



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI SCIENZE STATISTICHE
Corso di Laurea in Statistica Economia e Finanza

Analisi di Customer Satisfaction

L'applicabilità dell'approccio Lisrel

Customer Satisfaction analysis

The applicability of Lisrel

Relatore:
Prof. Bruno Scarpa

Candidato:
Daniele Durante

Anno Accademico 2009/2010

...Io spesso affermo che quando voi potete misurare ed esprimere in numeri ciò di cui state parlando, solo allora sapete qualcosa di esso; ma quando non vi è possibile esprimere numericamente l'oggetto della vostra indagine, allora la vostra conoscenza è scarsa ed insoddisfacente. Questo può rappresentare solo l'inizio della conoscenza, ma nelle vostre menti voi avete a mala pena fatto qualche progresso verso la Scienza, qualunque sia l'argomento... (Lord Kelvin)

Indice

Introduzione	5
1 Customer Satisfaction	7
1.1 Definizione	7
1.2 Importanza	9
1.3 Misurazione	11
2 I modelli Lisrel	15
2.1 Caratteristiche generali	15
2.2 Formulazione	17
2.3 Stima	18
2.4 Valutazione del modello	19
3 Analisi dei dati reali	21
3.1 Introduzione e generalità	21
3.2 Stima della matrice di varianza-covarianza campionaria	23
3.2.1 Trattazione delle variabili qualitative ordinali	24
3.2.2 Trattazione dei valori mancanti sistematici	26
3.2.3 Applicazione empirica e risultati	27
3.3 Stima del modello di customer satisfaction	30
3.3.1 Metodo di stima ML e proprietà	30
3.3.2 Algoritmi di minimizzazione numerica	31
3.3.3 Applicabilità del metodo di stima ML ad analisi di customer satisfaction	32
3.3.4 Soluzioni. Metodo WLS: teoria e proprietà	33
3.3.5 Applicazione empirica e risultati	34
3.3.6 Problemi computazionali. Matrice non definita positiva	37
3.4 Analisi dei risultati	40
3.4.1 Esame delle soluzioni. Plausibilità	40
3.4.2 Esame delle soluzioni. Significatività	40
3.4.3 Coefficienti di correlazione multipla al quadrato	41

3.4.4	Analisi dei residui	44
3.4.5	Adattamento globale	46
3.4.6	Test Chi-quadro	46
3.4.7	GFI e AGFI	47
3.4.8	Indici di parsimonia	48
3.4.9	AIC e CAIC	48
3.4.10	Problema del sovra-adattamento. Cross-validation in un unico campione ECVI	49
4	Conclusioni	53
	Bibliografia	55

Introduzione

Il lavoro che presentiamo si riferisce ad un'analisi di customer satisfaction, in particolare focalizzeremo la nostra attenzione sull'applicazione dei modelli ad equazioni strutturali ad indagini sulla soddisfazione del cliente.

Le motivazioni che ci hanno condotto a questo approfondimento sono legate tanto all'importanza e all'attualità di tale settore di ricerca di marketing, quanto soprattutto alla particolarità e all'interesse statistico delle metodologie d'analisi utilizzate.

La scelta di approfondire l'applicabilità dell'approccio Lisrel alle indagini di customer satisfaction non è casuale, ma strettamente legata al contesto aziendale in cui viene calata. Risulta, infatti, estremamente importante sia misurare fattori latenti quali soddisfazione, qualità del prodotto, immagine, fedeltà, sia quantificare le relazioni causali che tra questi sussistono. Accanto alla fase di stima assume particolare rilevanza lo studio inferenziale per valutare la bontà del modello in termini previsivi e di adattamento ai dati analizzati.

Per quanto appena detto i modelli Lisrel offrono, dunque, maggiori possibilità di approfondimento rispetto ad altre metodologie statistiche più frequentemente utilizzate in analisi di customer satisfaction. Abbiamo potuto, infatti, constatare come la maggior parte degli studi in questo settore si serva di analisi descrittive, analisi fattoriali esplorative e altre tecniche di modellazione quali ad esempio il metodo PLS (partial least square). Riteniamo che tali metodologie, sebbene rappresentino sicuramente un buon punto di partenza molto flessibile per analisi di customer satisfaction, non rispondano a pieno alle domande che si pone un'azienda nel momento in cui conduce un'indagine di questo tipo.

Occorre andare più a fondo. E' necessario stimare un modello che affianchi alla misurazione dei fattori latenti l'individuazione e la quantificazione delle relazioni causali tra questi. Altrettanto importante è munirsi di adeguati strumenti inferenziali per valutare la bontà del nostro modello e le sue capacità previsive.

Lisrel, dunque, fa al caso nostro, tuttavia gode di una minore flessibilità. Sono proprio le criticità di tale approccio in indagini di customer satisfaction il fulcro attorno a cui ruota la nostra analisi. La volontà di giungere a delle modellazioni plausibili e sensate ci ha spinto ad affiancare alle usuali metodologie, interessanti soluzioni statistiche ai problemi individuati lungo il percorso.

Il nostro lavoro non è solo teorico, ma anche applicativo. Abbiamo ritenuto necessario, nonché utile, testare la valenza e la sensatezza delle considerazioni fatte tramite l'analisi di uno studio di caso. Il momento applicativo ha assunto, dunque, particolare importanza sia per confermare la bontà delle soluzioni proposte, sia per individuare nuove criticità da studiare.

La nostra tesina è composta da tre capitoli. Il primo, di introduzione, consiste in una breve discussione sulla valenza aziendale della customer satisfaction. La volontà principale è quella di darne una definizione e spiegare perchè questo campo di studio sia, oggi, particolarmente importante. Inoltre abbiamo ritenuto utile introdurre brevemente alcune metodologie di misurazione della soddisfazione del cliente ed evidenziare il ruolo della statistica in tale settore di ricerca.

Il secondo capitolo, prevalentemente teorico, consiste in una veloce rassegna delle principali caratteristiche metodologiche dell'approccio Lisrel ai modelli ad equazioni strutturali. Tale introduzione è importante in quanto rappresenta la base teorica delle analisi che andremo a condurre.

L'ultimo capitolo rappresenta, invece, il corpo principale del nostro progetto. Esso contiene l'individuazione delle criticità legate all'utilizzo dell'approccio Lisrel in indagini di customer satisfaction, l'analisi delle possibili soluzioni e l'applicazione al nostro studio di caso. Abbiamo proceduto affiancando ciascuna analisi teorica allo studio empirico, in modo da evidenziare più chiaramente l'effettiva applicabilità delle soluzioni individuate.

Riassumendo, il nostro progetto vuole essere un approfondimento statistico per riuscire ad apportare qualche miglioramento alle indagini di customer satisfaction in termini di completezza di analisi. Sicuramente esso non è un punto di arrivo, ma un punto di partenza da cui muovere con ulteriori approfondimenti.

Capitolo 1

Customer Satisfaction

1.1 Definizione

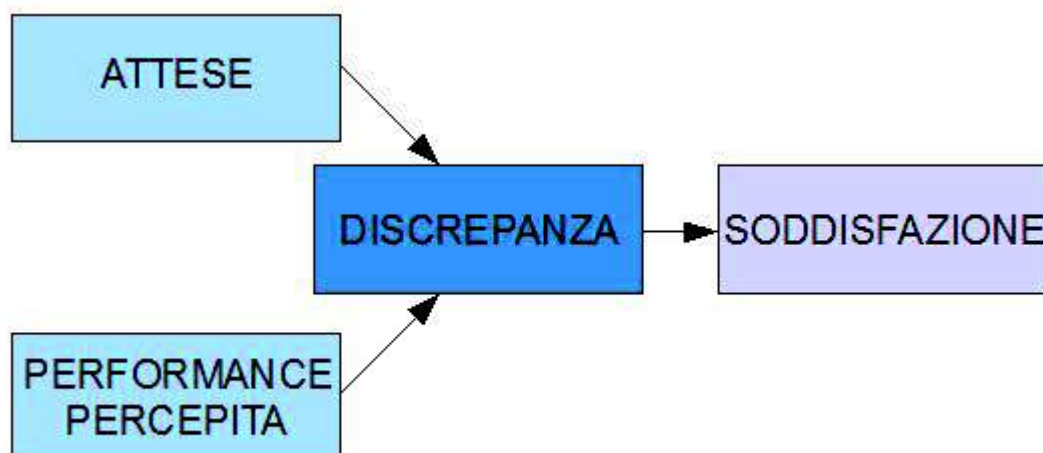
Nella letteratura il concetto di customer satisfaction (qualità percepita e di soddisfazione del cliente/utente) non possiede una definizione univoca, ma piuttosto appare essere un termine il cui significato è in continua evoluzione.

Lo stretto legame tra questo concetto, particolarmente attuale, e il marketing strategico fa in modo che la sua collocazione e la sua valenza tanto pratica, quanto teorica, siano fortemente sensibili agli scenari aziendali e ai nuovi risvolti dei mercati concorrenziali.

E. Valdani (1995) definisce la customer satisfaction, non come una tecnica, *ma come una disciplina di gestione ed uno stile di comportamento che caratterizza l'impresa. La customer satisfaction definisce infatti la manifestazione delle capacità dell'impresa di generare valore per i clienti e di saper anticipare e gestire le loro attese, dimostrando competenze e responsabilità nel rispondere e nel soddisfare i bisogni espressi esclusivamente nel loro interesse.*

Da una definizione centrata nell'ottica aziendale, già proiettata verso scenari di iniziativa di marketing, passiamo ad una definizione più vicina al mondo comportamentale del cliente stesso.

In particolare risulta interessante citare uno dei recenti concetti attorno a cui ruota la customer satisfaction: **Il paradigma della discrepanza**. Tale costrutto ha oggi importanti risvolti sia da un punto di vista teorico quanto applicazionale.



G. Guido, F. Bassi e A. Peluso (2010) sostengono che *la maggior parte degli studi condotti fino ad anni recenti in ordine al costrutto della customer satisfaction ha avuto come obiettivo quello di comprendere il fenomeno e le sue cause determinanti, identificando e rappresentando il processo di formazione della soddisfazione. La quasi totalità di essi può essere inserita in una struttura comune costituita dal Paradigma della discrepanza (disconfirmation paradigm)(...) In base a tale paradigma, la soddisfazione del cliente è definita come uno stato psicologico post-acquisto che rappresenta la valutazione dell'esperienza di utilizzo del prodotto/servizio. Essa dipende tanto dall'ampiezza quanto dalla direzione della discrepanza esistente fra la performance percepita e lo standard di confronto.*

Nella seconda definizione appare chiaro come la soddisfazione del cliente possa essere, dunque, vista come percezione dello stesso di aver speso bene le proprie risorse, in proporzione alle sue aspettative.

Un elemento che accomuna entrambe le definizioni è rappresentato dal ruolo di centralità che assume il consumatore. Esso diventa il punto nodale nelle strategie di marketing aziendali, il soggetto a cui fare riferimento per vincere il confronto concorrenziale.

1.2 Importanza

L'attuale contesto economico caratterizzato da una crescente tensione concorrenziale e da un concetto di consumo non più limitato, nelle aspettative del consumatore, al solo beneficio materiale, porta il cliente a diventare protagonista indiscusso all'interno dei processi decisionali e operativi d'azienda. Ne consegue che un'impresa che punti al raggiungimento della desiderata posizione concorrenziale non può, oggi, prescindere dell'analisi continuativa della soddisfazione dei clienti.

La rilevanza della customer satisfaction come obiettivo strategico è dunque sostenuta dalle nuove tendenze evolutive del mercato. M. Bonura e A. Bettati (2002) individuano come cause del crescente interesse all'analisi della soddisfazione del cliente quattro fattori economici:

1. le maggiori opportunità di scelta consentite dall'ampliamento delle gamme prodotto offerte
2. la più semplice accessibilità a merci e servizi dovuta alla diffusione di nuove tipologie distributive
3. l'aumento del numero di concorrenti operanti in ciascun segmento di mercato
4. la disponibilità di maggiori informazioni su prodotti concorrenti sostitutivi

La conseguenza maggiore di questa tendenza evolutiva è rappresentata dal forte ridimensionamento della fedeltà del cliente, non più solo basata sulla valutazione del soddisfacimento dei bisogni primari, ma soprattutto legata ad un concetto di benessere che valorizza gli aspetti immateriali del prodotto/servizio.

E. Valdani (1995) sostiene che *la nascita di motivi di insoddisfazione nell'appagamento di un determinato bisogno, si riflette negativamente sul rapporto fiduciario esistente tra domanda e offerta, propagandosi in tal modo all'insieme di esigenze interconnesse secondo reazioni a catena di ampia portata.*

Concetti quali life time value (valore che un cliente rappresenta per l'impresa in tutto l'arco di tempo in cui è fedele) e churn rate (tasso di fedeltà) diventano, dunque, punti nodali da tenere necessariamente in considerazione per ottenere un vantaggio competitivo.

In un'ottica di questo tipo la customer loyalty si traduce in maggior volume di acquisti e minor sensibilità nei confronti del prezzo. Conoscere e quantificare i meccanismi che governano la fedeltà e la soddisfazione del portafoglio clienti diventa dunque un importante punto di partenza per modellare strategie d'impresa che enfatizzino i punti forti e correggano quelli deboli.

Da questo punto di vista E.Valdani (1995) individua una serie di significativi vantaggi per un'azienda capace di perseguire gli obiettivi della customer satisfaction:

1. conseguire una maggiore fedeltà che prolunga nel tempo la relazione del cliente con il fornitore
2. incrementare i volumi d'acquisto con una propensione anche al cross-selling
3. subire una minore vulnerabilità alle guerre di prezzo
4. elevare i propri prezzi senza drammatiche cadute di mercato
5. ridurre significativamente gli investimenti di marketing, di vendita e di assistenza
6. sviluppare una buona immagine, anche attraverso il passaparola
7. facilitare l'acquisizione di nuovi clienti
8. sviluppare la quota di mercato

Diventa importante, quindi, analizzare e comprendere i comportamenti dei potenziali consumatori, le loro aspettative in materia di consumo e le motivazioni che li spingono all'acquisto.

In un contesto come quello appena descritto la customer satisfaction assume, dunque, una posizione centrale. Essa fornisce elementi utili per meglio valutare le prospettive dell'azienda nel medio-lungo termine e consente, inoltre, se concepita e sviluppata in modo adeguato, di individuare le azioni concrete che possano portare ad un miglioramento di prestazioni effettivamente apprezzate e percepite dalla clientela.

1.3 Misurazione

Possiamo individuare 5 punti attorno ai quali si sviluppa un'indagine di customer satisfaction:

1. Definizione degli obiettivi ed individuazione delle aree di prestazione (sulle quali verificare la soddisfazione dei clienti)
2. Progettazione del questionario di rilevazione
3. Effettuazione delle interviste
4. Elaborazione ed analisi dei dati
5. Stesura della relazione finale

1. Individuazione delle aree di prestazione

Per misurare e quantificare la soddisfazione dei clienti occorre innanzitutto individuare a quali fattori essi siano maggiormente sensibili. Tali fattori, che in linguaggio tecnico sono chiamati **aree di prestazione**, definiscono quanto più possibile nello specifico le singole componenti di un prodotto/servizio che incidono maggiormente sulla soddisfazione o insoddisfazione del cliente.

La loro individuazione è generalmente supportata da teorie di marketing sottostanti o da informazioni su passati studi di caso condotti nello stesso settore di mercato.

Qualche esempio di area di prestazione: competenza del personale, affidabilità dei servizi, gestione delle situazioni critiche, carattere innovativo dei prodotti, ecc.

2. Progettazione del questionario di rilevazione

G. Guido (1999) definisce il questionario come *un insieme formalizzato di domande volte ad ottenere informazioni dagli intervistati; i suoi obiettivi sono prevalentemente tre:*

- *richiedere le informazioni attraverso un set di domande ben strutturate*
- *coinvolgere gli intervistati motivandoli al fine di cooperare e completare l'intervista*
- *minimizzare gli errori di risposta, attraverso un'adeguata progettazione e realizzazione del questionario stesso*

Come abbiamo sottolineato sopra, l'obiettivo principale è quello di misurare gli atteggiamenti dei consumatori. Coerentemente con il concetto del paradigma della discrepanza la volontà principale è quella di individuare il rapporto tra le aspettative e il livello di prestazione percepito. L'obiettivo sarà dunque quello di misurare, per ogni area di prestazione, tanto le attese dei consumatori, quanto la soddisfazione legata alla fruizione del dato prodotto o servizio.

A livello pratico il questionario che andremo ad analizzare è prevalentemente strutturato con domande a risposte chiuse misurate su scale multi-items categoriali o numeriche (molto simili alle prime eccetto per il fatto che utilizzano numeri piuttosto che descrizioni verbali).

G. Guido (1999) individua una serie di vantaggi in tale tipologia di scelta:

- facilità di risposta
- facilità di registrazione ed analisi e il minor potenziale d'errore connesso
- possibilità di confrontare direttamente le risposte da intervistato ad intervistato

Indipendentemente dalle tecniche utilizzate, ciò che realmente conta è riuscire ad individuare con chiarezza le aree critiche sulle quali occorre intervenire e soprattutto le distanze che, nella percezione dei clienti, separano l'offerta aziendale da quella della concorrenza.

3. Effettuazione delle interviste

Per quanto riguarda gli aspetti della rilevazione dei dati, esistono quattro principali tipologie di questionari:

- interviste postali
- interviste telefoniche
- interviste personali
- interviste via Internet

Nel caso delle **interviste postali**, il problema principale è rappresentato dai bassi tassi di risposta che normalmente si riscontrano con l'utilizzo di questa tecnica. Richiedono inoltre una precisa identificazione dei soggetti da campionare (nomi, indirizzi, ecc.) prima che inizi la raccolta.

Le **interviste telefoniche** rappresentano il metodo dominante per sondare campioni numerosi. I vantaggi che G. Guido (1999) registra in tale tipologia sono *la velocità nella raccolta dati (potendosi condurre più interviste nell'unità di tempo), possibilità di utilizzo di un'unica sede, inoltre l'assenza di contatto diretto tra intervistatore e intervistato garantisce l'anonimato e realizza una minore intrusività del mezzo telefonico (rispetto all'intervista personale), evitando distorsioni nel campione*. I maggiori svantaggi sono la mancanza di cooperazione, la durata limitata dell'intervista; inoltre *se a rispondere sono solo alcune categorie ciò può indurre ad un difetto di rappresentatività del campione*.

Le **interviste personali** permettono di ottenere livelli di risposta più elevati e facilitano la creazione di empatia tra intervistati ed intervistatori (fondamentale per aumentare l'interesse ed evitare equivoci legati ad errate comprensioni delle domande). D'altro canto sono caratterizzate da alti costi d'indagine e, pertanto, non sono sempre proponibili nel caso di monitoraggi effettuati con una certa regolarità.

Data la natura e la frequenza delle rilevazioni, il **questionario online** è particolarmente adatto alle attività di raccolta ed analisi dei dati nelle indagini sulla customer satisfaction.

Sempre G. Guido (1999) sostiene che *gli enormi potenziali benefici di questo strumento derivano dal costo marginale sui questionari inviati che è quasi nullo, dall'ottimizzazione dei tempi di composizione e nel caso dei sondaggi sul Web, dal collegamento istantaneo e dalla minima intrusione della privacy dei rispondenti*. Gli svantaggi sono legati principalmente alla difficoltà di monitorare con accuratezza il campione dei rispondenti, ciò potrebbe condurre a problemi di distorsione. Una possibile soluzione sarebbe quella di selezionare preventivamente il campione e condurre l'indagine via e-mail assicurandosi che siano proprio gli intervistati scelti a rispondere.

4. Elaborazione ed analisi dei dati

Dopo la raccolta dei questionari compilati, si procede nell'organizzare le informazioni su supporto informatico per l'effettuazione dell'analisi statistica.

Per quanto detto fino ad ora nelle indagini di customer satisfaction, l'obiettivo principale dell'analisi dei dati è comprendere e quantificare il fenomeno della soddisfazione del cliente, definendo degli indicatori critici ed individuandone le relazioni al fine di orientare operativamente le strategie del miglioramento.

In un'ottica di questo tipo la statistica gioca un ruolo centrale. La necessità di modellare e quantificare i bisogni e le aspettative dei clienti ha portato a sviluppare metodologie statistiche capaci di elaborare e riassumere le informazioni contenute nei questionari rivolti alla clientela.

I vantaggi principali di poter disporre di un modello statistico che riassume il percorso della soddisfazione del cliente sono principalmente due:

- Fidelizzazione del cliente
- Sviluppo di una strategia marketing-oriented che consenta di ottenere un vantaggio competitivo

Nelle nostre analisi ci concentreremo su questa fase e procederemo adottando come strumento statistico l'approccio Lisrel ai modelli ad equazioni strutturali per le analisi di comportamento economico.

5. Stesura della relazione finale

L'ultima fase della ricerca è quella che prevede il commento e la valutazione dei risultati dello studio. F. Bassi (2008) sostiene che *in questa fase è utile possedere la conoscenza di alcune tecniche di base di comunicazione e soprattutto riuscire a trasferire i risultati delle analisi a chi li deve utilizzare per prendere decisioni e spesso non possiede competenze statistiche sofisticate.*

Data la particolare natura dell'analisi fatta risulterà utile mettere in rilievo i punti di forza e di debolezza emersi dall'indagine, ed identificare le caratteristiche dei clienti-utenti che hanno evidenziato le maggiori criticità. Fondamentale sarà dunque presentare conclusioni sintetiche in ottica operativa.

Nel corso della nostra analisi prediligeremo tanto l'aspetto teorico quanto quello più strettamente operativo. Oltre a presentare uno studio di caso, la nostra tesina pone l'accento anche sulle criticità statistiche, tanto metodologiche quanto computazionali, derivanti dall'applicazione dei modelli Lisrel alle analisi di customer satisfaction.

Capitolo 2

I modelli Lisrel

In questo capitolo proponiamo una breve introduzione sulle caratteristiche teoriche e metodologiche dei modelli che andremo ad adattare ai nostri dati. Focalizzeremo in particolare la nostra attenzione sulla loro formulazione, sui metodi di stima ed inferenza, e sugli assunti alla base dei modelli analizzati.

Di particolare interesse risulta inoltre un'attenta analisi delle specifiche legate alla stima dei modelli Lisrel in ambito di customer satisfaction. La particolare struttura dei questionari e delle variabili rilevate, e la presenza di un background di teorie economico-aziendali che definiscono i meccanismi con i quali si crea la soddisfazione, hanno come conseguenza la necessità di dover adottare specifici strumenti d'analisi e prestare particolare attenzione sia agli assunti alla base dei modelli stimati, sia alla bontà dell'inferenza sulle stime.

Queste considerazioni verranno proposte di pari passo con la trattazione e l'analisi dello studio di caso in esame.

2.1 Caratteristiche generali

*Il termine LISREL, acronimo di **Linear Structural Relationship**, nasce inizialmente come il nome di un software creato nei primi anni settanta da Karl Jöreskog per stimare tramite massima verosimiglianza i coefficienti strutturali dell'analisi fattoriale.*

Rapidamente tuttavia la sua applicazione ha superato gli obiettivi iniziali diventando una procedura generale per modelli basati su sistemi di equazioni strutturali, (Corbetta, 2002).

Per modello ad equazioni strutturali si intende *un modello stocastico nel quale ogni equazione rappresenta un legame causale, piuttosto che una mera associazione empirica*, (Goldberger, 1972).

In base a tale definizione saremo dunque interessati a stimare una equazione di regressione (unità costitutiva del modello ad equazioni strutturali) solo nella misura in cui riusciamo ad attribuirle un significato di nesso causale.

L'approccio Lisrel ai modelli ad equazioni strutturali si colloca alla convergenza di un duplice problema statistico.

- **Misurazione.** Tale problema è direttamente legato alla distinzione tra variabili osservate e variabili latenti (*costrutti teorici che non sono direttamente osservati, ma che hanno implicazioni per le relazioni fra le variabili osservate*), (Goldberger, 1972) e alla necessità di poter esprimere queste ultime con stabilità anche in rilevazioni ripetute nel tempo.
- **Causalità.** Ogni teoria scientifica si basa sulla elaborazione di legami causali fra le variabili, il ricercatore necessita dunque di disporre di strumenti per verificare l'esistenza dei nessi formulati in sede teorica.

In risposta a queste due problematiche, Lisrel si costituisce di due parti principali. **Modello di misurazione** e **Modello strutturale**. Il primo *specifica come le variabili latenti (...) sono misurate tramite le variabili osservate e serve per determinare i caratteri di tale misurazione (validità e attendibilità) (...)*, il secondo *specifica le relazioni causali fra le variabili latenti e serve per determinare l'ammontare della varianza non spiegata*, (Jöreskog e Sörbom, 1988).

Nella maggior parte dei casi relativi alla verifica empirica di una teoria, Lisrel procede secondo tre fasi.

- formulazione
- stima
- valutazione del modello

2.2 Formulazione

Si tratta di tradurre la teoria in un sistema di equazioni strutturali, definendo le variabili osservate, i costrutti latenti, stabilendo i legami causali fra le variabili e costruendo il modello complessivo in modo tale che esso possa essere matematicamente risolvibile cioè identificato, (Corbetta, 2002).

La formulazione generale di un modello Lisrel con variabili latenti è la seguente.

- **MODELLO STRUTTURALE**

$$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta$$

- **MODELLO DI MISURA**

$$X = \Lambda_x\xi + \delta$$

$$Y = \Lambda_y\eta + \varepsilon$$

Dove η è un vettore di $(m \times 1)$ fattori latenti endogeni, mentre ξ è un vettore di $(n \times 1)$ fattori esogeni. X e Y sono vettori $(q \times 1)$ e $(p \times 1)$ di variabili osservate. Infine ζ , δ e ε sono vettori di errori stocastici che Lisrel assume tipicamente con distribuzione normale.

Tale distinzione riprende i concetti di misurazione e causalità esposti nel paragrafo precedente.

Il modello di misura, così formulato, intende appunto individuare e misurare i fattori latenti η , ξ , tramite le variabili osservate X , Y ; la tecnica statistica tipicamente utilizzata è l'analisi fattoriale.

Il modello strutturale consente invece di identificare e stimare i legami causali che sussistono tra i fattori latenti η e ξ ; mentre ξ rappresenta un vettore di fattori latenti esogeni che, quindi, compariranno sempre come regressori in tutte le equazioni del modello strutturale, i fattori contenuti nel vettore η sono endogeni e possono assumere tanto il ruolo di risposta in una equazione, quanto quello di regressore in un'altra.

Riassumendo, il modello che andremo a stimare consiste in un sistema di equazioni di regressione. Alcune misurano i fattori latenti, altre individuano i legami causali che sussistono tra questi.

Un modello secondo Lisrel necessita, per la sua completa specificazione di 8 matrici: 4 matrici di parametri strutturali $(B, \Gamma, \Lambda_x, \Lambda_y)$, 4 matrici di covarianza $(\Phi, \Psi, \Theta_\varepsilon, \Theta_\delta)$.

Le equazioni che abbiamo appena mostrato poggiano sulle seguenti 3 assunzioni:

- $E(\eta) = E(\zeta) = E(\xi) = E(Y) = E(\varepsilon) = E(X) = E(\delta) = 0$
- $E(\xi\zeta') = E(\eta\varepsilon') = E(\xi\delta') = E(\eta\delta') = E(\xi\varepsilon') = 0$
- $E(\zeta\varepsilon') = E(\zeta\delta') = E(\varepsilon\delta') = 0$

Senza perdita di generalità possiamo operare con variabili scartate dalle rispettive medie. Ciò consente di fissare un'origine per i fattori latenti che avranno media zero.

Gli ultimi due punti stanno invece a significare che non sono possibili altri tipi di relazioni fra le variabili e gli errori oltre a quelle previste dalle otto matrici. Ciò consente di ridurre molto la complessità del problema, e di poter scrivere la matrice di varianza e covarianza del modello unicamente in funzione dei parametri incogniti.

2.3 Stima

Il processo di stima si fonda sul legame algebrico esistente tra il modello teorico e la matrice di varianza e covarianza fra le variabili X e Y: La matrice di varianza e covarianza fra le variabili osservate può essere espressa in funzione delle 8 matrici di parametri che caratterizzano il modello teorico.

Il modello espresso nella forma di equazioni lineari dà dunque vita ad una matrice di covarianza di dimensione $(p + q) \times (p + q)$, $\Sigma = \Sigma(\theta)$ dove Σ rappresenta la matrice di covarianza della popolazione, θ il vettore dei parametri ignoti e $\Sigma(\theta)$ la matrice scritta in funzione dei parametri.

Si può dimostrare (Bollen, 1989) che la matrice di covarianza per le variabili osservate è funzione dei parametri del modello. Di seguito noi riportiamo solo il risultato finale.

$$\Sigma(\theta) = \begin{pmatrix} \Lambda_y[(I - B)^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi)(I - B)^{-1'}]\Lambda_y' + \Theta_\varepsilon & \Lambda_y(I - B)^{-1}\Gamma\Phi\Lambda_x' \\ \Lambda_x\Phi\Gamma'(I - B)^{-1'}\Lambda_y' & \Lambda_x\Phi\Lambda_x' + \Theta_\delta \end{pmatrix}$$

Il problema ora è che, data una matrice di varianza e covarianza campionaria S calcolata dai dati, dobbiamo individuare un vettore di parametri θ in modo tale che $\Sigma(\theta)$ sia uguale o il più prossima possibile ad S . Il procedimento di stima si baserà dunque sulla minimizzazione rispetto a θ di un'opportuna funzione $F(S, \Sigma(\theta))$.

Il metodo di stima che Lisrel utilizza tipicamente è quello di **massima verosimiglianza ML**. Assumendo che la distribuzione delle variabili osservate X e Y sia una normale multivariata andiamo a stimare i parametri incogniti della popolazione in modo da massimizzare la probabilità per i dati campionari di essere osservati. Nel nostro caso specifico, data una certa matrice di covarianza campionaria S , vogliamo individuare quali valori attribuire ai parametri in modo che la probabilità che S derivi da Σ sia la massima possibile.

Bollen (1989) propone due possibili vie per condurre la stima ML dei parametri incogniti.

- assumendo una distribuzione marginale normale per le variabili osservate e ricavando le stime via massima verosimiglianza. Bollen appendice 4A
- studiando la distribuzione per la matrice di varianza-covarianza $\Sigma(\theta)$. Distribuzione di Wishart. Bollen appendice 4B

2.4 Valutazione del modello

*Per valutare l'adattamento del modello ai dati l'unico strumento a nostra disposizione è quello della sua **non falsificazione**, cioè di test di non incongruità del modello ai dati, (Corbetta, 2002).*

Tutti i test di bontà d'adattamento condotti si fondano sullo scarto $S - \Sigma(\hat{\theta})$ denominato residuo. Uno scarto eccessivo porterà alla falsificazione: troppo distanti sono la matrice di covarianza osservata nei dati e quella generata dal modello. Se lo scarto invece può essere addebitabile ad oscillazioni stocastiche, allora il modello non risulta falsificato e non viene respinto.

Tuttavia non possiamo comunque affermare che esso sia verificato. Sappiamo infatti che se un modello produce una e una sola matrice di covarianza tra le variabili osservate non risulta vero il contrario.

Di seguito proponiamo una batteria di analisi utili per studiare le caratteristiche del modello stimato, (Bollen, 1989).

Esame delle soluzioni

- Plausibilità delle stime
- Significatività delle stime

- Coefficienti di correlazione multipla al quadrato R^2
- Analisi dei residui

Adattamento globale

- Test χ^2
- GFI (Goodness of fit index)
- AGFI (Adjusted goodness of fit index)

Indici di parsimonia e di cross-validation

- AIC e CAIC
- ECVI (Expected cross-validation index)

Gli strumenti di analisi appena elencati verranno presentati e discussi in seguito (sezione 3.4 Analisi dei risultati).

Ulteriori approfondimenti sui metodi di stima e sulle analisi di bontà d'adattamento del modello ai dati verranno proposti durante l'analisi dello studio di caso in esame. Porremo l'accento sulle criticità individuate, sulla correttezza dei metodi di stima adottati e sulla validità dei test condotti.

Capitolo 3

Analisi dei dati reali

3.1 Introduzione e generalità

I dati che analizzeremo si riferiscono ad un'indagine tramite questionario elettronico condotta da un'azienda che vende servizi informatici.

La rilevazione, condotta nel 2009 su un campione di 324 individui, è composta da 29 domande e suddivisa in 7 macro-aree di intervista:

1. Modalità di utilizzo dei servizi
2. Durata del rapporto
3. Soddisfazione complessiva
4. Qualità dei servizi/prodotti utilizzati
5. Erogazione del servizio
6. Valutazione globale
7. Caratteristiche socio-demografiche dei rispondenti

Per misurare e quantificare la soddisfazione dei clienti abbiamo innanzitutto deciso di partire con l'individuare a quali fattori essi siano ipoteticamente maggiormente sensibili.

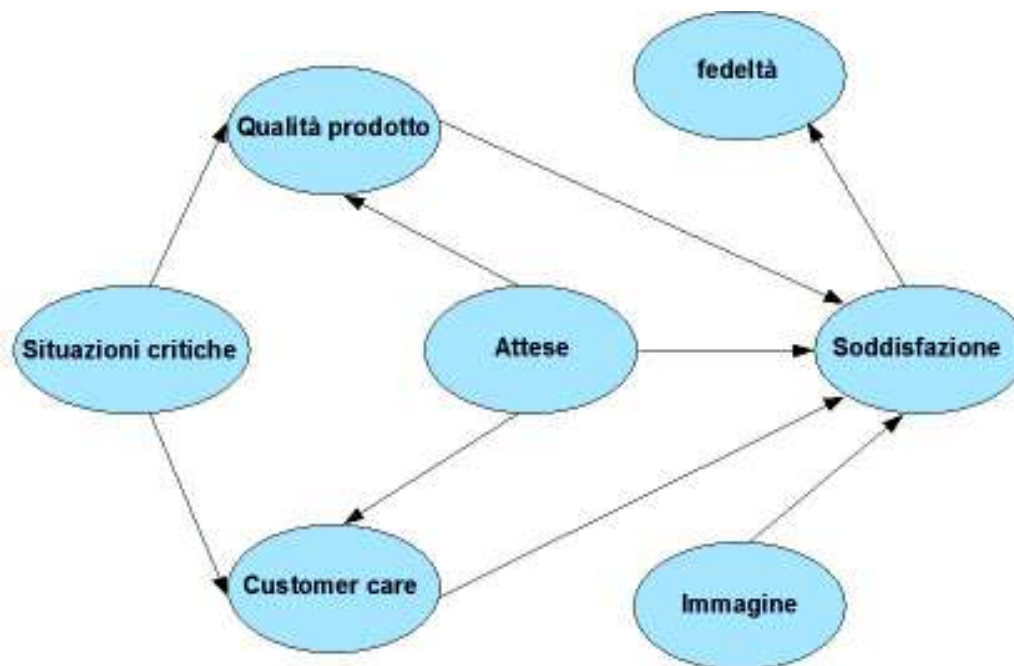
Abbiamo proposto, in prima battuta, le seguenti aree di prestazione principali (aree critiche).

- gestione delle situazioni critiche
- customer care

- qualità del prodotto/servizio
- aspettative
- immagine
- soddisfazione
- fedeltà

Una volta individuati i costrutti sui quali si fonderà la nostra analisi, abbiamo cercato di formulare un primo modello ipotetico sulla scorta di nozioni elementari di marketing.

Di seguito il modello ipotizzato:



Tale modello rappresenta il punto di partenza della nostra analisi. Una volta stimato verrà sottoposto ad analisi di falsificazione e migliorato sulla scorta dei risultati dei test condotti.

Per quanto detto fino a questo punto l'approccio che abbiamo deciso di utilizzare è quello Lisrel, e il software utilizzato è LISREL 8 (versione di prova). La versione studenti consente infatti la trattazione di un massimo di 15 variabili.

3.2 Stima della matrice di varianza-covarianza campionaria

Il passo che segue la formulazione di un primo ipotetico modello e di conseguenza l'identificazione di una matrice di covarianza $\Sigma(\theta)$, è quello del calcolo della matrice di varianza e covarianza campionaria S , necessaria ai fini di stima.

Il computo di tale matrice in un'analisi di customer satisfaction presenta alcuni elementi di differenza rispetto alle più generali applicazioni Lisrel a variabili quantitative. Le cause principali che portano alla necessità di disporre di strumenti diversi rispetto alle classiche formule per il calcolo della varianza e covarianza per variabili quantitative sono:

- **trattazione di variabili qualitative ordinali**: nei questionari di customer satisfaction la tecnica più frequentemente usata consiste nel chiedere il grado di soddisfazione, per ogni area di prestazione, tramite scale di valutazione (da "molto" a "per niente", oppure con punteggi o voti).
- **presenza sistematica di missing values**: la presenza di valori mancanti non è frutto di errata rilevazione o trascrizione dei dati, ma conseguenza della struttura stessa del questionario. Eccone un esempio:
 Rispondi solo se le seguenti condizioni sono rispettate:
 Risposta era 'Sì' alla domanda 3
 (Ha avuto esperienze/conosciuto fornitori diversi da ...)

Attuare alcune correzioni rispetto al modo canonico di procedere con variabili quantitative è necessario ai fini di una corretta e coerente modellazione, stima ed inferenza. Calcolare la covarianza tra due variabili qualitative ordinali come se fossero quantitative porterebbe infatti alla violazione di alcune assunzioni alla base dei modelli Lisrel (ad esempio l'ipotesi di normalità delle variabili osservate).

3.2.1 Trattazione delle variabili qualitative ordinali

Le seguenti dimostrazioni ed analisi sono tratte da Bollen (1989).

Consideriamo y^* un $p \times 1$ vettore di indicatori quantitativi continui di η che rispondono al generale modello di misura:

$$y^* = \Lambda_y \eta + \varepsilon$$

dove $E(\varepsilon) = 0$ con ε incorrelato con η . Non osserviamo y^* , ma una sua versione categoriale y . y^* potrebbe essere normalmente distribuito, mentre possiamo ad esempio considerare y una variabile ordinale di c categorie. Se fosse così, $y \neq y^*$ e di conseguenza:

$$y \neq \Lambda_y \eta + \varepsilon$$

Quindi una prima conseguenza è che il modello di misura per y^* non vale per y .

Una seconda conseguenza è che la distribuzione della variabile ordinale è generalmente diversa da quella della sottostante variabile continua. Quindi $\text{ACOV}(s_{ij}, s_{gh})$ (matrice di covarianza asintotica degli stimatori degli elementi di S) non è uguale $\text{ACOV}(s_{ij*}, s_{gh*})$ (matrice di covarianza asintotica degli stimatori degli elementi di S^*), dove s_{ij} e s_{gh} sono elementi della matrice di covarianza di x e y e s_{ij*} e s_{gh*} sono i corrispondenti elementi della matrice di covarianza tra x^* e y^* . Anche se y^* e x^* sono normalmente distribuiti, la loro versione ordinale può essere considerevolmente non normale.

Un'ultima conseguenza per variabili ordinali è la violazione delle ipotesi sulla struttura di covarianza. Assumendo Σ^* la matrice di covarianza della popolazione per le variabili y^* e x^* abbiamo dimostrato che $\Sigma^* = \Sigma(\theta)$. In generale invece Σ , matrice di covarianza della popolazione per le variabili categoriali x e y non è uguale a Σ^* e di conseguenza non è uguale a $\Sigma(\theta)$. Quindi l'ipotesi sulla struttura di covarianza vale per le sottostanti variabili continue, ma non necessariamente per le variabili ordinali osservate.

Di conseguenza se S è una stima consistente per Σ , lo stimatore dei parametri basato su S molto probabilmente sarà uno stimatore inconsistente di θ . L'inconsistenza dipenderà in particolare dalla relazione tra Σ e Σ^* .

Per quanto detto fino ad ora, la procedura correttiva sarà quella di risalire, date le osservazioni di una variabile qualitativa ordinale, ai valori della sottostante variabile quantitativa continua, utilizzare questi ultimi per calcolare la matrice di covarianza campionaria e ricavare le stime dei parametri ignoti.

Procedura correttiva

$$y_1 = \begin{cases} 1 & \text{se } y_1^* \leq a_1 \\ 2 & \text{se } a_1 < y_1^* \leq a_2 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ c-1 & \text{se } a_{c-2} < y_1^* \leq a_{c-1} \\ c & \text{se } a_{c-1} < y_1^* \end{cases}$$

y e x sono le variabili ordinali osservate, y^* e x^* sono le variabili latenti continue, c è il numero di categorie mentre gli a_i sono i ‘valori soglia’ che vogliamo determinare. Essi possono essere stimati una volta nota la distribuzione di y^* e x^* e la proporzione del campione in ciascuna categoria.

L’assunzione più comune è quella di considerare x^* e y^* con distribuzione normale multivariata, e quindi di conseguenza la distribuzione marginale delle variabili considerate sarà, una volta standardizzate, una $N(0, 1)$.

Date queste considerazioni la stima dei ‘valori soglia’ sarà:

$$a_i = \Phi^{-1} \left(\sum_{k=1}^i \frac{N_k}{N} \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, c-1$$

dove Φ^{-1} è l’inversa della funzione di distribuzione della normale standardizzata e N_k è il numero dei casi nella k -esima categoria.

I valori stimati saranno dunque assimilabili ad osservazioni delle variabili y^* e x^* per cui valgono tutte le assunzioni fatte per i modelli Lisrel, e che dunque potremo utilizzare per calcolare la matrice di covarianza Σ^* . Assunta la normale bivariata come distribuzione della coppia (x_i^*, y_j^*) e nota la sua funzione di probabilità, basterà stimare via massima verosimiglianza il valore della correlazione condizionatamente ai ‘valori soglia’ individuati.

Il seguente metodo two-step di stima di ρ viene proposto da Ollson (1979) in alternativa al metodo più complicato che stima contemporaneamente via

massima verosimiglianza i ‘valori soglia’ e ρ . La nostra scelta di presentare solo il più semplice è legata alla volontà di rendere chiaro il ragionamento che porta alla stima della matrice S^* .

Per completezza inseriamo di seguito la funzione di probabilità della normale bivariata

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y\sigma_x\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[-\frac{\frac{1}{1-\rho^2} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - 2\rho \frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} \right]}{2} \right]$$

Calcolando il valore della correlazione per ciascuna coppia di variabili otterremo alla fine una stima consistente di Σ^* con la quale condurre il procedimento di stima dei parametri incogniti.

Se entrambe le variabili sono ordinali, la correlazione tra i sottostanti indicatori continui è chiamata Policorica. Se entrambe le variabili sono dicotomiche la correlazione è chiamata Tetracorica. Quando una variabile è ordinale e una è continua la correlazione è chiamata Poliseriale.

3.2.2 Trattazione dei valori mancanti sistematici

Come abbiamo accennato nell’introduzione, la presenza di valori mancanti non è addebitabile ad errori di compilazione o di trascrizione dei dati, ma è connaturata alla struttura stessa del questionario di customer satisfaction.

Essi dunque necessitano di uno studio attento e accurato. Abbiamo individuato a tal proposito tre metodi diversi per trattare i casi di valori mancanti, (Jöreskog & Sörbom, 2001).

1. **listwise deletion.** La prima proposta è quella di eliminare ciascuna unità statistica che presenti un valore mancante in almeno una delle variabili analizzate.

Sebbene sia stato dimostrato (Bollen, 1989) che l’utilizzo della listwise deletion conduca a stime consistenti, che la matrice di covarianza campionaria sia ancora definita positiva e che l’assunto di multinormalità continui a valere anche nel sottocampione rimanente, abbiamo deciso di non applicare tale metodologia ai nostri dati. La motivazione è legata alla perdita di informazione. Rimuovere prima del calcolo della matrice di covarianza campionaria tutte le unità statistiche che presentano un valore mancante in almeno una variabile analizzata significherebbe, nel nostro caso di studio, perdere più dell’80% delle osservazioni del nostro campione.

2. **pairwise deletion.** In questo caso andiamo a calcolare la matrice di varianza e covarianza campionaria S_p utilizzando, per ciascuna coppia di variabili, tutti i casi di non-missing values.

Da una parte non abbiamo perdita d'informazione, dall'altra invece gli elementi di S_p sono basati su campioni numericamente diversi.

Le problematiche legate a questo metodo di trattazione dei valori mancanti derivano dalla possibilità che S_p non sia definita positiva e dall'ambiguità nella scelta di N_p che gioca un ruolo importante nel test del χ^2 e nel computo degli standard error asintotici dei parametri stimati.

3. **imputation.** L'idea è quella di sostituire i valori mancanti con i valori mediani della variabile a cui si riferiscono e poi procedere con il computo della matrice di varianza e covarianza campionaria.

Tale modo di trattare i valori mancanti rappresenta sicuramente una forzatura ai dati analizzati. Quello che facciamo è, infatti, andare ad assegnare dei valori mediani come risposta a domande a cui alcune unità statistiche non erano tenute a rispondere. Questa maniera di procedere potrebbe modificare considerevolmente le stime e condurre ad un modello che risente pesantemente di questo accorgimento.

Tale modello non sarà, dunque, utile a fini previsivi o interpretativi, ma rappresenterà uno strumento di confronto sensato.

Nel corso della nostra analisi abbiamo adottato i metodi 2 e 3. Sebbene la tecnica pairwise sia forse la più adatta in quanto non va a modificare il dataset, abbiamo deciso di stimare il modello anche sostituendo i valori mancanti con i valori mediani. Le problematiche legate alla pairwise deletion ci spingono, infatti, a servirci di uno strumento di confronto sensato per verificare la plausibilità dei risultati ottenuti in termini di stima e di inferenza.

3.2.3 Applicazione empirica e risultati

L'importazione dei dati, la definizione dei valori mancanti e delle metodologie con cui trattarli, nonché il computo della matrice di covarianza campionaria S non possono essere fatti direttamente con LISREL 8. Tali analisi iniziali sono di competenza di PRELIS 2, contenuto nel software LISREL 8.

A livello pratico i dati sono stati importati utilizzando PRELIS 2. Abbiamo proceduto con il definire la natura delle variabili analizzate (ordinali) e il metodo di trattazione dei valori mancanti. Infine è stata calcolata la matrice di varianza e covarianza campionaria che verrà successivamente letta

da LISREL 8 nella stima del modello.

L'output produce una serie di risultati importanti. I più interessanti sono la percentuale di valori mancanti, i valori soglia stimati, nonché, per ciascuna correlazione, l'avviso `warning` qualora venga rifiutata l'ipotesi nulla di normalità bivariata dal Test of Close Fit basato sull'RMSEA (vedi in seguito). Tale tipo di informazione sarà di particolare utilità nel momento in cui dovremo decidere quale metodo di stima adottare.

Le matrici calcolate sono state salvate nei file `imputation.corre` e `pairwise.corre`, per motivi di spazio non riportiamo l'output completo, anche se alcuni esempi potrebbero risultare utili.

Notiamo per prima cosa come in entrambi i casi le variabili siano standardizzate, infatti:

Pairwise Medie					
VAR14	VAR15	VAR16	VAR17	VAR18	VAR19
-----	-----	-----	-----	-----	-----
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Pairwise Deviazioni Standard					
VAR14	VAR15	VAR16	VAR17	VAR18	VAR19
-----	-----	-----	-----	-----	-----
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Imputation Medie					
VAR14	VAR15	VAR16	VAR17	VAR18	VAR19
-----	-----	-----	-----	-----	-----
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Imputation Deviazioni Standard					
VAR14	VAR15	VAR16	VAR17	VAR18	VAR19
-----	-----	-----	-----	-----	-----
1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Di seguito riportiamo l'output per alcune correlazioni stimate.

PAIRWISE								
(PE=Correlazione di Pearson, PC=Policorica, PS=Poliseriale)								
Var	vs.	Var	Corr	Test of Model		Test of Close Fit		
				Chi-Quad	gdl.	P-Value	RMSEA	P-Value
----	---	----	-----	-----	---	-----	-----	-----
VAR18	vs.	VAR12	0.303(PC)	16.864	17	0.464	0.000	0.922
VAR24	vs.	VAR15	0.682(PC)	108.217	80	0.020	0.049	1.000
VAR48	vs.	VAR23	0.671(PC)	53.618	63	0.794	0.000	1.000
VAR22	vs.	VAR14	-0.133(PC)	10.863	15	0.762	0.000	0.999

IMPUTATION								
(PE=Correlazione di Pearson, PC=Policorica, PS=Poliseriale)								
Var	vs.	Var	Corr	Test of Model		Test of Close Fit		
				Chi-Quad	gdl.	P-Value	RMSEA	P-Value
----	---	----	-----	-----	---	-----	-----	-----
VAR18	vs.	VAR12	0.281(PC)	7.421	17	0.977	0.000	1.000
VAR24	vs.	VAR15	0.594(PC)	278.693	80	0.000	0.088	0.965
VAR48	vs.	VAR23	0.382(PC)	78.439	71	0.255	0.018	1.000
VAR22	vs.	VAR14	0.444(PC)	284.488	23	0.000	0.187	0.000
A_V_V_I_S_0: L'ipotesi di normalità bivariata non è assumibile								

Come possiamo notare per ciascuna correlazione stimata il programma offre due test. **Test of model** e **Test of close fit**. Il primo è un test di tipo Chi-quadro basato sulla statistica log-rapporto di verosimiglianza. Il rifiuto dell'ipotesi nulla porterebbe a non poter accettare l'assunzione di normalità bivarita sottostante per le due variabili considerate.

Ana Maria Quiroga (1992) dimostrò che mentre la stima della correlazione policorica è robusta anche in caso di violazione dell'ipotesi di normalità, il test LR Chi-quadro è molto sensibile a violazioni di tale assunzione. A tal proposito Jöreskog (2001) propone un test alternativo basato sulla distribuzione non centrata anziché centrata del Chi-quadro. Tale test di basa sull'RMSEA. Studi via simulazione basati su diversi gradi di non normalità, dimostrano che la violazione dell'ipotesi di normalità sottostante ha serie conseguenze sulle proprietà degli stimatori solo nel caso in cui l'RMSEA assuma valori maggiori di 0.1.

3.3 Stima del modello di customer satisfaction

Anche il metodo di stima conseguente all'applicazione dei modelli ad equazioni strutturali alle analisi di customer satisfaction presenta alcuni punti da approfondire. Concentreremo la nostra attenzione sull'applicabilità del metodo di massima verosimiglianza ML, sul possibile impiego del metodo weight least square WLS e sul confronto tra i due.

3.3.1 Metodo di stima ML e proprietà

Come abbiamo detto in fase di introduzione il procedimento di stima si fonda sulla minimizzazione di funzioni $F(S, \Sigma(\theta))$ basate appunto su S , matrice di covarianza campionaria, e $\Sigma(\theta)$, matrice di covarianza implicata dal modello formulato.

Le funzioni studiate godono delle seguenti proprietà:

1. $F(S, \Sigma(\theta))$ è scalare
2. $F(S, \Sigma(\theta)) \geq 0$
3. $F(S, \Sigma(\theta)) = 0 \Leftrightarrow S = \Sigma(\theta)$
4. $F(S, \Sigma(\theta))$ è continua in S e $\Sigma(\theta)$

Browne (1984) dimostra che minimizzare funzioni obiettivo che soddisfanno le seguenti condizioni conduce a stimatori di θ consistenti.

Il metodo di stima più comunemente usato in Lisrel è quello della massima verosimiglianza ML. Partendo dall'assunzione di distribuzione normale multivariata sottostante per le variabili osservate, la funzione obiettivo che viene minimizzata è la seguente:

$$F_{ML} = \log |\Sigma(\theta)| + tr[S\Sigma(\theta)^{-1}] - \log |S| - (p + q)$$

Generalmente si assume $\Sigma(\theta)$ e S positive definite che significa non-singolari e quindi invertibili. Il fatto che siano definite positive implica che il determinante delle due matrici non possa essere zero, valore al di fuori del dominio del logaritmo naturale.

Nelle appendici 4A e 4B Bollen (1989), dimostra l'individuazione di tale funzione partendo dall'assunzione di multinormalità per le variabili x e y . Noi tralascieremo le dimostrazioni e ci concentreremo sulle proprietà e sull'applicabilità di tale metodo di stima al nostro studio di caso.

Lo stimatore ML, qualora risulti valida l'ipotesi di multinormalità delle variabili coinvolte nel modello, ha diverse proprietà asintotiche particolarmente importanti:

1. asintoticamente corretto
2. consistente $plim(\hat{\theta}) = \theta$
3. asintoticamente efficiente (tra gli stimatori consistenti è quello a minor varianza asintotica)
4. asintoticamente distribuito con distribuzione normale

Particolarmente utile ai fini di inferenza è la matrice di covarianza asintotica per lo stimatore ML di θ :

$$\left(\frac{2}{(N-1)} \right) \left\{ E \left[\frac{\partial^2 F_{ML}}{\partial \theta \partial \theta'} \right] \right\}^{-1}$$

Quando $\hat{\theta}$ viene sostituito a θ abbiamo una stima della matrice di covarianza asintotica dalla quale possiamo risalire agli standard error. Tali valori sono fondamentali per eseguire gli usuali test di significatività dei parametri stimati.

3.3.2 Algoritmi di minimizzazione numerica

In generale nei modelli ad equazioni strutturali le derivate prime parziali della funzione obiettivo F costituiscono un sistema di t equazioni non direttamente esplicitabili.

$$\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta_i} = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, t$$

Soluzioni esplicite non possono dunque essere ottenute, di conseguenza si rivelano necessari metodi numerici di minimizzazione.

Ciò che viene concretamente fatto è sviluppare una serie di vettori θ fino a che l'ultimo vettore della sequenza rende minima la funzione obiettivo. Il primo vettore di prova sarà $\theta^{(1)}$, il secondo $\theta^{(2)}$ e così via fino a $\theta^{(l)}$. La sequenza di valori di prova che otterremo sarà dunque $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(l)}$.

Tale metodo si fonda sull'idea che mentre procediamo nella sequenza il valore della funzione obiettivo dovrebbe diminuire fino a raggiungere il suo minimo in corrispondenza di $\theta^{(l)}$. Idealmente dunque, in ogni step, $F(\theta^{(i+1)})$ sarà minore di $F(\theta^{(i)})$.

L'algoritmo terminerà quando la differenza tra il valore della funzione al passo i e quella al passo $i+1$ è inferiore ad un valore inizialmente fissato. Tra i metodi più noti sembra giusto citare quello di Newton-Raphson, (Bollen, 1989), basato sullo sviluppo di Taylor di F e su un algoritmo che stima $\theta^{(i+1)}$ a partire da $\theta^{(i)}$ secondo la seguente formula.

$$\hat{\theta}^{(i+1)} = \hat{\theta}^{(i)} - \left[\frac{\partial^2 F_{ML}}{\partial \hat{\theta} \partial \hat{\theta}'} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F_{ML}}{\partial \hat{\theta}} \right]$$

3.3.3 Applicabilità del metodo di stima ML ad analisi di customer satisfaction

Sembra piuttosto utile e necessario discutere sull'applicabilità del metodo di stima di massima verosimiglianza alla nostra analisi di customer satisfaction.

Quello che abbiamo fatto fino ad ora è ipotizzare per ciascuna delle nostre variabili ordinali una variabile continua sottostante normalmente distribuita, ne abbiamo ricavato i 'valori soglia' e da questi siamo risaliti alla matrice di covarianza campionaria S .

Abbiamo appena detto che la funzione obiettivo F_{ML} deriva dall'assunzione di normalità delle variabili sottostanti. Il punto sarà ora discutere sulla validità di tale assunzione nei nostri dati e sulle cause derivanti per il metodo ML qualora questa non venga rispettata.

Bollen (1989) sostiene che in caso di non eccessiva curtosi il metodo di stima ML continua a godere delle stesse proprietà elencate nel caso di multinormalità. Gli stimatori sono cioè consistenti, asintoticamente efficienti ed inoltre $ACOV(\hat{\theta})$ (matrice di covarianza asintotica per lo stimatore ML di θ) e la stima del Chi-quadro secondo la formula $(N-1)F_{ML}$ risultano corrette. L'eccesso di curtosi viceversa mantiene esclusivamente la consistenza delle stime. Ulteriori problemi legati agli stimatori ML si presentano nel caso di distribuzioni arbitrarie.

3.3.4 Soluzioni. Metodo WLS: teoria e proprietà

Nel caso di non normalità o eccessiva curtosi la soluzione è quella di adottare metodi di stima alternativi asintoticamente efficienti e che consentano di svolgere un'accurata inferenza.

Browne (1982,1984) propone aggiustamenti agli usuali test statistici e agli standard error in modo da ottenere risultati asintoticamente corretti. Un diverso approccio è quello di utilizzare un metodo di stima asintoticamente efficiente anche in caso di non normalità: **Weight least square (WLS)**.

La funzione obiettivo è la seguente:

$$F_{WLS} = [s - \sigma(\theta)]'W^{-1}[s - \sigma(\theta)]$$

dove s è un vettore $\frac{1}{2}(p+q)(p+q+1)$ degli elementi non ripetuti di S , mentre $\sigma(\theta)$ è il corrispondente vettore dello stesso ordine di $\Sigma(\theta)$. θ è il vettore $t \times 1$ di parametri liberi da stimare. Infine W^{-1} è una matrice definita positiva di pesi di ordine $\frac{1}{2}(p+q)(p+q+1) \times \frac{1}{2}(p+q)(p+q+1)$.

Sceglieremo dunque come stima di θ quel vettore $\hat{\theta}$ che minimizza la somma pesata degli scarti al quadrato di s da $\sigma(\theta)$. W è tipicamente una stima consistente della matrice di covarianza asintotica tra s e s .

$$ACOV(s_{ij}, s_{gh}) = N^{-1}(\sigma_{ijgh} - \sigma_{ij}\sigma_{gh})$$

dove σ_{ijgh} è $E(X_i - \mu_i)E(X_j - \mu_j)E(X_g - \mu_g)E(X_h - \mu_h)$.

Uno stimatore campionario per σ_{ijgh} sarà dunque:

$$s_{ijgh} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Z_{it} - \bar{Z}_i)(Z_{jt} - \bar{Z}_j)(Z_{gt} - \bar{Z}_g)(Z_{ht} - \bar{Z}_h)$$

mentre per σ_{ij} sarà:

$$s_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (Z_{it} - \bar{Z}_i)(Z_{jt} - \bar{Z}_j)$$

In questo caso $\hat{\theta}$ ottenuto con WLS è uno stimatore consistente di θ sotto condizioni molto generali e asintoticamente efficiente. Inoltre sono disponibili una corretta $ACOV(\hat{\theta})$ e un test Chi-quadro $(N-1)F_{WLS}$ per condurre un'accurata inferenza. La matrice di covarianza asintotica è:

$$N^{-1} \left[\left(\frac{\partial \sigma(\theta)}{\partial(\theta)} \right) \Sigma_{ss}^{-1} \left(\frac{\partial \sigma(\theta)}{\partial(\theta)} \right)' \right]^{-1}$$

Per quanto detto fino ad ora il metodo WLS ha il vantaggio di produrre stimatori che mantengono le proprietà ottime sotto condizioni molto generali e di consentire inferenze accurate anche nel caso in cui le variabili non siano normalmente distribuite o abbiano una curtosi eccessiva.

Tuttavia tale metodo di stima porta con sé due svantaggi computazionali che lasciano molte perplessità per quanto riguarda la possibile applicazione ai nostri dati.

1. La matrice W che richiede di essere invertita è di ordine $\frac{1}{2}(p+q)(p+q+1) \times \frac{1}{2}(p+q)(p+q+1)$. Anche nel caso di 10 variabili dovremo invertire una matrice 55×55 , ciò fa sì che tale metodo manchi di flessibilità in modelli con molte variabili analizzate (è proprio il caso della customer satisfaction).
2. Un problema che abbiamo trovato cercando di implementare il metodo WLS ai nostri dati è legato alla difficoltà di convergenza dell'algoritmo numerico di minimizzazione man mano che andavamo a complicare il modello. Questo è molto probabilmente legato alle considerazioni fatte al punto sopra.

Nel corso dell'analisi abbiamo provato ad applicare il metodo di stima WLS ai nostri dati ottenendo tuttavia la convergenza solo per modelli molto semplici. Questo aspetto critico, legato alla validità dell'assunzione di normalità per le variabili continue sottostanti agli indicatori ordinali, ci ha fatto optare per il metodo di stima ML. Non abbiamo infatti individuato elementi significativi contro le assunzioni alla base di tale metodo di stima.

3.3.5 Applicazione empirica e risultati

Di seguito riportiamo i modelli finali stimati via massima verosimiglianza. Nel primo abbiamo adottato la tecnica pairwise deletion, nel secondo abbiamo proceduto via imputation sostituendo preventivamente ai valori mancanti quelli mediani.

I modelli di misura tanto per variabili endogene, quanto esogene sono stati formulati e stimati tramite analisi fattoriali confermativa e migliorati sulla scorta di teorie di marketing e dei risultati delle inferenze condotte sulle stime dei parametri.

Il modello strutturale è stato inizialmente stimato sulla base di una prima formulazione ipotetica, in un passo successivo abbiamo apportato alcune correzioni sulla scorta dei risultati dei test inferenziali svolti sui singoli parametri.

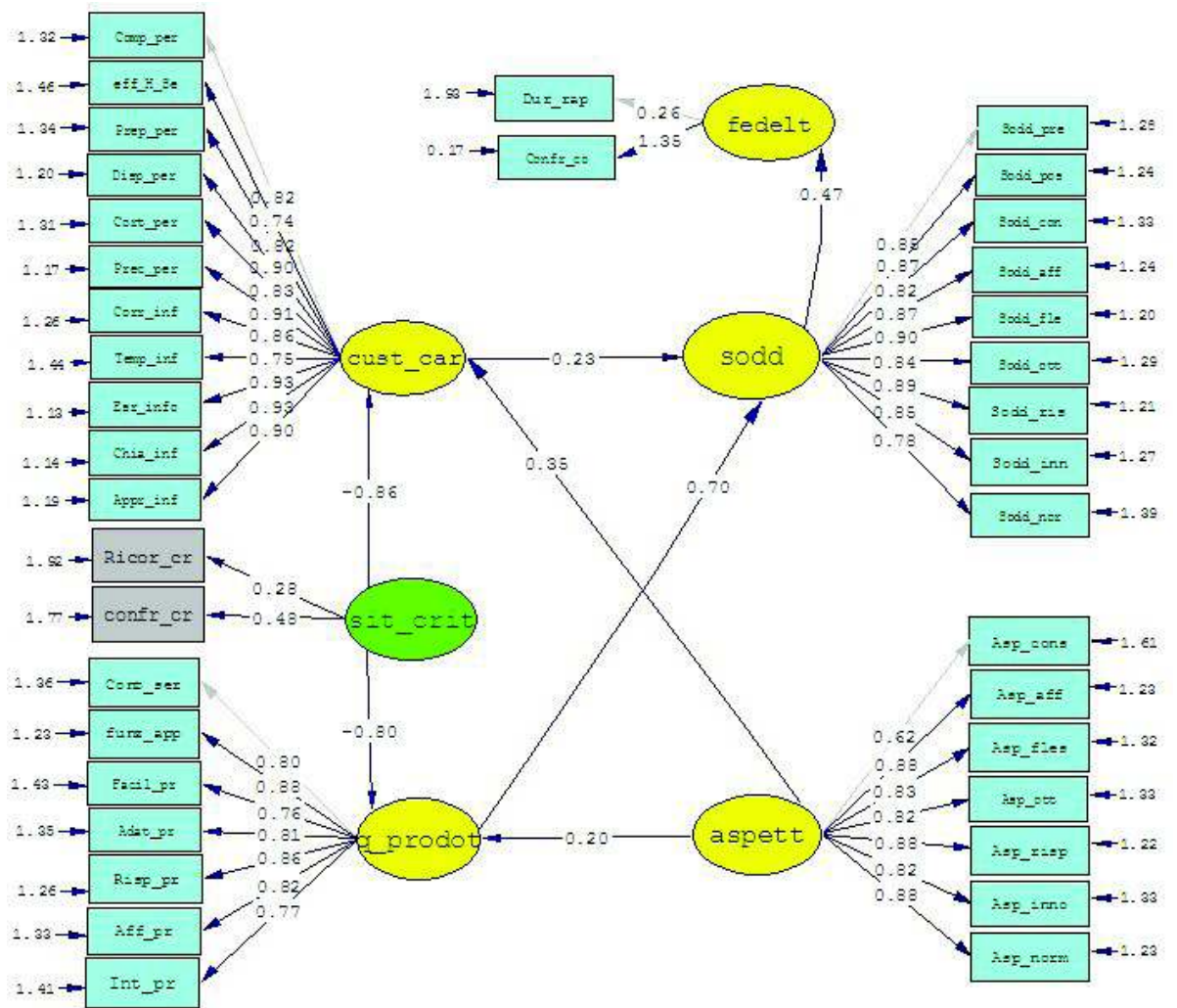


Figura 3.1: Pairwise

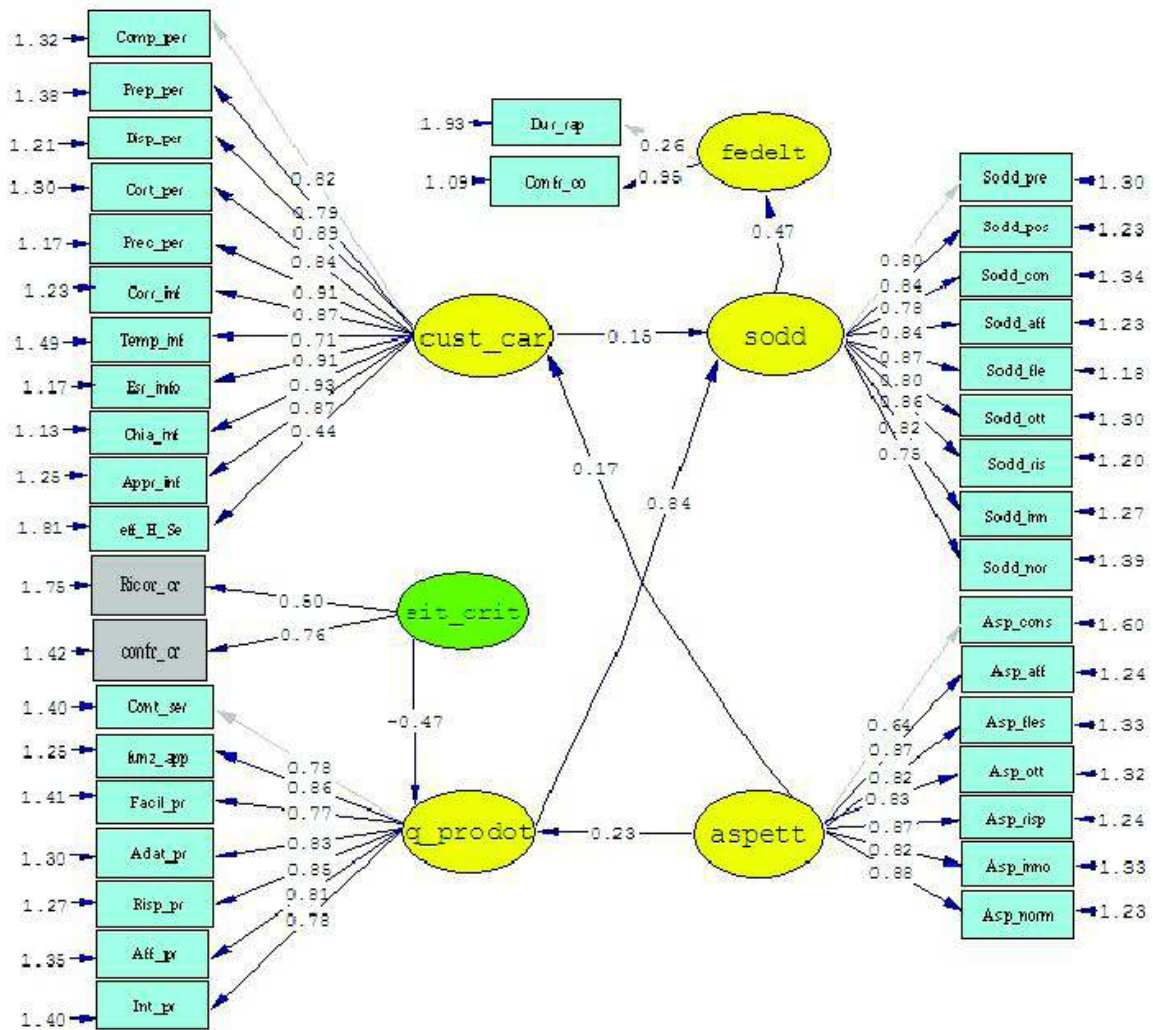


Figura 3.2: Imputation

Per evitare di complicare eccessivamente la nostra analisi abbiamo deciso di mantenere gli errori del modello di misura incorrelati. Le matrici Θ_ε e Θ_δ saranno dunque diagonali. Lo stesso ragionamento è stato fatto per gli errori nel modello strutturale, Ψ è diagonale.

Abbiamo deciso di non presentare il modello stimato con tecnica WLS. Finiremmo infatti con il dilungare eccessivamente la nostra analisi; inoltre la formulazione finale a cui eravamo giunti avrebbe offerto una rappresentazione del fenomeno ridotta e poco soddisfacente.

Per immediatezza di presentazione dei risultati riporteremo i path diagram con le stime dei parametri nei due modelli (Figura 3.1 e Figura 3.2).

Come possiamo notare non si evidenziano nette differenze tra i modelli stimati con i due diversi metodi di trattazione dei valori mancanti. Le uniche note da evidenziare sono:

- assenza di legame diretto significativo tra situazioni critiche e customer care nel modello ‘imputation’
- passando dal modello ‘pairwise’ al modello ‘imputation’ si dimezzano le stime i parametri che governano le relazioni, aspettative-customer care, situazioni critiche-qualità prodotto. Tali fattori latenti sono misurati proprio dalle variabili osservate in corrispondenza della quali si trovano i valori mancanti sistematici
- in generale i parametri stimati nel modello strutturale con trattazione pairwise dei valori mancanti sono sensibilmente maggiori rispetto a quelli ottenuti con tecnica imputation

3.3.6 Problemi computazionali. Matrice non definita positiva

Un punto da discutere brevemente è legato al fatto che la matrice di covarianza S stimata dai nostri dati non risulta definita positiva. Prima di avviare l’algoritmo di stima LISREL 8 mostra il seguente avviso:

AVVISO: La matrice che deve essere analizzata non è definita positiva, è stata aggiunta una costante lungo la diagonale, costante=1.000

Al fine di garantire la possibilità di giungere a delle stime, LISREL 8, di default, corregge la matrice analizzata aggiungendo una costante agli elementi della diagonale in modo da renderla definita positiva.

Analizzando vari modelli abbiamo visto come tale accorgimento vada ad influire tanto sulle stime, quanto sugli standard error delle sole varianze degli errori nei vari modelli.

L'effetto è sostanzialmente quello di incrementare tanto il valore della stima quanto quello dello standard error per una stessa costante moltiplicativa, non sussistono dunque problemi per quanto riguarda i test di significatività. Inoltre non subiscono particolari modifiche le stime dei rimanenti parametri incogniti e i risultati degli altri test inferenziali.

A questo punto non ci resta che individuare un metodo per correggere le stime e riportarle nella scala iniziale.

La nostra scelta è stata quella di standardizzarle, tale soluzione trova conferma dal fatto che, utilizzando un minor numero di variabili e di conseguenza una matrice di dimensione inferiore e definita positiva per stimare il modello, otteniamo stime delle varianze degli errori nelle varie equazioni piuttosto simili alle soluzioni standardizzate nel modello finale.

A titolo esemplificativo riportiamo le stime di alcuni parametri delle matrici Θ_ε e Θ_δ per un modello in cui la matrice S risultava invertibile (minor complessità a livello di numero di variabili coinvolte e di parametri ignoti) e le affianchiamo alle stime standardizzate dei parametri nel modello più complesso che abbiamo deciso di presentare (Figura 3.3). In entrambi i casi abbiamo utilizzato la tecnica Pairwise di trattazione dei valori mancanti.

Dur_rap	Sodd_norm	Ricor_cr	confr_cr
1.03	0.62	1.03	0.89
(0.08)	(0.05)	(0.08)	(0.07)
12.22	12.05	12.58	12.17

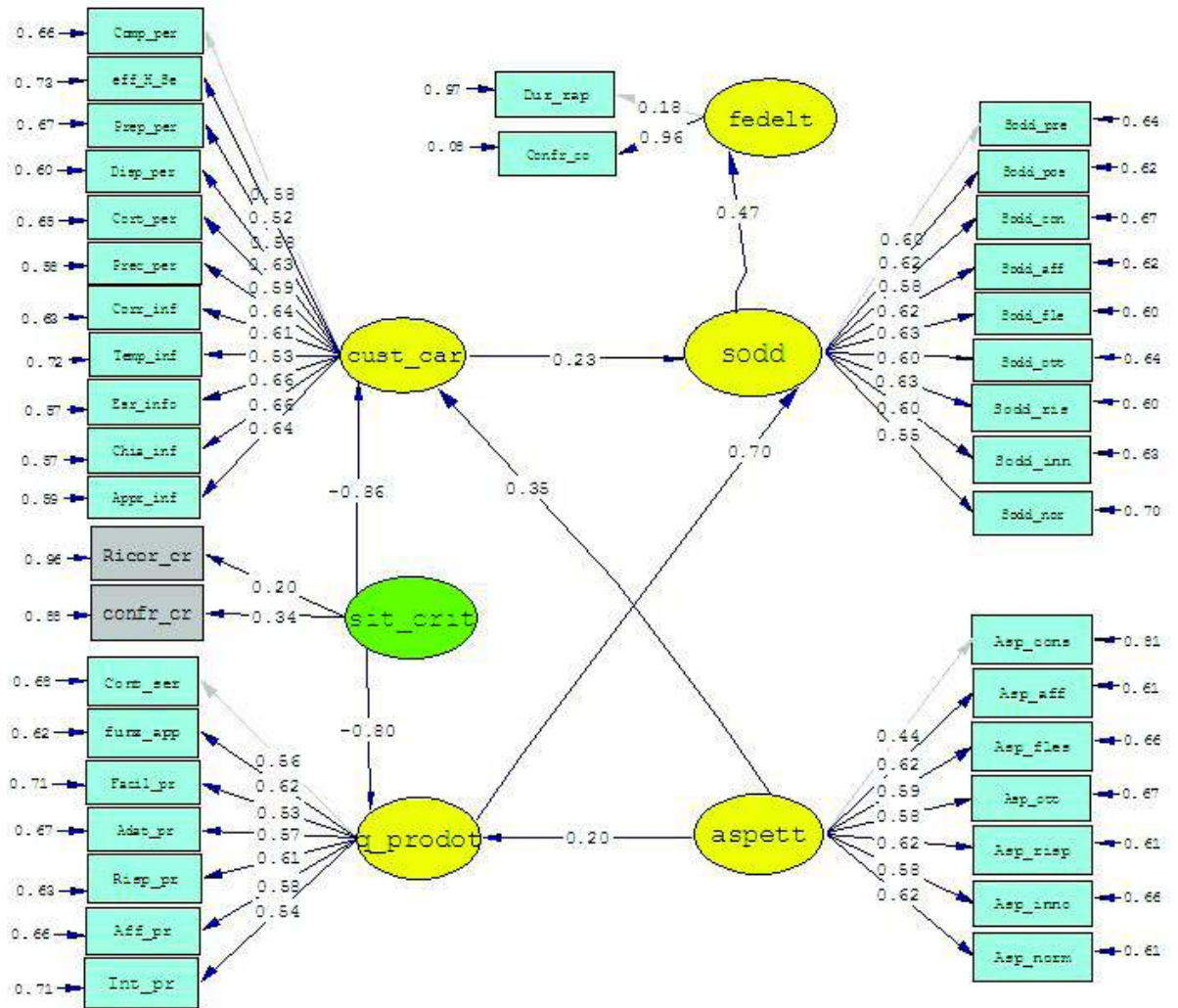


Figura 3.3: Pairwise soluzioni standardizzate

3.4 Analisi dei risultati

Per quanto detto fino a questo momento, gli stimatori prodotti dal metodo ML e i test inferenziali risultanti possono considerarsi affidabili. Di conseguenza il primo passo sarà quello di valutare l'ammissibilità delle soluzioni per verificare se esse siano conformi alle basilari teorie di marketing. Altrettanto utile sarà eseguire una batteria di test per verificare le ipotesi di significatività delle stime.

3.4.1 Esame delle soluzioni. Plausibilità

Per quanto mostrato sopra notiamo che le stime possono considerarsi plausibili. I valori ottenuti sono cioè conformi alle sottostanti teorie di marketing.

- Come ci aspettavamo la **customer care** e la **qualità del prodotto** hanno un legame diretto e positivo con la **soddisfazione**. In particolare notiamo che il peso del fattore qualità del prodotto è molto più importante rispetto al fattore customer care, che risulta comunque significativo.
- Il legame tra le **aspettative** e la **soddisfazione** non è diretto, ma mediato dai due fattori di qualità positivamente legati al fattore aspettative. Conformemente alle teorie di marketing esiste un legame indiretto, positivo e non irrilevante tra aspettative e soddisfazione.
- Nel corso della nostra analisi abbiamo individuato una relazione significativa tra la variabile esogena **gestione delle situazioni critiche** e i fattori **customer care** e **qualità del prodotto**. In particolare, la relazione è negativa, anche questa plausibile con la teoria sottostante.
- Un'ultima considerazione va fatta sul legame tra il fattore latente **fedeltà** e **soddisfazione**. Ci aspetteremmo un legame diretto positivo e significativo, tuttavia la verifica d'ipotesi sul parametro che regola tale relazione non offre forti elementi di effettiva significatività del coefficiente considerato. Valutazioni su tale legame andranno, dunque, fatte con cautela.

3.4.2 Esame delle soluzioni. Significatività

Tutti i test eseguiti portano al netto rifiuto dell'ipotesi nulla di non significatività dei coefficienti stimati. L'unico punto su cui abbiamo indivi-

duato una criticità è quello legato al parametro che regola la relazione tra soddisfazione e fedeltà appena discusso.

3.4.3 Coefficienti di correlazione multipla al quadrato

Il coefficiente di correlazione multipla al quadrato può essere calcolato separatamente per ciascuna variabile osservata e anche per ciascuna equazione del modello strutturale.

I valori riportati nell'output di LISREL 8 vengono calcolati secondo le seguenti formule:

$$1 - \frac{\widehat{var}(\delta_i)}{\hat{\sigma}_{ii}}$$

dove $\widehat{var}(\delta_i)$ è la stima della varianza dell'errore per l' *i*-esima variabile, mentre $\hat{\sigma}_{ii}$ rappresenta la stima della varianza della *i*-esima variabile.

$$1 - \frac{\widehat{var}(\zeta_i)}{\widehat{var}(\eta_i)}$$

dove $\widehat{var}(\zeta_i)$ e $\widehat{var}(\eta_i)$ sono le stime della varianza di ζ_i ed η_i .

I valori che andremo a studiare sono stati calcolati con alcuni accorgimenti. Sebbene la teoria di base sia la stessa, noi abbiamo dovuto effettuare una piccola correzione nel calcolo dei coefficienti di correlazione multipla al quadrato.

Infatti, mentre la stima della varianza della *i*-esima variabile $\hat{\sigma}_{ii}$ rimane fissa, la stima della varianza dell'errore per l' *i*-esima variabile $\widehat{var}(\delta_i)$, per quanto precedentemente detto, subisce un aumento di un certo fattore moltiplicativo. Di conseguenza i coefficienti di correlazione multipla al quadrato, calcolati con l'usuale formula rappresentano delle sottostime degli indici che vorremmo analizzare.

Per ovviare a tale problema la nostra scelta è stata quella di sostituire a $\widehat{var}(\delta_i)$, la stima standardizzata della varianza dell'errore.

I valori per il modello di misura riportati negli output per ciascuna variabile osservata sono concentrati in un range tra il 30% e il 40%. Più elevati sono invece i coefficienti di correlazione multipla al quadrato per il modello strutturale.

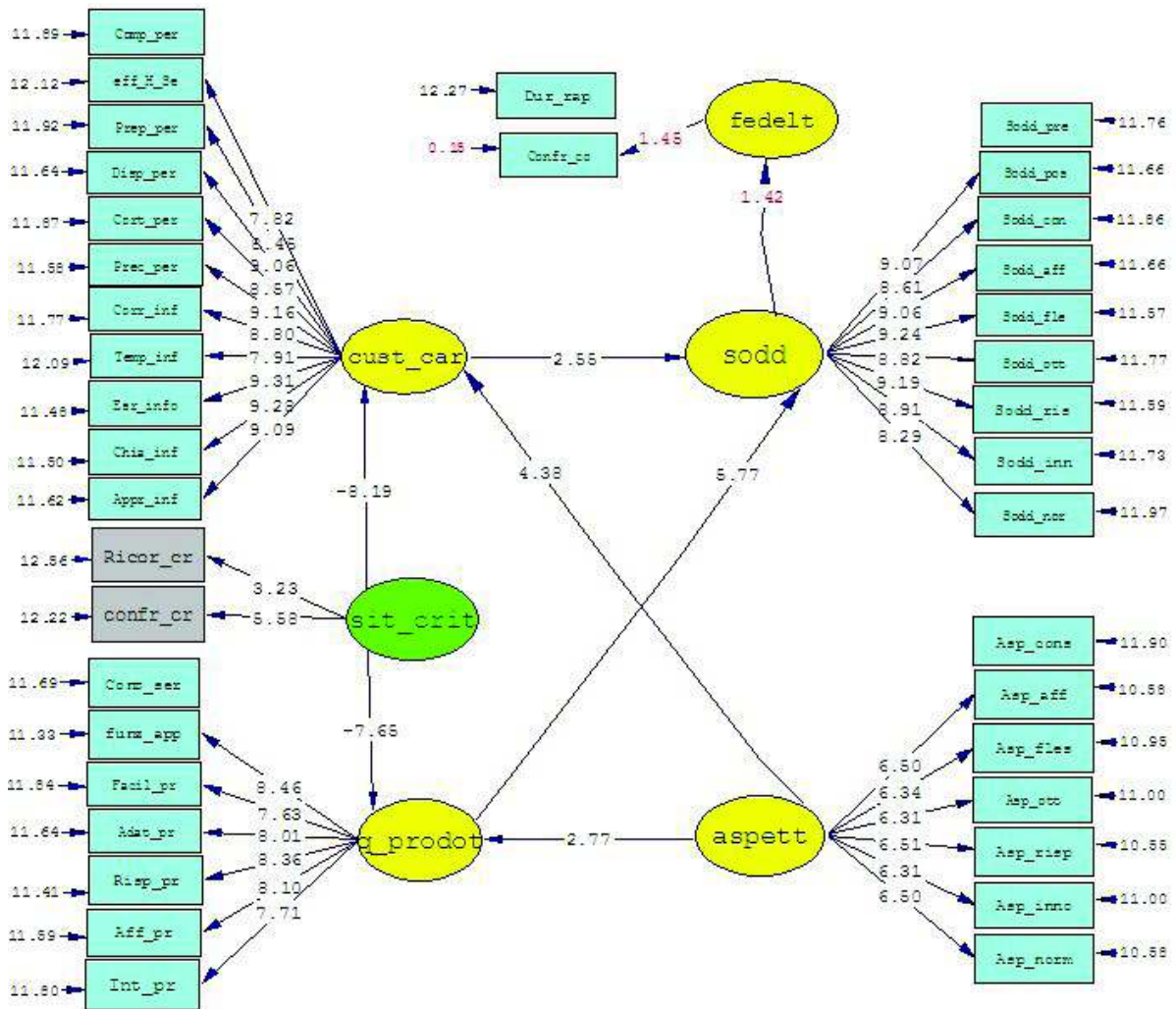


Figura 3.4: Pairwise, statistiche t

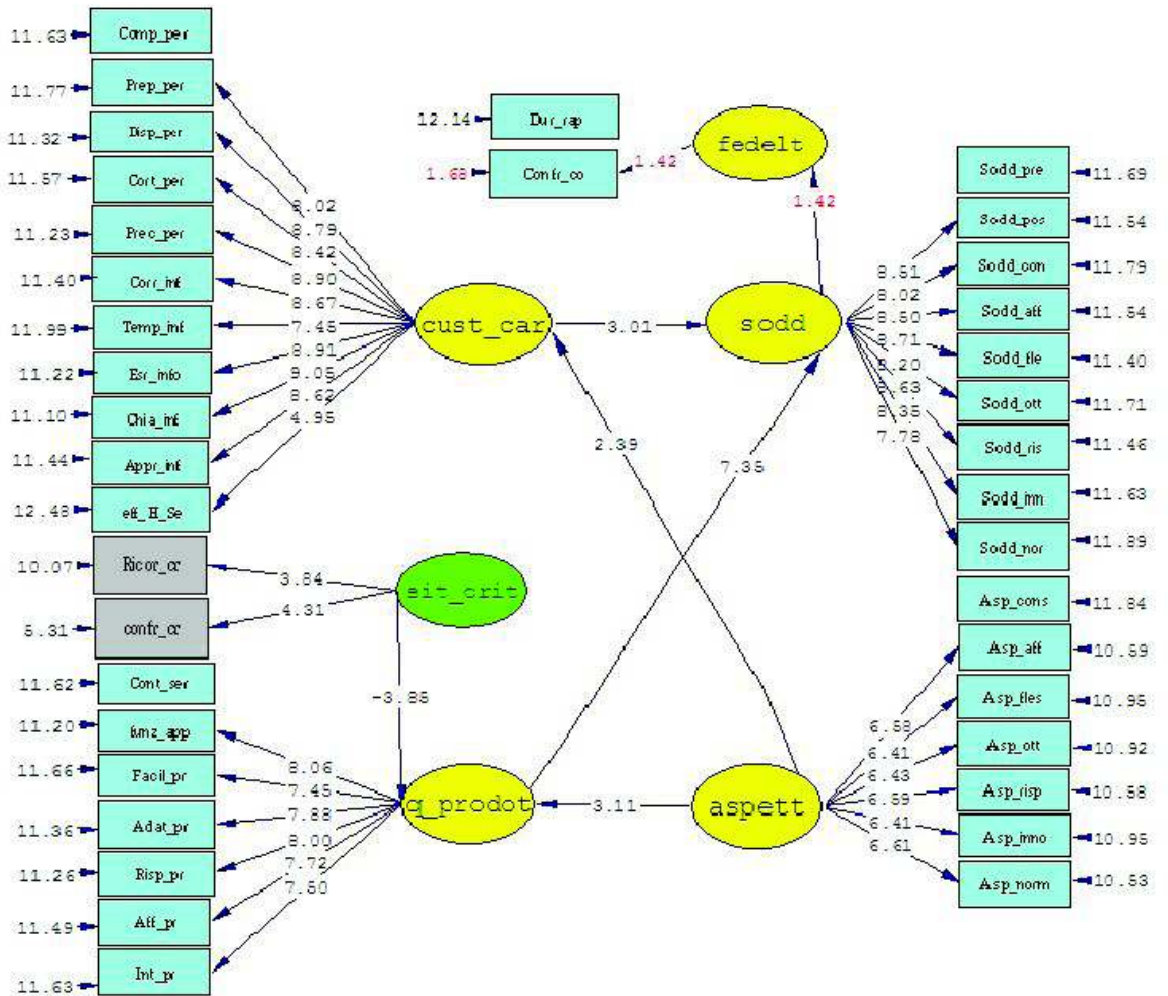


Figura 3.5: Imputation, statistiche t

3.4.5 Adattamento globale

Coerentemente con quanto detto in fase di introduzione ci serviremo di test di non incongruità del modello ai dati a nostra disposizione. Discuteremo in particolare l'applicabilità di tali test al nostro studio di caso e analizzeremo i risultati ottenuti nel modello finale.

3.4.6 Test Chi-quadro

Si tratta di un test di bontà d'adattamento globale. Verifica l'ipotesi nulla di corretta specificazione del modello contro l'ipotesi alternativa di una matrice di varianza e covarianza senza vincoli. La statistica test calcolata come

$$(N - 1)F(\hat{\theta})$$

Ha distribuzione asintotica χ^2 con $\frac{1}{2}(p + q)(p + q + 1) - t$ gradi di libertà dove t è il numero di parametri stimati. Tale approssimazione vale sotto alcune condizioni:

1. normalità delle variabili (o non eccessiva curtosi)
2. analisi della matrice di covarianza
3. sufficiente dimensione campionaria

Resta ora da discutere se e quanto cauti dovremo essere nell'utilizzare tale test nel nostro modello.

1. **normalità delle variabili:** la matrice di varianza e covarianza campionaria è stata ottenuta ipotizzando per ogni variabile categoriale una variabile continua sottostante normalmente distribuita. I test eseguiti in fase di stima dei 'valori soglia' e di computo delle correlazioni non hanno portato al rifiuto dell'ipotesi di normalità.
2. **analisi della matrice di covarianza:** La distribuzione normale sottostante ipotizzata era $N(0, 1)$. Di conseguenza la matrice analizzata, oltre che essere una matrice di correlazione, è anche una matrice di covarianza in quanto calcolata da variabili standardizzate (a media 0 e varianza unitaria).

Inoltre, nel suo lavoro via simulazione Boomsma (1983) sostiene che *sotto condizioni di invarianza, standardizzare le variabili ad una varianza unitaria non modifica la stima del chi-quadro per la bontà d'adattamento*. Violazioni di invarianza accadono quando poniamo vincoli di uguaglianza tra stime di parametri. Ciò non accade nel nostro modello.

3. **sufficiente dimensione campionaria:** Ancora una volta il lavoro via simulazione di Boomsma (1983) suggerisce che la statistica $(N - 1)F_{ML}(\hat{\theta})$ non è accurata in campioni inferiori alle 50 unità e suggerisce l'utilizzo di campioni da 100 a più unità. Il nostro campione si compone di 324 unità statistiche.

Appare dunque sensato utilizzare tale test di verifica d'ipotesi che dà forti indicazioni di bontà d'adattamento in entrambi i modelli.

PAIRWISE

Gradi di libertà = 658

Valore della statistica Chi-Quadro = 374.10 (P = 1.00)

IMPUTATION

Gradi di libertà = 659

Valore della statistica Chi-Quadro = 345.52 (P = 1.00)

3.4.7 GFI e AGFI

Questi due indici, normalizzati tra 0 e 1, vengono proposti per confermare i risultati sulla bontà d'adattamento verificata con il test Chi-quadro.

Essi rappresentano, inoltre, un utile strumento per valutare l'adattamento globale qualora, appunto, il test del Chi-quadro violasse alcune condizioni.

$$GFI_{ML} = 1 - \frac{tr[(\hat{\Sigma}^{-1}S - I)^2]}{tr[(\hat{\Sigma}^{-1}S)^2]}$$

$$AGFI_{ML} = 1 - \left[\frac{q(q+1)}{2df} \right] [1 - GFI_{ML}]$$

GFI misura l'ammontare delle varianze e covarianze in S che sono previste da $\Sigma(\hat{\theta})$. AGFI modifica il primo aggiustandolo per i gradi di libertà.

PAIRWISE

Indice di bontà d'adattamento (GFI) = 0.94

Indice di bontà d'adattamento aggiustato (AGFI) = 0.93

IMPUTATION

Indice di bontà d'adattamento (GFI) = 0.94

Indice di bontà d'adattamento aggiustato (AGFI) = 0.94

In entrambi i casi osserviamo valori prossimi ad 1, ulteriore informazione a favore di un buon adattamento globale.

3.4.8 Indici di parsimonia

Fino ad ora abbiamo discusso sulla bontà d'adattamento globale del modello ai nostri dati. Fermarci a questo punto sarebbe tuttavia riduttivo. Riteniamo infatti utile e necessario approfondire l'analisi della parsimonia del nostro modello e affrontare il problema del sovra-adattamento.

La nostra scelta non è casuale, ma direttamente collegata ai modelli di customer satisfaction. Il gran numero di variabili coinvolte nelle analisi di questo tipo, nonché la tendenza a considerare un numero eccessivo di fattori latenti, portano con sé il rischio di sovrapparametrizzare il modello stimato.

Le problematiche connesse a tale fenomeno sono principalmente due:

- Perdita di generalizzabilità del modello stimato.
- Errate conclusioni nelle analisi di bontà d'adattamento.

Il rischio principale è, riassumendo, quello di stimare un modello che si adatti molto bene ai dati in esame (un modello saturo avrà sempre un adattamento globale perfetto), ma che non possieda le medesime proprietà se applicato ad un nuovo dataset.

Prima di concludere la nostra analisi passeremo dunque in rassegna una serie di indici di parsimonia, valutandone l'applicabilità al nostro modello e la valenza statistica in riferimento al problema appena citato.

3.4.9 AIC e CAIC

I primi due indici che verranno analizzati sono l'Akaike information criterion e il consistent Akaike information criterion. Si tratta di trasformazioni della statistica χ^2 per tenere conto della complessità del modello (in termini di numero di parametri stimati).

$$AIC = \chi^2 + 2t$$

$$CAIC = \chi^2 + (1 + \ln(N))t$$

Come possiamo notare sono indici che penalizzano la sovrapparametrizzazione. Il consiglio sarà quello di optare per modelli con i valori più bassi di AIC e CAIC. Essi acquistano, dunque, una valenza significativa in un contesto comparativo.

L'output di LISREL 8 mette a disposizione il valore degli indici AIC e CAIC per il modello stimato, per il modello saturo (massima sovrapparametrizzazione e massimo adattamento) e per il modello nell'ipotesi di indipendenza tra le variabili osservate. Qualora i valori di tali indici per il nostro modello siano inferiori agli altri potremo concludere che esso realizza un buon compromesso tra numero di parametri stimati e bontà d'adattamento.

PAIRWISE

Modello indipendenza AIC = 13313.28	Modello indipendenza CAIC = 13494.95
Modello stimato AIC = 571.66	Modello stimato CAIC = 968.47
Modello saturo AIC = 1482.00	Modello saturo CAIC = 5024.53

IMPUTATION

Modello indipendenza AIC = 9831.53	Modello indipendenza CAIC = 10013.20
Modello stimato AIC = 529.10	Modello stimato CAIC = 921.12
Modello saturo AIC = 1482.00	Modello saturo CAIC = 5024.53

Come possiamo notare i valori individuati per i modelli stimati sono nettamente inferiori a quelli calcolati per i modelli saturi e per quelli in caso di indipendenza delle variabili osservate, sintomo tanto di un buon adattamento, quanto di parsimonia.

3.4.10 Problema del sovra-adattamento. Cross-validation in un unico campione ECVI

Per rispondere più chiaramente alle questioni poste e in particolare comprendere se il modello stimato abbia una valenza generale, vogliamo individuare un indicatore di validità previsiva.

L'idea è quella di valutare quanto si discosta mediamente la matrice di covarianza $\Sigma(\hat{\theta})$ da una matrice di covarianza campionaria calcolata da un campione generico. Se tale scostamento non è elevato potremo concludere che il modello stimato ha una valenza più generale rispetto al solo buon adattamento ai dati in esame.

Ciò che stiamo facendo è dunque adottare il metodo della cross-validation. LISREL 8, tuttavia, non consente di implementare un algoritmo iterativo per ottenere un vettore di scostamenti come quelli sopra citati che poi verranno riassunti in un indicatore comune.

Per ovviare a questo problema il programma mette a disposizione nell'output un indice di cross-validation alternativo: Expected Cross Validation Index (ECVI), (Browne e Cudeck, 1989). Il procedimento che porta all'individuazione di tale indice è particolarmente interessante e ne attesta la validità e l'utilità in studi di cross-validation.

Sia:

$$\delta = E[F(S_v, \hat{\Sigma}_c) - F(S_c, \hat{\Sigma}_c)]$$

la differenza tra l'indice di cross-validation $F(S_v, \hat{\Sigma}_c)$ e il valore della funzione di massima verosimiglianza per il campione di stima $F(S_c, \hat{\Sigma}_c)$.

Dall'equazione appare dunque chiaro come l'indice di cross-validation $F(S_v, \hat{\Sigma}_c)$ sia approssimato da $F(S_c, \hat{\Sigma}_c) + \hat{\delta}$.

Resta ora da individuare un'approssimazione asintotica $\hat{\delta}$ per il valore atteso della differenza riportata nella prima equazione. Per semplicità utilizzeremo campioni della stessa numerosità, ciò consente di evitare l'aggiunta di ulteriori componenti di correzione.

Sia θ_0 il vettore che minimizza la funzione $F[\Sigma_0, \Sigma(\theta)]$ e sia $\hat{\Sigma}_0 = \Sigma(\theta_0)$. Al fine di assicurare l'esistenza di una distribuzione asintotica per $nF(S_c, \hat{\Sigma}_c)$ assumiamo, inoltre, che $\Sigma_0 - \hat{\Sigma}_0$ sia un $o(n^{-1/2})$. Errori sistematici in $\Sigma_0 - \hat{\Sigma}_0$ non saranno maggiori degli errori stocastici in $S_c - \Sigma_0$ che saranno $o_{p+q}(n^{-1/2})$.

Da tali ragionamenti possiamo ricavare la seguente formula

$$\delta = E[F(S_v, \hat{\Sigma}_c) - F(S_c, \hat{\Sigma}_c)] = 2t/n + o(n^{-1})$$

Potremo dunque considerare $\hat{\delta} = 2t/n$ e quindi il nostro indice di cross-validation per unico campione sarà:

$$ECVI = F(S, \Sigma(\hat{\theta})) + 2t/n$$

Nello specifico, misura la discrepanza tra la matrice di covarianza stimata nel campione analizzato, e la matrice di covarianza attesa che verrebbe ottenuta in un'altro campione delle medesime dimensioni.

Il principio con cui analizzeremo tale indice è il medesimo di quello adottato per l'AIC e il CAIC. Acquisirà cioè valenza non solo il valore assoluto dell'indice individuato, ma soprattutto il confronto con i valori calcolati per il modello saturo e per quello in caso di indipendenza. Un ECVI per il modello ipotizzato e stimato, inferiore a quello dei rimanenti due indicherà un buon adattamento ai dati.

PAIRWISE

Indice di cross-validation atteso (ECVI) = 2.55

ECVI per il Modello saturo = 4.59

ECVI per il Modello indipendenza = 41.22

IMPUTATION

Indice di cross-validation atteso (ECVI) = 2.55

ECVI per il Modello saturo = 4.59

ECVI per il Modello indipendenza = 30.44

Come per l'AIC e per il CAIC le conclusioni per l'ECVI sono le medesime. I modelli stimati oltre ad avere un buon adattamento, non risentono di problemi legati a sovrapparametrizzazione.

Capitolo 4

Conclusioni

Nel nostro lavoro di ricerca abbiamo analizzato le applicazioni dell'approccio Lisrel ai modelli ad equazioni strutturali nelle indagini di customer satisfaction. La nostra volontà è stata quella di soffermarci sugli aspetti critici dell'analisi, tanto metodologici quanto computazionali.

La scelta del metodo Lisrel è legata tanto alla possibilità di poter stimare modelli capaci di spiegare adeguatamente il fenomeno in analisi, quanto alla completezza degli strumenti inferenziali a disposizione. Il nostro lavoro vuole, dunque, rappresentare un passo in avanti rispetto alle semplici analisi descrittive, ad analisi fattoriali o ad approcci di stima diversi quali ad esempio PLS con cui spesso vengono affrontati problemi di customer satisfaction.

- Le analisi puramente descrittive non consentono di formulare un modello capace di riassumere la complessità del fenomeno.
- L'analisi fattoriale esplorativa consente di misurare i fattori latenti, ma non permette di stimare le loro relazioni causali dirette.
- PLS non dispone di un accurato insieme di strumenti inferenziali capaci di valutare la bontà del modello stimato.

Particolare rilevanza hanno assunto le considerazioni sulla validità delle assunzioni fatte per le più generali applicazioni Lisrel a variabili quantitative continue, nonché sull'applicabilità delle comuni metodologie di stima e di inferenza.

Di seguito proponiamo un riassunto dei punti critici rilevanti su cui ci siamo soffermati:

- calcolo della *matrice di covarianza* per variabili qualitative ordinali

- trattazione dei valori mancanti sistematici
- applicabilità del metodo di stima ML a modelli per variabili ordinali
- confronto tra ML e WLS nell'applicazione allo studio di caso in esame
- gestione in fase di stima di una matrice non definita positiva
- stime non esplicitabili. Algoritmi numerici
- applicabilità dei test inferenziali
- analisi del problema di sovra-adattamento

A partire dagli aspetti critici, abbiamo proceduto proponendo alcune correzioni e considerazioni nella gestione dei risultati, al fine di offrire un percorso sensato per le analisi di questo tipo. Avremmo potuto procedere con ulteriori approfondimenti e complicazioni, tuttavia abbiamo preferito mantenere una certa semplicità e immediatezza d'analisi.

Abbiamo affiancato ciascuna considerazione teorica all'applicazione ai nostri dati, valutando di volta in volta la bontà dei risultati ottenuti.

Per poter disporre di un metro di confronto, la nostra scelta è stata quella di stimare due modelli con una diversa trattazione dei valori mancanti. I risultati ottenuti sono molto simili e tutti i test condotti dimostrano che i modelli formulati sono una buona rappresentazione del fenomeno in analisi sia da un punto di vista di parametri stimati, sia a livello di bontà d'adattamento globale che previsivo.

Tale modello potrebbe essere utilizzato per future analisi di customer satisfaction da parte della stessa azienda. Proponendo nel tempo il medesimo questionario potremo stimare l'evoluzione temporale delle relazioni individuate e capire se determinate iniziative di marketing hanno incrementato significativamente l'impatto di un certo fattore sulla soddisfazione.

Bibliografia

Bassi F., (2008), *Analisi di mercato, strumenti statistici per le decisioni di marketing*, Carocci editore S.p.a.

Bollen K.A., (1989), *Structural Equation With Latent Variables*, Wiley Sons, Inc.

Bonura M. & Bettati A., (2002), *Customer Satisfaction Management, il modello giapponese per misurare e migliorare la soddisfazione del cliente*, Il sole 24 ORE S.p.a.

Boomsma A., (1982), *On the Robustness of Lisrel Maximum Likelihood Estimation against Small Sample Size and Nonnormality*, Sociometric Research Foundation.

Browne M.W. & Cudeck R., (1989), Single sample cross-validation indices for covariance structures, *Multivariate Behavioural Research*, 24, 445-455.

Browne M.W., (1984), Asymptotic distribution free methods in analysis of covariance structure, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 37, 62-83.

Browne M.W., (1982), Covariance structures. In D. M. Hawkins, ed., *Topics in Multivariate Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 72-141.

Corbetta P., (2002), *Metodi di analisi multivariata per le scienze sociali, i modelli di equazioni strutturali*, Società il Mulino.

Du Toit M., Du Toit S., (2001), *Interactive Lisrel: User's Guide*, SSI.

Goldberger A.S., (1972), Structural Equation Method in the Social Sciences, *Econometrica*, 40, 979-1001.

Guido G., Bassi F., Peluso A., (2010), *La misura della customer satisfaction nelle esperienze di consumo*, Franco Angelini s.r.l.

Guido G., (1999), *Aspetti metodologici e operativi del processo di ricerca di marketing*, CEDAM-Padova.

Jöreskog K.G., Sörbom D., (2001), *LISREL 8, User's Reference Guide*, SSI.

Jöreskog K.G., Sörbom D., (2001), *PRELIS 2, User's Reference Guide*, SSI.

Jöreskog K.G., Sörbom D., (1988), *Lisrel 7. A Guide to the Program and Applications*, Spss Inc.

Ollson U.,(1979), Maximum likelihood estimation of polychoric correlation coefficient, *Psychometrika*, 44, 443-460.

Quiroga A.M., (1992), *Studies of the Polychoric correlation and other correlation measure for ordinal variables*, Doctoral dissertation at Uppsala University.

Valdani E., (1995), *Marketing strategico, un'impresa proattiva per sviluppare capacità market driving e valore*, RCS Libri & Grandi Opere S.p.a.