

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Ottimizzazione della produzione di ioni pesanti con  
sorgenti di tipo ECR presso LNL

Relatore

Prof. Marco Mazzocco

Correlatore

Dr. Alessio Galatà

Laureanda

Lisa Bombieri

Anno Accademico 2020/2021



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introduzione ai plasmi</b>	<b>1</b>
1.1 Cos'è un plasma . . . . .	1
1.2 Lunghezza di Debye e quasineutralità . . . . .	2
1.3 Frequenza di plasma . . . . .	2
<b>2 Le sorgenti ECR</b>	<b>3</b>
2.1 Introduzione . . . . .	3
2.2 Confinamento magnetico . . . . .	3
2.2.1 Moto di una particella in campo magnetico uniforme . . . . .	4
2.2.2 Moto di una particella in campo magnetico non uniforme . . . . .	4
2.3 Collisioni <i>Spitzer</i> o collisioni collettive . . . . .	6
2.4 Collisioni binarie . . . . .	8
2.4.1 Collisioni ionizzanti . . . . .	8
2.4.2 Scambio carica . . . . .	9
2.5 Onde nei plasmi . . . . .	10
2.5.1 Descrizione elettromagnetica dei plasmi . . . . .	10
2.5.2 Propagazione di onde piane in un plasma omogeneo . . . . .	10
2.5.3 Plasmi sottoposti a campi magnetici . . . . .	11
2.6 Cavità risonanti . . . . .	14
2.6.1 Modi guidati TE e TM . . . . .	14
2.6.2 Cavità cilindriche: modi TE e TM . . . . .	15
<b>3 Ottimizzazione elettromagnetica di sorgenti ECR</b>	<b>17</b>
3.1 La sorgente LEGIS . . . . .	17
3.2 Simulazioni e motivazioni . . . . .	19
3.3 Ricerca della frequenza ottimale per produrre $^{136}\text{Xe}^{28+}$ . . . . .	20
3.3.1 Individuazione della frequenza ottimale . . . . .	20
3.3.2 Approfondimento dell'analisi dati . . . . .	21
3.4 Analisi dell'influenza della potenza . . . . .	23
<b>Conclusioni</b>	<b>27</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>29</b>



# Introduzione

Presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL), uno dei quattro laboratori nazionali dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN), si conduce principalmente un'attività di ricerca sperimentale nel settore della Fisica Nucleare fondamentale, che studia i nucleoni e le loro interazioni. Le “sonde” utilizzate per indagare la materia nucleare sono proiettili ad alta velocità forniti da acceleratori di particelle: dopo essere stati prodotti da opportune sorgenti, gli ioni vengono accelerati e trasportati lungo tubi mantenuti sotto vuoto fino a collidere con un bersaglio fisso, provocando una reazione nucleare. Opportuni rivelatori collocati attorno al “punto misura” permettono di analizzare i prodotti di reazione e determinarne le caratteristiche. A seconda del particolare acceleratore impiegato, è necessario fornire ioni negativi o positivi. Nel primo caso si utilizza una sorgente di tipo *sputtering*, accoppiata ad un acceleratore di tipo Tandem, mentre per la produzione di ioni positivi a stato di carica medio-alto si utilizza una sorgente di tipo ECR [1] (*Electron Cyclotron Resonance*), accoppiata al complesso di acceleratori superconduttivi PIAVE-ALPI. In questo tipo di sorgenti, ioni a stato di carica medio-alto vengono prodotti all'interno di un plasma confinato in una camera da vuoto (detta camera del plasma) da una particolare configurazione magnetica detta a *B-minimum*, in cui il campo magnetico cresce andando dal centro della camera verso la periferia. Il meccanismo tramite il quale il plasma viene generato e sostenuto prende il nome di *Electron Cyclotron Resonance* (ECR) e consiste in un'interazione risonante tra onde elettromagnetiche veicolate dall'esterno (nel range dei GHz) e gli elettroni, a fronte della quale questi acquisiscono energia sufficiente a ionizzare più volte un gas o vapori metallici precedentemente introdotti. L'efficienza di tale meccanismo dipende dalla particolare configurazione elettromagnetica che si instaura all'interno della camera da vuoto, la quale funge da cavità risonante.

Il presente lavoro di tesi riguarda uno studio sperimentale condotto sulla sorgente di ioni di tipo ECR dei LNL denominata LEGIS (LEGnaro ecrIS) [2], il cui scopo è stato l'aumento di prestazioni nella produzione di fasci di ioni pesanti. Infatti, la camera del plasma della sorgente LEGIS è stata recentemente modificata, a seguito di studi numerici, con lo scopo di ottimizzare il processo di risonanza ECR, dunque il trasferimento di energia agli elettroni: la verifica sperimentale dell'efficacia di tale modifica sarà oggetto del presente lavoro di tesi. In particolare, sperimentalmente si è proceduto, mediante la tecnica del *frequency tuning* [3], alla ricerca della frequenza delle microonde che massimizza la produzione di un fascio di  $^{136}\text{Xe}^{28+}$  (tra i più richiesti dalla comunità di utenti dei Laboratori Nazionali di Legnaro) e all'ottimizzazione dei restanti parametri della sorgente ad eccezione della potenza trasmessa alla camera, mantenuta pari a quella dei dati raccolti precedentemente alla modifica. Nella nuova configurazione si è ottenuto un significativo aumento di intensità, a conferma dei risultati delle simulazioni. Sono state eseguite, inoltre, misure sistematiche al variare della potenza delle microonde all'interno della camera del plasma, al fine di evidenziare il contributo dei diversi meccanismi fisici alla base del funzionamento delle sorgenti ECR sull'intensità del fascio estratto.

Qui di seguito verrà fornita una descrizione di com'è articolato questo lavoro di tesi.

Nelle sorgenti ECR si sfrutta la formazione di un plasma per ionizzare il materiale di cui si vuole produrre il fascio ionico: si dedicherà quindi il **capitolo 1** a un'introduzione del cosiddetto *quarto stato della materia*. In particolare, verrà data una definizione di plasma, per poi passare alla descrizione della distribuzione di Maxwell-Boltzmann, caratteristica delle particelle del plasma all'equilibrio termico, e verranno presentati due parametri caratteristici quali la lunghezza di Debye e la frequenza di plasma.

Nel **capitolo 2**, dopo una breve introduzione generale alle sorgenti ECR, si entrerà nel dettaglio della fisica che sta alla base del funzionamento di questi dispositivi, che verrà utilizzata come supporto nella conduzione della fase sperimentale e nella spiegazione dei risultati ottenuti. Inizialmente verrà descritto il moto di una particella carica in campo magnetico, argomento che condurrà al concetto di confinamento magnetico delle particelle all'interno del plasma, da cui risulterà chiaro il motivo della scelta di una configurazione magnetica a *B-minimo*. Verranno poi descritte le collisioni collettive (o Spitzer) che caratterizzano il principale meccanismo di perdita delle particelle cariche del plasma, per poi passare alla descrizione dei due tipi di collisioni binarie, le collisioni ionizzanti e il processo di scambio carica, che concorrono alla produzione di ioni molteplici carichi. Si passerà poi alla descrizione della propagazione delle onde elettromagnetiche all'interno di un plasma magnetizzato, alla base del processo di interazione risonante tipico di queste sorgenti. In particolare, la condizione di risonanza, che si ottiene quando la frequenza di ciclotrone dell'elettrone eguaglia la frequenza delle microonde, si verifica su particolari superfici in cui il campo magnetico è costante (dette superfici di risonanza) all'interno delle quali il plasma risulta essere ben confinato. La camera del plasma di una sorgente ECR, in cui si iniettano le microonde, si comporta come una cavità risonante: si dedica quindi una sezione alla discussione delle cavità risonanti, focalizzandosi sui modi di propagazione permessi per una geometria cilindrica. Su questo argomento teorico si è basata la ricerca di modi risonanti  $TM_{0,n,0}$  (il significato della notazione sarà chiarito nel corso della tesi), che permettono di massimizzare l'intensità del campo elettrico sulla superficie di risonanza.

Il **capitolo 3** è dedicato all'attività sperimentale, argomento che costituisce il core di questo lavoro di tesi. Si apre con una descrizione dei principali componenti della sorgente LEGIS, per poi passare alla descrizione dei principali risultati delle simulazioni elettromagnetiche, che hanno motivato la modifica apportata alla camera del plasma. Infine, si passerà alla verifica sperimentale di tali risultati, a cui ho contribuito operando in prima persona la sorgente. Ad una prima parte in cui verrà descritta la procedura per la ricerca della frequenza ottimale per la produzione dello ione di interesse ed i risultati ottenuti, seguirà un approfondimento in cui si cercherà di comprendere, collegandosi ai meccanismi fisici delle sorgenti ECR, come è cambiata, a seguito della modifica, la produzione degli ioni  $^{136}\text{Xe}$ . Si concluderà il capitolo con la descrizione e l'analisi di una misura sistematica per evidenziare l'effetto della potenza sulle prestazioni della sorgente.

Infine verranno tratte le conclusioni generali del lavoro di tesi, riassumendo i principali risultati ottenuti dall'attività sperimentale.

# Capitolo 1

## Introduzione ai plasmi

In questo capitolo verranno introdotti, per completezza, alcuni concetti base comuni ai diversi tipi di plasma. La bibliografia di riferimento è consultabile in [1, 4].

### 1.1 Cos'è un plasma

Il plasma è considerato il *quarto stato della materia*: infatti si può pensare di ottenerlo riscaldando fortemente un gas, al punto tale che gli urti derivanti dall'agitazione termica sono in grado di produrre ionizzazioni. In qualsiasi gas è presente, seppur piccola, una frazione di atomi ionizzati: nota la temperatura  $T$  del gas (supposto in equilibrio termico) e la sua densità, è possibile stimare la densità di ioni presenti mediante l'equazione di Saha che può esprimersi come:

$$\frac{n_i}{n_n} \simeq 2.4 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-\frac{U_i}{k_B T}} \quad (1.1)$$

dove:  $n_i$  e  $n_n$  sono, rispettivamente, la densità di atomi ionizzati e di atomi neutri,  $k_B$  è la costante di Boltzmann e  $U_i$  l'energia di ionizzazione del gas. Dall'espressione precedente si evince come la frazione di ioni naturalmente presenti dipenda fortemente dalla temperatura del sistema: questo spiega il motivo per cui il plasma è lo stato della materia più diffuso nell'Universo (i nuclei delle stelle bruciano a temperature altissime), ma sia praticamente assente sulla Terra. A supporto di ciò è possibile stimare la frazione di ioni presenti nell'aria a temperatura ambiente:  $n_n \simeq 3 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ ,  $T \simeq 300 \text{ K}$  e  $U_i = 14 \text{ eV}$ , allora, usando l'Eq. 1.1, si ha  $\frac{n_i}{n_n + n_i} \simeq \frac{n_i}{n_n} \simeq 10^{-122}$ , una cifra estremamente piccola.

Il solo valore della temperatura, dunque il grado di ionizzazione, non è sufficiente a considerare un gas ionizzato come un plasma: esistono delle caratteristiche peculiari di cui si darà descrizione nei prossimi paragrafi. Prima di ciò, per completezza, verrà introdotto brevemente il concetto di temperatura.

In un gas di densità  $n$  e in equilibrio ad una temperatura  $T$  la velocità delle particelle si distribuisce secondo la distribuzione di Maxwell-Boltzmann. In uno spazio tridimensionale il numero di particelle per  $\text{m}^3$  con velocità compresa tra  $\vec{v}$  e  $\vec{v} + d\vec{v}$  è dato dal prodotto  $f d^3v$  con:

$$f(\vec{v}) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{2} \frac{m v^2}{k_B T}} \quad (1.2)$$

detta *funzione di distribuzione*. Integrando tale funzione su tutto lo spazio delle velocità è possibile calcolare la densità di particelle del sistema.

L'energia cinetica media delle particelle, in accordo con il teorema di equipartizione dell'energia, si ottiene come:

$$\langle E \rangle = \frac{\int \frac{1}{2} m v^2 f(v) d^3v}{\int f(v) d^3v} = \frac{3}{2} k_B T \quad (1.3)$$

Per questo motivo in fisica dei plasmi si è soliti esprimere la temperatura in unità di energia, utilizzando il fattore di conversione  $1 \text{ eV} = 11.600 \text{ K}$ .

## 1.2 Lunghezza di Debye e quasineutralità

Una proprietà fondamentale di un plasma è la capacità di schermare potenziali elettrici esterni ad esso applicati. È possibile dimostrare che un plasma è macroscopicamente neutro, ma non localmente su una scala sufficientemente piccola, detta *lunghezza di Debye* ( $\lambda_D$ ). Questo fenomeno può essere spiegato con un semplice esempio unidimensionale. Si suppone di inserire, nell'origine di un sistema di coordinate  $x$  di un plasma, una griglia posta ad un potenziale fissato  $\phi_0$ . Si ipotizza, inoltre, che il rapporto tra le masse di ioni e elettroni sia infinita, in modo da poter considerare gli ioni come una distribuzione uniforme in tutto lo spazio. Risolvendo l'equazione di Poisson in una dimensione si ha:

$$\epsilon_0 \nabla^2 \phi = -e(n_i - n_e) \quad (1.4)$$

Indicando con  $n_\infty$  la densità molto lontano da  $x = 0$ , nell'assunzione fatta vale  $n_i = n_\infty$ . Supponendo che gli elettroni seguano la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, la funzione di distribuzione elettronica in questa configurazione è:

$$f(v) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T_e} \right)^{1/2} e^{-\frac{(\frac{1}{2}mv^2 + q\phi)}{k_B T_e}}$$

Dall'equazione di Poisson si osserva che, quando il potenziale è nullo, la densità elettronica è  $n_e(\phi \rightarrow 0) = n_i = n_\infty$ , perciò si può ricavare la densità elettronica come:

$$n_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du = n_\infty e^{\frac{e\phi}{k_B T_e}}$$

Sostituendo le espressioni di  $n_e$  e  $n_i$  nell'Eq. 1.4, si ottiene  $\epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = en_\infty \left( e^{\frac{e\phi}{k_B T_e}} - 1 \right)$ . Nella regione in cui vale  $|\frac{e\phi}{k_B T_e}| \ll 1$ , ossia  $x \rightarrow \infty$ , si può espandere l'esponenziale in serie di McLaurin fino al primo ordine in  $\frac{e\phi}{k_B T_e}$  e, definendo la cosiddetta *lunghezza di Debye* come  $\lambda_D \equiv \left( \frac{\epsilon_0 k_B T_e}{ne^2} \right)^{1/2}$ , si trova:

$$\epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} \underset{x \rightarrow \infty}{\approx} \frac{n_\infty e^2}{k_B T_e} \phi \implies \phi \underset{x \rightarrow \infty}{\approx} \phi_0 e^{-\frac{|x|}{\lambda_D}} \quad (1.5)$$

La *lunghezza di Debye* costituisce uno dei parametri caratteristici del plasma, dipende principalmente dalla densità (la *quasineutralità* comporta che  $n_i \sim n_e \sim n$ ) e dalla temperatura elettronica: **un gas ionizzato può essere considerato un plasma se la sua densità è tale che la lunghezza di Debye sia molto più piccola di una sua dimensione caratteristica.**

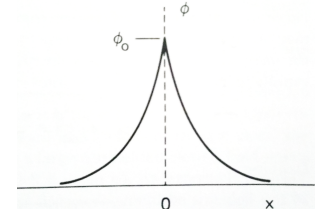


Figura 1.1: Distribuzione del potenziale in prossimità di una griglia in un plasma [4].

## 1.3 Frequenza di plasma

All'interno di un plasma nascono e muoiono oscillazioni elettrostatiche con una certa frequenza caratteristica, detta *frequenza di plasma*: esse sono una diretta conseguenza della tendenza alla quasineutralità. Si consideri un plasma uniforme unidimensionale e si supponga che a  $t = 0$  tutti gli elettroni in  $x_1 < x < x_0$  siano spostati alla sinistra di  $x_1$  e che gli ioni siano fissi. Tale separazione di carica produce un campo elettrico, che in  $x_1$  è pari a:  $\vec{E}(x_1) = -\frac{n_e e}{\epsilon_0} (x_0 - x_1) \hat{x}$ .

Dunque l'equazione del moto per gli elettroni in  $x_1$ , in termini della posizione relativa  $\xi \equiv x_0 - x_1$ , si riconduce a un'equazione di oscillatore armonico di pulsazione  $\omega_{pe}$ , detta *frequenza di plasma*:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left( \frac{e^2 n_e}{m_e \epsilon_0} \right) \xi = 0 \implies \xi(t) = A \exp(i\omega_{pe} t) + B \exp(-i\omega_{pe} t), \quad \omega_{pe} \equiv \left( \frac{e^2 n_e}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

Se si considera  $n_e = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  allora  $\omega_{pe} = 2\pi \cdot 0.28 \text{ GHz}$ .

L'approssimazione di ioni fissi è giustificata dal fatto che il moto ionico è caratterizzato da una frequenza di oscillazione  $\omega_{pi} = Z \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \omega_{pe}$ . Gli elettroni quindi sono capaci di rispondere a perturbazioni di frequenza molto più elevate rispetto agli ioni.



# Capitolo 2

## Le sorgenti ECR

### 2.1 Introduzione

Nelle sorgenti di tipo ECR (Electron Cyclotron Resonance) [1] viene generato un plasma (da un gas o dal vapore di un materiale fatto precedentemente evaporare) all'interno di una camera che opera in regime di alto vuoto (detta camera del plasma), solitamente di forma cilindrica. Tale camera è immersa in una particolare configurazione magnetica detta *a B minimo*, in quanto l'intensità del campo magnetico cresce dal centro verso la periferia, che consente il confinamento spaziale del plasma: questa è realizzata sovrapponendo il campo generato da due o più solenoidi, che realizzano il confinamento assiale, a quello generato da un esapolo, che realizza il confinamento radiale. Il meccanismo di confinamento fa sì che le particelle cariche permangano all'interno della camera per un tempo sufficiente a produrre alti stati di carica. Tuttavia, il meccanismo di confinamento non è perfetto, per cui gli ioni migrano spontaneamente verso le pareti della camera: grazie a questo effetto è possibile estrarre un fascio di ioni da tali sorgenti. Ciò avviene praticando un foro attorno all'asse della camera ad una delle sue estremità, il cui diametro non supera di solito i 10 mm, e ponendo la camera del plasma ad una tensione positiva rispetto ad una massa di riferimento. Il processo fisico che sta alla base di tutte le sorgenti ECR, dal quale deriva il nome, è noto come *Electron Cyclotron Resonance*. Esso consiste in un'interazione risonante tra una radiazione elettromagnetica ad una frequenza  $\nu$ , compresa solitamente tra 14 e 18 GHz, ed il moto di rotazione degli elettroni attorno alle linee di forza del campo magnetico  $\vec{B}$ , che avviene ad una frequenza  $\nu_g = eB/2\pi m_e$ . La risonanza si verifica in quei punti in cui il campo magnetico è tale da verificare la relazione  $\nu = \nu_g$ : il luogo di questi punti forma solitamente una superficie chiusa di forma ellissoidale. L'interazione risonante risulterà in un'accelerazione o decelerazione degli elettroni, a seconda della fase del loro moto rispetto all'onda elettromagnetica. Gli elettroni accelerati, che possono raggiungere energie dell'ordine delle centinaia di keV o addirittura MeV, saranno in grado di creare un plasma con ioni aventi carica  $q \geq 1$  mediante urti ionizzanti, detti di tipo *step-by-step*, in quanto ad ogni urto viene strappato un solo elettrone. Nel seguito verranno descritti i meccanismi fisici alla base del funzionamento di tali sorgenti.

### 2.2 Confinamento magnetico

In questa sezione si analizza il moto di una particella carica in campi magnetici statici aventi diverse configurazioni [4], per effetto della forza di Lorentz che può esprimersi come:

$$\vec{F} = m\dot{\vec{v}} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

dove  $q$ ,  $m$  e  $\vec{v}$  sono, rispettivamente, la carica, la massa e la velocità della particella, mentre  $\vec{B}$  rappresenta il campo magnetico. Si parte con la trattazione del moto di ciclotrone, che caratterizza una particella immersa in un campo magnetico uniforme. Introducendo il concetto di *guiding center*, si passerà poi all'analisi del moto di deriva (*drift*) in campi magnetici non uniformi, concentrandosi sulla configurazione che dà luogo al cosiddetto *mirror reflection*. Quest'ultimo caso è particolarmente

importante in quanto è alla base del funzionamento delle trappole magnetiche, che permettono il confinamento spaziale di un plasma.

### 2.2.1 Moto di una particella in campo magnetico uniforme

Si supponga di avere una particella carica in moto in una regione dello spazio in cui esiste un campo magnetico  $\vec{B} = B\hat{z}$ . In base all'Eq. 2.1 la forza a cui è soggetta è sempre diretta perpendicolarmente alla velocità ed alla direzione del campo magnetico: ciò implica che il lavoro fatto sulla particella carica in movimento è sempre nullo, ovvero l'energia cinetica di quest'ultima si conserva. Inoltre, essendo il campo magnetico uniforme diretto lungo l'asse  $z$ , ne consegue che la componente della velocità parallela a  $\vec{B}$  è costante e quindi, come conseguenza della conservazione dell'energia, lo è anche quella ortogonale  $\vec{v}_\perp$ . Si analizzano ora le equazioni del moto nel piano  $(x,y)$  ortogonale alla direzione di  $\vec{B}$ :

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{qB}{m}v_y \\ \dot{v}_y = -\frac{qB}{m}v_x \end{cases} \quad \text{differenziando} \quad \begin{cases} \ddot{v}_x = \frac{qB}{m}\dot{v}_y = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x \\ \ddot{v}_y = -\frac{qB}{m}\dot{v}_x = -\left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_y \end{cases} \quad (2.2)$$

Risolvendo l'Eq. 2.2 per la velocità e integrando, si trovano le equazioni del moto nel piano ortogonale a  $\vec{B}$ :

$$x = r_L \sin(\omega_g t + \alpha) + x_0 \quad ; \quad y = r_L \cos(\omega_g t + \alpha) + y_0 \quad (2.3)$$

Queste equazioni corrispondono a quelle di un oscillatore armonico di pulsazione  $\omega_g \equiv \frac{|q|B}{m}$ . Il moto risultante è circolare, di pulsazione  $\omega_g$ , attorno al cosiddetto *guiding centre* (gc), le cui coordinate istantanee sono  $\vec{r}_{gc} = (x_0, y_0, z_0 + v_{\parallel}t)$ . Il raggio dell'orbita circolare può esprimersi come  $r_L \equiv \frac{v_\perp}{\omega_g} = \frac{mv_\perp}{|q|B}$ . Nel prosieguo, si indicherà con GCS il sistema di riferimento solidale col *guiding centre*.

### 2.2.2 Moto di una particella in campo magnetico non uniforme

Si consideri ora il caso di campo magnetico non uniforme, in intensità o direzione, come avviene all'interno di un solenoide di raggio grande o all'interno di un toro. Nel momento in cui si introduce una disomogeneità nel campo è possibile ottenere una soluzione approssimata dell'equazione del moto, applicando la cosiddetta *orbit theory*, in cui si considera  $\frac{r_L}{L} \ll 1$ , dove  $L$  è la grandezza di scala della disomogeneità.

Si consideri innanzitutto il caso in cui  $\vec{B}$ , diretto lungo  $\hat{z}$ , varia in intensità lungo la direzione  $y$  (si veda la Fig. 2.1). La condizione di validità dell' *orbit theory* diventa:  $|\frac{\nabla B}{B}| \ll \frac{1}{r_L}$ . Per risolvere tale problema, si usa un approccio detto *undisturbed orbit*, in cui la forza di Lorentz  $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$  viene mediata su una rotazione attorno al GCS, supponendo che esso abbia origine in  $x_0 = y_0 = 0$ . Chiaramente, in questo approccio,  $\langle F_x \rangle$  è nullo, quindi nel seguito ci si concentra nel determinare la componente  $F_y$ , per poi mediarla su una rotazione. Nell'ambito della *orbit theory*, è possibile espandere  $\vec{B}$  in serie di Taylor attorno al valore assunto in  $(x_0, y_0)$ , denominato  $\vec{B}_0$ :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + (\vec{r} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \dots \implies B_z = B_0 + y \frac{\partial B_z}{\partial y} + \dots \quad (2.4)$$

Si sostituisce a  $y$  l'espressione trovata nell'Eq. 2.3, ricavata nel caso di campo magnetico uniforme, e si ricava  $v_x$  derivando rispetto al tempo la coordinata  $x$  espressa dalla stessa equazione. Si trova che:

$$F_y = -qv_x B_z(y) \simeq -qv_\perp \cos(\omega_g t) \left[ B_0 \pm r_L \cos(\omega_g t) \frac{\partial B_z}{\partial y} \right]$$

Mediando su una rotazione:

$$\langle F_y \rangle = \mp qv_\perp r_L \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial y}$$

Allora la velocità del *guiding center* risulta:

$$\vec{v}_{gc} = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{1}{q} \frac{\langle F_y \rangle}{|B|} \hat{x} = \mp \frac{v_\perp r_L}{B} \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial y} \hat{x}$$

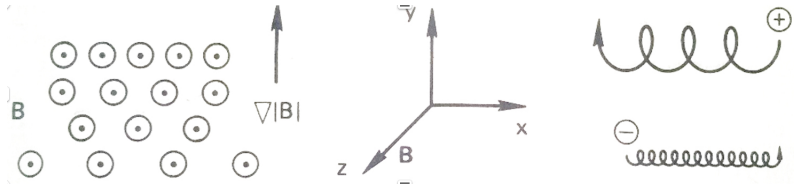


Figura 2.1: Il moto di drift in campo magnetico di intensità non uniforme [4].

Essendo la scelta dell'asse  $y$  arbitraria, tale risultato è generalizzabile alla cosiddetta *grad-B drift*:

$$\vec{v}_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} v_{\perp} r_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^2} \quad (2.5)$$

Essa è opposta per ioni e elettroni (segno  $\pm$ ), quindi si genera una corrente ortogonale sia a  $\vec{B}$  che a  $\vec{\nabla} B$ , come illustrato nella Fig. 2.1.

Il secondo caso è quello mostrato nella Fig. 2.2, in cui si vede come le linee di forza abbiano un raggio di curvatura costante, detto  $R_c$ , e si assume che l'intensità del campo magnetico  $B$  sia costante.

Si osserva che un tale campo non soddisfa le equazioni di Maxwell nel vuoto: di conseguenza, bisogna sempre aggiungere all'effetto della curvatura, che sarà qui derivato, quello della *grad-B drift* visto precedentemente.

Denotando con  $v_{\parallel}^2$  la velocità quadratica media della particella lungo il campo, la forza centrifuga media di cui risentono le particelle nel moto lungo le linee di campo che genera la cosiddetta *curvature drift* ( $\vec{v}_R$ ), è data da:

$$\vec{F}_c = \frac{mv_{\parallel}^2}{R_c} \hat{r} = mv_{\parallel}^2 \frac{\vec{R}_c}{R_c^2} \implies \vec{v}_R = \frac{1}{q} \frac{\vec{F}_c \times \vec{B}}{B^2} = \frac{mv_{\parallel}^2}{qB^2} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2}$$

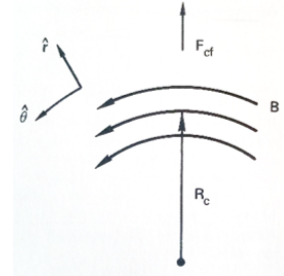


Figura 2.2: Campo magnetico curvo [4].

Si stima ora il contributo dovuto alla *grad-B drift* derivante dalla diminuzione dell'intensità del campo con l'aumentare di  $R_c$ . Introducendo un sistema di coordinate cilindriche  $(z, \theta, \rho)$  si ha:

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta} \quad ; \quad \vec{\nabla} B = \frac{\partial B}{\partial r} \hat{r} = \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\vec{R}_c}{R_c}$$

Nel vuoto vale  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ , perciò:

$$0 = (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \hat{z} = \left[ \frac{B}{r} + \frac{\partial B}{\partial r} \right] \hat{z} \implies B = -R_c \frac{\partial B}{\partial r} \implies \frac{\vec{\nabla} B}{B} = -\frac{\vec{R}_c}{R_c^2}$$

Inserendo questo risultato nell'Eq. 2.5 e aggiungendo a questo il contributo  $\vec{v}_R$ , si ottiene la drift totale in un campo magnetico curvo nel vuoto:

$$\vec{v}_R + \vec{v}_{\nabla B} = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \left( v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right) \quad (2.6)$$

I risultati fin qui descritti possono essere adesso utilizzati per introdurre il concetto di confinamento magnetico. Si consideri un sistema di coordinate cilindriche  $(z, \theta, \rho)$  nello spazio, in cui sia presente un campo magnetico  $\vec{B}$  tale che  $B_{\theta} = 0$  e  $\partial B / \partial \theta = 0$ , con intensità variabile in direzione  $\hat{z}$ . Si vuole mostrare che la componente  $B_r$ , che esiste in conseguenza delle equazioni di Maxwell, produce una forza in grado di *intrappolare* una particella in una regione finita di spazio, dando luogo al fenomeno noto come *magnetic trapping*. È possibile ricavare, in modo approssimato, la componente  $B_r$ , assumendo che  $\vec{B}$  non varia molto con  $r$ , ottenendo:  $B_r \simeq -\frac{1}{2} r \left[ \frac{\partial B_z}{\partial z} \right]_{r=0}$ . La variazione della componente radiale di  $B$  in funzione del raggio provoca un *grad-B drift* del *guiding center* lungo l'asse  $z$ , la cui espressione si

ricava esplicitando le componenti della forza di Lorentz. In particolare, si trova che la sua componente lungo  $\hat{z}$  è data da:

$$F_z = \frac{1}{2} q v_\theta r \left( \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)$$

Durante una rotazione attorno al guiding center la velocità tangenziale e il raggio sono costanti ai valori  $v_\theta = \mp v_\perp$ ,  $r = r_L$ , perciò la forza media su un periodo risulta:

$$\langle F_z \rangle = \mp \frac{1}{2} q v_\perp r_L \frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp \frac{1}{2} q \frac{v_\perp^2}{\omega_g} \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

dove si è definito il *momento magnetico* associato al moto rotatorio della particella come  $\mu \equiv \frac{1}{2} m v_\perp^2 / B$ . In generale, in presenza di un gradiente di campo magnetico diretto lungo la direzione del campo stesso, una particella carica risente della forza magnetica:

$$\vec{F}_\parallel = -\mu \vec{\nabla}_\parallel B$$

Si può dimostrare che  $\mu$  è una costante del moto e tale caratteristica è alla base di uno dei possibili schemi di confinamento del plasma: lo *specchio magnetico* (*magnetic mirror*), illustrato nella Fig. 2.3. Quando una particella si muove da una regione di campo debole ad una di campo intenso, all'aumento di  $B$  deve corrispondere un aumento della componente ortogonale della velocità  $\vec{v}_\perp$ , per garantire la conservazione di  $\mu$ . D'altra parte, anche l'energia della particella deve essere conservata, perciò un aumento di  $\vec{v}_\perp$  comporta una diminuzione della componente della velocità parallela al campo  $v_\parallel$ .

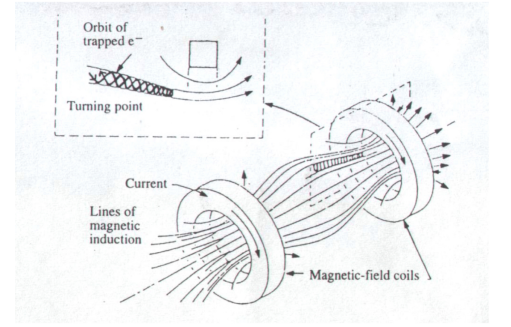


Figura 2.3: Configurazione di una trappola magnetica a *simple mirror* [1].

Se agli estremi della trappola  $B$  è sufficientemente elevato, allora è possibile che  $v_\parallel$  si annulli, ovvero la particella viene riflessa all'indietro verso la regione di campo debole. Il confinamento, tuttavia, non è perfetto, ma è possibile determinare, a partire dalle condizioni iniziali della velocità, se una particella fuggerà o meno dalla trappola magnetica. Si consideri una trappola formata da un campo magnetico che assume un valore di intensità minima  $B_0$  nel centro e una particella con velocità  $(v_{\parallel,0}, \vec{v}_{\perp,0})$  in tale regione. Siano  $\theta$  l'angolo formato tra il vettore velocità e la linea di campo (ovvero  $\sin\theta = v_{\perp,0}/v_0$ ) e  $B_m$  il valore massimo del campo magnetico agli estremi.

Imponendo la conservazione del momento magnetico e dell'energia, si trova che il più piccolo valore di  $\theta$  per il quale una particella risulta confinata è dato da:

$$\sin^2 \theta_m = \frac{B_0}{B_m} =: \frac{1}{R_m}$$

dove  $R_m$  è detto *mirror ratio*.

Tale espressione definisce un cono nella regione nello spazio delle velocità, che si osserva essere indipendente dalla carica e dalla massa della particella, detto *cono di perdita* o *loss cone* e illustrato in Fig. 2.4: le particelle la cui velocità ricade all'interno di tale cono ( $\theta < \theta_m$ ) non vengono confinate dalla trappola.

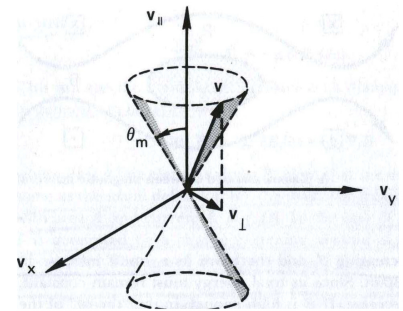


Figura 2.4: Rappresentazione del cono di perdita [4].

## 2.3 Collisioni *Spitzer* o collisioni collettive

Si è descritto fin qui il moto di singola particella: tuttavia, in un plasma è presente un numero  $N \gg 1$  di particelle cariche, la cui mutua interazione va tenuta in considerazione. Si dedica questa sezione alle collisioni collettive o di *Spitzer* [5], che rappresentano l'interazione di una singola particella con molte altre all'interno di una distanza dell'ordine di  $\lambda_D$ . Esse hanno come effetto una deviazione di  $90^\circ$  della

direzione del moto e costituiscono il principale meccanismo di perdita di particelle del plasma.

Prima di passare alla loro descrizione, è utile introdurre il concetto di *libero cammino medio*: esso è la distanza percorsa da una particella tra due urti successivi ed è legato alla sezione d'urto ( $\sigma$ ) dalla seguente espressione:  $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$ , dove  $n$  è la densità delle altre particelle con cui questa può collidere. Se, inoltre, si indica con  $\vec{v}$  la velocità della particella incidente relativamente a quella del bersaglio e con  $v$  il suo modulo, il tempo necessario a percorrere il libero cammino medio è:  $\tau_c = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{n\sigma v}$ , da cui si ricava un'espressione per la frequenza delle collisioni  $\nu_c \equiv \tau_c^{-1} = n\sigma v$ .

Tornando alle collisioni Spitzer, è possibile descriverle tramite una sezione d'urto, mediante la relazione:

$$\sigma_{90} = \frac{1}{\lambda_{90}} = 8\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{Mv^2} \right)^2 \ln \left( \frac{\lambda_D}{b_{min}} \right)$$

dove  $M$ ,  $v$  e  $Z_1$  sono, rispettivamente, la massa, il modulo della velocità e la carica della particella incidente,  $Z_2$  è la carica delle particelle bersaglio, mentre  $b_{min}$  corrisponde alla distanza classica di massimo avvicinamento tra le due particelle. Tale sezione d'urto è data dal prodotto di due termini:  $\ln \left( \frac{\lambda_D}{b_{min}} \right) \equiv \ln \Lambda$ , detto *logaritmo di Coulomb*, il cui valore è compreso tra 10 e 20 per i plasmi tipici delle sorgenti ECR e la sezione d'urto di Rutherford per una deflessione a  $90^\circ$ . Quindi, nel caso dei plasmi, la deviazione a grandi angoli come effetto cumulativo di piccoli urti è più probabile del caso di un urto singolo.

In generale, ponendosi nel sistema di riferimento del centro di massa (CM) di due particelle di masse  $m_1$  ed  $m_2$  e velocità  $v_1$  e  $v_2$  nel sistema del laboratorio, è possibile determinare i tempi caratteristici e le frequenze di scattering a  $90^\circ$ . La sezione d'urto si ottiene sostituendo a  $M$  la massa ridotta  $M' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  e a  $\vec{v}$  la velocità relativa  $\vec{v}' = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ . Supponendo un plasma composto di elettroni e ioni con carica  $Z$ , come avviene nelle sorgenti ECR, si ottengono le seguenti formule semplificate:

$$\nu_{90}^{ee} = \frac{5 \cdot 10^{-6} n}{KT_e^{3/2}} \ln \Lambda \quad ; \quad \nu_{90}^{ei} \approx \frac{2 \cdot 10^{-6} Zn}{KT_e^{3/2}} \ln \Lambda \quad (2.7)$$

$$\nu_{90}^{ii} \approx Z^4 \frac{m_e^{1/2}}{m_i} \left( \frac{KT_e}{KT_i} \right)^{3/2} \nu_{90}^{ee} \quad (2.8)$$

Osserviamo, quindi, che per urti tra elettroni o tra elettroni e ioni si ha  $\nu_{90}^{ee} \simeq \nu_{90}^{ei}$ , mentre per urti di ioni con elettroni  $\nu_{90}^{ie} \simeq \frac{m_e}{m_i} \nu_{90}^{ei}$ .

In generale, l'energia trasferita dalla particella 1 alla particella 2 nel CM può essere calcolata a partire dalla cinematica. Indicando con  $E_0$  l'energia della particella incidente, per uno scattering a  $90^\circ$  si ha:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{2m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \quad (2.9)$$

Si evince allora che in una collisione tra due elettroni o tra due ioni lo scambio di energia è pari a  $E_0/2$ , mentre nella collisione tra ione e elettrone è circa  $E_0 m_e/m_i$ . Conseguentemente il tempo caratteristico  $\tau_m$  affinché, in seguito ad urti, ci sia il massimo trasferimento di impulso è correlato al tempo necessario per una deflessione a  $90^\circ$  dalle relazioni:

$$\tau_m^{ee} \approx \tau_{90}^{ee} \approx \tau_{90}^{ei} \quad ; \quad \tau_m^{ii} \approx \tau_{90}^{ii} \approx \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \tau_{90}^{ei} \quad (2.10)$$

$$\tau_m^{ei} \approx \tau_m^{ie} \approx \frac{m_i}{m_e} \tau_{90}^{ei} \quad (2.11)$$

Da queste equazioni si evince che:

1. Il tempo per il trasferimento del massimo impulso è comparabile a quello per una deflessione a  $90^\circ$  nel caso in cui le particelle siano della stessa specie.
2. Dal momento che solitamente nelle sorgenti ECR gli elettroni sono più energetici degli ioni, le equazioni precedenti dimostrano come sia più veloce lo scambio di energia tra gli elettroni che tra elettroni e ioni. Di conseguenza, gli elettroni non hanno tempo a sufficienza di scaldare gli ioni che rimangono, dunque, freddi.

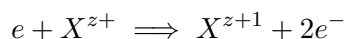
Si osserva che le frequenze delle collisioni qui analizzate sono sempre inferiori alla frequenza di Larmor in presenza dei campi magnetici tipici delle sorgenti ECR (dell'ordine del Tesla) e alle frequenze operative utilizzate (GHz). Quindi le collisioni non impediscono né il moto giromagnetico degli elettroni, né disturbano le oscillazioni indotte da onde esterne, per tale motivo i plasmi ECR vengono detti *non collisionali*.

## 2.4 Collisioni binarie

Nelle sorgenti ECR le collisioni binarie [1], che concorrono alla produzione di ioni moltiplicemente carichi, sono di due tipi: le collisioni ionizzanti tra un elettrone e uno ione o un atomo neutro e il processo di scambio carica. Entrambe verranno descritte brevemente nel seguito.

### 2.4.1 Collisioni ionizzanti

Affinché vi sia ionizzazione per impatto da elettroni, l'energia di quest'ultimi deve essere maggiore dell'energia di ionizzazione  $I_k$  dell'elettrone legato, che verrà espulso. Il processo di singola ionizzazione è schematizzabile come:



È possibile ottenere un'espressione per la sezione d'urto di tale processo dalla formula semi-empirica di Lotz [6, 7]:

$$\sigma_k^i = \frac{4.5 \cdot 10^{-14}}{E_e} \sum_{k=1}^m \frac{n_k}{I_k} \log \left( \frac{E_e}{I_k} \right) \quad (2.12)$$

dove  $m$  è il numero delle subshell atomiche occupate nello ione,  $n_k$  il numero di elettroni nella subshell considerata ed  $I_k$  l'energia di legame della subshell.

La transizione dallo stato di carica  $z_1$  a quello  $z_2$ , attraverso un canale di ionizzazione ( $x$ ), richiede in media un tempo che dipende in modo inversamente proporzionale dalla velocità degli elettroni:

$$\tau_{z_1 z_2}^{(x)} = \left[ n_e \sigma_{z_1 z_2}^{(x)} v_e \right]^{-1}$$

Dal momento che gli elettroni in un plasma sono caratterizzati da una distribuzione Maxwelliana delle velocità, a cui corrisponde una certa temperatura  $T_e$ , l'espressione precedente va mediata su tale distribuzione:

$$\tau_{z_1 z_2}^{(x)} = \left[ n_e S_{z_1 z_2}^{(x)} \right]^{-1}, \quad S_{z_1 z_2}^{(x)} \equiv \langle \sigma_{z_1 z_2}^{(x)}(v_e) v_e \rangle \quad (2.13)$$

dove  $S_{z_1 z_2}^{(x)}$  è detto *coefficiente di ionizzazione*. Se il tempo di confinamento dello ione  $z_1$  è maggiore dell'espressione nell'Eq. 2.13, allora la transizione  $z_1 \rightarrow z_2$  può avvenire. Dunque, la condizione affinché si verifichi il processo  $z_1 \rightarrow z_2$ , detta *criterio per la produzione di ioni moltiplicemente carichi*, è:

$$n_e \tau_i \geq \left[ S_{z_1 z_2}^{(x)} \right]^{-1} \quad (2.14)$$

Nei plasmi delle sorgenti ECR il processo di ionizzazione, che consente di produrre ioni ad elevato stato di carica, è di tipo *step by step*, ossia viene rimosso un elettrone ad ogni urto: di conseguenza, il coefficiente di ionizzazione in questo caso si esprime come  $S_{z,z+1}^{(i)}$ . Un approccio analitico a questo processo si ottiene usando l'Eq. 2.12 e proponendo una sezione d'urto totale in cui la somma è estesa a tutte le subshells. Questo porta, per molti casi pratici, a un valore semplificato per il coefficiente di ionizzazione:

$$S_{z,z+1}(T_e) \approx 3 \cdot 10^{-6} T_e^{-3/2} \sum_{j=1}^N (q_j / R_j) [e(-R_j)] \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (2.15)$$

dove  $j$  è il numero della subshell nella shell più esterna,  $R_j \equiv W_j / T_e$  è il rapporto tra l'energia di legame della subshell  $j^a$  e la temperatura degli elettroni,  $e_i$  la funzione esponenziale integrale,  $q_j$  il numero di elettroni equivalenti nella subshell  $j^a$ .

Si riporta nella Fig. 2.5 il grafico di  $S_{z,z+1}$  per l'Ossigeno, per i vari valori di  $z$ , in funzione di  $T_e$ . Si

nota che le curve presentano un massimo per una certa  $T_e^{opt}$ , che aumenta all'aumentare di  $z$ , per poi iniziare a diminuire (effetto non visibile sulle ionizzazioni  $6+ \rightarrow 7+$  e  $7+ \rightarrow 8+$  per i limiti dei valori di  $T_e$  graficati). Inoltre vi è un certo valore soglia di  $T_e$ , sotto il quale il coefficiente di ionizzazione è nullo.

All'aumentare di  $z$ , inoltre, l'ampiezza di  $S_{z,z+1}$  diminuisce: più è alto lo stato di carica  $z$ , più la ionizzazione successiva è meno probabile e richiede una temperatura (energia) ottimale maggiore. Se si vuole ottenere un certo stato di carica massimo, allora è necessario ottimizzare la temperatura elettronica di conseguenza: in particolare, essa dovrebbe essere pari a 5 volte l'energia di ionizzazione dello ione corrispondente, ossia  $T_e^{opt} \simeq 5W_j^{max}$  che equivale a  $R_j \simeq 0.2$  nell'Eq. 2.15. Ponendo questo valore nell'Eq. 2.15 e usando l'Eq. 2.14, si trova un criterio per la ionizzazione step-by-step:

$$\zeta n_e \tau_i \geq 5 \cdot 10^4 (T_e^{opt})^{3/2} \quad (2.16)$$

dove  $\zeta = \sum_{j=1}^N q_j$  è il numero totale di elettroni della shell più esterna e  $n_e \tau_i = QF$  è detto *fattore di qualità*. Questo parametro insieme alla temperatura, determina le prestazioni di una sorgente ECR.

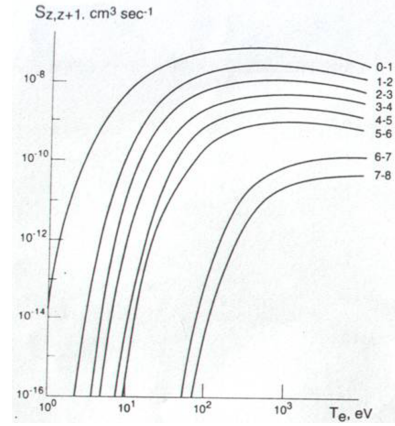
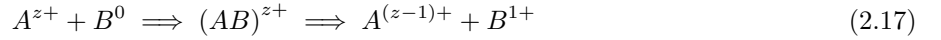


Figura 2.5: Andamento del coefficiente di ionizzazione dell'Ossigeno in funzione della temperatura elettronica. I numeri a fianco delle curve indicano le transizioni tra i vari stati di carica [1].

### 2.4.2 Scambio carica

Il processo di scambio carica avviene tra un atomo neutro e uno ione e può essere schematizzato come segue:



In una collisione possono essere trasferiti uno o più elettroni: nel caso del trasferimento di un singolo elettrone (evento più probabile), esiste un'approssimazione per la sezione d'urto, ricavata da Muller e Salzborn [8]:

$$\sigma_{exc} = 1.43 \cdot 10^{-12} z^{1.17} IP_0^{-2.76} \text{cm}^2 \quad (2.18)$$

dove  $IP_0$  è il potenziale di ionizzazione dell'atomo neutro. Nel range energetico degli ioni tipico nelle sorgenti ECR, la sezione d'urto di scambio carica è praticamente indipendente dall'energia dello ione. Per le densità tipiche delle particelle neutre nel plasma di sorgenti ECR, il tempo di scambio carica  $\tau_{exc}$  limita la vita media di uno ione con stato di carica  $z$ .

Supponendo  $T_i \simeq 1$  eV e  $v_i \simeq 10^8/\sqrt{A}$  cm s<sup>-1</sup>, si ha:

$$\tau_{z \rightarrow z-1} = [n_0 v_i \sigma_{exc}] \sim 5 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{A}}{z n_0} \quad (2.19)$$

dove  $n_0$  è la densità degli atomi neutri e  $A$  è il numero di massa atomica. Per una data densità elettronica, è necessario che  $\tau_{exc}$  per la transizione  $z \rightarrow z-1$  sia superiore al tempo di ionizzazione  $\tau(z \rightarrow z+1)$ , affinché quest'ultimo possa essere generato. Tale condizione, assieme all'Eq. 2.16, porta ad una stima del limite superiore della concentrazione di particelle neutre per una data densità elettronica:

$$\frac{n_0}{n_e} \leq 7 \cdot 10^3 \zeta [T_e^{opt}]^{-3/2} A^{1/2} z^{-1} \quad (2.20)$$

Quindi più alto è lo stato di carica  $z$ , minore deve essere la densità di atomi neutri, a parità di densità elettronica. Come esempio numerico, si calcola il limite massimo della densità di particelle neutre affinché si ottenga  $O^{6+}$  ( $A = 16$ ,  $z = 8$ ) in un plasma con densità  $n_e = 3.24 \cdot 10^{12}$  cm<sup>-3</sup>: supponendo  $T_e^{opt} \sim 400$  eV ed avendo  $\zeta = 2$ , si ha  $n_0 \leq 4 \cdot 10^{12}$  cm<sup>-3</sup>.

## 2.5 Onde nei plasmi

In questa sezione verranno descritte le caratteristiche elettromagnetiche dei plasmi [9], partendo da quelli non sottoposti ad un campo magnetostatico per poi dedurre le equazioni rilevanti per la descrizione dell'interazione di un plasma magnetizzato con un'onda elettromagnetica. Dato il range di frequenze con cui vengono eccitati i plasmi nelle sorgenti ECR, si considererà solo il contributo degli elettroni nel determinarne la risposta elettromagnetica.

### 2.5.1 Descrizione elettromagnetica dei plasmi

In un plasma interagente con un'onda elettromagnetica, su ciascun elettrone agisce:

- la forza di Lorentz dovuta al campo elettromagnetico dell'onda incidente;
- una forza impulsiva dovuta alle collisioni dell'elettrone con le particelle costituenti il plasma.

Indicando con  $\omega_{eff}$  la frequenza delle collisioni, la forza impulsiva è

$$\vec{G} = -m\vec{v}\omega_{eff}.$$

dove  $q$  è la carica ed  $m$  la massa dell'elettrone,  $\vec{v}$  la sua velocità. Dall'equazione della forza di Lorentz si evince che, per velocità dell'elettrone non relativistiche, la componente dovuta al campo magnetico è trascurabile rispetto a quella elettrica e a quella impulsiva. In tal caso l'equazione del moto del singolo elettrone è:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} \sim q\vec{E} - m\omega_{eff}\vec{v} \quad (2.21)$$

La soluzione a regime dell'Eq. 2.21 può esprimersi, supponendo un campo elettrico monocromatico, come  $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$ . Sostituendo tale espressione nell'Eq. 2.21 e ricordando che la densità di corrente è legata alla velocità dalla relazione  $\vec{J} = nq\vec{v}$ , con  $n$  il numero di elettroni liberi per unità di volume, si ottiene:

$$\vec{J} = \frac{nq^2\vec{E}}{(-i\omega + \omega_{eff})m} = \frac{\epsilon_0\omega_{eff}\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)}\vec{E} + i\omega \frac{\epsilon_0\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)}\vec{E} \quad (2.22)$$

con  $\omega_p$  definito in Eq. 1.6. Dall'Eq. 2.22 si deduce che il plasma può essere visto come **mezzo conduttore** con una conducibilità complessa

$$\sigma_c = \frac{\epsilon_0\omega_{eff}\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)} + i\omega \frac{\epsilon_0\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)} \quad (2.23)$$

oppure come un **mezzo dielettrico con perdite** ( $\vec{J} = a\vec{E} + i\omega b\vec{E}$  con  $\sigma = a$ ,  $\epsilon = \epsilon_0 - b$ ,  $\mu = \mu_0$ ) con i seguenti parametri costitutivi:

$$\sigma = \frac{\epsilon_0\omega_{eff}\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2} ; \quad \epsilon = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2} \right) ; \quad \mu = \mu_0 \quad (2.24)$$

### 2.5.2 Propagazione di onde piane in un plasma omogeneo

Utilizzando i parametri costitutivi presentati nell'Eq. 2.24, per un'onda elettromagnetica trasversale che si propaga in un plasma omogeneo ed isotropo è possibile definire un vettore d'onda complesso:

$$k = \beta + i\alpha ; \quad k^2 = \omega^2\mu\epsilon + i\omega\mu_0\sigma$$

con:

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2\omega^2}} \right]} ; \quad \alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2\omega^2}} - 1 \right]}$$

dette rispettivamente *costante di propagazione* e *costante di attenuazione*. Per un plasma senza perdite, ovvero  $\omega_{eff} \ll \omega$ , vale:

$$\sigma \approx 0 \quad \epsilon \approx \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad \mu \approx \mu_0$$

A questo punto si possono distinguere tre casi a seconda della frequenza operativa dell'onda:



1. Se  $\omega > \omega_p$ :

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad ; \quad \alpha = 0 \quad ; \quad n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (2.25)$$

L'onda viaggia senza attenuazione a una velocità di fase superiore alla velocità della luce nel vuoto.

2. Se  $\omega < \omega_p$ :

$$\beta = 0 \quad ; \quad \alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1} \quad ; \quad n = 0 \quad (2.26)$$

L'onda è evanescente e non trasporta energia.

3. Se  $\omega = \omega_p$ :

$$\beta = 0 \quad ; \quad \alpha = 0 \quad ; \quad n = 0 \quad (2.27)$$

L'onda è nella situazione di **cut-off**, in cui il campo magnetico è nullo ed  $\vec{E}$  è un campo irrotazionale: non è ammissibile un'onda elettromagnetica trasversale, ma può esistere un'onda longitudinale detta *onda elettrostatica*.

La frequenza per cui  $\omega = \omega_p$  è detta **frequenza di cut-off**. Da tale eguaglianza, esplicitando  $\omega_p$  e risolvendo rispetto alla densità elettronica, si ottiene la cosiddetta **densità di cut-off**:

$$n_{cut-off} = \frac{\epsilon_0 m}{e^2} (2\pi\nu)^2 = \frac{\epsilon_0 m}{e^2} \omega^2$$

Per un plasma con piccole perdite ci si trova, invece, nel caso limite  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$  e si ha:

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2}} \quad ; \quad \alpha = \frac{\frac{1}{2}\omega_{eff}\omega_p^2}{c(\omega^2 + \omega_{eff}^2)} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2}} \quad (2.28)$$

$$n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2}} \quad (2.29)$$

Si osserva che il coefficiente di attenuazione è una funzione monotona decrescente della frequenza.

### 2.5.3 Plasmi sottoposti a campi magnetici

Quando un plasma è sottoposto ad un campo magnetico  $\vec{B}_0$ , diventa un mezzo dispersivo e anisotropo: il vettore densità  $\vec{J}$  non è più parallelo ad  $\vec{E}$  e la costante dielettrica è descritta da un tensore ( $\vec{\epsilon}$ ), ossia ha una forma matriciale. Per mostrarlo, si parte dall'equazione del moto di un elettrone sottoposto a un campo elettromagnetico monocromatico (di cui si trascura, come in precedenza, il campo magnetico) e ad un campo magnetico esterno uniforme  $\vec{B}_0$ , che può esprimersi come:

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = q_e \vec{E} - m_e \vec{v} \omega_{eff} + q_e \vec{v} \times \vec{B}_0 \quad (2.30)$$

Se si suppone che  $\vec{B}_0$  sia diretto lungo  $\hat{z}$ , dividendo l'Eq. 2.30 per  $m_e$  e ricordando che la frequenza giromagnetica di un elettrone posto nel campo  $\vec{B}_0$  uniforme è  $\omega_g \equiv \frac{q_e B_0}{m_e}$ , si ha:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \omega_{eff} \vec{v} = \frac{q_e \vec{E}}{m_e} + \omega_g \vec{v} \times \hat{z} \quad (2.31)$$

Poiché il campo elettrico è armonico, come mostrato in precedenza, a regime la velocità è del tipo  $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$ . Sostituendo questa espressione nella precedente, risolvendola rispetto a  $\vec{v}$  e ricordando che  $\vec{J} = nq\vec{v}$ , si ottengono:

$$J_x = \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{-i\Omega}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_x + \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{\omega_g}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_y \quad (2.32)$$

$$J_y = \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{-\omega_g}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_x - \frac{-i\Omega}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_y \quad (2.33)$$

$$J_z = \frac{nq_e^2}{m_e} \frac{1}{-i\Omega} E_z \quad (2.34)$$

dove si è posto  $\Omega = \omega + i\omega_{eff}$ .

L'espressione del tensore dielettrico  $\vec{\epsilon}'$  si ricava dall'equazione di Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} - i\omega\epsilon_0\vec{E} \equiv -i\omega\vec{\epsilon}'\vec{E} = -i\omega\vec{D} \implies \vec{D} = \frac{\vec{J}}{-i\omega} + \vec{\epsilon}'\vec{E} \quad (2.35)$$

Inserendo l'espressione delle componenti di  $\vec{J}$  trovate in precedenza, si ottengono delle equazioni che mettono in relazione le componenti di  $\vec{D}$  con quelle di  $\vec{E}$ . Usando la definizione  $\vec{D} \equiv \vec{\epsilon}'\vec{E}$ , si deduce che l'espressione del tensore dielettrico sarà del tipo:

$$\vec{\epsilon}' = \begin{pmatrix} \epsilon'_{xx} & \epsilon'_{xy} & 0 \\ -\epsilon'_{xy} & \epsilon'_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon'_{zz} \end{pmatrix}$$

Le espressioni dei vari coefficienti possono essere scritte in forma compatta introducendo le quantità adimensionali  $X \equiv \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$ ,  $Y = \left(\frac{-\omega_g}{\omega}\right)$ ,  $Z = \left(\frac{\omega_{eff}}{\omega}\right)$ , ottenendo:

$$\epsilon'_{xx} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{X(1+iZ)}{(1+iZ)^2 - Y^2}\right); \quad \epsilon'_{xy} = i\epsilon_0 \frac{XY}{(1+iZ)^2 - Y^2}; \quad \epsilon'_{zz} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{X}{1+iZ}\right)$$

È possibile ora passare allo studio della propagazione e delle proprietà di polarizzazione di un'onda monocromatica piana, che si propaga in un plasma omogeneo sottoposto a un campo magnetico.

Un'onda piana è caratterizzata da una dipendenza spaziale della forma  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ , con  $\vec{k}$  vettore d'onda e  $\vec{r}$  vettore posizione. Inoltre vale  $\vec{k} = \hat{n}\frac{\omega}{v}$ , con  $\hat{n}$  vettore unitario nella direzione di propagazione dell'onda e  $v$  intensità della velocità di fase dell'onda. Il campo elettromagnetico di tale onda piana monocromatica è esprimibile come:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t}, \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t}$$

L'obiettivo consiste nel determinare  $\vec{k}$ , che descrive la propagazione dell'onda, e  $\vec{E}_0$ , che ne descrive la polarizzazione. Partendo dalle equazioni di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\vec{\epsilon}' \cdot \vec{E} \quad (2.36)$$

e sostituendo le espressioni dei campi, dopo pochi passaggi, si giunge alle relazioni:

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega\mu_0\vec{H} \quad \vec{k} \times \vec{H} = -\omega\vec{\epsilon}'\vec{E} = -\omega\vec{D} \quad (2.37)$$

La seconda espressione dell'Eq. 2.37 mostra che  $\vec{D}$  e  $\vec{H}$  sono entrambi ortogonali a  $\hat{n}$  e fra di loro. Moltiplicando scalarmente per  $\vec{D}$  entrambi i membri della prima equazione si ha:  $\vec{k} \times \vec{E} \cdot \vec{D} = 0$ , ossia i vettori  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  e  $\vec{D}$  sono complanari. Allora, poiché in un mezzo anisotropo  $\vec{E}$  non è parallelo a  $\vec{D}$ , ne segue che  $\vec{E}$  non è ortogonale alla direzione di propagazione. Risolvendo la prima espressione dell'Eq. 2.37 rispetto a  $\vec{H}$  e sostituendo nella seconda, ponendo  $\vec{k} = \hat{n}\frac{\omega}{v}$ , si ottiene:

$$\vec{E}_0 - \hat{n} (\hat{n} \cdot \vec{E}_0) = \frac{v^2}{\epsilon_0 c^2} \vec{\epsilon}' \vec{E}_0 \quad (2.38)$$

Si scelga il sistema di riferimento cartesiano in modo che  $\vec{B}_0$  sia diretto lungo l'asse  $z$  e  $\hat{n}$  sia contenuto nel piano  $yz$ . Proiettando l'Eq. 2.38 sugli assi di tale sistema, indicando con  $\theta$  angolo tra  $\hat{n}$  e  $\vec{B}_0$ , si ha:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon'_{xx}}{\epsilon_0}\right) E_{0x} - \frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon'_{xy}}{\epsilon_0} E_{0y} = 0 \quad (2.39)$$

$$\left(-\frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon'_{yx}}{\epsilon_0}\right) E_{0x} + \left(\cos^2 \theta - \frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon'_{yy}}{\epsilon_0}\right) E_{0y} + (-\cos \theta \sin \theta) E_{0z} = 0 \quad (2.40)$$

$$(-\cos \theta \sin \theta) E_{0y} + \left(\sin^2 \theta - \frac{v^2}{c^2} \frac{\epsilon'_{zz}}{\epsilon_0}\right) E_{0z} = 0 \quad (2.41)$$

Tale sistema restituisce una soluzione non identicamente nulla, solo se il determinante della matrice dei coefficienti si annulla. È conveniente introdurre le seguenti quantità:

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon'_{xx}}{\epsilon_0} - i \frac{\epsilon'_{xy}}{\epsilon_0}; \quad \epsilon_2 = \frac{\epsilon'_{xx}}{\epsilon_0} + i \frac{\epsilon'_{xy}}{\epsilon_0}; \quad \frac{\epsilon'_{zz}}{\epsilon_0} \quad (2.42)$$

Imponendo la condizione sul determinante si giunge, dopo numerosi passaggi algebrici che verranno omessi, ad una relazione tra la velocità di propagazione dell'onda e l'angolo da questa formato con il campo magnetico:

$$-\tan \theta = \frac{\left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_1}\right) \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_2}\right)}{\left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_3}\right) \left[\frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2}\right)\right]} \quad (2.43)$$

È utile analizzare tale espressione nei casi particolari in cui l'onda piana si propaga parallelamente o trasversalmente a  $\vec{B}_0$ .

Nel primo caso, annullando il numeratore dell'Eq. 2.43, si ottengono due soluzioni distinte che conducono a due costanti di propagazione diverse:

$$\left(\frac{v^2}{c^2}\right)_1 = \frac{1}{\epsilon_1} \implies k'_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff} - \omega_g)}} \quad (2.44)$$

$$\left(\frac{v^2}{c^2}\right)_2 = \frac{1}{\epsilon_2} \implies k''_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff} + \omega_g)}} \quad (2.45)$$

Nel secondo caso, annullando il denominatore dell'Eq. 2.43, si ottengono nuovamente due costanti di propagazione diverse:

$$\left(\frac{v^2}{c^2}\right)_1 = \frac{1}{\epsilon_3} \implies k'_{\pi/2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff})}} \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{v^2}{c^2}\right)_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2}\right) \implies k''_{\pi/2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 + i\frac{\omega_{eff}}{\omega} - \frac{\omega_g^2}{(\omega^2 + i\omega_{eff}\omega - \omega_p^2)}}} \quad (2.47)$$

Questa trattazione può essere generalizzata per qualsiasi valore dell'angolo  $\theta$ : l'Eq. 2.43 fornisce due valori per  $\left(\frac{v^2}{c^2}\right)$ , per mezzo dei quali si ricavano le due costanti di propagazione  $k'_\theta, k''_\theta$ . L'onda descritta da  $k'_\theta$  è detta **onda ordinaria**, quella descritta da  $k''_\theta$  è l'**onda straordinaria**. Analizzando i campi elettrici delle onde identificate in precedenza, si trovano le seguenti polarizzazioni:

- $k'_0$ : onda polarizzata circolarmente destra (onda R);
- $k''_0$ : onda polarizzata circolarmente sinistra (onda L);
- $k'_{\pi/2}$ : onda polarizzata linearmente indipendente da  $\vec{B}_0$  (onda O: situazione simile al plasma senza campo magnetico);
- $k''_{\pi/2}$ : onda polarizzata ellitticamente con vettore magnetico parallelo a  $\vec{B}_0$  (onda X).

Spesso è utile esprimere la relazione di dispersione utilizzando il coefficiente di rifrazione. Dalla definizione  $\hat{n} \equiv \frac{c}{\omega} \vec{k}$ , segue l'equazione di *Appleton-Hartree*, dove  $\theta$  è l'angolo tra  $\vec{k}$  e  $\vec{B}$  ed è detto *angolo di propagazione*:

$$n_{o,x}^2(\theta) = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y^2 \sin^2 \theta \pm \sqrt{Y^4 \sin^4 \theta + 4Y^2(1-X)^2 \cos^2 \theta}} \quad (2.48)$$

Il segno "+" si riferisce all'*onda ordinaria*, mentre il segno "-" all'*onda straordinaria*. In base al valore di  $n$ , si distinguono quattro *regioni*:

- $n > 0$  **Regione di propagazione**: l'onda si propaga nel mezzo;

- $n < 0$  **Regione di Stop-band**: l'onda non si propaga;
- $n = 0$  **Regione di Cut-off**: l'onda viene riflessa;
- $n \rightarrow +\infty$  **Regione di risonanza**: l'onda viene assorbita.

La risonanza, che si trova nel caso limite  $n \rightarrow +\infty$ , dipende dall'angolo di propagazione e può avvenire nella regione in cui  $X < 1$ . Ricordando che  $X = \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \propto n_e$ , questo si verifica quando:

$$\omega_p^2 < \omega^2 \implies n_e < \frac{\epsilon_0 m_e}{e^2} \equiv n_{cut-off} \quad (2.49)$$

ovvero le onde elettromagnetiche possono essere assorbite solo da plasmi a densità di densità inferiore a quella di *cut-off*. Nei due casi limite analizzati, la situazione è quella mostrata nella Fig. 2.6:

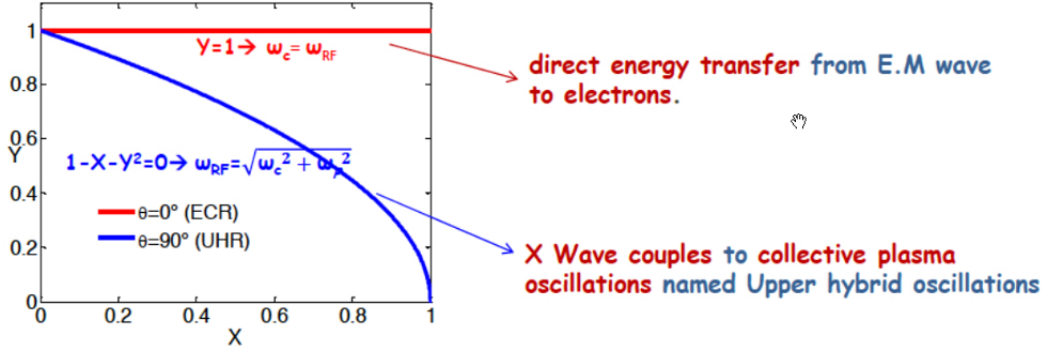


Figura 2.6: Condizioni di risonanza per l'onda R e l'onda X.

Dato che nelle sorgenti ECR la propagazione avviene principalmente in direzione parallela al campo magnetico, si può vedere dall'Eq. 2.48 per  $\theta = 0$  che l'onda che da luogo alla risonanza (l'Electron Cyclotron Resonance) è un'onda R: tale condizione si verifica quando  $Y = 1$ , ossia  $\omega = \omega_g$ .

## 2.6 Cavità risonanti

Nelle sorgenti ECR vengono iniettate microonde in una camera a vuoto che funge, quindi, da cavità risonante [10]. Come sarà chiarito meglio nel capitolo riguardante la descrizione dell'attività sperimentale oggetto di questo lavoro di tesi, le caratteristiche dei campi eccitati all'interno della camera del plasma influiscono fortemente sulle prestazioni delle sorgenti ECR: di conseguenza, è utile richiamare brevemente alcuni concetti fisici riguardanti le cavità risonanti.

Le equazioni che descrivono la propagazione delle onde in un mezzo prendono il nome di *equazioni di Helmholtz*: esse si ricavano a partire dalle equazioni di Maxwell in assenza di sorgenti. Definendo  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ , dopo alcuni passaggi algebrici, si ricavano le equazioni:

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad ; \quad \nabla^2 \vec{H} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.50)$$

Si consideri ora il caso di un campo elettromagnetico monocromatico:  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}$  e  $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$ , allora le espressioni precedenti prendono il nome di **Equazioni di Helmholtz** e diventano:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad ; \quad \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (2.51)$$

dove  $k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$  è la costante di propagazione.

### 2.6.1 Modi guidati TE e TM

In primo luogo si considera una regione infinitamente estesa, senza bordi, con proprietà omogenee lungo  $z$ . Si trova che i campi guadagnano una fase  $e^{-\beta z}$ , dove  $\beta$  è la *costante di propagazione*:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}(x, y) e^{-\beta z} = \left( \vec{E}_t + E_z \hat{z} \right) e^{-\beta z} \\ \vec{H}(x, y, z) &= \vec{H}(x, y) e^{-\beta z} = \left( \vec{H}_t + H_z \hat{z} \right) e^{-\beta z} \end{aligned}$$

dove si è indicato con il pedice  $t$  la proiezione del vettore nel piano trasversale al versore  $\hat{z}$ . Proiettando su tale piano le equazioni di Maxwell nel caso di un mezzo uniforme in assenza di sorgenti e a regime sinusoidale ( $\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu\vec{H}$  ;  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\epsilon\vec{E}$ ) e riordinando, si ottengono:

$$\begin{cases} (\beta^2 - k^2) E_x = - \left( i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} + \beta \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ (\beta^2 - k^2) E_y = - \left( -i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} (\beta^2 - k^2) H_x = - \left( -i\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ (\beta^2 - k^2) H_y = - \left( i\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \end{cases}$$

Se ne evince che se  $\beta^2 \neq k^2$ , si possono ricavare le componenti trasversali a  $\hat{z}$  dei campi  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  a partire da quelle longitudinali. Invece, se i campi hanno componenti longitudinali costanti rispetto a  $x$  e  $y$  (che possono essere scelte nulle per semplicità), allora si trovano soluzioni non banali per le componenti trasversali solo se  $\beta^2 = k^2$ . Su queste considerazioni si possono distinguere quattro casi di *modi di propagazione*, ovvero configurazioni risonanti del campo elettromagnetico, riportati in Tabella 2.1 (si usa la notazione con  $\neq 0$  per indicare che non si ha costanza rispetto alle coordinate  $x$  e  $y$ ).

$\beta^2 = k^2$	$E_z = H_z = 0$	TEM	Modo trasverso elettromagnetico
$\beta^2 \neq k^2$	$E_z = 0, H_z \neq 0$	TE	Modo trasverso elettrico
	$E_z \neq 0, H_z = 0$	TM	Modo trasverso magnetico
	$E_z \neq 0, H_z \neq 0$		Modo ibrido

Tabella 2.1: Modi di propagazione guidata per campi elettromagnetici.

Si osserva che, negli ultimi tre casi, si hanno componenti dei campi longitudinali in generale non nulle. Dal momento che le camere del plasma hanno geometria cilindrica, non potendo questa ammettere modi di tipo TEM, è utile descrivere analiticamente le frequenze ammesse da questa specifica geometria per i modi TE e TM.

### 2.6.2 Cavità cilindriche: modi TE e TM

In questa sottosezione, risolvendo le equazioni di Maxwell, si mostrerà che esistono frequenze risonanti caratterizzate da tre indici ( $n, m, l$ ) per strutture chiuse, per le quali viene utilizzato il termine di modi  $TE_{nml}$  o  $TM_{nml}$ .

Si consideri un cilindro con asse lungo  $\hat{z}$ , delimitato da due piani in  $z = 0$  e  $z = b$  e di raggio  $a$ . In un sistema di coordinate cilindriche  $(\rho, \phi, z)$ , si parametrizza la proiezione del campo elettrico trasversale a  $\hat{z}$  come:  $\vec{E}_t(x, y, z) = \vec{e}(\rho, \phi) [A^+ e^{-i\beta_{nm}z} + A^- e^{i\beta_{nm}z}]$ , dove  $\vec{e}(\rho, \phi)$  rappresenta la variazione trasversale del modo e  $A^+$ ,  $A^-$  sono ampiezze arbitrarie. Si usa un'analogia parametrizzazione per  $\vec{H}_t$ . Allora, è possibile dimostrare che per i modi TE e TM valgono le seguenti relazioni per la *costante di propagazione*:

$$\beta_{nm}^{TE} = \sqrt{k^2 - \left( \frac{J'_{nm}}{a} \right)^2} \quad ; \quad \beta_{nm}^{TM} = \sqrt{k^2 - \left( \frac{J_{nm}}{a} \right)^2}$$

dove  $J_{nm}$  è l' $m$ -esimo zero della funzione di Bessel di prima specie di ordine  $n$  e  $J'_{nm}$  la sua derivata prima. A causa della presenza di pareti, si devono imporre le condizioni al contorno di periodicità:  $\vec{E}_t = \vec{H}_t = 0$  per  $z = 0$  e  $z = b$ , da cui:

$$\begin{cases} A^+ = -A^- \\ A^+ \sin \beta_{nm}b = 0 \implies \beta_{nm}b = l\pi \quad \text{con } l = 1, 2, 3, \dots \quad \text{modi TE} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \\ \phantom{A^+} \phantom{\implies} \phantom{l\pi} \phantom{\text{con}} \phantom{l = 1, 2, 3, \dots} \phantom{\text{modi TE}} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ l = 0, 1, 2, \dots \quad \text{modi TM} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Si trovano allora le seguenti frequenze di risonanza:

$$f_{nml}^{TE} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left( \frac{J'_{nm}}{a} \right)^2 + \left( \frac{l\pi}{b} \right)^2} \quad ; \quad f_{nml}^{TM} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left( \frac{J_{nm}}{a} \right)^2 + \left( \frac{l\pi}{b} \right)^2} \quad (2.52)$$

Se ne evince che il modo in cui l'energia viene immagazzinata dalla cavità dipende, oltre che dalla geometria, dalle funzioni di Bessel. Inoltre, come anticipato, solo le onde elettromagnetiche con determinate frequenze quantizzate possono propagarsi e stazionare nella cavità.



## Capitolo 3

# Ottimizzazione elettromagnetica di sorgenti ECR

### 3.1 La sorgente LEGIS

La sorgente ECR che opera presso i Laboratori Nazionali di Legnaro, denominata LEGIS (LEGnaro ecrIS) [2], funge da iniettore di ioni positivi per l'acceleratore RFQ (Radio Frequency Quadrupole) superconduttivo PIAVE [11]. Al fine di avere un'accelerazione ottimale, gli ioni devono arrivare all'ingresso dell'RFQ con una velocità  $v$  tale per cui  $\beta = v/c = 0.0089$ , dove  $c$  è la velocità della luce: per questo motivo, la sorgente e tutto il suo sistema di focalizzazione e selezione sono installati all'interno di una piattaforma posta in alta tensione, detta *piattaforma ECR*.

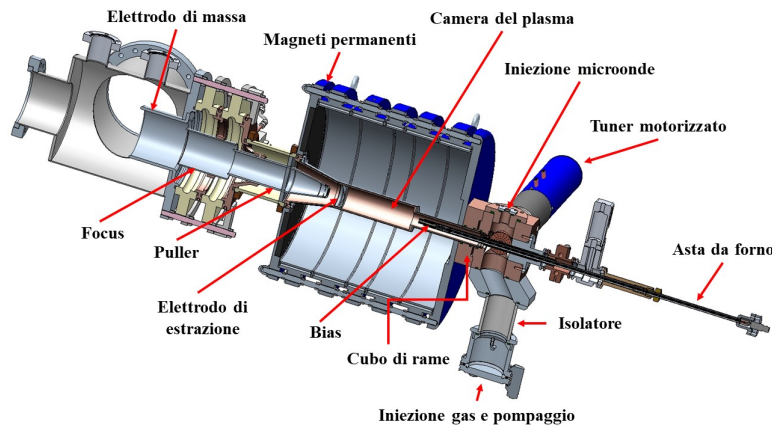


Figura 3.1: Sezione della sorgente LEGIS.

La sorgente LEGIS, il cui layout in sezione è mostrato nella Fig. 3.1, è una sorgente ECR compatta, operante solitamente nel range 14-14.5 GHz, con i campi magnetici assiale e radiale generati da magneti permanenti. La sorgente LEGIS e la relativa linea di fascio possono essere raggruppati in diversi sottosistemi, che verranno qui descritti singolarmente.

Il **corpo sorgente**, posto ad un potenziale positivo  $\leq 30$  kV, comprende i magneti permanenti, che generano i campi radiale e assiale necessari a confinare stabilmente il plasma. Quello assiale ha la tipica forma a sella, caratterizzata da due massimi (uno dal cosiddetto lato iniezione ed uno in corrispondenza dell'elettrodo di estrazione o di plasma) ed un minimo: il corrispondente profilo di campo è illustrato a sinistra in Fig. 3.2. I valori dei due massimi e del minimo sono, rispettivamente: 1.2 T, 0.9 T e 0.45 T. Fanno parte del corpo sorgente anche la camera del plasma e l'elettrodo d'estrazione o di plasma. Vi sono poi, a potenziale di terra, la parte di iniezione del gas ed una flangia per connettere la pompa necessaria a mantenere il vuoto.

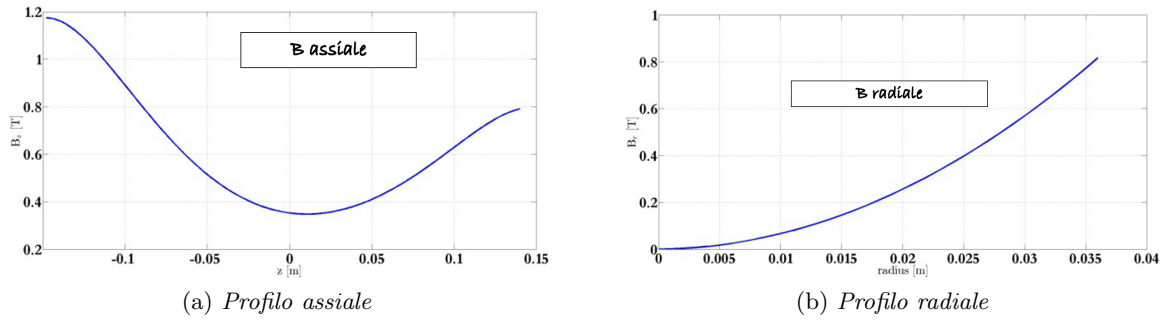


Figura 3.2: Configurazione magnetica LEGIS.

La camera del plasma è costituita da un cilindro in alluminio, con diametro interno di 44 mm e lunghezza pari a 128 mm, raffreddata ad acqua. Dal lato iniezione si trova un cubo di rame, visibile in Fig. 3.1: dalla parte superiore vengono iniettate le microonde tramite guide d'onda rettangolari, mentre lateralmente è collegato un fine tuner motorizzato necessario ad ottimizzare l'accoppiamento. La transizione tra le guide d'onda (in aria) ed il cubo di rame (in vuoto) è realizzato tramite una finestra di quarzo. Nel corpo sorgente è anche compreso il cosiddetto *DC bias tube*, connesso al cubo di rame tramite un o-ring ed una clamp isolanti, in modo che non vi sia contatto elettrico. Esso viene polarizzato ad una tensione  $\leq -1$  kV rispetto al potenziale di sorgente ed ha la funzione di respingere verso il plasma quegli elettroni che naturalmente sfuggono al confinamento, così da aumentarne la densità. Al fine di consentire l'estrazione di un fascio, la sorgente è posta ad un potenziale di +24 kV: il **sistema di estrazione** è costituito da un primo elettrodo detto *puller*, posto ad un potenziale che può essere regolato tra 0 e -6 kV (che serve a generare la differenza di potenziale necessaria all'estrazione) e da un ulteriore elettrodo denominato *focus*, polarizzato solitamente ad una tensione tra 0 e +1 kV, utilizzato per contrastare la tendenza del fascio a divergere. Il sistema di estrazione termina con un elettrodo a potenziale di terra. Una volta estratto e focalizzato, il fascio entra in un dipolo magnetico, il cui campo è regolabile fino a un massimo di 0.5 T ed è caratterizzato da un raggio di 500 mm e da un angolo di curvatura di 90°. La presenza di tale dipolo è dovuta al fatto che la sorgente ECR genera diversi ioni di uno stesso elemento, ma regolando opportunamente il valore di campo magnetico è possibile selezionare uno specifico valore del rapporto massa su carica (dunque uno specifico ione) da iniettare nell'acceleratore. La corrente dello ione selezionato viene poi misurata a valle del dipolo tramite una *Farady Cup*. Per caratterizzare il plasma delle sorgenti ECR è utile misurare le correnti dei singoli stati di carica estratti: ciò può essere fatto eseguendo una rampa di campo magnetico e misurando contemporaneamente la corrente sulla Farady Cup, ottenendo quello che in gergo viene detto uno *spettro*.

Per aumentare la produzione di alti stati di carica di ioni pesanti, nelle sorgenti ECR viene sfruttato il cosiddetto effetto del *gas mixing*, scoperto sperimentalmente. Esso consiste nel miscelare alla specie più pesante una quantità elevata di un gas più leggero (detto *buffer gas*). I *buffer gas* più utilizzati sono He, N<sub>2</sub> ed O<sub>2</sub>. Un'interpretazione di tale effetto fornita negli anni è la seguente [1]: nelle collisioni tra ioni leggeri e pesanti i primi sottraggono energia agli ultimi, che vedono aumentare quindi il loro tempo di confinamento dato da  $\tau_{conf} = \frac{Rl_p}{\langle v_i \rangle}$ , dove R è il *mirror ratio*,  $l_p$  la lunghezza del plasma e  $\langle v_i \rangle = \sqrt{\frac{KT_i}{M}}$  è la velocità termica unidimensionale, con M la massa della specie ionica e  $T_i$  la sua temperatura. Questo li espone a urti ionizzanti per un tempo superiore, da qui la produzione di stati di carica più alti. Per questo motivo, la sorgente è dotata di un **sistema di adduzione gas**, che permette di iniettare più gas contemporaneamente tramite valvole dosatrici di alta precisione.

Per inviare le microonde necessarie a generare il plasma, viene utilizzato un **sistema di iniezione delle microonde** costituito da diversi componenti. Innanzitutto, vi è un generatore di segnale (1 GHz ÷ 20 GHz), il cui output viene successivamente amplificato da un amplificatore a guadagno fisso di tipo *travelling wave tube* (TWT), in grado di generare una potenza massima di 600 W. La potenza in uscita dall'amplificatore è regolabile agendo su un attenuatore interno ad esso.



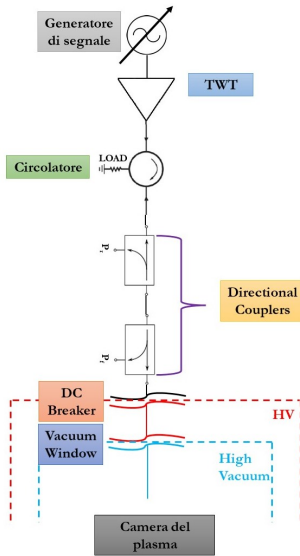


Figura 3.3: Schema del circuito di iniezione a microonde.

Le microonde in uscita dal TWT vengono veicolate all'interno della sorgente tramite un sistema di guide d'onda, il cui circuito è illustrato in Fig. 3.3. I componenti principali sono:

- un circolatore a tre vie utilizzato per trasportare le microonde dal TWT verso la camera, deviando quelle riflesse verso un carico dissipativo a protezione dell'amplificatore;
- un *double directional coupler*, utilizzato per misurare la potenza delle microonde trasmessa e riflessa;
- due sensori, utilizzati per la lettura della potenza diretta e riflessa;
- un DC breaker, che permette di collegare la linea a microonde a potenziale di terra alla sorgente posta in alta tensione.

La sorgente LEGIS è dotata di un **software per impostare e controllare da remoto i parametri principali**. Quelli più utilizzati sono: i) impostazione e lettura di tensioni e correnti del sistema di estrazione; ii) regolazione e lettura della potenza delle microonde (sia dall'amplificatore che dalle due sonde installate) ed impostazione di una frequenza specifica; iii) regolazione dell'iniezione del gas; iv) lettura del livello di vuoto in punti specifici; v) acquisizione degli spettri.

## 3.2 Simulazioni e motivazioni

Oggetto del presente lavoro di tesi è la verifica sperimentale degli effetti di una modifica della camera del plasma sulle prestazioni della sorgente LEGIS.

Negli anni si è cercato di migliorare le performances delle sorgenti ECR seguendo diversi approcci: ad esempio l'iniezione di due onde elettromagnetiche di differente frequenza [12], oppure il *frequency tuning effect* [3], ossia la ricerca di una frequenza ottimale per l'eccitazione del plasma. Nell'ottica di iniettare un fascio all'interno di un acceleratore, è importante massimizzare l'intensità su uno stato di carica più alto possibile, ottimizzando il trasferimento di energia dall'onda elettromagnetica agli elettroni del plasma. Al tal fine, è importante massimizzare l'intensità del campo elettrico sulla superficie di risonanza, in particolar modo nei punti in corrispondenza dell'asse della camera al plasma, dove la condizione di parallelismo tra la propagazione dell'onda ed il campo magnetico è maggiormente verificata e dunque il trasferimento di energia può essere massimo. In generale, tra tutte le configurazioni elettromagnetiche ammissibili in una cavità cilindrica, quelle che consentono di massimizzare il campo lungo l'asse sono i modi  $TM_{0,n,0}$ .

L'approccio seguito, che ha condotto ad i test descritti in questo lavoro di tesi, è stato quello di ricercare una particolare geometria (nello specifico un certo valore del raggio della camera) compatibile con quella della sorgente LEGIS e tale da ammettere modi  $TM_{0,n,0}$  nel range di frequenze utilizzato per la sorgente (14-14.5 GHz). Data la lunghezza della camera del plasma ( $l = 128$  mm), sono state utilizzate le equazioni Eq. 2.52 per calcolare le frequenze dei modi  $TM_{0,n,0}$  relative ad una camera il cui raggio fosse minore o uguale a quello della sorgente LEGIS (22 mm). Il risultato è stato che è possibile eccitare il modo  $TM_{0,2,0}$  ad una frequenza (teorica) di 14.432 GHz per un raggio della camera pari a 18.3 mm. Si è identificato, dunque, nella riduzione del raggio della camera del plasma la modifica necessaria al fine di eccitare il suddetto modo. Successivamente, si è proceduto alla verifica numerica dell'efficacia di tale eventuale modifica utilizzando il codice COMSOL Multiphysics [13]. Le due geometrie sono state simulate considerando un modello di plasma realistico all'interno ed i risultati hanno mostrato che, effettivamente, la geometria modificata è caratterizzata sia da un miglior accoppiamento col sistema di iniezione delle microonde che da una maggiore potenza assorbita dal plasma. Alla luce di ciò, è stato realizzato un tubo in alluminio di lunghezza 128 mm e raggi interno

ed esterno, rispettivamente, di 18.3 mm e 22 mm, da inserire all'interno della camera del plasma della sorgente LEGIS per ridurne il raggio. La verifica sperimentale dell'efficacia di tale modifica, oggetto del presente lavoro di tesi, verrà descritta nel seguito.

### 3.3 Ricerca della frequenza ottimale per produrre $^{136}\text{Xe}^{28+}$

L'efficacia della modifica applicata alla camera del plasma, descritta nel paragrafo precedente, è stata verificata in particolare sulla produzione di ioni  $^{136}\text{Xe}^{28+}$ , tra i più richiesti dalla comunità degli utenti dei Laboratori di Legnaro, ricercando la frequenza che ne massimizzasse le prestazioni.

Per effettuare un confronto e valutare le eventuali migliorie, preliminarmente all'attività descritta in questo lavoro di tesi la produzione di  $^{136}\text{Xe}^{28+}$  è stata ottimizzata utilizzando la camera non modificata, impiegando azoto come *buffer gas*.

$f$ (GHz)	$P_{\text{TWT}}$ (W)	$P_{\text{T}}$ (W)	$P_{\text{R}}$ (W)	Tuner (mm)
14.365	240	156	2.2	2.02
Bias (V)	Focus (V)	Puller (V)	$P_{\text{inj}}$ (mbar)	$P_{\text{ext}}$ (mbar)
-220	300	-2500	$2.0 \cdot 10^{-5}$	$9.3 \cdot 10^{-8}$

Tabella 3.1: Parametri sorgente spettro senza cilindro.

La Tabella 3.1 riporta i principali parametri della sorgente utilizzati in questa fase preliminare: la frequenza impostata ( $f$ ) delle microonde, la potenza erogata dal TWT ( $P_{\text{TWT}}$ ), la potenza trasmessa ( $P_{\text{T}}$ ) e riflessa ( $P_{\text{R}}$ ) dalla camera al plasma, la posizione del tuner all'interno della camera ( $Tuner$ ), il voltaggio del bias ( $Bias$ ), quello del focus ( $Focus$ ), quello del puller ( $Puller$ ), la pressione all'iniezione della camera ( $P_{inj}$ ) e infine quella all'estrazione ( $P_{ext}$ ).

In queste condizioni, la corrente registrata di  $^{136}\text{Xe}^{28+}$  è stata di  $(1.02 \pm 0.02) \mu\text{A}$ : tale valore, insieme ai parametri indicati in Tabella 3.1 sono da considerarsi come riferimento per la verifica dell'efficacia della modifica. Dal punto di vista dell'incertezza della misura di corrente, si è deciso di associare a ciascuna valore (in questa sezione e in quelle successive) un errore di  $\pm 2\%$ , ossia il massimo *ripple* osservato durante i test e che consente un'iniezione stabile all'interno dell'acceleratore.

Una volta completata l'acquisizione dei dati preliminari, si è proceduto all'inserimento del cilindro all'interno della camera del plasma ed alla verifica delle eventuali migliorie apportate, oggetto del presente lavoro di tesi.

#### 3.3.1 Individuazione della frequenza ottimale

Una volta installato il cilindro e posta la sorgente nuovamente sotto vuoto, è stato effettuato il cosiddetto *condizionamento*, ossia un graduale aumento della potenza al fine di eliminare il più possibile i contaminanti presenti nel plasma per effetto del degassaggio della nuova struttura. Successivamente, sono stati impostati i parametri di riferimento e si è acquisito uno spettro, in modo da valutare i cambiamenti introdotti dall'inserimento del cilindro a parità di condizioni operative. Con l'inserimento del cilindro si è osservata una corrente di  $^{136}\text{Xe}^{28+}$  di  $(0.52 \pm 0.01) \mu\text{A}$ , ossia metà del valore di riferimento: questo è un chiaro indice del fatto che, a seguito dell'inserimento del cilindro, la configurazione elettromagnetica all'interno della camera è variata.

Si è proceduto, dunque, all'ottimizzazione di questo stato di carica, mantenendo la stessa potenza trasmessa del test di riferimento. Poiché vi sono molti parametri su cui poter agire, si è scelto di dividere la procedura in tre fasi: innanzitutto la regolazione dell'ottica di estrazione, del *bias* e della quantità di gas immesso in sorgente. Successivamente, la ricerca della frequenza e della posizione del tuner ottimali (fase che costituisce il core di questo lavoro di tesi). Infine, fissati i due valori trovati, l'ulteriore verifica dell'ottica, del *bias* e della quantità di gas. Nella prima fase si è impostato il *bias* a -296 V, il *focus* a 100 V, il *puller* a -3500 V e si regolato il gas in modo da avere  $P_{inj} = 2 \cdot 10^{-5}$  mbar e  $P_{ext} = 2.4 \cdot 10^{-8}$  mbar. Nella seconda fase, innanzitutto, è stato effettuato uno *scanning* grossolano in frequenza attorno a 14.432 GHz, frequenza di risonanza per il modo  $TM_{0,2,0}$  ottenuta dalle simulazioni. Questo ha permesso di individuare un intervallo di frequenze, tra 14.436 GHz e 14.450 GHz, per il quale l'intensità di corrente sullo  $^{136}\text{Xe}^{28+}$  era superiore a circa  $1 \mu\text{A}$ : nonostante la frequenza

ottenuta dalle simulazioni sia leggermente al di fuori di questo intervallo, la procedura seguita non pregiudica la validità dei risultati. La frequenza dedotta dalle simulazioni è stata ottenuta, infatti, con un modello di plasma "imposto", che seppur realistico può leggermente discostarsi dalla realtà. Successivamente, è stato effettuato un ulteriore *scanning* di tale regione con step in frequenza di 1 MHz e per ogni frequenza è stato ottimizzata la posizione del tuner, in modo da ottenere la miglior corrente sullo  $^{136}\text{Xe}^{28+}$ . Si riportano in Fig. 3.4 tali valori di corrente in funzione della frequenza, indicando la corrispondente posizione del tuner. Al termine di ogni processo di ottimizzazione è stato acquisito uno spettro, per avere una visione completa sulle prestazioni generali della sorgente. Dall'andamento riportato in Fig. 3.4, si evince che la frequenza che massimizza la corrente è pari a 14.444 GHz, con un valore di  $(1.20 \pm 0.02) \mu\text{A}$ : si è dunque registrato un aumento di circa il 20 % rispetto al valore di riferimento. Si nota, inoltre, che la corrente di  $^{136}\text{Xe}^{28+}$  risulta pari o superiore al valore di riferimento praticamente in tutto il range di frequenze analizzato, prova di un notevole miglioramento dell'accoppiamento della potenza con il plasma.

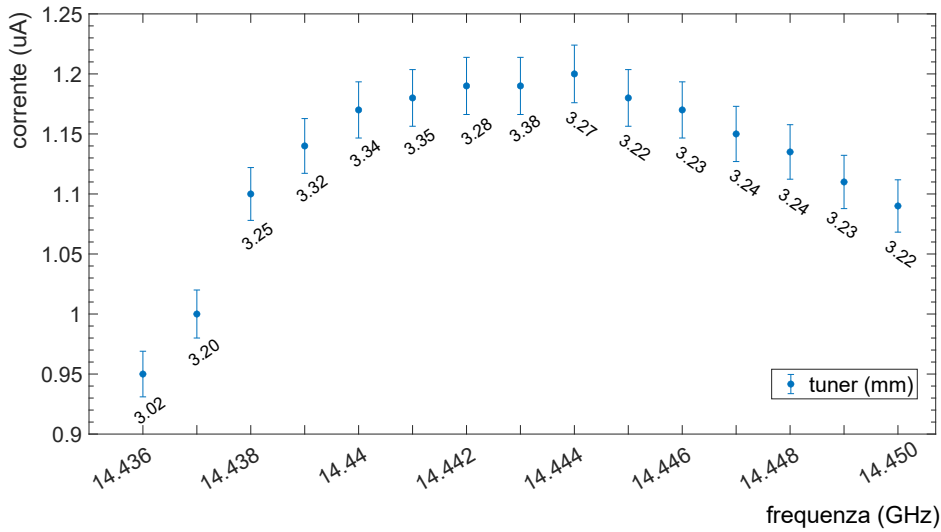


Figura 3.4: Frequency tuning.

Una volta trovata la frequenza ottimale, si è proceduto alla terza fase, ossia la verifica della possibilità di un ulteriore incremento di corrente modificando l'ottica, il *bias* e la quantità di gas, come mostrato in Tabella 3.2. A fronte di questa ulteriore ottimizzazione la corrente è aumentata a  $(1.31 \pm 0.03) \mu\text{A}$ , ossia un incremento di intensità di circa il 30% rispetto al valore di riferimento. Si osserva inoltre che, rispetto alla configurazione originaria della camera, vi è stato una diminuzione della frazione di potenza riflessa dalla camera, in accordo con quanto emerso dalle simulazioni

$f$ (GHz)	$P_{\text{TWT}}$ (W)	$P_{\text{T}}$ (W)	$P_{\text{R}}$ (W)	Tuner (mm)
14.444	246	155	1.37	3.27
Bias (V)	Focus (V)	Puller (V)	$P_{\text{inj}}$ (mbar)	$P_{\text{ext}}$ (mbar)
-350	200	-3000	$2 \cdot 10^{-5}$	$7.4 \cdot 10^{-8}$

Tabella 3.2: Parametri spettro con cilindro ottimizzato.

Una volta ottenuto questo importante risultato, si è monitorata la stabilità nel tempo dell'intensità di corrente nell'arco di un giorno, parametro fondamentale per un fascio di ioni da iniettare in un acceleratore. La sorgente ha mostrato dei fisiologici cali di intensità, che è stata subito ripristinata al valore di partenza regolando leggermente l'apporto di azoto.

Inoltre, a conferma della validità delle simulazioni fatte, la frequenza trovata sperimentalmente e quella predetta dalle simulazioni differiscono di poco più di 10 MHz.

### 3.3.2 Approfondimento dell'analisi dati

In questa sottosezione vengono messi a confronto gli spettri acquisiti prima e dopo la modifica della camera del plasma (si vedano Tabella 3.1 e Tabella 3.2), al fine di analizzare in maniera più approfondita

il comportamento della sorgente nelle due configurazioni. Gli stati di carica presi in considerazione vanno dal 15+ al 28+: tuttavia, il 17+ risulta sovrapposto ad un picco di ossigeno (presente come contaminante residuo), il 18+ si sovrappone ad un altro picco non ben identificato, mentre il 19+ è troppo vicino al picco di azoto, per fornire una lettura di corrente attendibile. Per valutare l'intensità reale di tali stati è stato utilizzato un codice di interpolazione in Matlab. Si confrontano in Fig. 3.5, gli spettri acquisiti nelle due configurazioni.

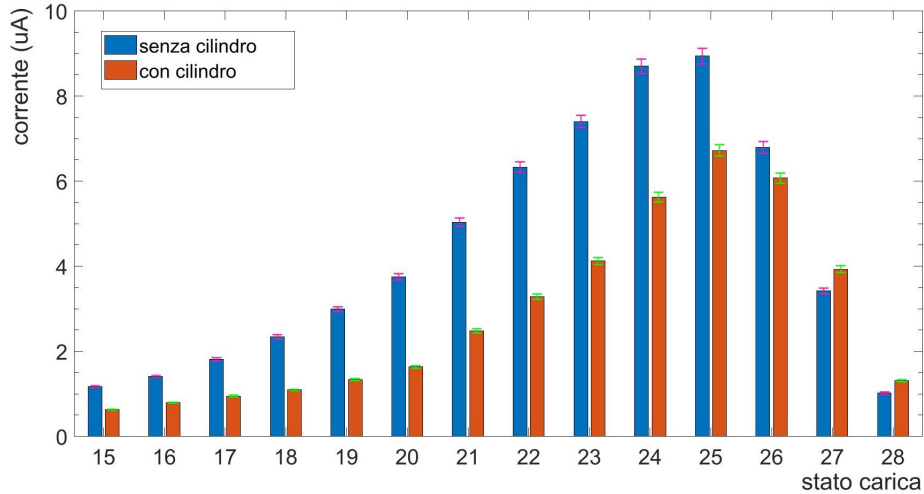


Figura 3.5: Spettri sorgente, senza e con cilindro, ottimizzata su  $Xe^{28+}$ .

Si nota subito come la nuova configurazione confermi le previsioni teoriche di un aumento delle prestazioni della sorgente, con conseguente incremento della produzione di alti stati di carica. Infatti, per gli stati di carica 27+ e 28+ si è registrato una maggiore intensità di corrente rispetto alla configurazione di riferimento.

Lo spettro in corrente non fornisce informazioni complete sulle modifiche indotte nel plasma dalla nuova configurazione. Si è deciso allora di calcolare, per ciascuno stato di carica, la cosiddetta *particle current*, ossia il rapporto tra la corrente misurata e lo stato di carica, che dà una misura della quantità effettiva di ioni di una certa carica presenti nel plasma.

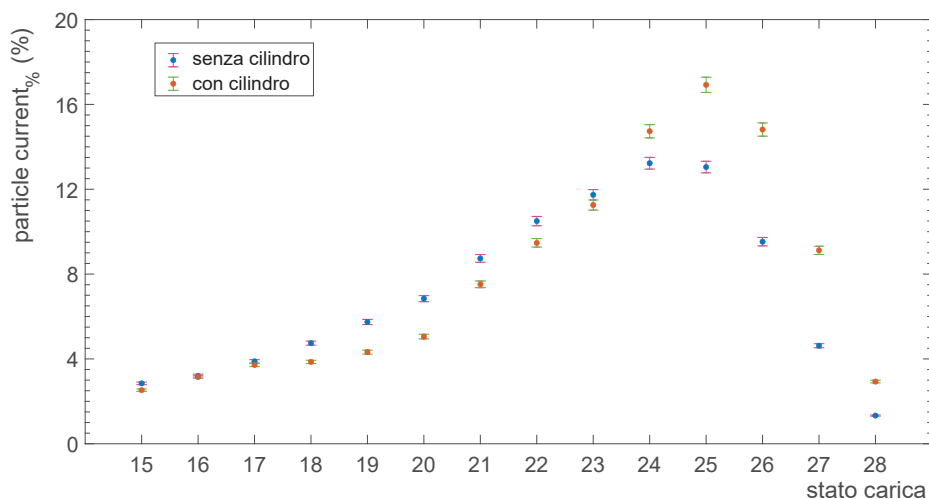


Figura 3.6: Andamento della *particle current*<sub>%</sub> in funzione dello stato di carica.

Nel seguito verrà indicata con  $particle\ current_{tot}$  la somma delle *particle current* calcolate per ogni stato di carica, mentre la percentuale relativa ad un singolo ione rispetto al totale verrà indicata con  $particle\ current_{\%}$  ( $= \frac{particle\ current \cdot 100}{particle\ current_{tot}}$ ). Gli errori associati a questi parametri sono stati calcolati a partire da quelli sull'intensità di corrente. L'andamento di quest'ultima in funzione dello stato di carica viene mostrato in Fig. 3.6, dove sono ben evidenti dei risultati fondamentali a sostegno delle

simulazioni: l'inserimento del cilindro nella camera ha determinato uno spostamento del picco dello spettro dal 24+ al 25+, aspetto non così nettamente apprezzabile dall'analisi della corrente in Fig. 3.5, e si è registrato un aumento della produzione di alti stati di carica (dal 24+ al 28+) a discapito di quelli bassi. Nella nuova configurazione elettromagnetica la sorgente risulta quindi ottimizzata per la produzione di alti stati di carica: nonostante la  $particle\ current_{tot}$  sia diminuita di circa il 40% rispetto alla configurazione di riferimento (da circa 2.73 a 1.58), la  $particle\ current_{\%}$  per gli stati di carica 27+ e 28+ è raddoppiata. Questo aspetto conferma che la nuova configurazione ha determinato un aumento di temperatura del plasma, favorendo la produzione di alti stati di carica.

Per comprendere meglio i risultati ottenuti è necessario considerare l'andamento del coefficiente di ionizzazione  $S_{z,z+1}$  in funzione della temperatura elettronica  $T_e$ , riportato in Fig. 2.5 (Sottosezione 2.4.1) per il caso dell'Ossigeno. Da un punto di vista teorico, la massima produzione di ioni  $Xe^{28+}$  si ha quando la temperatura elettronica del plasma è pari a  $T_e^{opt}$  per la curva di  $S_{27,28}$ . Nella configurazione di riferimento, si era riusciti ad innalzare  $T_e$  ad un valore sufficiente per la produzione di tali ioni, ma evidentemente non corrispondente al massimo ottenibile. L'inserimento del cilindro e la nuova ottimizzazione sul 28+ hanno consentito di aumentare ulteriormente il valore di  $T_e$  ed conseguentemente quello del relativo coefficiente di ionizzazione. A supporto di questa tesi, si riporta in Fig. 3.7 il rapporto della  $particle\ current_{\%}$  rispetto alla configurazione di riferimento, in cui è stata tracciata una linea per indicare il valore per il quale non vi è stata variazione. Da questa figura è possibile osservare che l'aumento di  $T_e$  ha determinato un calo della produzione degli stati di carica medio-bassi, mentre si è avuto un aumento molto più netto per stati di carica più alti, in particolare per il 28+ è più che raddoppiata.

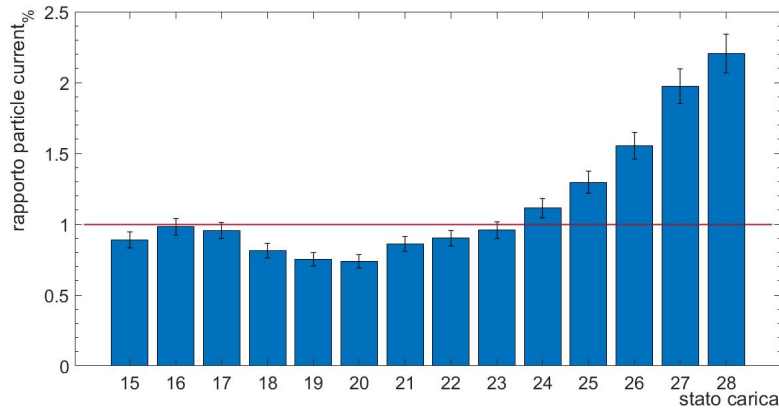


Figura 3.7: Rapporto della  $particle\ current_{\%}$  per la camera modificata rispetto alla configurazione di ricevitore, la linea orizzontale ad 1 è stata tracciata per aiutare il lettore ad individuare dove vi è stato un miglioramento rispetto alla configurazione precedente.

### 3.4 Analisi dell'influenza della potenza

A corollario di questo lavoro di tesi è stata effettuata una misura sistematica al variare della potenza delle microonde, al fine di evidenziarne il contributo al funzionamento delle sorgenti ECR. Per semplicità, si è deciso di produrre un plasma di solo ossigeno ed utilizzare la frequenza individuata durante i test descritti precedentemente.

Dopo aver installato la bombola di ossigeno ed avviata la sorgente, si è ottimizzata la produzione di  $O^{6+}$ . Si è scelto tale stato di carica così da poter osservare in modo più marcato gli effetti della variazione di potenza: in Tabella 3.3 si riportano i parametri principali della sorgente così trovati.

Successivamente, sono stati acquisiti degli spettri variando la potenza trasmessa nel range 50-150 W, a passi di circa 25 W e, tra uno spettro e l'altro, si è atteso un tempo sufficiente alla stabilizzazione della sorgente. Si mostrano in Tabella 3.4 i valori delle correnti misurate per ciascuna potenza.

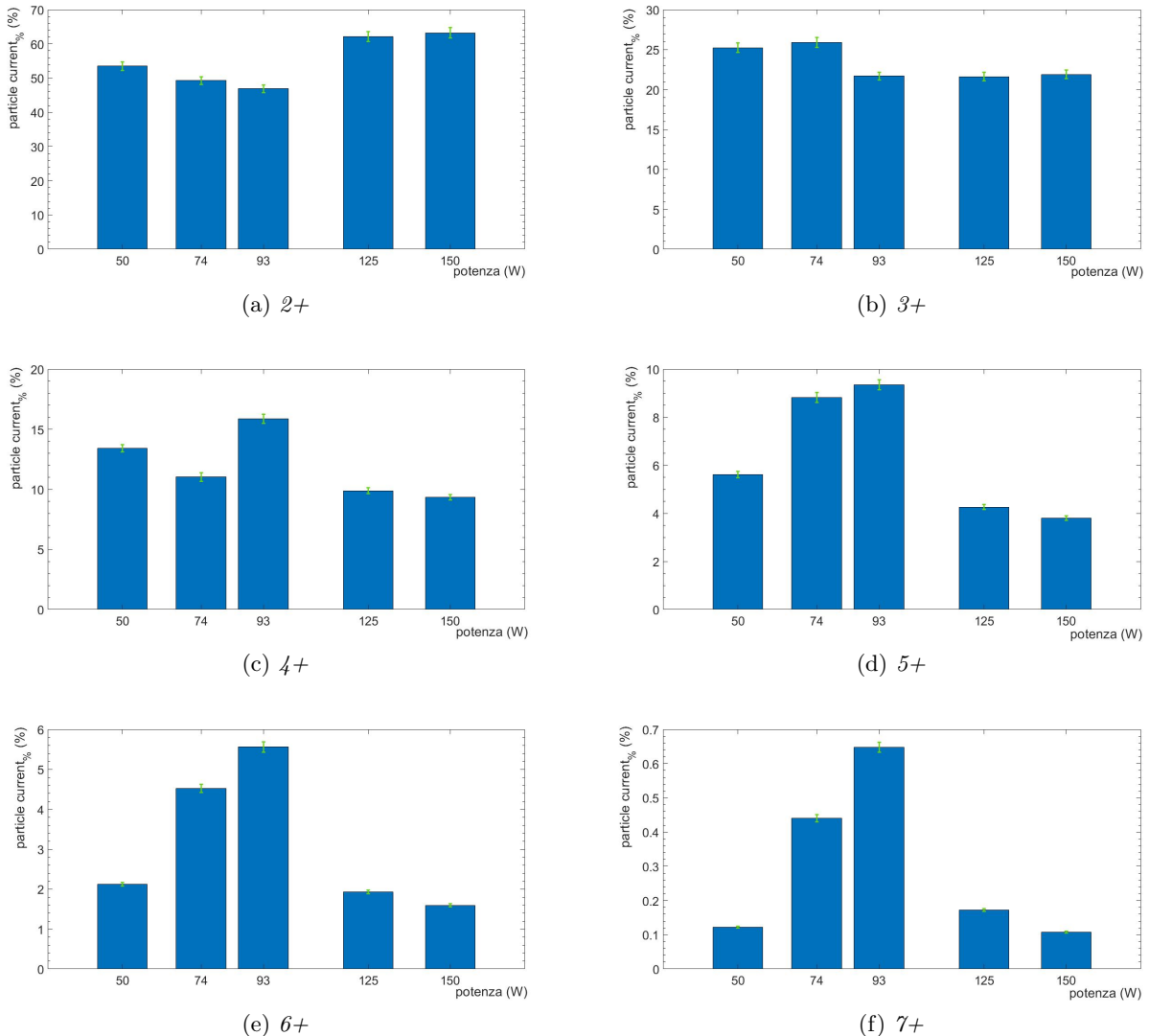
Anche in questo caso, per confrontare la percentuale di produzione dei diversi stati di carica, è stato utilizzato il parametro  $particle\ current_{\%}$ , mostrato in Fig. 3.8 per ciascun stato di carica.

f (GHz)	P <sub>T</sub> (W)	Tuner (mm)	Biais (V)	Focus (V)	Puller (V)
14.444	93	2.38	-300	700	-3500

 Tabella 3.3: Parametri spettro ottimizzazione O<sup>6+</sup>.

potenza \ stato carica	Corrente (uA)						
	1+	2+	3+	4+	5+	6+	7+
49 W	198 ± 4	150 ± 3	106 ± 2	75 ± 2	40 ± 1	17.9 ± 0.4	1.20 ± 0.02
74 W	185 ± 4	157 ± 3	123 ± 2	105 ± 2	70 ± 1	43.1 ± 0.9	4.9 ± 0.1
<b>93 W</b>	<b>190 ± 4</b>	<b>163 ± 3</b>	<b>113 ± 2</b>	<b>110 ± 2</b>	<b>81 ± 2</b>	<b>58 ± 1</b>	<b>7.9 ± 0.2</b>
124 W	243 ± 5	154 ± 3	81 ± 2	49 ± 1	26.5 ± 0.5	14.4 ± 0.3	1.50 ± 0.03
150 W	258 ± 5	151 ± 3	78 ± 2	44 ± 1	23 ± 0.4	11.4 ± 0.2	0.90 ± 0.02

Tabella 3.4: Corrente registrata per ogni stato di carica al variare della potenza trasmessa.


 Figura 3.8: Andamento *particlecurrent*<sub>%</sub> in funzione della potenza per i vari stati di carica dell'ossigeno.

Si è deciso di escludere dall'analisi la produzione dello ione 1+: questo perché gli ioni prodotti da un gas sono soggetti al cosiddetto *wall recycling*. In sostanza, quando uno ione, a prescindere dallo stato di carica, sfugge al plasma e tocca le pareti della camera si neutralizza, viene riemesso nel plasma e ionizzato nuovamente. Questi ioni arricchiscono la popolazione degli stati di carica più bassi, falsando in un certo senso il rapporto dei diversi picchi nella distribuzione. Inoltre, si osserva subito l'andamento anomalo dello stato di carica 4+, giustificabile dal fatto che la sua estrazione è contaminata dallo ione carbonio 3+ e dallo ione 1+ di elio, caratterizzati dallo stesso rapporto massa su carica. Dall'analisi

della Fig. 3.8, si osserva che la potenza trasmessa di 93 W, che ottimizza la produzione dello ione 6+, minimizza la produzione di *bassi* stati di carica (2+ e 3+) e massimizza i *medi* e gli *alti* (dal 4+ al 7+). Infine, per un determinato stato di carica, si considera il *peso* del valore della  $particlecurrent_{\%}$  ottenuto a 93 W rispetto a quelli ottenuti per le altre potenze: dai casi del 5+, del 6+ e del 7+ si evince che questo cresce all'aumentare dello stato di carica.

Questi fatti sperimentali sono spiegabili a partire dalla distribuzione Maxwelliana tridimensionale della velocità degli elettroni del plasma, dall'equazione Eq. 2.13 per il tempo caratteristico della ionizzazione *step-by-step*, dove  $n_e$  è interpretabile come densità elettronica per unità di temperatura, e dall'andamento del coefficiente di ionizzazione in funzione della temperatura Fig. 2.5. Per ciascun stato di carica si ha un range di energia elettronica ottimale per la sua produzione, che sarà popolato, secondo la distribuzione di Maxwell-Boltzman, da una certa quantità di elettroni. L'innalzamento della potenza trasmessa, dapprima, genera elettroni con una temperatura ottimizzata per stati di carica via via crescenti. Successivamente, ad un ulteriore aumento della potenza (al di là di quella ottimale), corrisponde un incremento di temperatura a cui consegue uno spopolamento della parte energetica utile alla ionizzazione. L'effetto è meno marcato sui bassi stati di carica, in quanto il maggior valore del coefficiente di ionizzazione sopperisce allo spopolamento dovuto all'aumento eccessivo della temperatura.

L'analisi fatta fin qui sui singoli stati di carica trova riscontro anche sulla produzione ionica in generale: la Fig. 3.9 mostra l'andamento della  $particlecurrent_{tot}$  in funzione della potenza. Si osserva come questo parametro, dunque il numero di ioni prodotti, cresca fino alla potenza ottimale di 93 W, per poi diminuire quando la  $T_e$  è tale per cui il numero di elettroni utili alla ionizzazione diminuisce.

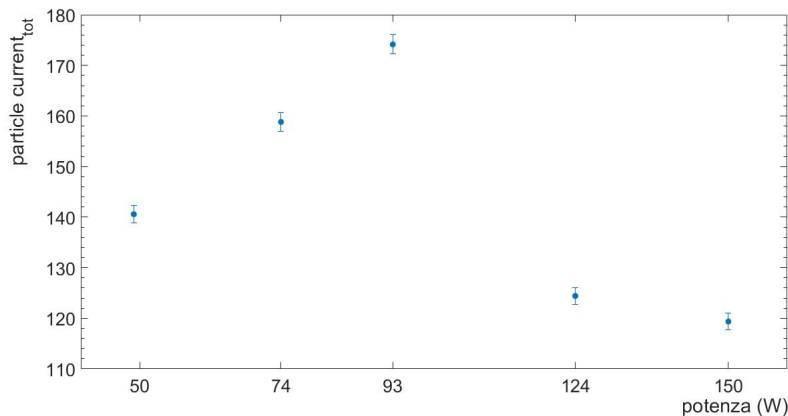


Figura 3.9: Andamento di  $particlecurrent_{tot}$  in funzione della potenza.





# Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stata approfondita la fisica che sta alla base del funzionamento di una sorgente ECR. In particolare, si è posta attenzione sul meccanismo di confinamento, sul processo di ionizzazione *step by step* e sulla descrizione elettromagnetica del plasma e della struttura che lo contiene. L'oggetto del lavoro di tesi è stata la verifica sperimentale dell'efficacia di una modifica apportata alla camera del plasma della sorgente LEGIS, a seguito di calcoli teorici e simulazioni numeriche. In particolare, tramite la corretta applicazione sperimentale del fenomeno noto come *frequency tuning*, è stato possibile individuare la frequenza ottimale, che massimizza la produzione di un fascio di  $^{136}\text{Xe}^{28+}$ . Il valore trovato, pari a 14.444 GHz, differisce da quella ottenuta tramite i calcoli teorici di poco più di 10 MHz. Il corretto tuning della sorgente, non solo in termini di frequenza ma anche degli altri parametri coinvolti nel funzionamento, ha determinato un incremento dell'intensità del fascio di tali ioni del 30%, risultato di assoluta rilevanza trattandosi di uno ione pesante tra i più richiesti per esperimenti ai LNL. La portata del risultato risulta ancora più evidente dall'analisi della *particle current*%, parametro legato della quantità effettiva di ioni di una certa carica presenti nel plasma, che ha evidenziato come il numero di ioni 28+ sul totale di quelli estratti sia raddoppiato in conseguenza delle nuove impostazioni della sorgente. Questi risultati confermano i risultati attesi dalle simulazioni: l'inserimento del cilindro ha permesso un miglior accoppiamento tra la linea di iniezione delle microonde e la camera del plasma, determinando un aumento della produzione di alti stati di carica.

Dal momento che il lavoro di individuazione della frequenza ottimale è stato eseguito a potenza fissa, a corollario di questo lavoro di tesi è stata effettuata una misura sistematica per evidenziare la sua influenza sul funzionamento della sorgente, in particolare sulla produzione di alti stati di carica. Dai risultati è emersa l'esistenza di una potenza ottimale per la produzione di uno particolare stato di carica (nel caso specifico pari a circa 90 W per lo ione  $\text{O}^{6+}$ ), a conferma di quanto descritto sul processo di risonanza ECR e di ionizzazione.



# Bibliografia

- [1] R. Geller. *Electron cyclotron resonance ion sources and ECR plasmas*. Routledge, 2018.
- [2] A. Galatà et al. «First beams from the new electron cyclotron resonance source LEGIS (LEGnaro ecrIS) at INFN-LNL». In: *Review of Scientific Instruments* 81.2 (2010), 02A315.
- [3] L. Celona et al. «Observations of the frequency tuning effect in the 14 GHz CAPRICE ion source». In: *Review of Scientific Instruments* 79.2 (2008), p. 023305.
- [4] F. F. Chen et al. *Introduction to plasma physics and controlled fusion*. Vol. 1. Springer, 1984.
- [5] L. Spitzer. *Physics of fully ionized gases*. Interscience Publishers, 1956.
- [6] W. Lotz. «Electron-Impact Ionization cross-sections and Ionization rate coefficients for atoms and ions». In: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 14 (1967), p. 207.
- [7] W. Lotz. «An empirical formula for the electron-impact ionization cross-section». In: *Zeitschrift für Physik* 206.2 (1967), pp. 205–211.
- [8] A. Müller e E. Salzborn. «Scaling of cross sections for multiple electron transfer to highly charged ions colliding with atoms and molecules». In: *Physics Letters A* 62.6 (1977), pp. 391–394.
- [9] S. Barbarino. *Appunti di campi elettromagnetici*. 2006.
- [10] D. M. Pozar. *Microwave engineering*. John Wiley & Sons, 2011, pp. 288–290.
- [11] G. Bisoffi et al. «Commissioning of the ALPI post-accelerator». In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 382 (1996), p. 245.
- [12] Z.Q. Xie e C.M. Lyneis. «Two-frequency plasma heating in a high charge state electron cyclotron resonance ion source». In: *Review of scientific instruments* 66.8 (1995), p. 4218.
- [13] S. Gallo et al. «A possible optimization of electron cyclotron resonance ion sources plasma chambers». In: *Journal of Instrumentation* 13.11 (2018), p. C11011.



# Ringraziamenti

Un primo grande "GRAZIE" va senza dubbio alla mia numerosa famiglia, che mi ha supportato e sopportato in questi tre meravigliosi anni. Rimarrà sempre con me la sensazione di gioia che mi ha dato in questi anni il ritornare a casa nel "via vai" di sorelle, nipotini e parenti: mi ha sempre sollevato il morale anche nei periodi più difficili. In particolare, vorrei ringraziare tutte le mie sorelle per i preziosi consigli che mi hanno fatto arrivare fino a questo traguardo. Un ringraziamento speciale è dedicato alla mia gemella Federica, con la quale sono cresciuta in sintonia sin da piccina e ai miei genitori che mi hanno sempre sostenuta.

Non posso non ringraziare i miei compagni di corso, specialmente Elena, Anna, Beatrice e Giacomo decisamente più che compagni di studio, lezioni e laboratorio: siamo riusciti ad organizzare speciali e indimenticabili momenti di allegria, dalla colazione online prima di lezione ai ritrovamenti di gruppo e alle giornate al lago !!

Grazie a tutti i miei coinquilini con cui ho avuto il piacere di condividere la mia quotidianità, in particolare a Francesco, che mi ha fatto realizzare l'entusiasmo per il percorso di studi che sto intraprendendo e che mi ha aiutata a rafforzare la mia passione per l'allenamento fisico.

Un sentito grazie al Prof. Marco Mazzocco per avermi seguito in questo lavoro, soprattutto nelle ultime settimane, quando la fase di consegna si avvicinava e sorgevano mille dubbi.

Non da ultimo, vorrei dedicare un sentito ringraziamento al Dr. Alessio Galatà, che ha reso possibile la realizzazione di questo lavoro di tesi. Nonostante i suoi numerosi impegni, è riuscito a dedicarmi non un po' ma parecchio tempo nell'attività sperimentale e soprattutto nella stesura della tesi.

Grazie a tutti per aver reso il mio traguardo davvero speciale !