



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**Dipartimento di Ingegneria Industriale DII**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Energia Elettrica

Analisi elettromagnetica di una macchina sincrona a poli  
sporgenti mediante formulazioni analitiche delle permeanze

Relatore: Prof. Ing. Mauro Andriollo

Correlatore: Ing. Manuel De Bortoli

Filippo Bertoncello

Matricola: 1139721

Anno Accademico 2018/2019





*“Il tempo è l'unico vero capitale che un essere umano ha,  
e l'unico che non può permettersi di perdere.”*

*Thomas Edison*





# Indice

<b>SOMMARIO.....</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DEI SIMBOLI.....</b>	<b>VII</b>
<b>1. INTRODUZIONE .....</b>	<b>1</b>
1.1    MOTIVAZIONI DEL LAVORO DI TESI .....	1
<b>2. GENERATORE SINCRONO .....</b>	<b>3</b>
2.1    FUNZIONAMENTO A VUOTO DI UN GENERATORE SINCRONO .....	5
2.1.1    Forza magnetomotrice di eccitazione .....	5
2.2    FUNZIONAMENTO A CARICO DI UN GENERATORE SINCRONO .....	7
2.2.1    Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore .....	7
2.2.2    Effetto della f.m.m. di statore sulla tensione ai morsetti .....	16
2.2.3    Coppia frenante e angolo gamma .....	16
<b>3. CONFIGURAZIONE DELLA MACCHINA E DETERMINAZIONE DELLE CARATTERISTICHE</b>	
<b>MAGNETICHE .....</b>	<b>21</b>
3.1    CONFIGURAZIONE DELLA MACCHINA .....	21
3.2    PERMEANZA A TRAFERRO DI UNA MACCHINA SINCRONA A POLI SALIENTI .....	26
3.2.1    Contributo di permeanza a traferro dovuto alla presenza delle cave di statore .....	26
3.2.2    Contributo di permeanza a traferro dovuto alla presenza dei poli salienti di rotore .....	28
3.2.2.1    Permeanza in corrispondenza delle scarpie polari .....	29
3.2.2.2    Permeanza a traferro tra i poli salienti di rotore .....	30
3.2.3    Permeanza risultante a traferro di una macchina sincrona a poli salienti.....	32
3.2.4    Verifica dell'approccio analitico utilizzato per il calcolo della permeanza a traferro.....	33
3.3    FORZA MAGNETOMOTRICE PRODOTTA A VUOTO E A CARICO .....	43
3.3.1    Forza magnetomotrice prodotta durante il funzionamento a vuoto della macchina ....	44
3.3.2    Forza magnetomotrice prodotta durante il funzionamento a carico della macchina ....	45
3.3.2.1    Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione a carico.....	45
3.3.2.2    Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore a carico.....	46
3.3.2.3    Forza magnetomotrice risultante prodotta durante il funzionamento a carico .....	54

<b>4. INDUZIONE MAGNETICA A TRAFERRO CONSIDERANDO IDEALE IL MATERIALE FERROMAGNETICO DI CUI È COSTITUITA LA MACCHINA .....</b>	<b>61</b>
4.1 INDUZIONE A TRAFERRO DURANTE IL FUNZIONAMENTO A VUOTO .....	61
4.2 INDUZIONE A TRAFERRO DURANTE IL FUNZIONAMENTO A CARICO .....	65
<b>5. CALCOLO DELL'INDUZIONE A TRAFERRO CONSIDERANDO IL REALE COMPORTAMENTO DEL FERRO DELLA MACCHINA .....</b>	<b>69</b>
5.1 ANDAMENTO REALE DELL'INDUZIONE A TRAFERRO DURANTE IL FUNZIONAMENTO A VUOTO .....	70
5.1.1 <i>Verifica dell'induzione a traferro a vuoto ricavata analiticamente</i> .....	88
5.2 ANDAMENTO REALE DELL'INDUZIONE A TRAFERRO DURANTE IL FUNZIONAMENTO A CARICO .....	93
5.2.1 <i>Metodo A: Linea di flusso lungo l'asse d della macchina</i> .....	93
5.2.2 <i>Metodo B: Scomposizione del flusso a traferro nelle componenti d e q</i> .....	96
5.2.2.1 <i>Verifica dell'induzione a traferro a carico ricavata con il metodo B</i> .....	107
5.2.3 <i>Metodo C: Linee di flusso che occupano un passo polare</i> .....	109
5.2.3.1 <i>Verifica dei risultati ottenuti con il metodo C</i> .....	126
5.2.4 <i>Calcolo della tensione ai morsetti di statore e del relativo angolo di sfasamento</i> .....	138
<b>6. CONCLUSIONI .....</b>	<b>141</b>
<b>APPENDICE .....</b>	<b>143</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>153</b>
<b>RINGRAZIAMENTI.....</b>	<b>155</b>







## Sommario

Oggigiorno, considerate la sempre più stringenti normative in ambito di efficienza energetica e la concorrenza nel mercato della produzione delle macchine elettriche rotanti, hanno portato le aziende operanti nel settore ad avvalersi di software agli elementi finiti per comprendere appieno tutti gli aspetti, meccanici ed elettrici, di una macchina elettrica rotante. Tali strumenti permettono una maggior precisione ma un maggior dispendio economico e di tempo.

L'elaborato di questa tesi di laurea, svolta in collaborazione con l'azienda **Marelli Motori** di Arzignano (VI), è rivolto ad introdurre un approccio analitico che permetta di svolgere un'analisi preliminare della macchina senza ricorrere all'utilizzo di software agli elementi finiti. Ovviamente, nel momento in cui si vuole fare uno studio dettagliato e con elevata precisione l'approccio analitico non è più sufficiente.

Innanzitutto, si è dovuto determinare analiticamente l'andamento della permeanza a traferro e della forza magnetomotrice che agisce in esso. Infatti, è proprio attraverso il prodotto di queste due grandezze che si determina l'induzione a traferro.

L'ostacolo maggiore che si è riscontrato risiede nel calcolo della caduta di tensione magnetica nel materiale ferromagnetico della macchina considerata. Infatti, riuscire a "riprodurre" il comportamento non lineare del materiale ferromagnetico per via analitica non è affatto semplice.

Durante il funzionamento a vuoto si è utilizzato un approccio iterativo su un circuito magnetico riferito ad una linea di flusso che percorre l'asse  $d$  della macchina. Tale approccio fornisce dei risultati soddisfacenti in termini di flusso e di andamento puntuale dell'induzione a traferro finché si lavora a vuoto, mentre a carico non va bene.

Per tale motivo, durante il funzionamento a carico, si è introdotto un nuovo approccio iterativo che considera i circuiti magnetici rappresentativi dei percorsi delle linee di flusso che interessano tutti i denti di un passo polare. Così facendo, si riesce a determinare con una precisione soddisfacente il valore di flusso a traferro, la tensione ai morsetti d'uscita, il fattore di potenza ed in prima approssimazione l'andamento puntuale e il contenuto armonico dell'induzione a traferro.



## Lista dei Simboli

Grandezza	Simbolo	Unità
<b>A</b>		
Distanza tra le espansioni polari	$a_p$	[m]
Distanza fra i corpi dei poli	$a_{km}$	[m]
<b>B</b>		
Induzione Magnetica	$B$	[T]
Induzione magnetica a traferro	$B_g$	[T]
Induzione massima a traferro	$B_{g,max}$	[T]
Induzione nel dente di statore	$B_t$	[T]
Induzione nella corona di statore	$B_{cs}$	[T]
Induzione nella scarpa polare	$B_{sp}$	[T]
Induzione nel polo di rotore	$B_p$	[T]
Induzione nella corona di rotore	$B_{cr}$	[T]
Apertura di cava	$b_s$	[m]
Larghezza effettiva della cava	$b_o$	[m]
Larghezza effettiva della scarpa polare	$b_{po}$	[m]
Induzione in un tratto di ferro sopra la barra di rotore	$B_f$	[T]
<b>C</b>		
Coppia motrice a vuoto	$C_{mo}$	[Nm]
<b>D</b>		
Diametro esterno di statore	$D_e$	[m]
Diametro interno di statore	$D_i$	[m]
Diametro esterno di rotore	$D_{er}$	[m]
Diametro interno di rotore	$D_{ir}$	[m]

<b>E</b>		
Forza elettromotrice a vuoto	$E_o$	[V]
Forza elettromotrice	$E$	[V]
<b>F</b>		
Frequenza	$f$	[Hz]
<b>G</b>		
Traferro minimo	$g_o$	[m]
Traferro	$g$	[m]
<b>H</b>		
Altezza cava	$h_s$	[m]
Altezza corona di statore	$h_{cs}$	[m]
Altezza scarpa polare	$h_{sp}$	[m]
Altezza bordo scarpa polare	$h_{bp}$	[m]
Altezza corona di rotore	$h_{cr}$	[m]
Altezza corona di rotore equivalente	$h_{cr,eq}$	[m]
Altezza polo	$h_p$	[m]
Campo magnetico a traferro	$H_g$	[H]
Campo magnetico nel dente di statore	$H_t$	[H]
Campo magnetico nella corona di statore	$H_{cs}$	[H]
Campo magnetico nella scarpa polare	$H_{sp}$	[H]
Campo magnetico nel polo	$H_p$	[H]
Campo magnetico nella corona di rotore	$H_{cr}$	[H]
<b>I</b>		
Corrente di eccitazione a vuoto	$I_{ecc,o}$	[A]
Corrente di eccitazione	$I_{ecc}$	[A]
Corrente efficace di fase	$I_{rms}$	[A]
Corrente massima di fase	$I_M$	[A]
Corrente istantanea di fase	$i_{(a,b,c)}$	[A]
Corrente istantanea di un circuito parallelo di fase	$i_{b,(a,b,c)}$	[A]
<b>K</b>		
Coefficiente di distribuzione	$k_d$	[-]
Coefficiente di raccorciamento	$k_r$	[-]
Coefficiente d'avvolgimento	$k_w$	[-]
Coefficiente di carter	$k_{cart}$	[-]

Coefficiente di stipamento	$k_{sk}$	[-]
Coefficiente di forma	$k_f$	[-]
<b>L</b>		
Lunghezza assiale	$L_a$	[m]
Lunghezza del ferro della macchina	$L_{fe}$	[m]
Strati dell'avvolgimento	$l$	[-]
Lunghezza canali di ventilazione	$l_{cv}$	[m]
Lunghezza corona di statore	$l_{cs}$	[m]
Lunghezza percorso corona di rotore	$l_{cr}$	[m]
<b>M</b>		
Forza magnetomotrice di eccitazione	$M_e$	[A]
Armonica $\nu$ -esima della f.m.m. di eccitazione	$M_{e\nu}$	[A]
Massimo della f.m.m. a gradini di un avv. monofase	$M$	[A]
Armonica $\nu$ -esima della f.m.m. di un avv. monofase	$M_\nu$	[A]
Funzione della f.m.m. di un avv. monofase	$m$	[A]
Funzione della f.m.m. di una fase	$m_{(a,b,c)}$	[A]
Funzione della f.m.m. di reazione d'indotto	$M_{ri}$	[A]
Fondamentale della f.m.m. di reazione d'indotto	$M_1$	[A]
Componente d della f.m.m. di reazione d'indotto	$M_{rid}$	[A]
Componente q della f.m.m. di reazione d'indotto	$M_{riq}$	[A]
f.m.m. del primo strato dell'avv. di statore	$m_1$	[A]
f.m.m. del secondo strato dell'avv. di statore	$m_2$	[A]
Funzione della f.m.m. risultante	$M_{ris}$	[A]
Componente d della f.m.m. risultante	$M_{risd}$	[A]
Componente q della f.m.m. risultante	$M_{risq}$	[A]
Numero delle fasi	$m$	[-]
<b>N</b>		
Velocità di rotazione	$n_{rpm}$	[giri/minuto]
Numero di spire di eccitazione	$N_{ecc}$	[-]
Numero di conduttori per cava	$n$	[-]
Numero di percorsi in parallelo	$n_{pb}$	[-]
Numero canali di ventilazione	$n_{cv}$	[-]
Numero di cave di raccorciamento	$n_{cr}$	[-]
<b>P</b>		

Numero di coppie polari	$p$	[-]
Perdite meccaniche	$P_{mp}$	[W]
Perdite nel ferro a vuoto	$P_{feo}$	[W]
Perdite nel ferro a carico	$P_{fe}$	[W]
Perdite per effetto joule	$P_{ep}$	[W]
Potenza meccanica	$P_m$	[W]
Potenza in ingresso	$P_{in}$	[W]
Potenza in uscita	$P_{out}$	[W]
<b>Q</b>		
Numero di cave di statore	$Q_s$	[-]
Numero di cave per polo e per fase	$q$	[-]
<b>R</b>		
Resistenza dell'avvolgimento di statore	$R$	[ $\Omega$ ]
Raggio scarpa polare	$R_{sp}$	[m]
Raggio interno di statore	$R_i$	[m]
Raggio alla base del polo	$R_{bp}$	[m]
<b>S</b>		
Potenza apparente nominale	$S_n$	[KVA]
Scorrimento della $\nu$ -esima armonica	$s_\nu$	[-]
<b>X</b>		
Reattanza di dispersione	$x_\sigma$	[ $\Omega$ ]
<b>W</b>		
Larghezza dente di statore	$w_t$	[m]
Larghezza scarpa polare	$w_{sp}$	[m]
Larghezza polo	$w_p$	[m]
<b>V</b>		
Tensione nominale	$V_n$	[V]
<b><math>\alpha</math></b>		
Angolo elettrico di cava	$\alpha_{ce}$	[deg]
Angolo sotteso tra asse polare e asse interpolare	$\alpha_{ipolo}$	[deg]
Angolo di sfasamento tra E ed I	$\alpha_E$	[deg]
<b><math>\beta</math></b>		
Angolo di raccorciamento	$\beta_{re}$	[deg]
Caduta di induzione nel mezzo della cava	$\beta$	[-]



$\gamma$		
Angolo gamma	$\gamma$	[deg]
$\lambda$		
Funzione permeanza cave semi-chiuse	$\lambda_{s,a}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione permeanza cave aperte	$\lambda_{s,b}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione risultante permeanza cave di statore	$\lambda_s$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione risultante permeanza scarpe polari	$\lambda_{sp}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Permeanza minima nell'asse interpolare	$\Lambda_{min,PG}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione permeanza poli salienti	$\lambda_{a,sp}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione permeanza poli salienti	$\lambda_{b,sp}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione permeanza cave di statore a metà traferro	$\lambda_s^*$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione permeanza poli salienti a metà traferro	$\lambda_{sp}^*$	[H/m <sup>2</sup> ]
Funzione permeanza risultante	$\lambda_{ris}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Permeanza di dispersione tra le espansioni polari	$\lambda_{np}$	[H/m <sup>2</sup> ]
Permeanza di dispersione fra i corpi dei poli	$\lambda_{ep}$	[H/m <sup>2</sup> ]
$\mathcal{R}$		
Riluttanza a traferro	$\mathcal{R}_g$	[H <sup>-1</sup> ]
Riluttanza dente di statore	$\mathcal{R}_t$	[H <sup>-1</sup> ]
Riluttanza corona di statore	$\mathcal{R}_{cs}$	[H <sup>-1</sup> ]
Riluttanza scarpa polare	$\mathcal{R}_{sp}$	[H <sup>-1</sup> ]
Riluttanza del polo	$\mathcal{R}_p$	[H <sup>-1</sup> ]
Riluttanza della corona di rotore	$\mathcal{R}_{cr}$	[H <sup>-1</sup> ]
Riluttanza di un tratto di ferro sopra la barra	$\mathcal{R}_{f,n}$	[H <sup>-1</sup> ]
$\Delta$		
Caduta di tensione magnetica a traferro	$\Delta M_g$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica nel dente di statore	$\Delta M_t$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica nella corona di statore	$\Delta M_{cs}$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica nella scarpa polare	$\Delta M_{sp}$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica nel polo	$\Delta M_p$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica nella corona di rotore	$\Delta M_{cr}$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica totale	$\Delta M_{tot}$	[Hm]
Caduta di tensione magnetica tra due scarpe polari	$\Delta M_{AB}$	[Hm]

Altezza di un tratto di ferro sopra la barra	$\Delta f$	[m]
Larghezza di un tratto di traferro	$\Delta g$	[m]
<b><math>\eta</math></b>		
Rendimento	$\eta$	[%]
<b><math>\omega</math></b>		
Pulsazione elettrica	$\omega_e$	[rad/sec]
Velocità di rotazione dell'armonica v-esima	$\omega_v$	[rad/sec]
<b><math>\tau</math></b>		
Passo cava	$\tau_c$	[m]
Passo polare	$\tau_p$	[m]
<b><math>\varphi</math></b>		
Angolo di sfasamento tra tensione e corrente	$\varphi$	[deg]
<b><math>\delta</math></b>		
Coefficiente di correzione dell'induzione	$\delta_r$	[-]
<b><math>\Omega</math></b>		
Velocità di rotazione	$\Omega$	[rad/sec]
<b><math>\Phi</math></b>		
Flusso a traferro calcolato con Matlab a vuoto	$\Phi_{g,matlab}$	[Wb]
Flusso a traferro calcolato con Ansys a vuoto	$\Phi_{g,Ansys}$	[Wb]
Flusso a traferro	$\Phi_g$	[Wb]
Flusso nel polo	$\Phi_p$	[Wb]
Flusso disperso	$\Phi_{disp}$	[Wb]
Flusso corona di statore	$\Phi_{cs}$	[Wb]
Flusso tratto k-esimo della corona di statore	$\Phi_{cs,k}$	[Wb]
Flusso dente di statore	$\Phi_t$	[Wb]
Flusso dente k-esimo	$\Phi_{t,k}$	[Wb]

# 1. Introduzione

## 1.1 Motivazioni del lavoro di tesi

In questo elaborato di tesi viene introdotta una rete magnetica di un generatore sincrono a poli sporgenti, su richiesta della Marelli Motori, storica azienda di Arzignano (VI), produttrice di macchine elettriche rotanti quali Alternatori Sincroni e Motori Asincroni, operanti nei settori di Cogenerazione, Idroelettrico, Oil&Gas, Marino ed Industriale.

Negl'ultimi anni si è diffuso molto l'utilizzo dei programmi agli elementi finiti per analizzare le macchine elettriche rotanti sia dal punto di vista meccanico che elettrico. Grazie a tali strumenti, si riescono a comprendere molto più nel dettaglio tutte le varie sfaccettature che interessano le macchine elettriche. Quindi, a differenza dei tradizionali fogli di calcolo, non solo permettono uno studio completo della macchina ma garantiscono anche una maggior precisione.

L'aspetto negativo di tutto ciò è il costo, non solo per la licenza dei programmi, ma anche legato al tempo richiesto per realizzare e analizzare il modello della macchina.

Perciò, introdurre dei nuovi codici di calcolo che permettono di ottenere dei risultati affidabili senza richiedere ore di simulazioni è diventato fondamentale per tutte le aziende del settore.

Per tale motivo, mi è stato chiesto di introdurre un approccio analitico che permetta di realizzare un'analisi elettromagnetica preliminare della macchina considerata, con un'accuratezza adeguata per eseguire un primo dimensionamento. Inoltre, si vuole cercare di determinare analiticamente l'andamento di induzione a traferro durante il funzionamento a vuoto e a carico del generatore sincrono considerato.

Essere a conoscenza di tali informazioni permette di eseguire una serie di analisi che altrimenti richiederebbero l'utilizzo di un programma agli elementi finiti, tra cui: ottimizzare la gabbia smorzatrice, studiare la stabilità della macchina, capire il contenuto armonico della corrente circolante in un avvolgimento ausiliario posto sullo statore ecc...

I codici di calcolo sono stati realizzati in "Matlab" e per verificare i risultati ottenuti si è invece ricorso all'utilizzo di "Ansys".



## 2. Generatore sincrono

La macchina sincrona è una macchina elettrica rotante funzionante in corrente alternata, chiamata sincrona perché la velocità di rotazione del rotore è la stessa del campo magnetico rotante. Tale velocità è pari a:

$$n_{rpm} = \frac{60f}{p} \quad (2.1)$$

$$\Omega = \frac{2\pi n_{rpm}}{60} \quad (2.2)$$

La prima espressione fornisce la velocità in giri al minuto mentre la seconda in radianti al secondo.

La macchina sincrona è costituita da due strutture magnetiche affacciate al traferro:

- Una è preposta a generare un campo magnetico stazionario e per questo è chiamata induttore o di eccitazione. Questa struttura solitamente è interna, ed è quella rotante;
- L'altra struttura alloggia un avvolgimento in cui vengono indotte delle forze elettromotrici e per questo è detta d'indotto. Questa struttura solitamente è esterna e stazionaria.

In relazione all'andamento della riluttanza di traferro, lungo la periferia del traferro stesso, le macchine sincrone sono di due tipi: a riluttanza costante (macchina isotropa) o variabile (macchina anisotropa).

In entrambe le tipologie lo statore è un cilindro ferromagnetico cavo, in cui la superficie interna è dotata di cave le quali alloggiano l'avvolgimento. Di solito, tale avvolgimento è trifase simmetrico, generalmente collegato a stella e presenta  $p$  coppie polari ( $2p$  sempre pari).

L'induttore è realizzato in modo tale da formare un numero di polarità magnetiche alternate pari a quelle dell'avvolgimento di statore. Il campo magnetico prodotto da tale avvolgimento è stazionario e quindi, per produrlo, è necessario utilizzare dei magneti permanenti o avere un'alimentazione in continua.

Il rotore di una macchina sincrona può essere:

- A rotore liscio;
- A poli sporgenti.

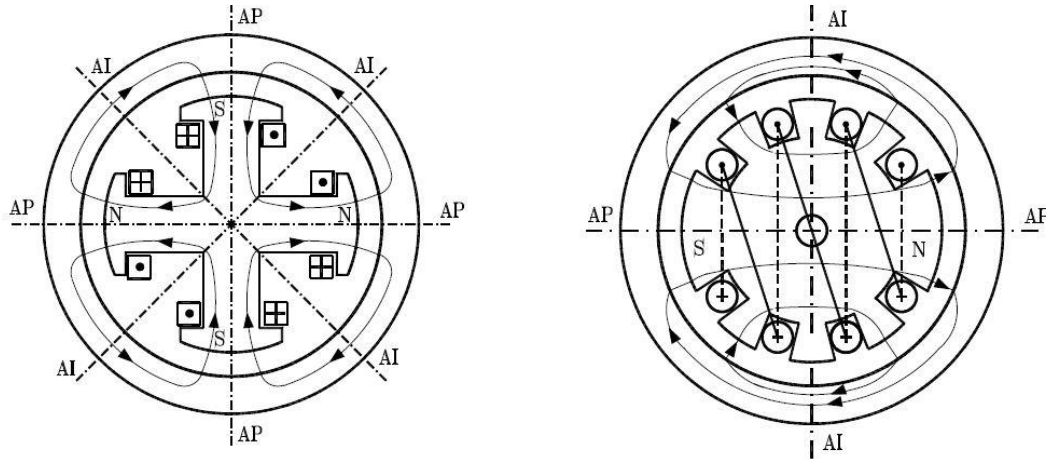


Figura 2.1: Macchina sincrona con rotore a poli salienti e con rotore liscio.

Generalmente la scelta di una tipologia di rotore piuttosto che di un'altra è legata al numero di poli della macchina. Infatti, per un numero di poli  $2p \leq 4$  si costruiscono macchine con rotore liscio, mentre per  $2p > 4$  si realizzano a poli sporgenti. Infatti, più piccolo è il numero di poli, maggiore è la velocità (a parità di frequenza) e quindi si creano delle forze centrifughe molto intense che potrebbero essere distruttive nel caso di un rotore a poli salienti.

La macchina sincrona analizzata in questo lavoro di tesi ha un rotore anisotropo.

Il traferro compreso tra l'espansione polare e lo statore è variabile, infatti, esso aumenta dall'asse del polo verso entrambe le estremità dell'espansione polare, come conseguenza della sagomatura delle scarpe polari.

Dato che l'induttore è il rotore, l'avvolgimento di eccitazione è in rotazione. Quindi, per alimentarlo ci sono due modalità:

1. Tramite un sistema di anelli e spazzole striscianti;
2. Tramite un "eccitatrice statica", cioè un sistema costituito da un generatore a magneti permanenti, in cui l'induttore è sullo statore e l'indotto è sul rotore. In serie all'indotto vi è un sistema di conversione statica AC/DC, in modo da ottenere una corrente continua che possa alimentare l'induttore della macchina sincrona. In tal modo si evita l'utilizzo di spazzole e di contatti striscianti e quindi non si avranno problemi di usura.

## 2.1 Funzionamento a vuoto di un generatore sincrono

Il funzionamento a vuoto si realizza lasciando aperto l'avvolgimento di armatura, mantenendo in rotazione il rotore a velocità costante ed alimentando con corrente continua l'avvolgimento concentrato di eccitazione. Tale corrente, detta corrente di eccitazione, genera un campo magnetico al traferro che risulta solidale con il rotore e che ruota alla sua stessa velocità (velocità di sincronismo).

Dato che nell'avvolgimento di statore a vuoto non circola nessuna corrente, perché ad esso non viene connesso nessun carico elettrico, la potenza meccanica fornita all'albero dovrà compensare semplicemente le perdite meccaniche  $P_{mp}$  e le perdite nel ferro  $P_{fe0}$  della macchina. Quindi la coppia esterna applicata all'albero può essere espressa nel modo seguente:

$$C_{m0} = \frac{P_{mp} + P_{fe0}}{\Omega} \quad (2.3)$$

### 2.1.1 Forza magnetomotrice di eccitazione

Ipotizzando che non ci sia nessuna caduta di tensione magnetica nel materiale ferromagnetico della macchina (circuiti magnetici con permeabilità infinita), è possibile affermare che tutta la forza magnetomotrice prodotta da un avvolgimento percorso da corrente è assorbita dalla caduta di tensione magnetica sul traferro.

Essendo a vuoto, l'avvolgimento percorso da corrente sarà quello di eccitazione. Tale avvolgimento concentrato produrrà una forza magnetomotrice a traferro con una distribuzione spaziale rettangolare e fissa rispetto al rotore nel tempo.

Se si indica con  $N_{ecc}$  il numero di spire per polo e con  $I_{ecc}$  la corrente che percorre l'avvolgimento, la forza magnetomotrice rettangolare avrà un valore massimo pari a:

$$M_e = N_{ecc} \cdot I_{ecc} \quad (2.4)$$

L'andamento rettangolare della forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione è scomponibile in serie di Fourier con armoniche spaziali di valore:

$$m_{ev} = M_{ev} \cdot \sin(v\alpha) \quad (2.5)$$

Dove:

$$M_{ev} = \frac{4}{v\pi} M_e \quad (2.6)$$

$$v = 1, 3, 5, \dots$$

$$\alpha = \frac{x}{\tau} \pi \quad (2.7)$$

Quindi  $\alpha$  è una coordinata angolare elettrica esprimibile come il rapporto tra una coordinata solidale con l'avvolgimento ( $x$ ) e il numero di coppie polari della macchina, moltiplicata per  $\pi$ .

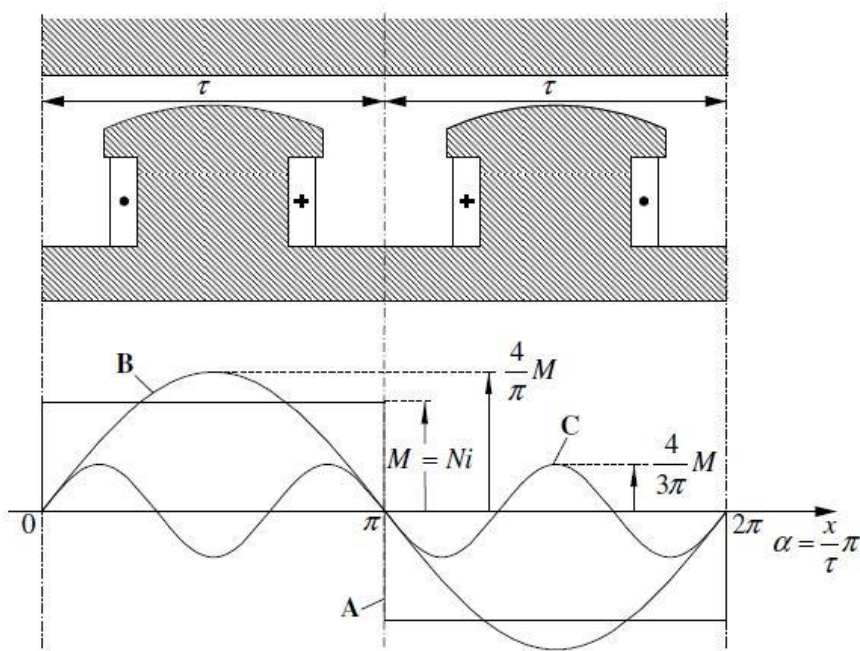


Figura 2.2: forza magnetomotrice a traferro messa in gioco dall'avvolgimento concentrato formato da  $N$  spire e percorso da una corrente  $i$ . In accordo con [1].

A tale f.m.m. corrisponderà un flusso uscente dal polo nord ed entrante nel polo sud.

Dalla figura (2.2), si nota inoltre che i poli salienti sono sagomati. Questo perché, sagomando in modo opportuno le espansioni polari, è possibile avere, lungo la coordinata angolare  $\alpha$ , valori variabili di riluttanza associati alle linee di flusso tali da dar luogo al traferro ad una distribuzione sinusoidale della componente radiale dell'induzione, pur avendo una forza magnetomotrice rettangolare.



## 2.2 Funzionamento a carico di un generatore sincrono

Il funzionamento a carico di un generatore sincrono si ha quando un carico elettrico esterno è collegato ai circuiti di indotto. In tale condizione di lavoro si ha una circolazione di corrente nell'avvolgimento trifase di statore e se la potenza attiva assorbita dal carico è diversa da zero, il generatore sviluppa una coppia frenante ( $C$ ) che tenderebbe a far diminuire la velocità di rotazione  $\Omega$ .

Se nel funzionamento a vuoto la potenza meccanica in ingresso deve compensare le perdite meccaniche e le perdite nel ferro della macchina, nel funzionamento a carico, il generatore dovrà essere in grado di fornire anche la potenza richiesta dal carico connesso ai morsetti di statore. Di conseguenza, per mantenere inalterata la velocità, la coppia esterna dovrà passare dal valore a vuoto al valore a carico. Infatti, la coppia a carico sarà:

$$C_m = C + \frac{P_{mp} + P_{fe}}{\Omega} \quad (2.8)$$

$$C = C_m - \frac{P_{mp} + P_{fe}}{\Omega} = \frac{P_m - P_{mp} - P_{fp}}{\Omega} = \frac{P_e + P_{ep}}{\Omega} \quad (2.9)$$

dove  $P_m$  è la potenza meccanica in ingresso, mentre  $P_{ep}$  rappresenta le perdite per effetto joule nell'avvolgimento di statore.

### 2.2.1 Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore

A carico, l'avvolgimento trifase di statore è percorso da una terna di correnti le quali si suppone siano simmetriche ed equilibrate. Perciò, esse produrranno al traferro una forza magnetomotrice a gradini rotante alla velocità di sincronismo.

La distribuzione spaziale della f.m.m. prodotta da un avvolgimento trifase si ricava sovrapponendo gli andamenti delle f.m.m. messe in gioco dalle singole fasi. Quindi, per poter trovare la forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore è necessario trovare quella prodotta da una singola fase.

Un avvolgimento distribuito di tipo aperto, percorso da una corrente continua o monofase, presenta una distribuzione spaziale di f.m.m. di tipo a gradini, la quale è fissa rispetto all'avvolgimento.

Indicato con  $n$  il numero di conduttori per cava, con  $i$  la corrente che percorre l'avvolgimento e con  $q$  il numero di cave per polo, il diagramma a gradini si ricava come la somma di  $q$  diagrammi rettangolari.

Ciascuno di questi diagrammi avrà un'ampiezza pari a:

$$M_{q=1} = \frac{n \cdot i}{2} \quad (2.10)$$

I diagrammi saranno sfasati tra loro di un angolo pari alla distanza angolare elettrica tra due cave consecutive, come illustrato nella figura sottostante:

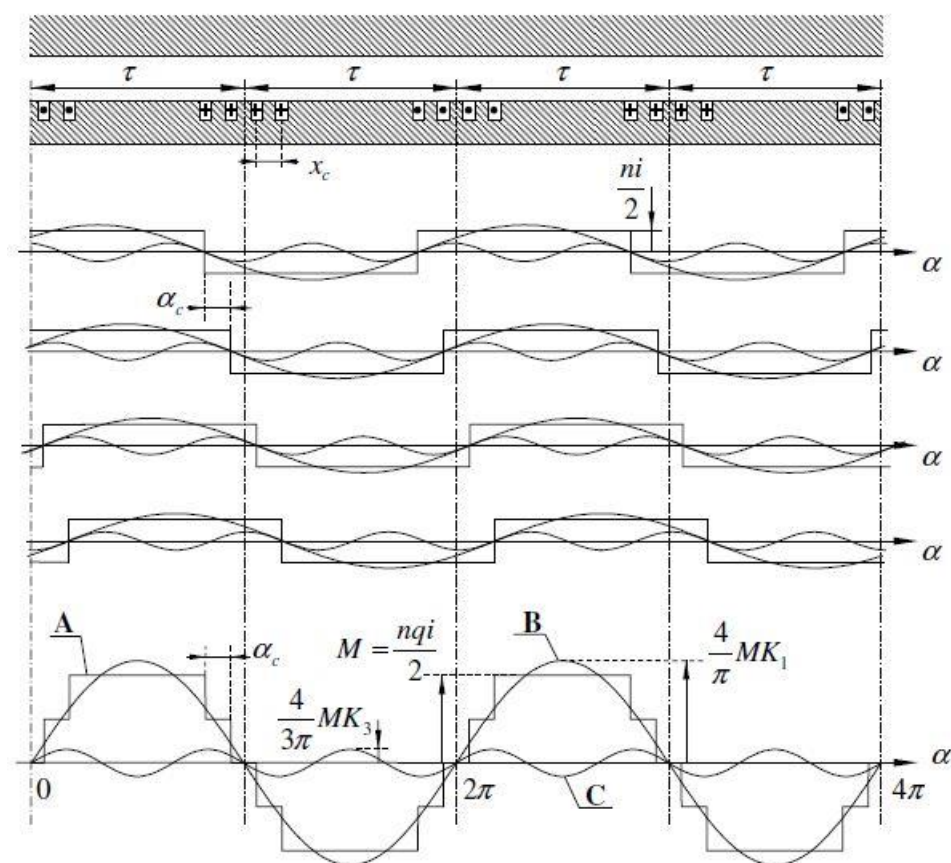


Figura 2.3: Costruzione della forza magnetomotrice prodotta da un avvolgimento distribuito monofase. In accordo con [1].

Il diagramma a gradini risultante avrà un valore massimo pari a:

$$M = \frac{nqi}{2} \quad (2.11)$$

Gli zeri si avranno in corrispondenza dei punti che dividono gruppi uguali di conduttori percorsi da corrente del medesimo segno. I massimi, invece, si troveranno in corrispondenza dei punti che separano gruppi uguali di conduttori percorsi da corrente di segno opposto. Ovviamente, il massimo della forma d'onda a gradini rimarrà costante nel tempo se i conduttori sono percorsi da una corrente continua, altrimenti avrà un picco variabile se percorsi da una corrente alternata.

Come è mostrato in figura (2.3), ciascun diagramma rettangolare è scomponibile in serie di Fourier con armoniche spaziali di valore massimo pari a:

$$M_{v(q=1)} = \frac{4}{v\pi} \cdot \frac{ni}{2} \quad (2.12)$$

$$v = 1,3,5, \dots$$

E sfasate tra loro di un angolo pari all'ordine d'armonica moltiplicato per l'angolo elettrico compreso tra due cave.

Per la fondamentale si hanno, quindi, q sinusoidi di ampiezza pari a:

$$M_{1(q=1)} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{ni}{2} \quad (2.13)$$

Sfasate tra loro di un angolo elettrico pari a:

$$\alpha_{ce} = \frac{x_c}{\tau} \pi \quad (2.14)$$

Di conseguenza, come si può notare nella figura (2.4), la fondamentale della f.m.m. avrà un'ampiezza che sarà data dalla somma vettoriale delle fondamentali dei singoli diagrammi rettangolari.

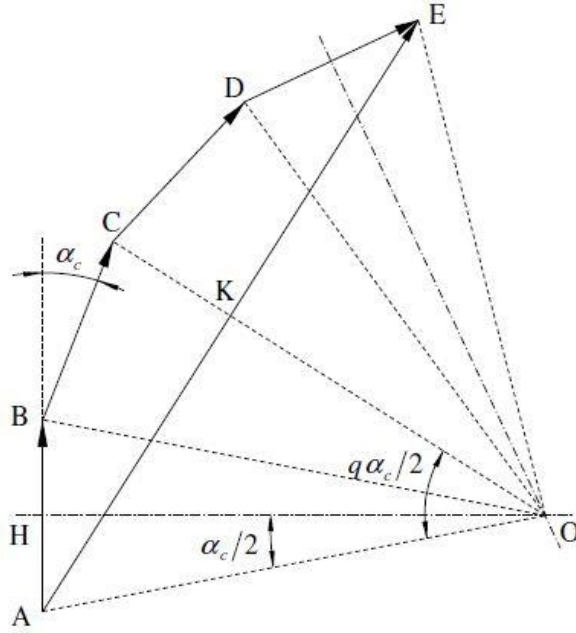


Figura 2.4: Rappresentazione vettoriale delle componenti fondamentali dei singoli andamenti a gradini che compongono la f.m.m. di un avvolgimento distribuito monofase. In accordo con [1].

In particolare, si può dimostrare che il modulo risultante della fondamentale sarà pari a:

$$M_1 = \frac{4}{\pi} \cdot nqi \cdot K_{d1} \quad (2.15)$$

Dove  $K_{d1}$  è il coefficiente di distribuzione, dato dal rapporto tra il modulo della somma vettoriale dei fasori fondamentali e il modulo della somma dei fasori fondamentali, ovvero:

$$K_{d1} = \frac{\sin\left(\frac{q\alpha_{ce}}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{ce}}{2}\right)} \quad (2.16)$$

In generale, per la  $v$ -esima armonica si può scrivere:

$$M_v = \frac{4}{v\pi} \cdot \frac{nqi}{2} \cdot K_{dv} \quad (2.17)$$

$$K_{dv} = \frac{\sin\left(v \frac{q\alpha_{ce}}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_{ce}}{2}\right)} \quad (2.18)$$

Molto spesso l'avvolgimento viene raccorciato, ovvero lo sfasamento tra i due conduttori che compongono la stessa spira è inferiore ad un passo polare.

Il raccorciamento è molto utilizzato in quanto permette di avere una forma d'onda della f.m.m. più sinusoidale, oltre a risparmiare sul materiale utilizzato, dato che le testate degli avvolgimenti risultano più corte.

Quest'ultimo vantaggio è molto importante soprattutto per i turbo-alternatori a due poli che lavorano ad alta velocità. Infatti, nelle testate si creano delle sollecitazioni importanti in condizioni di cortocircuito e pertanto avere delle testate più corte permette una maggior robustezza dell'avvolgimento oltre ad una riduzione delle perdite.

Il raccorciamento può essere effettuato sia in avvolgimenti a doppio strato, sia in avvolgimenti a singolo strato. In entrambi i casi, comunque, nel calcolo della forza magnetomotrice è necessario definire un fattore di riduzione (coefficiente di raccorciamento) che, per la  $v$ -esima armonica, è pari a:

$$K_{rv} = \cos\left(\frac{v\beta_{re}}{2}\right) \quad (2.19)$$

Dove  $\beta_{re}$  è l'angolo di raccorciamento, ovvero il numero di cave di raccorciamento per l'angolo elettrico di cava.

Quindi, se è presente anche il raccorciamento il modulo della  $v$ -esima armonica sarà:

$$M_v = \frac{4}{v\pi} \cdot \frac{nqi}{2} \cdot K_{dv} \cdot K_{rv} = \frac{4}{v\pi} \cdot M \cdot K_{wv} \quad (2.20)$$

La distribuzione spaziale della  $v$ -esima armonica rispetto ad un sistema di riferimento solidale con lo statore ha il seguente andamento:

$$M_v(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot M \cdot K_{wv} \cdot \frac{\sin(v \cdot \theta)}{v} \quad (2.21)$$

$$m(\theta) = \sum_{\substack{v=2h+1 \\ h=0,1,2\dots}} M_v(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot M \cdot \sum_{\substack{v=2h+1 \\ h=0,1,2\dots}} K_{wv} \cdot \frac{\sin(v \cdot \theta)}{v} \quad (2.22)$$

La formula (2.22), indica la distribuzione spaziale della f.m.m. di un avvolgimento distribuito con due poli. Generalmente, il numero di poli è sempre maggiore di due, altrimenti, non solo si avrebbero delle testate degli avvolgimenti molto lunghe, ma avendo un flusso per polo molto grande, si dovrebbe utilizzare molto ferro per realizzare la corona di statore e di rotore.

Un'ulteriore complicazione si ha perché gli avvolgimenti di fase non sono realizzati da un unico percorso in serie. Infatti, molto spesso, gli avvolgimenti sono suddivisi in più percorsi in parallelo in modo tale che la corrente di fase venga suddivisa in più parti. Così facendo, per realizzare l'avvolgimento sono necessari conduttori con un diametro ridotto.

Come riportato in [2], la distribuzione spaziale della forza magnetomotrice, tenendo conto di un numero maggiore di poli e di percorsi in parallelo dell'avvolgimento, sarà:

$$m(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{M}{n_{pb}} \cdot \sum_{\substack{v=2h+1 \\ h=0,1,2\dots}} K_{wv} \cdot \frac{\sin(v \cdot p \cdot \theta)}{v} \quad (2.23)$$

Dove  $p$  è il numero di coppie polari mentre  $n_{pb}$  è il numero di percorsi in parallelo.

Dopo aver determinato l'espressione che descrive la distribuzione spaziale della forza magnetomotrice prodotta da un avvolgimento di tipo aperto monofase, si hanno tutti gli elementi per determinare la f.m.m. prodotta dall'avvolgimento trifase di statore.

La distribuzione spaziale della f.m.m. prodotta da un avvolgimento trifase si ricava sovrapponendo gli andamenti delle f.m.m. messe in gioco dalle singole fasi. Di conseguenza, l'andamento risultante sarà ancora a gradini.

Ipotizzando che i tre avvolgimenti siano uguali tra loro, ma disposti  $120^\circ$  gli uni dagli altri, le forze magnetomotrici prodotte da ciascuna fase saranno:

$$m_a(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{n q i_a}{2 n_{pb}} \cdot \sum_{\substack{v=2h+1 \\ h=0,1,2\dots}} K_{wv} \cdot \frac{\sin(v \cdot p \cdot \theta)}{v} \quad (2.24)$$

$$m_b(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{n q i_b}{2 n_{pb}} \cdot \sum_{\substack{v=2h+1 \\ h=0,1,2\dots}} K_{wv} \cdot \frac{\sin\left(v \cdot p \cdot \left(\theta - \frac{2\pi}{3p}\right)\right)}{v} \quad (2.25)$$

$$m_c(\theta) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{n q i_c}{2 n_{pb}} \cdot \sum_{\substack{v=2h+1 \\ h=0,1,2\dots}} K_{wv} \cdot \frac{\sin\left(v \cdot p \cdot \left(\theta + \frac{2\pi}{3p}\right)\right)}{v} \quad (2.26)$$

Dove  $q$ , avendo un avvolgimento trifase, è il numero di cave per polo e per fase. Ovvero, indicato con  $Q_s$  il numero delle cave totali di statore e con  $m$  il numero delle fasi, si avrà che:

$$q = \frac{Q_s}{m \cdot 2p} \quad (2.27)$$

È importante precisare, per non creare confusione, che  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  sono le correnti istantanee di macchina delle tre fasi di statore. Per tale motivo è necessario dividere tali correnti per il numero di percorsi in parallelo. Al contrario, se esse fossero del tipo:

$$i_{b,(a,b,c)} = \frac{i_{(a,b,c)}}{n_{pb}} \quad (2.28)$$

Allora non sarebbe necessario dividere per il numero di percorsi in parallelo.

A questo punto, si considera il caso in cui le tre correnti che percorrono l'avvolgimento trifase di statore siano bilanciate e sinusoidali. Ovvero:

$$i_a(t) = \sqrt{2}I_{rms} \cdot \cos(\omega_e t) \quad (2.29)$$

$$i_b(t) = \sqrt{2}I_{rms} \cdot \cos\left(\omega_e t - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.30)$$

$$i_c(t) = \sqrt{2}I_{rms} \cdot \cos\left(\omega_e t + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (2.31)$$

In questo caso, la generica armonica  $v$ -esima della forza magnetomotrice di una delle tre fasi sarà:

$$M_{v,(a,b,c)}(\theta) = \frac{4}{v} \frac{nq}{\pi} K_{wv} \frac{\sqrt{2}I_{rms}}{n_{bp}} \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}(i-1)\right) \cdot \sin\left(p \cdot v \left(\theta - \frac{2\pi}{3p}(i-1)\right)\right) \text{ con } i = 1, 2, 3 \quad (2.32)$$

Ricordando la seguente formula trigonometrica:

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)] \quad (2.33)$$

L'espressione (2.32) può essere riscritta nella formula seguente:

$$M_{v,(a,b,c)}(\theta) = \frac{4}{v} \frac{nq}{\pi} K_{wv} \frac{\sqrt{2}I_{rms}}{n_{bp}} \frac{1}{2} \cdot \left( \sin\left(vp\theta - \omega_e t - \frac{2\pi}{3p}(v-1)(i-1)\right) + \sin\left(vp\theta + \omega_e t - \frac{2\pi}{3p}(v+1)(i-1)\right) \right) \quad (2.34)$$

A questo punto, sommando l'armonica  $v$ -esima delle tre fasi si ottiene la seguente espressione:

$$\sum_{i=1}^3 M_{v,(a,b,c)}(\theta) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{2}nqI_{rms}K_{wv}}{\pi v n_{pb}} \sin(vp\theta - \omega_e t) & \text{per } v = 6k + 1 \\ \frac{3\sqrt{2}nqI_{rms}K_{wv}}{\pi v n_{pb}} \sin(vp\theta + \omega_e t) & \text{per } v = 6k - 1 \\ 0 & \text{per } v = 3k + 3 \end{cases} \quad (2.35)$$

Per poter ricavare la forza magnetomotrice risultante è necessario sommare i contributi di f.m.m. prodotti da ciascuna delle tre fasi di statore.

$$M_{ri}(\theta) = m_a(\theta) + m_b(\theta) + m_c(\theta) \quad (2.36)$$

Quindi:

$$M_{ri}(\theta) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2 n q \sqrt{2} I_{rms}}{\pi n_{pb}} \sum_{\substack{v=6k+1>0 \\ k=0,1,2,\dots}} \frac{K_{wv}}{v} \cdot \sin(vp\theta - \omega_e t) + \\ + \sum_{\substack{v=6k-1>0 \\ k=0,1,2,\dots}} \frac{K_{wv}}{v} \cdot \sin(vp\theta + \omega_e t) \quad (2.37)$$

Ovvero:

$$M_{ri}(\theta) = \sum_{\substack{v=6k\pm 1>0 \\ k=0,1,2,\dots}} \frac{3\sqrt{2} n q I_{rms} K_{wv}}{\pi v \cdot n_{pb}} \sin(vp\theta \mp \omega_e t) \quad (2.38)$$

Quindi, una terna di correnti simmetrica ed equilibrata, circolante sull'avvolgimento di statore di un generatore sincrono, produce una forza magnetomotrice rotante nel tempo costituita da armoniche di ordine dispari. In particolare, le armoniche di ordine  $v = 1, 7, 13, 19, \dots$  ruoteranno nello stesso verso di rotazione del rotore, mentre le armoniche  $v = 5, 11, 17, \dots$  ruoteranno nella direzione opposta.

È importante notare che l'ampiezza di ogni armonica non varia nel tempo, in particolare risulta essere 1.5 volte l'ampiezza delle armoniche della f.m.m. di una singola fase.

La velocità di rotazione delle armoniche è invece pari a:

$$\omega_v = \frac{\omega_e}{v \cdot p} \quad (2.39)$$

Nel tempo, la f.m.m. risultante ruoterà nel traferro nel verso di rotazione del rotore e alla sua stessa velocità, ovvero alla velocità di sincronismo. Di conseguenza, dal punto di vista del rotore, la f.m.m. a traferro sarà ferma ma, anche se le armoniche hanno un'ampiezza costante, nel tempo la forza magnetomotrice risultante avrà un valore di picco variabile.



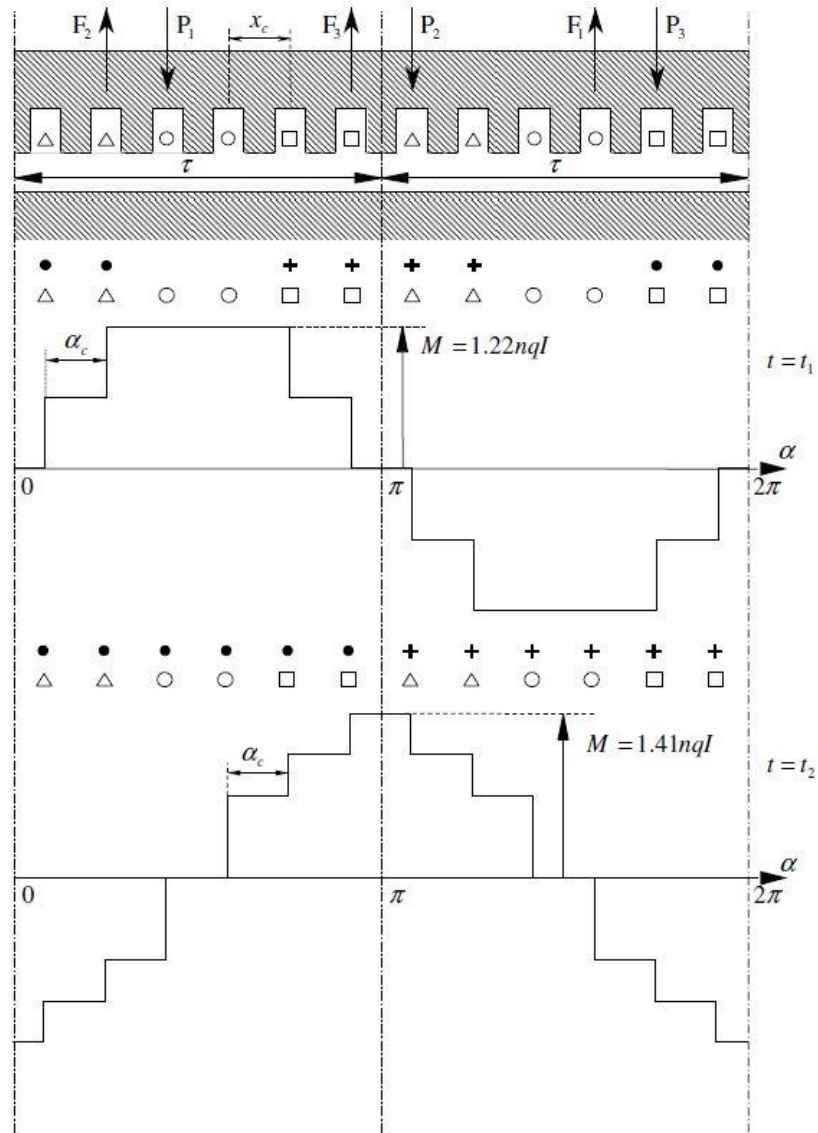


Figura 2.5: Campo rotante a traferro prodotto da un sistema equilibrato di correnti circolanti in un avvolgimento trifase con  $n$  conduttori per cava e  $q=2$  cava per polo e per fase.

Come si può notare dalla figura (2.5), il picco della f.m.m. varia tra  $1.22nql_{rms}$  e  $1.41nql_{rms}$ , dove all'istante di tempo  $t_1$  si ha il valore di picco minimo della forza magnetomotrice e corrisponde all'istante in cui una delle tre correnti di fase è nulla, mentre all'istante  $t_2$ , si ha il valore massimo di picco. Quest'ultimo istante si ha quando una delle tre correnti di fase è massima.

## 2.2.2 Effetto della f.m.m. di statore sulla tensione ai morsetti

Come riportato in [1], la variazione di tensione in uscita dal generatore è dovuta sia alla caduta di tensione ohmica sulla resistenza di fase dell'avvolgimento (effetto quasi trascurabile), sia alla f.m.m. messa in gioco dalle correnti di indotto.

La f.m.m. di indotto ha due effetti:

- Genera dei flussi dispersi che si concatenano con i soli conduttori di indotto ai quali viene associata una reattanza di dispersione  $x_\sigma$ , sede di una caduta di tensione induttiva nell'avvolgimento di statore;
- Genera dei flussi dispersi che interagiscono con i conduttori del circuito di eccitazione i quali danno luogo ad una variazione del flusso prodotto dall'avvolgimento induttore, con conseguente variazione della tensione indotta nelle fasi di statore. Tale effetto prende il nome di reazione d'indotto.

## 2.2.3 Coppia frenante e angolo gamma

Come visto precedentemente, quando ad un generatore sincrono si collega un carico elettrico allo statore, per mantenere il rotore alla stessa velocità è richiesta una potenza meccanica maggiore in ingresso. Infatti, la macchina è chiamata a vincere, oltre alle perdite meccaniche e del ferro, anche una coppia frenante aggiuntiva.

La presenza di tale coppia, che si oppone al moto della macchina, può essere spiegata anche da un punto di vista fisico introducendo l'angolo gamma ( $\gamma$ ), come descritto in [1]. Quest'angolo rappresenta lo sfasamento tra la corrente d'indotto e la forza elettromotrice a vuoto e sarà molto importante quando, nel capitolo (3.3.2.3), verrà spiegato come definire lo sfasamento corretto tra f.m.m. e permeanza. Si tratta di un'informazione utile per trovare l'andamento dell'induzione a traferro della macchina.

Se la natura del carico è tale che la corrente d'indotto e la forza elettromotrice a vuoto siano in fase tra loro e quindi il relativo angolo di sfasamento risulti nullo ( $\gamma = 0^\circ$ ), si ha una distribuzione delle correnti che è in posizione relativa fissa rispetto ai poli di rotore e ruota con la stessa velocità e nello stesso verso. A tali correnti sono associati dei flussi di reazione come mostrato in figura (2.6).

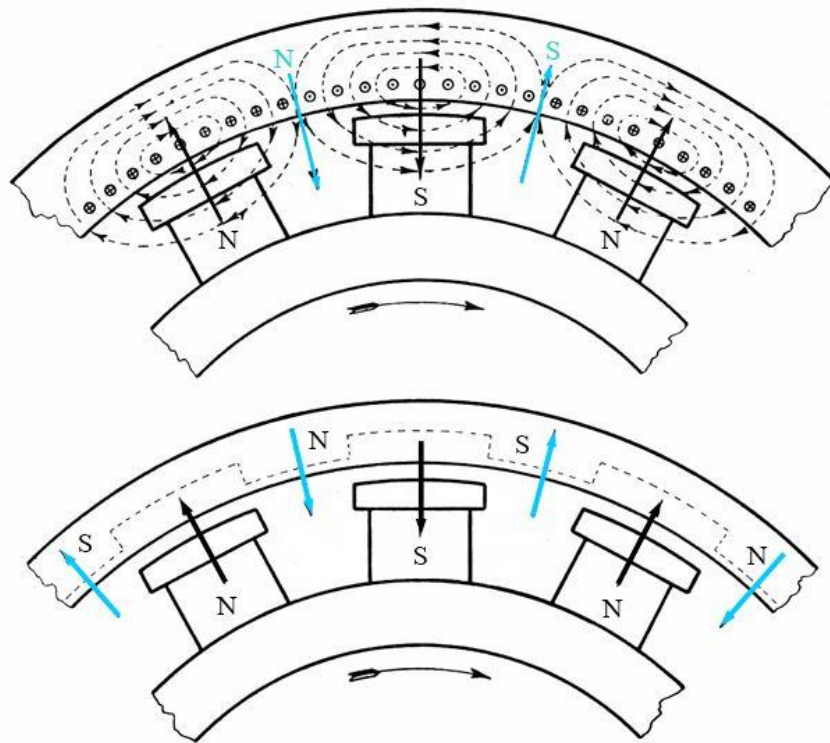


Figura 2.6: Reazione di indotto per  $\gamma = 0^\circ$  .

Nelle condizioni di carico ipotizzate ( $\gamma = 0^\circ$ ), l'asse magnetico della f.m.m. di reazione d'indotto è in quadratura rispetto a quello della f.m.m. di eccitazione. Quindi, è come se fossero sorte, sulla superficie interna dell'indotto, delle polarità in corrispondenza degli assi interpolarari, come mostrato in figura (2.6).

Poiché polarità di uguale segno si respingono, nascono tra polarità magnetiche di induttore e di indotto forze tali da dar luogo ad una coppia frenante  $C$ , che tende a rallentare la rotazione della macchina. Per mantenere costante la velocità del rotore, è necessario aumentare la potenza meccanica fornita al generatore rispetto alla potenza meccanica fornita nel funzionamento a vuoto, ed è questa potenza meccanica in più che si converte, a meno delle perdite, in potenza elettrica attiva sul carico.

Se la natura del carico è tale per cui la corrente è sfasata in ritardo di  $90^\circ$  rispetto alla f.e.m. (figura (2.7)), le correnti di statore assumono i versi indicati in figura (2.6) solo dopo che i poli di rotore hanno subito una rotazione di  $90^\circ$ .

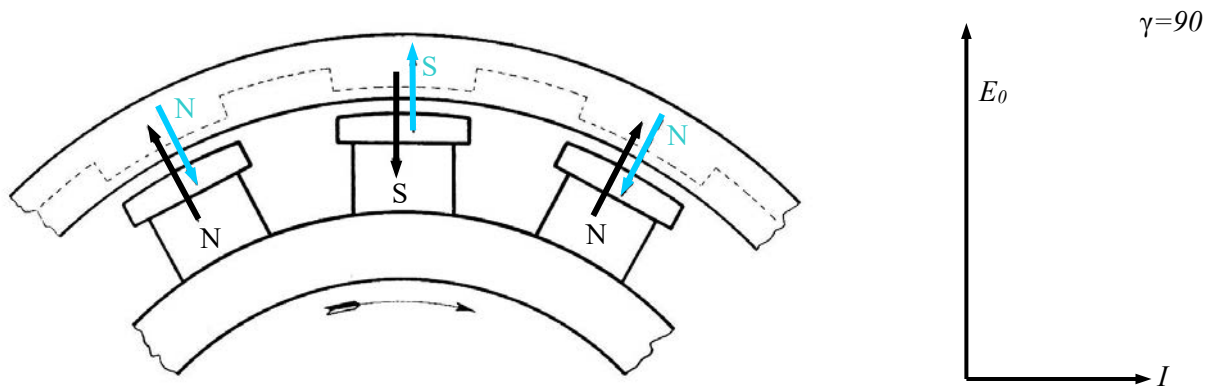


Figura 2.7: Reazione di indotto per  $\gamma = 90^\circ$ .

In questo caso l'asse della f.m.m. di reazione d'indotto, ha la stessa direzione ma verso opposto, dell'asse della f.m.m. di eccitazione. Tutto si comporta come se fossero sorte sulla superficie interna di indotto delle polarità magnetiche poste in corrispondenza dell'asse polare e con azione smagnetizzante.

In questo caso le polarità magnetiche sono poste una di fronte all'altra, di conseguenza, non si ha nessuna coppia frenante e quindi nessuna potenza attiva in uscita dai morsetti della macchina. Tra macchina e carico si ha solo scambio di potenza reattiva.

Allo stesso modo, se la natura del carico è tale per cui lo sfasamento tra corrente e f.e.m. a vuoto è di  $90^\circ$  in anticipo ( $\gamma = -90^\circ$ ), come mostrato in figura (2.8). L'asse magnetico della f.m.m. di reazione di indotto ha lo stesso verso e la stessa direzione della f.m.m. di eccitazione.

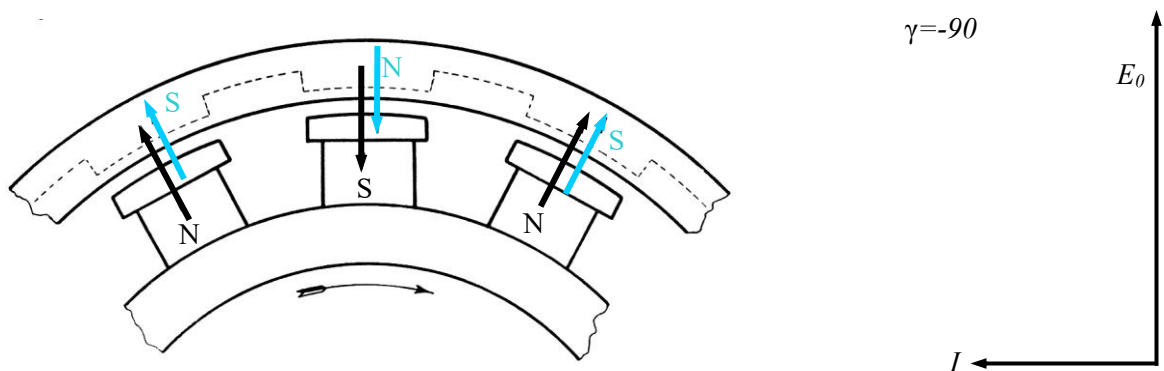


Figura 2.8: Reazione di indotto per  $\gamma = -90^\circ$ .

In questo caso però l'azione dei poli che si vengono a creare nella superficie interna di statore, è di tipo magnetizzante. Anche in questo caso non si ha nessuna coppia frenante e quindi tra generatore e carico si ha uno scambio di sola potenza reattiva.

Come già detto in precedenza, trattandosi di una macchina sincrona, la distribuzione delle correnti dell'avvolgimento di armatura è in posizione relativa fissa rispetto ai poli di rotore e ruota alla stessa velocità e nello stesso verso. Questo significa che se si è a conoscenza dell'angolo  $\gamma$  si conosce la posizione relativa tra correnti e poli di rotore. Quindi, si conosce la posizione della forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore rispetto alla funzione permeanza a traferro e quindi si hanno tutti gli elementi necessari per poter calcolare l'andamento dell'induzione a traferro corretto. Si apprende dunque come la conoscenza di  $\gamma$  fornisca anche delle informazioni di carattere geometrico.

Il calcolo dell'induzione e lo sfasamento tra f.m.m. e permeanza sarà trattato più approfonditamente nel capitolo (3.3.2.3).



### 3. Configurazione della macchina e determinazione delle caratteristiche magnetiche

#### 3.1 Configurazione della macchina

In questo lavoro di tesi si è fatto riferimento ad un generatore sincrono a poli sporgenti. Le caratteristiche geometriche ed elettriche di tale generatore, utili per lo svolgimento della tesi, sono state modificate per motivi di riservatezza.

##### CARATTERISTICHE ELETTRICHE:

Potenza apparente nominale	$S_n = 2600$	[KVA]
Tensione nominale	$V_n = 400$	[V]
Fattore di potenza nominale	$\cos(\varphi_n) = 0.8$	[-]
Corrente nominale	$I_n = 3752.78$	[A]
Corrente di eccitazione a vuoto	$I_{ecc,0} = 26.28$	[A]
Corrente di eccitazione a carico	$I_{ecc} = 72.6$	[A]
Numero di poli	$2p = 4$	[-]
Frequenza	$f = 50$	[Hz]
Velocità di rotazione	$n_{rpm} = 1500$	[rpm]
Potenza in ingresso	$P_{in} = 2157.72$	[KW]
Potenza in uscita	$P_{out} = 2080.58$	[KW]
Rendimento	$\eta = 96.42$	[%]

##### STATORE:

Numero di cave di statore	$Q_s = 60$	[-]
---------------------------	------------	-----

Cave per polo e per fase	$q = 5$	[-]
Angolo elettrico di cava	$\alpha_{ce} = p \cdot \frac{360}{Q_s} = 12$	[deg]
Lunghezza assiale	$L_a = 0.87$	[m]
Canali di ventilazione	$n_{cv} = 0$	[-]
Diametro esterno di statore	$D_e = 0.93$	[m]
Diametro interno di statore	$D_i = 0.626$	[m]
Traferro minimo	$g_0 = 0.0055$	[m]
Altezza cava	$h_s = 0.0521$	[m]
Apertura di cava	$b_s = 0.0038$	[m]
Larghezza dente di statore	$w_t = 0.018$	[m]
Altezza corona di statore	$h_{cs} = 0.01$	[m]

#### ROTORE:

Diametro esterno di rotore	$D_{er} = 0.615$	[m]
Diametro interno di rotore	$D_{ir} = 0.205$	[m]
Offset dell'arco del polo	$Offset = 0.0175$	[m]
Raggio scarpa polare	$R_{sp} = 0.29$	[m]
Larghezza scarpa polare	$w_{sp} = 0.332$	[m]
Altezza scarpa polare	$h_{sp} = 0.0615$	[m]
Altezza bordo scapa polare	$h_{bp} = 0.0093$	[m]
Altezza corona di rotore	$h_{cr} = 0.193$	[m]
Larghezza polo	$w_p = 0.202$	[m]
Altezza polo	$h_p = 0.081$	[m]

#### AVVOLGIMENTO DI ECCITAZIONE:

Numero spire di eccitazione	$N_{ecc} = 174$	[-]
-----------------------------	-----------------	-----

#### AVVOLGIMENTO TRIFASE DI STATORE

Percorsi in parallelo	$n_{pb} = 4$	[-]
Strati dell'avvolgimento	$l = 2$	[-]



Conduttori per cava	$n = 2$	[-]
Cave di raccorciamento	$n_{cr} = 5$	[-]
Angolo di raccorciamento	$\beta_{re} = n_{cr} \cdot \alpha_{ce} = 60$	[deg]
Passo dell'avvolgimento	$n_{pc} = 10$	[-]
Passo cava	$\tau_c = \frac{\pi \cdot D_i}{Q_s} = 0.0327$	[m]
Passo polare	$\tau_p = \frac{\pi \cdot D_i}{2p} = 0.492$	[m]
Resistenza di statore (20°C)	$R_{20^\circ C} = 0.00031$	[ $\Omega$ ]
Resistenza di statore (115°C)	$R_{115^\circ C} = 0.00042$	[ $\Omega$ ]
Reattanza di dispersione	$x_\sigma = 0.00591$	[ $\Omega$ ]

Di seguito, viene riportata una rappresentazione dell'avvolgimento trifase di statore del generatore sincrono considerato (figura (3.1)).

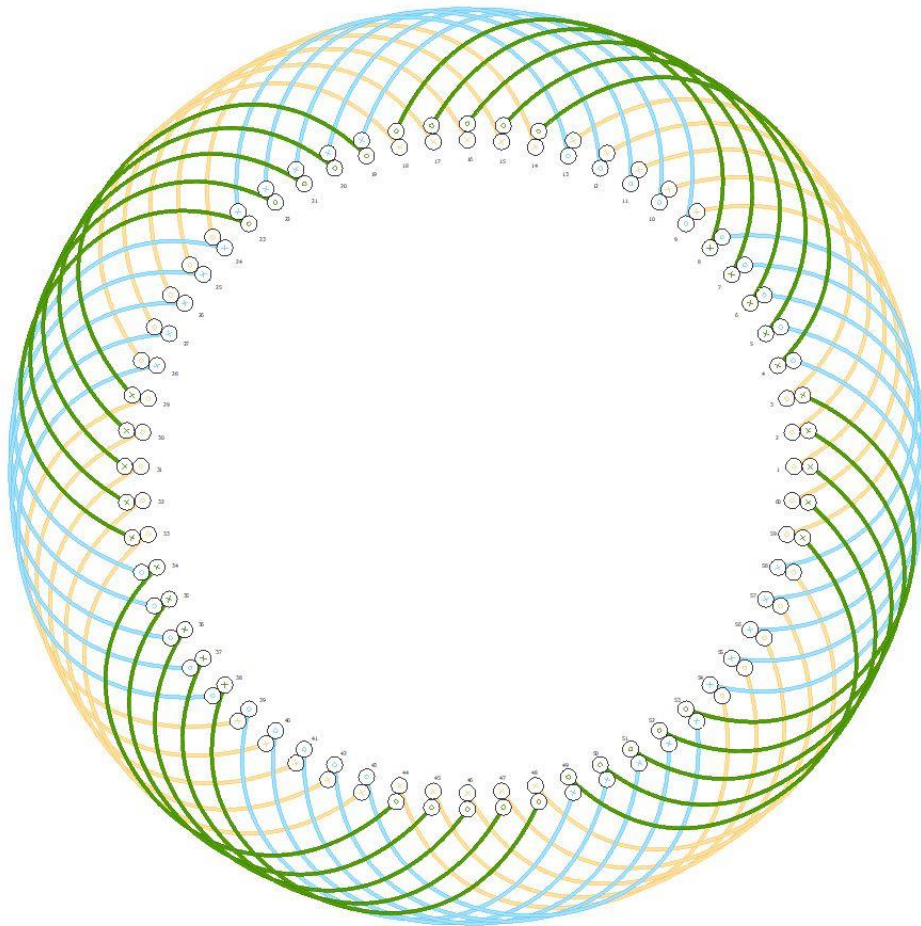


Figura 3.1: Rappresentazione dell'avvolgimento trifase di statore.

Tale rappresentazione permette di avere un'idea chiara di come è realizzato l'avvolgimento trifase di statore.

Un altro strumento che permette di ottenere le stesse informazioni senza la necessità di rappresentare l'avvolgimento, è la matrice di cava.

La matrice di cava è molto semplice da determinare: è sufficiente considerare una fase alla volta e porre 1 quando il termine della matrice fa riferimento ad una cava completamente piena, 0.5 quando solo uno strato della cava è occupato dalla fase che si sta considerando e 0 quando la cava non contiene la fase considerata.

La matrice di cava dell'avvolgimento trifase di statore di figura (3.1), è riportata nella tabella seguente:

cave	ka	kb	kc	cave	ka	kb	kc
1	0,5	0	-0,5	31	0,5	0	-0,5
2	0,5	0	-0,5	32	0,5	0	-0,5
3	0,5	0	-0,5	33	0,5	0	-0,5
4	0	0,5	-0,5	34	0	0,5	-0,5
5	0	0,5	-0,5	35	0	0,5	-0,5
6	0	0,5	-0,5	36	0	0,5	-0,5
7	0	0,5	-0,5	37	0	0,5	-0,5
8	0	0,5	-0,5	38	0	0,5	-0,5
9	-0,5	0,5	0	39	-0,5	0,5	0
10	-0,5	0,5	0	40	-0,5	0,5	0
11	-0,5	0,5	0	41	-0,5	0,5	0
12	-0,5	0,5	0	42	-0,5	0,5	0
13	-0,5	0,5	0	43	-0,5	0,5	0
14	-0,5	0	0,5	44	-0,5	0	0,5
15	-0,5	0	0,5	45	-0,5	0	0,5
16	-0,5	0	0,5	46	-0,5	0	0,5
17	-0,5	0	0,5	47	-0,5	0	0,5
18	-0,5	0	0,5	48	-0,5	0	0,5
19	0	-0,5	0,5	49	0	-0,5	0,5
20	0	-0,5	0,5	50	0	-0,5	0,5
21	0	-0,5	0,5	51	0	-0,5	0,5
22	0	-0,5	0,5	52	0	-0,5	0,5
23	0	-0,5	0,5	53	0	-0,5	0,5
24	0,5	-0,5	0	54	0,5	-0,5	0
25	0,5	-0,5	0	55	0,5	-0,5	0
26	0,5	-0,5	0	56	0,5	-0,5	0
27	0,5	-0,5	0	57	0,5	-0,5	0
28	0,5	-0,5	0	58	0,5	-0,5	0
29	0,5	0	-0,5	59	0,5	0	-0,5
30	0,5	0	-0,5	60	0,5	0	-0,5

Tabella 1: Matrice di cava rappresentativa dell'avvolgimento trifase di statore di figura (3.1).

Al fine di definire il corretto sfasamento tra i due contributi di forza magnetomotrice durante il funzionamento a carico della macchina, è necessario conoscere l'asse magnetico delle tre fasi dell'avvolgimento di statore considerato. A tal proposito, di seguito si riporta una figura in cui vengono evidenziati gli assi magnetici delle tre fasi.

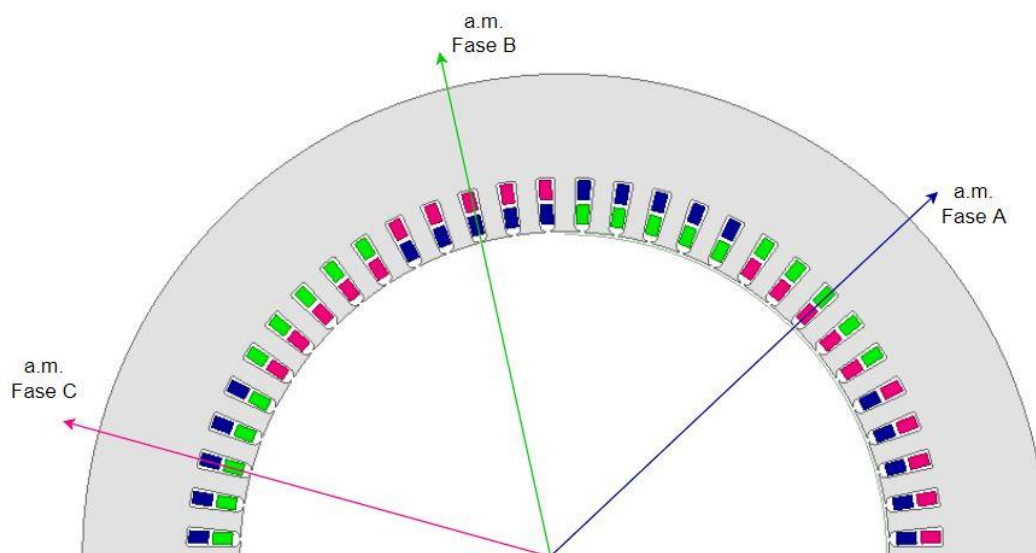


Figura 3.2: Rappresentazione degli assi magnetici delle tre fasi che compongono l'avvolgimento di statore.

Dopo aver riportato le grandezze elettriche e geometriche del generatore sincrono considerato è necessario determinare le relative caratteristiche magnetiche, ovvero:

- Permeanza a traferro;
- Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione e di statore.

In particolare, è proprio grazie a queste due grandezze che si riesce a determinare l'induzione presente a traferro. Per tale motivo è di fondamentale importanza riuscire ad ottenerle per mezzo di formulazioni analitiche.

Come si è visto nel capitolo precedente, sono state già introdotte delle espressioni analitiche utili alla determinazione della distribuzione spaziale della forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore e di eccitazione. Manca, invece, la descrizione analitica della permeanza a traferro. Quindi, prima di calcolare la f.m.m. messa in gioco nel generatore sincrono considerato, si definisce un criterio per il calcolo della permeanza a traferro.

## **3.2 Permeanza a traferro di una macchina sincrona a poli salienti**

Di fondamentale importanza, per il proseguo della trattazione, è la conoscenza della permeanza a traferro di una macchina sincrona a poli salienti. In particolare, si vuole trovare un metodo analitico che permetta di calcolare velocemente tale grandezza conoscendo semplicemente alcuni parametri geometrici della macchina che si intende analizzare, senza ricorrere all'utilizzo di un programma agli elementi finiti.

La permeanza a traferro di una macchina sincrona a poli sporgenti può essere vista come la risultante di due contributi:

- Il contributo legato alle aperture di cava di statore;
- Il contributo dei poli salienti di rotore.

Nel caso in cui si trattasse un motore asincrono a rotore liscio, invece, ci sarebbe solo il contributo legato alle aperture di cava di statore. Perciò, il calcolo della permeanza a traferro risulterebbe più semplice, dato che l'ampiezza del traferro non cambierebbe lungo la circonferenza di rotore.

Con la macchina sincrona a poli salienti l'approccio più efficace è dunque, quello di trattare i singoli contributi separatamente, ricavando delle espressioni analitiche distinte, ed infine trovare la permeanza risultante unendo le singole componenti.

Tale procedimento è già stato trattato in [3]. Di seguito, viene riproposto l'approccio adottato, con una verifica tramite un programma agli elementi finiti dei risultati ottenuti analiticamente.

### **3.2.1 Contributo di permeanza a traferro dovuto alla presenza delle cave di statore**

Come riportato in [3], per poter ottenere la permeanza a traferro tenendo conto del contributo dovuto alla presenza delle cave di statore, vengono introdotte due funzioni equivalenti  $\lambda_{S,a}(\theta)$  e  $\lambda_{S,b}(\theta)$ . La prima viene utilizzata per le cave semi-chiuse, mentre la seconda per le cave aperte.

Di seguito vengono riportate le espressioni analitiche delle due funzioni appena citate:

$$\lambda_{S,a}(\theta) = \begin{cases} \frac{\mu_0}{g} \cdot \left[ 1 - \beta - \beta \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{b_o} \cdot \theta\right) \right] & \forall -\frac{b_o}{2} < \theta < \frac{b_o}{2} \\ \frac{\mu_0}{g} & \forall \text{ else} \end{cases} \quad (3.1)$$

e

$$\lambda_{S,b}(\theta) = \begin{cases} \frac{\mu_0}{g} \cdot \left[ 1 - 2\beta + 2\beta \cdot \left(\sin\left(\frac{\pi}{b_o} \cdot \theta\right)\right)^6 \right] & \forall -\frac{b_o}{2} < \theta < \frac{b_o}{2} \\ \frac{\mu_0}{g} & \forall \text{ else} \end{cases} \quad (3.2)$$

Dove:

$g \Rightarrow$  Ampiezza di traferro

$\theta \Rightarrow$  Coordinata angolare

$\beta \Rightarrow$  Caduta di induzione nel mezzo della cava

$b_s \Rightarrow$  Larghezza della cava

$b_o \Rightarrow$  Larghezza effettiva della cava

$\tau_s \Rightarrow$  Passo di cava di statore

$h_s \Rightarrow$  Altezza cava di statore

In particolare, per calcolare  $\beta$  e  $b_o$  si utilizzano rispettivamente le formule seguenti:

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{b_s}{g}\right)^2}} \quad (3.3)$$

$$b_o = b_s \cdot \left( 1 + \left[ 0.8 + 10^{-4} \cdot \left(\frac{b_s}{g} - 6\right)^4 \right] \cdot e^{-\frac{1}{8.5} \cdot \left(\frac{b_s}{g} - 0.9\right)} \right) \quad (3.4)$$

A questo punto è possibile calcolare il contributo risultante della permeanza a traferro, dovuta alla presenza delle cave di statore, sommando in modo pesato i due contributi appena trovati.

$$\lambda_S(\theta) = a \cdot \lambda_{S,a}(\theta) + (1 - a) \cdot \lambda_{S,b}(\theta) \quad (3.5)$$

Dove il fattore che pesa i due contributi dipende dalla geometria della cava:

$$a = \begin{cases} e^{-\frac{1}{6}(\frac{h_s}{g}-1)} & \forall \frac{b_s}{g} \geq 10.6 \\ \left( \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{19-b_s/g}{18}\right) \right)^4 & \forall \frac{b_s}{g} < 10.6 \end{cases} \quad (3.6)$$

Di seguito, si riporta una figura utile per una miglior comprensione delle grandezze utilizzate finora.

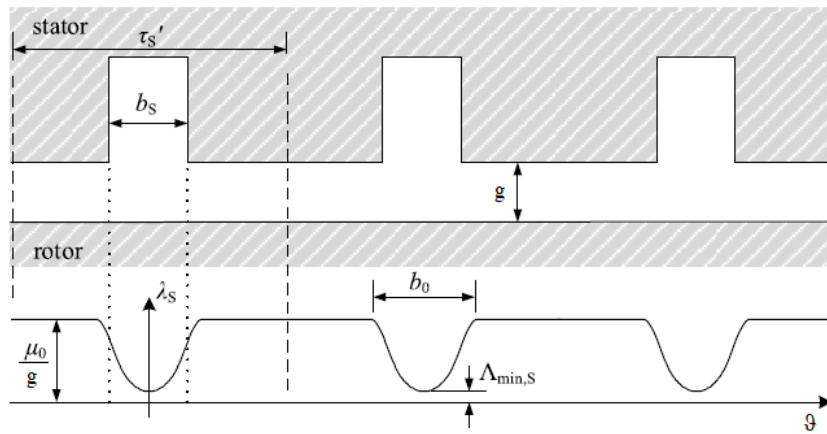


Figura 3.3: Andamento del contributo di permeanza a traferro, dovuto alle aperture di cava di statore, in accordo con [3].

Come si può notare dalla figura sovrastante, per calcolare il contributo di permeanza legato alle aperture di cava di statore si considera che l'ampiezza del traferro sia costante.

### 3.2.2 Contributo di permeanza a traferro dovuto alla presenza dei poli salienti di rotore

A questo punto è necessario valutare il contributo di permeanza legato ai poli salienti di rotore. In questo caso è necessario prestare attenzione alla variazione dell'ampiezza del traferro. Infatti, si ha un aumento del traferro non solo in corrispondenza dello spazio compreso tra i poli salienti, ma anche in corrispondenza delle scarpe polari.

In particolare, la sagomatura delle scarpe polari è molto importante in quanto permette, se fatta in modo opportuno, di ottenere un andamento dell'induzione a traferro sinusoidale e di conseguenza anche della tensione indotta nell'avvolgimento trifase di statore.

In accordo con quanto riportato in [3], per poter valutare la permeanza legata ai poli di rotore è necessario fare un'ulteriore distinzione. Tale contributo di permeanza si valuta considerando separatamente la zona compresa tra due scarpe polari e quella che si ha in corrispondenza di esse.

### 3.2.2.1 Permeanza in corrispondenza delle scarpe polari

Per prima cosa si riporta un'immagine che mostra la geometria di una scarpa polare e le grandezze necessarie per poter calcolare il contributo di permeanza corrispondente.

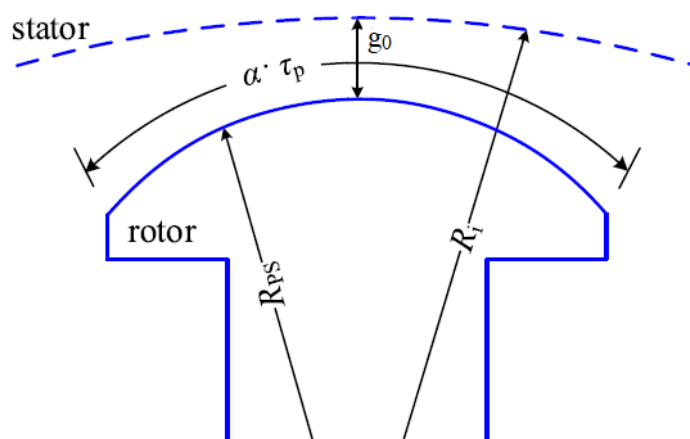


Figura 3.4: In accordo con [3], si riporta la generica geometria di un polo saliente di rotore

Dove:

- $g_o \Rightarrow$  Lunghezza del traferro minimo
- $R_i \Rightarrow$  Raggio interno di statore
- $R_{ps} \Rightarrow$  Raggio della scarpa polare
- $\tau_p \Rightarrow$  Passo polare di rotore
- $\alpha \cdot \tau_p \Rightarrow$  Larghezza in radianti della scarpa polare

La permeanza in corrispondenza delle scarpe polari si valuta nel modo seguente:

$$\lambda_{SP}(\theta) = \frac{\mu_0}{g(\theta)} \quad \forall -\frac{b_{po}}{2} < \theta < \frac{b_{po}}{2} \quad (3.7)$$

Dall'equazione (3.7), si nota, come sottolineato in precedenza, che la permeanza che si ha in corrispondenza delle scarpe polari di rotore dipende dalla coordinata angolare  $\theta$ .

Di conseguenza, anche la permeanza lungo la scarpa polare non sarà costante.

Infatti, l'ampiezza del traferro in tale regione si può valutare nel modo seguente:

$$g(\theta) = R_i - \sqrt{R_{ps}^2 + I_m^2 - 2 \cdot R_{ps} \cdot I_m \cdot \cos(\pi - \theta - \gamma^*)} \quad (3.8)$$

Con:

$$\gamma^* = \sin^{-1} \left[ \frac{I_m \cdot \sin(\theta)}{R_{ps}} \right] \quad (3.9)$$

$$I_m = R_i - g_0 - R_{ps} \quad (3.10)$$

Mentre  $b_{po}$ , che è la larghezza effettiva della scarpa polare, è stata trovata attraverso diverse analisi FEM per diverse geometrie di scarpe polari. Sempre in accordo con [3], tale grandezza si può calcolare come segue:

$$b_{po} = 0.9 \cdot \alpha \cdot \tau_p \quad (3.11)$$

### 3.2.2.2 Permeanza a traferro tra i poli salienti di rotore

Sempre facendo riferimento a [3], si riportano delle espressioni matematiche ricavate tramite diverse analisi FEM, per poter calcolare il contributo della permeanza a traferro nelle regioni poste tra i poli salienti di rotore.

È necessario innanzitutto valutare il valore di permeanza minimo presente in tali regioni.

$$\Lambda_{min,PG} = \frac{\mu_0}{g_0} \cdot (1 - 2\beta_{PG}) \quad (3.12)$$



Dove:

$$\beta_{PG} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{b_{SP}}{g_0}\right)^{1.685}}} \quad (3.13)$$

$$b_{sp} = (1 - \alpha) \cdot \tau_p \cdot (R_i - g_0) \quad (3.14)$$

A questo punto, per poter valutare il contributo di permeanza in corrispondenza delle regioni poste tra i poli salienti di rotore, si utilizzano due funzioni che a loro volta sono suddivise in tre parti. Infine, similmente a quanto visto per il contributo legato alle cave di statore, per ottenere la permeanza risultante verrà fatta una somma pesata.

Le due sotto funzioni si possono esprimere come riportato di seguito:

$$\lambda_{a,SP} = \begin{cases} \frac{\mu_0}{g\left(\frac{b_{po}}{2}\right)} \cdot (1 - \beta_{SP} \cdot X_{a1}) & \forall \frac{b_{po}}{2} < \theta < \frac{\tau_p}{2} \\ \frac{\mu_0}{g(\theta)} & \forall -\frac{b_{po}}{2} < \theta < \frac{b_{po}}{2} \\ \frac{\mu_0}{g\left(-\frac{b_{po}}{2}\right)} \cdot (1 - \beta_{SP} \cdot X_{a2}) & \forall -\frac{\tau_p}{2} < \theta < -\frac{b_{po}}{2} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$\lambda_{b,SP} = \begin{cases} \frac{\mu_0}{g\left(\frac{b_{po}}{2}\right)} \cdot (1 - 2\beta_{SP} \cdot X_{b1}) & \forall \frac{b_{po}}{2} < \theta < \frac{\tau_p}{2} \\ \frac{\mu_0}{g(\theta)} & \forall -\frac{b_{po}}{2} < \theta < \frac{b_{po}}{2} \\ \frac{\mu_0}{g\left(-\frac{b_{po}}{2}\right)} \cdot (1 - 2\beta_{SP} \cdot X_{b2}) & \forall -\frac{\tau_p}{2} < \theta < -\frac{b_{po}}{2} \end{cases} \quad (3.16)$$

Dove:

$$X_{a1} = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{b_{GO}} \cdot \left(\theta - \frac{\tau_p}{2}\right)\right) \quad (3.17)$$

$$X_{a2} = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{b_{GO}} \cdot \left(\theta + \frac{\tau_p}{2}\right)\right) \quad (3.18)$$

$$X_{b1} = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{b_{GO}} \cdot \left(\theta - \frac{\tau_p}{2}\right)\right)^{10} \quad (3.19)$$

$$X_{b2} = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{b_{GO}} \cdot \left(\theta + \frac{\tau_p}{2}\right)\right)^{10} \quad (3.20)$$

$$\beta_{SP} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\Lambda_{min,PG}}{\lambda \left( \frac{b_{po}}{2} \right)} \right) \quad (3.21)$$

$$b_{GO} = \tau_p - b_{po} \quad (3.22)$$

A questo punto è possibile trovare il contributo di permeanza legato ai poli salienti di rotore sommando, in modo pesato, la (3.15) e la (3.16).

$$\lambda_{SP}(\theta) = a_{SP} \cdot \lambda_{a,SP}(\theta) + (1 - a_{SP}) \cdot \lambda_{b,SP}(\theta) \quad (3.23)$$

Il fattore  $a_{SP}$  utilizzato per pesare i due contributi di permeanza si determina come segue:

$$a_{SP} = 5\alpha^2 - 3.97\alpha + 0.6135 \quad (3.24)$$

Quindi, è stato introdotto un metodo analitico che permette di calcolare il contributo di permeanza legato ai poli salienti di rotore.

### 3.2.3 Permeanza risultante a traferro di una macchina sincrona a poli salienti

Si è appena visto come sia possibile valutare, utilizzando un approccio analitico, i contributi di permeanza a traferro legati alla presenza delle cave di statore e alla presenza dei poli salienti di rotore. A questo punto è necessario riuscire a combinare in modo appropriato questi due contributi per poter ricavare la permeanza a traferro risultante. Il metodo per fare ciò è descritto in [4]. Per prima cosa si valutano  $\lambda_S$  e  $\lambda_{SP}$  con le formule analitiche introdotte precedentemente, dopodiché si riportano tali valori ad un traferro di ampiezza dimezzata rispetto a quella considerata finora. A tal proposito è sufficiente applicare le formule seguenti:

$$\lambda_S^* = \frac{\frac{2\mu_0}{g} \cdot \lambda_S}{\frac{2\mu_0}{g} - \lambda_S} \quad (3.25)$$

$$\lambda_{SP}^* = \frac{\frac{2\mu_0}{g} \cdot \lambda_{SP}}{\frac{2\mu_0}{g} - \lambda_{SP}} \quad (3.26)$$

Infine, per ottenere la permeanza risultante è sufficiente fare la serie dei singoli contributi di permeanza riferiti a metà ampiezza di traferro,  $\lambda_S^*$  e  $\lambda_{SP}^*$ .

$$\lambda_{ris} = \frac{\lambda_S^* \cdot \lambda_{SP}^*}{\lambda_S^* + \lambda_{SP}^*} = \frac{\mu_0}{g \cdot \left( \frac{\mu_0}{g\lambda_S} + \frac{\mu_0}{g\lambda_{SP}} - 1 \right)} \quad (3.27)$$

Dato che i due contributi di permeanza  $\lambda_S$  e  $\lambda_{SP}$  si possono esprimere come segue:

$$\lambda_S = \frac{k_S \cdot \mu_0}{g} \quad (3.28)$$

$$\lambda_{SP} = \frac{k_{SP} \cdot \mu_0}{g} \quad (3.29)$$

Ovvero, un coefficiente che dipende dalla geometria della macchina moltiplicato per la permeanza che si ha in corrispondenza del traferro minimo.

Sostituendo la (3.28) e la (3.29) nella (3.27) si ottiene la seguente espressione:

$$\lambda_{ris} = \frac{\mu_0}{g} \frac{1}{\left( \frac{1}{k_S} + \frac{1}{k_{SP}} - 1 \right)} \quad (3.30)$$

### 3.2.4 Verifica dell'approccio analitico utilizzato per il calcolo della permeanza a traferro

Per poter verificare gli approcci analitici trattati finora, utilizzati per calcolare i contributi di permeanza legati alla presenza delle cave di statore e ai poli salienti di rotore, viene fatto un confronto con l'andamento della permeanza a traferro ottenibile tramite l'utilizzo di un programma agli elementi finiti.

In particolare, per tale verifica, si fa riferimento ad una macchina che ha le seguenti caratteristiche:

Numero delle cave di statore [-]	$Q_s$	60
Numero di poli [-]	$2p$	4
Raggio della scarpa polare [mm]	$R_{sp}$	290
Raggio interno [mm]	$R_i$	313
Ampiezza del traferro minimo [mm]	$g_0$	5.5
Larghezza della scarpa polare [rad]	$\alpha \cdot \tau_p$	$0.776 \cdot \frac{\pi}{2}$
Larghezza dell'apertura di cava di statore [mm]	$b_s$	3.8

Il programma agli elementi finiti utilizzato per determinare l'andamento dell'induzione a traferro coi cui poi fare la verifica, è "Ansys".

Per poter determinare la permeanza a traferro attraverso tale programma si costruisce un modello della macchina in cui si alimenta solo l'avvolgimento di eccitazione. Dopo aver effettuato la simulazione, si considera l'andamento dell'induzione a metà traferro e lo si divide per la forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione. Così facendo si ottiene l'andamento della permeanza a metà traferro per unità di superficie, che è esattamente la stessa cosa che si ricava per via analitica.

Innanzitutto, è necessario determinare analiticamente i singoli contributi di permeanza a traferro. Quindi, si calcola separatamente la permeanza legata alla presenza delle cave di statore e quella relativa ai poli salienti di rotore.

Nella figura sottostante si riporta l'andamento della permeanza a traferro di una cava di statore. In particolare, vengono riportati anche gli andamenti delle due funzioni (3.1) e (3.2), le quali, utilizzando la (3.5), forniscono l'andamento risultante del contributo di permeanza dovuto alle cave.

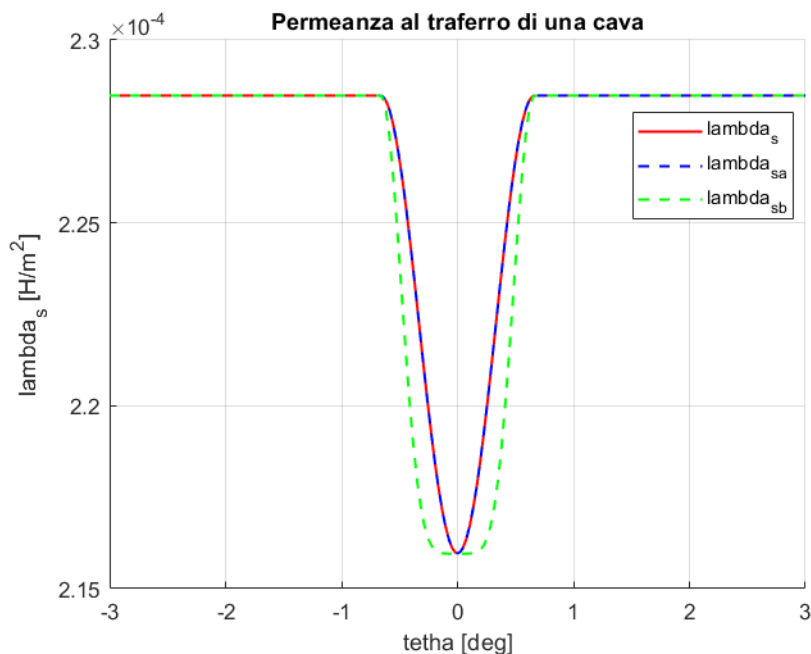


Figura 3.5: Permeanza a traferro di una singola cava.

Ovviamente, tale andamento dovrà essere ripetuto un numero di volte pari al numero di cave presenti nello statore. Per la macchina considerata sarà quindi ripetuto 60 volte.

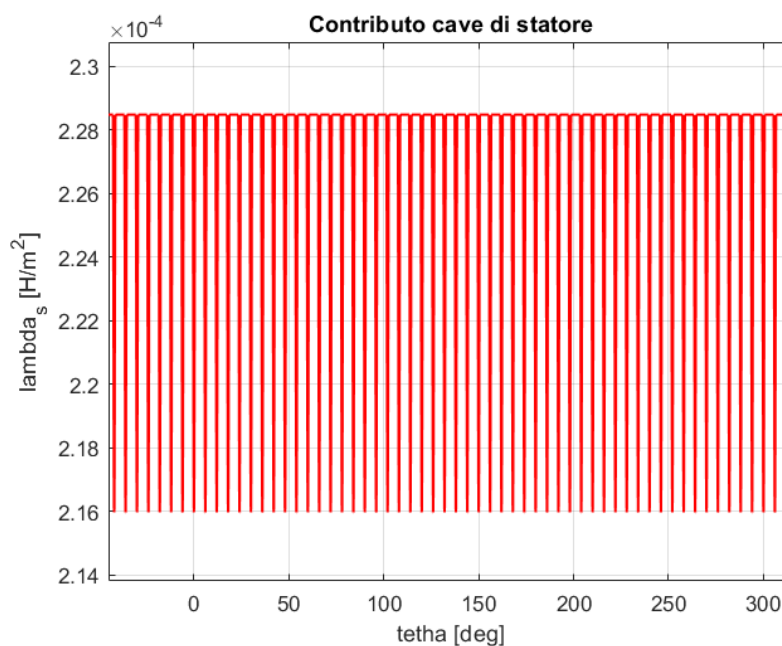


Figura 3.6: Contributo di permeanza complessivo delle cave di statore.

A questo punto, determinata la permeanza legata alle cave di statore è possibile passare al calcolo del contributo legato ai poli salienti di rotore.

In figura (3.7), viene rappresentato l'andamento della permeanza a traferro dovuto ai poli salienti di rotore. Anche in questo caso si riportano gli andamenti delle due funzioni (3.15) e (3.16), che permettono, attraverso la (3.23), di determinare l'andamento della permeanza nella zona compresa tra i poli salienti di rotore.

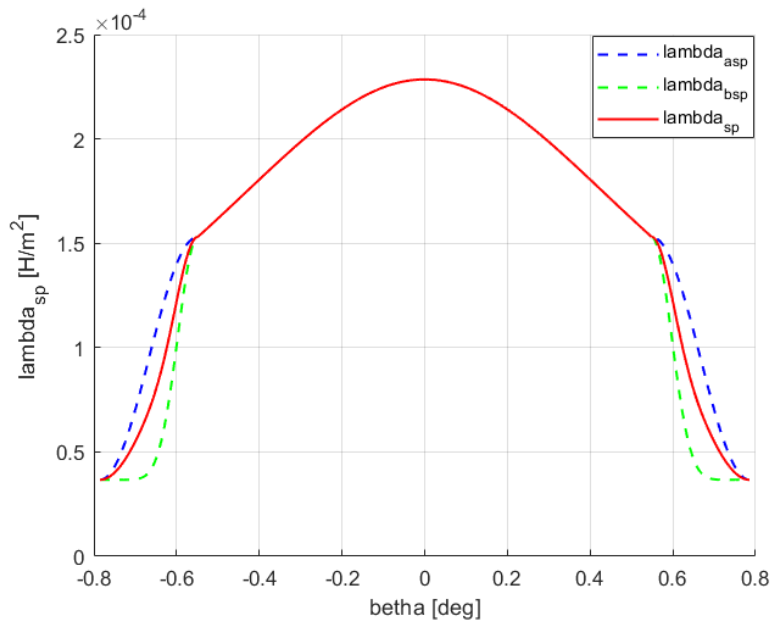


Figura 3.7: Permeanza a traferro dovuta ad un polo saliente di rotore.

Ovviamente, per ottenere il contributo di permeanza complessivo è necessario replicare l'andamento di figura (3.7), riferito ad un passo polare, per un numero di volte pari al numero di poli.

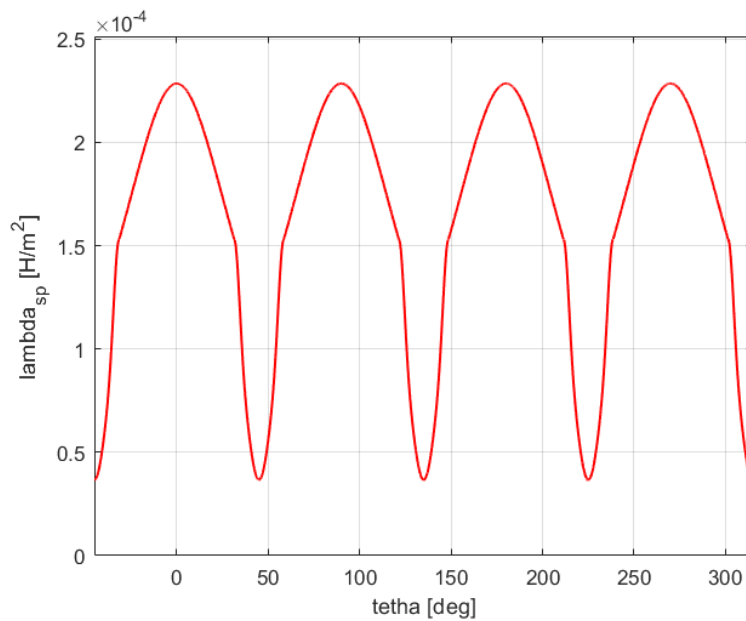


Figura 3.8: Contributo di permeanza complessivo delle scarpe polari.

Conoscendo i singoli contributi di permeanza, dopo averli riportati ad un traferro con ampiezza dimezzata attraverso la (3.25) e la (3.26), è possibile ricavare la permeanza risultante mediante la (3.27).

L'andamento che si ottiene per il generatore sincrono che si sta considerando, è il seguente:

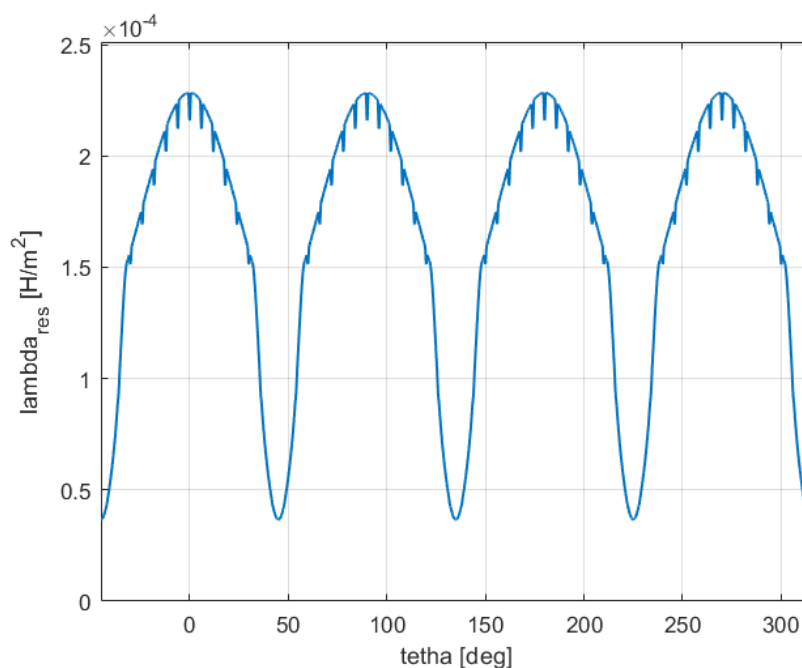


Figura 1: Permeanza risultante a traferro ricavata mediante formulazioni analitiche.

A questo punto, avendo ricavato analiticamente la permeanza risultante a traferro, è possibile verificare tale andamento mediante l'utilizzo di un programma agli elementi finiti. Infatti, come già introdotto precedentemente, sarà sufficiente creare un modello della macchina e ricavare la permeanza, dividendo l'induzione a metà traferro per la forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione.

Il modello realizzato in “Ansys” è il seguente:

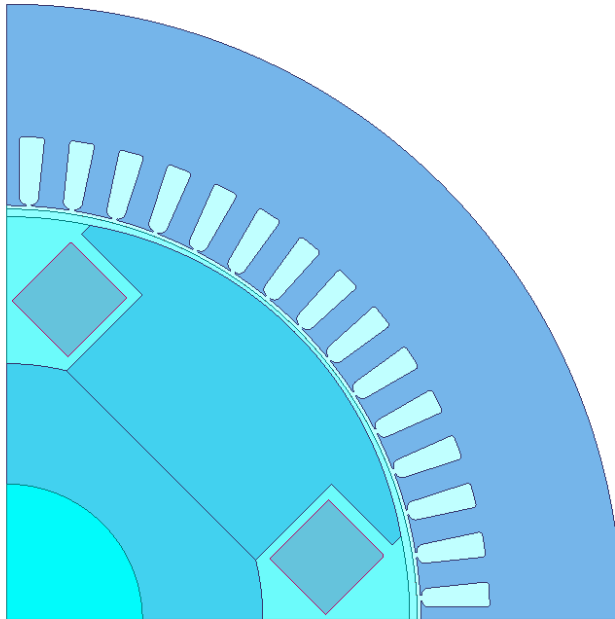


Figura 3.9: Modello “Ansys” utilizzato per la verifica della permeanza a traferro.

Di seguito si riporta un grafico in cui è illustrato il confronto tra la permeanza ottenuta tramite il modello di figura (3.9) e per via analitica. Come si può notare, i due andamenti di figura (3.10), non si sovrappongono perfettamente. Infatti, come riportato in [3], a livello analitico la variazione di permeanza a traferro dovuta alle aperture di cava di statore è inferiore rispetto a quella ottenibile tramite il modello agli elementi finiti. Tale variazione rimane comunque accettabile e non incide particolarmente sulle analisi svolte.

Invece, un maggior discostamento tra le due curve, si ha in corrispondenza delle zone comprese tra i poli salienti di rotore.

Ciò non significa che il metodo analitico non sia affidabile, in quanto tale differenza è legata alla modalità con cui si effettua la verifica e a come è stata calcolata la permeanza minima.

Infatti, alimentando solo l'avvolgimento di eccitazione (funzionamento a vuoto della macchina), si avranno delle linee di flusso che passano dai poli salienti di rotore allo statore senza interessare l'area compresa tra i poli.

Si avrà dunque un'induzione magnetica tra i poli molto piccola, quasi nulla in corrispondenza degli assi interpolari. Di conseguenza, dividendo l'andamento dell'induzione a traferro per la forza magnetomotrice di eccitazione, che è costante all'interno di un passo polare, si otterrà



un andamento di permeanza coincidente in corrispondenza delle scarpe polari, mentre, tra i poli salienti di rotore si avranno dei valori di permeanza ridotti rispetto a quanto si ricava per via analitica. Infatti, nell'approccio analitico sopra esposto, il calcolo della permeanza minima viene fatto considerando anche la presenza di un contributo di flusso di asse q. È dunque necessario considerare un traferro massimo di ampiezza ridotta, poiché le linee di flusso di asse q non percorrono completamente tutta l'ampiezza di traferro nella zona compresa tra i poli salienti di rotore. Ovviamente, avere un traferro minore significa avere dei valori di permeanza maggiori.

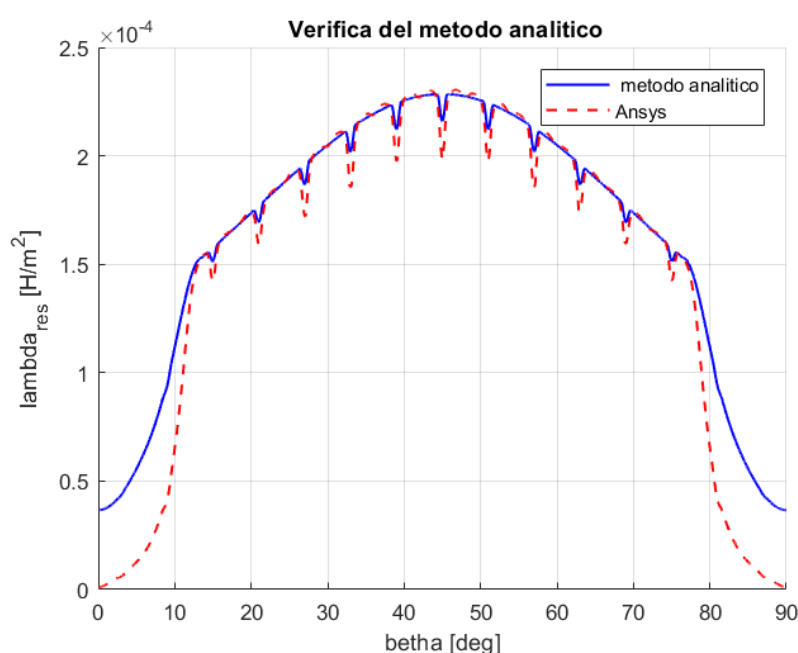


Figura 3.10: Verifica del metodo analitico per il calcolo della permeanza.

Compresi i motivi per cui i due andamenti di permeanza non coincidono in corrispondenza degli assi interpolari, è preferibile, durante il funzionamento a vuoto della macchina, per ottenere dei valori di induzione a traferro corretti anche in corrispondenza dell'asse interpolare, agire sul valore di permeanza minima a traferro. Dato che a vuoto l'induzione non presenta nessun componente di asse q è quindi più corretto valutare la permeanza nell'asse interpolare utilizzando il traferro massimo.

A tal proposito, apportando alcune modifiche nel codice di calcolo realizzato in "Matlab" si possono ottenere degli ottimi risultati, come riportato nella figura sottostante.

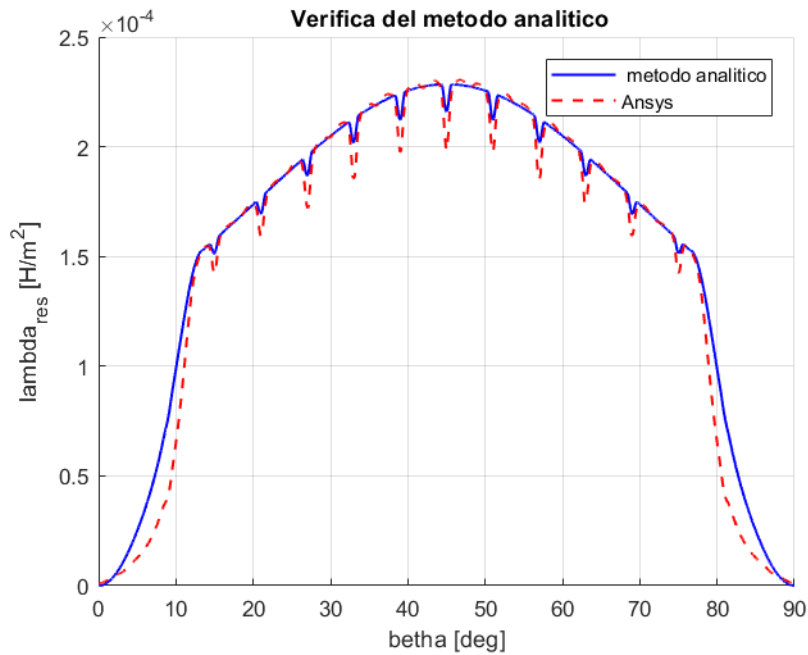


Figura 3.11: Permeanza a traferro durante il funzionamento a vuoto della macchina.

L'andamento della permeanza a traferro, può essere anche ottenuto tramite l'RMxpert di "Ansys", in quanto, con tale strumento si può ottenere l'andamento della permeanza a vuoto della macchina senza però considerare l'effetto delle cave, come riportato in figura (3.12). Anche attraverso questo strumento è possibile avere un riscontro sulla validità del metodo analitico utilizzato.

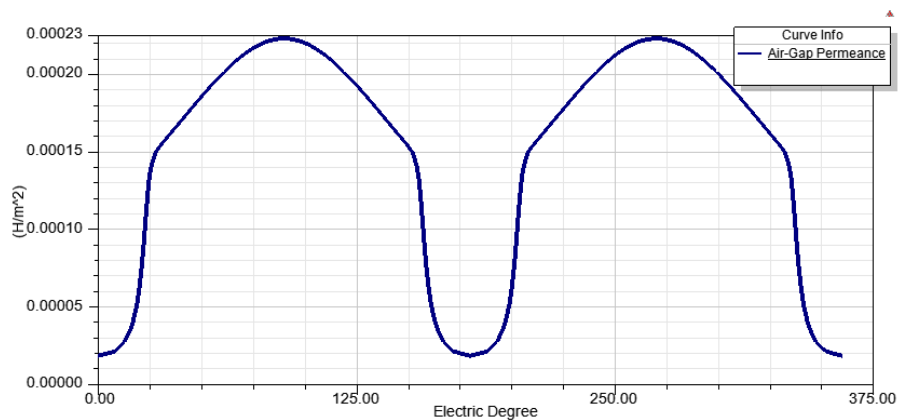


Figura 3.12: Andamento della permeanza a traferro fornito dall'RMxpert di "Ansys".

Quindi, al termine di queste verifiche, si può constatare che il metodo analitico fornisce dei risultati soddisfacenti per il calcolo della permeanza a traferro, che possono essere utilizzati per il proseguo della trattazione.

È molto importante, al fine di ottenere un programma di calcolo completo, riuscire a determinare la permeanza risultante a traferro anche in funzione del tempo. A tal proposito, si considera un sistema di riferimento solidale con il rotore. Quindi, il contributo di permeanza legato ai poli salienti non varierà nel tempo, mentre il contributo delle cave sarà influenzato da tale variabile. In particolare, nel tempo si vedrà uno spostamento delle cavità presenti nell'andamento della permeanza a traferro.

A livello analitico, per considerare tale effetto, è necessario, per prima cosa, scomporre in serie di Fourier il contributo di permeanza legato alle cave di statore. Di conseguenza, spazialmente varrà la seguente espressione:

$$\lambda_S(\theta_s) = \Lambda_{S0} + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{Sv} \cdot \cos(v\theta_s + \varphi_s) \quad (3.30)$$

Considerando un sistema di riferimento solidale con il rotore, le cave si muoveranno ad una velocità pari alla velocità di rotazione del rotore. Quindi, per considerare l'effetto della variabile temporale, è sufficiente ricorrere alla seguente espressione:

$$\lambda_S(\theta_s, t) = \Lambda_{S0} + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{Sv} \cdot \cos(v\theta_s(t) + \varphi_s) \quad (3.31)$$

Dove  $\theta_s(t)$  è pari a:

$$\theta_s(t) = \theta_s + \omega_m t = \theta_s + \frac{2\pi f}{p} t \quad (3.32)$$

A questo punto, dopo aver determinato come varia nel tempo il contributo legato alle cave di statore, per determinare la permeanza risultante a traferro in funzione nel tempo sarà sufficiente applicare la seguente relazione:

$$\lambda_{ris}(\theta_s, t) = \frac{\lambda_S(\theta_s, t) \cdot \lambda_{SP}}{\lambda_S(\theta_s, t) + \lambda_{SP}} \quad (3.33)$$

La figura seguente mostra lo spostamento delle cavità dovute alle aperture di cava in 5ms.

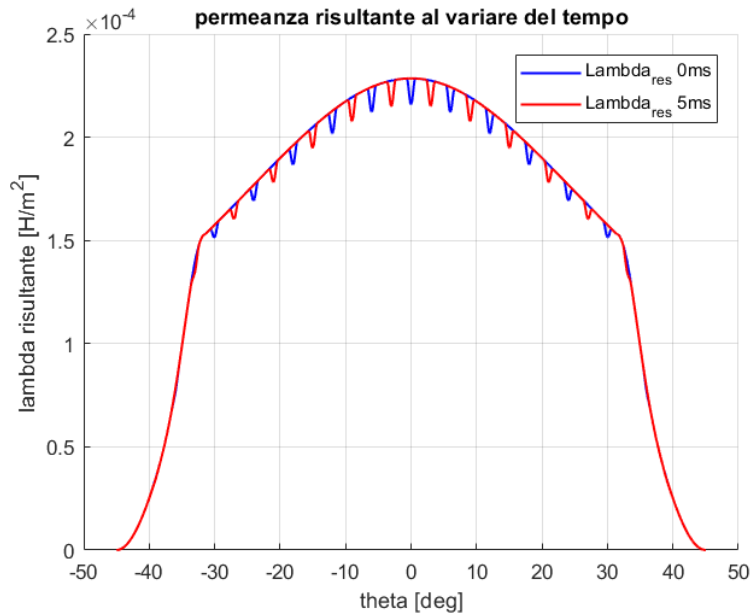


Figura 3.13: Rappresentazione dello spostamento delle cavità dovute alle cave di statore sull'andamento della permeanza a traferro.

Come si può constatare da quanto è stato esposto in questo capitolo, nella determinazione della permeanza a traferro usando un approccio analitico non si è considerata la presenza delle barre smorzatrici nelle scarpe polari di rotore. Generalmente in tutti i generatori sincroni è presente una gabbia smorzatrice solo che si è visto che l'effetto di tali barre nell'andamento della permeanza a traferro è pressoché trascurabile rispetto a quello dovuto alle cave di statore. Per tale motivo nel lavoro di tesi non si è considerato l'effetto delle barre smorzatrici.

Tuttavia, data la mancanza in letteratura di articoli riguardanti l'effetto delle barre smorzatrici immerse nelle scarpe polari nella permeanza a traferro, si è deciso di introdurre un approccio analitico che provi a stimare la variazione d'induzione a traferro dovuta alla presenza di tali barre. Un maggior approfondimento della metodologia adottata è esposto nell'appendice a fine tesi.

### 3.3 Forza magnetomotrice prodotta a vuoto e a carico

In questo paragrafo vengono riportate le espressioni utilizzate per il calcolo delle forze magnetomotrici che agiscono durante il funzionamento a vuoto e a carico della macchina sincrona considerata.

Per il momento, si ipotizza che non ci sia nessuna caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina, quindi tutta la f.m.m. prodotta dalle correnti che scorrono nell'avvolgimento di eccitazione e d'indotto agisce nel traferro. Infatti, il circuito magnetico a cui si fa riferimento inizialmente sarà il seguente:

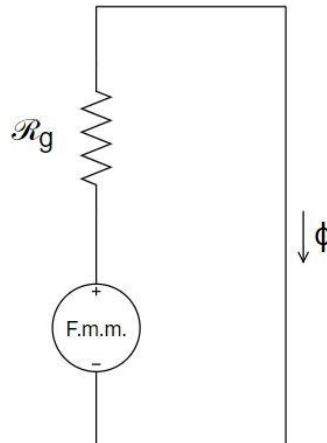


Figura 3.14: Circuito magnetico in assenza di cadute di tensione magnetica nel materiale ferromagnetico della macchina.

Al fine di ottenere un metodo analitico completo per il calcolo dell'induzione a traferro, è molto importante introdurre anche la variabile temporale nelle espressioni di permeanza e forza magnetomotrice. Successivamente, per l'appunto, saranno riportate le espressioni complete utilizzate nel programma di calcolo che permettono di tenere in considerazione anche il tempo.

### 3.3.1 Forza magnetomotrice prodotta durante il funzionamento a vuoto della macchina

Come mostrato nel capitolo (2.1.1), la f.m.m. prodotta dall'avvolgimento di eccitazione è un'onda quadra alternata, positiva in corrispondenza dei poli nord e negativa in corrispondenza dei poli sud di rotore. Il picco di tale f.m.m. è pari a:

$$M_e = N_{ecc} \cdot I_{ecc} \quad (3.34)$$

Nel caso del generatore sincrono considerato si ha:

$$N_{ecc} = 174$$

$$I_{ecc} = 26 \text{ A}$$

Di conseguenza, l'andamento della f.m.m. a traferro che ne risulta è riportato in figura (3.15), ed avrà un valore di picco pari a:

$$M_e = N_{ecc} \cdot I_{ecc} = 174 \cdot 26 = 4524 \text{ A} \quad (3.35)$$

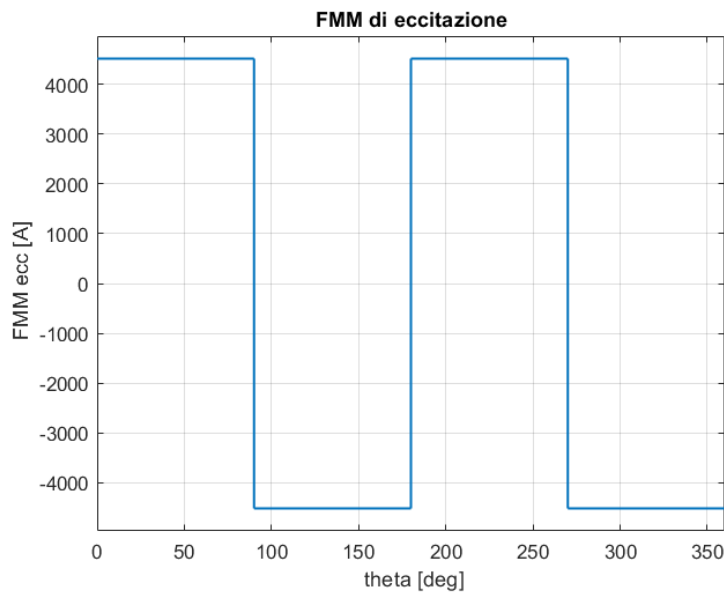


Figura 3.15: Forza magnetomotrice prodotta a vuoto dall'avvolgimento di eccitazione.

A questo punto è importante introdurre la variabile temporale.

Durante il funzionamento a vuoto del generatore sincrono, lavorare nel tempo non è assolutamente un problema se, come fatto in “Matlab”, si ragiona dal punto di vista del rotore. Infatti, così facendo, dato che gli avvolgimenti concentrati di eccitazione sono avvolti attorno ai poli salienti, essi ruoteranno alla loro stessa velocità. La f.m.m. sarà quindi solidale con il rotore ed in particolare con il punto di vista considerato.

Di conseguenza, nel tempo l’andamento della f.m.m. di eccitazione sarà esattamente quello riportato in figura (3.15). Ovviamente anche il modulo non cambierà dato che gli avvolgimenti di eccitazione sono percorsi da una corrente continua.

### **3.3.2 Forza magnetomotrice prodotta durante il funzionamento a carico della macchina**

Durante il funzionamento a carico della macchina, ipotizzando sempre di trascurare la caduta di tensione magnetica nel ferro, la f.m.m. presente a traferro è data dalla somma della f.m.m. prodotta dall’avvolgimento di statore e di eccitazione.

Ovviamente, è necessario prestare attenzione a come si effettua la somma dei due contributi di forza magnetomotrice in quanto, a seconda del carico connesso ai morsetti di statore del generatore sincrono (al variare di  $\gamma$ ), lo sfasamento tra le due f.m.m. cambia.

Prima di soffermarsi su questo aspetto vengono riportati gli andamenti dei singoli contributi di f.m.m. e le relative espressioni utilizzate per determinarli. Dopodiché, verrà trattato l’aspetto dello sfasamento e della dipendenza dal tempo.

#### **3.3.2.1 Forza magnetomotrice prodotta dall’avvolgimento di eccitazione a carico**

Durante il funzionamento a carico, nell’avvolgimento di eccitazione del generatore sincrono considerato, circola una corrente pari a:

$$I_{ecc} = 72.6 \text{ A}$$

Di conseguenza il picco della f.m.m. di eccitazione sarà:

$$M_e = N_{ecc} \cdot I_{ecc} = 174 \cdot 72.6 = 12632 \text{ A} \quad (3.36)$$

L’andamento della f.m.m. dell’avvolgimento di eccitazione lungo il traferro sarà esattamente analogo a quello di figura (3.15), ma con un valore di picco maggiore.

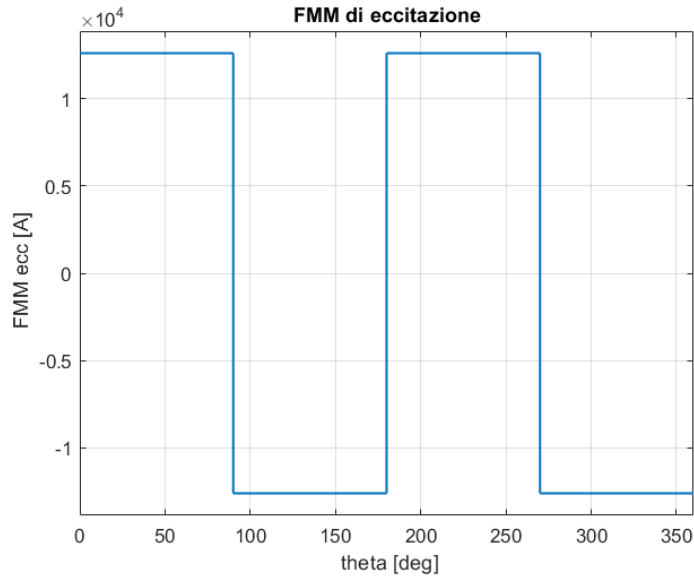


Figura 3.16: Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione durante il funzionamento a carico della macchina.

### 3.3.2.2 Forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di statore a carico

Durante il funzionamento a carico, l'avvolgimento trifase di statore è percorso da una terna di correnti alternate. Come è stato descritto nel capitolo (2.2.1), la forza magnetomotrice prodotta da un avvolgimento trifase distribuito percorso da corrente ha una forma d'onda piramidale, rotante a traferro e con valore di picco variabile nel tempo.

Nell'analisi a carico il generatore sincrono considerato è percorso nelle fasi di statore da una corrente di picco pari a:

$$I_M = 5307.23 \text{ A}$$

$$I_{rms} = \frac{\hat{I}_{fase}}{\sqrt{2}} = \frac{5307.23}{\sqrt{2}} = 3752.78 \text{ A} \quad (3.37)$$

In particolare, per il generatore sincrono analizzato, il valore di picco della fondamentale di f.m.m. di reazione di indotto all'istante iniziale è pari a:

$$M_1 = 1.35 \cdot K_{w1} \cdot q \cdot n \cdot \frac{I_{rms}}{n_{pb}} = 1.35 \cdot 5 \cdot \frac{3752.78}{4} \cdot 2 \cdot 0.8285 = 10493.47 \text{ A} \quad (3.38)$$



Dove il coefficiente di avvolgimento  $K_{w1}$  è dato dal prodotto tra il coefficiente di distribuzione  $K_{d1}$ , e il coefficiente di raccorciamento  $K_{r1}$ , rispettivamente pari a:

$$K_{d1} = \frac{\sin\left(\frac{q\alpha_{ce}}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{ce}}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{5 \cdot 12}{2}\right)}{5 \cdot \sin\left(\frac{12}{2}\right)} = 0.9567 \quad (3.39)$$

$$K_{r1} = \cos\left(\frac{\beta_{re}}{2}\right) = \cos\left(\frac{60}{2}\right) = 0.866 \quad (3.40)$$

Si ricorda inoltre che l'avvolgimento trifase di statore è percorso da una corrente pari a quella presente in uscita nei morsetti della macchina divisa per il numero di percorsi in parallelo di cui è costituito l'avvolgimento.

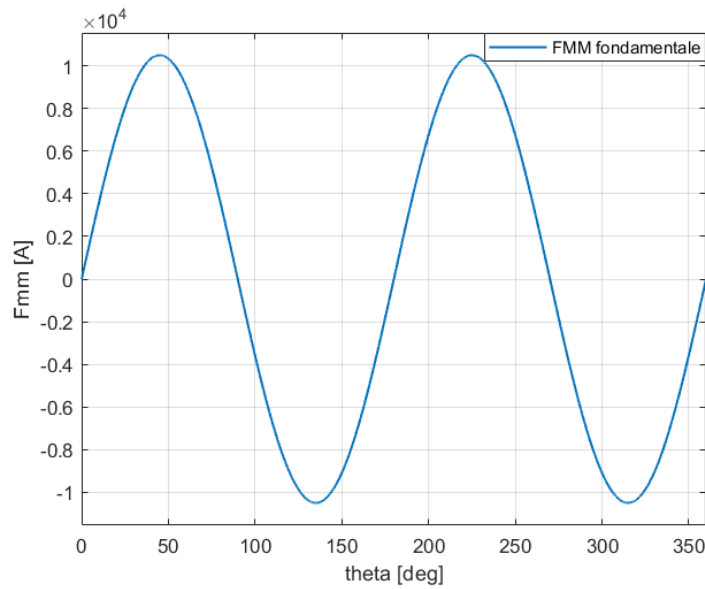


Figura 3.17: Forza magnetomotrice fondamentale di reazione d'indotto prodotta a carico.

Per calcolare l'ampiezza delle armoniche di ordine  $\nu > 1$  della forza magnetomotrice di reazione di indotto, è necessario, come mostrato nelle espressioni (2.17), (2.18) e (2.19), ricalcolare il coefficiente d'avvolgimento e dividere l'ampiezza della fondamentale per l'ordine dell'armonica corrispondente.

$$M_\nu = 1.35 \cdot \frac{1}{\nu} \cdot K_{w\nu} \cdot q \cdot n \cdot \frac{I_{rms}}{n_{pb}} \quad (3.41)$$

Una formula generale che descrive la distribuzione spaziale delle armoniche della f.m.m. di reazione di indotto all'istante iniziale ( $t = 0$ ), è la seguente:

$$M_v(\theta) = M_v \cdot \sin(vp\theta) \quad (3.42)$$

A questo punto, sommando un sufficiente numero di armoniche è possibile ottenere l'andamento della f.m.m. totale di reazione d'indotto. Tale andamento ha la tipica forma a gradini di cui si era discusso nel capitolo (2.2.1), ed è riportato nella figura sottostante:

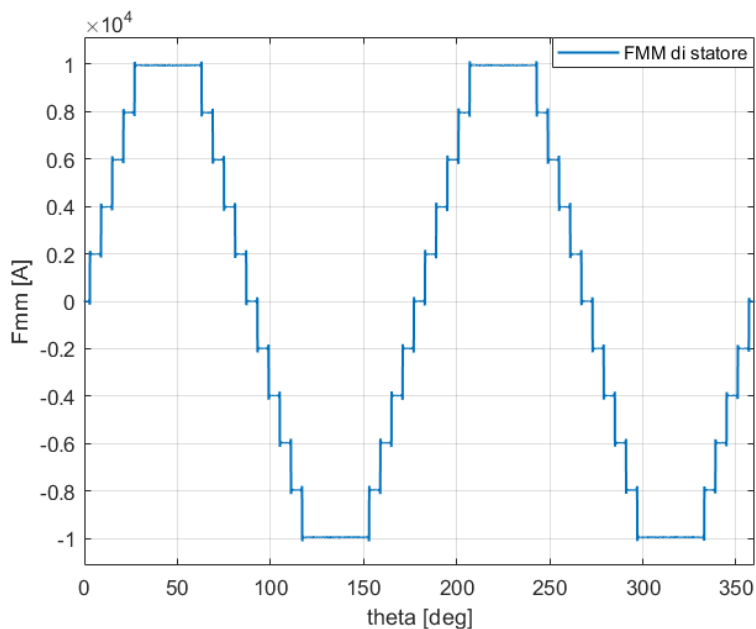


Figura 3.18: Forza magnetomotrice di reazione d'indotto all'istante iniziale.

Dato che l'avvolgimento trifase di statore del generatore sincrono considerato è a doppio strato, è possibile, al fine di verificare l'andamento a gradini della f.m.m. di figura (3.18), determinare la f.m.m. prodotta dai singoli strati dell'avvolgimento e constatare che la loro somma coincida con la f.m.m. sopra riportata. Ovvero, immaginare che ci siano a statore due avvolgimenti trifase distinti, sfasati tra loro di un angolo pari all'angolo di raccorciamento ( $\beta_r$ ).

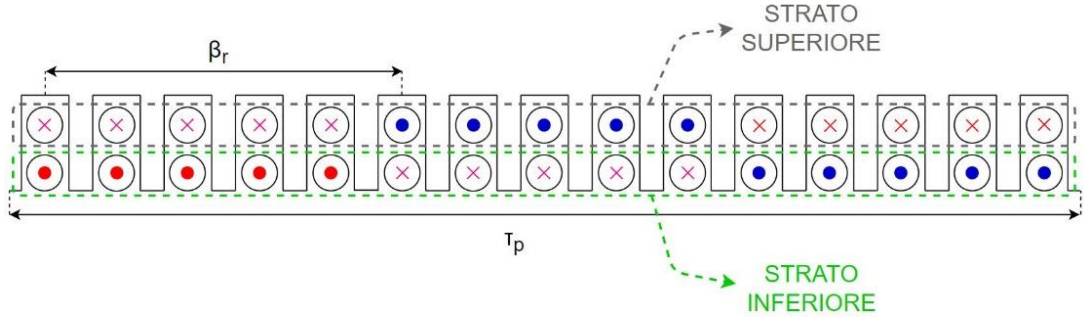


Figura 3.19: Rappresentazione di un passo polare dell'avvolgimento a doppio strato della macchina considerata.

Facendo questo tipo di analisi, l'ampiezza delle armoniche di f.m.m. si valuterà come riportato in (3.41), considerando però un numero di conduttori per cava dimezzato e senza moltiplicare per il coefficiente di raccorciamento. Infatti, si terrà conto del raccorciamento sfasando i singoli andamenti di forza magnetomotrice dell'angolo opportuno.

$$M_{v1} = M_{v2} = 1.35 \cdot \frac{1}{v} \cdot K_{dv} \cdot q \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{I_{rms}}{n_{pb}} \quad (3.43)$$

In particolare, le formule analitiche che descrivono la distribuzione spaziale di questi due contributi di forza magnetomotrice, all'istante iniziale, sono riportate di seguito:

$$m_1(\theta) = \sum_{\substack{v=6k \pm 1 > 0 \\ k=0,1,2,\dots}} M_{v1} \cdot \sin(vp\theta) \quad (3.44)$$

$$m_2(\theta) = \sum_{\substack{v=6k \pm 1 > 0 \\ k=0,1,2,\dots}} M_{v2} \cdot \sin(vp \cdot (\theta + \beta_r)) \quad (3.45)$$

Pertanto, l'andamento di questi due contributi sarà:

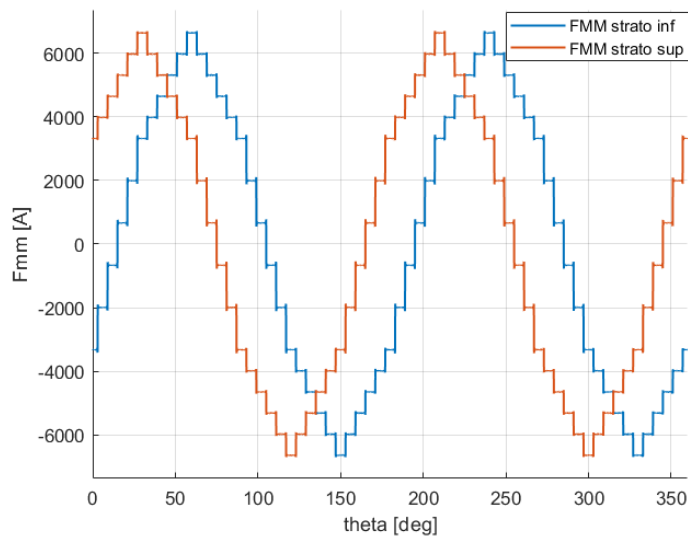


Figura 3.20: Contributi di f.m.m. prodotti dai singoli strati dell'avvolgimento di statore.

Sommando i due andamenti di figura (3.20) si ottiene effettivamente la stessa forma d'onda piramidale di figura (3.18).

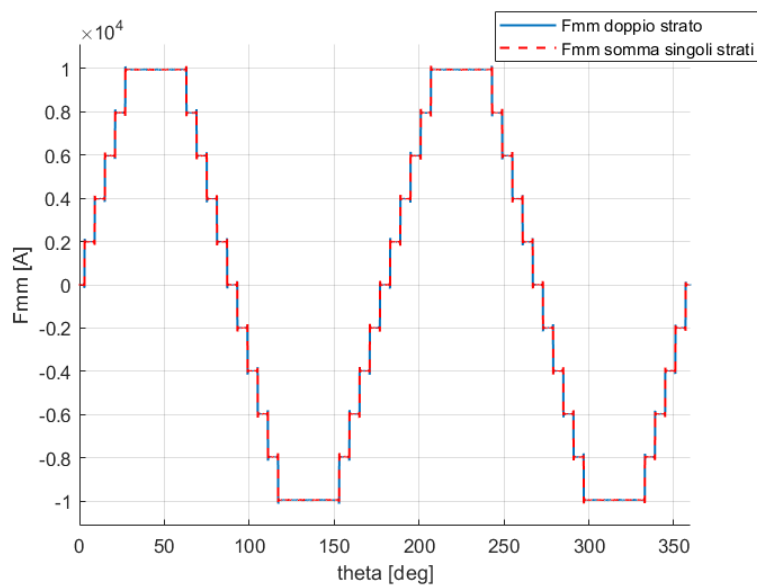


Figura 3.21: Verifica della f.m.m. di reazione d'indotto ottenuta sommando i singoli contributi di f.m.m. prodotti da due avvolgimenti trifase sfasati tra loro dell'angolo di raccorciamento.

A questo punto è importante introdurre la variabile temporale. In particolare, come detto precedentemente, nel programma di calcolo realizzato, quando si lavora nel tempo si osserva il fenomeno dal punto di vista del rotore. Quindi, a differenza della forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento di eccitazione, le cui armoniche risultano fisse nel tempo, nel momento in cui si analizza il comportamento temporale della f.m.m. di reazione d'indotto, le rispettive armoniche varieranno sia spazialmente che temporalmente.

Come già introdotto nel capitolo (2.2.1), se si considerasse un sistema di riferimento solidale con lo statore, le armoniche della f.m.m. di reazione d'indotto ruoterebbero con una velocità di rotazione pari a:

$$\omega_v = \frac{\omega_e}{v \cdot p} \quad (3.46)$$

In particolare, le armoniche di ordine  $v = 1, 7, 13, 19, \dots$  ruoterebbero nello stesso verso di rotazione del rotore, mentre le armoniche  $v = 5, 11, 17, \dots$  ruoterebbero nella direzione opposta.

Dato che il sistema di riferimento che si considera nel programma di calcolo è solidale con il rotore, bisogna tenere in considerazione anche della velocità di rotazione del rotore. A tal proposito è necessario riuscire ad esprimere la velocità con cui le armoniche ruotano rispetto al rotore stesso, ovvero definire la velocità relativa per ciascuna armonica.

Per fare ciò, conoscendo la velocità con cui ruotano le armoniche e conoscendo la velocità di rotazione del rotore, si definisce uno scorrimento per ciascuna armonica che permette di calcolare la velocità relativa delle armoniche rispetto al rotore. Tali scorrimenti si definiscono a partire dalla definizione propria di scorrimento, quindi:

$$s_v = \frac{\omega_v \mp \omega_r}{\omega_v} = \frac{\frac{\omega_e}{v \cdot p} \mp \frac{\omega_e}{p}}{\frac{\omega_e}{v \cdot p}} = \frac{\omega_e \mp \omega_e v}{\omega_e} = 1 \mp v \quad (3.47)$$

Per le armoniche che ruotano nello stesso verso di rotazione del rotore (forward wave), ovvero le armoniche di ordine  $v = 1, 7, 13, 19, \dots$ , lo scorrimento si calcolerà come segue:

$$s_v = 1 - v \quad (3.48)$$

Mentre, per le armoniche che ruotano nel verso di rotazione opposto del rotore (backforward wave), ovvero le armoniche di ordine  $v = 5, 11, 17, \dots$ , lo scorrimento sarà:

$$s_v = 1 + v \quad (3.49)$$

A questo punto è possibile introdurre l'espressione generale utilizzata nel programma di calcolo per valutare il contenuto armonico della forza magnetomotrice di reazione di indotto in funzione del tempo.

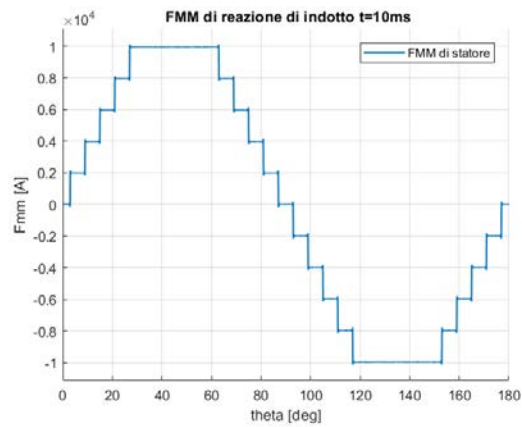
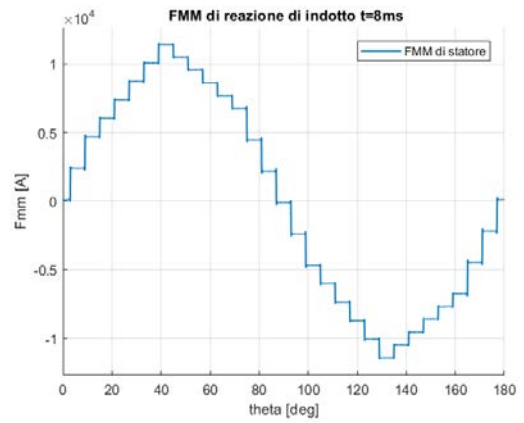
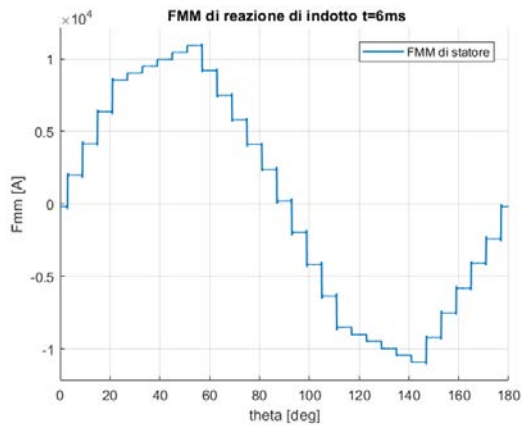
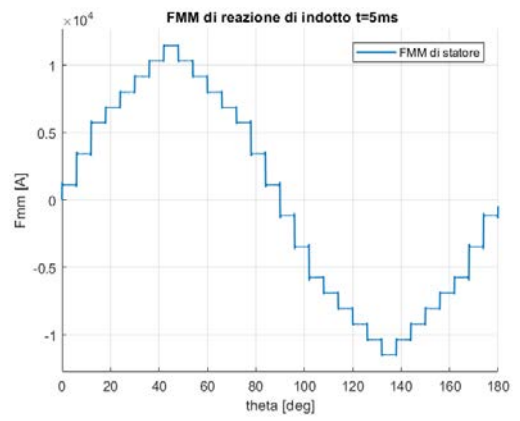
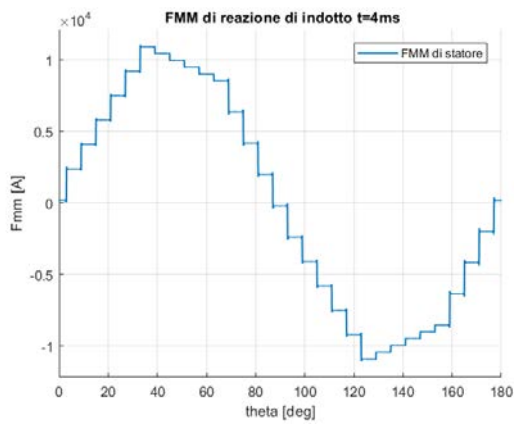
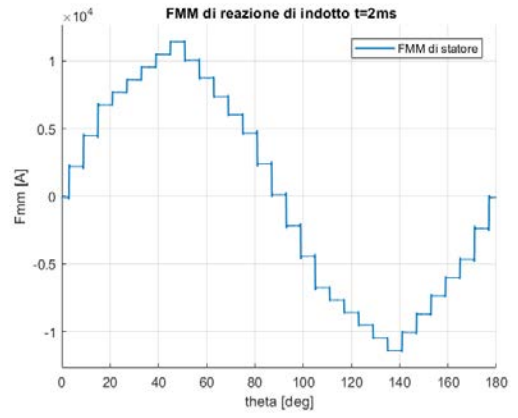
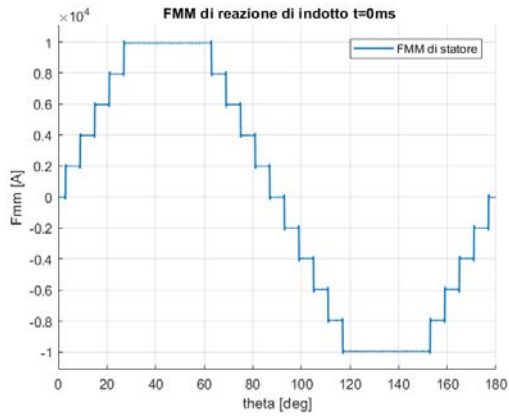
$$M_v(\vartheta, t) = M_v \cdot \sin(\vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (3.50)$$

Quindi la risultante sarà:

$$M_{ri}(\vartheta, t) = \sum_{\substack{v=6k \pm 1 > 0 \\ k=0,1,2,\dots}} M_v \cdot \sin(\vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (3.51)$$

La cui ampiezza è variabile nel tempo.

In particolare, si riportano di seguito una serie di grafici che mostrano come varia la f.m.m. di reazione di indotto nel tempo. Da tali andamenti non solo si nota come l'ampiezza della f.m.m. sia variabile nel tempo, ma anche come tale variazione non sia simmetrica.



### 3.3.2.3 Forza magnetomotrice risultante prodotta durante il funzionamento a carico

Nei paragrafi precedenti si è visto come determinare i due contributi di forza magnetomotrice durante il funzionamento a carico della macchina. Per ricavare la f.m.m. risultante è sufficiente sommare i singoli contributi, prestando però attenzione che lo sfasamento tra di essi sia definito correttamente. A tal proposito, è necessario definire un riferimento. In particolare, nel programma di calcolo realizzato in “Matlab”, all’istante di tempo iniziale la corrente della fase A è massima. Questo significa che il picco della forza magnetomotrice piramidale prodotta dall’avvolgimento di statore si trova allineato con l’asse magnetico di tale fase.

Essendo a conoscenza di tale informazione e sapendo che la f.m.m. di eccitazione è solidale con il rotore, sarà sufficiente posizionare il rotore correttamente per ottenere il giusto sfasamento al variare di  $\gamma$ .

Per come è stato definito in “Matlab” l’andamento della permeanza e della f.m.m. di reazione d’indotto, all’istante di tempo iniziale la f.m.m. di statore è in fase con la f.m.m. di eccitazione. Ovvero, per  $t = 0$ , si è nella condizione di  $\gamma = -90^\circ$  (effetto magnetizzante), come si può vedere dalla figura sottostante:

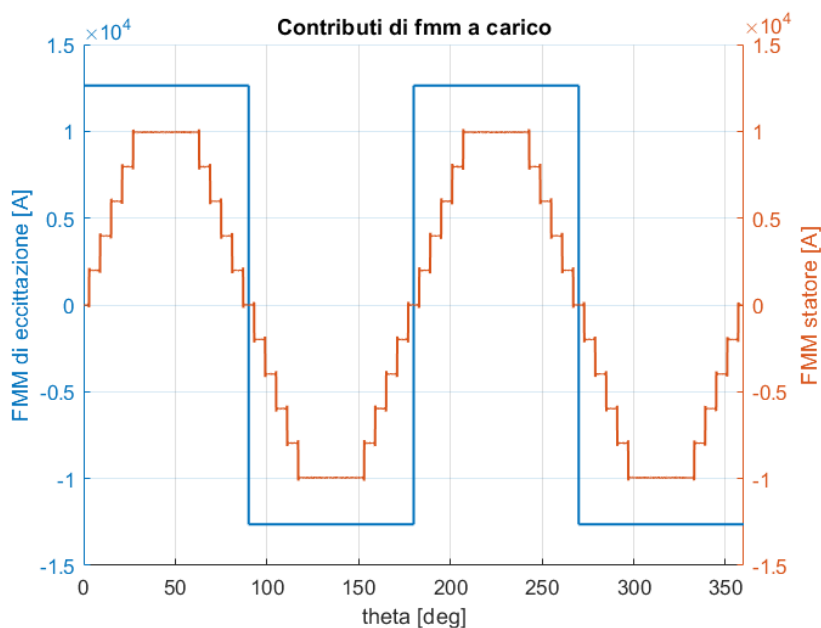


Figura 3.22: Sfasamento tra la f.m.m. di eccitazione e la f.m.m. di reazione d'indotto per  $\gamma = -90^\circ$ .



Pertanto, in questa condizione, la forza magnetomotrice risultante sarà la seguente:

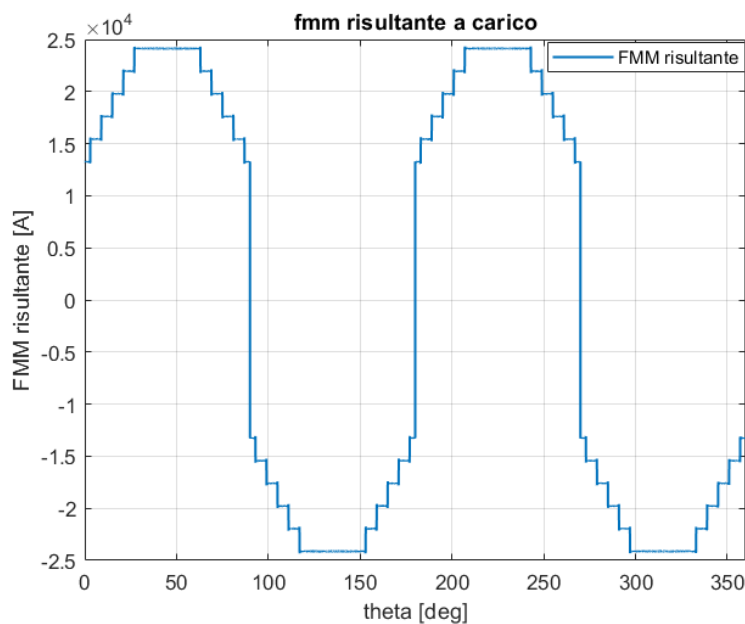


Figura 3.23: Forza magnetomotrice a carico risultante per  $\gamma = -90^\circ$ .

Se si vuole determinare la f.m.m. risultante prodotta a carico per valori di  $\gamma \neq -90^\circ$ , è necessario modificare lo sfasamento della f.m.m. di reazione di indotto rispetto alla f.m.m. di eccitazione.

Le condizioni di carico dell'avvolgimento di indotto di una macchina sincrona, identificate dalle grandezze sinusoidali corrispondenti a tensione di fase, corrente e relativo angolo di sfasamento, sono rappresentabili in un diagramma vettoriale nel piano complesso. È stato messo in evidenza, nel paragrafo (2.2.3), come nel circuito magnetico della macchina agiscano le due f.m.m. di induttore e di indotto e come l'asse magnetico della reazione di indotto presenti una direzione diversa a seconda delle condizioni di carico. Inoltre, era stato sottolineato che, una volta fissate tali condizioni, la posizione reciproca delle due f.m.m. rimane comunque invariata nel tempo dato che entrambe ruotano alla stessa velocità e nello stesso verso. Detto questo, per comprendere appieno come sfasare i due contributi di f.m.m., si rappresentano dei diagrammi vettoriali che mostrano come cambia la posizione reciproca tra  $M_e$  e  $M_i$  al variare di  $\gamma$ .

Riferendosi alla situazione di figura (3.22), il diagramma vettoriale corrispondente sarà:

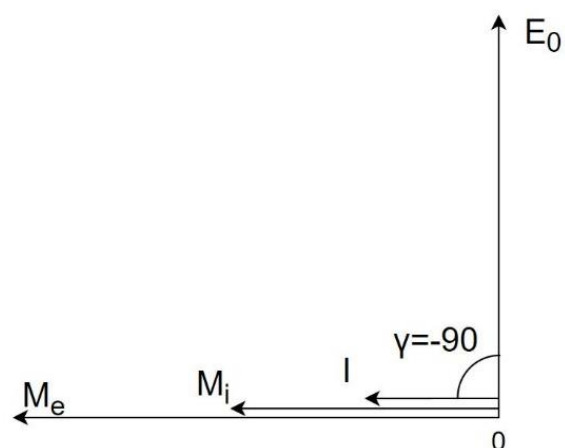


Figura 3.24: Rappresentazione vettoriale delle forze magnetomotrici e delle grandezze elettriche di indotto per  $\gamma = -90^\circ$ .

Se invece si considerasse una situazione di carico in cui  $\gamma = +90^\circ$ , si avrebbe la situazione seguente:

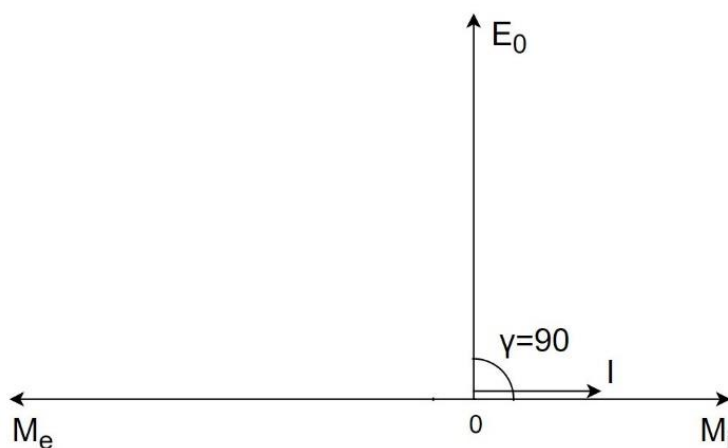


Figura 3.25: Rappresentazione vettoriale delle forze magnetomotrici e delle grandezze elettriche di indotto per  $\gamma = +90^\circ$ .

Di conseguenza, per una condizione di carico generica si avrà:

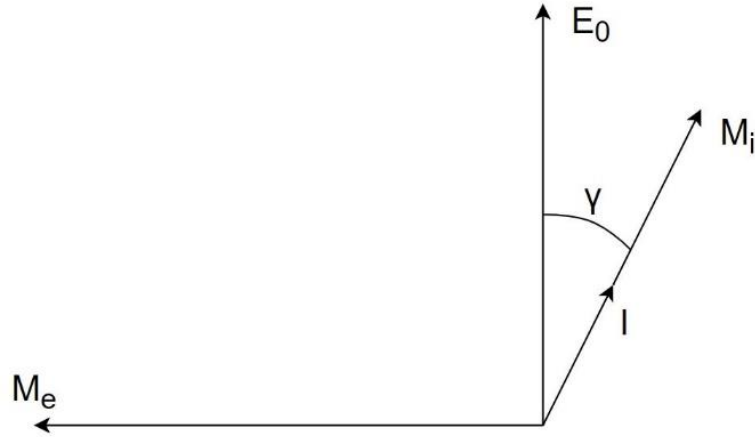


Figura 3.26: Rappresentazione vettoriale delle forze magnetomotrici e delle grandezze elettriche di indotto per un generico  $\gamma$ .

Quindi, dai diagrammi di figura (3.24), (3.25) e (3.26), si nota che lo sfasamento tra la forza magnetomotrice di reazione di indotto e quella di eccitazione, per un generico valore di  $\gamma$ , è pari a:

$$\gamma + \frac{\pi}{2} \quad (3.52)$$

In particolare, ricordando che nel programma di calcolo utilizzato si considera un riferimento posto sul rotore, si avrà che la f.m.m. di eccitazione rimane fissa al variare di  $\gamma$ , mentre la f.m.m. di reazione d'indotto, per  $\gamma \neq -90^\circ$ , dovrà essere sfasata.

Per tale motivo, la valutazione della f.m.m. prodotta dallo statore dovrà essere fatta utilizzando le espressioni (3.53) e (3.54), le quali tengono conto di una generica condizione di carico.

$$M_1(\vartheta, t) = M_1 \cdot \sin(\vartheta \cdot p + \left(\frac{\gamma}{p} + 45\right) \cdot p \mp \omega_e \cdot t \cdot s_1) \quad (3.53)$$

$$M_{ri}(\vartheta, t) = \sum_{\substack{v=6k \pm 1 > 0 \\ k=0,1,2,\dots}} M_v \cdot \sin(\vartheta \cdot p \cdot v + \left(\frac{\gamma}{p} + 45\right) \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (3.54)$$

Così facendo, se  $\gamma = 0^\circ$ , la forza magnetomotrice di reazione di indotto sarà in quadratura rispetto alla f.m.m. di eccitazione, come mostrato nella figura seguente:

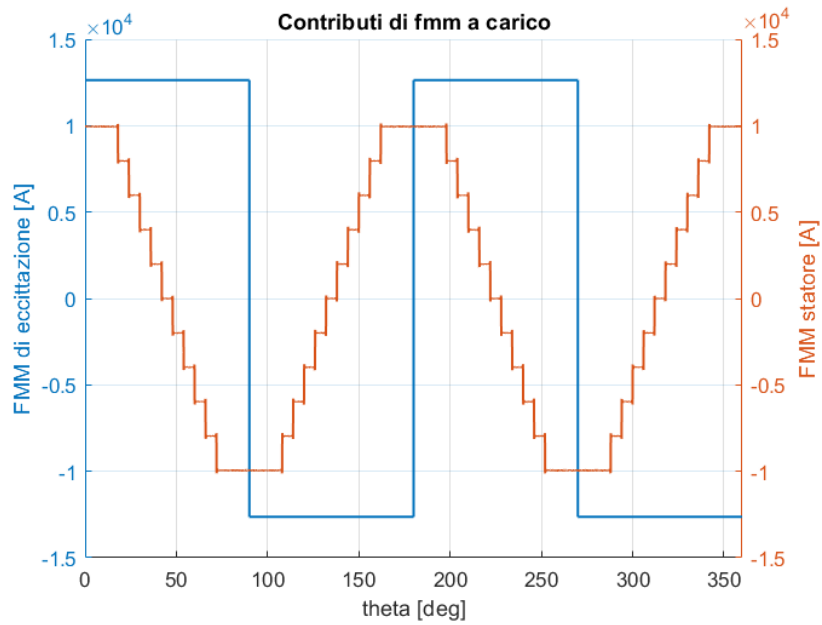


Figura 3.27: Sfasamento tra la f.m.m. di eccitazione e la f.m.m. di reazione d'indotto per  $\gamma = 0^\circ$ .

Pertanto, in questa condizione, la forza magnetomotrice risultante sarà:

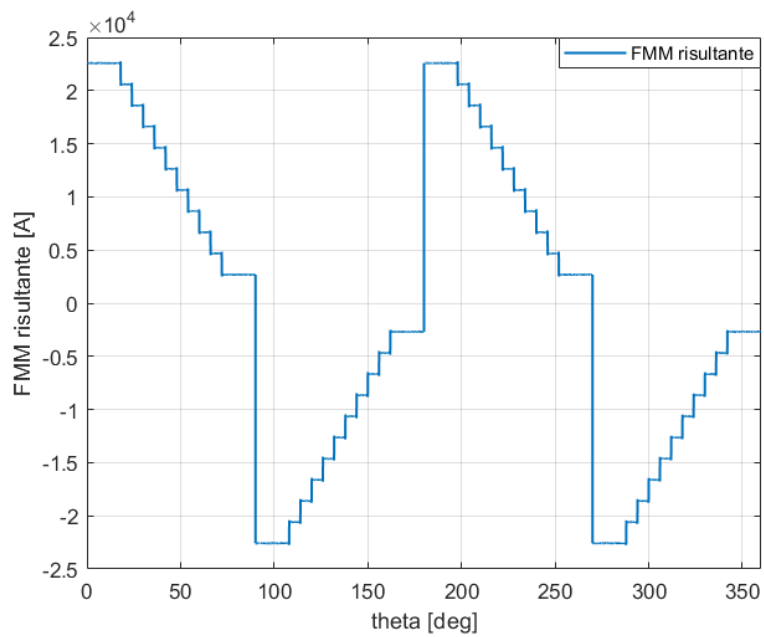


Figura 3.28: Forza magnetomotrice a carico risultante per  $\gamma = 0^\circ$ .

Mentre se  $\gamma = 90^\circ$  (effetto smagnetizzante) o se  $\gamma = 67^\circ$ , i due contributi di forza magnetomotrice si troveranno l'uno rispetto all'altro come mostrato di seguito:

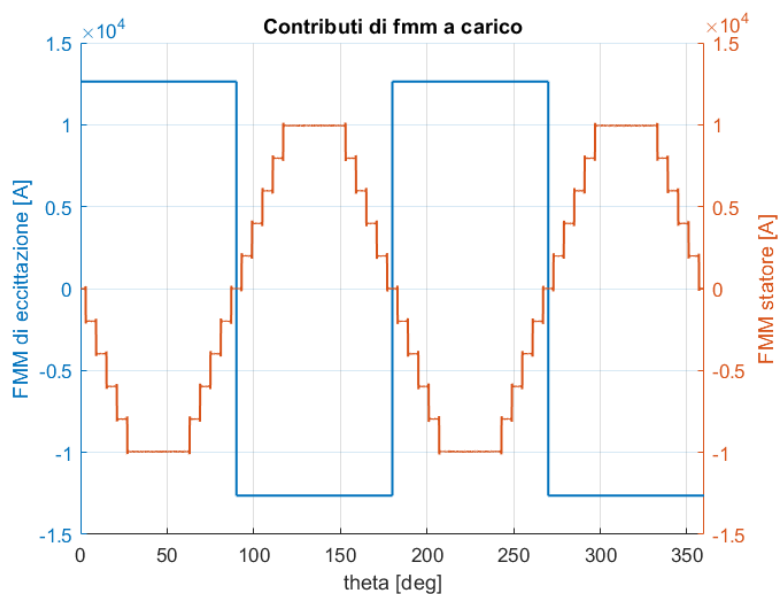


Figura 3.29: Sfasamento tra la f.m.m. di eccitazione e la f.m.m. di reazione d'indotto per  $\gamma = 90^\circ$ .

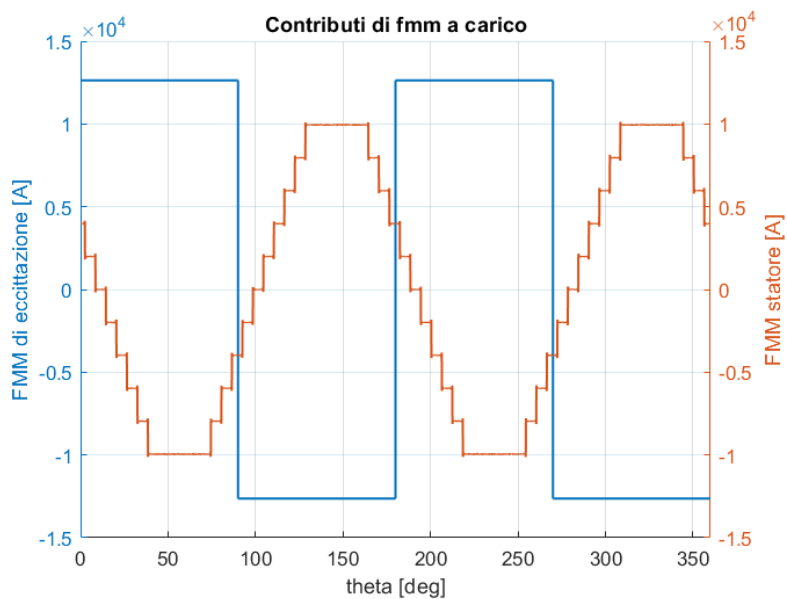


Figura 3.30: Sfasamento tra la f.m.m. di eccitazione e la f.m.m. di reazione d'indotto per  $\gamma = 67^\circ$ .



## **4. Induzione magnetica a traferro considerando ideale il materiale ferromagnetico di cui è costituita la macchina**

Nei capitoli precedenti si è visto come valutare i contributi di forza magnetomotrice e di permeanza a traferro di un generatore sincrono a poli salienti. In particolare, lo si è fatto ragionando sia spazialmente che temporalmente.

A questo punto si hanno tutte le grandezze necessarie per poter valutare l'induzione a traferro. Infatti, l'induzione sarà semplicemente il prodotto tra la f.m.m. e la permeanza, come mostra la relazione seguente:

$$B_g(\theta_s, t) = \lambda_{ris}(\theta_s, t) \cdot M_{ris}(\theta_s, t) \quad (6.1)$$

Si ricorda inoltre che, per il momento, si sta considerando che il materiale ferromagnetico della macchina sia ideale, ovvero che in esso non ci sia nessuna caduta di tensione magnetica.

### **4.1 Induzione a traferro durante il funzionamento a vuoto**

Come è stato più volte ripetuto, durante il funzionamento a vuoto della macchina, è presente solo il contributo di forza magnetomotrice di eccitazione. Di conseguenza, dato che si sta considerando un riferimento posto sul rotore, tale contributo risulta essere fisso nel tempo.

Per quanto riguarda la permeanza a traferro, nel capitolo (3.2.4), si è visto che solo il contributo delle cave di statore varia nel tempo, mentre il contributo legato ai poli salienti rimane invariato. Quindi, al variare del tempo, o al variare della posizione del rotore, l'unico effetto che si avrà sarà una traslazione delle cavità dovute alle aperture di cava di statore, a cui corrisponde, avendo la f.m.m. di eccitazione rettangolare, uno spostamento delle cavità nell'andamento dell'induzione a traferro.

Infatti, la forza magnetomotrice di eccitazione e la permeanza risultante a traferro saranno tra loro in fase, qualunque sia la posizione del rotore, come mostra la figura seguente:

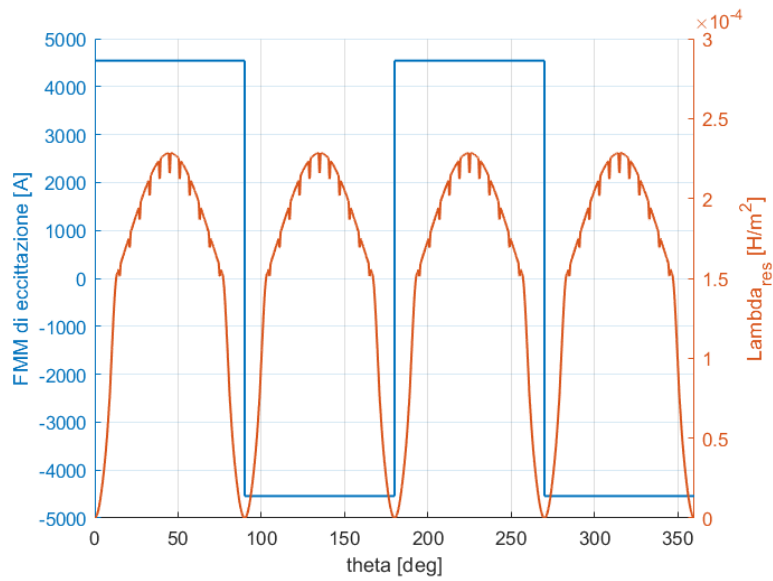


Figura 4.1: Forza magnetomotrice di eccitazione e permeanza risultante a traferro durante il funzionamento a vuoto.

Moltiplicando i due andamenti di figura (4.1), si otterrà l'andamento d'induzione a traferro:

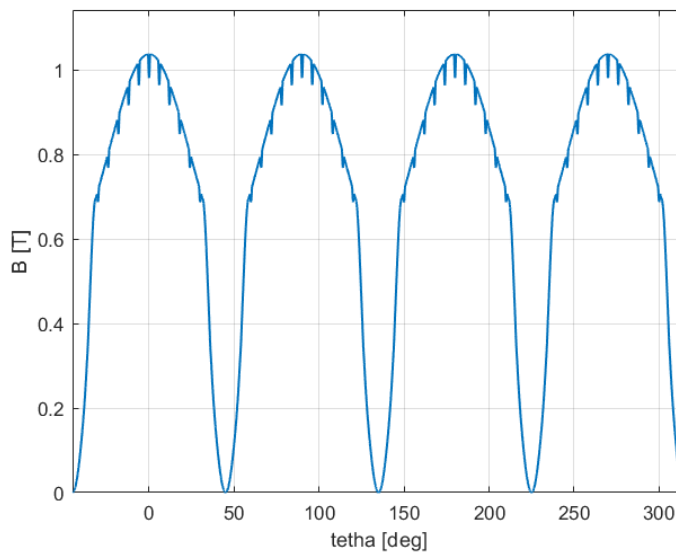


Figura 4.2: Andamento dell'induzione a traferro durante il funzionamento a vuoto del generatore sincrono considerato.



Per verificare l'induzione a traferro di figura (4.2), ottenuta per via analitica, si realizza un modello "Ansys" in cui si alimenta solo l'avvolgimento di eccitazione e in cui si utilizza un materiale ferromagnetico con permeabilità infinita, per trascurare la caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina. Dopodiché, viene tracciato un arco di circonferenza in mezzo al traferro così da poter ricavare, ad analisi ultimata, l'andamento corretto dell'induzione da dover poi confrontare con il risultato analitico di figura (4.2).

Il modello "Ansys" con cui viene effettuata la verifica è il seguente:

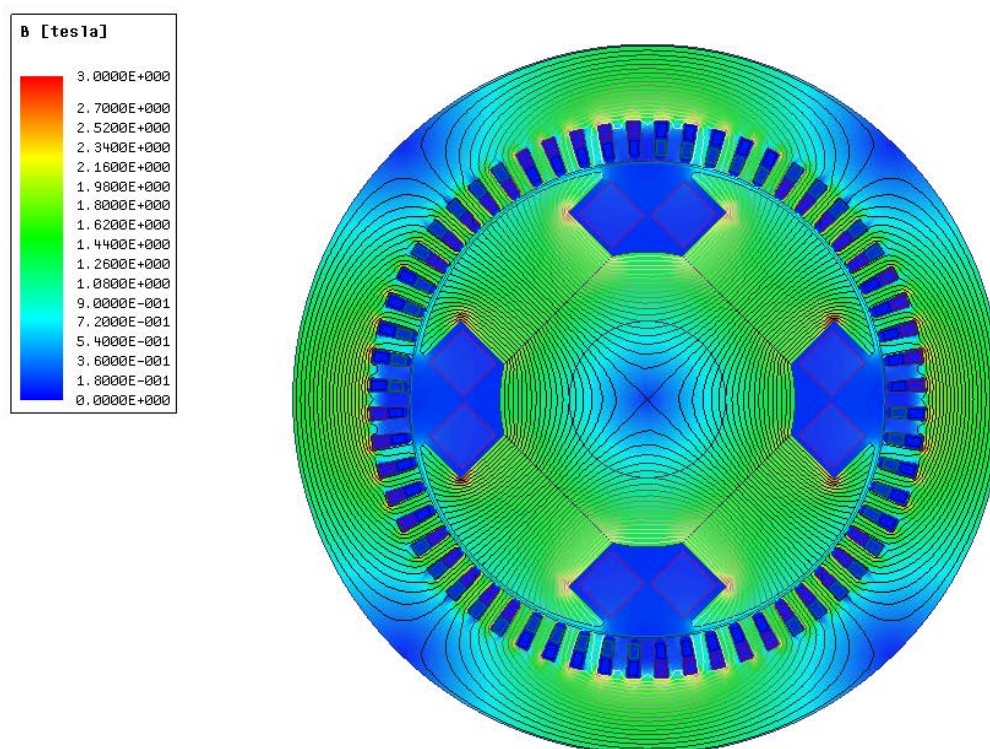


Figura 4.3: Modello "Ansys" utilizzato per verificare l'induzione a traferro a vuoto, ottenuta per via analitica trascurando le cadute di tensione magnetica nel ferro.

Dalla figura (4.3) si può osservare come a vuoto sia presente solo una componente di asse  $d$  del flusso. Di conseguenza, come si era detto nel capitolo (3.2.4), l'induzione a traferro negli assi interpolari sarà praticamente nulla.

Nella figura successiva si riporta invece il confronto tra l'andamento dell'induzione a traferro ottenuto per via analitica e quello ricavato attraverso l'utilizzo del modello di figura (4.3).

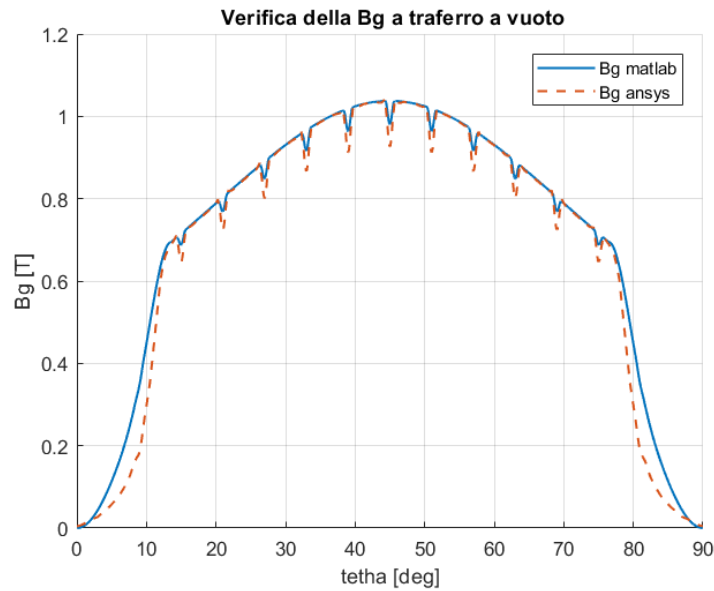


Figura 4.4: Verifica dell'induzione a traferro a vuoto senza considerare le cadute di tensione magnetica nel ferro della macchina.

Dalla figura (4.4), si nota visivamente che i due andamenti dell'induzione a traferro si sovrappongono. Quindi, il metodo analitico utilizzato per ricavare l'induzione a traferro è corretto. Un'ulteriore conferma della validità del metodo è data dal confronto del flusso a traferro calcolato per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti.

$$\Phi_{g,matlab} = 0.3 \text{ Wb}$$

$$\Phi_{g,ansys} = 0.29 \text{ Wb}$$

Ovviamente, quando successivamente si andrà a considerare il caso reale, in cui non sarà trascurabile il comportamento non lineare del materiale magnetico di cui è costituito il generatore, non sarà sufficiente il semplice prodotto tra la forza magnetomotrice e la permeanza a traferro, ma bisognerà anche valutare la caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina.

## 4.2 Induzione a traferro durante il funzionamento a carico

Durante il funzionamento a carico, per calcolare l'andamento dell'induzione a traferro del generatore sincrono considerato, si segue lo stesso procedimento visto per il funzionamento a vuoto. Ovvero, si moltiplica l'andamento della permeanza per la forza magnetomotrice risultante a traferro.

Ovviamente, essendo a carico, è presente anche la f.m.m. di reazione di indotto. Di conseguenza, al variare del tempo, non si avrà solo una semplice traslazione delle cavità della permeanza come accadeva a vuoto, ma anche una variazione della forma d'onda della forza magnetomotrice risultante presente a traferro.

Di seguito si riportano dei grafici di confronto dell'andamento di induzione a traferro durante il funzionamento a carico del generatore sincrono considerato per diversi valori di  $\gamma$ .

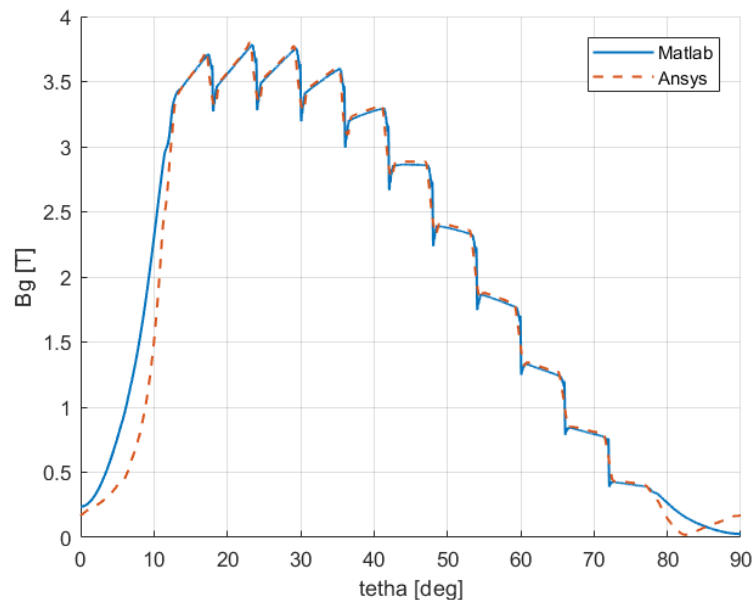


Figura 4.5: Verifica dell'induzione a traferro a carico, senza considerare le cadute di tensione magnetica nel ferro della macchina, con  $\gamma = 0^\circ$ .

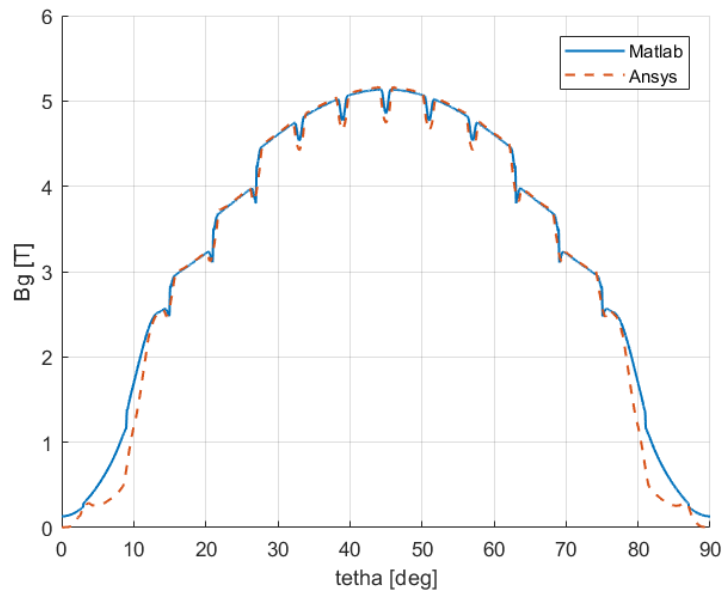


Figura 4.6: Verifica dell'induzione a traferro a carico, senza considerare le cadute di tensione magnetica nel ferro della macchina, con  $\gamma = -90^\circ$ .

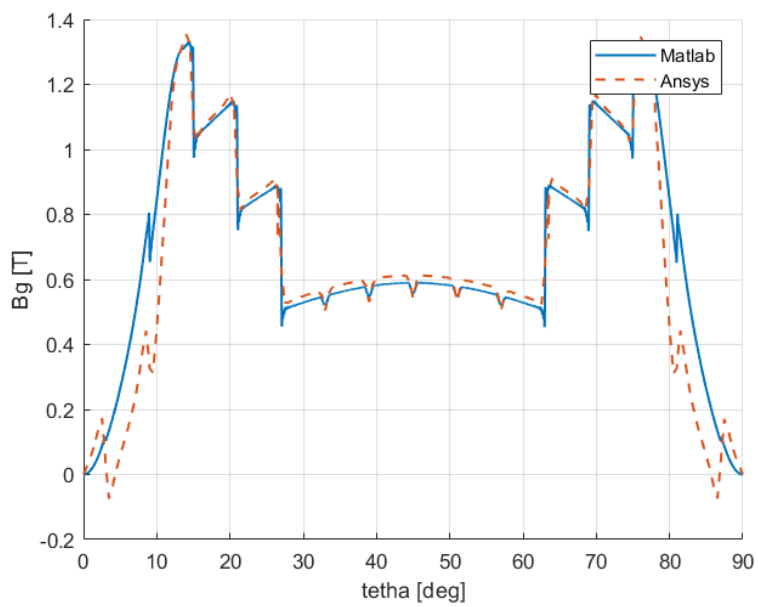


Figura 4.7: Verifica dell'induzione a traferro a carico, senza considerare le cadute di tensione magnetica nel ferro della macchina, con  $\gamma = 90^\circ$ .

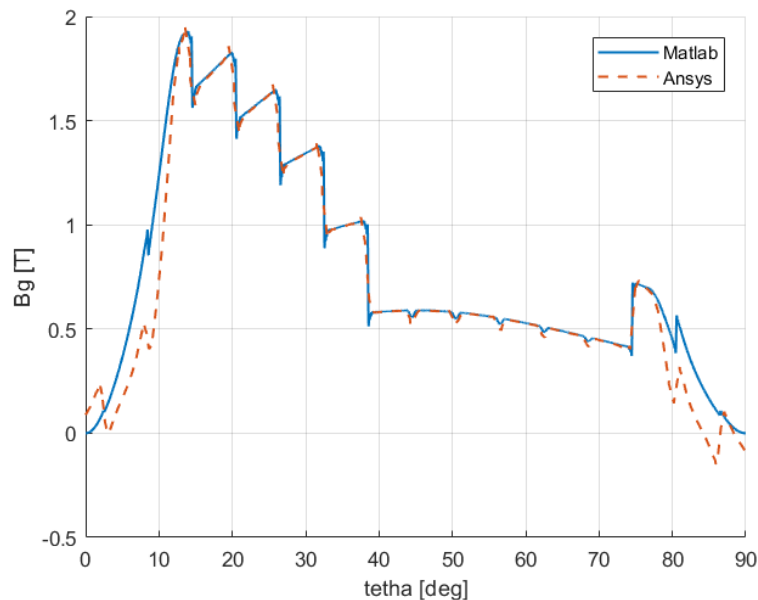


Figura 4.8: Verifica dell'induzione a traferro a carico, senza considerare le cadute di tensione magnetica nel ferro della macchina, con  $\gamma = 67^\circ$ .

Dalle figure (4.5), (4.6), (4.7) e (4.8) si può constatare la correttezza dell'approccio analitico utilizzato anche durante il funzionamento a carico della macchina. Infatti, gli andamenti di induzione a traferro ottenuti analiticamente combaciano con quelli ricavati attraverso il programma agli elementi finiti ("Ansys").

I grafici di confronto mostrano anche come il calcolo analitico non sia molto preciso in corrispondenza delle zone comprese tra i poli salienti di rotore. D'altronde, quand'è stato determinato l'andamento della permeanza a traferro, si era riscontrata una certa difficoltà nel determinare il valore di permeanza minimo. Quindi, per affinare i risultati che si ottengono analiticamente è necessario agire sui coefficienti empirici che caratterizzano l'espressione analitica utilizzata per determinare tale valore di permeanza.

Ovviamente, come è stato più volte evidenziato, l'andamento che si ottiene dal prodotto tra permeanza a traferro e forza magnetomotrice non è quello reale. Infatti, come per il funzionamento a vuoto, per riuscire a determinare l'induzione reale a traferro è necessario riuscire a valutare i diversi contributi di caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina. Nel capitolo successivo verranno introdotti dei metodi iterativi proprio per riuscire a determinare l'andamento reale dell'induzione.



## **5. Calcolo dell'induzione a traferro considerando il reale comportamento del ferro della macchina**

L'andamento dell'induzione calcolato nel capitolo precedente non è quello che realmente si trova a traferro. Infatti, finora non si è tenuto conto del comportamento reale del materiale ferromagnetico di cui si compone il nucleo del generatore considerato, in quanto, si è ipotizzato che non ci fosse nessuna caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina. Questa ipotesi comporta che nella determinazione dell'andamento dell'induzione a traferro, la forza magnetomotrice prodotta a vuoto o a carico agisca completamente nella riluttanza di traferro. Pertanto, il circuito magnetico considerato finora è composto semplicemente da un generatore di tensione che rappresenta la sorgente di f.m.m. e da una riluttanza riferita al solo traferro della macchina, come mostrato in figura (3.14).

In questo capitolo si introducono dei metodi iterativi con lo scopo di valutare i vari contributi di caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina, sia durante il funzionamento a vuoto che nel funzionamento a carico. Così facendo, come verrà spiegato successivamente, si dovrebbero riuscire a determinare dei coefficienti correttivi, poi utilizzati per scalare l'andamento di induzione a traferro calcolato senza considerare la caduta nel materiale ferromagnetico della macchina. In questo modo, si esegue una correzione che permette di determinare l'andamento corretto dell'induzione a traferro.

## 5.1 Andamento reale dell'induzione a traferro durante il funzionamento a vuoto

Il metodo iterativo utilizzato per correggere l'andamento dell'induzione a traferro di figura (4.4), fa riferimento alla linea di flusso rappresentata nella figura sottostante:

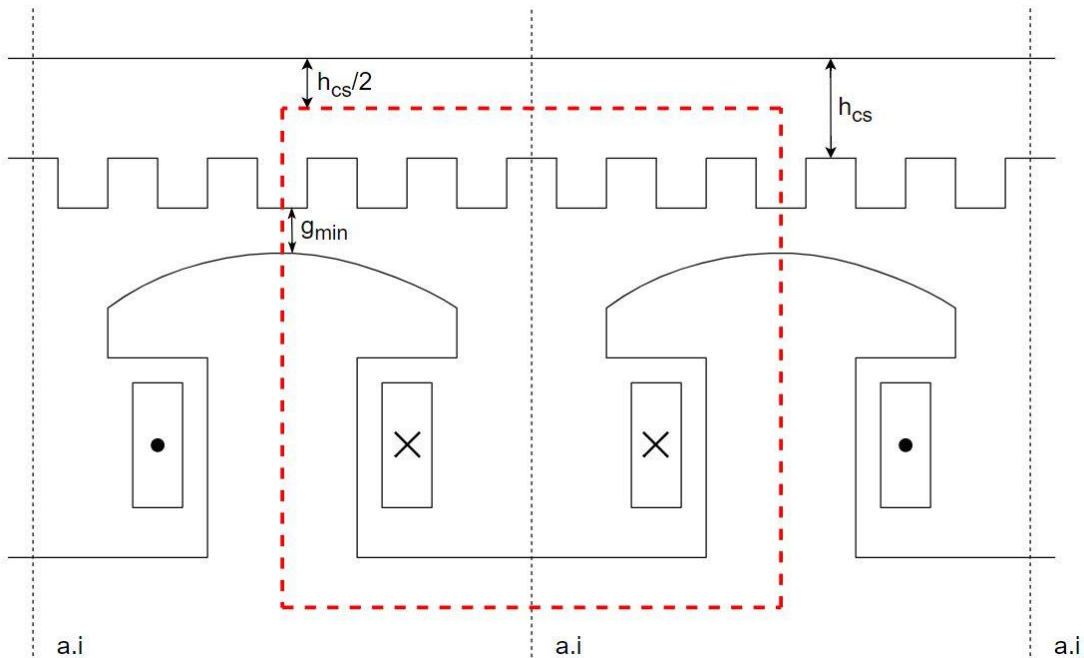


Figura 5.1: Linea di flusso considerata per il calcolo della caduta di tensione magnetica nel materiale ferromagnetico della macchina durante il funzionamento a vuoto.

Come si può osservare dalla figura (5.1), la linea di flusso che si considera per valutare i contributi di caduta di tensione magnetica nei vari tratti di materiale ferromagnetico, giace sull'asse  $d$  della macchina, richiudendosi attraverso una coppia di poli. Quindi, il circuito magnetico a cui si fa riferimento per il calcolo dell'induzione a traferro reale presenta, oltre alla riluttanza di traferro, anche delle riluttanze per ogni tratto di materiale ferromagnetico attraversato dalla linea di flusso considerata.



Di seguito si riportano le riluttanze appena citate:

$\mathcal{R}_t \Rightarrow$  Riluttanza del dente di statore

$\mathcal{R}_{cs} \Rightarrow$  Riluttanza della corona di statore

$\mathcal{R}_{sp} \Rightarrow$  Riluttanza della scarpa polare

$\mathcal{R}_p \Rightarrow$  Riluttanza del polo

$\mathcal{R}_{cr} \Rightarrow$  Riluttanza della corona di rotore

Il circuito magnetico completo, rappresentativo della linea di flusso di figura (5.1), sarà pertanto il seguente:

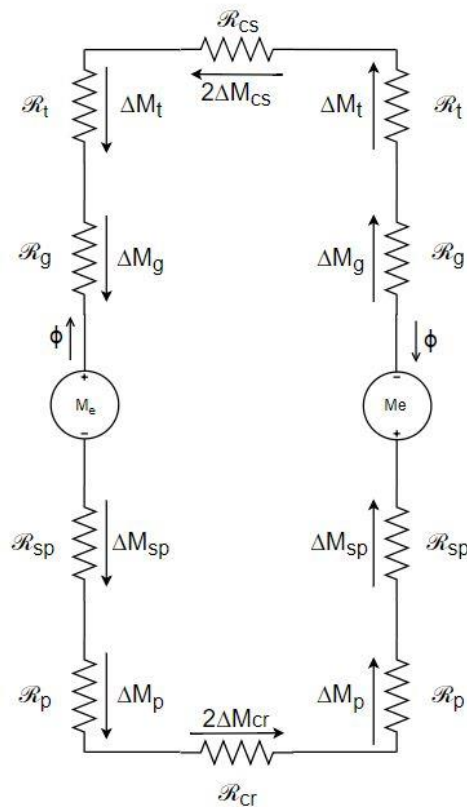


Figura 5.2: Circuito magnetico del percorso chiuso di figura (5.1)

Come si può notare dalla figura sovrastante, il circuito magnetico relativo alla linea di flusso considerata è perfettamente simmetrico. Per tale motivo è possibile analizzare metà di tale circuito con l'unica accortezza di dimezzare la caduta di tensione magnetica nei tratti di corona di statore e di rotore.

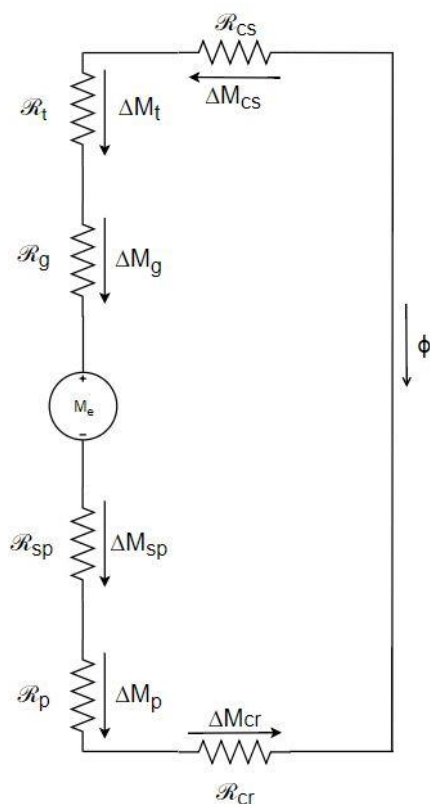


Figura 5.3: Circuito magnetico a cui si fa riferimento per l'applicazione del metodo iterativo atto a correggere l'andamento dell'induzione a traferro di figura (4.4).

Il metodo iterativo che si intende utilizzare consiste nel correggere iterazione dopo iterazione, l'andamento dell'induzione a traferro ricavata senza considerare la caduta di tensione magnetica nel ferro. In particolare, all'iterazione iniziale, si valuta l'induzione media presente a traferro e di conseguenza il flusso. Successivamente, attraverso le relazioni di seguito esposte, si riescono a valutare le induzioni in tutti i vari tratti del percorso compiuto dalla linea di flusso considerata. Conoscendo tali valori di induzione, attraverso la curva BH del materiale ferromagnetico utilizzato, si possono estrapolare i valori di campo magnetico corrispondenti. Dopodiché, sarà possibile valutare la caduta di tensione magnetica nelle varie porzioni di ferro, a cui corrispondono le riluttanze del circuito magnetico di figura (5.3).

Applicando lo studio alla maglia nel circuito di figura (5.3), si trova la seguente relazione:

$$M_e - \Delta M_g - \Delta M_t - \Delta M_{cs} - \Delta M_{cr} - \Delta M_p - \Delta M_{sp} = 0 \quad (5.1)$$

$$M_e = +\Delta M_g + \Delta M_t + \Delta M_{cs} + \Delta M_{cr} + \Delta M_p + \Delta M_{sp} \quad (5.2)$$

Quindi, come ci si aspettava, la somma delle cadute di tensione magnetica deve essere pari alla forza magnetomotrice messa in gioco, essendo a vuoto, dall'avvolgimento di eccitazione del generatore.

Avendo puntualizzato questo vincolo, è possibile dedurre che al termine della prima iterazione tale condizione non può essersi verificata, in quanto, come è stato spiegato precedentemente, le cadute di tensione magnetica nei vari tratti del circuito magnetico sono state determinate a partire dall'induzione a traferro trovata moltiplicando la f.m.m. di eccitazione totale per la permeanza del traferro della macchina. Quindi, si avrà che:

$$M_e = +\Delta M_{g0} \quad (5.3)$$

$$M_e < +\Delta M_{g0} + \Delta M_{t0} + \Delta M_{cs0} + \Delta M_{cr0} + \Delta M_{p0} + \Delta M_{sp0} \quad (5.4)$$

Ovviamente questo non è possibile, perché la f.m.m. prodotta dall'avvolgimento di eccitazione non può essere minore della somma delle cadute di tensione magnetica. Per tale motivo, al termine di ogni iterazione si andrà a definire un coefficiente di correzione con lo scopo di modificare l'induzione a traferro affinché, una volta ricavate le cadute nei vari tratti del circuito magnetico, risulti valida l'equazione (5.2).

Di seguito si ripotano gli step principali compiuti ad ogni iterazione:

- Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica a traferro lungo l'asse d;
- Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica nel dente di statore posto lungo l'asse d;
- Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica nella corona di statore;
- Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica nel polo saliente;
- Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica nella scarpa polare;
- Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore;
- Calcolo del coefficiente correttivo;
- Correzione dell'induzione a traferro;
- Verifica della convergenza del metodo iterativo;
- Iterazione successiva.

Ovviamente, se la verifica dell'equazione (5.2) risultasse corretta, non avrebbe alcun senso proseguire con le iterazioni e l'andamento dell'induzione a traferro trovato dovrebbe essere quello desiderato.

Finora è stato spiegato il metodo iterativo che si intende applicare senza entrare troppo nel dettaglio. Prima di descrivere in modo completo i vari passaggi sopra elencati, è importante descrivere brevemente il materiale ferromagnetico utilizzato. In particolare, è interessante conoscere la sua caratteristica BH, in quanto è proprio grazie a tale caratteristica che si riesce a determinare il campo magnetico nelle varie porzioni del circuito magnetico e quindi le relative cadute.

Nel generatore sincrono sotto analisi, lo statore e il rotore sono realizzati con l'acciaio Thyssen-530-65, il quale ha la caratteristica BH seguente:

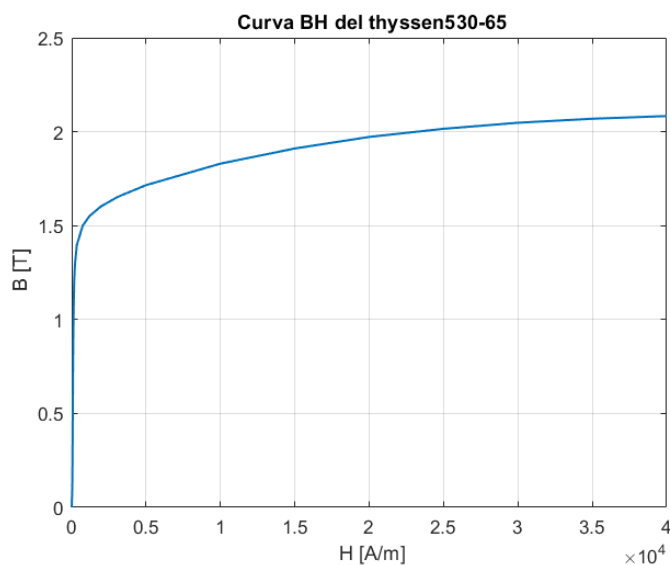


Figura 5.4: Curva BH dell'acciaio Thyssen-530-65.

A questo punto, come anticipato precedentemente, verrà fatta una trattazione completa di come vengono calcolate le amperspire nei vari tratti del circuito magnetico. Le formule utilizzate fanno riferimento a [5] e a [6].

➤ Calcolo dell'induzione e della caduta di tensione magnetica a traferro

Conoscendo l'andamento dell'induzione a traferro di figura (4.2), è possibile ricavare immediatamente il valore massimo e medio dell'induzione. Dato che la linea di flusso considerata è quella che si ha in corrispondenza dell'asse  $d$  della macchina, per il calcolo della caduta di tensione magnetica a traferro bisognerà considerare il traferro minimo e l'induzione massima. Pertanto, la formula utilizzata, in accordo con [5], sarà:

$$\Delta M_g = \frac{B_{gmax}}{\mu_0} \cdot K_{cart} \cdot g_{min} \quad (5.5)$$

Come si può notare, per il calcolo delle amperspire al traferro bisogna considerare che il flusso al traferro si concentra sotto i denti di statore, come illustrato di seguito:

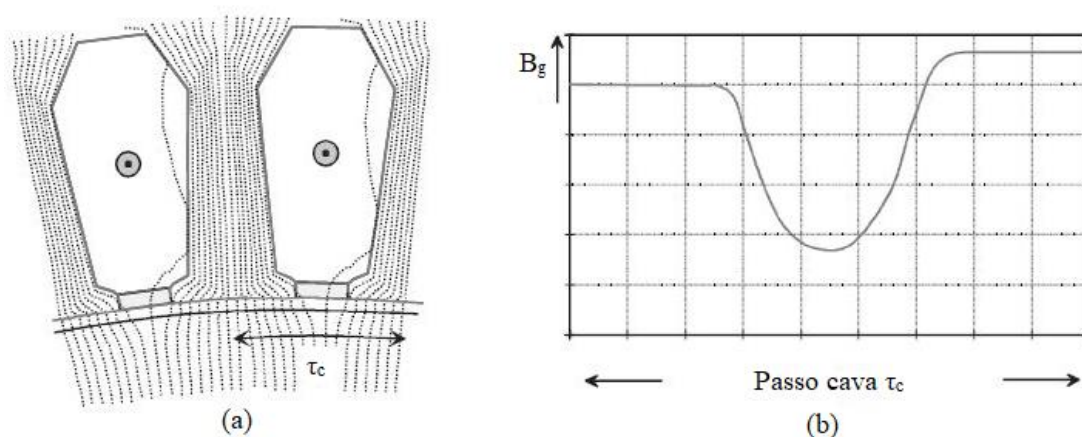


Figura 5.5: (a) Linee di flusso in un passo di cava, e (b) andamento dell'induzione a traferro in un passo di cava. In accordo con [6].

L'effetto di tale addensamento è una richiesta di maggior tensione magnetica a parità di flusso utile. Pertanto, per non trascurare quest'effetto si considera una maggiorazione del traferro effettivo attraverso il coefficiente di Carter ( $K_{cart}$ ). Per determinare tale coefficiente si segue il procedimento mostrato in [6], in cui la curva di induzione che si ha all'interno di un passo di cava viene sostituita con una funzione rettangolare. In questo modo l'induzione sarà costante sotto al dente e sarà nulla in corrispondenza dell'apertura di cava di statore, come mostrato in figura (5.6). In particolare, si avrà che  $S_1 + S_1 = S_2$ .

L'apertura di cava equivalente  $b_e$ , in cui l'induzione a traferro è nulla, è:

$$b_e = k \cdot b_s \quad (5.6)$$

Dove:

$$k = \frac{4}{\pi} \left[ \frac{b_1}{2g_{min}} \cdot \operatorname{atan} \left( \frac{b_1}{2g_{min}} \right) - \ln \left( \sqrt{1 + \left( \frac{b_1}{2g_{min}} \right)^2} \right) \right] \quad (5.7)$$

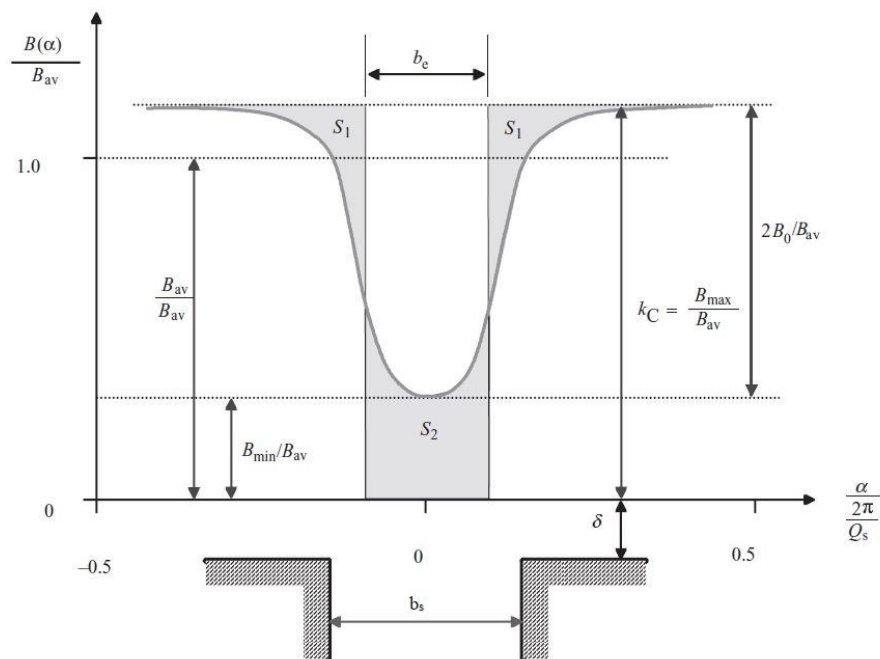


Figura 5.6: Andamento dell'induzione in corrispondenza di un'apertura di cava, in accordo con [6].

Il fattore di Carter è il rapporto tra il valore massimo e il valore medio dell'induzione, oppure si può definire nel modo seguente:

$$K_{cart} = \frac{\tau_c}{\tau_c - b_e} = \frac{\tau_c}{\tau_c - kb_s} \quad (5.8)$$

Ovviamente, applicare il fattore di Carter non permette di considerare il fenomeno di addensamento del flusso in corrispondenza delle cave in modo accurato, ma dal punto di vista pratico è più che sufficiente. Sicuramente, una miglior analisi di tale fenomeno si potrebbe ottenere utilizzando il programma agli elementi finiti, ma dato che si sta esponendo un approccio analitico non avrebbe senso farlo.

Riprendendo l'argomento riguardante la caduta di tensione magnetica a traferro, l'espressione (5.5), per quanto detto precedentemente, al termine della prima iterazione sarà pari alla forza magnetomotrice messa in gioco dall'avvolgimento di eccitazione della macchina. Dopodiché, iterazione dopo iterazione, tale contributo calerà fino a quando si verificherà l'equazione (5.2).

- Calcolo dell'induzione nel dente di statore posto lungo l'asse d della macchina e della caduta di tensione magnetica corrispondente

L'induzione nel dente di statore, posto in corrispondenza dell'asse d della macchina, si determina a partire dal valore di induzione a traferro che si ha di fronte ad esso. In particolare, la formula utilizzata è la seguente:

$$B_t = k_{tooth} \cdot B_{gmax} \cdot \frac{L_a \cdot \tau_c}{L_{fe} \cdot w_t} \quad (5.9)$$

Se il dente fosse trapezoidale, l'induzione non sarebbe costante, quindi, come specificato in [5], bisognerebbe far riferimento all'induzione che si trova ad un terzo dell'altezza del dente. Nel generatore sincrono sotto analisi i denti sono rettangolari. Perciò, nella formula (5.9) è stata utilizzata la larghezza del dente senza specificare che quest'ultima è riferita ad un terzo dell'altezza. Se così non fosse, è necessario specificarlo.

Nella formula utilizzata per il calcolo dell'induzione nel dente di statore è presente a denominatore la lunghezza del ferro. Tale lunghezza può essere diversa dalla lunghezza assiale della macchina. Infatti, è definita nel modo seguente:

$$L_{fe} = L_a \cdot (1 - n_{cv} \cdot l_{cv}) \cdot K_{st} \quad (5.10)$$

Dove  $n_{cv}$  rappresenta il numero dei canali di ventilazione,  $l_{cv}$  è la lunghezza di tali canali e  $K_{st}$  è un fattore che tiene conto della laminazione dello statore. Quando si lavora nel ferro della macchina è molto importante definire tale lunghezza assiale equivalente, in quanto, a causa dello spessore dell'isolante presente tra i lamierini e l'aria presente nei canali di ventilazione, l'induzione della macchina in direzione assiale non è costante. In particolare, l'immagine seguente mostra come varia l'induzione in corrispondenza degli spazi d'aria dovuti ai canali di ventilazione.

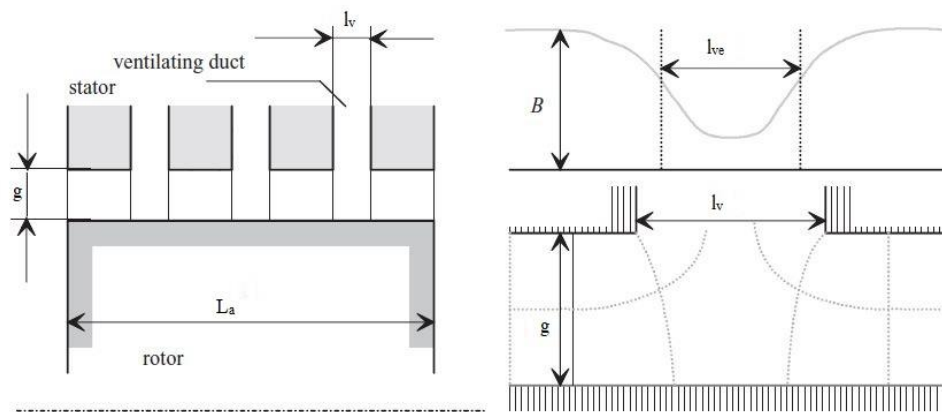


Figura 5.7: Variazione di  $B$  in corrispondenza dei canali di ventilazione, in riferimento a [6].

Dato che l'isolamento tra i lamierini è molto sottile (lo spessore tipico è circa 0.002mm) il fattore  $K_{st}$  varia tipicamente tra 0.9 e 0.97.

Dell'equazione (5.9), utilizzata per il calcolo dell'induzione nel dente di statore posto lungo l'asse  $d$ , manca la spiegazione del fattore  $k_{tooth}$ . Tale fattore è il rapporto tra il valore medio di induzione a traferro calcolato nel passo di cava del dente di asse  $d$  e il valore massimo. Esso è praticamente prossimo ad 1, quindi inciderà pochissimo sul calcolo dell'induzione nel dente, ma è stato introdotto per tenere in considerazione del fatto che l'induzione nel dente non è perfettamente uniforme lungo la sua larghezza. Infatti, il profilo di  $B_t$  lungo la larghezza del dente è molto simile al profilo di velocità dell'acqua che scorre in una tubazione. Ovvero, in prossimità delle pareti, a causa dell'attrito, la velocità sarà inferiore.

A questo punto, conoscendo l'induzione nel dente, attraverso la curva BH di figura (5.4), è possibile ricavare il valore di campo magnetico corrispondente e quindi la relativa caduta di tensione magnetica data dal prodotto tra il campo magnetico e l'altezza del dente, come mostrato nell'equazione seguente:

$$\Delta M_t = H_t(B_t) \cdot h_s \quad (5.11)$$

➤ Calcolo dell'induzione nella corona di statore e della caduta di tensione magnetica corrispondente

Per prima cosa è importante valutare il flusso che si ha a traferro, dato che si richiederà nella corona di statore.

$$\Phi_g = B_{gmedio} \cdot \tau_p \cdot L_a \quad (5.12)$$



Come si può osservare nella figura seguente, quando il flusso raggiunge la corona di statore si divide in due parti uguali. In particolare, l'andamento dell'induzione nella corona di statore è sfasato di novanta gradi elettrici rispetto all'andamento presente a traferro. Infatti, se nell'asse d si ha il valore massimo dell'induzione e nell'asse q si ha il valore minimo, nella corona di statore avviene il contrario. L'induzione sarà dunque minima in corrispondenza dell'asse d, dove il flusso si divide in due, e massima in corrispondenza degli assi interpolari.

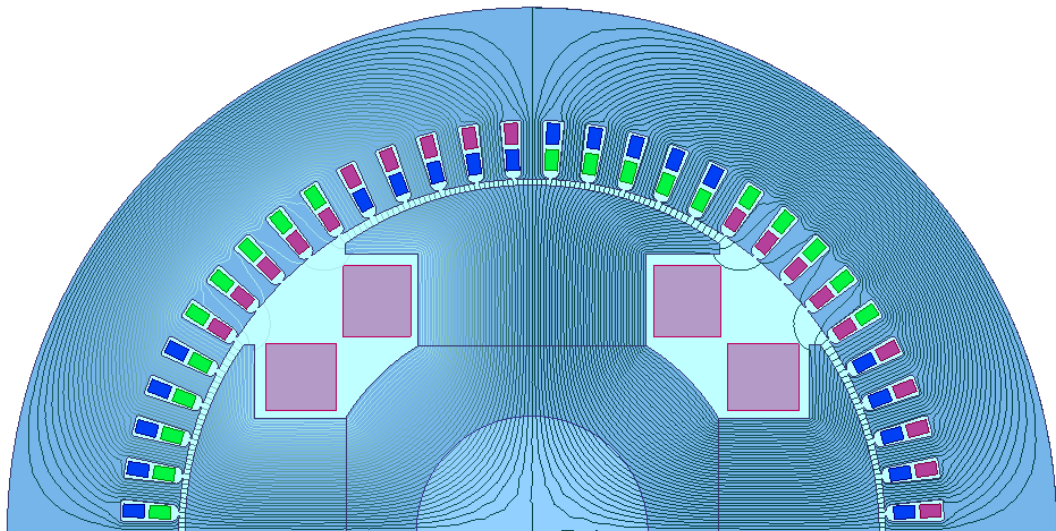


Figura 5.8: Linee di flusso durante il funzionamento a vuoto di un generatore sincrono.

Come si può notare dalla figura (5.8), il flusso nella corona di statore sarà massimo in corrispondenza degli assi interpolari ed in particolare sarà pari a:

$$\phi_{csai} = \frac{\phi_g}{2} \quad (5.13)$$

Di conseguenza, per il calcolo dell'induzione corrispondente sarà sufficiente dividere tale flusso per la superficie della corona di statore.

$$B_{csmax} = \frac{\phi_{csa.i.}}{L_{fe} \cdot h_{cs}} = \frac{\phi_g}{2 \cdot L_{fe} \cdot h_{cs}} \quad (5.14)$$

Il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore, però, non può essere fatto utilizzando questo valore di induzione, in quanto, lungo la corona l'induzione non rimane costante.

In particolare, com'è già stato detto, essa andrà ad aumentare man mano che ci si avvicina all'asse interpolare. Di conseguenza, calcolare la caduta attraverso l'induzione massima significherebbe fare un calcolo sbagliato perché si sovrastimerebbe eccessivamente.

Per capire meglio il problema, di seguito viene riportata un'immagine in cui si può notare chiaramente la variazione di flusso che si ha lungo la corona di statore. In particolare, viene presentato anche un grafico che mostra la variazione di induzione e di campo magnetico lungo la corona.

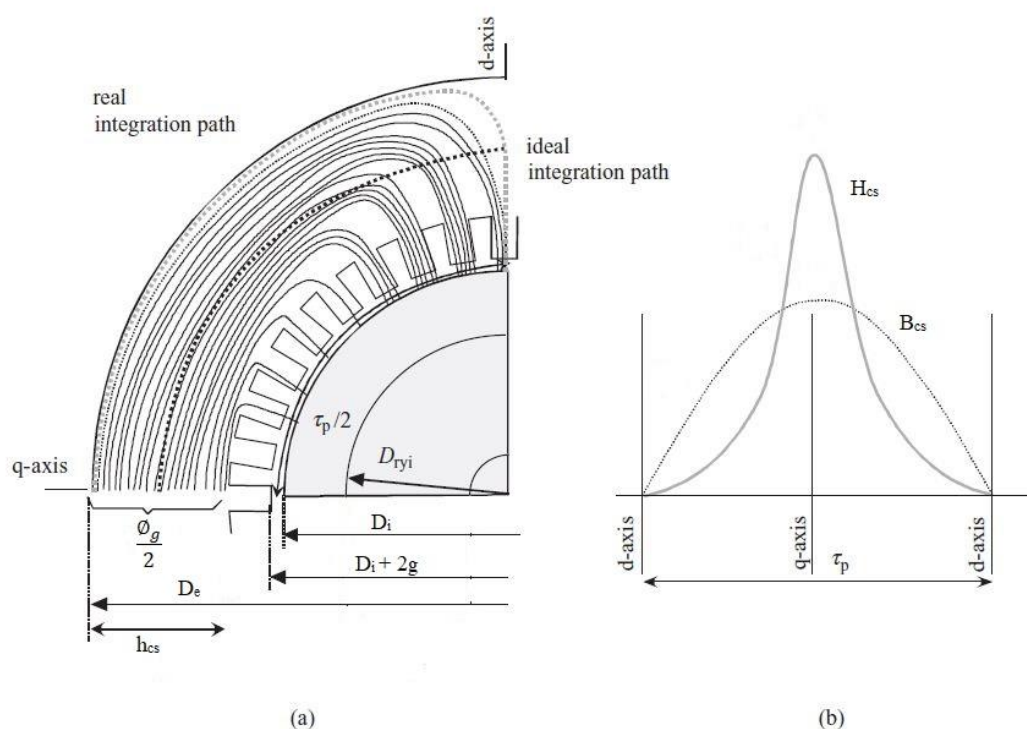


Figura 5.9: In accordo con [6], la figura (a) mostra la variazione di flusso lungo la corona di statore mentre (b) mostra la variazione di induzione e di campo magnetico.

Dalla figura (5.9), si capisce che per calcolare correttamente la caduta di tensione magnetica nella corona di statore, bisognerebbe utilizzare un programma agli elementi finiti, in quanto si avrebbe la possibilità di fare un integrale di linea del campo magnetico a livello puntuale. A livello analitico invece, come descritto in [5], si applica la seguente relazione:

$$\Delta M_{cs} = H_{cs}(B_{cs}) \cdot l_{cs} \quad (5.15)$$

Dove:

$$B_{cs} = 0.85 \cdot \frac{\phi_g}{2 \cdot L_{fe} \cdot h_{cs}} = 0.85 \cdot B_{csmax} \quad (5.16)$$

$$l_{cs} = \frac{\pi \cdot (D_i + 2h_s + D_e)}{4 \cdot 2p} \quad (5.17)$$

Quindi, per il calcolo della caduta di tensione magnetica, si immagina che nella corona di statore ci sia un'induzione costante pari all'85% dell'induzione massima e come tratto considerato si utilizza quello posto a metà altezza di corona, come indicato in figura (5.9).

➤ Calcolo dell'induzione nel polo e della caduta di tensione magnetica corrispondente

Per calcolare l'induzione nel polo saliente di rotore, è necessario conoscere il flusso che lo attraversa. Tale flusso non è pari al flusso presente a traferro. Il polo è interessato infatti, anche da quella porzione di flusso che non raggiunge lo statore ma che si richiude tra le scarpe polari di rotore (flusso disperso). Quindi, il flusso che scorre in un polo di rotore è maggiore del flusso presente a traferro.

$$\phi_p = \phi_g + \phi_{disp} \quad (5.18)$$

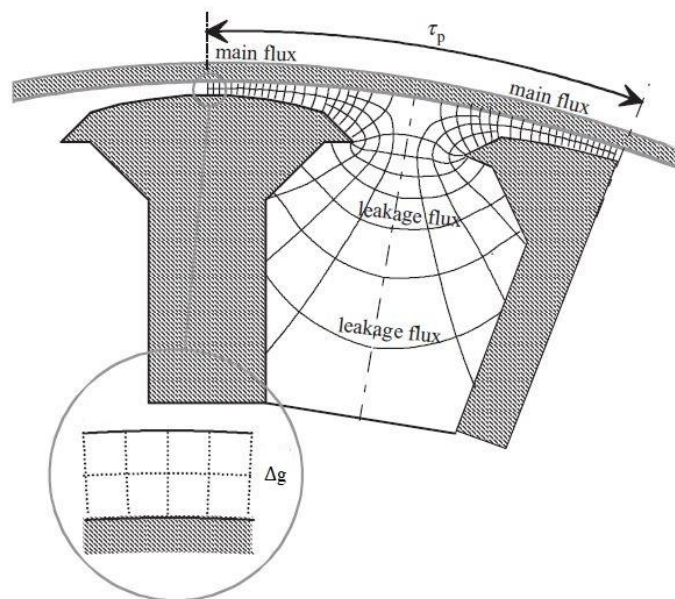


Figura 5.10: Linee di flusso presenti a traferro in una macchina a poli salienti. In riferimento a [6].

Come si può notare da figura (5.10), il flusso disperso è costituito da quelle linee di flusso che si richiudono tra le espansioni polari e tra i corpi dei poli. Quindi, per calcolare il flusso disperso è necessario calcolare la permeanza che si ha tra le espansioni polari e tra i corpi dei poli di rotore.

Per prima cosa si valuta l'angolo sotteso tra l'asse polare e l'asse interpolare:

$$\alpha_{ipolo} = \frac{180}{2p} \quad (5.19)$$

Dopodiché si valuta la distanza che si ha fra le espansioni polari e fra i corpi dei poli:

$$a_p = 2 \sqrt{\left(\frac{D_i}{2} - h_{sp}\right)^2 + \left(\frac{w_{sp}}{2}\right)^2} \cdot \sin\left(\alpha_{ipolo} - \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{w_{sp}}{2}}{\frac{D_i}{2} - h_{sp}}\right)\right) \quad (5.20)$$

$$a_{km} = 2 \sqrt{(k_1)^2 + \left(\frac{w_{bp}}{2}\right)^2} \cdot \sin\left(\alpha_{ipolo} - \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{w_{bp}}{2}}{k_1}\right)\right) \quad (5.21)$$

$$k_1 = \frac{D_i}{2} - h_{sp} - \frac{h_{bp}}{2} \quad (5.22)$$

A questo punto è possibile valutare le permeanze di dispersione tra le espansioni polari e fra i corpi.

$$\lambda_{np} = \left(\frac{L_{fes} \cdot h_{pm}}{0.8 \cdot a_p} + 2h_{pm} \cdot \log_{10}\left(1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{w_{sp}}{a_p}\right)\right) \cdot \frac{\mu_o \cdot 10}{4\pi} \quad (5.23)$$

$$\lambda_{ep} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{L_{fes} \cdot h_{bp}}{0.8 \cdot a_{km}} + h_p \cdot \log_{10}\left(1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{w_p}{a_{km}}\right)\right) \cdot \frac{\mu_o \cdot 10}{4\pi} \quad (5.24)$$

Dove:

$$h_{pm} = \frac{h_{sp} + h_{bp}}{2} \quad (5.25)$$

Conoscendo le permeanze che vedono le linee di flusso che non si richiudono nello statore è possibile calcolare il flusso disperso che, insieme al flusso di traferro, attraverserà i poli salienti di rotore e quindi parteciperà alla caduta di tensione magnetica.

$$\Phi_{disp} = 2 \cdot U_{disp} \cdot (\lambda_{np} + \lambda_{ep}) \quad (5.26)$$

Dove:

$$U_{disp} = 2\Delta M_g + 2\Delta M_d + \Delta M_{cs} \quad (5.27)$$

Come mostrato in (5.18), sommando tale flusso a quello presente a traferro, si ottiene il flusso che interessa il polo saliente di rotore, con il quale si può calcolare l'induzione corrispondente dividendo tale flusso per la superficie del polo, come mostrato di seguito:

$$B_p = \frac{\Phi_{disp} + \Phi_g}{L_{fe_p} \cdot w_p} = \frac{\Phi_p}{L_{fe_p} \cdot w_p} \quad (5.28)$$

Attraverso la curva BH di figura (5.4), si ricava il campo magnetico corrispondente, quindi, si hanno tutti gli elementi per calcolare la caduta di tensione magnetica nel polo del generatore sincrono considerato.

$$\Delta M_p = H_p(B_p) \cdot h_p \quad (5.29)$$

➤ Calcolo dell'induzione nella scarpa polare e della caduta di tensione magnetica corrispondente

La caduta di tensione magnetica che si ha nella scarpa polare è praticamente trascurabile. Infatti, come riportato in [5], molto spesso in fase progettuale tale contributo si trascura in quanto essa è larga (induzione bassa) e corta (breve percorso).

Nel programma di calcolo realizzato in "Matlab" si è valutato lo stesso tale contributo di caduta anche se è poco incisivo. Per prima cosa si calcola l'induzione corrispondente, con la formula seguente:

$$B_{sp} = \frac{B_{gmax} \cdot \left( \frac{\tau_p \cdot L_{fes_p}}{\pi} \right) + 0.4 \cdot \Phi_{disp}}{0.97 \cdot \left( L_{fes_p} \cdot \frac{w_{arco_{sp}}}{2} \right)} \quad (5.30)$$

Dove  $w_{arco_{sp}}$  è la lunghezza dell'arco di circonferenza della scarpa polare.

Utilizzando sempre la curva BH di figura (5.4), si estrapola il valore di campo magnetico corrispondente e, di conseguenza, moltiplicandolo per l'altezza della scarpa polare, si ricava la caduta di tensione magnetica.

$$\Delta M_{sp} = H_{sp}(B_{sp}) \cdot h_{sp} \quad (5.31)$$

➤ Calcolo dell'induzione nella corona di rotore e della caduta di tensione magnetica corrispondente

L'albero dei generatori sincroni può essere realizzato con un materiale magnetico o con un materiale amagnetico. Ovviamente, a seconda della tipologia di materiale utilizzato, la caduta di tensione magnetica nella corona di rotore può essere più o meno grande, in quanto, se si utilizza un albero magnetico, la sezione di ferro di corona è maggiore di quella che si avrebbe se si utilizzasse un materiale amagnetico e quindi la caduta sarà sicuramente minore.

Generalmente l'albero dei generatori è realizzato con un materiale magnetico, dunque, anche se nel programma di calcolo si ha la possibilità di impostare la natura del materiale di cui è costituito l'albero, gli andamenti di induzione che verranno riportati di seguito si riferiscono alla situazione più comune.

Per calcolare la caduta di tensione magnetica nella corona di rotore è stato seguito un approccio diverso rispetto a quello usato per il calcolo della caduta nella corona di statore. Infatti, per fare un calcolo più preciso, invece di considerare la linea posta a metà corona di rotore, si è considerato il percorso di figura (5.11).

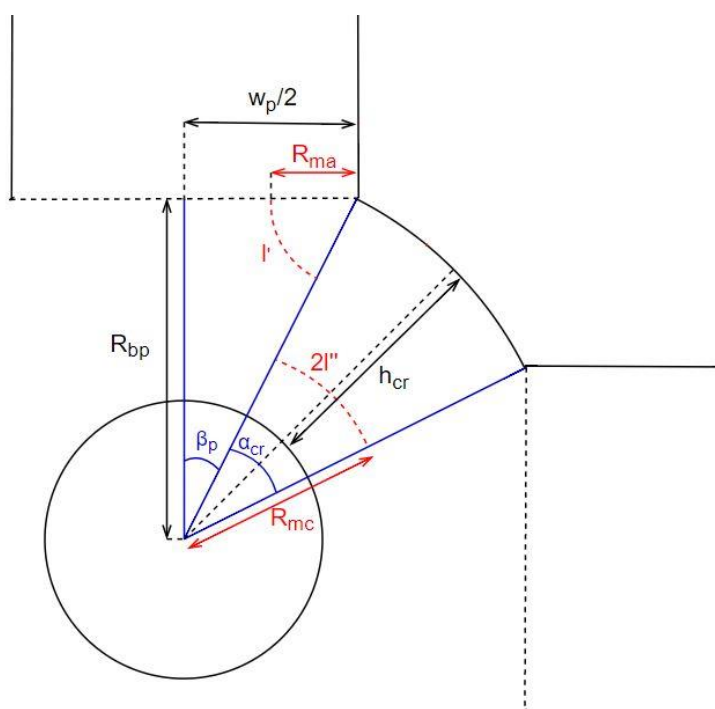


Figura 5.11: Percorso della linea di flusso considerata, nella corona di rotore, per calcolare la caduta di tensione magnetica corrispondente.

Ovvero, dato che:

$$h_{cr} \neq \frac{w_p}{2} \quad (5.32)$$

È come se si avesse il tubo di flusso seguente:

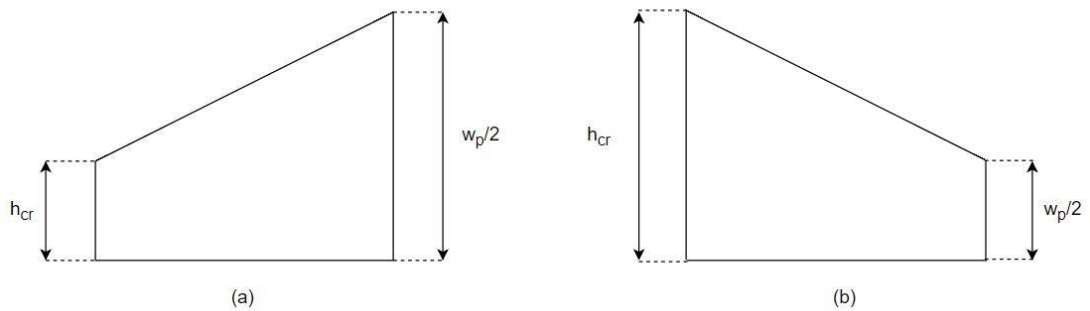


Figura 5.12: Tubo di flusso della corona di rotore: (a)  $h_{cr} < w_p/2$  (b)  $h_{cr} > w_p/2$ .

L'idea è di ragionare con un tubo di flusso rettangolare la cui altezza equivalente è pari a:

$$(a) \quad h_{cr_{eq}} = h_{cr} + \frac{1}{3} \left( \frac{w_p}{2} - h_{cr} \right) = \frac{2}{3} \cdot h_{cr} + \frac{1}{3} \cdot \frac{w_p}{2} \quad (5.33)$$

$$(b) \quad h_{cr_{eq}} = \frac{w_p}{2} + \frac{1}{3} \left( h_{cr} - \frac{w_p}{2} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{w_p}{2} + \frac{1}{3} \cdot h_{cr} \quad (5.34)$$

Quindi, il tubo di flusso considerato sarà quello riportato nella figura sottostante:

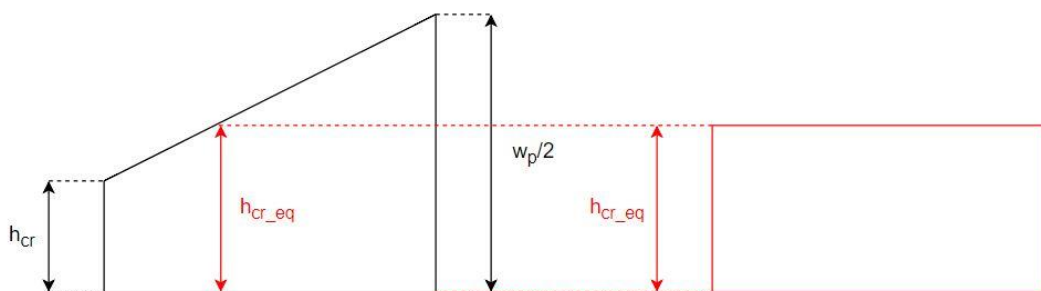


Figura 5.13: Tubo di flusso equivalente considerato per il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore.

A questo punto, come mostrato nella figura (5.11), si possono valutare i raggi dei due archi evidenziati e, di conseguenza, la lunghezza del percorso sulla corona con la quale si valuta la caduta di tensione magnetica corrispondente.

$$R_{ma} = \frac{h_{creq}}{2} \quad (5.35)$$

$$R_{mc} = R_{albero} + \frac{h_{cr}}{2} \quad (5.36)$$

$$l' = R_{ma} \cdot (90 - \beta_p) \cdot \frac{2\pi}{360} \quad (5.37)$$

$$l'' = R_{mc} \cdot \frac{\alpha_{cr}}{2} \cdot \frac{2\pi}{360} \quad (5.38)$$

$$l_{cr} = l' + l'' \quad (5.39)$$

Conoscendo la lunghezza del percorso con la quale valutare la caduta di tensione magnetica e sapendo che il flusso che interessa la corona di rotore è metà del flusso che percorre il polo, è possibile valutare l'induzione, il campo magnetico e la caduta nella corona.

$$B_{cr} = \frac{\Phi_{polo}}{2 \cdot L_{f_{e_{cr}}} \cdot h_{creq}} \quad (5.40)$$

$$\Delta M_{cr} = H_{cr}(B_{cr}) \cdot l_{cr} \quad (5.41)$$

A differenza della corona di statore, per valutare la caduta nella corona di rotore non si considera l'85% dell'induzione. Infatti, se nella corona di statore il flusso aumentava man mano che ci si avvicinava agli assi interpolarari, nella corona di rotore si ha un flusso costante e pari a metà del flusso che scorre nel polo.

➤ Calcolo del coefficiente correttivo e correzione dell'induzione a traferro

Dopo aver calcolato tutti i contributi di caduta di tensione magnetica nelle varie porzioni di percorso lungo l'asse d della linea di flusso considerata, è possibile calcolare la caduta di tensione magnetica totale.

$$\Delta M_{tot} = \Delta M_g + \Delta M_t + \Delta M_{cs} + \Delta M_p + \Delta M_{sp} + \Delta M_{cr} \quad (5.42)$$



Com'era già stato accennato precedentemente, al termine della prima iterazione, questa somma è maggiore della forza magnetomotrice messa in gioco dall'avvolgimento di eccitazione. Dato che questo non è possibile, ciò significa che, al termine della prima iterazione le cadute di tensione magnetica nei vari tratti vengono sovrastimate. Di conseguenza, è necessario definire un coefficiente di correzione che vada a ridurre l'induzione presente a traferro, in modo da ricalcolare le cadute nei vari tratti del circuito magnetico.

Il coefficiente correttivo viene definito sapendo che il vincolo che deve essere rispettato è che la f.m.m. di eccitazione sia pari alla somma delle cadute di tensione magnetica. Quindi, tale coefficiente sarà:

$$\delta_r = \frac{M_{ed} - \Delta M_{tot}}{100 \cdot M_{ed}} \quad (5.43)$$

Dopo aver calcolato tale coefficiente, si andrà a scalare l'induzione presente a traferro nel modo seguente:

$$B_{gmax(k)} = B_{gmax(k-1)} \cdot (1 + \delta_r) \quad (5.44)$$

$$B_{gmedio(k)} = B_{gmedio(k-1)} \cdot (1 + \delta_r) \quad (5.45)$$

Dopodiché, si inizierà una nuova iterazione e verranno valutati nuovamente tutti i contributi di caduta di tensione magnetica. Le iterazioni proseguiranno fino a quando la somma delle cadute nei vari tratti coinciderà con la forza magnetomotrice messa in gioco dall'avvolgimento di eccitazione.

➤ Verifica della convergenza del metodo utilizzato

Nel programma di calcolo, al termine di ogni ciclo iterativo viene confrontato il valore della forza magnetomotrice di asse d messa in gioco dall'avvolgimento di eccitazione, con la caduta di tensione magnetica totale. Se la loro differenza è inferiore ad un certo errore preimpostato significa che il metodo è arrivato a convergenza.

A questo punto è possibile ricalcolare l'induzione a traferro, moltiplicando la permeanza per la forza magnetomotrice di eccitazione al meno della caduta di tensione magnetica che si ha nel ferro della macchina.

$$M_{gcorretta} = M_{ed} - (\Delta M_{tot} - \Delta M_g) \quad (5.46)$$

$$B_{g_{corretta}} = \lambda_{ris} \cdot M_{g_{corretta}} \quad (5.47)$$

L'andamento che si ottiene è quello corretto, ovvero l'andamento dell'induzione presente a traferro durante il funzionamento a vuoto del generatore sincrono, considerando il reale comportamento del materiale ferromagnetico utilizzato.

### 5.1.1 Verifica dell'induzione a traferro a vuoto ricavata analiticamente

In questo capitolo vengono riportati dei grafici di confronto fra l'andamento dell'induzione a traferro che si ottiene per via analitica, attraverso il metodo iterativo appena spiegato e l'andamento che si ricava con il programma agli elementi finiti.

Tale confronto viene fatto per valori di corrente di eccitazione via via crescenti, al fine di studiare come si comporta l'approccio analitico all'intensificarsi del fenomeno della saturazione nel ferro. Infatti, più la corrente di eccitazione cresce, più l'induzione nelle varie parti del circuito magnetico aumenta. Di conseguenza, all'aumentare dell'induzione, ci si avvicina al ginocchio della curva BH del materiale di figura (5.4), quindi, prevale il comportamento non lineare del materiale ferromagnetico utilizzato. Dalla figura (5.14), si nota infatti come, a parità di incremento della corrente di eccitazione, l'induzione a traferro cresca sempre meno. Questo è dovuto all'effetto della saturazione.

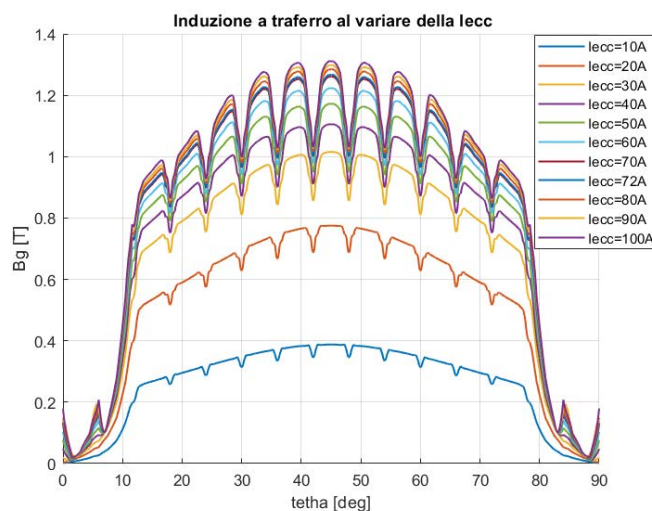


Figura 5.14: Andamento del modulo dell'induzione a traferro, ottenuto con “Ansys”, all'aumentare della corrente di eccitazione.

Di seguito vengono riportati tre grafici di confronto riferiti rispettivamente ad una corrente di eccitazione pari a 26A, 50A e 72A.

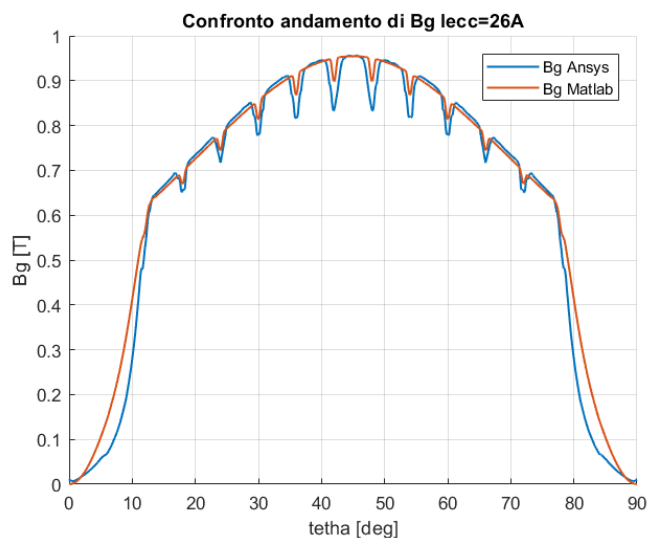


Figura 5.15: Confronto dell'induzione a traferro ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con una  $I_{ecc}$  di 26A.

In particolare,  $I_{ecc} = 26A$  è la corrente nominale del generatore sincrono sotto analisi durante il funzionamento a vuoto.

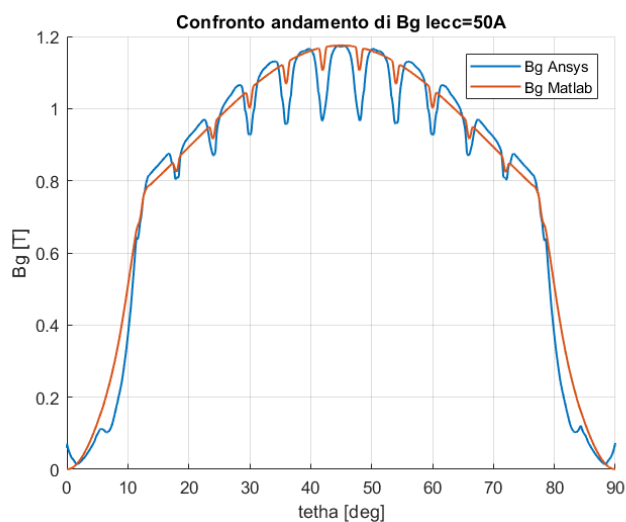


Figura 5.16: Confronto dell'induzione a traferro ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con una  $I_{ecc}$  di 50A.

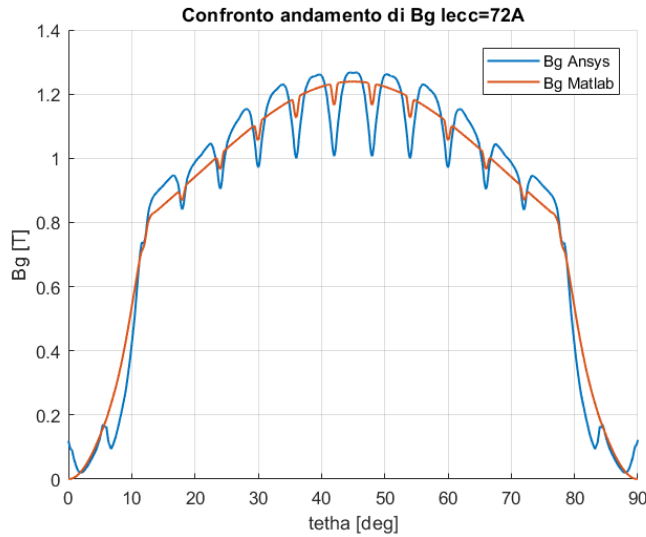


Figura 5.17: Confronto dell'induzione a traferro ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con una  $I_{ecc}$  di 72A.

Come si può notare dalle figure (5.15), (5.16) e (5.17), il metodo iterativo presentato nel capitolo precedente può essere utilizzato come strumento analitico per determinare l'andamento dell'induzione a traferro quando il generatore lavora a vuoto. Si nota, inoltre, che tale approccio è molto preciso per valori di corrente di eccitazioni bassi, ovvero quando si lavora nella zona lineare della curva BH del materiale, mentre per valori di corrente maggiori l'andamento trovato si discosta, non di molto, da quello reale che si ottiene con il programma agli elementi finiti. Questo perché non si riesce a considerare appieno l'effetto della saturazione del ferro.

Di fatto, l'approccio rimane senza dubbio valido e questo viene anche dimostrato se si confrontano i flussi a traferro reali con quelli che si ottengono per via analitica.

	<b>“Matlab”</b>	<b>“Ansys”</b>
$I_{ecc}$ [A]	$\Phi_{gmatlab}$ [Wb]	$\Phi_{gansys}$ [Wb]
26	0.276	0.270
50	0.339	0.330
72	0.358	0.356

Tabella 2: Confronto dei valori di flusso a traferro ottenuti durante il funzionamento a vuoto della macchina per diversi valori della corrente di eccitazione.

Calcolando l'errore percentuale che si commette attraverso il calcolo analitico, si ottiene un'ulteriore conferma della validità del metodo di calcolo utilizzato.

<b>Errore percentuale</b>	
$I_{ecc} [A]$	$\varepsilon_{\%} = \left(1 - \frac{\Phi_{g_{ansys}}}{\Phi_{g_{matlab}}}\right) 100$
26	2.17 %
50	2.65 %
72	0.56 %

Tabella 3: Errore percentuale che si commette calcolando il flusso a vuoto, per via analitica.

Effettivamente, grazie alla tabella (2) e (3), si hanno dei riscontri sulla validità del metodo ma, per capire effettivamente il comportamento di tale approccio analitico all'aumentare della corrente di eccitazione, è più esaustivo il confronto della caratteristica di magnetizzazione che si ottiene tramite "Ansys", con quella che si ricava attraverso il programma di calcolo realizzato in "Matlab".

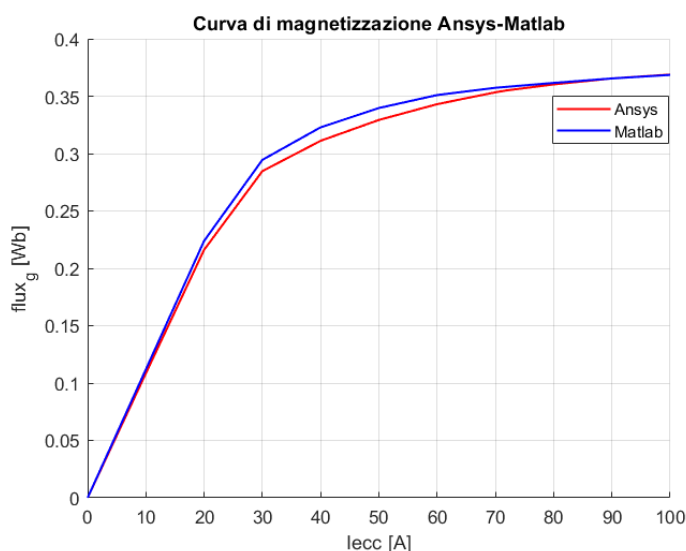


Figura 5.18: Confronto della caratteristica di magnetizzazione ottenuta con "Ansys" e con il programma di calcolo realizzato in "Matlab".

Detto ciò, dato che si sta cercando di trovare un approccio da utilizzare principalmente in fase di preventivo, non è essenziale avere una corrispondenza puntuale degli andamenti dell'induzione a traferro, l'importante è che ci sia un riscontro in termini di valore di flusso. Questo infatti, lo si può riscontrare, sia nelle tabelle (2) e (3), sia nella figura (5.18).

È inoltre possibile confrontare i valori di caduta di tensione magnetica, che si calcolano una volta che il metodo iterativo è arrivato a convergenza, con quelli ricavati attraverso il programma agli elementi finiti.

Riferendosi al caso di figura (5.15), ovvero con  $I_{ecc} = 26 A$ , si riporta di seguito una tabella in cui si confrontano le cadute di tensione magnetica nei vari tratti.

	<b>Matlab</b>	<b>Ansys</b>
$\Delta M_g$	4178 A	4170 A
$\Delta M_t$	119 A	100 A
$\Delta M_{cs}$	92 A	103 A
$\Delta M_p$	114 A	96 A
$\Delta M_{cr}$	15 A	33 A

Tabella 4: Verifica dei contributi di caduta di tensione magnetica calcolati attraverso l'approccio analitico.

La tabella sopra riportata rappresenta un'ulteriore verifica della validità del metodo analitico appena esposto.

## **5.2 Andamento reale dell'induzione a traferro durante il funzionamento a carico**

Nel capitolo (4.2), si è visto come ricavare l'andamento dell'induzione a traferro durante il funzionamento a carico del generatore, senza però considerare la caduta di tensione magnetica che si ha nel ferro della macchina.

Ovviamente, è molto utile ricavare l'andamento corretto dell'induzione a traferro, anche quando la macchina lavora a carico, in quanto, come verrà spiegato al termine della tesi, la determinazione dell'induzione a traferro per via analitica fornisce gli strumenti per analizzare un generatore sincrono in modo rapido e preciso.

A tal proposito, in questo capitolo, verranno riportati i tre approcci adottati per cercare di considerare la caduta di tensione magnetica nel ferro anche durante il funzionamento a carico del generatore. Come verrà spiegato successivamente, di questi tre metodi solo l'ultimo fornisce dei buoni risultati, mentre i primi due presentano delle problematiche. Tuttavia, al fine di esporre in modo dettagliato il lavoro svolto e di conseguenza le problematiche riscontrate per raggiungere tale obiettivo, si è deciso di discutere anche dei metodi analitici meno riusciti.

### **5.2.1 Metodo A: Linea di flusso lungo l'asse d della macchina**

Inizialmente, per ricavare l'andamento a carico dell'induzione a traferro, si è provato ad applicare lo stesso metodo iterativo utilizzato per il funzionamento a vuoto. L'idea è sempre quella di valutare la caduta di tensione magnetica nei vari tratti del circuito magnetico di asse d fino al raggiungimento della convergenza del metodo iterativo, così da verificare il vincolo rappresentato dall'equazione (5.2).

Essendo a carico, a seconda del valore di  $\gamma$ , in corrispondenza dell'asse d si potrà avere il valore massimo dell'induzione, come nel funzionamento a vuoto, oppure un qualsiasi altro valore. Per tale motivo, a differenza di quanto esposto nel capitolo (5.1), per il calcolo del flusso a traferro non si può utilizzare sempre il valore massimo di induzione.

In sostanza, il procedimento da seguire è esattamente analogo a quello esposto per il funzionamento a vuoto, ma con l'accortezza di estrapolare il valore di induzione che si ha in corrispondenza dell'asse d per il calcolo del flusso a traferro.

Di seguito vengono riportate delle figure di confronto in cui si sovrappongono gli andamenti di induzione a traferro, ricavati con il metodo iterativo precedente, con quelli ottenuti tramite il programma agli elementi finiti. In particolare, si considera, a titolo di esempio, di lavorare con  $\gamma = \pm 90^\circ$ ,  $\gamma = 0^\circ$  e con  $\gamma = 67^\circ$ .

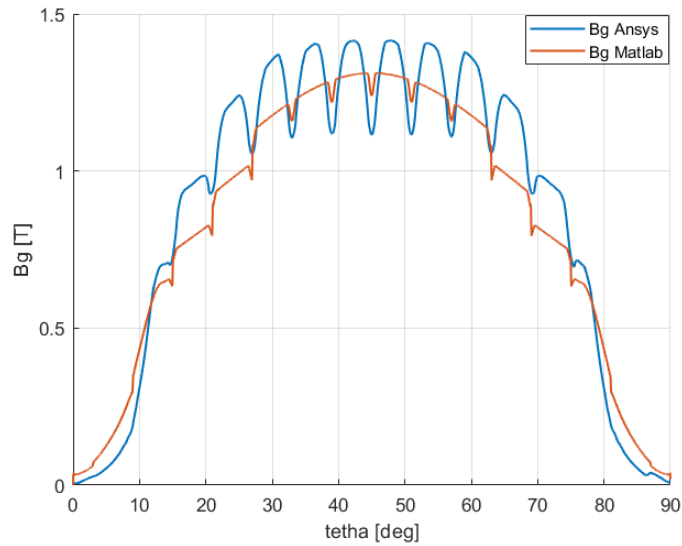


Figura 5.19: Confronto dell'induzione a traferro a carico, ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = -90^\circ$ .

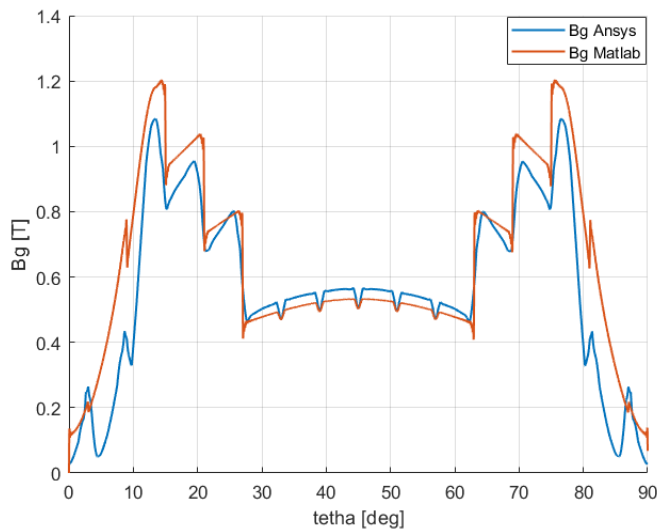


Figura 5.20: Confronto dell'induzione a traferro a carico, ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = 90^\circ$ .



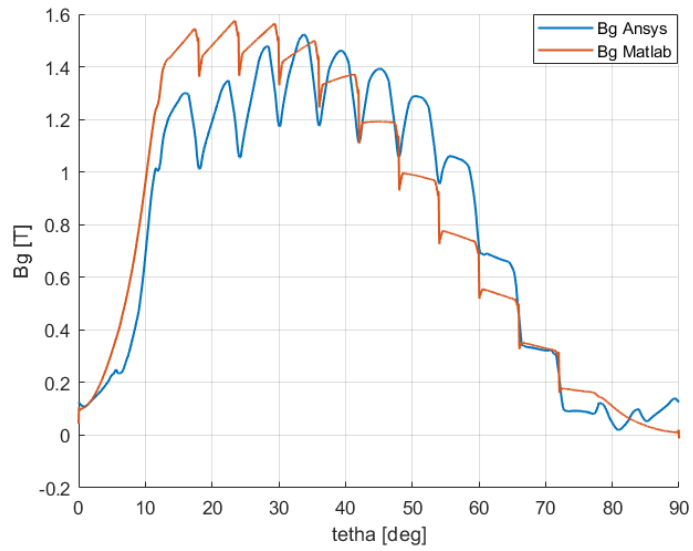


Figura 5.21: Confronto dell'induzione a trafero a carico, ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = 0^\circ$ .

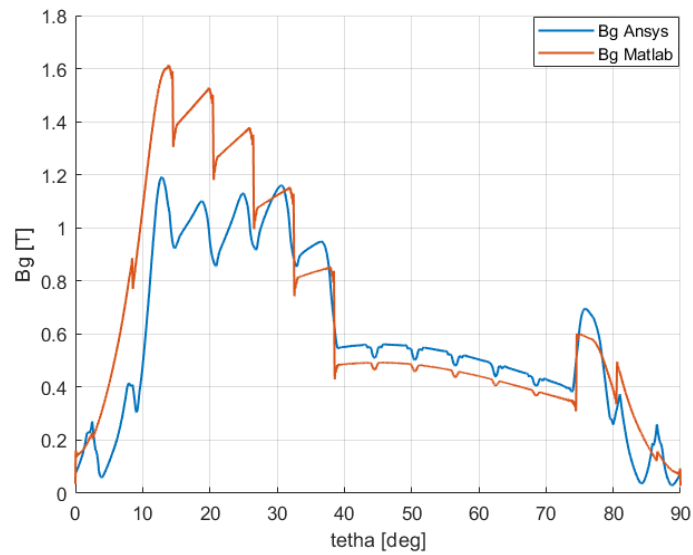


Figura 5.22: Confronto dell'induzione a trafero a carico, ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = 67^\circ$ .



Così facendo, si valutano le cadute di tensione magnetica per ogni linea di flusso di figura (5.23). Quindi, conoscendo la forza magnetomotrice presente di fronte ad ogni dente in assenza di saturazione del ferro, si dovrebbe riuscire a calcolare un numero di coefficienti di riduzione pari al numero di denti posti all'interno di un passo polare. Utilizzando tali coefficienti per scalare l'andamento di induzione a traferro in modo pesato, si dovrebbe essere in grado di considerare l'effetto della saturazione nel ferro in modo differenziato per ogni linea di flusso. Quindi, le problematiche del primo metodo iterativo esposto dovrebbero essere risolte.

In particolare, come mostrato nella figura seguente, per valutare la caduta di tensione magnetica si scompone il flusso nelle sue componenti d e q, in quanto, come verrà sottolineato successivamente, questo approccio permette di facilitare il calcolo della caduta nella corona di statore. Inoltre, se non si ragionasse attraverso le componenti d e q del flusso, si avrebbero delle difficoltà nel calcolo dei coefficienti correttivi dell'induzione per  $\gamma \neq \pm 90^\circ$ , poiché il circuito magnetico associato ad ogni linea di flusso non sarebbe più simmetrico.

Tale affermazione verrà trattata in modo più esaustivo al termine della spiegazione del metodo iterativo.

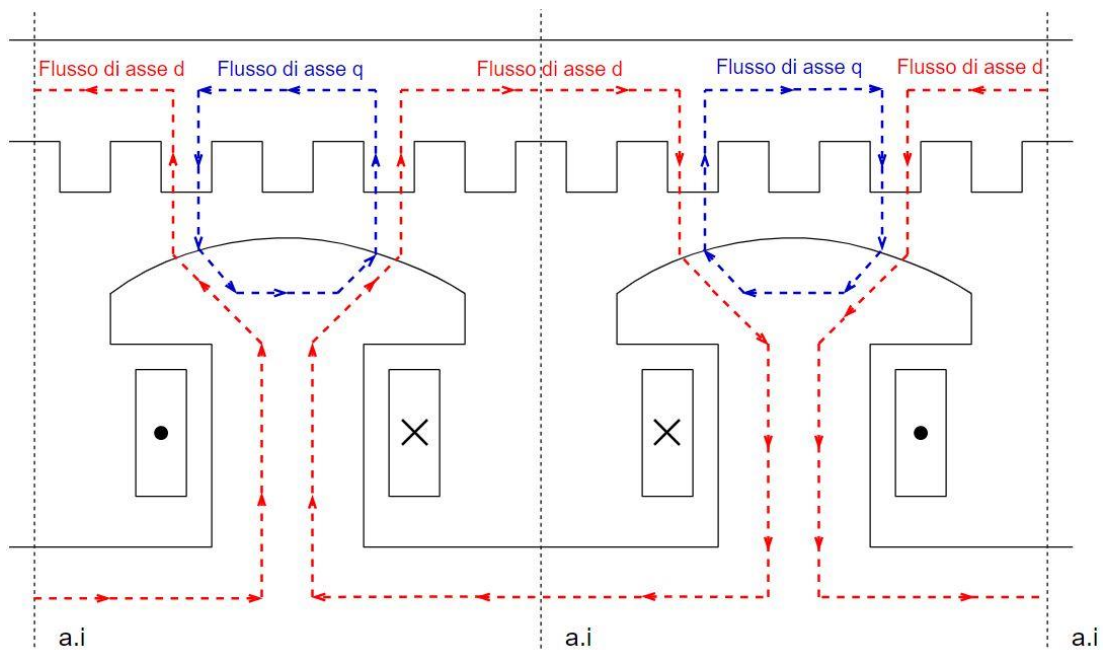


Figura 5.24: Componenti di asse d e di asse q del flusso a carico.

Per ottenere la scomposizione del flusso, si devono ricavare le componenti di asse d e di asse q della forza magnetomotrice e poi moltiplicare quest'ultime per la permeanza a traferro.

La forza magnetomotrice di reazione d'indotto si può esprimere attraverso la seguente espressione:

$$M_{ri}(\vartheta, t) = \sum_{\substack{v=6k\pm 1 > 0 \\ k=0,1,2,\dots}} M_v \cdot \sin(\vartheta \cdot p \cdot v + \left(\frac{\gamma}{p} + 45\right) \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (5.48)$$

Ricordando che:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \quad (5.49)$$

E imponendo che:

$$\alpha = \vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v \quad (5.50)$$

$$\beta = \left(\frac{\gamma}{p} + 45\right) \cdot p \cdot v \quad (5.51)$$

Si riesce a scomporre l'espressione generale della forza magnetomotrice di reazione d'indotto nelle sue componenti d e q, ottenendo:

$$M_{ri_d}(\vartheta, t) = \sum_{v \text{ odd}} M_v \cdot \cos\left(\left(\frac{\gamma}{p} + 45\right) \cdot p \cdot v\right) \sin(\vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (5.52)$$

$$M_{ri_d}(\vartheta, t) = \sum_{v \text{ odd}} M_{v_d} \cdot \sin(\vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (5.53)$$

$$M_{ri_q}(\vartheta, t) = \sum_{v \text{ odd}} M_v \cdot \sin\left(\left(\frac{\gamma}{p} + 45\right) \cdot p \cdot v\right) \cos(\vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (5.54)$$

$$M_{ri_q}(\vartheta, t) = \sum_{v \text{ odd}} M_{v_q} \cdot \cos(\vartheta \cdot p \cdot v \mp \omega_e \cdot t \cdot s_v) \quad (5.55)$$

Lavorando a carico, oltre alla forza magnetomotrice prodotta dall'avvolgimento trifase di statore, c'è anche il contributo dovuto all'avvolgimento di eccitazione. Per cui, alla componente di asse d della f.m.m. di statore va aggiunta la f.m.m. di eccitazione.

Si avrà pertanto:

$$M_{ris_d}(\vartheta, t) = M_{ri_d}(\vartheta, t) + m_e(\vartheta) \quad (5.56)$$

$$M_{ris_q}(\vartheta, t) = M_{ri_q}(\vartheta, t) \quad (5.57)$$

Per ottenere i due contributi di induzione è sufficiente moltiplicare le due espressioni (5.56) e (5.57) per la permeanza a traferro. Ovviamente, a seconda del valore di  $\gamma$ , i contributi di asse d e di asse q saranno diversi. Infatti, se  $\gamma = \pm 90^\circ$  non ci sarebbe alcuna componente di asse q, se  $\gamma = 0^\circ$  mancherebbe la componente di asse d della f.m.m. di reazione d'indotto, mentre se  $\gamma = 45^\circ$  le due componenti di f.m.m. di reazione d'indotto sarebbero uguali.

Dopo aver spiegato come calcolare i contributi di asse d e di asse q dell'induzione presente nel traferro della macchina, è importante esporre il metodo iterativo che si intende utilizzare per ricavare l'andamento reale dell'induzione. A tal proposito, si prendono in considerazione due linee di flusso generiche di asse d e di asse q come riportato nella figura (5.24).

Analizzando i contributi di caduta di tensione magnetica che si hanno lungo le due linee di flusso di asse d e di asse q considerate, è possibile ricavare le seguenti equazioni:

$$2M_d = \Delta M_{g_{++}} + \Delta M_{g_{+-}} + \Delta M_{ts_{++}} + \Delta M_{ts_{+-}} + \Delta M_{cs_{+-}} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \Delta M_{cs_{++}} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) + 2\Delta M_{p_d} + 2\Delta M_{cr_d} \quad (5.58)$$

$$2M_q = \Delta M_{g_{++}} + \Delta M_{g_{+-}} + \Delta M_{ts_{++}} + \Delta M_{ts_{+-}} + \Delta M_{cs_{+-}}(\alpha) + \Delta M_{cs_{++}}(\alpha) \quad (5.59)$$

Dove, con ++ si intende che la caduta è data da  $B_d + B_q$ , con +- si intende che la caduta è data da  $B_d - B_q$  e così via.

Sommando le due equazioni (5.58) e (5.59), si ottiene:

$$2(M_d + M_q) = 2\Delta M_{g_{++}} + 2\Delta M_{g_{+-}} + 2\Delta M_{ts_{++}} + 2\Delta M_{ts_{+-}} + \Delta M_{cs_{+-}} \left( \frac{\pi}{2} \right) + \Delta M_{cs_{++}} \left( \frac{\pi}{2} \right) + 2\Delta M_{p_d} + 2\Delta M_{cr_d} \quad (5.60)$$

$$M_d + M_q = \Delta M_{g_{++}} + \Delta M_{g_{+-}} + \Delta M_{ts_{++}} + \Delta M_{ts_{+-}} + \frac{1}{2}\Delta M_{cs_{+-}} \left( \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2}\Delta M_{cs_{++}} \left( \frac{\pi}{2} \right) + \Delta M_{p_d} + \Delta M_{cr_d} \quad (5.61)$$

In particolare, dato che nell'aria si lavora in linearità, si avrà che:

$$\Delta M_{g_{++}} + \Delta M_{g_{+-}} = 2\Delta M_{g_d} \quad (5.62)$$

Perché  $\Delta M_{g_{++}}$  è la caduta di tensione magnetica che si ha a traferro dovuta a  $B_{g_d} + B_{g_q}$ , mentre  $\Delta M_{g_{+-}}$  è dovuta a  $B_{g_d} - B_{g_q}$ . Quindi, essendo in linearità, la caduta a traferro dovuta al contributo di asse q di induzione si elide.

Per tale motivo, l'equazione (5.61), diventa:

$$M_d + M_q = 2\Delta M_{g_d} + \Delta M_{t_{s++}} + \Delta M_{t_{s+-}} + \frac{1}{2}\Delta M_{c_{s+-}} \left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}\Delta M_{c_{s++}} \left(\frac{\pi}{2}\right) + \Delta M_{p_d} + \Delta M_{c_{rd}} \quad (5.63)$$

Pertanto, il circuito magnetico al quale si fa riferimento per ogni dente posto all'interno di un passo polare sarà il seguente:

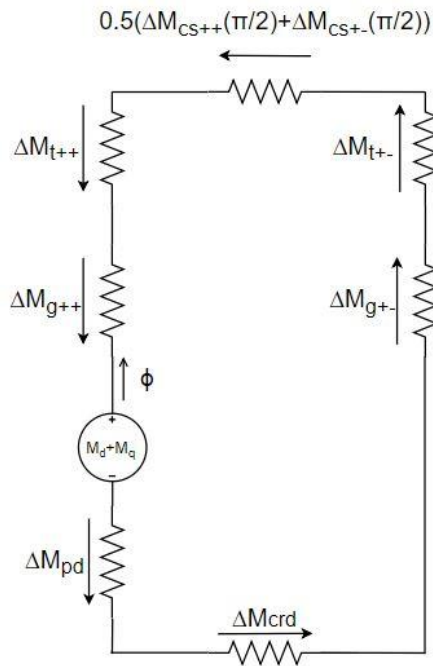


Figura 5.25: Circuito magnetico a cui si fa riferimento per ogni dente di un passo polare.

Come era stato sottolineato precedentemente, lavorando con le componenti d e q dell'induzione a traferro si facilita il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore. Infatti, come si può notare dall'equazione (5.63), per qualsiasi linea di flusso considerata, la caduta nella corona è riferita ad un semipasso polare.

Per comprendere appieno l'approccio analitico che si intende applicare, in sostituzione a quello visto per il funzionamento a vuoto della macchina, si riporta un elenco in cui vengono specificati i passaggi fondamentali del metodo iterativo.

- Calcolo della caduta di tensione magnetica a traferro;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nei denti di statore di un passo polare;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nel polo saliente di rotore;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore;
- Calcolo dei coefficienti correttivi;
- Verifica della convergenza del metodo iterativo;
- Iterazione successiva se la verifica risultasse negativa.

Come si può notare, similmente a quanto visto nel metodo iterativo che considera la sola linea di flusso passante per l'asse d della macchina, questo nuovo metodo comporta sempre la valutazione dei diversi contributi di caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina e del calcolo dei coefficienti correttivi. In questo caso vengono tuttavia considerate più linee di flusso e le componenti d e q dell'induzione.

Di seguito, si riporta una spiegazione più dettagliata di come applicare questo nuovo processo iterativo.

- Calcolo della caduta di tensione magnetica a traferro

Dall'equazione (5.63), si nota che, quando viene calcolata la caduta di tensione magnetica a traferro, si deve considerare la sola componente d dell'induzione a traferro.

$$2\Delta M_{gd}(\theta) = 2 \left( \frac{B_{gd}(\theta)}{\mu_o} \cdot g(\theta) \right) \quad (5.64)$$

Ovviamente, a seconda della posizione considerata a traferro, si avrà un'induzione di asse d diversa e di conseguenza una caduta di tensione magnetica differente.

Come è già stato sottolineato in precedenza, il numero di linee di flusso che devono essere prese in considerazione, è pari al numero di denti posti all'interno di un passo polare. Quindi, per la macchina sotto analisi, si dovranno valutare 15 cadute di tensione magnetica a traferro. In particolare, il valore di induzione di asse d, con la quale si valuta la caduta per un certo dente, è il valore medio di induzione che si ha in un passo di cava di fronte al dente considerato.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nei denti di statore di un passo polare

Per calcolare la caduta di tensione magnetica nei denti di statore, è necessario valutare il valore di induzione di asse d e di asse q che si ha nei vari denti di un passo polare. Per fare ciò, è sufficiente conoscere il valore di induzione a traferro di asse d e di asse q di fronte ad ogni dente.

$$B_{t,d(k)} = B_{g,d(k)} \cdot \frac{L_a \cdot \tau_c}{L_{fe} \cdot w_t} \quad (5.65)$$

$$B_{t,q(k)} = B_{g,q(k)} \cdot \frac{L_a \cdot \tau_c}{L_{fe} \cdot w_t} \quad (5.66)$$

Dalla figura (5.23) si osserva che ogni linea di flusso interessa una coppia di denti. In particolare, dalla figura (5.24), si osserva che la caduta di tensione magnetica nei due denti interessati dalla medesima linea di flusso è diversa, in quanto, in un dente si avrà una caduta dovuta a  $B_{t,d} + B_{t,q}$ , mentre nell'altro la caduta sarà dovuta a  $B_{t,d} - B_{t,q}$ . Infatti, dall'equazione (5.63), vengono specificate nei denti due cadute di tensione magnetica differenti, ovvero:

$$\Delta M_{t_{s++(k)}} = H(B_{t,d(k)} + B_{t,q(k)}) \cdot h_s \quad (5.67)$$

$$\Delta M_{t_{s+-(k)}} = H(B_{t,d(k)} - B_{t,q(k)}) \cdot h_s \quad (5.68)$$

Dove il valore di campo magnetico viene sempre ricavato dalla curva BH di figura (5.4).

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore

Per calcolare la caduta di tensione magnetica nella corona di statore è necessario conoscere come varia il flusso lungo la corona.

In particolare, come mostrato nella figura seguente, si immagina di suddividere la corona in diversi tratti, ciascuno dei quali occupa un passo cava.



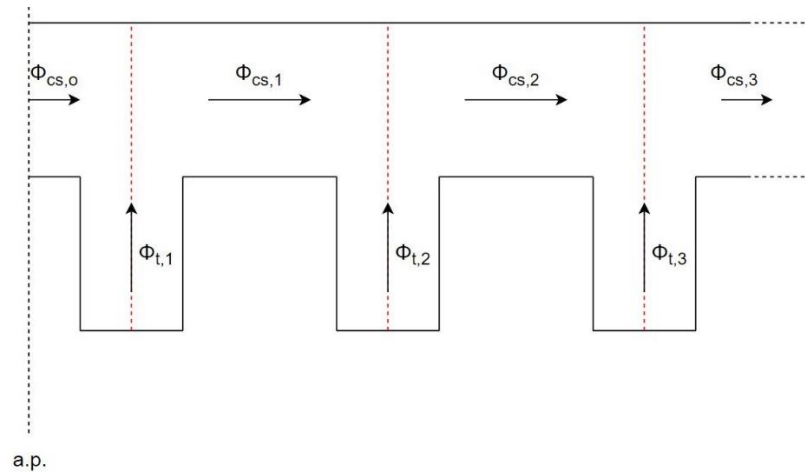


Figura 5.26: Suddivisione della corona di statore a cui si fa riferimento durante l'esecuzione del metodo B.

Dalla figura (5.26), si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$\phi_{cs_1} = \phi_{cs_0} + \frac{\phi_{t_1} + \phi_{t_2}}{2} \quad (5.69)$$

$$\phi_{cs_2} = \phi_{cs_1} + \frac{\phi_{t_2} + \phi_{t_3}}{2} \quad (5.70)$$

Quindi, considerando un tratto generico, come rappresentato nella figura seguente, si può ricavare una formula ricorsiva per il calcolo del flusso nei diversi tratti di corona.

$$\phi_{cs_k} = \phi_{cs_{k-1}} + \frac{\phi_{t_k} + \phi_{t_{k+1}}}{2} \quad (5.71)$$

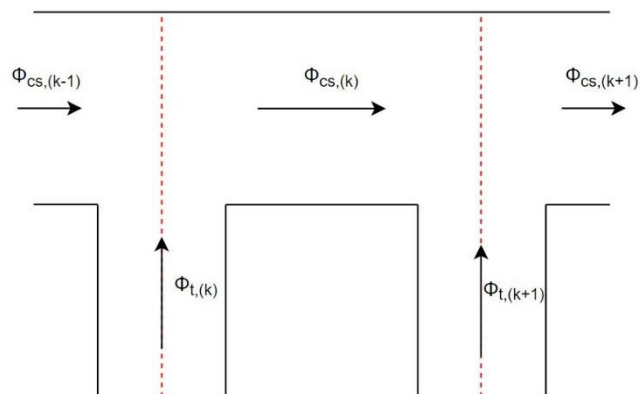


Figura 5.27: Tratto generico della corona di statore.

Ovviamente, per calcolare il flusso lungo la corona di statore è necessario conoscere il valore di flusso che scorre nei denti. Essendo già a conoscenza dell'induzione presente nei denti di un passo polare, i relativi flussi sono facilmente ricavabili tramite le formule sotto riportate:

$$\Phi_{t,d_k} = B_{t,d_k} \cdot w_t \cdot L_{fe} \quad (5.72)$$

$$\Phi_{t,q_k} = B_{t,q_k} \cdot w_t \cdot L_{fe} \quad (5.73)$$

Con le equazioni (5.72) e (5.73), si valutano le componenti di asse d e di asse q del flusso che scorre nei denti di statore, mentre dall'equazione (5.63) si nota che per applicare il metodo iterativo è necessario valutare  $\Delta M_{cs+-} \left(\frac{\pi}{2}\right)$  e  $\Delta M_{cs++} \left(\frac{\pi}{2}\right)$ . Quindi, la formula ricorsiva (5.71) deve essere applicata per ricavare i valori di flusso di asse d e di asse q nei diversi tratti di corona di statore.

$$\Phi_{cs,d(k)} = \Phi_{cs,d(k-1)} + \frac{\Phi_{t,d(k)} + \Phi_{t,d(k+1)}}{2} \quad (5.74)$$

$$\Phi_{cs,q(k)} = \Phi_{cs,q(k-1)} + \frac{\Phi_{t,q(k)} + \Phi_{t,q(k+1)}}{2} \quad (5.75)$$

A questo punto è possibile calcolare i valori di induzione nei diversi tratti della corona di statore, infatti:

$$B_{cs,d(k)} = \frac{\Phi_{cs,d(k)}}{L_{fe} \cdot h_{cs}} \quad (5.76)$$

$$B_{cs,q(k)} = \frac{\Phi_{cs,q(k)}}{L_{fe} \cdot h_{cs}} \quad (5.77)$$

Di conseguenza, dopo essersi ricavati i valori di campo magnetico attraverso la curva BH di figura (5.4), è possibile determinare le cadute di tensione magnetiche di ogni linea di flusso considerata.

$$\Delta M_{cs++} \left(\frac{\pi}{2}\right) = \sum_{k=1}^n H(B_{cs,d(k)} + B_{cs,q(k)}) \cdot l_{tratto_{cs}} \quad (5.78)$$

$$\Delta M_{cs+-} \left(\frac{\pi}{2}\right) = \sum_{k=1}^n H(B_{cs,d(k)} - B_{cs,q(k)}) \cdot l_{tratto_{cs}} \quad (5.79)$$

Dove con  $n$  si indica il numero di tratti di corona di statore che si hanno all'interno di un semipasso polare.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nel polo saliente di rotore

Come si può osservare dalla figura (5.24), solo la componente di asse  $d$  del flusso a traferro interessa i poli salienti di rotore. Perciò, il calcolo dell'induzione nel polo, grandezza fondamentale per calcolare la rispettiva caduta di tensione magnetica, verrà effettuato nel modo seguente:

$$B_p = \frac{\Phi_{gd}}{L_{fe_p} \cdot w_p} \quad (5.80)$$

Conoscendo l'induzione nel polo, è possibile ricavare il valore di campo magnetico dalla curva BH di figura (5.4) e, quindi, la relativa caduta di tensione magnetica.

$$\Delta M_{pd} = H(B_p) \cdot h_p \quad (5.81)$$

Come visto nel funzionamento a vuoto, si immagina che l'induzione nel polo saliente di rotore sia uniforme. In seguito a numerose analisi agli elementi finiti, tale affermazione si può ritenere veritiera.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore

Ovviamente, il flusso che percorre il polo saliente è pari al flusso che interessa la corona di rotore. Di conseguenza, l'induzione corrispondente con la quale si valuterà la caduta di tensione magnetica sarà pari a:

$$B_{cr} = \frac{\Phi_{gd}}{2 \cdot L_{fe_{cr}} \cdot h_{creq}} \quad (5.82)$$

Per calcolare la caduta di tensione magnetica nella corona di rotore si fa riferimento allo stesso procedimento visto per il metodo iterativo adottato a vuoto, in cui la lunghezza del tratto da considerare è quella che si ottiene immaginando di avere un tubo di flusso rettangolare equivalente. Quindi:

$$\Delta M_{crd} = H_{cr}(B_{cr}) \cdot l_{cr} \quad (5.83)$$

➤ Calcolo dei coefficienti correttivi

Dopo aver determinato tutti i contributi di caduta di tensione magnetica dell'equazione seguente:

$$M_d + M_q = 2\Delta M_{gd} + \Delta M_{ts++} + \Delta M_{ts+-} + \frac{1}{2}\Delta M_{cs+-} \left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}\Delta M_{cs++} \left(\frac{\pi}{2}\right) + \Delta M_{pd} + \Delta M_{crd} \quad (5.84)$$

Si è a conoscenza della caduta di tensione magnetica totale che si ha lungo metà percorso di ogni linea di flusso considerata. In generale, la somma dei contributi di caduta dell'equazione (5.84), si indica nel modo seguente:

$$\Delta M_{totk} = 2\Delta M_{gd} + \Delta M_{ts++} + \Delta M_{ts+-} + \frac{1}{2}\Delta M_{cs+-} \left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}\Delta M_{cs++} \left(\frac{\pi}{2}\right) + \Delta M_{pd} + \Delta M_{crd} \quad (5.85)$$

$$\Delta M_{totk} = M_{dk} + M_{qk} \quad (5.86)$$

Dove con k si fa riferimento al dente k-esimo.

Conoscendo l'andamento della forza magnetomotrice totale messa in gioco dall'avvolgimento di eccitazione e di statore, che si ha nel traferro della macchina quando non si considera il reale comportamento del materiale ferromagnetico di cui è costituito il generatore, è possibile estrapolare i valori di asse d e di asse q di tale f.m.m. che si hanno di fronte ai denti di un passo polare. Avendo a disposizione anche questa informazione, è possibile trovare un numero di coefficienti correttivi pari al numero di denti posti all'interno di un passo polare.

$$\delta_{ri} = \frac{M_{toti} - \Delta M_{toti}}{100 \cdot M_{toti}} \quad (5.87)$$

➤ Verifica della convergenza del metodo iterativo

Al termine di ogni iterazione è necessario controllare se il metodo iterativo ha raggiunto la convergenza. Per fare ciò, per ogni linea di flusso considerata si confronta la forza magnetomotrice che si ha a traferro di fronte ad ogni dente, quando non si considera la caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina, con la somma delle cadute dell'equazione (5.84). In particolare, se questa differenza è inferiore ad un certo errore preimpostato, significa che il metodo ha raggiunto la convergenza. In caso contrario, bisognerà ridurre l'induzione a

traferro attraverso i coefficienti correttivi trovati per ogni dente e ricalcolare le cadute nei vari tratti del circuito magnetico per tutte le linee di flusso considerate.

### 5.2.2.1 Verifica dell'induzione a traferro a carico ricavata con il metodo B

Purtroppo, questo approccio presenta delle problematiche che lo rendono poco pratico. Inoltre, solo per  $\gamma = \pm 90^\circ$  il metodo iterativo converge, mentre per valori differenti di  $\gamma$  non fornisce addirittura nessun risultato. In questo paragrafo vengono quindi esposte le problematiche di tale metodo, cercando di comprendere le ragioni per cui non converge ma anche di coglierne gli aspetti positivi in quanto utili al fine di introdurre un nuovo approccio.

Analizzando questo metodo nel dettaglio si scoprono delle problematiche gravi e meno gravi, ovvero errori che possono essere affinati per migliorare il risultato finale ed errori che rendono il metodo iterativo inapplicabile.

Sicuramente, l'aspetto che interessa maggiormente è il motivo per cui il metodo non converge per quasi tutti i valori di  $\gamma$ . Per capire ciò, si consideri una qualsiasi linea di flusso che interessi una coppia di denti posta all'interno di un passo polare. Il circuito magnetico corrispondente sarà il seguente:

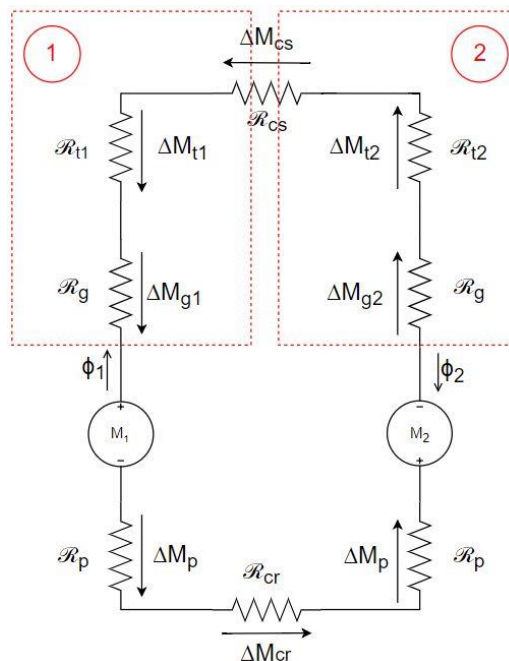


Figura 5.28: Circuito magnetico della linea di flusso di figura (5.23).

Quando si lavora con valori di  $\gamma \neq \pm 90^\circ$ , le forze magnetomotrici che si hanno di fronte ai due denti percorsi dalla medesima linea di flusso sono diverse tra loro ( $M_1 \neq M_2$ ). Quindi, per calcolare correttamente i coefficienti di correzione con i quali si deve scalare l'andamento dell'induzione a traferro, è necessario avere la possibilità di calcolare il reale contributo di caduta nelle zone 1 e 2, evidenziate nella figura (5.28). Dato che non è possibile, si è deciso di ragionare con le componenti d e q del flusso a traferro, così facendo si trova, al termine della prima iterazione, la stessa caduta di tensione magnetica totale per ognuno dei due denti percorsi dalla medesima linea di flusso, dato che il circuito magnetico di asse d e di asse q è simmetrico.

Con tali cadute si valutano i coefficienti di riduzione tramite l'espressione (5.87), con i quali si andrà a scalare l'induzione a traferro e le relative componenti d e q. Ovviamente, scalare con tali coefficienti l'induzione di asse d e di asse q è sbagliato, perché, avendo un circuito magnetico asimmetrico, come mostra lo schema di figura (5.28), si valuteranno dei coefficienti di correzione diversi per ogni dente e, quindi, già dalla seconda iterazione le componenti d e q non saranno più simmetriche rispetto ai relativi assi, il che non ha alcun senso. Per risolvere tale problematica bisognerebbe, al termine di ogni ciclo, scalare l'andamento dell'induzione a traferro totale e ricalcolare poi le componenti d e q, quindi non scalarle direttamente con lo stesso coefficiente. Questa possibile soluzione si è supposta ma non è stata testata in quanto porterebbe ad un costo computazionale importante, dato che al termine di ogni ciclo si dovrebbero rideterminare le componenti d e q dell'induzione, oltre al fatto che tale metodo presenta anche altre problematiche.

Infatti, quando si calcolano i flussi sui vari tratti della corona di statore si suppone di conoscere quanto vale il  $\emptyset_{CSO}$ , in particolare si pone  $\emptyset_{CSO} = 0$ . Tale affermazione è corretta quando si lavora per  $\gamma = \pm 90^\circ$ , in quanto è noto, che, in corrispondenza dell'asse polare, il flusso nella corona è nullo, ma per valori di  $\gamma \neq \pm 90^\circ$  non è più vero. Questo comporta la necessità di conoscere, per qualsiasi valore di  $\gamma$ , in quale tratto di corona il flusso si divide a metà. Anche se si supponesse di saperlo fare, rimane il problema che al variare di  $\gamma$  bisognerebbe cambiare la modalità con cui si calcola il flusso nei vari tratti di corona, in quanto, il metodo utilizzato non ha un carattere generale.

A causa dei problemi appena esposti, il metodo iterativo a cui si sta facendo riferimento non permette di raggiungere dei buoni risultati, anzi, a volte non ne fornisce affatto. Per tali ragioni, si è deciso di implementare un metodo alternativo che riesca a superare le problematiche trovate finora.

### **5.2.3 Metodo C: Linee di flusso che occupano un passo polare**

Nei capitoli precedenti, si sono messi appunto due approcci analitici per riuscire a determinare l'andamento dell'induzione a traferro a carico di un generatore sincrono a poli sporgenti. Purtroppo, entrambi i metodi non hanno portato a dei buoni risultati, ma allo stesso tempo hanno permesso una miglior comprensione delle problematiche che si possono incontrare per ricavare l'andamento dell'induzione a traferro corretto.

In particolare, il primo metodo iterativo ha sottolineato l'importanza di non utilizzare un solo coefficiente correttivo per scalare l'induzione a traferro in un passo polare, in quanto, così facendo, non si riesce a considerare in modo appropriato la saturazione nelle diverse parti del ferro. Per tale motivo, il secondo metodo ha cercato di determinare un numero di coefficienti pari al numero di denti di un passo polare, così da scalare l'induzione a traferro in modo pesato e quindi non commettere più lo stesso errore. Anche questo secondo approccio ha però evidenziato delle problematiche. In particolare, ha messo in luce la necessità di definire un metodo per calcolare la caduta di tensione magnetica nella corona di statore che sia il più generale possibile, ed inoltre ha sottolineato la difficoltà che si trova nel calcolo dei coefficienti correttivi quando alle linee di flusso che si considerano, corrispondono dei circuiti magnetici asimmetrici.

Con l'esperienza acquisita grazie ai due approcci analitici provati finora, di seguito, viene introdotto un nuovo metodo iterativo in cui vengono risolte le problematiche dei metodi precedenti. Per l'appunto, con questo nuovo metodo iterativo non si calcola un solo coefficiente correttivo ma, per scalare in modo pesato l'andamento dell'induzione a traferro, si determina, come nel secondo metodo, un numero di coefficienti pari al numero di denti di un passo polare.

A differenza del secondo metodo, però, si considerano delle linee di flusso che si richiudono nel polo successivo dopo 180 gradi elettrici, come mostrato nella figura seguente:

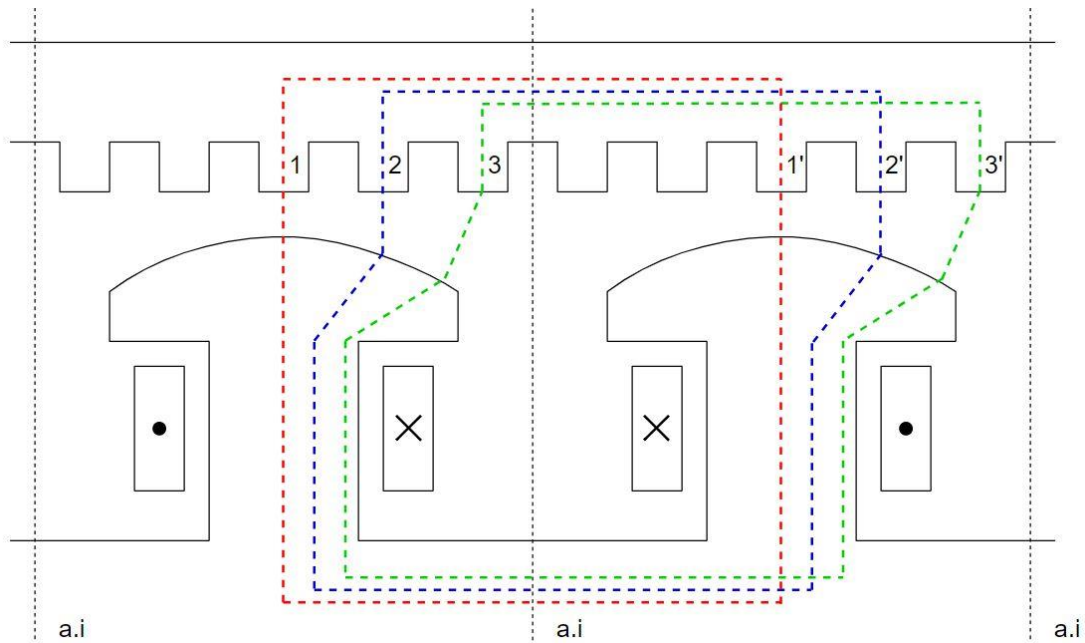


Figura 5.29: Vengono rappresentate tre possibili linee di flusso, che si richiudono dopo 180 gradi elettrici, a cui si potrebbe far riferimento nell'esecuzione del metodo iterativo considerato.

Come si può osservare dalla figura (5.29), anche in questo caso, come per il secondo metodo, si considerano delle linee di flusso che interessano una coppia di denti, solo che, richiudendosi 180 gradi elettrici dopo, anche se  $\gamma \neq \pm 90^\circ$ , il circuito magnetico che si considera, per ogni linea di flusso, è simmetrico.



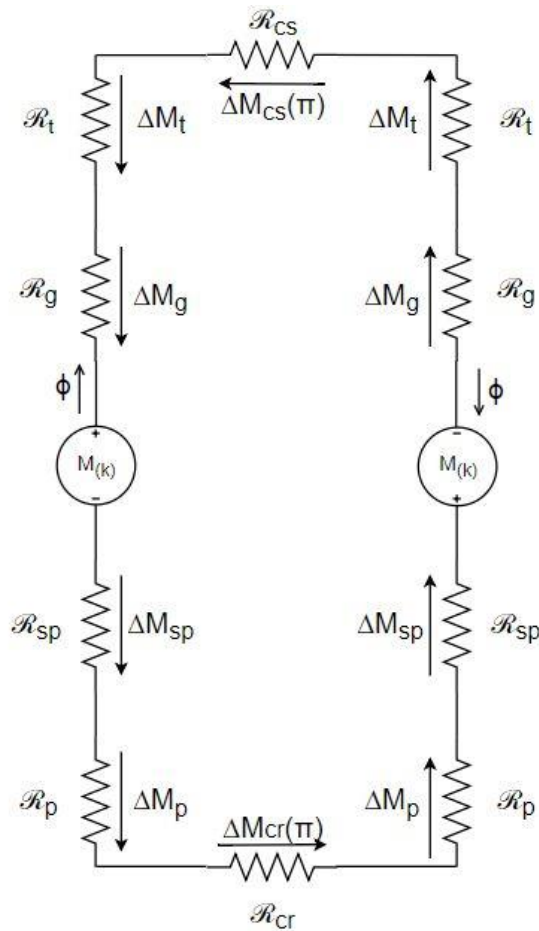


Figura 5.30: Circuito magnetico di una generica linea di flusso che si richiude dopo 180 angoli elettrici.

Così facendo non è più necessario lavorare con le componenti  $d$  e  $q$  del flusso a traferro, in quanto, per qualsiasi valore di  $\gamma$ , il circuito magnetico sarà sempre simmetrico. Quindi, ciascun dente attraversato dalla medesima linea di flusso sarà soggetto alla stessa forza magnetomotrice  $M_{(k)}$ , dove con  $k$  si indica il  $k$ -esimo dente.

Sicuramente, non dover più lavorare distinguendo le componenti  $d$  e  $q$  è già un ottimo vantaggio, sia a livello computazionale che di processo, dato che non si incorre più nella problematica vista nel secondo metodo iterativo, la quale, per essere risolta, comportava un aumento dello sforzo computazionale.

Dato che il circuito magnetico, riferito ad una generica linea di flusso che viene considerata nel nuovo approccio, è simmetrico, dividendolo in due si determina il circuito magnetico generale per ogni dente di un passo polare.

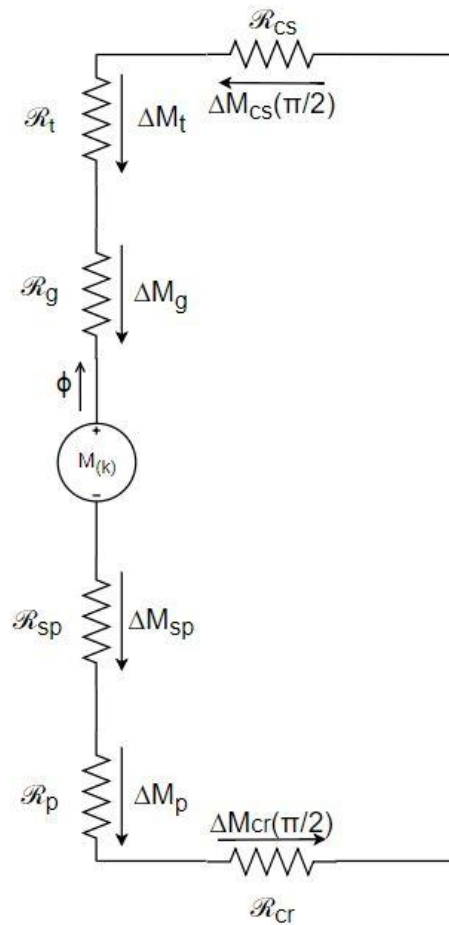


Figura 5.31: Circuito magnetico generale valido per ogni dente di un passo polare.

Il circuito magnetico di figura (5.31), è molto simile a quello che si è considerato a vuoto, ovvero quello di figura (5.3), solo che lo si deve applicare per ogni dente e non solo per quello che si trova in corrispondenza dell'asse polare.

Questo nuovo metodo iterativo si basa sempre sul calcolo delle cadute di tensione magnetica nel ferro della macchina e della determinazione dei coefficienti correttivi, con i quali scalare l'andamento dell'induzione a traferro fino al raggiungimento della convergenza del metodo.

Di seguito si riporta un elenco in cui vengono specificati i passaggi fondamentali del nuovo metodo iterativo.

- Calcolo della caduta di tensione magnetica a traferro;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nei denti di statore;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nel polo saliente di rotore;
- Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore;
- Calcolo dei coefficienti correttivi;
- Verifica della convergenza del metodo iterativo;
- Iterazione successiva se la verifica risultasse negativa.

A questo punto, come è stato fatto per i metodi iterativi precedenti, viene fatta una descrizione dettagliata dei vari punti sopra elencati.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica a traferro

Innanzitutto, dato che si devono calcolare un numero di coefficienti correttivi pari al numero di denti per passo polare, si devono valutare un egual numero di cadute di tensione magnetica a traferro. Infatti, le linee di flusso che si considerano sono pari al numero di denti per passo polare. Di conseguenza, per la macchina sincrona considerata si determinerà un vettore di cadute a traferro di 15 valori.

Per fare ciò, si utilizza la seguente relazione:

$$\Delta M_{g_k} = \frac{B_{g_k}}{\mu_0} \cdot g_k \quad (5.88)$$

Dove l'induzione considerata per ogni linea di flusso è la media dell'induzione che si ha a traferro in un passo cava di fronte al dente k-esimo.

Per quanto riguarda l'ampiezza del traferro da considerare, per calcolare il  $\Delta M_{g_k}$ , si utilizza quella che si ha in corrispondenza del k-esimo dente. Ovviamente, questo è vero finché si considerano i denti posti al di sopra della scarpa polare perché le linee di flusso attraversano il traferro in modo radiale, mentre quando ci si trova nella zona compresa tra i poli salienti non è più corretto considerare la reale ampiezza di traferro.

Per tale motivo, l'andamento dell'ampiezza di traferro viene determinato attraverso l'andamento della permeanza risultante a traferro precedentemente calcolata.

$$g(\theta) = \frac{\mu_0}{\lambda_{ris}(\theta)} \quad (5.89)$$

Questo perché, la permeanza minima che si ha in corrispondenza degli assi interpolari è stata valutata attraverso un coefficiente che tiene conto, secondo [3], del percorso non radiale dei flussi nella zona caratterizzata da un traferro maggiore.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nei denti di statore

Per calcolare la caduta di tensione magnetica nei denti di statore, posti all'interno di un passo polare, è necessario, come sempre, trovare prima le induzioni corrispondenti. Per fare ciò, si utilizza la formula seguente:

$$B_{t_k} = B_{gk} \cdot \frac{L_a \cdot \tau_c}{L_{fe} \cdot w_t} \quad (5.90)$$

Anche in questo caso, nel programma di calcolo si otterrà un vettore composto da 15 elementi, dato che si considerano tutti i denti posti all'interno di un passo polare.

A questo punto, trovata l'induzione nei vari denti di statore, è possibile procedere con il calcolo della caduta di tensione magnetica corrispondente.

$$\Delta M_{t_k} = H_{t_k}(B_{t_k}) \cdot h_s \quad (5.91)$$

Dove il campo magnetico è sempre stato ricavato attraverso la curva BH del materiale ferromagnetico utilizzato.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore

Il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore è uno dei punti critici dell'analisi che si sta svolgendo, in quanto, come si è visto nella spiegazione del secondo metodo iterativo, definire una metodologia generale per valutare tale caduta non è affatto semplice. Infatti, questo era un limite importante del secondo approccio provato per calcolare l'andamento reale dell'induzione a traferro a carico.

Per prima cosa, conoscendo i valori di induzione nei denti di statore, si calcolano i flussi corrispondenti attraverso la formula seguente:

$$\Phi_{t_k} = B_{t_k} \cdot w_t \cdot L_{fe} \quad (5.92)$$

Dopodiché, come è stato fatto nel secondo metodo iterativo, si immagina di suddividere la corona di statore in diversi tratti, ciascuno lungo un passo cava. In questo caso, però, si suddivide una porzione di corona lunga due passi polari, ovvero, per quanto riguarda il generatore sincrono considerato, 180 gradi meccanici.

Ci si trova quindi, nella situazione seguente:

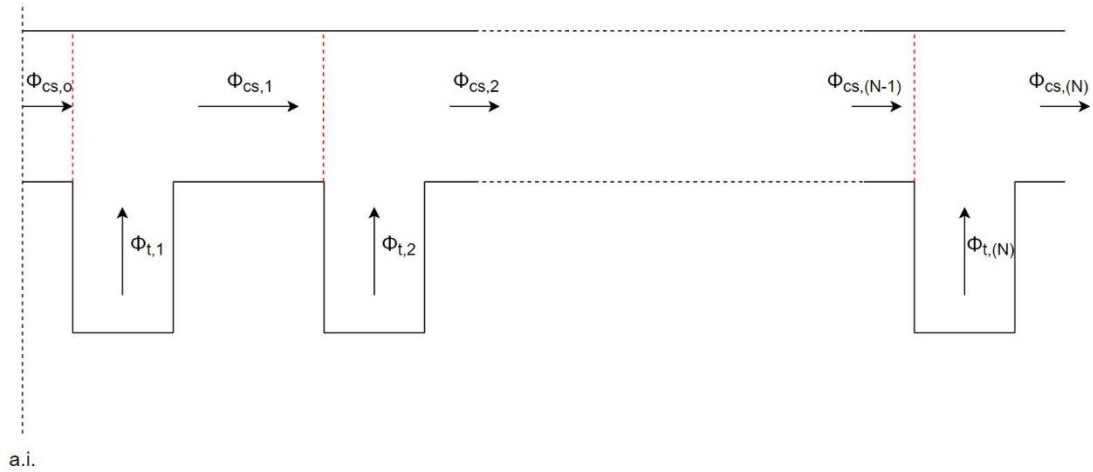


Figura 5.32: Suddivisione in tratti di una porzione della corona di statore lunga due passi polari.

Dato che si sta considerando una porzione di corona lunga  $2\tau_p$ ,  $N$  è il numero di denti presenti in due passi polari. Ovvero, nel caso considerato,  $N = 30$ .

Dalla figura (5.32), si possono ricavare i valori di flusso che si hanno in ogni tratto di corona.

$$\Phi_{cs_1} = \Phi_{cs_0} + \Phi_{t_1} \quad (5.93)$$

$$\Phi_{cs_2} = \Phi_{cs_1} + \Phi_{t_2} = \Phi_{cs_0} + \Phi_{t_1} + \Phi_{t_2} \quad (5.94)$$

$$\Phi_{cs_3} = \Phi_{cs_2} + \Phi_{t_3} = \Phi_{cs_0} + \Phi_{t_1} + \Phi_{t_2} + \Phi_{t_3} \quad (5.95)$$

$$\Phi_{cs_N} = \Phi_{cs_{N-1}} + \Phi_{t_N} = \Phi_{cs_0} + \Phi_{t_1} + \Phi_{t_2} + \Phi_{t_3} + \dots + \Phi_{t_N} \quad (5.96)$$

Quindi, in generale si può scrivere che il flusso nel tratto di corona i-esimo è pari a:

$$\phi_{cs_i} = \phi_{cs_{i-1}} + \phi_{t_1} = \phi_{cs_0} + \sum_{k=1}^i \phi_{t_k} \quad (5.97)$$

Per calcolare i valori di flusso nei vari tratti di corona rimane comunque necessario conoscere il valore di  $\phi_{cs_0}$ , il quale non può essere calcolato utilizzando l'equazione (5.96), dato che si stanno considerando due passi polari. Per l'appunto si avrà che:

$$\phi_{cs_N} = \phi_{cs_0} \quad (5.98)$$

Quindi, l'ultima equazione afferma solamente che la somma dei flussi che percorrono i denti di due passi polari è nulla.

Sicuramente, dato che si sta considerando una porzione di corona lunga due passi polari, la somma dei flussi sui singoli tratti sarà nulla. Tale condizione deve verificarsi, altrimenti significherebbe avere un flusso medio che si richiude nella corona stessa, il che non è possibile. Quindi, per poter valutare  $\phi_{cs_0}$ , si sfrutta proprio questo vincolo.

$$\phi_{cs_1} + \phi_{cs_2} + \phi_{cs_3} + \dots + \phi_{cs_N} = 0 \quad (5.99)$$

Riscrivendo tale equazione esplicitando i singoli contributi di flusso, si ottiene che:

$$\begin{aligned} &\phi_{cs_0} + \phi_{t_1} + \phi_{cs_0} + \phi_{t_1} + \phi_{t_2} + \phi_{cs_0} + \phi_{t_1} + \phi_{t_2} + \phi_{t_3} + \dots + \phi_{cs_0} + \\ &+ \phi_{t_1} + \phi_{t_2} + \phi_{t_3} + \dots + \phi_{t_N} = 0 \end{aligned} \quad (5.100)$$

A questo punto, per ricavare una formula compatta, si devono raggruppare i termini comuni, pertanto:

$$N\phi_{cs_0} + N\phi_{t_1} + (N-1)\phi_{t_2} + (N-2)\phi_{t_3} + \dots + \phi_{t_N} = 0 \quad (5.101)$$

$$N\phi_{cs_0} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^i \phi_{t_k} = 0 \quad (5.102)$$

$$N\phi_{cs_0} + \sum_{i=1}^N (N-i+1) \cdot \phi_{t_i} = 0 \quad (5.103)$$

Infine, dall'equazione (5.103), si può esplicitare il contributo di flusso di corona  $\phi_{cs_0}$ .

$$\phi_{cs_0} = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (N - i + 1) \cdot \phi_{t_i} \quad (5.104)$$

Trovato  $\phi_{cs_0}$ , è possibile calcolare il flusso nei vari tratti della corona di statore attraverso l'equazione (5.97) vista precedentemente. A differenza dell'approccio utilizzato nel secondo metodo iterativo provato, questo modo di ragionare permette di calcolare i vari contributi di flusso nella corona di statore senza dover essere a conoscenza del tratto in cui il flusso si divide in due, ovvero del tratto in cui il flusso nella corona risulta nullo.

Ovviamente, nel programma di calcolo si avrà un vettore composto da 30 valori con relativo segno, dato che si stanno considerando due passi polari. In particolare, dato che il rotore della macchina analizzata ruota in senso antiorario, quando il flusso nei tratti di corona è negativo significa che si sta muovendo in senso orario, mentre quando è positivo significa che si sta muovendo nella stessa direzione del rotore.

Volendo, è possibile calcolare  $\phi_{cs_0}$  ragionando su una porzione di corona lunga un passo polare. In tal caso, si avrà che:

$$\phi_{cs_0} = -\phi_{cs_{\frac{N}{2}}} \quad (5.105)$$

Quindi, dall'espressione del flusso  $\phi_{cs_{\frac{N}{2}}}$ , è possibile estrapolarsi direttamente il valore di  $\phi_{cs_0}$ .

$$\phi_{cs_{\frac{N}{2}}} = \phi_{cs_0} + \phi_{t_1} + \phi_{t_2} + \dots + \phi_{t_{\frac{N}{2}}} = \phi_{cs_0} + \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \phi_{t_k} \quad (5.106)$$

$$\phi_{cs_{\frac{N}{2}}} = -\phi_{cs_{\frac{N}{2}}} + \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \phi_{t_k} \quad (5.107)$$

$$\phi_{cs_0} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \phi_{t_k} \quad (5.108)$$

Utilizzare una metodologia piuttosto che un'altra è assolutamente indifferente, in quanto, entrambi gli approcci utilizzati per trovare  $\phi_{cs_0}$  sono del tutto generali e quindi validi per qualsiasi condizione di carico.

Ovviamente, se si considera un tratto di corona di statore lungo due passi polari, si avrà un vettore di 30 elementi, mentre se si considera un passo polare si avrà un vettore con un numero di elementi dimezzato.

La cosa importante è essere riusciti a risolvere la problematica che si era riscontrata durante l'esecuzione del secondo metodo iterativo, ovvero il fatto di non riuscire a definire un approccio generale per il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore.

A questo punto, determinati i valori di flusso nei vari tratti in cui si è suddivisa la corona di statore, è possibile procedere al calcolo dei relativi valori di induzione:

$$B_{cs_i} = \left| \frac{\Phi_{cs_i}}{h_{cs} \cdot L_{fe}} \right| \quad (5.109)$$

Dove, dato che la curva BH del materiale ferromagnetico utilizzato è definita nel primo quadrante, per estrapolare i valori di campo magnetico corrispondenti ai  $B_{cs_i}$  si ha la necessità di utilizzare il valore assoluto. Ovviamente, dopo aver determinato i valori di  $H_{cs_i}$ , si possono calcolare le cadute di tensione magnetica in corrispondenza di ogni singolo tratto di corona di statore, ricordandosi di considerare il segno dei rispettivi valori di flusso. Infatti, a seconda della direzione di percorrenza del flusso, il contributo di caduta del singolo tratto può essere positivo o negativo.

$$\Delta M_{cs_i} = \text{sign}(B_{cs_i}) \cdot H(B_{cs_i}) \cdot l_{tratto_{cs}} \quad (5.110)$$

Dopo aver determinato, attraverso il programma di calcolo realizzato in “Matlab”, un vettore contenente i singoli contributi di caduta di tensione magnetica, è necessario calcolare la caduta di tensione magnetica totale che si ha nella corona di statore per ogni linea di flusso considerata nel metodo iterativo che si sta applicando.

Per prima cosa, è importante ricordare che ogni linea di flusso considerata occupa la corona di statore per un  $\tau_p$ . Dopodiché, avendo ben presente che il flusso che si ha nella corona in un passo polare si ripete uguale e contrario nel passo polare successivo, è chiaro che per valutare la caduta di tensione magnetica totale per ogni linea di flusso non è sufficiente sommare le cadute dei singoli tratti di corona all'interno di un passo polare e ritenere che sia uguale per tutte le linee di flusso considerate. Infatti, bisogna prestare molta attenzione ai segni.



Se si hanno chiari questi concetti, in realtà, il calcolo della caduta di tensione magnetica totale sulla corona di statore è abbastanza semplice, in quanto, si ha che:

$$\Phi_{cs_1} = -\Phi_{cs_{(\frac{N}{2}+1)}} \quad (5.111)$$

$$\Phi_{cs_2} = -\Phi_{cs_{(\frac{N}{2}+2)}} \quad (5.112)$$

Quindi, in generale, si può scrivere che:

$$\Phi_{cs_i} = -\Phi_{cs_{(\frac{N}{2}+i)}} \quad (5.113)$$

Di conseguenza, per calcolare la caduta di tensione magnetica totale sulla corona di statore per ogni linea di flusso considerata, si può ragionare su un solo passo polare con l'accortezza di invertire il segno della caduta sui singoli tratti quando si supera il dente  $\frac{N}{2}$ .

Quindi, la formula da utilizzare è la seguente:

$$\Delta M_{cs_k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \Delta M_{cs_i} \cdot \text{sign} \left( i - k + \frac{1}{2} \right) \quad (5.114)$$

Per comprendere appieno tale relazione, viene riportato di seguito il percorso compiuto da due linee di flusso nella corona di statore. Successivamente, viene applicata l'equazione (5.114), per verificarne la validità.

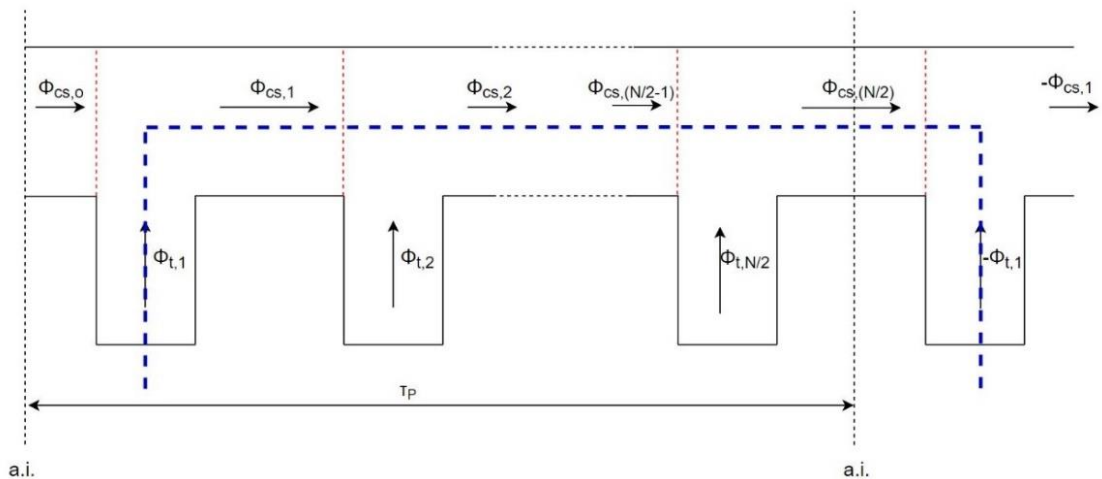


Figura 5.33: Percorso della linea di flusso che interessa il primo dente del passo polare.

Applicando l'equazione (5.114), per calcolare la caduta di tensione magnetica nella corona di statore riferendosi alla linea di flusso che percorre il primo dente del passo polare, si ottiene che:

$$\Delta M_{cs_1} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \Delta M_{cs_i} \cdot \text{sign}\left(i - 1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \Delta M_{cs_i} \cdot \text{sign}\left(i - \frac{1}{2}\right) \quad (5.115)$$

Come si può notare dall'equazione (5.115), la caduta di tensione magnetica totale sarà la somma dei singoli contributi di caduta dei vari tratti di corona, senza modificarne il segno. Infatti, per qualsiasi valore di  $i$ , si avrà che:

$$\text{sign}\left(i - \frac{1}{2}\right) = +1 \quad (5.116)$$

Se invece si considera la linea di flusso rappresentata nella figura seguente, è necessario prestare attenzione al segno del primo tratto di corona.

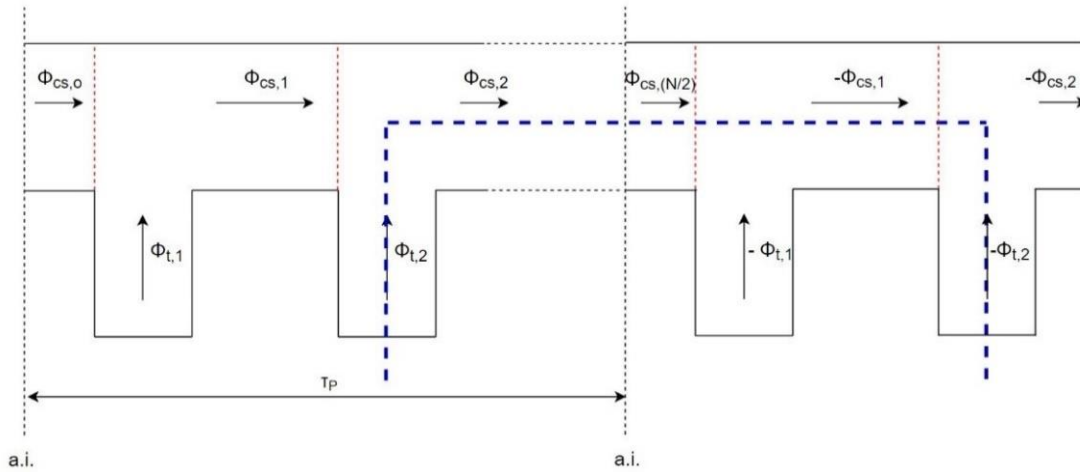


Figura 5.34: Percorso della linea di flusso che interessa il secondo dente del passo polare.

Infatti, applicando l'equazione (5.114), si ottiene che:

$$\Delta M_{cs_2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \Delta M_{cs_i} \cdot \text{sign}\left(i - 2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \Delta M_{cs_i} \cdot \text{sign}\left(i - \frac{3}{2}\right) \quad (5.117)$$

In questo caso, per  $i = 1$ , la funzione “sign” sarà pari a  $-1$ . Infatti, la linea di flusso considerata, a differenza della precedente, non attraversa più il primo tratto di corona, ma percorre il tratto  $\frac{N}{2} + 1$ , la cui caduta è uguale ed opposta a quella del primo tratto.

Così facendo, si è verificata la metodologia utilizzata per calcolare la caduta di tensione magnetica nella corona di statore.

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nel polo saliente di rotore

Finora sono stati calcolati i contributi di caduta di tensione magnetica nel traferro, nei denti e nella corona di statore, considerando un numero di linee di flusso pari al numero di denti per passo polare. A questo punto è necessario calcolare la caduta nel polo di rotore, che sarà uguale per ogni linea di flusso, dato che la distribuzione di induzione nel polo è uniforme e tutte le linee di flusso considerate lo attraversano.

Per prima cosa è necessario calcolare il flusso che scorre nel polo. In particolare, lo si valuta sommando i flussi che percorrono i denti all'interno di un passo polare.

$$\Phi_p = \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \Phi_{t_k} \quad (5.118)$$

In realtà, questa affermazione non è del tutto corretta, in quanto bisognerebbe considerare anche il contributo di flusso disperso che si richiude tra le scarpe polari di rotore senza raggiungere lo statore. Quindi, anche se molto spesso questo contributo di flusso è molto piccolo, è necessario considerare il suo contributo aggiungendolo alla somma dei flussi dei denti di statore.

$$\Phi_p = \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} \Phi_{t_k} + \Phi_{disp} \quad (5.119)$$

A differenza di quanto visto durante la spiegazione del metodo iterativo che lavora sull'asse della macchina, in questo caso il flusso disperso viene valutato per semplicità ragionando sul circuito magnetico di rotore.

In particolare, il circuito magnetico alla quale si fa riferimento è il seguente:

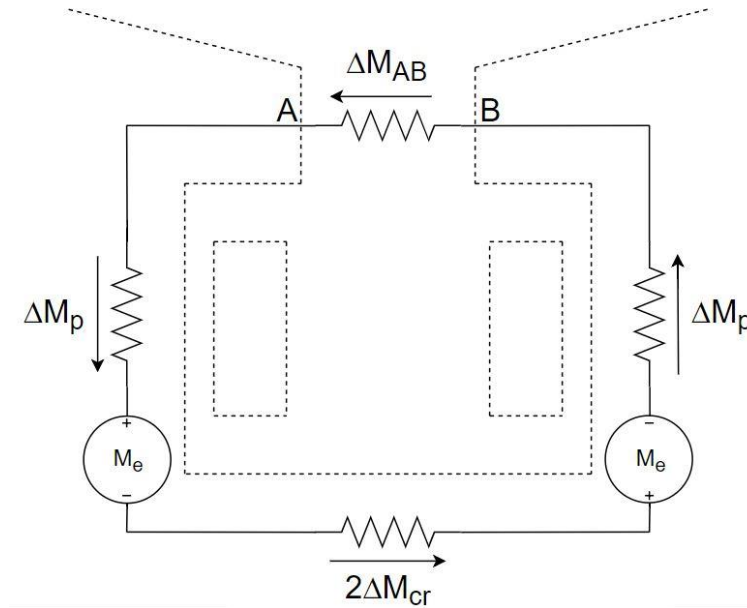


Figura 5.35: Circuito magnetico analizzato per calcolare il contributo del flusso disperso.

Analizzando il circuito di figura (5.35), è possibile calcolare la caduta di tensione magnetica che si ha tra le scarpe polari, infatti:

$$\Delta M_{AB} = 2N_e I_e - 2\Delta M_p - 2\Delta M_{cr} \quad (5.120)$$

Dopodiché, per poter trovare il contributo di flusso disperso da aggiungere alla somma dei flussi nei denti di statore, è necessario calcolare la permeanza che si ha tra le scarpe polari. Per fare ciò si utilizzano le formule già viste quando era stato esposto il primo metodo iterativo, ovvero:

$$\lambda_{np} = \left( \frac{L_{fesp} \cdot h_{pm}}{0.8 \cdot a_p} + 2h_{pm} \cdot \log_{10} \left( 1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{w_{sp}}{a_p} \right) \right) \cdot \frac{\mu_o \cdot 10}{4\pi} \quad (5.121)$$

A questo punto, si hanno tutti gli elementi necessari per calcolare il flusso disperso.

$$\Phi_{disp} = 2\Delta M_{AB} \cdot \lambda_{np} \quad (5.122)$$

Ovviamente, alla prima iterazione non si riesce a calcolare il  $\Delta M_{AB}$  così come è stato definito dall'equazione (5.120), dato che non si conosce ancora la caduta di tensione magnetica nel polo e nella corona di rotore. Perciò, alla prima iterazione si suppone che il  $\Delta M_{AB}$  sia pari solamente a due volte la forza magnetomotrice messa in gioco dall'avvolgimento di eccitazione.

$$\Delta M_{AB_1} = 2N_e I_e \quad (5.123)$$

Dopo aver valutato il flusso disperso, si calcola il flusso totale che attraversa il polo, l'induzione nel polo, il campo magnetico corrispondente ed infine la caduta di tensione magnetica in esso. Dalla seconda iterazione in poi, il  $\Delta M_{AB}$  si può calcolare utilizzando la caduta nel polo e nella corona di rotore dell'iterazione precedente.

Calcolato il flusso per polo, si può determinare l'induzione nel modo seguente:

$$B_p = \frac{\Phi_p}{w_p \cdot L_{fe_p}} \quad (5.124)$$

Dopodiché, attraverso la curva BH del materiale ferromagnetico utilizzato si determina il valore del campo magnetico corrispondente. Infine, conoscendo l'altezza del polo saliente di rotore, si potrà determinare la relativa caduta di tensione magnetica.

$$\Delta M_p = H(B_p) \cdot h_p \quad (5.125)$$

➤ Calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore

La corona di rotore è percorsa da un flusso che è pari a metà del flusso che scorre nel polo. Conoscendo la lunghezza assiale della corona di rotore e la relativa altezza, è possibile calcolare il corrispondente valore di induzione.

$$B_{cr} = \frac{\Phi_{polo}}{2 \cdot L_{fe_{cr}} \cdot h_{creq}} \quad (5.126)$$

Per valutare la caduta di tensione magnetica, si segue lo stesso procedimento visto nei metodi precedenti, ovvero si considera un tubo di flusso rettangolare equivalente. Quindi, come dimostrato nel capitolo (5.1), la caduta di tensione magnetica sarà pari a:

$$\Delta M_{cr} = H_{cr}(B_{cr}) \cdot l_{cr} \quad (5.127)$$

➤ Calcolo dei coefficienti correttivi

Dopo aver valutato tutti i contributi di caduta di tensione magnetica del circuito di figura (5.31), è possibile calcolare la caduta di tensione magnetica totale per ogni linea di flusso considerata.

$$\Delta M_{totk} = \Delta M_{gk} + \Delta M_{tk} + \Delta M_{csk} + \Delta M_p + \Delta M_{cr} \quad (5.128)$$

Conoscendo la forza magnetomotrice totale che si ha a traferro di fronte ad ogni dente di un passo polare, quando si considerava che il materiale ferromagnetico avesse un comportamento ideale, è possibile calcolare i coefficienti correttivi con cui andare a correggere l'induzione a traferro.

$$\delta_{rk} = \frac{M_{totk} - \Delta M_{totk}}{100 \cdot M_{totk}} \quad (5.129)$$

A questo punto, nel programma di calcolo si utilizzano tali coefficienti di riduzione per correggere i valori medi di induzione che si hanno di fronte ad ogni dente di un passo polare.

$$B_{gk, new} = B_{gk, old} \cdot (1 + \delta_{rk}) \quad (5.130)$$

➤ Verifica della convergenza del metodo iterativo

Come per tutti i metodi iterativi visti finora, prima di proseguire con le iterazioni è necessario verificare se si è arrivati a convergenza o meno. Per fare ciò, dato che la somma delle cadute di tensione magnetica deve essere pari alla forza magnetomotrice totale, la verifica viene fatta nel modo seguente:

$$|M_{totk} - \Delta M_{totk}| < \varepsilon \quad (5.131)$$

Dove  $\varepsilon$  è un errore impostato inizialmente.

Dato che il calcolo dei contributi di caduta di tensione magnetica non è perfetto, quando si analizzano i denti in cui l'induzione è prossima a zero, è molto difficile che si verifichi la condizione di convergenza appena citata. Benché questo non comporti un errore nel risultato finale, dato che si sta parlando di denti il cui contributo per la valutazione del flusso, pesa poco, il metodo iterativo rischia di non fermarsi fino al raggiungimento del numero di iterazioni massime impostate. Di conseguenza, il tempo computazionale rischia di aumentare molto, inutilmente.

Perciò, un'altra possibile verifica della convergenza del metodo è la seguente:

$$|\delta_{rk}| < \varepsilon \quad (5.132)$$

Quindi, si arriva a convergenza quando il metodo iterativo non scala più in modo significativo le induzioni di fronte ai denti di statore considerati.

Arrivati a convergenza, il metodo iterativo fornisce un vettore contenente i valori medi corretti dell'induzione a traferro di fronte ad ogni dente di un passo polare.

### 5.2.3.1 Verifica dei risultati ottenuti con il metodo C

In questo paragrafo, si confrontano i risultati che si ottengono utilizzando il metodo iterativo appena esposto con gli andamenti dell'induzione a traferro ricavati tramite il modello della macchina realizzato in "Ansys".

L'approccio analitico che si sta analizzando è stato introdotto per essere applicato durante il funzionamento a carico della macchina, ma questo non significa che non possa essere utilizzato anche a vuoto. A tal proposito, prima di confrontare gli andamenti a carico si esegue una verifica a vuoto.

L'andamento dell'induzione a traferro che si ottiene attraverso l'approccio analitico considerato non è puntuale. Infatti, dopo aver raggiunto la convergenza, quello che si ottiene è un vettore contenente i valori medi di induzione a traferro di fronte ad ogni dente di un passo polare.

Di seguito si riportano alcuni grafici di confronto per diversi valori di corrente di eccitazione.

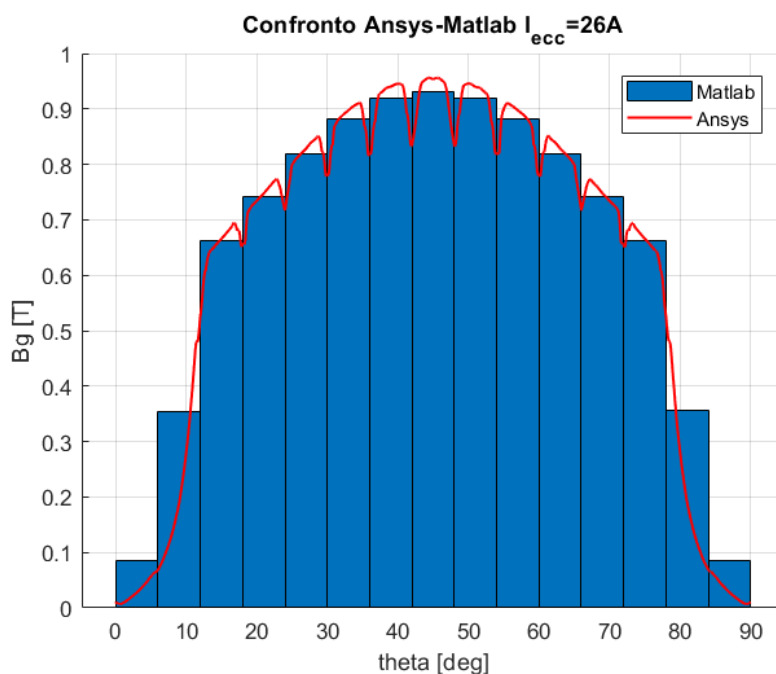


Figura 5.36: Confronto dell'induzione a traferro ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con una I<sub>ecc</sub> di 26A.



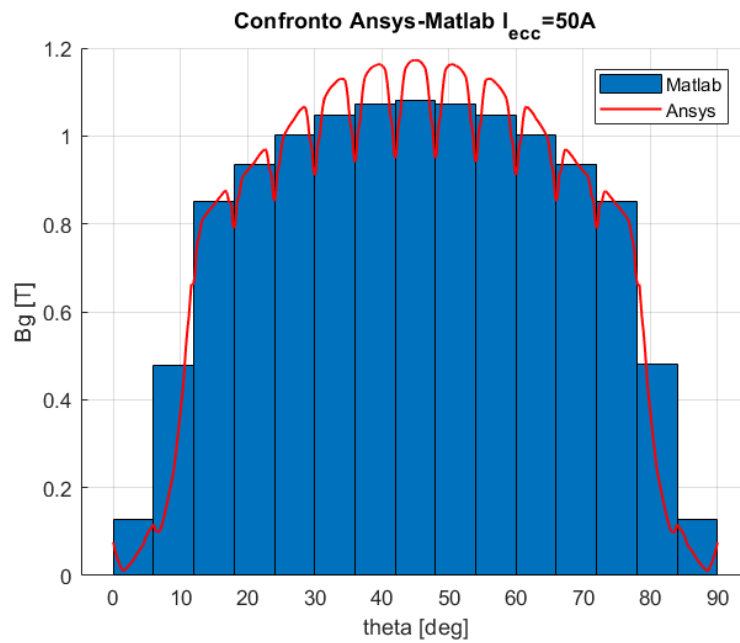


Figura 5.37: Confronto dell'induzione a traferro ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con una  $I_{ecc}$  di 50A.

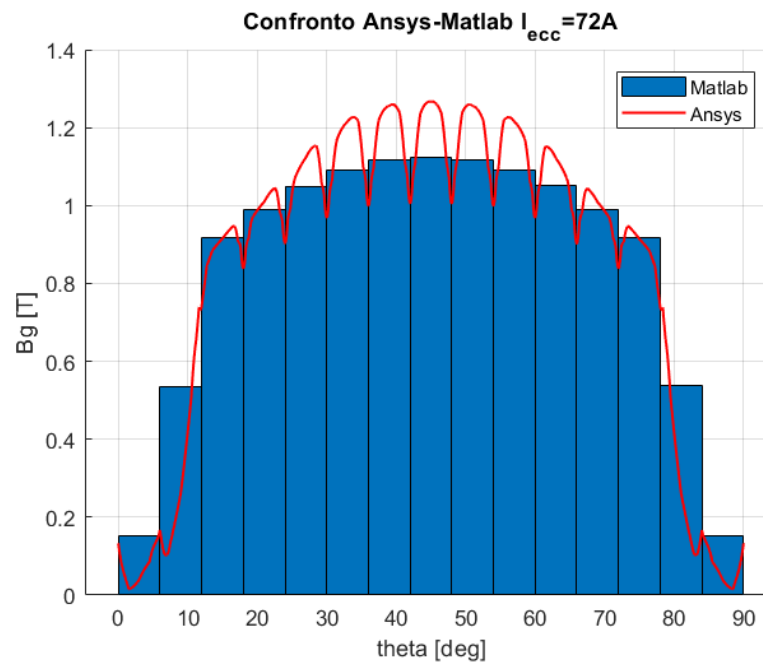


Figura 5.38: Confronto dell'induzione a traferro ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con una  $I_{ecc}$  di 72A.

Dalle figure (5.36), (5.37) e (5.38), si può constatare che l'approccio analitico utilizzato fornisce dei buoni risultati durante il funzionamento a vuoto della macchina. Infatti, all'aumentare della corrente di eccitazione i valori medi di induzione a traferro calcolati di fronte ad ogni dente di un passo polare sembrano coerenti con quanto si ricava dal programma agli elementi finiti.

Quindi, anche in termini di flusso a traferro, si dovrebbero trovare dei risultati abbastanza coerenti. A tal proposito, di seguito si riporta un grafico di confronto in cui vengono rappresentate le curve di magnetizzazione riferite al metodo iterativo sotto analisi, a quello descritto nel capitolo (5.1) e agli andamenti ricavabili da "Ansys".

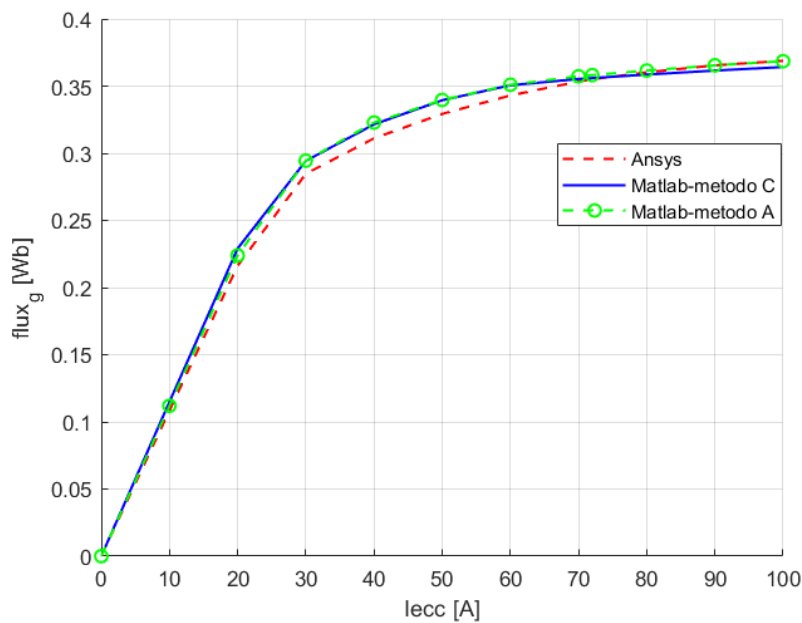


Figura 5.39: Confronto della caratteristica di magnetizzazione ottenuta con "Ansys" e con i due metodi iterativi utilizzati durante il funzionamento a vuoto della macchina.

Come si può constatare dalla figura (5.39), anche utilizzando questo nuovo metodo iterativo, nato per il funzionamento a carico, si ottengono dei buoni risultati in termini di flusso a traferro al variare della corrente di eccitazione.

Come è stato sottolineato in precedenza, raggiunta la convergenza del metodo iterativo considerato, si ottiene un vettore contenente i valori medi di induzione di fronte ad ogni dente di un passo polare.

Per ricavare approssimamene l'andamento puntuale dell'induzione a traferro a vuoto, è sufficiente scalare l'induzione a traferro ottenuta senza considerare la caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina, con i seguenti coefficienti correttivi:

$$\delta_{r_{vec}} = \frac{B_{g_{medio,new}}}{B_{g_{medio,old}}} \quad (5.133)$$

$B_{g_{medio,new}}$  e  $B_{g_{medio,old}}$  sono entrambi dei vettori contenenti i valori medi di induzione a traferro che si hanno di fronte ad ogni dente di un passo polare. Tuttavia,  $B_{g_{medio,new}}$  si ottiene dopo che il metodo iterativo è arrivato a convergenza, mentre  $B_{g_{medio,old}}$  fa riferimento all'andamento di induzione di partenza e dunque non considera la caduta di tensione magnetica nel ferro della macchina.

Dopodiché, ogni coefficiente correttivo servirà a scalare un passo cava dell'andamento d'induzione di partenza. Un esempio di andamento puntuale è il seguente:

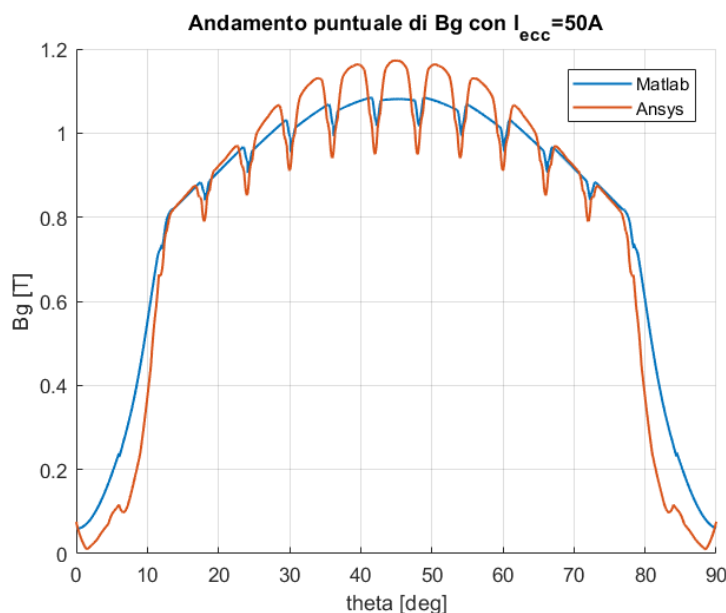


Figura 5.40: Confronto dell'andamento puntuale d'induzione a traferro con una  $I_{ecc} = 50A$ .

Giustamente, con il metodo iterativo utilizzato non si può pretendere di ottenere una perfetta sovrapposizione degli andamenti puntuali dell'induzione a traferro, ma, come si può osservare dalla figura (5.40), si riesce a ricavare un risultato molto soddisfacente soprattutto in fase di preventivo.

A questo punto è necessario verificare il corretto funzionamento del metodo iterativo anche quando la macchina lavora a carico. A tal proposito, di seguito, si riportano alcuni grafici di confronto del modulo dell'induzione a traferro per diversi valori di  $\gamma$ .

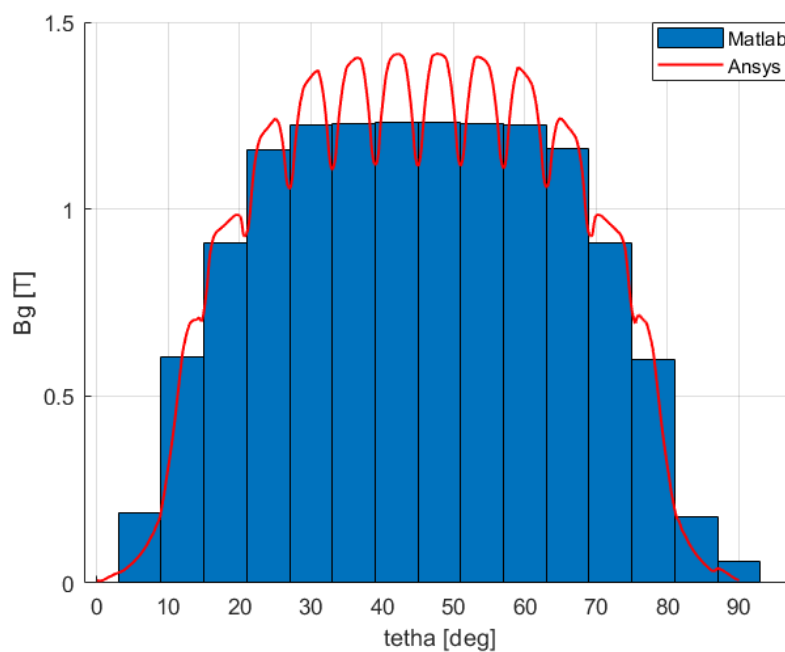


Figura 5.41: Confronto dell'induzione a traferro a carico ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = -90^\circ$ .

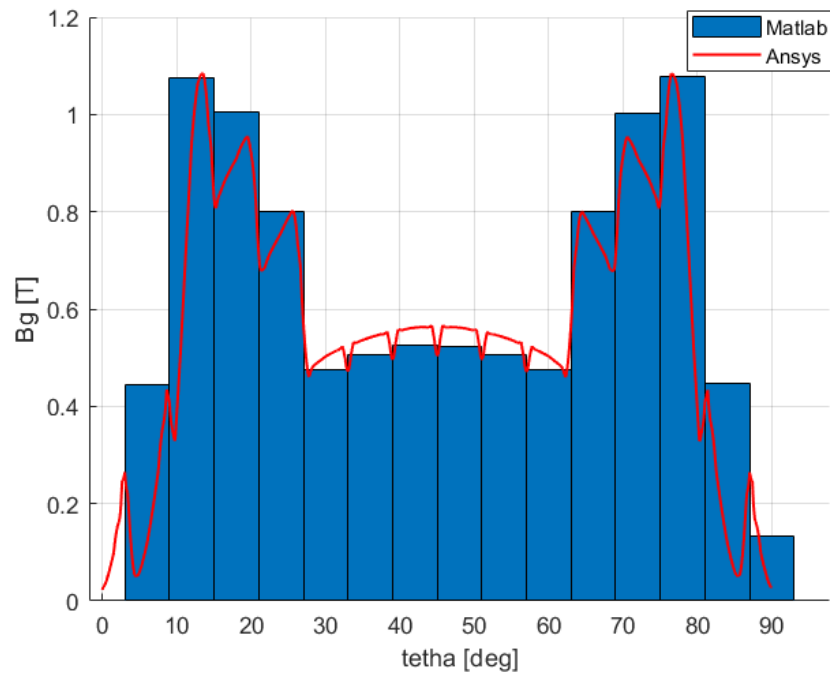


Figura 5.42: Confronto dell'induzione a trafero a carico ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = +90^\circ$ .

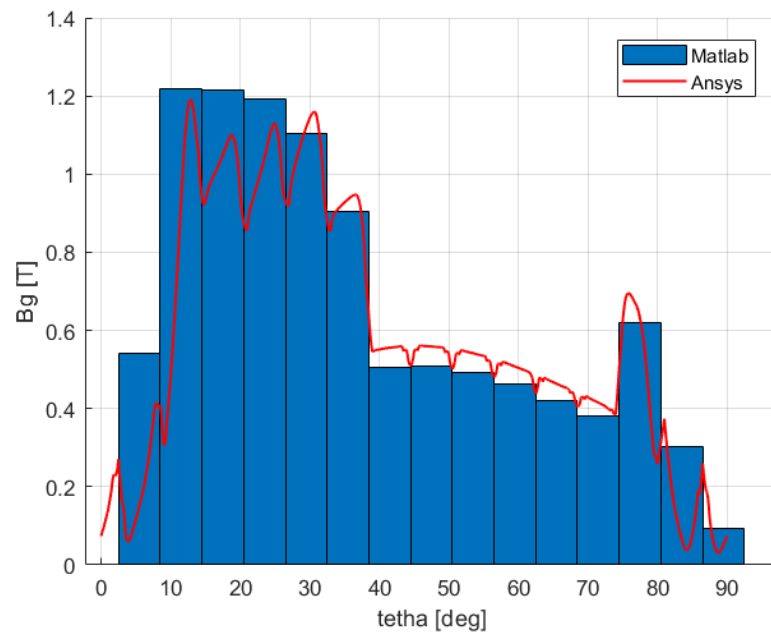


Figura 5.43: Confronto dell'induzione a trafero a carico ottenuta per via analitica e attraverso il programma agli elementi finiti, con  $\gamma = 67^\circ$ .

Dai grafici di figura (5.41), (5.42) e (5.43) si può constatare che l'approccio analitico utilizzato fornisce dei buoni risultati anche quando il generatore sincrono lavora a carico per diversi valori di  $\gamma$ .

Per verificare il corretto funzionamento del metodo iterativo quando si lavora a vuoto, è stato fatto un confronto tra la caratteristica di magnetizzazione della macchina ricavata analiticamente e attraverso il programma agli elementi finiti. Perciò, quando si lavora a carico tale confronto deve essere fatto con la caratteristica di carico della macchina.

Tale caratteristica fornisce la tensione  $\frac{V}{\sqrt{3}}$  in funzione della corrente di eccitazione  $I_{ecc}$ , per un dato valore della corrente erogata  $I$  e del fattore di potenza  $\cos \varphi$ . Quindi, fissato il valore della corrente erogata, al variare del fattore di potenza e della corrente di eccitazione si otterrà una famiglia di curve.

Come viene riportato in [1], nel caso di carico ohmico, ohmico-induttivo o induttivo, le cadute di tensione sulla resistenza e sulla reattanza di dispersione nonché la reazione d'indotto danno luogo, per un dato valore di  $I_{ecc}$ , ad una diminuzione della tensione ai morsetti rispetto al valore a vuoto  $E_0$ . Il punto d'incontro della caratteristica di carico con l'asse delle ascisse individua la corrente di eccitazione che dà luogo per tensione nulla alla corrente di indotto relativa a quella caratteristica.

Nel caso di carico ohmico-capacitivo o capacitivo, l'effetto magnetizzante della reazione di indotto può dar luogo ad un aumento della tensione ai morsetti rispetto al valore a vuoto corrispondente. Il punto di incontro della caratteristica con l'asse delle ordinate individua la tensione che si ha ai morsetti a causa dell'effetto magnetizzante quando la corrente di eccitazione è nulla.

Per verificare il corretto funzionamento del metodo iterativo utilizzato, di seguito si riportano dei grafici di confronto della caratteristica di carico della macchina per diversi valori di gamma. In particolare, a differenza di quanto è stato appena esposto, non si grafica  $\frac{V}{\sqrt{3}}$  in funzione della  $I_{ecc}$ , ma  $\varnothing_g$  al variare della  $I_{ecc}$ .

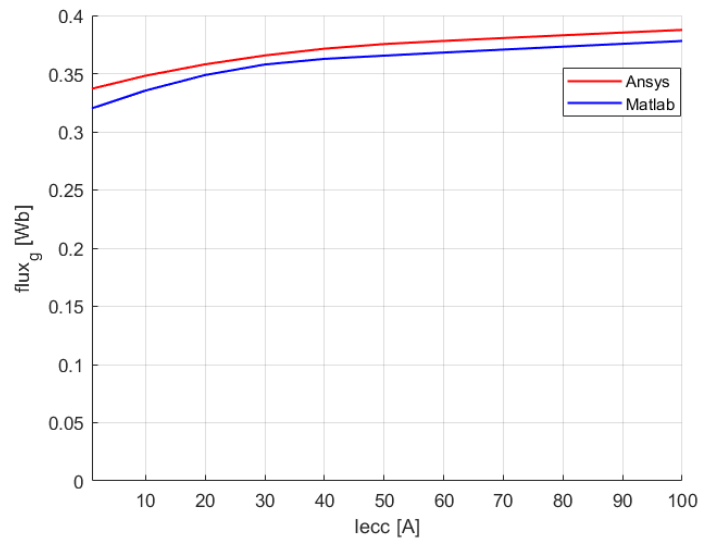


Figura 5.44: Confronto della caratteristica di carico per  $\gamma = -90^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

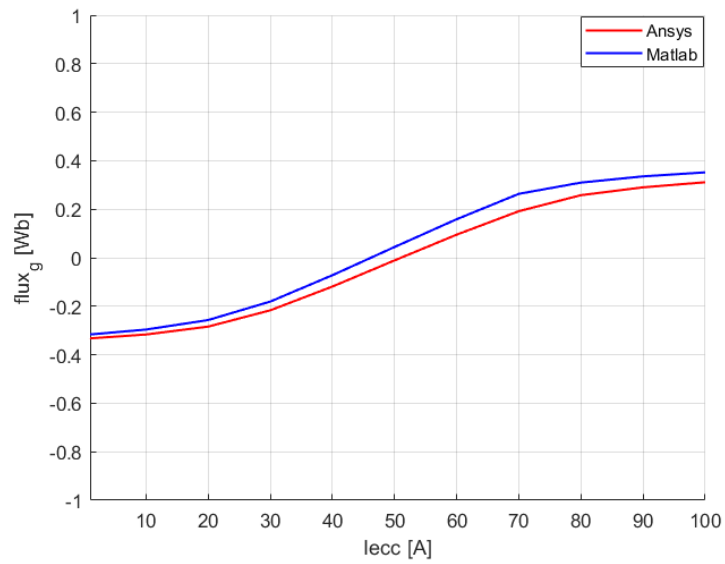


Figura 5.45: Confronto della caratteristica di carico per  $\gamma = 90^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

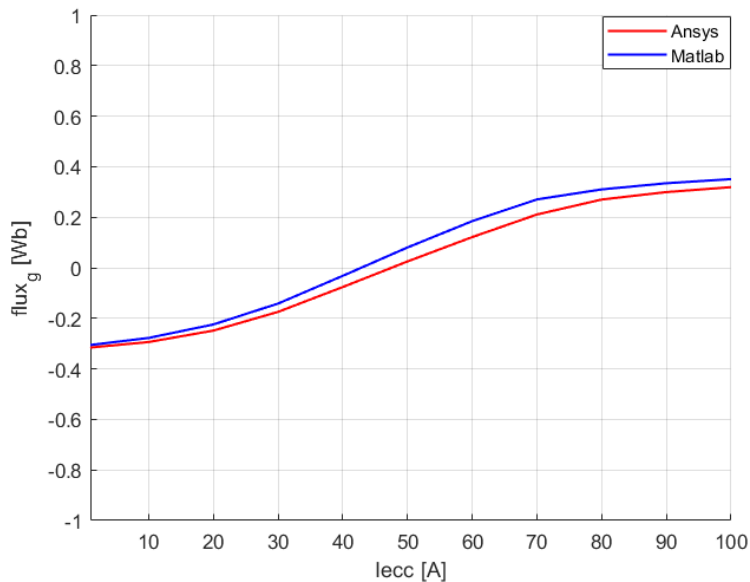


Figura 5.46: Confronto della caratteristica di carico per  $\gamma = 67^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78$  A.

Le figure (5.44), (5.45) e (5.46) rappresentano un'ulteriore verifica della validità dell'approccio analitico utilizzato. Infatti, con il metodo iterativo esposto finora, si riesce a determinare con precisione il valore di flusso a traferro sia a vuoto che a carico.

Riuscire a valutare con precisione i vari contributi di caduta di tensione magnetica per ogni linea di flusso considerata non è affatto semplice. Infatti, quando si lavora in saturazione o prossimi ad essa, sbagliare di poco il calcolo dell'induzione in una porzione di materiale ferromagnetico significa valutare una caduta di tensione magnetica errata perché, quando si lavora in saturazione, ad un piccolo aumento di induzione corrisponde un grande aumento di campo magnetico. Quindi, anche se con l'approccio analitico utilizzato si cerca di calcolare nel modo più preciso possibile l'induzione nei vari tratti di ferro attraversati dalle linee di flusso considerate, non ci si riesce mai appieno. Questo è il motivo per cui i valori ricavati una volta che il metodo è giunto a convergenza non sono completamente esatti.

Anche se il risultato che si ottiene non è perfetto, è sicuramente più corretto del metodo analitico classico, ovvero quello che considera solo la linea di flusso lungo l'asse della macchina. Infatti, dalle figure (5.47) e (5.48) si può constatare che con il nuovo approccio analitico si ricava una caratteristica di carico molto vicina a quella reale rispetto a quella che si ottiene utilizzando il metodo classico.



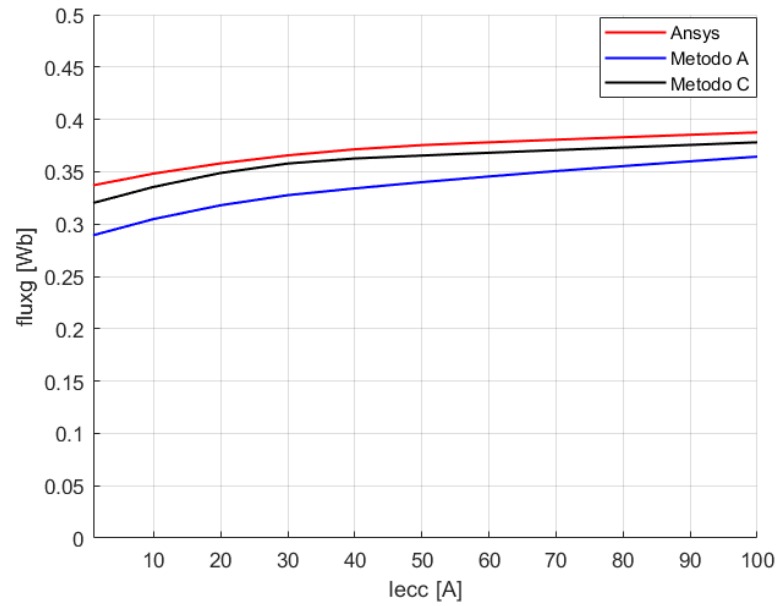


Figura 5.47: Confronto della caratteristica di carico reale con quella ottenuta utilizzando il metodo A e il metodo C, con  $\gamma = -90^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

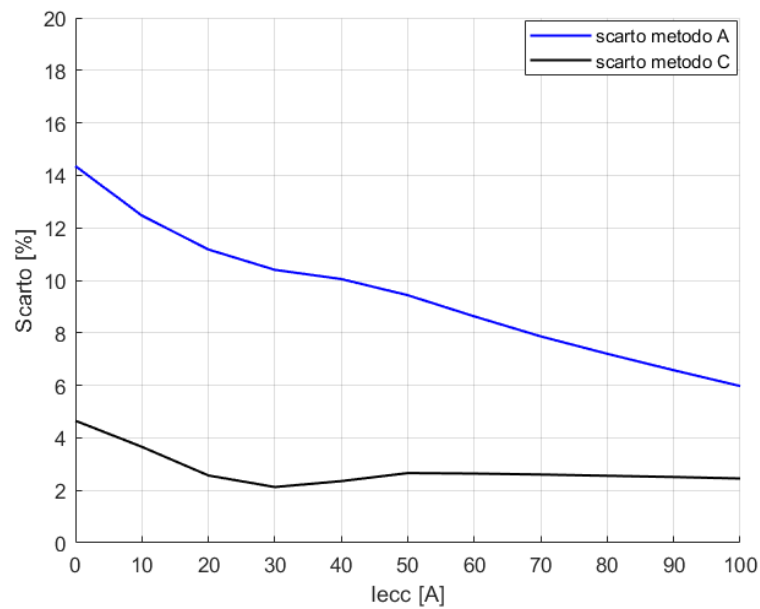


Figura 5.48: Scarto percentuale della caratteristica di carico ottenuta utilizzando i metodi A e C rispetto a quella reale ricavata con "Ansys". Tali andamenti fanno riferimento alla seguente condizione di carico:  $\gamma = -90^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

Anche semplicemente confrontare gli andamenti di induzione ottenuti utilizzando i metodi A e C rende l'idea del passo in avanti che è stato ottenuto ragionando su tutti i denti di un passo polare e non solo lungo l'asse d della macchina. Infatti, come si è visto a vuoto, è possibile ricavare in prima approssimazione l'andamento puntuale dell'induzione a traferro anche durante il funzionamento a carico della macchina e per diversi valori di  $\gamma$ . Ovviamente, come è già stato sottolineato, con questo metodo analitico non si riesce ad ottenere una corrispondenza puntuale dell'induzione a traferro in quanto si ricava il valore medio di induzione di fronte ad ogni dente di un passo polare. Però, scalando puntualmente i valori di induzione di ogni passo cava per il coefficiente di correzione corrispondente si ricava una valida approssimazione. Dalla figura (5.49), si nota per l'appunto che, anche se approssimato, l'andamento che si ricava con il metodo C è migliore rispetto a quello ricavato con il metodo A.

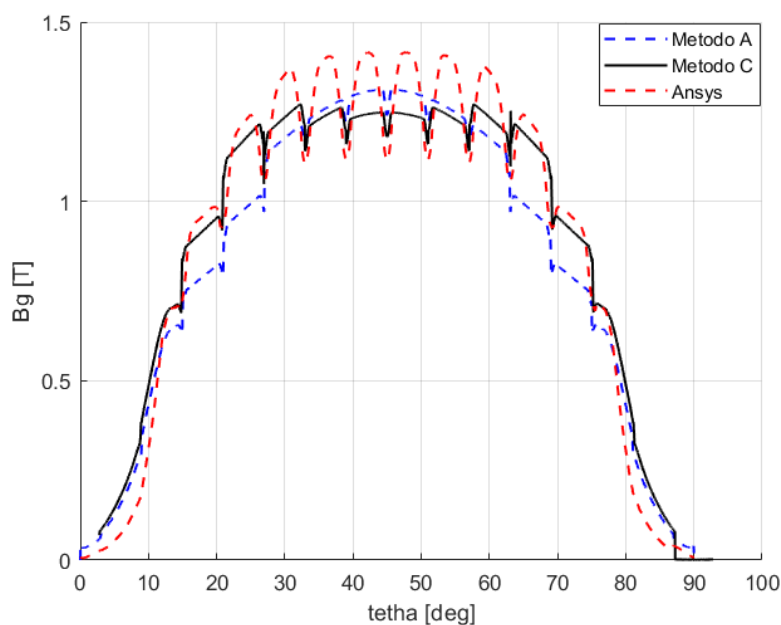


Figura 5.49: Confronto puntuale dell'induzione a traferro a carico ottenuta utilizzando il metodo A e il metodo C, con  $\gamma = -90^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

Un'ulteriore verifica dell'utilità del metodo si ha confrontando l'ampiezza delle armoniche principali dell'andamento d'induzione ricavato analiticamente, con quello reale ottenuto utilizzando "Ansys". Di seguito si riporta una tabella di confronto di tali armoniche:

	<b>Ansys</b>	<b>Matlab</b>	<b>Ansys</b>	<b>Matlab</b>	<b>Ansys</b>	<b>Matlab</b>
	$I_{ecc} = 10 A$		$I_{ecc} = 20 A$		$I_{ecc} = 70 A$	
1 <sup>a</sup> armonica	$\widehat{B}_1 = 1.14 T$	$\widehat{B}_1 = 1.15 T$	$\widehat{B}_1 = 1 T$	$\widehat{B}_1 = 1.02 T$	$\widehat{B}_1 = 0.8 T$	$\widehat{B}_1 = 0.9 T$
5 <sup>a</sup> armonica	$\widehat{B}_5 = 0.17 T$	$\widehat{B}_5 = 0.18 T$	$\widehat{B}_5 = 0.18 T$	$\widehat{B}_5 = 0.19 T$	$\widehat{B}_5 = 0.07 T$	$\widehat{B}_5 = 0.08 T$
7 <sup>a</sup> armonica	$\widehat{B}_7 = 0.04 T$	$\widehat{B}_7 = 0.05 T$	$\widehat{B}_7 = 0.03 T$	$\widehat{B}_7 = 0.05 T$	$\widehat{B}_7 = 0.03 T$	$\widehat{B}_7 = 0.06 T$

Tabella 5: Confronto del valore di picco delle armoniche principali di induzione a traferro con  $\gamma = 67^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

Dopo aver verificato la validità del nuovo approccio analitico è molto importante capire anche gli aspetti su cui si può migliorare per ottenere dei risultati più accurati, soprattutto a livello puntuale. Innanzitutto, è necessario affinare il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore, in particolare nelle zone poste in corrispondenza dei denti di statore. Infatti, nel metodo C si è suddivisa la corona di statore in delle porzioni lunghe un passo cava e in ciascuna di esse si è immaginato che l'induzione fosse costante perché attraversata da un flusso pari alla somma del flusso del tratto di corona precedente e a quello del dente corrispondente. In realtà, come si può vedere dall'immagine sottostante, questo è vero nella zona compresa tra due denti successivi, ma non in corrispondenza di essi.

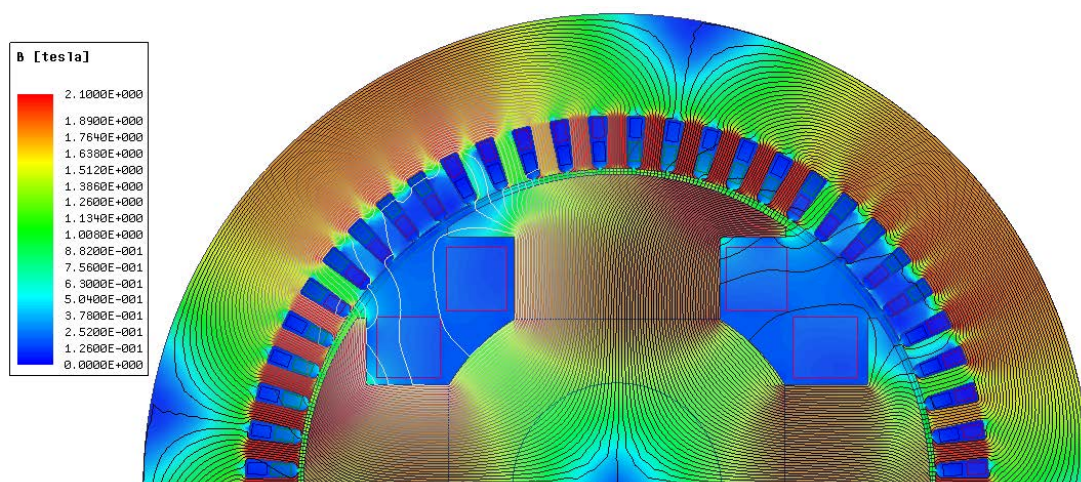


Figura 5.50: Distribuzione di induzione in un generatore sincrono funzionante a carico, con  $\gamma = -90^\circ$  e  $I_{rms} = 3752.78 A$ .

Perciò, per affinare il calcolo della caduta di tensione magnetica nei vari tratti di corona di statore, è necessario riuscire a valutare analiticamente l'induzione nella corona di statore in corrispondenza dei denti.

Per quanto riguarda la valutazione della caduta di tensione magnetica nella corona di rotore, è più che sufficiente il calcolo effettuato, dato che nella maggior parte dei generatori sincroni l'albero è magnetico. Quindi, l'induzione e la caduta di tensione magnetica corrispondente saranno piccole.

Un'altra zona che presenta delle criticità è la scarpa polare. A vuoto, l'induzione che si aveva in essa e la relativa caduta di tensione magnetica erano trascurabili, mentre, a carico, come si può vedere dalla figura (5.50), ci sono delle zone in cui l'induzione può salire molto. Perciò, per alcuni percorsi considerati sarebbe necessario considerare tale contributo. Purtroppo, non si sono trovate delle formule analitiche che permettono di fare ciò, per cui si è deciso di trascurare tale contributo nonostante non sia propriamente lecito.

Un ultimo aspetto sui cui è necessario soffermarsi è la valutazione dell'induzione nel polo saliente di rotore. Come si può constatare dalla figura (5.50), l'induzione nel polo è uniforme, perciò è corretto il calcolo effettuato. È tuttavia fondamentale prestare molta attenzione al calcolo del flusso disperso, perché, anche se molto piccolo, può incidere pesantemente sulla valutazione della caduta di tensione magnetica in tale zona del generatore. Infatti, nel polo scorre tutto il flusso della macchina e quindi, dato che si lavora molto prossimi alla saturazione, sbagliare di poco il valore di induzione porta ad un errore importante nella valutazione del campo magnetico e quindi nella caduta di tensione magnetica corrispondente.

#### **5.2.4 Calcolo della tensione ai morsetti di statore e del relativo angolo di sfasamento**

Attraverso il nuovo metodo iterativo si riesce a valutare il flusso e l'andamento d'induzione a traferro durante il funzionamento a carico della macchina.

Si hanno perciò tutte le informazioni necessarie per poter calcolare la tensione ai morsetti d'uscita  $\left(\frac{V}{\sqrt{3}}\right)$  e il relativo angolo di sfasamento ( $\varphi$ ). Infatti, avendo calcolato analiticamente la forza magnetomotrice risultante prodotta dall'avvolgimento di eccitazione e di statore, è possibile determinare l'angolo di sfasamento di tale f.m.m. rispetto alla f.m.m. di reazione d'indotto. Quindi, sapendo che la forza elettromotrice  $E$  è in quadratura in ritardo rispetto alla f.m.m. risultante, è sufficiente sottrarre  $90^\circ$  all'angolo di  $M_{ris}$  per ottenere l'angolo di sfasamento di  $E$  rispetto alla corrente  $I$  ( $\alpha_E$ ).

A questo punto, prima di poter determinare l'angolo di sfasamento  $\varphi$ , è necessario calcolare la f.e.m.  $E$  e la tensione  $\frac{V}{\sqrt{3}}$ . A tal proposito, la f.e.m.  $E$  si calcola attraverso la seguente relazione:

$$E = 2 \cdot K_f \cdot K_{d1} \cdot K_{r1} \cdot \Phi_1 \cdot f \cdot 2p \cdot n_{cc} \cdot q \cdot \frac{1}{n_{pb}} \quad (5.134)$$

Come mostra il diagramma vettoriale di figura (5.51), conoscendo  $\alpha_E$ , la resistenza e la reattanza di dispersione dell'avvolgimento di statore è possibile calcolare la tensione  $\frac{V}{\sqrt{3}}$  e l'angolo  $\varphi$ .

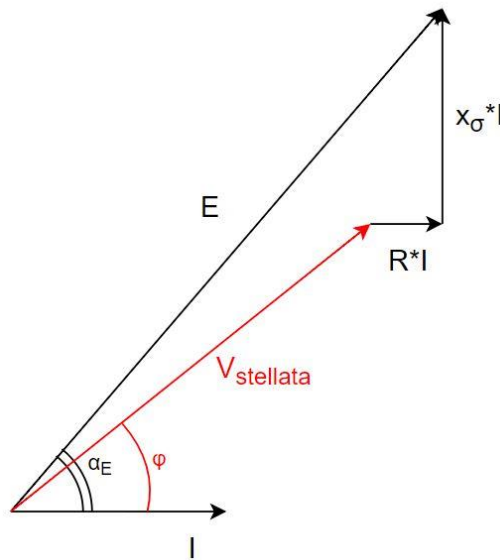


Figura 5.51: Diagramma vettoriale che lega la f.e.m.  $E$  alla tensione d'uscita  $\frac{V}{\sqrt{3}}$ .

$$V_x = E \cdot \cos(\alpha_E) - R I_{rms} \quad (5.134)$$

$$V_y = E \cdot \sin(\alpha_E) - x_\sigma I_{rms} \quad (5.135)$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (5.136)$$

$$\varphi = \text{atan} \left( \frac{V_y}{V_x} \right) \quad (5.137)$$

Quindi, con il programma di calcolo realizzato in “Matlab”, fornendo le caratteristiche geometriche del generatore sincrono considerato, la corrente di statore, di eccitazione e l'angolo  $\gamma$  si riesce a determinare il flusso, l'andamento d'induzione a traferro,  $V$  e  $\varphi$ .

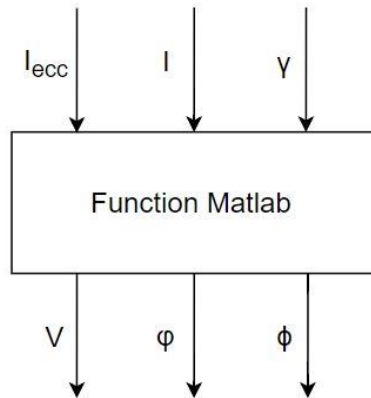


Figura 5.52: Rappresentazione schematica del programma di calcolo realizzato.

Ovviamente, la tensione  $V$  e l'angolo di sfasamento  $\varphi$  potrebbero essere determinati attraverso l'utilizzo del diagramma di "Blondel". Anche il calcolo della forza magnetomotrice risultante sarebbe più semplice ed immediato, basterebbe infatti, utilizzare la seguente relazione:

$$M_{ris_x} = M_{ecc_x} - M_{ri} \cdot [k_q \cdot (\cos(\gamma))^2 + k_d \cdot (\sin(\gamma))^2] \quad (5.135)$$

$$M_{ris_y} = M_{ecc_y} - M_{ri} \cdot \left[ (k_d - k_q) \cdot \frac{\sin(2\gamma)}{2} \right] \quad (5.136)$$

$$M_{ris} = \sqrt{M_{ris_x}^2 + M_{ris_y}^2} \quad (5.137)$$

Trovata la f.m.m. risultante, attraverso l'utilizzo della curva di magnetizzazione della macchina, si ricava la forza elettromotrice ( $E$ ) e sottraendoci le cadute su  $R$  e su  $x_\sigma$  si ottiene la  $V$ .

In questo modo si eviterebbe la costruzione puntuale della f.m.m., della permeanza e l'utilizzo della procedura iterativa. Così facendo però, si ottengono dei risultati meno precisi rispetto a quelli che si ricavano con l'approccio analitico introdotto, infatti, non solo non si riesce ad ottenere un andamento puntuale approssimato dell'induzione a traferro ma, come si è visto nel paragrafo precedente, ragionare dente per dente permette una maggior precisione anche nel calcolo del flusso a traferro e quindi della forza elettromotrice  $E$ .

Detto ciò, un ulteriore sviluppo del metodo analitico introdotto potrebbe essere quello di riuscire ad impostare un codice di calcolo che permetta di determinare i valori di  $I$ ,  $I_{ecc}$  e  $\gamma$  necessari per ottenere dei valori desiderati di  $V$  e  $\varphi$ . Si tratterebbe sempre di un metodo iterativo i cui valori di partenza sono quelli ricavati dal metodo analitico esposto finora.

## 6. Conclusioni

I codici di calcolo che sono stati realizzati in “Matlab” costituiscono uno strumento che permette di fornire un’analisi elettromagnetica preliminare con un’accuratezza che si ritiene adeguata per eseguire un dimensionamento preliminare della macchina.

L’aspetto più vantaggioso è che le informazioni iniziali, di cui si deve disporre per poter utilizzare l’approccio analitico sviluppato in questo lavoro di tesi, sono di carattere geometrico e dunque desumibili da un disegno della macchina considerata.

Non è perciò richiesto l’utilizzo di programmi di calcolo agli elementi finiti, il che comporta una notevole riduzione dei tempi di calcolo, aspetto molto importante soprattutto in fase di preventivo. Ovviamente, riuscire a velocizzare il processo di analisi e di dimensionamento della macchina significa ottenere dei vantaggi anche dal punto di vista economico.

Oltre ad un dimensionamento preliminare, tale strumento permette di eseguire in tempi rapidi anche delle analisi parametriche. Perciò, se in alcuni casi si vogliono ottenere dei risultati con una precisione molto spinta e quindi si deve ricorrere all’utilizzo di programmi agli elementi finiti, si potrebbe pensare di utilizzare inizialmente lo strumento analitico introdotto. In questo modo si ha la possibilità di indirizzare le analisi che devono essere svolte agli elementi finiti e, dunque, si ha comunque una riduzione dei tempi di calcolo.

I risultati ottenuti con tale approccio analitico sono stati validati con l’utilizzo di un programma agli elementi finiti (“Ansys”) e hanno trovato una certa corrispondenza con i rilievi forniti di macchine esistenti. Infatti, questo lavoro di tesi è stato svolto in collaborazione con Marelli Motori, storica azienda di Arzignano (VI), produttrice di macchine elettriche rotanti quali Alternatori Sincroni e Motori Asincroni, operanti nei settori di Cogenerazione, Idroelettrico, Oil&Gas, Marino ed Industriale.

Inoltre, grazie al nuovo metodo analitico introdotto, si riesce a stimare l’andamento dell’induzione a traferro sia durante il funzionamento a vuoto che a carico. Essere a conoscenza di tale informazione da la possibilità di analizzare molti altri aspetti, tra cui:

- Calcolo della forma d’onda ai morsetti;
- Forze e vibrazioni (da accoppiare all’analisi meccanica);

- Calcolo della tensione e della corrente che scorre su un possibile avvolgimento ausiliario posto sullo statore;
- Calcolo della coppia di avviamento;
- Ottimizzazione della gabbia smorzatrice.

Quindi, come era stato sottolineato in precedenza, tale approccio mette le basi per riuscire a analizzare la macchina nel dettaglio in tempi brevi. È importante precisare che il metodo iterativo che è stato introdotto fornisce dei buoni risultati ma deve essere affinato. Infatti, come era già stato messo in evidenza nel capitolo precedente, è necessario prestare molta attenzione, soprattutto durante il funzionamento a carico della macchina, al calcolo dell'induzione nelle varie porzioni di materiale ferromagnetico. Questo perché, quando si lavora in saturazione o prossimi ad essa, sbagliare di poco il calcolo dell'induzione significa valutare una caduta di tensione magnetica errata perché ad un piccolo aumento di induzione corrisponde un grande aumento di campo magnetico.

A tal proposito, è necessario affinare il calcolo della caduta di tensione magnetica nella corona di statore. Infatti, con il metodo analitico utilizzato, non si riescono a trattare con precisione le porzioni di corona di statore poste in corrispondenza dei denti. Inoltre, per il momento, non si è riusciti a valutare la caduta di tensione magnetica nella scarpa polare durante il funzionamento a carico. Tale contributo è trascurabile a vuoto, ma non a carico, perciò non considerarlo è un errore che deve essere risolto in futuro per migliorare ulteriormente il metodo esposto.



## APPENDICE

Nelle macchine sincrone è sempre presente l'avvolgimento smorzatore. Tale avvolgimento è costituito generalmente da delle barre che vengono cortocircuitate tra loro in entrambe le estremità, attraverso degli anelli.

Nel caso di una macchina sincrona a rotore liscio, l'avvolgimento smorzatore è contenuto nelle stesse cave in cui è situato l'avvolgimento di eccitazione, mentre, con rotore a poli salienti, le barre smorzatrici sono situate nelle scarpe polari.

Di seguito, in accordo con [6], si riporta un'immagine rappresentativa di un avvolgimento smorzatore in una macchina sincrona a poli salienti.

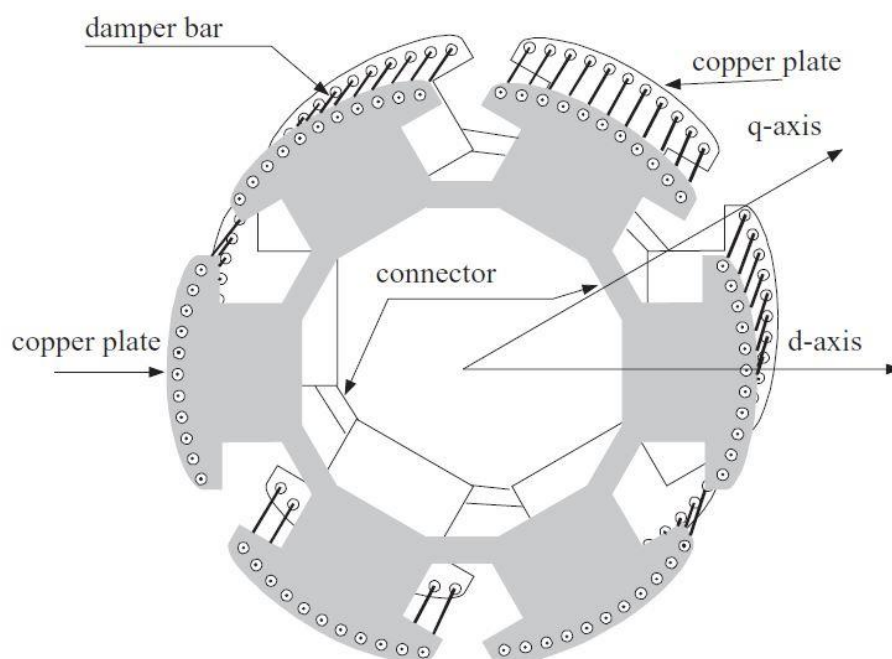


Figura A.1: Struttura di un avvolgimento smorzatore di una macchina sincrona a poli salienti.

L'avvolgimento smorzatore ha la funzione di migliorare le prestazioni della macchina soprattutto durante i transitori. In particolare, la gabbia smorzatrice ha la funzione di smorzare le fluttuazioni di velocità della macchina causate da un carico con coppia pulsante. Inoltre, le barre smorzatrici possono essere utilizzate per far avviare la macchina, proprio come l'avvolgimento d'indotto di un motore asincrono.

Dato che l'avvolgimento smorzatore è molto vicino al traferro della macchina, è importante capire se le barre che lo compongono hanno un qualche effetto sull'andamento dell'induzione a traferro.

Per tale motivo, in questo paragrafo viene introdotto un metodo iterativo con lo scopo di determinare la variazione di induzione a traferro causata da una barra posta sul rotore.

Inizialmente viene considerato un caso semplice: si ipotizza che il traferro sia costante e che la barra sia rettangolare.

Ovviamente, si deve realizzare un modello "Ansys" per poter verificare l'approccio analitico che si intende utilizzare.

Fatta questa premessa, è possibile introdurre il metodo analitico.

Per prima cosa, si suddividono in un certo numero di porzioni rettangolari, il traferro e il materiale ferromagnetico posto al di sopra della barra rettangolare considerata, come mostrato nella figura seguente:

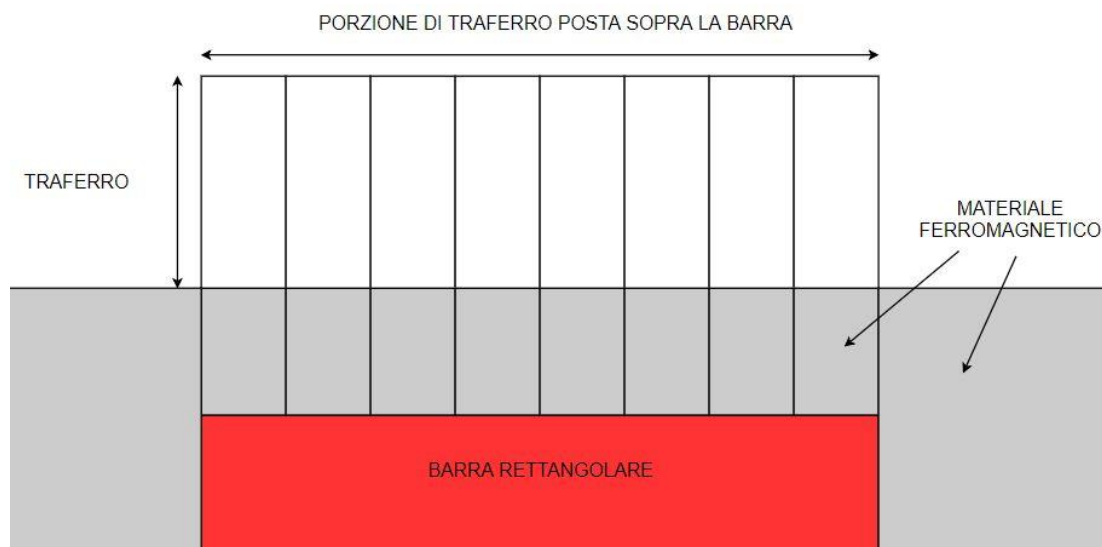


Figura A.2: Esempio di suddivisione in tratti della porzione di traferro e di materiale ferromagnetico posta al di sopra della barra considerata.

Come si può notare dalla figura (A.2), la geometria è simmetrica, perciò è possibile applicare il metodo iterativo solo su una delle due metà. Per quanto riguarda il numero di parti con cui suddividere la porzione considerata, maggiore è il numero di porzioni, maggiore sarà la precisione con cui si determinerà l'andamento dell'induzione a traferro. Nella figura (A.2), ci sono 8 fette rettangolari, ma è solo a titolo di esempio.

Inoltre, per poter considerare un percorso medio delle linee di flusso che attraversano la porzione di materiale ferromagnetico posto al di sopra della barra, non si considerano le porzioni di figura (A.2), ma si fa riferimento alla figura seguente:

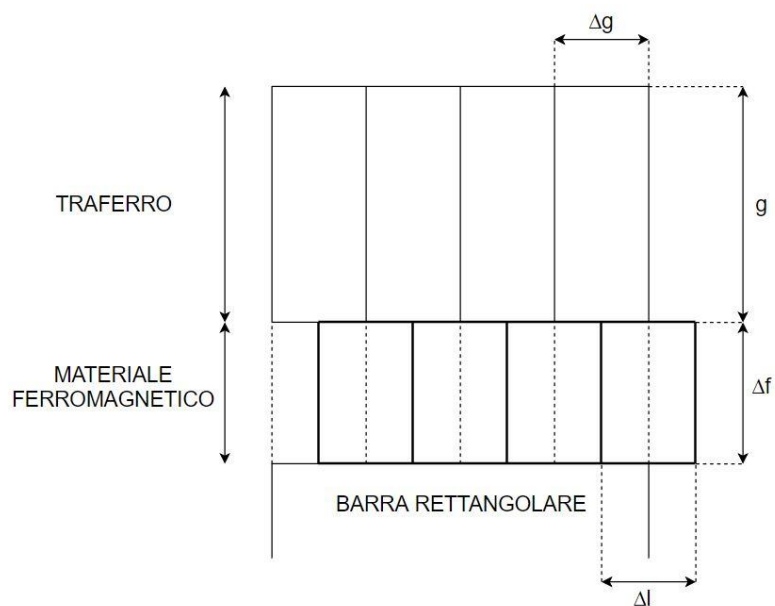


Figura A.3: Porzioni di materiale ferromagnetico considerate per l'esecuzione del metodo iterativo proposto.

Così facendo, il circuito magnetico corrispondente sarà:

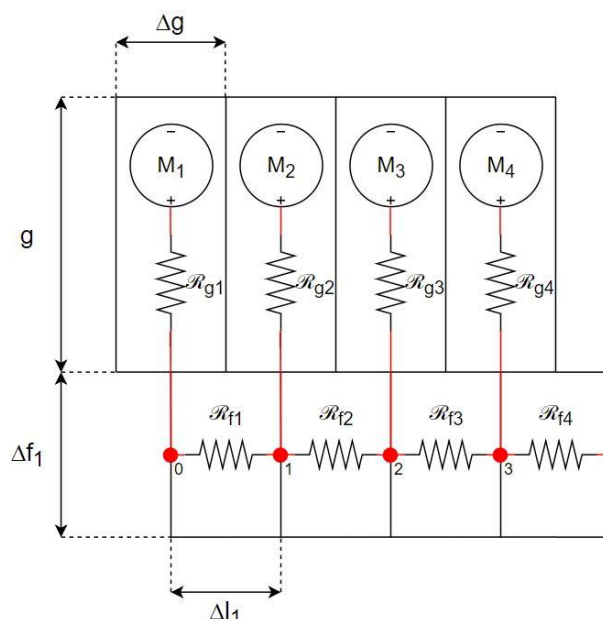


Figura A.4: Circuito magnetico relativo alla porzione di materiale ferromagnetico e di traferro, posta al di sopra della barra rettangolare considerata.

A questo punto, guardando la figura (A.4), si cerca di determinare una formula che fornisca il potenziale magnetico che si ha nel nodo 1. Per far ciò sarà sufficiente sottrarre alla forza magnetomotrice  $M_1$  la caduta di tensione magnetica della prima porzione di traferro e della prima porzione di materiale ferromagnetico. Quindi, si avrà:

$$A_1 = M_1 - \Delta M_{g_1} - \Delta M_{f_1} \quad (\text{A.1})$$

Dove:

$$\Delta M_{g_1} = \Phi_{g_1} \cdot \mathcal{R}_{g_1} = B_{g_1} \cdot \Delta g_1 \cdot L_a \cdot \frac{g}{\mu_0 \cdot \Delta g_1 \cdot L_a} = \frac{B_{g_1} \cdot g}{\mu_0} \quad (\text{A.2})$$

$$\Delta M_{f_1} = \Phi_{f_1} \cdot \mathcal{R}_{f_1} = B_{f_1} \cdot \Delta f_1 \cdot L_f \cdot \frac{\Delta l_1}{\mu_{fe} \cdot \Delta f_1 \cdot L_f} = \frac{B_{f_1} \cdot \Delta l_1}{\mu_{fe}} \quad (\text{A.3})$$

Pertanto, il potenziale magnetico nel nodo 1 sarà:

$$A_1 = M_1 - \left( \frac{B_{g_1} \cdot g}{\mu_0} + \frac{B_{f_1} \cdot \Delta l_1}{\mu_{fe}} \right) \quad (\text{A.4})$$

Dove  $B_{f_1}$  si calcherà uguagliando il flusso che scorre nel primo tratto di traferro con quello che si ha nel primo tratto di materiale ferromagnetico.

$$\Phi_{g_1} = \Phi_{f_1} \quad (\text{A.5})$$

$$B_{f_1} \cdot \Delta_{f_1} \cdot L_f = B_{g_1} \cdot \Delta_g \cdot L_a \quad (\text{A.6})$$

$$B_{f_1} = B_{g_1} \cdot \frac{\Delta_g}{\Delta_{f_1} \cdot k_s} \quad (\text{A.7})$$

Guardando il circuito elettrico equivalente di figura (A.4), si può anche determinare il potenziale magnetico in 1 considerando la seconda porzione di traferro, ovvero:

$$A_1 = M_2 - \frac{B_{g_2} \cdot g}{\mu_0} \quad (\text{A.8})$$

Uguagliando l'equazione (A.4) con la (A.8), si può esplicitare l'induzione nel primo tratto di traferro.

$$M_1 - \left( \frac{B_{g_1} \cdot g}{\mu_0} + \frac{B_{f_1} \cdot \Delta_{l_1}}{\mu_{fe}} \right) = M_2 - \frac{B_{g_2} \cdot g}{\mu_0} \quad (\text{A.9})$$

$$B_{g_1} = \frac{(M_1 - M_2) + \frac{B_{g_2} \cdot g}{\mu_0}}{\frac{g}{\mu_0} + \frac{\Delta_g}{\Delta_{f_1} \cdot k_s} \cdot \frac{\Delta_{l_1}}{\mu_{fe}(B_{f_1})}} \quad (\text{A.10})$$

A questo punto si cerca di determinare, allo stesso modo, il potenziale magnetico nel nodo 2, con lo scopo di ricavare nuovamente un'espressione che fornisca l'induzione nel secondo tratto di traferro e di materiale ferromagnetico. Dopo averlo fatto, si avranno tutti gli elementi necessari per definire delle formule ricorsive che permettano di trovare tali valori di induzione per un qualsiasi tratto considerato.

Applicando lo stesso ragionamento appena esposto, per determinare il potenziale magnetico nel nodo 2, si ottiene che:

$$M_2 - \Phi_{g_2} \cdot \mathcal{R}_g - \Phi_{f_2} \cdot \mathcal{R}_{f_2} = M_3 - \Phi_{g_3} \cdot \mathcal{R}_g \quad (\text{A.11})$$

$$M_2 - \frac{B_{g_2} \cdot g}{\mu_0} - \frac{B_{f_2} \cdot \Delta_{l_2}}{\mu_{fe}(B_{f_2})} = M_3 - \frac{B_{g_3} \cdot g}{\mu_0} \quad (\text{A.12})$$

In particolare,  $B_{f_2}$  è pari a:

$$\emptyset_{f_2} = \emptyset_{f_1} + \emptyset_{g_2} \quad (\text{A.13})$$

$$B_{f_2} \cdot \Delta_{f_2} \cdot L_f = B_{f_1} \cdot \Delta_{f_1} \cdot L_f + B_{g_2} \cdot \Delta_g \cdot L_a \quad (\text{A.14})$$

$$B_{f_2} = B_{f_1} \cdot \frac{\Delta_{f_1}}{\Delta_{f_2}} + B_{g_2} \cdot \frac{\Delta_g}{\Delta_{f_2} \cdot k_s} \quad (\text{A.15})$$

Sostituendo la (A.15) dentro la (A.12), si riesce ad esplicitare l'induzione nel secondo tratto di traferro.

$$M_2 - \left( \frac{B_{g_2} \cdot g}{\mu_0} + \left( B_{g_2} \cdot \frac{\Delta_g}{\Delta_{f_2} \cdot k_s} + B_{f_1} \cdot \frac{\Delta_{f_1}}{\Delta_{f_2}} \right) \cdot \frac{\Delta_{l_2}}{\mu_{fe}(B_{f_2})} \right) = M_3 - \frac{B_{g_3} \cdot g}{\mu_0} \quad (\text{A.16})$$

$$B_{g_2} = B_{g_3} + \frac{\mu_0}{g} \cdot (M_2 - M_3) - \frac{\mu_0}{\mu_{fe}(B_{f_2}) \cdot g} \cdot B_{f_2} \cdot \Delta_{l_2} \quad (\text{A.17})$$

A questo punto si hanno tutti gli elementi necessari per poter generalizzare il calcolo dell'induzione nei vari tratti di traferro e di materiale ferromagnetico. Infatti, immaginando di avere un numero di tubi di flusso generico, è possibile determinare le seguenti formule ricorsive:

$$B_{f_n} = B_{f_{n-1}} \cdot \frac{\Delta_{f_{n-1}}}{\Delta_{f_n}} + B_{g_n} \cdot \frac{\Delta_{g_n}}{\Delta_{f_n} \cdot k_s} = \left( B_{f_{n-1}} \cdot \Delta_{f_{n-1}} + B_{g_n} \cdot \frac{\Delta_{g_n}}{k_s} \right) \cdot \frac{1}{\Delta_{f_n}} \quad (\text{A.18})$$

$$B_{g_{n-1}} = B_{g_n} + \frac{\mu_0}{g} \cdot (M_{n-1} - M_n) - \frac{\mu_0}{\mu_{fe}(B_{f_{n-1}}) \cdot g} \cdot B_{f_{n-1}} \cdot \Delta_{l_{n-1}} \quad (\text{A.19})$$

Le formule ricorsive (A.18) e (A.19) sono del tutto generali, in quanto fanno riferimento ad una condizione in cui i diversi tratti con cui si suddivide la porzione di ferro e di traferro considerata non sono uguali tra loro. Lo si è fatto perché generalmente il traferro di una macchina sincrona non ha un'ampiezza costante, dato che i poli di rotore sono sagomati e lo statore della macchina presenta delle cave. Inoltre, le barre smorzatrici non sono rettangolari, quindi, anche se il traferro avesse un'ampiezza costante, i tratti con cui si suddivide la porzione di materiale ferromagnetico considerata non saranno senz'altro uguali tra loro, essi avranno un'altezza e una larghezza variabile.

Avendo ricavato le formule ricorsive (A.18) e (A.19), è possibile introdurre il metodo iterativo che si intende utilizzare per la valutazione dell'andamento di induzione che si ha a traferro quando nel rotore è presente una barra.

Alla prima iterazione si suppone che i valori di induzione nei vari tratti di traferro siano uguali tra loro e pari ad un certo valore  $B_g$ . Utilizzando tali valori di induzione e l'equazione (A.18), si determinano i valori di induzione nei vari tratti di materiale ferromagnetico considerati e di conseguenza i valori di permeabilità corrispondenti ( $\mu_{fe}(B_{fn})$ ).

Alla seconda iterazione, si utilizzano i valori di  $B_{fn}$  e  $\mu_{fe}(B_{fn})$  appena calcolati per ricalcolare, utilizzando la formula ricorsiva (A.19), l'induzione nei vari tratti di traferro. Dopodiché, si rivaluteranno tutti i valori di induzione dei tratti di ferro e le rispettive permeabilità magnetiche.

Alla terza iterazione si ripeterà il procedimento e così via fino al raggiungimento della convergenza.

Al termine di ogni iterazione si valuta lo scarto tra i valori di induzione a traferro appena calcolati con quelli che si avevano all'iterazione precedente e, non appena lo scarto in ogni tratto scende al di sotto di un certo limite impostato inizialmente, il metodo ha raggiunto la convergenza.

Di seguito, si riporta un grafico di confronto tra l'andamento dell'induzione a traferro che si ottiene tramite l'approccio analitico e tramite il modello realizzato in "Ansys". In particolare, si ipotizza che il valore di induzione a traferro, in assenza della barra smorzatrice, sia pari a 1T. Quindi, per applicare il metodo iterativo appena spiegato, si impone che allo step iniziale tutti i valori di induzione a traferro, che si hanno nei vari tratti considerati, siano pari a 1T.

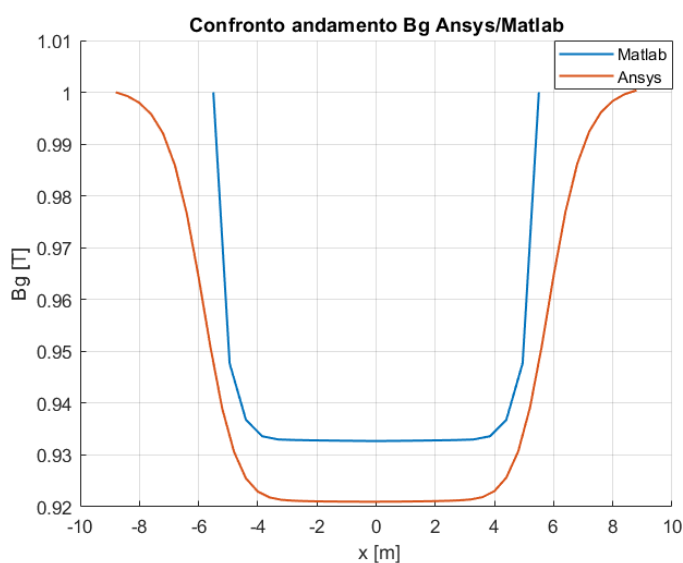


Figura A.5: Confronto tra l'andamento dell'induzione a traferro, che si ha in corrispondenza di una barra rettangolare, ottenuto tramite "Ansys" e tramite l'approccio analitico esposto.

Come si può notare dalla figura (A.5), l'andamento dell'induzione a traferro che si ottiene applicando il metodo iterativo, non coincide con quella ricavabile dal modello "Ansys" considerato. La motivazione di ciò è legata al fatto che, quando si considera l'ultimo tratto di materiale ferromagnetico, quello che si trova al limite della barra, si impone che il valore di induzione nel tratto di traferro corrispondente sia pari al valore che si avrebbe in assenza di perturbazioni dell'induzione. Quindi, nel caso che si sta considerando, si impone pari a 1T. In realtà, come si nota dall'andamento di induzione ricavabile tramite l'utilizzo di "Ansys", l'induzione si assesta ben oltre la fine della barra. Purtroppo, finché si considerano i tratti di materiale ferromagnetico posti al di sopra della barra, si può ipotizzare che le linee di flusso siano parallele tra loro e che tutto il flusso che entra in un tratto esca dallo stesso. Quando invece si considera una porzione di materiale ferromagnetico che si trova appena al di fuori della zona sopra la barra, le linee di flusso non si possono più considerare parallele tra loro, quindi non è più corretto valutare le cadute di tensione magnetica nei vari tratti come esposto precedentemente. Per tale motivo, si immagina che l'induzione si stabilizzi al valore che si avrebbe in assenza della barra non appena si arriva all'ultimo tratto considerato. Generalmente, le barre smorzatrici sono circolari, quindi di seguito si descrive brevemente quali sono i tratti a cui si deve fare riferimento durante l'applicazione del metodo iterativo.

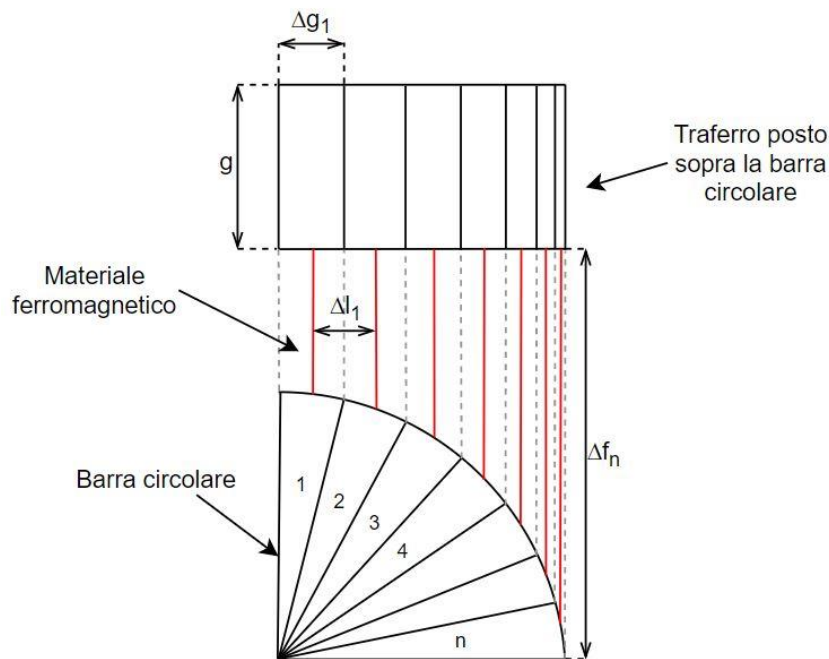


Figura A.6: Suddivisione in tratti della porzione di traferro e di materiale ferromagnetico posta al di sopra di una barra circolare.



Nel caso di una barra circolare, il metodo iterativo che si deve utilizzare per determinare la variazione di induzione a traferro causata dalla barra, è uguale a quello esposto in precedenza. Quindi, si tratta sempre di rivalutare iterazione dopo iterazione i valori di induzione nei vari tratti di traferro.

Anche in questo caso si ipotizza che, al termine del tratto più esterno, l'induzione sia pari al valore che si avrebbe nel caso in cui non ci fosse la barra. Di conseguenza, con la barra circolare si sono riscontrati gli stessi problemi visti con la barra rettangolare. In particolare, in questo caso, immaginare che le linee di flusso siano parallele tra loro nei tratti di materiale ferromagnetico posti al di sopra della barra è un'impresione aggiuntiva che discosta ulteriormente il risultato che si ottiene con l'approccio analitico rispetto a quello ricavato con il programma agli elementi finiti.

Per migliorare il metodo iterativo utilizzato, bisognerebbe calcolare anche la caduta di tensione magnetica nei tratti di materiale ferromagnetico ai lati della barra considerata. Infatti, ipotizzare che la perturbazione di induzione a traferro sia presente solo in corrispondenza del tratto sopra la barra è troppo approssimativo. Al momento non si è riusciti a trovare una soluzione a tale problematica, anche perché si è notato che l'effetto delle barre smorzatrici sull'andamento dell'induzione a traferro è molto ridotto rispetto a quello causato dalle cave di statore. Per tale motivo, tutto il lavoro di tesi si è svolto immaginando che nelle scarpe polari di rotore non ci sia nessun avvolgimento smorzatore.

Quindi, anche se tale metodo analitico non fornisce dei risultati molto precisi rimane comunque un possibile approccio utile per uno sviluppo più approfondito dell'argomento. In particolare, in letteratura, si trovano molti articoli che trattano l'effetto delle aperture di cava, presenti sia sullo statore che sul rotore, sull'andamento dell'induzione a traferro ma, se le cave sono chiuse, non si trova molto a riguardo. Questo per sottolineare ulteriormente l'importanza e la possibile utilità dell'approccio analitico appena esposto.



## Bibliografia

- [1] M. A. G. M. A. Morini, *Macchine elettriche rotanti*, Padova: Libreria Cortina, 2009.
- [2] T. A. LIPO, *Introduction to AC machine design*, Florida: IEEE PRESS, 2017.
- [3] F. D. B. P. O. Misir, «Analytical method for the air gap permeance calculation of salient pole synchronous machines,» *Elektrotechnik & Informationstechnik*, vol. 133, n. 2, pp. 103-111, 2016.
- [4] B. Ponick, *Fehlerdiagnose bei Synchronmaschinen*, Hannover: Ph.D. dissertation, 1994.
- [5] S. B. Nicola Bianchi, *Metodologie di progettazione delle macchine elettriche*, Padova: C.L.E.U.P, 2004.
- [6] T. J. V. H. Juha Pyrhonen, *Design of Rotating Electrical Machines*, Great Britain: John Wiley & Sons, Ltd, 2008.



## RINGRAZIAMENTI

Vorrei spendere due parole di ringraziamento nei confronti di tutte le persone che mi hanno sostenuto e aiutato durante questo percorso di crescita.

Come non ringraziare la mia famiglia. Ai miei genitori che, anche durante i momenti difficili, mi hanno sempre sostenuto e permesso di raggiungere questo importante traguardo. A mia sorella gemella Beatrice sempre pronta a sostenermi e ad aiutarmi nelle difficoltà, sia scolastiche che personali. Su di lei potrò sempre contare.

Ultima ma non per questo meno importante, vorrei ringraziare la mia ragazza Arianna per tutta la pazienza che ha portato nei miei confronti durante questi ultimi anni di Università, ma soprattutto per essermi sempre stata vicina e per esserlo tuttora.

Inoltre, un ringraziamento particolare al “Dixi” e al “Conte”, compagni di studio fantastici con cui ho condiviso momenti di gioia ma anche periodi di grande fatica e sconforto. Senza di loro probabilmente non avrei raggiunto questo risultato.

Infine, vorrei ringraziare mio nonno Mario, uno dei pochi ad avermi sempre sostenuto e ad essere sempre stato orgoglioso di me. Purtroppo, oggi non può essere fisicamente qui, ma sono certo che da qualche parte stia facendo il tifo per me.