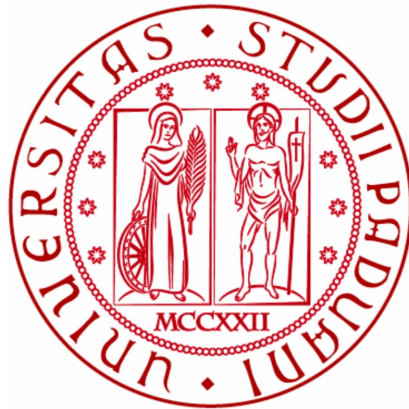


Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo
Galilei”
Corso di Laurea Triennale in Astronomia



TESI DI LAUREA TRIENNALE IN ASTRONOMIA
**NANE BIANCHE: IL LIMITE DI MASSA
DI CHANDRASEKHAR**

Relatore: Prof. Paola Marigo

Laureando: Andrea Pavan

ANNO ACCADEMICO 2014-2015

09/10/2015

“Un’intelligenza che, per un’istante dato, potesse conoscere tutte le forze da cui la natura è animata, e la situazione rispettiva degli esseri che la compongono e che inoltre fosse abbastanza grande da sottomettere questi dati all’analisi, abbraccerebbe nella stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell’Universo e quelli dell’atomo più leggero. Nulla le risulterebbe incerto, l’avvenire come il passato sarebbe presente ai suoi occhi. L’ingegno umano offre un debole abbozzo di tale intelligenza nella perfezione che ha saputo dare all’astronomia”.

Laplace Pierre Simon, Essai philosophique sur les probabilités (1825).

Abstract

La tesi descrive origine e principali proprietà delle WDs: evoluzione stellare, degenerazione, modelli politropici; con cenni riguardo il caso di WDs magnetiche. Sulla base di indagini osservative, si analizzano il legame tra il limite di massa di Chandrasekhar e le SN Ia. Si espongono quindi recenti studi riguardo le *super-Chandrasekhar WDs*, con alcuni cenni sulle teorie da essi utilizzate.

Indice

1	Introduzione	1
2	Origine e proprietà delle nane bianche	3
2.1	Processo di formazione	3
2.2	Classificazione e proprietà	8
2.3	Nane bianche magnetiche	10
2.3.1	Contesto storico-osservativo	10
2.3.2	Origine	12
2.3.3	Principali caratteristiche	13
3	Natura fisica e modelli teorici	17
3.1	Gas degenere: teoria statistica di Fermi-Dirac	18
3.2	Modelli politropici	21
4	Limite di Chandrasekhar e SNe Ia	23
4.1	WDs e politropi	23
4.2	SNe Ia: caratteristiche e progenitori	24
4.2.1	SD-scenario	26
4.2.2	DD-scenario	28
4.2.3	CD-scenario	29
4.3	SNe Ia super-luminose	31
5	Super-Chandrasekhar WDs	33
5.1	Il ruolo del momento angolare	33
5.1.1	Esempi	34
5.1.2	Un criterio di stabilità	36
5.2	Il ruolo del campo magnetico	37
5.2.1	Quantizzazione di Landau	37
5.2.2	Magnetismo e struttura stellare	39
5.2.3	Equazione di TOV	40
5.2.4	Esempi	42
	Bibliografia	44

Capitolo 1

Introduzione

Le nane bianche appartengono a una categoria di oggetti astrofisici molto particolare, quella degli oggetti *compatti*. Di questi si occupa l'astrofisica delle alte energie, un settore di ricerca nato nel XX secolo grazie all'avvento delle nuove tecnologie e che studia le condizioni ambientali più estreme presenti nel nostro Universo. Probabilmente unico nel suo genere, questo ramo dell'astrofisica teorica sfrutta le teorie note nell'ambito della Relatività Generale e della Meccanica Quantistica per indagare l'Universo, contribuendo a risolvere uno dei più grandi e affannosi problemi della scienza: l'unificazione della fisica. Nane bianche, stelle a neutroni, buchi neri, "gamma-ray bursts", nuclei galattici attivi, raggi cosmici: una ricerca che guida gli scienziati verso l'estremo limite delle leggi della fisica. Lo sviluppo di questo settore è intimamente legato al progresso della tecnologia elettronica spaziale e terrestre. Per tali ricerche, infatti, è necessario utilizzare telescopi di altissima risoluzione e precisione, in grado di indagare condizioni estreme irriproducibili sulla Terra. Condizioni che, secondo le attuali teorie, si presentavano alle origini dell'Universo stesso.

Le osservazioni e l'analisi di oggetti compatti sono molto importanti da diversi punti di vista. Innanzitutto esse permettono di comprendere maggiormente la gravità e gli effetti che la stessa è in grado di produrre sul tessuto spazio-temporale cosmico; inoltre questi oggetti rappresentano un vero e proprio esperimento quantistico, in cui è possibile investigare la più profonda natura della materia e forniscono un importante test per le teorie di evoluzione stellare, permettendo di comprendere come si è formato e si è diffuso il materiale cosmico elementare (nuclei atomici, particelle subatomiche, fotoni, antimateria ecc.). Si tratta di plasmi astrofisici immersi in campi magnetici molto intensi, in cui la materia è portata ad altissimi valori di densità, pressione e temperatura. Sono la sede delle più grandi e violente esplosioni cosmiche, come supernove e lampi gamma; eventi molto importanti sia a fini astrofisici che cosmologici. Fondamentale è stato il ruolo svolto dalle SNe Ia nella determinazione dei parametri cosmologici durante la seconda metà del secolo scorso: la scoperta del moto accelerato di espansione dell'Universo ha dato avvio a molti nuovi progetti di ricerca.

Le nane bianche (WDs) rappresentano lo stadio finale dell'evoluzione di stelle con massa iniziale inferiore a $8M_{\odot}$. La loro scoperta si deve all'astronomo tedesco Friedrich Bessel (Minden, 1784 – Königsberg, 1846) che, sfruttando le tecniche astronomiche sviluppate nel XIX secolo, eseguì precise misure di astrometria: egli

si occupò di stabilire con estrema accuratezza le posizioni delle stelle e di studiarne la cinematica. La notevole cura con cui effettuò le misure lo portò a scoprire delle anomalie nel moto di alcune stelle. Tale fenomeno fu interpretato come un effetto di interazione gravitazionale simile a quello presente in sistemi binari, all'epoca già noti e ben analizzati. Grazie alla successiva stima dei parametri orbitali e all'applicazione delle leggi della meccanica newtoniana, gli astronomi calcolarono massa e raggio delle stelle "compagne". Nel 1862, uno di questi oggetti celesti fu realmente osservato con un telescopio in banda ottica (Figura 1.1, [6]). I risultati ottenuti dagli astronomi sconvolsero il mondo della fisica e dell'astronomia.

"Apparentemente dunque abbiamo una stella di massa pressoché equivalente al Sole e di raggio molto minore rispetto ad Urano." [10]

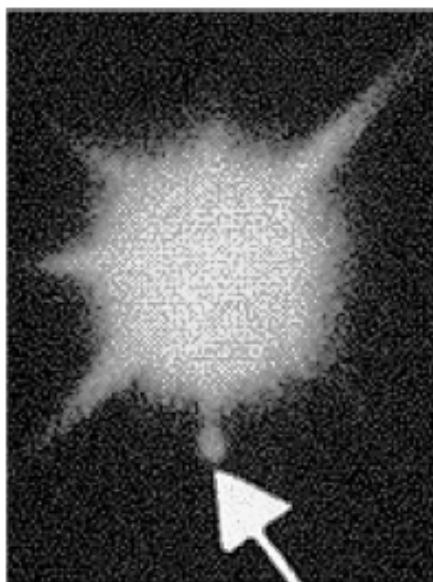


Figura 1.1: Immagine in ottico di Sirio A (in alto) e Sirio B (in basso); quest'ultima è una nana bianca, la prima ad essere stata scoperta. La sua esistenza fu prevista da Friedrich Bessel nel 1844.

Il termine *nana bianca*, coniato nel 1922 dall'astronomo statunitense Willem Luyten (Semarang, 1899 – Minneapolis, 1994), delinea alcune principali proprietà di queste stelle: corpi celesti di ridotte dimensioni e luminosità. La reale comprensione della natura delle nane bianche si raggiungerà solo negli anni '30 grazie agli studi svolti dai fisici Enrico Fermi (Roma, 1901 – Chicago, 1954) e Paul Dirac (Bristol, 1902 – Tallahassee, 1984), dall'astrofisico Subrahmanyan Chandrasekhar (Lahore, 1910 – Chicago, 1995) e da molti altri scienziati del Novecento. Esse hanno svolto un ruolo fondamentale negli sviluppi dell'astrofisica teorica e della fisica moderna, permettendo di fondare le basi per la nascita dell'astrofisica delle alte energie.

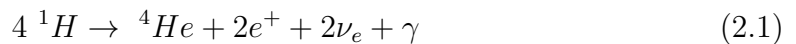
Capitolo 2

Origine e proprietà delle nane bianche

2.1 Processo di formazione

Una nana bianca è ciò che resta dell'evoluzione di una stella di piccola/intermedia massa ($\leq 8/10M_{\odot}$). Le sue proprietà fisiche e chimiche sono fortemente legate al processo evolutivo della progenitrice, in particolare la stabilità dinamica e termica dell'intero processo sono determinate dalla massa iniziale di quest'ultima.

Un'evoluzione tipica si osserva solamente dopo la *Main Sequence phase* (MS). Questa è una fase comune ad ogni stella con $M \geq 0.08M_{\odot}$. Per $M \leq 0.08M_{\odot}$ i valori di pressione e temperatura centrali non sono tali da attivare il bruciamento nucleare dell'idrogeno, processo caratteristico della MS: queste stelle, dette *Nane Brune*, iniziano una fase di lento raffreddamento che le porterà a dissipare tutta l'energia termica interna e spegnersi definitivamente. La MS si caratterizza per la presenza di *Complete Equilibrium* (CE) nella stella: un totale bilancio tra forze di pressione interne e autogravità, *Hydrostatic Equilibrium* (HE), e conservazione dell'energia meccanica e della temperatura media, *Thermal Equilibrium* (TE). Il TE è garantito da un'intensa attività nucleare, che produce l'energia interna necessaria a compensare quella persa in superficie¹. Gli alti valori di pressione e temperatura presenti a livello nucleare permettono l'accensione dell'idrogeno:



A seconda della massa della stella, il bruciamento dell'idrogeno avviene in maniera differente. Nelle stelle di massa intermedia o superiore ($\geq 2M_{\odot}$) si assiste al *Ciclo-CNO*, un processo che coinvolge carbonio, azoto e ossigeno come catalizzatori del bruciamento di H. Esso è caratterizzato da un tasso d'energia nucleare fortemente legato alla temperatura ($\epsilon_{nuc} \propto T^{18}$) e da una temperatura d'attivazione di

¹Si tratta di una conseguenza del noto *Teorema del Viriale*, una legge che deriva direttamente dalla condizione di HE. Nel caso di gas ideale, esso afferma che $E_{tot} = 0.5E_{grav} = -E_{int}$. Il bilancio tra forze di pressione e autogravità comporta $|E_{grav}| = 2E_{int}$. Dunque in assenza di TE nel tempo $d/dt E_{tot} < 0$, cioè $d/dt |E_{grav}| > 0$ e $d/dt E_{int} > 0$. La stella quindi si contrae e aumenta la sua energia interna, incrementando la temperatura. Tuttavia solo $0.5E_{grav}$ è convertita in E_{int} , la restante metà è dissipata in superficie. Il teorema stabilisce specifici ed alti gradienti di pressione e temperatura nella stella.

$\sim 1.5 \times 10^7 K$; inoltre, sebbene il prodotto principale del processo sia He, il Ciclo CNO aumenta anche l'abbondanza di ^{14}N nel nucleo. Per stelle di piccola massa, invece, il bruciamento avviene per fusione diretta di coppie di protoni: si tratta della cosiddetta *Catena* $p^+ - p^+$, la quale è caratterizzata da un tasso d'energia nucleare $\epsilon_{nuc} \propto T^4$ e da una temperatura d'attivazione di $\sim 10^7 K$. La stella raggiunge quindi la *post-Main Sequence phase*, quando il suo nucleo è principalmente costituito da He e l'involucro esterno è ricco di H.

Inizialmente, il nucleo di elio è inerte e isoterma. Una *shell* di idrogeno, adiacente ad esso, lo separa dall'involucro esterno e prosegue la combustione dell'idrogeno, aumentando la massa nucleare di elio e innalzando la temperatura del nucleo: si tratta della cosiddetta *H-shell burning phase*. Durante questo nuovo processo di bruciamento interno, il nucleo si contrae (come conseguenza del Teorema del Viriale) mentre l'involucro esterno si espande e si raffredda; quest'ultimo diventa sempre più convettivo, aumentando l'efficacia del trasporto di calore dall'interno verso la superficie. Quando l'involucro diventa completamente convettivo, s'instaura un gradiente termico adiabatico al suo interno: la luminosità superficiale diventa praticamente indipendente da T_{eff} . Dato che l'involucro continua ad espandersi, in risposta alla contrazione del nucleo, la sua luminosità continua ad aumentare ($L \propto R_{stella}^2$); inoltre col proseguire del raffreddamento dell'involucro, l'opacità di questo diminuisce di molto ($k \propto T^9$), garantendo un trasporto d'energia termica verso la superficie molto efficace. Il risultato è un'evoluzione lungo una linea circa verticale nel Diagramma H-R: un aumento notevole di luminosità a $T_{eff} \approx \text{costante}$. E' la nota *Hayashi line*. La stella passa alla fase di gigante rossa, nel *Red Giant Branch* (RGB).

Il RGB è popolato principalmente da stelle di campo. Nel caso di sistemi binari o multipli è possibile trovare WDs di elio: si tratta di stelle di piccola massa che al termine della MS non hanno progredito nell'evoluzione e hanno perso completamente l'involucro esterno di idrogeno, svelando un nucleo di elio degenerato. La massa nucleare di queste stelle al termine della MS è $< 0.3M_{\odot}$. I modelli di evoluzione stellare prevedono che per proseguire l'evoluzione lungo il RGB, durante cui il nucleo accende l'elio, la massa nucleare deve essere di almeno $0.3M_{\odot}$. Non è ancora molto chiaro attraverso quale tipo di processo fisico si formino le WDs di He. E' probabile che la completa perdita dell'involucro esterno sia dovuta al trasferimento di massa, causato dall'azione gravitazionale di una stella compagna nel sistema, forse una compatta (per esempio una stella di neutroni).

L'evoluzione nel RGB dipende dalle caratteristiche fisiche del nucleo stellare. Per stelle di piccola massa ($\leq 2M_{\odot}$), al termine della *H-shell burning phase* il nucleo è costituito da elettroni degenerati. Grazie all'attività della shell, la densità, la massa e la temperatura del nucleo continuano ad aumentare; a $M_{nucleo} \approx 0.45M_{\odot}$ esso raggiunge i $10^8 K$ necessari all'accensione dell'elio. A questo punto però l'elevata degenerazione del nucleo rende la sua struttura meccanica indipendente dalla struttura termica; la pressione di degenerazione, infatti, è indipendente dalla temperatura². L'aumento della temperatura nucleare perturba il gradiente termico stabilito dalla condizione di HE, con la pressione interna che resta invariata. Questo non permette il cosiddetto *effetto termostato*³. All'accensione dell'He, il nucleo è termicamente

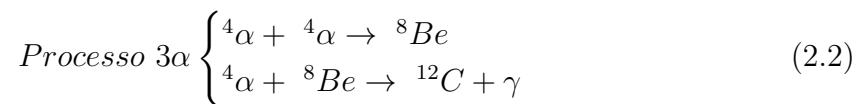
²Si tratta dell'equazione di stato di un gas degenerato, che sarà in seguito trattata.

³Si tratta di un effetto che in condizioni normali si verifica nelle stelle quando viene perturbato il

instabile: durante il processo di bruciamento, una tale condizione lo costringe ad accumulare la notevole energia prodotta dalle fusioni nucleari. Dato che l'energia interna della componente elettronica degenerata del gas è indipendente dalla temperatura, l'energia nucleare prodotta aumenta quella interna della componente ionica del gas⁴: ciò fa aumentare la temperatura interna delle regioni nucleari e porta queste a rilasciare, sottoforma di rapide e violente esplosioni (*He flashes*), l'enorme energia interna del gas ($\sim 10^{10}L_{\odot}$). Questa energia viene utilizzata per espandere le regioni centrali, bruciare una discreta quantità di He e attivare l'effetto termostato. Allo stesso tempo l'involucro esterno si contrae rapidamente diminuendo di molto la sua luminosità. Nel Diagramma H-R la stella traccia un percorso circa rettilineo vicino all'*Hayashi line* ma nel verso opposto. Questa fase si conclude con il bruciamento termicamente stabile dell'He (la maggior parte di He è bruciata in questa fase) e la disposizione della stella lungo il cosiddetto *horizontal branch* nel Diagramma H-R.

Nel caso di stelle di massa intermedia il processo è più stabile: il nucleo della stella si contrae, innalzando i valori di pressione, temperatura e densità (senza degenerare), mentre l'involucro esterno ricco di H si espande notevolmente e si raffredda, aumentando l'efficacia della convezione. Il nucleo raggiunge dunque la temperatura di $10^8 K$ e inizia a bruciare elio. La *He-burning phase* per queste stelle avviene con un *blue loop* che alterna la fase di gigante rossa a quella di gigante blu a causa di continue variazioni di luminosità, temperatura e raggio della stella.

In entrambi i casi il bruciamento dell'elio avviene tramite il processo 3α e la reazione C-He, che si concludono con la formazione di un *C-O core*:



A seguito della fase di bruciamento centrale dell'elio, l'evoluzione verso lo stadio di nana bianca prosegue nell'*Asymptotic Giant Branch phase* (AGB).

Il nucleo di C-O inizia a contrarsi come conseguenza del teorema del viriale e viene avvolto da una *He-shell*, che all'aumento della temperatura prosegue il bruciamento dell'elio. Un involucro intermedio di He separa questa shell da quella di idrogeno, mentre l'involucro esterno di idrogeno, in cui domina la convezione, lentamente inizia a separarsi dalla stella⁵. Il nucleo diventa presto degenerare sia per stelle di piccola massa sia per quelle di massa intermedia. Da questo momento in poi l'evoluzione è approssimativamente la stessa per entrambe le categorie di stelle.

TE. La perturbazione è dovuta ad una variazione dell'energia totale, che si ha quando la luminosità nucleare è diversa da quella superficiale per un qualche fenomeno fisico. Se ciò accade, il Teorema del Viriale comporta una variazione di E_{grav} e di E_{int} . Nell'ipotesi che $L_{nuc} > L_{sup}$, $d/dt E_{tot} > 0$ e quindi $d/dt |E_{grav}| < 0$ e $d/dt E_{int} < 0$: la stella si espande e si raffredda. Il caso inverso è di analoga trattazione. Questo è in breve l'effetto termostato, un meccanismo autostabilizzante della stella.

⁴Questa componente non è degenerata. Il motivo sarà spiegato in seguito.

⁵Il gradiente di densità all'interno della stella è notevole. La sua autogravità non riesce più a trattenere gli strati superficiali. Di conseguenza, durante i vari processi caratteristici dell'AGB la stella gigante perde massa.

Sono di seguito esposti i principali step dell'AGB:

- per stelle di massa $\geq 4M_{\odot}$, i moti convettivi, caratteristici dell'involucro esterno d'idrogeno, raggiungono gli strati di elio e permettono il trasporto in superficie dei prodotti della *H-burning shell phase*, principalmente azoto ed elio. Questo specifico fenomeno di *dredge up*, assieme al meccanismo di perdita di massa, comporta una limitazione importante sulla massa della nana bianca che si formerà al termine dell'evoluzione.
- la *He-shell* diventa termicamente instabile. La condizione di TE, infatti, richiede che sia prodotta una determinata L_{nuc} : luminosità deve provenire dall'attività combinata delle due shells dato che il nucleo di CO è inerte. Tuttavia l'attività della H-shell aumenta la massa dell'involucro intermedio di He, il quale "schiaccia" col suo peso la He-shell, facendola diventare molto sottile. Dall'EoS di un gas generico $P = P(T, \eta)$ (con η densità del gas), si ricava che l'attività di combustione della He-shell è termicamente stabile se essa è sufficientemente spessa (infatti solo così può stabilizzarsi con meccanismi simili all'effetto termostato). Dunque durante la produzione di L_{nuc} , lo sottile spessore della He-shell rende quest'ultima termicamente instabile. Essa rilascia periodicamente notevole energia sottoforma di pulsazioni termiche, che aumentano di intensità col passare del tempo. Si tratta della *Thermally pulsing AGB phase* (TP-AGB).

Durante questa fase avvengono eventi fondamentali:

- le pulsazioni generano moti convettivi che permettono il trasporto in superficie dei prodotti della *He-burning phase* (principalmente carbonio), i quali danno origine a un'intensa attività di nucleosintesi nelle regioni superficiali: a seconda del rapporto C/O, determinato dai tassi di produzione dei processi di combustione, si possono formare diversi composti molecolari (come H_2O , CN, C_2) e grani di polvere (silicati, carbonacei). Inoltre, le pulsazioni termiche permettono l'attivazione di processi fisici che portano alla formazione di elementi pesanti, anche del gruppo del Fe: si tratta dei cosiddetti *processi-s*. Questi sono processi di cattura neutronica, che richiedono abbondanza di neutroni liberi nel luogo della loro attivazione; neutroni che vengono rilasciati da reazioni chimiche come $^{13}C(\alpha, n)^{16}O$ e $^{22}Ne(\alpha, n)^{25}Mg$ in presenza di temperature dell'ordine di $10^8 K$;
- la luminosità della stella è principalmente determinata dalla massa del nucleo degenere di CO;
- la combinazione di pulsazioni termiche e pressione di radiazione causa una forte perdita di massa ($10^{-7} - 10^{-4} M_{\odot} yr^{-1}$), evidenziata dal rilascio di polveri/grani di carbonio o silicio osservati nelle zone atmosferiche più fredde.

- Il numero di pulsazioni e la durata del TP-AGB dipendono dalla perdita di massa dell'involucro esterno e dalla crescita in massa del nucleo degenerare di C-O⁶; generalmente la durata di questa fase è dell'ordine di $1 - 2 \times 10^6 \text{yr}$.

L'evoluzione della stella prosegue in condizioni di CE. L'involucro ricco di idrogeno è stato in gran parte rimosso; gli strati più interni e caldi emergono in superficie. Tuttavia, dato che la luminosità della stella dipende principalmente dalla massa nucleare, che resta circa invariata durante l'evoluzione post-AGB, essa resta costante per tutta la fase successiva: la nuova stella si presenta con la stessa luminosità, ma di ridotte dimensioni e maggiore temperatura effettiva, tracciando dunque un percorso circa orizzontale nel Diagramma H-R. Quando $T_{eff} \geq 3 \times 10^4 \text{K}$, la radiazione emessa dalla stella in banda UV disintegra i residui dell'involucro rilasciati in precedenza. I grani di polvere vengono distrutti, i composti molecolari dissociati e gli atomi ionizzati. Si genera quindi una nube di materiale interstellare che circonda la stella ed emette luminosità per fotoionizzazione a diverse frequenze; essa prende il nome di *nebulosa planetaria*. Il residuo stellare arresta l'incremento di temperatura una volta terminato il processo di estinzione dell'involucro esterno ($T_{eff} \sim 10^5 \text{K}$). La stella, che ora si mantiene in HE grazie al suo elevato grado di degenerazione, inizia a dissipare la sua energia interna raffreddandosi. Essa inizia una lunga fase di raffreddamento, che la porterà a spegnersi definitivamente. La stella è diventata una WD.

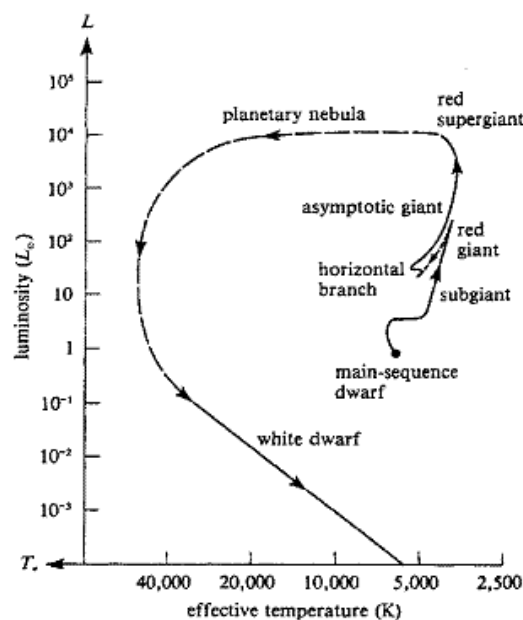


Figura 2.1: Traccia evolutiva di una stella di tipo solare ($M < 2M_{\odot}$) nel Diagramma H-R. Sono indicate le principali fasi evolutive della stella fino allo stadio di WD.

⁶L'esistenza di queste stelle e la loro successiva evoluzione verso lo stadio di WD dimostrano l'importanza del processo di perdita di massa, che rimuove gran parte dell'involucro esterno prima che la massa nucleare aumenti significativamente. Il fatto che la durata del processo sia limitata dalla crescita in massa del nucleo degenerare è collegato al cosiddetto *Limite di massa di Chandrasekhar*, un limite superiore sulla massa che un gas degenerare non può teoricamente superare. Questo argomento sarà successivamente trattato in maniera approfondita.

2.2 Classificazione e proprietà

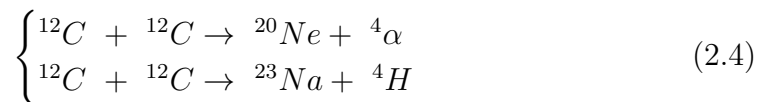
La seguente analisi sulle proprietà tipiche delle nane bianche è in parte tratta da [6]. La classificazione spettrale delle WDs è effettuata basandosi sull'abbondanza degli elementi atmosferici misurata con le osservazioni:

- DA: intense righe dell'idrogeno;
- DB: intense righe di He I;
- DO: intense righe di He II;
- DC: spettro continuo senza righe notevoli;
- DZ: intense righe metalliche (eccetto carbonio);
- DQ: intense righe di carbonio.

Dalle analisi spettrometriche si può facilmente studiare la composizione superficiale delle nane bianche. Circa l'80% di esse è di tipo DA, dalle più calde alle più fredde; molte di esse presentano atmosfere puramente costituite da idrogeno o elio. Si osservano nane bianche di tipo DO per $T_{eff} > 4.5 \times 10^4 K$, di tipo DB per $T_{eff} < 3 \times 10^4 K$, DC per $T_{eff} < 1.1 \times 10^4 K$; non si osservano WDs con atmosfere ricche di elio per $3 \times 10^4 K < T_{eff} < 4.5 \times 10^4 K$. Il forte campo gravitazionale della nana bianca comporta un'efficace distribuzione delle sostanze in superficie: gli elementi pesanti penetrano in profondità, quelli più volatili (come H o He) si dispongono all'esterno. Le eventuali tracce di metalli, che si osservano ad esempio nelle DZ o DQ, sono di origine più recente e di diversa provenienza (accrescimento dal mezzo interstellare, comete, ecc.).

La composizione interna delle nane bianche è completamente diversa da quella superficiale. La grande maggioranza di esse è costituita da carbonio e ossigeno e possiede una massa totale di $\sim 0.6M_{\odot}$, anche se non mancano eccezioni:

- nane bianche con $M < 0.45M_{\odot}$ sono costituite da He (come visto in precedenza);
- nane bianche con $M > 1.2M_{\odot}$ sono per lo più di O-Ne: si tratta di stelle con massa iniziale di $\sim 11M_{\odot}$, che al termine della *He-burning phase* presentano un nucleo di CO parzialmente degenerato e riescono ad attivare il bruciamento centrale del carbonio:



L'attivazione del processo è termicamente instabile e avviene per mezzo di un *C-flash*, simile come meccanismo agli *He-falshes* ma molto meno violento. A seguito della formazione del *O-Ne core* degenerato, il bruciamento del carbonio prosegue in una shell adiacente al nucleo e la stella continua l'evoluzione verso lo stadio di nana bianca. La struttura della stella è molto simile a quella di una

AGB-star, ma con una chimica diversa; per questo motivo stelle di questo tipo vengono chiamate *super-AGB stars*. Nel destino di una super-AGB star risulta di grande importanza il processo di perdita di massa. La massa del nucleo, infatti, è molto vicina al limite di Chandrasekhar ($\sim 1.46M_{\odot}$). Se la perdita di massa non è efficace, il nucleo può collassare e produrre un'esplosione di supernova; in caso contrario, invece, la stella diventa una ONe-WD.

Le teorie di struttura stellare e i dati sperimentali permettono di stabilire una precisa distribuzione di massa per le nane bianche, la quale mostra un notevole picco attorno a $0.562M_{\odot}$ (Figura 2.2, [25]). Tale picco evidenzia l'efficacia della perdita di massa durante l'AGB.

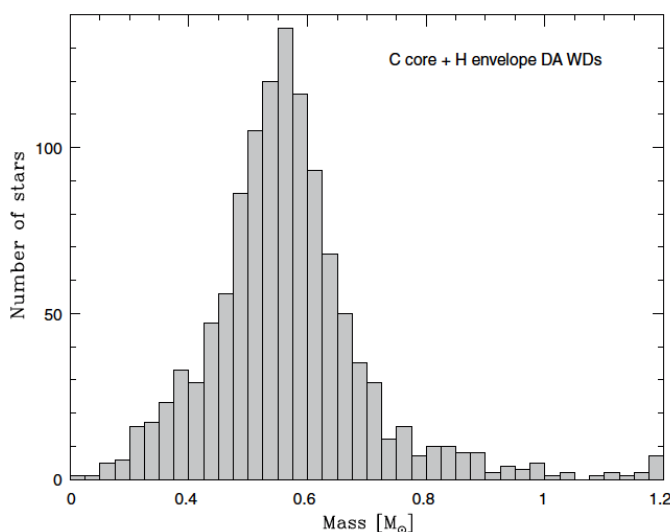


Figura 2.2: Istogramma della distribuzione di massa delle WDs, ricavato da 1175 WDs di tipo DA con $T_{eff} \geq 12 \times 10^3 K$ incluse nel campione DR1 della SDSS. Le stelle sono raggruppate in bins di $0.025M_{\odot}$; la massa di queste va da $0.2M_{\odot}$ a $1.2M_{\odot}$. La distribuzione è asimmetrica: per $M \neq 0.562M_{\odot}$, si osserva un maggior numero di WDs con masse minori. L'asimmetria è collegata alla funzione di distribuzione di massa iniziale, $\zeta(M) \propto M^{-2.35}$, che favorisce stelle di massa minore. Il picco che si mostra a $M \sim 1.2M_{\odot}$ non è reale, ma deriva da errori sistematici.

Tabella 2.1: Alcuni valori della massa del picco di distribuzione di massa delle WDs, in unità di M_{\odot} , ottenuti con diverse osservazioni.

M_{picco}/M_{\odot}	Pubblicazioni
0.58	Koester, Schulz & Weidemann (1979), average mass of 122 DA white dwarfs
0.603	Weidemann & Koester (1984), 70 DA WD stars
0.571	McMahan (1989), 53 DA white dwarfs
0.60	Weidemann (1990)
0.562	Bergeron, Saffer & Liebert (1992), 129 DA white dwarfs
0.56	Liebert & Bergeron (1995), 200 white dwarfs from the Palomar Green survey
0.570	Finley, Koester & Basri (1997), 174 DA white dwarfs, some with cool companions
0.55	Marsh et al. (1997a,b), 89 stars of the ROSAT All-Sky X-ray and EUV Surveys
0.56	Vennes et al. (1997), 110 EUV selected DA WDs
0.57	Vennes (1999), 141 EUV/X-ray selected WDs

2.3 Nane bianche magnetiche

Prima di passare alla descrizione delle principali teorie fisiche riguardanti le WDs, è di seguito proposto un breve *excursus* circa il caso delle WDs magnetiche (MWDs). Come si vedrà nell'ultimo capitolo di questa tesi, campi magnetici intensi possono avere delle conseguenze notevoli sulla natura stessa delle WDs; in particolare, recenti modelli teorici hanno mostrato come lo stesso limite di massa di Chandrasekhar possa essere influenzato dall'azione di un campo magnetico molto intenso. Un'analisi più approfondita riguardo quest'ultimo aspetto sarà eseguita in seguito; per ora, si propone solamente una breve digressione sul contesto storico-osservativo che ha caratterizzato gli studi riguardanti le MWDs, seguita da una semplice descrizione delle proprietà di quest'ultime. La seguente trattazione si basa soprattutto su quanto riportato in [43].

2.3.1 Contesto storico-osservativo

La prima scoperta di campi magnetici piuttosto intensi in stelle peculiari risale al 1947 [4]. L'astronomo americano Horace W. Bancroft analizzò stelle dei primi tipi spettrali (O, B, A), osservando che solo una piccola frazione di queste presentavano nello spettro righe di assorbimento ben definite e sottili; molte di esse mostravano righe allargate a causa della loro elevata velocità di rotazione (si tratta del cosiddetto *rotational broadening*). Egli studiò il caso in cui a questo tipo di stelle fosse associato un intenso campo magnetico, osservando che in queste condizioni l'effetto Zeeman inverso⁷ sarebbe stato così efficace da allargare sensibilmente le righe. Basando la sua indagine su adeguate assunzioni preliminari (simmetria sferica della stella, asse magnetico coincidente con l'asse di rotazione stellare, campo magnetico uniforme, ecc.) e note le teorie quantistiche alla base dell'effetto Zeeman, egli interpretò le peculiarità presenti nello spettro della stella Ap-78 Vir come conseguenze di un campo magnetico di $\sim 1500G$.

Se dunque si considerano stelle con campi magnetici di intensità $\sim 10^3G$, preferibilmente di massa intermedia (per considerare classi spettrali A, B), nell'ipotesi che il flusso del campo magnetico $\Phi_B = \oint_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{n} d\Sigma$ resti costante durante tutta la loro evoluzione, quando queste diventano WDs (stadio in cui la superficie della stella Σ si

⁷Con *effetto Zeeman* s'intende quel fenomeno fisico che si verifica quando un atomo è immerso in un campo magnetico. Nell'atomo, infatti, si trovano particelle cariche, protoni ed elettroni. Quest'ultimi sono particelle di spin 1/2, che possono dunque possedere un momento magnetico di spin pari a +1/2 oppure pari a -1/2. In Meccanica Quantistica il momento angolare è quantizzato; in particolare, tale quantizzazione è data dai numeri quantici l (associato al momento angolare orbitale) e s (associato al momento angolare di spin). Si verifica che al numero quantico l è associata una degenerazione $2l + 1$ e ad s una degenerazione $2s + 1$. Questa degenerazione è rappresentata da sottolivelli energetici, ciascuno dei quali corrisponde a un determinato valore di momento angolare. In presenza di campo magnetico questa quantizzazione intrinseca negli atomi si manifesta, dato che le cariche acquistano momento angolare (come è noto dalla *Legge di Lorentz*). L'eliminazione della degenerazione comporta una distinzione dei diversi sottolivelli energetici, che si manifesta nelle righe spettrali con la comparsa di multipletti e con broadening delle righe. L'effetto Zeeman può riguardare righe in emissione o righe in assorbimento; in quest'ultimo caso viene detto "inverso".

è ridotta di molto) tale campo sarà molto più intenso: $\sim 10^7 - 10^8 G$. Tuttavia queste previsioni furono smentite dalle osservazioni. Le analisi degli spettri di WDs di tipo DA, infatti, eseguite negli anni '70 [30] con metodi basati sulla teoria dell'effetto Zeeman quadratico e con spettrometri di modesta risoluzione, mostrarono come il magnetismo sia abbastanza raro nelle WDs. Successive osservazioni [16] furono eseguite con metodi di misura differenti del campo magnetico. Esse si basavano sul cosiddetto *magneto-bremsstrahlung*: si tratta dell'emissione free-free di un elettrone che si muove sotto l'azione di un campo magnetico in vicinanza di ioni. Dato che tale emissione può risultare polarizzata sia circolarmente sia linearmente, le indagini mirarono a rivelare una qualche polarizzazione nello spettro ottico delle WDs, per poter misurare l'intensità di eventuali campi magnetici. Tuttavia, indagini di questo tipo svolte sugli spettri di WDs di tipo DA portarono nuovamente a risultati negativi.

Veri e propri successi si ottennero analizzando gli spettri di WDs di tipo DC. Una notevole polarizzazione circolare si osservò nella stella Grw +70°8247, che si ritenne essere una WDs fortemente magnetizzata. Tuttavia, sebbene il rivelamento di polarizzazione negli spettri di WDs di questo tipo avesse decretato la loro natura magnetica, misure dell'intensità dei campi si poterono realizzare solo successivamente, grazie alle nuove scoperte circa l'effetto Zeeman. Nel 1974, infatti, venne pubblicata una grande raccolta di dati riguardanti l'effetto Zeeman delle righe spettrali di H e He in presenza di campi magnetici di circa $10^8 G$; in questa, oltre al regime lineare dell'effetto Zeeman (che riguarda l'eliminazione della degenerazione sul numero quantico magnetico m), si analizzava anche il regime quadratico (che riguarda l'eliminazione della degenerazione sul numero quantico angolare l). Queste informazioni risultarono fondamentali per comprendere le peculiarità dello spettro della nana bianca GD 90: dall'analisi delle righe della serie di Balmer, eseguita nel 1974, si ricavò un campo magnetico superficiale di $\sim 5 \times 10^6 G$. Si tratta della prima determinazione di un campo magnetico su una WD. Con questo evento nasce la spettroscopia Zeeman, inizialmente finalizzata all'indagine dei campi magnetici su nane bianche.

Negli anni '80, con l'avvento di potenti calcolatori, si poté indagare come un campo magnetico generico influenzi la struttura atomica dell'idrogeno; tale indagine fu eseguita proprio tramite analisi degli spettri di WDs. Gli scienziati, infatti, si erano resi conto come l'effetto Zeeman su H e He fosse realmente visibile solo per campi magnetici molto elevati, come quelli osservati in WDs e stelle a neutroni. Ciò dimostrava come gli oggetti compatti fossero un sito di ricerca fondamentale per gli studi riguardanti la struttura fine degli atomi. I risultati ottenuti da queste indagini furono di estrema rilevanza. Molti misteri circa le peculiarità degli spettri delle MWDs furono risolti; si comprese, ad esempio, quale fosse la vera origine di alcune righe spettrali fino ad allora sconosciute: l'effetto Zeeman, quando è particolarmente efficace, può causare uno *shift* delle righe anche di centinaia di (per esempio: $H_\beta = 4861 \rightarrow 4135$ che è la cosiddetta *banda di Minkowski*, inizialmente ritenuta essere di origine molecolare).

All'inizio di questo secolo furono catalogate circa 65 MWDs [43]. La maggior parte di queste erano della tipologia DA, le restanti per lo più DB e DQ. Una minima percentuale di esse presentava campi magnetici poco intensi; furono scoperte

MWDs rapidamente rotanti (con periodi di ~ 10 minuti) e con campi magnetici molto intensi ($\sim 4.5 \times 10^8 G$), come EUVE J0317-853 [?], una WD di tipo DA estremamente magnetizzata, con una temperatura effettiva stimata di $5 \times 10^4 K$ e una massa molto vicina al limite di Chandrasekhar. Essa fu la prima MWD scoperta ad avere una temperatura così alta; inoltre il suo campo magnetico era sufficientemente elevato ($\sim 340 \times 10^6 G$) da permettere un evidente shift (con allargamento) delle righe della serie di Balmer nello spettro. Le ricerche eseguite circa l'origine di questa WD hanno portato alla conclusione che si tratti del prodotto dell'evoluzione di un sistema binario *double-degenerate*, soggetto a *merging* gravitazionale.

Risultati più recenti sono riportati nel catalogo della SDSS [17]. Sono state catalogate ~ 600 MWDs con campi magnetici nel range di $2 \times 10^6 - 10^9 G$. Alcune di queste fanno parte della categoria delle *cataclysmic variables* (CVs): si tratta di sistemi binari molto stretti, delle dimensioni di quello Terra-Luna, con periodi orbitali di 1-10 ore; essi contengono una WD che accresce in massa “strappando” materiale da una compagna della MS, inoltre essi dissipano energia gravitazionale sottoforma di esplosioni termonucleari, con emissione di radiazioni molto energetiche (UV o X). Le MCVs osservate dalla SDSS sono circa 170, con campi magnetici di $7 \times 10^6 - 2.3 \times 10^8 G$.

2.3.2 Origine

Si ritiene che i progenitori di MWDs siano stelle magnetiche di tipo Ap o Bp: la lettera “p” indica la peculiarità di queste stelle, che le differenzia da quelle normali di tipo A o B; esse presentano sovrabbondanza di alcuni metalli (stronzio, europio e altri) e campi magnetici superficiali particolarmente più intensi. Esistono due principali teorie riguardo l'origine di tale magnetismo.

La prima prevede l'esistenza di un campo magnetico fossile, originario del mezzo interstellare, presente prima della nascita della stella stessa. Dunque, il campo magnetico delle MWDs sarebbe il residuo di questo primordiale magnetismo. Tuttavia, questo fatto descrive bene il caso delle stelle Ap e Bp, ma non spiega come mai solo una piccola parte di stelle di tipo A e B sia peculiare. Dunque, questo modello presenta dei problemi circa il tasso di formazione di MWDs.

La seconda teoria invece, che fa riferimento al modello solare⁸, prevede che il campo magnetico presente sulla superficie delle MWDs si sia originato grazie al cosiddetto *effetto dinamo*: la differente velocità angolare delle diverse parti del Sole, in particolare tra il nucleo e gli strati più esterni, e l'elevata conducibilità elettrica delle sostanze costituenti, producono corrente elettrica per sforzo tangenziale; tale corrente genera per induzione il campo magnetico bipolare del Sole. Tuttavia, come nel caso precedente, anche questa teoria comporta grosse problematiche. Infatti, dall'analisi delle proprietà di alcune MWDs, si sono osservate delle peculiarità che non trovano spiegazione nel modello con l'effetto dinamo.

Un esempio è quello di EUVE J0317-855 [11], una WD fortemente magnetizzata che emette nell'estremo UV. Essa presenta variazioni fotometriche con periodo di $725.5 \pm 0.8 s$ e il segnale elettromagnetico che essa emette è caratterizzato da varia-

⁸In generale ciò è valido per le stelle dei tardi tipi spettrali, dove i meccanismi interni di trasporto (in particolare la convezione) si sviluppano nell'involucro esterno.

zioni periodiche nella polarizzazione, con periodo di $725 \pm 10s$. Questa variabilità si ritiene essere solo apparente in quanto dovuta all'obliquità dell'asse di rotazione della stella rispetto la direzione del campo stesso: si tratta del noto modello del *rotatore obliquo*, molto utilizzato per l'analisi dei meccanismi di emissione di oggetti compatti, in particolare di stelle a neutroni e pulsar. Semplicemente considerando le variazioni di campo magnetico indotte dalla rotazione, tale modello risulta in buon accordo con l'ampiezza dei periodi misurati. La teoria dell'effetto dinamo, tuttavia, non riesce a riprodurre questa natura obliqua, prevedendo un campo magnetico allineato con l'asse di rotazione stellare.

2.3.3 Principali caratteristiche

- Distribuzione del campo magnetico.** Misure dirette dell'intensità del campo magnetico di MWDs si possono effettuare tramite l'analisi dell'effetto Zeeman, in particolare nelle righe di H e He. Dalle teorie quantistiche sulle strutture atomiche si ricava che l'intensità del campo è funzione del numero di sottolivelli energetici occupati dagli elettroni, che determina lo split complessivo delle righe spettrali e quindi il loro allargamento: $I_B = I_B(\delta E)$. A seconda dell'intensità del campo e della riga selezionata, dunque, l'effetto è diverso. Nel caso di righe della serie di Balmer, l'effetto Zeeman è lineare per intensità del campo $\leq 5 \times 10^6 G$ (cioè $I_B \propto \delta E$: si elimina la degenerazione associata ad s), mentre è quadratico per intensità maggiori (cioè $I_B^2 \propto \delta E$: si elimina la degenerazione associata ad l). Queste considerazioni sono ben illustrate in Figura 2.3 [34]. Misure di questo tipo effettuate sullo spettro di MWDs mostrano valori d'intensità media del campo nell'intervallo di $10^5 - 10^9 G$. Alcune di queste sono classificate come MWDs super-magnetizzate ($\geq 10^8 G$) in quanto presentano delle peculiarità spettrali, tuttavia in media il campo ha intensità inferiori. L'istogramma normalizzato della distribuzione del campo proposto in Figura 2.4 [43] mostra un valor medio di $15.6 MG$.
- Composizione atmosferica.** La maggior parte delle MWDs mostra uno Zeeman-split delle righe della serie di Balmer ed è caratterizzata da un'atmosfera ricca di H. Le MWDs sono, perciò, per lo più simili alle WDs di tipo DA. Tuttavia, negli spettri esse presentano spesso anche righe di He I; la percentuale di MWDs di tipo DB è circa il 20%. Si deduce, quindi, che le MWDs sono per lo più caratterizzate da atmosfere miste. Le MWDs di tipo DA predominano per campi magnetici elevati. Considerando che, dalle teorie di evoluzione stellare, la presenza di He I in superficie è dovuta ad un efficace meccanismo di dredge-up, favorito dalla convezione, pare allora che un intenso magnetismo possa limitare questi fenomeni [1].
- Periodo di rotazione.** Nell'ipotesi che il momento angolare di una stella si conservi durante l'evoluzione post-MS e considerando la legge del momento angolare $\vec{L} = I\vec{\omega}$ (nell'ipotesi che $\vec{L} \parallel \vec{\omega}$; con $I = \int_M r^2 dm$ momento d'inerzia e ω velocità angolare), dato che, per arrivare nello stadio di WDs, la

stella ridurrà di molto le sue dimensioni, si prevedono velocità di rotazione delle WDs molto elevate. Le osservazioni però indicano le WDs come lenti rotatori ($v_{tang} \leq 30 \text{ km s}^{-1}$ [13]), con periodi di rotazione anche di qualche giorno. Queste misure suggeriscono un'efficace perdita di momento angolare durante l'evoluzione post-MS. Una perdita che può essere legata ad una notevole diminuzione del momento d'inerzia, che potrebbe derivare dall'efficace perdita di massa durante l'AGB-phase. Nel caso di MWDs si misurano periodi di rotazione ancora più lunghi, per molte anche $\geq 100 \text{ yr}$. Tuttavia la distribuzione dei periodi è bimodale, come si vede in Figura 2.4 [43]. Infatti, una certa quantità di MWDs sono in rapida rotazione, con periodi anche di 725 s . La maggior parte di queste appartengono a sistemi binari, alcune (come EUVE J0317-855) sembrano derivare da un DD-merger. Esse potrebbero aver acquistato momento angolare grazie ad un notevole accrescimento in massa, derivato da un efficace meccanismo di trasferimento del gas nel sistema binario.

- **Distribuzione di massa.** Le misure della massa di MWDs sono state ottenute tramite misure di parallasse trigonometrica (che danno la distanza dell'oggetto, da cui si ricava la luminosità grazie al modulo di distanza) e una stima sulla temperatura effettiva T_{eff} (derivata dagli spettri). Infatti, grazie alla relazione tra luminosità, raggio e T_{eff} ($L = 4\pi\sigma R^2 T_{eff}^4$, con σ costante di Stefan-Boltzmann), si ricava il raggio della WD e tramite la relazione massa-raggio tipica delle WDs (che sarà trattata in seguito) si ricava la massa della stella. Queste misure mostrano che in media le MWDs hanno massa maggiore delle WDs ordinarie [22]: dati recenti sono riportati in Figura 2.5, ove la massa media delle MWDs è di $0.784 \pm 0.047 M_{\odot}$, maggiore appunto di quella delle WDs vista precedentemente ($\sim 0.562 M_{\odot}$). Molteplici osservazioni hanno dimostrato come la distribuzione di massa sia bimodale, con un picco principale attorno a $0.6 - 0.7 M_{\odot}$ e uno secondario attorno a $1.2 M_{\odot}$. Si ritiene che il primo, che rappresenta la maggior parte delle MWDs, sia riferito a quelle originate da stelle singole evolute di tipo Ap e Bp. Per il secondo picco, invece, si hanno ancora diversi dubbi. Esso potrebbe rappresentare MWDs formatesi da un merging tra due CO-WDs. Questa idea è nata da recenti osservazioni eseguite con la survey EUVE [40], che hanno mostrato come $\sim 25\%$ di WDs con massa $\geq 1 M_{\odot}$ sono magnetizzate⁹.

⁹Alcune di queste hanno masse $\sim 1.3 M_{\odot}$, molto vicine al limite di Chandrasekhar $\sim 1.4 M_{\odot}$. Come si vedrà in seguito, esso è un limite di massa praticamente irraggiungibile per una WD singola; tuttavia, un merging tra WDs può portare a una massa finale $\sim M_{Ch}$.

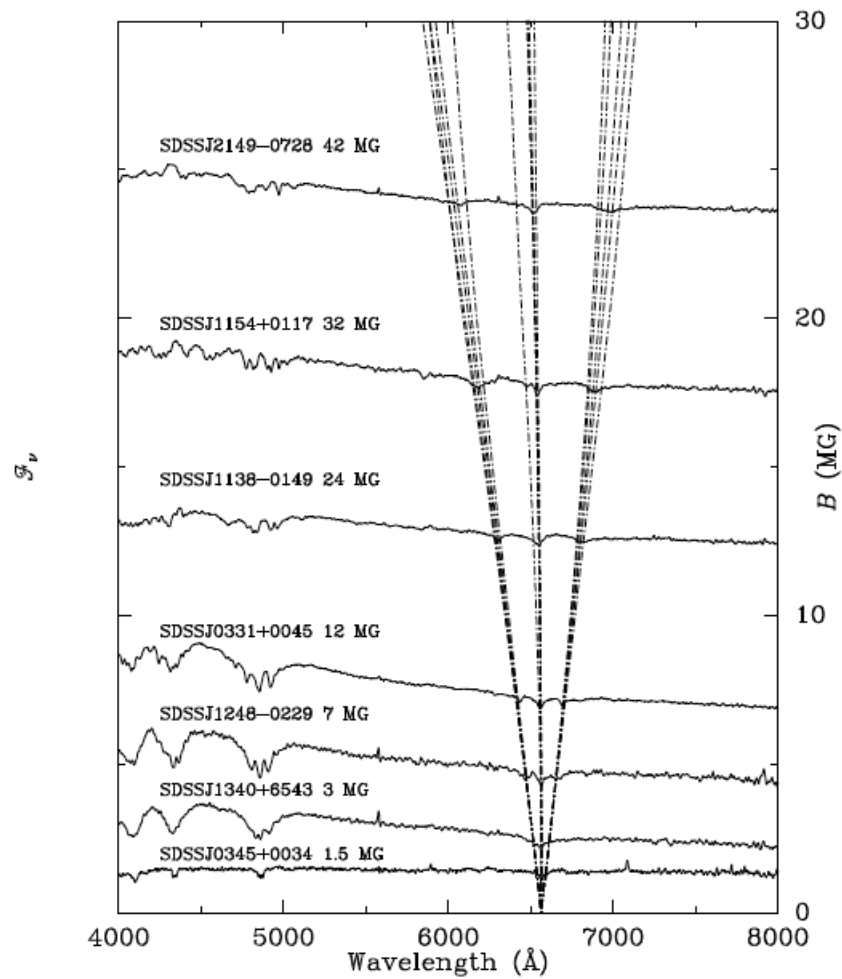
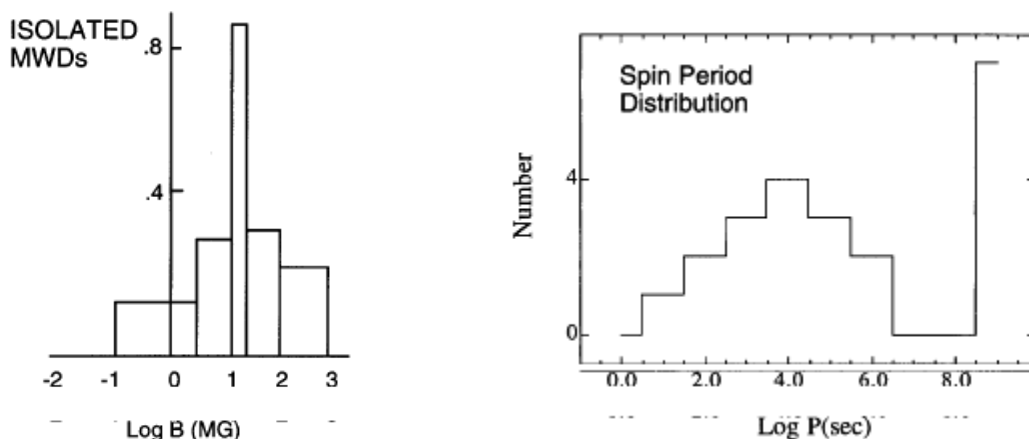


Figura 2.3: Effetto Zeeman sulla riga $H\alpha$. In ordinata sono riportati valori dell'intensità del campo magnetico (B) da 1.5 a 42MG, in ascissa la lunghezza d'onda (λ). Nel grafico sono inoltre riportati alcuni spettri di MWDs con diverse intensità di campo magnetico, per evidenziare gli effetti del campo sulla riga $H\alpha$. Si osserva come all'aumentare di B , aumenti il numero di multipletti: a ~ 5 MG l'effetto passa da lineare a quadratico. Inoltre, all'aumento dei multipletti sono associati uno shift e un allargamento della riga maggiori.



(a) Istogramma della distribuzione del campo magnetico di MWDs.

(b) Istogramma del periodo di rotazione di MWDs. Si notano le due mode, che distinguono MWDs rapidamente rotanti e MWDs con lenta rotazione.

Figura 2.4

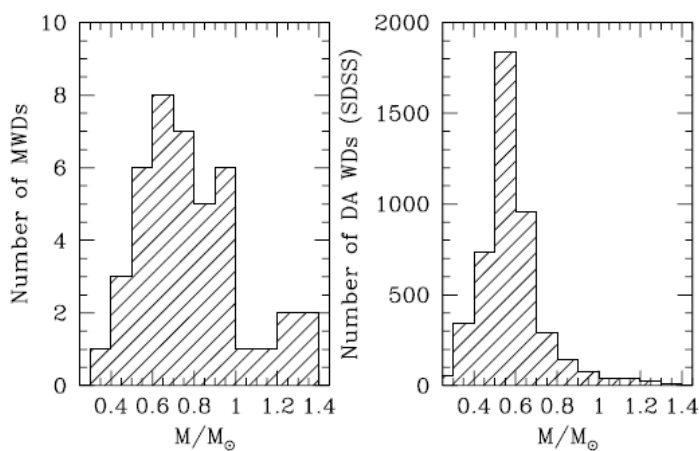


Figura 2.5: Confronto tra le distribuzioni di massa di MWDs e WDs. Si nota come l'istogramma relativo alle MWDs sia definito su un intervallo di massa più largo rispetto quello delle WDs ordinarie. Inoltre, sempre in questo è possibile distinguere le due mode probabilmente legate alla diversa origine delle MWDs analizzate.

Capitolo 3

Natura fisica e modelli teorici

E' di seguito proposta una tabella con le principali caratteristiche di alcune nane bianche della nostra Galassia.

Star	M/M_{\odot}	R/R_{\odot}	T [K]
Standard white dwarfs			
Sirius B	1.0034 ± 0.026	0.00840 ± 0.00025	24700 ± 300
G226-29	0.750 ± 0.030	0.01040 ± 0.0003	12000 ± 300
G93-48	0.750 ± 0.060	0.01410 ± 0.0020	18300 ± 300
CD-38 10980	0.740 ± 0.040	0.01245 ± 0.0004	24000 ± 200
L268-92	0.700 ± 0.120	0.01490 ± 0.0010	11800 ± 1000
Stein 2051B	0.660 ± 0.040	0.0110 ± 0.0010	7100 ± 50
Procyon B	0.602 ± 0.015	0.01234 ± 0.00032	7740 ± 50
Wolf 485 A	0.590 ± 0.040	0.01500 ± 0.0010	14100 ± 400
L711-10	0.540 ± 0.040	0.01320 ± 0.0010	19900 ± 400
L481-60	0.530 ± 0.050	0.01200 ± 0.0040	11300 ± 300
40 Eri B	0.501 ± 0.011	0.01360 ± 0.0002	16700 ± 300
G154-B5B	0.460 ± 0.080	0.01300 ± 0.0020	14000 ± 400
Wolf 1346	0.440 ± 0.010	0.01342 ± 0.0006	20000 ± 300
Feige 22	0.410 ± 0.030	0.01367 ± 0.0020	19100 ± 400
Compact dwarfs			
GD 140	0.790 ± 0.020	0.00854 ± 0.0005	21700 ± 300
G156-64	0.590 ± 0.060	0.01100 ± 0.0010	7160 ± 200
EG 21	0.580 ± 0.050	0.01150 ± 0.0004	16200 ± 300
EG 50	0.500 ± 0.020	0.01040 ± 0.0006	21000 ± 300
G181-B5B	0.500 ± 0.050	0.01100 ± 0.0010	13600 ± 500
GD 279	0.440 ± 0.020	0.01290 ± 0.0008	13500 ± 200
WD2007-303	0.440 ± 0.050	0.01280 ± 0.0010	15200 ± 700
G238-44	0.420 ± 0.010	0.01200 ± 0.0010	20200 ± 400

Figura 3.1: Masse, raggi e temperature effettive di alcune WDs [31].

Dalla tabella si vede chiaramente che le nane bianche sono oggetti alquanto particolari, sicuramente appartenenti alla categoria degli oggetti compatti: hanno dimensioni planetarie, ma con densità dell'ordine di $10^9 kg/m^3$ (a confronto quella della Terra è di $10^3 kg/m^3$, un milione di volte minore). Comprendere come sia possibile che esistano oggetti di questo calibro è stato uno dei grandi risultati della prima metà del XX secolo nel campo dell'astrofisica teorica. In particolare, grazie all'applicazione di specifici modelli teorici è stato possibile derivare con estrema accuratezza e precisione le proprietà sovraesposte.

Le sezioni successive danno una panoramica generale riguardo tali teorie; come testi di riferimento sono stati utilizzati [6] e le dispense del corso di Astrofisica2.

3.1 Gas degenerare: teoria statistica di Fermi-Dirac

Generalmente, una stella (per esempio di tipo solare) è in gran parte costituita da gas che si trova in condizioni di *Local Thermodynamic Equilibrium* (LTDE)¹. In particolare, tale gas si trova allo stato ideale; esso è quindi rappresentato come un enorme sistema particellare in cui valgono le ipotesi tipiche della teoria cinetica dei gas:

- tutte le particelle hanno le stesse dimensioni e la stessa massa m (gas monoatomico);
- tutte le particelle si muovono di moto casuale, senza direzioni privilegiate (*randomly moving*);
- le dimensioni delle particelle sono trascurabili rispetto le distanze che le separano (collisioni poco probabili);
- le interazioni tra le particelle avvengono solamente per urto ($E_{mecc.} = E_{cin.}$);
- eventuali urti tra le particelle sono elastici (conservazione dell'energia cinetica);

Questo caso fisico è ben descritto dalla statistica di Maxwell-Boltzmann (MB), la quale tratta la cinematica del gas all'interno dello spazio delle fasi classico:

$$dr^3 dp^3 \in [0, +\infty]^3 \times [0, +\infty]^3 \quad (\text{nel primo quadrante}) \quad (3.1)$$

Essa fornisce la seguente distribuzione dei moduli dei momenti delle particelle, per unità di volume nello spazio dei momenti:

$$n(p)dp = \frac{\eta}{(2\pi m K_B T)^{3/2}} e^{-\frac{p^2}{2m K_B T}} 4\pi p^2 dp \quad (3.2)$$

ove $n(p)$ è la densità numerica di particelle con momento $p \in [p, p + dp]$, K_B è la costante di Boltzmann, η è la densità volumetrica del gas, m la massa e T la temperatura assoluta del sistema. La distribuzione è una gaussiana centrata in $p = \sqrt{m K_B T}$.

Assumendo isotropia dei momenti e considerando collisioni esclusivamente elastiche, è possibile ricavare per via statistica una precisa relazione tra pressione e distribuzione dei momenti, valida per un gas generico:

$$P = \int_0^{+\infty} dp \frac{1}{3} p v(p) n(p) \quad (3.3)$$

Nel caso di particelle non relativistiche, come lo sono in genere gli atomi di un gas ideale monoatomico, $p = mv(p)$; inoltre applicando la statistica di MB, si ricava direttamente l'equazione di stato (EoS) di un gas ideale: $P = \eta K_B T$. Si vede chiaramente il legame che sussiste tra la pressione del gas ideale e la sua temperatura.

¹Si tratta dell'equilibrio statistico tra materia e radiazione: ogni processo fisico (assorbimento, scattering, ecc.) e il suo inverso sono equiprobabili; in particolare, è presente uniformità delle proprietà termodinamiche del sistema (temperatura, densità e composizione chimica).

Questa descrizione “classica” non è più valida per trattare sistemi gassosi come le WDs. I valori estremi di densità del gas, infatti, comportano notevoli effetti quantistici, caratteristici della natura intrinseca delle particelle di gas, che non si manifestano in condizioni ideali. Alla base di tutto ciò si trovano due principi fondamentali della Meccanica Quantistica: il *Principio di Indeterminazione di Heisenberg* e il *Principio di Esclusione di Pauli*.

Il primo modifica la descrizione classica dello spazio delle fasi. Quantisticamente, il volume infinitesimo $d^3r d^3p$ non assume mai valore nullo ma è inferiormente limitato:

$$(dr^3 dp^3)_{min} = h^3 \quad (3.4)$$

ove h è la costante di Planck. Il principio di Heisenberg, inoltre, aggiunge anche un'altra condizione: per due grandezze fisiche coniugate, come lo sono spazio e velocità, non è possibile ottenere risultati parimenti esatti. Questo comporta necessariamente indeterminazione sulle misure eseguite nello spazio delle fasi; di conseguenza:

$$dr^3 dp^3 > h^3 \quad (3.5)$$

Il principio di Pauli, invece, comporta l'impossibilità per particelle materiali identiche di occupare uno stesso stato quantico nello spazio delle fasi. Gli elettroni, ad esempio, sono particelle di spin $s = \frac{1}{2}$ quindi con momento magnetico di spin $m_s = \pm \frac{1}{2}$, perciò possono occupare uno stesso stato quantico solamente se hanno momento di spin opposto. Due elettroni identici, invece, devono trovarsi in stati differenti. Dato il legame classico tra energia cinetica e momento $E = \frac{p^2}{2m}$, oppure quello relativistico (che include il contributo dell'energia di massa a riposo) $E = c\sqrt{(mc)^2 + p^2}$, ad ogni stato quantico nello spazio dei momenti corrisponde un livello energetico. Dunque, elettroni identici occupano livelli energetici diversi. Le particelle che obbediscono a questo principio vengono chiamate *fermioni* e di queste fanno parte elettroni, neutroni e protoni.

La distribuzione statistica dei livelli energetici di fermioni, in condizioni di LTDE, è quella trovata dai fisici Fermi e Dirac nel 1926 (FD):

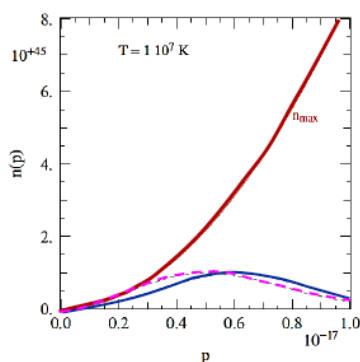
$$n(E)dE = 2 \frac{1}{e^{(\nu + \frac{E}{k_B T})} + 1} dE \quad (3.6)$$

ove ν è il *parametro di degenerazione*: $\nu = -\frac{\mu}{k_B T}$ (con μ che indica il potenziale chimico); esso assume valori $\gg 0$ per basse densità e alte temperature, valori $\ll 0$ per alte densità e basse temperature.

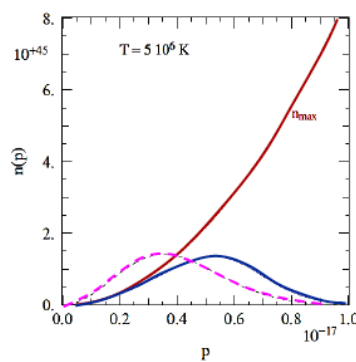
Le sostanze che costituiscono i nuclei stellari sono principalmente elettroni, fotoni e ioni positivi. In condizioni normali il gas nucleare si trova allo stato ideale, con densità relativamente bassa e alte temperature. Le particelle materiali², quindi, si dispongono nei diversi livelli energetici con una distribuzione dei momenti di

²Per particelle non materiali, come i fotoni, la situazione è diversa. La distribuzione dei livelli energetici dei fotoni (ossia lo spettro elettromagnetico), in condizioni di LTDE, è la planckiana: la caratteristica curva di corpo nero. Essa deriva da una distribuzione più generale, valida per tutte le particelle dette *bosoni*, ricavata dalla statistica di Bose-Einstein. I bosoni, a differenza dei fermioni, non obbediscono al principio di Pauli. Tuttavia, questo argomento non è interessante a fini della tesi e non verrà esplicitamente trattato.

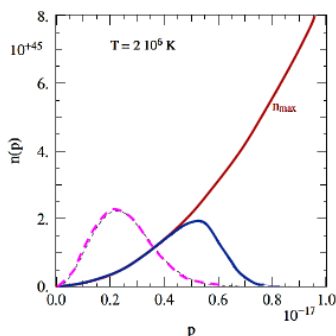
forma gaussiana, proprio come descritto dalla MB³. Tuttavia, se la densità assume valori estremamente elevati queste particelle sono costrette ad addensarsi nei diversi livelli energetici, fino a che lo stato quantico da esse occupato viene manifestamente vincolato dal principio di Pauli. La pressione del gas risulta meno legato alla temperatura; in particolare, per valori sufficientemente bassi di temperatura la struttura meccanica del gas di Fermi è indipendente dalla sua struttura termica. In tali condizioni il gas è detto *completamente degenero* e la distribuzione dei livelli energetici dei fermioni è quella di FD. La completa degenerazione si raggiunge per $T = 0K$ ⁴: a



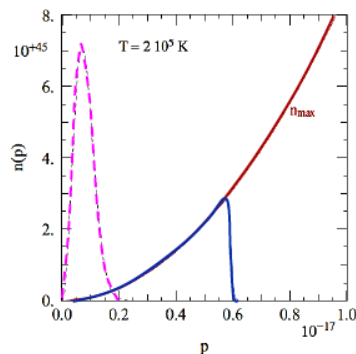
(a) MB e FD per un gas con $\eta = 10^4 gcm^{-3}$ e $T = 1 \cdot 10^7 K$.



(b) MB e FD per un gas con $\eta = 10^4 gcm^{-3}$ e $T = 5 \cdot 10^6 K$.



(c) MB e FD per un gas con $\eta = 10^4 gcm^{-3}$ e $T = 2 \cdot 10^6 K$.



(d) MB e FD per un gas con $\eta = 10^4 gcm^{-3}$ e $T = 2 \cdot 10^5 K$.

Figura 3.2: In questi grafici si nota come, nel caso di un gas sufficientemente denso, la MB (in rosa) si discosti gradualmente dalla FD (in blu) al diminuire della temperatura. In particolare l'area al di sopra della curva rossa è proibita dal principio di Pauli; la linea rossa indica, infatti, il numero massimo di stati occupabili al variare dell'energia. Si osservi come la MB descrive una situazione priva di senso fisico quando la degenerazione è notevole.

partire dai livelli energetici più bassi, tutti i livelli superiori vengono completamente occupati fino a un valore massimo di energia, detto *energia di Fermi*. Il momento

³Si può verificare infatti che nel limite di $\nu \gg 0$ la FD diventa la MB.

⁴Una situazione di questo genere non è fisicamente possibile, in quanto ciò violerebbe il Terzo Principio della Termodinamica. Una condizione simile, più reale, può comunque realizzarsi per $T \rightarrow 0K$.

ad essa associato vale:

$$p_F = h \left(\frac{3\eta}{8\pi} \right)^{1/3} \quad (3.7)$$

La degenerazione si manifesta diversamente per diversi fermioni. La parziale degenerazione, infatti, si ha quando $\nu \leq 0$ e ciò accade per valori differenti di densità a seconda delle diverse masse dei fermioni considerati. Dall'equivalenza tra la MB e la FD, valida fino a che la degenerazione è trascurabile, si può ricavare il valore di densità oltre il quale la distribuzione delle energie si modifica considerevolmente:

$$\eta = \frac{2(2\pi m K_B T)^{3/2}}{h^3} \quad (3.8)$$

I valori di densità tipici delle WDs sono tali da permettere la degenerazione elettronica. Protoni e neutroni, data la loro massa (~ 2000 volte più grande di quella degli elettroni), riescono a mantenere la loro natura ideale; tuttavia, la notevole densità li “congela” in strutture reticolari estremamente compatte e dense: si tratta del fenomeno della *crystallizzazione*.

Come visto in precedenza, alla formazione della nana bianca termina ogni processo di combustione nucleare. L'energia della stella viene lentamente dissipata in superficie e, quindi, cala la temperatura media interna. Contemporaneamente, come si vede dall'EoS del gas ideale, cala anche la pressione interna. Inizia così una fase di collasso della stella, per azione della sua autogravità, che si arresta solamente quando gli effetti quantistici diventano rilevanti. Il gas completamente degenere, infatti, presenta una nuova EoS:

$$EoS \text{ del gas degenere } \begin{cases} P = \frac{h^2}{20m m_u^{5/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \left(\frac{\eta}{\mu}\right)^{5/3} & (\text{caso non relativistico: } p = mv) \\ P = \frac{hc}{8m_u^{4/3}} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{\eta}{\mu}\right)^{4/3} & (\text{caso estremamente relativistico: } v \approx c) \end{cases} \quad (3.9)$$

ove m_u è l'unità di massa atomica e μ il peso molecolare medio.

Il gas genera quantisticamente una pressione che è indipendente dalla temperatura; essa è chiamata *pressione di degenerazione*. S'instaura così un nuovo gradiente di pressione interna che pareggia quello opposto di origine gravitazionale.

La degenerazione del gas comporta strani effetti; ad esempio, più grande è la massa della nana bianca più ridotte sono le sue dimensioni. Ciò è dovuto al fatto che, all'aumentare della massa, aumenta la compressione autogravitazionale. Dunque, la materia degenere si compatta ulteriormente, in modo da produrre una pressione di degenerazione sufficiente a mantenere la stella in HE. Tuttavia, esiste un limite superiore sulla massa delle nane bianche. Esso può essere ricavato per via teorica grazie l'utilizzo di opportuni modelli stellari, che sono descritti nel prossimo paragrafo.

3.2 Modelli politropici

Una qualsiasi stella la cui EoS assume la forma adiabatica $P = K\eta^\gamma$ è detta *politropo*; ove K e γ sono costanti. Si chiama *indice politropico* il numero n tale che: $\gamma = 1 + \frac{1}{n}$.

L' EoS può essere utilizzata per riprodurre la struttura di un modello stellare teorico; ciò si realizza risolvendo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dm} = \frac{1}{4\pi r^2 \eta} & \text{Equazione di conservazione della massa} \\ \frac{dP}{dm} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} & \text{Condizione di HE} \\ P = K\eta^\gamma & \text{EoS} \end{cases}$$

Definendo opportune variabili θ e ξ :

$$\begin{aligned} \eta &= \eta_c \theta^n \\ r &= \xi \left[\frac{(n+1)K\eta_c^{(1/n-1)}}{4\pi G} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

ove η_c è la densità centrale, si può verificare che il sistema equivale alla seguente equazione adimensionale:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} = -\theta^n \quad \text{Equazione di Lane-Emden} \quad (3.10)$$

La risoluzione analitica di tale equazione differenziale si ottiene in pochi casi; in genere essa viene risolta per via numerica con opportune condizioni al contorno. Le soluzioni per alcuni n sono proposte nel grafico seguente.

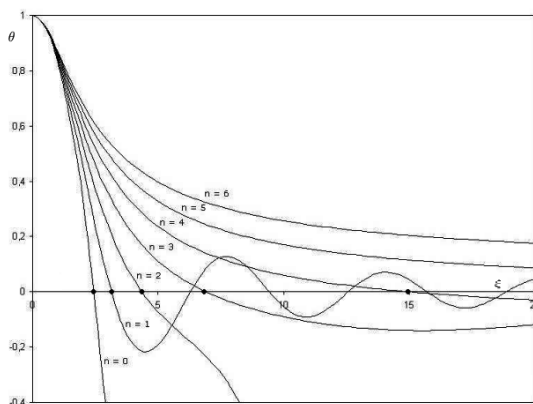


Figura 3.3

La soluzione $\theta[\xi(r)]$, per una dato n , permette di ricavare la distribuzione di densità del modello. Inoltre, assumendo $\theta[\xi(R)] = 0$, ove R è il raggio della stella, e partendo dalla definizione di massa totale:

$$M = \int_0^R 4\pi r^2 \eta dr \quad (3.11)$$

si ricava una specifica relazione massa-raggio valida per ogni politropo:

$$K = N_n G M^{[(n-1)/n]} R^{[(3-n)/n]} \quad (3.12)$$

ove N_n è una funzione dell'indice politropico.

Nel capitolo successivo vengono esposte alcune applicazioni dei modelli politropici al caso delle WDs.

Capitolo 4

Limite di Chandrasekhar e SNe Ia

4.1 WDs e politropi

L'EoS del gas completamente degenere descrive un modello politropico. Fissati massa e peso molecolare medio del gas si ottiene: $P \propto \eta^{5/3}$, nel caso non relativistico (NR), e $P \propto \eta^{4/3}$, nel caso estremamente relativistico (ER). Applicando questi risultati alla relazione massa-raggio valida per modelli politropici si ottengono:

$$R \propto M^{-1/3} \quad (\text{caso NR, con indice politropico } n = 1.5)$$

$$M = \text{cost.} \quad (\text{caso ER, con indice politropico } n = 3)$$

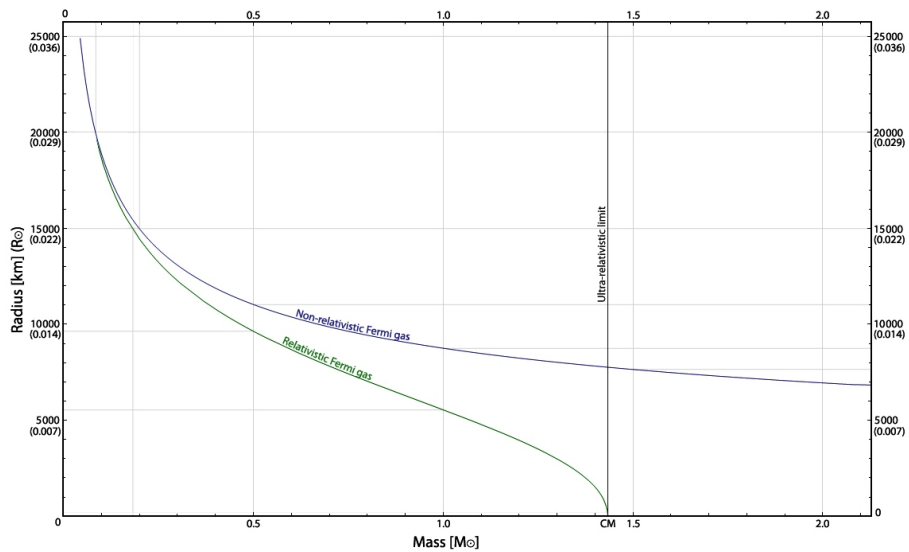


Figura 4.1: Rappresentazione grafica delle relazioni sovraesposte per un gas di Fermi.

Dunque, una sfera di gas di elettroni completamente degenerati, in condizioni di HE, potrà assumere valori di massa fino ad un dato limite superiore. Tale vincolo è imposto prima di tutto dalla relatività, secondo la quale nessun corpo materiale può muoversi a velocità pari o superiore a quella della luce; in condizioni di ER, essa modifica l'indice politropico dell'EoS. Inoltre, questo limite deriva dalla stessa

natura quantistica del gas di Fermi: per effetto della degenerazione, all'aumentare della massa corrisponde una rapida crescita della densità; perciò più il gas diventa denso, più ha effetto il principio di Pauli. Esso trasferisce gli elettroni ai livelli energetici più alti, fino a farli diventare relativistici. Il valore di densità critica η_{crit} alla quale gli effetti relativistici sono notevoli si ricava facilmente ponendo $p_F \approx m_e c$ (ove $m_e c$ è il momento che si ricava dall'energia di massa a riposo dell'elettrone):

$$\eta_{crit} \approx \mu_e m_u \frac{8\pi}{3} \left(\frac{m_e c}{h} \right)^3 \quad (4.1)$$

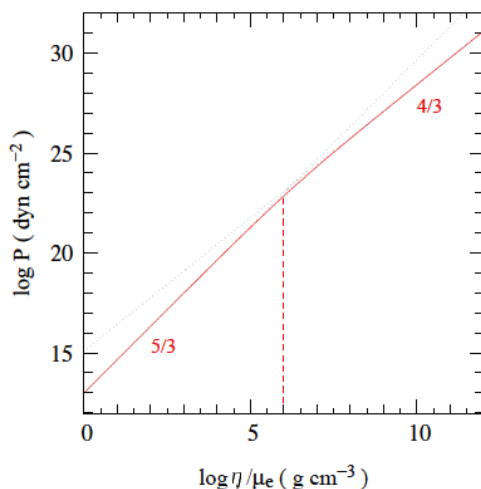


Figura 4.2: Rappresentazione grafica dell'EoS di un gas degenere, su scala logaritmica. La linea verticale tratteggiata indica il valore corrispondente di η_{crit} [18].

Nel caso limite di ER, $v_e \approx c$, la massa assumerà valore $M = 5.836 \mu_e^{-2} M_\odot$, che viene chiamato *limite di massa di Chandrasekhar* (M_{Ch}). Considerando che $\mu_e \sim \frac{2}{1+X}$, dove X indica la percentuale in massa d'idrogeno nella stella, e che la maggior parte delle WDs sono *CO-cores* o *He-cores* degenerati, allora $\mu_e = 2 \implies M_{Ch} = 1.46 M_\odot$. Il modello teorico prevede quindi che le WDs abbiano masse $\leq 1.46 M_\odot$.

4.2 SNe Ia: caratteristiche e progenitori

Le teorie che descrivono le SNe Ia come esplosioni termonucleari di WDs risalgono ai primi anni '60. Gli astronomi inglesi Flower e Hoyle notarono che in corrispondenza dell'attivazione del carbonio l'evoluzione stellare procede diversamente a seconda della massa. Stelle di grande massa bruciano il carbonio nel nucleo in maniera stabile, mentre per le stelle di massa piccola o intermedia ($\leq 8 M_\odot$), che possiedono nucleo degenere dopo la *He-burning phase*, l'attivazione di tale processo è fortemente instabile e genera esplosioni di supernova.

A questo punto della loro evoluzione le stelle di piccola/intermedia massa sono generalmente WDs con nucleo di CO; esse rilasciano l'energia termica interna, raffreddandosi e diminuendo in luminosità. L'attivazione a temperature relativamente

basse del C può avvenire se la densità è sufficientemente elevata ($\sim 2 \times 10^9 \text{gcm}^{-3}$): solo in questo modo possono attivarsi *reazioni piconucleari*¹. L'instabilità del fenomeno è legata proprio alla forte degenerazione del gas e avviene similmente agli *He flashes* di stelle di piccola massa: l'attivazione del carbonio si ottiene con un *C-flash*, che produce un enorme aumento della temperatura centrale, tale da attivare a catena tutti i processi di bruciamento successivi. Sono prodotti gli elementi del gruppo del Fe e si raggiunge la condizione di *statistical equilibrium*², seguita dall'esplosione di supernova. A seconda della temperatura raggiunta durante l'esplosione, regioni diverse della stella presentano diverse composizioni chimiche. All'interno si forma principalmente Ni, mentre elementi più leggeri (come Ca e Si) sono prodotti negli strati più esterni. L'energia rilasciata durante l'esplosione raggiunge valori dell'ordine di 10^{51}erg , ben oltre l'energia di legame della stessa WD: la stella viene completamente disintegrata.

Le SNe Ia sono oggetti molto particolari. Esse permettono di stimare con una precisione del $\sim 5\%$ la distanza delle WDs progenitrici, grazie alle informazioni contenute nelle loro curve luce. In particolare, se corrette per redshift ed estinzione, esse mostrano un profilo tipico piuttosto regolare (Figura 4.3).

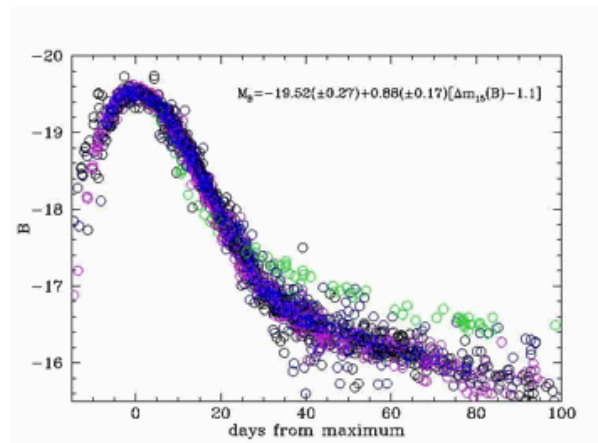


Figura 4.3

Questa proprietà è legata al processo d'esplosione. Il valore di massa limite per le WDs, infatti, deriva dalla natura fisica del gas degenerare; natura che è la stessa per tutte le nane bianche, indipendentemente dal tempo cosmico in cui esse si sono formate. Un fatto che ha permesso agli scienziati di analizzare la storia dell'espansione cosmica e la presenza di energia oscura nell'Universo.

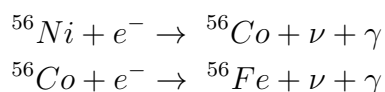
¹Si tratta di reazioni nucleari che, diversamente da quanto accade per i processi di combustione, possono avvenire a valori bassi di temperatura. Infatti, per valori estremi di densità, sui nuclei atomici si addensano gli elettroni che, per effetto schermo, riducono il potenziale coulombiano: una più debole barriera di Coulomb aumenta il tasso di reazione, che risulta indipendente dalla temperatura, crescendo all'aumentare della densità.

²La condizione di equilibrio statistico si realizza quando si producono gli elementi con la massima energia di legame presente in natura. Il valore più alto si raggiunge col Fe. Dato che i processi nucleari avvengono per aumentare la stabilità del nucleo, una volta prodotti gli elementi del gruppo del ferro non è più possibile un aumento di energia di legame, quindi di stabilità. Successive instabilità termodinamiche conducono quindi alla completa deflagrazione o detonazione del nucleo.

I principali aspetti fisici che determinano le curve di luminosità delle supernove sono:

- l'energia rilasciata dall'esplosione. In particolare, l'energia cinetica totale trasferita all'involucro esterno della stella;
- il profilo di densità e la composizione chimica della stella progenitrice, nella fase di pre-SN;
- l'energia rilasciata dai processi di decadimento, tipici degli isotopi radioattivi espulsi durante l'esplosione.

Il maggior contributo in luminosità derivante da processi radioattivi è determinato dal decadimento di ^{56}Ni :



La massa di nickel di una WD prima dell'esplosione, $\sim 0.5-1M_{\odot}$, è molto più elevata rispetto quella presente in stelle pre-SNe derivate dall'evoluzione di progenitrici di massa maggiore. Questo è il principale motivo della maggiore intensità del picco di luce di SNe Ia relativamente a quello di altre SNe (Figura 4.4, [18]).

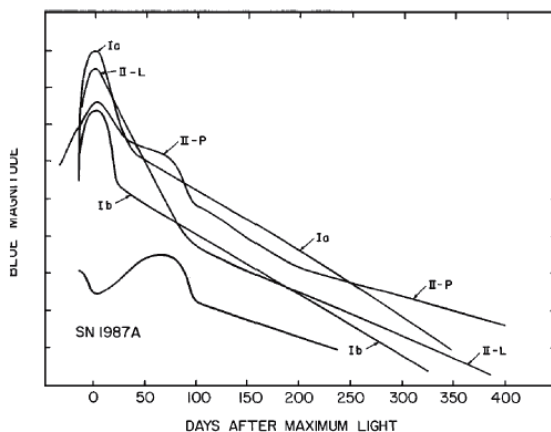


Figura 4.4: Curve di luminosità di diverse supernove.

Sebbene vi siano ancora molti dubbi, i possibili meccanismi che porterebbero la nana bianca ad attivare il bruciamento del carbonio e poi ad esplodere sono due: accrescimento della massa da una compagna non degenere in un sistema binario, con aumento della massa fino a M_{Ch} (*Single Degenerate Scenario*), oppure *merging* di due nane bianche in un sistema binario molto stretto (*Double Degenerate Scenario*).

4.2.1 SD-scenario

Proposto per la prima volta nel 1973 [42], questo modello prevede l'accrescimento in massa di una WD situata in un sistema binario fino al limite di Chandrasekhar,

con la conseguente esplosione in SN Ia. Precisamente, si tratta di sistemi binari con periodi dell'ordine di 1-6 anni, originati dall'accoppiamento di una stella di piccola massa ($\leq 2M_{\odot}$) e di una di massa intermedia ($\sim 2 - 8M_{\odot}$) in un sistema binario di periodo orbitale tra i 5 e i 9 anni.

La stella di massa maggiore (S_1) evolve rapidamente a partire dalla MS; successivi trasferimenti e perdite di massa, soprattutto nella fase di nebulosa planetaria, la portano a diventare una CO-WD. L'evoluzione della compagna (S_2) prosegue fino all'AGB, quando il suo involucro è talmente esteso da oltrepassare il suo *Roche lobe*³. A questo punto ci sono due possibilità:

- la WD di CO accresce in massa bruciando l'idrogeno accumulato e diventando sempre più compatta.
- l'involucro di S_2 ingloba al suo interno la WD compagna: inizia una fase chiamata *common envelope evolution* (CE-evolution), che dura $\sim 10^2 - 10^3$ anni.

Nel primo caso, si attiva un intenso trasferimento di massa verso S_1 . Un notevole accrescimento in massa dei suoi strati superficiali, soprattutto di He e H, può generare un *thermal runaway* alla base del nuovo involucro depositato. Il peso degli strati più esterni può contenere il rilascio energetico, che dunque surriscalda le regioni più interne: il nucleo degenero di CO, ora più caldo, è tappato da shells di He e H termicamente instabili. Se prima dell'accrescimento la massa di S_1 era abbastanza vicina al limite di Chandrasekhar, un appropriato tasso di trasferimento genera un'onda shock che si propaga verso le regioni centrali più dense, causando l'attivazione del C per detonazione. Ipotesi più recenti [44] prevedono, invece, un modello esplosivo a *double-detonation*: un aumento notevole della massa della He-shell grazie all'intensa attività della H-shell, che brucia gran parte della quantità di H depositata durante l'accrescimento, porta all'attivazione dell'He. L'instabilità termica della He-shell è talmente elevata da produrre una violenta onda detonante di energia: essa si propaga verso l'esterno, causando il bruciamento del materiale dell'involucro, e verso l'interno, attivando il C. A questo punto, il nucleo rilascia energia con una seconda detonazione, causando l'esplosione della stella.

Nel secondo caso, invece, il CE porta alla formazione di un sistema DD, costituito dalla CO-WD e da una He-WD (formatasi da S_2). Successivamente la He-WD si espande superando per la seconda volta il suo Roche lobe, cedendo He alla compagna. S_1 può dunque accrescere nuovamente in massa e, quando $M \sim M_{Ch}$, raggiunge nuovamente lo stadio di pre-SN Ia per poi esplodere.

Notevoli successi per questo scenario evolutivo sono stati ottenuti grazie alla scoperta di sorgenti X molto deboli, le cosiddette *Supersoft X-ray sources* (SSSs), appartenenti alla categoria delle *Symbiotic stars*⁴. Emissioni in X sono attese in

³Il "lobo di Roche" è una regione di spazio attorno a una stella che fa parte di un sistema binario. All'interno di essa il materiale interstellare è gravitazionalmente legato alla stella, mentre all'esterno è attratto dal campo di gravità della compagna.

⁴Si tratta di sistemi binari con periodi orbitali piuttosto lunghi, in cui una WD orbita attorno ad una stella fredda di classe M della tarda fase di gigante rossa. Il sistema è generalmente immerso in una nebulosa planetaria. La WD accresce la sua massa soprattutto grazie ai venti stellari provenienti dalla compagna.

sistemi binari contenenti una WD quando il tasso di trasferimento di massa verso questa è molto alto ($\sim 10^{-7} M_{\odot} yr^{-1}$); infatti, un alto trasferimento determina un'elevata luminosità, in quanto esso generalmente è associato ad un'intensa attività di combustione del materiale trasferito. Con un tasso di accrescimento sufficientemente elevato la WD potrebbe facilmente accrescere in massa di $\sim 0.1 - 0.4 M_{\odot}$ evolvendo verso lo stadio di pre-SN Ia [39]. Tuttavia la popolazione osservata di questi oggetti nelle galassie (compresa la nostra) è troppo bassa per risultare in accordo col tasso di formazione di SNe Ia [9].

Lo scenario presenta inoltre alcune problematiche circa i tassi di accrescimento della WD [19]. Un accrescimento in massa troppo rapido comporterebbe notevole abbondanza d'idrogeno nell'involucro esterno, tale da non essere completamente bruciato durante l'esplosione. Tuttavia, le SN Ia non presentano righe di H nel loro spettro: esse mostrano intense righe metalliche, soprattutto di Si e Ni; si trovano anche righe più deboli di Fe e Co. Quest'abbondanza di metalli è dovuta all'efficacia dei processi di combustione durante l'esplosione. L'idrogeno, quindi, non sopravvive all'esplosione. In secondo luogo, per accrescimenti in massa troppo lenti, il materiale depositato potrebbe bruciare in maniera instabile. Si potrebbero così originare runaway termici superficiali, tali da espellere materiale stellare e limitare la crescita in massa della WD. Essa potrebbe non raggiungere il limite di Chandrasekhar ed evitare l'esplosione.

4.2.2 DD-scenario

Proposto per la prima volta nel 1984 [41], il modello prevede la fusione di due WDs componenti di un sistema binario molto stretto, la cui massa totale è molto vicina al limite di Chandrasekhar.

Considerando un sistema originariamente costituito da due stelle di piccola o intermedia massa, un primo trasferimento di massa tra le due compagne si ha durante le prime fasi evolutive del ramo delle giganti: la componente più massiva (S_1), nell'attraversare l'*Hertzsprung gap* del diagramma H-R, si espande oltre il suo Roche lobe e comincia a perdere massa. Se $M_1 \leq 2M_{\odot}$, questa fase termina con l'evoluzione della stella di massa maggiore in una He-WD. Se $M_1 \geq 2M_{\odot}$, il trasferimento di massa dura un tempo più breve e si conclude quando S_1 ha iniziato la *He-burning phase*. In tal caso, essa prosegue la sua evoluzione fino a diventare una CO-WD. La compagna (S_2), che aumenta la sua massa grazie all'attività di S_1 , supera invece il lobo di Roche quando si è già evoluta nel ramo delle giganti. Il profondo involucro convettivo di S_2 dà origine a un trasferimento di massa notevolmente instabile, che avviene in tempi scala dinamici.

A questo punto $M_2 \gg M_1$ e inizia la CE-evolution. S_1 è "inghiottita" dall'involucro esterno di S_2 , che a questo punto possiede un nucleo degenerato, e comincia a spiraleggiare attorno alla compagna. Si forma così un sistema di DD-CVs⁵; la WD meno massiva, S_1 , viene guidata dagli effetti mareali e costituisce un disco di accre-

⁵Le *cataclysmic variables* (CVs) sono sistemi binari nei quali una delle due stelle è una WD. La loro caratteristica è di essere molto stretti, con distanze paragonabili a quelle del sistema Terra-Luna, e con periodi di rotazione molto brevi (qualche ora). Esse dissipano energia tramite onde gravitazionali ed emissioni in banda UV o X

scimento attrono a S_2 . Il sistema subisce perdita di massa⁶ e di momento angolare; l'energia rotazionale è dissipata sottoforma di onde gravitazionali.

A seconda delle diverse masse iniziali si possono ottenere: un sistema di due He-WDs; un sistema di He_(S₂)-CO_(S₁) WDs; un sistema di due CO-WDs. Nel caso due CO-WDs, il sistema è così dinamicamente instabile da attivare un meccanismo di merging, che porta la WD di massa maggiore all'attivazione del C. Si forma quindi una ONeMg-WD, la cui successiva esplosione in SN Ia è molto probabile, ma non certa. In particolare, per alti valori di densità, i processi di decadimento β inversi possono far evolvere la nuova WD fino allo stadio di stella a neutroni, senza dare origine a una SN Ia. Lo stesso sito di attivazione del C è un problema fondamentale. E' stato infatti osservato che un'attivazione "off-center" del C può sostituire il processo di esplosione in SN Ia con il collasso in stella a neutroni, guidato da processi di decadimento β inversi del Mg e del Ne [32].

Nel DD-scenario gli effetti del momento angolare sul sistema delle due WDs sono notevoli. Se è presente un rapido tasso di accrescimento, $\geq 2.7 \times 10^{-6} M_{\odot} yr^{-1}$, le variazioni di momento angolare (legate alle variazioni del momento d'inerzia del sistema) possono favorire l'attivazione non centrale del C [33] [27]. Se però l'attivazione del carbonio avviene per detonazione (piuttosto che deflagrazione) pare sia inevitabile l'esplosione di supernova. Si è osservato che nel caso di merging tra CO-WDs di massa simile, il materiale stellare si distribuisce uniformemente, diventando più caldo nelle zone centrali più dense e costituendo un denso e piccolo disco di accrescimento esterno [46]. Se l'accrescimento è intenso, il materiale si surriscalda per compressione a tal punto da attivare il C per detonazione.

Il DD-scenario risulta abbastanza in accordo con il tasso di formazione di SNe Ia nelle galassie [19]. Inoltre, recenti indagini identificano i sistemi binari di DD-WDs (in particolare di due CO-WDs) come le principali sorgenti di onde gravitazionali galattiche a basse frequenze nella nostra Galassia ($\sim 10^{-3} Hz$). Rivelatori come LISA (Laser Interferometer Space Antenna), una missione spaziale attualmente in fase di progetto presso l'Agenzia Spaziale Europea e che prevede il lancio nello Spazio nel 2017, opereranno proprio a queste frequenze. Questi rivelatori, dunque, saranno anche un potenziale mezzo per studiare i progenitori di SNe Ia [38].

4.2.3 CD-scenario

Un recente modello teorico sul processo di formazione di SN Ia è stato proposto nel 2003 [23], al fine di spiegare l'osservazione di un'intensa riga $H\alpha$ nello spettro della supernova SN 2002ic. Si tratta del *Core Degenerate-scenario*.

Inizialmente, si riteneva che la presenza della riga $H\alpha$ fosse legata al fatto che all'origine dell'esplosione si trovava un sistema binario costituito da una CO-WD e una stella massiva dell'AGB ($\sim 3 - 7 M_{\odot}$) [12]. Questa ipotesi sembrava ben interpretare i dati osservativi sui residui della SN. In particolare, era stato scelto il SD-scenario per illustrare l'evoluzione del sistema fino allo stadio di SN Ia. Basandosi su questa interpretazione, però, non si spiegava il motivo per cui, su centinaia di spettri di SNe Ia, solamente uno presentasse righe dell'idrogeno. Tale questione fu risolta con un

⁶Gran parte del materiale dell'involucro, soprattutto H, si separa dal sistema.

CD-scenario, che proponeva un meccanismo evolutivo diverso per il sistema binario, progenitore della SN Ia.

Tipicamente, negli scenari SD e DD il trasferimento di massa tra le binarie è instabile. La fase della CE-evolution dura $\sim 10^2 - 10^3$ anni e forma un sistema di due WDs, che evolve poi in maniera diversa nei due modelli. Nel CD-scenario, invece, durante la CE-evolution o immediatamente dopo avviene l'esplosione di SN Ia. Quindi, gran parte del materiale dell'involucro (tra cui H) è ancora presente e partecipa all'esplosione. Si ritiene che l'esplosione avvenga tramite un meccanismo simile a quello del DD-scenario, ma con un merging tra la WD e il caldo nucleo della compagna (stella massiva dell'AGB) non degenerato.

Secondo alcuni il CD-scenario è un tipo di DD-scenario. Di recente, però, quest'ultimo fatto è stato contestato [36]. Infatti, sebbene entrambi i modelli prevedano un meccanismo di merging che porti alla formazione di una WD di massa $\sim M_{Ch}$, sono presenti alcune importanti differenze:

- nel CD-scenario la fusione avviene tra corpi di masse completamente diverse;
- il merging avviene quando una componente del sistema è ancora molto calda (cioè di temperatura maggiore a quella di una WD);
- l'evoluzione del prodotto derivato dal merging è fortemente influenzata da una costante dissipazione d'energia, non causata dal rilascio di onde gravitazionali (come nel DD-scenario). Il prodotto del merging, infatti, è una super-Chandrasekhar WD notevolmente magnetizzata e in rapida rotazione, che emette energia secondo il modello del rotatore obliquo⁷ a spese della sua energia cinetica di rotazione.

Sembra che il CD-scenario possa risolvere molte problematiche che nascono col modello DD [36]. Innanzitutto il problema del sito di attivazione del carbonio: pare che nel CD-scenario sia difficile un'attivazione "off-center" del C. In secondo luogo, nel CD-scenario la perdita di massa è ridotta dato che l'esplosione avviene in corrispondenza della CE-evolution; quindi la massa critica M_{Ch} si raggiunge più facilmente col merging. In definitiva, quindi, il CD-scenario sembra un modello a sè, separato dal DD-scenario e di grande efficacia.

⁷In questo modello si assume che l'oggetto compatto abbia un campo magnetico di dipolo, con asse inclinato rispetto l'asse di rotazione stellare. Esso irradia energia elettromagnetica di frequenza pari a quella di rotazione f , con una potenza data dalla *Formula di Larmor*: $\dot{E} = \frac{2(2\pi)^4}{3c^3} f^4 m_{rot}^2$, dove m_{rot} è il momento di dipolo magnetico.

4.3 SNe Ia super-luminose

In base alla magnitudine assoluta del picco di luminosità, le SNe Ia sono state suddivise in tre categorie ⁸: normali ($M_V \sim -19.2mag$); “overluminous” ($M_V \sim -19.5mag$); deboli ($M_V \sim -18mag$). Di recente, però, sono state osservate diverse SNe Ia super-luminose.

- **2003fg** [15] (Figura 4.5): $M_V = -19.94 \pm 0.06mag$. La massa di ^{56}Ni prevista all’esplosione è $\sim 0.6M_\odot$, un valore irraggiungibile per una WD nel modello di Chandrasekhar. Infatti, in un’esplosione per detonazione di una WD con $M = M_{Ch}$ solamente $\sim 0.92M_\odot$ di ^{56}Ni sono prodotte nella combustione. Dalle analisi dello spettro di luce della SN, si deriva che la WD progenitrice è composta per il $\sim 60\%$ da ^{56}Ni e per il resto da altri metalli pesanti. Questo comporta $M_{WD} \sim 2.1M_\odot$. Inoltre, la velocità di espulsione del materiale appare più bassa di quella prevista da un modello standard: dato che tale velocità è direttamente proporzionale alla differenza tra l’energia nucleare (rilasciata dalle combustioni durante l’esplosione) e l’energia di legame della WD ed è inversamente proporzionale a M_{WD} , la maggior quantità osservata di Ni e di altri metalli dovrebbe indicare un aumento di energia nucleare e di velocità d’espulsione. Anche in questo caso, una WD con $M > M_{Ch}$ potrebbe risolvere il problema.
- **2006gz** [14]: $M_V = -19.74 \pm 0.16mag$. Si osserva un’ampia curva luce; il declino di luminosità è molto più lento rispetto quello osservato in altre SNe Ia. Inoltre, l’analisi spettrale ha rivelato una velocità d’espulsione del Si inizialmente piuttosto bassa e la presenza di righe del carbonio. Quest’ultimo risultato implica un incompleto bruciamento del C durante l’esplosione; ciò può derivare da una fase di temporanea deflagrazione, che espelle gli strati più esterni di CO durante la formazione della SN. Gli altri due aspetti sono legati alla massa della WD prima dell’esplosione; anche in questo caso $M_{WD} > M_{Ch}$ potrebbe essere una buona soluzione.
- **2009dc** [45]: $M_V = -19.90 \pm 0.15mag$. Si osserva un lento declino della luminosità, con una massa di ^{56}Ni prevista all’esplosione pari a $1.8 \pm 0.3M_\odot$, inaccettabile per un modello standard. Anche in questo caso si rivelano righe del C. La loro intensità è così elevata e duratura da suggerire un massiccio strato di CO nell’atmosfera dei residui stellari. Anche la velocità del materiale espulso, soprattutto Si, risulta piuttosto bassa: si ritiene che lo strato di Si coesista con quello di CO atmosferico. Anche questa SN Ia pare derivare dall’esplosione di una WD con $M > M_{Ch}$.

⁸Il picco di luminosità di una SN Ia è fondamentalmente determinato dall’energia rilasciata dal decadimento radioattivo del ^{56}Ni . In particolare, la luminosità massima è direttamente proporzionale alla massa di nickel presente all’esplosione [37].

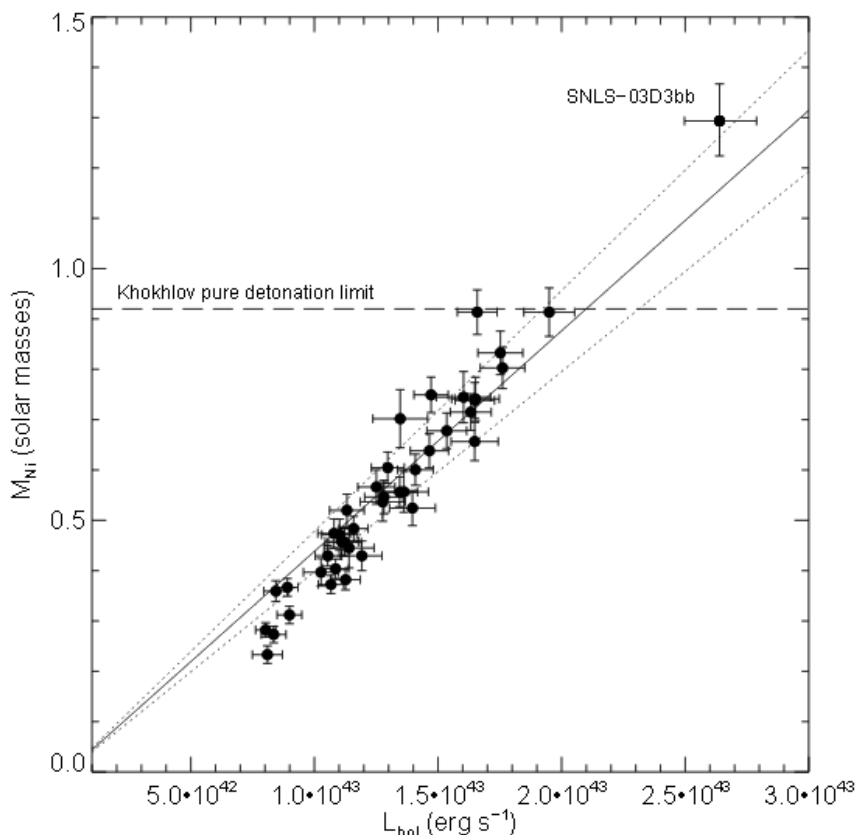


Figura 4.5: Massa di nickel M_{Ni} in funzione della luminosità bolometrica (ricavata dalla magnitudine del picco di luce) per SN2003fg e per altre SNe Ia. Le rette diagonali rappresentate individuano i diversi tempi di crescita (t_c , cioè l'intervallo di tempo dal momento dell'esplosione fino al picco di luminosità, ossia in corrispondenza del decadimento del nickel), i quali sono determinati dalla massa di nickel iniziale e dalla luminosità del picco caratteristici di una SN Ia. Maggiore è la pendenza, più lungo è t_c e maggiore è la luminosità del picco; questo implica una maggior M_{Ni} . Infatti maggiore è M_{Ni} più grande sarà l'energia liberata col decadimento, quindi più alta sarà la luminosità della SN Ia. La linea solida rappresenta il profilo di SNe Ia normali, con un tempo di crescita pari a $t_c = 19.5$ giorni; la linea tratteggiata di pendenza minore rappresenta quello di SNe Ia deboli, con $t_c = 17.6$ giorni; la linea tratteggiata di pendenza maggiore, invece, quello di SNe Ia "overluminous", con $t_c = 21.5$ giorni. Infine, la retta orizzontale indica la massa limite di Ni che una WD può possedere al momento dell'esplosione secondo i modelli standard. Si notano chiaramente la super luminosità di SN2003fg rispetto alle altre SN Ia e la sua M_{Ni} , che va oltre i valori massimi previsti.

Capitolo 5

Super-Chandrasekhar WDs

L'aspetto comune alle indagini sperimentali svolte riguardo le SNe Ia 2003fg, 2006gz, 2009dc, è la proposta di un modello di WD con massa superiore al limite di Chandrasekhar. Per quanto visto nei capitoli precedenti, questo fatto va contro la natura stessa del gas degenerare: secondo la teoria di Chandrasekhar, una WD con $M > M_{Ch}$ non può esistere perchè dinamicamente instabile.

Teorie più recenti hanno però dimostrato che in certe condizioni il modello di Chandrasekhar è incompleto. In particolare, si riscontrano meccanismi tipici di alcune WDs che nei modelli standard non sono considerati.

5.1 Il ruolo del momento angolare

Il momento angolare $\vec{L} = I\vec{\omega}^1$ è una grandezza fisica che spesso si misura nelle stelle. Secondo le teorie di fisica classica, una sfera di gas in rotazione è soggetta in ogni sua parte all'azione della *forza centrifuga*. Si tratta di una forza apparente descritta dall'equazione:

$$\vec{F}_{cf} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (5.1)$$

Dalle proprietà del prodotto vettoriale, considerando un sistema a simmetria sferica, si osserva che l'azione di F_{cf} varia con la latitudine. In particolare, fissato l'asse di rotazione, l'effetto centrifugo è massimo nelle regioni equatoriali e nullo nelle regioni polari. Ciò comporta che: la validità dell'ipotesi di simmetria sferica di un sistema gassoso in rotazione dipende dall'intensità della forza centrifuga; cioè, come si vede da 5.1, la simmetria dipende dalla velocità angolare, ossia dalla rapidità del moto rotatorio. Nel caso di una rapida rotazione, la sfera di gas diventa uno sferoide schiacciato ai poli ed esteso all'equatore.

Nelle stelle il momento angolare è vincolato dall'azione della forza di gravità. Ciò è dovuto al fatto che la sopravvivenza di una stella dipende dalla stabilità del suo HE; si può infatti dimostrare che: se la condizione di HE è perturbata, la stella passa in un regime di instabilità dinamica che la porta ad esplodere o a collassare in tempi scala molto brevi (per il Sole si tratta di qualche decina di minuti). Dato che l'HE corrisponde al bilancio tra le forze di pressione interne e

¹Nell'ipotesi che $\vec{L} \parallel \vec{\omega}$; con $I = \int_M r^2 dm$ momento d'inerzia e ω velocità angolare.

la pressione autogravitazionale esterna, l'azione della forza centrifuga (che come si vede da 5.1 ha verso uscente) genera una pressione interna sugli involucri della stella, spingendoli verso l'esterno, indebolendo la pressione di gravità e perturbando l'HE. Inoltre, da 5.1, si vede chiaramente che il limite sulla forza si traduce in un limite sulla velocità angolare e quindi sul momento angolare della stella.

Secondo alcuni studi [26], il limite di massa di Chandrasekhar non può essere applicato a WDs in cui l'assunzione di simmetria sferica non è valida. Si potrebbe perciò verificare che in una WD in rapida rotazione, in cui la forza centrifuga è sufficientemente elevata da eliminare la simmetria sferica del gas, si possa violare il limite di Chandrasekhar. Tuttavia, gli studi eseguiti su modelli standard di WDs in rotazione uniforme (cioè rigida: $\omega = \text{cost.}$) mostrano che i vincoli sul momento angolare, precedentemente descritti, non permettono alla stella di perdere la simmetria sferica mantenendo l'HE [3]. In particolare in questi modelli, $L \rightarrow 0$ per WDs di massa $\approx M_{Ch}$. Indagini successive hanno però riscontrato che se i modelli vengono costruiti studiando il profilo del momento angolare in coordinate lagrangiane ($L = L(m)$), assumendo una rotazione non più uniforme ma differenziale (cioè $\omega = \omega(m)$), allora si possono modellare WDs in equilibrio stabile senza restrizioni sulla massa totale e sul momento angolare totale [28]. Questa tecnica può permettere di studiare condizioni dinamicamente stabili di super-Chandrasekhar WDs. Di seguito sono trattati i modelli proposti in [29].

5.1.1 Esempi

Prima di tutto, si ipotizza che:

- la WD è costituita da gas di elettroni completamente degenerati, nel regime NR;
- la stella non è a simmetria sferica;
- la stella è in HE;
- gli effetti legati ai campi magnetici e alla viscosità del gas sono trascurabili.

In queste condizioni, si dimostra che l'equazione del moto rotatorio della stella è:

$$\frac{1}{\eta} \nabla \vec{P} = \nabla \vec{g} \quad (5.2)$$

ove $P(r)$ è il profilo radiale della pressione del gas, $\eta(r)$ quello della densità del gas e $g(r)$ quello del potenziale gravitazionale.

I parametri richiesti per costruire il modello di WDs in rotazione sono il momento angolare totale L , il profilo del momento angolare in coordinate lagrangiane $l(m)$ e la massa totale della stella M . Nell'analisi proposta in [29], il profilo del momento angolare è il seguente:

$$\frac{M}{L} l(m) = 4.8239 + 1.8744(1 - m)^{0.5622} - 6.6983(1 - m)^{0.3333} \quad (5.3)$$

Questo profilo è valido per un politropo in rotazione con indice politropico $n = 1.5$, dunque in perfetto accordo con le ipotesi fatte precedentemente.

A questo punto, i modelli realizzati vengono rappresentati in un piano (M,L) , in cui a ciascun punto corrisponde un modello. Il grafico di Figura 5.1 riporta i risultati dell'analisi:

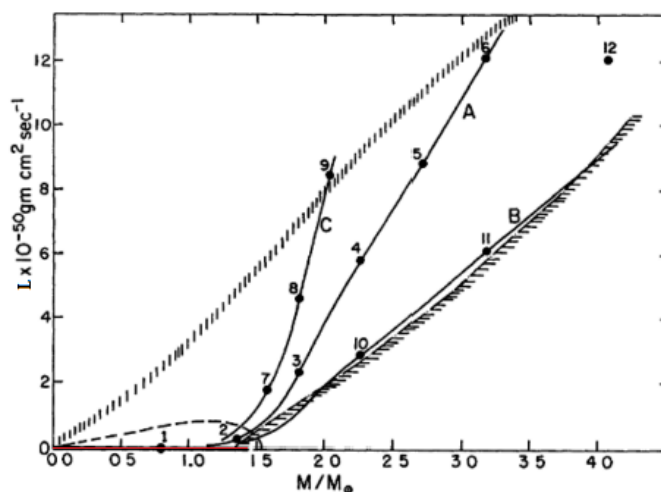


Figura 5.1: Locazione nel piano (M,L) di 12 modelli di WDs rotanti realizzati con le tecniche descritte; le linee continue (A,B,C) rappresentano le relazioni $L(M)$ assunte per le tre classi di modelli analizzati. Queste classi e le altre curve presenti nel grafico sono trattate nel testo.

La classe A è costituita da modelli con masse $1M_{\odot} \leq M \leq 4.1M_{\odot}$ e con momento angolare totale L pari a quello di una stella della MS, che ruota uniformemente e ha la stessa massa del corrispondente modello. Le classi B e C sono definite allo stesso modo ma costituite da WDs con L pari rispettivamente a metà e al doppio di quello della stella della MS. Per stimare $L(M)$ delle stelle appartenenti alla MS, si sono utilizzati i dati relativi alle misure osservative delle velocità angolari di queste stelle riportati in [2].

Il segmento rosso sull'asse delle ascisse individua i modelli di WDs non rotanti previsti dalla teoria di Chandrasekhar ($M \leq 1.46M_{\odot}$ e $L = 0$); il modello 1 ne è un esempio.

La curva a tratti visibile nella parte in basso a sinistra del piano definisce con l'asse delle ascisse, la regione in cui si dispongono i modelli di WDs uniformemente rotanti.

La curva tratteggiata verticalmente rappresenta un limite superiore approssimativo oltre il quale l'instabilità dell'HE è tale da causare una fissione della stella.

La curva tratteggiata orizzontalmente è un altro limite alla stabilità dell'HE: nella parte di piano al di sotto di questa i processi di decadimento β inversi possono alterare la stabilità dell'HE.

Ciò che si vede chiaramente in Figura 5.1 è che al di fuori della regione in cui è presente rotazione uniforme dei modelli la rotazione differenziale estende i limiti su M e L . Questi nuovi modelli occupano una regione del piano *inaccessibile* ai modelli

uniformemente rotanti. Le Tabelle 5.1 e 5.2 riportano alcune caratteristiche fisiche dei dodici modelli realizzati.

Tabella 5.1: Valori di massa M (in unità di M_\odot), di momento angolare totale L , di energia cinetica rotazionale K , di energia interna U e di energia gravitazionale W dei primi sei modelli. Tutti i valori sono misurati nel sistema cgs. Sono indicate tra parentesi le potenze di 10 moltiplicative.

Modelli	1	2	3	4	5	6
M/M_\odot	0.79	1.36	1.81	2.26	2.72	3.17
L	0.00	2.69 (49)	2.31 (50)	5.77 (50)	8.85 (50)	1.21 (51)
K	0.00	1.16 (49)	2.01 (50)	2.86 (50)	4.01 (50)	5.37 (50)
U	1.24 (50)	1.38 (51)	1.16 (51)	7.42 (50)	8.17 (50)	9.64 (50)
W	-2.11 (50)	-1.81 (51)	-2.03 (51)	-1.77 (51)	-2.18 (51)	-2.73 (51)

Tabella 5.2: Valori di massa M (in unità di M_\odot), di momento angolare totale L , di energia cinetica rotazionale K , di energia interna U e di energia gravitazionale W degli altri sei modelli. Tutti i valori sono misurati nel sistema cgs. Sono indicate tra parentesi le potenze di 10 moltiplicative.

Modelli	7	8	9	10	11	12
M/M_\odot	1.58	1.81	2.04	2.26	3.17	4.07
L	1.77 (50)	4.62 (50)	8.47 (50)	2.89 (50)	6.06 (50)	1.21 (51)
K	1.15 (50)	1.44 (50)	1.36 (50)	5.48 (50)	1.28 (51)	1.62 (51)
U	8.12 (50)	3.57 (50)	1.95 (50)	2.81 (51)	4.18 (51)	3.75 (51)
W	-1.50 (51)	-9.01 (50)	-6.58 (50)	-4.76 (51)	-8.21 (51)	-8.79 (51)

Si osserva che in tutti i casi $K < U$, ossia nei modelli è principalmente la pressione interna a sostenere l'autogravità della stella e non la forza centrifuga. Inoltre, se si misura l'energia di legame dei modelli $E = U + W + T$, essa risulta sempre negativa: ciascun modello rappresenta uno stato legato.

5.1.2 Un criterio di stabilità

La stabilità dinamica dei modelli appena descritti deve essere ancora dimostrata. Per farlo, si può ricorrere a criteri di stabilità ottenuti per via teorica. Una particolare relazione, spesso utilizzata per trattare il caso di stelle rotanti, è quella riportata in [24]: un fluido non viscoso, di densità uniforme, in rotazione rigida, diventa dinamicamente instabile se il suo momento angolare aumenta a tal punto che

$$\frac{K}{|W|} = 0.276 \quad (5.4)$$

Se si verifica una tale instabilità, la stella può separarsi in due o più corpi di massa minore, trasformando una gran parte del proprio momento angolare in momento angolare orbitale dei corpi prodotti. Quindi se $\frac{K}{|W|} \geq 0.276$ si può verificare la fissione della stella.

Sebbene questo criterio sia ben definito per rotazioni rigide, esso è stato comunque utilizzato per verificare approssimativamente la stabilità dinamica dei modelli. Tale condizione era già stata inserita nel grafico precedente (Figura 5.1): la curva tratteggiata verticalmente si riferisce proprio al caso $K/|W| = 0.276$. Si nota come tutti i modelli (eccetto il 9) si posizionano al di sotto di questo limite. Questo è un buon indice di stabilità dinamica dei modelli di super-Chandrasekhar WDs.

5.2 Il ruolo del campo magnetico

Recenti modelli teorici considerano il magnetismo un potenziale strumento per provare l'esistenza di super-Chandrasekhar WDs. Secondo questi, WDs fortemente magnetizzate possono eccedere nel limite di massa di Chandrasekhar [20] [8]: ciò potrebbe permettere di spiegare il caso di SNe Ia super-luminose.

Come visto nel Capitolo 2, sono state osservate WDs magnetiche con campi di intensità compresa tra $10^4 G$ e $10^9 G$. Questi valori, però, fanno riferimento agli strati più superficiali della stella. Nelle regioni nucleari possono presentarsi campi magnetici molto più elevati: i valori attesi corrispondono a $\sim 10^{14} G \approx 10^9 B_\odot$ (nel nucleo del Sole). In queste condizioni, un gas completamente degenerato è influenzato dagli effetti magnetici e non si comporta come un gas di Fermi ideale: la Meccanica Quantistica introduce delle correzioni rilevanti, che modificano le proprietà fisiche del gas. La stessa EoS è modificata. Inoltre, una corretta trattazione della natura fisica di MWDs richiede un approccio general-relativistico; solamente tramite la Relatività Generale è possibile comprendere le caratteristiche strutturali di una WD estremamente densa e magnetizzata.

5.2.1 Quantizzazione di Landau

Nella fisica classica, un particella carica (per esempio un elettrone) quando si trova immersa in un campo magnetico si muove circolarmente su piani perpendicolari alle linee di campo. Ipotizzando un campo magnetico uniforme diretto lungo l'asse z e un elettrone che inizialmente si muove con $\vec{v} = (0, v, 0)$, l'hamiltoniana di un tale sistema è:

$$H = \frac{1}{2m_e} \left[p_x^2 + \left(p_y - \frac{eBx}{c} \right)^2 + p_z^2 \right] \quad (5.5)$$

ove m_e è la massa dell'elettrone, e la sua carica, c la velocità della luce nel vuoto e B l'intensità del campo magnetico.

In termini operatoriali, il commutatore $[\hat{H}, \hat{p}_y] = 0$ (dato che manca l'operatore posizione \hat{y}) e lo stesso vale per \hat{p}_z . In particolare, ciò significa che \hat{H} e \hat{p}_y ammettono un sistema di autovettori di base in comune: \hat{p}_y si può rappresentare nel sistema degli autostati dell'energia. L'equazione di Schrödinger del sistema è quindi:

$$\hat{H}\psi_E = \left[\frac{\hat{p}_x^2}{2m_e} + \frac{\hat{p}_z^2}{2m_e} + \frac{1}{2} \left(\frac{eB}{c\sqrt{m_e}} \right)^2 \hat{x}_{tr}^2 \right] \psi_E = E\psi_E \quad (5.6)$$

ove ψ è la funzione d'onda associata all'elettrone, in rappresentazione delle coordinate, e $\hat{x}_{tr} = \hat{x}_0 - \hat{x}$, con \hat{x}_0 operatore posizione relativo all'autovalore $\frac{cp_y}{eB}$.

Nella componente x , l'equazione di Schrödinger è esattamente quella di un oscillatore armonico lineare unidimensionale e si può risolvere col metodo di seconda quantizzazione. Dunque si ottiene la quantizzazione dell'energia data da:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \frac{eB}{m_e c} + \frac{p_z^2}{2m_e} \quad (5.7)$$

ove $n \in \mathbb{N}$. Ogni livello n -esimo d'energia è chiamato *livello di Landau*.

Se si considera anche il fatto che gli elettroni sono particelle di spin semi-intero $s = \frac{1}{2}$, la quantizzazione dell'energia è data da:

$$E_\lambda = \lambda \hbar \frac{eB}{m_e c} + \frac{p_z^2}{2m_e} \quad (5.8)$$

ove $\lambda = n + \frac{1}{2} + m_s$, con $m_s = \pm \frac{1}{2}$. In questo modo i livelli di Landau contengono degenerazione.

Nel caso di campi magnetici molto intensi ($\hbar \frac{eB}{m_e c} \gg m_e c^2$), gli effetti relativistici sono notevoli e richiedono una formulazione relativisticamente invariante dell'equazione di Schrödinger. Questa formulazione fu trovata da Dirac nel 1928 e permette di descrivere correttamente il moto di fermioni in tali condizioni. Senza entrare nel dettaglio, nel caso di un costante campo magnetico si ottiene la seguente quantizzazione dell'energia [21]:

$$E_\lambda = c \sqrt{p_z^2 + (m_e c)^2 \left(1 + 2\lambda \frac{B}{B_{crit}}\right)} \quad (5.9)$$

ove $B_{crit} = 4.414 \times 10^{13} G$ è dato da $\hbar \frac{eB}{m_e c} = m_e c^2$ e corrisponde all'intensità del campo dalla quale gli effetti della quantizzazione di Landau non possono essere trascurati.

Considerando ora un gas di elettroni completamente degenerati (in condizione di ER), per quanto visto nel Capitolo 3, la statistica di Fermi-Dirac prevede che tutti gli stati quantici dell'energia siano occupati dagli elettroni fino al valor massimo $E_F = c \sqrt{p_F^2 + (m_e c)^2}$, con p_F momento di Fermi². Come si nota questa energia corrisponde a quella del livello $E_{\lambda=0}$ nella quantizzazione di Landau. Ciò è dovuto al fatto che nel Capitolo 3 non erano state incluse le correzioni legate agli effetti magnetici. La quantizzazione di Landau generalizza il risultato ottenuto con la statistica di Fermi-Dirac, estendendolo al caso di campi magnetici molto intensi. Essa propone un nuovo valor massimo d'energia:

$$E_{F,\lambda} = c \sqrt{p_F^2 + (m_e c)^2 \left(1 + 2\lambda \frac{B}{B_{crit}}\right)} = E_F(\lambda, B, \eta_e) \quad (5.10)$$

Dalla condizione $p_F^2 \geq 0$ si ottiene il numero massimo di livelli di Landau occupabili dagli elettroni del gas:

$$\lambda_{max} = \frac{\left(\frac{E_{F,\lambda_{max}}}{m_e c^2}\right)^2 - 1}{2B/B_{crit}} \quad (5.11)$$

²Si ricorda che $p_F \propto \eta_{gas}^{1/3}$, dove η_{gas} è la densità del gas.

Per un dato valore di energia di Fermi, al diminuire di B aumenta il numero di livelli di Landau occupabili. Verso la superficie della stella, ove B è sufficientemente basso, il numero di livelli è così alto che la quantizzazione non è evidente: la distribuzione degli stati risulta in un intervallo continuo di livelli energetici. Nelle regioni nucleari, invece, la quantizzazione di Landau è estremamente efficace e i suoi effetti sulla natura del gas sono importanti: gli elettroni degenerati occupano solo alcuni livelli energetici.

In queste condizioni la termodinamica del gas è descritta da una nuova EoS [20]:

$$P = \sum_{\lambda=0}^{\lambda_{max}} \frac{B g_{\lambda,0} m_e c^2}{B_{crit} (2\pi)^2 \lambda^3} \left[\sqrt{\left(\frac{p_F}{m_e c}\right)^2 - \lambda \frac{B}{B_{crit}} \frac{E_\lambda}{m_e c^2}} + \left(1 + 2\lambda \frac{B}{B_{crit}}\right) \ln \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{p_F}{m_e c}\right)^2 - \lambda \frac{B}{B_{crit}} \frac{E_\lambda}{m_e c^2}} + \frac{E_\lambda}{m_e c^2}}{\sqrt{1 + 2\lambda \frac{B}{B_{crit}}}} \right) \right] \quad (5.12)$$

ove η_e è la densità elettronica e $g_{\lambda,0}$ è la degenerazione ad ogni livello di Landau. In pratica $P = P(B, \lambda_{max}, \eta_e)$.

5.2.2 Magnetismo e struttura stellare

Una corretta analisi della struttura delle MWDs richiede di considerare gli effetti della pressione e della densità magnetiche (P_B, η_B) [7]. Nel caso di un gas magnetizzato, la pressione totale è data dalla somma delle pressioni parziali del gas e del campo magnetico: $P_{tot} = P_{gas} + P_B$.

Un campo magnetico molto intenso può provocare anisotropie nella struttura di una stella. Infatti, si dimostra che nella condizione di elevato magnetismo, la pressione totale interna della stella è pari a $P + P_B$, nella direzione ortogonale alle linee di campo, mentre vale $P - P_B$, nella direzione parallela alle linee di campo (ove $P_B = B^2/8\pi$ è la pressione magnetica e P è la pressione del gas degenerato a $T = 0K$) [35]. In queste circostanze la stella non può più essere considerata a simmetria sferica ma piuttosto di forma sferoidale. In particolare, si nota che, in presenza di campi magnetici molto elevati, nella direzione parallela alle linee di campo la pressione totale interna della stella può risultare nulla o addirittura negativa: questo porta a perturbare la condizione di HE della stella; una forte pressione magnetica può quindi rendere la stella dinamicamente instabile.

Se invece si considera una stella a simmetria sferica, allora la pressione magnetica è isotropa e vale:

$$P_B = \frac{B^2}{24\pi} \quad (5.13)$$

Inoltre, nota dalla Relatività Ristretta la relazione tra massa ed energia $E = mc^2$, è possibile definire η_B a partire dalla pressione isotropa:

$$P_B = \frac{1}{3} \eta_B c^2 \rightarrow \eta_B = \frac{B^2}{8\pi c^2} \quad (5.14)$$

Come per la pressione, pure la densità magnetica si deve sommare a quella propria del gas: $\eta_{tot} = \eta_{gas} + \eta_B$ (in generale si ha $\eta_B \leq \eta_{gas}$ [7]).

Il profilo d'intensità del campo magnetico è decrescente dal nucleo verso gli strati superficiali, in quanto sia η_B che P_B decrescono all'aumentare della distanza dal

centro della stella (come accade pure per P_{gas} e η_{gas}). Ad una data distanza dal centro la densità magnetica contribuisce ad aumentare la massa della stella; questo incrementa la sua autogravità, che la comprime maggiormente. Alla compressione si manifesta la pressione magnetica che, assieme a quella interna del gas, definisce il bilancio delle pressioni nella stella. Ciò mostra chiaramente quale sia l'importanza dell'azione di un intenso campo magnetico nel definire la dinamica della stella e, in particolare, nel determinarne la massa e il raggio finali. Per questo motivo, se si considerano gli effetti magnetici, le stesse equazioni di struttura stellare vanno modificate:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2(\eta_{gas} + \eta_B) && \text{Conservazione della massa} \\ \frac{dP_{gas}}{dr} + \frac{dP_B}{dr} &= -\frac{Gm}{r^2}(\eta_{gas} + \eta_B) && \text{HE} \end{aligned} \quad (5.15)$$

E' possibile stabilire come vari il campo magnetico all'interno della stella. Si usa esprimere l'intensità del campo in funzione della densità di gas della stella $\eta_{gas}(r)$. Un profilo tipico, spesso applicato ad oggetti compatti magnetizzati, è il seguente [5]:

$$B = B_{sup} + B_0 \left[1 - \exp\left(-\tau \left(\frac{\eta_{gas}}{\eta_0}\right)^\chi\right) \right] \quad (5.16)$$

ove $\eta_0 = 0.1\eta_{cent}$, B_{sup} è il campo magnetico superficiale, B_0 è un parametro con le dimensioni di un campo magnetico, mentre χ e τ sono dei parametri costanti adimensionali da regolare per ottenere un corretto profilo del campo.

Come si vede dal profilo descritto, l'intensità del campo è B_{sup} se $\eta_{gas} \rightarrow 0$; inoltre per $\eta_{gas} \gg 0$ si ha $B \approx \text{costante}$. Quindi il campo cresce in intensità molto rapidamente dalla superficie della stella fino agli strati intermedi, per poi assumere un'intensità elevata circa costante fino al centro della stella.

5.2.3 Equazione di TOV

Per completare l'analisi sulle principali leggi che regolano la struttura delle MWDs non si possono trascurare i modelli di Relatività Generale. Le *Equazioni di campo* einsteiniane dimostrano come l'autogravità di un corpo produca curvatura dello spazio-tempo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (5.17)$$

ove $R_{\mu\nu}$ è il *tensore di Ricci*, $g_{\mu\nu}$ è la metrica spazio-temporale, $R = R^{\mu\nu}g_{\mu\nu}$ è lo *scalare di curvatura* e $T_{\mu\nu}$ è il *tensore energia-impulso*.

Il membro di sinistra definisce la geometria dello spazio-tempo, quello di destra il potenziale energetico che la determina. Quest'ultimo è funzione della densità di energia, della densità di materia gravitante e della pressione.

Una soluzione delle equazioni di campo si può ottenere solamente definendo una metrica $g_{\mu\nu}$ opportuna. In astrofisica, per descrivere la struttura di un corpo a simmetria sferica e con distribuzione di materia isotropa (non rotante) si ricorre alla soluzione proposta nel 1939 dai fisici Tolman, Volkoff e Oppenheimer. Essi

utilizzarono una metrica generale tempo-invariante, sfericamente simmetrica:

$$ds^2 = -\exp[2\Phi(r)]dt^2 + \left[1 - \frac{2Gm(r)}{c^2r}\right]^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (5.18)$$

ove r , θ , ϕ sono le coordinate sferiche, ds^2 è l'intervallo spazio-temporale e Φ è una quantità definita da:

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{1}{1 - 2Gm(r)/c^2r} \left(\frac{Gm(r)}{c^2r^2} + \frac{4\pi GrP_{tot}}{c^4} \right) \quad (5.19)$$

Applicando tale metrica alle equazioni di campo di Einstein, si trova la nota *Equazione di TOV*:

$$\frac{dP_{tot}(r)}{dr} = -\frac{Gm(r)\eta_{tot}}{r^2} \left(1 + \frac{P_{tot}(r)}{\eta_{tot}(r)c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P_{tot}(r)}{m(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm(r)}{c^2r}\right)^{-1} \quad (5.20)$$

Essa è la condizione di HE classica corretta per effetti relativistici: in condizioni non relativistiche, tutti i termini moltiplicati per $\frac{1}{c^2}$ sono trascurabili e si ritrova l'equazione dell'HE 5.15.

A questo punto, il modello di struttura di una MWD si ricava combinando le nuove leggi e regolando i parametri liberi in base alle condizioni al contorno fissate. In particolare:

- la massa del modello si ricava per integrazione sul raggio della stella dall'equazione di conservazione della massa (5.15), noto il profilo radiale della densità totale;
- Trattandosi di MWDs, si può assumere completa degenerazione del gas e considerare un modello politropico. Tuttavia, bisogna anche tener conto degli effetti magnetici sull'EoS, cioè della quantizzazione di Landau. Quindi, si possono fare le seguenti assunzioni per il gas [20]:

- l'EoS del gas è del tipo $P_{gas}(r) = K\eta_{gas}^\gamma(r)$ (3.9), se $B(r) < B_{crit}$;
- l'EoS del gas è del tipo $P_{gas} = P_{gas}(B, \lambda_{max}, \eta_{gas})$ (5.12), se $B(r) \geq B_{crit}$.

Quest'ultima però si ottiene noti λ_{max} e B .

Il profilo radiale di B si esprime in termini di $\eta_{gas}(r)$ grazie a 5.16, fissando opportunamente i parametri liberi: i valori di χ e τ sono regolati in base alle condizioni iniziali sul campo magnetico; B_{sup} si ricava dalle osservazioni (per esempio con l'effetto Zeeman) e B_0 si determina fissando B_{cent} , con la condizione che $B_{cent} > B_{crit}$ (dato che si vogliono considerare le correzioni di Landau nelle regioni centrali).

Fissato B_{cent} e data una certa $E_F(\lambda_{max})$, si ricava il valore di λ_{max} in corrispondenza del nucleo grazie a 5.11, che permette di ottenere l'EoS del gas corretta per quantizzazione di Landau.

Riguardo, invece, la componente magnetica: $P_B(r) = \frac{1}{3}\eta_B(r)c^2 = \frac{B^2(\eta_{gas})}{8\pi c^2}$, ove $B(\eta_{gas})$ è il profilo 5.16.

- noti $P_{gas}[\eta_{gas}(r)]$, $P_B[\eta_{gas}(r)]$ e dato che $P_{tot} = P_{gas} + P_B$, si ricava $P_{tot}[\eta_{gas}(r)]$. Sostituendo $P_{tot}[\eta_{gas}(r)]$ in 5.20, con $\eta_B\{B[\eta_{gas}(r)]\}$ (da 5.14 e 5.16), si ottiene $\eta_{gas}[m(r)]$;
- dato che $\eta_{tot} = \eta_{gas} + \eta_B = \eta_{tot}(\eta_{gas}) = \eta_{tot}[m(r)]$ è ora nota, si può ricavare la massa totale della MWD da 5.15.

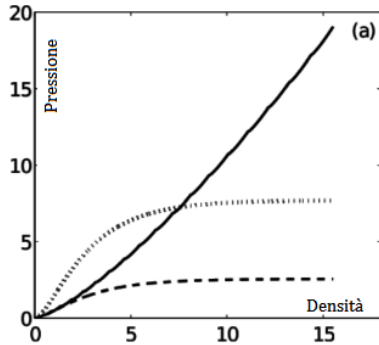
5.2.4 Esempi

Sono di seguito riportati modelli di MWDs nei quali si utilizzano le teorie appena descritte e che propongono soluzioni dinamicamente stabili di super-Chandrasekhar WDs [8].

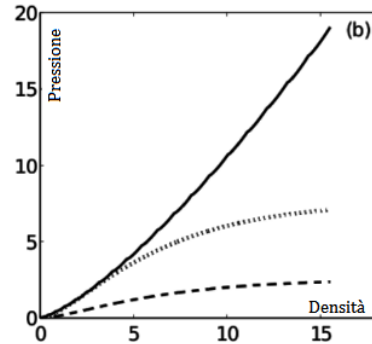
In questi modelli si pongono due condizioni al contorno sul profilo del campo magnetico, che tengono conto di possibili anisotropie nella pressione totale della stella:

1. la componente della pressione media parallela alle linee di campo magnetico, $\langle P_{gas} - P_B \rangle$, è sempre positiva;
2. la componente della pressione parallela alle linee di campo magnetico è sempre positiva.

Scegliendo i valori di B_{sup} pari a quelli misurati con le osservazioni ($10^9 G - 10^{12} G$), le due condizioni sono analizzate separatamente in due diversi casi, al fine di chiarirne il significato (Figura 5.2):



(a) $B_{cent} = 4.4 \times 10^{14} G$,
 $E_F(\lambda_{max}) = 20m_e c^2 \rightarrow \lambda_{max} = 20$, $\chi = 0.9$ e $\tau = 0.843$.



(b) $B_{cent} = 4.22 \times 10^{14} G$,
 $E_F(\lambda_{max}) = 20m_e c^2 \rightarrow \lambda_{max} = 21$, $\chi = 0.9$ e $\tau = 0.403$.

Figura 5.2: Pressione in funzione di η_{gas} con le due condizioni sovraesposte (1-a, 2-b). La linea solida, a puntini e tratteggiata indicano rispettivamente P_{gas} , $B^2/8\pi$ (P_B nel caso di pressione totale anisotropa) e $B^2/24\pi$. La pressione è in unità di 10^{27}erg/cc e la densità di 10^9gm/cc . Il profilo del campo $B(\eta_{gas})$ è dato da 5.16.

Si nota che, in entrambi i casi, a determinati valori di densità del gas $P_{gas} \approx P_B = B^2/8\pi$. In particolare nel caso (a), a certi valori di densità $P_{gas} < P_B$, quindi la componente di pressione totale interna parallela alle linee di campo è negativa. In tal caso l'anisotropia della pressione totale della stella è tale da perturbare l'HE e

quindi rendere la stella dinamicamente instabile. Tuttavia questa instabilità si ha solamente entro certi valori di densità. Per altri valori di η_{gas} , quindi anche della massa stellare, si nota dai grafici che è possibile ottenere una configurazione più stabile della stella, con $P_{gas} > P_B$. Lo scopo del modello è proprio quello di stabilire per quali valori di massa stellare si ha questa stabilità.

Quindi, sono poste ulteriori condizioni: $\eta_{gas}(r = 0) = \eta_{cent}$, $m(r = 0) = 0$. Inoltre si pone:

$$\beta_c = \left[\frac{P_{gas}}{B^2/8\pi} \right] (r = 0) > 1 \quad (5.21)$$

Si tratta del rapporto P_{gas}/P_B misurato al centro. Quindi la condizione posta implica $P_{gas} - P_B > 0$ *al centro della stella*. In particolare, data la quantizzazione di Landau, $P_{gas}(r = 0)$ si calcola con l'EoS modificata, che è univocamente determinata dalla scelta di $E_F(\lambda_{max})$ e λ_{max} .

E' stato calcolato β_c al variare di B_{cent} per diverse EoS, ottenendo il seguente risultato:

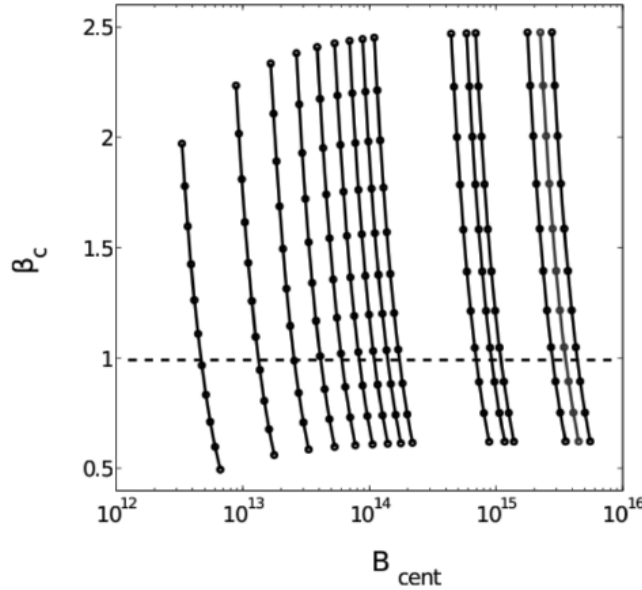


Figura 5.3: β_c in funzione di B_{cent} . Ogni linea individua un'EoS per una data $E_F(\lambda_{max})$; in ciascuna di esse, dal basso verso l'alto, sono indicati tutti i livelli di Landau con $\lambda \leq \lambda_{max}$ (partendo da $\lambda = 10$). Inoltre, le $E_F(\lambda_{max})$ aumentano da sinistra a destra: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 23, 25, 40, 45, $50m_e c^2$. La parte del grafico che soddisfa le condizioni al contorno sta sopra la linea tratteggiata.

Osservando con attenzione il grafico, si vede che il valor minimo di livelli di Landau occupati dal gas, che soddisfano le condizioni al contorno, aumenta solamente fino a $E_F(\lambda_{max}) = 6m_e c^2$. In base a quanto visto in precedenza, per una data energia di Fermi, valori più piccoli di λ corrispondono a campi magnetici più intensi. Quindi questo limite su λ_{min} vincola il valor massimo raggiungibile da B_{cent} . Inoltre, dato che $P_B \propto B^2$, questo vincolo rappresenta una limite superiore anche sulla pressione magnetica centrale. Questo fatto potrebbe garantire $P_{gas} - P_B > 0$ in tutta la stella: si nota infatti dal grafico (a) di Figura 5.2 che, se si abbassa sufficientemente il valore

costante di pressione magnetica centrale, il grafico di $P_B = B^2/8\pi$ si dispone al di sotto del grafico di P_{gas} per ogni valore di η_{gas} . Tutto ciò garantisce una maggior isotropia della pressione totale della stella, che quindi risulta dinamicamente più stabile.

Utilizzando $B_{cent} = 4.4 \times 10^{14}G$, $E_F(\lambda_{max}) = 20m_e c^2 \rightarrow \lambda_{max} = 20$, $\chi = 0.9$, $\tau = 0.843$ e $\eta_c = 1.55 \times 10^{10} \text{gm/cc}$, sono stati ottenuti i grafici riportati in Figura 5.4.

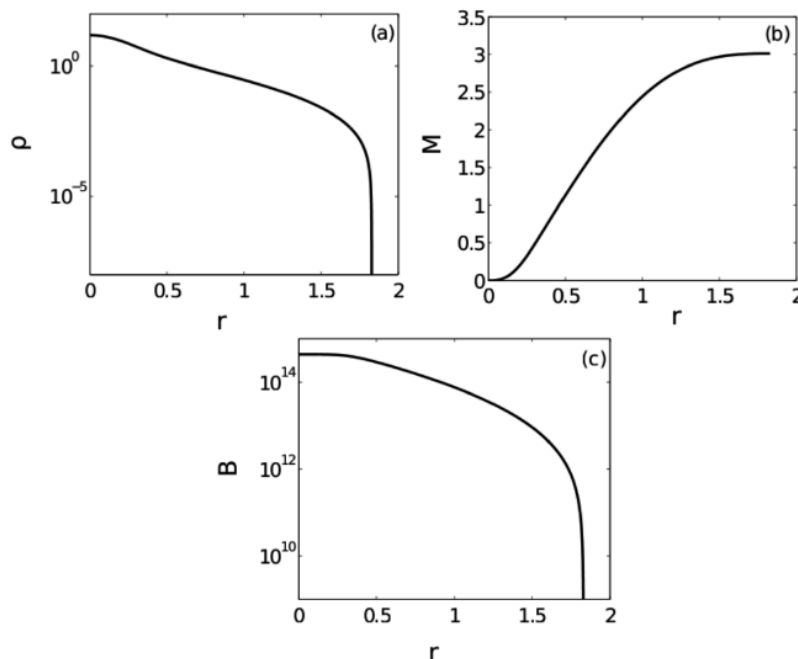


Figura 5.4: Soluzioni di struttura stellare per una WD con una data EoS, calcolata con parametri prestabiliti. Sono riportati i profili radiali di densità di materia, del campo magnetico e della massa. La massa è in unità di M_\odot , il raggio di 10^3km , la densità di 10^9gm/cc , il campo magnetico di G.

Questi modelli descrivono una super-Chandrasekhar WD, con massa $m = 3.01M_\odot$ e raggio $R = 1828 \text{km}$.

Infine sono state calcolate l'energia gravitazionale E_G e l'energia magnetica E_B , in quanto un loro confronto permette di comprendere quanto stabile sia lo stato legato della stella:

$$E_G = \int_0^R \phi dM \quad (5.22)$$

ove ϕ è il potenziale gravitazionale derivato dalla Relatività Generale includendo gli effetti magnetici;

$$E_B = \int_V P_B dV \quad (5.23)$$

ove V è il volume della stella.

I risultati ottenuti sono $E_G = 2.035 \times 10^{52} \text{erg}$ e $E_B = 2.246 \times 10^{51} \text{erg}$; quindi $E_G \approx 10E_B$. Questo è un buon indice di stabilità dinamica del modello di super-Chandrasekhar WD.

Bibliografia

- [1] N. Achilleos, D. T. Wickramasinghe, J. Liebert, R. A. Saffer, and A. D. Grauer. Exploring the peculiar magnetic field of Feige 7. *The Astrophysical Journal*, 396:273–288, September 1992.
- [2] C. W. Allen. *Astrophysical quantities*. 1963.
- [3] S. P. S. Anand. On Chandrasekhar’s Limiting Mass for Rotating White Dwarf Stars. *Proceedings of the National Academy of Science*, 54:23–26, July 1965.
- [4] H. W. Babcock. Zeeman Effect in Stellar Spectra. *The Astrophysical Journal*, 105:105, January 1947.
- [5] D. Bandyopadhyay, S. Chakrabarty, and S. Pal. Quantizing Magnetic Field and Quark-Hadron Phase Transition in a Neutron Star. *Physical Review Letters*, 79:2176–2179, September 1997.
- [6] Max Camenzind. *Compact objects in astrophysics*. Springer, 2007.
- [7] U. Das and B. Mukhopadhyay. Revisiting some physics issues related to the new mass limit for magnetized white dwarfs. *Modern Physics Letters A*, 29:50035, March 2014.
- [8] Upasana Das and Banibrata Mukhopadhyay. Maximum mass of stable magnetized highly super-chandrasekhar white dwarfs: stable solutions with varying magnetic fields. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2014(06):050, 2014.
- [9] R. Di Stefano. The Appearance of Type Ia Supernova Progenitors: If Not SSSs, then What Do They Look Like? In R. Di Stefano, M. Orio, and M. Moe, editors, *IAU Symposium*, volume 281 of *IAU Symposium*, pages 132–135, January 2013.
- [10] Arthur S Eddington and Arthur Stanley Eddington. *The internal constitution of the stars*. Cambridge University Press, 1926.
- [11] Lilia Ferrario, S Vennes, DT Wickramasinghe, JA Bailey, and DJ Christian. Euve j0317—855: a rapidly rotating, high-field magnetic white dwarf. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 292(2):205–217, 1997.
- [12] M. Hamuy, M. M. Phillips, N. B. Suntzeff, J. Maza, L. E. González, M. Roth, K. Krisciunas, N. Morrell, E. M. Green, S. E. Persson, and P. J. McCarthy. An

- asymptotic-giant-branch star in the progenitor system of a type Ia supernova. *Nature*, 424:651–654, August 2003.
- [13] U. Heber, R. Napiwotzki, and I. N. Reid. Rotation velocities of white dwarf stars. *Astronomy and Astrophysics*, 323:819–826, July 1997.
- [14] M. Hicken, P. M. Garnavich, J. L. Prieto, S. Blondin, D. L. DePoy, R. P. Kirshner, and J. Parrent. The Luminous and Carbon-rich Supernova 2006gz: A Double Degenerate Merger? *The Astrophysical Journal*, 669:L17–L20, November 2007.
- [15] D. A. Howell, M. Sullivan, P. E. Nugent, R. S. Ellis, A. J. Conley, D. Le Borgne, R. G. Carlberg, J. Guy, D. Balam, S. Basa, D. Fouchez, I. M. Hook, E. Y. Hsiao, J. D. Neill, R. Pain, K. M. Perrett, and C. J. Pritchet. The type Ia supernova SNLS-03D3bb from a super-Chandrasekhar-mass white dwarf star. *Nature*, 443:308–311, September 2006.
- [16] J. C. Kemp. Circular Polarization of Thermal Radiation in a Magnetic Field. *The Astrophysical Journal*, 162:169, October 1970.
- [17] S. O. Kepler, I. Pelisoli, D. Koester, G. Ourique, S. J. Kleinman, A. D. Romero, A. Nitta, D. J. Eisenstein, J. E. S. Costa, B. Külebi, S. Jordan, P. Dufour, P. Giommi, and A. Rebassa-Mansergas. New white dwarf stars in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 10. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 446:4078–4087, February 2015.
- [18] R. Kippenhahn and A. Weigert. *Stellar Structure and Evolution*. 1990.
- [19] R. Kippenhahn and A. Weigert. *Stellar Structure and Evolution*. 1994.
- [20] A. Kundu and B. Mukhopadhyay. Mass of Highly Magnetized White Dwarfs Exceeding the Chandrasekhar Limit: AN Analytical View. *Modern Physics Letters A*, 27:50084, May 2012.
- [21] D. Lai and S. L. Shapiro. Cold equation of state in a strong magnetic field - Effects of inverse beta-decay. *The Astrophysical Journal*, 383:745–751, December 1991.
- [22] J. Liebert. Searches for magnetic fields in white dwarfs since Babcock. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 100:1302–1305, November 1988.
- [23] M. Livio and A. G. Riess. Have the Elusive Progenitors of Type Ia Supernovae Been Discovered? *The Astrophysical Journal*, 594:L93–L94, September 2003.
- [24] Raymond Lyttleton. *The stability of rotating liquid masses*. Cambridge University Press, 2013.
- [25] J. Madej, M. Należyty, and L. G. Althaus. Mass distribution of DA white dwarfs in the First Data Release of the Sloan Digital Sky Survey. *Astronomy and Astrophysics*, 419:L5–L8, May 2004.

- [26] L Mestel, LH Aller, and DB McLaughlin. Stellar structure. *Stars and Stellar Systems*, 8:465, 1965.
- [27] K. Nomoto and I. Iben, Jr. Carbon ignition in a rapidly accreting degenerate dwarf - A clue to the nature of the merging process in close binaries. *The Astrophysical Journal*, 297:531–537, October 1985.
- [28] J. P. Ostriker, P. Bodenheimer, and D. Lynden-Bell. Equilibrium Models of Differentially Rotating Zero-Temperature Stars. *Physical Review Letters*, 17:816–818, October 1966.
- [29] Jeremiah P Ostriker and Peter Bodenheimer. Rapidly rotating stars. ii. massive white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, 151:1089, 1968.
- [30] G. W. Preston. The Quadratic Zeeman Effect and Large Magnetic Fields in White Dwarfs. *The Astrophysical Journal*, 160:L143, June 1970.
- [31] Judith L Provencal, HL Shipman, Erik Høg, and P Thejll. Testing the white dwarf mass-radius relation with hipparcos. *The Astrophysical Journal*, 494(2):759, 1998.
- [32] H. Saio and K. Nomoto. Evolution of a merging pair of C + O white dwarfs to form a single neutron star. *Astronomy and Astrophysics*, 150:L21–L23, September 1985.
- [33] H. Saio and K. Nomoto. Off-Center Carbon Ignition in Rapidly Rotating, Accreting Carbon-Oxygen White Dwarfs. *The Astrophysical Journal*, 615:444–449, November 2004.
- [34] G. D. Schmidt, H. C. Harris, J. Liebert, D. J. Eisenstein, S. F. Anderson, J. Brinkmann, P. B. Hall, M. Harvanek, S. Hawley, S. J. Kleinman, G. R. Knapp, J. Krzesinski, D. Q. Lamb, D. Long, J. A. Munn, E. H. Neilsen, P. R. Newman, A. Nitta, D. J. Schlegel, D. P. Schneider, N. M. Silvestri, J. A. Smith, S. A. Snedden, P. Szkody, and D. Vanden Berk. Magnetic White Dwarfs from the Sloan Digital Sky Survey: The First Data Release. *The Astrophysical Journal*, 595:1101–1113, October 2003.
- [35] M. Sinha, B. Mukhopadhyay, and A. Sedrakian. Hypernuclear matter in strong magnetic field. *Nuclear Physics A*, 898:43–58, January 2013.
- [36] N. Soker. The Core-Degenerate Scenario for Type Ia Supernovae. In R. Di Stefano, M. Orio, and M. Moe, editors, *IAU Symposium*, volume 281 of *IAU Symposium*, pages 72–75, January 2013.
- [37] M. Stritzinger and B. Leibundgut. Lower limits on the Hubble constant from models of type Ia supernovae. *Astronomy and Astrophysics*, 431:423–431, February 2005.

- [38] A. Stroerer, M. Benacquista, and F. Ceballos. Detecting Double Degenerate Progenitors of SNe Ia with LISA. In R. Di Stefano, M. Orio, and M. Moe, editors, *IAU Symposium*, volume 281 of *IAU Symposium*, pages 217–220, January 2013.
- [39] J. Trümper, G. Hasinger, B. Aschenbach, H. Bräuninger, U. G. Briel, W. Burkert, H. Fink, E. Pfeffermann, W. Pietsch, P. Predehl, J. H. M. M. Schmitt, W. Voges, U. Zimmermann, and K. Beuermann. X-ray survey of the Large Magellanic Cloud by ROSAT. *Nature*, 349:579–583, February 1991.
- [40] S. Vennes. Properties of Hot White Dwarfs in Extreme-Ultraviolet/Soft X-Ray Surveys. *The Astrophysical Journal*, 525:995–1008, November 1999.
- [41] R. F. Webbink. Double white dwarfs as progenitors of R Coronae Borealis stars and Type I supernovae. *The Astrophysical Journal*, 277:355–360, February 1984.
- [42] John Whelan and Icko Iben Jr. Binaries and supernovae of type i. *The Astrophysical Journal*, 186:1007–1014, 1973.
- [43] DT Wickramasinghe and Lilia Ferrario. Magnetism in isolated and binary white dwarfs. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 112(773):873–924, 2000.
- [44] S. E. Woosley and T. A. Weaver. Sub-Chandrasekhar mass models for Type IA supernovae. *The Astrophysical Journal*, 423:371–379, March 1994.
- [45] M. Yamanaka, K. S. Kawabata, K. Kinugasa, M. Tanaka, A. Imada, K. Maeda, K. Nomoto, A. Arai, S. Chiyonobu, Y. Fukazawa, O. Hashimoto, S. Honda, Y. Ikejiri, R. Itoh, Y. Kamata, N. Kawai, T. Komatsu, K. Konishi, D. Kuroda, H. Miyamoto, S. Miyazaki, O. Nagae, H. Nakaya, T. Ohsugi, T. Omodaka, N. Sakai, M. Sasada, M. Suzuki, H. Taguchi, H. Takahashi, H. Tanaka, M. Uemura, T. Yamashita, K. Yanagisawa, and M. Yoshida. Early Phase Observations of Extremely Luminous Type Ia Supernova 2009dc. *The Astrophysical Journal*, 707:L118–L122, December 2009.
- [46] Chenchong Zhu, Philip Chang, Marten van Kerkwijk, and James Wadsley. Properties of carbon-oxygen white dwarf merger remnants. *Proceedings of the International Astronomical Union*, 7(S281):280–283, 2011.