso opposto a quella della propagazione (figura 2.1). La polarizzazione è quindi definito come l'insieme dei punti che descrive l'estremità del vettore campo elettrico nel tempo, nel piano d'onda. L'espressione

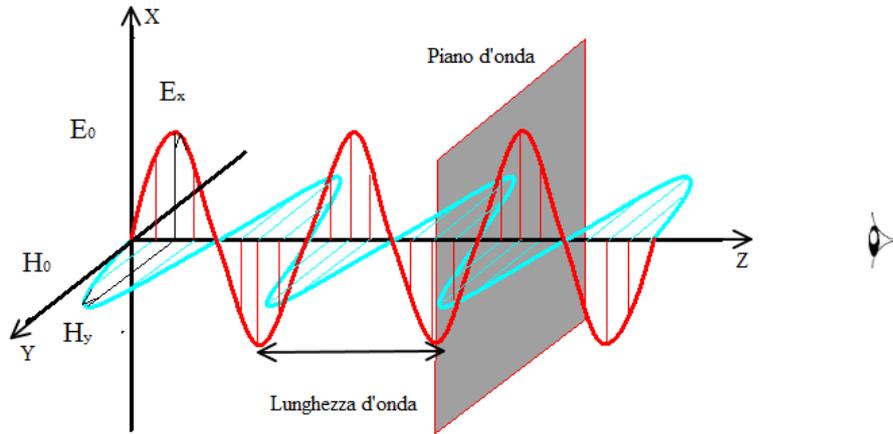


Fig. 2.1: Piano d'onda

del campo elettrico di un onda piana monocromatica in un punto  $M$  è:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \quad (2.0.1)$$

dove

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} A_x e^{j\phi_x} \\ A_y e^{j\phi_y} \\ A_z e^{j\phi_z} \end{bmatrix} \quad (2.0.2)$$

$A_x, A_y, A_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z$  rappresentano rispettivamente ampiezze e fasi delle componenti  $E_x, E_y, E_z$  del campo elettrico complesso nel punto  $M$ . Quindi

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \begin{bmatrix} A_x \cos(\omega t + \phi_x) \\ A_y \cos(\omega t + \phi_y) \\ A_z \cos(\omega t + \phi_z) \end{bmatrix} \quad (2.0.3)$$

$$= \begin{bmatrix} A_x \cos(\phi_x) \\ A_y \cos(\phi_y) \\ A_z \cos(\phi_z) \end{bmatrix} \cos(\omega t) + \begin{bmatrix} -A_x \sin(\phi_x) \\ -A_y \sin(\phi_y) \\ -A_z \sin(\phi_z) \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (2.0.4)$$

$$= \mathbf{A}^r(\mathbf{r}) \cos(\omega t) - \mathbf{A}^i(\mathbf{r}) \sin(\omega t) \quad (2.0.5)$$

$$= \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})] \cos(\omega t) - \text{Im}[\mathbf{E}(\mathbf{r})] \sin(\omega t) \quad (2.0.6)$$

<sup>1</sup>I campi magnetico e elettrico sono legati dall'equazione  $\mathbf{B} = \frac{\mathbf{k} \wedge \mathbf{E}}{\omega}$

dove  $\mathbf{A}^r(r)$  e  $\mathbf{A}^i(r)$  sono due vettori reali indipendenti dal tempo. Si vede allora che la curva descritta dall'estremità del campo elettrico in M, nel piano di polarizzazione individuato dai vettori  $\mathbf{A}^r(r)$  e  $\mathbf{A}^i(r)$  in funzione del tempo ammette come rappresentazione parametrica

$$\begin{cases} E_{x'} = \|\mathbf{A}^r(r)\| \cos(\omega t) \\ E_{y'} = \|\mathbf{A}^i(r)\| \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.0.7)$$

L'interesse di questa rappresentazione è di fare vedere che l'equazione 2.0.7 è un'ellisse di cui assi principali non giacciono necessariamente nel sistema di riferimento  $\{\hat{x}', \hat{y}'\}$ . Prendendo come sistema di riferimento  $\hat{x}, \hat{y}$  parallelo agli assi principali

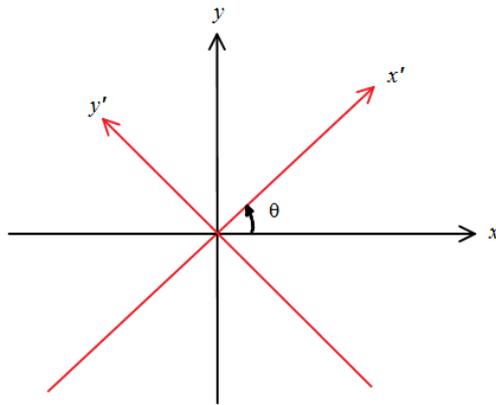


Fig. 2.2: ellisse di polarizzazione

dell'ellisse, si dimostra che la polarizzazione del campo in funzione del tempo è

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = a \cos(\omega t + \phi) \hat{x} \pm b \sin(\omega t + \phi) \hat{y} \quad (2.0.8)$$

da cui il vettore complesso nella stessa base si scrive

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} = a e^{j\phi} \hat{x} \pm j b e^{j\phi} \hat{y} \quad (2.0.9)$$

dove  $a$  e  $b$  sono costanti reali e positive che rappresentano la lunghezza dei semiassi dell'ellisse e  $\phi$  la fase. Inoltre  $E_x = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \hat{x}$  e  $E_y = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \hat{y}$ . Notiamo subito che se  $a = b$  diversi da zero, l'equazione 2.0.8 è una circonferenza e si parla di polarizzazione circolare destrorsa ( $+b$ ) o sinistrorsa ( $-b$ ). Inoltre se una delle costanti è nulla e l'altra è diversa da zero, si parla di polarizzazione rettilinea rispetto ad  $\hat{x}$  se  $a \neq 0, b = 0$  oppure rispetto a  $\hat{y}$  se  $b \neq 0, a = 0$ .

## 2.1 Vettori di Stokes

Consideriamo il vettore complesso  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = A_x e^{j\phi_x} \hat{x}' + A_y e^{j\phi_y} \hat{y}'$  espresso in una base ortogonale nel piano di polarizzazione associato ad un campo elettrico monocromatico. Il vettore reale  $\mathbf{S}$  detto vettore di Stokes rappresenta lo stato di polarizzazione del campo.

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x^2 + A_y^2 \\ A_x^2 - A_y^2 \\ 2A_x A_y \cos(\phi_x - \phi_y) \\ 2A_x A_y \sin(\phi_x - \phi_y) \end{pmatrix} \quad (2.1.1)$$

Il versore di Stokes si ottiene normalizzando rispetto a  $S_0$ ,

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{A_x^2 + A_y^2} \begin{pmatrix} A_x^2 - A_y^2 \\ 2A_x A_y \cos(\phi_x - \phi_y) \\ 2A_x A_y \sin(\phi_x - \phi_y) \end{pmatrix} \quad (2.1.2)$$

Per meglio capire il significato del vettore di Stokes, l'equation 2.0.8 riferito a un generico sistema nel piano di polarizzazione si riscrive

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} a \cos \delta \\ -a \sin \delta \end{pmatrix} \cos(\omega t + \phi) + \begin{pmatrix} \pm b \sin \delta \\ \pm b \cos \delta \end{pmatrix} \cos(\omega t + \phi) \quad (2.1.3)$$

dove  $\delta$  è l'angolo di rotazione di un sistema di riferimento rispetto all'altro (vedere figura 2.2). In questo caso,

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{a^2 + b^2} \begin{pmatrix} (a^2 - b^2) \cos 2\delta \\ (a^2 - b^2) \sin 2\delta \\ 2ab \end{pmatrix} \quad (2.1.4)$$

Definendo l'ellitticità dell'ellisse di polarizzazione  $\epsilon = \arctan(\pm \frac{b}{a})$ , il versore di Stokes 2.1.4 può essere riscritto nella forma

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\epsilon \cos 2\delta \\ \cos 2\epsilon \sin 2\delta \\ \sin 2\epsilon \end{pmatrix} \quad (2.1.5)$$

I punti  $\hat{s} = (0, 0, 1)$  e  $\hat{s} = (0, 0, -1)$  corrispondono rispettivamente ad avere una polarizzazione circolare destrorsa e sinistrorsa. Infatti  $s_1$  e  $s_2$  sono entrambi nulli quando  $a = b$  e quindi  $\epsilon = \pm \frac{\pi}{4}$ . Se  $\epsilon = 0$  ( $b = 0$ ) oppure  $\epsilon = \frac{\pi}{2}$  ( $a = 0$ ),  $s_3 = 0$  e la polarizzazione risulta rettilinea.

La sfera di Poincaré<sup>2</sup>2.3 si presta molto bene per la rappresentazione geometrica della polarizzazione. la parte superiore individua il luogo dei punti a polarizzazioni ellittiche destrorse e viceversa, la parte inferiore individua il luogo dei punti a polarizzazioni ellittiche sinistrorse. Punti particolari quale il polo nord rappresenta la polarizzazione circolare destrorsa ( $\hat{s} = (0, 0, 1)$ ) e il polo sud quella sinistrorsa ( $\hat{s} = (0, 0, -1)$ ) mentre  $s_3 = 0$  l'equatore è il luogo delle polarizzazioni rettilinee. Infine possiamo definire il grado di polarizzazione

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (2.1.6)$$

Se  $DOP = 1$  allora la luce è totalmente polarizzata. Per una luce depolarizzata come la luce del sole, il  $DOP$  è identicamente nullo.

## 2.2 Matrici di Mueller

Le matrici di Mueller permettono di studiare le variazioni dello stato di polarizzazione quando la luce interagisce con differenti elementi ottici.

<sup>2</sup>Sfera di raggio unitario utilizzata in ottica per rappresentare gli stati di polarizzazione della luce. È stata presentata nel 1892 dal matematico francese Henri Poincaré, *Théorie mathématique de la lumière*.

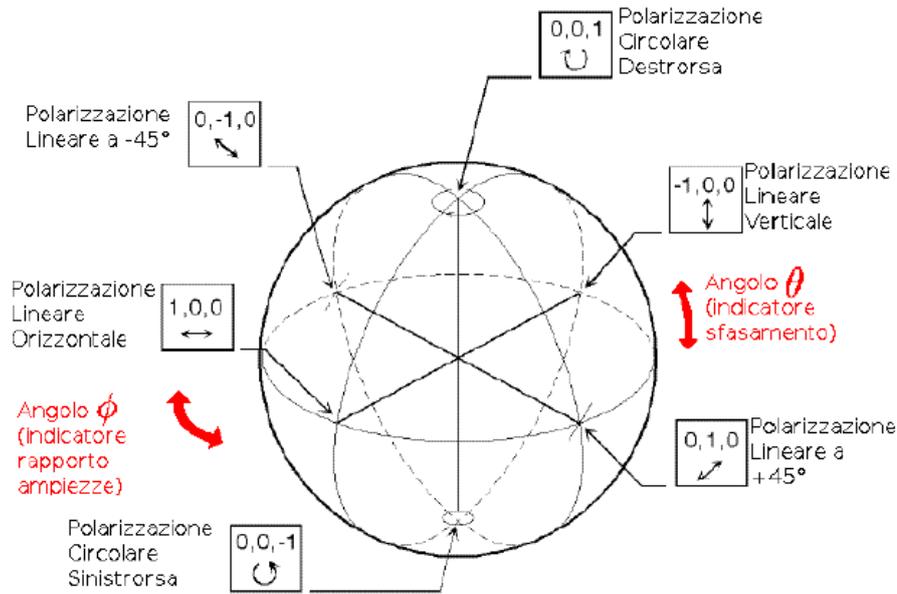


Fig. 2.3: Sfera di Poincaré

Sia  $\mathbf{S}$  il vettore di Stokes che descrive lo stato di polarizzazione della luce incidente su un elemento ottico. Dopo l'attraversamento dell'elemento ottico, lo stato di polarizzazione si scrive

$$\mathbf{S}' = \begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.2.1)$$

La matrice

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \quad (2.2.2)$$

ha dimensione  $4 \times 4$  è detta matrice di Mueller e descrive interamente il passaggio da uno stato di polarizzazione ad un altro attraverso un elemento ottico. Se il sistema ottico è formato dalla combinazione di diversi elementi ottici, la matrice di Mueller che descrive l'intero sistema è determinata dalla cascata delle singole matrici di Mueller. Per cambiare lo stato di polarizzazione di una sorgente ottica, si possono modificare le ampiezze delle componenti trasversali del cem tramite un polarizzatore, oppure può essere introdotta una differenza di fase grazie ad una lamina di ritardo, o ancora le componenti possono essere ruotate di un angolo  $\theta$  grazie ad un elemento rotatorio.

### 2.2.1 Polarizzatori

Un polarizzatore è un elemento ottico che attenua le componenti trasversali del campo elettromagnetico in maniera diversa cioè lascia passare una componente rispetto

all'altra. Sia quindi un fascio incidente su un polarizzatore, dopo l'attraversamento del polarizzatore, le componenti trasverse sono

$$E'_x = a_x E_x, \quad 0 \leq a_x \leq 1 \quad (2.2.3)$$

$$E'_y = a_y E_y, \quad 0 \leq a_y \leq 1 \quad (2.2.4)$$

dove  $a_x$  e  $a_y$  sono due fattori di attenuazione. Dalla definizione dei parametri di Stokes

$$S'_0 = E'_x E'_x{}^* + E'_y E'_y{}^* \quad (2.2.5)$$

$$S'_1 = E'_x E'_x{}^* - E'_y E'_y{}^* \quad (2.2.6)$$

$$S'_2 = 2\text{Re}[E'_x E'_y{}^*] \quad (2.2.7)$$

$$S'_3 = 2\text{Im}[E'_x E'_y{}^*] \quad (2.2.8)$$

quindi

$$\mathbf{S}' = \begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x^2 + a_y^2 & a_x^2 - a_y^2 & 0 & 0 \\ a_x^2 - a_y^2 & a_x^2 + a_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2a_x a_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2a_x a_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.2.9)$$

Matrici particolari di Mueller si ottengono quando una delle componenti del campo trasverso è nulla. In questo caso si parla di polarizzazione rettilinea orizzontale ( $a_y = 0$ ) oppure verticale ( $a_x = 0$ ). Le rispettive matrici di Mueller sono

$$\mathbf{M}_H = \frac{a_x^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2.10)$$

$$\mathbf{M}_V = \frac{a_y^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2.11)$$

### 2.2.2 Lamine di ritardo

la lamina di ritardo altera lo stato di polarizzazione della luce introducendo una differenza di fase  $\theta$  tra le componenti trasversali del campo elettromagnetico.

$$E'_x = E_x e^{j\frac{\theta}{2}} \quad (2.2.12)$$

$$E'_y = E_y e^{-j\frac{\theta}{2}} \quad (2.2.13)$$

da cui

$$\mathbf{S}' = \begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.2.14)$$

Casi particolare di lamina si ottengono quando lo sfasamento  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , si parla di lamina a quarto d'onda con matrice di Mueller

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2.15)$$

oppure quando  $\theta = \pi$ , si parla di lamina a mezz'onda con matrice di Mueller

$$\mathbf{M}_{\text{HWP}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.2.16)$$

Un esempio di utilizzo della lamina a quarto d'onda è di trasformare una polarizzazione rettilinea a  $45^\circ$  in una polarizzazione circolare mentre la lamina a mezz'onda porta una polarizzazione rettilinea a  $45^\circ$  ad un'altra polarizzazione rettilinea a  $-45^\circ$ .

### 2.2.3 Elementi ottici ruotati

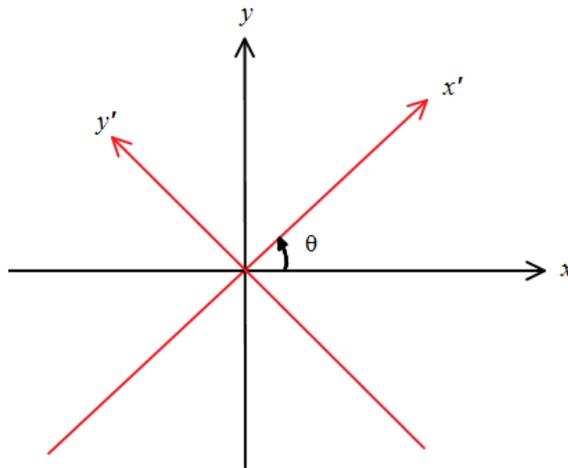


Fig. 2.4: Rotazione delle componenti del cem

Un'ulteriore possibilità che permette la variazione dello stato di polarizzazione della luce è la rotazione dell'elemento ottico rispetto al sistema di riferimento di un angolo  $\theta$ . Siano  $E_x$  ed  $E_y$  le ampiezze delle due componenti del campo elettromagnetico che generano la radiazione in ingresso al sistema ottico. All'uscita il raggio avrà subito una rotazione di un angolo  $\theta$  e le relative equazioni che ne descrivono il cambiamento sono

$$E'_x = E_x \cos \theta + E_y \sin \theta \quad (2.2.17)$$

$$E'_y = -E_x \sin \theta + E_y \cos \theta \quad (2.2.18)$$

Quindi la matrice di Mueller della rotazione è

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2.19)$$

Notiamo che l'angolo di  $2\theta$  è dovuto al fatto che la matrice di Mueller è una trasformazione dei vettori di Stokes e quindi legato all'intensità della luce cioè al quadrato delle ampiezze del cem. Se  $\mathbf{M}$  è la matrice di Mueller di un elemento ottico, si può dimostrare che dopo il passaggio da un elemento ottiche ruotato, il vettore di Stokes che descrive lo stato di polarizzazione all' uscita del sistema è dato da

$$\mathbf{S}' = \mathbf{R}(\theta) \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}(-\theta) \cdot \mathbf{S} \quad (2.2.20)$$

A titolo di esempio, la matrice di Mueller di una lamina a mezz'onda ruotata è

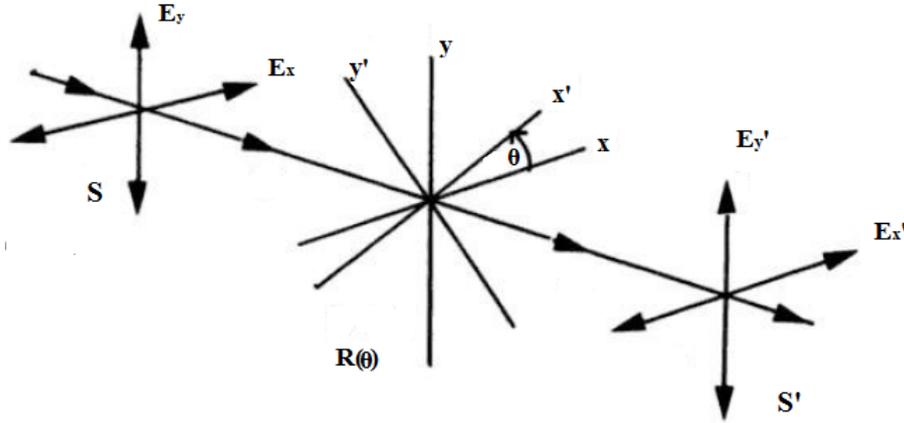


Fig. 2.5: propagazione luce attraverso un elemento ottico ruotato

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(\theta) \cdot \mathbf{M}_{\text{HWP}} \cdot \mathbf{R}(-\theta) \quad (2.2.21)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 4\theta & -\sin 4\theta & 0 \\ 0 & -\sin 4\theta & -\cos 4\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.2.22) \end{aligned}$$

con  $\mathbf{M}_{\text{HWP}}$  definito in 2.2.16.

### 2.2.4 Come misurare i parametri di Stokes : la tecnica eterodina

Con riferimento alla figura 2.6, si vuole calcolare i parametri di Stokes del campo elettrico incognito. Come vedremo in seguito il campo elettrico incognito è il campo all'uscita dello scrambler di polarizzazione. Sia quindi  $e(t)$  il campo elettrico sinusoidale alla pulsazione  $\omega$  di cui vogliamo estrarre i parametri di Stokes e consideriamo un altro campo elettrico di riferimento alla pulsazione  $\omega - \Omega$  e con polarizzazione rettilinea a 45 gradi rispetto agli assi principale del piano di polarizzazione  $x$  e  $y$ . I vettori complessi dei due campi elettrici sono

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x e^{j\phi_x} \\ A_y e^{j\phi_y} \end{pmatrix} \quad \mathbf{E}_R = \begin{pmatrix} E_{R,x} \\ E_{R,y} \end{pmatrix} = A_R \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.2.23)$$

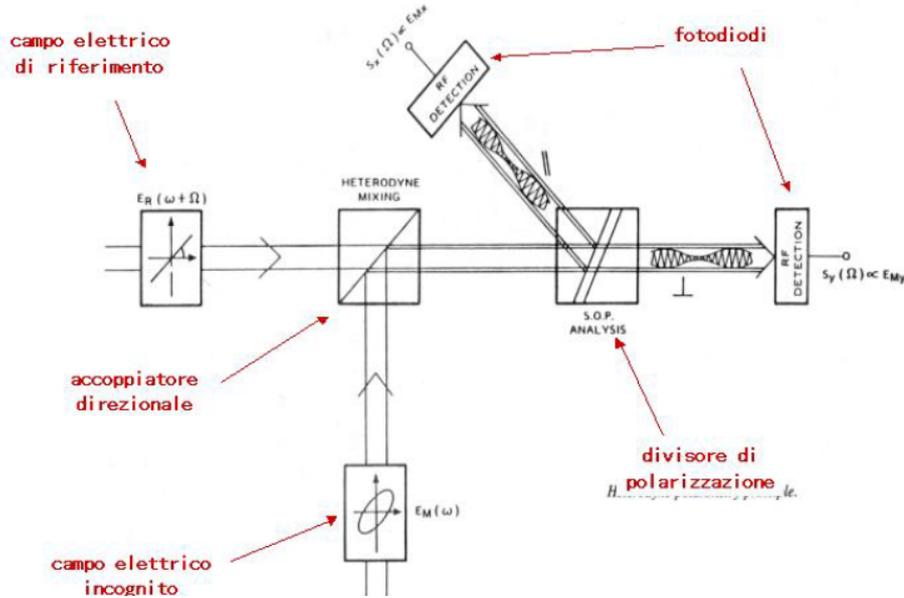


Fig. 2.6: Schema di principio per la tecnica eterodina [3]

I due campi elettrici avendo frequenze diverse, è conveniente rappresentarle tramite i segnali analitici ed i relativi involuppi complessi valutati rispetto a  $\omega$ .

$$e^{(a)}(t) = \mathbf{E}e^{j\omega t} \quad e_R^{(a)}(t) = [\mathbf{E}_R e^{-j\Omega t}]e^{j\omega t} \quad (2.2.24)$$

Questi due campi elettrici rappresentati dall'equazione 2.2.24 vengono accoppiati tramite l'accoppiatore direzionale e quindi il campo totale all'uscita dell'accoppiatore risulta

$$\mathbf{E}_T(t) = \mathbf{E} + \mathbf{E}_R e^{-j\Omega t} = \begin{pmatrix} A_x e^{j\phi_x} \\ A_y e^{j\phi_y} \end{pmatrix} + A_R \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-j\Omega t} \quad (2.2.25)$$

Successivamente, il campo totale attraversa il divvisore di polarizzazione che separa il percorso della componente del campo polarizzata lungo l'asse  $x$  da quello della componente del campo polarizzata lungo l'asse  $y$ . Quindi all'uscita del dispositivo abbiamo due campi elettrici separati:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(t) &= \mathbf{E}_T(t) \cdot \hat{x} = [A_x e^{j\phi_x} + A_R e^{-j\Omega t}] \hat{x} \\ \mathbf{E}_2(t) &= \mathbf{E}_T(t) \cdot \hat{y} = [A_y e^{j\phi_y} + A_R e^{-j\Omega t}] \hat{y} \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

Questi due campi elettrici vengono fotorivelati da due fotodiodi uguali tra di loro che producono segnali di corrente proporzionali alle intensità dei campi:

$$\begin{aligned} I_1(t) &= |\mathbf{E}_1(t)|^2 = \frac{1}{2}(A_R^2 + A_x^2 + A_R A_x \cos(\Omega t + \phi_x)) \\ I_2(t) &= |\mathbf{E}_2(t)|^2 = \frac{1}{2}(A_R^2 + A_y^2 + A_R A_y \cos(\Omega t + \phi_y)) \end{aligned} \quad (2.2.27)$$

questi due segnali di corrente possono essere visualizzati da un oscilloscopio digitale e elaborati da un programma capace di estrarre le componenti  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  da cui calcolare i parametri di Stokes dato dall'equazione 2.1.1.

## Scrambler di polarizzazione

---

Lo scrambler di polarizzazione è un dispositivo capace di fare cambiare più o meno velocemente in modo aleatorio lo stato di polarizzazione di una luce polarizzata. Ad ogni istante, lo stato di polarizzazione è ben definito e il grado di polarizzazione è vicino ad uno. Tuttavia, se si effettua una media nel tempo, il grado di polarizzazione si avvicina allo zero. Il che traduce il fatto che all'uscita dello scrambler, la luce è depolarizzata. Tuttavia questa depolarizzazione è relativa perché dipende dalla media temporale. Infatti, lo scrambler deve essere sufficiente veloce per coprire l'intera sfera di Poincaré ovvero percorrere tutti gli stati di polarizzazione in un breve periodo di tempo. In questo modo, un rivelatore non sarebbe in grado di rivelare un singolo stato di polarizzazione.



Fig. 3.1: Scrambler di polarizzazione.

### 3.1 Principio di Funzionamento

Lo scrambler in esame è un circuito integrato della *General Photonics*, di cui caratteristiche sono riportate in figura 3.3, composto da un controllore di polarizzazione dinamico (PolaRITE III) e di una scheda piezoelettrica per controllare lo stato di polarizzazione del campo da un segnale analogico ( $0 - 5V$ ) oppure da un segnale digitale (12 bit TTL)(Figura 3.2).

Il controllore di polarizzazione dinamico (*DPC*, Dynamic Polarization Controller) è composto da quattro *fiber squeezers*(*FS*) orientati a  $45^\circ$  l'uno d'altro. Ogni FS è pilotato da un segnale di tensione. Schiacciare la fibra ottica induce una birifrangenza lineare nella fibra e quindi modifica lo stato di polarizzazione del segnale luminoso che lo attraversa.

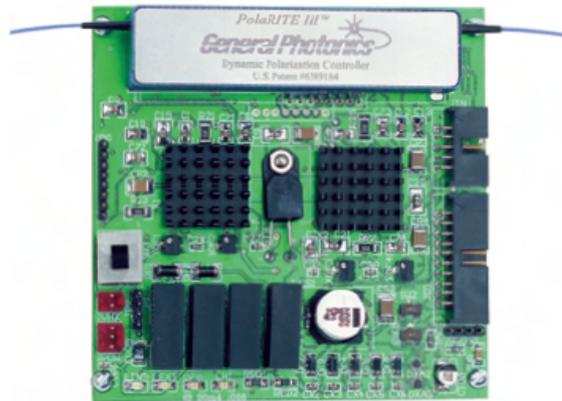


Fig. 3.2: PolarRITE III integrato alla scheda piezoelettrica.

External Analog Input	10 pin
External Digital Input	20 pin
Number of Channels	3 or 4
Max. Output Voltage	140 V
Max. Output Current	20 mA / channel all channels (continuous) <sup>1</sup> 60 mA single channel (continuous) 60 mA per channel (peak)
Max. Analog Control Voltage	5 V
Analog Input Gain	30 V/V $\pm$ 1 %
Digital Control Resolution	12 Bits
Input Impedance	> 20 k $\Omega$
Output Impedance	50 $\Omega$
Noise	< 40 mV (RMS) <sup>2</sup>
Response Time	< 65 $\mu$ s rise and fall time with 15V output
Power Supply	+12 VDC/1.2A, -12 VDC/0.1A, or external PWR-002 <sup>3</sup>
Operating Temperature	0 ~ 40 $^{\circ}$ C
Storage Temperature	-20 ~ 60 $^{\circ}$ C
Board Dimensions	100 (W) $\times$ 100 (L) $\times$ 20 (H) mm

Fig. 3.3: Caratteristiche del circuito integrato.

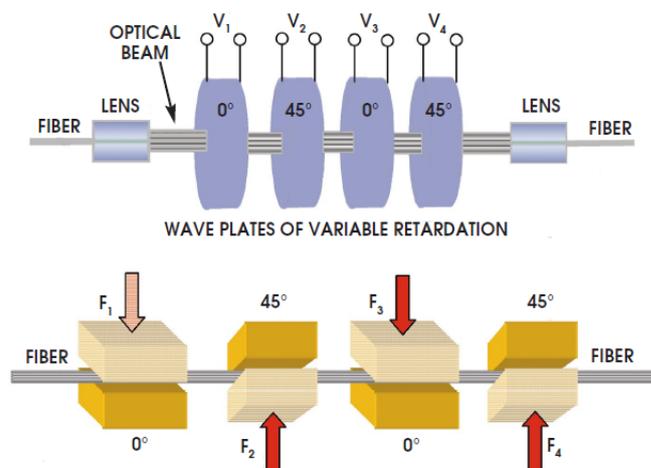


Fig. 3.4: Fiber squeezers.

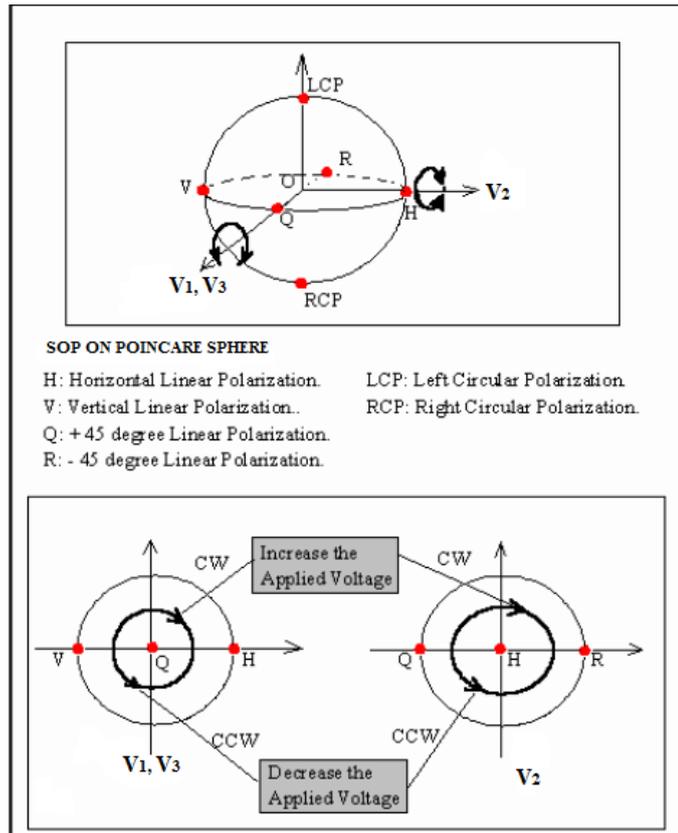


Fig. 3.5: Variazioni dello stato di polarizzazione al variare della tensione di pilotaggio.

Qualunque stato di polarizzazione di una sorgente monocromatica può essere rappresentato da un particolare vettore di Stokes e quindi un punto sulla sfera di Poincaré, come si vede in figura 3.5. In linea di principio, aumentando o abbassando la tensione di pilotaggio di un FS, lo stato di polarizzazione ruota rispettivamente in senso orario o antiorario attorno ad un asse che giace sull'equatore (sfera di Poincaré) mentre aumentando o abbassando la tensione in un secondo FS orientato a  $45^\circ$  rispetto al primo porta lo stato di polarizzazione a ruotare attorno ad un asse ortogonale al primo asse. Quindi possiamo effettivamente generare un qualsiasi stato di polarizzazione a partire da uno qualunque agendo sulla la tensione di pilotaggio dei FS. Tuttavia, se lo stato iniziale è parallelo alla direzione di uno dei due FS, non è possibile cambiarlo. Alla luce di quanto visto nel capitolo precedente, siamo in grado di determinare lo stato di polarizzazione all'uscita del sistema ottico in figura 3.4. Partendo dai primi due elementi ottici, la matrice di Mueller risultante è

$$\mathbf{M}_{0-45} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \quad (3.1.1)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \sin \theta_1 & \sin \theta_2 \cos \theta_1 \\ 0 & 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \sin \theta_1 & \cos \theta_2 \cos \theta_1 \end{pmatrix} \quad (3.1.2)$$

Se consideriamo alcuni casi particolare di polarizzazione all'ingresso del sistema ot-

tico caratterizzato dalla matrice di Mueller  $\mathbf{M}_{0-45}$ , ad esempio una polarizzazione rettilinea orizzontale (*LHP*) e polarizzazione circolare destrorsa (*RCP*) si mostra [1] che solo con l'ingresso ottico RCP si ha un copertura completa della sfera di Poincaré. Quindi i due primi elementi del *PolaRITE* non sono sufficienti a controllare la polarizzazione. Aggiungendo il terzo elemento del *PC*, la matrice di Mueller [1] è data da

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \sin \theta_1 & \sin \theta_2 \cos \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_3 \sin \theta_2 & \cos \theta_3 \cos \theta_1 - \sin \theta_3 \sin \theta_1 \cos \theta_2 & -\cos \theta_3 \sin \theta_1 - \sin \theta_3 \cos \theta_2 \cos \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_2 \cos \theta_3 & \cos \theta_1 \sin \theta_3 + \cos \theta_3 \cos \theta_2 \sin \theta_1 & -\sin \theta_3 \sin \theta_1 + \cos \theta_3 \cos \theta_2 \cos \theta_1 \end{pmatrix} \quad (3.1.3)$$

Con questa nuova configurazione, per gli stessi ingressi di prima, abbiamo una migliore copertura della sfera di Poincaré. Infine considerando l'intera configurazione in figura 3.4, la risultante matrice di Mueller è dato dal prodotto delle singole matrici e risulta molto complessa. Tuttavia, come dimostrato in [1], con ingressi al sistema di vari stati di polarizzazione circolare, rettilinea e ellittica, l'uscita del sistema ottico in figura 3.4 copre molto bene la sfera di Poincaré. Quindi, lo scrambler di polarizzazione in esame dal punto di vista teorico presenta buone prestazioni. Nel capitolo seguente vedremo con i risultati sperimentali se tale comportamento è verificato.

## 3.2 Applicazioni

Le applicazioni dello scrambler di polarizzazione sono numerose in vari ambiti quali reti di comunicazioni ottiche, sistemi di sensing in fibra e sistemi di misure e test sperimentali. Depolarizzare la sorgente ottica è una delle soluzioni per mitigare problemi dovuti alla polarizzazione. Ad esempio, la Polarization Dependent Gain (PDG) nell'EDFA oppure la Polarization Dependent Loss (PDL) nei dispositivi. Inoltre si può monitorare la Polarization Mode Dispersion (PMD) nei sistemi WDM (Wavelength division multiplexing).

### 3.2.1 Sistemi di comunicazioni in fibra ottica

L'EDFA ha un guadagno dipendente dalla polarizzazione causato dalla Polarization Hole Burning (PHB). Lo scrambler è in grado di minimizzare la PDG di un sistema a cascata di EDFA. Se la polarizzazione del segnale ottico cambia velocemente rispetto alla risposta dell'EDFA, la PDG è attenuata e quindi il rapporto segnale rumore migliora. In un sistema di trasmissione ottico (figura 3.6), lo scrambler di polarizzazione viene inserito subito dopo il trasmettente per eliminare la PDG. Inoltre

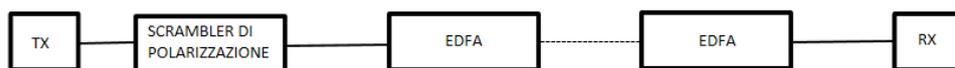


Fig. 3.6: Eliminazione della PDG in sistema di trasmissione ottico.

gli amplificatori Raman presentano in generale una forte dipendenza del guadagno alla polarizzazione se il laser di pompa è molto polarizzato. Il DOP del laser di pompa è direttamente legata al PDG dell'amplificatore e quindi una giusta misura del DOP permette una migliore caratterizzazione del PDG.

### 3.2.2 Misure sperimentali

La maggior parte degli strumenti di misure sono sensibili alla polarizzazione. Per esempio disponendo prima di un OSA (optical spectrum analyzer) uno scrambler di polarizzazione (figura 3.7) con frequenza di scrambling sufficientemente veloce rispetto alla velocità di rivelazione dello strumento permette di cancellare l'effetto della polarizzazione. Inoltre si può usare lo scrambler per misurare la PDL di un dispositivo. Infatti con l'aiuto di un oscilloscopio, misuriamo la tensione massima e minima e la PDL risulta

$$PDL = 10 \log \left( \frac{V_{max}}{V_{min}} \right) \quad (3.2.1)$$

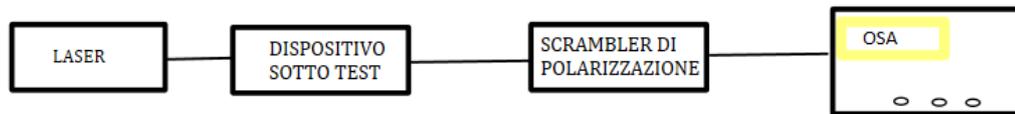


Fig. 3.7: PDL e misure.

### 3.2.3 Sensori distribuiti

I sensori ottici distribuiti permettono di rilevare su strutture complesse (ponti, dighe, argini...) variazione di temperatura, umidità, trazione ecc... Il principio di funzionamento è basato sulla riflettometria. Infatti i sensori ottici sfruttano la diffusione Rayleigh, Raman oppure Brillouin. Tuttavia la dipendenza dalla polarizzazione di questi effetti corrompono i risultati di monitoraggio. Ad esempio, un sensore distribuito di temperatura basato sulla la diffusione stimolata di Brillouin (SBS) presenta forti dipendenze allo stato di polarizzazione. In particolare, il guadagno Brillouin lungo la fibra dipende dallo stato di polarizzazione dell'onda di pompa e l'onda Stokes. Una soluzione può essere di posizionare lo scrambler di polarizzazione lungo il percorso dell'onda di pompa e Stokes di modo a renderli depolarizzati e quindi indipendente dalla polarizzazione.



## Progetto

### 4.1 Schema sperimentale

Lo Scrambler di polarizzazione è un dispositivo capace di fare cambiare velocemente la polarizzazione della luce di modo che in media, lo stato di polarizzazione nel propagarsi nella fibra sia perfettamente aleatoria. La variazione di polarizzazione comporta una variazione dell'intensità delle componenti di polarizzazione. La tecnica eterodina introdotta nel capitolo 2 Fig. 2.6 ci permette di misurare i parametri di Stokes a partire dalle intensità delle componenti  $P$  e  $S$  del vettore di polarizzazione.

#### 4.1.1 Protocollo sperimentale

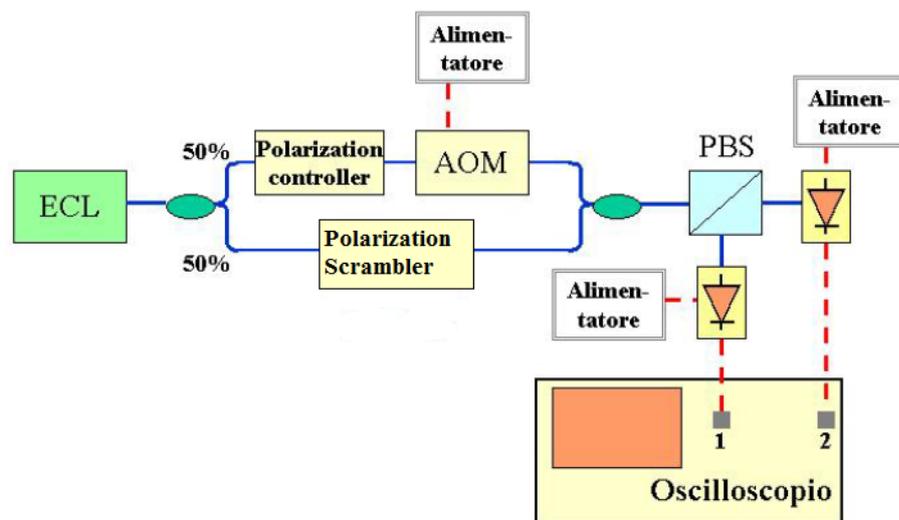


Fig. 4.1: Schema del banco sperimentale [3]

Il materiale necessario per la realizzazione della misura è la seguente:

- Laser accordabile a cavità esterna (Ando AQ8201-13B ),
- Oscilloscopio digitale (Agilent DSO7054A),
- Modulatore acusto-ottico (AOM Acousto Optic Modulator),
- Controllore di polarizzazione,
- Scrambler di polarizzazione,
- Divisore di polarizzazione (PBS Polarization Beam Splitter),
- 2 fotodiodi,

- 2 accoppiatori 1x2 50/50,
- alimentatore DC per AOM e fotodiodi.

La figura Fig. 4.1 mostra lo schema dei collegamenti per la realizzazione dell'esperienza. Il segnale ottico alla lunghezza d'onda  $\lambda = 1550 \text{ nm}$  prodotto dal laser ECL (external cavity laser) viene diviso tramite un primo accoppiatore direzionale con rapporto 50/50 per ottenere il campo elettrico del quale si vuole misurare lo stato di polarizzazione e il campo elettrico di riferimento. Sul braccio di riferimento, il controllore di polarizzazione viene utilizzato per massimizzare la potenza di ingresso e contemporaneamente far sì che il campo di riferimento abbia la polarizzazione rettilinea a  $45^\circ$ , mentre il modulatore acusto-ottico permette di traslare la frequenza al valore  $f - \Omega$  con  $\Omega = 40 \text{ MHz}$ . Sull'altro braccio, viene collegato lo Scrambler di polarizzazione. La frequenza di *scrambling*  $f_{scramb}$  varia da  $1 \text{ Hz}$  a  $200 \text{ kHz}$ . Tuttavia per apprezzare variazione di fase e di ampiezza su un tempo di osservazione di  $T = 20 \text{ ms}$ , viene fatta una misura sull'intervallo  $1 \text{ kHz} - 200 \text{ kHz}$ . La scelta di un tempo di osservazione di  $20 \text{ ms}$  è dovuta al fatto che con un numero di punti massimo per canale di  $4 \cdot 10^6$  punti, abbiamo una frequenza di campionamento pari a  $5f_0$  dove  $f_0 = 40 \text{ MHz}$  è la portante ottica. Fissata una particolare frequenza di scrambling, i due segnali ottici vengono ricombinati mediante un ulteriore accoppiatore direzionale con rapporto 50/50. Il campo totale attraversa quindi il divisore di polarizzazione (PBS) e i 2 campi elettrici corrispondenti alle 2 polarizzazioni vengono fotorivelati da due fotodiodi uguali tra loro. In pratica, i fotodiodi utilizzati risultano leggermente diversi. I segnali elettrici in uscita ai fotodiodi vengono collegati ai due canali dell'oscilloscopio. Infine, i dati raccolti dall'oscilloscopio vengono inviati al computer tramite un collegamento TCP/IP per l'elaborazione dei dati. A questo punto, è stato implementato un programma in ambiente *Matlab* per stimare dalla raccolta dati i parametri di Stokes.

### 4.1.2 Modello matematico del segnale da analizzare

Il metodo di analisi grafica dei parametri di Stokes direttamente dalle tracce sull'oscilloscopio dei 2 segnali ottici che rappresentano la polarizzazione è impraticabile. Infatti, i segnali sono ad ampiezza e fase variabili (velocità di variazione pari alla frequenza di scrambling) e la risoluzione dell'oscilloscopio non permette una rappresentazione apprezzabile ad occhio. Ragione per la quale è necessario un modello matematico per rappresentarle e di conseguenza implementare un algoritmo capace di stimare i parametri di Stokes. I due segnali ottici essendo simili, possono essere rappresentati tramite un unico modello. Il modello deve essere in grado di rappresentare i segnali di corrente acquisiti tramite la tecnica eterodina.

#### Modello

Sia dato una sequenza discreta  $s[nT]$   $n = 0, 1, \dots, N - 1$ . Il segnale  $s[nT]$  rappresenta la parte reale di un segnale  $b[nT]$  modulato alla frequenza  $f_0$ .

$$b[nT] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_k e^{j\phi_k} \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right), M \text{ dispari} \quad (4.1.1)$$

$$c[nT] = b[nT] \exp(j2\pi f_0 nT) \text{rect} \left( \frac{nT - \frac{(N-1)T}{2}}{(N-1)T} \right), N \text{ dispari} \quad (4.1.2)$$

$$s[nT] = \text{Re} [c[nT]] \quad (4.1.3)$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cos(2\pi f_0 nT + \phi_k) \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \quad (4.1.4)$$

Vogliamo ora partendo dal segnale modulato  $s[nT]$  estrarre le ampiezze  $A_k$  e le fasi  $\phi_k$ . Prendiamo come ipotesi iniziale che la banda  $B_b$  del segnale  $b[nT]$  sia stretta per cui risulta  $B_b \ll f_0$  e di conoscere il valore esatto di  $f_0$ .

Allora, la demodulazione può essere effettuata nel modo seguente<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} x[nT] &= s[n] \cos(2\pi f_0 nT) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cos(2\pi f_0 nT + \phi_k) \cos(2\pi f_0 nT) \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{A_k}{2} (\cos(4\pi f_0 nT + \phi_k) + \cos \phi_k) \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \frac{A_k}{2} \cos \phi_k \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \\ &+ \sum_{k=0}^{N-1} \frac{A_k}{2} (\cos(4\pi f_0 nT + \phi_k)) \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

in modo simile<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} y[nT] &= s[n] \sin(2\pi f_0 nT) \\ &= - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{A_k}{2} \sin \phi_k \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \\ &+ \sum_{k=0}^{N-1} \frac{A_k}{2} (\sin(4\pi f_0 nT + \phi_k)) \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

Si procede con un filtraggio con un filtro passa basso per eliminare le alte frequenze ottenendo

$$x^{bb}(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \cos \phi_k \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \quad (4.1.7)$$

$$y^{bb}(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} A_k \sin \phi_k \text{rect} \left( \frac{nT - k(M-1)T - \frac{(M-1)T}{2}}{(M-1)T} \right) \quad (4.1.8)$$

da cui si ricavano le ampiezze e fasi,

$$A_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \quad (4.1.9)$$

$$\phi_k = \arctan\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \quad (4.1.10)$$

avendo definito

$$x_k = A_k \cos \phi_k, \quad y_k = A_k \sin \phi_k$$

<sup>1</sup>  $\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y) + \cos(x-y))$   
<sup>2</sup>  $\cos x \sin y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) - \sin(x-y))$

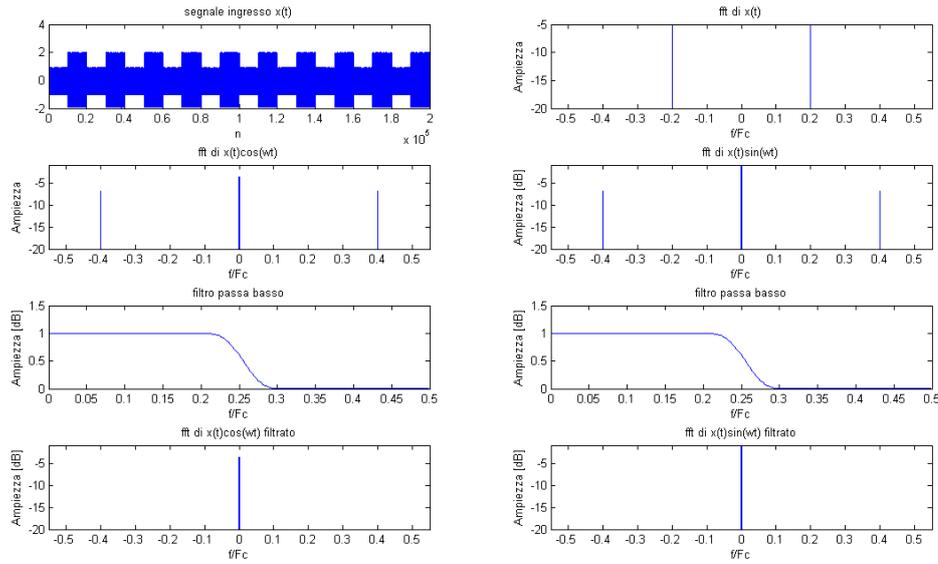


Fig. 4.2: Schema di estrazione della fase e dell'ampiezza

La figura Fig.4.2 mostra uno schema sintetico della tecnica di demodulazione appena presentata nel dominio della frequenza. Il primo grafico a sinistra rappresenta il segnale grezzo da analizzare. Scelta una frequenza di modulazione  $f_0 = 40 \text{ MHz}$  e una frequenza di campionamento  $F_c = 5f_0$ , il primo grafico a destra rappresenta la trasformata di Fourier del segnale grezzo. Si vede come i due picchi sono in corrispondenza delle frequenze normalizzate  $\frac{f_0}{F_c} = 0.2$  e  $-\frac{f_0}{F_c} = -0.2$ . I due grafici in basso mostrano rispettivamente (sempre nel dominio delle frequenze) la fase e l'ampiezza variabile della componente  $x^{bb}(nT)$  e  $y^{bb}(nT)$ .

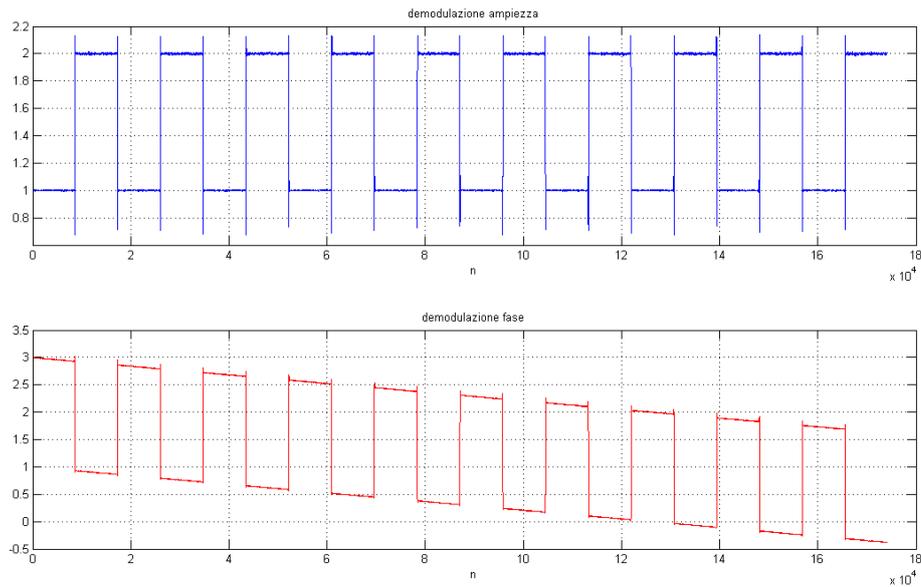


Fig. 4.3: Demodulazione della fase e dell'ampiezza

Nel dominio del tempo (Figura 4.3), il grafico in alto mostra l'ampiezza variabile estratta dal segnale grezzo. Per quanto riguarda la demodulazione della fase (grafico in basso), si vede che non segue un andamento costante a tratti bensì lineare. Questo è dovuto ad un errore di stima  $\Delta f = f_0 - \hat{f}_0$  che si interpreta come una variazione di fase del segnale demodulato,

$$\hat{\phi}_k = \phi_k + 2\pi\Delta fknT \quad (4.1.11)$$

Per ovviare a questo problema, bisogna eseguire una interpolazione lineare di modo a ricavare per ogni tratto il valore del coefficiente angolare che corrisponderà quindi al valore esatto della fase  $\phi_k$ . La pendenza è pari a  $\Delta f$ . La figura Fig.4.4 mostra il risultato finale di tale procedura. Si vede come la fase ricostruita (in blu) segue l'andamento della fase del segnale di ingresso (in rosso).

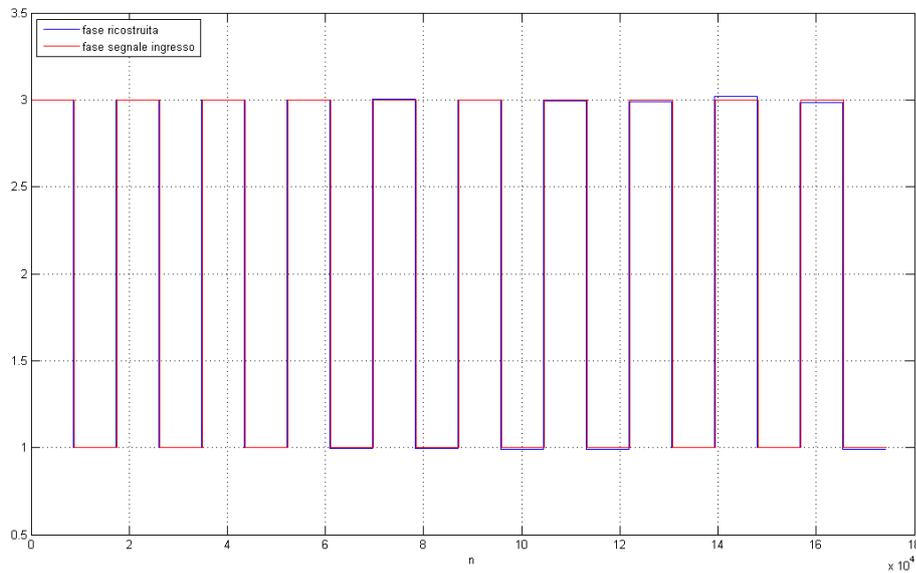


Fig. 4.4: Ricostruzione della fase

## Vettore di Stokes

Consideriamo adesso di avere 2 segnali  $x[nT]$  e  $y[nT]$  di ampiezze e fasi diversi simili a quello del modello. Essi modellano lo stato di polarizzazione del campo elettrico. Il vettore di Stokes permette una rappresentazione dello stato di polarizzazione sulla sfera di Poincarè. Riportiamo per comodità i risultati ottenuti nel capitolo 1,

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x^2 + A_y^2 \\ A_x^2 - A_y^2 \\ 2A_xA_y \cos(\phi_x - \phi_y) \\ 2A_xA_y \sin(\phi_x - \phi_y) \end{pmatrix} \quad (4.1.12)$$

Il versore di Stokes si ottiene normalizzando rispetto a  $S_0$ ,

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{A_x^2 + A_y^2} \begin{pmatrix} A_x^2 - A_y^2 \\ 2A_xA_y \cos(\phi_x - \phi_y) \\ 2A_xA_y \sin(\phi_x - \phi_y) \end{pmatrix} \quad (4.1.13)$$

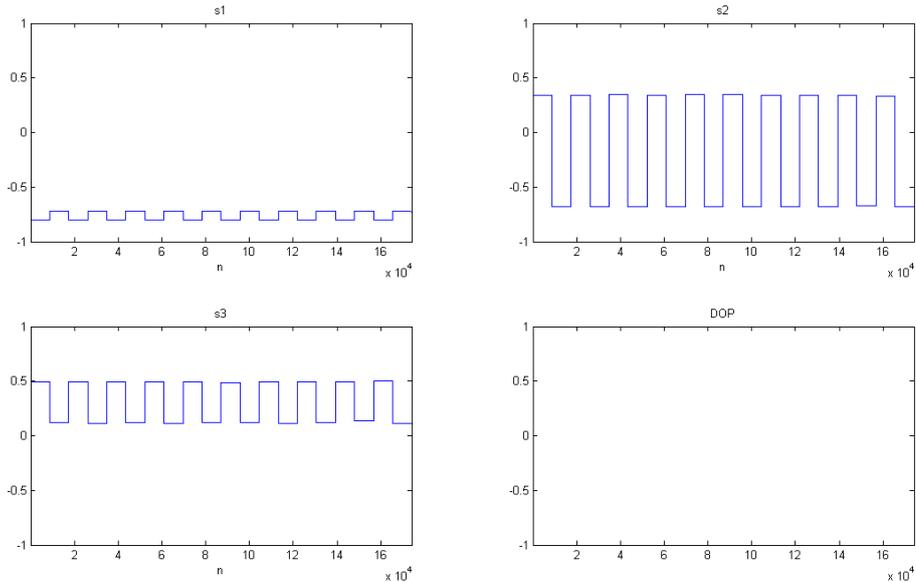


Fig. 4.5: Parametri di Stokes

In figura Fig.4.5 vediamo l'andamento dei parametri di Stokes. Chiaramente questo esempio è molto limitato in quanto presenta solo 2 variazioni dello stato di polarizzazione.

## 4.2 Analisi dati sperimentali

Abbiamo realizzato una serie di misure dei parametri di Stokes con varie frequenze di scrambling per caratterizzare dal punto di vista statistico lo scrambler di polarizzazione presentato nel secondo capitolo. L'obiettivo è di fare vedere se tale dispositivo è capace di percorrere l'intera sfera di Poincaré<sup>3</sup> e con quale distribuzione. Le misure sono state fatte per frequenze di scrambling da  $1kHz - 200kHz$ . Non è stato possibile fare la misure nel range più basso di frequenza perché con la risoluzione dell'oscilloscopio non si potevano apprezzare le variazioni di fase e di ampiezza dei due segnali ottici.

Parametri :

- frequenza di scrambling :  $f_{scrambler} : 1kHz - 200kHz$
- Tempo di registrazione:  $T = 20ms$
- Numero di variazioni **teorico** :  $M = f_{scrambler} \times T$

### 1. $f_{scrambler} = 1kHz$ , $M = 20$

Le figure Fig.4.6 e Fig.4.7 illustrano la demodulazione di fase e d'ampiezza dei due segnali di polarizzazione. Rispetto all'esempio numerico, le ampiezze non sono ben definite ma oscillano attorno ad un valore centrale. Queste oscillazioni sono dovuti al rumore di misura. Inoltre si vedono che le fasi sono lineari (equazione 4.1.11) confermando una differenza di frequenza  $\Delta f$ .

<sup>3</sup>La sfera di Poincaré da una visione grafica dello stato di polarizzazione.

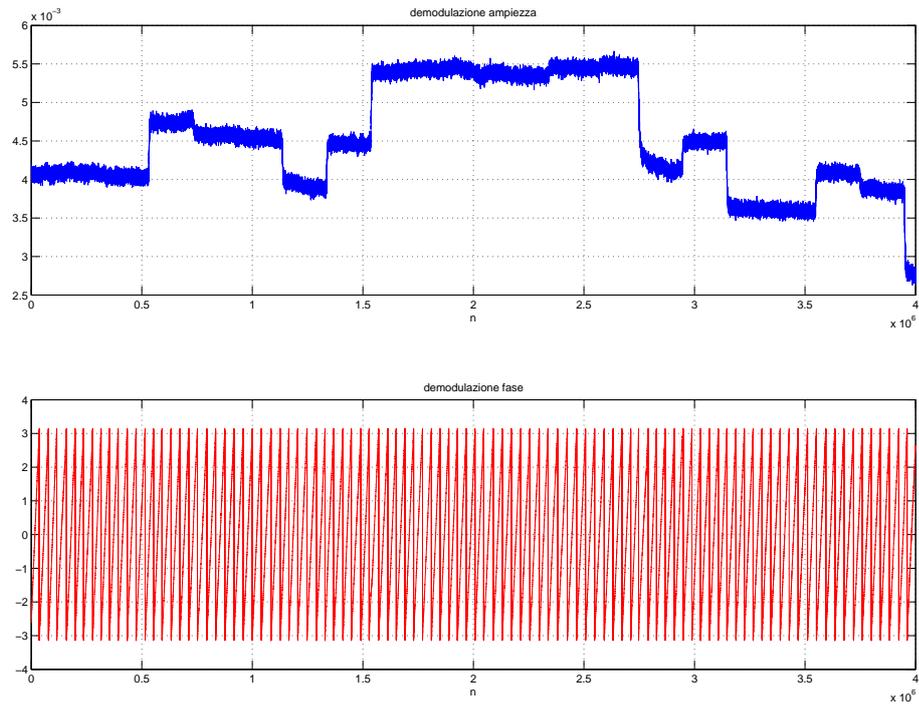


Fig. 4.6: Demodulazione ampiezza e fase polarizzazione P,  $f_{scrambler} = 1kHz$ ,  $M = 20$

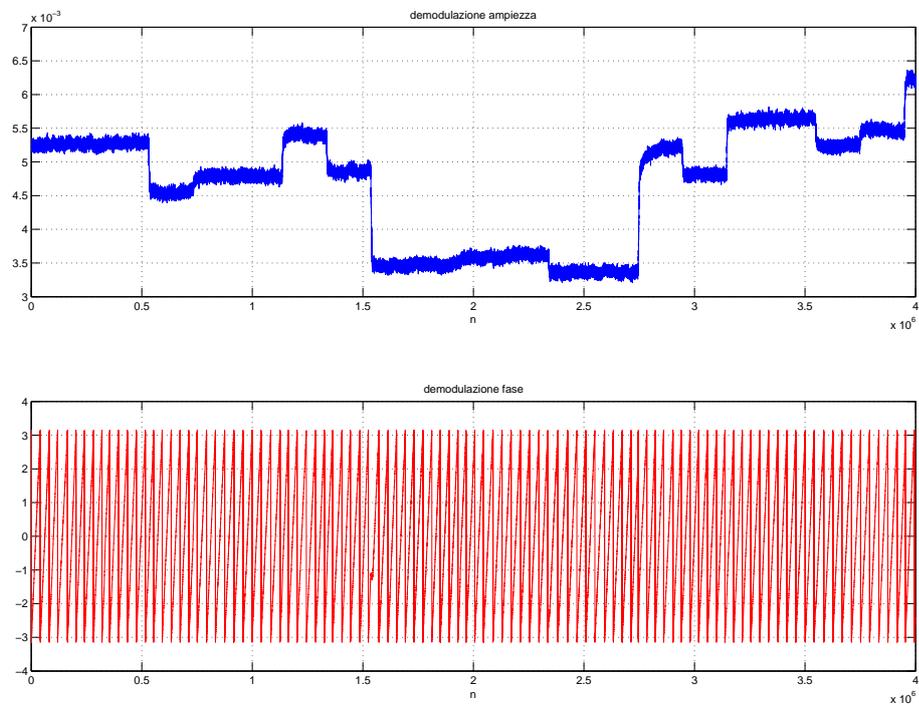


Fig. 4.7: Demodulazione ampiezza e fase polarizzazione S,  $f_{scrambler} = 1kHz$ ,  $M = 20$

Le figure Fig.4.8 e Fig.4.9 mostrano la ricostruzione delle fasi dopo l'interpolazione lineare. C'è da notare che in entrambi i casi (polarizzazione P e S), il numero di variazioni delle fasi e ampiezze è minore del valore teorico  $M$ . I

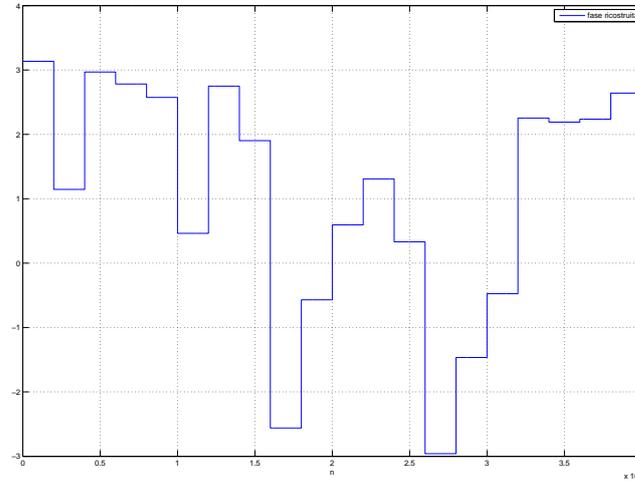


Fig. 4.8: Ricostruzione fase polarizzazione P,  $f_{scrambler} = 1kHz$ ,  $M = 20$

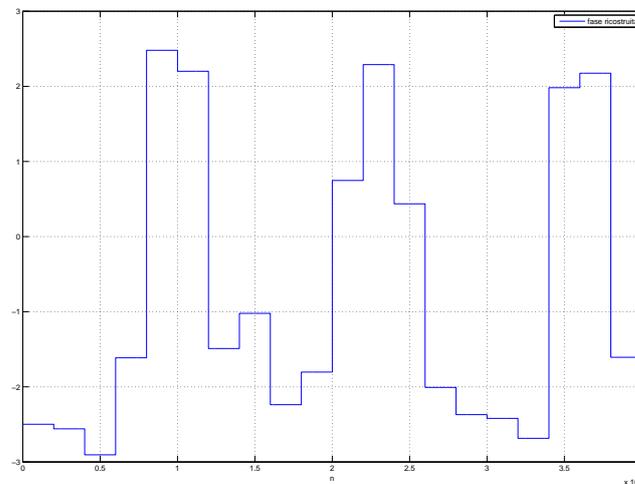


Fig. 4.9: ricostruzione fase polarizzazione S,  $f_{scrambler} = 1kHz$ ,  $M = 20$

parametri di Stokes (Fig.4.5), sono stati ricavati dalle corrispondenti ampiezze e fasi prendendo il valore medio di ogni variazione. si nota subito il diverso comportamento del parametro  $s_1$  rispetto a  $s_2$  e  $s_3$ . Infatti, varia molto poco e il suo range di variazione è confinato fra  $-0.4$  e  $0.4$ . Questo può essere dovuto al fatto che lo scrambler di polarizzazione non è perfettamente isotropo.

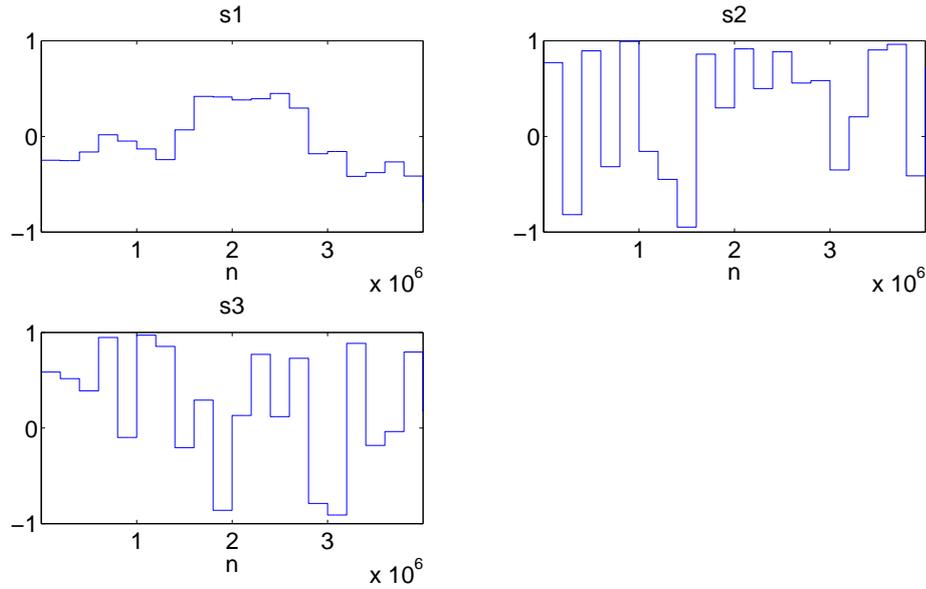


Fig. 4.10: Parametri di Stokes  $s_1, s_2, s_3$ ,  $f_{scrambler} = 1kHz$ ,  $M = 20$

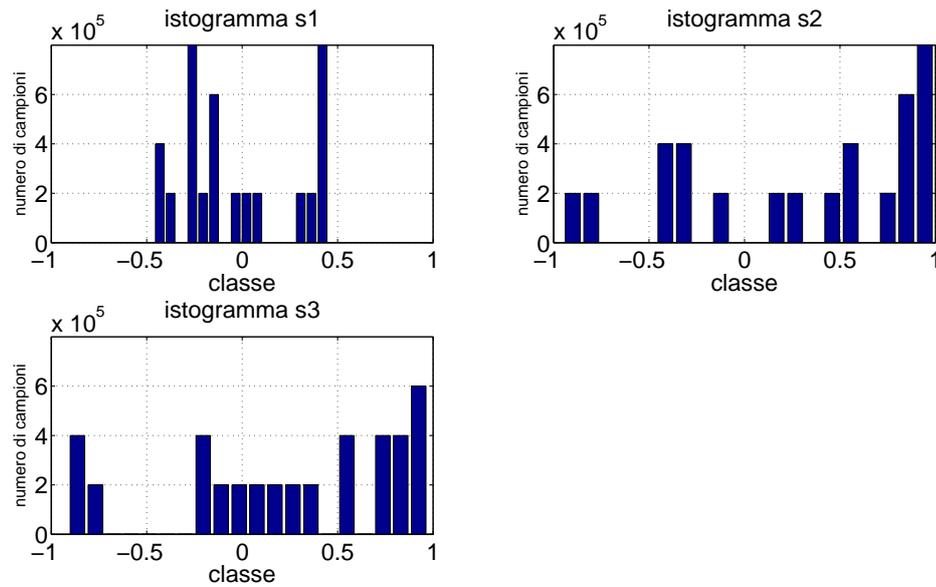


Fig. 4.11: Istogrammi parametri di Stokes,  $f_{scrambler} = 1kHz$ ,  $M = 20$

Dagli istogrammi (figura 4.11), si vedono che i valori assunti dai vari parametri di Stokes sono concentrati in alcune classi di punti. Quindi a questa frequenza di scrambling, per un tempo di registrazione  $T = 20 ms$  corrispondente a circa 20 variazioni di ampiezza e di fase, la sfera di Poincaré non è completamente coperta. Questo è sostanzialmente dovuto a un numero ridotto di campioni a disposizione (limitato dalla risoluzione temporale dell'oscilloscopio).

Presentiamo ora due casi intermedi per vedere come si modifica la variazione degli stati di polarizzazione.

## 2. $f_{scrambler} = 10kHz$ , $M = 200$

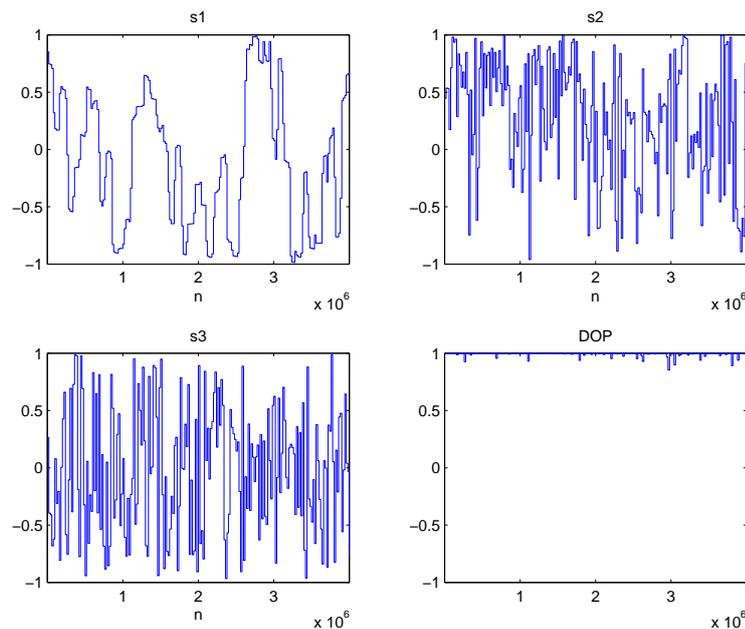


Fig. 4.12: Parametri di Stokes  $s_1, s_2, s_3$ ,  $f_{scrambler} = 10kHz$ ,  $M = 200$

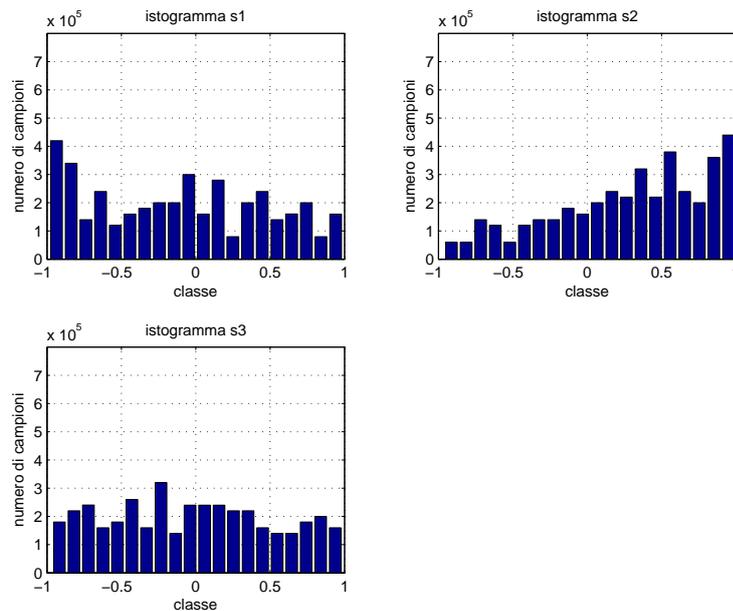


Fig. 4.13: Istogrammi dei parametri di Stokes,  $f_{scrambler} = 10kHz$ ,  $M = 200$

Vediamo subito (Fig.4.12) come la componente  $s_1$  varia poco rispetto alle altre due come nel caso precedente. Tuttavia c'è un netto miglioramento della ripartizione dei diversi valori assunti da questi parametri (Fig.4.13). Infatti i valori tendono a ripartirsi uniformemente nell'intervallo  $[-1, 1]$ . Da questo punto di vista, il parametro  $s_3$  si comporta meglio degli altri due nel senso che tutte le classi di valori hanno quasi lo stesso numero di punti.

3.  $f_{\text{scrambler}} = 20\text{kHz}$ ,  $M = 400$

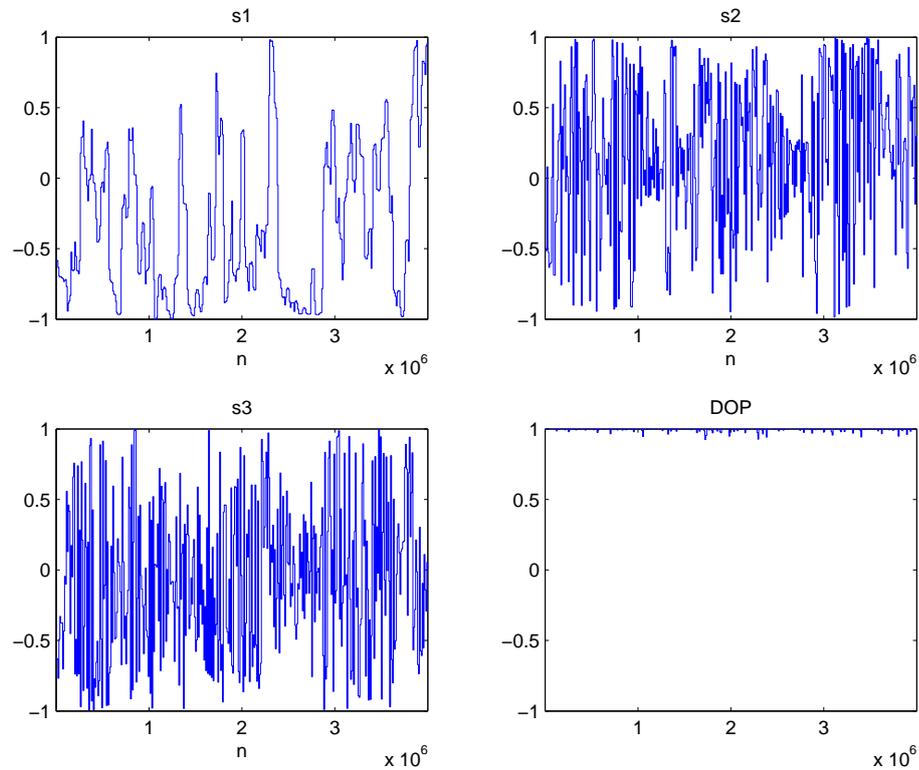


Fig. 4.14: Parametri di Stokes  $s_1, s_2, s_3$ ,  $f_{\text{scrambler}} = 20\text{kHz}$ ,  $M = 400$

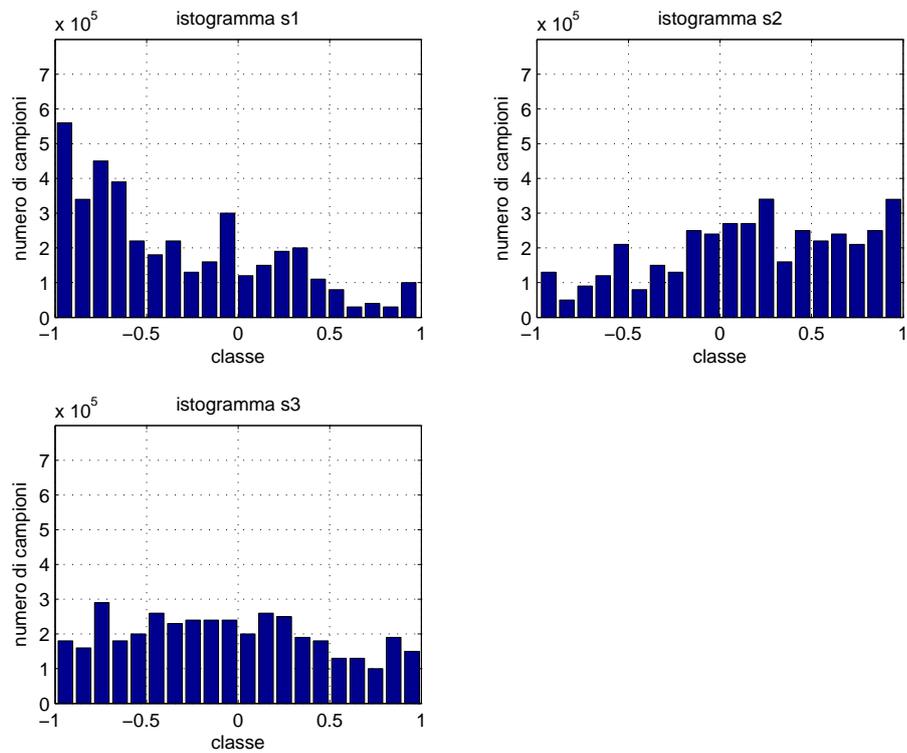


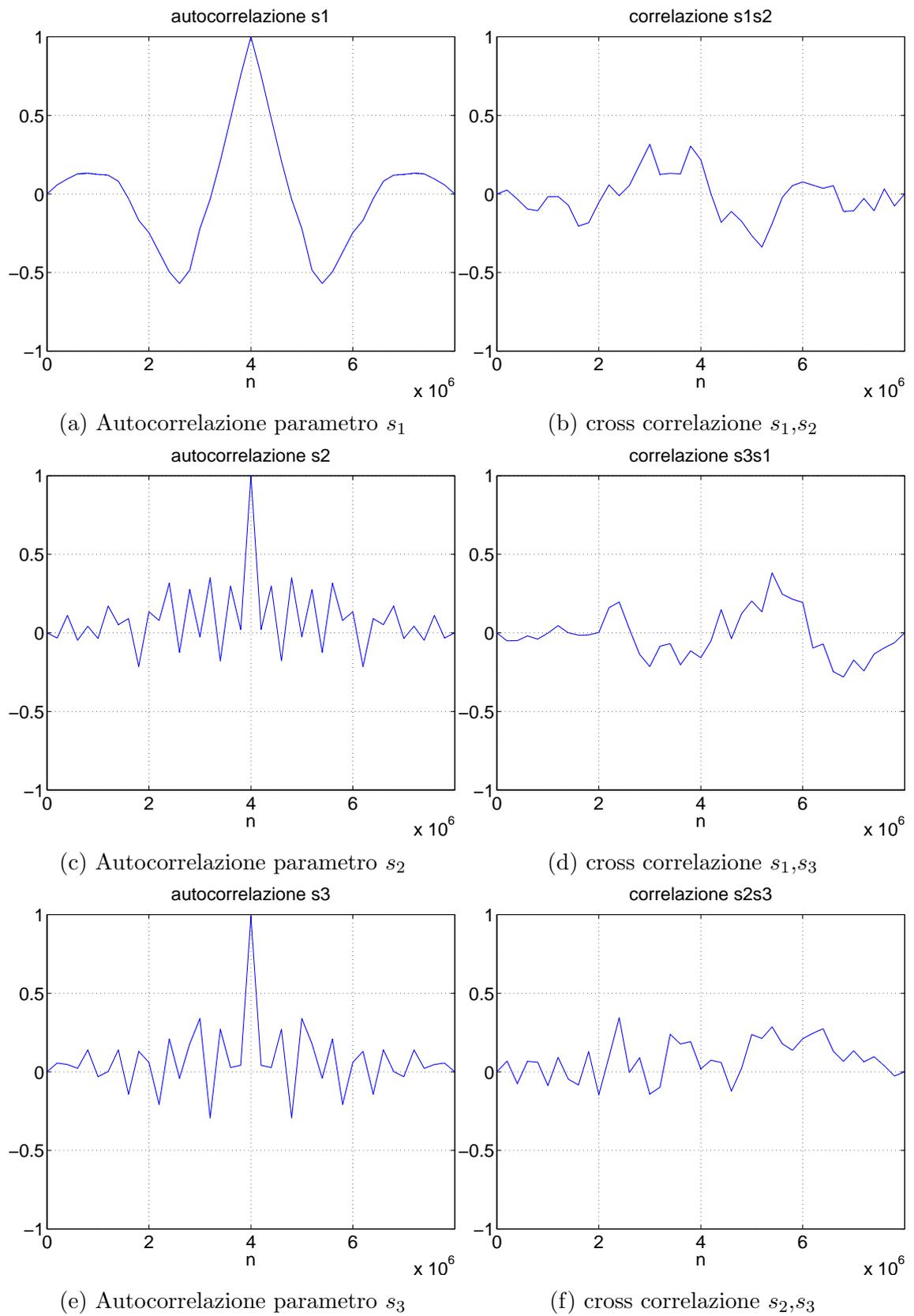
Fig. 4.15: Iistogramma,  $f_{\text{scrambler}} = 20\text{kHz}$ ,  $M = 400$

In questo ultimo caso (Fig.4.14, Fig.4.15), raddoppiando il numero di variazioni (da 200 a 400), non c'è miglioramento. Tuttavia osserviamo lo stesso comportamento dei parametri di Stokes descritto nel caso precedente ( $f_{scrambler} = 10kHz$ ,  $M = 200$ ).

Per completare l'analisi ci siamo interessati a valutare l'autocorrelazione e la cross correlazione dei parametri  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  per vedere quanto aleatorio è il segnale ottico analizzato. L'ipotesi importante per questa analisi è di considerare i parametri di Stokes processi aleatori ergodici. L'ipotesi di ergodicità ci consente di ricavare da una singola realizzazione, tutta la statistica del processo. Ora presentiamo in forma grafica tutti i risultati ottenuti a tutte le frequenze di scrambling.

### Commenti:

Come ci aspettavamo, tutte le autocorrelazioni presentano un picco nel punto corrisponde al valore dell'autocorrelazione e le cross correlazioni oscillano attorno allo zero. Tuttavia, nella prima sequenza di figure Fig.4.16, Fig.4.17, Fig.4.18, avendo realizzazione di poche variazioni di fase e di ampiezza, i risultati non sono molto soddisfacenti in quanto mostrano una certa correlazione fra i parametri. Una soluzione per caratterizzare meglio queste frequenze di scrambling sarebbe di valutare le correlazioni su più realizzazioni e sfruttare l'ergodicità per risalire ad una informazione più giusta. Per quanto riguarda la seconda sequenza, soprattutto nelle figure Fig.4.22, Fig.4.23, si vede che le autocorrelazioni tendono a zero velocemente e le cross correlazioni sono molto vicine allo zero. Quindi, lo scrambler di polarizzazione in esame genera stati di polarizzazione aleatori. Di conseguenza, permette di *depolarizzare* una qualsiasi sorgente ottica polarizzata.

Fig. 4.16:  $f_{scramb} = 1 \text{ kHz}$ ,  $M = 20$

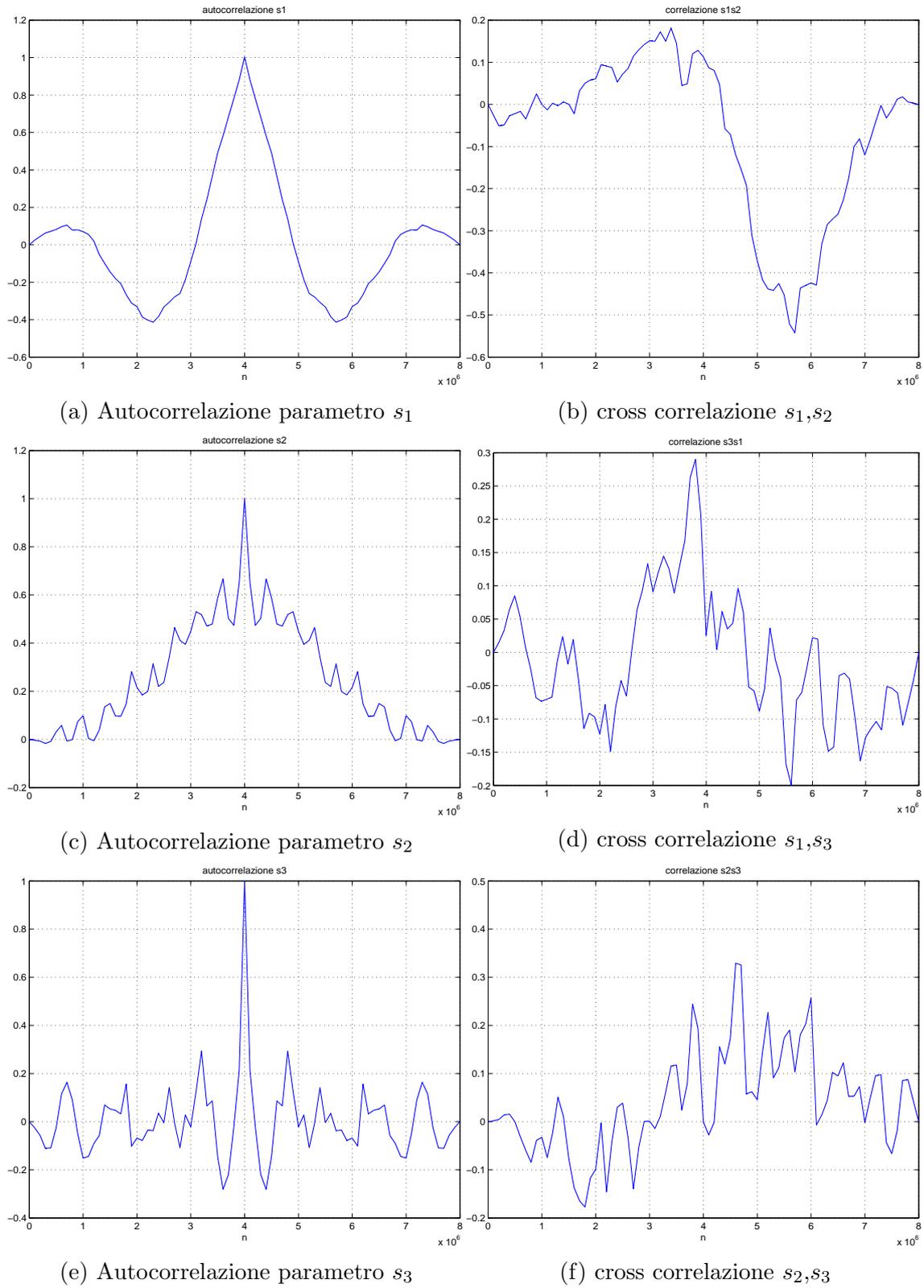
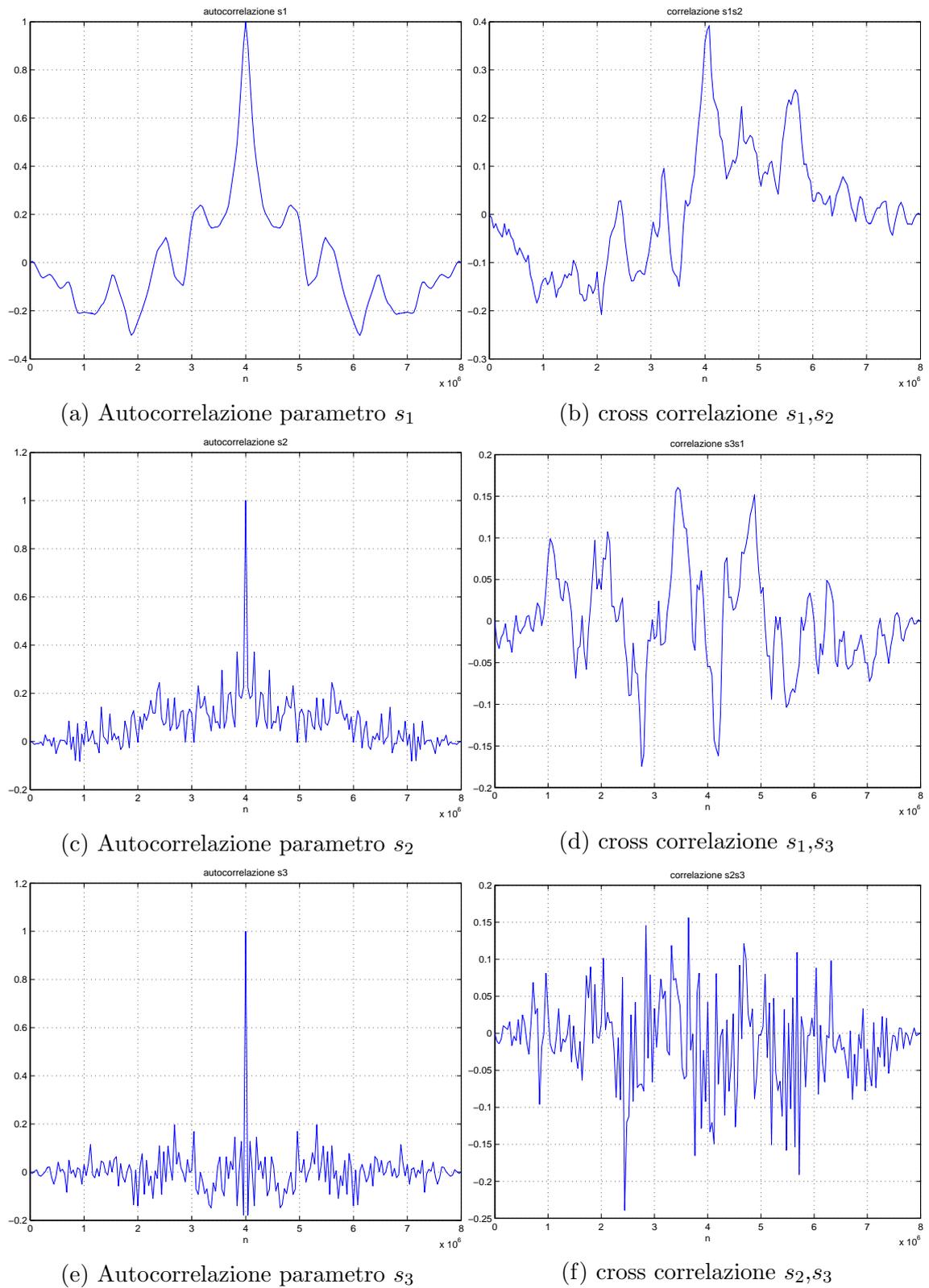


Fig. 4.17:  $f_{scramb} = 2 \text{ kHz}$ ,  $M = 40$

Fig. 4.18:  $f_{scramb} = 5 \text{ kHz}$ ,  $M = 100$

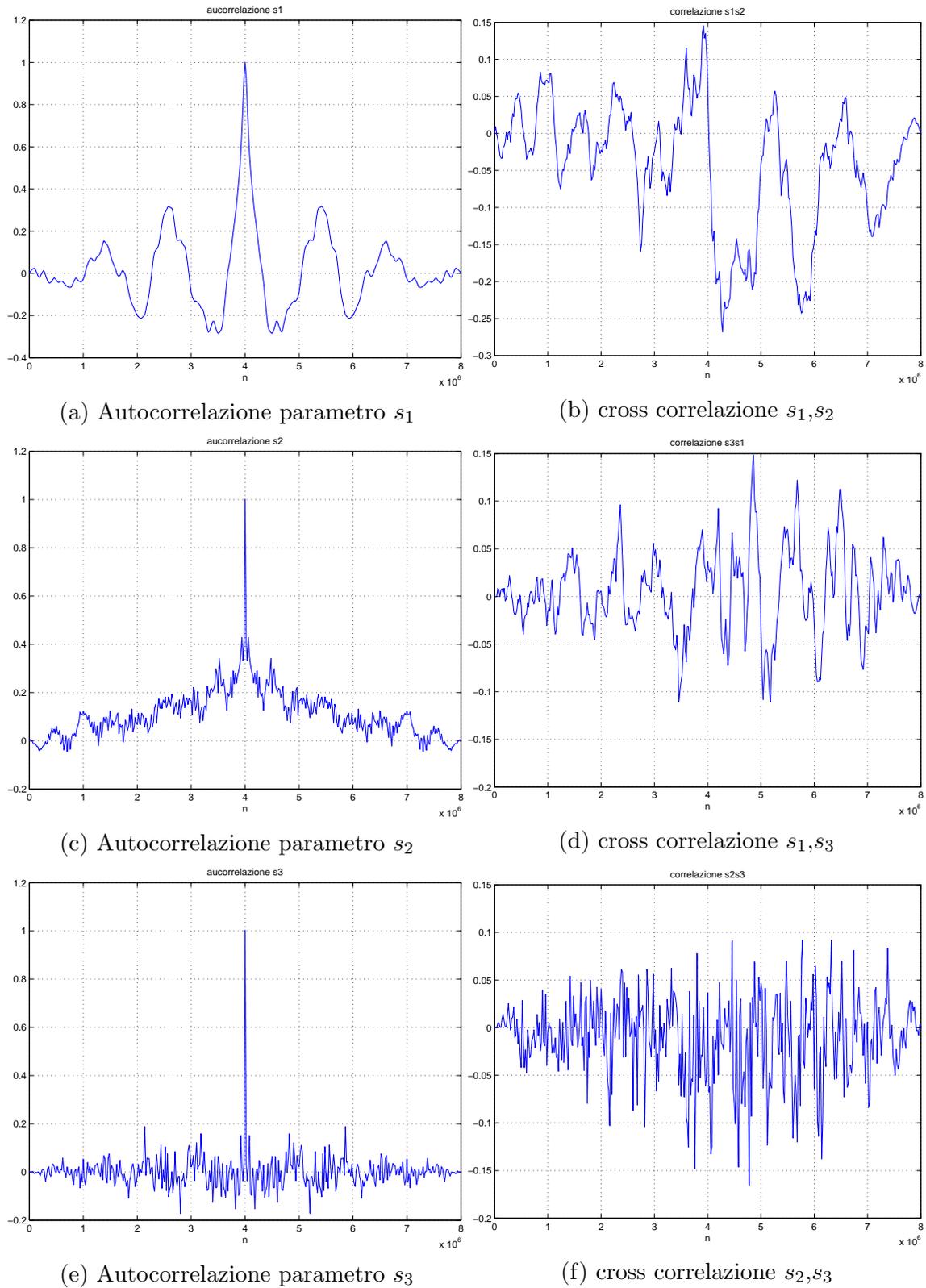
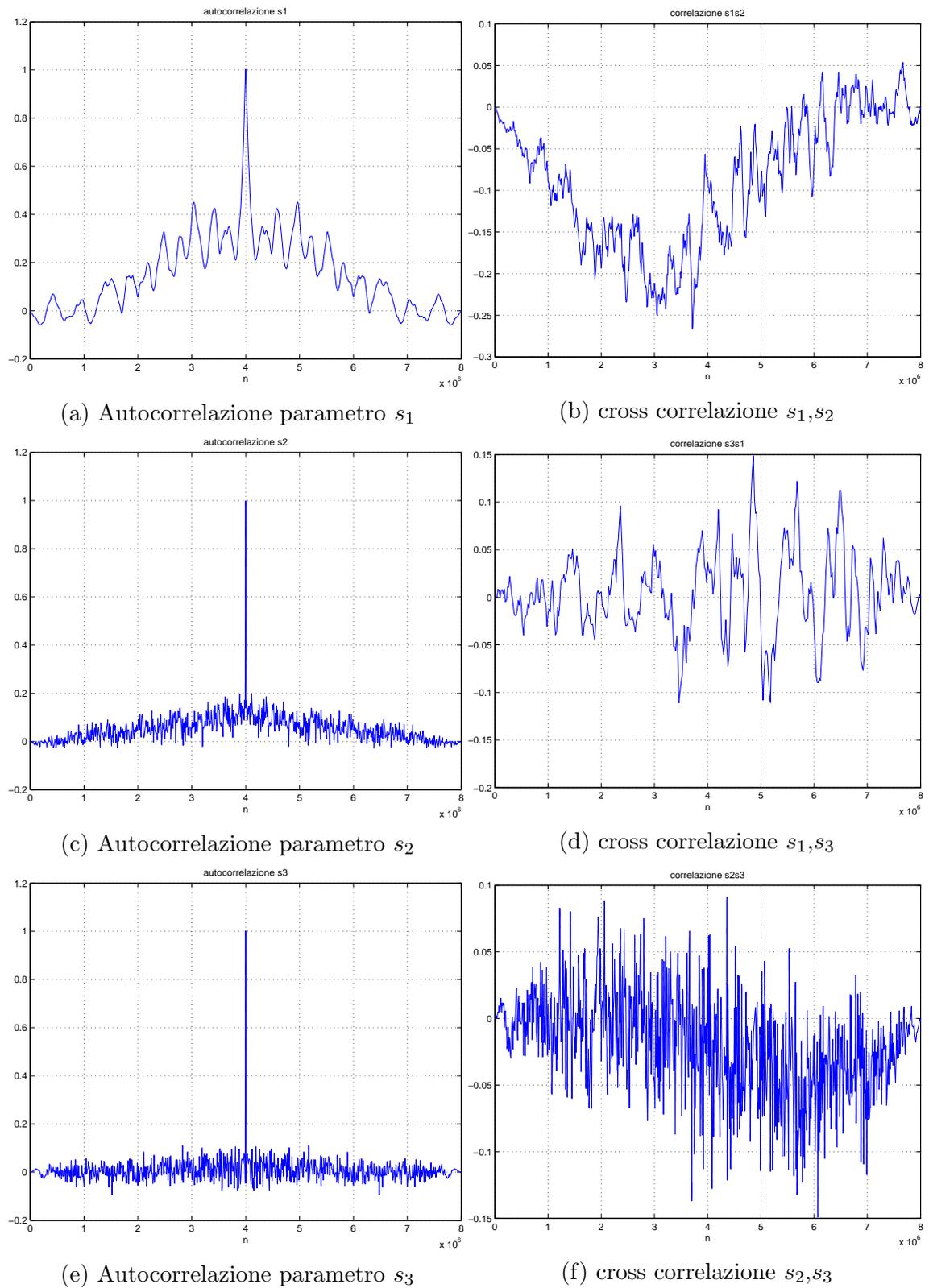


Fig. 4.19:  $f_{scramb} = 10 \text{ kHz}$ ,  $M = 200$

Fig. 4.20:  $f_{scramb} = 20 \text{ kHz}$ ,  $M = 400$

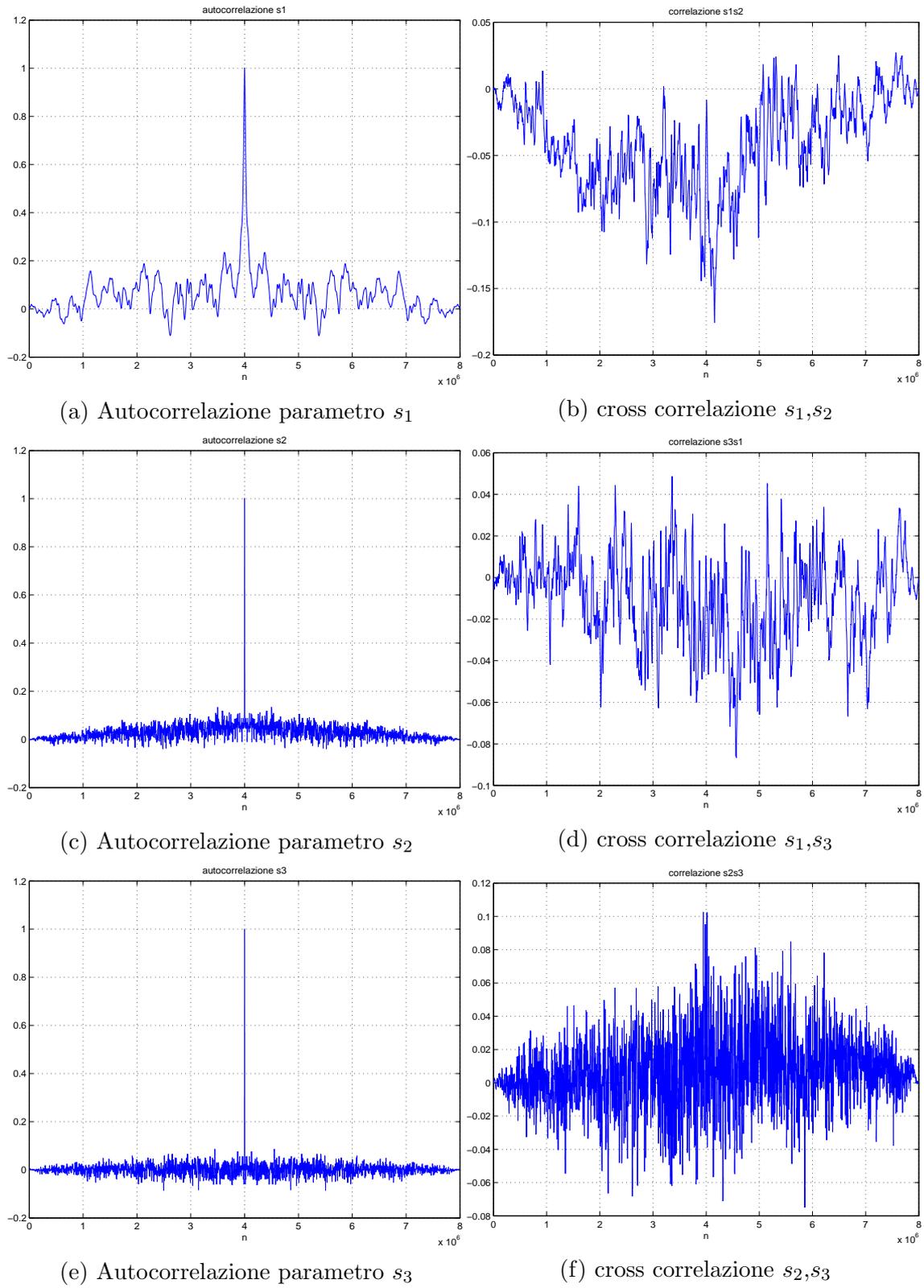
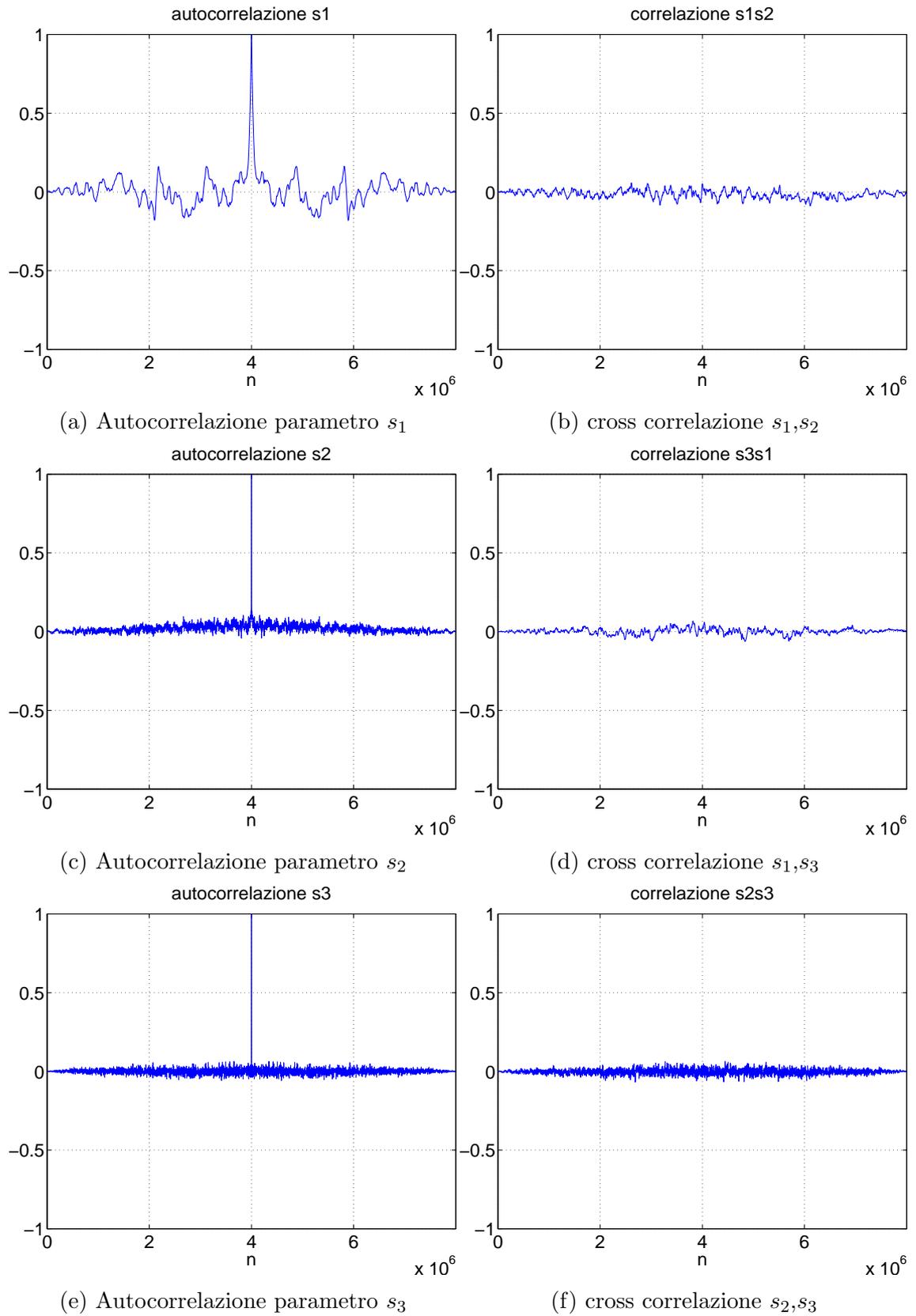


Fig. 4.21:  $f_{scramb} = 50 \text{ kHz}$ ,  $M = 1000$

Fig. 4.22:  $f_{scramb} = 100 \text{ kHz}$ ,  $M = 2000$

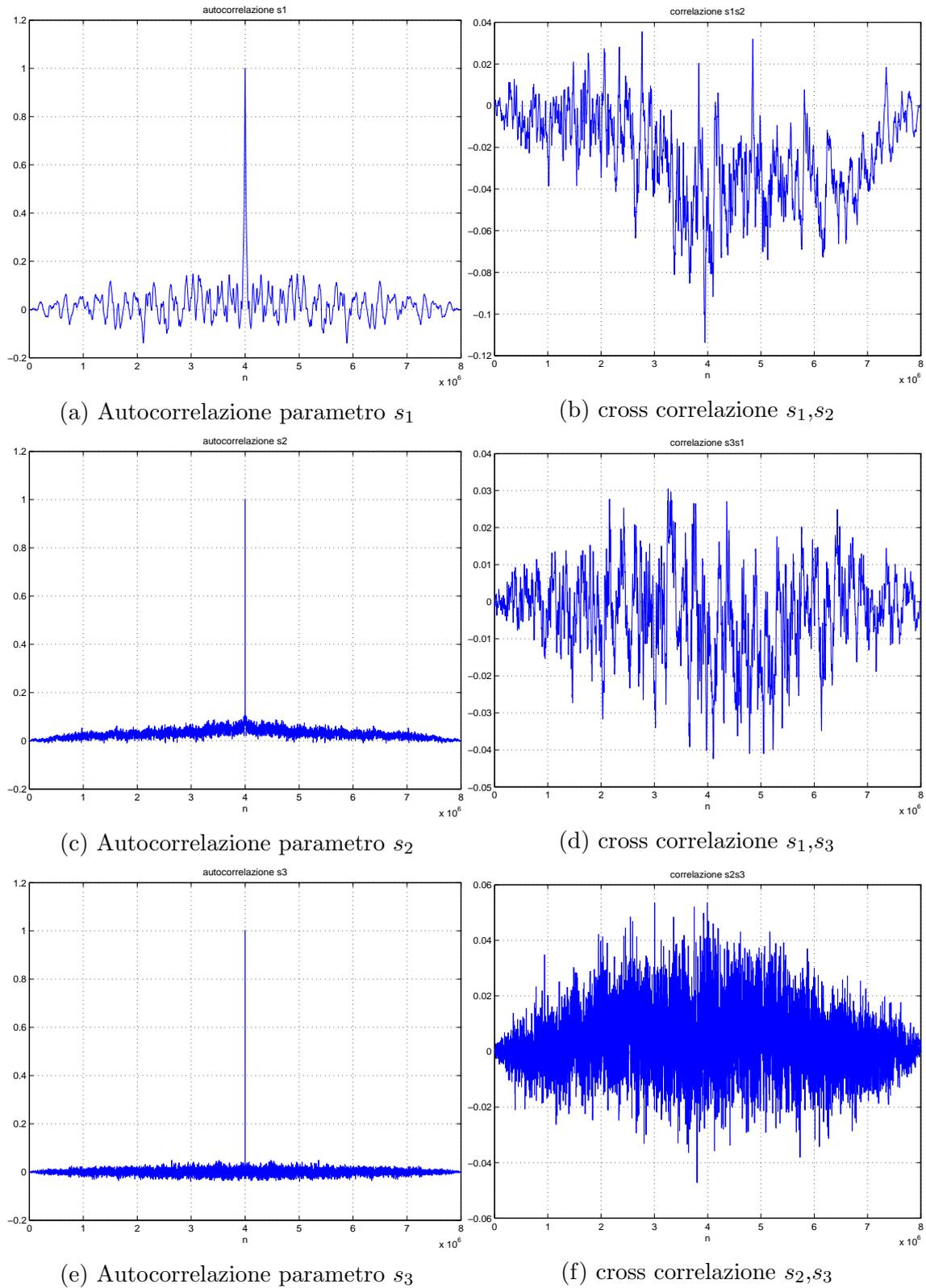


Fig. 4.23:  $f_{scramb} = 200 \text{ kHz}$ ,  $M = 4000$

# Conclusioni

---

L'obiettivo principale di questa tesi è stato di analizzare le proprietà statistiche dello scrambler di polarizzazione *PolaRITE III* della *General Photonics*. Nella prima parte della tesi abbiamo introdotto i concetti fondamentali di polarizzazione, vettore di Stokes e matrici di Mueller. Utilizzando la tecnica eterodina, siamo riusciti a far vedere come estrarre i parametri di Stokes da un campo elettrico sinusoidale incognito partendo da un campo elettrico sinusoidale di riferimento polarizzato a 45 gradi. Successivamente, abbiamo presentato il principio di funzionamento dello scrambler che consiste nel pilotare le tensioni di alimentazione di quattro FS (*Fiber Squeezer*) ruotati l'uno rispetto all'altro di 45 gradi per comprimere la fibra ottica e quindi creare una birifrangenza lineare in modo da cambiare dinamicamente lo stato di polarizzazione. Il campo di applicazione dello scrambler è ampio. Lo si può utilizzare qualora via sia la necessità di avere un segnale ottico depolarizzato come nel caso in cui si voglia ridurre la PDG nei sistemi di comunicazione in fibra ottica, mitigare gli effetti della PMD o rendere indipendenti dalla polarizzazione gli strumenti di misura.

Nella seconda parte della tesi, abbiamo formalizzato un modello matematico per descrivere analiticamente i segnali di tensione acquisiti dai due fotodiodi (Fig.2.6) e quindi creare un programma in ambiente *Matlab* per analizzare le variazioni di polarizzazione indotte dallo scrambler.

Alla luce dei risultati ottenuti, possiamo affermare che l'analisi statistica dei parametri di Stokes ( $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ) dello scrambler di polarizzazione in esame permette di evidenziare che il parametro  $s_1$ , rispetto agli altri due, varia molto poco avendo una distribuzione non uniforme nell'intervallo  $[-1, 1]$ , dato confermato da un coefficiente di autocorrelazione relativamente alto. Al contrario, il parametro  $s_3$  ha una distribuzione quasi uniforme nell'intervallo  $[-1, 1]$ . Il comportamento non simmetrico dei parametri di Stokes può essere dovuto all'anisotropia dello scrambler in esame. Tuttavia, anche se lo scrambler fosse stato perfettamente uniforme, la sfera di Poincaré<sup>4</sup> non sarebbe comunque totalmente percorsa in un tempo finito. Non siamo riusciti ad effettuare una valutazione dello scrambler a frequenze inferiori ad  $1kHz$  perché non abbiamo ottenuto un numero significativo di variazioni dei parametri di Stokes e quindi della polarizzazione a queste frequenze. Inoltre non abbiamo fatto un'analisi comparativa del comportamento del dispositivo per diverse frequenze di scrambling perché ad esempio, per confrontare il comportamento tra frequenze di scrambling di  $1kHz$  e  $100kHz$  (ovvero tra un numero di 20 e di 2000 variazioni di stato di polarizzazione), si sarebbero dovute fare 100 misure e studiare la statistica su più realizzazioni. Tuttavia, siamo in grado di affermare che per le frequenze alte ( $50kHz$  -  $200kHz$ ), lo scrambler è in grado di depolarizzare una qualsiasi sorgente. Un futuro sviluppo della tesi potrebbe essere lo studio della sensibilità dello scrambler di polarizzazione al variare della temperatura.

---

<sup>4</sup>Ricordiamo che uno stato di polarizzazione è rappresentato da un punto sulla sfera di Poincaré.



# Ringraziamenti

---



# Bibliografia

---

- [1] E. Collett, *Polarized light, fundamentals and applications*, Dekker, New York, 1993.
- [2] D. Goldstein, *Polarized Light*, Dekker, second edition, 2003.
- [3] Luca PALMIERI, Anna PIZZINAT *Esperienze del corso di Laboratorio di Circuiti Ottici*, Appunti per il corso di Sistemi in Fibra Ottica e Laboratorio, Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, Unipd, Italia, A.A 2012/2013
- [4] Luca PALMIERI, Marco SANTAGIUSTINA, *La Polarizzazione del Campo Elettromagnetico*, Appunti per il corso di Propagazione e Antenne, Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, Unipd, Italia, A.A 2008/2009
- [5] S.K. MITRA, *Digital signal processing: A computer-based approach*, 4<sup>th</sup> edition, Mc Graw Hill International Edition, 2011.
- [6] S. YAO, *Polarization in Fiber Systems: Squeezing Out More Bandwidth*, The Photonics Handbook, Laurin Publishing, 2003.
- [7] N. Benvenuto, G. Cherubini, *Algorithms for Communications Systems and Their Applications*, John Wiley & Sons, 2002.
- [8] M. Oskar van Deventer e J. Boot, *Polarization Properties of Stimulated Brillouin Scattering in Single-Mode Fibers*, Journal of lightwave technology, Vol.12, No.4, 1994.
- [9] Integrated PolaRITE II/III with Miniature Piezo Driver Card - PCD-M02, SOP Scrambler, [http : //www.generalphotonics.com/OldWebsite/PCD – M02.htm](http://www.generalphotonics.com/OldWebsite/PCD-M02.htm).
- [10] *Scrambling to Reduce Polarization Related Impairments*, General Photonics Application Note, April 2003.