



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Innovazione del Prodotto

**Prove a temperatura ambiente e ad alta temperatura su
provini in acciaio strutturale per rulli di laminazione a
caldo: aspetti teorici e sperimentali**

Relatori:

Ing. Filippo Berto

Prof. Paolo Lazzarin

Laureando: Federico Coin

ANNO ACCADEMICO 2011/2012

PREMESSA

I rulli di laminazione a caldo sono soggetti a frequenti sbalzi termici, soprattutto in corrispondenza dei fori di raffreddamento. In tali zone nucleano di frequente delle cricche dovute al fenomeno della fatica termica e queste tendono ad assumere una disposizione regolare.

In questa tesi, si è quindi deciso di studiare da un punto di vista teorico-sperimentale il fenomeno della fatica termica, eseguendo delle prove di fatica prendendo come riferimento una temperatura di 650 °C, ossia quella tipica di esercizio dei rulli in 40CrMoV13.9 (acciaio dotato di un' ottima stabilità dimensionale, buona lavorabilità e resistenza all'usura e quindi adatto per questo tipo di applicazione).

Successivamente è stato analizzato il fenomeno degli intagli periodici da un punto di vista teorico-numeric, estendendo gli studi di Tada-Paris sulle cricche periodiche agli intagli.

INDICE

<i>Fatica ad alta temperatura</i>	7
<i>Intagli Periodici</i>	91
<i>Appendice: Applicazione del Metodo della Strain Energy Density in provini intagliati e soggetti a fatica multiassiale</i>	209

FATICA AD ALTA TEMPERATURA

INDICE

1	Introduzione	9
1.1	Generalità.....	9
1.2	L'effetto della temperatura.....	10
1.3	Prove di fatica termica	11
1.3.1	Tipologie.....	11
1.3.2	Materiali utilizzati.....	13
2	Nucleazione delle cricche.....	15
2.1	Generalità.....	15
2.2	Metodo per ricavare la vita iniziale	19
3	Propagazione delle cricche.....	21
4	Fatica isoterma	23
4.1	Generalità.....	23
4.2	Fatica isoterma ad elevatissimo numero di cicli	25
4.3	Previsione della vita a fatica ad alta temperatura	28
4.4	Esempio: Effetto del rapporto nominale di ciclo sulla propagazione delle cricche.....	29
4.4.1	Approccio Unificato	30
4.4.2	Approccio di Kujawski	32
5	Fatica termo-meccanica	35
5.1	Generalità.....	35
5.2	Effetto dello sfasamento tra carico meccanico e termico	37
5.3	Previsione della vita a fatica termo-meccanica.....	39
5.3.1	Metodo di Ostergren	39
5.3.2	Metodo della separazione della frequenza (Frequency Separation Method).....	40
5.3.3	Modello Tensione-Deformazione-Tempo (Stress-Strain-Time, SST).....	41

6	Fatica termo-meccanica nei giunti saldati	43
6.1	Nucleazione delle cricche	43
6.2	Previsione della resistenza a fatica	46
7	Effetti termici dipendenti dal tempo	47
7.1	Generalità.....	47
7.2	Modelli di previsione della vita nel caso di interazione tra creep e fatica	52
7.2.1	Modello basato sulla velocità di deformazione media valutata a metà vita ($\dot{\epsilon}_m$)	52
7.2.2	Modello basato sul range di deformazione plastica.....	54
7.2.3	Modello proposto da Soo Woo Nam	55
7.2.4	Metodo dell'esaurimento della duttilità.....	57
7.2.5	Metodo dell'esaurimento della densità di energia di deformazione (SEDE)	58
8	Superfici tecnologiche per processi di colata.....	59
9	Esempi.....	61
9.1	Pale di una turbina in acciaio austenitico 316L soggette a fatica termica	61
9.1.1	Confronto tra prove di CTMF, di OP-TMF e di IF a 650°C sul provino 1	63
9.1.2	Confronto tra prove di CTMF e di IF a 200°C sul provino2	65
9.2	Trattamenti superficiali sul Ti-6Al-4V sottoposto a fatica ad elevate temperature	66
9.2.1	Tipologie dei trattamenti superficiali.....	66
9.2.2	Analisi dei risultati sperimentali	68
10	Prove sperimentali	71
10.1	Prove di fatica ad alta temperatura	71
10.1.1	Risultati.....	76
10.1.1.1	Provini lisci.....	76
10.1.1.2	Provini intagliati	79
10.2	Prove statiche ad alta temperatura	83
10.3	Confronto dei dati sperimentali	83
	Bibliografia	85

1 INTRODUZIONE

1.1 Generalità

Gli organi meccanici sono soggetti di frequente a sollecitazioni che si ripetono nel tempo, per un numero elevato di cicli, che possono provocare rotture in corrispondenza di un livello tensionale nettamente inferiore a quello critico, da un punto di vista statico. Tali rotture evidenziano l'assenza di deformazioni plastiche e quindi il mancato sfruttamento delle proprietà di duttilità del materiale.

L'insieme dei fenomeni appena descritti prende il nome di fatica ed è un aspetto da tenere molto in considerazione nella progettazione di componenti meccanici.

La resistenza a fatica è influenzata da diversi parametri che vengono suddivisi in parametri interni ed esterni; i primi sono strettamente legati alle caratteristiche del componente in esame, i secondi invece all'ambiente e alle condizioni di esercizio.

Parametri interni:

- materiale
- dimensioni assolute del componente
- finitura superficiale
- forma del componente ed effetti di concentrazione delle tensioni
- trattamenti superficiali

Parametri esterni:

- tensione media e rapporto nominale di ciclo
- tipo di sollecitazione
- ambiente e condizioni di esercizio
- temperatura
- storia delle sollecitazioni subite dal pezzo

In questa tesi si è deciso di studiare l'effetto della temperatura sulla fatica negli acciai strutturali, in quanto è un aspetto che sta assumendo sempre maggiore importanza nella progettazione, specialmente in tutte quelle situazioni in cui entrano in gioco delle temperature elevate.

Applicazioni tipiche in cui si riscontra tale problema e sulle quali si focalizza la maggior parte dei lavori presenti in letteratura sono:

- tutti i componenti utilizzati negli impianti nucleari (es. tubi dell'impianto di refrigerazione)
- pale delle turbine o dei compressori dei motori aeronautici
- stampi per processi di colata
- sistemi di scarico in campo automotive
- scambiatori di calore
- camicie dei rulli per laminazione a caldo

1.2 L'effetto della temperatura

L'effetto della temperatura sulla fatica prende il nome di *fatica termica* o *fatica ad alta temperatura* ed è nello specifico quel fenomeno che combina la variazione di un carico meccanico ed uno termico nel tempo e che induce tensioni cicliche in un componente, derivanti da continui sbalzi termici.

Durante un cambiamento repentino di temperatura, la maggior parte della superficie del campione rimane alla temperatura iniziale, tranne uno strato molto sottile che subisce la variazione di ΔT . Tale strato tenderebbe quindi a deformarsi, ma viene ostacolato dal resto del materiale che non è soggetto al cambiamento di temperatura.

Il vincolo genera una deformazione meccanica:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{MECCANICA}(T) &= \varepsilon_{TOTALE}(T) - \varepsilon_{TERMICA}(T) \\ \varepsilon_{TERMICA}(T) &= \alpha(T) \cdot \Delta T\end{aligned}$$

dove $\alpha(T)$ è il coefficiente di dilatazione termica tipico del materiale considerato.

La presenza di deformazioni meccaniche genera delle tensioni all'interno del materiale, che ne causeranno eventualmente la rottura con il crescere del numero dei cicli.

Durante il primo ciclo termico, nella fase di riscaldamento del componente, la parte del materiale che non ha subito il ΔT induce uno stato di tensione di compressione nello strato superficiale, in quanto il vincolo blocca la libera espansione; tale tensione tende a risultare sempre più gravosa all'aumentare della temperatura. Il materiale si comporta in modo elastico finché non viene raggiunta la tensione di snervamento tipica della compressione; a questo punto il campione inizia a deformarsi plasticamente, fino al raggiungimento della temperatura massima del ciclo.

Successivamente si verifica la fase di raffreddamento che genera uno stato di trazione sulla superficie del materiale (in realtà questo strato sarebbe portato a ridurre le proprie dimensioni, ma tale deformazione viene bloccata dal resto del materiale), ma tendenzialmente non comporta il raggiungimento della tensione di snervamento a causa della presenza di una tensione residua, derivante dalla fase precedente.

Il ripetersi di questo ciclo di riscaldamento/raffreddamento determina lo sviluppo di una cricca che tenderà a crescere all'aumentare del numero dei cicli.

1.3 Prove di fatica termica

1.3.1 Tipologie

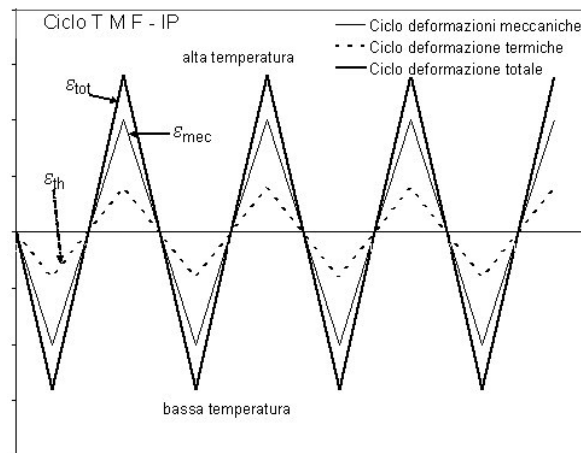
Esistono diversi tipi di prove di fatica e questi variano in funzione della natura del carico applicato e del numero di cicli.

Le tipologie principali sono:

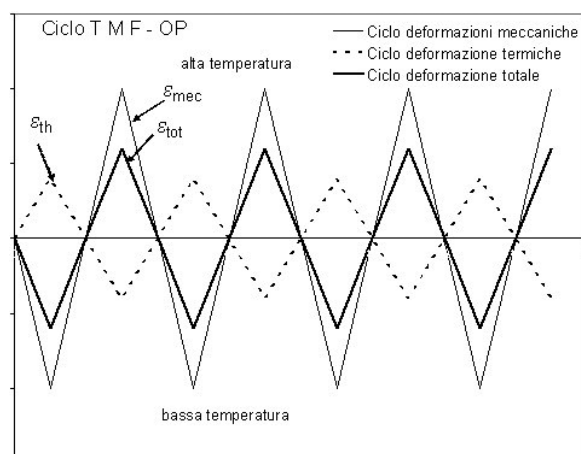
- *LCF* (Low Cycle Fatigue) = fatica oligociclica ($N < 10^3-10^4$)
- *HCF* (High Cycle Fatigue) = fatica ad alto numero di cicli
- *IF* (Isothermal Fatigue) = fatica isoterma, ossia prove di fatica condotte a temperatura costante
- *TMF* (Thermal-Mechanical Fatigue) = fatica termo-meccanica, ossia prove di fatica condotte abbinando una variazione di temperatura ad un carico meccanico ciclico
- *CTMF* (Complex Thermal-Mechanical Fatigue) = fatica termo-meccanica complessa, corrispondente al caso precedente ma caratterizzata da un carico multiassiale.

Nel caso di prove di fatica in cui è presente simultaneamente un carico meccanico ed uno termico è possibile che i cicli di temperatura e di tensione o deformazione meccanica imposti siano in fase (IP) oppure in opposizione di fase (OP).

Nel ciclo in fase il valore massimo della deformazione viene applicato in corrispondenza del valore massimo della temperatura e di conseguenza il materiale è soggetto ad uno sforzo di trazione in concomitanza della temperatura più elevata.



Nel ciclo in opposizione di fase il valore massimo della deformazione viene imposto in corrispondenza del valore minimo della temperatura e quindi il materiale è soggetto ad uno sforzo di compressione in concomitanza della temperatura più elevata.



Variando lo sfasamento tra i cicli di temperatura e di carico o deformazione, è possibile riprodurre la maggior parte dei meccanismi di danneggiamento che si sviluppano nei componenti nelle diverse condizioni di esercizio.

Tuttavia, è necessario conoscere sperimentalmente il valore della deformazione termica in funzione della temperatura, in quanto può essere influenzata dall'impianto utilizzato. A tal fine, prima di eseguire delle prove di TMF, il provino viene sottoposto al ciclo termico previsto e, dopo un numero di cicli necessari per stabilizzare il sistema, viene registrata la deformazione termica ε_{th} come media degli N cicli registrati. La deformazione termica così ottenuta viene quindi sommata a quella meccanica per determinare la deformazione totale da applicare.

Infine è importante sottolineare il fatto che la frequenza utilizzata nelle prove sperimentali è un parametro molto importante, per la vita a fatica di un componente meccanico. In particolare, frequenze basse tendono a favorire una prematura nucleazione di cricche.

1.3.2 Materiali utilizzati

I materiali usati nelle prove di fatica in temperatura solitamente sono gli acciai inossidabili e gli acciai per stampi.

Gli acciai inossidabili, grazie al contenuto di cromo e di nichel hanno ottime caratteristiche di resistenza alla corrosione e all'ossidazione e pertanto vengono largamente utilizzati in ambienti umidi, aggressivi e caratterizzati da frequenti sbalzi termici. I più utilizzati sono quelli austenitici, in quanto sono quelli più sensibili al fenomeno della fatica termica a causa della loro bassa conducibilità ed alta dilatazione termica.

Gli acciai per stampi vengono sfruttati in questi test in quanto uno stampo viene sollecitato in maniera ricorrente a cicli di temperatura caratterizzati da elevati gradienti termici, che possono indurre tensioni abbastanza elevate da non consentire più al materiale di sfruttare la propria duttilità e quindi assorbire energia sottoforma di deformazione. Questo provoca la formazione di cricche che portano ad un degrado della qualità superficiale dello stampo e una conseguente riduzione della finitura superficiale del prodotto. Pertanto, limitare il più possibile il fenomeno della fatica termica in questo tipo di acciaio risulta importante anche dal punto di vista economico.

2 NUCLEAZIONE DELLE CRICCHE

2.1 Generalità

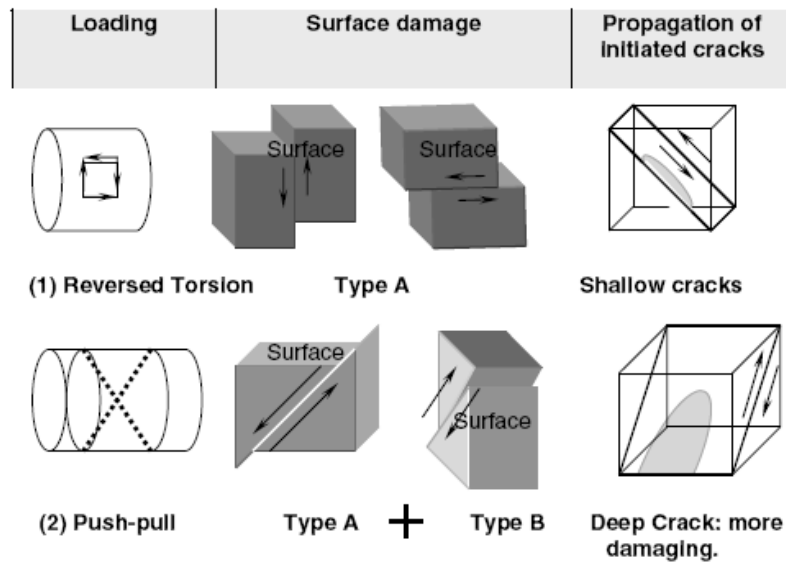
Nei materiali duttili la rottura è preceduta dalla deformazione plastica che si verifica grazie al movimento delle dislocazioni. Tale movimento non è tuttavia uniforme ed avviene solo nei piani più favorevolmente orientati. Deformazioni cicliche portano poi alla formazione di nuove dislocazioni che tendono a limitare la mobilità dei piani di scorrimento, provocando quindi un incrudimento del materiale che avrà capacità di assorbimento di energia ridotte e sarà così più propenso a criccarsi.

Nella fatica ad alta temperatura già dopo poche migliaia di cicli, con un livello di carico esiguo, si verifica la formazione di micro-cricche sulla superficie del componente, a causa di piccoli spostamenti della superficie di dimensioni inferiori alla distanza tra un bordo grano e l'altro; pertanto la loro propagazione può essere arrestata dalla semplice presenza dei bordi grano. Quando il livello di tensione è sufficientemente elevato, le cricche riescono ad attraversare tali "barriere" e così a propagarsi attraverso il componente.

Il numero di cicli che provoca la nucleazione di una cricca risulta ridotto nel caso di fatica termo-meccanica rispetto al caso di fatica isoterma, in quanto la variazione di temperatura genera uno stato di tensione triassiale e un conseguente incremento della tensione idrostatica e del numero dei sistemi di scorrimento, promuovendo così la prematura formazione delle cricche. Di solito, le cricche si formano seguendo i piani di scorrimento a taglio, ma la variazione della tensione idrostatica comporta un cambiamento nel **meccanismo di nucleazione**: una bassa tensione idrostatica provoca lo sviluppo di cricche poco profonde e parallele alla superficie, mentre una tensione idrostatica elevata favorisce lo sviluppo di cricche superficiali profonde, che sono quindi più dannose per la vita del componente.

In particolare, un carico torsionale provoca la formazione di cricche secondo il primo meccanismo menzionato, mentre uno stato di tensione perfettamente triassiale genera cricche tipiche del secondo; infine un carico di trazione/compressione promuove un comportamento intermedio tra i due casi. Di conseguenza il numero di cicli necessari alla nucleazione di cricche è più elevato nel caso della torsione rispetto alla trazione ciclica, mentre la situazione più sfavorevole risulta essere quella del carico ciclico perfettamente triassiale.

Meccanismo di nucleazione delle cricche nel caso di torsione (1) e di trazione/compressione (2)



Reticolo di cricche nell'acciaio per stampi QRO90 dopo 10000 cicli a 700°C



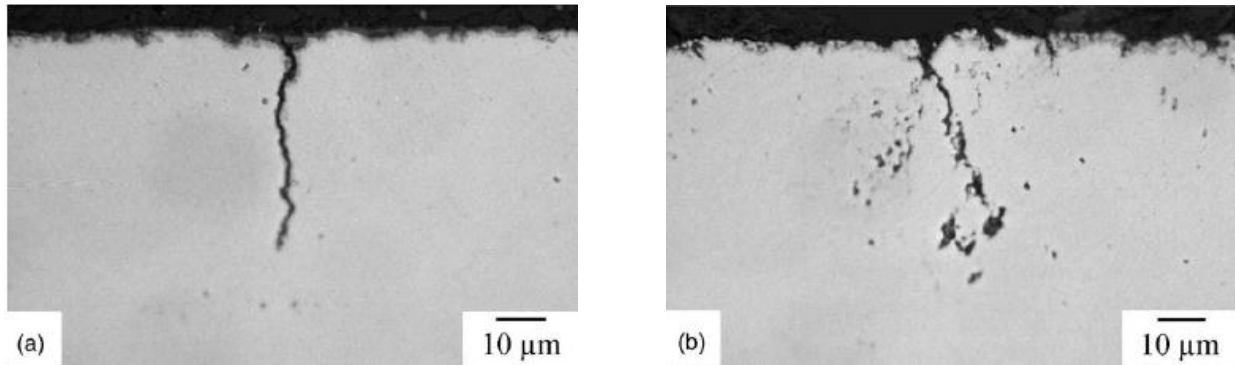
Le cause della formazione delle cricche sono molteplici:

- softening graduale del materiale durante il ciclo termico
- presenza di concentratori di tensione (variazioni geometriche, inclusioni, precipitati e vuoti)
- creep
- ossidazione

Il softening è caratterizzato da tre stadi:

- 1) evoluzione rapida causata dalla riduzione della densità delle dislocazioni
- 2) periodo di stazionarietà governato dalla formazione di carburi
- 3) riduzione drastica del livello di tensione dovuta alla presenza diffusa di cricche

L'aspetto delle cricche dipende molto dalla temperatura massima di ogni ciclo; per esempio per l'acciaio per stampi QRO90 a 700° C il percorso di una cricca è pressoché rettilineo (a), mentre a 850 °C si formano delle ramificazioni (b), come evidenziato dalle figure seguenti.



La lunghezza delle cricche è influenzata dai seguenti fattori:

- temperatura massima del ciclo (quanto più T_{max} è elevata tanto più le cricche sono lunghe)
- presenza di carburi nella superficie (promuovono cricche più corte)
- precipitati (incrementano la resistenza del materiale, limitando la crescita del grano alle alte temperature e favoriscono quindi la presenza di cricche corte)
- trattamenti termici (favoriscono la stabilità dei precipitati)
- numero di cicli

La densità delle cricche tende ad aumentare se il materiale è caratterizzato da una tensione di snervamento elevata e in presenza di precipitati, che fungono da concentratori di tensione e da ottimali punti di innesco di cricche. Tuttavia, una durezza iniziale più elevata garantisce una densità di cricche inferiore, anche se tale durezza tende a calare rapidamente nei primi cicli, a causa del softening della superficie, tanto più accentuato quanto più alta è la temperatura massima in gioco.

Figure: Lunghezza e densità di cricche formatesi dopo cicli termici in un atmosfera di argon.

(a) Andamento della lunghezza massima delle cricche al variare del numero dei cicli

(b) Andamento della lunghezza media delle cricche al variare del numero dei cicli

(c) Evoluzione della densità delle cricche al variare del numero dei cicli

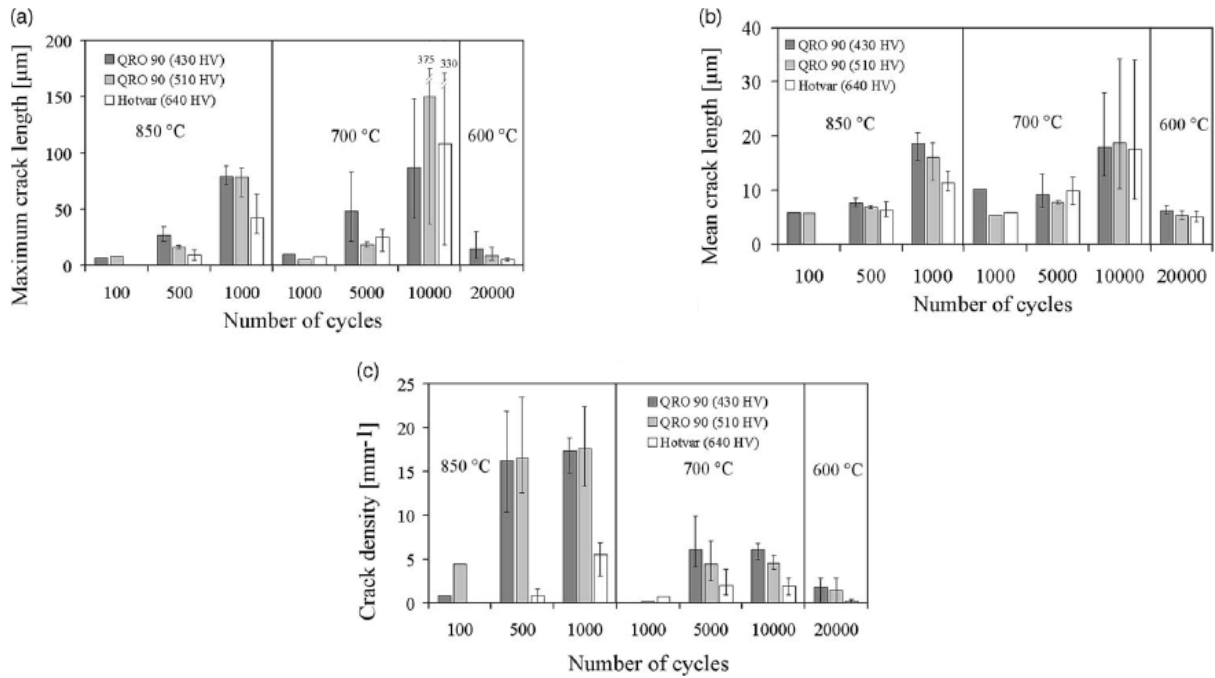
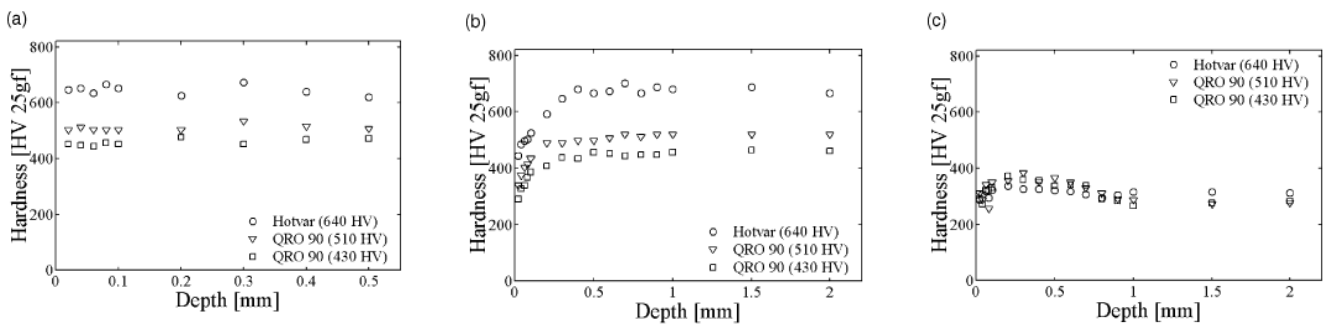


Figura: Andamento della durezza rispetto alla profondità, per diversi tipi di acciai per utensili, dopo l'esposizione ad un ciclo termico di:

(a) 20000 cicli con $T_{MAX} = 600^{\circ}C$

(b) 10000 cicli con $T_{MAX} = 700^{\circ}C$

(c) 1000 cicli con $T_{MAX} = 850^{\circ}C$



2.2 Metodo per ricavare la vita iniziale

La vita iniziale corrisponde al numero di cicli precedenti alla formazione di una cricca di dimensioni apprezzabili nel componente. Finora non è stata ancora stabilita una dimensione precisa per definire una cricca “di dimensioni considerevoli”, tuttavia di solito viene considerata tale se superiore ai 0.25 mm.

Il metodo qui esposto si basa sulle espressioni di Manson-Coffin:

$$N_f = A \cdot (\Delta \varepsilon_p)^\beta \quad \text{oppure} \quad \frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

dove:

- A e β sono costanti sperimentali
- σ'_f è un coefficiente che indica l'intensità della fatica (è tipico del materiale)
- ε'_f è un coefficiente che indica la duttilità della fatica (è tipico del materiale)
- b è l'indice dell'intensità della fatica
- c è l'indice della duttilità della fatica

$\Delta \varepsilon$ può essere diviso in due parti: $\Delta \varepsilon_d$ che produce un danno per fatica e $\Delta \varepsilon_0$ che non reca alcun danno, pertanto è possibile scrivere:

$$\Delta \varepsilon_d = \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_0 = A' \cdot (N_f)^c$$

dove:

- $A' = \varepsilon_f$
- $C = -0.5$

quindi, secondo le ipotesi fondamentali del metodo della tensione-deformazione locale:

$$N_f = \varepsilon_f^2 \cdot (\Delta \varepsilon_d)^{-2} = \varepsilon_f^2 \cdot (\Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon_0)^{-2} = N_i$$

inserendo nell'equazione precedente l'espressione relativa alla tensione termica prodotta durante il ciclo, si ottiene:

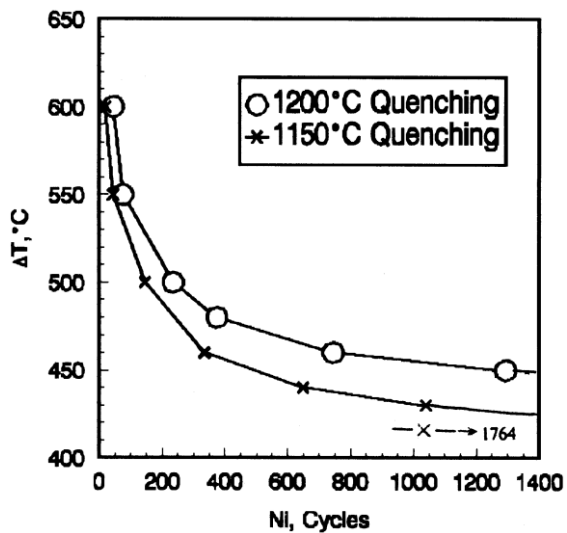
$$N_i = K \cdot (\Delta T - \Delta T_0)^{-2}$$

dove:

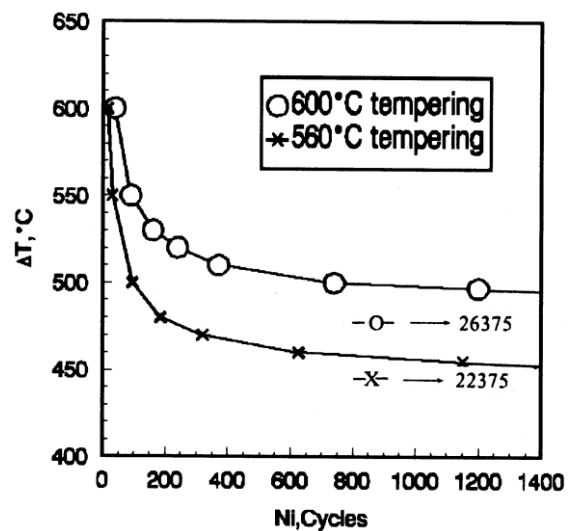
- K è una costante geometrica, ma dipende anche dal materiale
- ΔT è la variazione di temperatura subita dalla superficie del campione
- ΔT_0 è la variazione di temperatura critica, tale da recare un danno per fatica termica sul provino

Dalle figure seguenti si nota che incrementando la temperatura di tempra e/o di rinvenimento, la resistenza alla fatica termica è migliorata in quanto è cresciuto il ΔT_0 .

Curva di vita iniziale per il 3Cr2W8V



Curva di vita iniziale per il 4Cr5MoSiV1



3 PROPAGAZIONE DELLE CRICCHE

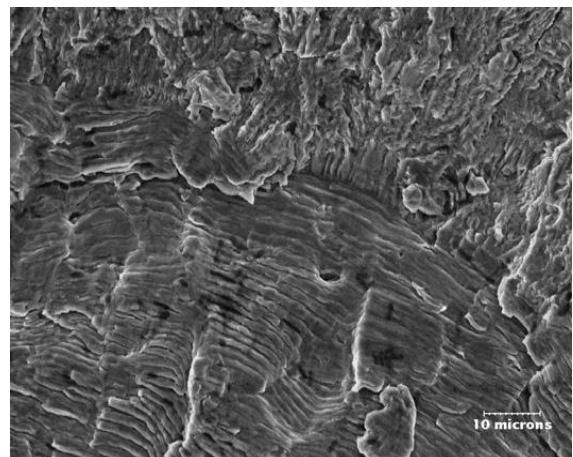
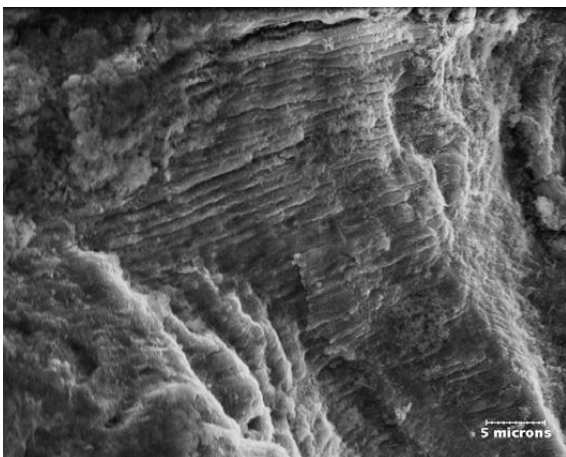
Dopo la nucleazione, le cricche si propagano ad una velocità elevata, a causa di fenomeni di coalescenza di micro-cricche che portano alla formazione di una cricca principale dominante. La velocità di propagazione è tanto più elevata quanto più alte sono le temperature in gioco.

E' importante inoltre aggiungere che l'eventuale presenza di plasticità genera un calo della velocità di propagazione, in quanto le tensioni elasto-plastiche risultano inferiori di quelle elastiche e questo provoca un calo dello Stress Intensity Factor ΔK_{eff} , che governa la velocità di propagazione di una cricca, secondo la legge di Paris:

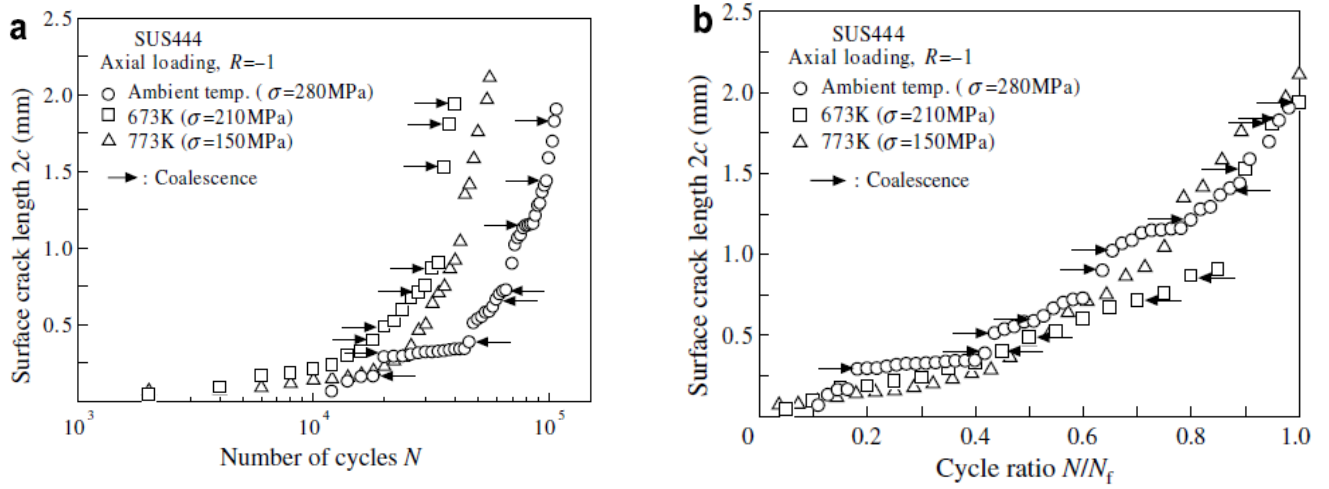
$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K_{eff})^m$$

dove m e C sono parametri dipendenti dal materiale

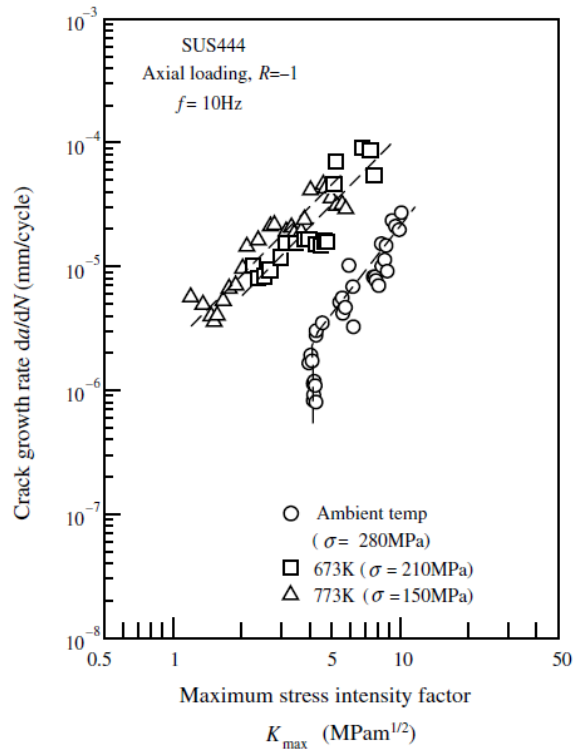
Figura: la superficie di frattura mostra alcune striature la cui distanza aumenta al crescere della velocità di propagazione delle cricche



Andamento della lunghezza delle cricche per l'acciaio inossidabile ferritico 18Cr-2Mo



Andamento della velocità di propagazione delle cricche per l'acciaio inossidabile ferritico 18Cr-2Mo

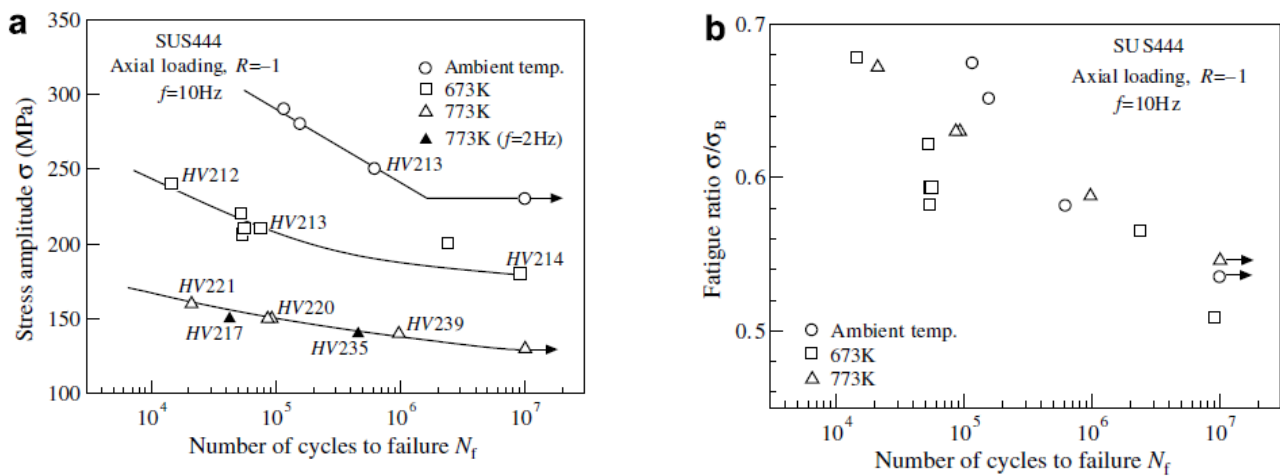


4 FATICA ISOTERMICA

4.1 Generalità

Questo tipo di fatica si verifica quando sono presenti simultaneamente un carico meccanico ciclico ed uno termico, ma costante. In questa situazione la resistenza del materiale tende a calare all'aumentare della temperatura di esercizio, in quanto incrementa l'attitudine del materiale a criccarsi. Questo provoca un aumento della frequenza della nucleazione delle cricche in superficie, favorito dal manifestarsi di una deformazione ciclica, e un passaggio del materiale da un comportamento duttile (tipico della temperatura ambientale) ad un comportamento fragile, che diventa sempre più pronunciato all'innalzarsi della temperatura.

Le figure seguenti riportano i risultati sperimentali ottenuti con l'acciaio inossidabile ferritico 18Cr-2Mo.

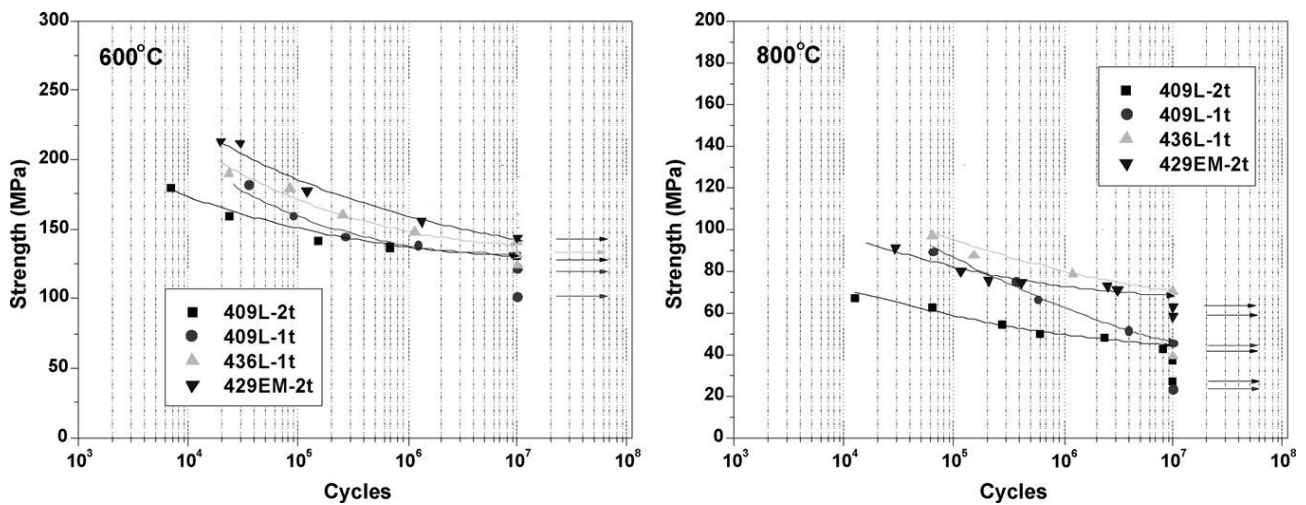


Si nota che a temperatura ambiente è presente una sorta di limite di fatica, che tende a calare sempre di più all'aumentare della temperatura (caratteristica tipica dei materiali ferrosi).

Il limite di fatica a 10^7 cicli è:

	$\Delta\sigma_A$ [MPa]
T_{AMB}	230
$T = 400 \text{ }^\circ\text{C}$	180
$T = 500 \text{ }^\circ\text{C}$	130

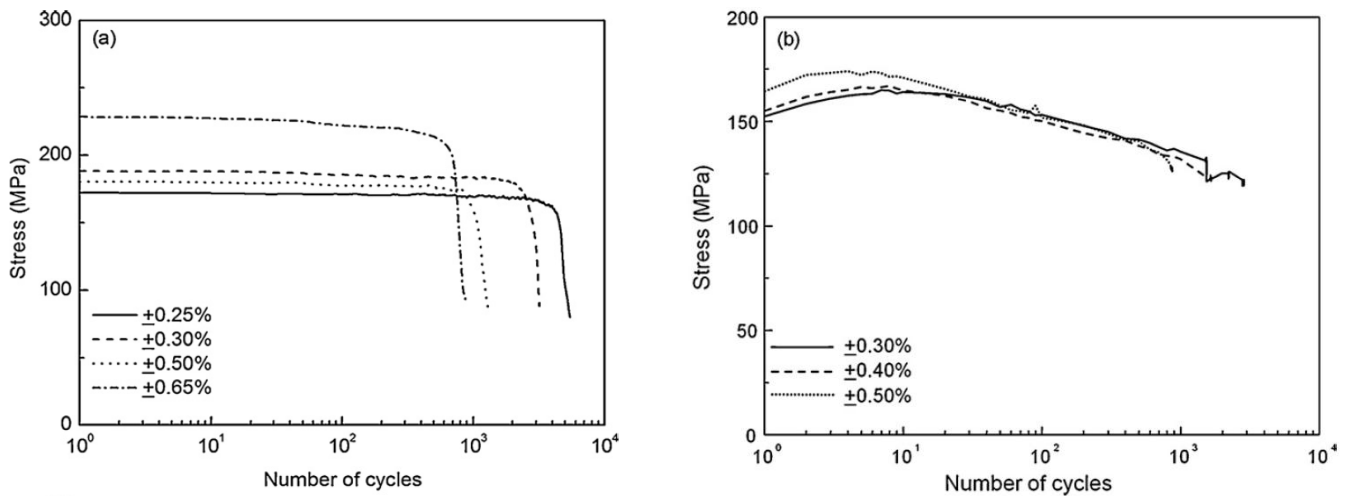
Successivamente vengono riportate le curve Tensione-Numero di cicli per gli acciai inossidabili ferritici 409L, 436L e 429EM, ottenute con prove di fatica condotte a 600 e 800 °C.



Anche in questo caso il limite di fatica tende a diminuire all'aumentare della temperatura di prova, come giustificato dalla tabella seguente (indicato in essa con σ_f):

Steels	Properties	Temperature (°C)				
		400	600	700	800	900
409L	YS (MPa)	182.6	134.1	67.0	33.8	21.0
	UTS (MPa)	292.4	177.7	75.7	34.6	21.8
	EL (%)	29.9	38.9	66.0	98.5	76.7
	σ_f (MPa)	–	130.1	–	37.2	–
429EM	YS (MPa)	213.6	166.9	124.7	51.2	27.2
	UTS (MPa)	370.4	294.0	174.6	53.5	28.2
	EL (%)	36.3	29.3	26.2	101.4	117.3
	σ_f (MPa)	–	143.7	–	62.8	–

*Curve Tensione-Numero di cicli per l'acciaio inossidabile ferritico per colata ACI HB20
in test condotti a 600 °C (a) e a 800 °C (b)*



Si nota che all'aumentare del numero di cicli la tensione tende a calare. A 800 °C tale fenomeno risulta essere più evidente, a causa del movimento più frequente delle dislocazioni (facilitato dalle temperature elevate) che favorisce un softening più accentuato.

4.2 Fatica isoterma ad elevatissimo numero di cicli

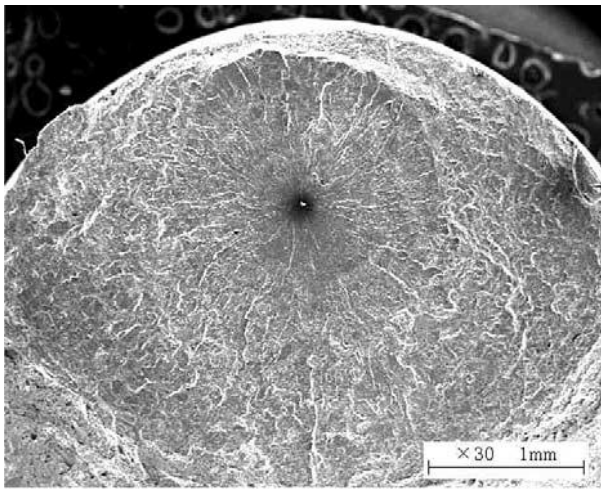
Nel caso di fatica ad elevatissimo numero di cicli ($N > 10^7$ cicli) combinata con temperature molto elevate, può capitare che il materiale tenda a criccarsi anche se sottoposto a carichi inferiori al limite di fatica, solitamente a causa della presenza di inclusioni.

Per esempio, a temperature elevate, il 2.25Cr-1Mo (acciaio inossidabile ferritico modificato) evidenzia fratture interne a forma di occhio di pesce che non compaiono a temperatura ambiente e ciò provoca la scomparsa del limite di fatica e una riduzione del rapporto σ_A/σ_{UTS} (dove σ_A è il limite di fatica e σ_{UTS} è la resistenza ultima a trazione). Il contributo delle fratture interne è elevato a 400 °C, mentre per temperature superiori il suo effetto tende a scomparire.

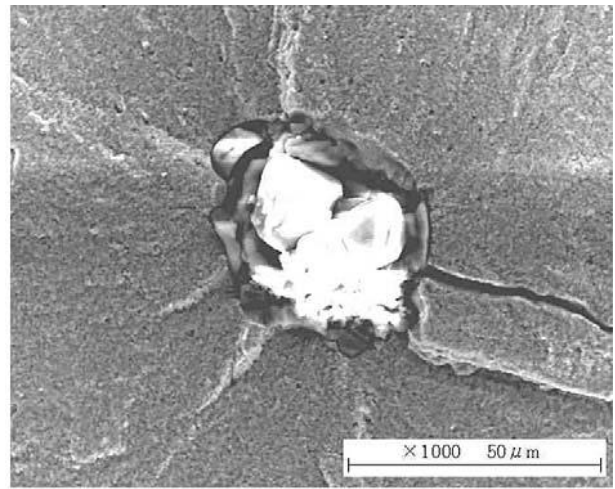
Le fratture a forma di occhio di pesce sono di due tipi: uno contiene un'inclusione al centro dell'occhio e l'altro ne è privo. A partire da queste, si diramano dei legamenti di dimensioni pari a quelle della zona plastica verso la parte esterna della zona di frattura.

Figura: ($T = 450\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\sigma_a = 320\text{ MPa}$, $N_f = 1.876 \cdot 10^6$)

a) Frattura ad occhio di pesce, b) inclusione



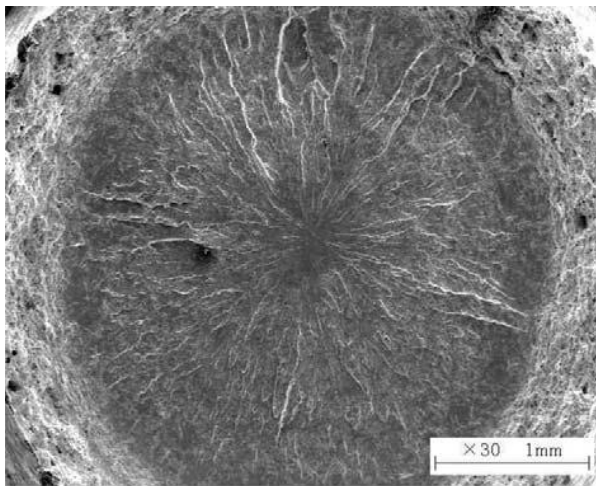
(a)



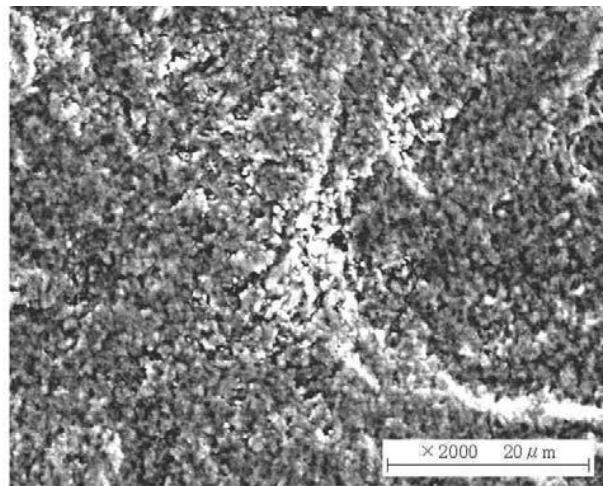
(b)

Figura: ($T = 450\text{ }^{\circ}\text{C}$, $\sigma_a = 320\text{ MPa}$, $N_f = 1.876 \cdot 10^6$)

a) Frattura ad occhio di pesce, b) assenza dell'inclusione

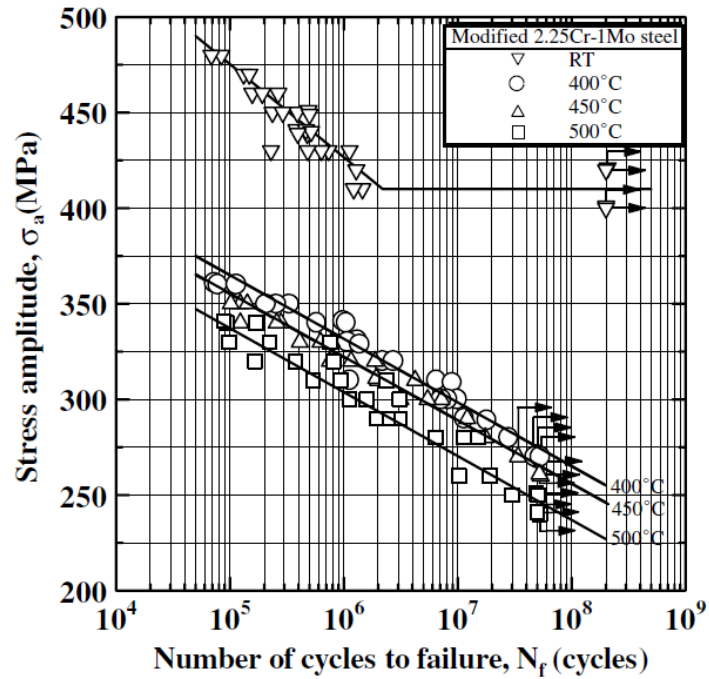


(a)



(b)

La figura seguente mette in relazione prove di fatica ad elevatissimo numero di cicli condotte a diversa temperatura. Nel caso dei test a temperatura ambiente (RT) le cricche nucleano in superficie. Quando l'ampiezza della tensione diventa bassa, il numero di cicli prima della frattura aumenta e il limite di fatica diventa ben definito. Tuttavia ad elevate temperature e dopo molti cicli, tale limite scompare e le cricche si formano sempre più di frequente all'interno del provino.



4.3 Previsione della vita a fatica ad alta temperatura

A partire dalle equazioni di Manson-Coffin che esprimono il range di deformazione elastico e plastico in funzione del numero di cicli, Rubiolo ha proposto una nuova equazione, ricavabile da prove di LCF in diverse condizioni dei test, assumendo che il cedimento per fatica sia dovuto all'accumulo di un piccolo ammontare di energia irrecuperabile, generato dal movimento delle dislocazioni attivato termicamente. L'equazione è la seguente:

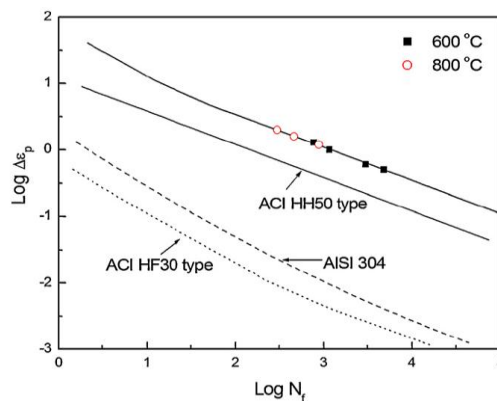
$$\left(\frac{N_f}{N_0}\right) \left(\frac{\Delta\varepsilon_p}{\Delta\varepsilon_{p0}}\right) \sinh\left(\frac{\Delta\varepsilon_p}{\Delta\varepsilon_{p0}}\right) = 1 \quad \text{con} \quad N_0 = \frac{\alpha v C}{\varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{Q}{RT}}} \quad \text{e} \quad \Delta\varepsilon_{p0} = \frac{\varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{Q}{RT}}}{v}$$

dove:

- α è una costante indipendente dalla temperatura correlata al volume di attivazione del movimento delle dislocazioni
- v è la frequenza del test di fatica
- ε_0 è una costante indipendente dalla temperatura
- Q è l'energia di attivazione
- R è la costante dei gas
- T è la temperatura di prova

A partire dall'equazione precedente, è stata costruita la seguente curva, mettendo a confronto il comportamento dell'acciaio inossidabile ferritico ACI HB20 con quello degli acciai inossidabili austenitici ACI HF30, ACI HH50 e AISI 304, al variare della temperatura.

Si nota che l'acciaio inox ferritico ha proprietà di resistenza superiori a quelli austenitici, in quanto è dotato di un $\Delta\varepsilon_{p0}$ maggiore ed un inferiore N_0 .



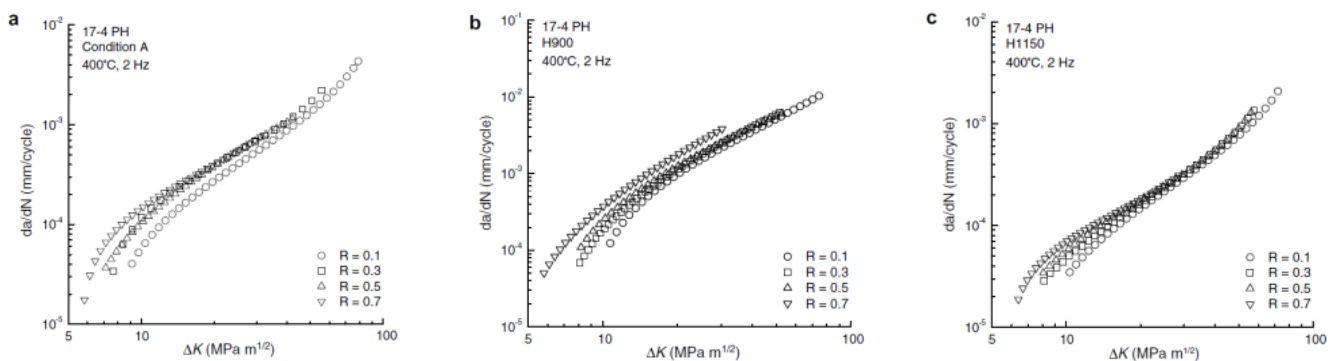
4.4 Esempio: Effetto del rapporto nominale di ciclo sulla propagazione delle cricche in un acciaio inossidabile austenitico indurito per precipitazione (17-4 PH), soggetto a fatica ad alta temperatura

In genere, l' acciaio inossidabile austenitico indurito per precipitazione (17-4 PH) è presente in commercio in tre tipi diversi, in base al trattamento termico subito:

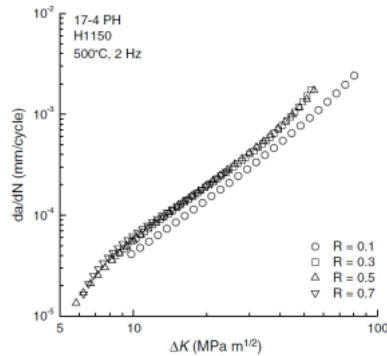
- *Condizione A*: riscaldamento fino a 1038 °C con un tempo di mantenimento di mezzora e successivo raffreddamento in aria fino alla temperatura ambiente
- *Condizione H900*: dopo avere subito il trattamento della Condizione A, il provino viene invecchiato a 482 °C con un tempo di mantenimento di un'ora
- *Condizione H1150*: dopo avere subito il trattamento della Condizione A, il provino viene invecchiato a 621 °C con un tempo di mantenimento di quattro ore

Le figure seguenti mostrano l'andamento del tasso di crescita delle cricche per fatica (Fatigue Crack Growth Rate: FCGR), in funzione del ΔK , in corrispondenza di una temperatura di 400 °C.

Si nota che per tutti i tipi di trattamento termico, quando ΔK è poco elevato, la curva FCGR aumenta al crescere del rapporto nominale di ciclo (R). In particolare, per la Condizione A le differenze tra le varie curve, al variare di R , diminuiscono quando ΔK è di un valore elevato, specialmente per $R \geq 0,3$. Un andamento simile si riscontra nella Condizione H900 per $R \leq 0,5$, mentre per rapporti di ciclo superiori il FCGR subisce un nuovo incremento. Infine, per la Condizione H1150, il FCGR tende ad aumentare con R , nel caso di piccoli rapporti di ciclo ($R \leq 0,3$), mentre per valori superiori la differenza tra le varie curve tende ad annullarsi.



La figura seguente evidenzia l'andamento del FCGR a 500 °C. E' stato riportato un solo grafico, in quanto l'andamento è pressoché uguale per tutti i tipi di trattamenti termici considerati, presumibilmente a causa dell'accrescimento dei precipitati.



4.4.1 Approccio Unificato

Questo tipo di approccio viene utilizzato per esprimere l'andamento del FCG.

Si basa sul fatto che vengono analizzati contemporaneamente due valori di soglia dello Stress Intensity Factor per la propagazione di una cricca:

- ΔK^* rappresenta il range critico del SIF
- K_{max}^* è il valore massimo del SIF

Una volta definiti questi parametri è possibile esprimere un rapporto nominale di ciclo critico:

$$R^* = 1 - \frac{\Delta K^*}{K_{max}^*}$$

Quando $R > R^*$, K_{max} deve essere incrementato per raggiungere il range critico:

$$\Delta K = \Delta K^*$$

$$K_{max}^* = \frac{\Delta K^*}{1 - R}$$

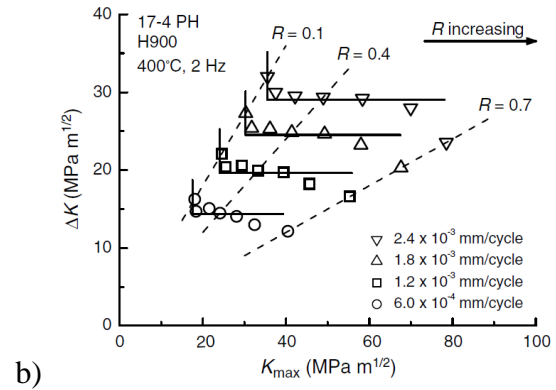
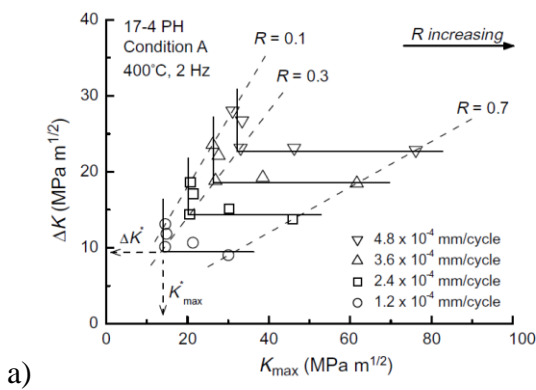
viceversa quando $R < R^*$, ΔK deve aumentare di valore per raggiungere quello del K_{max} :

$$\Delta K = K_{max}^*(1 - R)$$

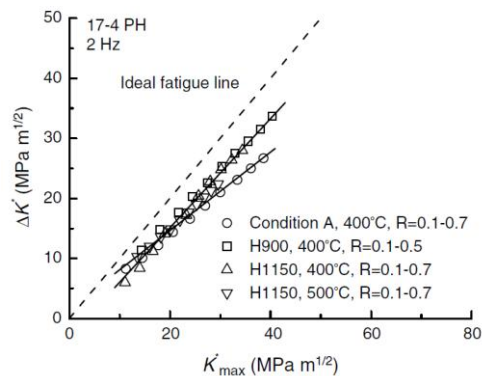
$$K_{max} = K_{max}^*$$

Per determinare i valori critici di ΔK e K_{max} , si tracciano dei diagrammi in cui vengono messi in relazione questi due parametri. Dato un certo FCGR, le curve assumono una forma ad L e il loro limite asintotico rappresenta i valori ΔK^* e K_{max}^* .

In seguito vengono quindi riportati tali diagrammi per provini sottoposti a fatica a 400 °C, trattati precedentemente con la Condizione A (a) e con la Condizione H900 (b).



Successivamente viene riportata la così chiamata "mappa della traiettoria" della crescita di una cricca, nella quale vengono messi in relazione ΔK^* e K_{max}^* .



Il percorso individuato dalla condizione $\Delta K^* = K_{\max}^*$ viene chiamato "linea della fatica ideale", indicando una crescita della cricca controllata ciclicamente. Il manifestarsi di diversi meccanismi di crescita delle cricche deriva dal discostarsi da questa condizione ideale, che si verifica principalmente quando il fenomeno di propagazione è influenzato dal K_{\max} , che favorisce la formazione di una superficie di frattura sfaccettata, in cui le cricche si propagano in corrispondenza dei piani di scorrimento.

4.4.2 Approccio di Kujawski

In questo approccio la forza motrice del FCG è definita come la combinazione tra componente di trazione del range dello Stress Intensity Factor (ΔK^+) e lo Stress Intensity Factor massimo applicato (K_{\max}). Il nuovo parametro K^* viene definito come:

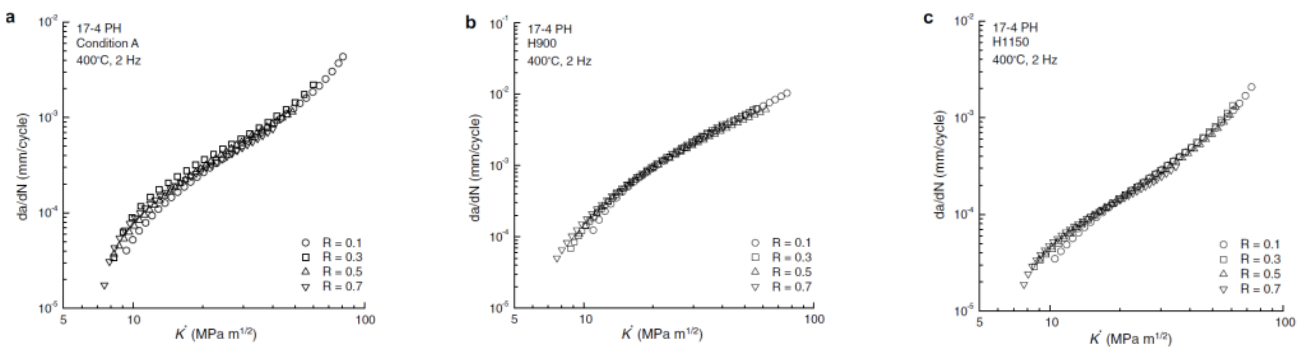
$$K^* = (K_{\max})^\alpha (\Delta K^+)^{1-\alpha}$$

dove α ($0 \leq \alpha \leq 1$) è un parametro che caratterizza l'apparente sensibilità del K^* al K_{\max} applicato e dipende dal materiale, dalla temperatura e dall'ambiente.

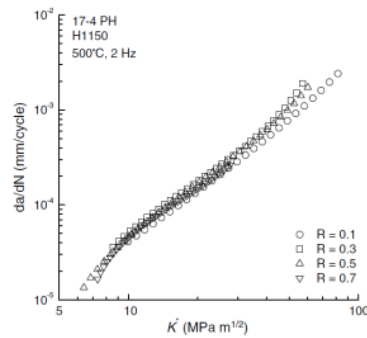
Imponendo $K^* = \frac{\Delta K}{(1-R)}$ e $\Delta K^+ = \Delta K$, l'equazione precedente può essere riscritta come:

$$K^* = \Delta K(1 - R)^{-\alpha} \quad \text{oppure} \quad \Delta K = K^*(1 - R)^\alpha$$

Figure: Curve FCGR al variare di R, ottenute con l'Approccio di Kujawski e ricavate in funzione di K^* per diversi trattamenti a 400 °C: (a) Condizione A, (b) Condizione H900 (c) Condizione H1150



*Curva FCGR al variare di R, ottenuta con l'Approccio di Kujawski e ricavata
in funzione di K^* per la Condizione H1150 a 500 °C*



Con il fine di ottenere una migliore convergenza delle curve per tutti i tipi di trattamento termico, è stato modificato il parametro K^* :

$$K^* = M^* \Delta K$$

con:

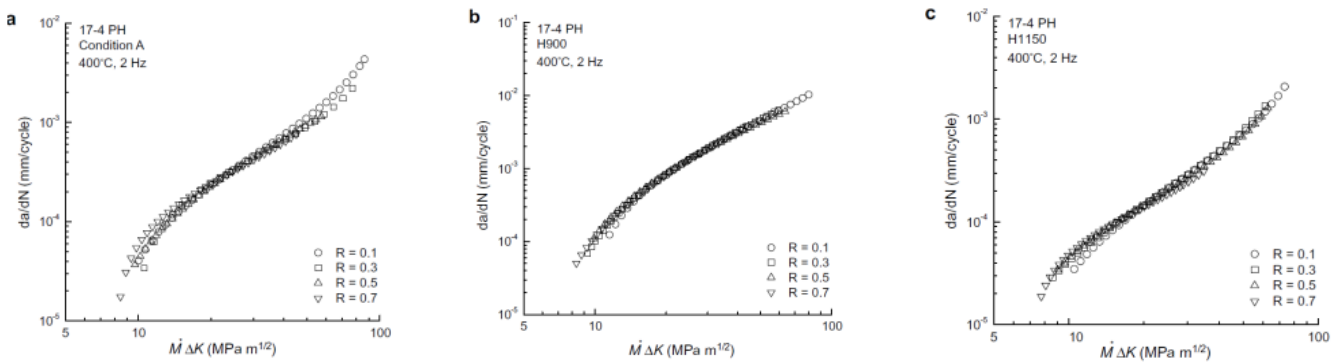
$$M^* = (1 - R)^{-\gamma} \quad \text{quando} \quad 0.1 \leq R \leq R^*$$

$$M^* = (A_1 + A_2 R + A_3 R^2)^{-\gamma} \quad \text{quando} \quad R^* \leq R \leq 0.7$$

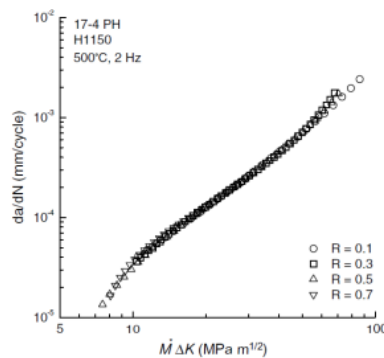
dove:

- M^* è un fattore che tiene conto degli effetti del rapporto nominale dei ciclo
- R^* è il rapporto nominale di ciclo critico, che individua il cambiamento del meccanismo di propagazione delle cricche
- γ è un parametro dipendente dal materiale
- A_1 , A_2 e A_3 sono coefficienti sperimentali ricavati per best fitting

Figure: Curve FCGR al variare di R , ottenute con l'Approccio di Kujawski modificato e ricavate in funzione di K^* per diversi trattamenti a 400 °C: (a) Condizione A, (b) H900 (c) H1150



Curva FCGR al variare del rapporto nominale di ciclo, ottenuta con l'Approccio di Kujawski modificato e ricavata in funzione di K^* per la Condizione H1150 a 500 °C



Confrontando i grafici ricavati con l'approccio di Kujawski classico e con quello modificato, si osserva che l'approccio modificato consente di ottenere risultati con una banda di dispersione più stretta alla temperatura di 400 °C, mentre a 500 °C i dati si dispongono quasi tutti sulla stessa linea; di conseguenza tale metodo risulta essere migliore, in modo particolare perché pone maggiormente rilevanza sul rapporto nominale di ciclo.

5 FATICA TERMO-MECCANICA

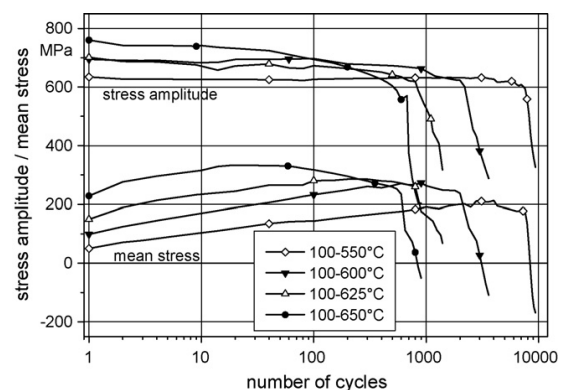
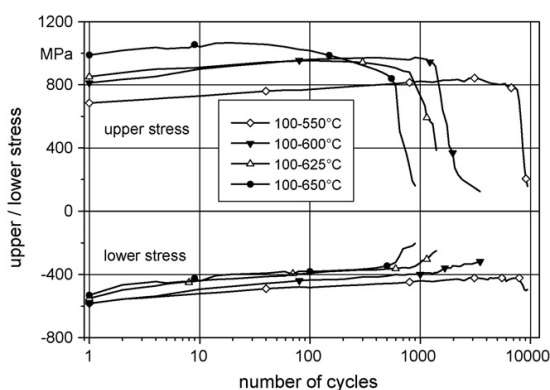
5.1 Generalità

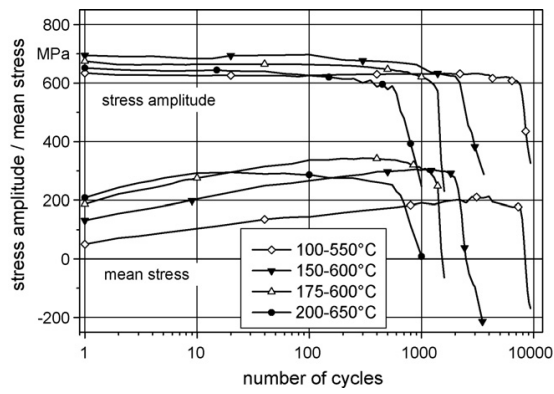
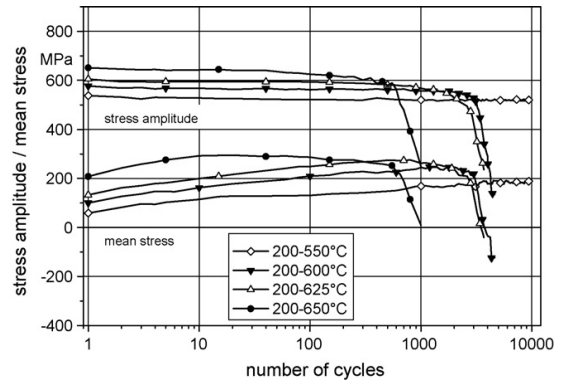
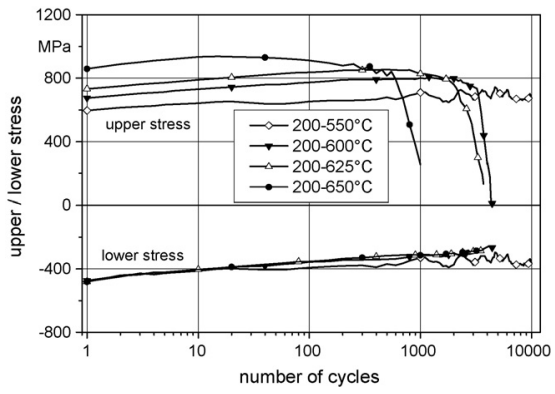
Quando un componente è soggetto a fatica termo-meccanica (solitamente in applicazioni a temperature più elevate di quella propria di rinvenimento), avviene l'accrescimento dei carburi precipitati e la formazione di particolari strutture di dislocazioni dotate di una mobilità superiore, che causano quindi l'incremento prematuro dell'ampiezza della deformazione plastica. Contemporaneamente, ma solo per i primi cicli, si verifica un debole effetto di incrudimento che viene tanto meno evidenziato, quanto più alte sono la temperatura di esercizio e l'ampiezza della tensione.

Durante i primi cicli, l'ampiezza della tensione si mantiene circa costante, mentre la tensione massima tende a calare e quella minima a crescere in valore assoluto, a causa dell'incremento di temperatura; questo produce una riduzione della tensione media e un aumento dell'ampiezza della deformazione plastica. La deformazione plastica tuttavia compare principalmente durante la fase di compressione ad elevate temperature, provocando così un aumento della tensione media di trazione che funge da compensazione per la riduzione di lunghezza subita dal campione.

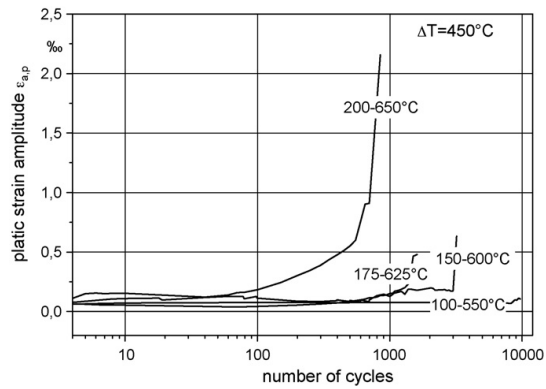
La vita residua di un componente soggetto a fatica termica viene ridotta all'aumentare della temperatura massima del ciclo, ma anche al crescere del ΔT .

Dalle figure seguenti si nota che per prove con la stessa temperatura massima, i provini con temperatura minima di 100°C hanno una vita residua inferiore rispetto a quelli con temperatura minima di 200°C, poiché un ΔT maggiore causa un aumento dell'ampiezza delle tensioni (quindi anche della tensione media). Infine, a parità di ΔT , temperature minime più basse portano a vite residue maggiori.





A parità di ΔT , temperature minime più alte comportano anche ampiezze di deformazione plastica maggiori.



5.2 Effetto dello sfasamento tra carico meccanico e termico

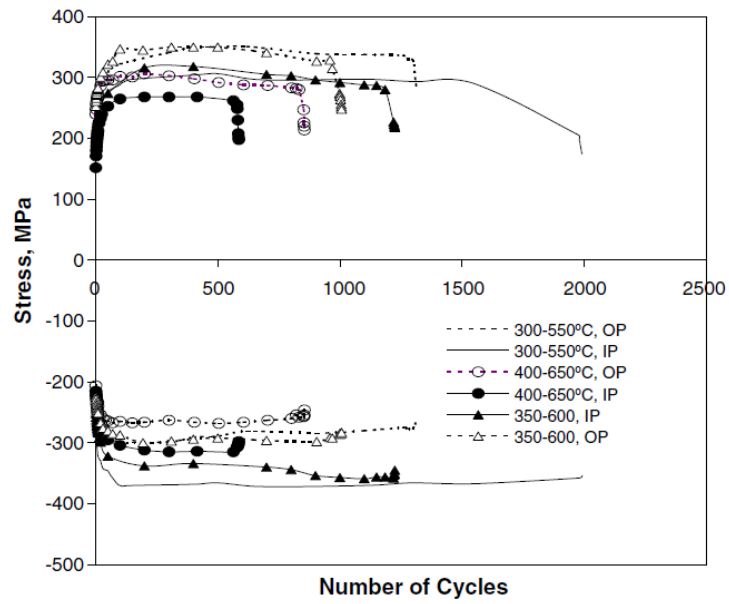
Nella fatica termica anche lo sfasamento tra carico meccanico e termico è molto importante; infatti prove IP (in fase) e OP (in opposizione di fase) di solito forniscono risultati diversi per quanto riguarda la vita di un componente.

Per esempio, nel caso di un acciaio austenitico 316L(N), la vita nelle prove OP è inferiore rispetto a quella dei test IP nella situazione in cui la temperatura massima di ciclo è inferiore a 600 °C, in quanto si sviluppano livelli di tensione più elevati e questo favorisce una prematura nucleazione e una più rapida propagazione di cricche. Quando si entra nel dominio del creep ($T_{\max} = 650$ °C) invece i test IP diventano i più critici.

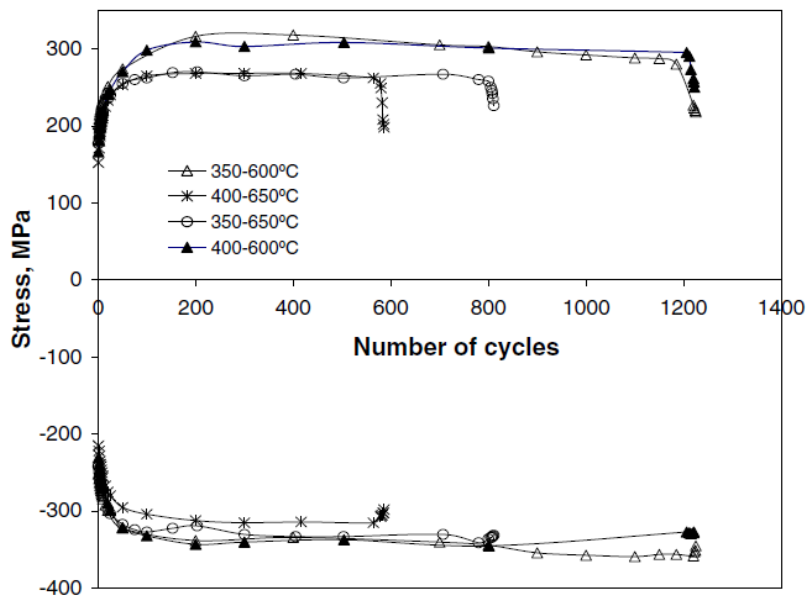
A metà della vita utile, il materiale sottoposto ad un ciclo in opposizione di fase mostra un effetto di softening più pronunciato rispetto al ciclo in fase, e in entrambe le situazioni si verifica la comparsa di un comportamento anelastico già per piccole ampiezze di deformazione.

ΔT (°C)	$\Delta \epsilon_{\text{mech}}$ (%)	IP/OP	σ_{mean} (MPa)	TMF life
300–550	± 0.4	IP	–46	2093
		OP	+31	1312
350–600	± 0.4	IP	–27	1210
		OP	+30	1000
400–650	± 0.4	IP	–22	873
		OP	+15	853
350–650	± 0.4	IP	–34	811
		OP	+16	1256
400–600	± 0.4	IP	–15	1221
		OP	+17	709
400–650	± 0.25	IP	–9	2034
		OP	+16	3485
400–650	± 0.6	OP	+10	472
400–650 ^a	± 0.6	IP	–17	750
		OP	+13	3000

Andamento ciclico della tensione nel caso di test OP e IP



Influenza del range di temperatura sull'andamento della tensione in test IP



Dalla figura precedente si nota che, quando il componente è in prossimità della fine vita, le proprietà di resistenza calano drasticamente fino alla rottura.

5.3 *Previsione della vita a fatica termo-meccanica*

5.3.1 *Metodo di Ostergren*

Poiché le prove TMF sono lunghe e costose, è stato necessario formulare un metodo che permettesse di usare i dati ricavati da prove LCF per stimare la vita a fatica termo-meccanica.

Siccome il danneggiamento a fatica è di solito causato dalla deformazione plastica ciclica, si è cercato di correlare l'energia di deformazione plastica ($\Delta W = \alpha \sigma_T \Delta \varepsilon_p$) al numero di cicli precedenti alla rottura e, a tal fine, Ostergren ha proposto la seguente funzione di danneggiamento:

$$N_f = L(\sigma_{MAX} \cdot \Delta \varepsilon_p)^\eta$$

dove:

- α , L e η sono parametri del materiale ricavabili da prove LCF
- σ_{MAX} è il valore della tensione di picco di trazione ricavata a metà vita (σ_T)
- $\Delta \varepsilon_p$ è la deformazione plastica considerata a metà vita

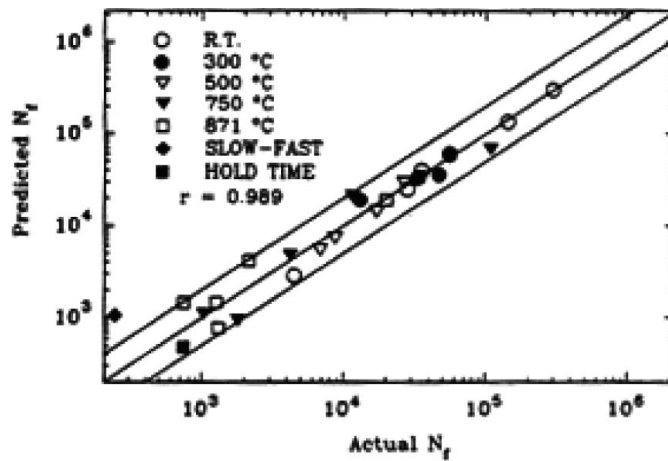
L'equazione può essere modificata per tenere in considerazione tutti i fenomeni varianti nel tempo, che non entrano quindi in gioco nel processo isothermico:

$$N_f = L(\sigma_{MAX} \cdot \Delta \varepsilon_p)^\eta \cdot (\nu^*)^{(1-k)}$$

dove:

- k è una costante dipendente dal materiale
- la frequenza effettiva $\nu^* = (\tau + \Delta \tau)^{-1}$ e τ è il tempo del ciclo, mentre $\Delta \tau$ è il tempo per ciclo in cui è presente il creep

Nel diagramma riportato nella pagina successiva viene eseguito un confronto tra i cicli previsti con il modello sopraccitato e quelli effettivamente registrati nei test sperimentali, condotti sull'acciaio inossidabile austenitico 304. Si nota che i dati sperimentali ricadono abbastanza bene all'interno dell'intervallo di previsione, tranne nel caso di prove eseguite a 871 °C.



5.3.2 Metodo della separazione della frequenza (Frequency Separation Method)

Questo metodo ha l'obiettivo di tenere in considerazione gli effetti dovuti alla frequenza del carico meccanico applicato. A partire dalla relazione tra deformazione e vita residua di Manson-Coffin, è stata ricavata la seguente espressione:

$$\Delta\varepsilon_p = C(N_f \cdot \nu^{k-1})^{-\beta}$$

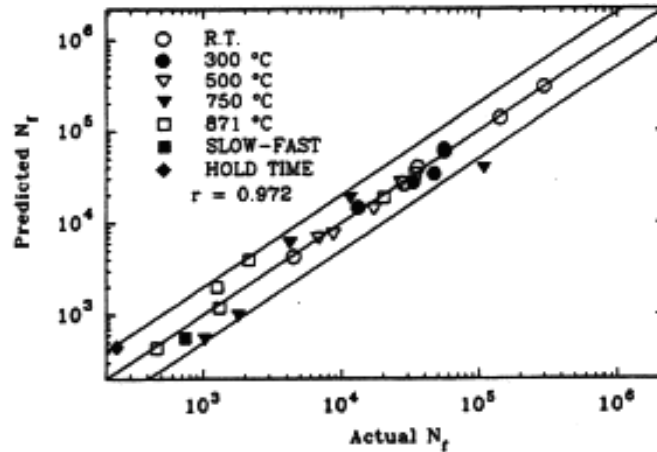
Tuttavia questa espressione può essere utilizzata solo nel caso in cui il carico applicato sia simmetrico, mentre nella situazione di carico non-simmetrico (presenza di velocità di deformazione sia di trazione che di compressione) tale relazione deve essere corretta:

$$N_f = C\Delta\varepsilon_p^\beta \nu^{k-1} \left(\frac{\nu_c}{\nu_t}\right)^c$$

dove:

- C, β , k e c sono delle costanti
- ν_c è la frequenza di compressione
- ν_t è la frequenza di trazione

Nel grafico seguente viene eseguito un confronto tra i cicli previsti con il modello sopraccitato e quelli effettivamente registrati nei test sperimentali, condotti su un acciaio della serie Haynes Alloy 556 (lega di Nichel, Cromo e Cobalto che combina un'ottima resistenza ad ambienti aggressivi con una buona resistenza all'ossidazione, fabbricabilità ed eccellente resistenza alle alte temperature). Si nota che i dati sperimentali ricadono abbastanza bene all'interno dell'intervallo di previsione, tranne nel caso di prove eseguite a 750 °C.



5.3.3 Modello Tensione-Deformazione-Tempo (Stress-Strain-Time, SST)

Questo modello, proposto da Bernstein, utilizza la tensione, la deformazione e il tempo per stimare la vita a fatica:

$$N_f = A \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_4$$

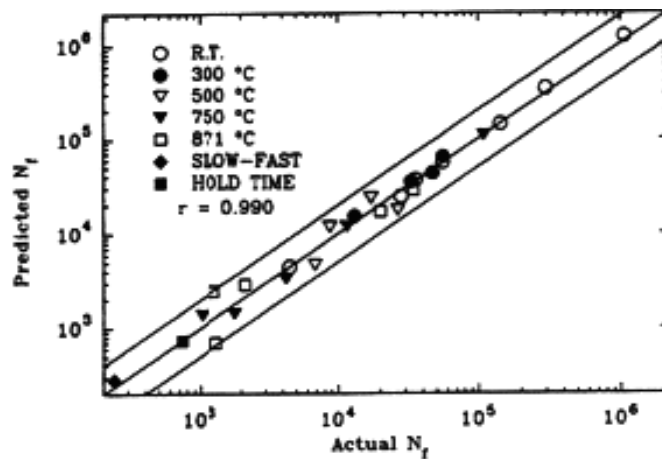
$$T_1 = \left(\frac{\Delta \varepsilon_p}{A_c}\right)^b \quad T_2 = \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_y}\right)^c \quad T_3 = (\tau_t)^d \quad T_4 = \left(\frac{\tau_c}{\tau_t}\right)^e$$

dove:

- A_c è un coefficiente inerente alla duttilità in condizioni di fatica
- σ_t e σ_y sono rispettivamente la tensione di trazione e la tensione di snervamento
- τ_t e τ_c rappresentano rispettivamente il periodo di trazione e quello di compressione
- A , b , c , d , e sono delle costanti di natura sperimentale

Questo è un metodo che contiene diverse parti di altri modelli matematici ed è molto versatile, in quanto l'espressione che lo caratterizza è composta da molteplici termini, che vengono introdotti nel calcolo solamente quando necessario, in base alle condizioni di esercizio.

Tuttavia, questo metodo richiede un elevato numero di dati sperimentali per la stima delle costanti, ma alla fine risulta essere quello più preciso, poiché tutti i cicli effettivamente registrati nei test (condotti su un acciaio della serie Haynes Alloy 556) ricadono all'interno delle bande, che rappresentano i cicli previsti con tale modello (come evidenziato nella figura seguente).



6 FATICA TERMO-MECCANICA NEI GIUNTI SALDATI

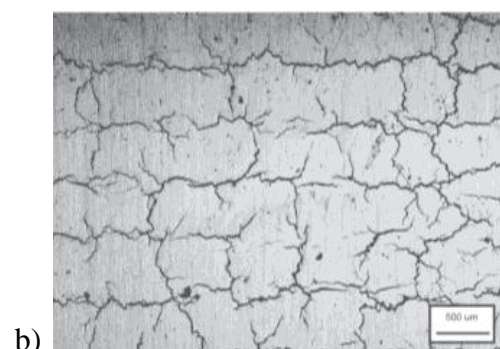
La progettazione di giunti saldati soggetti a fatica termica richiede una maggiore attenzione rispetto al caso di carichi statici, in quanto la fatica unita all'effetto termico ha un peso ancora più rilevante nella situazione di un bimateriale. Pertanto l'aspetto su cui bisogna porre l'attenzione è l'interazione tra materiale d'apporto e materiale base.

6.1 *Nucleazione delle cricche*

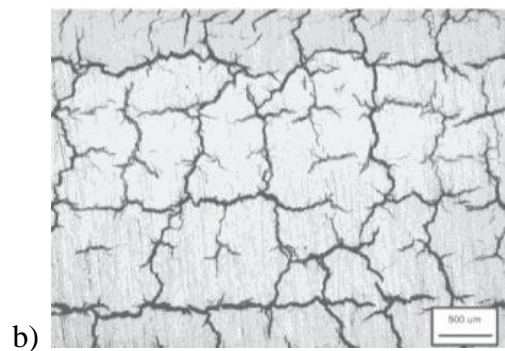
Il materiale d'apporto usato nei giunti saldati è un fattore che influenza la nascita e la propagazione delle cricche nella fatica termica: all'aumentare del contenuto di silicio, le cricche si formano in corrispondenza di un numero di cicli inferiore.

Le figure seguenti mostrano la nascita e la propagazione di cricche in superficie, al variare del numero di cicli, in provini dotati di un contenuto diverso di silicio nel materiale d'apporto (il provino1 è dotato di un contenuto inferiore). E' stato utilizzato l'AISI H13 come materiale base poiché viene usato di frequente in campo industriale, grazie al suo elevato contenuto di cromo che migliora la resistenza al softening alle alte temperature.

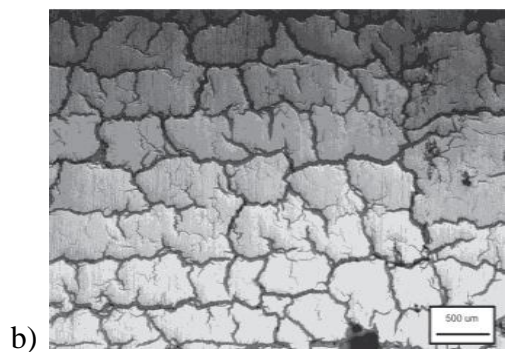
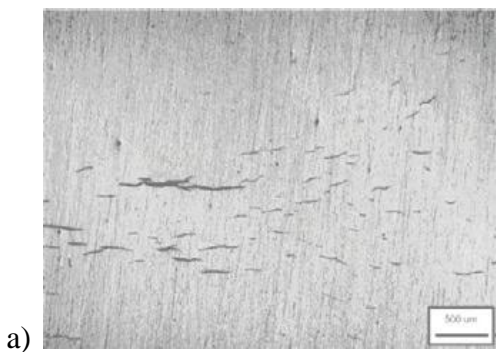
Dalle figure seguenti, si può notare che dopo 2500 cicli nel provino1 non sono presenti cricche nella superficie (a), mentre quest'ultime sono già comparse nel provino2 (b).



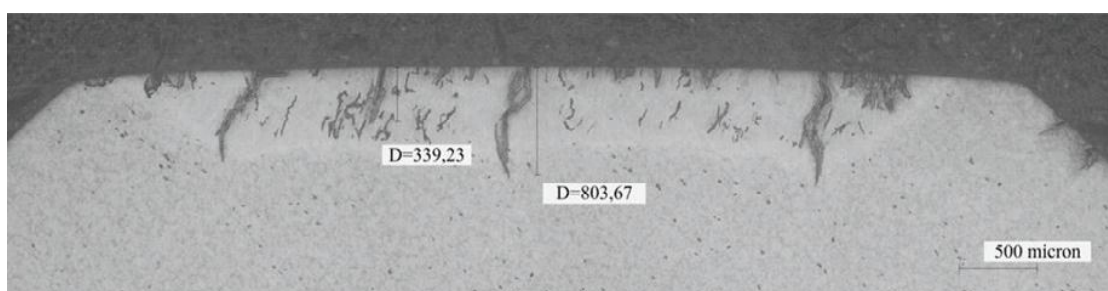
Dopo 5000 cicli nel provino2 (b) è avvenuta una densificazione delle cricche mentre il provino1 (a) è rimasto pressoché intatto.



Infine a 7500 cicli iniziano a formarsi delle cricche sulla superficie del provino1 (a), mentre nel provino2 (b) le cricche sono per la maggior parte connesse tra di loro, formando una sorta di reticolo.



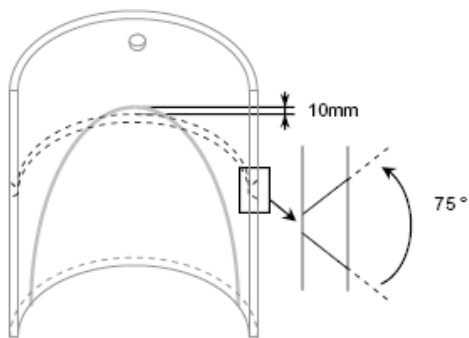
In particolare, le cricche nel provino2 si propagano all'interno del materiale base, mostrando una superficie di frattura tipica del Modo1 (frattura quasi fragile), come evidenziato dalla figura seguente.



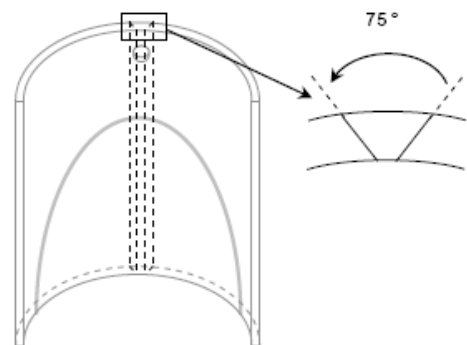
Oltre alla tipologia del materiale d'apporto, la nucleazione e la propagazione delle cricche è influenzata anche dall'orientazione del giunto rispetto al carico applicato.

Prendendo come riferimento una saldatura circonferenziale ed una longitudinale in un tubo costituito dall'acciaio austenitico 316L, se il giunto è parallelo alla direzione principale del carico, le cricche nascono sul giunto in corrispondenza dell'apice della zona di raffreddamento (indicata nelle figure seguenti con una parabola) e si propagano in direzione perpendicolare al giunto, con velocità calante allontanandosi da esso; se invece il giunto è perpendicolare alla direzione principale del carico, la cricca si forma in un primo momento nell'interfaccia tra metallo base e giunto saldato e successivamente si propaga velocemente.

Saldatura circonferenziale



Saldatura longitudinale

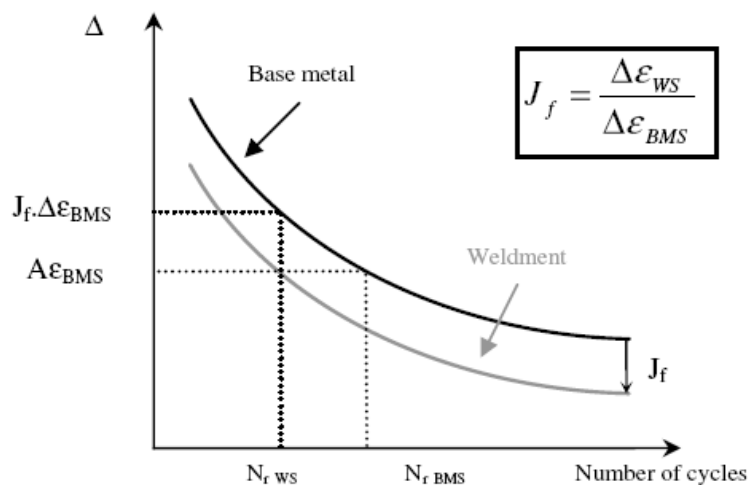


6.2 Previsione della resistenza a fatica

Questo metodo viene utilizzato dall'industria nucleare francese e consiste nell'utilizzo del fattore di riduzione J_f , che rappresenta l'amplificazione che deve subire il range di deformazione in un componente strutturale non saldato ($\Delta\varepsilon_{BMS}$), per uguagliare il range di deformazione a cui è soggetto lo stesso componente saldato ($\Delta\varepsilon_{WS}$):

$$\Delta\varepsilon_{WS} = J_f \cdot \Delta\varepsilon_{BMS}$$

Curva $\Delta\varepsilon_{eq}$ - N per l'acciaio inossidabile austenitico 316L (in questo caso $J_f = 1.25$)



Questo approccio permette di tenere in considerazione l'effetto del bimateriale e l'eventuale presenza di tensioni residue, tuttavia tende lievemente a sottostimare la vita a fatica, in quanto riduce la differenza tra i valori assunti nei casi di giunto saldato e di metallo base.

Infine, è necessario notare che la maggior parte delle osservazioni fatte sul comportamento a fatica dei giunti saldati presenti in letteratura sono riferite a giunti rasati, e questa potrebbe essere una condizione più favorevole rispetto a quella di giunti non rasati, che potrebbe invece portare alla nucleazione prematura di cricche all'interfaccia tra giunto e materiale base.

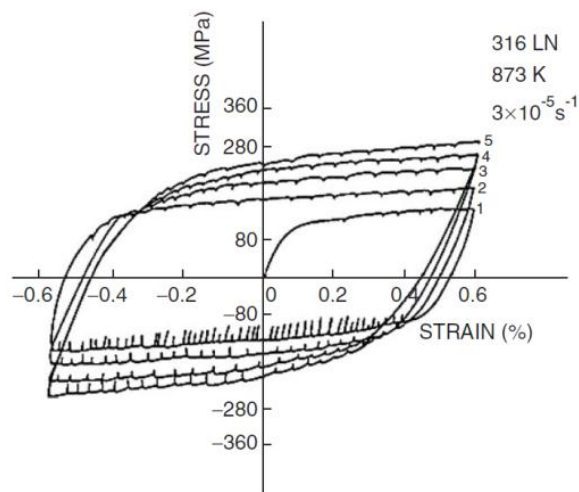
7 EFFETTI TERMICI DIPENDENTI DAL TEMPO

7.1 Generalità

Poiché la fatica non è un fenomeno statico, se combinato ad elevate temperature sarà soggetto a tutti quei processi dipendenti dal tempo come il creep, l'ossidazione, la trasformazione di fasi secondarie e il dynamic strain aging (DSA).

Il **DSA** provoca numerosi effetti:

- favorisce un aumento dei meccanismi di scorrimento planare, portando così ad un incremento della densità di cricche intergranulari e ad una riduzione della vita a fatica
- determina un picco nella tensione di flusso e nella costante di Hall-Petch
- ha una maggiore influenza sulla tensione ultima a rottura, rispetto alla tensione di snervamento
- causa un incrudimento ciclico in corrispondenza di range di temperatura inferiori a quelli di creep, riducendo quindi la duttilità
- provoca una specie di dentellatura nell'andamento del ciclo di isteresi tensione-deformazione (figura seguente: 316L(N) sottoposto a fatica isoterma a 600°C)



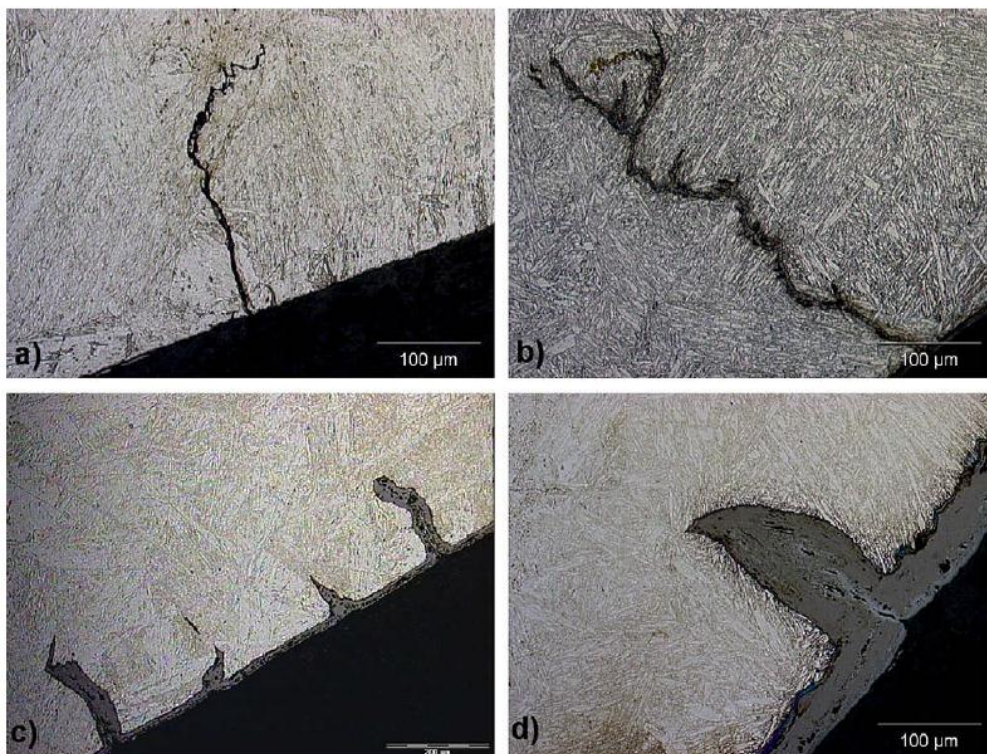
L'**ossidazione** ad alte temperature accelera invece la formazione di cricche durante i lunghi tempi di mantenimento dei test, penetrando all'interno del materiale e danneggiando i bordi grano.

Tuttavia il fenomeno che influenza maggiormente la fatica ad alte temperature è il **creep**, che interagisce con essa in maniera sinergica. Tale interazione dipende da diversi fattori:

- composizione chimica del materiale
- microstruttura
- trattamenti termici
- livello di tensione o di deformazione
- tempo di mantenimento
- frequenza del test
- storia del carico
- temperatura

L'interazione creep-fatica provoca un cambiamento della morfologia delle cricche; infatti nel caso di fatica pura le cricche tendono ad essere strette e molto ramificate, mentre con l'aggiunta del creep diventano rettilinee, molto più ampie e ricoperte da uno strato ossidato.

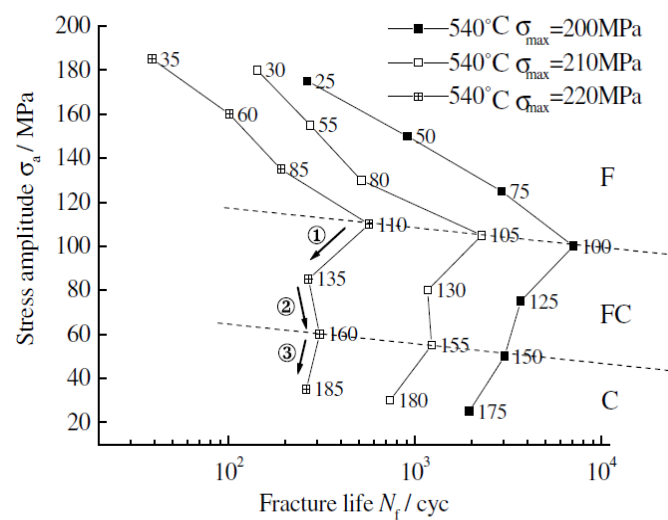
La figura seguente mette in evidenza questo aspetto, riportando la superficie di frattura di provini soggetti a fatica pura nel caso (a) dell'acciaio T1 (acciaio martensitico rinforzato con il 0.2% di Ti) e (b) dell'acciaio VY2 (acciaio martensitico rinforzato con il 0.007% di boro) e soggetti a creep-fatica nel caso (c) dell'acciaio T1 e (d) dell'acciaio VY2.



Infine, è importante precisare il fatto che la vita a fatica viene influenzata dall'ampiezza della tensione (σ_a) mentre il creep dalla tensione media (σ_m).

Partendo dalle quattro mappe di fatica-creep definite da Chen, si è notato che quando l'ampiezza della tensione è minore della tensione media (dopo una breve interazione tra fatica e creep), la vita del componente viene ridotta rapidamente e la duttilità raggiunge il suo valore minimo.

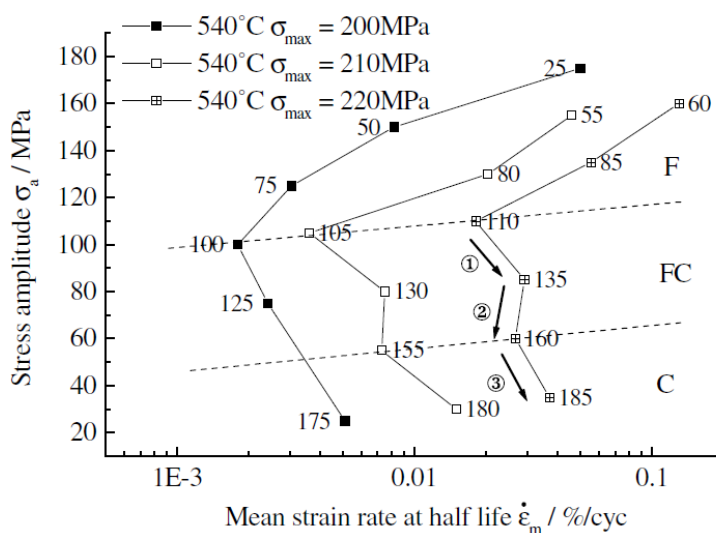
Prima mappa



Dalla prima mappa si può dire che:

- quando $\sigma_a > \sigma_m$ il numero di cicli N_f è basso
- quando invece $\sigma_a < \sigma_m$, N_f tende a calare rispetto al suo valore massimo, ossia alla situazione in cui σ_a e σ_m sono uguali (stadio 1)
- se σ_a inizia a calare e σ_m ad aumentare, N_f tende invece a crescere (stadio 2)
- quando $\sigma_a \ll \sigma_m$ N_f diminuisce di nuovo (stadio 3)

Seconda mappa

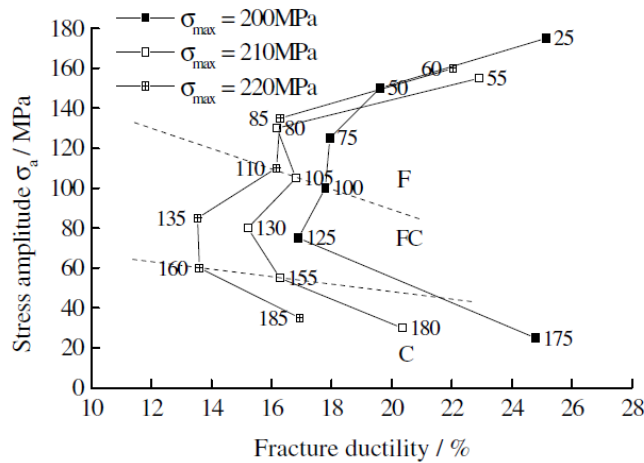


Dalla seconda mappa si può dedurre che:

- quando $\sigma_a \geq \sigma_m$ l'effetto della σ_a è più rilevante di quello della σ_m e quindi un incremento della σ_a provoca un aumento significativo della $\dot{\epsilon}_m$, portando così ad un calo di N_f
- quando invece $\sigma_a < \sigma_m$ entrambe le tensioni giocano un ruolo importante nel meccanismo di danneggiamento e quindi un incremento della $\dot{\epsilon}_m$ provoca un calo brusco di N_f (stadio 1)
- quando σ_a inizia a calare e σ_m ad aumentare, l'interazione tra creep e fatica diventa sempre più debole, provocando un calo di $\dot{\epsilon}_m$ e un piccolo incremento di N_f (stadio 2)
- quando $\sigma_a \ll \sigma_m$ il meccanismo di danneggiamento dominante risulta essere il creep (σ_m maggiore) e così N_f inizia a calare al crescere di $\dot{\epsilon}_m$ (stadio 3)

Concludendo, la $\dot{\epsilon}_m$ viene influenzata dalla tensione maggiore (σ_a o σ_m) e raggiunge il suo valore minimo quando le due sono uguali. Pertanto si può dire che quando $\sigma_a > \sigma_m$ il fattore rilevante nel meccanismo di esaurimento della duttilità del materiale è il creep ciclico; mentre quando $\sigma_a < \sigma_m$ il fattore rilevante è il creep statico.

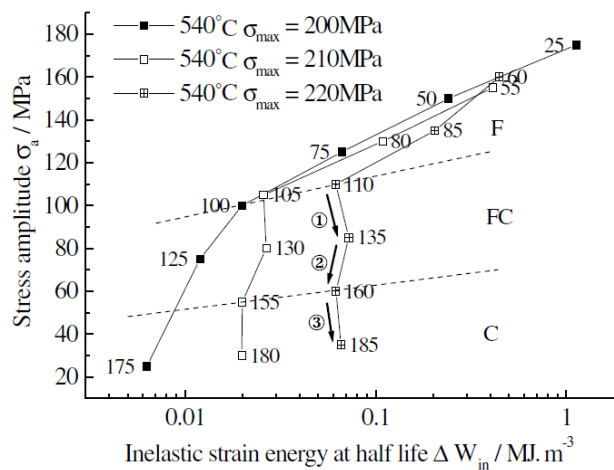
Terza mappa



Dalla terza mappa si può osservare che:

- quando la fatica è il fattore dominante, la duttilità incrementa con la σ_a e l'effetto della σ_{max} è poco rilevante
- quando invece il creep è il fattore dominante, la duttilità incrementa con la σ_m e quindi l'effetto della σ_{max} è considerevole
- quando l'interazione tra creep e fatica è drastica, la fatica provoca un creep ciclico che si aggiunge all'effetto già presente del creep statico e questo genera un ulteriore esaurimento della duttilità

Quarta mappa



ΔW_{in} rappresenta l'energia di deformazione plastica. Essa incrementa gradualmente con la σ_a , anche se il suo andamento dipende dall'interazione tra σ_a e σ_m ; infatti quando $\sigma_a < \sigma_m$ l'incremento di ΔW_{in} è minore rispetto al caso in cui $\sigma_a \geq \sigma_m$.

7.2 Modelli di previsione della vita nel caso di interazione tra creep e fatica

7.2.1 Modello basato sulla velocità di deformazione media valutata a metà vita ($\dot{\epsilon}_m$)

Il fattore che influenza maggiormente la vita di un componente quando soggetto contemporaneamente a creep e fatica (nella situazione di prove condotte in controllo di carico) è la velocità di deformazione media, che favorisce l'esaurimento della duttilità del materiale in condizioni di creep ciclico e di creep statico. Una volta raggiunte le condizioni critiche di duttilità, avviene la frattura del materiale.

Il danno provocato dall'interazione creep-fatica in ogni ciclo è:

$$\frac{dD}{dN} = \frac{1}{\epsilon_f} \frac{d\epsilon_{in}}{dN} = \frac{1}{\epsilon_f} \frac{d(\epsilon_{cc} + \epsilon_c)}{dN}$$

dove:

- ϵ_f rappresenta la duttilità a frattura del materiale
- ϵ_{in} è la deformazione anelastica
- ϵ_{cc} è la deformazione derivante dal creep ciclico
- ϵ_c è la deformazione causata dal creep accumulata dopo N-1 cicli

A partire dal concetto del danneggiamento continuo derivante dalla tensione effettiva (CDM), la deformazione di creep ciclico può essere scritta come:

$$\frac{d\epsilon_{cc}}{dN} = \left[\frac{\sigma_{max}}{A(1-D)} \left(\frac{1-R}{1+R} \right)^K \right]^m$$

dove:

- σ_{max} è la tensione massima
- R è il rapporto nominale di ciclo
- A e m sono parametri tipici del materiale e dipendono dalla temperatura
- K è una costante tipica del materiale, correlata alla temperatura e alla frequenza del carico
- D è il danneggiamento del N-esimo ciclo

La deformazione anelastica può essere espressa dalla seguente relazione:

$$\frac{d\varepsilon_{in}}{dN} = \left[\frac{\sigma_{eqv}}{A(1-D)} \right]^m = \left[\frac{g(\sigma_{max}, R, t_h, \dot{\sigma}, \dots)}{A(1-D)} \right]^m$$

dove σ_{eqv} è la tensione equivalente che rappresenta tutti gli effetti inerenti alle tensioni, al tempo di mantenimento (t_h) e a tutti quei parametri dipendenti dal tempo.

Facendo le opportune sostituzioni ed integrando l'equazione iniziale, si ottiene che:

$$N_f = \frac{\varepsilon_f(1-D_0)}{\varepsilon_m^{\dot{}}(m+1) \cdot (0.5)^{\frac{m}{m+1}}}$$

dove D_0 è il danneggiamento iniziale.

Poiché è molto difficile stimare il parametro ε_f , in quanto dipendente da diverse condizioni di carico, è conveniente esprimere la duttilità a frattura del materiale con una legge di potenza del tipo $\varepsilon_f = \alpha \varepsilon_m^{\dot{\beta}}$ e così l'equazione precedente diventa:

$$N_f = \frac{\alpha(1-D_0)}{(m+1) \cdot (0.5)^{\frac{m}{m+1}}} \varepsilon_m^{\dot{\beta}-1}$$

Definendo $k_1 = \frac{\alpha(1-D_0)}{(m+1) \cdot (0.5)^{\frac{m}{m+1}}}$ e $k_2 = \beta - 1$, l'espressione assume la forma finale:

$$N_f = k_1 \varepsilon_m^{\dot{k}_2}$$

7.2.2 Modello basato sul range di deformazione plastica

Questo metodo esprime il numero di cicli che determinano la rottura del materiale come:

$$N_f = N_i + N_p$$

dove:

- N_i è il numero di cicli necessario alla nucleazione di una cricca
- N_p è il numero di cicli necessario alla propagazione di una cricca

Secondo Tanaka e Mura, N_i ha la seguente espressione:

$$N_i = \frac{\alpha}{d} \left(\frac{1}{\Delta \epsilon_p^2} \right)$$

con:

- α è una costante dipendente dalla temperatura
- d è la dimensione dei grani
- $\Delta \epsilon_p$ è il range di deformazione plastica macroscopico applicato ad ogni ciclo

Mentre il numero di cicli necessario alla propagazione di una cricca può essere stimato con l'integrale:

$$N_p = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{da/dN}$$

dove:

- a_c è rapporto tra il raggio del provino e il numero stimato di cricche in propagazione
- a_0 è un parametro caratteristico del materiale
- $\frac{da}{dN}$ secondo l'espressione di Tomkins (valida nella fatica oligociclica) vale:

$$\frac{da}{dN} = \frac{\pi^2 \Delta \epsilon_p \Delta \sigma^2}{8 (2\bar{T})^2} \cdot a \cdot \left[1 + \frac{\pi^2 (\Delta \sigma)^2}{8 (2\bar{T})^2} \right]$$

con:

- $\Delta \sigma$ è il range di tensione applicato
- a è la lunghezza della cricca
- \bar{T} è la tensione residua di trazione

7.2.3 Modello proposto da Soo Woo Nam

Questo modello è valido per gli acciai inossidabili austenitici, la cui vita viene ridotta principalmente dal fenomeno della cavitazione a bordo grano, quando soggetti contemporaneamente a fatica e a creep. Queste cavità si formano in corrispondenza dei carburi precipitati a bordo grano, durante i periodi di mantenimento in cui viene applicata la componente di trazione (in test in controllo di deformazione), e tendono a crescere all'aumentare del numero dei cicli. La formazione delle vacanze è determinata dalla fatica, mentre il loro sviluppo dal creep, che favorisce il rilassamento della tensione di picco.

Secondo questo modello, il numero di cavità nucleate per unità di area di bordo grano è direttamente proporzionale alla deformazione plastica:

$$n = P \cdot N \cdot (\Delta\varepsilon_p)^{m'+1}$$

dove:

- P è il fattore di nucleazione delle cavità, che è correlato alla densità dei precipitati a bordo grano
- N è il numero di cicli
- $\Delta\varepsilon_p$ è il range di deformazione plastica
- m' è una costante numerica ($0.5 \leq m' \leq 2$)

Per descrivere la crescita dell'area delle cavità durante il periodo di mantenimento, è stato sfruttato il modello di Hall-Rimmer, modificando però il termine inerente alla tensione, rendendolo dipendente dal tempo per tenere in considerazione del rilassamento delle tensione provocato dal creep:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{2\pi\delta D_g \Omega \sigma(t)}{kTl}$$

mentre l'area totale dotata di cavità presenta la seguente espressione:

$$A_t = \frac{2}{5} (P \cdot \Delta\varepsilon_p^{m'+1})^{3/2} N^{5/2} \frac{2\pi\delta D_g \Omega}{kT} \int_0^t \sigma(t) dt$$

da cui è possibile ricavare il numero di cicli critico, tale da portare a rottura il materiale:

$$N_{cr} = C(\Delta\varepsilon_p)^{-3(m'+1)/5} \left[\frac{\exp(-Q_g/RT)}{T} \int_0^t \sigma(t) dt \right]^{-2/5}$$

con:

- C è una costante dipendente dal materiale ed è pari a $C = \left(\frac{4\pi\delta D_0\Omega}{5kA_t} \right)^{-2/5} \cdot P^{-3/5}$
- δ è lo spessore del bordo grano
- l è la distanza tra le cavità
- D_g è la diffusività del bordo grano
- Ω è il volume atomico
- $\sigma(t)$ è il termine inerente al rilassamento della tensione di picco durante il tempo di mantenimento
- k è la costante di Boltzman
- T è temperatura espressa in scala assoluta
- Q_g è l'energia di attivazione per la diffusione a bordo grano

Infine, riorganizzando quest'ultima equazione, si può notare la somiglianza con quella di Manson-Coffin:

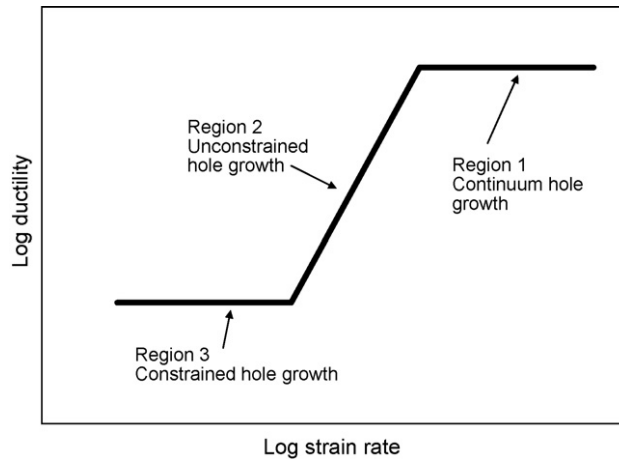
$$\Delta\varepsilon_p \cdot N_f^a = costante$$

$$\left\{ (\Delta\varepsilon_p)^{(m'+1)} \left[\frac{\exp(-Q_g/RT)}{T} \int_0^t \sigma(t) dt \right]^{2/3} \right\} \cdot (N_{cr})^{5/3} = costante$$

7.2.4 Metodo dell'esaurimento della duttilità

Questo metodo si basa sulla crescita di vuoti a bordo grano e sul coinvolgimento della matrice a fenomeni di creep.

Dal grafico seguente in scala doppio-logaritmica, si può notare come la duttilità dipenda in maniera differente dalla velocità di deformazione, individuando tre zone. Procedendo da destra verso sinistra, la prima zona è un plateau in cui le vacanze continuano a crescere; la seconda zona è governata dalla diffusione che provoca un calo graduale della duttilità con lo strain rate; infine la terza zona è un nuovo plateau caratterizzato dal rallentamento della crescita delle cavità, a causa del movimento dei grani attigui.



Assumendo un volume costante, la seguente espressione converte la riduzione di area del provino (RA) nella deformazione locale ingegneristica che provoca la rottura:

$$\varepsilon_f^{Locale\ Vera} = \ln \left[1 + \left(\frac{RA}{1 - RA} \right) \right]$$

mentre il danneggiamento provocato dal creep è pari a:

$$d_c = \int_0^{t_h} \frac{\dot{\varepsilon}_c}{\varepsilon_f(\dot{\varepsilon}_c, T)} dt$$

dove $\dot{\varepsilon}_c$ è la velocità di deformazione istantanea provocata dal creep.

7.2.5 Metodo dell'esaurimento della densità di energia di deformazione (SEDE)

La densità di energia di deformazione necessaria a provocare la rottura nelle prove standard che includono il creep terziario (la formazione di microvuoti al bordo grano ed il successivo scorrimento dei grani tra di loro causano un rapido aumento della velocità di deformazione e in breve il materiale arriva a rottura) é:

$$W_f = \sigma \cdot \varepsilon_f$$

introducendo i seguenti parametri:

- strain energy density rate medio: $\dot{W} = \sigma \cdot \dot{\varepsilon}$

- crescita delle cavità: $\dot{r} = A \cdot \sigma$ (dove r è il raggio dei microvuoti e A è una costante)

è possibile ricavare una nuova espressione per la densità di energia di deformazione che porta alla rottura (si verifica quando avviene la coalescenza delle cavità e r equivale alla metà della distanza dei microvuoti, λ):

$$W_f = \frac{\lambda}{2A} \frac{\dot{W}}{\sigma}$$

Tale formulazione può essere ulteriormente modificata, considerando il creep strain rate $\dot{\varepsilon}_c = B\sigma^n$ (dove B e n sono delle costanti) e la corrispondente tensione $\sigma = \left(\frac{\dot{W}}{B}\right)^{1/n+1}$:

$$W_f = \frac{\lambda}{2A} B^{1/(n+1)} \dot{W}^{n/(n+1)}$$

Successivamente Spindler ha semplificato questa espressione attraverso una formulazione maggiormente empirica:

$$W_f = B_1 \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \dot{W}^{n_1}$$

dove B_1 , n_1 e Q sono costanti del materiale.

Infine, ha introdotto una funzione di danneggiamento che ha la forma seguente:

$$d_c^{SED} = \int_0^{t_h} \frac{\dot{W}}{W_f(\dot{W}, T)} dt$$

8 SUPERFICI TECNOLOGICHE PER PROCESSI DI COLATA

Le superfici tecnologiche sono dei rivestimenti di spessore circa pari a due micron che "ingegnerizzano" la superficie dei materiali attraverso l'applicazione di strati di boruri, carburi e nitrucci, che impartiscono al componente un'elevata durezza, resistenza all'usura e inerzia chimica e per questi motivi vengono largamente sfruttate negli stampi per i processi di colata. Tuttavia questi rivestimenti portano alla riduzione della resistenza alla formazione di cricche per fatica termica, in quanto il trattamento superficiale genera un decadimento delle proprietà del materiale.

Tra tutti i tipi dei trattamenti di rivestimento solo quelli interessati da un processo PVD non recano danno al materiale, poiché tale tecnica non interferisce con la distribuzione delle tensioni nel substrato e non modifica le proprietà meccaniche del materiale. Il trattamento migliore è quello duplex (a partire da uno strato nitrucciato, viene applicato uno strato di CrN attraverso un processo di PVD) che garantisce la migliore resistenza alla cricatura e la più bassa densità di cricche, mentre il rivestimento con un singolo strato di CrN consente la migliore inibizione alla propagazione delle cricche. Scegliendo il trattamento duplex, lo strato nitrucciato dovrebbe essere di piccolo spessore per garantire una buona tensione di snervamento, duttilità e resistenza al rinvenimento, in modo tale da ottenere un'ottima combinazione tra riduzione della densità delle cricche, minimizzazione della loro propagazione e mantenimento delle proprietà meccaniche durante l'esposizione termica.

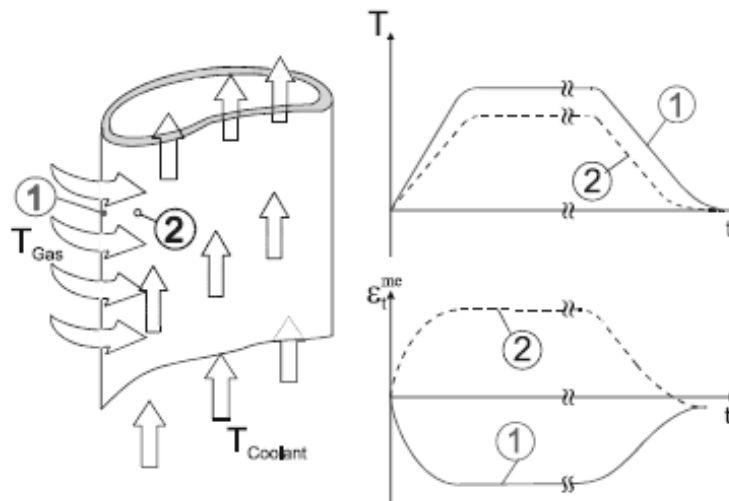
I trattamenti che invece sfruttano la diffusione di particelle per formare ricoprimenti non sono adatti per materiali soggetti a fatica termica, in quanto la natura dura e fragile delle particelle diffondenti (di solito boro e carbonio) promuove la formazione di cricche e la loro propagazione attraverso lo spessore.

Infine, un acciaio dotato di una superficie tecnologica non presenta valori diversi di deformazione superficiale rispetto ad uno privo di tale rivestimento. Questo significa che tale deformazione è controllata da quella del materiale del substrato e quindi questi rivestimenti hanno uno spessore troppo piccolo per interferire sulla distribuzione della temperatura al di sotto della superficie.

9 ESEMPI

9.1 Pale di una turbina in acciaio austenitico 316L soggette a fatica termica

La figura seguente mostra l'andamento del carico termico e quello meccanico in una pala di una turbina. I cicli di riscaldamento e raffreddamento producono differenze di temperatura nei due lati della paletta, e la deformazione termica dell'elemento1 (rappresentante la parte calda della paletta) viene vincolata dall'altra parte della pala, ossia quella fredda (elemento2). Questo provoca la nascita di tensioni meccaniche e la formazione di cricche dovute a fatica termica, al ripetersi di questi cicli termici.

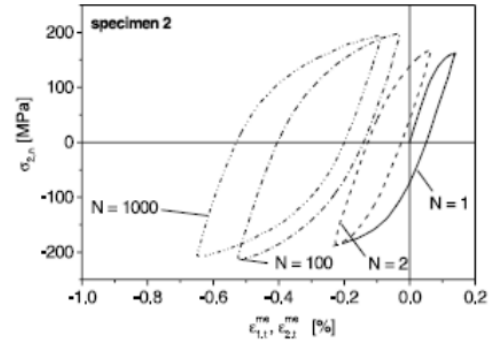
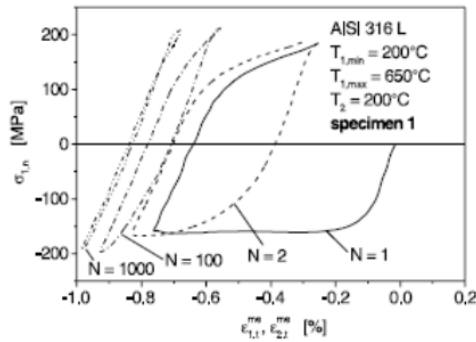


Per studiare l'evoluzione temporale dei carichi termici e meccanici su una pala di una turbina in acciaio austenitico 316L, sono state eseguite delle prove di fatica termo-meccanica complessa (CTMF) su due provini: il provino1 è stato sottoposto ad una variazione di temperature tale che $T_{1,min} = 200^{\circ}C$ e $T_{1,max} = 650^{\circ}C$, mentre il provino2 è stato mantenuto ad una temperatura costante $T_2 = 200^{\circ}C$.

Le deformazioni sono state ricavate attraverso la seguente relazione:

$$\epsilon_i(t) = \epsilon_{tot}^{Meccanica} + \epsilon^{Termica} = \epsilon_{elastica} + \epsilon_{plastica} + \epsilon^{Termica} = \frac{\sigma_n}{E(T)} + \epsilon_{plastica} + \epsilon^{Termica}$$

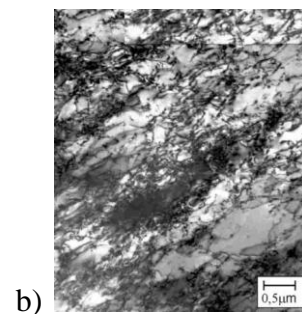
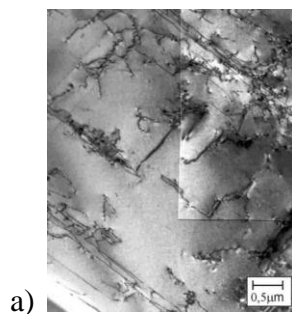
Le figure successive evidenziano invece il ciclo di isteresi generatosi nei due provini, mettendo in relazione la tensione nominale con la deformazione meccanica totale, al variare del numero di cicli.



Si nota che il range di tensione $\Delta\sigma$ ha un andamento crescente fino a cento cicli, per poi calare lievemente al raggiungimento dei mille; mentre la tensione media rimane pressoché costante.

Da queste informazioni è possibile dedurre che avviene un debole fenomeno di incrudimento in entrambi i provini nei primi cento cicli, in quanto entrambi i range di tensione aumentano allo stesso modo; successivamente nel provino2 si verifica una sorta di softening poiché il $\Delta\sigma$ rimane circa costante. Inoltre all'aumentare del numero di cicli, per il provino1 la deformazione totale meccanica (così come quella plastica) continua a decrescere, finché a mille cicli diventa interamente elastica; viceversa nel provino2 la deformazione totale meccanica manifesta un andamento sempre crescente con il ripetersi dei cicli.

Struttura delle dislocazioni per il provino2 (a) e per il provino1 (b) dopo 1000 cicli di CTMF

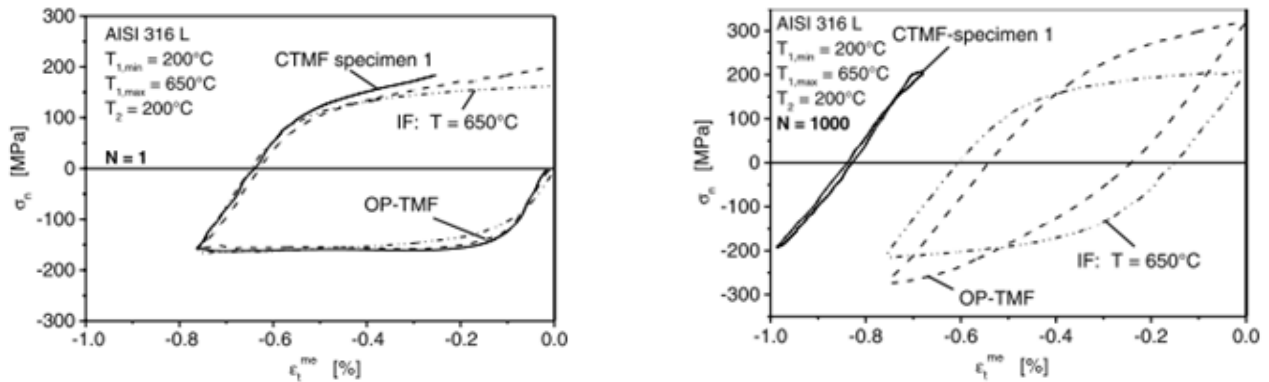


Il provino2 evidenzia un leggero fenomeno di softening e rivela una struttura delle dislocazioni principalmente planare con alcune piccole aree dotate di una disposizione irregolare, presenti a causa dell'interazione tra il movimento delle dislocazioni e la diffusione degli atomi di carbonio.

Nel provino1 invece si osserva una struttura di dislocazioni più ampia, che provoca un effetto di maggiore incrudimento, causato da un'inferiore mobilità media delle dislocazioni, indotta dalla presenza di atomi di carbonio che si sono diffusi per la presenza di un ΔT maggiore. Questo incrudimento ciclico genera un aumento della tensione massima e di quella minima.

9.1.1 Confronto tra prove di CTMF, di OP-TMF e di IF a 650°C sul provino1

Le figure seguenti mostrano il ciclo di isteresi di tensione-deformazione per N=1 e N=1000, ricavato nei test CTMF, OP-TMF e IF a 650°C.



Si nota che nel primo ciclo di riscaldamento/raffreddamento le tre curve (CTMF, OP-TMF e IF) sono pressoché coincidenti, tuttavia nei casi di OP-TMF e IF alla fine del primo ciclo la variazione temporale della deformazione porta ad una deformazione meccanica nulla, mentre nella CTMF si verifica creep ciclico in corrispondenza di una deformazione meccanica pari a -0.3%. Di conseguenza, alla fine del primo ciclo, si riscontra un livello di tensione più alto nel caso della OP-TMF rispetto alla CTMF, che rimane comunque inferiore a quello rilevato nella IF, poiché tale prova è stata condotta ad una temperatura costante e quindi è stata generata una resistenza inferiore in opposizione alla deformazione plastica.

All'aumentare del numero dei cicli, nella CTMF la deformazione meccanica totale diventa negativa per poi raggiungere il valore nullo a 1000 cicli, mentre nella OP-TMF e nella IF l'ampiezza della deformazione plastica tende a calare, ma in maniera meno pronunciata. Allo stesso modo, a causa della presenza di un incrudimento più evidente, l'ampiezza della tensione aumenta in maniera più considerevole nella OP-TMF rispetto alla IF.

La figura seguente mostra l'andamento della tensione massima, media e minima (σ_{max} , σ_m , σ_{min}) e dell'ampiezza della deformazione plastica $\epsilon_{a,p}$ rispetto al numero di cicli N.

Viene evidenziato il fatto che un incrudimento ciclico è più pronunciato nel caso della OP-TMF.

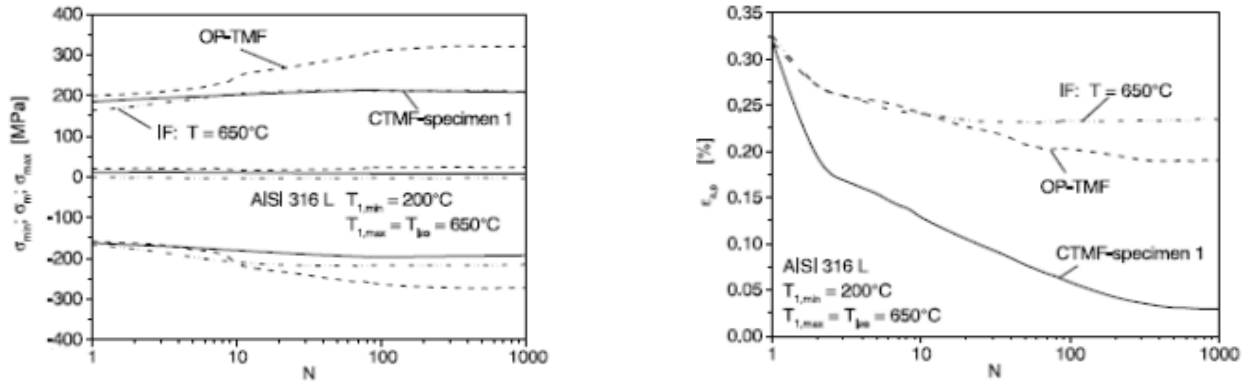
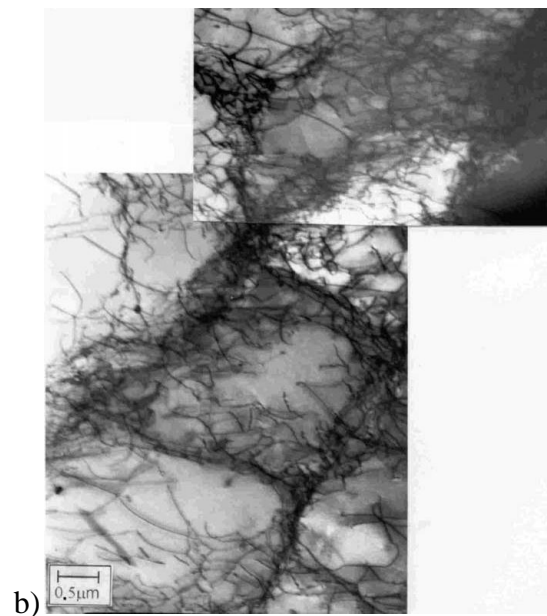
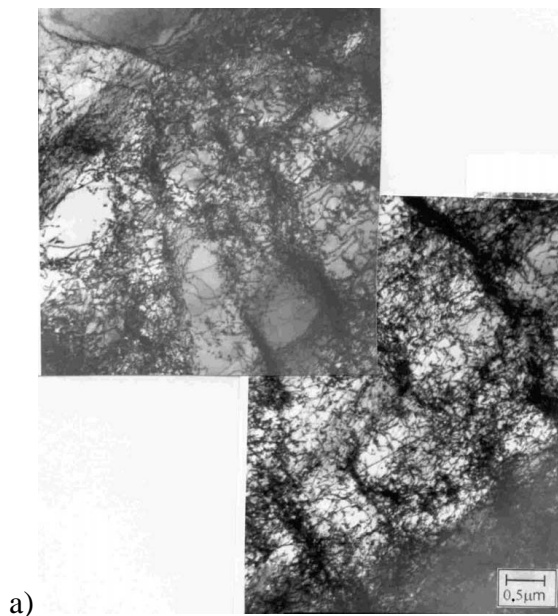
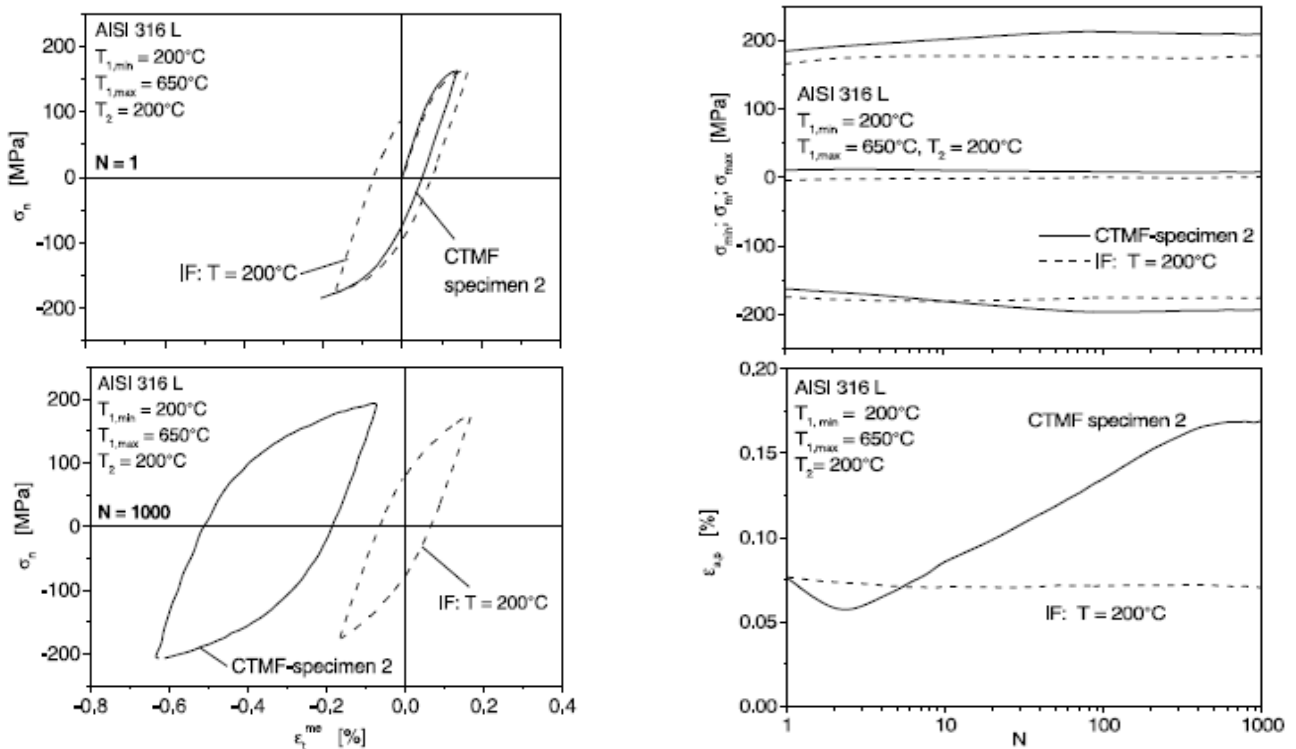


Figure: Struttura delle dislocazioni:

a) elevata densità per la OP-TMF, b) struttura a celle per la IF (dovuta alla presenza di creep)



9.1.2 Confronto tra prove di CTMF e di IF a 200°C sul provino2

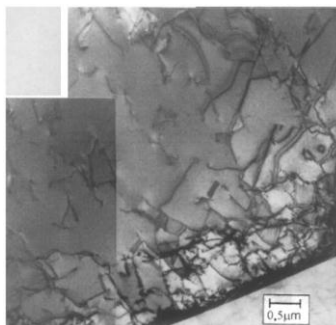


La prima figura mostra il ciclo di isteresi $\sigma_n - \varepsilon_t^{mecc}$ rilevato a $N=1$ e $N=1000$.

Si nota che la curva relativa alla CTMF e alla IF sono quasi coincidenti nel primo ciclo, per poi rimanere invariata a 1000 cicli nel caso della IF, mentre passare ad un valore medio negativo per quanto riguarda la CTMF.

La seconda figura presenta l'andamento delle tensioni e dell'ampiezza della deformazione plastica al variare del numero di cicli ed evidenzia il fatto che mentre per la CTMF si può osservare un leggero incremento del range di tensione e un più pronunciato aumento di quello di deformazione, per la IF a 200°C i range sopracitati rimangono perlopiù costanti.

Infine la figura seguente mette in luce una struttura principalmente planare per quanto riguarda le dislocazioni, presente sia nella fatica isoterma che in quella termo-meccanica complessa.



9.2 Trattamenti superficiali sul Ti-6Al-4V sottoposto a fatica ad elevate temperature

Le leghe di titanio vengono largamente utilizzate come materiale per le pale dei compressori nei motori a propulsione degli aerei, e in modo particolare la lega Ti-6Al-4V, grazie alle sue proprietà che combinano bassa densità e resistenza alla fatica, all'ossidazione e all'usura.

In particolare, queste leghe sono soggette ad elevati carichi termici e meccanici nelle condizioni di esercizio, con la presenza di fenomeni di softening e/o di incrudimento ciclici. Per influenzare tali fenomeni e incrementare la vita a fatica, nella pratica vengono eseguiti sempre più di frequente dei trattamenti superficiali su queste leghe, in modo tale da impartire una tensione residua di compressione e sviluppare una regione sufficientemente incrudita nello strato superficiale, limitando così la nucleazione e la propagazione delle cricche.

Per tutta questa serie di motivi, è stato ritenuto opportuno citare uno studio effettuato su tali leghe in questa tesi, nonostante il materiale considerato non fosse un acciaio strutturale.

9.2.1 *Tipologie dei trattamenti superficiali*

I trattamenti superficiali più utilizzati sono:

- pallinatura (shot peening)
- pallinatura laser (laser-shock peening)
- laminazione profonda (deep rolling)
- brunitura a rulli (roller-burnishing)
- brunitura a bassa plasticità (low-plasticity burnishing)

La **pallinatura** è un processo che consiste nel martellamento della superficie del componente da trattare, eseguito a freddo mediante un violento getto di pallini sferici, oppure di cilindretti ottenuti tagliando un filo (chiamati cut-wire). I materiali utilizzati per la graniglia sono: ghisa, acciaio e vetro.

La **pallinatura laser** è un processo che si basa sull'investire la superficie da trattare con un'onda d'urto, generata da un impulso di energia concentrata su un rivestimento precedentemente steso sulla superficie, composto di solito da una vernice nera. E' necessaria inoltre la presenza di uno

strato traslucido (tipicamente di acqua) che deve essere posto sopra il rivestimento, per indirizzare le onde d'urto sul materiale da trattare. Questo procedimento viene ripetuto più volte, finché viene raggiunto il livello di compressione desiderato, producendo di media uno strato profondo circa 1-2 mm.

Il **roller burnishing** è un metodo che impartisce una tensione residua di compressione e riduce la rugosità superficiale, utilizzando delle sfere indurite oppure dei rulli cilindrici, che vengono premuti sulla superficie da lavorare e spostati su di essa a velocità costante. Questo procedimento viene ripetuto più volte, finché non vengono raggiunte le proprietà desiderate.

Il **low plasticity burnishing (LPB)** è un processo che consiste nel generare una pressione sulla superficie da trattare con una specie di palla, supportata da un cuscinetto idrostatico a sfere. La palla percorre un percorso definito da un macchinario a controllo numerico, progettato per produrre il campo di tensione desiderato. La pressione applicata genera una deformazione plastica sulla superficie, che si conserva nel tempo poiché il resto del materiale è rimasto allo stato iniziale e vincola tale zona.

Il processo più utilizzato è la pallinatura, nonostante non garantisca una rugosità superficiale ottimale. Questo aspetto è abbastanza problematico per le pale dei compressori, in quanto riduce l'efficienza del flusso del gas e può anticipare la fase di nucleazione delle cricche. Di conseguenza, per limitare questi inconvenienti, vengono eseguiti trattamenti addizionali di lucidatura oppure vengono utilizzati dei trattamenti alternativi come la pallinatura laser oppure la laminazione profonda.

Per tutta questa serie di motivi, sono stati studiati gli effetti provocati dai trattamenti di pallinatura laser e di laminazione profonda su un provino in Ti-6Al-4V, sottoposto sia a fatica ad elevato numero di cicli che oligociclica, in un intervallo di temperature compreso tra 22 e 550 °C.

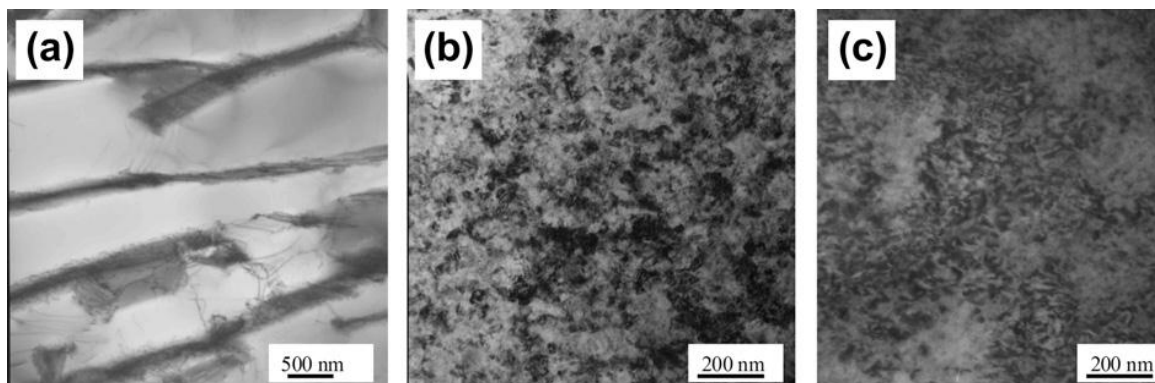
9.2.2 *Analisi dei risultati sperimentali*

Le prove sperimentali hanno permesso di osservare che, alla temperatura ambiente, la lega di titanio considerata evidenzia fenomeni di softening ciclico, mentre un incremento della temperatura provoca un aumento della deformazione plastica. Inoltre, per temperature superiori a 250 °C, il softening ciclico è seguito da un incrudimento ciclico fino a rottura.

Le analisi condotte con il microscopio elettronico a trasmissione hanno poi rivelato che, appena al di sotto della superficie, nei provini sottoposti a pallinatura laser si possono notare delle disposizioni relativamente dense e intricate di dislocazioni, mentre in quelli soggetti a laminazione profonda è presente uno strato con un'elevata densità di dislocazioni. In entrambi i casi, queste zone sono molto stabili fino alla temperatura di 350 °C. In particolare, nel secondo tipo di provino è stata riscontrata una velocità di deformazione plastica di 3-4 ordini di grandezza inferiore rispetto all'altra tipologia di trattamento ed inoltre è presente un sottile strato dotato di una struttura nano-cristallina a lamelle che consente il mantenimento della stabilità fino a 400 °C.

Di conseguenza queste strutture di dislocazioni vicine alla superficie permettono una drastica riduzione o addirittura la soppressione della nucleazione e propagazione delle cricche, specialmente nel regime della fatica oligociclica. Inoltre, quando la temperatura di esercizio supera i 450 °C, tali dislocazioni si dispongono in forma di reticolo e il loro movimento viene così limitato, permettendo quindi una ridotta diminuzione delle proprietà di resistenza in corrispondenza di temperature elevate.

Microstruttura degli strati al di sotto della superficie nel caso del provino ricotto (a), trattato con il deep-rolling (b) e con il laser-shock-peening (c)



Dalle analisi si è anche visto che, incrementando la pressione esercitata dai rulli di laminazione del deep rolling, la profondità degli strati incruditi tende ad aumentare, favorendo così una maggiore resistenza a fatica.

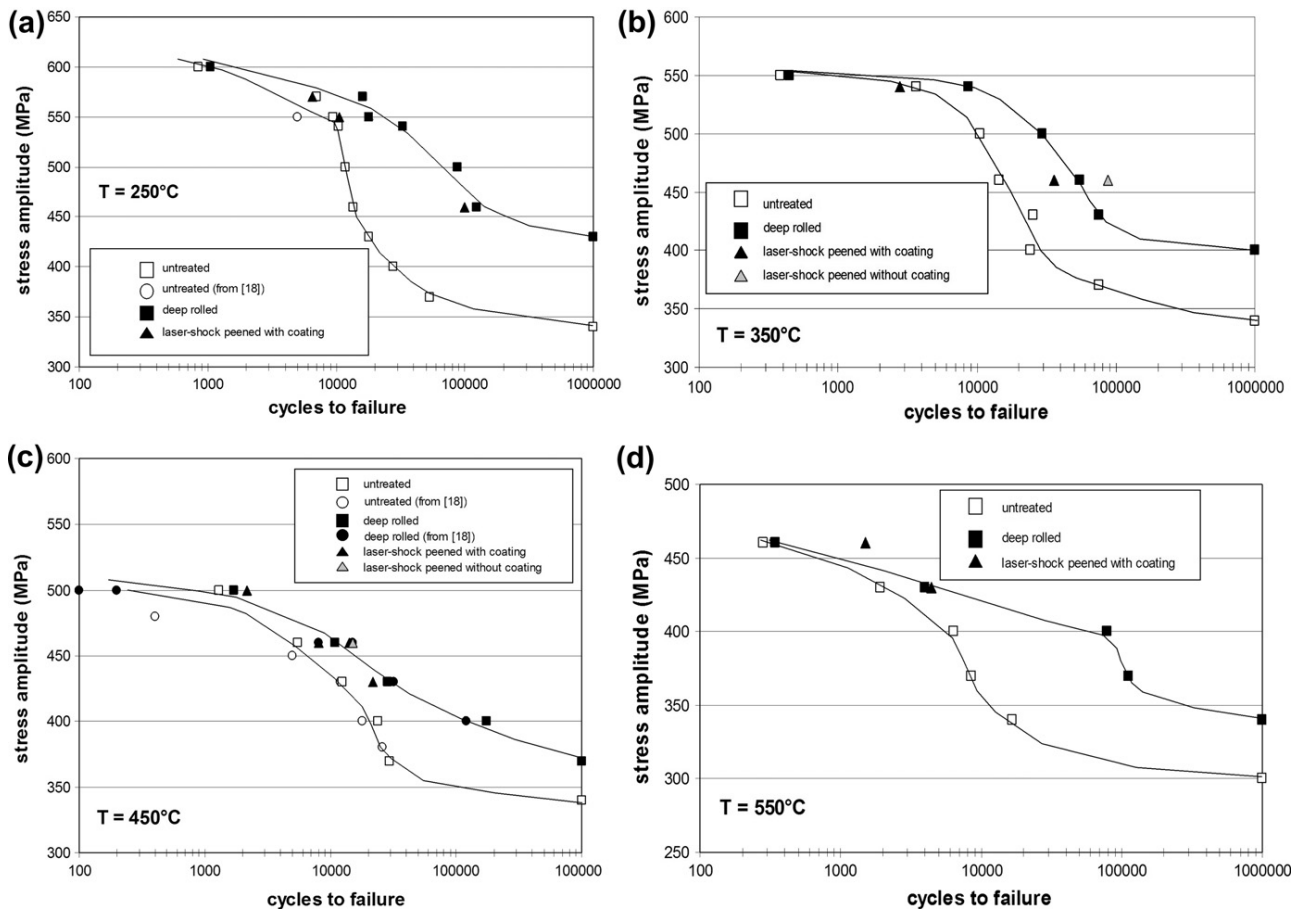
Infine si è notato che sono proprio tali strati ad avere un ruolo significativo per quanto riguarda la resistenza a fatica ad alte temperature, in quanto sono dotati di una discreta stabilità, mentre le tensioni residue di compressione tendono a rilassarsi e a perdere efficacia per temperature superiori ai 450 °C.

Dal punto di vista tensionale, si è osservato che tutti i trattamenti superficiali incrementano significativamente la resistenza a fatica, anche in corrispondenza di temperature diverse da quella ambientale; tuttavia, all'aumentare della temperatura, tale effetto benefico tende a ridursi sempre di più a causa del rilassamento delle tensioni di compressione e del lento degrado degli strati incruditi, vicini alla superficie. I migliori risultati si verificano nel caso di fatica oligociclica per un numero di cicli inferiore a $5 \cdot 10^4$; tuttavia per $N < 10^3$ qualsiasi trattamento non provoca nessun effetto, a causa dell'instabilità delle tensioni residue e dello strato incrudito vicino alla superficie.

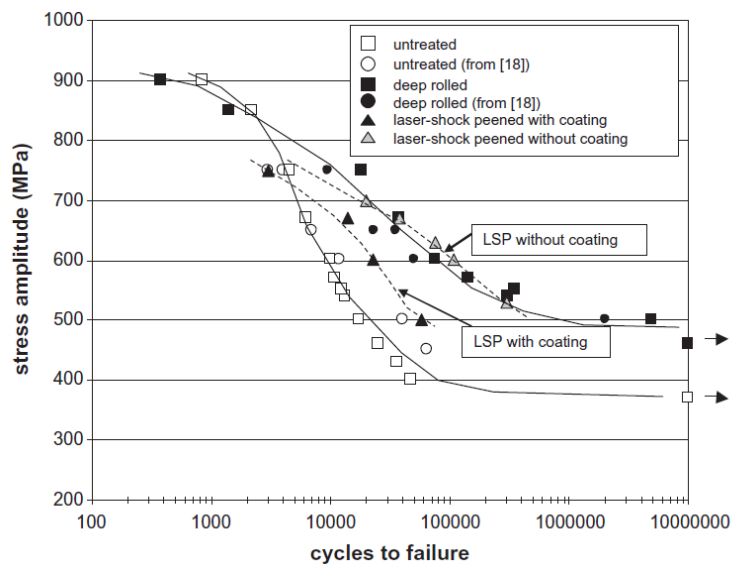
Si è notato inoltre che, mentre le tensioni residue calano drasticamente in superficie in corrispondenza di temperature inferiori ai 350 °C, quelle negli strati incruditi rimangono stabili fino a 450 °C.

Infine si può dire che per tutte le temperature (tranne a 550 °C) il deep rolling permette di ottenere resistenze maggiori o perlomeno equivalenti a quelle ottenute con il laser shock peening.

Figure: Curve S/N per il privino ricotto (non trattato in superficie), trattato con il laser-shock peening e con il deep-rolling a 250 °C (a), 350 °C (b), 450 °C (c) e 550 °C (d)



Effetto dei trattamenti superficiali sulla resistenza a fatica a temperatura ambiente

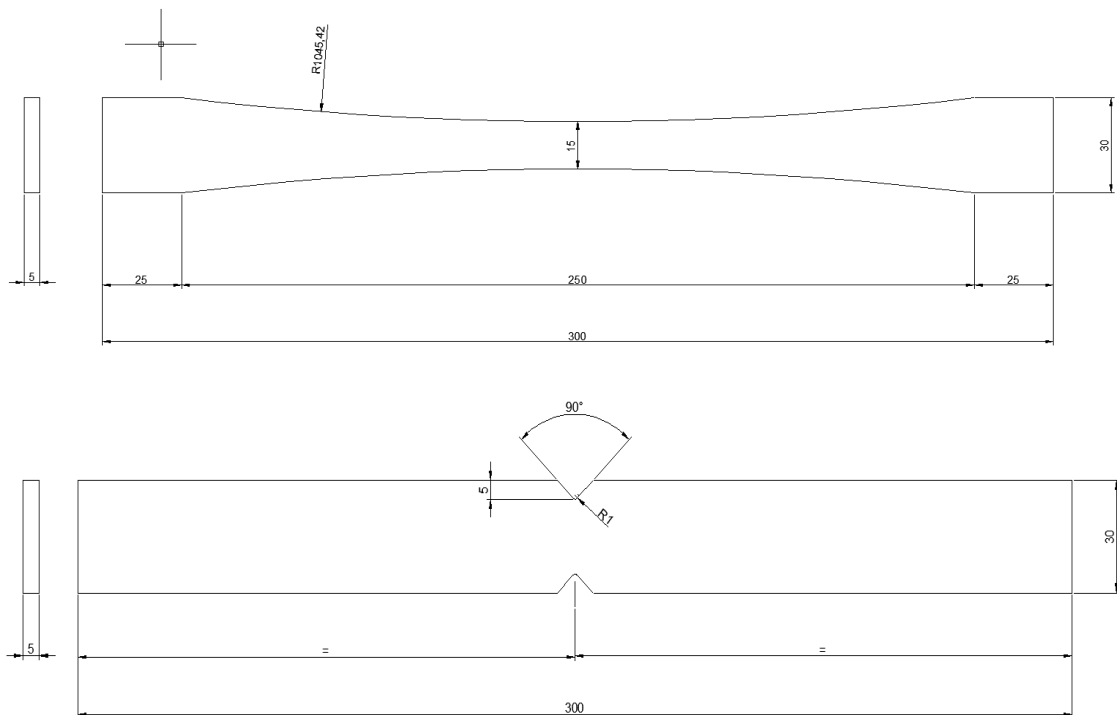


10 PROVE SPERIMENTALI

10.1 Prove di fatica ad alta temperatura

Per studiare in maniera più approfondita il fenomeno della fatica ad alta temperatura, sono state condotte delle prove sperimentali in controllo di carico al Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali di Vicenza. Sono stati inoltre impostati un rapporto nominale di ciclo pari a zero ($R=0$) e una frequenza di 5 Hz.

I test sono stati eseguiti su provini lisci ed intagliati, aventi la seguente geometria:





Il materiale dei provini è l'acciaio 40CrMoV13-9, la cui composizione chimica e proprietà vengono riportate in seguito:

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	V
0.36 - 0.43	Max 0.4	0.4 - 0.7	Max 0.025	Max 0.035	3 - 3.5	0.8 - 1.1	0.15 - 0.25

Densità [kg/dm ³]	7.7 - 8.03
Modulo di Poisson	0.27 - 0.3
Modulo Elastico [GPa]	190 - 210
Carico di Rottura [MPa]	1158
Tensione di Snervamento [MPa]	1034
Allungamento a Rottura	15%
Durezza [HB]	335
Conducibilità termica [W/mK]	16
Temperatura di Fusione [°C]	1370 - 1400

Queste proprietà garantiscono all'acciaio un' ottima stabilità dimensionale e una buona lavorabilità combinata con resistenza all'usura, rendendo il 40CrMoV13.9 adatto come materiale per stampi e camicie di rulli di laminazione.

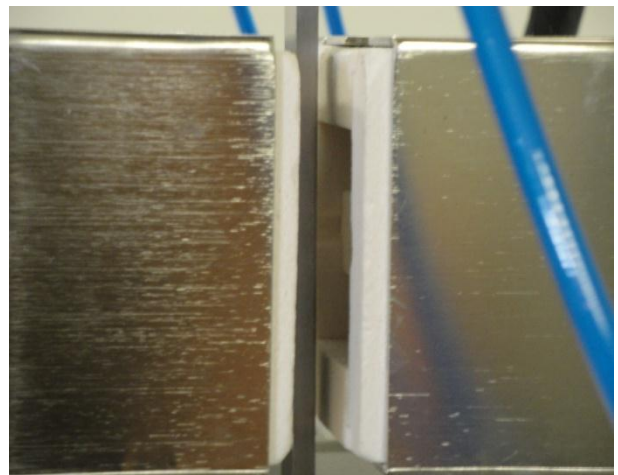
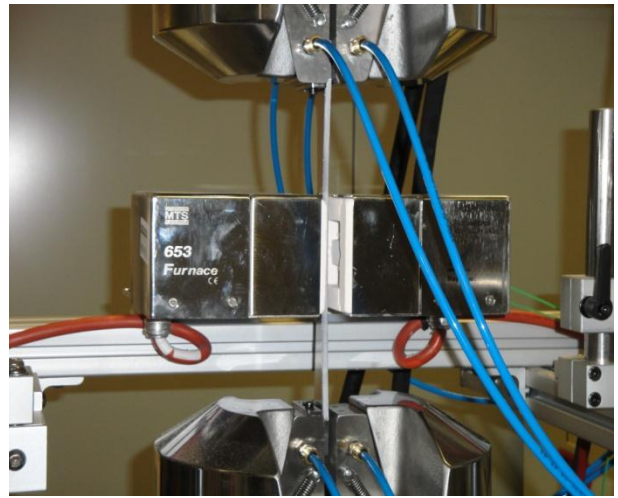
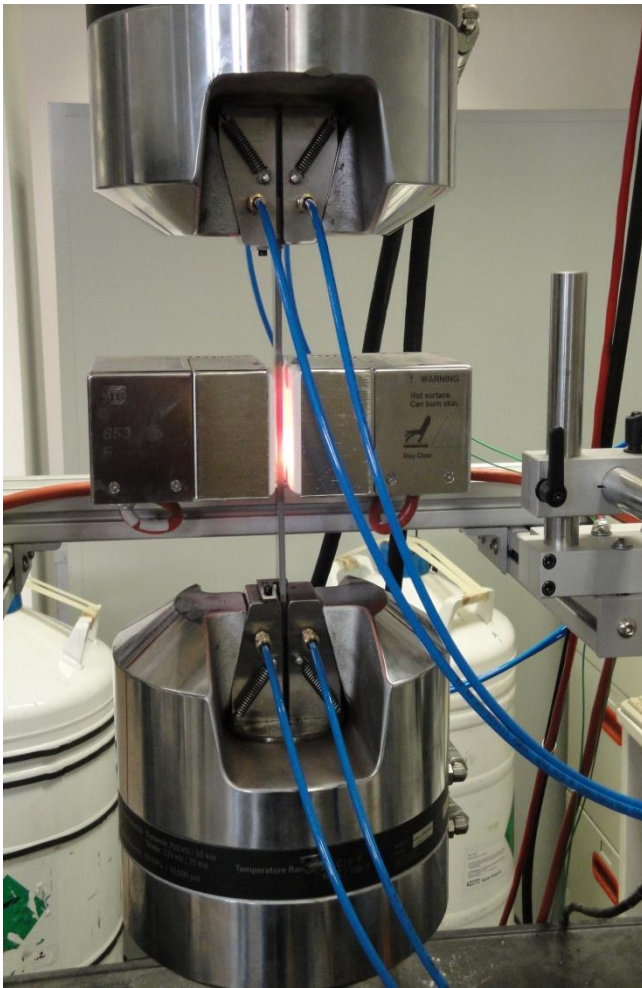
Prima di eseguire le prove di fatica in temperatura, i provini erano stati sottoposti alla seguente serie di trattamenti termici:

- tempra a 920 °C con un tempo di mantenimento di 3 ore, seguita da un raffreddamento con acqua
- primo rinvenimento a 580 °C per 5 ore con un successivo raffreddamento in aria
- secondo rinvenimento a 590 °C per 5 ore e successivamente un raffreddamento in aria
- trattamento per consentire il rilassamento delle tensioni a 570 °C, con un tempo di mantenimento di 3 ore, seguito da un raffreddamento in aria

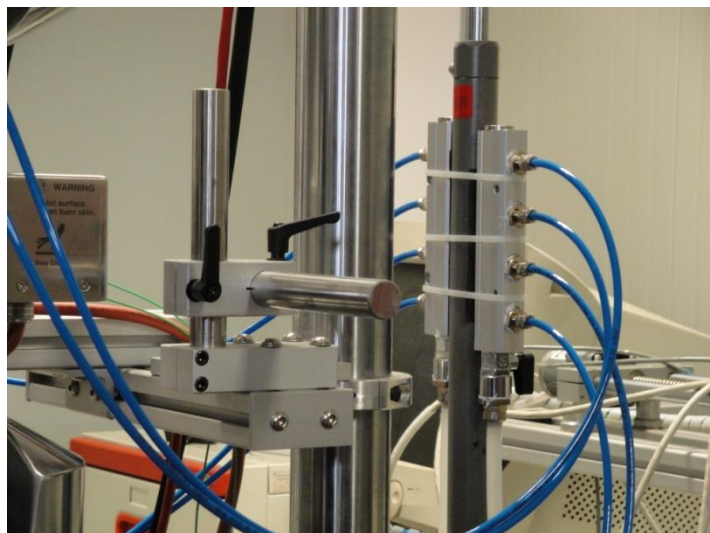
Le prove sperimentali sono state condotte su un sistema servo-idraulico tipico per le prove di fatica monoassiale, con l'aggiunta di un forno a resistenza posizionato in prossimità della sede per il provino.



Forno a resistenza



Sistema di raffreddamento

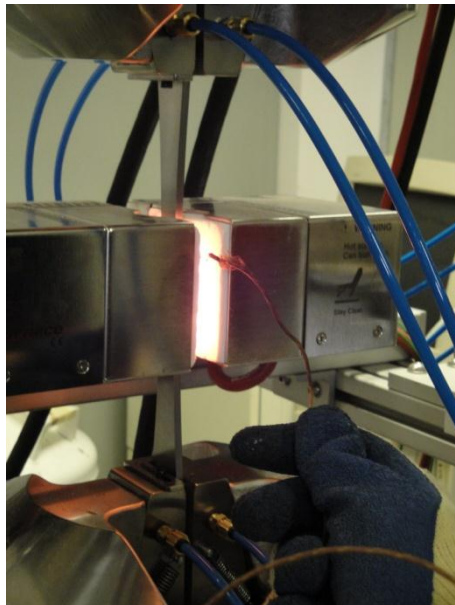


Indicatore della temperatura nei due blocchi del forno

(per ogni blocco il primo valore indica la temperatura attuale, il secondo quella impostata)



Monitorando la temperatura con una termocoppia, si è notato che la temperatura impostata non corrispondeva a quella effettiva, che invece risultava molto inferiore. La causa di questo avvenimento è da attribuire al fatto che il forno non avvolge completamente il provino, che può quindi smaltire il calore con l'aria della parte scoperta. Pertanto, per ottenere le temperature di esercizio desiderate, è stato necessario verificare ogni volta la temperatura effettiva manualmente.



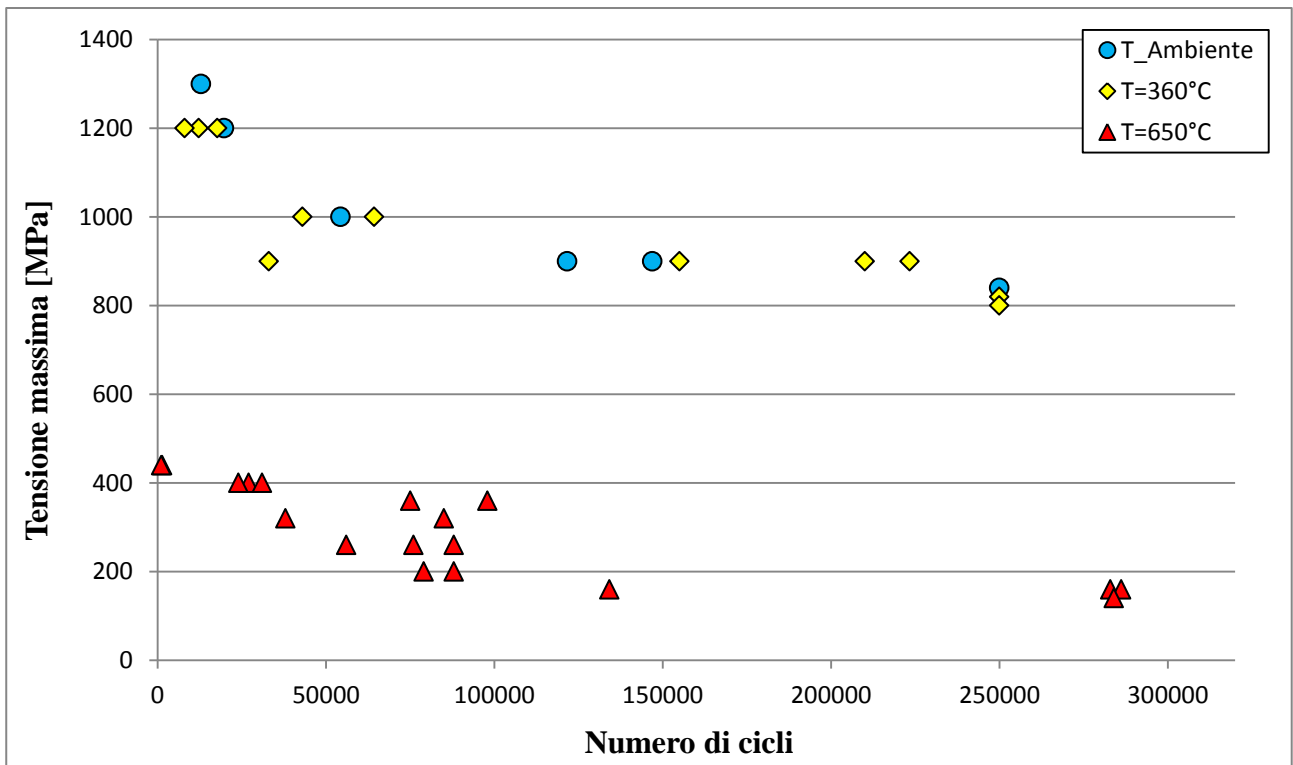
10.1.1 Risultati

10.1.1.1 *Provini lisci*

Per quanto riguarda i provini lisci, sono stati eseguiti i test di fatica a tre diverse temperature di esercizio: temperatura ambiente, 360 °C e 650 °C.

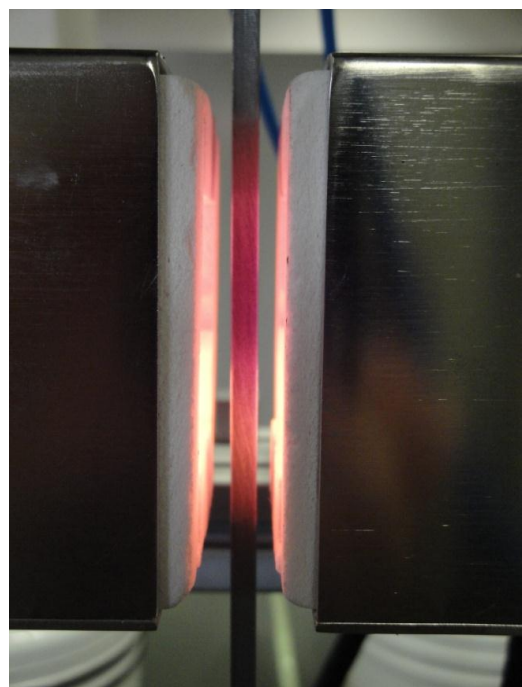
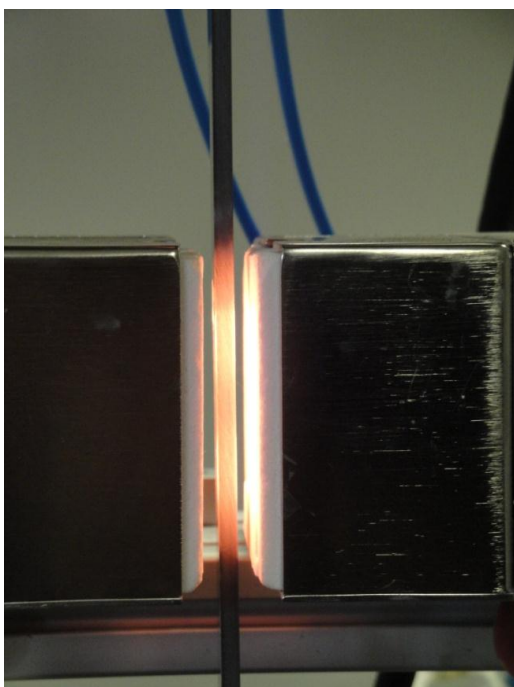
I risultati ottenuti sono stati i seguenti:

	Tensione massima [MPa]	Numero di Cicli
Temperatura Ambiente	1300	12900
	1200	19688
	1000	54353
	900	121617
	900	146946
	840	250000
T = 360 °C	1200	17750
	1200	12249
	1200	7997
	1000	64258
	1000	43000
	900	223326
	900	210000
	900	155000
	900	33000
	820	250000
800	250000	
T = 650 °C	440	1350
	440	1100
	400	31000
	400	27000
	400	24000
	360	98000
	360	75000
	320	85000
	320	38000
	260	88000
	260	76000
	200	88000
	200	79000
	160	286162
	160	283000
	160	134170
	140	284049
	130	716282
120	1228500	
120	789192	

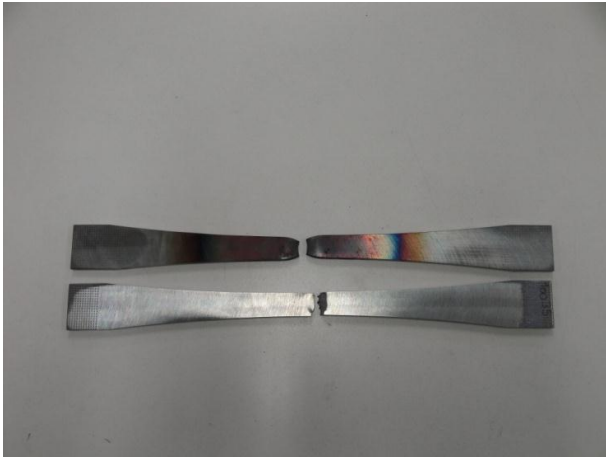


Dal grafico si può notare che non vi sia una sostanziale differenza tra la resistenza del materiale a temperatura ambiente e a 360 °C, mentre in corrispondenza di 650 °C la tensione massima cala fino ad un terzo. Inoltre, a tale temperatura, affinché il materiale resista fino ad un numero di cicli molto elevato, il livello di tensione massima deve essere inferiore ai 200 MPa.

Cambiamento di colore del provino nel tempo

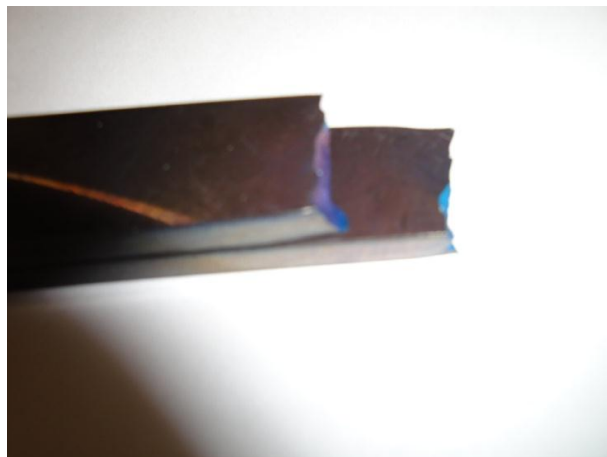
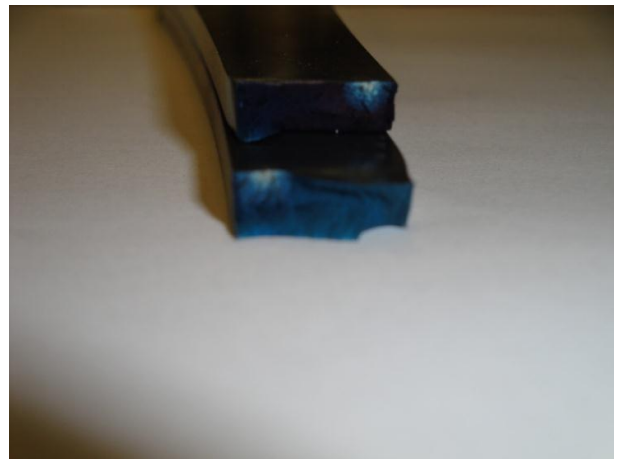


Aspetto dei provini soggetti a fatica a temperatura ambiente (quello più chiaro) e a 650 °C (quello più scuro) giunti a rottura



Dalla figure precedenti si nota come nel provino soggetto a fatica a 650 °C la rottura sia quasi duttile, rispetto al caso della temperatura ambiente, presumibilmente a causa dell'entrata in gioco del creep.

Superfici di frattura dei provini soggetti a fatica a 650 °C

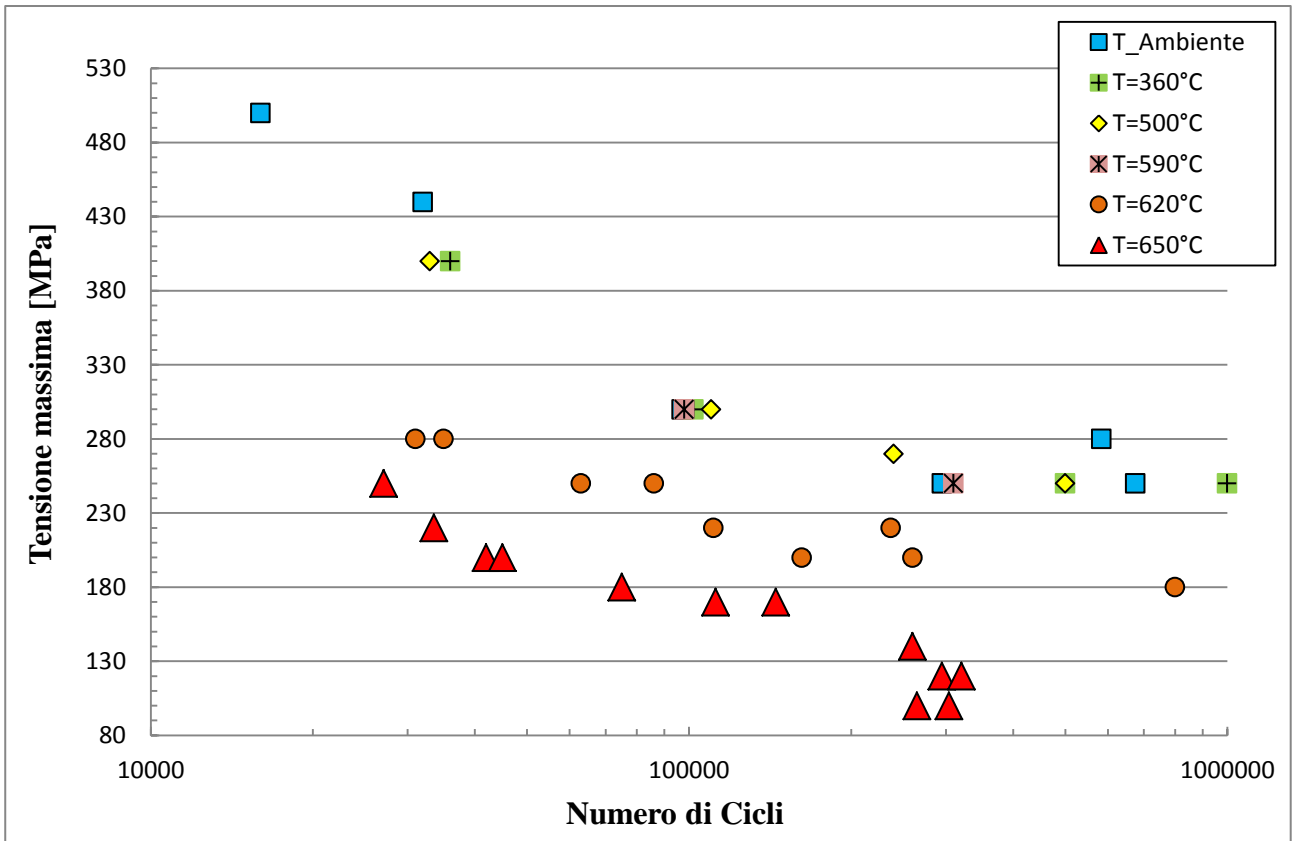


10.1.1.2 *Provini intagliati*

Per quanto riguarda i provini intagliati, sono stati eseguiti i test di fatica a sei diverse temperature di esercizio: temperatura ambiente, 360 °C, 500 °C, 590 °C, 620 °C e 650 °C.

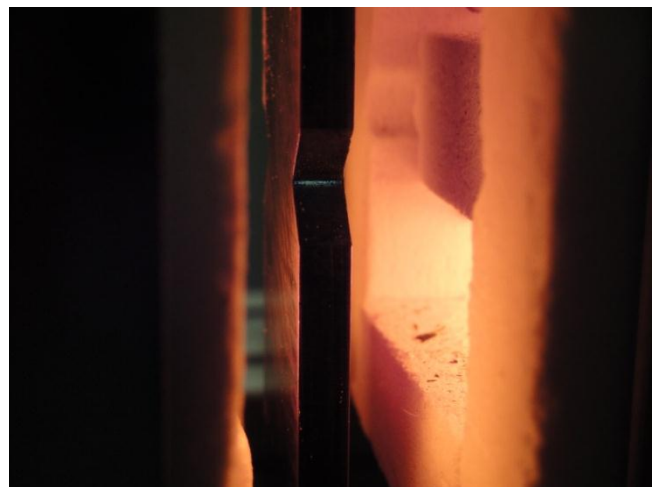
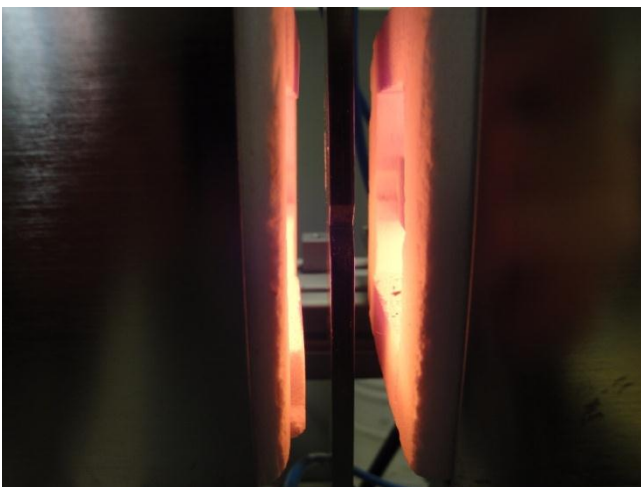
I risultati ottenuti sono stati i seguenti:

	Tensione massima [MPa]	Numero di cicli
Temperatura Ambiente	500	16000
	440	32000
	300	96932
	280	583485
	250	675000
	250	295000
T = 360 °C	400	36000
	300	102000
	250	1000000
	250	500000
T = 500 °C	400	33000
	300	110000
	270	240000
	250	500000
T = 590 °C	300	98000
	250	310000
T = 620 °C	280	35000
	280	31000
	250	86000
	250	63000
	220	237000
	220	111000
	200	260000
	200	162000
	180	800000
T = 650 °C	250	27100
	220	33600
	200	45000
	200	42000
	180	75000
	170	145000
	170	112000
	140	260000
	120	320600
	120	295000
	100	304000
	100	265000

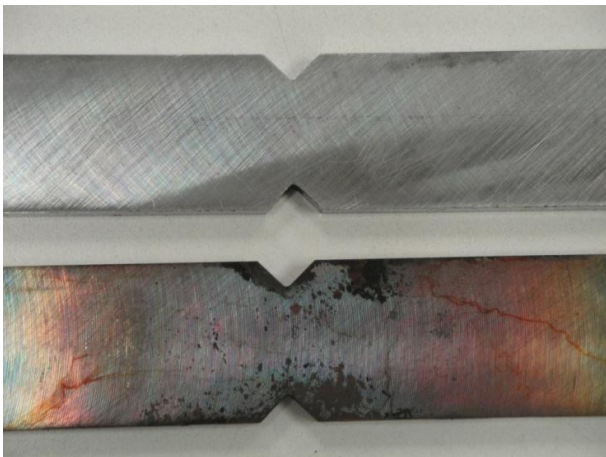
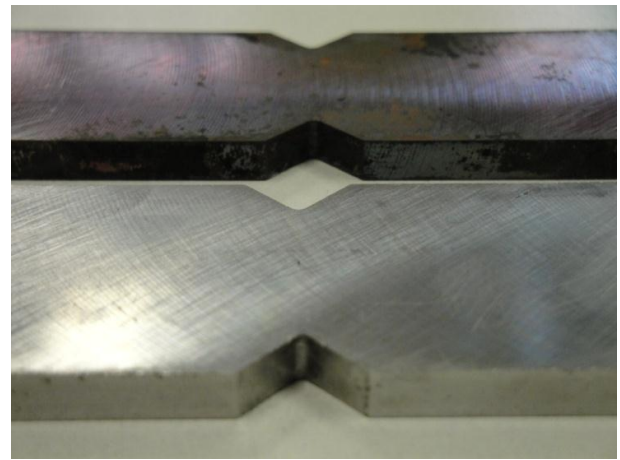
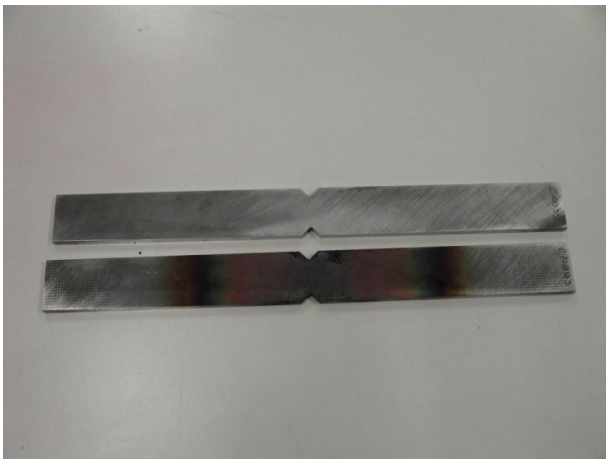


Dal grafico si nota che il materiale è pressoché insensibile all'effetto termico fino a circa 600 °C; oltre tale condizione la resistenza del materiale tende a calare sempre di più all'aumentare della temperatura. In particolare, si può osservare che a 650 °C la resistenza si è dimezzata.

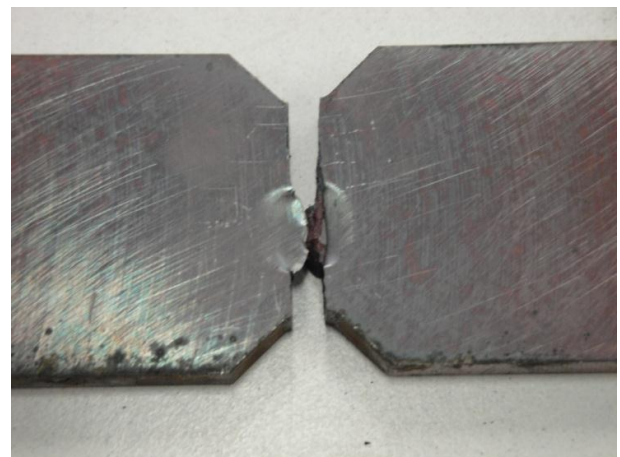
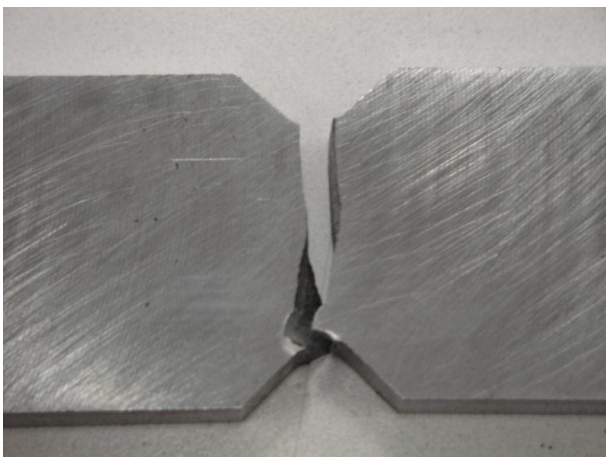
Provino intagliato sottoposto a fatica ad alta temperatura

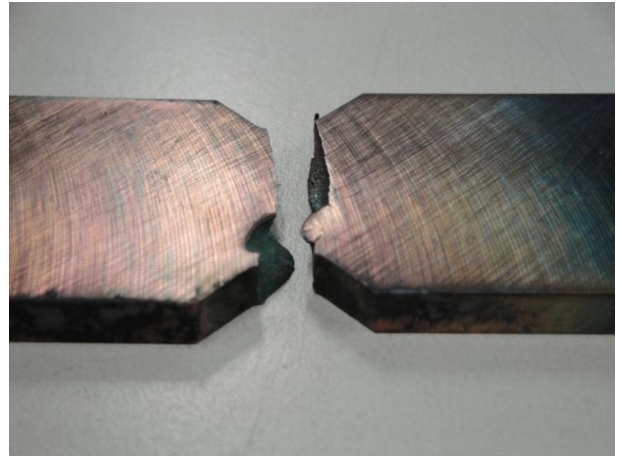
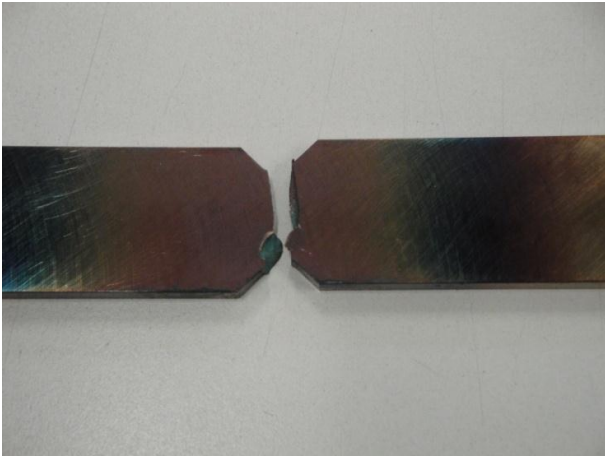


Aspetto dei provini soggetti a fatica a temperatura ambiente (quello più chiaro) e a 650 °C (quello più scuro) che non sono giunti a rottura



Aspetto dei provini soggetti a fatica a temperatura ambiente (quello più chiaro) e a 650 °C (quello più scuro) giunti a rottura



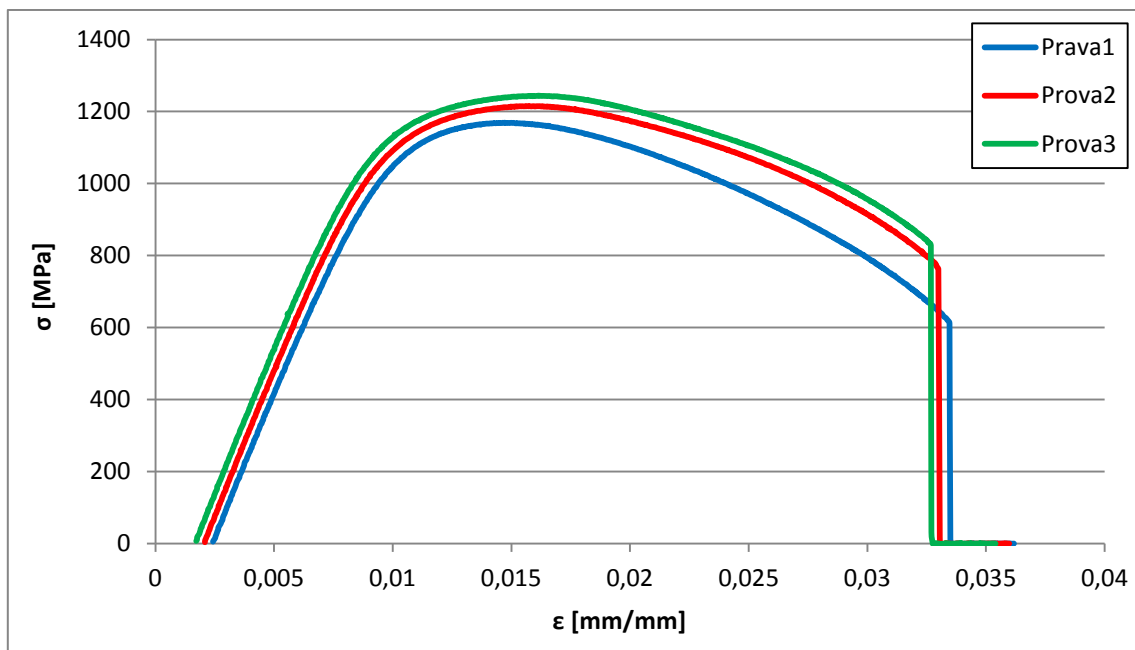


Dalle figure precedenti si può notare che, diversamente dai provini lisci, la rottura sia di tipo fragile a temperatura ambiente e a 650 °C. Questo fatto è dovuto all'effetto d'intaglio, che provoca una rottura prematura, non permettendo quindi l'entrata in gioco di fenomeni di rilassamento.

10.2 Prove statiche ad alta temperatura

Per eseguire un confronto con i dati ricavati dalla fatica, si è deciso di condurre alcune prove statiche alla temperatura di 650°C.

Da questi test è stato ricavato un carico di rottura di 1210 MPa e si nota come le proprietà di resistenza del materiale si mantengano fino ad una deformazione del 2 % circa per poi iniziare a decadere sempre di più in corrispondenza di una deformazione del 3,3%.



10.3 Confronto dei dati sperimentali

Dalle prove sperimentali si è visto che staticamente il materiale può sopportare un carico massimo superiore ai 1200 MPa e tale valore può essere raggiunto anche nel caso di fatica oligociclica a temperatura ambiente nei provini lisci.

Nelle prove di fatica su entrambe le tipologie di provino, si è notato come l'effetto termico sia pressoché irrilevante (per il materiale scelto) quando la temperatura di esercizio sia inferiore ai 600 °C; oltre tale valore la resistenza del materiale cala drasticamente, riducendosi anche oltre ad un terzo in entrambe le tipologie di provino.

Infine, l'effetto d'intaglio è molto deleterio per la resistenza del materiale, anche se la riduzione di resistenza a temperature elevate è meno rilevante di quella riscontrata a temperatura ambiente.

BIBLIOGRAFIA

Paolo Lazzarin, *Fondamenti di Costruzione di Macchine*, Cortina, Padova, 2006

Y. Uematsu, M. Akita, M. Nakajima, K. Tokaji, *Effect of temperature on high cycle fatigue behaviour in 18Cr–2Mo ferritic stainless steel*, International Journal of Fatigue, Elsevier, May 2007

S.L. Mannan, M. Valsan, *High-temperature low cycle fatigue, creep–fatigue and thermomechanical fatigue of steels and their welds*, International Journal of Mechanical Sciences, Elsevier, October 2005

Tae Kwon Ha, Hyo Tae Jeong, Hwan Jin Sung, *High temperature bending fatigue behavior of stainless steels for automotive exhaust*, Journal of Materials Processing Technology, Elsevier, 2007

Zhichao Fan, Xuedong Chen, Ling Chen, Jialing Jiang, *Fatigue–creep behavior of 1.25Cr0.5Mo steel at high temperature and its life prediction*, International Journal of Fatigue, July 2006

Hideo Kobayashi, Akira Todoroki, Toshikazu Oomura, Takeru Sano, Tatsumi Takehana, *Ultra-high-cycle fatigue properties and fracture mechanism of modified 2.25Cr–1Mo steel at elevated temperatures*, International Journal of Fatigue, Elsevier, May 2006

A. Nagesha, M. Valsan, R. Kannan, K. Bhanu Sankara Rao, V. Bauer b, H.-J. Christ, Vakil Singh, *Thermomechanical fatigue evaluation and life prediction of 316L(N) stainless steel*, International Journal of Fatigue, Elsevier, March 2008

Ludovic Vincent, Jean-Christophe Le Roux, Said Taheri, *On the high cycle fatigue behavior of a type 304L stainless steel at room temperature*, International Journal of Fatigue, Elsevier, December 2011

Anders Persson, Sture Hogmark, Jens Bergström, *Simulation and evaluation of thermal fatigue cracking of hot work tool steels*, International Journal of Fatigue, Elsevier, March 2004

Anders Persson, Sture Hogmark, Jens Bergström, *Thermal fatigue cracking of surface engineered hot work tool steels*, Surface & Coatings Technology, Elsevier, April 2004

A. Fissolo, S. Amiable, O. Ancelet, F. Mermaz, J.M. Stelmaszyk, A. Constantinescu, C. Robertson, L. Vincent, V. Maillot, F. Bouchet, *Crack initiation under thermal fatigue: An overview of CEA experience. Part I: Thermal fatigue appears to be more damaging than uniaxial isothermal fatigue*, International Journal of Fatigue, Elsevier, April 2008

A. Fissolo, C. Gourdin, O. Ancelet, S. Amiable, A. Demassieux, S. Chapuliot, N. Haddar, F. Mermaz, J.M. Stelmaszyk, A. Constantinescu, L. Vincent, V. Maillot, *Crack initiation under thermal fatigue: An overview of CEA experience. Part II (of II): Application of various criteria to biaxial thermal fatigue tests and a first proposal to improve the estimation of the thermal fatigue damage*, International Journal of Fatigue, Elsevier, December 2008

O. Ancelet, S. Chapuliot, G. Henaff, S. Marie, *Development of a test for the analysis of the harmfulness of a 3D thermal fatigue loading in tubes*, International Journal of Fatigue, Elsevier, June 2006

O. Ancelet, S. Chapuliot, G. Henaff, *Experimental and numerical study of crack initiation and propagation under a 3D thermal fatigue loading in a welded structure*, International Journal of Fatigue, Elsevier, August 2007

Antoine Fissolo, Jean Marc Stelmaszyk, Cedric Gourdin, Pauline Bouin, Gregory Perez, *Thermal fatigue loading for a type 304-L stainless steel used for pressure water reactor: investigations on the effect of a nearly perfect biaxial loading, and on the cumulative fatigue life*, Procedia Engineering, Elsevier, March 2010

Klaus Rau, Tilmann Beck, Detlef Löhe, *Isothermal, thermal-mechanical and complex thermal-mechanical fatigue tests on AISI 316 L steel- a critical evaluation*, Materials Science and Engineering, Elsevier, July 2002

N. Haddar, A. Köster, Y. Kchaou, L. Remy, *Thermal–mechanical and isothermal fatigue of 304L stainless steel under middle range temperatures*, Comptes Rendus Mecanique, Elsevier, In Press (2012)

A. Grüning, M. Lebsanft, B. Scholtes, *Cyclic stress–strain behavior and damage of tool steel AISI H11 under isothermal and thermal fatigue conditions*, Materials Science and Engineering, Elsevier, November 2009

Guobin Li, Xiangzhi Li, Jianjun Wu, *Study of the thermal fatigue crack initial life of H13 and H21 steels*, Journal of Materials Processing Technology, Elsevier, October 1996

Matevž Fazarinc, Tadej Muhič, Alenka Šalej, David Bombač, Peter Fajfar, Milan Terčelj, Goran Kugler, *Thermal Fatigue Testing of Bulk Functionally Graded Materials*, Procedia Engineering, Elsevier, 2011

D. Klobčar, J. Tušek, B. Taljat, *Thermal fatigue of materials for die-casting tooling*, Materials Science and Engineering, Elsevier, March 2007

M. Marchionni, S. Budano, *Valutazione delle proprietà meccaniche nei materiali in esercizio con prove di laboratorio: la fatica termo-meccanica*, La metallurgia italiana, Novembre-Dicembre 2008, pag. 1-7

T. H. Krukemyer, A. Fatemi, R. W. Swindeman, *Fatigue Behavior of a 22Cr-20Ni-18Co-Fe Alloy at Elevated Temperatures*, Journal of Engineering Material and Technology, January 1994

Igor Altenberger, Ravi K. Nalla, Yuji Sano, Lothar Wagner, Robert O. Ritchie, *On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti–6Al–4V at elevated temperatures up to 550 °C*, International Journal of Fatigue, Elsevier, March 2012

J.L. Kaae, *High-temperature low-cycle fatigue of Alloy 800H*, International Journal of Fatigue, Elsevier, August 2008

B. Fournier, M. Salvi, F. Dalle, Y. De Carlan, C. Caës, M. Sauzay, A. Pineau, *Lifetime prediction of 9–12%Cr martensitic steels subjected to creep–fatigue at high temperature*, International Journal of Fatigue, Elsevier, November 2009

Soo Woo Nam, *Assessment of damage and life prediction of austenitic stainless steel under high temperature creep-fatigue interaction condition*, Materials Science and Engineering, Elsevier, 2002

Warwick M. Payten, David W. Dean, Ken U. Snowden, *A strain energy density method for the prediction of creep-fatigue damage in high temperature components*, Materials Science and Engineering, Elsevier, November 2009

Se Jin Ko, Yoon-Jun Kim, *High temperature fatigue behaviors of a cast ferritic stainless steel*, Materials Science and Engineering, Elsevier, November 2011

Kuei-Chang Hsu, Chih-Kuang Lin, *Effects of R-ratio on high-temperature fatigue crack growth behavior of a precipitation-hardening stainless steel*, International Journal of Fatigue, Elsevier, July 2008

Sono stati condotti altri studi inerenti alla fatica ad alte temperature, ma non sono stati inseriti in questa tesi. In seguito vengono riportati i riferimenti:

Satoshi Kobayashi, Kazuhiro Terada, Nobuo Takeda, *Evaluation of long-term durability in high temperature resistant CFRP laminates under thermal fatigue loading*, Composites: Part B, Elsevier, 2003

S. Ukai, S. Ohtsuka, *Low cycle fatigue properties of ODS ferritic-martensitic steels at high temperature*, Journal of Nuclear Materials, Elsevier, 2007

R. Sandhya, K. Bhanu Sankara Rao, S.L. Mannan, R. Devanathan, *Substructural recovery in a cold worked Ti-modified austenitic stainless steel during high temperature low cycle fatigue*, International Journal of Fatigue, Elsevier, April 2001

Miroslav Kneifl, Ivo Cerny, Vladimir Bina, *Damage of low-alloy high temperature steels loaded by low-cycle fatigue and creep*, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Elsevier, 2002

J. Aktaa, R. Schmitt, *High temperature deformation and damage behavior of RAFM steels under low cycle fatigue loading: Experiments and modeling*, Fusion Engineering and Design, Elsevier, May 2006

Osman Asi, Ahmet Çetin Can, James Pineault, Mohammed Belassel, *The effect of high temperature gas carburizing on bending fatigue strength of SAE 8620 steel*, Materials and Design, Elsevier, July 2008

Masayuki Kamaya, Akira Nakamura, *Thermal stress analysis for fatigue damage evaluation at a mixing tee*, Nuclear Engineering and Design, Elsevier, May 2011

L. Rémy, F. Szymtka, L. Bucher, *Constitutive models for bcc engineering iron alloys exposed to thermal–mechanical fatigue*, International Journal of Fatigue, Elsevier, 2011

M. Naeem, R. Singh, D. Probert, *Implications of engine's deterioration upon an aero-engine HP turbine blade's thermal fatigue life*, International Journal of Fatigue, Elsevier, 1999

Z. Guédé, B. Sudret, M. Lemaire, *Life-time reliability based assessment of structures submitted to thermal fatigue*, International Journal of Fatigue, Elsevier, January 2007

L.W. Tsay, M.C. Young, F.Y. Chou, R.K. Shiue, *The effect of residual thermal stresses on the fatigue crack growth of laser-annealed 304 stainless steels*, Materials Chemistry and Physics, Elsevier, 2004

Yves Lejeail, Naoto Kasahara, *Thermal fatigue evaluation of cylinders and plates subjected to fluid temperature fluctuations*, International Journal of Fatigue, Elsevier, January 2005

O. Ancelet, S. Chapuliot, G. Henaff, *Experimental and numerical study of crack initiation and propagation under a 3D thermal fatigue loading in a welded structure*, International Journal of Fatigue, Elsevier, August 2007

C.M.D. Starling, J.R.T. Branco, *Thermal fatigue of hot work tool steel with hard coatings*, Thin Solid Films, Elsevier, 1997

INTAGLI PERIODICI

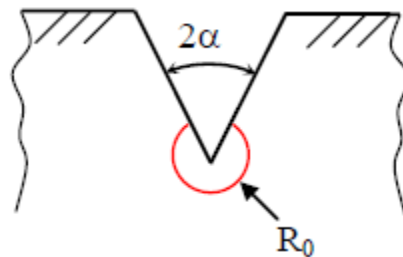
INDICE

1	Introduzione	93
2	Intagli dotati di doppia simmetria.....	95
2.1	Rapporto $c/a = 0$	96
2.2	Rapporto c/a variabile.....	109
3	Intagli dotati di singola simmetria	117
4	Piastra di dimensioni finite rispetto a quelle dell'intaglio.....	127
4.1	Caso $a/(W-a) = 0.05$	128
4.2	Caso $a/(W-a) = 0.1$	136
4.3	Caso $a/(W-a) = 0.2$	144
4.4	Caso $a/(W-a) = 0.5$	152
4.5	Caso $a/(W-a) = 0.6$	160
4.6	Caso $a/(W-a) = 0.7$	168
4.7	Caso $a/(W-a) = 0.8$	176
4.8	Commenti.....	184
5	Cambiamento del parametro K_0	185
5.1	Caso $a/(W-a) = 0.01$	185
5.2	Caso $a/(W-a) = 0.05$	188
5.3	Caso $a/(W-a) = 0.1$	190
5.4	Caso $a/(W-a) = 0.2$	192
5.5	Caso $a/(W-a) = 0.5$	194
5.6	Caso $a/(W-a) = 0.6$	196
5.7	Caso $a/(W-a) = 0.7$	198
5.8	Caso $a/(W-a) = 0.8$	200
5.9	Commenti.....	202
6	Andamento del K_1.....	203
	Bibliografia.....	207

1 INTRODUZIONE

Gli intagli periodici sono un tipo di fenomeno che si verifica in situazioni molto diverse fra di loro e coinvolge diversi ordini di grandezza dal punto di vista delle dimensioni; per esempio avviene nelle canne delle pistole, nei recipienti in pressione raffreddati rapidamente, nei rivestimenti superficiali ceramici, ma anche in natura come nel permafrost e nel fango essiccato.

Per calcolare il Notch Stress Intensity Factor relativo a questo fenomeno, è stato utilizzato un modello agli elementi finiti nel quale è stato applicato il metodo della SED, ossia è stata ricavata la densità di energia di deformazione mediata all'interno di un volume di controllo di un settore circolare, definito da un raggio R_0 (il tutto in condizioni di plane strain):



$$\bar{W}_1 = \frac{e_1}{E} \left(\frac{K_1}{R_0^{1-\lambda_1}} \right)^2 \rightarrow K_1 = R_0^{1-\lambda_1} \sqrt{\frac{E\bar{W}_1}{e_1}}$$

dove:

- K_1 è il Notch Stress Intensity Factor
- λ_1 è l'autovalore di Williams che dipende dall'angolo di apertura dell'intaglio
- e_1 è un parametro che è funzione di 2α (angolo di apertura dell'intaglio) e di ν (modulo di Poisson)
- E è il modulo elastico

In particolare il raggio R_0 dipende dalla tensione ultima a trazione e dalla tenacità a frattura nel caso di un carico statico, mentre in condizioni di fatica ad alto numero di cicli è funzione del limite di fatica del materiale non intagliato e del valore di soglia dello Stress Intensity Factor. In entrambe le situazioni è inoltre influenzato dal modulo di Poisson.

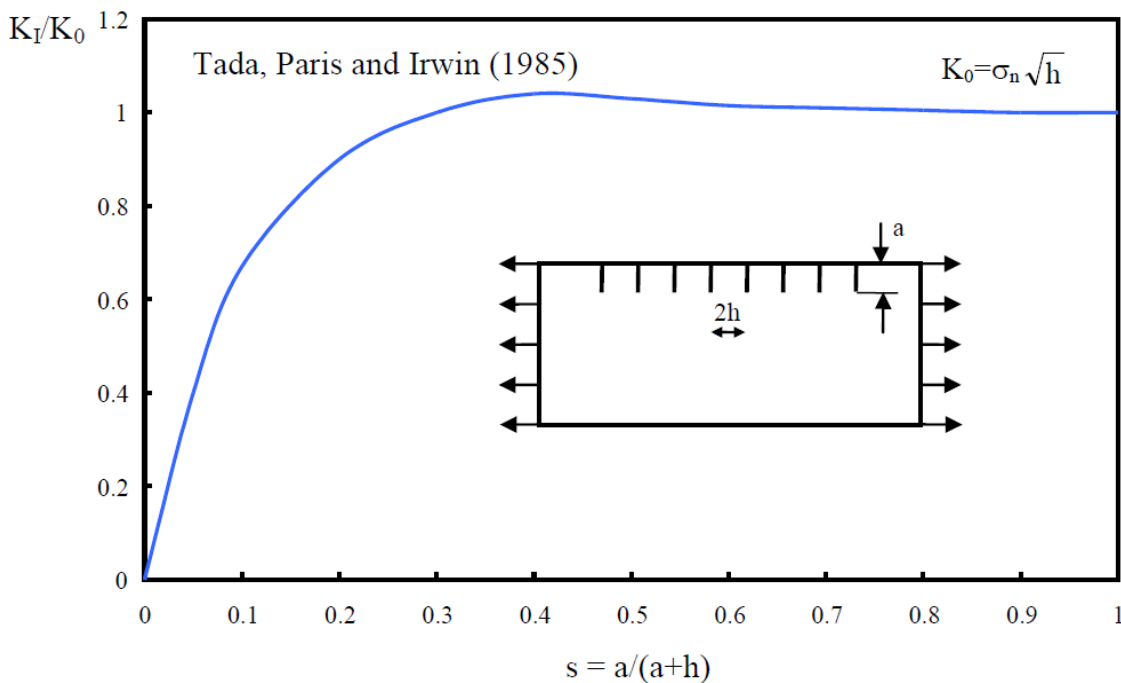
Grazie alla linearità del problema, l'N-SIF può essere espresso introducendo il parametro adimensionale k_1 , che è funzione della geometria e può essere visto come l'estensione del fattore di forma utilizzato nella Meccanica della Frattura Lineare Elastica:

$$K_1 = k_1 \cdot \sigma_n \cdot a^{1-\lambda_1}$$

Il termine $a^{1-\lambda_1}$ quantifica le dimensioni del provino e in particolare la profondità dell'intaglio.

Uno dei vantaggi più rilevanti dell'approccio che sfrutta la SED è il fatto che fornisce risultati indipendenti dalla finitura della mesh, in quanto il valore medio della SED viene determinato attraverso la valutazione degli spostamenti dei nodi, senza il coinvolgimento del calcolo delle derivate. Questo aspetto è quindi molto vantaggioso, perché consente di eseguire analisi rapide con un carico computazionale ridotto.

In questo lavoro si è scelto di ricavare un grafico analogo a quello di Tada-Paris (ottenuto per le cricche), ma estendendolo al caso di intagli periodici a V con singola o doppia simmetria, soggetti ad un carico di trazione.



dove:

- σ_n è la tensione nominale
- $2h$ è la distanza tra gli apici di due cricche adiacenti
- a è la lunghezza della cricca

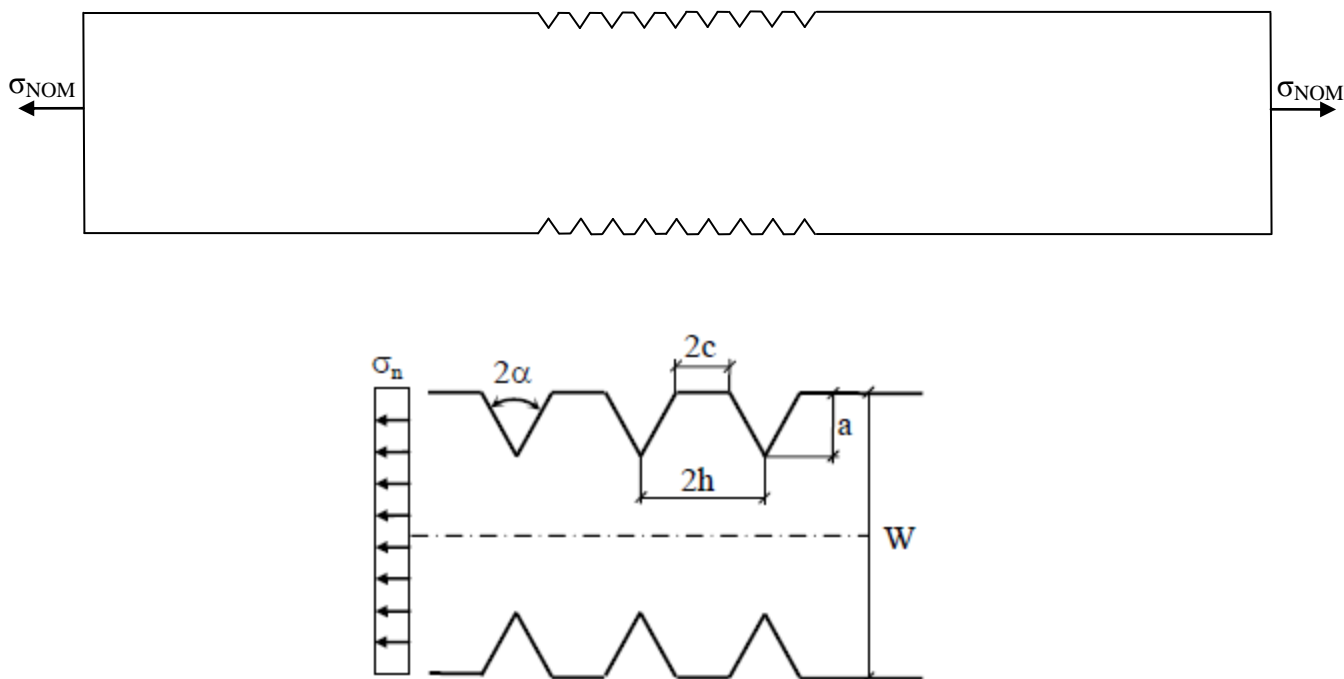
Il diagramma evidenzia il fatto che quando le cricche sono molto vicine, il rapporto K_I/K_0 tende ad essere unitario e pertanto il K_I può essere calcolato semplicemente attraverso la seguente formulazione:

$$K_I = K_0 = \sigma_n \sqrt{h} = \sigma_n \cdot h^{\lambda_1}$$

2 INTAGLI DOTATI DI DOPPIA SIMMETRIA

Poiché si è deciso di utilizzare il metodo della SED, è stato sfruttato un codice da inserire all'interno di un programma agli elementi finiti, che riproducesse il modello con una mesh rada e comprendente solamente la parte contenente gli intagli. Pertanto, prima di eseguire le analisi con tale codice e variare il rapporto c/a (dove "c" è la semi-distanza tra i fianchi di due intagli adiacenti, mentre "a" è la profondità dell'intaglio), è stato eseguito un confronto tra i risultati ricavati per il calcolo del K_I nel caso di un modello dotato di una mesh fitta con rapporto $c/a = 0$ con quelli ottenuti dal codice.

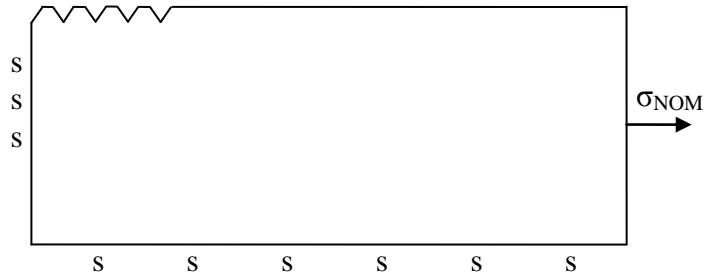
Il modello da riprodurre con diversi angoli di apertura è stato il seguente:



A tal fine, è stato scelto come tipo di elemento il PLANE82 (in condizioni di plane strain) e sono state impostate le proprietà del materiale tipiche dell'acciaio ($E = 206000$ MPa, $\nu = 0.3$).

Poiché lo schema riportato è simmetrico, è stato possibile modellare solamente un quarto della struttura applicando gli opportuni vincoli di simmetria (sul lato sinistro e inferiore). Ogni modello è inoltre costituito da 50 intagli e da una parte priva di essi, lunga circa dieci volte la parte intagliata. Infine, è stata applicata una tensione nominale di 100 MPa sul lato destro del modello.

Si nota che si è deciso di studiare il caso di una piastra infinita, pertanto il rapporto a/W è stato imposto pari a 0,01.



Una volta creato il modello, è stato eseguito un path lungo la bisettrice dell'intaglio centrale e sono state ricavate per ogni nodo le tensioni σ_X e σ_Y , in modo tale da calcolare il K_I attraverso la formula:

$$K_I = \sigma_X \cdot \sqrt{2\pi} \cdot s^{1-\lambda_1}$$

dove s rappresenta la distanza dall'apice dell'intaglio.

Il K_I è stato ottenuto come una media dei valori trovati.

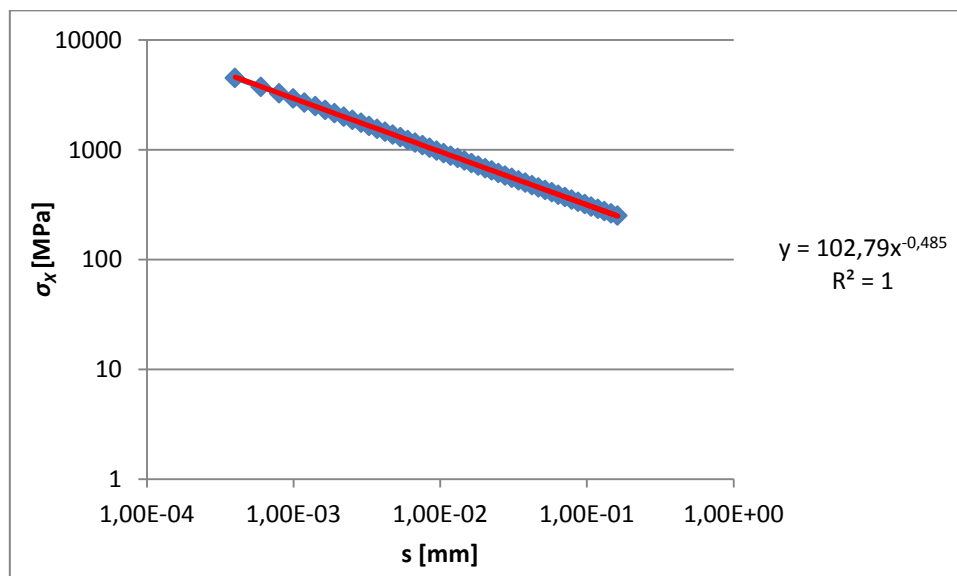
2.1 Rapporto $c/a = 0$

$2\alpha = 60^\circ$

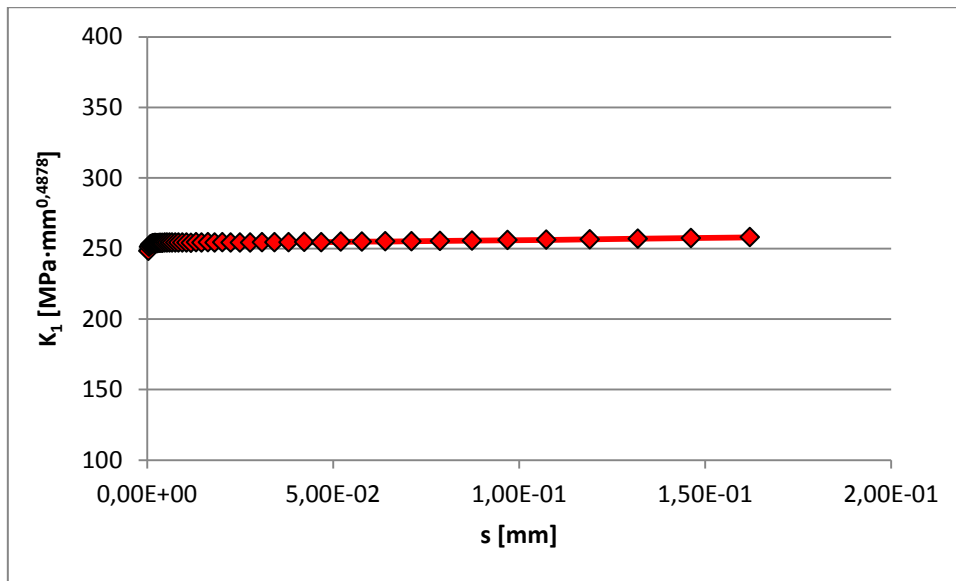
s [mm]	σ_X [MPa]	σ_Y [MPa]	K_I [MPa·mm ^{0.4878}]
4.00E-04	4501.6	3848.6	248.22
6.00E-04	3736.8	3215.8	251.11
8.00E-04	3263.6	2816.5	252.35
1.00E-03	2934.5	2518	253.00
1.19E-03	2692.1	2314.4	252.65
1.41E-03	2485.7	2136.2	253.41
1.65E-03	2303.7	1980.4	253.57
1.91E-03	2143.3	1842.5	253.37
2.21E-03	2000	1719.3	253.87
2.53E-03	1870.9	1608.2	253.67
2.89E-03	1753.8	1507.4	253.74
3.29E-03	1647.1	1415.4	253.86
3.73E-03	1549.2	1331	253.84
4.22E-03	1459	1253.3	253.90
4.77E-03	1375.7	1181.3	254.15
5.37E-03	1298.4	1114.6	254.14
6.03E-03	1226.5	1052.5	254.03
6.77E-03	1159.6	994.56	254.13
7.58E-03	1097	940.4	254.03
8.49E-03	1038.4	889.66	254.14

s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_I [MPa·mm ^{0.4878}]
9.49E-03	983.41	842.06	254.11
1.06E-02	931.81	797.31	254.13
1.18E-02	883.29	755.21	253.83
1.32E-02	837.62	715.53	254.24
1.47E-02	794.57	678.1	254.17
1.64E-02	753.96	642.76	254.41
1.82E-02	715.63	609.37	254.06
2.03E-02	679.41	577.78	254.39
2.25E-02	645.18	547.88	254.01
2.50E-02	612.79	519.55	253.98
2.78E-02	582.15	492.71	254.11
3.09E-02	553.14	467.26	254.22
3.43E-02	525.67	443.11	254.22
3.81E-02	499.65	420.19	254.34
4.23E-02	474.99	398.42	254.44
4.69E-02	451.62	377.74	254.42
5.21E-02	429.46	358.09	254.67
5.78E-02	408.46	339.4	254.80
6.41E-02	388.54	321.63	254.92
7.11E-02	369.66	304.72	255.11
7.88E-02	351.76	288.64	255.24
8.74E-02	334.79	273.32	255.52
9.69E-02	318.7	258.74	255.79
0.10738	303.45	244.85	256.07
0.11903	289	231.62	256.44
0.13193	275.31	219.02	256.87
0.14623	262.34	207	257.36
0.16206	250.07	195.55	257.94

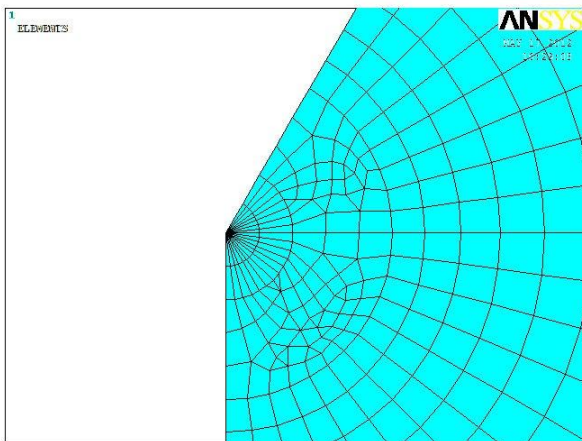
Andamento σ_x



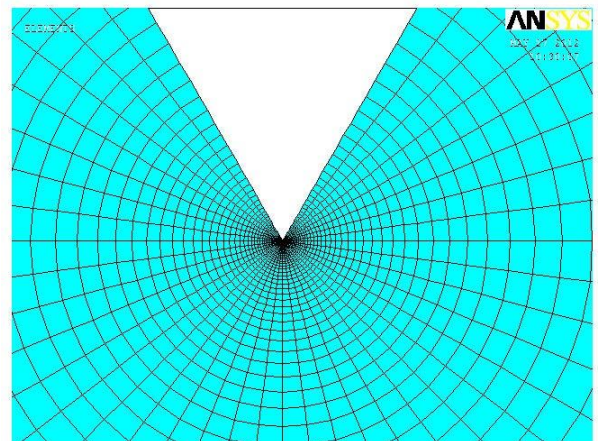
Andamento K_I (valore medio pari a $254.23 \text{ [MPa}\cdot\text{mm}^{0.4878}]$)



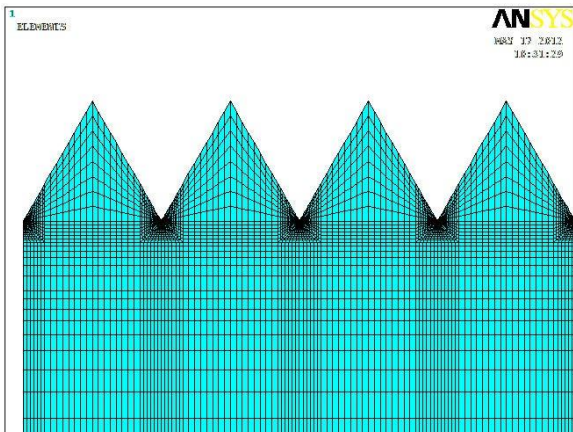
Mesh intaglio centrale



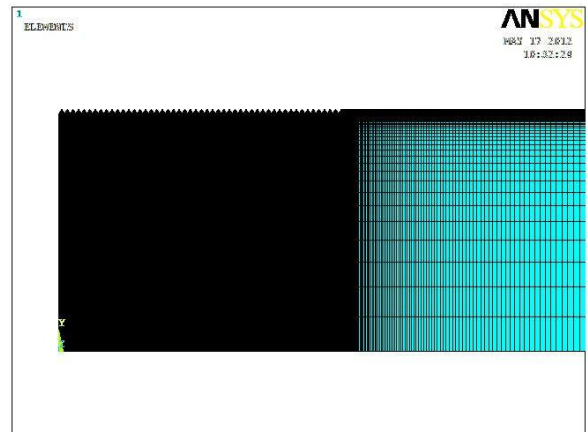
Mesh primo intaglio



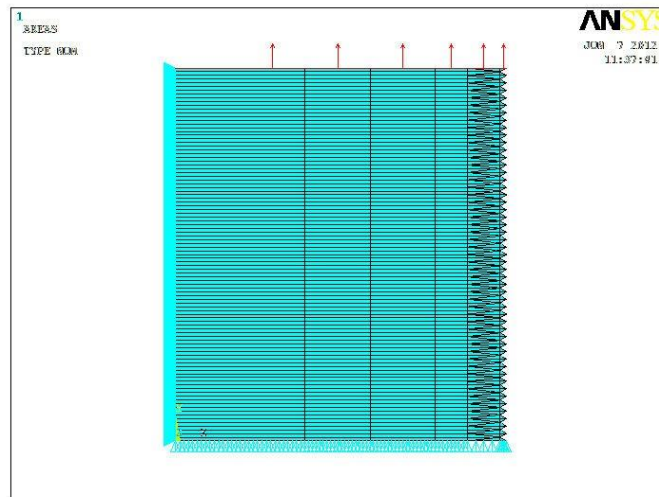
Mesh modello (particolare)



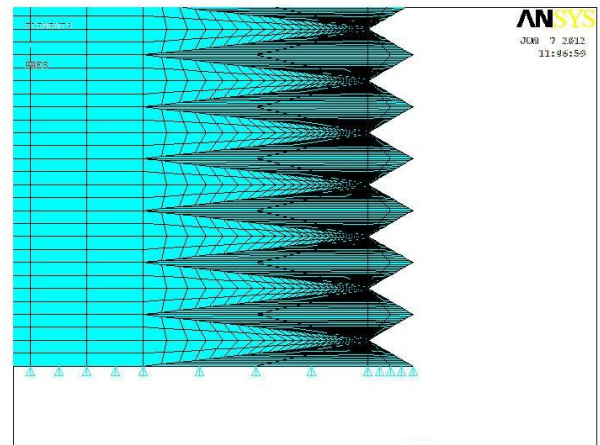
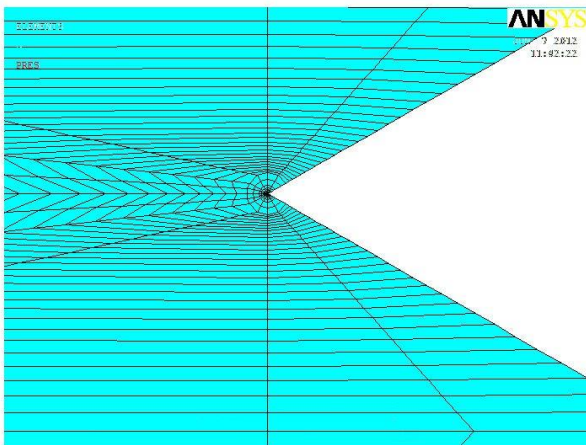
Mesh modello



Modello ottenuto con il programma



Mesh rada



Confronto tra i modelli con finitura della mesh diversa:

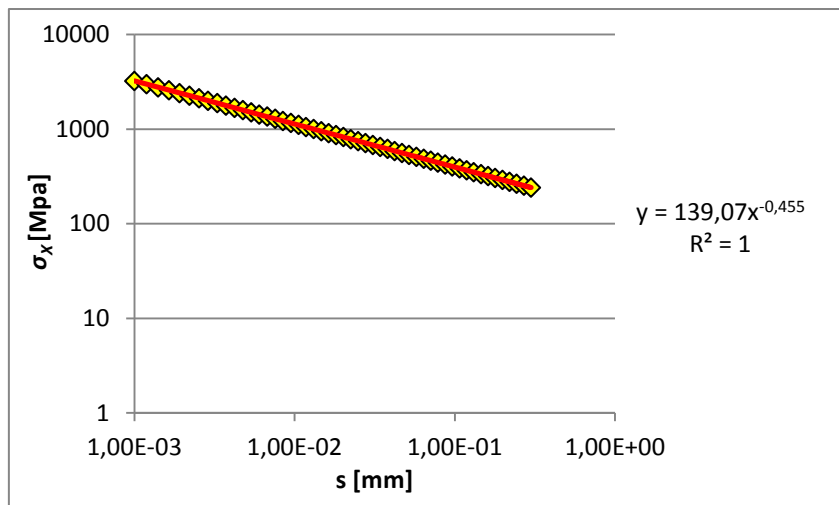
	MESH FITTA	MESH RADA
SENE [MJ]	0.0357534	0.0116277
VOLU [m ³]	0.235616	0.0261782
W [MJ/m ³]	0.151744364	0.562080785
K _I [MPa·mm ^{0.4878}]	253.35	253.63
Errore %	-	0.11

$$2\alpha = 90^\circ$$

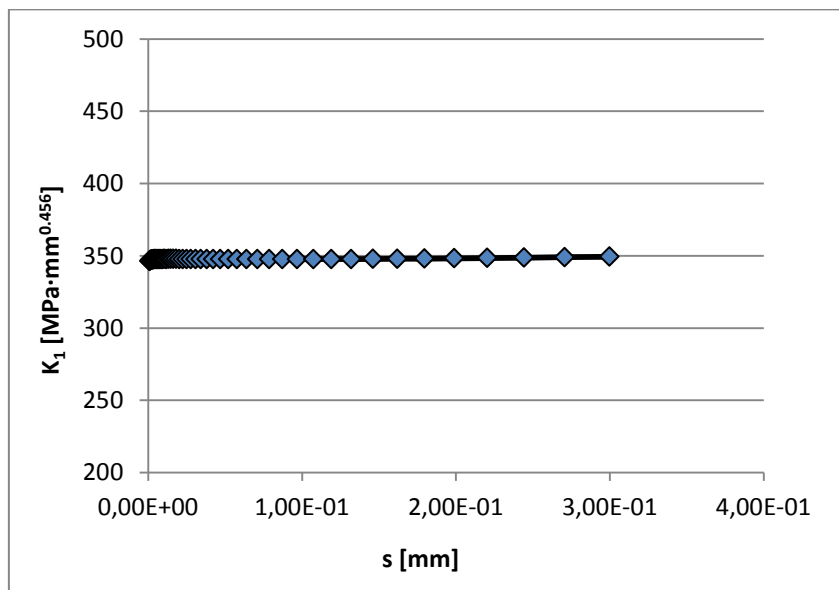
s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_I [MPa·mm^{0.456}]
1.00E-03	3225.3	2184.4	346.38
1.19E-03	2975.4	2019.6	346.57
1.41E-03	2761.1	1874.4	346.92
1.65E-03	2571.6	1746.9	347.02
1.91E-03	2403.7	1633.4	347.15
2.21E-03	2253.1	1531.5	347.26
2.53E-03	2116.8	1439.3	347.34
2.89E-03	1992.8	1355.2	347.42
3.29E-03	1879.1	1278.2	347.46
3.73E-03	1774.6	1207.2	347.53
4.22E-03	1677.9	1141.6	347.57
4.77E-03	1588.2	1080.6	347.61
5.37E-03	1504.6	1023.9	347.62
6.03E-03	1426.7	970.88	347.66
6.77E-03	1353.7	921.27	347.67
7.58E-03	1285.3	874.73	347.69
8.49E-03	1221.1	830.99	347.73
9.49E-03	1160.6	789.81	347.73
1.06E-02	1103.6	750.99	347.76
1.18E-02	1049.7	714.33	347.73
1.32E-02	998.9	679.69	347.74
1.47E-02	950.81	646.9	347.75
1.64E-02	905.28	615.85	347.74
1.82E-02	862.13	586.42	347.74
2.03E-02	821.22	558.5	347.73
2.25E-02	782.4	531.99	347.72
2.50E-02	745.55	506.81	347.72
2.78E-02	710.54	482.88	347.70
3.09E-02	677.27	460.12	347.69
3.43E-02	645.64	438.47	347.68
3.81E-02	615.55	417.86	347.66
4.23E-02	586.93	398.23	347.65
4.69E-02	559.69	379.54	347.63
5.21E-02	533.76	361.72	347.62
5.78E-02	509.08	344.73	347.61
6.41E-02	485.57	328.54	347.60
7.11E-02	463.18	313.08	347.59
7.88E-02	441.85	298.34	347.59
8.74E-02	421.54	284.27	347.60
9.69E-02	402.18	270.83	347.61
0.10738	383.75	258	347.64
0.11903	366.18	245.74	347.68
0.13193	349.45	234.02	347.73

s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_I [MPa·mm ^{0.456}]
0.14623	333.51	222.82	347.81
0.16206	318.33	212.12	347.91
0.17959	303.87	201.87	348.03
0.19902	290.11	192.07	348.21
0.22053	277	182.69	348.40
0.24436	264.53	173.71	348.66
0.27076	252.67	165.1	348.97
0.3	241.35	156.84	349.30

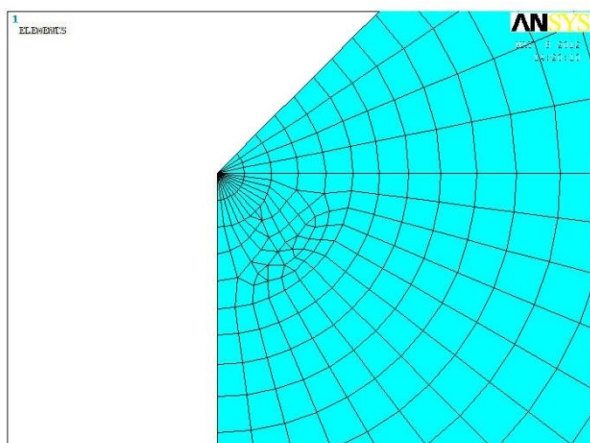
Andamento σ_x



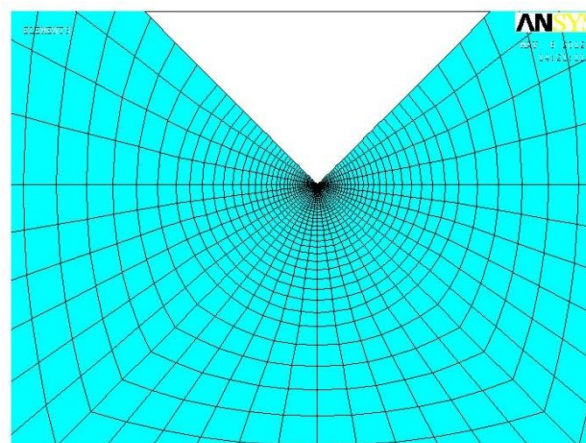
Andamento K_I (valore medio pari a 347.68 [MPa·mm^{0.456}])



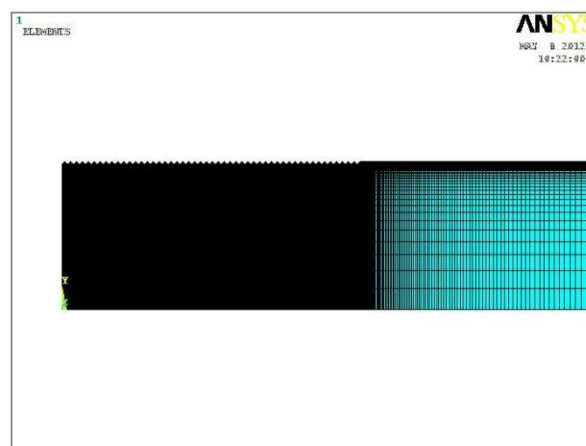
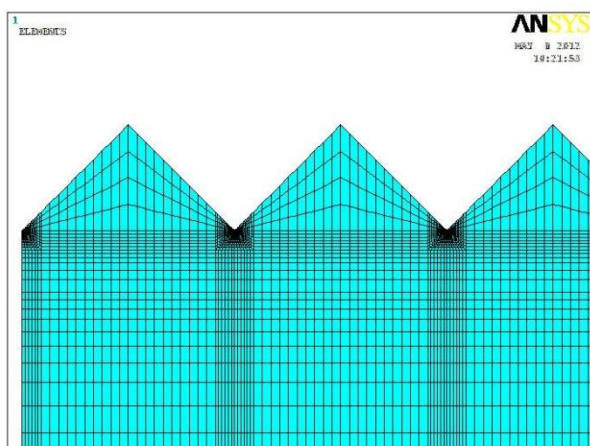
Mesh intaglio centrale



Mesh primo intaglio



Mesh modello



Confronto tra i modelli con finitura della mesh diversa:

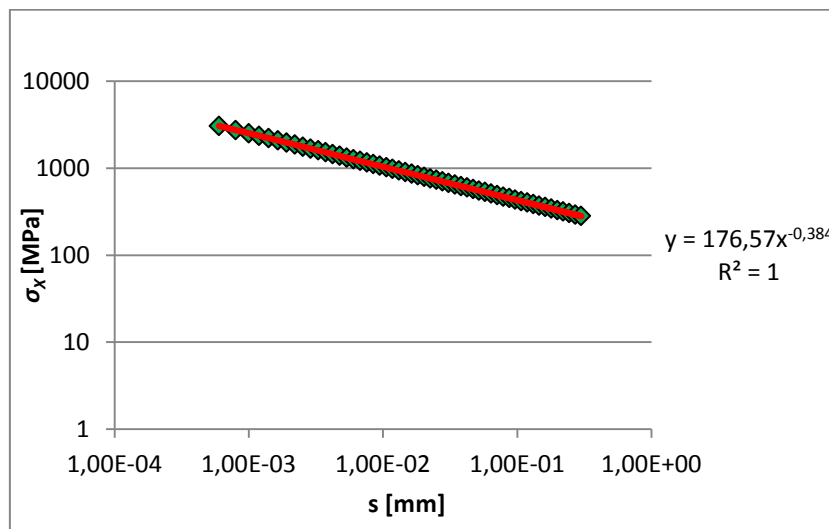
	MESH FITTA	MESH RADA
SENE [MJ]	0.054616	0.0162816
VOLU [m ³]	0.212057	0.0235615
W [MJ/m ³]	0.257551979	0.6910256
K _I [MPa·mm ^{0.456}]	348.36	346.14
Errore %	-	-0.64

$$2\alpha = 120^\circ$$

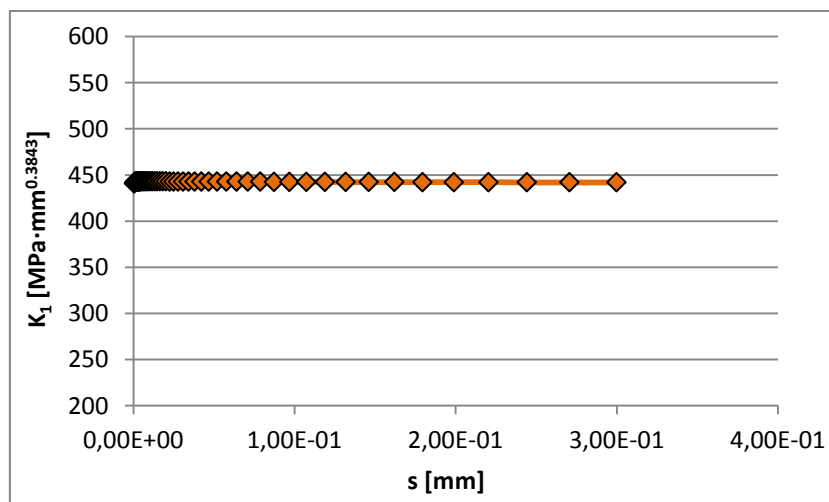
s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_I [MPa·mm ^{0.3843}]
6.00E-04	3041.6	1349	440.48
8.00E-04	2731.3	1216.1	441.78
1.00E-03	2509.2	1112.8	442.20
1.19E-03	2343.9	1041.6	442.32
1.41E-03	2200.2	978.06	442.58
1.65E-03	2071.9	921.61	442.62
1.91E-03	1957	870.83	442.69
2.21E-03	1852.9	824.77	442.75
2.53E-03	1757.8	782.66	442.78
2.89E-03	1670.4	743.91	442.82
3.29E-03	1589.7	708.07	442.86
3.73E-03	1514.7	674.76	442.89
4.22E-03	1444.7	643.69	442.89
4.77E-03	1379.3	614.59	442.92
5.37E-03	1317.8	587.26	442.92
6.03E-03	1260	561.54	442.94
6.77E-03	1205.4	537.26	442.93
7.58E-03	1153.8	514.3	442.93
8.49E-03	1105	492.55	442.95
9.49E-03	1058.6	471.91	442.93
1.06E-02	1014.6	452.31	442.95
1.18E-02	972.73	433.65	442.94
1.32E-02	932.86	415.89	442.94
1.47E-02	894.85	398.96	442.93
1.64E-02	858.58	382.8	442.92
1.82E-02	823.96	367.37	442.92
2.03E-02	790.87	352.62	442.90
2.25E-02	759.24	338.53	442.89
2.50E-02	728.98	325.04	442.88
2.78E-02	700.02	312.12	442.86
3.09E-02	672.29	299.76	442.85
3.43E-02	645.72	287.91	442.83
3.81E-02	620.26	276.55	442.80
4.23E-02	595.85	265.66	442.78
4.69E-02	572.44	255.22	442.75
5.21E-02	549.99	245.2	442.72
5.78E-02	528.45	235.58	442.69
6.41E-02	507.78	226.35	442.65
7.11E-02	487.94	217.49	442.61
7.88E-02	468.89	208.98	442.57
8.74E-02	450.61	200.8	442.53
9.69E-02	433.05	192.94	442.49
0.10738	416.18	185.39	442.43

s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_I [MPa·mm ^{0.3843}]
0.11903	399.99	178.13	442.39
0.13193	384.43	171.15	442.33
0.14623	369.48	164.44	442.28
0.16206	355.13	157.99	442.23
0.17959	341.33	151.78	442.16
0.19902	328.08	145.8	442.11
0.22053	315.36	140.04	442.06
0.24436	303.13	134.5	442.01
0.27076	291.38	129.17	441.96
0.3	280.06	124.01	441.86

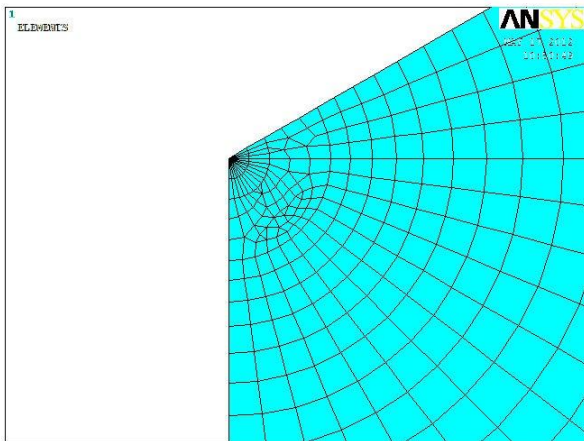
Andamento σ_x



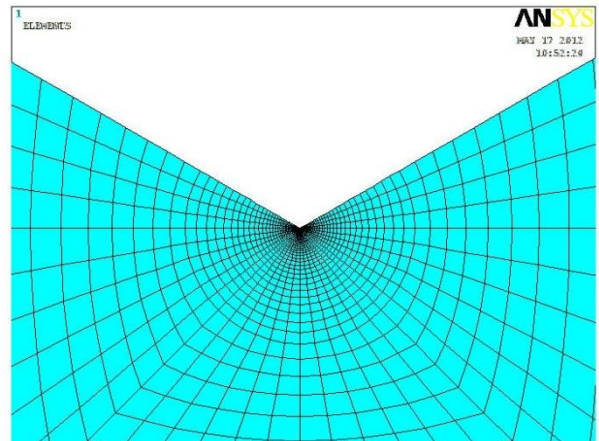
Andamento K_I Andamento K_I (valore medio pari a 442.59 [MPa·mm^{0.3843}])



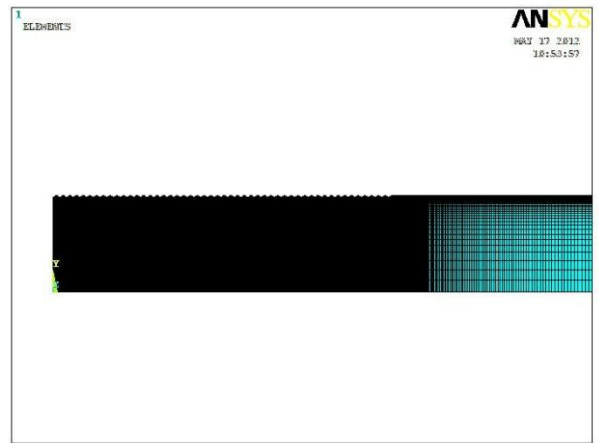
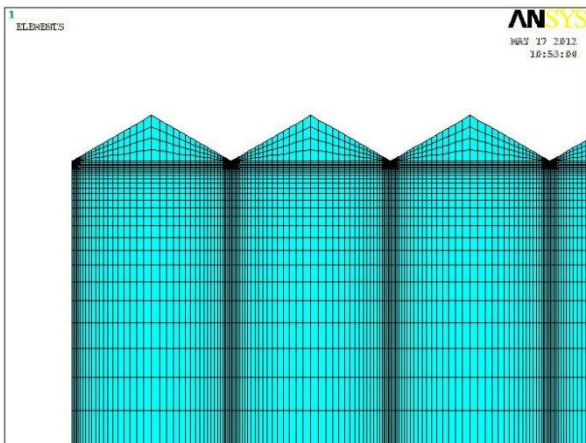
Mesh intaglio centrale



Mesh primo intaglio



Mesh modello



Confronto tra i modelli con finitura della mesh diversa:

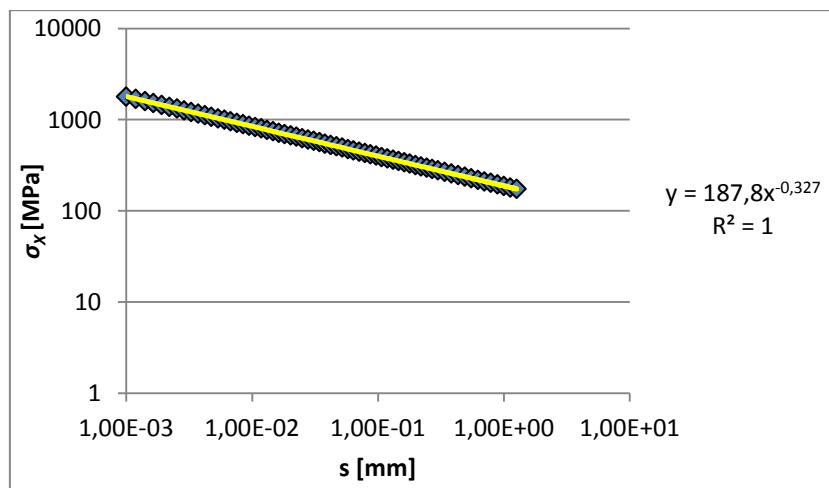
	MESH FITTA	MESH RADA
SENE [MJ]	0.058769	0.0149791
VOLU [m ³]	0.188496	0.0209439
W [MJ/m ³]	0.31177956	0.7152011
K ₁ [MPa·mm ^{0.3843}]	443.03	439.91
Errore %	-	-0.71

$$2\alpha = 135^\circ$$

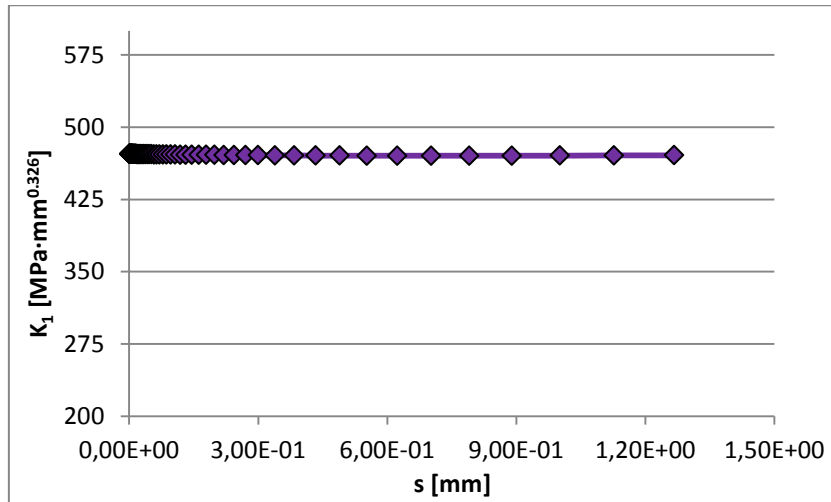
s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_I [MPa·mm ^{0.326}]
1.00E-03	1791	573.45	472.15
1.19E-03	1690.2	542.15	472.20
1.41E-03	1601.6	513.87	472.36
1.65E-03	1521.9	488.55	472.35
1.91E-03	1449.9	465.56	472.39
2.21E-03	1384	444.54	472.37
2.53E-03	1323.5	425.17	472.40
2.89E-03	1267.3	407.21	472.37
3.29E-03	1215.1	390.47	472.38
3.73E-03	1166.2	374.8	472.37
4.22E-03	1120.3	360.08	472.36
4.77E-03	1077	346.2	472.34
5.37E-03	1036.1	333.07	472.32
6.03E-03	997.36	320.63	472.31
6.77E-03	960.55	308.81	472.29
7.58E-03	925.52	297.56	472.27
8.49E-03	892.13	286.84	472.26
9.49E-03	860.25	276.6	472.24
1.06E-02	829.77	266.8	472.22
1.18E-02	800.59	257.43	472.20
1.32E-02	772.63	248.44	472.17
1.47E-02	745.81	239.82	472.15
1.64E-02	720.07	231.55	472.12
1.82E-02	695.33	223.6	472.10
2.03E-02	671.55	215.96	472.07
2.25E-02	648.68	208.6	472.05
2.50E-02	626.66	201.53	472.02
2.78E-02	605.46	194.71	471.99
3.09E-02	585.03	188.14	471.96
3.43E-02	565.34	181.81	471.93
3.81E-02	546.36	175.71	471.90
4.23E-02	528.06	169.83	471.87
4.69E-02	510.4	164.15	471.84
5.21E-02	493.35	158.67	471.79
5.78E-02	476.91	153.38	471.76
6.41E-02	461.03	148.27	471.72
7.11E-02	445.69	143.34	471.67
7.88E-02	430.88	138.57	471.63
8.74E-02	416.58	133.97	471.59
9.69E-02	402.76	129.52	471.54
0.10738	389.41	125.23	471.49
0.11903	376.51	121.07	471.43
0.13193	364.05	117.05	471.38

s [mm]	σ_x [MPa]	σ_y [MPa]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]
0.14623	352	113.17	471.33
0.16206	340.35	109.42	471.26
0.17959	329.1	105.78	471.20
0.19902	318.21	102.27	471.12
0.22053	307.7	98.871	471.06
0.24436	297.53	95.58	470.99
0.27076	287.7	92.395	470.91
0.3	278.16	89.304	470.78
0.33965	267.07	85.722	470.68
0.38413	256.54	82.305	470.62
0.43402	246.49	79.034	470.55
0.49	236.9	75.899	470.49
0.55279	227.74	72.889	470.43
0.62324	218.99	69.995	470.39
0.70227	210.62	67.209	470.37
0.79092	202.61	64.523	470.36
0.89038	194.96	61.928	470.42
1.002	187.63	59.419	470.51
1.1271	180.62	56.989	470.64
1.2675	173.92	54.63	470.86

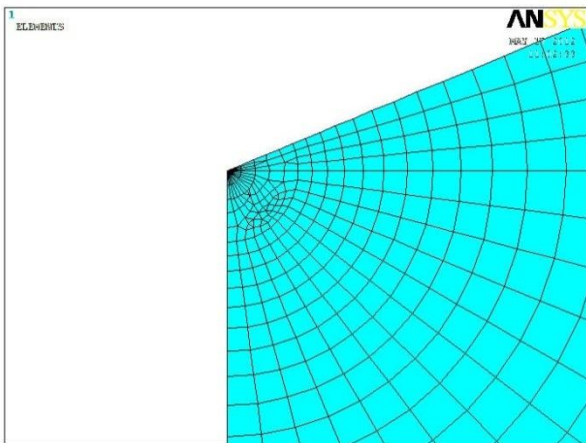
Andamento σ_x



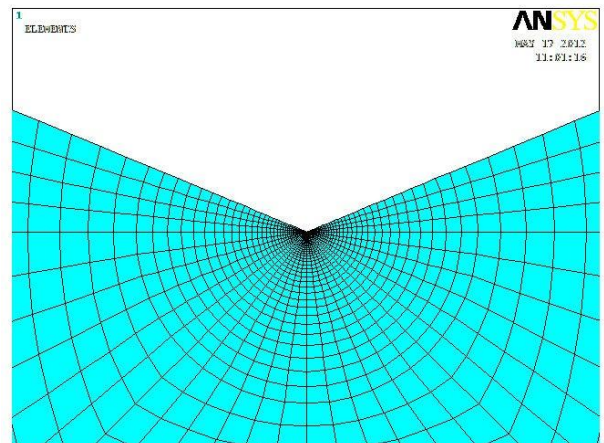
Andamento K_I (valore medio pari a 471.64 [MPa·mm^{0.326}])



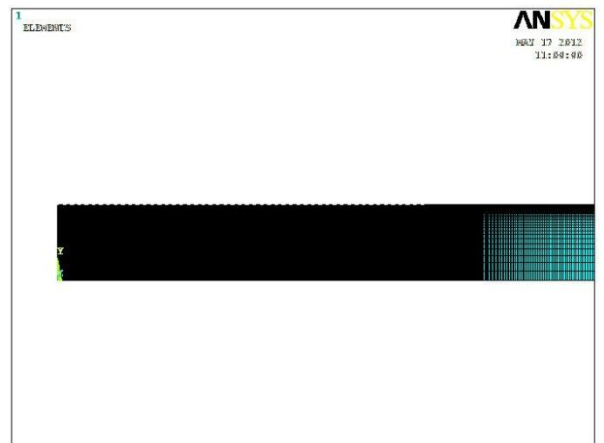
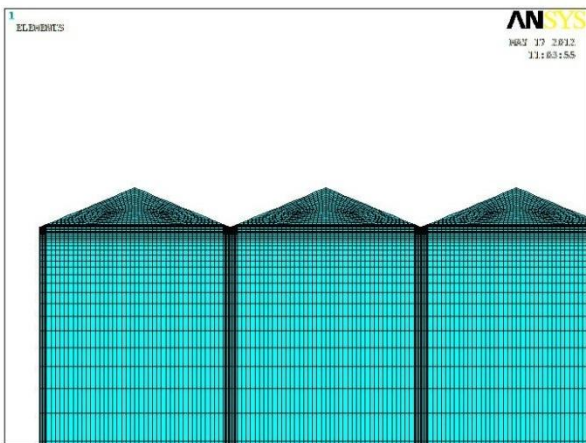
Mesh intaglio centrale



Mesh primo intaglio



Mesh modello



Confronto tra i modelli con finitura della mesh diversa:

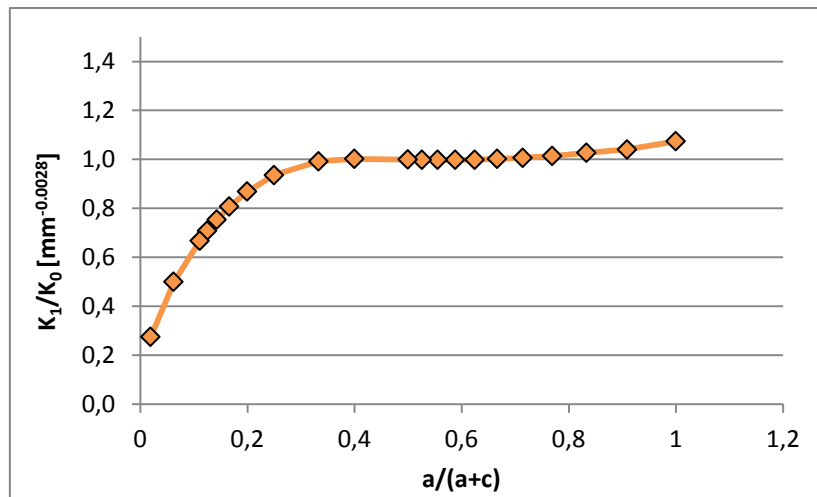
	MESH FITTA	MESH RADA
SENE [MJ]	0.049097	0.0110364
VOLU [m ³]	0.176714	0.0196349
W [MJ/m ³]	0.277834241	0.5620808
K ₁ [MPa·mm ^{0.326}]	471.59	468.64
Errore %	-	0.63

Dopo avere confrontato i risultati ottenuti nei casi di mesh rada e fitta, si nota che le differenze sono inferiori a 1% e pertanto si è deciso di continuare a sfruttare il codice per condurre ulteriori analisi variando il rapporto c/a.

2.2 Rapporto c/a variabile

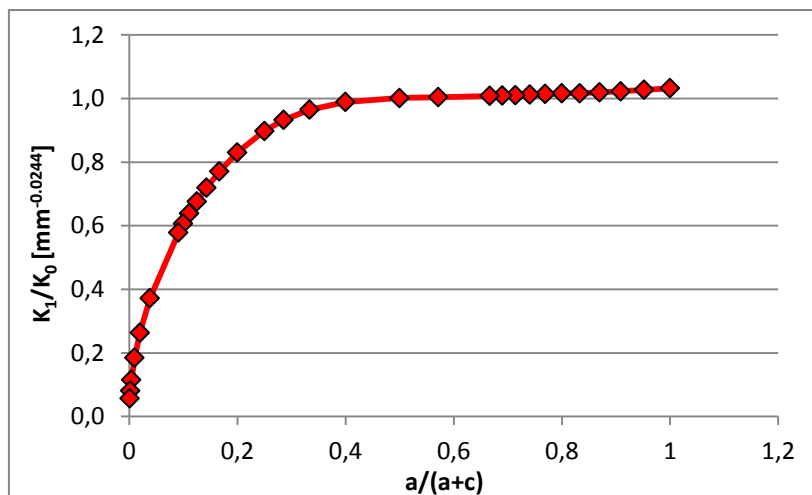
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K₀ [MPa·mm^{0.5014}]	K₁ [MPa·mm^{0.4986}]	K₁/K₀ [mm^{-0.0028}]
2.67949	0	0	1	163.92	176.06	1.0741
3.67949	1	0.1	0.909091	192.17	200.03	1.0409
4.67949	2	0.2	0.833333	216.79	222.62	1.0269
5.67949	3	0.3	0.769231	238.90	242.15	1.0136
6.67949	4	0.4	0.714286	259.14	260.80	1.0064
7.67949	5	0.5	0.666667	277.91	278.46	1.0020
8.67949	6	0.6	0.625	295.50	295.25	0.9992
9.67949	7	0.7	0.588235	312.11	311.59	0.9983
10.6795	8	0.8	0.555556	327.88	327.30	0.9982
11.6795	9	0.9	0.526316	342.93	342.52	0.9988
12.6795	10	1	0.5	357.35	357.29	0.9998
17.6795	15	1.5	0.4	422.16	423.17	1.0024
22.6795	20	2	0.333333	478.32	474.74	0.9925
32.6795	30	3	0.25	574.46	537.69	0.9360
42.6795	40	4	0.2	656.74	570.35	0.8685
52.6795	50	5	0.166667	729.85	589.63	0.8079
62.6795	60	6	0.142857	796.30	600.37	0.7539
72.6795	70	7	0.125	857.65	607.09	0.7079
82.6795	80	8	0.111111	914.92	611.49	0.6684
152.68	150	15	0.0625	1244.36	622.01	0.4999
502.68	500	50	0.019608	2261.66	623.12	0.2755



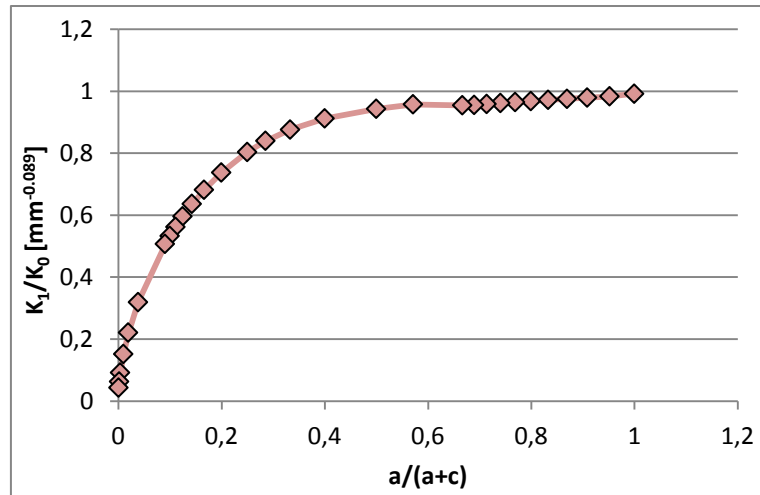
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
5.77	0	0	1	245.40	253.35	1.0324
6.27	0.5	0.05	0.952381	256.07	263.00	1.0270
6.77	1	0.1	0.909091	266.33	272.40	1.0228
7.27	1.5	0.15	0.869565	276.23	281.59	1.0194
7.77	2	0.2	0.833333	285.81	290.56	1.0166
8.27	2.5	0.25	0.8	295.08	299.79	1.0159
8.77	3	0.3	0.769231	304.09	308.33	1.0140
9.27	3.5	0.35	0.740741	312.85	316.67	1.0122
9.77	4	0.4	0.714286	321.38	324.81	1.0107
10.27	4.5	0.45	0.689655	329.71	332.78	1.0093
10.77	5	0.5	0.666667	337.83	340.58	1.0081
13.27	7.5	0.75	0.571429	375.95	377.57	1.0043
15.77	10	1	0.5	410.70	411.31	1.0015
20.77	15	1.5	0.4	472.92	467.75	0.9891
25.77	20	2	0.333333	528.17	509.52	0.9647
30.77	25	2.5	0.285714	578.39	539.52	0.9328
35.77	30	3	0.25	624.76	561.08	0.8981
45.77	40	4	0.2	708.84	588.74	0.8306
55.77	50	5	0.166667	784.34	604.38	0.7706
65.77	60	6	0.142857	853.48	613.95	0.7193
75.77	70	7	0.125	917.65	620.17	0.6758
85.77	80	8	0.111111	977.81	624.41	0.6386
95.77	90	9	0.1	1034.63	627.52	0.6065
105.77	100	10	0.090909	1088.63	629.70	0.5784
255.77	250	25	0.038462	1711.20	637.66	0.3726
505.77	500	50	0.019608	2426.41	638.25	0.2630
1005.77	1000	100	0.009901	3450.48	638.17	0.1850
2505.77	2500	250	0.003984	5507.29	636.79	0.1156
5005.77	5000	500	0.001996	7849.99	635.45	0.0809
10005.77	10000	1000	0.000999	11192.53	636.31	0.0569



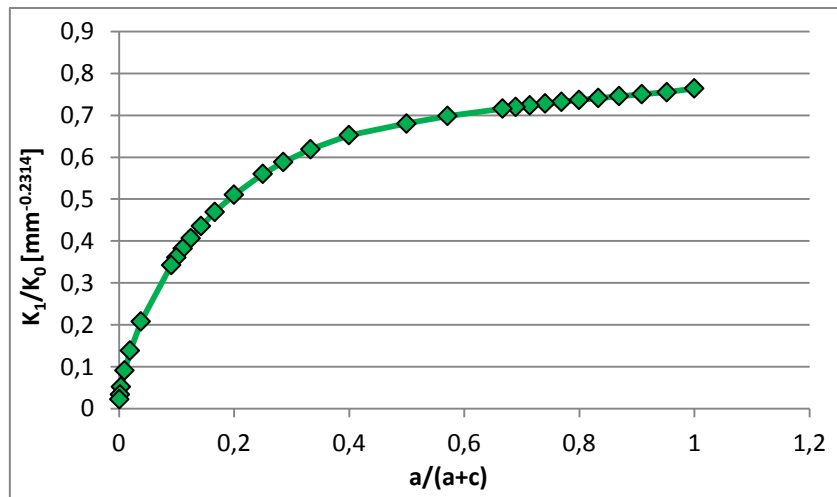
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [$\text{MPa}\cdot\text{mm}^{0.545}$]	K_1 [$\text{MPa}\cdot\text{mm}^{0.456}$]	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.089}$]
10	0	0	1	350.35	347.68	0.9924
10.5	0.5	0.05	0.952381	359.78	353.88	0.9836
11	1	0.1	0.909091	369.01	361.45	0.9795
11.5	1.5	0.15	0.869565	378.05	368.83	0.9756
12	2	0.2	0.833333	386.91	376.04	0.9719
12.5	2.5	0.25	0.8	395.61	383.12	0.9684
13	3	0.3	0.769231	404.15	390.03	0.9651
13.5	3.5	0.35	0.740741	412.54	396.84	0.9619
14	4	0.4	0.714286	420.79	403.63	0.9592
14.5	4.5	0.45	0.689655	428.91	410.14	0.9562
15	5	0.5	0.666667	436.90	417.09	0.9547
17.5	7.5	0.75	0.571429	475.15	454.91	0.9574
20	10	1	0.5	510.99	481.86	0.943
25	15	1.5	0.4	577.00	526.23	0.912
30	20	2	0.333333	637.22	558.66	0.8767
35	25	2.5	0.285714	693.02	582.12	0.84
40	30	3	0.25	745.28	599.22	0.804
50	40	4	0.2	841.57	621.32	0.7383
60	50	5	0.166667	929.40	634.10	0.6823
70	60	6	0.142857	1010.78	643.26	0.6364
80	70	7	0.125	1087.01	648.47	0.5966
90	80	8	0.111111	1159.00	651.95	0.5625
100	90	9	0.1	1227.44	654.31	0.5331
110	100	10	0.090909	1292.82	655.94	0.5074
260	250	25	0.038462	2065.16	660.22	0.3197
510	500	50	0.019608	2980.38	659.17	0.2212
1010	1000	100	0.009901	4323.67	659.17	0.1525
2510	2500	250	0.003984	7097.78	654.74	0.0922
5010	5000	500	0.001996	10340.98	651.70	0.063
10010	10000	1000	0.000999	15074.27	650.71	0.0432



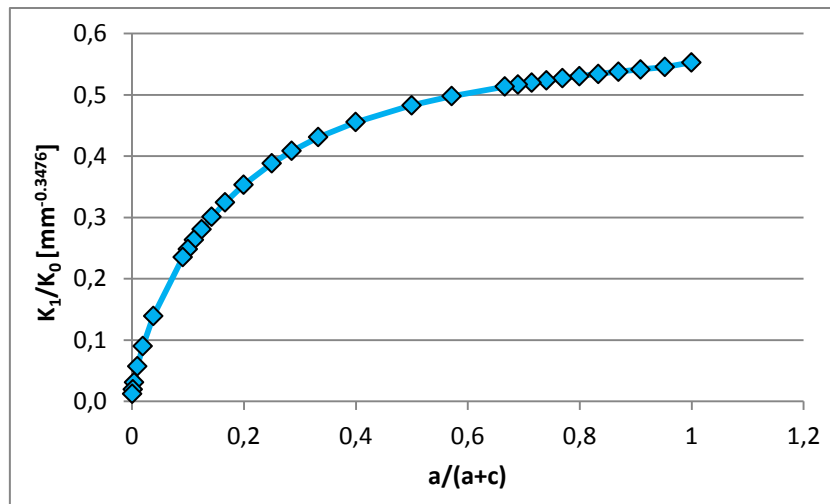
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
17.3	0	0	1	578.43	442.00	0.7641
17.8	0.5	0.05	0.952381	588.67	444.67	0.7554
18.3	1	0.1	0.909091	598.80	449.37	0.7505
18.8	1.5	0.15	0.869565	608.82	453.99	0.7457
19.3	2	0.2	0.833333	618.74	458.53	0.7411
19.8	2.5	0.25	0.8	628.56	462.99	0.7366
20.3	3	0.3	0.769231	638.29	467.37	0.7322
20.8	3.5	0.35	0.740741	647.92	471.68	0.728
21.3	4	0.4	0.714286	657.47	475.91	0.7238
21.8	4.5	0.45	0.689655	666.93	480.05	0.7198
22.3	5	0.5	0.666667	676.31	484.13	0.7158
24.8	7.5	0.75	0.571429	722.03	504.33	0.6985
27.3	10	1	0.5	766.02	521.09	0.6803
32.3	15	1.5	0.4	849.59	554.56	0.6527
37.3	20	2	0.333333	928.32	574.97	0.6194
42.3	25	2.5	0.285714	1003.07	590.22	0.5884
47.3	30	3	0.25	1074.50	601.75	0.56
57.3	40	4	0.2	1209.18	617.46	0.5106
67.3	50	5	0.166667	1335.08	627.19	0.4698
77.3	60	6	0.142857	1453.95	633.53	0.4357
87.3	70	7	0.125	1567.04	637.81	0.407
97.3	80	8	0.111111	1675.25	640.80	0.3825
107.3	90	9	0.1	1779.26	642.95	0.3614
117.3	100	10	0.090909	1879.60	644.51	0.3429
267.3	250	25	0.038462	3121.06	650.28	0.2084
517.3	500	50	0.019608	4686.52	650.51	0.1388
1017.3	1000	100	0.009901	7107.00	650.41	0.0915
2517.3	2500	250	0.003984	12415.25	648.58	0.0522
5017.3	5000	500	0.001996	18983.64	647.09	0.0341
10017.3	10000	1000	0.000999	29057.76	646.35	0.0222



$2\alpha = 135^\circ$

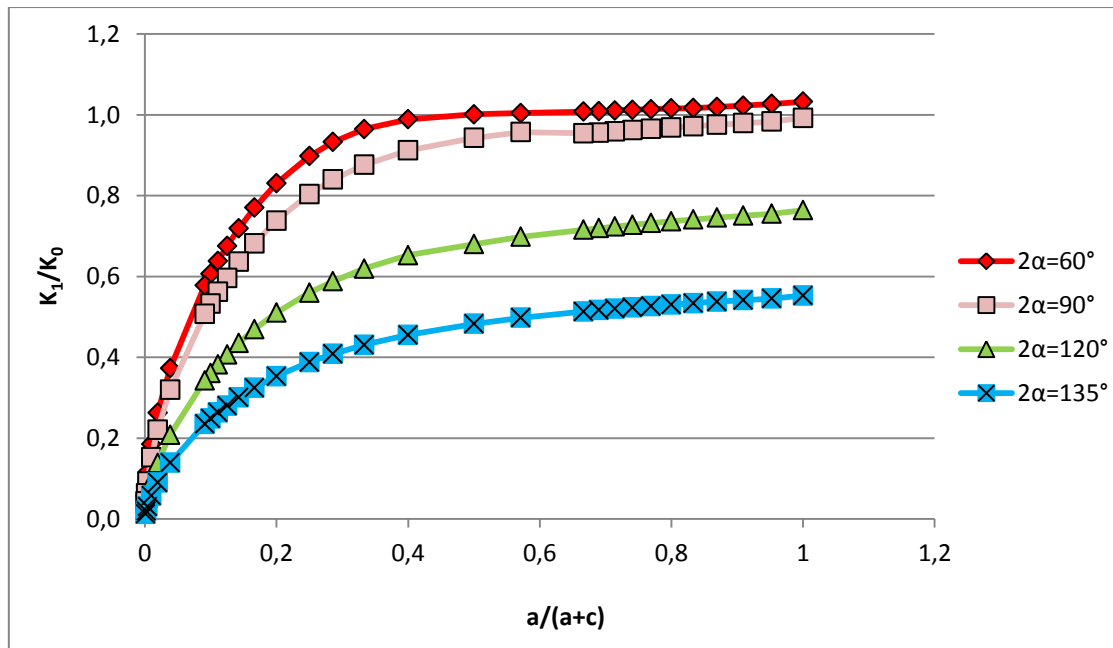
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
24.1014	0	0	1	852.99	471.59	0.5529
24.6014	0.5	0.05	0.952381	864.87	471.72	0.5454
25.1014	1	0.1	0.909091	876.67	474.76	0.5416
25.6014	1.5	0.15	0.869565	888.40	477.76	0.5378
26.1014	2	0.2	0.833333	900.05	480.71	0.5341
26.6014	2.5	0.25	0.8	911.62	483.61	0.5305
27.1014	3	0.3	0.769231	923.13	486.46	0.5270
27.6014	3.5	0.35	0.740741	934.57	489.26	0.5235
28.1014	4	0.4	0.714286	945.94	492.01	0.5201
28.6014	4.5	0.45	0.689655	957.24	494.70	0.5168
29.1014	5	0.5	0.666667	968.48	497.33	0.5135
31.6014	7.5	0.75	0.571429	1023.77	509.64	0.4978
34.1014	10	1	0.5	1077.64	520.52	0.4830
39.1014	15	1.5	0.4	1181.68	538.44	0.4557
44.1014	20	2	0.333333	1281.45	552.17	0.4309
49.1014	25	2.5	0.285714	1377.59	562.75	0.4085
54.1014	30	3	0.25	1470.58	570.99	0.3883
64.1014	40	4	0.2	1648.56	582.69	0.3535
74.1014	50	5	0.166667	1817.67	590.33	0.3248
84.1	60	6	0.142857	1979.46	595.54	0.3009
94.1	70	7	0.125	2135.08	599.20	0.2806
104.1	80	8	0.111111	2285.38	601.86	0.2634
114.1	90	9	0.1	2431.04	603.82	0.2484
124.1	100	10	0.090909	2572.57	605.31	0.2353
274.1	250	25	0.038462	4387.09	611.12	0.1393
524.1	500	50	0.019608	6788.88	611.58	0.0901
1024.1	1000	100	0.009901	10660.24	611.3232	0.0573
2524.1	2500	250	0.003984	19573.08	610.45	0.0312
5024.1	5000	500	0.001996	31119.52	609.26	0.0196
10024.1	10000	1000	0.000999	49556.91	608.73	0.0123



Riassumendo

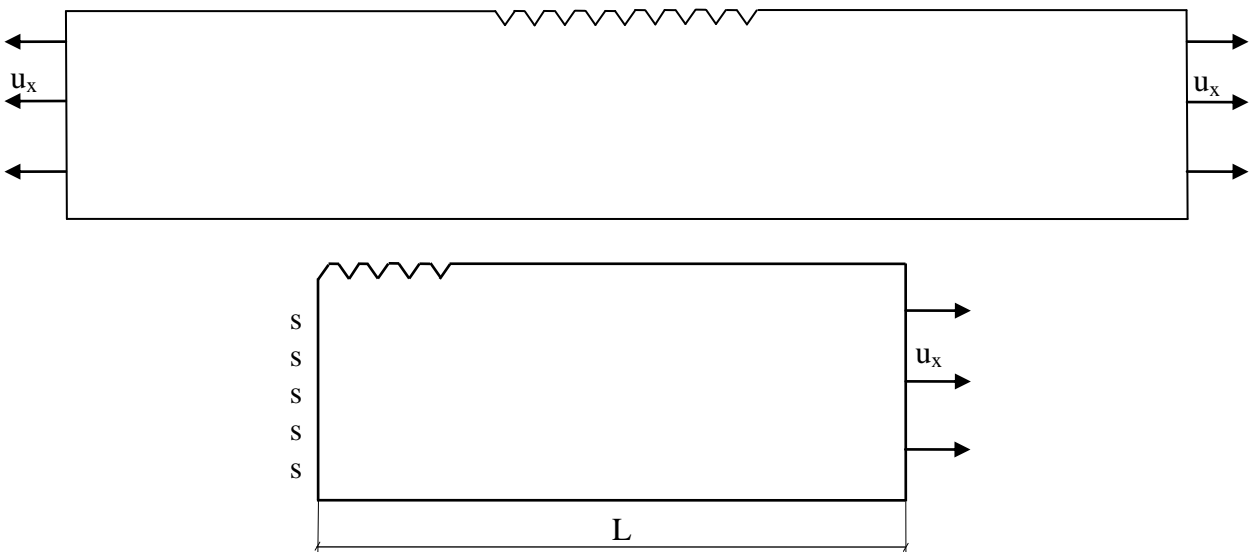
a/(a+c)	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.0244}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.089}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.2314}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.3476}]
	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°
1	1.0324	0.9924	0.7641	0.5529
0.952381	1.0270	0.9836	0.7554	0.5454
0.909091	1.0228	0.9795	0.7505	0.5416
0.869565	1.0194	0.9756	0.7457	0.5378
0.833333	1.0166	0.9719	0.7411	0.5341
0.8	1.0159	0.9684	0.7366	0.5305
0.769231	1.0140	0.9651	0.7322	0.5270
0.740741	1.0122	0.9619	0.7280	0.5235
0.714286	1.0107	0.9592	0.7238	0.5201
0.689655	1.0093	0.9562	0.7198	0.5168
0.666667	1.0081	0.9547	0.7158	0.5135
0.571429	1.0043	0.9574	0.6985	0.4978
0.5	1.0015	0.9430	0.6803	0.4830
0.4	0.9891	0.9120	0.6527	0.4557
0.333333	0.9647	0.8767	0.6194	0.4309
0.285714	0.9328	0.8400	0.5884	0.4085
0.25	0.8981	0.8040	0.5600	0.3883
0.2	0.8306	0.7383	0.5106	0.3535
0.166667	0.7706	0.6823	0.4698	0.3248
0.142857	0.7193	0.6364	0.4357	0.3009
0.125	0.6758	0.5966	0.4070	0.2806
0.111111	0.6386	0.5625	0.3825	0.2634
0.1	0.6065	0.5331	0.3614	0.2484
0.090909	0.5784	0.5074	0.3429	0.2353
0.038462	0.3726	0.3197	0.2084	0.1393

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.019608	0.2630	0.2212	0.1388	0.0901
0.009901	0.1850	0.1525	0.0915	0.0573
0.003984	0.1156	0.0922	0.0522	0.0312
0.001996	0.0809	0.0630	0.0341	0.0196
0.000999	0.0569	0.0432	0.0222	0.0123



3 INTAGLI DOTATI DI SINGOLA SIMMETRIA

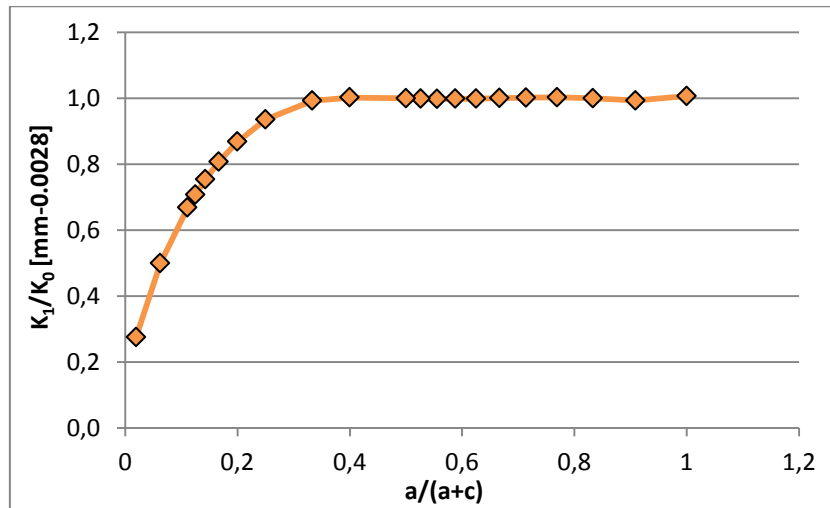
In seguito è stato eseguito un confronto tra i dati ricavati dai modelli precedenti con quelli ottenuti riproducendo un componente simmetrico solo da una parte (lato sinistro) e applicando uno spostamento u_x sul lato destro pari a $u_x = \frac{1-\nu^2}{E} \sigma_{NOM} \cdot L$ (con $\sigma_{NOM}=100$ MPa) al posto di una semplice pressione, come nel caso precedente. Se i risultati ricavati dalle due diverse tipologie di modello sono simili, allora sarà possibile eseguire le analisi successive con un numero inferiore di intagli, rispetto al caso del capitolo precedente.



$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
2.67949	0	0	1	163.92	165.07	1.0070
3.67949	1	0.1	0.909091	192.17	190.84	0.9931
4.67949	2	0.2	0.833333	216.79	216.78	1.0000
5.67949	3	0.3	0.769231	238.90	239.56	1.0028
6.67949	4	0.4	0.714286	259.14	259.60	1.0018
7.67949	5	0.5	0.666667	277.91	278.04	1.0005
8.67949	6	0.6	0.625	295.50	295.25	0.9991
9.67949	7	0.7	0.588235	312.11	311.59	0.9983
10.6795	8	0.8	0.555556	327.88	327.30	0.9982
11.6795	9	0.9	0.526316	342.93	342.52	0.9988
12.6795	10	1	0.5	357.35	357.29	0.9998
17.6795	15	1.5	0.4	422.16	423.17	1.0024
22.6795	20	2	0.333333	478.32	474.74	0.9925
32.6795	30	3	0.25	574.46	537.69	0.9360
42.6795	40	4	0.2	656.74	570.35	0.8685

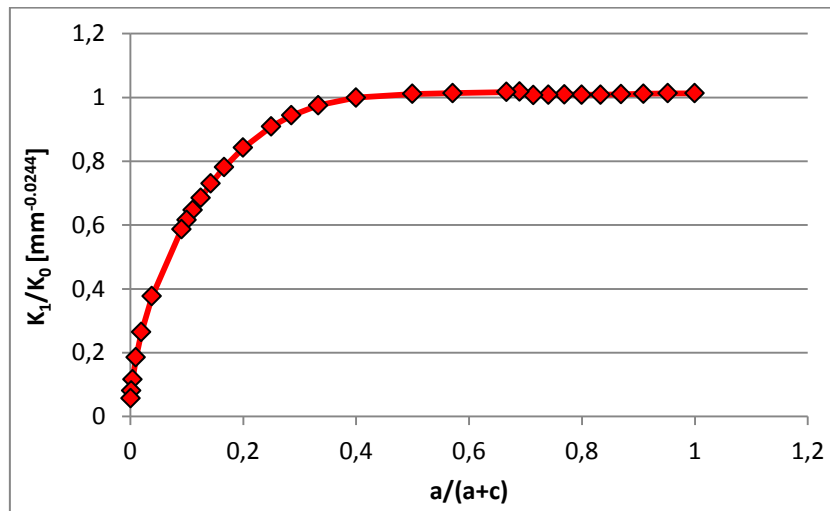
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
52.68	50	5	0.166667	729.85	589.63	0.8079
62.68	60	6	0.142857	796.30	600.37	0.7539
72.68	70	7	0.125	857.65	607.09	0.7079
82.68	80	8	0.111111	914.92	611.49	0.6684
152.68	150	15	0.0625	1244.36	622.00	0.4999
502.68	500	50	0.019608	2261.66	623.12	0.2755



$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
6.26996	0.5	0.05	0.952381	256.07	259.42	1.0131
6.76996	1	0.1	0.909091	266.33	269.36	1.0113
7.26996	1.5	0.15	0.869565	276.23	278.93	1.0098
7.76996	2	0.2	0.833333	285.81	288.19	1.0083
8.26996	2.5	0.25	0.8	295.08	297.53	1.0083
8.76996	3	0.3	0.769231	304.09	306.92	1.0093
9.26996	3.5	0.35	0.740741	312.85	315.34	1.0080
9.76996	4	0.4	0.714286	321.38	323.54	1.0067
10.26996	4.5	0.45	0.689655	329.71	335.72	1.0182
10.76996	5	0.5	0.666667	337.83	343.62	1.0171
13.26996	7.5	0.75	0.571429	375.95	381.02	1.0135
15.76996	10	1	0.5	410.70	415.22	1.0110
20.76996	15	1.5	0.4	472.92	472.63	0.9994
25.76996	20	2	0.333333	528.17	515.24	0.9755
30.76996	25	2.5	0.285714	578.39	545.87	0.9438
35.76996	30	3	0.25	624.76	567.87	0.9089
45.76996	40	4	0.2	708.84	597.18	0.8425
55.76996	50	5	0.166667	784.34	613.16	0.7817
65.76996	60	6	0.142857	853.48	622.78	0.7297
75.76996	70	7	0.125	917.65	628.87	0.6853
85.76996	80	8	0.111111	977.81	632.90	0.6473

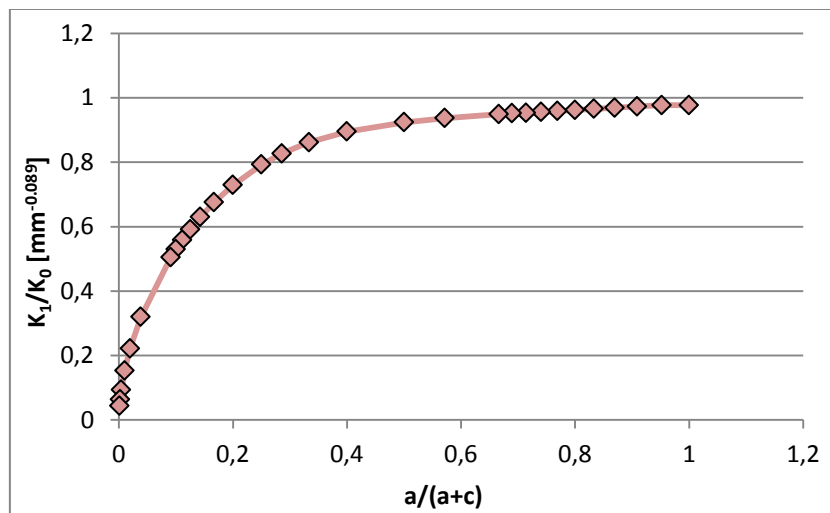
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
95.77	90	9	0.1	1034.63	637.13	0.6158
105.77	100	10	0.090909	1088.63	639.08	0.5871
255.77	250	25	0.038462	1711.20	644.57	0.3767
505.77	500	50	0.019608	2426.41	642.53	0.2648
1005.77	1000	100	0.009901	3450.48	640.29	0.1856
2505.77	2500	250	0.003984	5507.29	638.57	0.1159
5005.77	5000	500	0.001996	7849.99	635.61	0.0810
10005.77	10000	1000	0.000999	11192.53	636.37	0.0569



$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_1 [MPa·mm ^{0.456}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]
10.5	0.5	0.05	0.952381	359.78	351.54	0.9771
11	1	0.1	0.909091	369.01	359.09	0.9731
11.5	1.5	0.15	0.869565	378.05	366.46	0.9693
12	2	0.2	0.833333	386.91	373.65	0.9657
12.5	2.5	0.25	0.8	395.61	380.71	0.9623
13	3	0.3	0.769231	404.15	387.63	0.9591
13.5	3.5	0.35	0.740741	412.54	394.39	0.956
14	4	0.4	0.714286	420.79	401.02	0.953
14.5	4.5	0.45	0.689655	428.91	408.40	0.9522
15	5	0.5	0.666667	436.90	414.81	0.9495
17.5	7.5	0.75	0.571429	475.15	445.10	0.9367
20	10	1	0.5	510.99	472.23	0.9242
25	15	1.5	0.4	577.00	516.60	0.8953
30	20	2	0.333333	637.22	549.29	0.862
35	25	2.5	0.285714	693.02	573.13	0.827
40	30	3	0.25	745.28	590.69	0.7926
50	40	4	0.2	841.57	613.79	0.7293

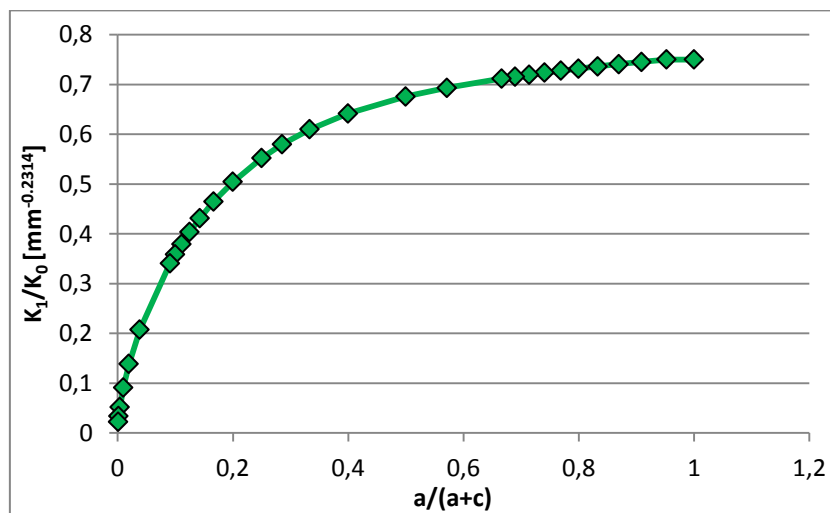
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K ₀ [MPa·mm ^{0.545}]	K ₁ [MPa·mm ^{0.456}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.089}]
60	50	5	0.166667	929.40	627.60	0.6753
70	60	6	0.142857	1010.78	636.66	0.6299
80	70	7	0.125	1087.01	642.56	0.5911
90	80	8	0.111111	1159.00	646.68	0.558
100	90	9	0.1	1227.44	649.66	0.5293
110	100	10	0.090909	1292.82	651.86	0.5042
260	250	25	0.038462	2065.16	660.30	0.3197
510	500	50	0.019608	2980.38	660.91	0.2218
1010	1000	100	0.009901	4323.67	660.57	0.1528
2510	2500	250	0.003984	7097.78	660.49	0.0931
5010	5000	500	0.001996	10340.98	659.05	0.0637
10010	10000	1000	0.000999	15074.27	659.79	0.0438



$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K ₀ [MPa·mm ^{0.6157}]	K ₁ [MPa·mm ^{0.3843}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.2314}]
17.8	0.5	0.05	0.952381	588.67	441.59	0.7501
18.3	1	0.1	0.909091	598.80	446.32	0.7454
18.8	1.5	0.15	0.869565	608.82	450.96	0.7407
19.3	2	0.2	0.833333	618.74	455.54	0.7362
19.8	2.5	0.25	0.8	628.56	460.03	0.7319
20.3	3	0.3	0.769231	638.29	464.45	0.7277
20.8	3.5	0.35	0.740741	647.92	468.80	0.7235
21.3	4	0.4	0.714286	657.47	473.06	0.7195
21.8	4.5	0.45	0.689655	666.93	477.28	0.7156
22.3	5	0.5	0.666667	676.31	481.38	0.7118
24.8	7.5	0.75	0.571429	722.03	500.59	0.6933
27.3	10	1	0.5	766.02	517.58	0.6757
32.3	15	1.5	0.4	849.59	545.29	0.6418

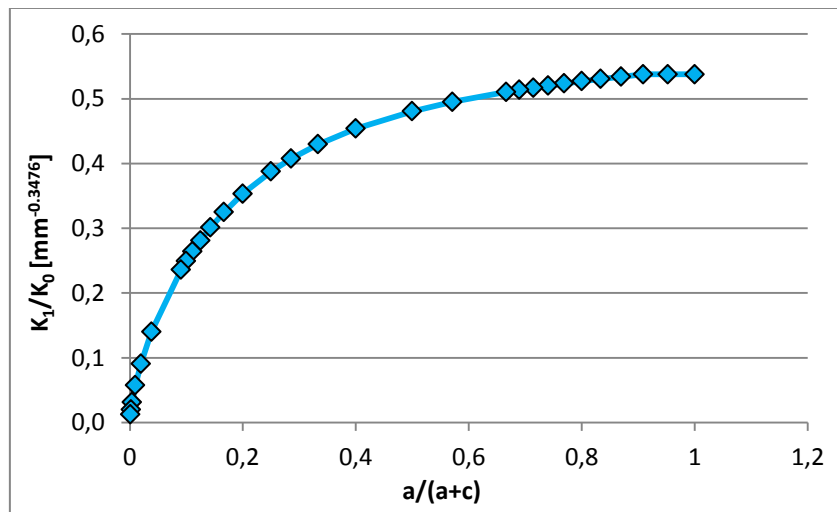
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
37.3	20	2	0.333333	928.32	566.09	0.6098
42.3	25	2.5	0.285714	1003.07	581.73	0.58
47.3	30	3	0.25	1074.50	593.65	0.5525
57.3	40	4	0.2	1209.18	610.09	0.5045
67.3	50	5	0.166667	1335.08	620.50	0.4648
77.3	60	6	0.142857	1453.95	627.45	0.4315
87.3	70	7	0.125	1567.04	632.29	0.4035
97.3	80	8	0.111111	1675.25	635.80	0.3795
107.3	90	9	0.1	1779.26	638.42	0.3588
117.3	100	10	0.090909	1879.60	640.43	0.3407
267.3	250	25	0.038462	3121.06	648.73	0.2079
517.3	500	50	0.019608	4686.52	649.69	0.1386
1017.3	1000	100	0.009901	7107.00	649.55	0.0914
2517.3	2500	250	0.003984	12415.25	649.62	0.0523
5017.3	5000	500	0.001996	18983.64	648.31	0.0342
10017.3	10000	1000	0.000999	29057.76	646.88	0.0223



$2\alpha = 135^\circ$

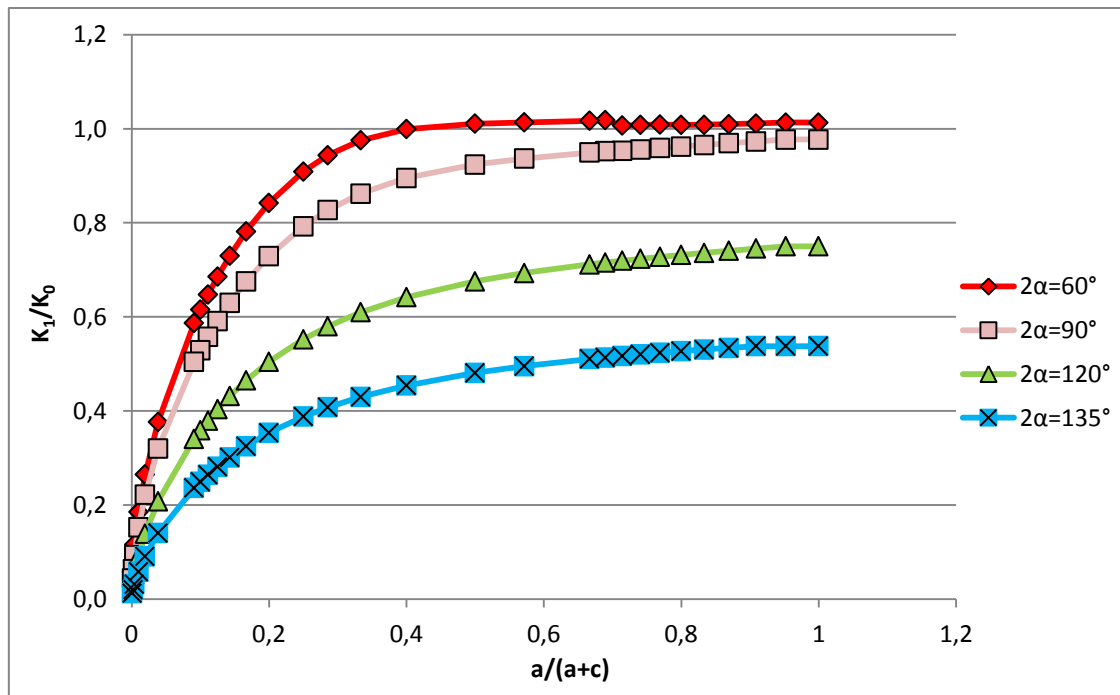
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
24.6014	0.5	0.05	0.952381	864.87	468.43	0.5462
25.1014	1	0.1	0.909091	876.67	471.45	0.5378
25.6014	1.5	0.15	0.869565	888.40	474.49	0.5341
26.1014	2	0.2	0.833333	900.05	477.49	0.5305
26.6014	2.5	0.25	0.8	911.62	480.43	0.5270
27.1014	3	0.3	0.769231	923.13	483.33	0.5236
27.6014	3.5	0.35	0.740741	934.57	486.17	0.5202
28.1014	4	0.4	0.714286	945.94	488.96	0.5169
28.6014	4.5	0.45	0.689655	957.24	491.70	0.5137

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
29.1014	5	0.5	0.666667	968.48	494.39	0.5105
31.6014	7.5	0.75	0.571429	1023.77	506.95	0.4952
34.1014	10	1	0.5	1077.64	518.09	0.4808
39.1014	15	1.5	0.4	1181.68	536.52	0.4540
44.1014	20	2	0.333333	1281.45	550.71	0.4298
49.1014	25	2.5	0.285714	1377.59	561.70	0.4077
54.1014	30	3	0.25	1470.58	570.31	0.3878
64.1014	40	4	0.2	1648.56	582.63	0.3534
74.1014	50	5	0.166667	1817.67	590.77	0.3250
84.1014	60	6	0.142857	1979.46	596.41	0.3013
94.1014	70	7	0.125	2135.08	600.46	0.2812
104.1	80	8	0.111111	2285.38	603.46	0.2641
114.1	90	9	0.1	2431.04	605.74	0.2492
124.1	100	10	0.090909	2572.57	607.52	0.2362
274.1	250	25	0.038462	4387.09	615.20	0.1402
524.1	500	50	0.019608	6788.88	616.08	0.0907
1024.1	1000	100	0.009901	10660.24	615.9154	0.0578
2524.1	2500	250	0.003984	19573.08	616.20	0.0315
5024.1	5000	500	0.001996	31119.52	614.43	0.0197
10024.1	10000	1000	0.000999	49556.91	613.33	0.0124



Riassumendo

a/(a+c)	K_I/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
0.952381	1.0131	0.9771	0.7501	0.5462
0.909091	1.0113	0.9731	0.7454	0.5378
0.869565	1.0098	0.9693	0.7407	0.5341
0.833333	1.0083	0.9657	0.7362	0.5305
0.8	1.0083	0.9623	0.7319	0.5270
0.769231	1.0093	0.9591	0.7277	0.5236
0.740741	1.0080	0.9560	0.7235	0.5202
0.714286	1.0067	0.9530	0.7195	0.5169
0.689655	1.0182	0.9522	0.7156	0.5137
0.666667	1.0171	0.9495	0.7118	0.5105
0.571429	1.0135	0.9367	0.6933	0.4952
0.5	1.0110	0.9242	0.6757	0.4808
0.4	0.9994	0.8953	0.6418	0.4540
0.333333	0.9755	0.8620	0.6098	0.4298
0.285714	0.9438	0.8270	0.5800	0.4077
0.25	0.9089	0.7926	0.5525	0.3878
0.2	0.8425	0.7293	0.5045	0.3534
0.166667	0.7817	0.6753	0.4648	0.3250
0.142857	0.7297	0.6299	0.4315	0.3013
0.125	0.6853	0.5911	0.4035	0.2812
0.111111	0.6473	0.5580	0.3795	0.2641
0.1	0.6158	0.5293	0.3588	0.2492
0.090909	0.5871	0.5042	0.3407	0.2362
0.038462	0.3767	0.3197	0.2079	0.1402
0.019608	0.2648	0.2218	0.1386	0.0907
0.009901	0.1856	0.1528	0.0914	0.0578
0.003984	0.1159	0.0931	0.0523	0.0315
0.001996	0.0810	0.0637	0.0342	0.0197
0.000999	0.0569	0.0438	0.0223	0.0124



Confrontando i dati raccolti nei due tipi di modello con differente simmetria, si nota che i valori del rapporto K_1/K_0 sono praticamente identici. Tuttavia si evidenzia il fatto che quando gli intagli sono molto vicini tra loro (quindi $c \ll a$) tale rapporto tende a 1 per angoli di apertura inferiori a 90° , mentre tende a calare sempre di più all'aumentare di 2α . Pertanto si è deciso di introdurre un fattore correttivo nella formula del K_0 , in modo tale da ottenere per qualsiasi angolo di apertura, la tendenza al valore unitario:

$$K_0 = \kappa_0 \cdot \sigma_n \cdot h^{\lambda_1}$$

dove κ_0 è un parametro adimensionale che dipende dall'angolo di apertura dell'intaglio.

Quindi per il caso di una piastra infinita e di intagli molto vicini, la densità di energia di deformazione può essere scritta:

$$\bar{W}_1 = \frac{\kappa_0^2 e_1}{E} \left(\frac{\sigma_n h^{\lambda_1}}{R_0^{1-\lambda_1}} \right)^2 = \frac{\tilde{e}_1}{E} \left(\frac{\sigma_n h^{\lambda_1}}{R_0^{1-\lambda_1}} \right)^2$$

e da questa espressione è possibile ricavare i parametri \tilde{e}_1 e κ_0 :

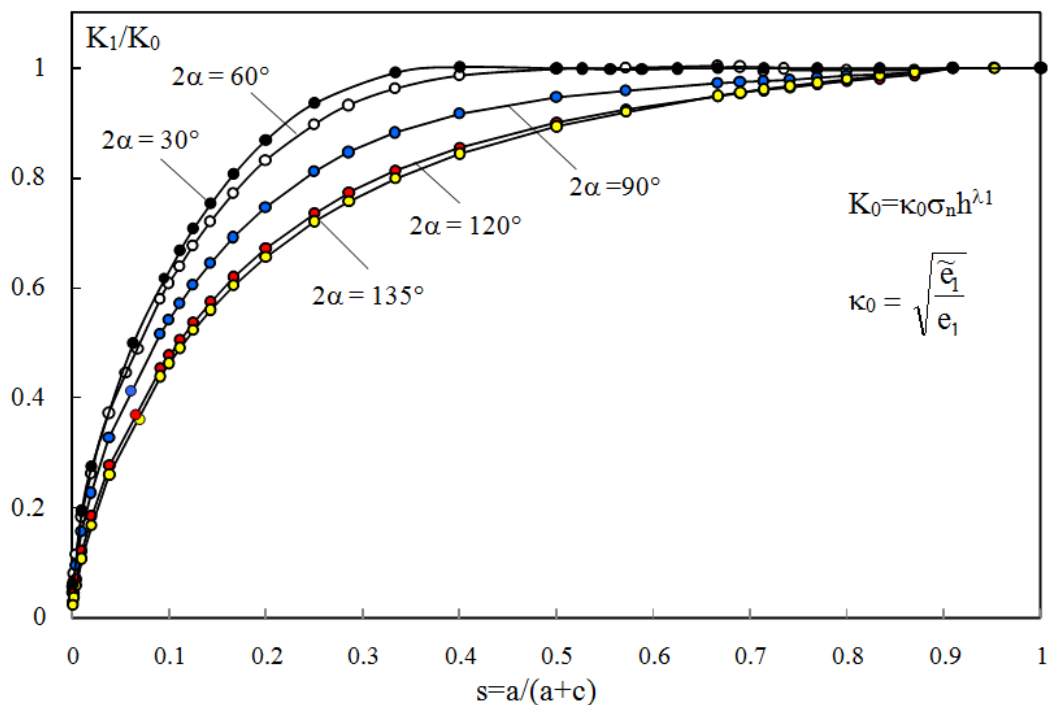
$$\tilde{e}_1 = \kappa_0^2 e_1 = \frac{E \bar{W}}{\sigma_n^2} \left(\frac{R_0^{1-\lambda_1}}{h^{\lambda_1}} \right)^2$$

$$\kappa_0 = \sqrt{\frac{E \bar{W}}{e_1 \sigma_n^2} \left(\frac{R_0^{1-\lambda_1}}{h^{\lambda_1}} \right)}$$

i cui rispettivi valori, al variare dell'angolo di apertura 2α , vengono riportati nella tabella seguente:

2α	λ_1	e_1	\tilde{e}_1	κ_0	\tilde{e}_1	κ_0
			$\text{mm}^{2(1-2\lambda_1)}$	$\text{mm}^{1-2\lambda_1}$	$\text{mm}^{2(1-2\lambda_1)}$	$\text{mm}^{1-2\lambda_1}$
			Doppia simmetria		Singola simmetria	
30°	0.5014	0.14492	0.14492	1.000	0.14492	1.000
60°	0.5122	0.15038	0.15053	1.000	0.15053	1.000
90°	0.5445	0.14623	0.14464	1.000	0.14464	1.000
120°	0.6157	0.12964	0.07608	1.305	0.07608	1.305
135°	0.6736	0.11721	0.03573	1.811	0.03573	1.811

Infine è stato possibile ottenere il seguente grafico:



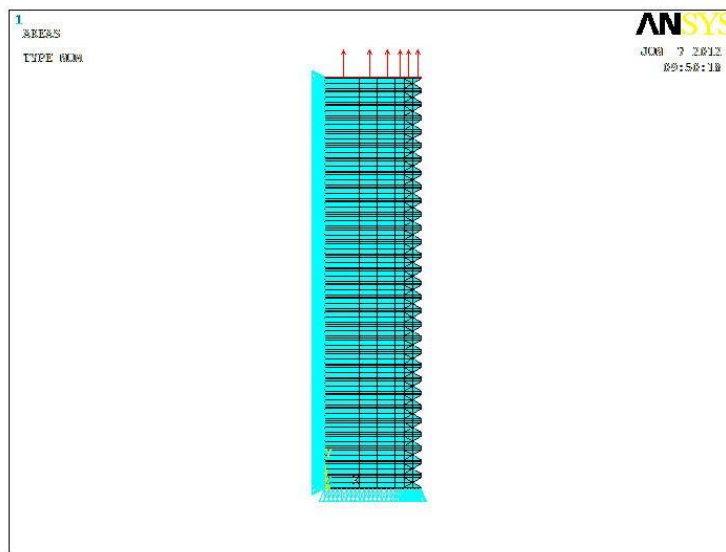
si nota che per $s > 0.8$ il rapporto K_1/K_0 è circa unitario indipendentemente dall'angolo di apertura. Tale rapporto può essere infine espresso attraverso la seguente espressione:

$$\frac{K_1}{K_0} = \frac{k_1}{\kappa_0} \left(\frac{a^{1-\lambda_1}}{h^{\lambda_1}} \right)$$

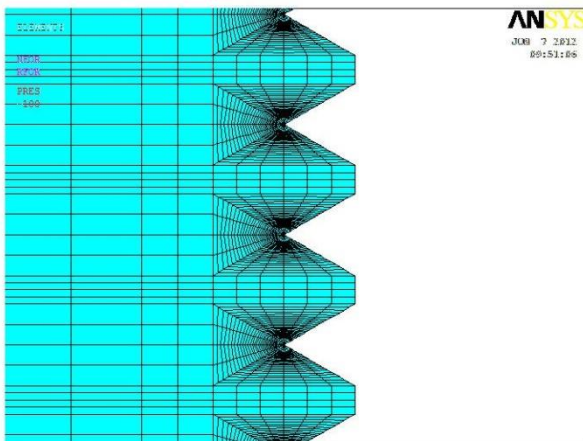
4 PIASTRA DI DIMENSIONI FINITE RISPETTO A QUELLE DELL'INTAGLIO

Dopo avere analizzato il caso di una piastra infinita ($a \ll W$) si è deciso di studiare il caso in cui le dimensioni dell'intaglio siano confrontabili con quelle del resto della struttura.

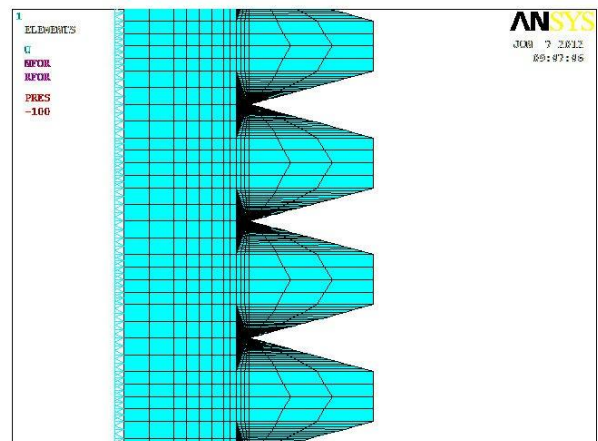
Modello con $a/(W-a) = 0.05$



Modello con $a/(W-a) = 0.05$



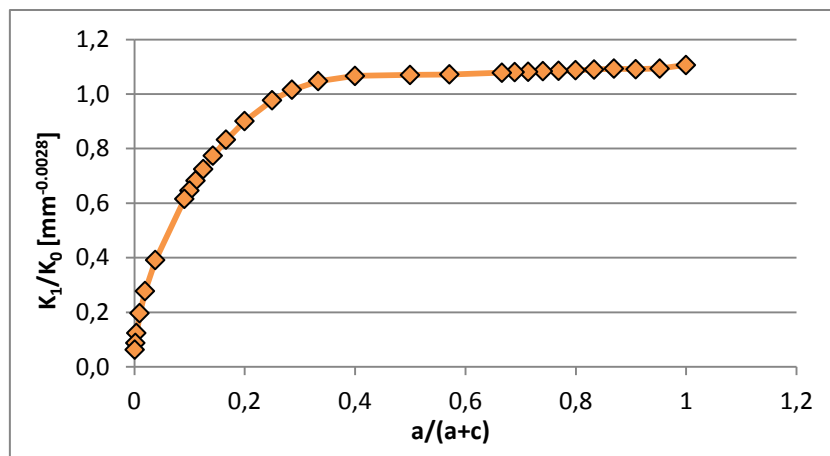
Modello con $a/(W-a) = 0.5$



4.1 Caso $a/(W-a) = 0.05$

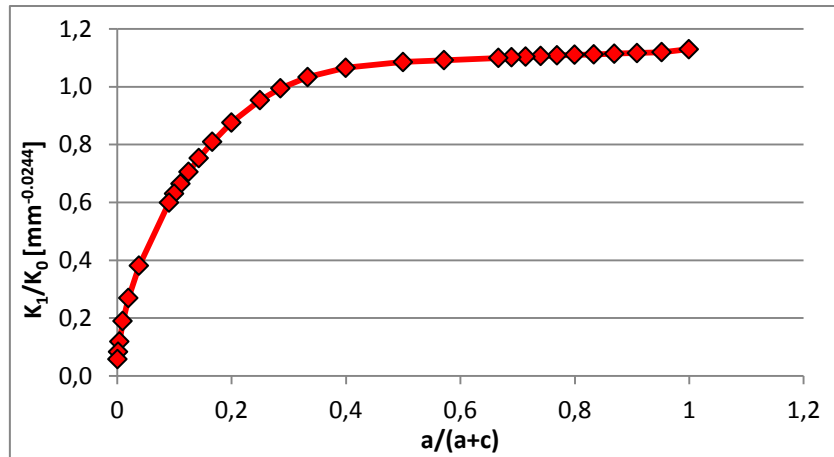
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
1.3397	0	0	1	115.79	128.11	1.1063
1.5897	0.25	0.05	0.952381	126.17	137.97	1.0936
1.8397	0.5	0.1	0.909091	135.75	148.15	1.0913
2.0897	0.75	0.15	0.869565	144.71	158.15	1.0929
2.3397	1	0.2	0.833333	153.14	166.90	1.0898
2.5897	1.25	0.25	0.8	161.14	175.13	1.0868
2.8397	1.5	0.3	0.769231	168.76	183.11	1.0850
3.0897	1.75	0.35	0.740741	176.05	190.73	1.0833
3.3397	2	0.4	0.714286	183.06	198.00	1.0816
3.5897	2.25	0.45	0.689655	189.81	204.97	1.0799
3.8397	2.5	0.5	0.666667	196.32	211.67	1.0782
5.0897	3.75	0.75	0.571429	226.12	242.33	1.0717
6.3397	5	1	0.5	252.44	270.12	1.0700
8.8397	7.5	1.5	0.4	298.23	317.98	1.0662
11.3397	10	2	0.333333	337.89	353.91	1.0474
13.8397	12.5	2.5	0.285714	373.39	379.16	1.0155
16.3397	15	3	0.25	405.81	396.72	0.9776
21.3397	20	4	0.2	463.93	417.83	0.9006
26.3397	25	5	0.166667	515.58	429.06	0.8322
31.3397	30	6	0.142857	562.53	435.31	0.7739
36.3397	35	7	0.125	605.86	438.98	0.7246
41.3397	40	8	0.111111	646.32	441.16	0.6826
46.3397	45	9	0.1	684.40	442.52	0.6466
51.3397	50	10	0.090909	720.48	443.21	0.6152
126.34	125	25	0.038462	1131.65	443.50	0.3919
251.34	250	50	0.019608	1597.68	443.02	0.2773
501.34	500	100	0.009901	2258.64	442.78	0.1960
1251.34	1250	250	0.003984	3572.93	443.15	0.1240
2501.34	2500	500	0.001996	5056.43	443.82	0.0878
5001.34	5000	1000	0.000999	7156.85	445.33	0.0622



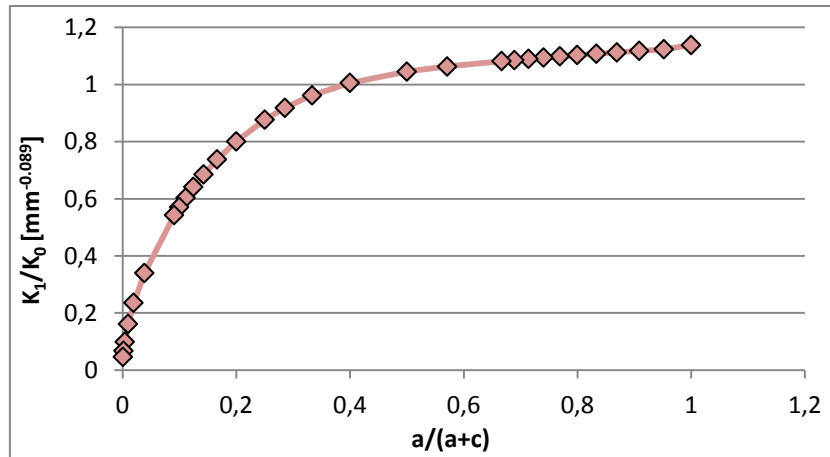
$$2\alpha = 60^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
2.89	0	0	1	172.12	194.55	1.1303
3.14	0.25	0.05	0.952381	179.60	201.07	1.1196
3.39	0.5	0.1	0.909091	186.79	208.64	1.1170
3.64	0.75	0.15	0.869565	193.73	215.91	1.1145
3.89	1	0.2	0.833333	200.44	222.89	1.1120
4.14	1.25	0.25	0.8	206.94	229.88	1.1108
4.39	1.5	0.3	0.769231	213.26	236.38	1.1084
4.64	1.75	0.35	0.740741	219.40	242.68	1.1061
4.89	2	0.4	0.714286	225.38	248.79	1.1039
5.14	2.25	0.45	0.689655	231.21	254.74	1.1017
5.39	2.5	0.5	0.666667	236.91	260.54	1.0998
6.64	3.75	0.75	0.571429	263.64	287.88	1.0920
7.89	5	1	0.5	288.00	312.62	1.0855
10.39	7.5	1.5	0.4	331.62	353.40	1.0657
12.89	10	2	0.333333	370.35	382.85	1.0337
15.39	12.5	2.5	0.285714	405.56	403.45	0.9948
17.89	15	3	0.25	438.07	417.88	0.9539
22.89	20	4	0.2	497.03	435.70	0.8766
27.89	25	5	0.166667	549.96	445.24	0.8096
32.89	30	6	0.142857	598.44	450.72	0.7532
37.89	35	7	0.125	643.43	453.98	0.7056
42.89	40	8	0.111111	685.61	455.93	0.6650
47.89	45	9	0.1	725.45	457.13	0.6301
52.89	50	10	0.090909	763.31	457.73	0.5997
127.89	125	25	0.038462	1199.82	457.88	0.3816
252.89	250	50	0.019608	1701.29	457.75	0.2691
502.89	500	100	0.009901	2419.32	457.52	0.1891
1252.89	1250	250	0.003984	3861.45	456.90	0.1183
2502.89	2500	500	0.001996	5504.04	456.19	0.0829
5002.89	5000	1000	0.000999	7847.67	457.01	0.0582



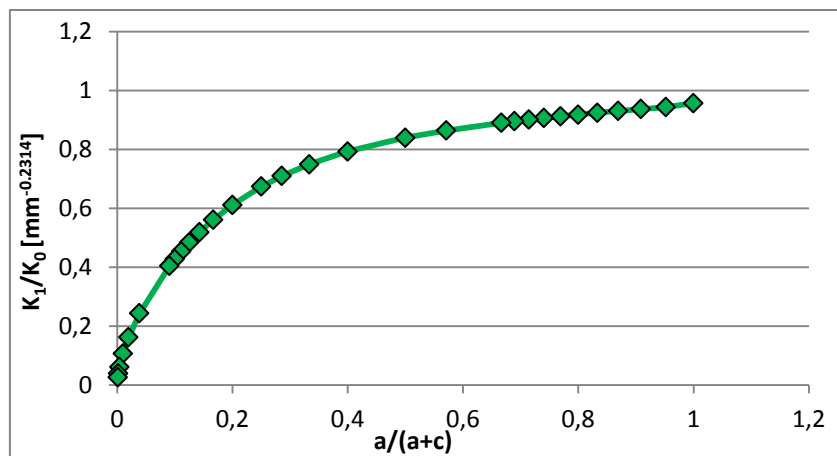
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [$\text{MPa}\cdot\text{mm}^{0.545}$]	K_1 [$\text{MPa}\cdot\text{mm}^{0.456}$]	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.089}$]
5.00	0	0	1	240.21	273.44	1.1384
5.25	0.25	0.05	0.952381	246.68	277.10	1.1234
5.50	0.5	0.1	0.909091	253.00	282.84	1.1179
5.75	0.75	0.15	0.869565	259.20	288.44	1.1128
6.00	1	0.2	0.833333	265.28	293.88	1.1078
6.25	1.25	0.25	0.8	271.24	299.22	1.1032
6.50	1.5	0.3	0.769231	277.10	304.41	1.0986
6.75	1.75	0.35	0.740741	282.85	309.49	1.0942
7.00	2	0.4	0.714286	288.51	314.46	1.09
7.25	2.25	0.45	0.689655	294.07	319.34	1.0859
7.50	2.5	0.5	0.666667	299.55	324.11	1.082
8.75	3.75	0.75	0.571429	325.78	346.49	1.0636
10	5	1	0.5	350.35	366.28	1.0455
13	7.5	1.5	0.4	395.61	397.93	1.0059
15	10	2	0.333333	436.90	420.53	0.9625
18	12.5	2.5	0.285714	475.15	436.51	0.9187
20	15	3	0.25	510.99	447.90	0.8765
25	20	4	0.2	577.00	462.26	0.8011
30	25	5	0.166667	637.22	470.31	0.7381
35	30	6	0.142857	693.02	475.05	0.6855
40	35	7	0.125	745.28	477.90	0.6412
45	40	8	0.111111	794.65	479.61	0.6035
50	45	9	0.1	841.57	480.60	0.5711
55	50	10	0.090909	886.40	481.13	0.5428
130	125	25	0.038462	1415.93	481.07	0.3398
255	250	50	0.019608	2043.44	481.11	0.2354
505	500	100	0.009901	2964.44	481.13	0.1623
1255	1250	250	0.003984	4866.44	480.80	0.0988
2505	2500	500	0.001996	7090.07	480.45	0.0678
5005	5000	1000	0.000999	10335.36	480.95	0.0465



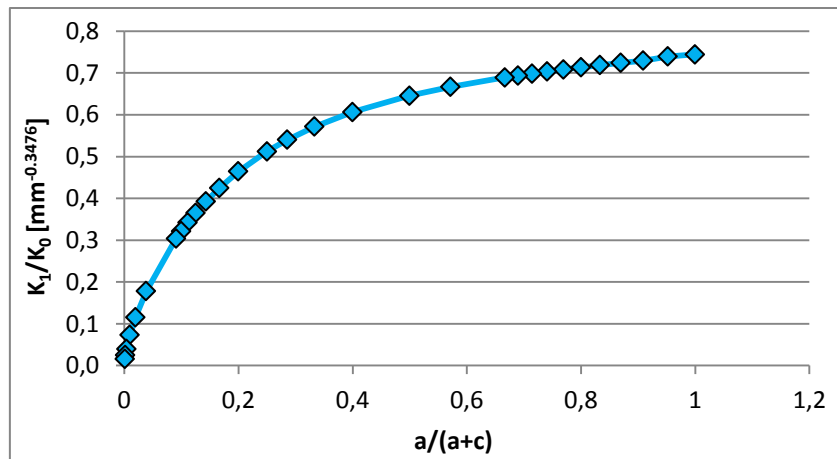
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
8.6603	0	0	1	377.78	361.59	0.9572
8.9103	0.25	0.05	0.952381	384.46	362.88	0.9439
9.1603	0.5	0.1	0.909091	391.06	366.51	0.9372
9.4103	0.75	0.15	0.869565	397.60	370.08	0.9308
9.6603	1	0.2	0.833333	404.07	373.58	0.9245
9.9103	1.25	0.25	0.8	410.48	377.01	0.9185
10.16	1.5	0.3	0.769231	416.82	380.37	0.9126
10.41	1.75	0.35	0.740741	423.11	383.67	0.9068
10.66	2	0.4	0.714286	429.34	386.90	0.9012
10.91	2.25	0.45	0.689655	435.51	390.07	0.8957
11.16	2.5	0.5	0.666667	441.62	393.15	0.8902
12.41	3.75	0.75	0.571429	471.46	407.49	0.8643
13.66	5	1	0.5	500.15	419.98	0.8397
16.16	7.5	1.5	0.4	554.68	439.89	0.7931
18.66	10	2	0.333333	606.04	454.36	0.7497
21.16	12.5	2.5	0.285714	654.82	464.91	0.71
23.66	15	3	0.25	701.43	472.68	0.6739
28.66	20	4	0.2	789.31	482.91	0.6118
33.66	25	5	0.166667	871.46	488.91	0.561
38.66	30	6	0.142857	949.03	492.52	0.519
43.66	35	7	0.125	1022.82	494.70	0.4837
48.66	40	8	0.111111	1093.44	495.98	0.4536
53.66	45	9	0.1	1161.31	496.65	0.4277
58.66	50	10	0.090909	1226.79	497.00	0.4051
133.66	125	25	0.038462	2036.95	496.76	0.2439
258.66	250	50	0.019608	3058.56	496.76	0.1624
508.66	500	100	0.009901	4638.18	496.76	0.1071
1258.66	1250	250	0.003984	8102.40	496.60	0.0613
2508.66	2500	500	0.001996	12389.00	496.44	0.0401
5008.66	5000	1000	0.000999	18963.50	496.57	0.0262



$2\alpha = 135^\circ$

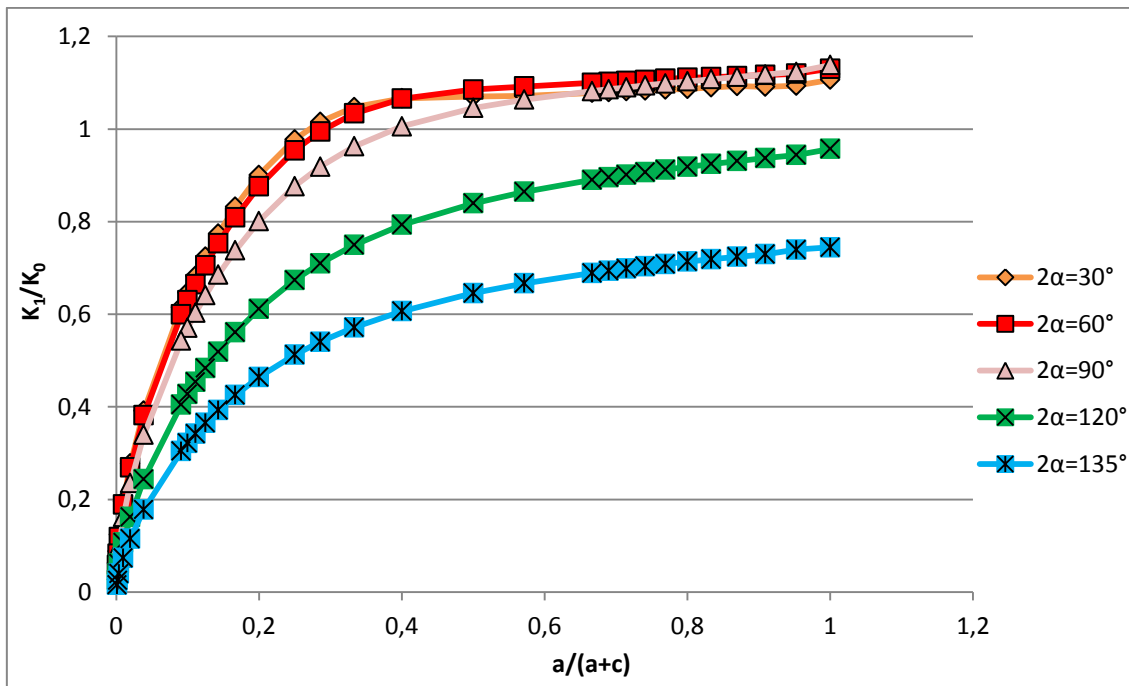
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
12.0507	0	0	1	534.77	398.19	0.7446
12.3007	0.25	0.05	0.952381	542.22	400.99	0.7395
12.5507	0.5	0.1	0.909091	549.62	400.99	0.7296
12.8007	0.75	0.15	0.869565	556.97	403.33	0.7242
13.0507	1	0.2	0.833333	564.28	405.64	0.7189
13.3007	1.25	0.25	0.8	571.53	407.89	0.7137
13.5507	1.5	0.3	0.769231	578.75	410.11	0.7086
13.8007	1.75	0.35	0.740741	585.92	412.28	0.7036
14.0507	2	0.4	0.714286	593.05	414.40	0.6988
14.3007	2.25	0.45	0.689655	600.13	416.48	0.6940
14.5507	2.5	0.5	0.666667	607.18	418.51	0.6893
15.8007	3.75	0.75	0.571429	641.84	427.92	0.6667
17.0507	5	1	0.5	675.62	436.15	0.6456
19.5507	7.5	1.5	0.4	740.84	449.44	0.6067
22.0507	10	2	0.333333	803.40	459.35	0.5718
24.5507	12.5	2.5	0.285714	863.67	466.78	0.5405
27.0507	15	3	0.25	921.97	472.41	0.5124
32.0507	20	4	0.2	1033.55	480.03	0.4644
37.0507	25	5	0.166667	1139.57	484.62	0.4253
42.0507	30	6	0.142857	1241.01	487.40	0.3927
47.0507	35	7	0.125	1338.57	489.05	0.3654
52.0507	40	8	0.111111	1432.80	489.98	0.3420
57.0507	45	9	0.1	1524.11	490.46	0.3218
62.0507	50	10	0.090909	1612.85	490.65	0.3042
137.05	125	25	0.038462	2750.45	490.28	0.1783
262.05	250	50	0.019608	4256.22	490.28	0.1152
512.05	500	100	0.009901	6683.33	490.2831	0.0734
1262.05	1250	250	0.003984	12271.15	490.18	0.0399
2512.05	2500	500	0.001996	19510.08	490.08	0.0251
5012.05	5000	1000	0.000999	31069.22	490.11	0.0158



Riassumendo

a/(a+c)	K_I/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
	2α=30°	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°
1	1.106345	1.1303	1.1384	0.9572	0.7446
0.952381	1.093579	1.1196	1.1234	0.9439	0.7395
0.909091	1.091326	1.1170	1.1179	0.9372	0.7296
0.869565	1.0929	1.1145	1.1128	0.9308	0.7242
0.833333	1.089806	1.1120	1.1078	0.9245	0.7189
0.8	1.086802	1.1108	1.1032	0.9185	0.7137
0.769231	1.085031	1.1084	1.0986	0.9126	0.7086
0.740741	1.083332	1.1061	1.0942	0.9068	0.7036
0.714286	1.081633	1.1039	1.0900	0.9012	0.6988
0.689655	1.079912	1.1017	1.0859	0.8957	0.6940
0.666667	1.078198	1.0998	1.0820	0.8902	0.6893
0.571429	1.071698	1.0920	1.0636	0.8643	0.6667
0.5	1.07004	1.0855	1.0455	0.8397	0.6456
0.4	1.066229	1.0657	1.0059	0.7931	0.6067
0.333333	1.047405	1.0337	0.9625	0.7497	0.5718
0.285714	1.015453	0.9948	0.9187	0.7100	0.5405
0.25	0.977607	0.9539	0.8765	0.6739	0.5124
0.2	0.900633	0.8766	0.8011	0.6118	0.4644
0.166667	0.832184	0.8096	0.7381	0.5610	0.4253
0.142857	0.773858	0.7532	0.6855	0.5190	0.3927
0.125	0.724555	0.7056	0.6412	0.4837	0.3654
0.111111	0.682567	0.6650	0.6035	0.4536	0.3420
0.1	0.646588	0.6301	0.5711	0.4277	0.3218
0.090909	0.615153	0.5997	0.5428	0.4051	0.3042
0.038462	0.39191	0.3816	0.3398	0.2439	0.1783

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.019608	0.277288	0.2691	0.2354	0.1624	0.1152
0.009901	0.19604	0.1891	0.1623	0.1071	0.0734
0.003984	0.124031	0.1183	0.0988	0.0613	0.0399
0.001996	0.087774	0.0829	0.0678	0.0401	0.0251
0.000999	0.062225	0.0582	0.0465	0.0262	0.0158

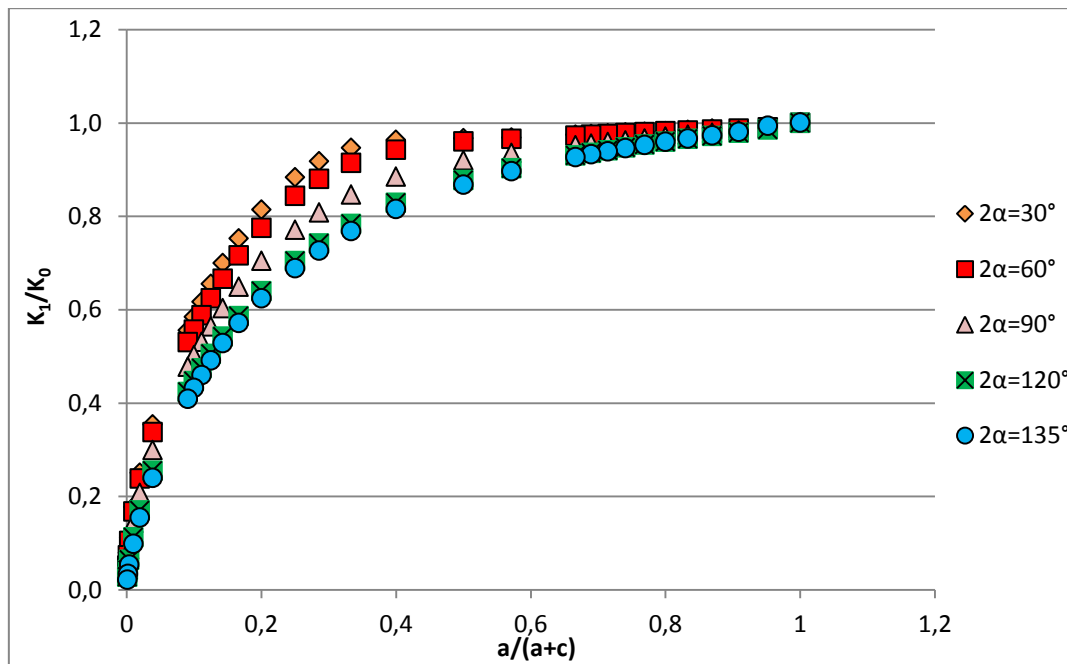


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/(\kappa_0 K_0)$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.0000	0.9997	1.0014	0.9997	1.0009
0.952381	0.9885	0.9902	0.9882	0.9859	0.9941
0.909091	0.9864	0.9879	0.9834	0.9789	0.9807
0.869565	0.9878	0.9857	0.9789	0.9722	0.9734
0.833333	0.9850	0.9835	0.9745	0.9657	0.9663
0.8	0.9823	0.9825	0.9704	0.9593	0.9593
0.769231	0.9807	0.9804	0.9664	0.9532	0.9525
0.740741	0.9792	0.9783	0.9625	0.9471	0.9458
0.714286	0.9777	0.9763	0.9588	0.9413	0.9393
0.689655	0.9761	0.9745	0.9552	0.9355	0.9328
0.666667	0.9746	0.9727	0.9518	0.9299	0.9265
0.571429	0.9687	0.9658	0.9356	0.9028	0.8962
0.5	0.9672	0.9601	0.9197	0.8771	0.8677

$a/(a+c)$	$K_1/(\kappa_0 K_0)$				
0.4	0.9637	0.9426	0.8848	0.8283	0.8155
0.333333	0.9467	0.9143	0.8467	0.7831	0.7686
0.285714	0.9178	0.8799	0.8081	0.7416	0.7265
0.25	0.8836	0.8437	0.7711	0.7039	0.6888
0.2	0.8141	0.7753	0.7047	0.6390	0.6243
0.166667	0.7522	0.7161	0.6493	0.5860	0.5716
0.142857	0.6995	0.6662	0.6030	0.5421	0.5279
0.125	0.6549	0.6241	0.5641	0.5052	0.4911
0.111111	0.6170	0.5882	0.5309	0.4738	0.4597
0.1	0.5844	0.5573	0.5024	0.4467	0.4326
0.090909	0.5560	0.5304	0.4775	0.4231	0.4089
0.038462	0.3542	0.3375	0.2989	0.2547	0.2396
0.019608	0.2506	0.2380	0.2071	0.1696	0.1548
0.009901	0.1772	0.1673	0.1428	0.1119	0.0986
0.003984	0.1121	0.1047	0.0869	0.0640	0.0537
0.001996	0.0793	0.0733	0.0596	0.0419	0.0338
0.000999	0.0562	0.0515	0.0409	0.0274	0.0212

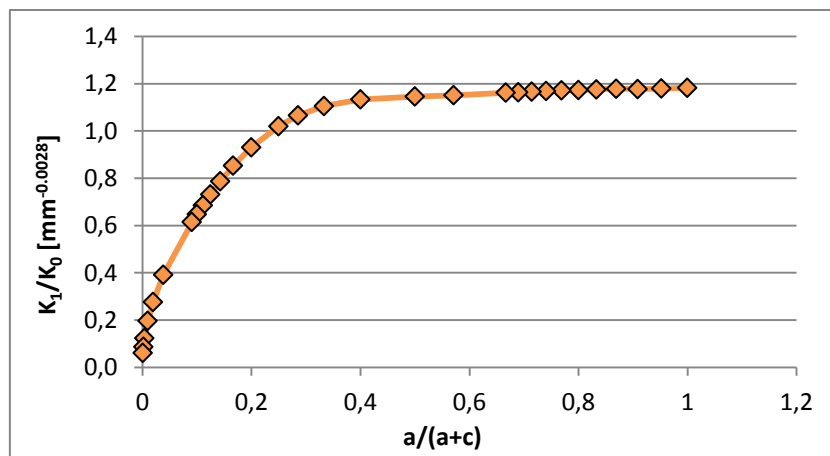
	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.1064	1.1306	1.1368	0.9574	0.7439



4.2 Caso $a/(W-a) = 0.1$

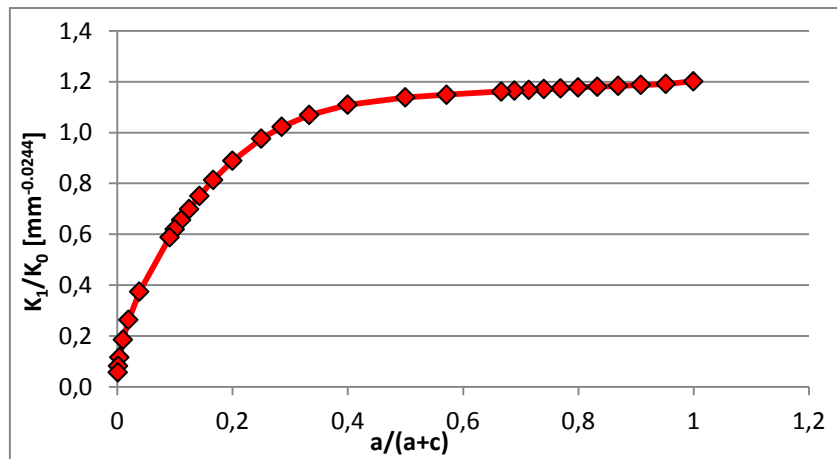
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
2.67949	0	0	1	163.92	193.83	1.1825
3.17949	0.5	0.05	0.952381	178.60	210.68	1.1796
3.67949	1	0.1	0.909091	192.17	226.23	1.1773
4.17949	1.5	0.15	0.869565	204.85	241.42	1.1786
4.67949	2	0.2	0.833333	216.79	255.00	1.1762
5.17949	2.5	0.25	0.8	228.11	267.63	1.1732
5.67949	3	0.3	0.769231	238.90	279.75	1.1710
6.17949	3.5	0.35	0.740741	249.22	291.28	1.1688
6.67949	4	0.4	0.714286	259.14	302.26	1.1664
7.17949	4.5	0.45	0.689655	268.69	312.74	1.1640
7.67949	5	0.5	0.666667	277.91	322.79	1.1615
10.1795	7.5	0.75	0.571429	320.09	368.45	1.1511
12.6795	10	1	0.5	357.35	409.36	1.1455
17.6795	15	1.5	0.4	422.16	478.49	1.1334
22.6795	20	2	0.333333	478.32	528.85	1.1056
27.6795	25	2.5	0.285714	528.56	563.10	1.0653
32.6795	30	3	0.25	574.46	586.05	1.0202
42.6795	40	4	0.2	656.74	611.57	0.9312
52.6795	50	5	0.166667	729.85	622.51	0.8529
62.6795	60	6	0.142857	796.30	626.57	0.7868
72.6795	70	7	0.125	857.65	627.62	0.7318
82.6795	80	8	0.111111	914.92	627.57	0.6859
92.6795	90	9	0.1	968.83	627.26	0.6474
102.68	100	10	0.090909	1019.90	626.99	0.6148
252.68	250	25	0.038462	1601.95	626.54	0.3911
502.68	500	50	0.019608	2261.66	626.43	0.2770
1002.68	1000	100	0.009901	3197.29	626.71	0.1960
2502.68	2500	250	0.003984	5057.79	627.04	0.1240
5002.68	5000	500	0.001996	7157.81	626.76	0.0876
10002.68	10000	1000	0.000999	10131.14	625.71	0.0618



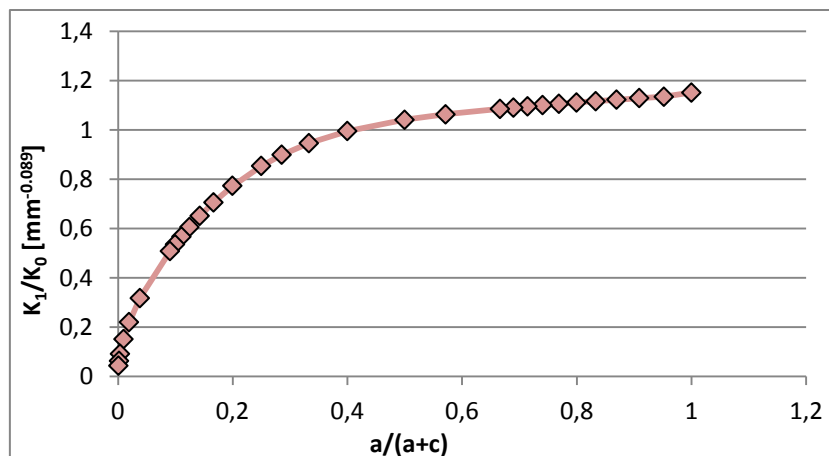
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_I [MPa·mm ^{0.4878}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.0244}]
5.77	0	0	1	245.48	295.01	1.2018
6.27	0.5	0.05	0.952381	256.14	305.13	1.1912
6.77	1	0.1	0.909091	266.41	316.34	1.1874
7.27	1.5	0.15	0.869565	276.30	327.11	1.1839
7.77	2	0.2	0.833333	285.87	337.42	1.1803
8.27	2.5	0.25	0.8	295.15	347.66	1.1779
8.77	3	0.3	0.769231	304.15	357.23	1.1745
9.27	3.5	0.35	0.740741	312.91	366.46	1.1711
9.77	4	0.4	0.714286	321.44	375.41	1.1679
10.27	4.5	0.45	0.689655	329.76	384.09	1.1648
10.77	5	0.5	0.666667	337.89	392.56	1.1618
13.27	7.5	0.75	0.571429	376.00	432.13	1.1493
15.77	10	1	0.5	410.75	467.52	1.1382
20.77	15	1.5	0.4	472.96	524.70	1.1094
25.77	20	2	0.333333	528.21	564.73	1.0691
30.77	25	2.5	0.285714	578.42	591.77	1.0231
35.77	30	3	0.25	624.79	609.91	0.9762
45.77	40	4	0.2	708.87	630.08	0.8888
55.77	50	5	0.166667	784.37	638.43	0.8139
65.77	60	6	0.142857	853.50	641.33	0.7514
75.77	70	7	0.125	917.67	641.92	0.6995
85.77	80	8	0.111111	977.83	641.72	0.6563
95.77	90	9	0.1	1034.65	641.40	0.6199
105.77	100	10	0.090909	1088.64	641.16	0.5890
255.77	250	25	0.038462	1711.21	640.84	0.3745
505.77	500	50	0.019608	2426.42	640.93	0.2641
1005.77	1000	100	0.009901	3450.49	641.29	0.1859
2505.77	2500	250	0.003984	5507.29	641.22	0.1164
5005.77	5000	500	0.001996	7849.99	640.44	0.0816
10005.77	10000	1000	0.000999	11192.53	641.36	0.0573



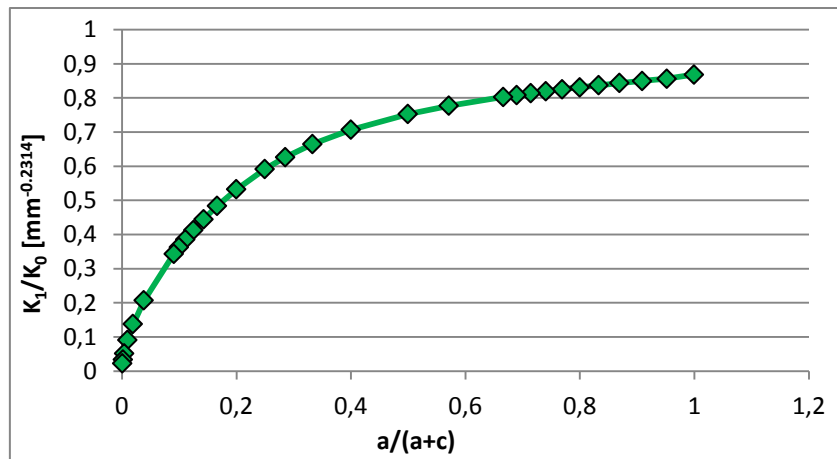
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_I [MPa·mm ^{0.456}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.089}]
10.0	0	0	1	350.35	403.52	1.1518
10.5	0.5	0.05	0.952381	359.78	408.49	1.1354
11.0	1	0.1	0.909091	369.01	416.64	1.1291
11.5	1.5	0.15	0.869565	378.05	424.56	1.123
12.0	2	0.2	0.833333	386.91	432.25	1.1172
12.5	2.5	0.25	0.8	395.61	439.75	1.1116
13.0	3	0.3	0.769231	404.15	447.04	1.1061
13.5	3.5	0.35	0.740741	412.54	454.15	1.1009
14.0	4	0.4	0.714286	420.79	461.10	1.0958
14.5	4.5	0.45	0.689655	428.91	467.89	1.0909
15.0	5	0.5	0.666667	436.90	474.53	1.0861
17.5	7.5	0.75	0.571429	475.15	505.43	1.0637
20	10	1	0.5	510.99	532.36	1.0418
25	15	1.5	0.4	577.00	574.48	0.9956
30	20	2	0.333333	637.22	603.53	0.9471
35	25	2.5	0.285714	693.02	623.21	0.8993
40	30	3	0.25	745.28	636.45	0.854
50	40	4	0.2	841.57	650.96	0.7735
60	50	5	0.166667	929.40	656.66	0.7065
70	60	6	0.142857	1010.78	658.38	0.6514
80	70	7	0.125	1087.01	658.52	0.6058
90	80	8	0.111111	1159.00	658.24	0.5679
100	90	9	0.1	1227.44	657.92	0.536
110	100	10	0.090909	1292.82	657.72	0.5087
260	250	25	0.038462	2065.16	657.50	0.3184
510	500	50	0.019608	2980.38	657.61	0.2206
1010	1000	100	0.009901	4323.67	657.78	0.1521
2510	2500	250	0.003984	7097.78	657.61	0.0927
5010	5000	500	0.001996	10340.98	657.29	0.0636
10010	10000	1000	0.000999	15074.27	658.08	0.0437



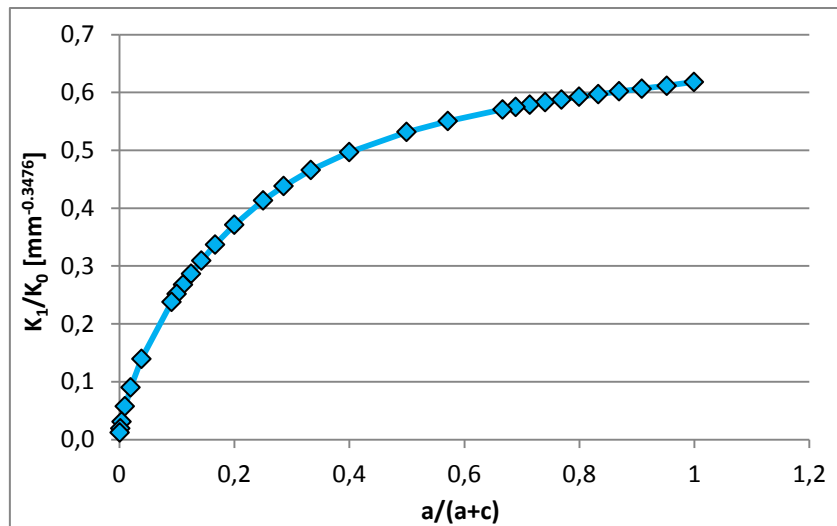
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
17.3205	0	0	1	578.87	502.66	0.8683
17.8205	0.5	0.05	0.952381	589.10	504.57	0.8565
18.3205	1	0.1	0.909091	599.23	509.29	0.8499
18.8205	1.5	0.15	0.869565	609.24	513.91	0.8435
19.3205	2	0.2	0.833333	619.16	518.42	0.8373
19.8205	2.5	0.25	0.8	628.98	522.84	0.8313
20.3205	3	0.3	0.769231	638.70	527.16	0.8254
20.8205	3.5	0.35	0.740741	648.33	531.39	0.8196
21.3205	4	0.4	0.714286	657.87	535.51	0.814
21.8205	4.5	0.45	0.689655	667.33	539.53	0.8085
22.3205	5	0.5	0.666667	676.70	543.45	0.8031
24.8205	7.5	0.75	0.571429	722.41	561.49	0.7772
27.3205	10	1	0.5	766.38	576.94	0.7528
32.3205	15	1.5	0.4	849.94	600.88	0.707
37.3205	20	2	0.333333	928.64	617.44	0.6649
42.3205	25	2.5	0.285714	1003.38	628.68	0.6266
47.3205	30	3	0.25	1074.80	636.14	0.5919
57.3205	40	4	0.2	1209.46	643.89	0.5324
67.3205	50	5	0.166667	1335.34	646.47	0.4841
77.3205	60	6	0.142857	1454.20	646.92	0.4449
87.3205	70	7	0.125	1567.28	646.68	0.4126
97.3205	80	8	0.111111	1675.47	646.36	0.3858
107.32	90	9	0.1	1779.47	646.10	0.3631
117.32	100	10	0.090909	1879.81	645.96	0.3436
267.32	250	25	0.038462	3121.22	645.83	0.2069
517.32	500	50	0.019608	4686.64	645.87	0.1378
1017.32	1000	100	0.009901	7107.09	645.93	0.0909
2517.32	2500	250	0.003984	12415.32	645.82	0.052
5017.32	5000	500	0.001996	18983.68	645.68	0.034
10017.32	10000	1000	0.000999	29057.80	645.91	0.0222



$2\alpha = 135^\circ$

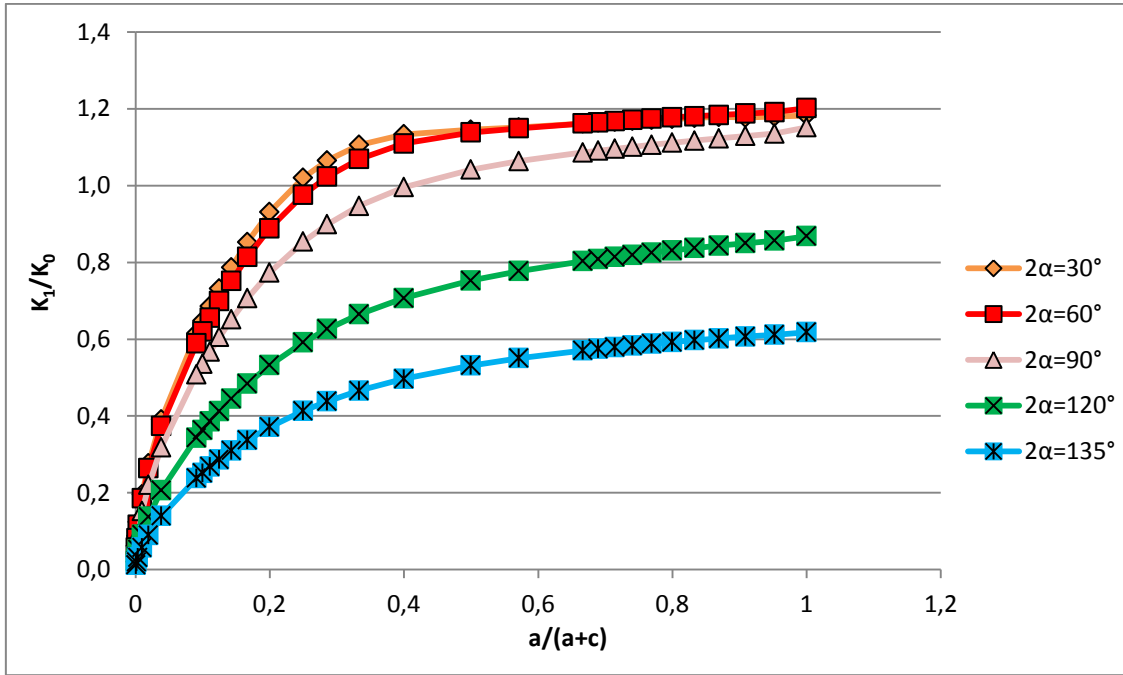
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
24.1421	0	0	1	853.96	528.02	0.6183
24.6421	0.5	0.05	0.952381	865.83	529.64	0.6117
25.1421	1	0.1	0.909091	877.63	532.50	0.6068
25.6421	1.5	0.15	0.869565	889.35	535.31	0.6019
26.1421	2	0.2	0.833333	900.99	538.05	0.5972
26.6421	2.5	0.25	0.8	912.56	540.74	0.5925
27.1421	3	0.3	0.769231	924.07	543.36	0.5880
27.6421	3.5	0.35	0.740741	935.50	545.93	0.5836
28.1421	4	0.4	0.714286	946.86	548.43	0.5792
28.6421	4.5	0.45	0.689655	958.16	550.86	0.5749
29.1421	5	0.5	0.666667	969.40	553.23	0.5707
31.6421	7.5	0.75	0.571429	1024.66	564.10	0.5505
34.1421	10	1	0.5	1078.51	573.38	0.5316
39.1421	15	1.5	0.4	1182.51	587.74	0.4970
44.1421	20	2	0.333333	1282.25	597.60	0.4661
49.1421	25	2.5	0.285714	1378.36	604.15	0.4383
54.142	30	3	0.25	1471.33	608.33	0.4135
64.142	40	4	0.2	1649.27	612.29	0.3713
74.142	50	5	0.166667	1818.34	613.26	0.3373
84.142	60	6	0.142857	1980.11	613.16	0.3097
94.142	70	7	0.125	2135.70	612.82	0.2869
104.14	80	8	0.111111	2285.98	612.53	0.2680
114.14	90	9	0.1	2431.62	612.35	0.2518
124.14	100	10	0.090909	2573.14	612.25	0.2379
274.14	250	25	0.038462	4387.53	612.18	0.1395
524.14	500	50	0.019608	6789.24	612.20	0.0902
1024.14	1000	100	0.009901	10660.53	612.221	0.0574
2524.14	2500	250	0.003984	19573.29	612.16	0.0313
5024.14	5000	500	0.001996	31119.69	612.08	0.0197
10024.14	10000	1000	0.000999	49557.05	612.14	0.0124



Riassumendo

a/(a+c)	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.0028}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.0244}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.089}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.2314}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.3476}]
	2α=30°	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°
1	1.1825	1.2018	1.1518	0.8683	0.6183
0.952381	1.1796	1.1912	1.1354	0.8565	0.6117
0.909091	1.1773	1.1874	1.1291	0.8499	0.6068
0.869565	1.1786	1.1839	1.1230	0.8435	0.6019
0.833333	1.1762	1.1803	1.1172	0.8373	0.5972
0.8	1.1732	1.1779	1.1116	0.8313	0.5925
0.769231	1.1710	1.1745	1.1061	0.8254	0.5880
0.740741	1.1688	1.1711	1.1009	0.8196	0.5836
0.714286	1.1664	1.1679	1.0958	0.8140	0.5792
0.689655	1.1640	1.1648	1.0909	0.8085	0.5749
0.666667	1.1615	1.1618	1.0861	0.8031	0.5707
0.571429	1.1511	1.1493	1.0637	0.7772	0.5505
0.5	1.1455	1.1382	1.0418	0.7528	0.5316
0.4	1.1334	1.1094	0.9956	0.7070	0.4970
0.333333	1.1056	1.0691	0.9471	0.6649	0.4661
0.285714	1.0653	1.0231	0.8993	0.6266	0.4383
0.25	1.0202	0.9762	0.8540	0.5919	0.4135
0.2	0.9312	0.8888	0.7735	0.5324	0.3713
0.166667	0.8529	0.8139	0.7065	0.4841	0.3373
0.142857	0.7868	0.7514	0.6514	0.4449	0.3097
0.125	0.7318	0.6995	0.6058	0.4126	0.2869
0.111111	0.6859	0.6563	0.5679	0.3858	0.2680
0.1	0.6474	0.6199	0.5360	0.3631	0.2518
0.090909	0.6148	0.5890	0.5087	0.3436	0.2379
0.038462	0.3911	0.3745	0.3184	0.2069	0.1395

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.019608	0.2770	0.2641	0.2206	0.1378	0.0902
0.009901	0.1960	0.1859	0.1521	0.0909	0.0574
0.003984	0.1240	0.1164	0.0927	0.0520	0.0313
0.001996	0.0876	0.0816	0.0636	0.0340	0.0197
0.000999	0.0618	0.0573	0.0437	0.0222	0.0124

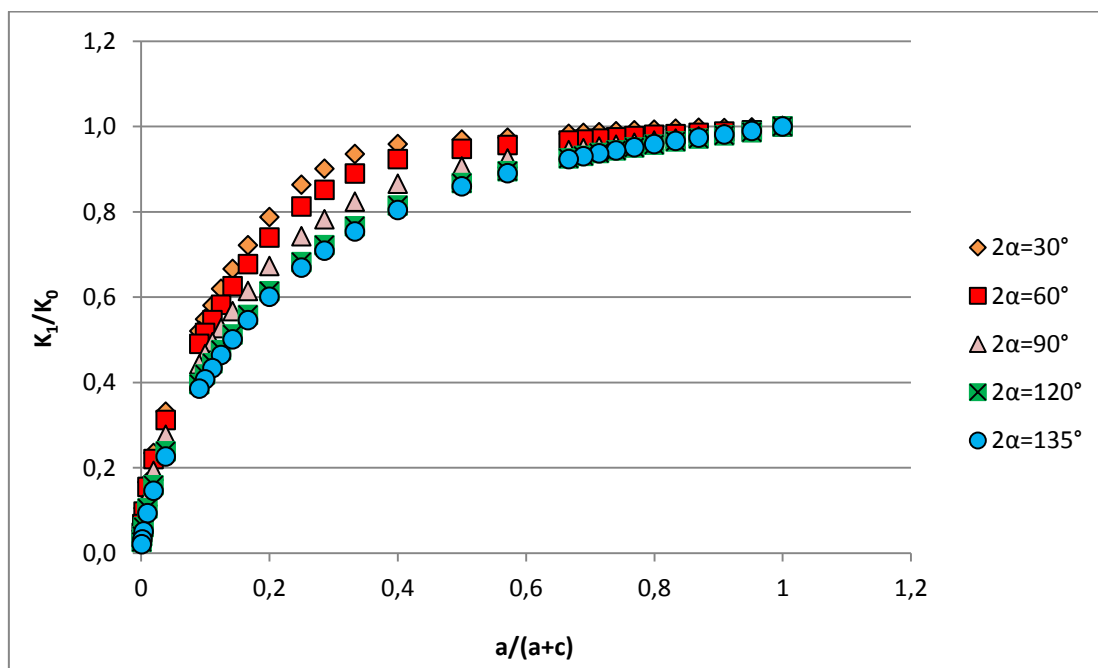


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.0000	0.9997	1.0014	0.9997	0.9997
0.952381	0.9976	0.9909	0.9871	0.9861	0.9891
0.909091	0.9956	0.9877	0.9816	0.9785	0.9810
0.869565	0.9967	0.9848	0.9764	0.9712	0.9732
0.833333	0.9947	0.9818	0.9713	0.9640	0.9656
0.8	0.9922	0.9798	0.9664	0.9570	0.9581
0.769231	0.9903	0.9770	0.9617	0.9503	0.9507
0.740741	0.9884	0.9742	0.9571	0.9437	0.9436
0.714286	0.9864	0.9715	0.9527	0.9372	0.9365
0.689655	0.9843	0.9689	0.9484	0.9308	0.9296
0.666667	0.9823	0.9664	0.9443	0.9246	0.9228
0.571429	0.9734	0.9560	0.9248	0.8949	0.8901

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
0.5	0.9687	0.9468	0.9058	0.8667	0.8596
0.4	0.9585	0.9228	0.8656	0.8140	0.8036
0.333333	0.9350	0.8894	0.8234	0.7655	0.7535
0.285714	0.9009	0.8510	0.7818	0.7214	0.7087
0.25	0.8627	0.8120	0.7424	0.6814	0.6685
0.2	0.7875	0.7394	0.6725	0.6129	0.6003
0.166667	0.7213	0.6771	0.6143	0.5574	0.5453
0.142857	0.6654	0.6250	0.5663	0.5122	0.5007
0.125	0.6189	0.5819	0.5267	0.4751	0.4639
0.111111	0.5801	0.5459	0.4938	0.4442	0.4332
0.1	0.5475	0.5157	0.4660	0.4180	0.4072
0.090909	0.5199	0.4899	0.4423	0.3956	0.3847
0.038462	0.3308	0.3115	0.2768	0.2382	0.2256
0.019608	0.2342	0.2197	0.1918	0.1587	0.1458
0.009901	0.1658	0.1546	0.1323	0.1046	0.0929
0.003984	0.1048	0.0969	0.0806	0.0599	0.0506
0.001996	0.0741	0.0679	0.0553	0.0392	0.0318
0.000999	0.0522	0.0477	0.0380	0.0256	0.0200

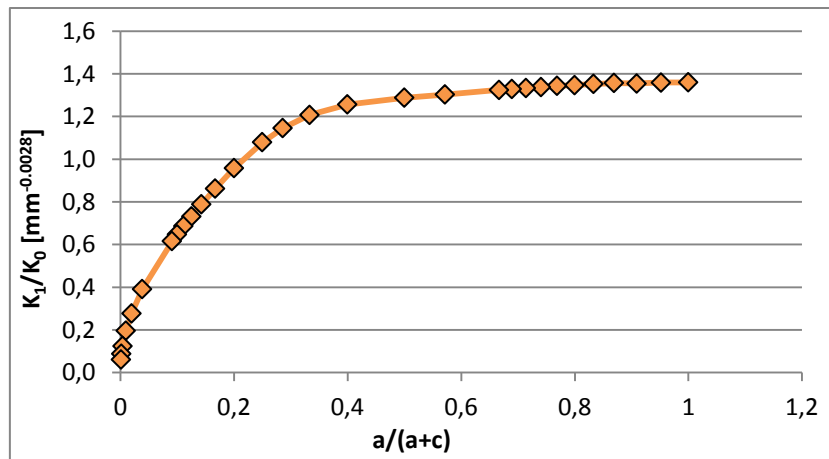
	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.1825	1.2021	1.1502	0.8686	0.6185



4.3 Caso $a/(W-a) = 0.2$

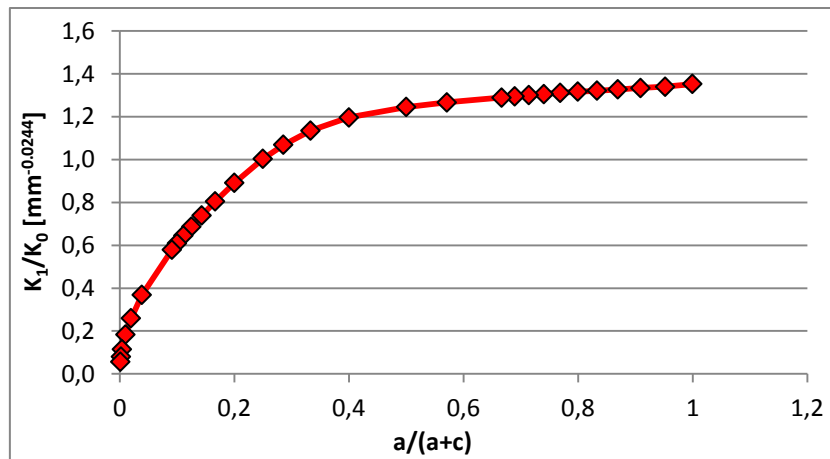
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
5.35898	0	0	1	232.04	315.60	1.3601
6.35898	1	0.05	0.952381	252.82	343.67	1.3593
7.35898	2	0.1	0.909091	272.03	368.63	1.3551
8.35898	3	0.15	0.869565	289.98	393.43	1.3568
9.35898	4	0.2	0.833333	306.88	414.99	1.3523
10.35898	5	0.25	0.8	322.91	435.15	1.3476
11.35898	6	0.3	0.769231	338.18	454.21	1.3431
12.35898	7	0.35	0.740741	352.79	472.23	1.3386
13.35898	8	0.4	0.714286	366.83	489.31	1.3339
14.35898	9	0.45	0.689655	380.35	505.54	1.3291
15.35898	10	0.5	0.666667	393.41	521.03	1.3244
20.35898	15	0.75	0.571429	453.12	590.52	1.3032
25.359	20	1	0.5	505.86	651.56	1.2880
35.359	30	1.5	0.4	597.61	750.91	1.2565
45.359	40	2	0.333333	677.10	817.77	1.2078
55.359	50	2.5	0.285714	748.23	857.18	1.1456
65.359	60	3	0.25	813.19	877.90	1.0796
85.359	80	4	0.2	929.67	890.58	0.9580
105.356	100	5	0.166667	1033.16	890.85	0.8623
125.36	120	6	0.142857	1127.24	889.75	0.7893
145.36	140	7	0.125	1214.08	889.19	0.7324
165.36	160	8	0.111111	1295.15	889.06	0.6865
185.36	180	9	0.1	1371.46	889.02	0.6482
205.36	200	10	0.090909	1443.76	889.01	0.6158
505.36	500	25	0.038462	2267.70	888.95	0.3920
1005.36	1000	50	0.019608	3201.58	889.08	0.2777
2005.36	2000	100	0.009901	4526.05	889.69	0.1966
5005.36	5000	250	0.003984	7159.73	890.13	0.1243
10005.36	10000	500	0.001996	10132.50	889.50	0.0878
20005.36	20000	1000	0.000999	14341.51	885.16	0.0617



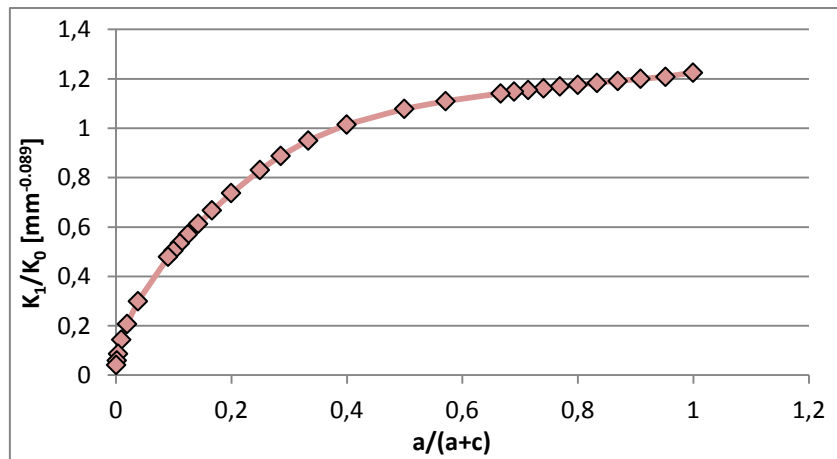
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
11.55	0	0	1	350.10	473.55	1.3526
12.55	1	0.05	0.952381	365.32	489.42	1.3397
13.55	2	0.1	0.909091	379.95	506.65	1.3334
14.55	3	0.15	0.869565	394.07	523.05	1.3273
15.55	4	0.2	0.833333	407.72	538.70	1.3212
16.55	5	0.25	0.8	420.95	554.35	1.3169
17.55	6	0.3	0.769231	433.79	568.74	1.3111
18.55	7	0.35	0.740741	446.28	582.57	1.3054
19.55	8	0.4	0.714286	458.45	595.90	1.2998
20.55	9	0.45	0.689655	470.32	608.79	1.2944
21.55	10	0.5	0.666667	481.90	621.30	1.2893
26.55	15	0.75	0.571429	536.27	679.06	1.2663
31.55	20	1	0.5	585.82	729.45	1.2452
41.55	30	1.5	0.4	674.55	806.80	1.1960
51.55	40	2	0.333333	753.34	855.06	1.1350
61.55	50	2.5	0.285714	824.96	881.68	1.0688
71.55	60	3	0.25	891.09	894.49	1.0038
91.55	80	4	0.2	1011.01	900.99	0.8912
111.55	100	5	0.166667	1118.69	900.29	0.8048
131.55	120	6	0.142857	1217.29	899.36	0.7388
151.55	140	7	0.125	1308.81	898.97	0.6869
171.55	160	8	0.111111	1394.60	898.87	0.6445
191.55	180	9	0.1	1475.64	898.86	0.6091
211.55	200	10	0.090909	1552.65	898.86	0.5789
511.55	500	25	0.038462	2440.57	898.83	0.3683
1011.55	1000	50	0.019608	3460.62	899.04	0.2598
2011.55	2000	100	0.009901	4921.17	899.72	0.1828
5011.55	5000	250	0.003984	7854.63	899.83	0.1146
10011.55	10000	500	0.001996	11195.84	898.81	0.0803
20011.55	20000	1000	0.000999	15963.05	898.75	0.0563



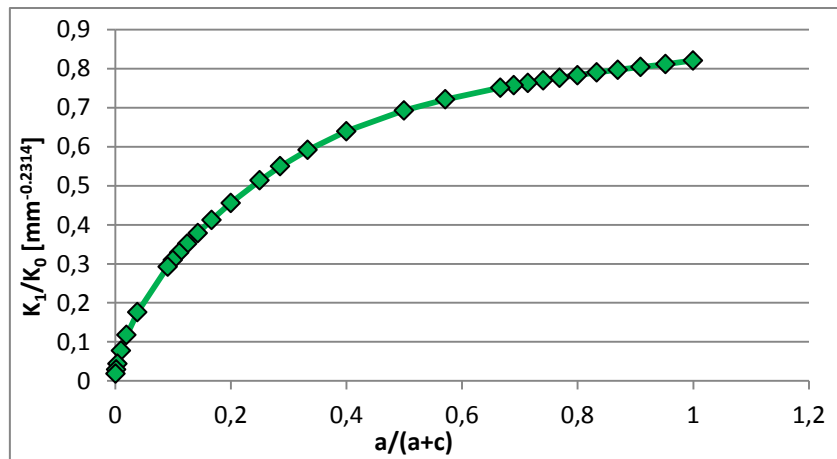
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_1 [MPa·mm ^{0.456}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]
20	0	0	1	510.99	625.88	1.2248
21	1	0.05	0.952381	524.75	633.96	1.2081
22	2	0.1	0.909091	538.21	645.69	1.1997
23	3	0.15	0.869565	551.39	657.01	1.1916
24	4	0.2	0.833333	564.32	667.95	1.1836
25	5	0.25	0.8	577.00	678.59	1.1761
26	6	0.3	0.769231	589.46	688.87	1.1686
27	7	0.35	0.740741	601.70	698.84	1.1615
28	8	0.4	0.714286	613.73	708.54	1.1545
29	9	0.45	0.689655	625.57	717.97	1.1477
30	10	0.5	0.666667	637.22	727.13	1.1411
35	15	0.75	0.571429	693.02	769.00	1.1096
40	20	1	0.5	745.28	804.09	1.0789
50	30	1.5	0.4	841.57	854.46	1.0153
60	40	2	0.333333	929.40	883.15	0.9502
70	50	2.5	0.285714	1010.78	897.36	0.8878
80	60	3	0.25	1087.01	903.24	0.8309
100	80	4	0.2	1227.44	904.99	0.7373
120	100	5	0.166667	1355.55	903.91	0.6668
140	120	6	0.142857	1474.23	903.23	0.6127
160	140	7	0.125	1585.42	903.00	0.5696
180	160	8	0.111111	1690.42	902.96	0.5342
200	180	9	0.1	1790.24	902.95	0.5044
220	200	10	0.090909	1885.60	902.96	0.4789
520	500	25	0.038462	3012.06	902.98	0.2998
1020	1000	50	0.019608	4346.93	903.16	0.2078
2020	2000	100	0.009901	6306.14	903.47	0.1433
5020	5000	250	0.003984	10352.21	903.32	0.0873
10020	10000	500	0.001996	15082.47	902.91	0.0599
20020	20000	1000	0.000999	21986.05	903.60	0.0411



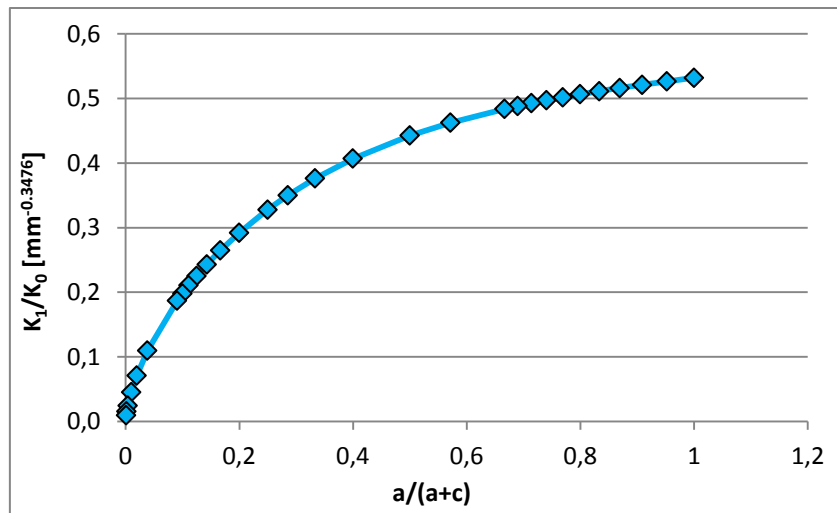
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
34.641	0	0	1	887.00	728.23	0.821
35.641	1	0.05	0.952381	902.68	732.72	0.8117
36.641	2	0.1	0.909091	918.19	738.57	0.8044
37.641	3	0.15	0.869565	933.54	744.24	0.7972
38.641	4	0.2	0.833333	948.74	749.74	0.7902
39.641	5	0.25	0.8	963.78	755.06	0.7834
40.641	6	0.3	0.769231	978.68	760.21	0.7768
41.641	7	0.35	0.740741	993.43	765.19	0.7702
42.641	8	0.4	0.714286	1008.06	770.00	0.7638
43.641	9	0.45	0.689655	1022.55	774.62	0.7575
44.641	10	0.5	0.666667	1036.91	779.07	0.7513
49.641	15	0.75	0.571429	1106.95	798.60	0.7214
54.641	20	1	0.5	1174.33	813.78	0.693
64.641	30	1.5	0.4	1302.36	833.12	0.6397
74.641	40	2	0.333333	1422.96	842.15	0.5918
84.641	50	2.5	0.285714	1537.49	845.48	0.5499
94.641	60	3	0.25	1646.92	846.14	0.5138
114.641	80	4	0.2	1853.26	845.26	0.4561
134.641	100	5	0.166667	2046.14	844.47	0.4127
154.641	120	6	0.142857	2228.27	844.17	0.3788
174.641	140	7	0.125	2401.54	844.09	0.3515
194.641	160	8	0.111111	2567.33	844.08	0.3288
214.641	180	9	0.1	2726.69	844.08	0.3096
234.641	200	10	0.090909	2880.43	844.08	0.293
534.641	500	25	0.038462	4782.64	844.10	0.1765
1034.64	1000	50	0.019608	7181.35	844.16	0.1175
2034.64	2000	100	0.009901	10890.20	844.25	0.0775
5034.64	5000	250	0.003984	19024.01	844.09	0.0444
10034.64	10000	500	0.001996	29088.72	843.94	0.029
20034.64	20000	1000	0.000999	44525.31	844.35	0.019



$2\alpha = 135^\circ$

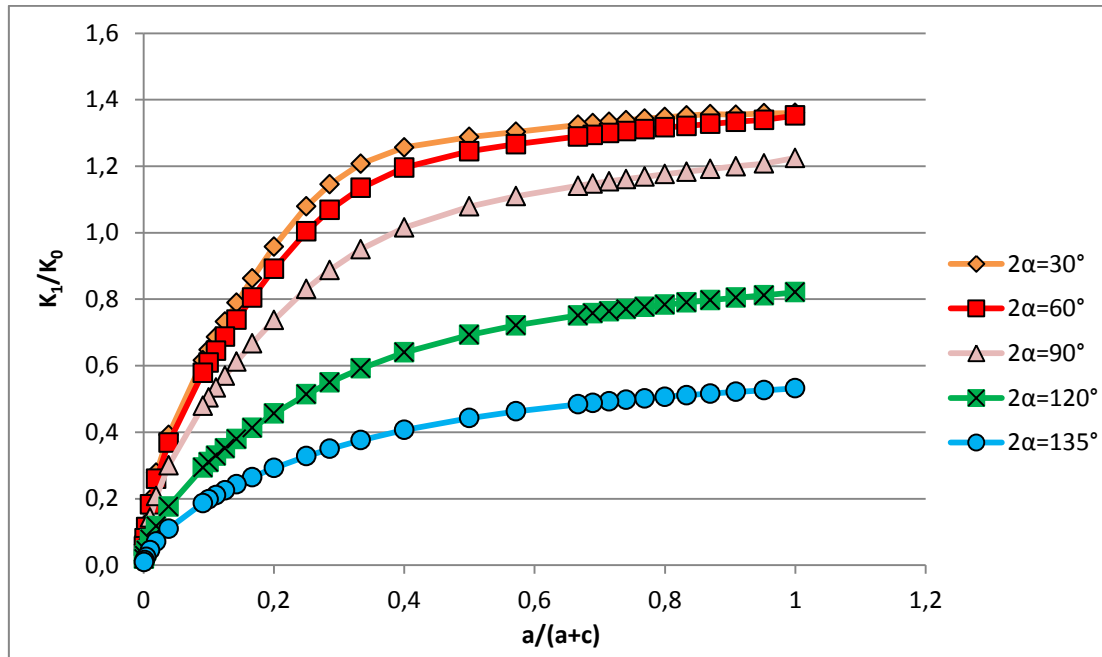
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_1 [MPa·mm ^{0.326}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
48.28	0	0	1	1362.11	724.70	0.5320
49.28	1	0.05	0.952381	1381.05	727.01	0.5264
50.28	2	0.1	0.909091	1399.86	729.78	0.5213
51.28	3	0.15	0.869565	1418.55	732.44	0.5163
52.28	4	0.2	0.833333	1437.13	735.00	0.5114
53.28	5	0.25	0.8	1455.58	737.44	0.5066
54.28	6	0.3	0.769231	1473.93	739.78	0.5019
55.28	7	0.35	0.740741	1492.16	742.00	0.4973
56.28	8	0.4	0.714286	1510.29	744.12	0.4927
57.28	9	0.45	0.689655	1528.31	746.12	0.4882
58.28	10	0.5	0.666667	1546.23	748.02	0.4838
63.28	15	0.75	0.571429	1634.38	755.95	0.4625
68.28	20	1	0.5	1720.28	761.57	0.4427
78.28	30	1.5	0.4	1886.16	767.66	0.4070
88.28	40	2	0.333333	2045.25	769.64	0.3763
98.28	50	2.5	0.285714	2198.55	769.79	0.3501
108.28	60	3	0.25	2346.84	769.34	0.3278
128.28	80	4	0.2	2630.67	768.41	0.2921
148.28	100	5	0.166667	2900.34	767.99	0.2648
168.28	120	6	0.142857	3158.37	767.87	0.2431
188.28	140	7	0.125	3406.55	767.85	0.2254
208.28	160	8	0.111111	3646.25	767.85	0.2106
228.28	180	9	0.1	3878.55	767.86	0.1980
248.28	200	10	0.090909	4104.29	767.86	0.1871
548.28	500	25	0.038462	6998.33	767.87	0.1097
1048.28	1000	50	0.019608	10829.16	767.89	0.0709
2048.28	2000	100	0.009901	17004.05	767.9183	0.0452
5048.28	5000	250	0.003984	31220.34	767.82	0.0246
10048.28	10000	500	0.001996	49637.41	767.74	0.0155
20048.28	20000	1000	0.000999	79045.87	767.92	0.0097



Riassumendo

a/(a+c)	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
	2α=30°	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°
1	1.3601	1.3526	1.2248	0.8210	0.5320
0.952381	1.3593	1.3397	1.2081	0.8117	0.5264
0.909091	1.3551	1.3334	1.1997	0.8044	0.5213
0.869565	1.3568	1.3273	1.1916	0.7972	0.5163
0.833333	1.3523	1.3212	1.1836	0.7902	0.5114
0.8	1.3476	1.3169	1.1761	0.7834	0.5066
0.769231	1.3431	1.3111	1.1686	0.7768	0.5019
0.740741	1.3386	1.3054	1.1615	0.7702	0.4973
0.714286	1.3339	1.2998	1.1545	0.7638	0.4927
0.689655	1.3291	1.2944	1.1477	0.7575	0.4882
0.666667	1.3244	1.2893	1.1411	0.7513	0.4838
0.571429	1.3032	1.2663	1.1096	0.7214	0.4625
0.5	1.2880	1.2452	1.0789	0.6930	0.4427
0.4	1.2565	1.1960	1.0153	0.6397	0.4070
0.333333	1.2078	1.1350	0.9502	0.5918	0.3763
0.285714	1.1456	1.0688	0.8878	0.5499	0.3501
0.25	1.0796	1.0038	0.8309	0.5138	0.3278
0.2	0.9580	0.8912	0.7373	0.4561	0.2921
0.166667	0.8623	0.8048	0.6668	0.4127	0.2648
0.142857	0.7893	0.7388	0.6127	0.3788	0.2431
0.125	0.7324	0.6869	0.5696	0.3515	0.2254
0.111111	0.6865	0.6445	0.5342	0.3288	0.2106
0.1	0.6482	0.6091	0.5044	0.3096	0.1980
0.090909	0.6158	0.5789	0.4789	0.2930	0.1871
0.038462	0.3920	0.3683	0.2998	0.1765	0.1097

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.019608	0.2777	0.2598	0.2078	0.1175	0.0709
0.009901	0.1966	0.1828	0.1433	0.0775	0.0452
0.003984	0.1243	0.1146	0.0873	0.0444	0.0246
0.001996	0.0878	0.0803	0.0599	0.0290	0.0155
0.000999	0.0617	0.0563	0.0411	0.0190	0.0097

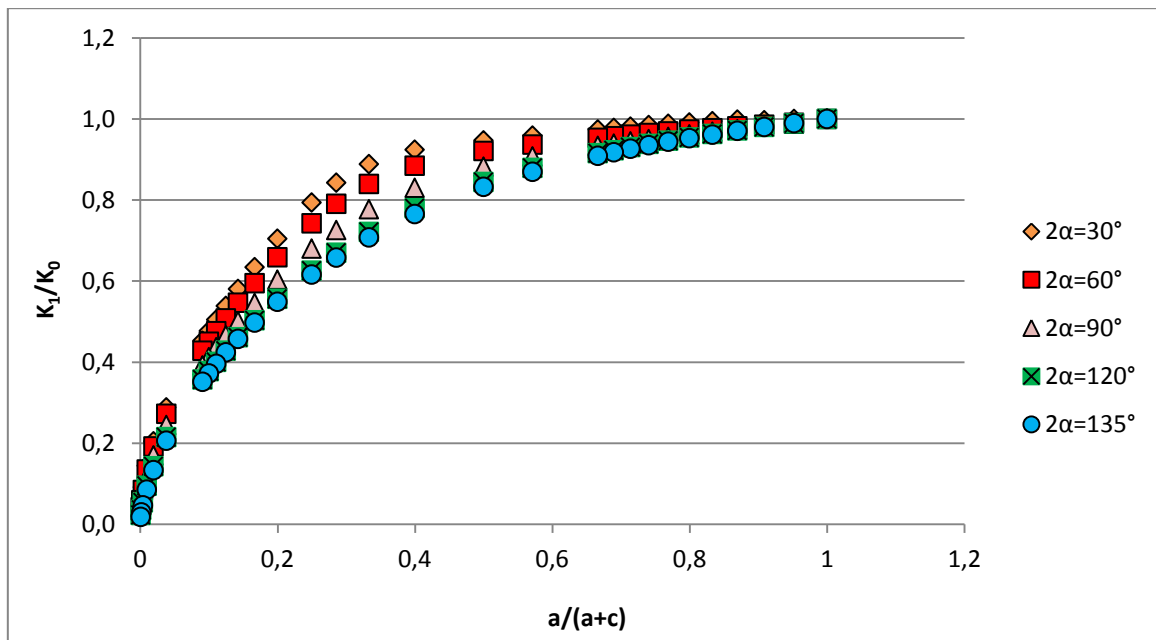


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.0000	0.9997	1.0014	0.9997	0.9997
0.952381	0.9994	0.9902	0.9877	0.9884	0.9892
0.909091	0.9963	0.9856	0.9808	0.9795	0.9796
0.869565	0.9975	0.9811	0.9742	0.9708	0.9702
0.833333	0.9942	0.9766	0.9677	0.9623	0.9610
0.8	0.9908	0.9734	0.9615	0.9540	0.9520
0.769231	0.9875	0.9691	0.9554	0.9459	0.9431
0.740741	0.9841	0.9648	0.9495	0.9379	0.9344
0.714286	0.9807	0.9607	0.9438	0.9301	0.9258
0.689655	0.9772	0.9568	0.9383	0.9225	0.9174
0.666667	0.9737	0.9529	0.9329	0.9149	0.9090
0.571429	0.9582	0.9359	0.9072	0.8785	0.8691
0.5	0.9470	0.9204	0.8821	0.8438	0.8319

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
0.4	0.9238	0.8840	0.8301	0.7790	0.7648
0.333333	0.8880	0.8389	0.7769	0.7207	0.7071
0.285714	0.8423	0.7900	0.7258	0.6696	0.6579
0.25	0.7937	0.7420	0.6793	0.6256	0.6160
0.2	0.7043	0.6587	0.6028	0.5554	0.5489
0.166667	0.6340	0.5948	0.5452	0.5026	0.4976
0.142857	0.5803	0.5461	0.5009	0.4613	0.4568
0.125	0.5385	0.5077	0.4657	0.4280	0.4235
0.111111	0.5047	0.4764	0.4367	0.4004	0.3957
0.1	0.4766	0.4502	0.4124	0.3770	0.3720
0.090909	0.4527	0.4279	0.3915	0.3568	0.3515
0.038462	0.2882	0.2722	0.2451	0.2149	0.2062
0.019608	0.2042	0.1920	0.1699	0.1431	0.1332
0.009901	0.1445	0.1351	0.1171	0.0944	0.0849
0.003984	0.0914	0.0847	0.0713	0.0540	0.0462
0.001996	0.0645	0.0593	0.0489	0.0353	0.0291
0.000999	0.0454	0.0416	0.0336	0.0231	0.0183

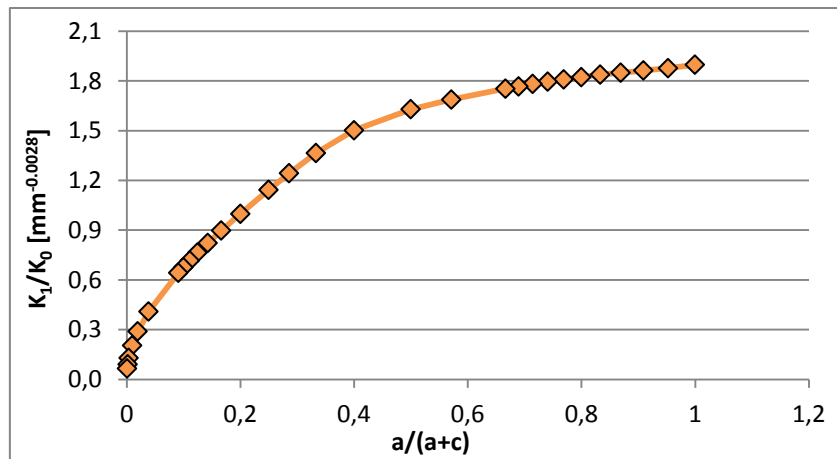
	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.3601	1.3529	1.2232	0.8212	0.5322



4.4 Caso $a/(W-a) = 0.5$

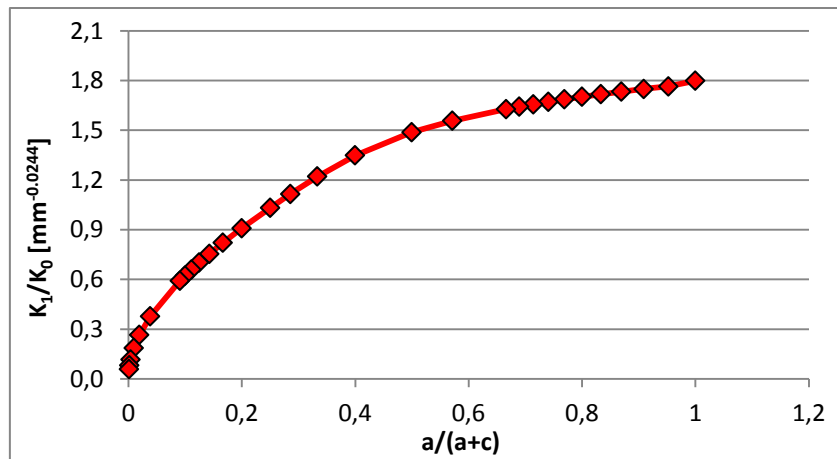
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
13.397	0	0	1	367.36	696.8886	1.8970
15.897	2.5	0.05	0.952381	400.26	751.2718	1.8769
18.397	5	0.1	0.909091	430.67	802.261	1.8628
20.897	7.5	0.15	0.869565	459.09	848.8953	1.8491
23.397	10	0.2	0.833333	485.85	893.3884	1.8388
25.897	12.5	0.25	0.8	511.22	932.0657	1.8232
28.397	15	0.3	0.769231	535.40	968.5803	1.8091
30.897	17.5	0.35	0.740741	558.53	1002.591	1.7951
33.397	20	0.4	0.714286	580.75	1034.334	1.7810
35.897	22.5	0.45	0.689655	602.16	1064.038	1.7670
38.397	25	0.5	0.666667	622.83	1091.935	1.7532
50.897	37.5	0.75	0.571429	717.36	1211.059	1.6882
63.397	50	1	0.5	800.86	1304.676	1.6291
88.397	75	1.5	0.4	946.12	1421.43	1.5024
113.4	100	2	0.333333	1071.96	1463.897	1.3656
138.4	125	2.5	0.285714	1184.57	1472.552	1.2431
163.4	150	3	0.25	1287.42	1472.076	1.1434
213.4	200	4	0.2	1471.82	1470.033	0.9988
263.4	250	5	0.166667	1635.67	1469.679	0.8985
313.4	300	6	0.142857	1784.61	1469.69	0.8235
363.4	350	7	0.125	1922.10	1469.759	0.7647
413.4	400	8	0.111111	2050.44	1469.823	0.7168
463.4	450	9	0.1	2171.25	1469.887	0.6770
513.4	500	10	0.090909	2285.71	1469.953	0.6431
1263.4	1250	25	0.038462	3590.15	1470.766	0.4097
2513.4	2500	50	0.019608	5068.63	1470.83	0.2902
5013.4	5000	100	0.009901	7165.50	1472.985	0.2056
12513.4	12500	250	0.003984	11335.06	1477.2	0.1303
25013.4	25000	500	0.001996	16041.46	1477.308	0.0921
50013.4	50000	1000	0.000999	22705.02	1501.796	0.0661



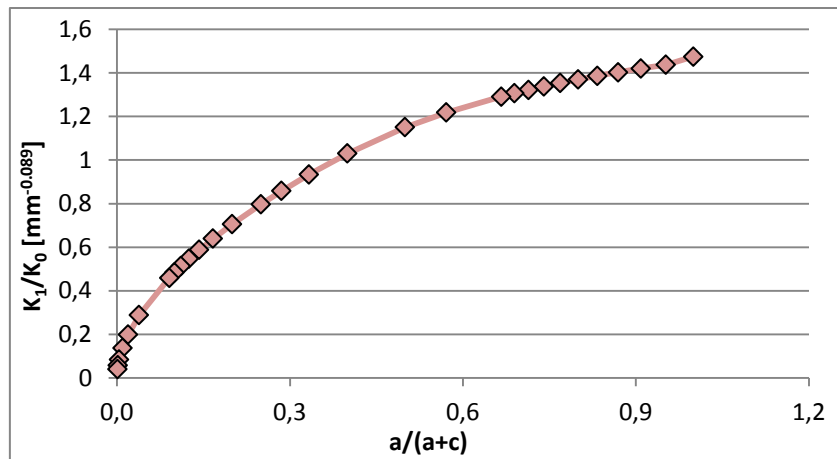
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
28.87	0	0	1	559.79	1006.92	1.7988
31.37	2.5	0.05	0.952381	584.11	1031.35	1.7657
33.87	5	0.1	0.909091	607.51	1062.79	1.7494
36.37	7.5	0.15	0.869565	630.08	1092.27	1.7335
38.87	10	0.2	0.833333	651.91	1119.85	1.7178
41.37	12.5	0.25	0.8	673.06	1145.75	1.7023
43.87	15	0.3	0.769231	693.59	1170.13	1.6871
46.37	17.5	0.35	0.740741	713.57	1193.05	1.6720
48.87	20	0.4	0.714286	733.02	1214.65	1.6570
51.37	22.5	0.45	0.689655	751.99	1235.03	1.6423
53.87	25	0.5	0.666667	770.52	1254.30	1.6279
66.37	37.5	0.75	0.571429	857.44	1335.85	1.5579
78.87	50	1	0.5	936.68	1394.62	1.4889
103.87	75	1.5	0.4	1078.55	1455.00	1.3490
128.87	100	2	0.333333	1204.52	1470.79	1.2211
153.87	125	2.5	0.285714	1319.04	1471.94	1.1159
178.87	150	3	0.25	1424.78	1470.63	1.0322
228.87	200	4	0.2	1616.51	1469.34	0.9090
278.87	250	5	0.166667	1788.68	1469.20	0.8214
328.87	300	6	0.142857	1946.34	1469.21	0.7549
378.87	350	7	0.125	2092.67	1469.21	0.7021
428.87	400	8	0.111111	2229.85	1469.22	0.6589
478.87	450	9	0.1	2359.43	1469.22	0.6227
528.87	500	10	0.090909	2482.55	1469.23	0.5918
1278.87	1250	25	0.038462	3902.26	1469.22	0.3765
2528.87	2500	50	0.019608	5533.23	1469.46	0.2656
5028.87	5000	100	0.009901	7868.52	1470.68	0.1869
12528.87	12500	250	0.003984	12558.87	1472.39	0.1172
25028.87	25000	500	0.001996	17901.18	1473.71	0.0823
50028.87	50000	1000	0.000999	25523.54	1493.41	0.0585



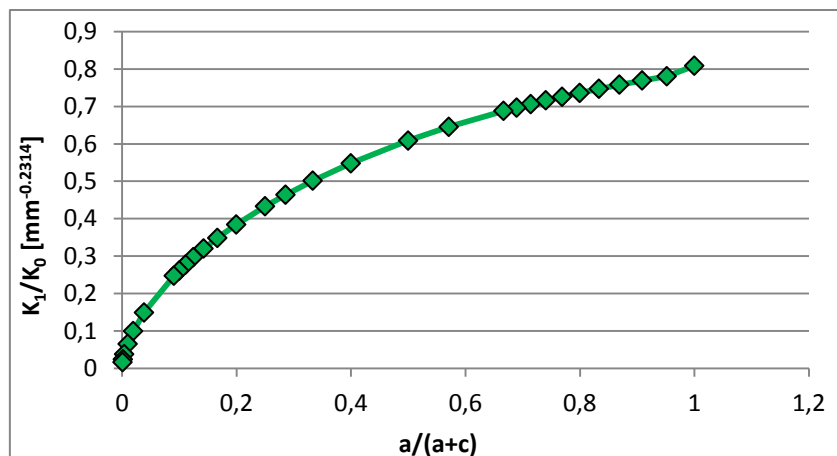
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_1 [MPa·mm ^{0.456}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]
50	0	0	1.000000	841.57	1241.3	1.475
53	2.5	0.05	0.952381	864.22	1242.66	1.4379
55	5	0.1	0.909091	886.40	1259.15	1.4205
58	7.5	0.15	0.869565	908.11	1274.51	1.4035
60	10	0.2	0.833333	929.40	1288.82	1.3867
63	12.5	0.25	0.800000	950.29	1302.11	1.3702
65	15	0.3	0.769231	970.80	1314.46	1.354
68	17.5	0.35	0.740741	990.96	1325.95	1.338
70	20	0.4	0.714286	1010.78	1336.61	1.3224
73	22.5	0.45	0.689655	1030.28	1346.51	1.3069
75	25	0.5	0.666667	1049.47	1355.66	1.2918
88	37.5	0.75	0.571429	1141.36	1391.29	1.219
100	50	1	0.500000	1227.44	1412.64	1.1509
125	75	1.5	0.400000	1386.01	1428.68	1.0308
150	100	2	0.333333	1530.67	1430.13	0.9343
175	125	2.5	0.285714	1664.69	1428.92	0.8584
200	150	3	0.250000	1790.24	1428.02	0.7977
250	200	4	0.200000	2021.52	1427.53	0.7062
300	250	5	0.166667	2232.51	1427.51	0.6394
350	300	6	0.142857	2427.98	1427.51	0.5879
400	350	7	0.125000	2611.09	1427.52	0.5467
450	400	8	0.111111	2784.03	1427.52	0.5128
500	450	9	0.100000	2948.42	1427.52	0.4842
550	500	10	0.090909	3105.47	1427.52	0.4597
1300	1250	25	0.038462	4960.69	1427.53	0.2878
2550	2500	50	0.019608	7159.14	1427.79	0.1994
5050	5000	100	0.009901	10385.85	1428.20	0.1375
12550	12500	250	0.003984	17049.49	1428.61	0.0838
25050	25000	500	0.001996	24839.96	1429.60	0.0576
50050	50000	1000	0.000999	36209.75	1436.14	0.0397



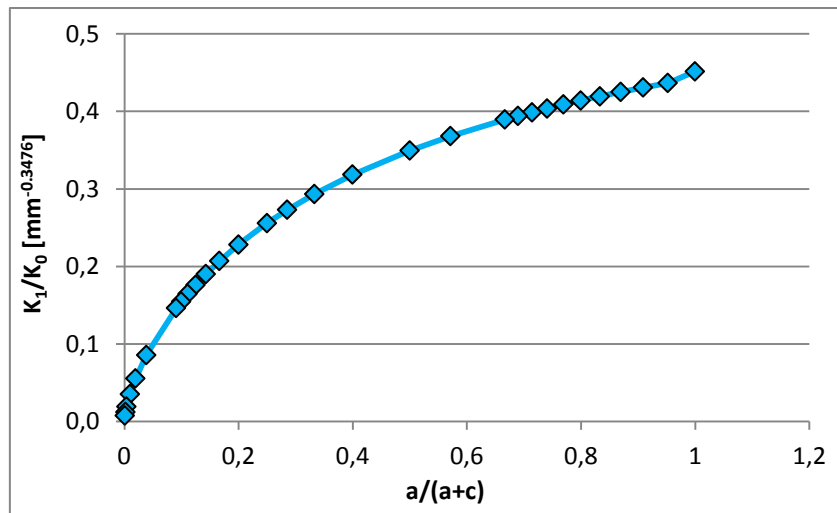
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_I [MPa·mm ^{0.3843}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.2314}]
86.6	0	0	1	1559.33	1260.77	0.8085
89.1	2.5	0.05	0.952381	1586.89	1238.99	0.7808
91.6	5	0.1	0.909091	1614.16	1241.61	0.7692
94.1	7.5	0.15	0.869565	1641.14	1243.94	0.758
96.6	10	0.2	0.833333	1667.85	1246.00	0.7471
99.1	12.5	0.25	0.8	1694.30	1247.81	0.7365
101.6	15	0.3	0.769231	1720.49	1249.40	0.7262
104.1	17.5	0.35	0.740741	1746.43	1250.77	0.7162
106.6	20	0.4	0.714286	1772.13	1251.96	0.7065
109.1	22.5	0.45	0.689655	1797.61	1252.97	0.697
111.6	25	0.5	0.666667	1822.86	1253.82	0.6878
124.1	37.5	0.75	0.571429	1945.99	1256.16	0.6455
136.6	50	1	0.5	2064.44	1256.51	0.6086
161.6	75	1.5	0.4	2289.50	1255.30	0.5483
186.6	100	2	0.333333	2501.52	1254.20	0.5014
211.6	125	2.5	0.285714	2702.86	1253.70	0.4638
236.6	150	3	0.25	2895.23	1253.54	0.433
286.6	200	4	0.2	3257.97	1253.50	0.3847
336.6	250	5	0.166667	3597.05	1253.51	0.3485
386.6	300	6	0.142857	3917.23	1253.51	0.32
436.6	350	7	0.125	4221.83	1253.51	0.2969
486.6	400	8	0.111111	4513.29	1253.51	0.2777
536.6	450	9	0.1	4793.44	1253.51	0.2615
586.6	500	10	0.090909	5063.72	1253.51	0.2475
1336.6	1250	25	0.038462	8407.75	1253.53	0.1491
2586.6	2500	50	0.019608	12624.60	1253.60	0.0993
5086.6	5000	100	0.009901	19144.66	1253.61	0.0655
12586.6	12500	250	0.003984	33443.65	1253.64	0.0375
25086.6	25000	500	0.001996	51137.13	1253.88	0.0245
50086.6	50000	1000	0.000999	78274.19	1254.22	0.016



$2\alpha = 135^\circ$

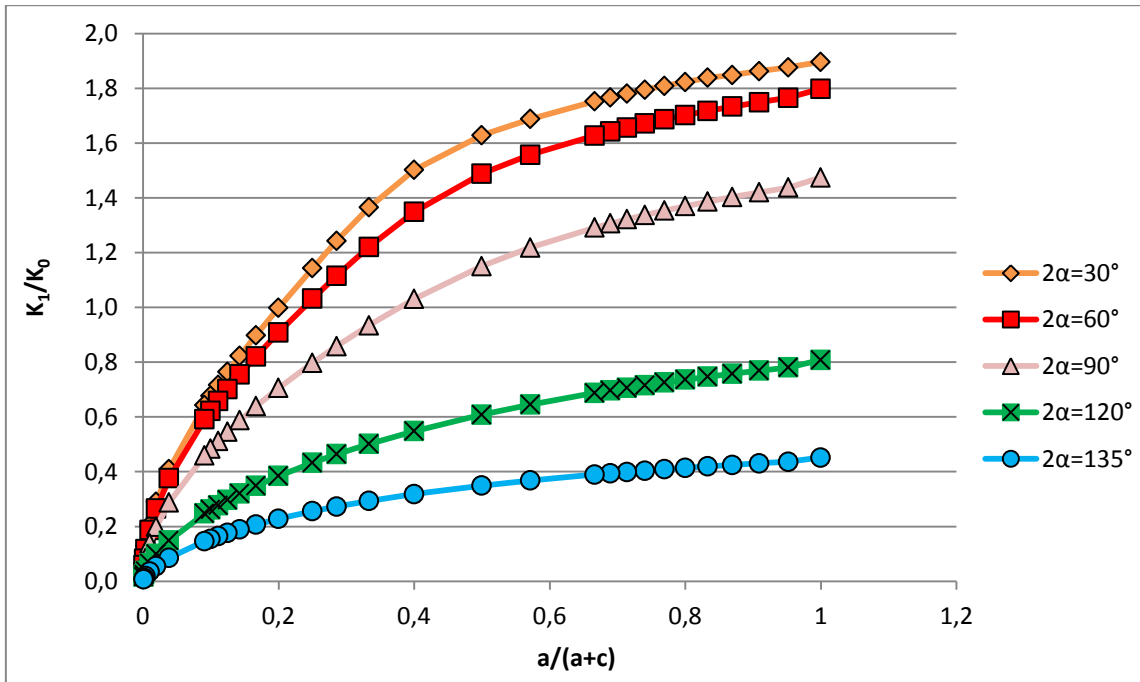
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_I [MPa·mm ^{0.326}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
120.71	0	0	1	2525.01	1140.68	0.4517
123.21	2.5	0.05	0.952381	2560.12	1117.98	0.4367
125.71	5	0.1	0.909091	2595.00	1117.88	0.4308
128.21	7.5	0.15	0.869565	2629.65	1117.75	0.4251
130.71	10	0.2	0.833333	2664.08	1117.59	0.4195
133.21	12.5	0.25	0.8	2698.30	1117.42	0.4141
135.71	15	0.3	0.769231	2732.30	1117.22	0.4089
138.21	17.5	0.35	0.740741	2766.11	1117.01	0.4038
140.71	20	0.4	0.714286	2799.71	1116.80	0.3989
143.21	22.5	0.45	0.689655	2833.12	1116.57	0.3941
145.71	25	0.5	0.666667	2866.34	1116.35	0.3895
158.21	37.5	0.75	0.571429	3029.74	1115.26	0.3681
170.71	50	1	0.5	3188.97	1114.39	0.3495
195.71	75	1.5	0.4	3496.48	1113.38	0.3184
220.71	100	2	0.333333	3791.40	1113.02	0.2936
245.71	125	2.5	0.285714	4075.58	1112.94	0.2731
270.71	150	3	0.25	4350.46	1112.93	0.2558
320.71	200	4	0.2	4876.61	1112.94	0.2282
370.71	250	5	0.166667	5376.53	1112.94	0.2070
420.71	300	6	0.142857	5854.84	1112.94	0.1901
470.71	350	7	0.125	6314.91	1112.94	0.1762
520.71	400	8	0.111111	6759.26	1112.94	0.1647
570.71	450	9	0.1	7189.88	1112.94	0.1548
620.71	500	10	0.090909	7608.34	1112.94	0.1463
1370.71	1250	25	0.038462	12973.19	1112.95	0.0858
2620.71	2500	50	0.019608	20074.61	1112.96	0.0554
5120.71	5000	100	0.009901	31521.35	1112.95	0.0353
12620.71	12500	250	0.003984	57874.87	1112.96	0.0192
25120.71	25000	500	0.001996	92015.61	1113.00	0.0121
50120.71	50000	1000	0.000999	146531.70	1112.88	0.0076



Riassumendo

a/(a+c)	K_I/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.8970	1.7988	1.4750	0.8085	0.4517
0.952381	1.8769	1.7657	1.4379	0.7808	0.4367
0.909091	1.8628	1.7494	1.4205	0.7692	0.4308
0.869565	1.8491	1.7335	1.4035	0.7580	0.4251
0.833333	1.8388	1.7178	1.3867	0.7471	0.4195
0.8	1.8232	1.7023	1.3702	0.7365	0.4141
0.769231	1.8091	1.6871	1.3540	0.7262	0.4089
0.740741	1.7951	1.6720	1.3380	0.7162	0.4038
0.714286	1.7810	1.6570	1.3224	0.7065	0.3989
0.689655	1.7670	1.6423	1.3069	0.6970	0.3941
0.666667	1.7532	1.6279	1.2918	0.6878	0.3895
0.571429	1.6882	1.5579	1.2190	0.6455	0.3681
0.5	1.6291	1.4889	1.1509	0.6086	0.3495
0.4	1.5024	1.3490	1.0308	0.5483	0.3184
0.333333	1.3656	1.2211	0.9343	0.5014	0.2936
0.285714	1.2431	1.1159	0.8584	0.4638	0.2731
0.25	1.1434	1.0322	0.7977	0.4330	0.2558
0.2	0.9988	0.9090	0.7062	0.3847	0.2282
0.166667	0.8985	0.8214	0.6394	0.3485	0.2070
0.142857	0.8235	0.7549	0.5879	0.3200	0.1901
0.125	0.7647	0.7021	0.5467	0.2969	0.1762
0.111111	0.7168	0.6589	0.5128	0.2777	0.1647
0.1	0.6770	0.6227	0.4842	0.2615	0.1548
0.090909	0.6431	0.5918	0.4597	0.2475	0.1463

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.038462	0.4097	0.3765	0.2878	0.1491	0.0858
0.019608	0.2902	0.2656	0.1994	0.0993	0.0554
0.009901	0.2056	0.1869	0.1375	0.0655	0.0353
0.003984	0.1303	0.1172	0.0838	0.0375	0.0192
0.001996	0.0921	0.0823	0.0576	0.0245	0.0121
0.000999	0.0661	0.0585	0.0397	0.0160	0.0076

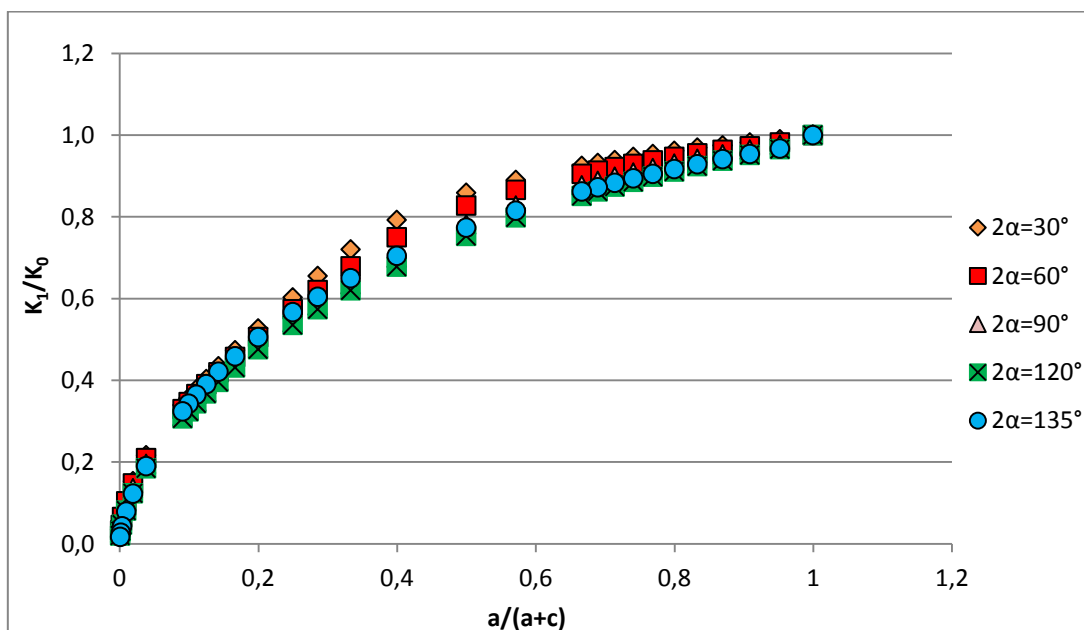


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.0000	0.9997	1.0014	0.9997	0.9997
0.952381	0.9894	0.9814	0.9762	0.9654	0.9664
0.909091	0.9820	0.9723	0.9644	0.9511	0.9533
0.869565	0.9747	0.9635	0.9528	0.9372	0.9407
0.833333	0.9693	0.9547	0.9414	0.9237	0.9284
0.8	0.9611	0.9461	0.9302	0.9106	0.9165
0.769231	0.9536	0.9377	0.9192	0.8979	0.9049
0.740741	0.9462	0.9293	0.9084	0.8856	0.8937
0.714286	0.9388	0.9210	0.8977	0.8735	0.8828
0.689655	0.9315	0.9128	0.8873	0.8619	0.8722
0.666667	0.9242	0.9048	0.8770	0.8505	0.8619
0.571429	0.8899	0.8659	0.8276	0.7982	0.8146

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
0.5	0.8588	0.8275	0.7813	0.7526	0.7733
0.4	0.7920	0.7498	0.6998	0.6779	0.7047
0.333333	0.7199	0.6787	0.6343	0.6199	0.6497
0.285714	0.6553	0.6202	0.5827	0.5735	0.6043
0.25	0.6027	0.5737	0.5415	0.5354	0.5661
0.2	0.5265	0.5052	0.4794	0.4757	0.5051
0.166667	0.4736	0.4565	0.4341	0.4309	0.4581
0.142857	0.4341	0.4195	0.3992	0.3957	0.4207
0.125	0.4031	0.3902	0.3712	0.3671	0.3900
0.111111	0.3779	0.3662	0.3481	0.3434	0.3644
0.1	0.3569	0.3461	0.3287	0.3233	0.3426
0.090909	0.3390	0.3289	0.3121	0.3061	0.3237
0.038462	0.2160	0.2093	0.1954	0.1843	0.1899
0.019608	0.1530	0.1476	0.1354	0.1228	0.1227
0.009901	0.1084	0.1039	0.0934	0.0810	0.0781
0.003984	0.0687	0.0652	0.0569	0.0463	0.0426
0.001996	0.0485	0.0458	0.0391	0.0303	0.0268
0.000999	0.0349	0.0325	0.0269	0.0198	0.0168

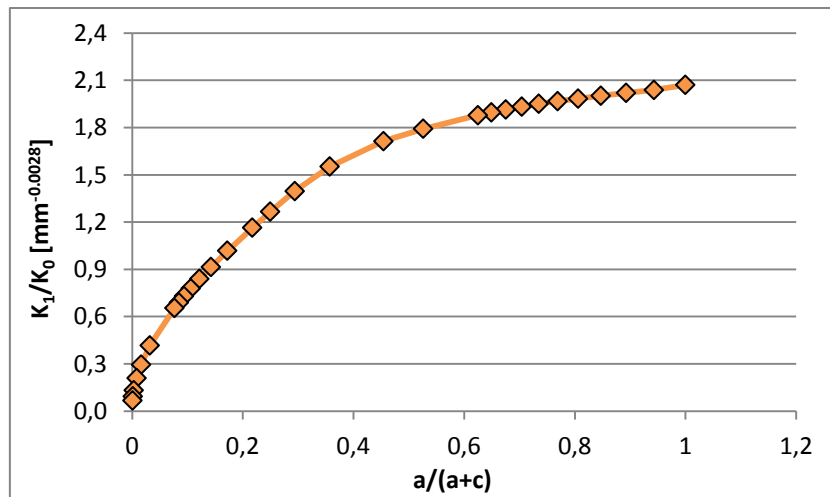
	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.8970	1.7992	1.4730	0.8087	0.4519



4.5 Caso $a/(W-a) = 0.6$

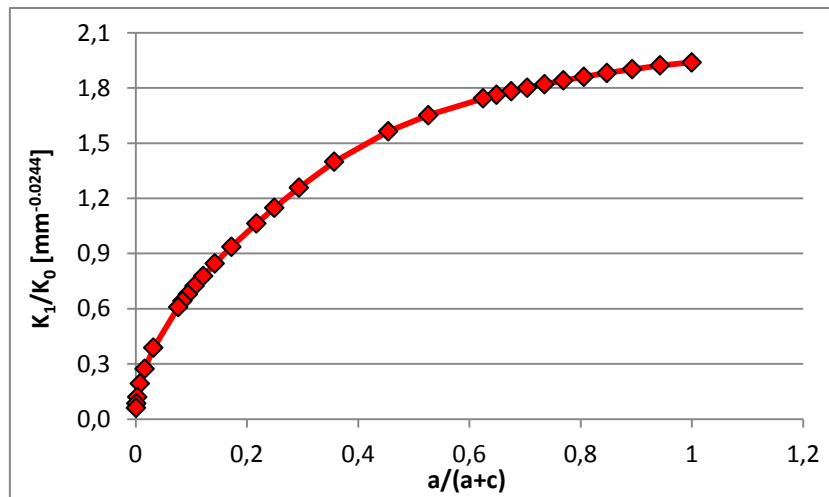
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
16.08	0	0	1	402.5	833.8	2.0715
19.08	3	0.05	0.952381	438.6	894.4	2.0393
22.08	6	0.1	0.909091	471.9	953.4	2.0203
25.08	9	0.15	0.869565	503.0	1007.4	2.0027
28.08	12	0.2	0.833333	532.4	1056.0	1.9837
31.08	15	0.25	0.8	560.2	1102.9	1.9689
34.08	18	0.3	0.769231	586.6	1144.4	1.9507
37.08	21	0.35	0.740741	612.0	1182.8	1.9326
40.08	24	0.4	0.714286	636.3	1218.3	1.9146
43.08	27	0.45	0.689655	659.8	1251.3	1.8965
46.08	30	0.5	0.666667	682.4	1282.0	1.8785
61.08	45	0.75	0.571429	786.0	1409.3	1.7930
76.08	60	1	0.5	877.5	1503.9	1.7138
106.08	90	1.5	0.4	1036.7	1609.7	1.5528
136.08	120	2	0.333333	1174.6	1640.6	1.3968
166.08	150	2.5	0.285714	1298.0	1644.3	1.2668
196.08	180	3	0.25	1410.7	1642.9	1.1646
256.08	240	4	0.2	1612.7	1641.4	1.0178
316.08	300	5	0.166667	1792.2	1641.3	0.9158
376.08	360	6	0.142857	1955.4	1641.4	0.8394
436.08	420	7	0.125	2106.1	1641.4	0.7794
496.08	480	8	0.111111	2246.7	1641.5	0.7306
556.08	540	9	0.1	2379.1	1641.6	0.6900
616.08	600	10	0.090909	2504.5	1641.6	0.6555
1516.08	1500	25	0.038462	3933.8	1642.4	0.4175
3016.08	3000	50	0.019608	5553.8	1642.5	0.2957
6016.08	6000	100	0.009901	7851.4	1645.3	0.2096
15016.08	15000	250	0.003984	12420.1	1651.1	0.1329
30016.08	30000	500	0.001996	17577.0	1653.7	0.0941
60016.08	60000	1000	0.000999	24878.5	1694.5	0.0681



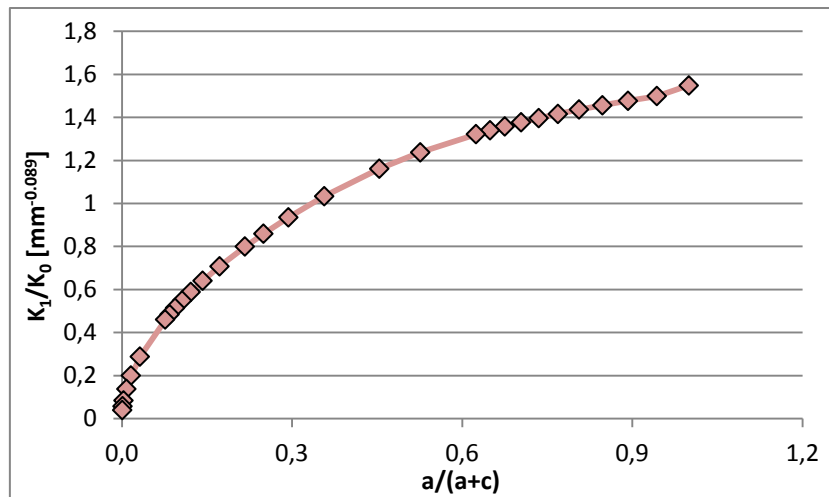
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4878}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]
34.64	0	0	1	614.6	1191.9	1.9394
37.64	3	0.05	0.952381	641.3	1233.3	1.9231
40.64	6	0.1	0.909091	667.0	1268.8	1.9024
43.64	9	0.15	0.869565	691.8	1301.8	1.8819
46.64	12	0.2	0.833333	715.7	1332.4	1.8617
49.64	15	0.25	0.8	738.9	1360.7	1.8414
52.64	18	0.3	0.769231	761.5	1387.1	1.8215
55.64	21	0.35	0.740741	783.4	1411.5	1.8018
58.64	24	0.4	0.714286	804.8	1434.3	1.7822
61.64	27	0.45	0.689655	825.6	1455.4	1.7629
64.64	30	0.5	0.666667	845.9	1475.2	1.7438
79.64	45	0.75	0.571429	941.4	1555.5	1.6524
94.64	60	1	0.5	1028.4	1608.9	1.5645
124.64	90	1.5	0.4	1184.1	1656.5	1.3989
154.64	120	2	0.333333	1322.4	1665.2	1.2592
184.64	150	2.5	0.285714	1448.1	1664.5	1.1494
214.64	180	3	0.25	1564.2	1663.2	1.0633
274.64	240	4	0.2	1774.7	1662.4	0.9367
334.64	300	5	0.166667	1963.8	1662.4	0.8465
394.64	360	6	0.142857	2136.9	1662.4	0.7780
454.64	420	7	0.125	2297.5	1662.4	0.7236
514.64	480	8	0.111111	2448.1	1662.4	0.6791
574.64	540	9	0.1	2590.4	1662.4	0.6418
634.64	600	10	0.090909	2725.6	1662.4	0.6099
1534.64	1500	25	0.038462	4284.2	1662.5	0.3880
3034.64	3000	50	0.019608	6074.8	1662.9	0.2737
6034.64	6000	100	0.009901	8638.7	1664.5	0.1927
15034.64	15000	250	0.003984	13788.2	1666.9	0.1209
30034.64	30000	500	0.001996	19653.4	1669.5	0.0849
60034.64	60000	1000	0.000999	28021.9	1692.1	0.0604



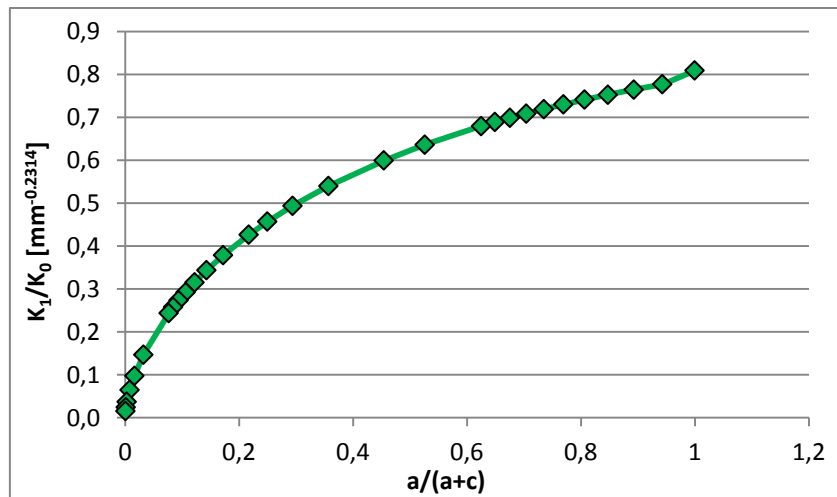
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_1 [MPa·mm ^{0.456}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]
60	0	0	1	929.4	1439.5	1.5489
63	3	0.05	0.952381	954.4	1430.2	1.4985
66	6	0.1	0.909091	978.9	1446.1	1.4772
69	9	0.15	0.869565	1002.9	1460.6	1.4564
72	12	0.2	0.833333	1026.4	1473.8	1.4359
75	15	0.25	0.8	1049.5	1485.9	1.4159
78	18	0.3	0.769231	1072.1	1496.9	1.3962
81	21	0.35	0.740741	1094.4	1507.0	1.377
84	24	0.4	0.714286	1116.3	1516.2	1.3582
87	27	0.45	0.689655	1137.8	1524.5	1.3399
90	30	0.5	0.666667	1159.0	1532.1	1.3219
105	45	0.75	0.571429	1260.5	1559.8	1.2375
120	60	1	0.5	1355.5	1574.4	1.1615
150	90	1.5	0.4	1530.7	1582.7	1.034
180	120	2	0.333333	1690.4	1582.1	0.9359
210	150	2.5	0.285714	1838.4	1580.9	0.8599
240	180	3	0.25	1977.1	1580.4	0.7994
300	240	4	0.2	2232.5	1580.2	0.7078
360	300	5	0.166667	2465.5	1580.2	0.6409
420	360	6	0.142857	2681.4	1580.2	0.5893
480	420	7	0.125	2883.6	1580.2	0.548
540	480	8	0.111111	3074.6	1580.2	0.514
600	540	9	0.1	3256.1	1580.2	0.4853
660	600	10	0.090909	3429.6	1580.2	0.4608
1560	1500	25	0.038462	5478.4	1580.2	0.2884
3060	3000	50	0.019608	7906.3	1580.5	0.1999
6060	6000	100	0.009901	11469.8	1581.0	0.1378
15060	15000	250	0.003984	18828.9	1581.5	0.084
30060	30000	500	0.001996	27432.5	1582.9	0.0577
60060	60000	1000	0.000999	39988.9	1588.3	0.0397



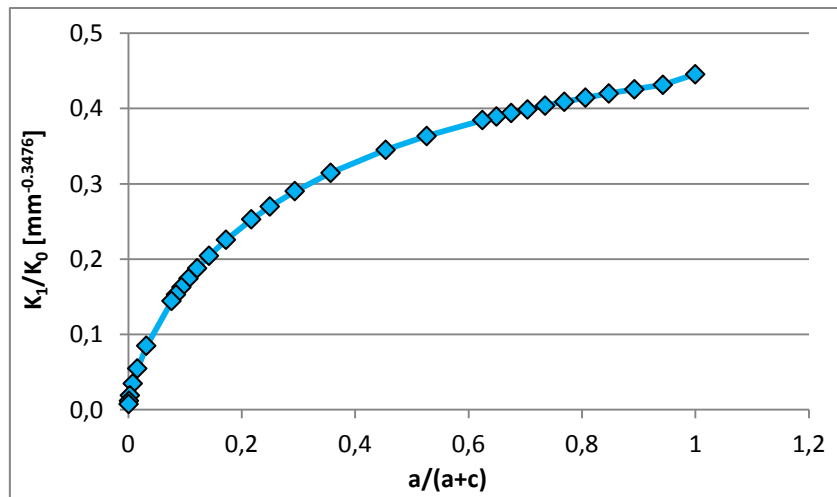
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
103.92	0	0	1	1744.6	1411.4	0.8090
106.92	3	0.05	0.952381	1775.4	1379.5	0.7770
109.92	6	0.1	0.909091	1805.9	1380.9	0.7646
112.92	9	0.15	0.869565	1836.1	1382.0	0.7527
115.92	12	0.2	0.833333	1866.0	1383.0	0.7412
118.92	15	0.25	0.8	1895.6	1383.8	0.7300
121.92	18	0.3	0.769231	1924.9	1384.4	0.7192
124.92	21	0.35	0.740741	1953.9	1384.9	0.7088
127.92	24	0.4	0.714286	1982.7	1385.3	0.6987
130.92	27	0.45	0.689655	2011.2	1385.6	0.6890
133.92	30	0.5	0.666667	2039.4	1385.8	0.6795
148.92	45	0.75	0.571429	2177.2	1385.7	0.6365
163.92	60	1	0.5	2309.7	1384.9	0.5996
193.92	90	1.5	0.4	2561.5	1383.3	0.5400
223.92	120	2	0.333333	2798.7	1382.5	0.4940
253.92	150	2.5	0.285714	3024.0	1382.3	0.4571
283.92	180	3	0.25	3239.2	1382.2	0.4267
343.92	240	4	0.2	3645.0	1382.2	0.3792
403.92	300	5	0.166667	4024.4	1382.2	0.3435
463.92	360	6	0.142857	4382.6	1382.2	0.3154
523.92	420	7	0.125	4723.4	1382.2	0.2926
583.92	480	8	0.111111	5049.5	1382.2	0.2737
643.92	540	9	0.1	5362.9	1382.2	0.2577
703.92	600	10	0.090909	5665.3	1382.2	0.2440
1603.92	1500	25	0.038462	9406.6	1382.3	0.1469
3103.92	3000	50	0.019608	14124.4	1382.3	0.0979
6103.92	6000	100	0.009901	21419.0	1382.3	0.0645
15103.92	15000	250	0.003984	37416.7	1382.4	0.0369
30103.92	30000	500	0.001996	57212.1	1382.6	0.0242
60103.92	60000	1000	0.000999	87573.0	1382.6	0.0158



$2\alpha = 135^\circ$

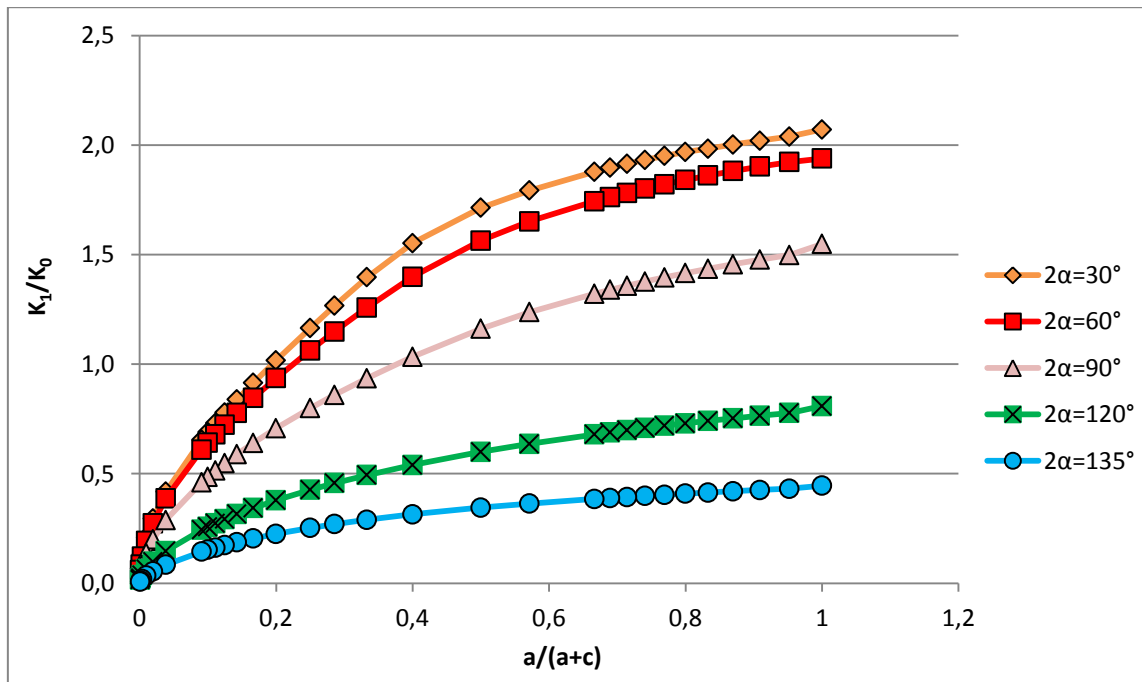
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_I [MPa·mm ^{0.326}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
144.85	0	0	1	2855.0	1272.0	0.4455
147.85	3	0.05	0.952381	2894.7	1249.1	0.4315
150.85	6	0.1	0.909091	2934.1	1248.8	0.4256
153.85	9	0.15	0.869565	2973.3	1248.5	0.4199
156.85	12	0.2	0.833333	3012.2	1248.1	0.4144
159.85	15	0.25	0.8	3050.9	1247.8	0.4090
162.85	18	0.3	0.769231	3089.3	1247.5	0.4038
165.85	21	0.35	0.740741	3127.6	1247.2	0.3988
168.85	24	0.4	0.714286	3165.6	1246.9	0.3939
171.85	27	0.45	0.689655	3203.3	1246.6	0.3892
174.85	30	0.5	0.666667	3240.9	1246.3	0.3846
189.85	45	0.75	0.571429	3425.6	1245.2	0.3635
204.85	60	1	0.5	3605.7	1244.5	0.3451
234.85	90	1.5	0.4	3953.4	1243.9	0.3146
264.85	120	2	0.333333	4286.8	1243.7	0.2901
294.85	150	2.5	0.285714	4608.1	1243.7	0.2699
324.85	180	3	0.25	4918.9	1243.7	0.2528
384.85	240	4	0.2	5513.8	1243.7	0.2256
444.85	300	5	0.166667	6079.1	1243.7	0.2046
504.85	360	6	0.142857	6619.9	1243.7	0.1879
564.85	420	7	0.125	7140.1	1243.7	0.1742
624.85	480	8	0.111111	7642.5	1243.7	0.1627
684.85	540	9	0.1	8129.4	1243.7	0.1530
744.85	600	10	0.090909	8602.5	1243.7	0.1446
1644.85	1500	25	0.038462	14668.4	1243.7	0.0848
3144.85	3000	50	0.019608	22697.8	1243.7	0.0548
6144.85	6000	100	0.009901	35640.3	1243.7	0.0349
15144.85	15000	250	0.003984	65437.5	1243.7	0.0190
30144.85	30000	500	0.001996	104039.4	1243.8	0.0120
60144.85	60000	1000	0.000999	165679.2	1243.7	0.0075



Riassumendo

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.0028}$]	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.0244}$]	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.089}$]	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.2314}$]	K_1/K_0 [$\text{mm}^{-0.3476}$]
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	2.0715	1.9394	1.5489	0.8090	0.4455
0.952381	2.0393	1.9231	1.4985	0.7770	0.4315
0.909091	2.0203	1.9024	1.4772	0.7646	0.4256
0.869565	2.0027	1.8819	1.4564	0.7527	0.4199
0.833333	1.9837	1.8617	1.4359	0.7412	0.4144
0.8	1.9689	1.8414	1.4159	0.7300	0.4090
0.769231	1.9507	1.8215	1.3962	0.7192	0.4038
0.740741	1.9326	1.8018	1.3770	0.7088	0.3988
0.714286	1.9146	1.7822	1.3582	0.6987	0.3939
0.689655	1.8965	1.7629	1.3399	0.6890	0.3892
0.666667	1.8785	1.7438	1.3219	0.6795	0.3846
0.571429	1.7930	1.6524	1.2375	0.6365	0.3635
0.5	1.7138	1.5645	1.1615	0.5996	0.3451
0.4	1.5528	1.3989	1.0340	0.5400	0.3146
0.333333	1.3968	1.2592	0.9359	0.4940	0.2901
0.285714	1.2668	1.1494	0.8599	0.4571	0.2699
0.25	1.1646	1.0633	0.7994	0.4267	0.2528
0.2	1.0178	0.9367	0.7078	0.3792	0.2256
0.166667	0.9158	0.8465	0.6409	0.3435	0.2046
0.142857	0.8394	0.7780	0.5893	0.3154	0.1879
0.125	0.7794	0.7236	0.5480	0.2926	0.1742
0.111111	0.7306	0.6791	0.5140	0.2737	0.1627
0.1	0.6900	0.6418	0.4853	0.2577	0.1530
0.090909	0.6555	0.6099	0.4608	0.2440	0.1446

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.038462	0.4175	0.3880	0.2884	0.1469	0.0848
0.019608	0.2957	0.2737	0.1999	0.0979	0.0548
0.009901	0.2096	0.1927	0.1378	0.0645	0.0349
0.003984	0.1329	0.1209	0.0840	0.0369	0.0190
0.001996	0.0941	0.0849	0.0577	0.0242	0.0120
0.000999	0.0681	0.0604	0.0397	0.0158	0.0075

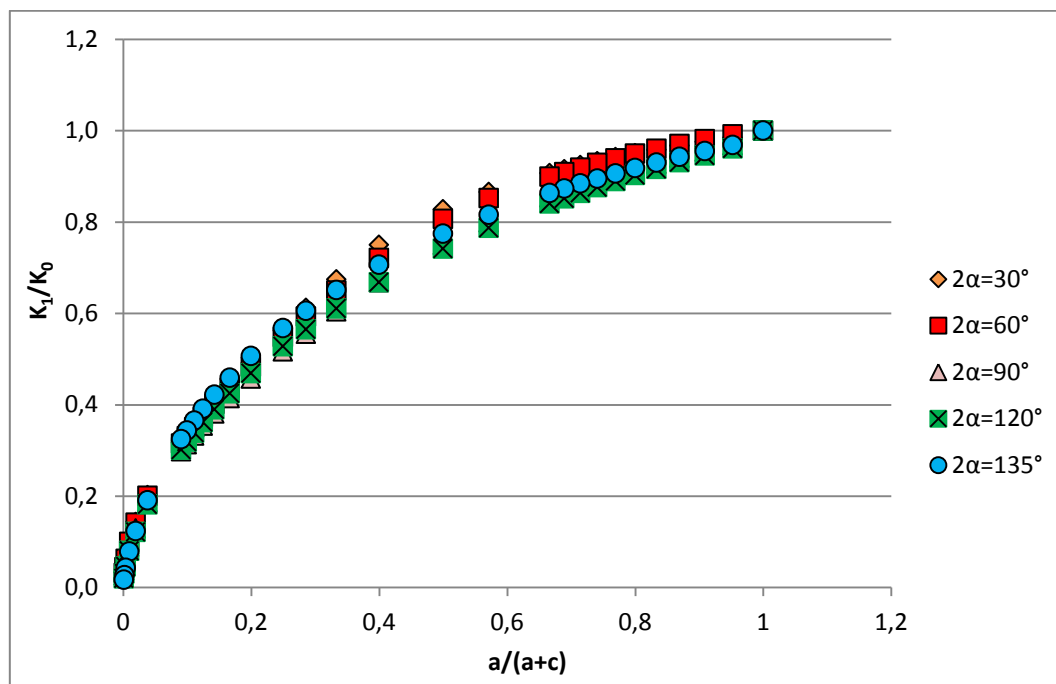


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	0.9844	0.9916	0.9675	0.9604	0.9685
0.909091	0.9753	0.9809	0.9537	0.9451	0.9553
0.869565	0.9668	0.9703	0.9403	0.9304	0.9424
0.833333	0.9576	0.9599	0.9270	0.9161	0.9300
0.8	0.9504	0.9495	0.9141	0.9023	0.9180
0.769231	0.9417	0.9392	0.9014	0.8890	0.9063
0.740741	0.9330	0.9290	0.8890	0.8761	0.8950
0.714286	0.9242	0.9189	0.8769	0.8636	0.8841
0.689655	0.9155	0.9090	0.8650	0.8516	0.8734
0.666667	0.9068	0.8992	0.8534	0.8399	0.8631
0.571429	0.8655	0.8520	0.7989	0.7867	0.8158

$a/(a+c)$	$K_I/\kappa_0 K_0$				
0.5	0.8273	0.8067	0.7499	0.7411	0.7747
0.4	0.7496	0.7213	0.6676	0.6675	0.7062
0.333333	0.6743	0.6493	0.6043	0.6106	0.6512
0.285714	0.6115	0.5926	0.5552	0.5650	0.6058
0.25	0.5622	0.5482	0.5161	0.5274	0.5675
0.2	0.4913	0.4830	0.4570	0.4687	0.5063
0.166667	0.4421	0.4365	0.4138	0.4245	0.4592
0.142857	0.4052	0.4011	0.3805	0.3898	0.4217
0.125	0.3762	0.3731	0.3538	0.3617	0.3910
0.111111	0.3527	0.3501	0.3318	0.3384	0.3653
0.1	0.3331	0.3309	0.3133	0.3186	0.3434
0.090909	0.3164	0.3145	0.2975	0.3016	0.3245
0.038462	0.2015	0.2001	0.1862	0.1816	0.1903
0.019608	0.1428	0.1411	0.1291	0.1210	0.1230
0.009901	0.1012	0.0993	0.0890	0.0798	0.0783
0.003984	0.0642	0.0623	0.0542	0.0457	0.0427
0.001996	0.0454	0.0438	0.0373	0.0299	0.0268
0.000999	0.0329	0.0311	0.0256	0.0195	0.0168

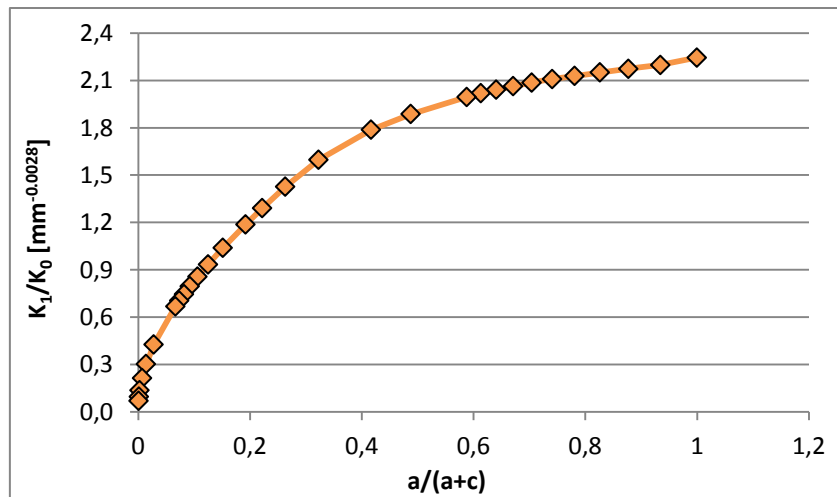
	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	2.0715	1.9394	1.5489	0.8090	0.4455



4.6 Caso $a/(W-a) = 0.7$

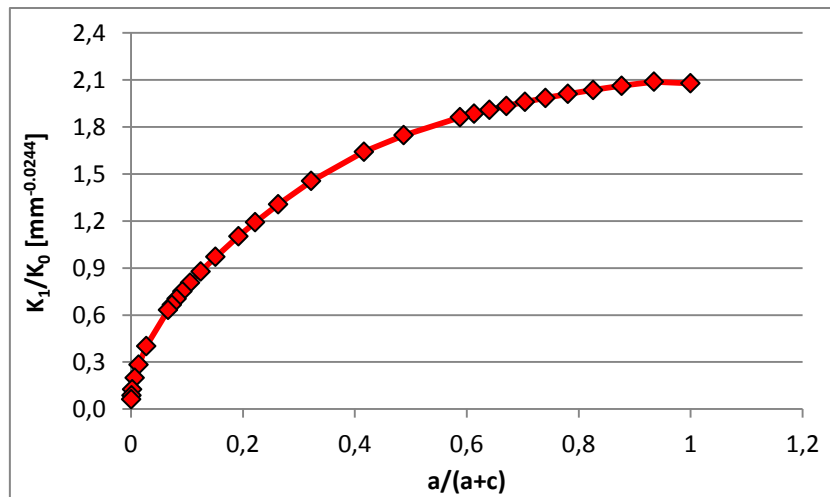
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
18.76	0	0	1	434.9	976.2	2.2449
22.26	3.5	0.05	0.952381	473.8	1041.6	2.1983
25.76	7	0.1	0.909091	509.8	1108.6	2.1745
29.26	10.5	0.15	0.869565	543.5	1169.0	2.1510
32.76	14	0.2	0.833333	575.1	1224.3	2.1287
36.26	17.5	0.25	0.8	605.2	1276.7	2.1097
39.76	21	0.3	0.769231	633.8	1322.7	2.0869
43.26	24.5	0.35	0.740741	661.2	1364.8	2.0642
46.76	28	0.4	0.714286	687.5	1403.4	2.0414
50.26	31.5	0.45	0.689655	712.8	1438.9	2.0186
53.76	35	0.5	0.666667	737.3	1471.5	1.9959
57.26	38.5	0.55	0.645161	760.0	1501.0	1.9731
60.76	42	0.6	0.625	780.0	1527.0	1.9500
64.26	45.5	0.65	0.606061	800.0	1550.0	1.9267
67.76	49	0.7	0.588235	820.0	1570.0	1.9032
71.26	52.5	0.75	0.571429	849.2	1602.8	1.8874
74.76	56	0.8	0.555556	878.0	1638.0	1.8706
78.26	59.5	0.85	0.540541	905.0	1665.0	1.8529
81.76	63	0.9	0.526316	930.0	1695.0	1.8344
85.26	66.5	0.95	0.513049	955.0	1728.0	1.8151
88.76	70	1	0.5	980.0	1765.0	1.7950
92.26	73.5	1.05	0.487805	1005.0	1800.0	1.7742
95.76	77	1.1	0.476603	1030.0	1838.0	1.7527
99.26	80.5	1.15	0.465455	1055.0	1880.0	1.7305
102.76	84	1.2	0.454348	1080.0	1925.0	1.7077
106.26	87.5	1.25	0.443281	1105.0	1975.0	1.6843
109.76	91	1.3	0.432258	1130.0	2030.0	1.6604
113.26	94.5	1.35	0.421276	1155.0	2090.0	1.6360
116.76	98	1.4	0.410333	1180.0	2155.0	1.6112
120.26	101.5	1.45	0.400429	1205.0	2225.0	1.5860
123.76	105	1.5	0.391562	1230.0	2300.0	1.5605
127.26	108.5	1.55	0.383727	1255.0	2380.0	1.5347
130.76	112	1.6	0.376923	1280.0	2465.0	1.5086
134.26	115.5	1.65	0.371159	1305.0	2555.0	1.4823
137.76	119	1.7	0.365435	1330.0	2650.0	1.4557
141.26	122.5	1.75	0.360741	1355.0	2750.0	1.4289
144.76	126	1.8	0.357077	1380.0	2855.0	1.4019
148.26	129.5	1.85	0.353442	1405.0	2965.0	1.3747
151.76	133	1.9	0.350837	1430.0	3080.0	1.3473
155.26	136.5	1.95	0.348261	1455.0	3200.0	1.3197
158.76	140	2	0.345714	1480.0	3325.0	1.2919
162.26	143.5	2.05	0.343196	1505.0	3455.0	1.2639
165.76	147	2.1	0.340707	1530.0	3590.0	1.2357
169.26	150.5	2.15	0.338246	1555.0	3730.0	1.2073
172.76	154	2.2	0.335813	1580.0	3875.0	1.1787
176.26	157.5	2.25	0.333407	1605.0	4025.0	1.1499
179.76	161	2.3	0.331028	1630.0	4180.0	1.1209
183.26	164.5	2.35	0.328675	1655.0	4340.0	1.0917
186.76	168	2.4	0.326348	1680.0	4505.0	1.0623
190.26	171.5	2.45	0.324046	1705.0	4675.0	1.0327
193.76	175	2.5	0.321769	1730.0	4850.0	1.0029
197.26	178.5	2.55	0.319516	1755.0	5030.0	0.9729
200.76	182	2.6	0.317287	1780.0	5215.0	0.9427
204.26	185.5	2.65	0.315081	1805.0	5405.0	0.9123
207.76	189	2.7	0.312898	1830.0	5600.0	0.8817
211.26	192.5	2.75	0.310737	1855.0	5800.0	0.8509
214.76	196	2.8	0.308597	1880.0	6005.0	0.8200
218.26	199.5	2.85	0.306478	1905.0	6215.0	0.7889
221.76	203	2.9	0.304379	1930.0	6430.0	0.7577
225.26	206.5	2.95	0.302300	1955.0	6650.0	0.7263
228.76	210	3	0.300241	1980.0	6875.0	0.6948
232.26	213.5	3.05	0.298201	2005.0	7105.0	0.6632
235.76	217	3.1	0.296180	2030.0	7340.0	0.6315
239.26	220.5	3.15	0.294178	2055.0	7580.0	0.5997
242.76	224	3.2	0.292195	2080.0	7825.0	0.5678
246.26	227.5	3.25	0.290230	2105.0	8075.0	0.5358
249.76	231	3.3	0.288283	2130.0	8330.0	0.5037
253.26	234.5	3.35	0.286353	2155.0	8590.0	0.4715
256.76	238	3.4	0.284440	2180.0	8855.0	0.4392
260.26	241.5	3.45	0.282543	2205.0	9125.0	0.4068
263.76	245	3.5	0.280662	2230.0	9400.0	0.3743
267.26	248.5	3.55	0.278797	2255.0	9680.0	0.3417
270.76	252	3.6	0.276948	2280.0	9965.0	0.3090
274.26	255.5	3.65	0.275114	2305.0	10255.0	0.2762
277.76	259	3.7	0.273295	2330.0	10550.0	0.2433
281.26	262.5	3.75	0.271491	2355.0	10850.0	0.2103
284.76	266	3.8	0.269702	2380.0	11155.0	0.1772
288.26	269.5	3.85	0.267927	2405.0	11465.0	0.1440
291.76	273	3.9	0.266166	2430.0	11780.0	0.1107
295.26	276.5	3.95	0.264419	2455.0	12100.0	0.0773
298.76	280	4	0.262686	2480.0	12425.0	0.0438
302.26	283.5	4.05	0.260967	2505.0	12755.0	0.0102
305.76	287	4.1	0.259261	2530.0	13090.0	0.0000
309.26	290.5	4.15	0.257568	2555.0	13430.0	0.0000
312.76	294	4.2	0.255888	2580.0	13775.0	0.0000
316.26	297.5	4.25	0.254220	2605.0	14125.0	0.0000
319.76	301	4.3	0.252564	2630.0	14480.0	0.0000
323.26	304.5	4.35	0.250920	2655.0	14840.0	0.0000
326.76	308	4.4	0.249288	2680.0	15205.0	0.0000
330.26	311.5	4.45	0.247668	2705.0	15575.0	0.0000
333.76	315	4.5	0.246059	2730.0	15950.0	0.0000
337.26	318.5	4.55	0.244461	2755.0	16330.0	0.0000
340.76	322	4.6	0.242874	2780.0	16715.0	0.0000
344.26	325.5	4.65	0.241298	2805.0	17105.0	0.0000
347.76	329	4.7	0.239733	2830.0	17500.0	0.0000
351.26	332.5	4.75	0.238179	2855.0	17900.0	0.0000
354.76	336	4.8	0.236635	2880.0	18305.0	0.0000
358.26	339.5	4.85	0.235101	2905.0	18715.0	0.0000
361.76	343	4.9	0.233577	2930.0	19130.0	0.0000
365.26	346.5	4.95	0.232063	2955.0	19550.0	0.0000
368.76	350	5	0.230559	2980.0	19975.0	0.0000
372.26	353.5	5.05	0.229065	3005.0	20405.0	0.0000
375.76	357	5.1	0.227581	3030.0	20840.0	0.0000
379.26	360.5	5.15	0.226107	3055.0	21280.0	0.0000
382.76	364	5.2	0.224643	3080.0	21725.0	0.0000
386.26	367.5	5.25	0.223189	3105.0	22175.0	0.0000
389.76	371	5.3	0.221745	3130.0	22630.0	0.0000
393.26	374.5	5.35	0.220311	3155.0	23090.0	0.0000
396.76	378	5.4	0.218886	3180.0	23555.0	0.0000
400.26	381.5	5.45	0.217471	3205.0	24025.0	0.0000
403.76	385	5.5	0.216065	3230.0	24500.0	0.0000
407.26	388.5	5.55	0.214669	3255.0	24980.0	0.0000
410.76	392	5.6	0.213282	3280.0	25465.0	0.0000
414.26	395.5	5.65	0.211905	3305.0	25955.0	0.0000
417.76	399	5.7	0.210537	3330.0	26450.0	0.0000
421.26	402.5	5.75	0.209178	3355.0	26950.0	0.0000
424.76	406	5.8	0.207828	3380.0	27455.0	0.0000
428.26	409.5	5.85	0.206487	3405.0	27965.0	0.0000
431.76	413	5.9	0.205154	3430.0	28480.0	0.0000
435.26	416.5	5.95	0.203829	3455.0	29000.0	0.0000
438.76	420	6	0.202512	3480.0	29525.0	0.0000
442.26	423.5	6.05	0.201203	3505.0	30055.0	0.0000
445.76	427	6.1	0.200000	3530.0	30590.0	0.0000
449.26	430.5	6.15	0.198803	3555.0	31130.0	0.0000
452.76	434	6.2	0.197612	3580.0	31675.0	0.0000
456.26	437.5	6.25	0.196427	3605.0	32225.0	0.0000
459.76	441	6.3	0.195248	3630.0	32780.0	0.0000
463.26	444.5	6.35	0.194074	3655.0	33340.0	0.0000
466.76	448	6.4	0.192906	3680.0	33905.0	0.0000
470.26	451.5	6.45	0.191743	3705.0	34475.0	0.0000
473.76	455	6.5	0.190585	3730.0	35050.0	0.0000
477.26	458.5	6.55	0.189432	3755.0	35630.0	0.0000
480.76	462	6.6	0.188284	3780.0	36215.0	0.0000
484.26	465.5	6.65	0.187141	3805.0	36805.0	0.0000
487.76	469	6.7	0.186003	3830.0	37400.0	0.0000
491.26	472.5	6.75	0.184869	3855.0	38000.0	0.0000
494.76	476	6.8	0.183740	3880.0	38605.0	0.0000
498.26	479.5	6.85	0.182616	3905.0	39215.0	0.0000
501.76	483	6.9	0.181497	3930.0	39830.0	0.0000
505.26	486.5	6.95	0.180383	3955.0	40450.0	0.0000
508.76	490	7	0.179274	3980.0	41075.0	0.0000
512.26	493.5	7.05	0.178170	4005.0	41705.0	0.0000
515.76	497	7.1	0.177071	4030.0	42340.0	0.0000
519.26	500.5	7.15	0.175977	4055.0	42980.0	0.0000
522.76	504	7.2	0.174888	4080.0	43625.0	0.0000
526.26	507.5	7.25	0.173803	4105.0	44275.0	0.0000
529.76	511	7.3	0.172723	4130.0	44930.0	0.0000
533.26	514.5	7.35	0.171648	4155.0	45590.0	0.0000
536.76	518	7.4	0.170577	4180.0	46255.0	0.0000
540.26	521.5	7.45	0.169511	4205.0	46925.0	0.0000
543.76	525	7.5	0.168450	4230.0	47600.0	0.0000
547.26	528.5	7.55	0.167394	4255.0	48280.0	0.0000
550.76	532	7.6	0.166343	4280.		



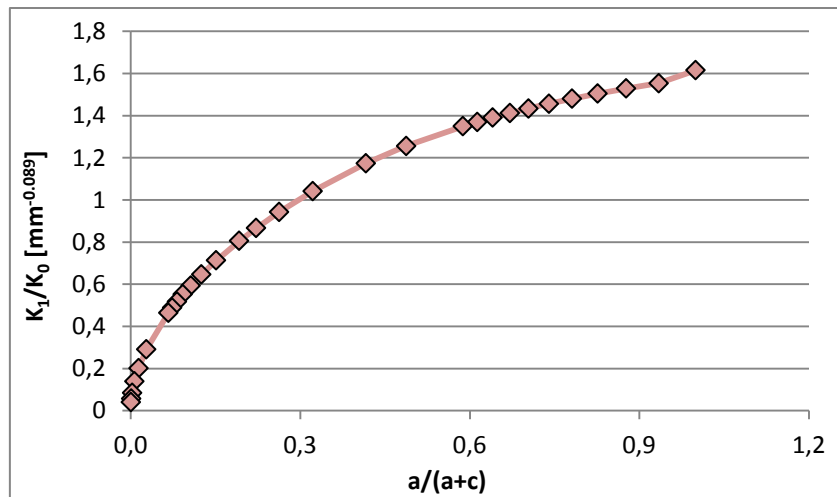
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K ₀ [MPa·mm ^{0.5122}]	K _I [MPa·mm ^{0.4878}]	K _I /K ₀ [mm ^{-0.0244}]
40.41	0	0	1	665.1	1382.1	2.0781
43.91	3.5	0.05	0.952381	694.0	1449.7	2.0890
47.41	7	0.1	0.909091	721.8	1488.9	2.0628
50.91	10.5	0.15	0.869565	748.6	1524.7	2.0368
54.41	14	0.2	0.833333	774.5	1557.6	2.0111
57.91	17.5	0.25	0.8	799.6	1587.5	1.9853
61.41	21	0.3	0.769231	824.0	1615.0	1.9599
64.91	24.5	0.35	0.740741	847.8	1640.2	1.9347
68.41	28	0.4	0.714286	870.9	1663.3	1.9099
71.91	31.5	0.45	0.689655	893.4	1684.5	1.8855
75.41	35	0.5	0.666667	915.4	1704.1	1.8615
92.91	52.5	0.75	0.571429	1018.7	1780.4	1.7477
110.41	70	1	0.5	1112.9	1827.7	1.6423
145.41	105	1.5	0.4	1281.4	1864.4	1.4550
180.41	140	2	0.333333	1431.1	1868.8	1.3059
215.41	175	2.5	0.285714	1567.1	1867.5	1.1917
250.41	210	3	0.25	1692.8	1866.5	1.1026
320.41	280	4	0.2	1920.6	1866.0	0.9716
390.41	350	5	0.166667	2125.1	1866.0	0.8781
460.41	420	6	0.142857	2312.4	1866.0	0.8070
530.41	490	7	0.125	2486.3	1866.0	0.7505
600.41	560	8	0.111111	2649.2	1866.1	0.7044
670.41	630	9	0.1	2803.2	1866.1	0.6657
740.41	700	10	0.090909	2949.5	1866.1	0.6327
1790.41	1750	25	0.038462	4636.2	1866.1	0.4025
3540.41	3500	50	0.019608	6573.9	1866.8	0.2840
7040.41	7000	100	0.009901	9348.5	1868.7	0.1999
17540.41	17500	250	0.003984	14921.0	1871.9	0.1255
35040.41	35000	500	0.001996	21268.1	1875.7	0.0882
70040.41	70000	1000	0.000999	30324.1	1898.1	0.0626



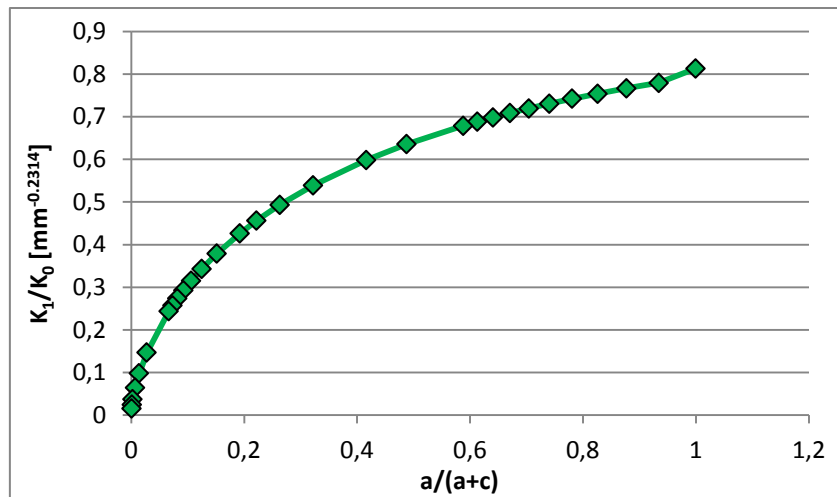
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_1 [MPa·mm ^{0.456}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]
70	0	0	1	1010.8	1632.7	1.6153
74	3.5	0.05	0.952381	1038.0	1613.0	1.554
77	7	0.1	0.909091	1064.6	1627.5	1.5287
81	10.5	0.15	0.869565	1090.7	1640.6	1.5041
84	14	0.2	0.833333	1116.3	1652.3	1.4802
88	17.5	0.25	0.8	1141.4	1662.8	1.4569
91	21	0.3	0.769231	1166.0	1672.2	1.4341
95	24.5	0.35	0.740741	1190.2	1680.6	1.4121
98	28	0.4	0.714286	1214.0	1688.2	1.3906
102	31.5	0.45	0.689655	1237.4	1694.9	1.3697
105	35	0.5	0.666667	1260.5	1700.9	1.3494
123	52.5	0.75	0.571429	1370.9	1721.7	1.2559
140	70	1	0.5	1474.2	1731.2	1.1743
175	105	1.5	0.4	1664.7	1734.9	1.0422
210	140	2	0.333333	1838.4	1733.6	0.943
245	175	2.5	0.285714	1999.4	1732.7	0.8666
280	210	3	0.25	2150.2	1732.4	0.8057
350	280	4	0.2	2428.0	1732.3	0.7135
420	350	5	0.166667	2681.4	1732.3	0.6461
490	420	6	0.142857	2916.2	1732.3	0.594
560	490	7	0.125	3136.1	1732.3	0.5524
630	560	8	0.111111	3343.8	1732.3	0.5181
700	630	9	0.1	3541.2	1732.3	0.4892
770	700	10	0.090909	3729.9	1732.4	0.4645
1820	1750	25	0.038462	5958.1	1732.4	0.2908
3570	3500	50	0.019608	8598.6	1732.7	0.2015
7070	7000	100	0.009901	12474.1	1733.1	0.1389
17570	17500	250	0.003984	20477.6	1733.8	0.0847
35070	35000	500	0.001996	29834.4	1735.3	0.0582
70070	70000	1000	0.000999	43490.3	1739.2	0.04



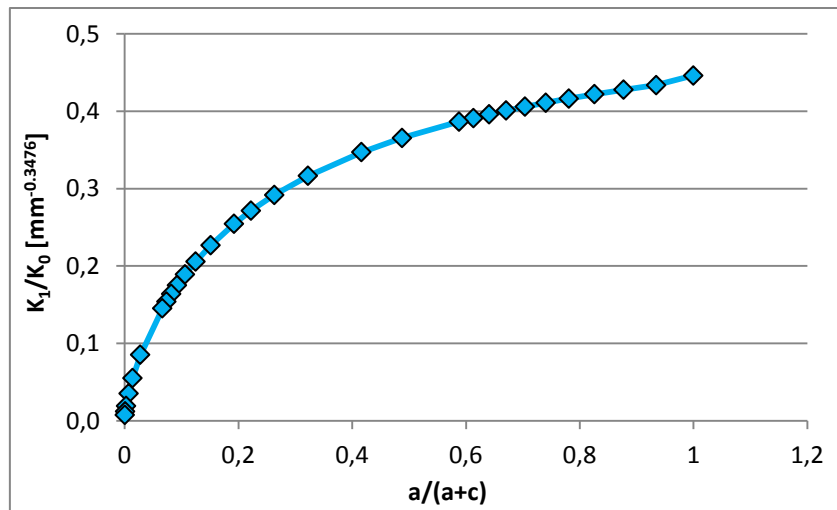
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_1 [MPa·mm ^{0.3843}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]
121.24	0	0	1	1918.3	1560.3	0.8134
124.74	3.5	0.05	0.952381	1952.2	1521.7	0.7795
128.24	7	0.1	0.909091	1985.7	1522.3	0.7666
131.74	10.5	0.15	0.869565	2018.9	1522.7	0.7542
135.24	14	0.2	0.833333	2051.8	1522.9	0.7422
138.74	17.5	0.25	0.8	2084.3	1523.1	0.7307
142.24	21	0.3	0.769231	2116.5	1523.1	0.7196
145.74	24.5	0.35	0.740741	2148.4	1523.1	0.7089
149.24	28	0.4	0.714286	2180.1	1523.0	0.6986
152.74	31.5	0.45	0.689655	2211.4	1522.9	0.6886
156.24	35	0.5	0.666667	2242.5	1522.7	0.679
173.74	52.5	0.75	0.571429	2393.9	1521.5	0.6356
191.24	70	1	0.5	2539.6	1520.3	0.5986
226.24	105	1.5	0.4	2816.5	1518.8	0.5393
261.24	140	2	0.333333	3077.3	1518.4	0.4934
296.24	175	2.5	0.285714	3325.0	1518.3	0.4566
331.24	210	3	0.25	3561.7	1518.3	0.4263
401.24	280	4	0.2	4007.9	1518.3	0.3788
471.24	350	5	0.166667	4425.0	1518.3	0.3431
541.24	420	6	0.142857	4818.9	1518.3	0.3151
611.24	490	7	0.125	5193.6	1518.3	0.2923
681.24	560	8	0.111111	5552.2	1518.3	0.2735
751.24	630	9	0.1	5896.8	1518.3	0.2575
821.24	700	10	0.090909	6229.3	1518.3	0.2437
1871.24	1750	25	0.038462	10343.1	1518.3	0.1468
3621.24	3500	50	0.019608	15530.6	1518.4	0.0978
7121.24	7000	100	0.009901	23551.5	1518.3	0.0645
17621.24	17500	250	0.003984	41141.9	1518.4	0.0369
35121.24	35000	500	0.001996	62908.2	1518.6	0.0241
70121.24	70000	1000	0.000999	96291.9	1518.3	0.0158



$2\alpha = 135^\circ$

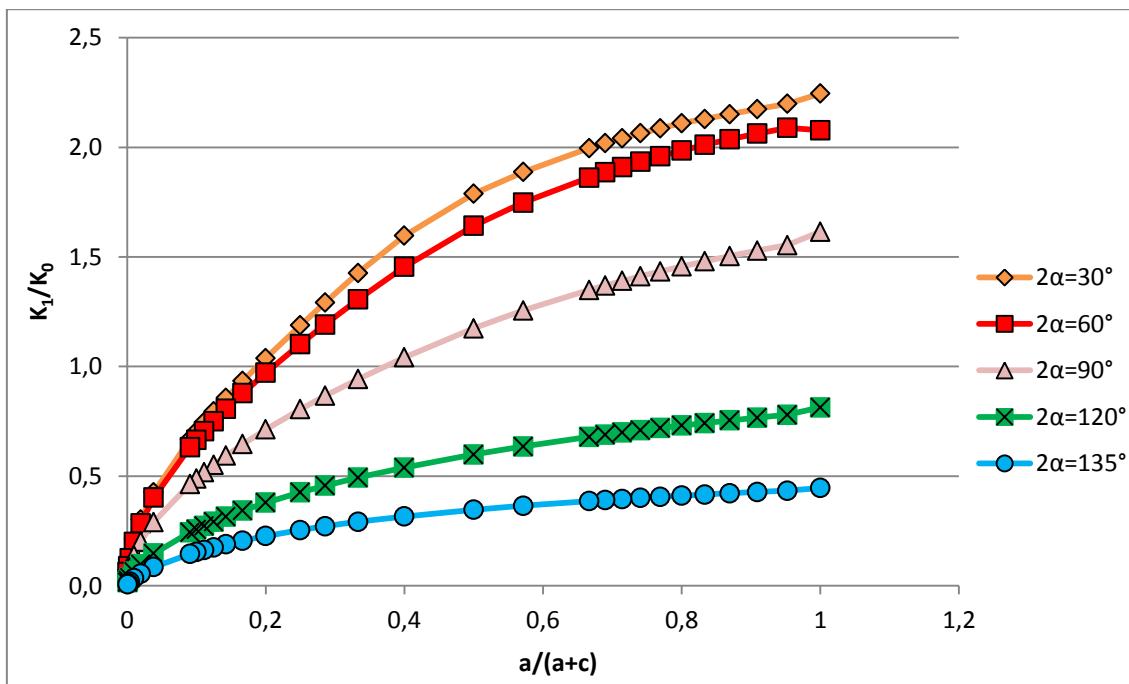
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_I [MPa·mm ^{0.326}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
169.0	0	0	1	3167.3	1413.4	0.4462
172.5	3.5	0.05	0.952381	3211.4	1392.9	0.4338
176.0	7	0.1	0.909091	3255.1	1392.5	0.4278
179.5	10.5	0.15	0.869565	3298.6	1392.2	0.4220
183.0	14	0.2	0.833333	3341.8	1391.8	0.4165
186.5	17.5	0.25	0.8	3384.7	1391.4	0.4111
190.0	21	0.3	0.769231	3427.4	1391.1	0.4059
193.5	24.5	0.35	0.740741	3469.8	1390.8	0.4008
197.0	28	0.4	0.714286	3511.9	1390.5	0.3959
200.5	31.5	0.45	0.689655	3553.8	1390.2	0.3912
204.0	35	0.5	0.666667	3595.5	1390.0	0.3866
221.5	52.5	0.75	0.571429	3800.5	1389.1	0.3655
239.0	70	1	0.5	4000.2	1388.5	0.3471
274.0	105	1.5	0.4	4385.9	1388.2	0.3165
309.0	140	2	0.333333	4755.9	1388.1	0.2919
344.0	175	2.5	0.285714	5112.4	1388.2	0.2715
379.0	210	3	0.25	5457.2	1388.2	0.2544
449.0	280	4	0.2	6117.2	1388.2	0.2269
519.0	350	5	0.166667	6744.3	1388.2	0.2058
589.0	420	6	0.142857	7344.2	1388.2	0.1890
659.0	490	7	0.125	7921.3	1388.2	0.1752
729.0	560	8	0.111111	8478.7	1388.2	0.1637
799.0	630	9	0.1	9018.9	1388.2	0.1539
869.0	700	10	0.090909	9543.8	1388.2	0.1455
1919.0	1750	25	0.038462	16273.4	1388.2	0.0853
3669.0	3500	50	0.019608	25181.3	1388.2	0.0551
7169.0	7000	100	0.009901	39540.0	1388.2	0.0351
17669.0	17500	250	0.003984	72597.5	1388.2	0.0191
35169.0	35000	500	0.001996	115423.3	1388.2	0.0120
70169.0	70000	1000	0.000999	183807.6	1388.1	0.0076



Riassumendo

$a/(a+c)$	K_I/K_0 [$\text{mm}^{-0.0028}$]	K_I/K_0 [$\text{mm}^{-0.0244}$]	K_I/K_0 [$\text{mm}^{-0.089}$]	K_I/K_0 [$\text{mm}^{-0.2314}$]	K_I/K_0 [$\text{mm}^{-0.3476}$]
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	2.2449	2.0781	1.6153	0.8134	0.4462
0.952381	2.1983	2.0890	1.5540	0.7795	0.4338
0.909091	2.1745	2.0628	1.5287	0.7666	0.4278
0.869565	2.1510	2.0368	1.5041	0.7542	0.4220
0.833333	2.1287	2.0111	1.4802	0.7422	0.4165
0.8	2.1097	1.9853	1.4569	0.7307	0.4111
0.769231	2.0869	1.9599	1.4341	0.7196	0.4059
0.740741	2.0642	1.9347	1.4121	0.7089	0.4008
0.714286	2.0414	1.9099	1.3906	0.6986	0.3959
0.689655	2.0186	1.8855	1.3697	0.6886	0.3912
0.666667	1.9959	1.8615	1.3494	0.6790	0.3866
0.571429	1.8874	1.7477	1.2559	0.6356	0.3655
0.5	1.7879	1.6423	1.1743	0.5986	0.3471
0.4	1.5970	1.4550	1.0422	0.5393	0.3165
0.333333	1.4268	1.3059	0.9430	0.4934	0.2919
0.285714	1.2919	1.1917	0.8666	0.4566	0.2715
0.25	1.1877	1.1026	0.8057	0.4263	0.2544
0.2	1.0383	0.9716	0.7135	0.3788	0.2269
0.166667	0.9343	0.8781	0.6461	0.3431	0.2058
0.142857	0.8564	0.8070	0.5940	0.3151	0.1890
0.125	0.7951	0.7505	0.5524	0.2923	0.1752
0.111111	0.7454	0.7044	0.5181	0.2735	0.1637
0.1	0.7039	0.6657	0.4892	0.2575	0.1539
0.090909	0.6687	0.6327	0.4645	0.2437	0.1455

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.038462	0.4259	0.4025	0.2908	0.1468	0.0853
0.019608	0.3017	0.2840	0.2015	0.0978	0.0551
0.009901	0.2139	0.1999	0.1389	0.0645	0.0351
0.003984	0.1358	0.1255	0.0847	0.0369	0.0191
0.001996	0.0963	0.0882	0.0582	0.0241	0.0120
0.000999	0.0700	0.0626	0.0400	0.0158	0.0076

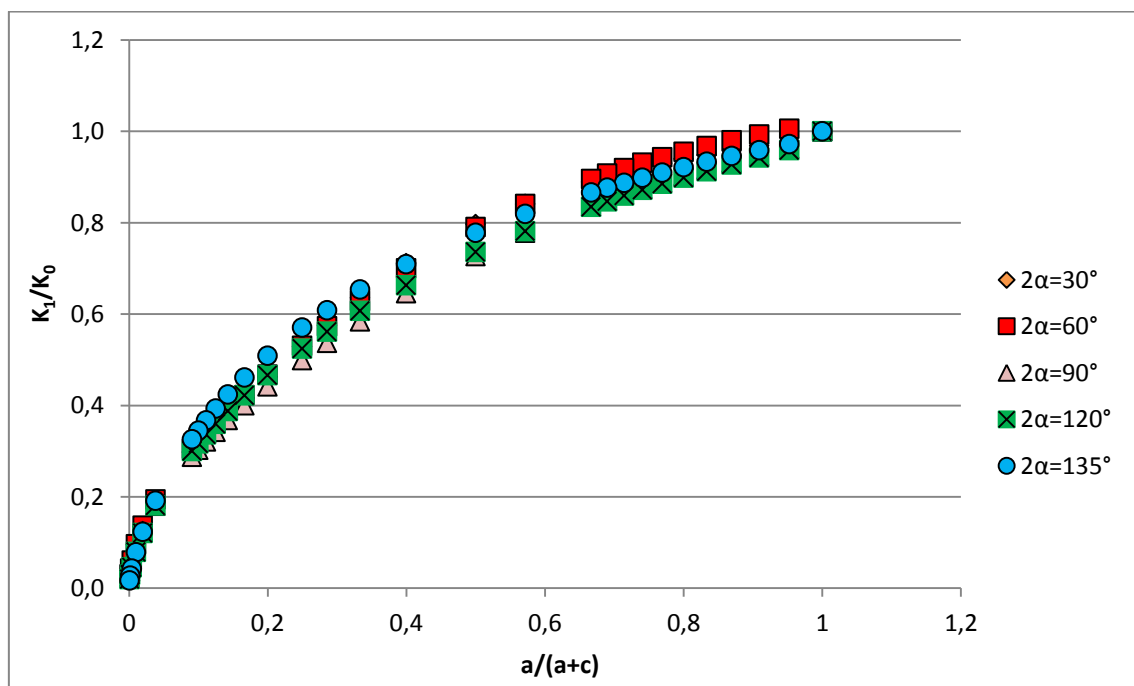


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1	1	1	1	1
0.952381	0.9792	1.0053	0.9620	0.9584	0.9720
0.909091	0.9687	0.9927	0.9464	0.9425	0.9587
0.869565	0.9582	0.9802	0.9312	0.9272	0.9458
0.833333	0.9483	0.9678	0.9163	0.9125	0.9333
0.8	0.9398	0.9553	0.9019	0.8984	0.9213
0.769231	0.9296	0.9431	0.8879	0.8847	0.9096
0.740741	0.9195	0.9310	0.8742	0.8716	0.8983
0.714286	0.9094	0.9191	0.8609	0.8589	0.8873
0.689655	0.8992	0.9073	0.8480	0.8466	0.8767
0.666667	0.8891	0.8958	0.8354	0.8348	0.8663
0.571429	0.8408	0.8410	0.7775	0.7814	0.8191

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
0.5	0.7964	0.7903	0.7270	0.7360	0.7779
0.4	0.7114	0.7002	0.6452	0.6630	0.7093
0.333333	0.6356	0.6284	0.5838	0.6066	0.6541
0.285714	0.5755	0.5734	0.5365	0.5614	0.6085
0.25	0.5291	0.5306	0.4988	0.5241	0.5701
0.2	0.4625	0.4676	0.4417	0.4657	0.5086
0.166667	0.4162	0.4226	0.4000	0.4218	0.4613
0.142857	0.3815	0.3883	0.3678	0.3874	0.4236
0.125	0.3542	0.3612	0.3420	0.3594	0.3927
0.111111	0.3320	0.3390	0.3207	0.3362	0.3669
0.1	0.3136	0.3203	0.3029	0.3166	0.3449
0.090909	0.2979	0.3045	0.2875	0.2997	0.3260
0.038462	0.1897	0.1937	0.1800	0.1805	0.1912
0.019608	0.1344	0.1367	0.1248	0.1202	0.1235
0.009901	0.0953	0.0962	0.0860	0.0793	0.0787
0.003984	0.0605	0.0604	0.0524	0.0454	0.0429
0.001996	0.0429	0.0424	0.0360	0.0297	0.0270
0.000999	0.0312	0.0301	0.0248	0.0194	0.0169

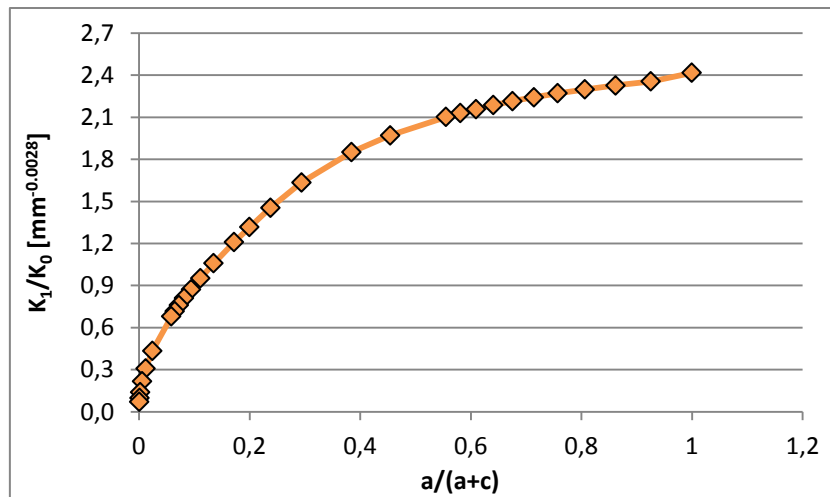
	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	2.2449	2.0781	1.6153	0.8134	0.4462



4.7 Caso $a/(W-a) = 0.8$

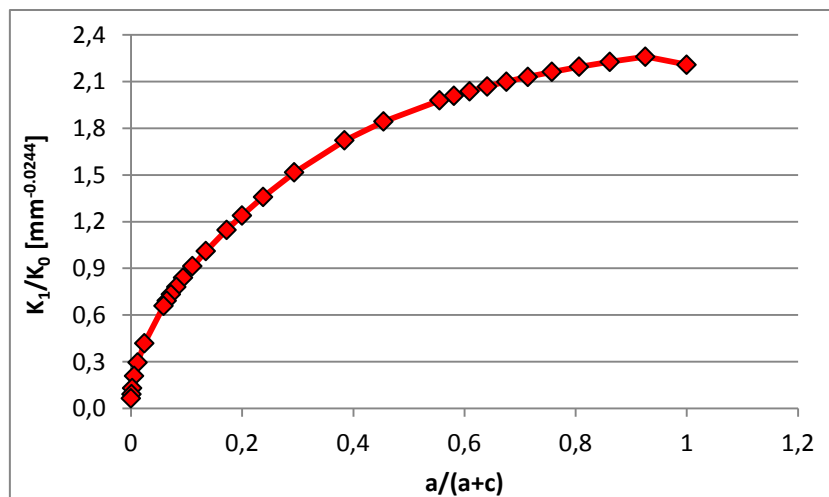
$$2\alpha = 30^\circ$$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.4986}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]
21.44	0	0	1	465.0	1124.0	2.4172
25.44	4	0.05	0.952381	506.6	1193.6	2.3559
29.44	8	0.1	0.909091	545.1	1268.5	2.3269
33.44	12	0.15	0.869565	581.1	1335.5	2.2983
37.44	16	0.2	0.833333	615.0	1396.6	2.2710
41.44	20	0.25	0.8	647.1	1451.3	2.2429
45.44	24	0.3	0.769231	677.7	1501.0	2.2149
49.44	28	0.35	0.740741	707.0	1546.1	2.1869
53.44	32	0.4	0.714286	735.1	1586.9	2.1589
57.44	36	0.45	0.689655	762.2	1624.0	2.1308
61.44	40	0.5	0.666667	788.3	1657.8	2.1029
81.44	60	0.75	0.571429	908.0	1789.5	1.9708
101.44	80	1	0.5	1013.7	1877.3	1.8519
141.44	120	1.5	0.4	1197.5	1958.7	1.6356
181.44	160	2	0.333333	1356.8	1974.3	1.4551
221.44	200	2.5	0.285714	1499.4	1973.9	1.3165
261.44	240	3	0.25	1629.5	1972.6	1.2105
341.44	320	4	0.2	1863.0	1971.9	1.0585
421.44	400	5	0.166667	2070.3	1971.9	0.9525
501.44	480	6	0.142857	2258.9	1971.9	0.8730
581.44	560	7	0.125	2432.9	1972.0	0.8105
661.44	640	8	0.111111	2595.3	1972.0	0.7598
741.44	720	9	0.1	2748.2	1972.0	0.7176
821.44	800	10	0.090909	2893.1	1972.0	0.6816
2021.44	2000	25	0.038462	4544.2	1972.6	0.4341
4021.44	4000	50	0.019608	6415.6	1973.3	0.3076
8021.44	8000	100	0.009901	9069.7	1976.8	0.2180
20021.44	20000	250	0.003984	14347.3	1985.5	0.1384
40021.44	40000	500	0.001996	20304.4	1995.7	0.0983
80021.44	80000	1000	0.000999	28738.7	2049.7	0.0713



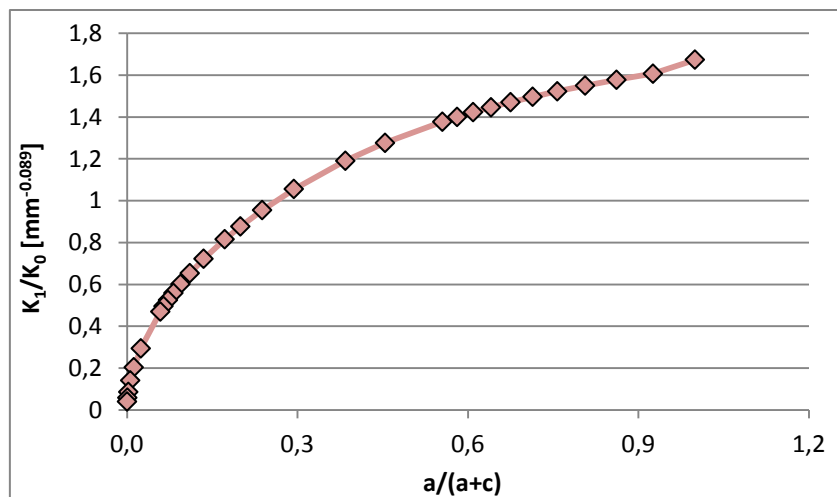
$2\alpha = 60^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5122}]	K_I [MPa·mm ^{0.4878}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.0244}]
46.2	0	0	1	712.2	1572.5	2.2082
50.2	4	0.05	0.952381	743.1	1679.4	2.2599
54.2	8	0.1	0.909091	772.9	1721.4	2.2273
58.2	12	0.15	0.869565	801.6	1759.4	2.1949
62.2	16	0.2	0.833333	829.3	1793.7	2.1627
66.2	20	0.25	0.8	856.3	1824.6	2.1309
70.2	24	0.3	0.769231	882.4	1852.4	2.0994
74.2	28	0.35	0.740741	907.8	1877.6	2.0684
78.2	32	0.4	0.714286	932.5	1900.5	2.0379
82.2	36	0.45	0.689655	956.7	1921.2	2.0082
86.2	40	0.5	0.666667	980.2	1940.0	1.9791
106.2	60	0.75	0.571429	1090.8	2011.0	1.8436
126.2	80	1	0.5	1191.6	2052.1	1.7221
166.2	120	1.5	0.4	1372.1	2080.1	1.5160
206.2	160	2	0.333333	1532.4	2081.9	1.3586
246.2	200	2.5	0.285714	1678.1	2080.5	1.2398
286.2	240	3	0.25	1812.6	2079.7	1.1474
366.2	320	4	0.2	2056.5	2079.5	1.0112
446.2	400	5	0.166667	2275.5	2079.5	0.9138
526.2	480	6	0.142857	2476.1	2079.5	0.8398
606.2	560	7	0.125	2662.3	2079.5	0.7811
686.2	640	8	0.111111	2836.8	2079.5	0.7330
766.2	720	9	0.1	3001.6	2079.5	0.6928
846.2	800	10	0.090909	3158.3	2079.5	0.6584
2046.2	2000	25	0.038462	4964.4	2079.7	0.4189
4046.2	4000	50	0.019608	7039.3	2080.4	0.2955
8046.2	8000	100	0.009901	10010.2	2082.2	0.2080
20046.2	20000	250	0.003984	15977.2	2085.9	0.1306
40046.2	40000	500	0.001996	22773.6	2090.2	0.0918
80046.2	80000	1000	0.000999	32470.7	2109.8	0.0650



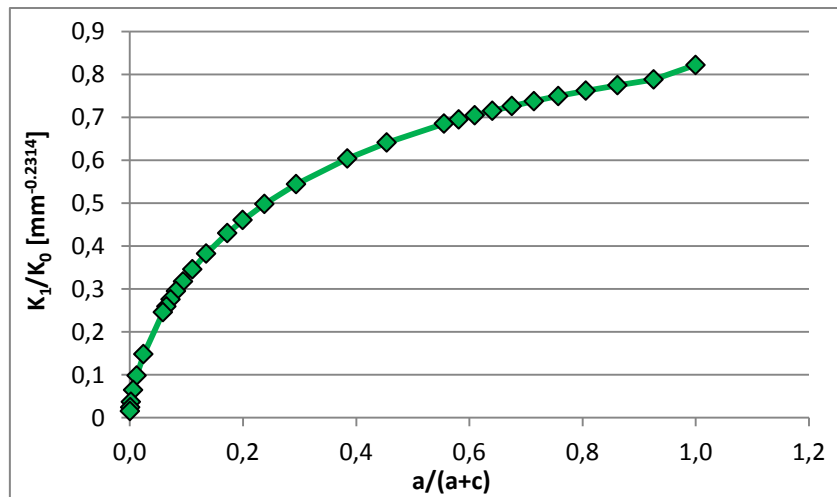
$2\alpha = 90^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.545}]	K_I [MPa·mm ^{0.456}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.089}]
80	0	0	1	1087.0	1819.4	1.6737
84	4	0.05	0.952381	1116.3	1793.9	1.6071
88	8	0.1	0.909091	1144.9	1806.8	1.5781
92	12	0.15	0.869565	1173.0	1818.2	1.5501
96	16	0.2	0.833333	1200.5	1828.2	1.5229
100	20	0.25	0.8	1227.4	1837.0	1.4966
104	24	0.3	0.769231	1253.9	1844.8	1.4712
108	28	0.35	0.740741	1280.0	1851.7	1.4467
112	32	0.4	0.714286	1305.6	1857.7	1.4229
116	36	0.45	0.689655	1330.8	1863.0	1.4
120	40	0.5	0.666667	1355.5	1867.7	1.3778
140	60	0.75	0.571429	1474.2	1882.7	1.2771
160	80	1	0.5	1585.4	1888.7	1.1913
200	120	1.5	0.4	1790.2	1889.7	1.0556
240	160	2	0.333333	1977.1	1888.4	0.9551
280	200	2.5	0.285714	2150.2	1887.7	0.8779
320	240	3	0.25	2312.4	1887.5	0.8163
400	320	4	0.2	2611.1	1887.5	0.7229
480	400	5	0.166667	2883.6	1887.5	0.6546
560	480	6	0.142857	3136.1	1887.5	0.6019
640	560	7	0.125	3372.6	1887.5	0.5597
720	640	8	0.111111	3596.0	1887.5	0.5249
800	720	9	0.1	3808.3	1887.5	0.4956
880	800	10	0.090909	4011.2	1887.5	0.4706
2080	2000	25	0.038462	6407.5	1887.6	0.2946
4080	4000	50	0.019608	9247.1	1887.8	0.2042
8080	8000	100	0.009901	13414.8	1888.2	0.1408
20080	20000	250	0.003984	22021.9	1888.9	0.0858
40080	40000	500	0.001996	32084.4	1890.6	0.0589
80080	80000	1000	0.000999	46770.2	1893.1	0.0405



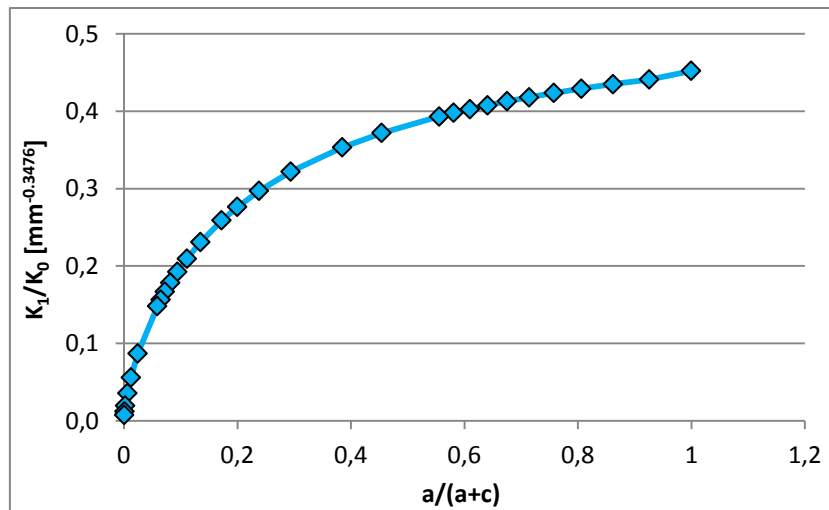
$2\alpha = 120^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6157}]	K_I [MPa·mm ^{0.3843}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.2314}]
138.56	0	0	1	2082.6	1712.5	0.8223
142.56	4	0.05	0.952381	2119.5	1670.2	0.7881
146.56	8	0.1	0.909091	2155.9	1670.2	0.7747
150.56	12	0.15	0.869565	2191.9	1670.1	0.7619
154.56	16	0.2	0.833333	2227.6	1669.9	0.7497
158.56	20	0.25	0.8	2262.9	1669.7	0.7378
162.56	24	0.3	0.769231	2297.9	1669.4	0.7265
166.56	28	0.35	0.740741	2332.5	1669.1	0.7156
170.56	32	0.4	0.714286	2366.9	1668.7	0.705
174.56	36	0.45	0.689655	2400.9	1668.4	0.6949
178.56	40	0.5	0.666667	2434.6	1668.0	0.6851
198.56	60	0.75	0.571429	2599.1	1666.3	0.6411
218.56	80	1	0.5	2757.3	1665.1	0.6039
258.56	120	1.5	0.4	3057.9	1664.0	0.5442
298.56	160	2	0.333333	3341.0	1663.7	0.498
338.56	200	2.5	0.285714	3609.9	1663.7	0.4609
378.56	240	3	0.25	3866.9	1663.7	0.4302
458.56	320	4	0.2	4351.3	1663.7	0.3823
538.56	400	5	0.166667	4804.2	1663.7	0.3463
618.56	480	6	0.142857	5231.9	1663.7	0.318
698.56	560	7	0.125	5638.7	1663.7	0.2951
778.56	640	8	0.111111	6028.0	1663.7	0.276
858.56	720	9	0.1	6402.1	1663.7	0.2599
938.56	800	10	0.090909	6763.1	1663.7	0.246
2138.56	2000	25	0.038462	11229.4	1663.7	0.1482
4138.56	4000	50	0.019608	16861.4	1663.7	0.0987
8138.56	8000	100	0.009901	25569.6	1663.8	0.0651
20138.56	20000	250	0.003984	44667.4	1663.8	0.0372
40138.56	40000	500	0.001996	68298.8	1664.0	0.0244
80138.56	80000	1000	0.000999	104543.1	1663.7	0.0159



$2\alpha = 135^\circ$

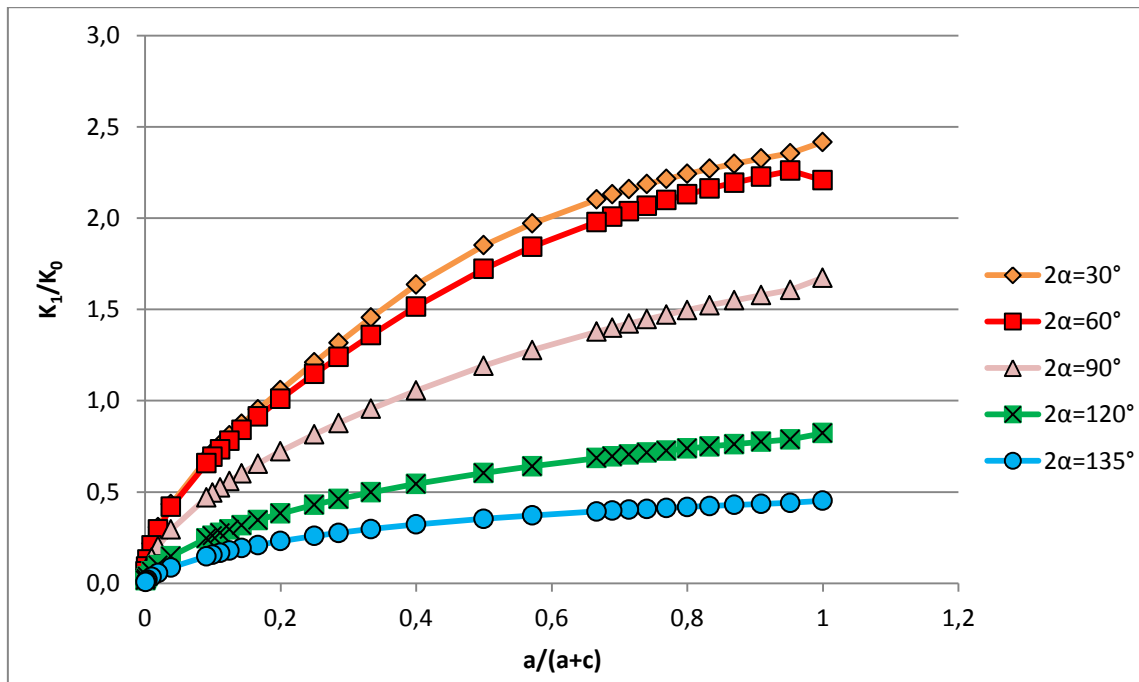
h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.6736}]	K_I [MPa·mm ^{0.326}]	K_I/K_0 [mm ^{-0.3476}]
193.14	0	0	1	3465.4	1566.8	0.4521
197.14	4	0.05	0.952381	3513.6	1549.8	0.4411
201.14	8	0.1	0.909091	3561.5	1549.4	0.4350
205.14	12	0.15	0.869565	3609.1	1549.0	0.4292
209.14	16	0.2	0.833333	3656.3	1548.7	0.4236
213.14	20	0.25	0.8	3703.3	1548.3	0.4181
217.14	24	0.3	0.769231	3749.9	1548.0	0.4128
221.14	28	0.35	0.740741	3796.3	1547.8	0.4077
225.14	32	0.4	0.714286	3842.5	1547.5	0.4027
229.14	36	0.45	0.689655	3888.3	1547.3	0.3979
233.14	40	0.5	0.666667	3933.9	1547.1	0.3933
253.14	60	0.75	0.571429	4158.2	1546.4	0.3719
273.14	80	1	0.5	4376.7	1546.0	0.3532
313.14	120	1.5	0.4	4798.7	1545.8	0.3221
353.14	160	2	0.333333	5203.5	1545.8	0.2971
393.14	200	2.5	0.285714	5593.5	1545.8	0.2764
433.14	240	3	0.25	5970.8	1545.8	0.2589
513.14	320	4	0.2	6692.9	1545.8	0.2310
593.14	400	5	0.166667	7379.0	1545.8	0.2095
673.14	480	6	0.142857	8035.5	1545.8	0.1924
753.14	560	7	0.125	8666.9	1545.8	0.1784
833.14	640	8	0.111111	9276.7	1545.8	0.1666
913.14	720	9	0.1	9867.7	1545.8	0.1567
993.14	800	10	0.090909	10442.0	1545.8	0.1480
2193.14	2000	25	0.038462	17805.0	1545.8	0.0868
4193.14	4000	50	0.019608	27551.3	1545.8	0.0561
8193.14	8000	100	0.009901	43261.4	1545.8	0.0357
20193.14	20000	250	0.003984	79430.1	1545.9	0.0195
40193.14	40000	500	0.001996	126286.4	1545.9	0.0122
80193.14	80000	1000	0.000999	201106.8	1545.8	0.0077



Riassumendo

a/(a+c)	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.0028}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.0244}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.089}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.2314}]	K ₁ /K ₀ [mm ^{-0.3476}]
	2α=30°	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°
1	2.4172	2.2082	1.6737	0.8223	0.4521
0.952381	2.3559	2.2599	1.6071	0.7881	0.4411
0.909091	2.3269	2.2273	1.5781	0.7747	0.4350
0.869565	2.2983	2.1949	1.5501	0.7619	0.4292
0.833333	2.2710	2.1627	1.5229	0.7497	0.4236
0.8	2.2429	2.1309	1.4966	0.7378	0.4181
0.769231	2.2149	2.0994	1.4712	0.7265	0.4128
0.740741	2.1869	2.0684	1.4467	0.7156	0.4077
0.714286	2.1589	2.0379	1.4229	0.7050	0.4027
0.689655	2.1308	2.0082	1.4000	0.6949	0.3979
0.666667	2.1029	1.9791	1.3778	0.6851	0.3933
0.571429	1.9708	1.8436	1.2771	0.6411	0.3719
0.5	1.8519	1.7221	1.1913	0.6039	0.3532
0.4	1.6356	1.5160	1.0556	0.5442	0.3221
0.333333	1.4551	1.3586	0.9551	0.4980	0.2971
0.285714	1.3165	1.2398	0.8779	0.4609	0.2764
0.25	1.2105	1.1474	0.8163	0.4302	0.2589
0.2	1.0585	1.0112	0.7229	0.3823	0.2310
0.166667	0.9525	0.9138	0.6546	0.3463	0.2095
0.142857	0.8730	0.8398	0.6019	0.3180	0.1924
0.125	0.8105	0.7811	0.5597	0.2951	0.1784
0.111111	0.7598	0.7330	0.5249	0.2760	0.1666
0.1	0.7176	0.6928	0.4956	0.2599	0.1567
0.090909	0.6816	0.6584	0.4706	0.2460	0.1480

$a/(a+c)$	K_1/K_0 [mm ^{-0.0028}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.0244}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.089}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.2314}]	K_1/K_0 [mm ^{-0.3476}]
0.038462	0.4341	0.4189	0.2946	0.1482	0.0868
0.019608	0.3076	0.2955	0.2042	0.0987	0.0561
0.009901	0.2180	0.2080	0.1408	0.0651	0.0357
0.003984	0.1384	0.1306	0.0858	0.0372	0.0195
0.001996	0.0983	0.0918	0.0589	0.0244	0.0122
0.000999	0.0713	0.0650	0.0405	0.0159	0.0077

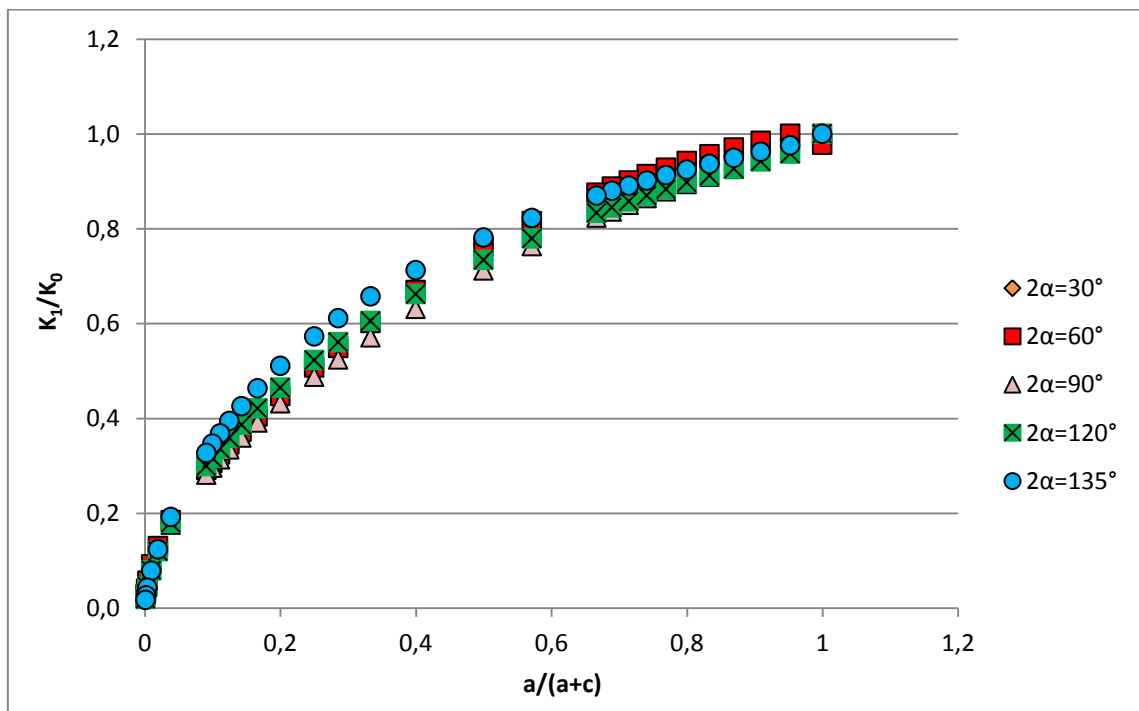


e inserendo i parametri correttivi, il grafico diventa:

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.0000	0.9771	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	0.9746	1.0000	0.9602	0.9584	0.9756
0.909091	0.9626	0.9856	0.9429	0.9422	0.9622
0.869565	0.9508	0.9712	0.9261	0.9266	0.9493
0.833333	0.9395	0.9570	0.9099	0.9117	0.9368
0.8	0.9279	0.9429	0.8942	0.8973	0.9247
0.769231	0.9163	0.9289	0.8790	0.8835	0.9131
0.740741	0.9047	0.9152	0.8643	0.8702	0.9017
0.714286	0.8931	0.9018	0.8501	0.8574	0.8908
0.689655	0.8815	0.8886	0.8364	0.8451	0.8801
0.666667	0.8700	0.8757	0.8232	0.8332	0.8698
0.571429	0.8153	0.8158	0.7630	0.7797	0.8225

$a/(a+c)$	$K_1/\kappa_0 K_0$				
0.5	0.7661	0.7620	0.7117	0.7344	0.7813
0.4	0.6767	0.6708	0.6307	0.6618	0.7125
0.333333	0.6020	0.6012	0.5706	0.6056	0.6571
0.285714	0.5446	0.5486	0.5245	0.5605	0.6113
0.25	0.5008	0.5077	0.4877	0.5232	0.5726
0.2	0.4379	0.4474	0.4319	0.4650	0.5109
0.166667	0.3940	0.4044	0.3911	0.4212	0.4634
0.142857	0.3611	0.3716	0.3596	0.3867	0.4255
0.125	0.3353	0.3456	0.3344	0.3588	0.3945
0.111111	0.3143	0.3244	0.3136	0.3357	0.3686
0.1	0.2968	0.3066	0.2961	0.3160	0.3465
0.090909	0.2820	0.2914	0.2811	0.2992	0.3274
0.038462	0.1796	0.1854	0.1760	0.1802	0.1920
0.019608	0.1272	0.1308	0.1220	0.1200	0.1241
0.009901	0.0902	0.0920	0.0841	0.0791	0.0790
0.003984	0.0572	0.0578	0.0512	0.0453	0.0430
0.001996	0.0407	0.0406	0.0352	0.0296	0.0271
0.000999	0.0295	0.0288	0.0242	0.0194	0.0170

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	2.4172	2.2599	1.6737	0.8223	0.4521



4.8 Commenti

Riassumendo, i valori di κ_0 al variare del rapporto $a/(W-a)$ sono:

	$a/(W-a)$	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	0.01	1	1	1	1.305	1.811
	0.05	1.1064	1.1306	1.1368	0.9574	0.7439
	0.1	1.1825	1.2021	1.1502	0.8686	0.6185
	0.2	1.3601	1.3529	1.2232	0.8212	0.5322
	0.5	1.8970	1.7992	1.4730	0.8087	0.4519
	0.6	2.0715	1.9394	1.5489	0.8090	0.4455
	0.7	2.2449	2.0781	1.6153	0.8134	0.4462
	0.8	2.4172	2.2599	1.6737	0.8223	0.4521

Dalla tabella si nota che, all'aumentare della profondità dell'intaglio rispetto alle dimensioni della piastra, il coefficiente κ_0 assume un andamento crescente per $2\alpha \leq 90^\circ$, viceversa evidenzia una tendenza a calare per angoli di apertura maggiori. Tuttavia, in tutti i casi, κ_0 tende a discostarsi sempre di più dal valore unitario.

5 CAMBIAMENTO DEL PARAMETRO K_0

Dopo avere eseguito le analisi sopraccitate, si è deciso di ripeterle modificando il parametro K_0 con la seguente espressione:

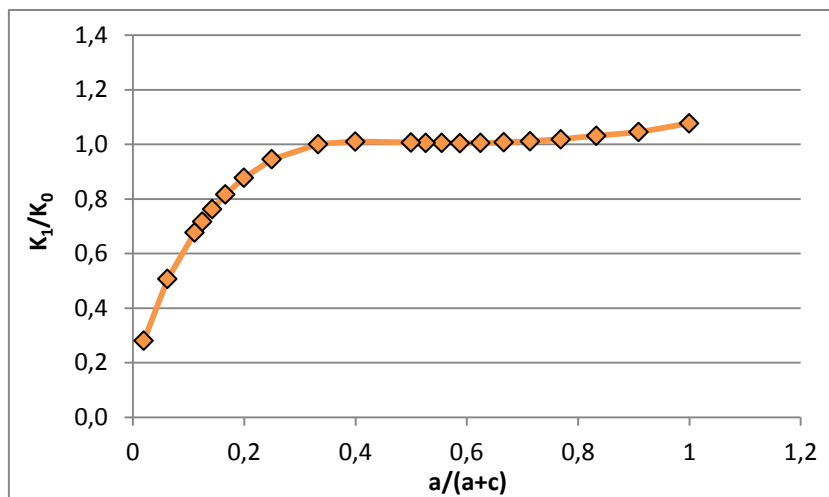
$$K_0 = \kappa_0 \cdot \sigma_n \cdot h^{1-\lambda_1}$$

con il fine di valutare la variazione dall'unità del parametro κ_0 , anche nei casi di angoli di apertura inferiori di 90° , nella situazione di piastra infinita.

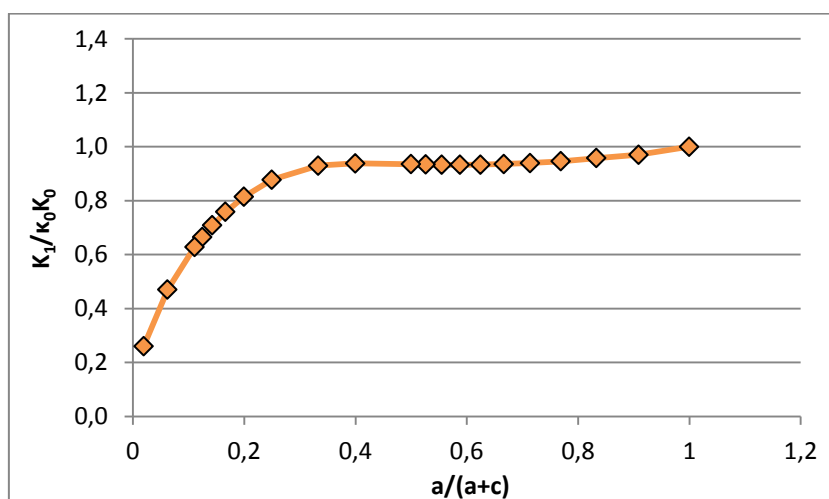
5.1 Caso $a/(W-a) = 0.01$

$2\alpha = 30^\circ$

h [mm]	c [mm]	c/a	a/(a+c)	K_0 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1 [MPa·mm ^{0.5014}]	K_1/K_0	$K_1/\kappa_0 K_0$
2.679492	0	0	1	163.47	176.06	1.0771	1.0000
3.679492	1	0.1	0.909091	191.47	200.03	1.0447	0.9700
4.679492	2	0.2	0.833333	215.85	222.62	1.0314	0.9576
5.679492	3	0.3	0.769231	237.74	242.15	1.0186	0.9457
6.679492	4	0.4	0.714286	257.76	260.80	1.0118	0.9394
7.679492	5	0.5	0.666667	276.33	278.46	1.0077	0.9356
8.679492	6	0.6	0.625	293.72	295.25	1.0052	0.9333
9.679492	7	0.7	0.588235	310.13	311.59	1.0047	0.9328
10.67949	8	0.8	0.555556	325.71	327.30	1.0049	0.9330
11.67949	9	0.9	0.526316	340.58	342.52	1.0057	0.9338
12.67949	10	1	0.5	354.82	357.29	1.0070	0.9349
17.67949	15	1.5	0.4	418.78	423.17	1.0105	0.9382
22.67949	20	2	0.333333	474.15	474.74	1.0012	0.9296
32.67949	30	3	0.25	568.88	537.69	0.9452	0.8776
42.67949	40	4	0.2	649.87	570.35	0.8776	0.8148
52.67949	50	5	0.166667	721.79	589.63	0.8169	0.7585
62.67949	60	6	0.142857	787.13	600.37	0.7627	0.7082
72.67949	70	7	0.125	847.42	607.09	0.7164	0.6651
82.67949	80	8	0.111111	903.68	611.49	0.6767	0.6283
152.6795	150	15	0.0625	1226.97	622.01	0.5069	0.4707
502.6795	500	50	0.019608	2222.61	623.12	0.2804	0.2603



Introducendo un parametro $\kappa_0 = 1.0771$, il grafico diventa:



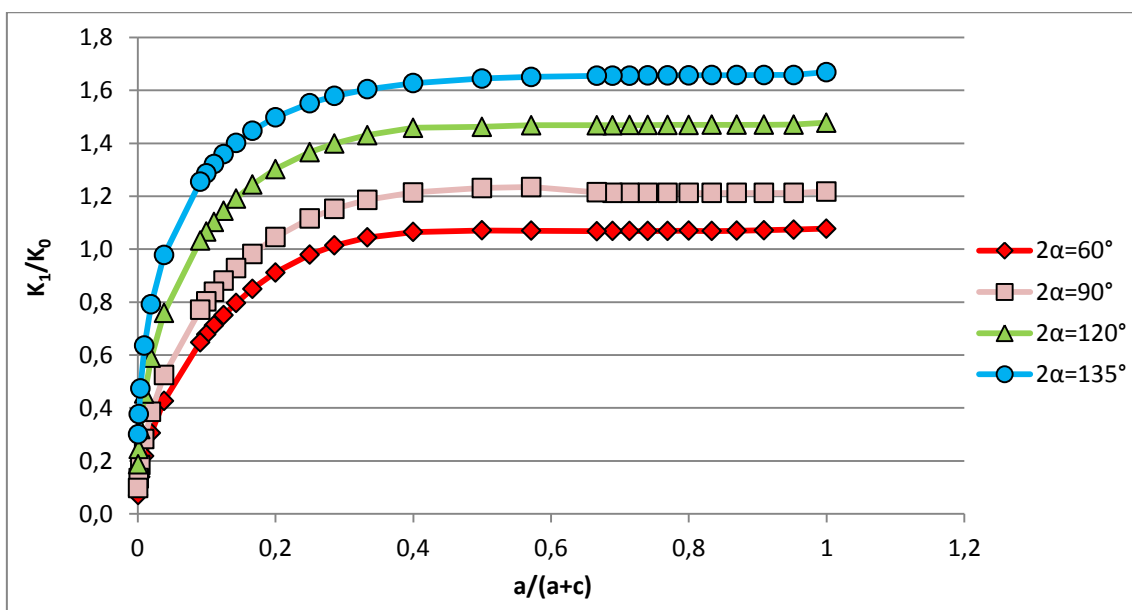
Per gli altri angoli di apertura, i risultati sono stati i seguenti:

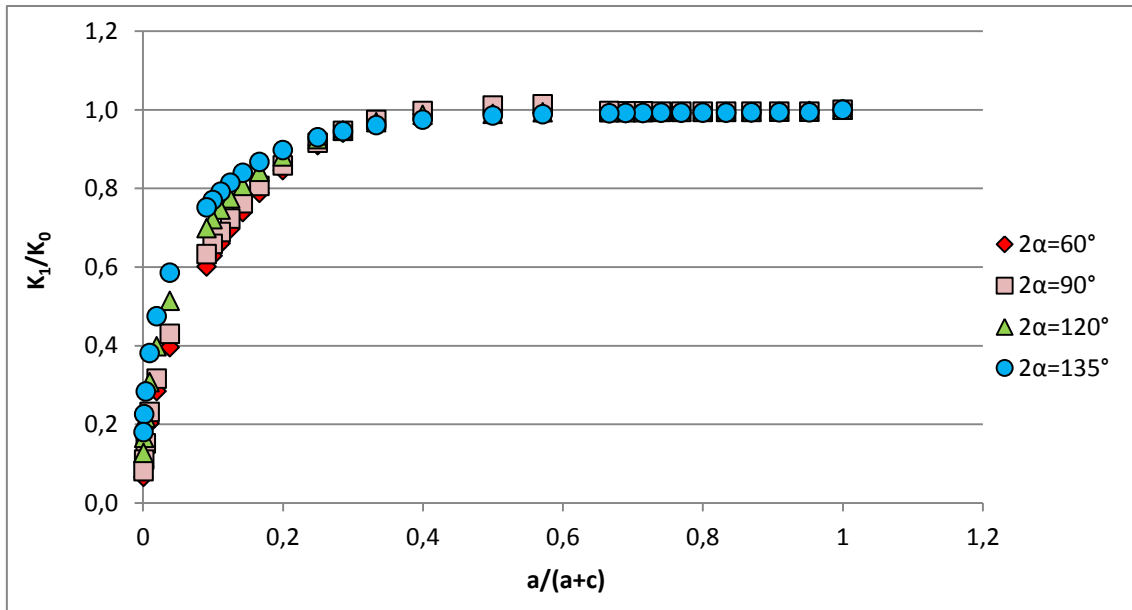
a/(a+c)	K _I /K ₀				K _I /κ ₀ K ₀			
	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°	2α=60°	2α=90°	2α=120°	2α=135°
1	1.0775	1.2181	1.4779	1.6690	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	1.0741	1.2126	1.4707	1.6583	0.9968	0.9955	0.9951	0.9936
0.909091	1.0716	1.2125	1.4705	1.6581	0.9945	0.9954	0.9950	0.9935
0.869565	1.0700	1.2125	1.4703	1.6579	0.9930	0.9954	0.9948	0.9933
0.833333	1.0688	1.2125	1.4701	1.6576	0.9919	0.9954	0.9947	0.9932
0.8	1.0697	1.2125	1.4698	1.6573	0.9927	0.9954	0.9945	0.9930
0.769231	1.0691	1.2125	1.4696	1.6570	0.9922	0.9954	0.9944	0.9928
0.740741	1.0687	1.2127	1.4693	1.6566	0.9918	0.9956	0.9942	0.9926
0.714286	1.0685	1.2132	1.4690	1.6562	0.9916	0.9960	0.9940	0.9923
0.689655	1.0683	1.2132	1.4687	1.6557	0.9915	0.9960	0.9937	0.9920

a/(a+c)	K_1/K_0				K_1/k_0K_0			
0.666667	1.0683	1.2148	1.4683	1.6551	0.9915	0.9973	0.9935	0.9917
0.571429	1.0697	1.2351	1.4684	1.6510	0.9927	1.0140	0.9935	0.9892
0.5	1.0712	1.2311	1.4622	1.6449	0.9941	1.0107	0.9894	0.9855
0.4	1.0651	1.2145	1.4587	1.6272	0.9884	0.9971	0.9870	0.9749
0.333333	1.0443	1.1866	1.4310	1.6044	0.9692	0.9742	0.9683	0.9613
0.285714	1.0141	1.1526	1.3996	1.5789	0.9412	0.9463	0.9470	0.9460
0.25	0.9800	1.1165	1.3670	1.5521	0.9095	0.9166	0.9250	0.9299
0.2	0.9118	1.0458	1.3030	1.4986	0.8462	0.8585	0.8817	0.8979
0.166667	0.8500	0.9822	1.2442	1.4480	0.7888	0.8064	0.8419	0.8676
0.142857	0.7967	0.9289	1.1916	1.4017	0.7394	0.7625	0.8063	0.8398
0.125	0.7511	0.8811	1.1449	1.3595	0.6971	0.7234	0.7747	0.8146
0.111111	0.7119	0.8396	1.1033	1.3213	0.6606	0.6892	0.7465	0.7916
0.1	0.6779	0.8031	1.0661	1.2865	0.6292	0.6593	0.7214	0.7708
0.090909	0.6481	0.7709	1.0328	1.2548	0.6015	0.6329	0.6988	0.7518
0.038462	0.4266	0.5244	0.7593	0.9781	0.3959	0.4305	0.5138	0.5860
0.019608	0.3062	0.3852	0.5893	0.7922	0.2842	0.3162	0.3988	0.4746
0.009901	0.2189	0.2822	0.4544	0.6363	0.2032	0.2317	0.3075	0.3813
0.003984	0.1400	0.1851	0.3199	0.4734	0.1299	0.1520	0.2164	0.2836
0.001996	0.0997	0.1345	0.2448	0.3774	0.0925	0.1104	0.1657	0.2261
0.000999	0.0712	0.0980	0.1875	0.3009	0.0661	0.0804	0.1269	0.1803

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.0771	1.0775	1.2181	1.4779	1.6690





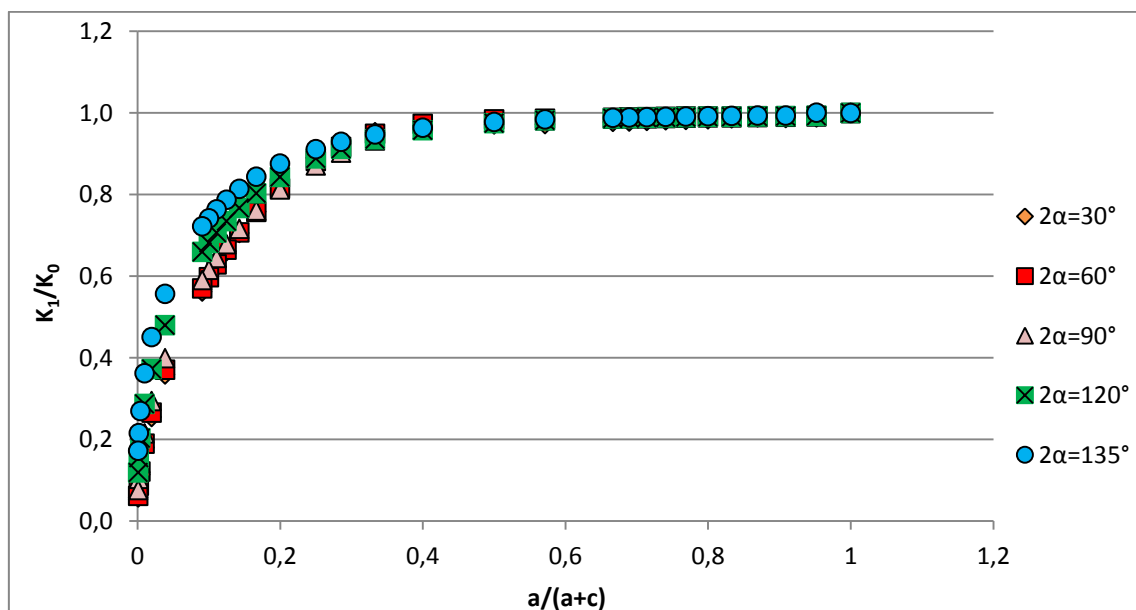
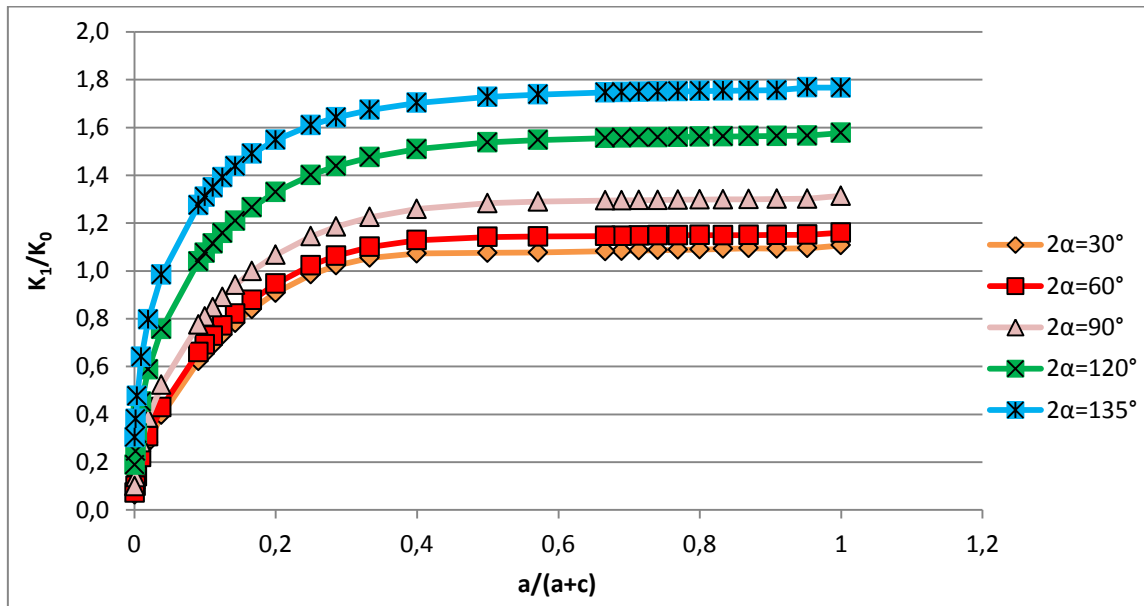
5.2 Caso $a/(W-a) = 0.05$

$a/(a+c)$	K_1/K_0					K_1/k_0K_0				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.1073	1.1599	1.3137	1.5773	1.7670	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	1.0950	1.1512	1.3020	1.5657	1.7676	0.9889	0.9925	0.9911	0.9926	1.0003
0.909091	1.0932	1.1507	1.3011	1.5647	1.7560	0.9873	0.9920	0.9904	0.9920	0.9938
0.869565	1.0952	1.1502	1.3002	1.5636	1.7549	0.9891	0.9916	0.9898	0.9913	0.9932
0.833333	1.0924	1.1494	1.2993	1.5626	1.7539	0.9866	0.9909	0.9891	0.9907	0.9925
0.8	1.0897	1.1500	1.2986	1.5615	1.7527	0.9841	0.9914	0.9885	0.9900	0.9919
0.769231	1.0882	1.1492	1.2977	1.5605	1.7516	0.9828	0.9907	0.9879	0.9893	0.9912
0.740741	1.0868	1.1483	1.2969	1.5594	1.7504	0.9815	0.9899	0.9872	0.9886	0.9906
0.714286	1.0853	1.1474	1.2961	1.5582	1.7491	0.9802	0.9892	0.9866	0.9879	0.9898
0.689655	1.0838	1.1466	1.2953	1.5570	1.7478	0.9788	0.9885	0.9860	0.9871	0.9891
0.666667	1.0823	1.1459	1.2945	1.5558	1.7464	0.9774	0.9879	0.9854	0.9863	0.9883
0.571429	1.0766	1.1436	1.2901	1.5480	1.7383	0.9723	0.9859	0.9820	0.9814	0.9837
0.5	1.0756	1.1416	1.2832	1.5377	1.7282	0.9714	0.9842	0.9768	0.9749	0.9780
0.4	1.0728	1.1283	1.2594	1.5099	1.7031	0.9688	0.9727	0.9587	0.9572	0.9638
0.333333	1.0546	1.1003	1.2249	1.4757	1.6736	0.9524	0.9485	0.9324	0.9355	0.9471
0.285714	1.0230	1.0634	1.1852	1.4387	1.6421	0.9239	0.9168	0.9022	0.9121	0.9293
0.25	0.9853	1.0235	1.1444	1.4013	1.6101	0.8898	0.8823	0.8711	0.8884	0.9112
0.2	0.9084	0.9462	1.0669	1.3299	1.5480	0.8204	0.8157	0.8122	0.8432	0.8760
0.166667	0.8398	0.8781	0.9990	1.2658	1.4905	0.7585	0.7570	0.7605	0.8025	0.8435
0.142857	0.7814	0.8202	0.9406	1.2090	1.4384	0.7057	0.7071	0.7160	0.7665	0.8140
0.125	0.7319	0.7710	0.8904	1.1589	1.3913	0.6610	0.6647	0.6778	0.7347	0.7874
0.111111	0.6897	0.7289	0.8469	1.1145	1.3488	0.6229	0.6284	0.6447	0.7066	0.7633
0.1	0.6536	0.6925	0.8089	1.0748	1.3103	0.5903	0.5970	0.6158	0.6814	0.7415

$a/(a+c)$	K_1/K_0					K_1/k_0K_0				
0.090909	0.6220	0.6606	0.7754	1.0394	1.2753	0.5617	0.5695	0.5903	0.6590	0.7217
0.038462	0.3973	0.4296	0.5240	0.7570	0.9839	0.3588	0.3703	0.3989	0.4800	0.5568
0.019608	0.2816	0.3079	0.3855	0.5874	0.7963	0.2543	0.2655	0.2935	0.3724	0.4506
0.009901	0.1995	0.2201	0.2824	0.4530	0.6399	0.1802	0.1898	0.2150	0.2872	0.3621
0.003984	0.1265	0.1408	0.1864	0.3197	0.4766	0.1143	0.1214	0.1419	0.2027	0.2697
0.001996	0.0897	0.1003	0.1360	0.2452	0.3806	0.0810	0.0865	0.1035	0.1554	0.2154
0.000999	0.0637	0.0717	0.0993	0.1880	0.3038	0.0576	0.0618	0.0756	0.1192	0.1719

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.1073	1.1599	1.3137	1.5773	1.7670

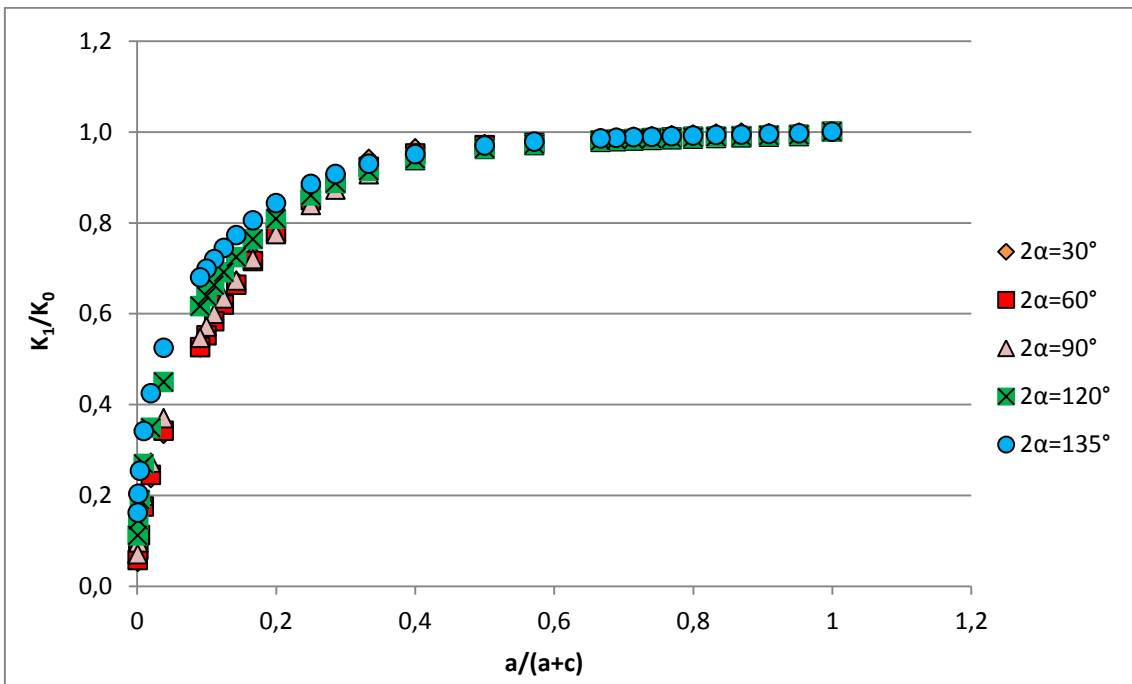
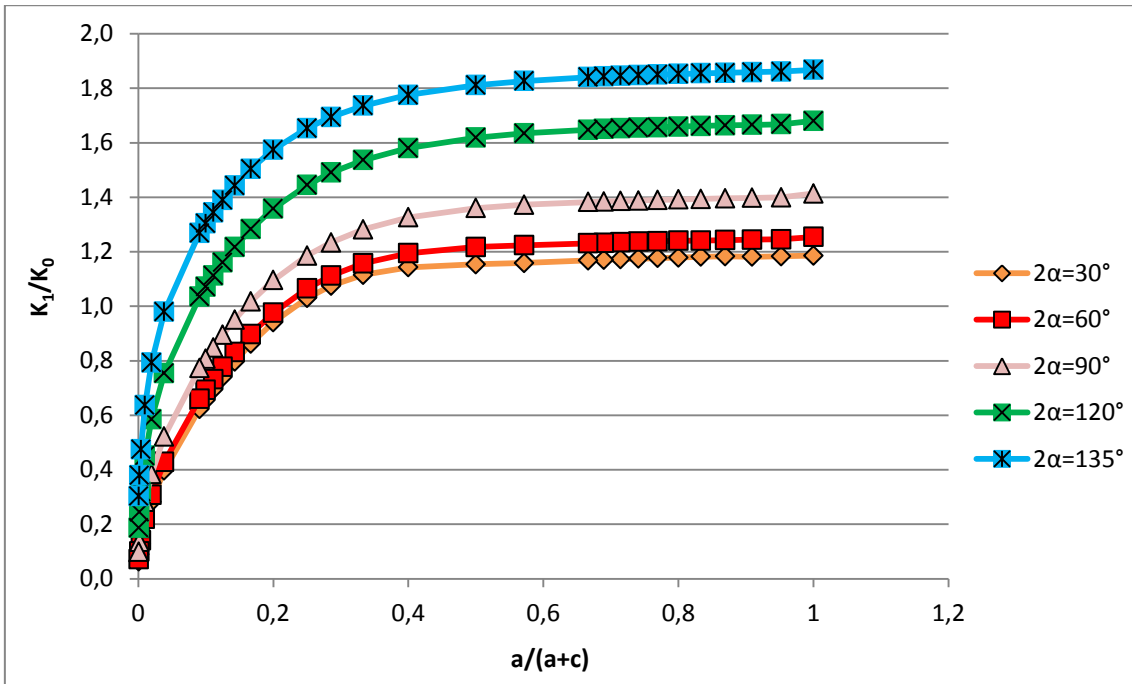


5.3 Caso $a/(W-a) = 0.1$

a/(a+c)	K_1/K_0					K_1/k_0K_0				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.1858	1.2543	1.4137	1.6799	1.8677	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	1.1835	1.2458	1.3997	1.6680	1.8610	0.9981	0.9932	0.9901	0.9929	0.9964
0.909091	1.1816	1.2442	1.3977	1.6658	1.8588	0.9965	0.9919	0.9886	0.9916	0.9952
0.869565	1.1833	1.2426	1.3957	1.6636	1.8566	0.9979	0.9907	0.9872	0.9903	0.9941
0.833333	1.1813	1.2409	1.3937	1.6614	1.8544	0.9963	0.9893	0.9858	0.9890	0.9929
0.8	1.1786	1.2403	1.3918	1.6592	1.8522	0.9940	0.9888	0.9845	0.9876	0.9917
0.769231	1.1767	1.2384	1.3898	1.6569	1.8499	0.9924	0.9873	0.9831	0.9863	0.9905
0.740741	1.1747	1.2365	1.3878	1.6547	1.8476	0.9907	0.9858	0.9817	0.9850	0.9892
0.714286	1.1726	1.2347	1.3859	1.6524	1.8452	0.9889	0.9843	0.9803	0.9836	0.9880
0.689655	1.1704	1.2329	1.3840	1.6500	1.8428	0.9871	0.9829	0.9790	0.9822	0.9867
0.666667	1.1682	1.2312	1.3822	1.6476	1.8403	0.9852	0.9815	0.9777	0.9808	0.9853
0.571429	1.1586	1.2241	1.3723	1.6342	1.8267	0.9771	0.9759	0.9707	0.9728	0.9781
0.5	1.1537	1.2175	1.3601	1.6184	1.8113	0.9730	0.9706	0.9621	0.9634	0.9698
0.4	1.1426	1.1946	1.3259	1.5801	1.7756	0.9636	0.9524	0.9379	0.9406	0.9507
0.333333	1.1153	1.1574	1.2820	1.5364	1.7359	0.9406	0.9227	0.9068	0.9145	0.9294
0.285714	1.0753	1.1123	1.2340	1.4905	1.6945	0.9068	0.8868	0.8729	0.8873	0.9073
0.25	1.0302	1.0652	1.1858	1.4449	1.6532	0.8688	0.8492	0.8388	0.8601	0.8851
0.2	0.9411	0.9758	1.0957	1.3586	1.5744	0.7936	0.7779	0.7750	0.8087	0.8429
0.166667	0.8625	0.8979	1.0172	1.2823	1.5040	0.7273	0.7158	0.7195	0.7633	0.8053
0.142857	0.7960	0.8322	0.9507	1.2167	1.4429	0.6713	0.6635	0.6725	0.7243	0.7726
0.125	0.7406	0.7774	0.8948	1.1607	1.3902	0.6246	0.6198	0.6329	0.6909	0.7444
0.111111	0.6945	0.7316	0.8477	1.1128	1.3445	0.5857	0.5832	0.5996	0.6624	0.7199
0.1	0.6557	0.6929	0.8076	1.0713	1.3045	0.5530	0.5524	0.5712	0.6377	0.6985
0.090909	0.6228	0.6599	0.7730	1.0350	1.2690	0.5252	0.5261	0.5468	0.6161	0.6795
0.038462	0.3972	0.4287	0.5222	0.7541	0.9798	0.3350	0.3418	0.3694	0.4489	0.5246
0.019608	0.2818	0.3075	0.3843	0.5851	0.7930	0.2377	0.2451	0.2718	0.3483	0.4246
0.009901	0.1998	0.2200	0.2816	0.4512	0.6373	0.1685	0.1754	0.1992	0.2686	0.3412
0.003984	0.1267	0.1409	0.1860	0.3185	0.4747	0.1069	0.1124	0.1315	0.1896	0.2542
0.001996	0.0897	0.1004	0.1357	0.2443	0.3791	0.0756	0.0801	0.0960	0.1454	0.2030
0.000999	0.0634	0.0717	0.0991	0.1874	0.3026	0.0534	0.0572	0.0701	0.1115	0.1620

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.1858	1.2543	1.4137	1.6799	1.8677

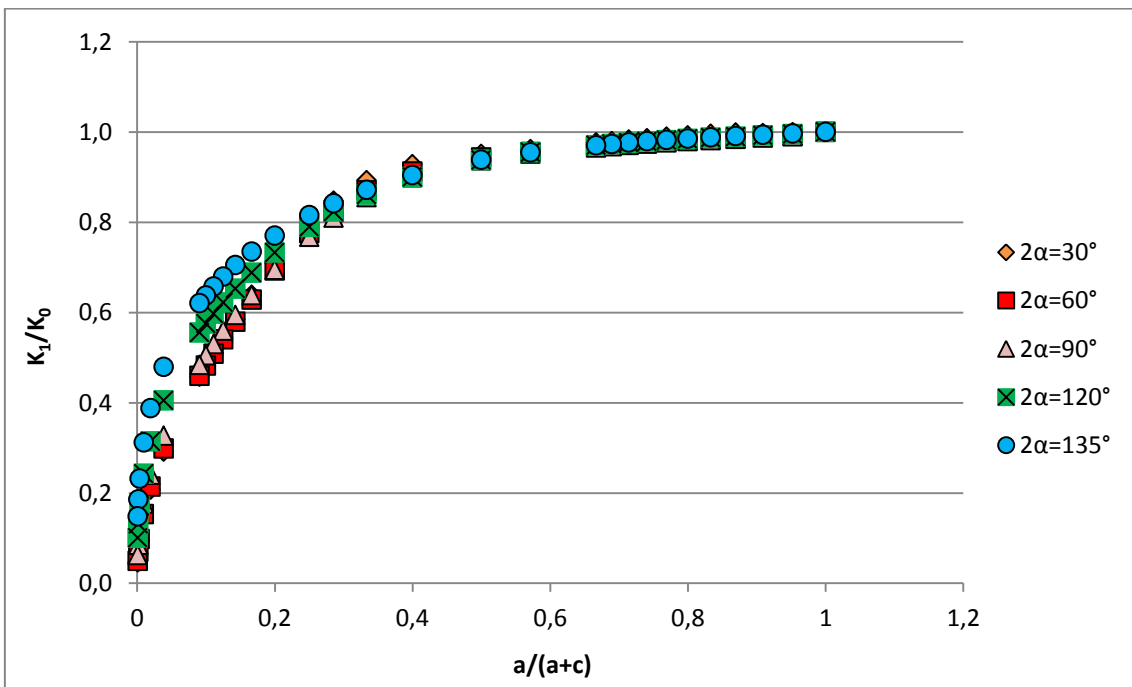
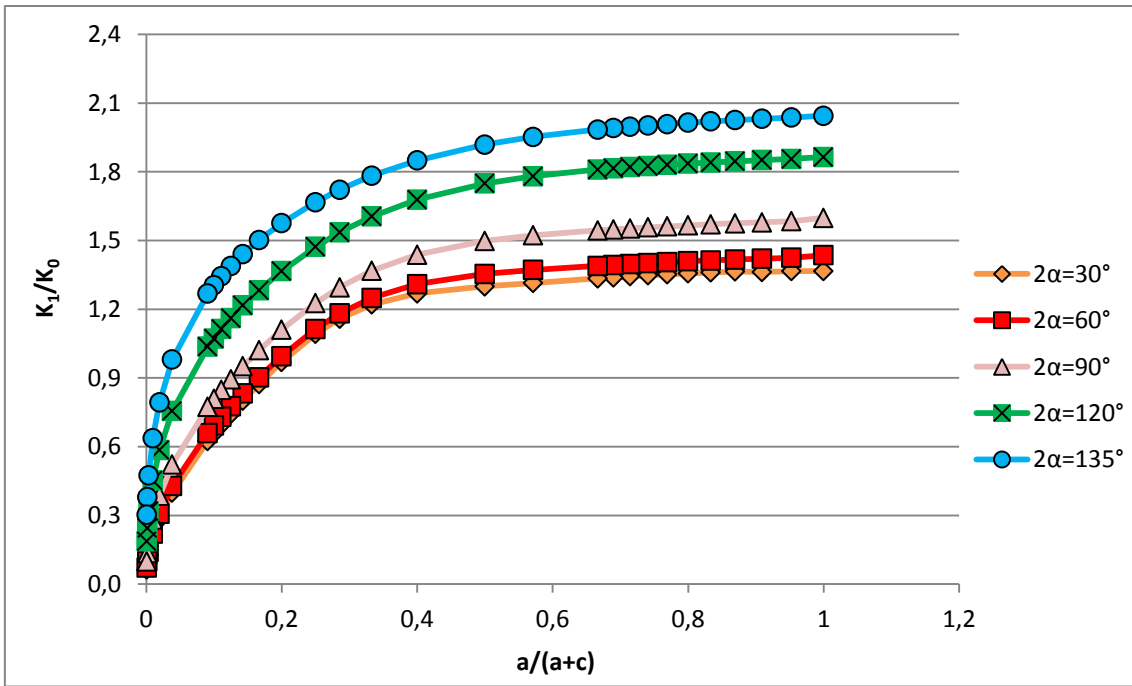


5.4 Caso $a/(W-a) = 0.2$

a/(a+c)	K_1/K_0					K_1/k_0K_0				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.3665	1.4358	1.5991	1.8647	2.0444	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	1.3664	1.4250	1.5841	1.8558	2.0372	0.9999	0.9925	0.9906	0.9952	0.9965
0.909091	1.3627	1.4210	1.5796	1.8508	2.0316	0.9972	0.9897	0.9878	0.9926	0.9938
0.869565	1.3648	1.4169	1.5751	1.8458	2.0260	0.9988	0.9868	0.9850	0.9899	0.9910
0.833333	1.3608	1.4127	1.5706	1.8408	2.0203	0.9958	0.9839	0.9822	0.9872	0.9882
0.8	1.3564	1.4102	1.5662	1.8357	2.0145	0.9926	0.9822	0.9794	0.9845	0.9854
0.769231	1.3523	1.4060	1.5618	1.8307	2.0086	0.9896	0.9793	0.9767	0.9818	0.9825
0.740741	1.3480	1.4018	1.5574	1.8255	2.0027	0.9864	0.9763	0.9739	0.9790	0.9796
0.714286	1.3436	1.3976	1.5530	1.8203	1.9967	0.9832	0.9734	0.9712	0.9762	0.9767
0.689655	1.3391	1.3935	1.5488	1.8150	1.9906	0.9799	0.9706	0.9685	0.9734	0.9737
0.666667	1.3346	1.3896	1.5445	1.8096	1.9844	0.9766	0.9678	0.9659	0.9705	0.9707
0.571429	1.3143	1.3717	1.5227	1.7808	1.9523	0.9618	0.9554	0.9522	0.9550	0.9550
0.5	1.2997	1.3546	1.4982	1.7490	1.9186	0.9511	0.9434	0.9369	0.9379	0.9385
0.4	1.2691	1.3099	1.4382	1.6785	1.8496	0.9287	0.9123	0.8994	0.9002	0.9047
0.333333	1.2207	1.2496	1.3680	1.6055	1.7830	0.8933	0.8703	0.8555	0.8610	0.8721
0.285714	1.1586	1.1818	1.2958	1.5358	1.7220	0.8478	0.8231	0.8103	0.8236	0.8423
0.25	1.0923	1.1141	1.2273	1.4724	1.6674	0.7993	0.7759	0.7675	0.7896	0.8156
0.2	0.9700	0.9950	1.1108	1.3664	1.5757	0.7098	0.6930	0.6947	0.7328	0.7708
0.166667	0.8736	0.9029	1.0211	1.2833	1.5021	0.6393	0.6288	0.6385	0.6882	0.7348
0.142857	0.8001	0.8322	0.9511	1.2164	1.4411	0.5855	0.5796	0.5948	0.6523	0.7049
0.125	0.7427	0.7764	0.8948	1.1607	1.3892	0.5435	0.5407	0.5596	0.6225	0.6795
0.111111	0.6963	0.7307	0.8480	1.1134	1.3442	0.5096	0.5089	0.5303	0.5971	0.6575
0.1	0.6578	0.6925	0.8082	1.0723	1.3046	0.4813	0.4823	0.5054	0.5750	0.6381
0.090909	0.6250	0.6597	0.7739	1.0362	1.2693	0.4574	0.4595	0.4840	0.5557	0.6209
0.038462	0.3989	0.4288	0.5230	0.7551	0.9801	0.2919	0.2987	0.3271	0.4049	0.4794
0.019608	0.2831	0.3076	0.3849	0.5859	0.7933	0.2072	0.2142	0.2407	0.3142	0.3880
0.009901	0.2008	0.2201	0.2821	0.4519	0.6375	0.1469	0.1533	0.1764	0.2423	0.3118
0.003984	0.1273	0.1410	0.1863	0.3190	0.4748	0.0932	0.0982	0.1165	0.1710	0.2323
0.001996	0.0901	0.1005	0.1359	0.2446	0.3793	0.0659	0.0700	0.0850	0.1312	0.1855
0.000999	0.0635	0.0717	0.0992	0.1876	0.3028	0.0464	0.0499	0.0621	0.1006	0.1481

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.3665	1.4358	1.5991	1.8647	2.0444

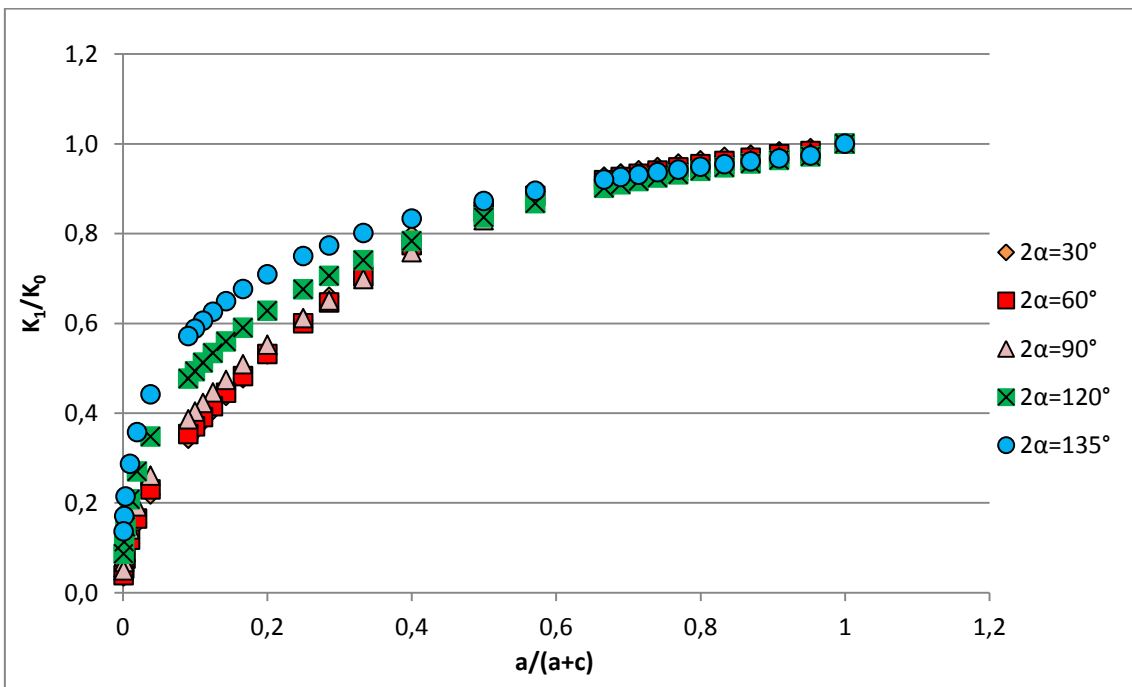
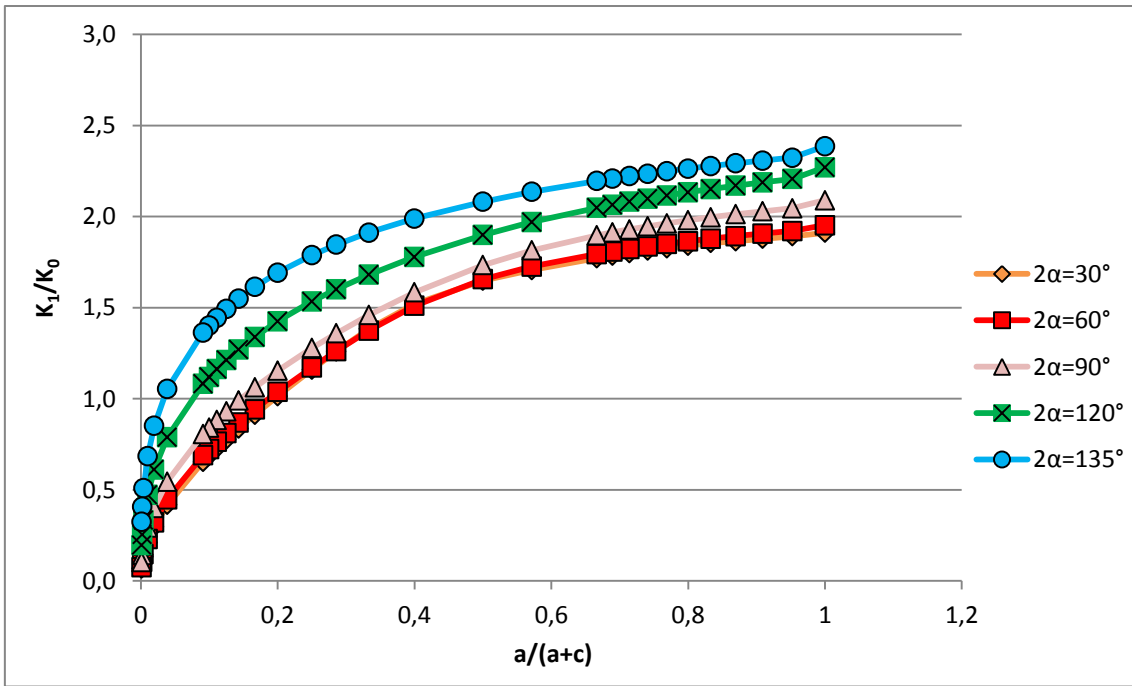


5.5 Caso $a/(W-a) = 0.5$

a/(a+c)	K_1/K_0					K_1/k_0K_0				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	1.9109	1.9526	2.0893	2.2701	2.3861	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	1.8915	1.9205	2.0456	2.2066	2.3230	0.9899	0.9836	0.9791	0.9720	0.9736
0.909091	1.8781	1.9064	2.0293	2.1879	2.3076	0.9828	0.9764	0.9713	0.9638	0.9671
0.869565	1.8649	1.8924	2.0129	2.1694	2.2925	0.9759	0.9692	0.9634	0.9557	0.9608
0.833333	1.8551	1.8783	1.9964	2.1512	2.2778	0.9708	0.9619	0.9555	0.9476	0.9546
0.8	1.8399	1.8642	1.9798	2.1333	2.2634	0.9629	0.9547	0.9476	0.9397	0.9486
0.769231	1.8261	1.8501	1.9632	2.1157	2.2493	0.9557	0.9475	0.9397	0.9320	0.9427
0.740741	1.8124	1.8360	1.9466	2.0983	2.2356	0.9485	0.9403	0.9317	0.9243	0.9369
0.714286	1.7986	1.8220	1.9300	2.0812	2.2221	0.9413	0.9331	0.9238	0.9168	0.9313
0.689655	1.7849	1.8080	1.9135	2.0644	2.2089	0.9341	0.9260	0.9159	0.9094	0.9258
0.666667	1.7712	1.7942	1.8970	2.0479	2.1960	0.9269	0.9189	0.9079	0.9021	0.9204
0.571429	1.7069	1.7259	1.8148	1.9697	2.1357	0.8933	0.8839	0.8686	0.8677	0.8951
0.5	1.6481	1.6563	1.7339	1.8989	2.0817	0.8625	0.8483	0.8299	0.8365	0.8725
0.4	1.5214	1.5109	1.5841	1.7784	1.9891	0.7962	0.7738	0.7582	0.7834	0.8336
0.333333	1.3838	1.3747	1.4594	1.6813	1.9120	0.7242	0.7041	0.6985	0.7406	0.8013
0.285714	1.2604	1.2618	1.3593	1.6014	1.8460	0.6596	0.6462	0.6506	0.7054	0.7737
0.25	1.1599	1.1714	1.2783	1.5339	1.7885	0.6070	0.5999	0.6118	0.6757	0.7496
0.2	1.0139	1.0378	1.1543	1.4249	1.6923	0.5306	0.5315	0.5525	0.6277	0.7092
0.166667	0.9127	0.9424	1.0623	1.3395	1.6141	0.4776	0.4826	0.5085	0.5901	0.6765
0.142857	0.8369	0.8695	0.9903	1.2701	1.5488	0.4380	0.4453	0.4740	0.5595	0.6491
0.125	0.7774	0.8115	0.9318	1.2121	1.4931	0.4068	0.4156	0.4460	0.5339	0.6258
0.111111	0.7290	0.7639	0.8832	1.1626	1.4447	0.3815	0.3912	0.4227	0.5122	0.6055
0.1	0.6887	0.7239	0.8418	1.1198	1.4021	0.3604	0.3707	0.4029	0.4933	0.5876
0.090909	0.6544	0.6897	0.8060	1.0821	1.3642	0.3425	0.3532	0.3858	0.4767	0.5717
0.038462	0.4179	0.4483	0.5447	0.7885	1.0534	0.2187	0.2296	0.2607	0.3474	0.4415
0.019608	0.2966	0.3215	0.4009	0.6119	0.8525	0.1552	0.1647	0.1919	0.2695	0.3573
0.009901	0.2105	0.2301	0.2937	0.4718	0.6851	0.1102	0.1179	0.1406	0.2078	0.2871
0.003984	0.1338	0.1476	0.1941	0.3331	0.5104	0.0700	0.0756	0.0929	0.1467	0.2139
0.001996	0.0947	0.1054	0.1418	0.2556	0.4077	0.0496	0.0540	0.0679	0.1126	0.1709
0.000999	0.0682	0.0762	0.1039	0.1960	0.3254	0.0357	0.0390	0.0497	0.0863	0.1364

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	1.9109	1.9526	2.0893	2.2701	2.3861

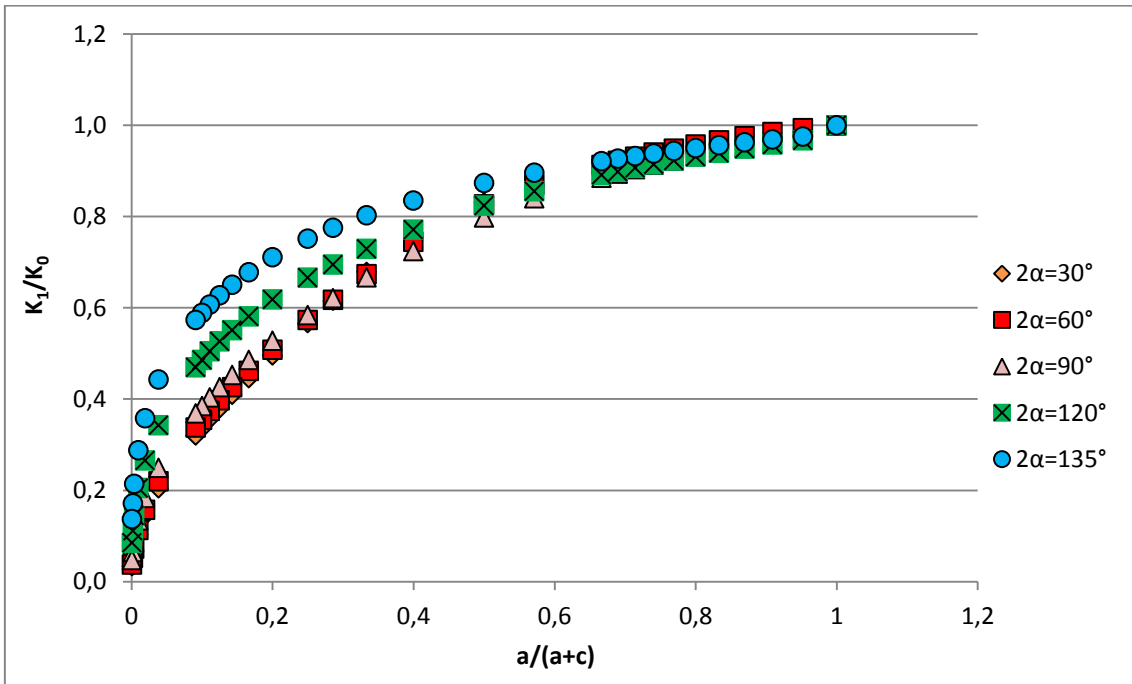
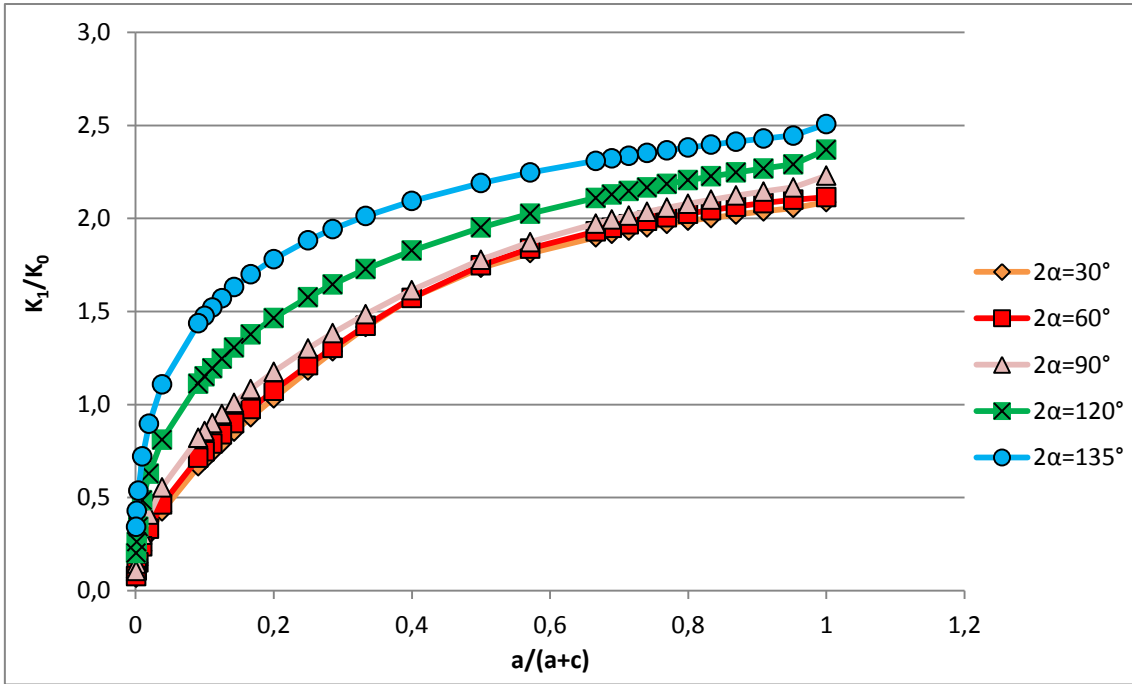


5.6 Caso $a/(W-a) = 0.6$

a/(a+c)	K_1/K_0					K_1/koK_0				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	2.0877	2.1147	2.2298	2.3694	2.5071	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	2.0562	2.1011	2.1667	2.2906	2.4456	0.9849	0.9936	0.9717	0.9667	0.9755
0.909091	2.0379	2.0824	2.1448	2.2686	2.4289	0.9761	0.9847	0.9619	0.9575	0.9688
0.869565	2.0208	2.0635	2.1229	2.2472	2.4127	0.9680	0.9758	0.9520	0.9484	0.9624
0.833333	2.0023	2.0446	2.1010	2.2262	2.3969	0.9591	0.9669	0.9422	0.9396	0.9561
0.8	1.9879	2.0255	2.0792	2.2057	2.3815	0.9522	0.9578	0.9325	0.9309	0.9499
0.769231	1.9701	2.0065	2.0576	2.1857	2.3665	0.9437	0.9488	0.9227	0.9225	0.9439
0.740741	1.9523	1.9874	2.0361	2.1662	2.3519	0.9351	0.9398	0.9131	0.9142	0.9381
0.714286	1.9345	1.9683	2.0148	2.1471	2.3376	0.9266	0.9308	0.9036	0.9062	0.9324
0.689655	1.9166	1.9494	1.9938	2.1285	2.3236	0.9180	0.9218	0.8941	0.8983	0.9268
0.666667	1.8988	1.9306	1.9730	2.1103	2.3100	0.9095	0.9129	0.8848	0.8907	0.9214
0.571429	1.8137	1.8386	1.8725	2.0258	2.2468	0.8688	0.8695	0.8397	0.8550	0.8962
0.5	1.7347	1.7482	1.7785	1.9513	2.1905	0.8309	0.8267	0.7976	0.8236	0.8737
0.4	1.5732	1.5737	1.6151	1.8271	2.0939	0.7536	0.7442	0.7243	0.7711	0.8352
0.333333	1.4161	1.4240	1.4858	1.7279	2.0131	0.6783	0.6734	0.6663	0.7293	0.8029
0.285714	1.2851	1.3055	1.3840	1.6462	1.9438	0.6155	0.6173	0.6207	0.6948	0.7753
0.25	1.1820	1.2121	1.3019	1.5770	1.8833	0.5662	0.5732	0.5839	0.6656	0.7512
0.2	1.0337	1.0743	1.1759	1.4650	1.7819	0.4951	0.5080	0.5274	0.6183	0.7108
0.166667	0.9307	0.9755	1.0822	1.3772	1.6996	0.4458	0.4613	0.4853	0.5812	0.6779
0.142857	0.8534	0.9001	1.0088	1.3058	1.6309	0.4088	0.4257	0.4524	0.5511	0.6505
0.125	0.7928	0.8401	0.9493	1.2462	1.5722	0.3797	0.3973	0.4257	0.5259	0.6271
0.111111	0.7434	0.7908	0.8997	1.1953	1.5212	0.3561	0.3740	0.4035	0.5045	0.6068
0.1	0.7023	0.7494	0.8576	1.1512	1.4763	0.3364	0.3544	0.3846	0.4859	0.5889
0.090909	0.6674	0.7140	0.8211	1.1125	1.4364	0.3197	0.3376	0.3682	0.4695	0.5729
0.038462	0.4261	0.4641	0.5549	0.8107	1.1091	0.2041	0.2195	0.2489	0.3421	0.4424
0.019608	0.3024	0.3329	0.4084	0.6290	0.8977	0.1449	0.1574	0.1831	0.2655	0.3580
0.009901	0.2147	0.2383	0.2992	0.4851	0.7214	0.1029	0.1127	0.1342	0.2047	0.2877
0.003984	0.1366	0.1529	0.1977	0.3425	0.5374	0.0654	0.0723	0.0887	0.1445	0.2144
0.001996	0.0968	0.1092	0.1444	0.2628	0.4293	0.0464	0.0517	0.0648	0.1109	0.1712
0.000999	0.0702	0.0790	0.1057	0.2014	0.3426	0.0336	0.0373	0.0474	0.0850	0.1367

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	2.0877	2.1147	2.2298	2.3694	2.5071

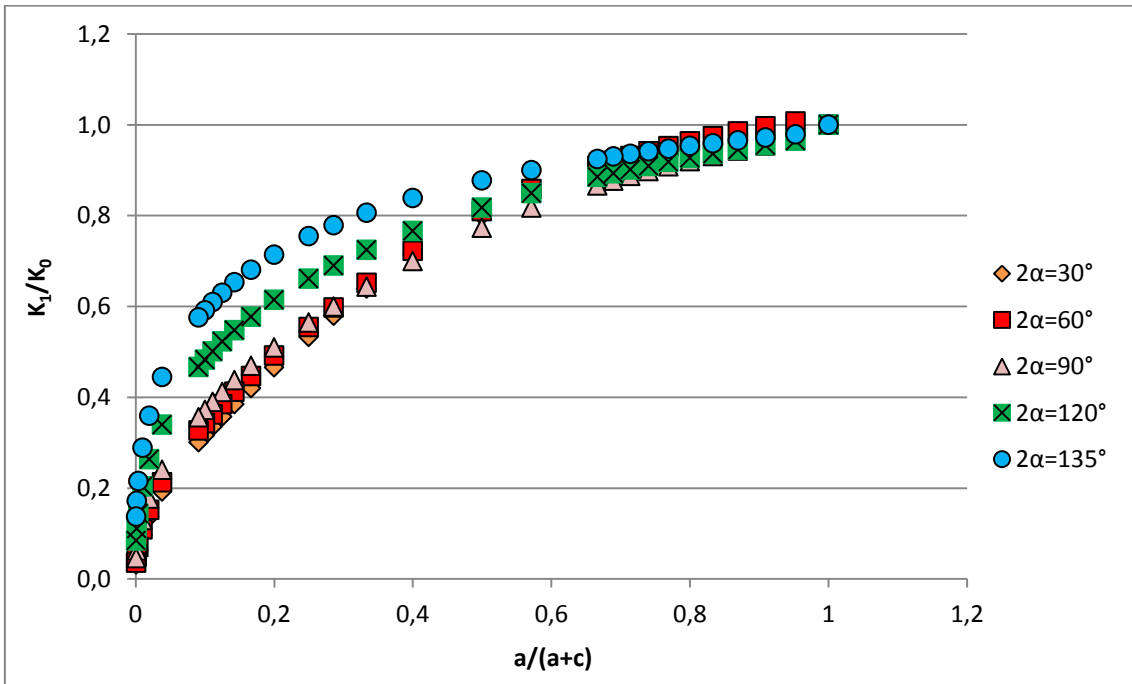
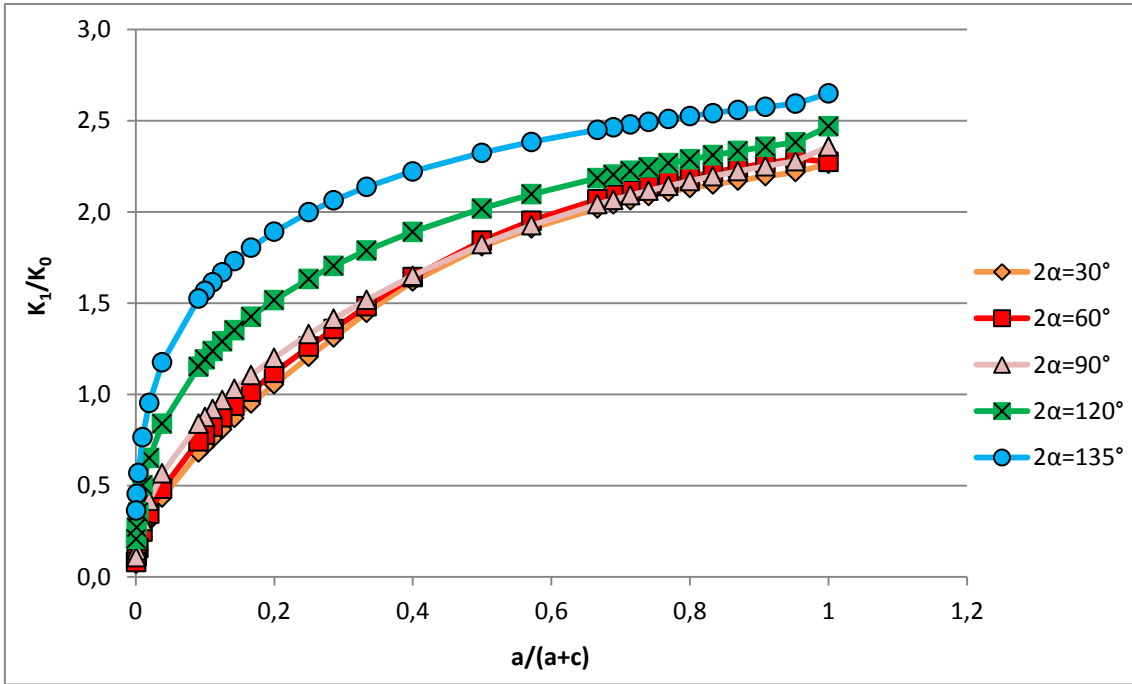


5.7 Caso $a/(W-a) = 0.7$

$a/(a+c)$	K_1/K_0					$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	2.2634	2.2743	2.3575	2.4686	2.6489	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	2.2175	2.2910	2.2779	2.3814	2.5933	0.9797	1.0073	0.9662	0.9647	0.9790
0.909091	2.1944	2.2665	2.2503	2.3571	2.5756	0.9695	0.9965	0.9545	0.9548	0.9723
0.869565	2.1714	2.2418	2.2228	2.3334	2.5584	0.9594	0.9857	0.9428	0.9452	0.9658
0.833333	2.1496	2.2171	2.1957	2.3104	2.5416	0.9497	0.9748	0.9313	0.9359	0.9595
0.8	2.1310	2.1920	2.1690	2.2880	2.5253	0.9415	0.9638	0.9200	0.9269	0.9533
0.769231	2.1085	2.1670	2.1426	2.2663	2.5094	0.9316	0.9528	0.9088	0.9181	0.9473
0.740741	2.0861	2.1421	2.1167	2.2452	2.4940	0.9217	0.9419	0.8978	0.9095	0.9415
0.714286	2.0635	2.1173	2.0913	2.2247	2.4789	0.9117	0.9310	0.8871	0.9012	0.9358
0.689655	2.0409	2.0928	2.0664	2.2048	2.4642	0.9017	0.9202	0.8765	0.8931	0.9303
0.666667	2.0183	2.0686	2.0419	2.1854	2.4499	0.8917	0.9095	0.8661	0.8853	0.9249
0.571429	1.9101	1.9521	1.9267	2.0964	2.3834	0.8439	0.8583	0.8172	0.8492	0.8997
0.5	1.8105	1.8421	1.8230	2.0189	2.3241	0.7999	0.8099	0.7733	0.8178	0.8774
0.4	1.6186	1.6430	1.6503	1.8908	2.2221	0.7151	0.7224	0.7000	0.7659	0.8389
0.333333	1.4472	1.4824	1.5177	1.7886	2.1366	0.6394	0.6518	0.6438	0.7245	0.8066
0.285714	1.3111	1.3586	1.4140	1.7041	2.0630	0.5792	0.5973	0.5998	0.6903	0.7788
0.25	1.2059	1.2617	1.3304	1.6325	1.9988	0.5328	0.5547	0.5643	0.6613	0.7546
0.2	1.0550	1.1185	1.2017	1.5166	1.8913	0.4661	0.4918	0.5097	0.6144	0.7140
0.166667	0.9499	1.0157	1.1060	1.4257	1.8039	0.4197	0.4466	0.4691	0.5775	0.6810
0.142857	0.8711	0.9372	1.0310	1.3518	1.7309	0.3849	0.4121	0.4373	0.5476	0.6534
0.125	0.8091	0.8747	0.9701	1.2901	1.6686	0.3575	0.3846	0.4115	0.5226	0.6299
0.111111	0.7588	0.8234	0.9195	1.2374	1.6145	0.3352	0.3620	0.3900	0.5013	0.6095
0.1	0.7168	0.7803	0.8764	1.1918	1.5669	0.3167	0.3431	0.3717	0.4828	0.5915
0.090909	0.6811	0.7434	0.8391	1.1517	1.5246	0.3009	0.3268	0.3559	0.4665	0.5755
0.038462	0.4349	0.4832	0.5671	0.8392	1.1772	0.1921	0.2125	0.2406	0.3400	0.4444
0.019608	0.3087	0.3466	0.4173	0.6512	0.9527	0.1364	0.1524	0.1770	0.2638	0.3597
0.009901	0.2192	0.2481	0.3058	0.5021	0.7656	0.0969	0.1091	0.1297	0.2034	0.2890
0.003984	0.1395	0.1592	0.2021	0.3545	0.5704	0.0616	0.0700	0.0857	0.1436	0.2153
0.001996	0.0991	0.1138	0.1476	0.2720	0.4556	0.0438	0.0501	0.0626	0.1102	0.1720
0.000999	0.0722	0.0822	0.1079	0.2085	0.3636	0.0319	0.0361	0.0458	0.0845	0.1373

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	2.2634	2.2743	2.3575	2.4686	2.6489

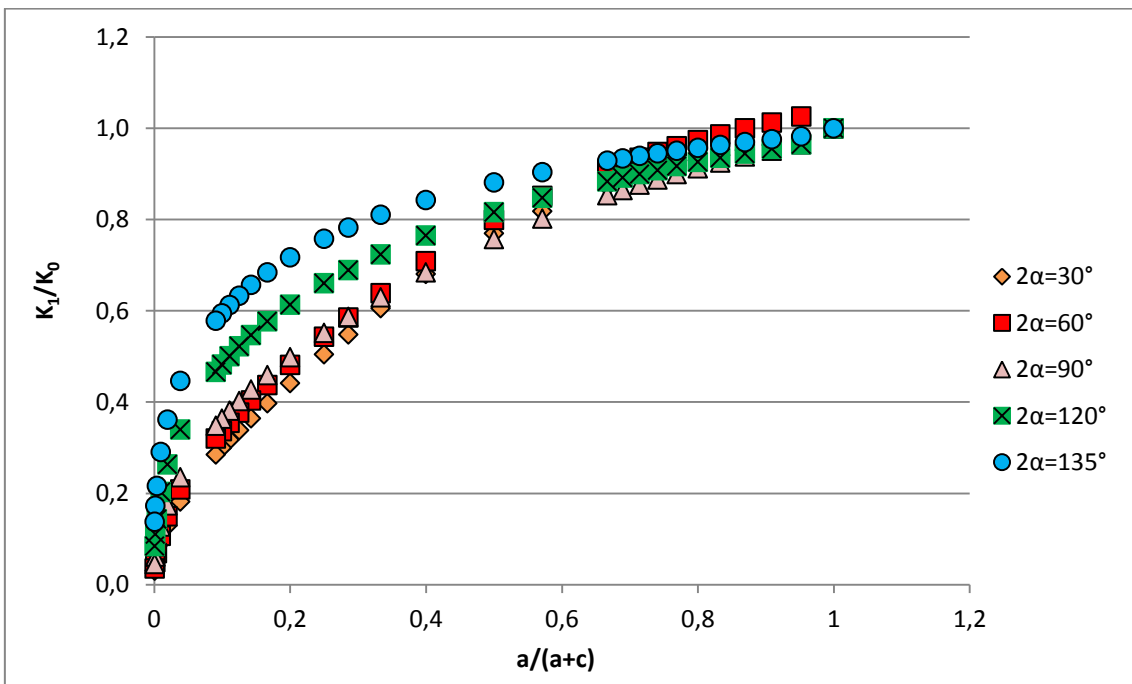
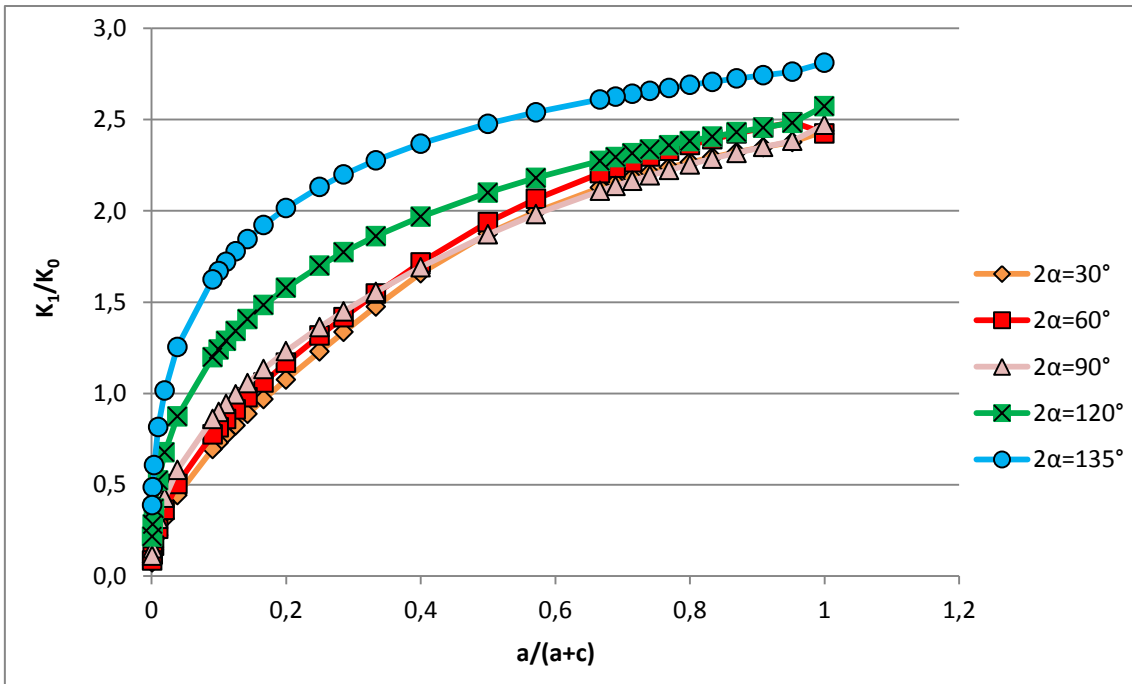


5.8 Caso $a/(W-a) = 0.8$

a/(a+c)	K_1/K_0					$K_1/\kappa_0 K_0$				
	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$	$2\alpha=30^\circ$	$2\alpha=60^\circ$	$2\alpha=90^\circ$	$2\alpha=120^\circ$	$2\alpha=135^\circ$
1	2.4381	2.4246	2.4721	2.5739	2.8113	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.952381	2.3774	2.4865	2.3839	2.4831	2.7622	0.9751	1.0255	0.9643	0.9647	0.9825
0.909091	2.3491	2.4552	2.3507	2.4568	2.7434	0.9635	1.0126	0.9509	0.9545	0.9759
0.869565	2.3210	2.4236	2.3181	2.4313	2.7252	0.9520	0.9996	0.9377	0.9446	0.9694
0.833333	2.2942	2.3920	2.2861	2.4067	2.7075	0.9410	0.9866	0.9248	0.9350	0.9631
0.8	2.2664	2.3604	2.2548	2.3828	2.6902	0.9296	0.9735	0.9121	0.9258	0.9569
0.769231	2.2387	2.3288	2.2243	2.3597	2.6734	0.9182	0.9605	0.8998	0.9168	0.9510
0.740741	2.2110	2.2975	2.1945	2.3373	2.6571	0.9068	0.9476	0.8877	0.9081	0.9451
0.714286	2.1830	2.2666	2.1655	2.3156	2.6411	0.8954	0.9348	0.8760	0.8997	0.9395
0.689655	2.1551	2.2362	2.1373	2.2946	2.6256	0.8839	0.9223	0.8646	0.8915	0.9340
0.666667	2.1273	2.2064	2.1098	2.2742	2.6105	0.8725	0.9100	0.8534	0.8836	0.9286
0.571429	1.9952	2.0658	1.9826	2.1811	2.5401	0.8184	0.8520	0.8020	0.8474	0.9035
0.5	1.8760	1.9378	1.8715	2.1006	2.4773	0.7695	0.7992	0.7570	0.8161	0.8812
0.4	1.6585	1.7174	1.6915	1.9679	2.3689	0.6802	0.7083	0.6842	0.7646	0.8426
0.333333	1.4764	1.5473	1.5556	1.8618	2.2778	0.6056	0.6382	0.6293	0.7233	0.8102
0.285714	1.3366	1.4181	1.4496	1.7739	2.1994	0.5482	0.5849	0.5864	0.6892	0.7823
0.25	1.2295	1.3172	1.3639	1.6994	2.1309	0.5043	0.5433	0.5517	0.6603	0.7580
0.2	1.0759	1.1678	1.2321	1.5787	2.0163	0.4413	0.4817	0.4984	0.6134	0.7172
0.166667	0.9687	1.0605	1.1339	1.4841	1.9231	0.3973	0.4374	0.4587	0.5766	0.6841
0.142857	0.8883	0.9785	1.0570	1.4072	1.8453	0.3644	0.4036	0.4276	0.5467	0.6564
0.125	0.8251	0.9133	0.9947	1.3429	1.7789	0.3384	0.3767	0.4024	0.5218	0.6328
0.111111	0.7738	0.8597	0.9427	1.2881	1.7213	0.3174	0.3546	0.3813	0.5005	0.6123
0.1	0.7310	0.8147	0.8985	1.2406	1.6705	0.2998	0.3360	0.3635	0.4820	0.5942
0.090909	0.6946	0.7761	0.8604	1.1988	1.6253	0.2849	0.3201	0.3480	0.4658	0.5781
0.038462	0.4434	0.5046	0.5815	0.8736	1.2550	0.1819	0.2081	0.2352	0.3394	0.4464
0.019608	0.3148	0.3619	0.4279	0.6778	1.0157	0.1291	0.1493	0.1731	0.2634	0.3613
0.009901	0.2235	0.2590	0.3135	0.5227	0.8162	0.0917	0.1068	0.1268	0.2031	0.2903
0.003984	0.1423	0.1662	0.2072	0.3690	0.6081	0.0584	0.0686	0.0838	0.1434	0.2163
0.001996	0.1012	0.1189	0.1513	0.2831	0.4857	0.0415	0.0490	0.0612	0.1100	0.1728
0.000999	0.0736	0.0856	0.1106	0.2170	0.3877	0.0302	0.0353	0.0447	0.0843	0.1379

Il parametro κ_0 risulta pari a:

	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	2.4381	2.4246	2.4721	2.5739	2.8113



5.9 Commenti

Riassumendo, i valori di κ_0 sono:

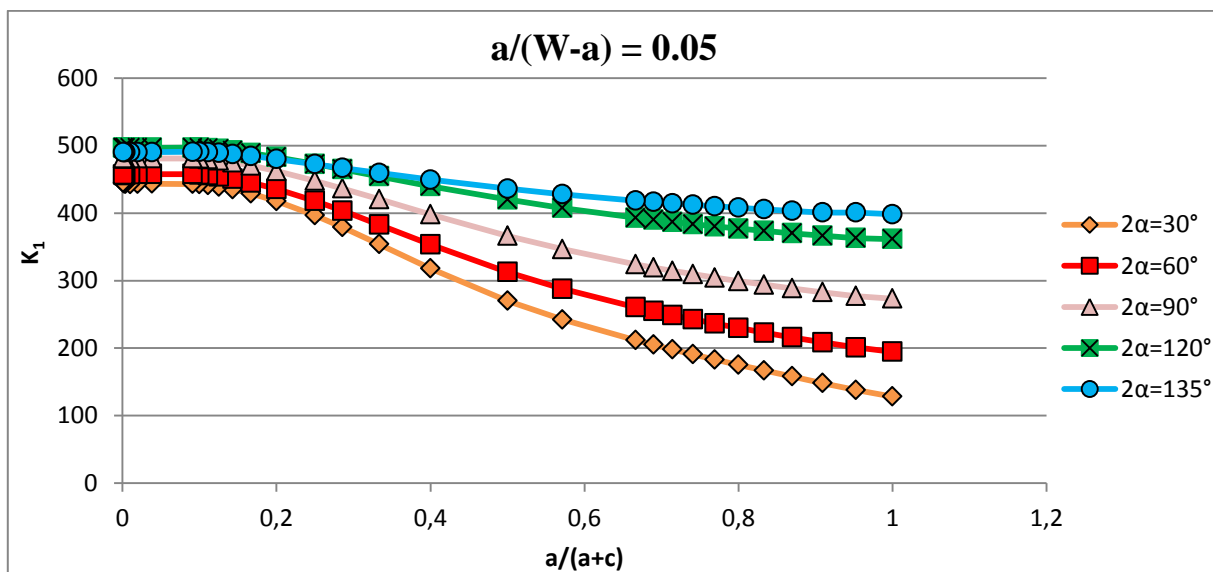
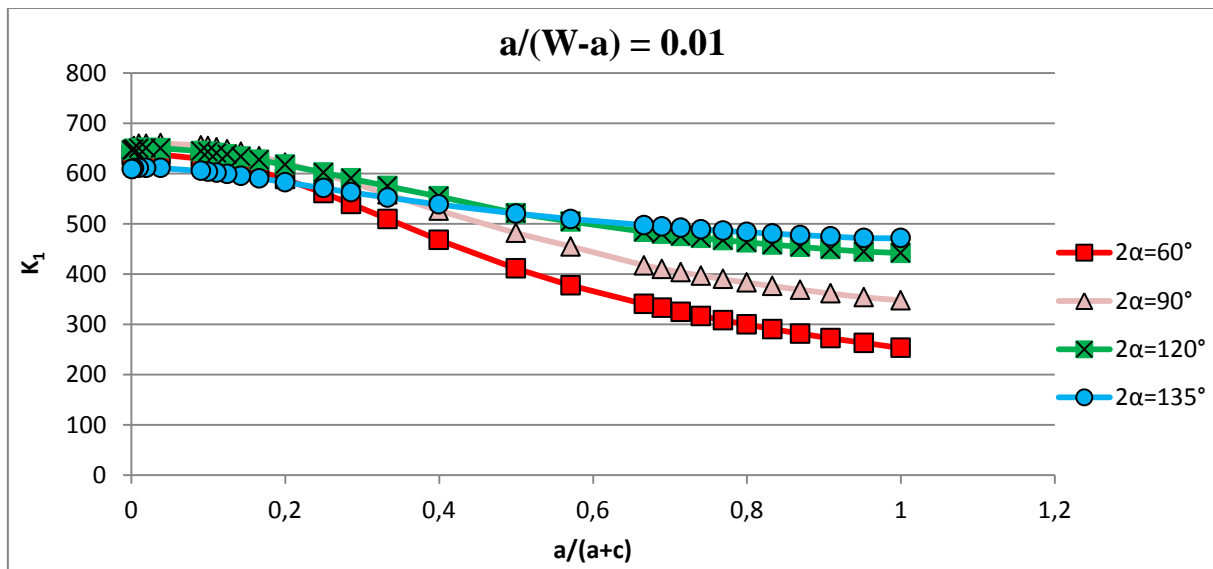
	$a/(W-a)$	$2\alpha = 30^\circ$	$2\alpha = 60^\circ$	$2\alpha = 90^\circ$	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 135^\circ$
κ_0	0.01	1.0771	1.0775	1.2181	1.4779	1.6690
	0.05	1.1073	1.1599	1.3137	1.5773	1.7670
	0.1	1.1858	1.2543	1.4137	1.6799	1.8677
	0.2	1.3665	1.4358	1.5991	1.8647	2.0444
	0.5	1.9109	1.9526	2.0893	2.2701	2.3861
	0.6	2.0877	2.1147	2.2298	2.3694	2.5071
	0.7	2.2634	2.2743	2.3575	2.4686	2.6489
	0.8	2.4381	2.4246	2.4721	2.5739	2.8113

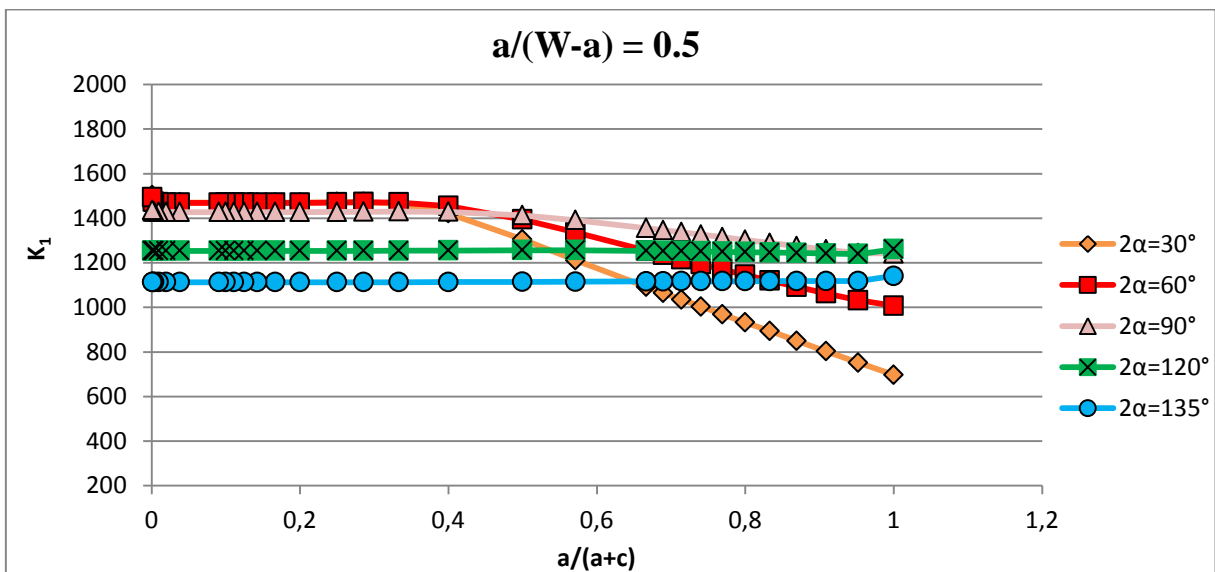
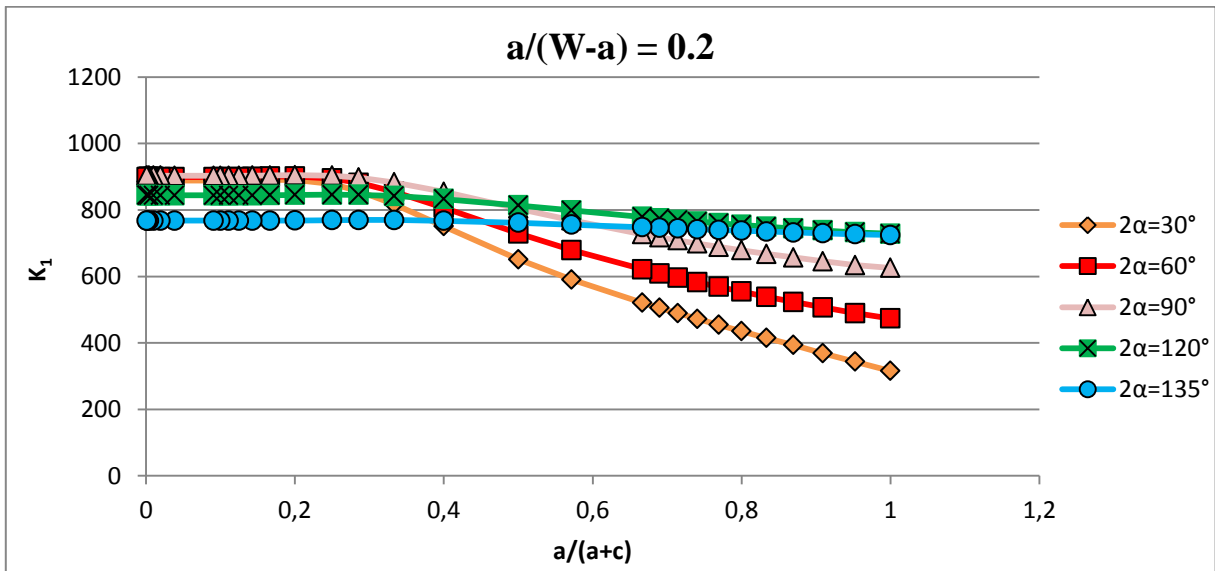
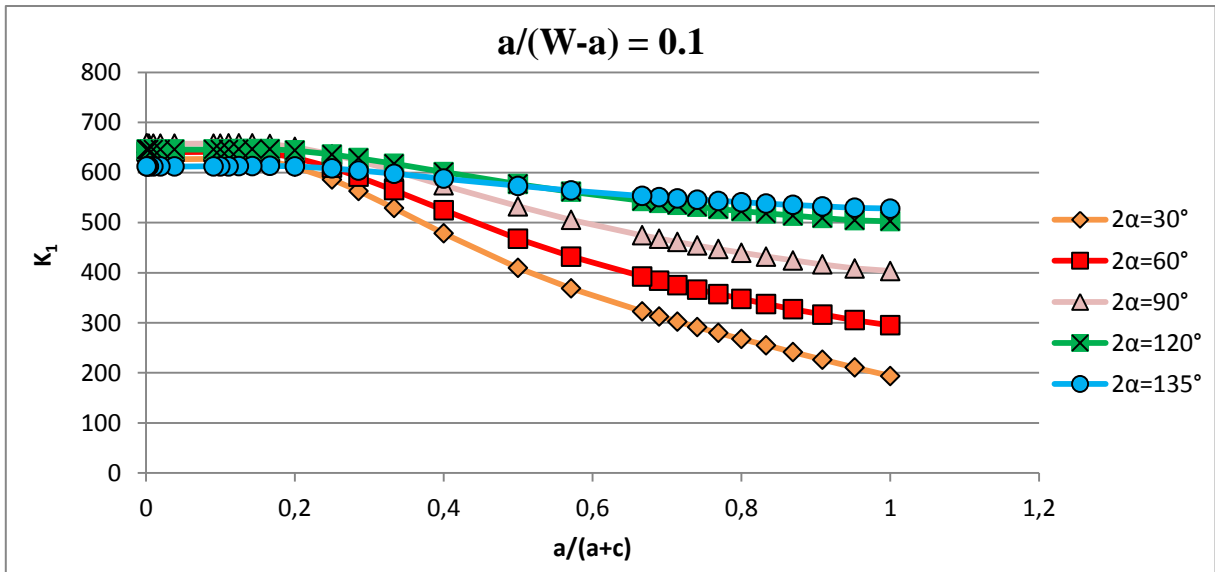
Dalla tabella si nota che con la nuova espressione del parametro K_0 , il coefficiente κ_0 assume invece un andamento crescente all'aumentare delle dimensioni dell'intaglio rispetto a quelle della piastra, per tutti gli angoli di apertura. Inoltre tale coefficiente tende a discostarsi sempre di più dal valore unitario al crescere di 2α .

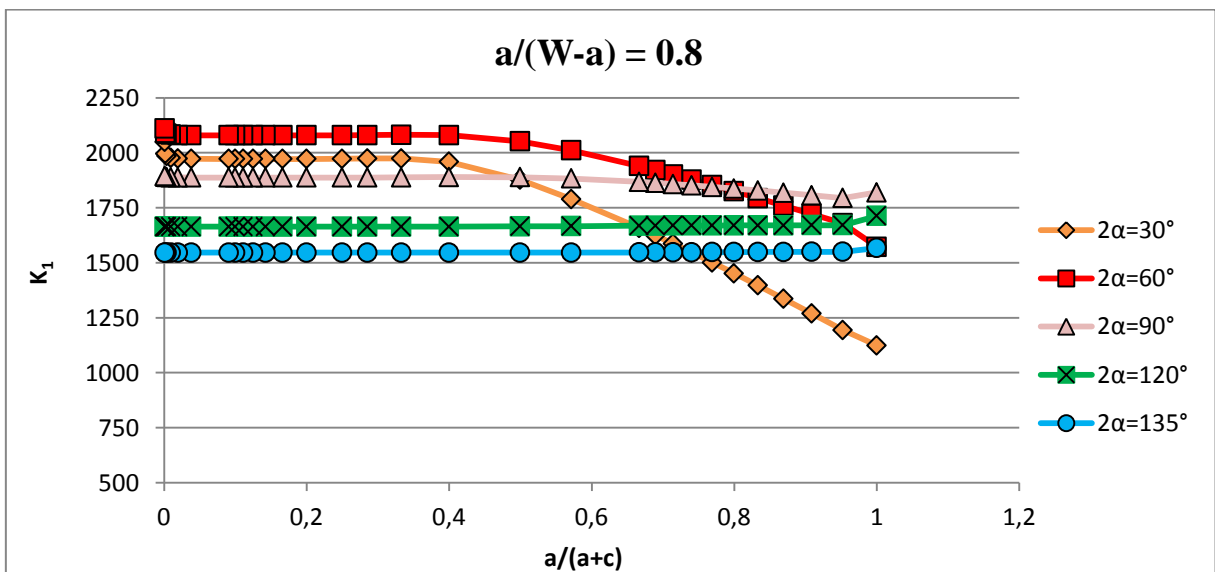
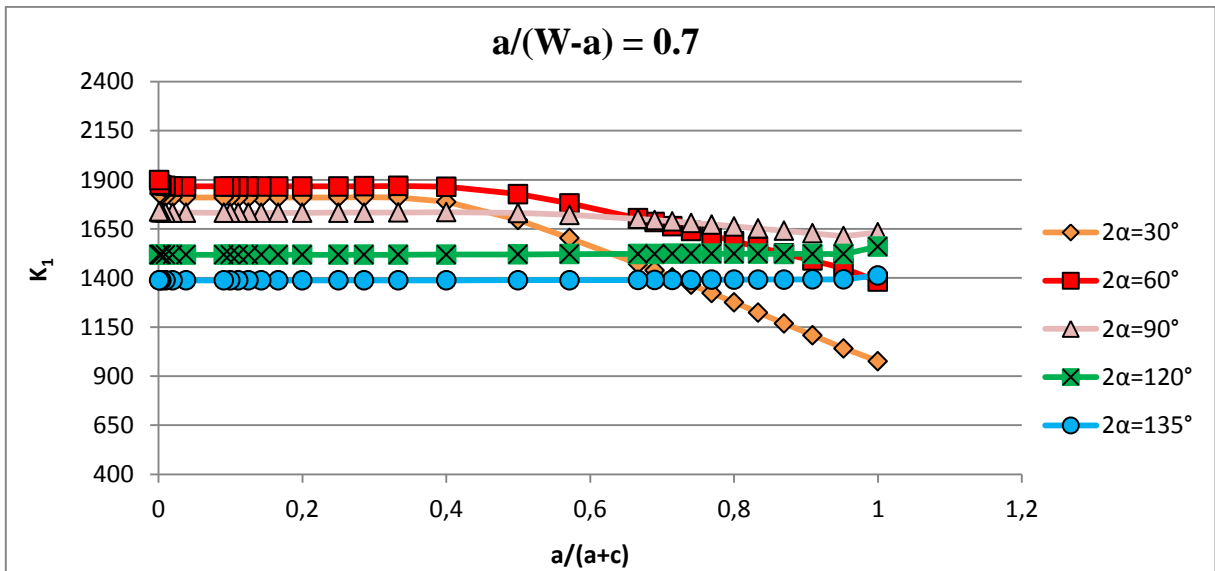
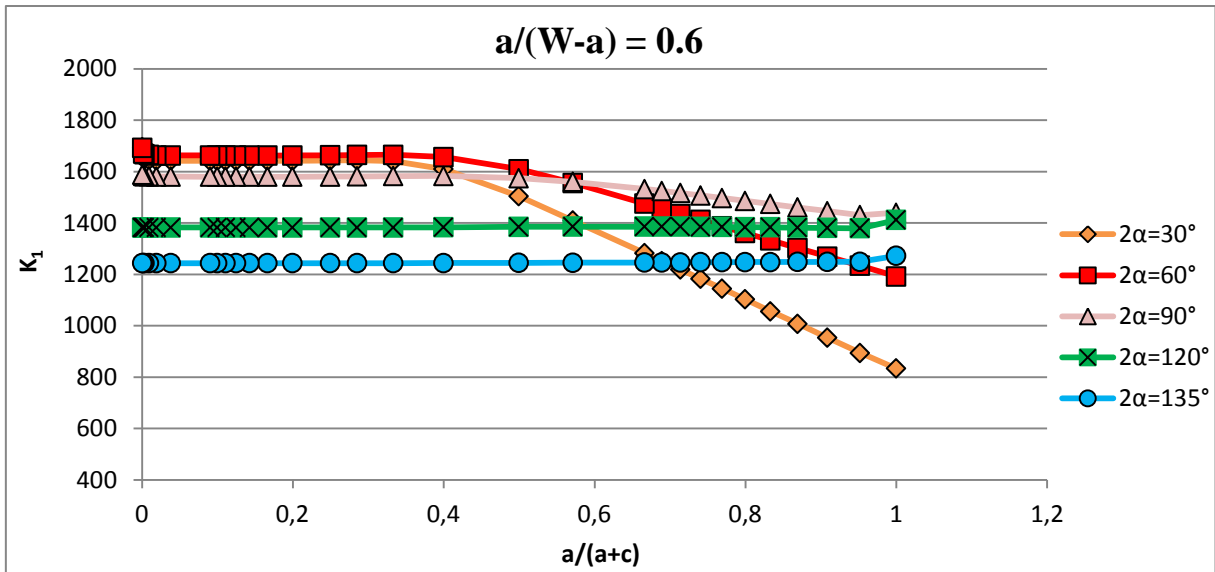
6 ANDAMENTO DEL K_1

Analizzando i dati ricavati dalle simulazioni, si nota che per gli angoli di apertura superiori a 90° , l'andamento del K_1 diventa costante quando la piastra raggiunge dimensioni prossime a quelle dell'intaglio, ossia quando $\frac{a}{W-a} \geq 0,5$.

Questo aspetto permette di dedurre che in tale caso il K_1 risulta insensibile alla distanza tra gli intagli e quindi dalla variazione del rapporto $\frac{a}{a+c}$.







BIBLIOGRAFIA

Anthony P. Parker, *Stability of arrays of multiple edge cracks*, Engineering Fracture Mechanics, Pergamon, November 1998

APPLICAZIONE DEL METODO DELLA STRAIN ENERGY DENSITY IN PROVINI INTAGLIATI E SOGGETTI A FATICA MULTIASSIALE

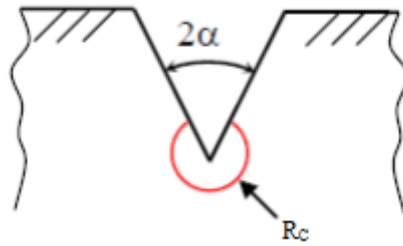
INDICE

1	Obbiettivi.....	211
2	Prove Sperimentali	213
3	Modello agli elementi finiti.....	217
3.1	Realizzazione del modello	217
3.2	Risultati.....	219
4	Confronto tra risultati sperimentali e modello FEM	221
5	Intagli semicircolari.....	223
5.1	Prove sperimentali	223
5.2	Realizzazione del modello	224

1 OBIETTIVI

Si è deciso di valutare il raggio R_C che consente di ricavare il Notch Stress Intensity Factor, sfruttando il criterio basato sul valore medio della densità di energia di deformazione totale (SED) ed estendendolo agli intagli raccordati, nel caso di provini soggetti a fatica multiassiale.

Il metodo consiste nel valutare la SED all'interno di un volume di controllo, espresso da un settore circolare di raggio R_C centrato sull'apice dell'intaglio.



Nel caso di un intaglio dotato di uno spigolo vivo, l'energia di deformazione elastica mediata sull'area di controllo è:

$$\overline{\Delta W} = \frac{1}{E} \left(\frac{I_1(\gamma)}{4\lambda_1\gamma} \cdot \frac{\Delta K_1^2}{R_C^{2(1-\lambda_1)}} + \frac{I_2(\gamma)}{4\lambda_2\gamma} \cdot \frac{\Delta K_2^2}{R_C^{2(1-\lambda_2)}} \right)$$

dove:

- ΔK_1 e ΔK_2 rappresentano la variazione del Notch Stress Intensity Factor rispettivamente per il Modo1 e per il Modo2 in condizioni di fatica
- E è il modulo elastico
- γ esprime l'angolo compreso tra la bisettrice e un fianco dell'intaglio
- λ_1 e λ_2 sono gli autovalori di Williams rispettivamente per il Modo1 e per il Modo2
- I_1 e I_2 sono degli integrali che dipendono da γ , dal modulo di Poisson ν e dalle funzioni angolari $\tilde{\sigma}_{\theta\theta}$, $\tilde{\sigma}_{rr}$, $\tilde{\sigma}_{zz}$ e $\tilde{\tau}_{r\theta}$ rispettivamente per il Modo1 e per il Modo2:

$$I_1(\gamma) = \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left[\tilde{\sigma}_{\theta\theta}^2{}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{rr}^2{}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{zz}^2{}^{(1)} - 2\nu \left(\tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)} \tilde{\sigma}_{rr}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)} \tilde{\sigma}_{zz}^{(1)} + \tilde{\sigma}_{zz}^{(1)} \tilde{\sigma}_{rr}^{(1)} \right) + 2(1+\nu) \tilde{\tau}_{r\theta}^2{}^{(1)} \right] d\theta$$

$$I_2(\gamma) = \int_{-\gamma}^{+\gamma} \left[\tilde{\sigma}_{\theta\theta}^2{}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{rr}^2{}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{zz}^2{}^{(2)} - 2\nu \left(\tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(2)} \tilde{\sigma}_{rr}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(2)} \tilde{\sigma}_{zz}^{(2)} + \tilde{\sigma}_{zz}^{(2)} \tilde{\sigma}_{rr}^{(2)} \right) + 2(1+\nu) \tilde{\tau}_{r\theta}^2{}^{(2)} \right] d\theta$$

Ipotizzando che il cedimento di un componente avvenga quando il valore medio dell'energia di deformazione raggiunge un valore limite $\Delta W_C \cong \frac{\Delta \sigma_A}{2E}$ e che il contributo dell'energia dovuto al Modo2 sia nullo, è possibile ricavare la seguente espressione per R_C :

$$R_C = \left(\sqrt{\frac{I_1}{2\lambda_1\gamma} \frac{\Delta K_{1A}}{\Delta \sigma_A}} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_1}}$$

Dall'equazione precedente si nota che R_C dipende dalle proprietà del materiale.

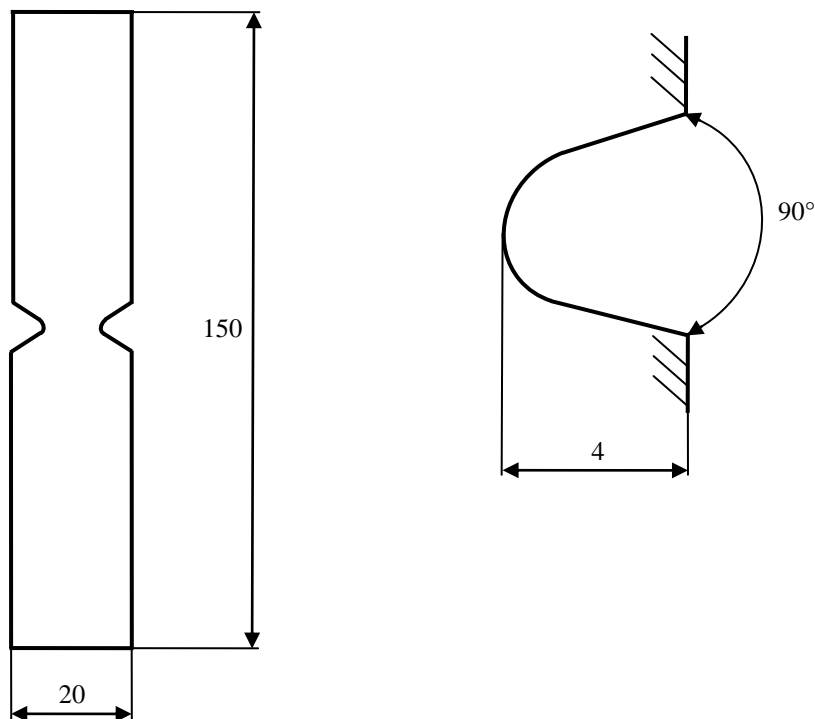
Tale metodo è stato quindi esteso al caso di intagli raccordati e applicato nella situazione di fatica multiassiale, eseguendo un confronto tra la SED ricavata da alcune prove sperimentali e quella ottenuta da un modello FEM, al variare di R_C .

Infine è stato selezionato il raggio che garantisca la minore dispersione dei risultati, nei vari tipi di sollecitazione.

2 PROVE SPERIMENTALI

Le prove di fatica multiassiale sono state condotte su provini cilindrici in 40CrMoV13.9 dotati di un intaglio circonferenziale con un raggio di raccordo finito e pari a 1 mm.

La geometria di questo tipo di provini è la seguente:



Imponendo un rapporto nominale di ciclo $R = -1$, sono stati realizzati diversi tipi di test di fatica:

- trazione pura
- torsione pura
- multiassiale in fase
- multiassiale fuori fase

I risultati sperimentali ottenuti evidenziano che l'effetto della multiassialità è più deleterio rispetto al caso di sollecitazioni pure di fatica, tuttavia tale influenza tende a risultare sempre meno importante all'aumentare del numero di cicli. Inoltre il caso con $\lambda = 0.6$ è meno critico di quello con λ unitario.

Trazione pura

Provino	σ [MPa]	Numero di Cicli
1	460	12100
2	420	27800
3	380	22600
4	340	76800
5	300	750400
6	300	125000
7	380	35000
8	300	526000
9	280	2500000
10	340	84000
11	300	348000
12	420	15500

Torsione pura

Provino	τ [MPa]	Numero di Cicli
1	800	1200
2	600	3500
3	500	5200
4	400	11820
5	400	13063
6	360	51875
7	280	970000
8	320	460000
9	260	2500000
10	340	62500
11	320	420000
12	340	73000
13	360	32000
14	320	186000
15	380	22000
16	280	2500000

Multiassiale in fase ($\lambda=1$)

Provino	τ [MPa]	Numero di Cicli
1	200	2500000
2	280	21382
3	240	96000
4	220	243150
5	280	17800
6	260	39255
7	260	46800
8	240	79000
9	220	151000
10	200	340300
11	280	18000
12	260	85000
13	220	456750
14	240	112500

Multiassiale fuori fase ($\lambda=1$)

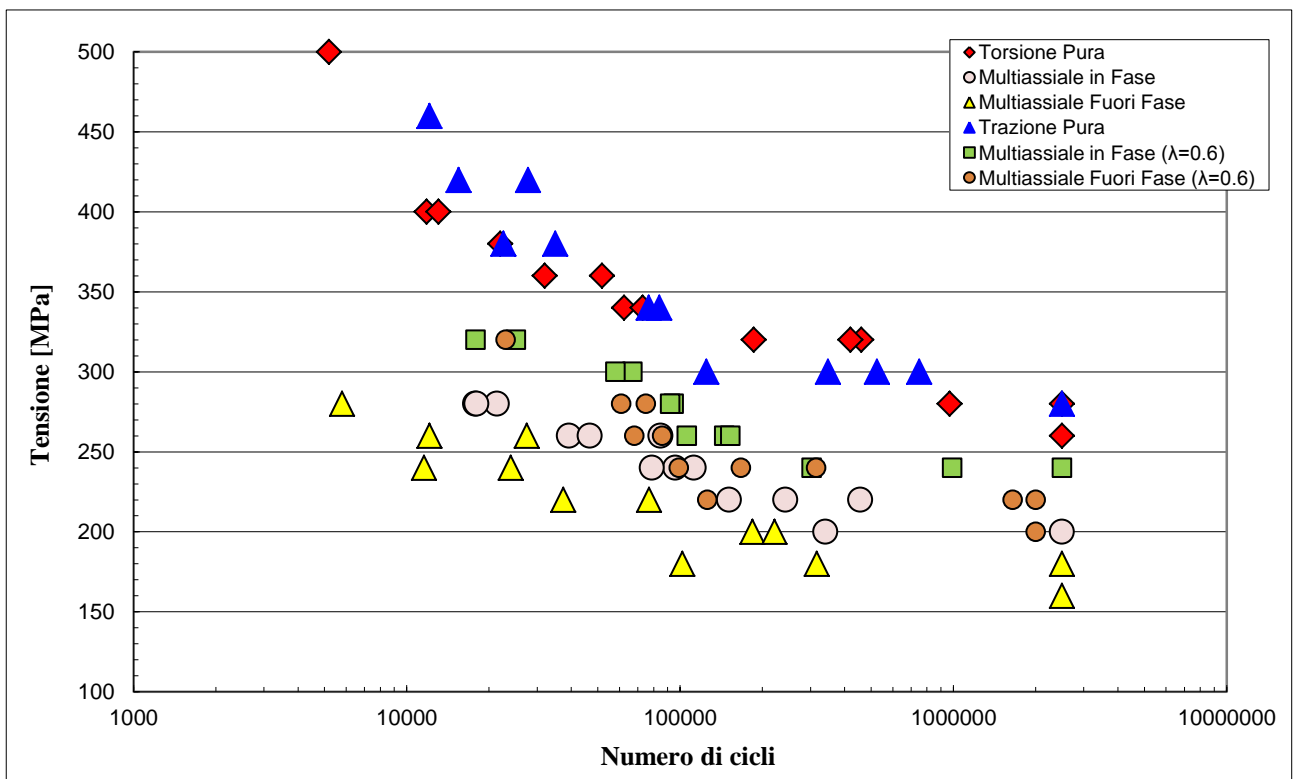
Provino	τ [MPa]	Numero di Cicli
1	280	5798
2	240	11582
3	220	37358
4	200	184000
5	180	102000
6	220	77000
7	160	2500000
8	180	2500000
9	260	12100
10	240	24000
11	180	316300
12	260	27500
13	200	221500

Multiassiale in fase ($\lambda=0.6$)

Provino	σ [MPa]	τ [MPa]	Numero di Cicli
1	280	168	94698
2	320	192	17874
3	240	144	2500000
4	300	180	67000
5	260	156	106000
6	260	156	145000
7	320	192	25100
8	240	144	303000
9	260	156	153000
10	300	180	58000
11	280	168	92000
12	240	144	990000

Multiassiale fuori fase ($\lambda=0.6$)

Provino	σ [MPa]	τ [MPa]	Numero di Cicli
1	240	144	167000
2	200	120	2000000
3	220	132	126000
4	220	132	2000000
5	280	168	75000
6	320	192	23000
7	240	144	315000
8	260	156	68000
9	260	156	86000
10	240	144	99000
11	280	168	61000
12	220	132	1650000
13	320	192	22150



3 MODELLO AGLI ELEMENTI FINITI

3.1 Realizzazione del modello

Utilizzando un software agli elementi finiti, sono stati creati due modelli differenti dal tipo di sollecitazione applicata; nel primo è stato introdotto un carico di trazione pura, nel secondo uno di torsione pura.

Il provino preso in esame era dotato di una doppia simmetria e pertanto è stato modellato solamente per un quarto della sua geometria. Nel primo caso è stato impostato un elemento di tipo PLANE82 con l'opzione *axisymmetric* ed è stato quindi necessario introdurre dei vincoli di simmetria per riprodurre fedelmente il provino, mentre nel secondo caso è stato selezionato l'elemento PLANE83, che permette una rappresentazione bidimensionale di solidi soggetti a torsione, e sono stati definiti i seguenti vincoli e carichi:

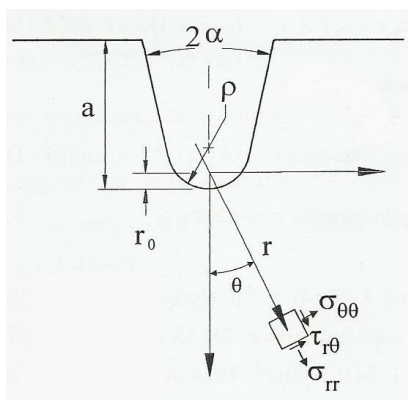
- una forza F_z sullo spigolo superiore destro del modello, tale da garantire una tensione nominale di 100 MPa

$$\tau_{NOM} = \frac{M_T}{W_T} = \frac{F_z \frac{D}{2}}{\frac{\pi D^3}{16}} \rightarrow F_z = \frac{\pi}{8} \tau_{NOM} D^2$$

- gli spostamenti $u_x = u_z = 0$ sul lato sinistro del modello
- gli spostamenti $u_y = u_z = 0$ sul lato inferiore del modello

E' stato opportuno imporre $u_z = 0$ per evitare la rotazione del modello sugli assi.

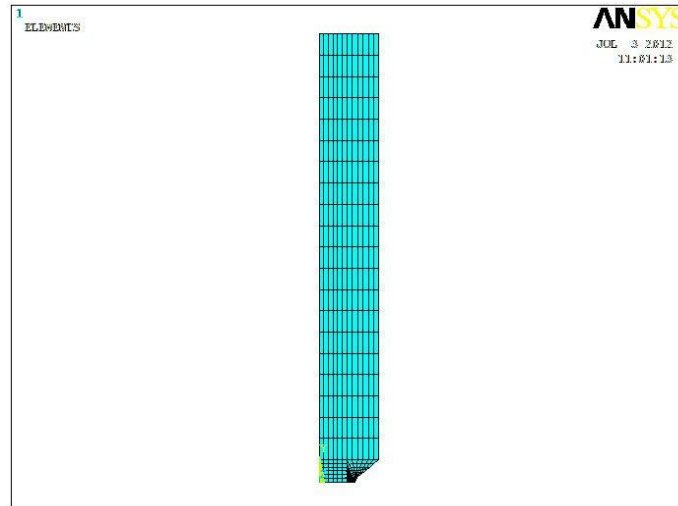
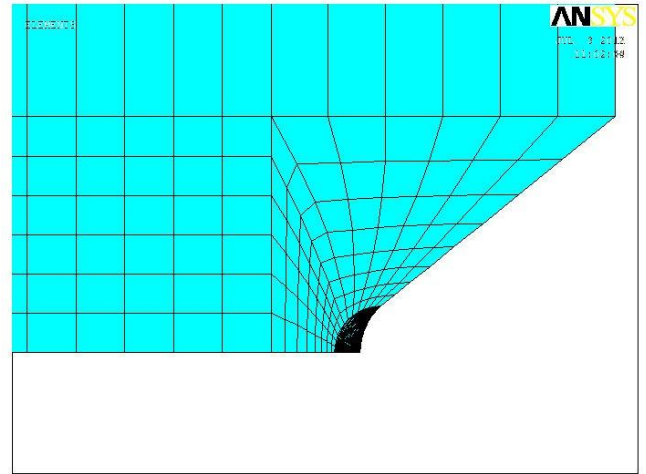
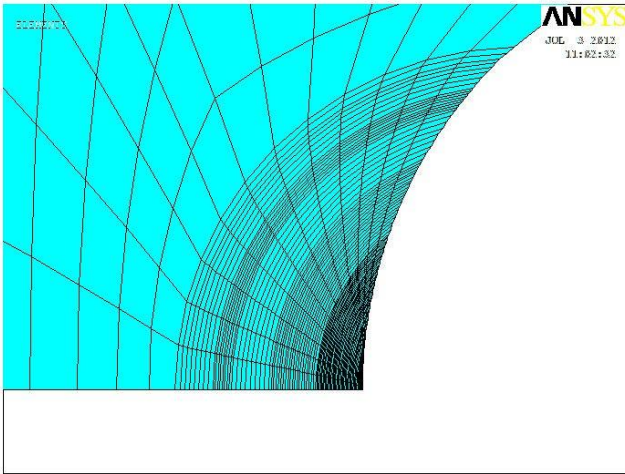
In entrambi i modelli sono stati tracciati diversi archi di cerchio con R_C variabile e centrati ad una distanza r_0 dall'apice dell'intaglio:



$$r_0 = \frac{q-1}{q} \rho$$

$$q = \frac{2\pi - 2\alpha}{\pi}$$

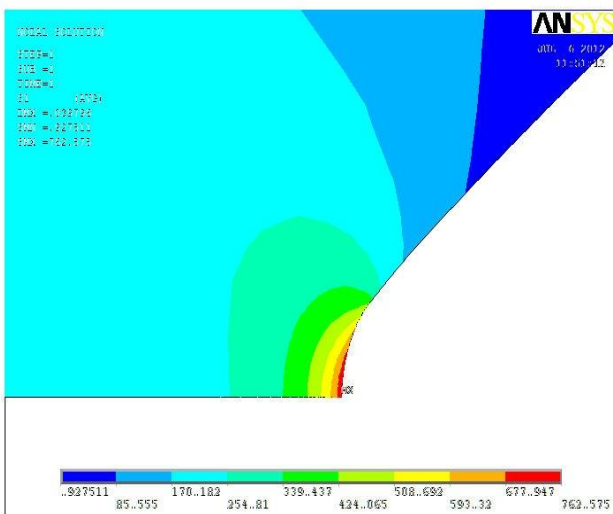
Mesh del modello



3.2 Risultati

Trazione pura

R _c [mm]	SENE [MJ]	VOLU [m ³]	W [MJ/m ³]
0.01	0.031950	0.025440	1.255937
0.02	0.089436	0.072818	1.228213
0.03	0.162605	0.135354	1.201331
0.04	0.247759	0.210810	1.175272
0.05	0.342674	0.297982	1.149982
0.06	0.445801	0.396111	1.125445
0.07	0.555972	0.504684	1.101624
0.08	0.672258	0.623330	1.078495
0.09	0.793899	0.751777	1.056030
0.1	0.920254	0.889818	1.034205
0.12	1.184980	1.194090	0.992371
0.14	1.462840	1.535270	0.952823
0.16	1.751000	1.912850	0.915388
0.18	2.047190	2.326540	0.879929
0.2	2.349530	2.776220	0.846305
0.24	2.966710	3.783650	0.784087
0.28	3.592870	4.936010	0.727890
0.3	3.907090	5.567080	0.701820
0.32	4.221170	6.235110	0.677000
0.36	4.846780	7.683300	0.630820
0.4	5.465880	9.286320	0.588595



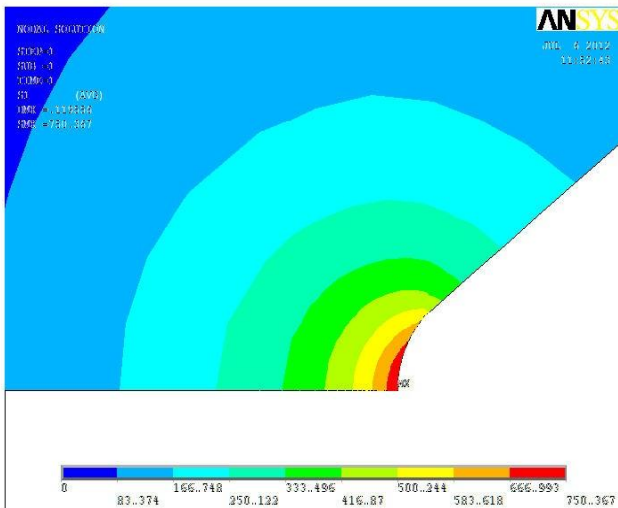
$$\sigma_{y,max} = 762.6 \text{ MPa}$$

$$K_{t,g} = 7.626$$

$$K_{t,n} = 2.745$$

Torsione pura

R_C [mm]	SENE [MJ]	VOLU [m³]	W [MJ/m³]
0.01	0.089373	0.025440	3.513174
0.02	0.252947	0.072818	3.473697
0.03	0.464899	0.135354	3.434690
0.04	0.715948	0.210810	3.396177
0.05	1.000660	0.297982	3.358122
0.06	1.315300	0.396111	3.320534
0.07	1.657080	0.504684	3.283401
0.08	2.023770	0.623330	3.246707
0.09	2.413560	0.751770	3.210503
0.1	2.824880	0.889818	3.174672
0.12	3.706880	1.194090	3.104356
0.14	4.660630	1.535270	3.035707
0.16	5.678620	1.912850	2.968670
0.18	6.754410	2.326540	2.903200
0.2	7.882390	2.776220	2.839253
0.24	10.275300	3.783650	2.715711
0.28	12.822300	4.936010	2.597705
0.3	14.144200	5.567080	2.540686
0.32	15.493900	6.235110	2.484944
0.36	18.264700	7.683300	2.377195
0.4	21.116400	9.286320	2.273926



$$\tau_{yz_max} = 750.4 \text{ MPa}$$

$$K_{t,g} = 7.504$$

$$K_{t,n} = 1.621$$

4 CONFRONTO TRA RISULTATI SPERIMENTALI E MODELLO FEM

In questa fase è stata ricavata la densità di energia di deformazione totale per i dati sperimentali (riportata a seguire), a partire da quella ottenuta dal modello FEM, attraverso una proporzione. Questa operazione è stata ripetuta per diversi valori di R_C e si è visto che il valore che garantisce la minore dispersione dei risultati delle prove a fatica, al variare del carico applicato, è pari a 0,05.

Trazione pura

Provino	$W_{Torsione}$ [MJ/m ³]	$W_{Trazione}$ [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	0	3.153638	3.153638
2	0	2.629025	2.629025
3	0	2.152104	2.152104
4	0	1.722876	1.722876
5	0	1.341339	1.341339
6	0	1.341339	1.341339
7	0	2.152104	2.152104
8	0	1.341339	1.341339
9	0	1.168456	1.168456
10	0	1.722876	1.722876
11	0	1.341339	1.341339
12	0	2.629025	2.629025

Torsione pura

Provino	$W_{Torsione}$ [MJ/m ³]	$W_{Trazione}$ [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	10.003046	0	10.003046
2	5.626714	0	5.626714
3	3.907440	0	3.907440
4	2.500762	0	2.500762
5	2.500762	0	2.500762
6	2.025617	0	2.025617
7	1.225373	0	1.225373
8	1.600487	0	1.600487
9	1.056572	0	1.056572
10	1.806800	0	1.806800
11	1.600487	0	1.600487
12	1.806800	0	1.806800
13	2.025617	0	2.025617
14	1.600487	0	1.600487
15	2.256937	0	2.256937
16	1.225373	0	1.225373

Multiassiale in fase ($\lambda=1$)

Provino	$W_{Torsione}$ [MJ/m ³]	$W_{Trazione}$ [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	0.625190	0.596151	1.221341
2	1.225373	1.168456	2.393829
3	0.900274	0.858457	1.758731
4	0.756480	0.721342	1.477823
5	1.225373	1.168456	2.393829
6	1.056572	1.007495	2.064067
7	1.056572	1.007495	2.064067
8	0.900274	0.858457	1.758731
9	0.756480	0.721342	1.477823
10	0.625190	0.596151	1.221341
11	1.225373	1.168456	2.393829
12	1.056572	1.007495	2.064067
13	0.756480	0.721342	1.477823
14	0.900274	0.858457	1.758731

Multiassiale fuori fase ($\lambda=1$)

Provino	$W_{Torsione}$ [MJ/m ³]	$W_{Trazione}$ [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	1.225373	1.168456	2.393829
2	0.900274	0.858457	1.758731
3	0.756480	0.721342	1.477823
4	0.625190	0.596151	1.221341
5	0.506404	0.482882	0.989286
6	0.756480	0.721342	1.477823
7	0.400122	0.381536	0.781658
8	0.506404	0.482882	0.989286
9	1.056572	1.007495	2.064067
10	0.900274	0.858457	1.758731
11	0.506404	0.482882	0.989286
12	1.056572	1.007495	2.064067
13	0.625190	0.596151	1.221341

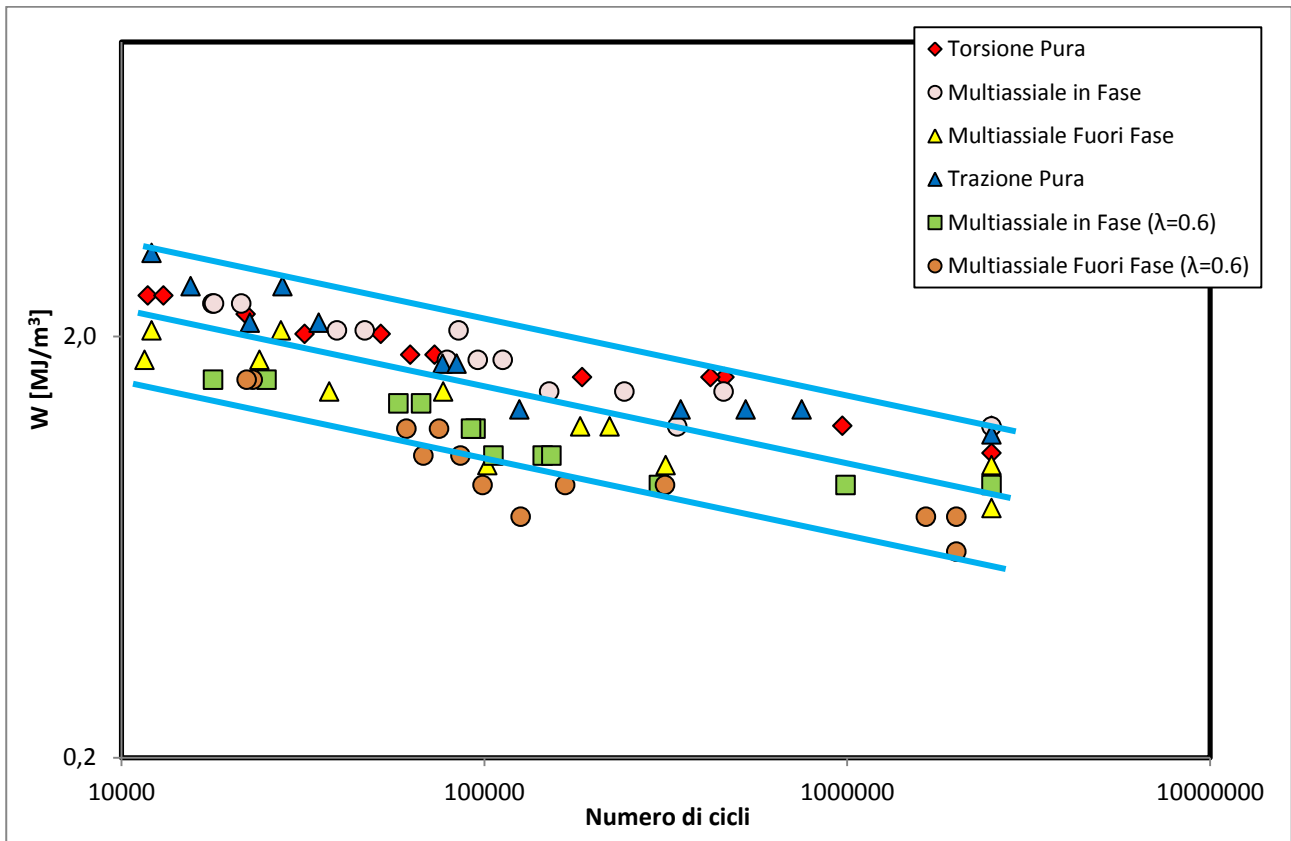
Multiassiale in fase ($\lambda=0.6$)

Provino	$W_{Torsione}$ [MJ/m ³]	$W_{Trazione}$ [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	0.039308	1.168456	1.207764
2	0.051341	1.526146	1.577487
3	0.028879	0.858457	0.887336
4	0.045124	1.341339	1.386463
5	0.033893	1.007495	1.041388
6	0.033893	1.007495	1.041388
7	0.051341	1.526146	1.577487
8	0.028879	0.858457	0.887336
9	0.033893	1.007495	1.041388
10	0.045124	1.341339	1.386463
11	0.039308	1.168456	1.207764
12	0.028879	0.858457	0.887336

Multiassiale fuori fase ($\lambda=0.6$)

Provino	$W_{Torsione}$ [MJ/m ³]	$W_{Trazione}$ [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	0.028879	0.858457	0.887336
2	0.020055	0.596151	0.616206
3	0.024267	0.721342	0.745609
4	0.024267	0.721342	0.745609
5	0.039308	1.168456	1.207764
6	0.051341	1.526146	1.577487
7	0.028879	0.858457	0.887336
8	0.033893	1.007495	1.041388
9	0.033893	1.007495	1.041388
10	0.028879	0.858457	0.887336
11	0.039308	1.168456	1.207764
12	0.024267	0.721342	0.745609
13	0.051341	1.526146	1.577487

Dal grafico seguente si nota che i risultati ricavati per il caso di fatica multiassiale con $\lambda = 0.6$ siano quelli che si discostano maggiormente dalla banda e in particolar modo quelli fuori fase.

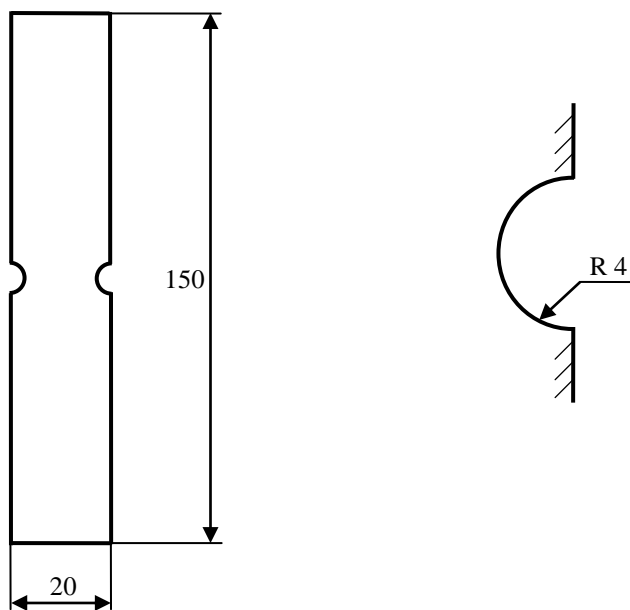


5 INTAGLI SEMICIRCOLARI

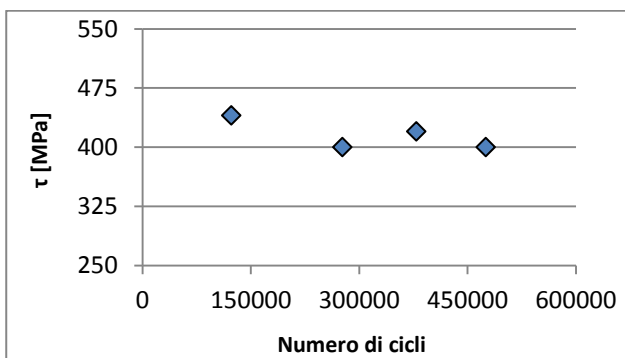
5.1 Prove sperimentali

Successivamente sono state condotte ulteriori prove di fatica multiassiale su provini cilindrici in 40CrMoV13.9 dotati di intagli semicircolari e circonferenziali con raggio di raccordo pari a 4 mm.

La geometria di questi provini è la seguente:



Imponendo un rapporto nominale di ciclo $R = -1$, sono stati condotti dei test di fatica con un carico di torsione pura, che hanno fornito i seguenti risultati:



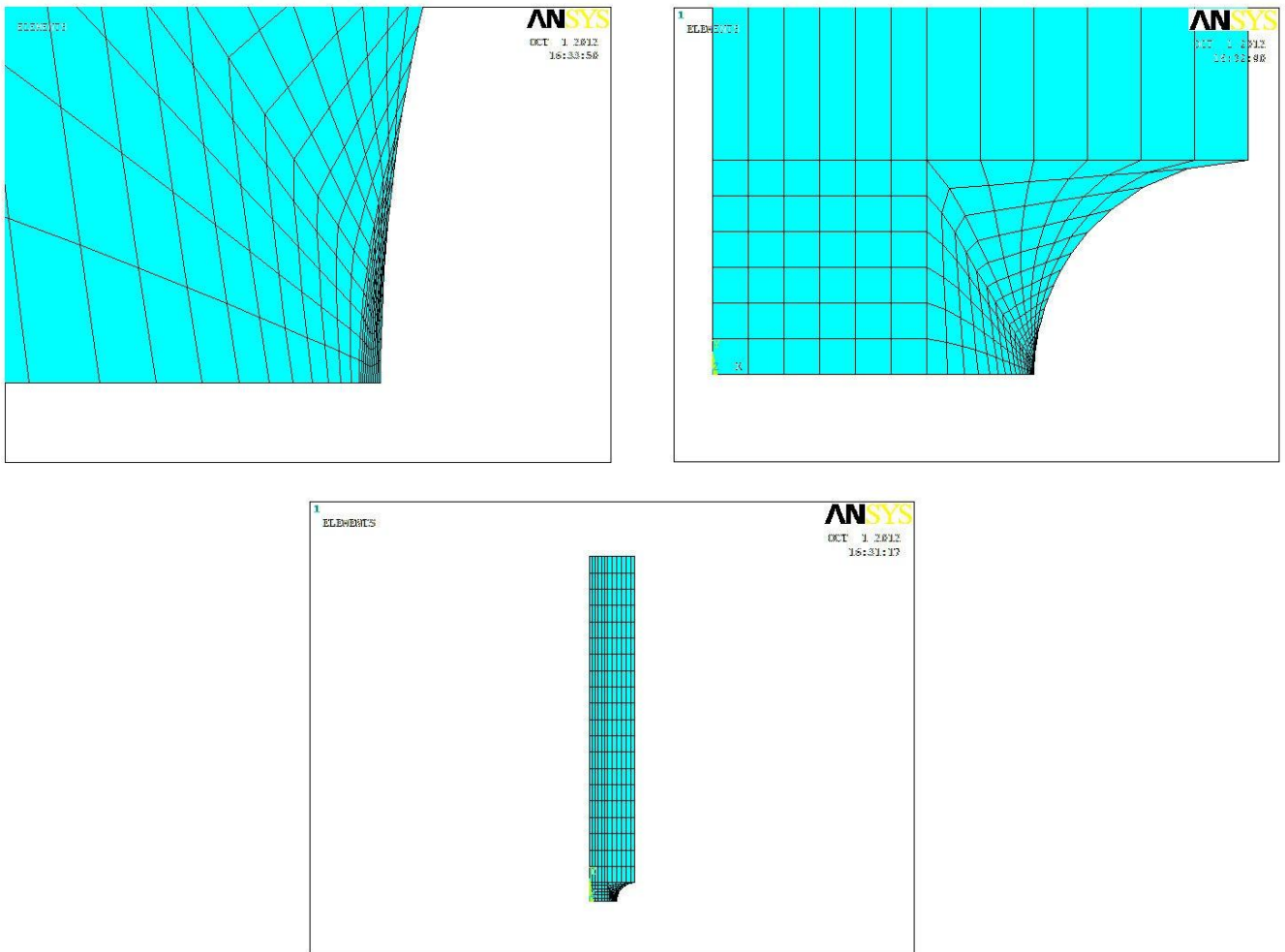
Provino	τ [MPa]	Numero di Cicli
1	440	122932
2	420	379026
3	400	475300
4	400	276900

Dai valori ricavati, si nota che questo tipo di provino è meno critico rispetto all'altro.

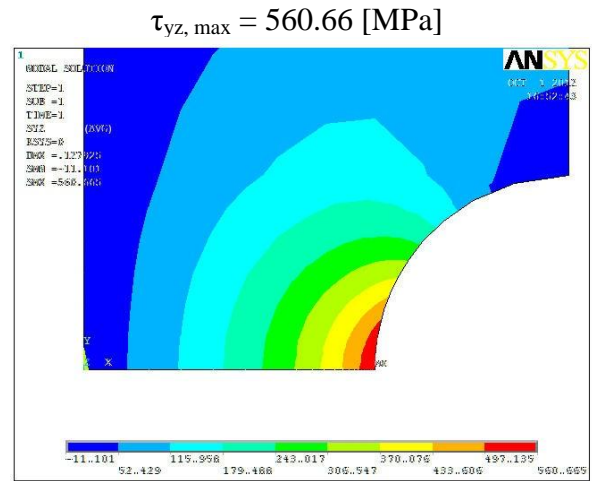
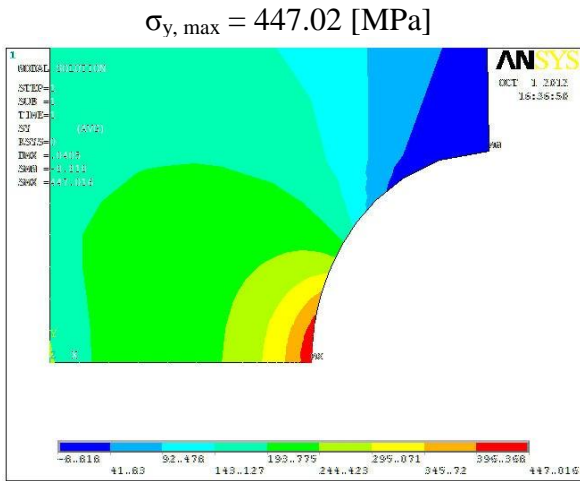
5.2 Realizzazione del modello

Anche in questo caso sono stati creati due modelli agli elementi finiti, uno dotato di un carico di trazione e l'altro di torsione. Entrambi sono stati modellati come la tipologia di provini precedente, imponendo gli stessi valori dei carichi e gli stessi vincoli. Tuttavia in questo caso è stato preso come riferimento direttamente il valore di R_C pari a 0.05.

Mesh del modello



	SENE [MJ]	VOLU [m ³]	W [MJ/m ³]
Torsione	1.547000	0.802877	1.926821
Trazione	0.345190	0.802877	0.429941



Infine è stata ricavata la densità di energia di deformazione totale per i dati sperimentali nel caso della torsione (riportata a seguire), a partire da quella ottenuta dal modello FEM.

Provino	W_{Torsione} [MJ/m ³]	W_{Trazione} [MJ/m ³]	W_{Totale} [MJ/m ³]
1	1.740420	0	1.740420
2	1.585796	0	1.585796
3	1.438364	0	1.438364
4	1.438364	0	1.438364

Dal grafico seguente si nota che l'utilizzo di $R_C=0.05$ è corretto anche in questo caso, in quanto i risultati ricadono all'interno della banda di dispersione dei dati.

