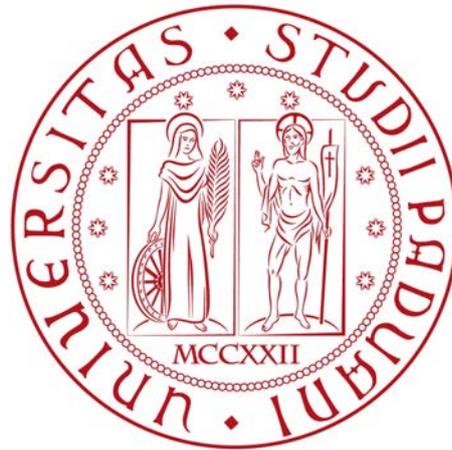


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

**Ottimizzazione multi-obiettivo e multi-punto
di profili aerodinamici supersonici in schiera
decelerante**

Laureando:
Marco CASONI

Relatore:
Prof. Ernesto BENINI
Correlatore:
Ing. Andrea DAL MONTE

ANNO ACCADEMICO 2018/19

Sommario

Scopo della presente tesi è l'ottimizzazione di una schiera decelerante con velocità relativa in ingresso supersonica. Dopo una breve introduzione dei concetti fondamentali di fluidodinamica dei flussi veloci e una descrizione delle principali caratteristiche delle schiere transoniche, verrà condotta una validazione numerica del modello di CFD utilizzato, seguita da uno studio sulla variazione delle condizioni operative. In seguito si presenterà la procedura automatizzata di ottimizzazione della schiera in diverse condizioni di funzionamento basata su algoritmo genetico multiobiettivo e calcolo della fitness tramite simulazioni CFD; un metamodella su rete neurale artificiale verrà usato per ampliare il set di risultati ottenuti. Si condurrà un'analisi delle geometrie ottimizzate e dei relativi campi di moto, confrontandoli con il caso baseline. Infine saranno fatti accenni alla possibilità e opportunità di attuare un morphing del profili

Indice

1	Introduzione	5
2	Aerodinamica dei flussi veloci	7
2.1	Equazioni RANS	7
2.2	Onde d'urto	9
2.2.1	Onde d'urto normali	10
2.2.2	Onde oblique di compressione	10
2.2.3	Onde oblique di espansione	13
2.2.4	Interazioni e riflessioni tra onde d'urto	14
2.2.5	Interazioni tra onde d'urto e strato limite	16
2.3	Nozioni di base sulle schiere	17
2.4	Parametri prestazionali delle schiere	19
3	Aerodinamica delle schiere transoniche	21
3.1	Introduzione	21
3.2	Tipologie di schiere transoniche	22
3.2.1	Profili S-shape	25
3.3	Unique incidence	27
3.4	Spill point	31
4	Validazione del modello di calcolo	35
4.1	Validazione numerica	35
4.2	Variazione delle condizioni operative	44
4.2.1	Variazione del Mach in ingresso	44
4.2.2	Variazione della backpressure	45
4.2.3	Effetto della lunghezza della mesh	48
5	Ottimizzazione del profilo	53
5.1	Parametrizzazione del profilo	54
5.2	Procedura di ottimizzazione	56
5.3	Algoritmo genetico	56
5.4	Calcolo delle funzioni obiettivo	60
5.4.1	Script per la Unique incidence	61
5.4.2	Script per il massimo rapporto di compressione	63
5.4.3	Calcolo più preciso della massima backpressure	64
5.5	Rete neurale artificiale	65

6	Risultati e post-processing	69
6.1	Ottimizzazione con Mach in ingresso 1,3	69
6.1.1	Considerazioni generali	75
6.1.2	Analisi del profilo a ridotto coefficiente di perdita	76
6.1.3	Analisi del profilo ad elevato rapporto di compressione	80
6.2	Ottimizzazione con Mach in ingresso 1,45	85
6.2.1	Considerazioni generali	90
6.2.2	Analisi del profilo a basso coefficiente di perdita	91
6.2.3	Analisi del profilo ad alto rapporto di compressione	95
6.3	Ottimizzazione con Mach in ingresso 1,58	98
6.3.1	Considerazioni generali	104
6.3.2	Analisi del profilo ottimizzato	105
6.4	Conclusioni	106
7	Morphing del profilo	109
7.1	Cenni alle tecniche di morphing	109
7.2	Legge di morphing	110

Capitolo 1

Introduzione

Alla fine della seconda guerra mondiale, l'introduzione dei motori a getto per la propulsione aeronautica ha consentito di incrementare notevolmente le prestazioni di velivoli civili e militari, in special modo in termini di velocità. Questo ha spinto i progettisti ad interrogarsi sulla possibilità e l'opportunità di superare la cosiddetta "barriera del suono", limite che a metà degli anni 1940 pareva insuperabile a causa del repentino aumento del drag e della nascita di fenomeni legati alla compressibilità che rendono inefficaci le superfici di controllo tradizionali. Studi condotti nell'ambito del supersonico hanno smentito tali dubbi, e dopo 12 anni dal primo volo umano oltre il muro del suono nel 1947, si era già raggiunto Mach 2. In breve gli stessi particolari profili miranti a ridurre gli effetti dannosi degli urti a velocità supersoniche sono stati adattati per operare nei compressori per impiego aeronautico e successivamente, industriale. L'indubbio vantaggio del funzionamento a velocità supersonica per una schiera di compressore sta nel notevole incremento del lavoro specifico e del salto di pressione sviluppabile, assieme ad una più elevata portata per sezione frontale della macchina. Questi fattori sono di primaria importanza per i *core compressor* di motori turbojet o turbofan, specialmente per velivoli militari, perchè permettono di conseguire il rapporto di compressione e la potenza desiderata con meno stadi, contenendo peso e ingombro dell'impianto. Allo stato tecnologico attuale, è normale trovare stadi di testa di core compressor con velocità periferica relativa superiore a Mach 1,2. I fan di turbofan civili ad elevato rapporto di by-pass beneficiano in modo ancora maggiore di profili supersonici: il rendimento propulsivo e complessivo di queste macchine aumenta con il rapporto di by-pass, e questo rende conveniente l'adozione di fan monostadio (per ridurre il rumore) sempre più larghi in grado di conseguire rapporti di compressione fino a 1,7. Questi aspetti, uniti alla elevata velocità di rotazione portano a Mach relativi periferici fino a 1,5. La progettazione di compressori e fan con velocità in ingresso supersonica è critica, poichè la sensibilità a condizioni di off-design si fa molto forte, il choking diventa più facile e il margine al surge o allo stallo rotante spesso si riduce. In tempi recenti, la diffusione di metodi avanzati per l'ottimizzazione in ogni ambito dell'ingegneria, unita alla sempre maggior potenza di calcolo disponibile ad ogni livello di utenza, ha portato all'adozione di procedure numeriche per la modellazione della geometria di superfici aerodinamiche critiche come quelle in questione, tanto che la maggior parte dei profili transonici è progettata ad hoc. Questa tesi si prefigge lo scopo di implementare una procedura automatica di ottimizzazione per ricercare il massimo incremento di prestazioni di una data schiera transonica a diversi regimi operativi. I risultati ottenuti forniranno la base per uno studio preliminare vertente su una tecnica

ingegneristica ancora più innovativa: il *morphing*, consistente nel modificare attivamente la forma delle superfici aerodinamiche senza fare uso di elementi estensibili quali flap o slat. Tecnologie di questo tipo sono già impiegate per profili alari di aerei di linea e UAV, e potenzialmente potrebbero essere usate per macchine tanto sensibili alle variazioni di condizioni operative quanto i compressori transonici.

Capitolo 2

Aerodinamica dei flussi veloci

Lo studio condotto verte su una schiera di profili aerodinamici decelerante con velocità di ingresso supersonica. L'operazione a regimi supersonici fornisce indubbi vantaggi come si è detto, ma dà luogo a particolari fenomeni legati all'impossibilità di propagare le informazioni a monte di un ostacolo tramite onde di pressione. Nacono così le onde d'urto: discontinuità nel campo di moto necessarie all'adattamento che generano salti di pressione, ma sono associate a perdite elevate e a complesse interazioni con lo strato limite che rendono particolarmente critica la progettazione di superfici aerodinamiche supersoniche, come vedremo nei capitoli successivi. In questo capitolo verrà fornita una visione d'insieme delle principali peculiarità legate ai flussi supersonici, oltre che dei modelli e tecniche di risoluzione delle equazioni della fluidodinamica.

I flussi veloci sono caratterizzati dall'avere una velocità comparabile con quella del suono, ovvero la velocità con cui si propaga l'informazione nel mezzo fluido. Un primo concetto importante legato ai flussi veloci è la compressibilità, ovvero la variazione della densità volumica del fluido, fenomeno che insorge indicativamente a numeri di Mach del flusso $M > 0,3$. e che rende più complessa la trattazione matematica del campo di moto. In un flusso veloce, inoltre, diventa rilevante la termodinamica, poichè a velocità elevate l'energia cinetica del flusso diventa paragonabile alla sua energia interna. Questo elevato ammontare di energia cinetica diminuendo con la velocità, si trasforma in energia interna e alza la temperatura del gas: da qui l'importanza dello studio di variazioni di temperatura e scambi di calore.

2.1 Equazioni RANS

Il comportamento di un fluido newtoniano è modellato dalle equazioni di *Navier Stokes*, la cui soluzione fornisce la descrizione del campo di moto di un fluido sottoposto ad una serie di condizioni al contorno. Ad oggi non esiste una forma integrale esatta di tali equazioni, perciò i software di *computational fluid dynamics* (CFD) adottano procedure numeriche per risolverle in casi pratici. Una conseguenza della forte non linearità delle equazioni di Navier Stokes è l'insorgenza della turbolenza: rapide fluttuazioni del campo locale di pressione, temperatura e velocità che non rispettano la geometria nè la tempoinvarianza delle condizioni al contorno. Una zona del campo di moto diventa turbolenta quando le forze di inerzia prevalgono su quelle viscosi, e il moto locale diventa caotico, con la formazione di strutture vorticosi chiamate *eddies* di dimensioni caratteristiche dello

stesso ordine di grandezza del dominio complessivo in cui si sviappa il moto, le quali si dissociano in eddies più piccoli fino alla *scala di Kolmogorov*, quando le forze viscosse tornano paragonabili a quelle d'inerzia e l'energia cinetica dei vortici viene dissipata in calore. Una simulazione diretta di un campo di moto turbolento (DNS) richiederebbe di affinare la griglia di calcolo fino a dimensioni dell'ordine della scala di Kolmogorov $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$ e di risolvere la spaziatura temporale all'ordine del tempo caratteristico $\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$. La simulazione richiederebbe un costo computazionale in termine di $N_{nodi} * N_{\Delta t}$ dell'ordine di $Re^{\frac{11}{4}}$: per flussi con numeri di Reynolds di 10^6 su oggetti di dimensioni dell'ordine di $10^{-1}m$, con le attuali potenze di calcolo servirebbero tempi infattibili di centinaia di anni. Per questo motivo, in ambito industriale non si usano simulazioni DNS bensì le *Reynolds averaged Navier Stokes* o RANS. Il principio su cui si fondano le equazioni RANS è quello della *Reynolds average*, consistente nell'effettuare una serie di esperimenti virtuali in cui le condizioni al contorno non vengono cambiate e le grandezze fisiche caratterizzanti il campo di moto vengono misurate punto per punto; dopodichè si calcola una media delle grandezze rispetto al numero degli esperimenti, distinguendo quindi un campo di moto medio secondo la *Reynolds average* (che rispetta le simmetrie e la tempoinvarianza delle condizioni al contorno) dalle fluttuazioni turbolente. In questo modo ogni grandezza di campo può essere decomposta nel suo valore medio secondo Reynolds più la componente di fluttuazione propria del moto turbolento: $u = \langle u \rangle + u'$ e le equazioni di bilancio di massa, quantità di moto e energia assumono la forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0; \vec{\nabla} \cdot \vec{u}' = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + 2\nu \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{E}} - \vec{\nabla} \langle \vec{u}' \vec{u}' \rangle \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} K = \vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{P}{\rho} \vec{U} + 2\nu \bar{\bar{E}} \cdot \vec{U} - \vec{U} \langle \vec{u}' \vec{u}' \rangle \right) - 2\nu \bar{\bar{E}} : \bar{\bar{E}} + \langle \vec{u}' \vec{u}' \rangle : \vec{\nabla} \vec{U} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \vec{U} \cdot \vec{\nabla} k = \vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{\langle p' \vec{u}' \rangle}{\rho} \vec{U} + 2\nu \bar{\bar{e}} \cdot \vec{u}' - \left\langle \frac{\vec{u}' \cdot \vec{u}'}{2} \vec{u}' \right\rangle \right) - 2\nu \bar{\bar{e}}' : \bar{\bar{e}}' - \langle \vec{u}' \vec{u}' \rangle : \vec{\nabla} \vec{U} \quad (2.4)$$

Le lettere maiuscole denotano le quantità medie, le minuscole quelle turbolente. La prima equazione esprime la conservazione della massa per il campo medio e per quello turbolento. La seconda equazione è la conservazione della quantità di moto, con $\bar{\bar{E}}$ la parte simmetrica del gradiente della velocità media U . Il tensore degli stress di Reynolds $\langle \vec{u}' \vec{u}' \rangle$ è costituito dalle componenti della velocità turbolenta. La terza equazione è il bilancio dell'energia per l'energia cinetica media $K = \frac{U_i U_i}{2}$, la quarta è il bilancio dell'energia per l'energia cinetica turbolenta $k = \frac{\langle u'_i u'_i \rangle}{2}$. I termini più importanti delle RANS sono legati al trasferimento dell'energia tra il campo di moto medio e turbolento e alla dissipazione dell'energia cinetica tramite forze viscosse. $D = 2\nu \bar{\bar{E}} : \bar{\bar{E}}$ è la *dissipazione di energia* associata al campo medio ed è una quantità sempre minore di zero: indica la dissipazione di energia cinetica in calore nel flusso medio attraverso gli stress viscosi. Il termine $P = \langle \vec{u}' \vec{u}' \rangle : \vec{\nabla} \vec{U}$ è la *produzione di energia cinetica turbolenta* ed è una quantità statisticamente negativa. Compare nell'equazione con K con un segno negativo, in quella con k con un segno positivo, indicando che in determinate condizioni il termine di dissipazione si attiva trasferendo l'energia dal campo medio a quello turbolento, generando quindi la turbolenza. L'energia dal flusso medio è convertita in energia turbolenta ed in questo

regime il termine negativo $\epsilon = 2\nu\bar{\epsilon}'$: $\bar{\epsilon}'$ la dissipa, creando strutture vorticosi ad un livello multi-scala, finchè non viene raggiunta una lunghezza di scala sufficiente affinché le forze viscosi riescano ad eliminare l'energia introdotta. Questa particolare fenomenologia non è simulata nelle equazioni RANS, bensì è modellata secondo varie formulazioni comprendenti diversi numeri di equazioni di chiusura e livelli di complessità. I più diffusi sono i modelli $k - \epsilon$ e $k - \omega$, basati sulla cosiddetta approssimazione di Boussinesq: la turbolenza è assunta isotropa e il tensore degli stress di Reynolds è legato al gradiente delle velocità medie attraverso l'energia cinetica turbolenta k e un termine chiamato *eddy viscosity* ν_t secondo la relazione:

$$\langle u'_i u'_i \rangle = \frac{2}{3} k \bar{I} - 2\nu_t \bar{E} \quad (2.5)$$

I modelli $k - \epsilon$ e $k - \omega$ legano la *eddy viscosity* rispettivamente al rateo di dissipazione ϵ e alla frequenza della turbolenza ω . Il solutore impiega *wall functions* standard per esprimere l'andamento della velocità media U ad una distanza adimensionale $y^* > 11,225$ rispetto alla parete secondo una legge logaritmica, mentre al di sotto viene usata una legge lineare per campo di moto laminare. La risoluzione della griglia deve essere tale da fornire un adeguato numero di celle al di sotto di $y^* = 11,225$, in particolare è bene che $l'y^+$ (approssimativamente uguale a y^* in strati limite turbolenti all'equilibrio) della prima cella sia inferiore a 1.

Il software di CFD utilizzato in questa tesi è ANSYS FLUENT, un collaudato programma che utilizza la tecnica dei volumi finiti per risolvere le RANS, mettendo a disposizione numerosi modelli di turbolenza e schemi di risoluzione a diversi livelli di complessità. Il campo di moto viene descritto secondo le semplificazioni introdotte, con le fluttuazioni turbolente schematizzate in locali addensamenti di energia cinetica turbolenta, che insieme al rateo di dissipazione o alla frequenza della turbolenza costituiscono nuove grandezze di campo "separate" dal campo di moto medio. In questo modo è possibile effettuare anche simulazioni 2D e stazionarie, i cui risultati mantengono un'elevatissima aderenza ai dati sperimentali con modelli adeguatamente validati e con tempi di calcolo decisamente accessibili anche per un PC.

2.2 Onde d'urto

Un'onda d'urto costituisce una brusca variazione delle proprietà del campo di moto di un fluido localizzata fisicamente in uno spazio minore del cammino libero medio delle molecole. Tale spazio è tanto ridotto da rendere legittima la modellazione delle onde d'urto come discontinuità matematiche nel campo di moto. Le onde d'urto si originano solo nei flussi supersonici come conseguenza del mancato adattamento del flusso a condizioni al contorno a valle o ad un ostacolo: dal momento che l'informazione si propaga con onde di pressione aventi la velocità del suono, in un flusso supersonico tale informazione si muove solo verso valle, non consentendo una variazione graduale del campo di moto a monte della perturbazione.

Le onde d'urto propriamente dette sono di compressione e si suddividono in *normali* e *oblique*. Per le onde di espansione oblique si parla più correttamente di *ventagli di espansione*.

2.2.1 Onde d'urto normali

Sia un flusso adiabatico, non-viscoso, stazionario di un gas ideale caloricamente perfetto e in moto piano (di modo che il campo di moto sia bidimensionale e si ripeta identico in tutti i piani paralleli): si consideri un volume di controllo a cavallo della discontinuità costituente l'onda d'urto come in figura:

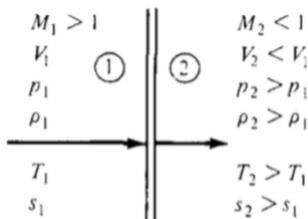


Figura 2.1: Onda d'urto normale

Utilizzando le relazioni di conservazione della portata, della quantità di moto (proiettata in direzione normale all'onda) e dell'energia ed introducendo il modello di gas ideale caloricamente perfetto si giunge ad una formulazione chiusa del problema, la cui soluzione dà luogo alle cosiddette *equazioni di salto delle onde normali*, le quali calcolano il rapporto tra una grandezza in ingresso e la corrispondente in uscita come funzione dei soli Mach in ingresso e del rapporto tra i calori specifici γ .

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{M_1} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (2.6a)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) M_1^2}{2 + (\gamma - 1) M_1^2} \quad (2.6b)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_1^2 - 1) \quad (2.6c)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_1^2 - 1) \right] \frac{2 + (\gamma - 1) M_1^2}{(\gamma + 1) M_1^2} \quad (2.6d)$$

Dalle suddette relazioni si ricavano alcune considerazioni importanti: Un'onda d'urto normale può avvenire solo in condizioni di velocità in ingresso supersonica, poichè il fenomeno è adiabatico ma non isoentropico, e dalla relazione sulla variazione di entropia per un gas ideale:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} > 0 \quad (2.7)$$

Si può notare che la diseuguaglianza è soddisfatta solo per $M_1 > 1$. Un'altro fatto importante è che un'onda d'urto normale porta sempre il flusso da velocità supersoniche a subsoniche, comportando al contempo una compressione e un aumento di temperatura di intensità proporzionale al Mach in ingresso all'onda.

2.2.2 Onde oblique di compressione

Un'onda obliqua di compressione è definita come una discontinuità nel campo di moto che decelera e aumenta la pressione del flusso, ma la cui direzione è generalmente non per-

pendicolare alla velocità del flusso incidente. Per comprenderne meglio le caratteristiche facciamo riferimento alla figura 2.2

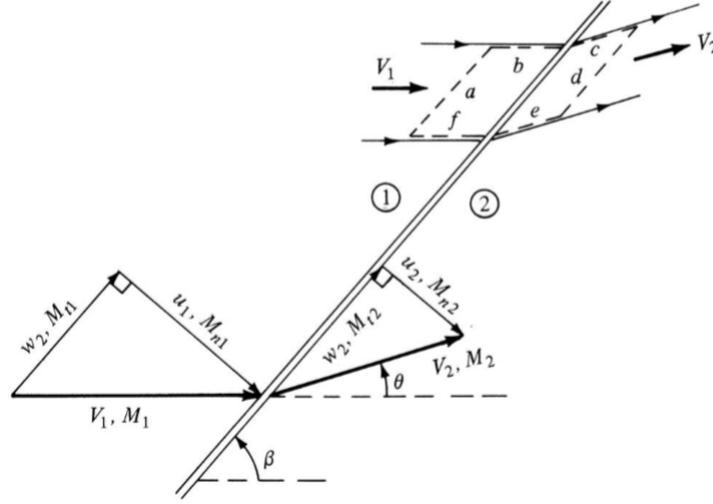


Figura 2.2: Onda d'urto obliqua

L'onda obliqua ha origine nella discontinuità geometrica di primo tipo (della derivata prima) della parete, che varia la sua inclinazione rispetto alla direzione di riferimento dell'angolo θ : attraversata l'onda il flusso indisturbato è costretto a deviare di tale angolo per rispettare la condizione al contorno di parete. Il problema delle onde oblique consiste nel calcolare le condizioni a valle e l'angolo β tra l'onda e la direzione del flusso indisturbato note le condizioni a monte. Tale problema si risolve con una procedura analoga a quella per le onde normali, sotto le ipotesi di flusso adiabatico, non-viscoso, stazionario di un gas ideale caloricamente perfetto e in moto piano. Costruendo un volume di controllo come in figura 2.2 con le facce a e d parallele all'onda d'urto e le b e c parallele al flusso indisturbato nella zona a monte e al flusso in uscita in quella a valle e calcolando sulla sua superficie il bilancio di portata, quantità di moto (lungo la direzione dell'onda e perpendicolarmente ad essa) ed energia, usando il modello di gas ideale caloricamente perfetto si giunge ad una formulazione chiusa del problema:

$$\frac{M_{2n}}{M_{1n}} = \frac{1}{M_{1n}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1n}^2}{\gamma M_{1n}^2 - \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (2.8a)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) M_{1n}^2}{2 + (\gamma - 1) M_{1n}^2} \quad (2.8b)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_{1n}^2 - 1) \quad (2.8c)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_{1n}^2 - 1) \right] \frac{2 + (\gamma - 1) M_{1n}^2}{(\gamma + 1) M_{1n}^2} \quad (2.8d)$$

Tale problema è formalmente analogo a quello visto per onde normali, con l'aggiunta di una relazione di conservazione della velocità tangenziale; perciò le equazioni 2.6 possono essere utilizzate sostituendo al numero di Mach in ingresso il Mach normale all'onda

$M_n = M \sin \beta$. Le onde d'urto normali possono a ragion veduta essere considerate un caso particolare di onde oblique in cui $\beta = \frac{\pi}{2}$.

Il grafico sottostante chiamato $\theta - \beta - Mach$ serve a ricavare l'angolo di inclinazione dell'onda d'urto obliqua β (in ordinata) originantesi da una discontinuità geometrica del primo tipo di inclinazione θ (in ascissa) con un fissato Mach della corrente indisturbata.

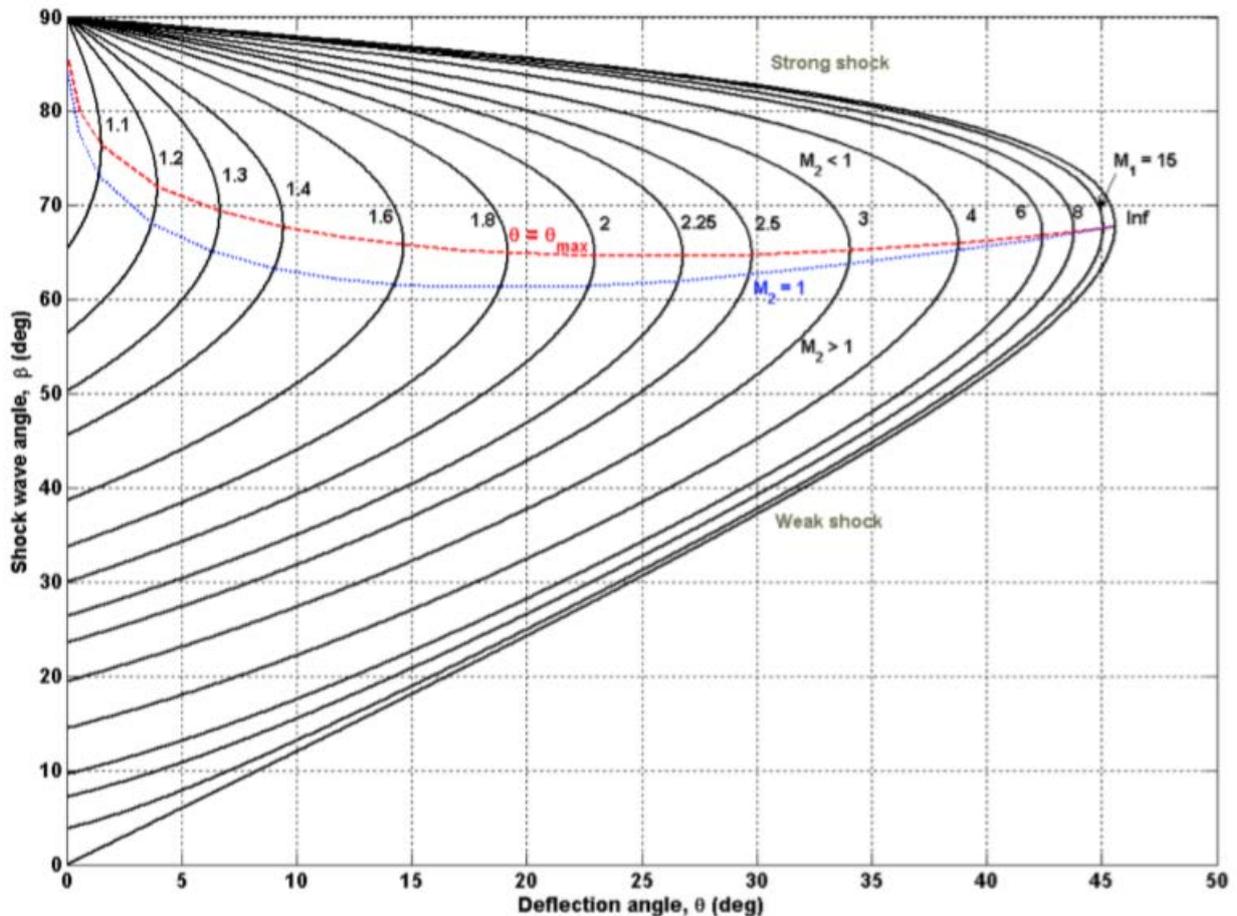


Figura 2.3: Grafico $\theta - \beta - M$

Dal grafico si possono trarre alcune considerazioni importanti:

1. Come per le onde normali, esistono soluzioni solo per $M_1 > 1$: le onde d'urto oblique nascono solo in flussi supersonici
2. Fissato il Mach in ingresso esiste un angolo massimo della rampa per cui vi sono soluzioni. Oltre tale angolo l'urto non sarà più obliquo ma curvo e distaccato come in figura 2.4.

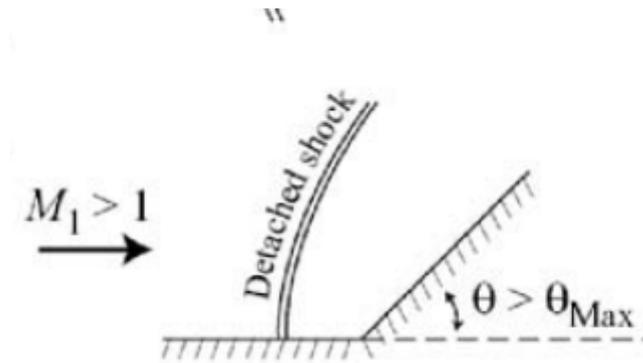


Figura 2.4: Onda d'urto staccata con angolo geometrico superiore al critico per il dato Mach

La linea rossa nel grafico, detta *curva degli angoli geometrici critici* rappresenta il luogo dei punti di θ_{max} che danno luogo a onde oblique, in funzione dei Mach in ingresso.

3. Fissato il Mach in ingresso M_1 e l'angolo θ esistono in generale 2 soluzioni distinte corrispondenti ad un urto debole con β_d e un urto forte con β_f ; si vede che vale sempre $\beta_f > \beta_d$. Studi di termodinamica statistica dimostrano che l'urto forte è estremamente improbabile, perciò di fatto l'unica soluzione ammissibile è per β_d . L'angolo θ_{max} per cui si sviluppano onde oblique aumenta all'aumentare di M_1
4. Il Mach normale in uscita $M_2 \sin \beta$ è sempre subsonico per le considerazioni precedenti, tuttavia M_2 è supersonico in una maggioranza di casi: la linea blu indica il luogo dei punti per cui $M_2 = 1$, al di sotto di essa $M_2 > 1$, al di sopra $M_2 < 1$. Si può notare che la zona in cui l'urto è obliquo con Mach in uscita subsonico (tra la curva rossa e la blu) è ristretta.

In virtù della minor deviazione e decelerazione del flusso, l'urto obliquo comporta una minor produzione di entropia e dissipazione di energia rispetto all'urto normale ed è da preferire come condizione di design nel funzionamento di profili supersonici. L'impossibilità nella realtà di generare vere discontinuità geometriche del primo tipo, dà luogo a urti che sono localmente curvi e distaccati di fronte ai leading edges dei profili, ma tanto più i raggi di raccordo sono piccoli, tanto meglio il fenomeno che va a generarsi è riconducibile ad un urto obliquo. In casi reali non è possibile generare discontinuità geometriche del primo tipo, e una parete potrà presentare tuttalpiù una forma concava, che può essere vista come una serie di discontinuità del primo tipo infinitesime. Queste danno origine a onde di Mach di intensità infinitesime o *left running characteristics* che coalescono ad una certa distanza in un urto obliquo. Se il raggio di curvatura della concavità è abbastanza grande, tali onde non convergono prima di ostacoli (come altri profili in una schiera), dando luogo ad una compressione quasi isoentropica sfruttata in modo vantaggioso in numerosi design che vedremo in seguito.

2.2.3 Onde oblique di espansione

Un'onda obliqua di espansione ha origine da discontinuità del primo tipo sulla parete che *lasciano maggiore spazio al flusso*. Tali onde sono oblique rispetto al vettore velocità

incidente ma, a differenza delle onde d'urto oblique, comportano un'espansione graduale e isoentropica del gas. Sotto le ipotesi di flusso adiabatico, non-viscoso, stazionario di un gas ideale caloricamente perfetto e in moto piano, la presenza di una discontinuità geometrica del primo ordine di inclinazione θ su di una parete interessata da flusso supersonico come in figura 2.5, comporta la nascita di un ventaglio di onde oblique che deviano il flusso mantendolo parallelo all'inclinazione locale della parete. Tale serie di onde è chiamata *ventaglio di espansione di Prandtl-Meyer* e risponde all'equazione:

$$\theta = \nu(M_2) - \nu(M_1) \quad (2.9)$$

Dove $\nu(M)$ è la funzione di Prandtl Meyer che vale:

$$\nu(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \arctan \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}(M^2-1)} - \arctan \sqrt{M^2-1} \quad (2.10)$$

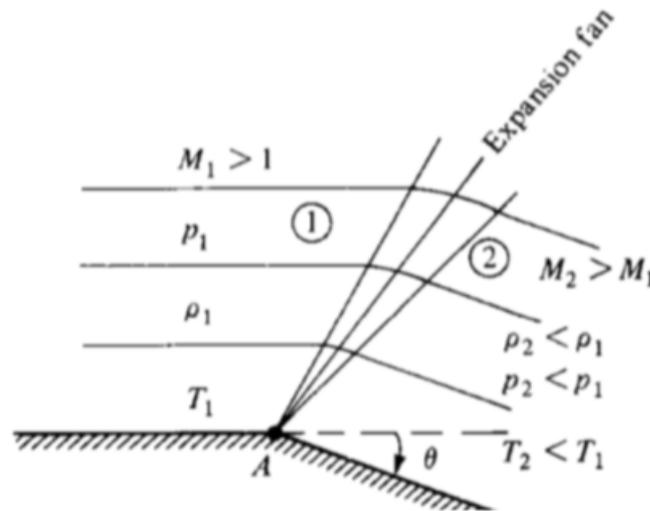


Figura 2.5: Onda obliqua di espansione

Come specificato sopra, un'importante distinzione tra i ventagli di espansione e le onde oblique di compressione e l'ipotesi di isoentropicità. Tuttavia, in moti supersonici di moderata velocità la produzione di entropia è molto ridotta anche con onde di compressione e la funzione di Prandtl-Meyer può essere usata con buona approssimazione per descrivere le proprietà del campo di moto interessato da urti obliqui, come si vedrà in seguito. La relazione di Prandtl-Meyer vale per onde di qualsiasi ampiezza, finita e infinitesima: in casi reali un ventaglio di espansione sarà generato da curvature *convesse* di parete, identificabili come una serie di discontinuità del primo tipo infinitesime.

2.2.4 Interazioni e riflessioni tra onde d'urto

Finora sono state analizzate interazioni di flussi supersonici con singole discontinuità geometriche, ma nei casi reali di nostro interesse le onde d'urto possono interagire tra di loro, con le pareti vicine e con gli strati limite e scie turbolente. Vediamo la situazione in cui un'onda d'urto obliqua si riflette su di una parete come in figura 2.6:

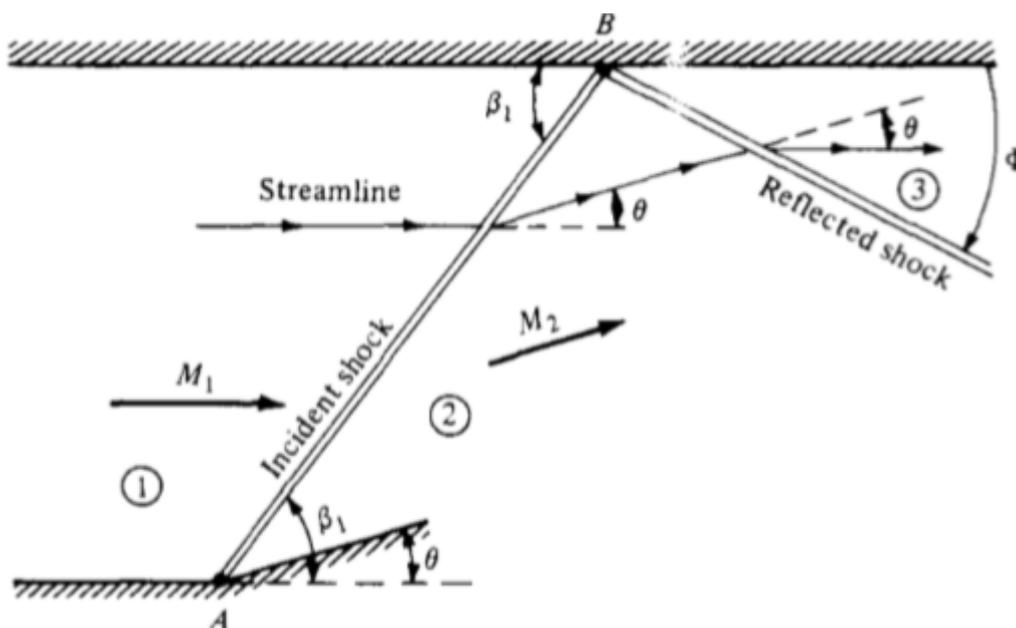


Figura 2.6: Riflessione di onda obliqua su parete

Il flusso può essere diviso in 3 zone: Nella zona 1 a monte dell'urto obliquo le condizioni sono quelle indisturbate, con inclinazione $\beta = 0$ e M_1 . Nella zona 2 a valle del primo urto e a monte del secondo, il flusso devia dell'angolo θ per rimanere parallelo alla parete e assume $M_2 < M_1$. Nella zona 3 a valle del secondo urto, il flusso devia nuovamente, sempre dell'angolo θ ma nella direzione opposta, per rispettare la condizione al contorno imposta dalla parete superiore, assumendo di nuovo un angolo $\beta = 0$. L'inclinazione della seconda onda è minore della prima, poichè anche se la deviazione del flusso è la stessa, $M_2 < M_1$. Le prove sperimentali e le simulazioni numeriche evidenziano come un pattern come questo sia poco comune: in suo luogo si possono riscontrare forme a λ come in figura 2.7 in cui l'urto incidente e il riflesso si fondono in prossimità della parete dando origine ad un urto curvo quasi normale.

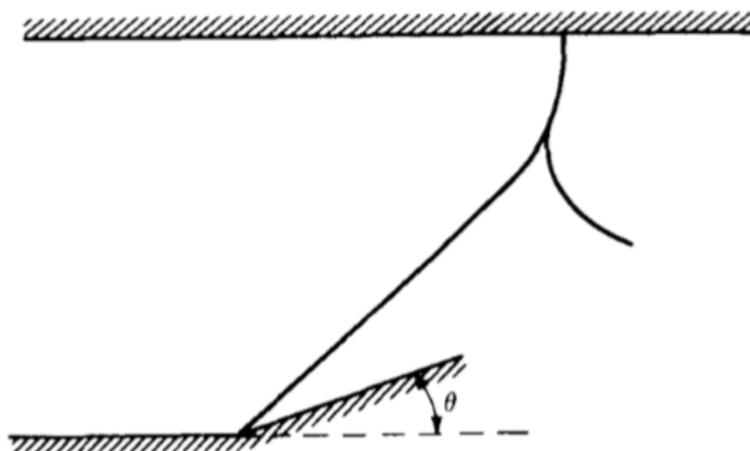


Figura 2.7: Riflessione a λ

Si può dimostrare che un treno di onde oblique riflesse presenta una minor produzione di entropia rispetto ad un'unica onda normale con lo stesso rapporto di compressione: tale caratteristica è sfruttata ampiamente in condotti e palettature di turbomacchine tra cui anche quella di nostro interesse. Per quanto possibile le onde normali vanno evitate e l'inclinazione degli urti obliqui aumentata per ridurre decelerazioni brusche del flusso e la produzione di entropia associata: quest'ultimo aspetto si rivelerà decisivo nell'ottimizzazione.

2.2.5 Interazioni tra onde d'urto e strato limite

I modelli finora presentati sono sviluppati nell'ipotesi di flusso inviscido e costituiscono un'utile prima approssimazione del comportamento delle onde d'urto, ma per descrivere più fedelmente i fenomeni reali non si può prescindere dal considerare gli effetti della viscosità e dell'interazione tra strato limite e urti, effetti che verranno descritti solo in maniera qualitativa.

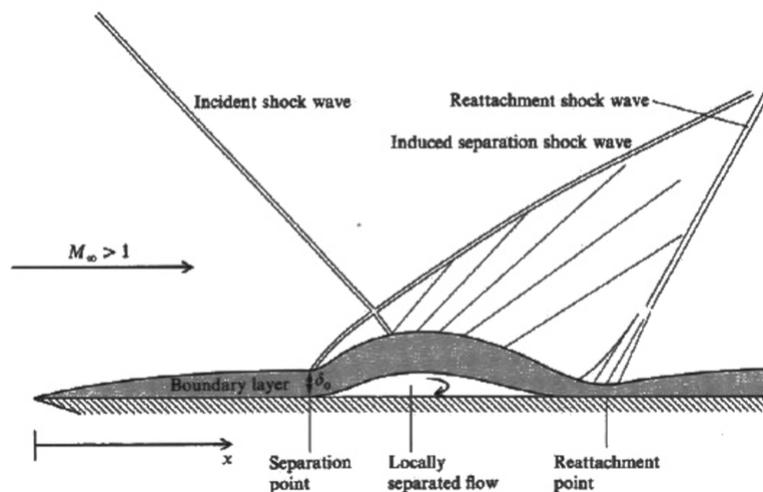


Figura 2.8: Schema di interazione tra onda d'urto obliqua e strato limite

Dalla figura si può notare che l'incidenza dell'onda obliqua provoca un'ispessimento dello strato limite a causa del gradiente positivo di pressione che gli viene imposto, esso tende quindi a distaccarsi generando una bolla di ricircolo. Quest'ultima agisce come una condizione al contorno di parete per il flusso indisturbato, generando un ventaglio di espansione di Prandtl-Meyer che incidendo sull'urto riflesso lo rende curvo. L'espansione genera condizioni di gradiente di pressione favorevole allo strato limite, che generalmente (ma non sempre) si riattacca a valle della riflessione ma mantenendo uno spessore maggiore. L'aumento dell'intensità degli urti oltre a generare maggiore entropia di per sé, causa mediamente interazioni più forti con lo strato limite foriere di maggiori perdite viscose.

È importante sottolineare che la presenza dello strato limite agisce spesso come condizione di parete sul campo di moto del flusso. Tale considerazione diventa di particolare importanza nei flussi supersonici di nostro interesse, poichè porta a modifiche sostanzia-

li delle prestazioni di profili aerodinamici a seguito delle alterazioni dello strato limite dovute alle onde d'urto e all'effetto di bloccaggio del canale di passaggio che altera la portata elaborabile. Fenomeni di separazione spinti nelle schiere possono portare ad una riduzione drastica della portata e a condizioni di instabilità che conducono allo stallo del compressore.

2.3 Nozioni di base sulle schiere

Per descrivere le caratteristiche della macchina oggetto della nostra analisi, saranno introdotti alcuni concetti fondamentali sulle turbomacchine e la terminologia di base delle schiere.

La macchina oggetto della nostra analisi è un fan transonico a flusso assiale, macchina operatrice atermica operante con fluido comprimibile. In una macchina a fluido rotativa molte informazioni essenziali si possono ricavare da due tipi di viste convenzionali: la **sezione meridiana** della macchina è data dall'intersezione tra un piano contenente l'asse di rotazione e la macchina stessa, in essa è rappresentata la proiezione delle pale su tale piano e l'informazione fondamentale trasmessa riguarda la componente assiale del flusso. La **sezione interpalare** o **blade-to-blade** è lo sviluppo in piano di una sezione anulare che si ottiene intersecando la macchina con un cilindro di raggio r coassiale all'asse. Ogni elemento di tale intersezione viene detto *profilo aerodinamico* e il loro insieme **schiera di profili aerodinamici**. L'analisi completa di una schiera decelerante non può che considerare gli effetti tridimensionali del flusso e ad oggi, questo è l'approccio adottato in fase finale di progettazione prima della produzione. Tuttavia le caratteristiche fondamentali del flusso attorno ai profili, le modalità di generazione del salto di pressione e delle perdite possono essere colte efficacemente tramite modelli semplificati bidimensionali, in cui il flusso in moto piano è studiato nella sezione blade to blade. Nella sezione interpalare si possono visualizzare le caratteristiche geometriche caratterizzanti una schiera, facendo riferimento alla figura 2.10:

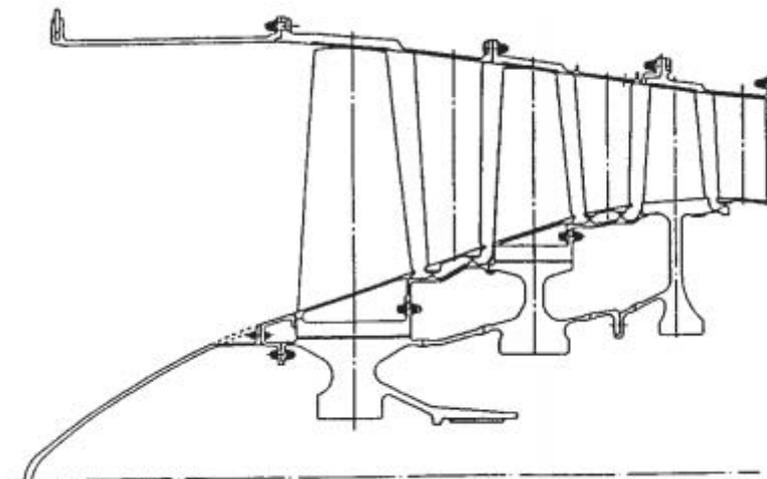


Figura 2.9: Vista meridiana di un fan

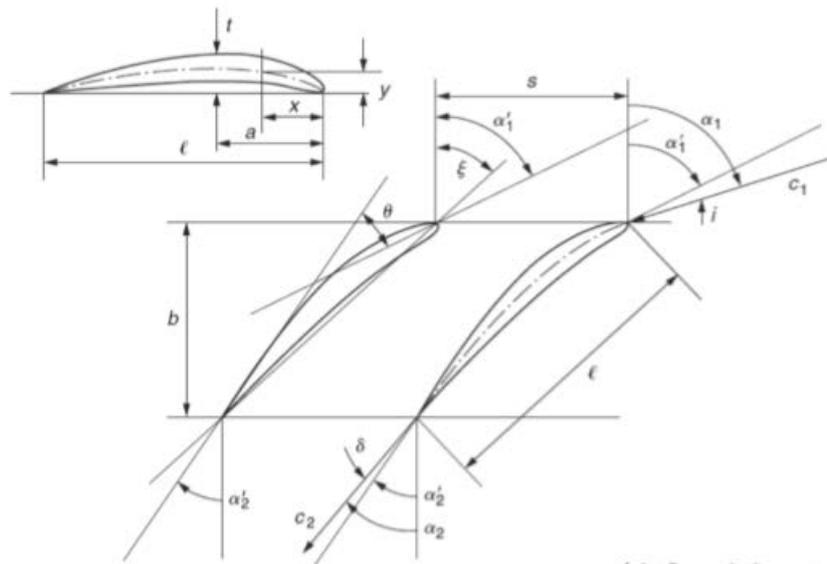


Figura 2.10: Schiera di profili aerodinamici

Dato un profilo aerodinamico si definiscono *bordo di attacco* e *di uscita* rispettivamente i punti di primo e ultimo contatto tra corrente fluida e profilo stesso. In letteratura si è soliti riferirsi a tali porzioni coi termini di *leading edge* (LE) e *trailing edge* (TE). Chiamiamo *estradosso* ed *intradosso* del profilo rispettivamente le curve lungo le quali la pressione è mediamente più bassa e più alta rispetto alle condizioni indisturbate. In letteratura ci si riferisce a tali porzioni con i termini suction side (SS) e pressure side (PS). La linea media o *camberline* è la curva tra bordo d'attacco e di uscita che mantiene la stessa distanza tra suction side e pressure side.

Si definisce *passo* di una schiera la distanza azimutale s tra due profili omologhi. In una macchina rotativa tale grandezza aumenta all'aumentare del raggio su cui è tracciata la sezione interpolare. La corda di un profilo c è la distanza tra leading e trailing edge.

Si definisce solidità σ il rapporto tra corda e passo dei profili costituenti una schiera, indice della capacità di far rispettare al flusso la curvatura geometrica del profilo, con importanti ricadute sulla prestazioni. Angolo costruttivo o di calettamento ξ è l'angolo tra corda del profilo e direzione assiale; si definisce angolo costruttivo d'attacco α_1' l'angolo tra tangente alla *camberline* sul leading edge e direzione assiale, mentre l'angolo costruttivo in uscita α_2' è l'angolo tra tangente alla *camberline* sul trailing edge e direzione assiale. La differenza tra i due angoli è detta angolo di deflessione o di *camber* $\theta = \alpha_1' - \alpha_2'$ ed è un indicatore del livello di deviazione imposto al flusso relativo, legato a sua volta al lavoro scambiato.

Angolo di flusso in ingresso α_1 è l'angolo che il vettore velocità della corrente assume in una sezione immediatamente all'ingresso della schiera rispetto alla direzione assiale, angolo di flusso in uscita α_2 è l'angolo tra il vettore velocità del flusso in una sezione d'uscita e la direzione assiale. Si definisce angolo di incidenza la differenza tra angolo del flusso in ingresso e angolo costruttivo in ingresso $i = \alpha_1 - \alpha_1'$ assunta positiva in senso antiorario, mentre l'angolo di scostamento in uscita è la differenza tra angolo del flusso in uscita e angolo costruttivo in uscita $\delta = \alpha_2 - \alpha_2'$, sempre assunta positiva in senso antiorario.

2.4 Parametri prestazionali delle schiere

In questa sezione verranno definite le grandezze fondamentali che caratterizzano le schiere a livello prestazionale. Molte informazioni utili sulle performance delle schiere derivano da grandezze globali, ovvero caratterizzanti il *bulk* del flusso e misurate nella sezione d'ingresso e in quella di uscita. A livello operativo, nei test nelle gallerie del vento, il calcolo di queste grandezze deriva da misure di velocità e pressione, effettuate con *tubi di Pitot* o *sonde di pressione*.

- **AVDR:** l'*axial velocity density ratio* è definito come il rapporto tra i prodotti di densità e velocità assiali medie tra le sezioni in ingresso e in uscita di una schiera secondo

$$AVDR = \frac{\rho_2 v_{x2}}{\rho_1 v_{x1}} \quad (2.11)$$

L' AVDR è un indicatore della bidimensionalità del flusso, infatti in un moto 2D tale rapporto è pari a 1, mentre è > 1 per flussi con linee di corrente che si addensano, < 1 per flussi con linee di corrente che divergono. Nelle schiere di compressori l'AVDR può essere > 1 principalmente per presenza di mozzi e casing conici atti a compensare la variazione di densità attraverso le pale, o per fenomeni di separazione dello strato limite intensi che provocano una riduzione dell'area di parraggio delle linee di flusso.

- **Rapporto di compressione** π_c , è definito come:

$$\pi_c = \frac{p_2}{p_1} \quad (2.12)$$

- **Coefficiente di perdita** Ω è definito come il rapporto tra la differenza di pressione totale tra ingresso e uscita della schiera e la differenza tra pressione totale e statica in ingresso, ovvero la pressione dinamica responsabile delle perdite.

$$\Omega = \frac{p_{01} - p_{02}}{p_{01} - p_1} \quad (2.13)$$

È un parametro legato al rendimento isentropico dei compressori e il suo contenimento è di capitale importanza, specie in moti supersonici. Dipende fortemente da incidenza e numero di Mach (che come vedremo non sono indipendenti in una schiera transonica), aumentando in genere con quest'ultimo e dal rapporto di compressione da cui dipende la geometria degli urti.

- **Coefficienti di Lift e Drag:** Data una schiera di profili di corda c investita da una corrente a velocità relativa media in ingresso v_m , si definiscono i *coefficienti di lift, drag e momento* rispettivamente come:

$$c_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho v_m^2 c} \quad (2.14a)$$

$$c_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho v_m^2 c} \quad (2.14b)$$

$$(2.14c)$$

Dove L e D sono le forze esercitate dalla corrente fluida sul profilo rispettivamente in direzione perpendicolare e parallela al vettore \vec{v}_m . I coefficienti di lift e drag rapportano tali forze per unità di *span* alla pressione dinamica che le ha generate e, tipicamente, il loro andamento è correlabile con l'angolo d'incidenza del flusso e con il numero di Mach. Se la schiera in questione è rotorica, la componente della risultante delle forze tangenziale all'asse di rotazione moltiplicata per la velocità angolare fornisce la potenza spesa per sostenere il moto, mentre la componente parallela all'asse sarà un'azione assorbita dalle pale e dai cuscinetti su cui è montata l'intera struttura del rotore.

- **Numero di Reynolds** Il gruppo adimensionale

$$Re = \frac{\rho cv}{\mu} \quad (2.15)$$

indica il rapporto tra forze inerziali e forze viscosse a cui è sottoposta una particella fluida che si muove a velocità v all'interno dello stesso fluido: all'aumentare di Re si ha il passaggio da moto laminare a moto di transizione e a turbolento.

Per analisi più approfondite, è utile definire una grandezze *locali* che descrivono puntualmente il flusso attorno alla schiera. A livello sperimentale si utilizzano anemometri laser e la fotografia *Schlieren* sensibile ai gradienti di densità per visualizzare il campo di moto ed in particolare gli urti. Un'altra grandezza utile è il **Mach isentropico**, definito come:

$$M_{is} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_{01}}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (2.16)$$

Il Mach isentropico è il numero di Mach subito al di fuori dello strato limite, dove l'ipotesi di isoentropicità si può ritenere valida. Forti dell'ipotesi di Prandtl, secondo cui la pressione statica rimane costante all'interno dello strato limite, una misura di p effettuata con sonde di pressione lungo il profilo, insieme alla conoscenza di p_0 nel bulk del flusso, consente di calcolare il Mach isentropico sul profilo per punti. L'andamento di questa grandezza è utile per identificare le zone di massima accelerazione del flusso sul profilo, in particolare sul suction side dove le velocità sono maggiori, foriere di dissipazioni viscosse e della propagazione di ventagli di espansione che accelerano il flusso prima degli urti, aumentandone l'intensità.

Capitolo 3

Aerodinamica delle schiere transoniche

3.1 Introduzione

Fin dall'avvento dell'era dei motori a getto per la propulsione aeronautica nel 1939, la necessità di spingere gli stadi di compressore a sempre maggiori rapporti di compressione con elevate portate specifiche elaborate ha portato allo sviluppo di fans e compressori con velocità relativa del flusso in ingresso supersonica. Dal momento che tipicamente queste macchine sono fatte operare con velocità relativa in uscita subsonica, è nata la denominazione di compressori *transonici*, più usata in letteratura. Il vantaggio nell'operare con elevate velocità in ingresso deriva direttamente dall'equazione di Eulero:

$$L = u_2 c_{\theta 2} - u_1 c_{\theta 1} \quad (3.1)$$

Dove u è la velocità del rotore e c_θ la componente tangenziale all'asse di rotazione della velocità assoluta del flusso, i pedici 1 e 2 si riferiscono rispettivamente alla sezione a monte e a valle della schiera. È chiaro che i due fattori che concorrono ad aumentare il lavoro specifico scambiato L sono la deviazione del flusso, che tuttavia non può essere aumentata sopra certi limiti, e la velocità della pala u . Il vantaggio di aumentare la velocità di rotazione e conseguentemente la velocità relativa del flusso in ingresso sta nell'accrescere considerevolmente il lavoro specifico lasciando il carico della pala invariato. Questa è la ragione principale degli elevati rapporti di compressione ottenuti con compressori transonici; anche superiori a 2,2 quando i numeri tipici per macchine con velocità subsoniche sono di 1,2. Un ulteriore e decisivo vantaggio per applicazioni aeronautiche è la possibilità di ridurre il numero degli stadi a parità di salto di pressione, riducendo il peso della macchina. Sfortunatamente la velocità supersonica del flusso che interessa le regioni vicine alle estremità delle pale comporta la nascita di onde d'urto nella fascia d'ingresso e nel canale di passaggio che deteriorano drasticamente l'efficienza della macchina sia per la generazione di entropia attraverso di esse, sia per le interazioni con lo strato limite. Le ricerche effettuate su rotori supersonici mirano a ridurre il più possibile queste perdite cercando di trarre vantaggio dal meccanismo di compressione dato dagli urti. Sebbene sia stato appurato grazie a rilevamenti di anemometri laser che il flusso attorno alle pale dei rotori transonici sia tridimensionale (Cumpsty, 1989 [12]), la procedura standard di progettazione delle pale è storicamente di tipo *quasi tridimensionale* ed ancora oggi costituisce un buon punto di partenza i cui risultati difficilmente

vengono contraddetti da analisi più dettagliate. Le considerazioni sul flusso supersonico nel piano blade to blade sono prese in congiunzione con il flusso nel canale meridiano, che determina la variazione radiale della superficie di passaggio delle linee di corrente e il corrispondente addensamento delle streamlines attraverso la schiera di pale. Il flusso nel piano blade to blade fornisce deviazione e perdite, e dal momento che queste influenzano le variazioni di densità e pressione, incidono di conseguenza anche sul flusso meridiano. In un caso supersonico l'accoppiamento tra i due flussi è più forte che nel subsonico, da qui l'importanza di tenere in considerazione l'influenza sulle prestazioni di fattori legati alla tridimensionalità come l'AVDR. Gli aspetti più importanti evidenziati dall'analisi del flusso nel piano blade to blade di rotori supersonici sono la geometria delle onde d'urto e la loro interazione con lo strato limite: i principali meccanismi responsabili del salto di pressione e delle perdite.

3.2 Tipologie di schiere transoniche

Negli anni sono state proposte numerose forme di schiere per statori e rotori transonici, la cui distinzione deriva dalla modalità di scambio dell'energia meccanica al fluido: si parla di **schiere ad impulso**, **schiere supersoniche a reazione ad elevata deviazione** e **schiere supersoniche a reazione a ridotta deviazione**. Ricordando l'equazione di Eulero, un elevato scambio di energia può essere ottenuto rallentando la velocità relativa, aumentando l'angolo di deviazione o un insieme delle due.

Nelle *schiere ad impulso* (Stratford, 1962 [?]) l'energia meccanica del rotore scambiata col flusso è convertita quasi totalmente in energia cinetica, senza variazioni di pressione statica: l'aumento di pressione avviene successivamente nelle schiere statoriche ad elevate velocità supersoniche. L'aspetto in comune dei vari design proposti è l'elevata accelerazione seguita da decelerazione del flusso mentre viene deviato in maniera simmetrica rispetto alla direzione assiale, con tendenza alla separazione dello strato limite. Le *schiere supersoniche a reazione ad elevata deviazione* (Johnson, 1959 [8]) sono state concepite per accomodare il flusso in uscita dalle schiere ad impulso, portando ad un elevato salto di pressione unito ad elevato angolo di deviazione. Per quanto riguarda le *schiere supersoniche a reazione a ridotta deviazione* (Lichtfuss e Starcken, 1974 [4]), la deviazione della corrente assoluta è dovuta principalmente al rallentamento della velocità relativa fino a valori subsonici e meno alla sua deviazione, in questo modo parte dell'energia trasferita al flusso è già convertita in pressione statica nel rotore e il carico sulla pala è mantenuto basso. Nelle figure sotto si può vedere come si modificano i triangoli di velocità passando da schiere a impulso a schiere a reazione a ridotta deviazione.

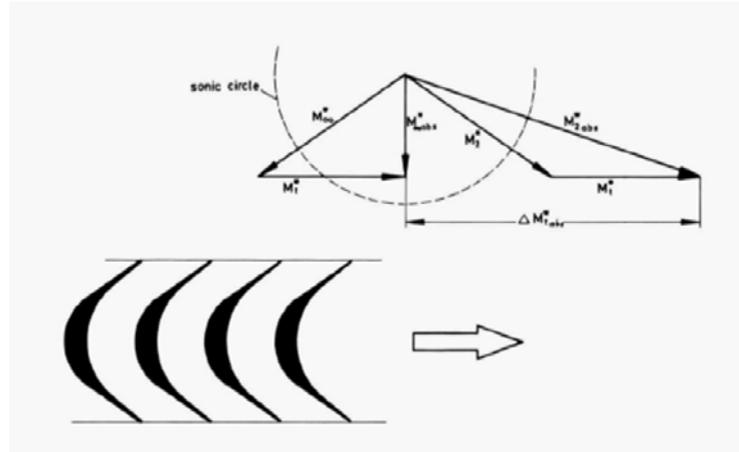


Figura 3.1: Schiera supersonica ad impulso

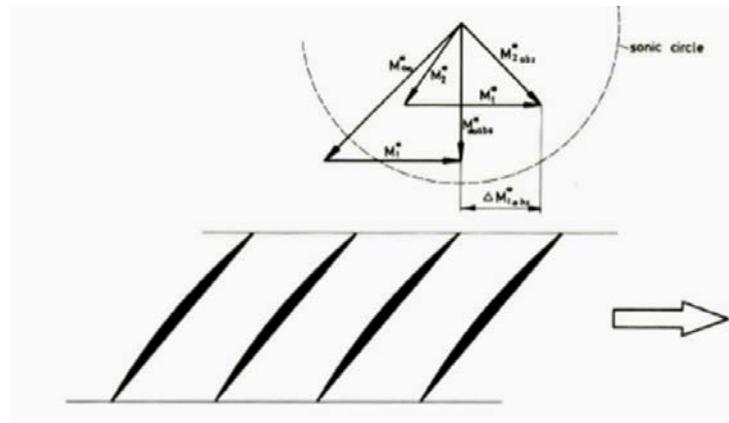


Figura 3.2: Schiera supersonica a reazione a ridotta deviazione

Le modalità con cui viene realizzata la decelerazione attraverso la schiera sono sostanzialmente due:

1. Compressione dovuta ad addensamento delle linee di flusso con passaggio a condizioni subsoniche e ulteriore diffusione verso l'uscita. Similmente ad un ugello convergente-divergente, la decelerazione supersonica è ottenuta da una contrazione di area nella zona d'ingresso, mentre la diffusione subsonica avviene per divergenza di area a valle della gola, tuttavia a differenza di un ugello, una schiera può realizzare queste variazioni dell'area di passaggio della corrente solo attraverso deviazione delle linee di flusso date dalla curvatura di parete, a causa della periodicità. Va ricordato però che la deviazione ha segno opposto rispetto alla variazione di pressione per flussi subsonici e supersonici allo stesso modo della variazione dell'area: così la corrente mantiene la propria direzione quasi invariata tra ingresso e uscita della schiera.
2. Compressione tramite onda d'urto normale nel canale di passaggio

Anche con il primo metodo si sviluppa un'onda d'urto normale nel canale di passaggio la cui posizione e intensità è legata al valore della pressione statica all'uscita, come si vedrà nelle analisi condotte nei capitoli successivi. Entrambi i metodi presentano limitazioni legate alla presenza dell'urto normale, il cui aumento di entropia diventa inaccettabile per numeri di Mach in ingresso dell'urto superiori a 1,6. Le schiere deceleranti che adottano il meccanismo di compressione tramite onde d'urto sono soggette a perdite legate all'accelerazione elevata del flusso sul suction side, al già menzionato aumento di entropia attraverso gli urti e alle interazioni tra onde d'urto e strato limite. Nel tempo si è cercato di ridurre la seconda fonte di perdita passando da onde d'urto normali a oblique e abbassando il più possibile il numero di Mach del flusso a monte delle onde stesse in modo da ridurre l'intensità. In linea di principio un urto più debole comporta anche minore interazione con lo strato limite, riducendo la terza fonte di perdita. Profili che rientrano nella categoria dei *Double circular arc* (DCA) definiscono pressure e suction side come archi di circonferenza. La forma convessa del suction side porta alla formazione di un ventaglio di espansione di Prandtl-Meyer quando il flusso supersonico cerca di seguirne la curvatura: questo lo accelera fortemente prima dell'urto nel canale di passaggio o *passage shock* del profilo successivo, causando perdite inaccettabili quando il *pre-shock Mach number* raggiunge 1,6 restringendo quindi il campo operativo di tali profili ad un numero di Mach in ingresso massimo intorno a 1,3. Da qui nasce la necessità di forme più generali di profili, dove i due lati sono definiti da due o più archi di cerchio, ovvero i *Multiple circular arc* (MCA): test condotti sia su schiere statoriche che su rotor con profili DCA ed MCA da (Gostelow et al. (1968) [?]) hanno evidenziato la superiorità dei secondi sia in termini di efficienza che di massimo rapporto di compressione raggiungibile, in particolare quando venivano usati profili con ridotta curvatura lungo il suction side. Il perseguimento di questa linea ha portato allo sviluppo di profili chiamati *Circular wedge profile* (CW) dove la curvatura del suction side è infinita (profilo piatto) per buona parte della sua lunghezza lasciando pressochè invariato il numero di Mach fino all'urto normale; una tipologia di forma simile è la *J-shape* sviluppata da Hearsey and Wennerström. Tuttavia, a dispetto del miglioramento dell'efficienza conseguito con la riduzione del *pre-shock Mach number*, la problematica principale concernente le schiere sopraccitate è la presenza di un urto *normale* all'ingresso del canale di passaggio che aumenta considerevolmente le perdite a Mach in ingresso superiori a 1,6: per lavorare a velocità superiori le onde normali andrebbero evitate in favore di una serie di onde oblique, in grado di generare meno entropia a parità di salto di pressione. Le perdite di pressione totale per urti possono essere eliminate o quantomeno ridotte adottando meccanismi di *compressione isoentropica*: nelle schiere supersoniche tali meccanismi si dividono tra **compressione esterna** e **compressione interna** a seconda che abbia luogo nella fascia di ingresso della schiera o all'interno del canale di passaggio. Kantrowitz (1950) [9] è stato il precursore della compressione interna applicata ai compressori transonici: nel suo rotore il flusso è rallentato a velocità subsoniche da un urto normale nel canale di passaggio dopodiché un'ulteriore diffusione è ottenuta tramite divergenza di area nella fascia posteriore del profilo. Al fine di aumentare l'efficienza di questa configurazione si è ridotto il più possibile il Mach in ingresso all'urto aggiungendo spessore sul suction side dalla mezzzeria e si è contenuta la divergenza del canale subsonico portando ad un Mach in uscita di 0,97 contro i 0,68 di design, con un rapporto di compressione minore. La compressione esterna o *spike type diffuser concept* richiede un urto obliquo attaccato di fronte al leading edge del profilo; la compressione ha luogo grazie alla forma concava del suction side, che produce

una serie di onde di compressione in grado di ridurre la velocità ed aumentare la pressione del flusso prima che raggiunga l'urto del canale di passaggio, con produzione di entropia più ridotta di quella che si avrebbe con la sola onda d'urto di pari intensità, dal momento che non arrivano a coalescere in un'onda obliqua. Per dar luogo alla deviazione richiesta, camber del profilo e il punto di massimo spessore sono spostati a valle della mezzeria, ma l'angolo di turning del flusso rimane comunque contenuto.

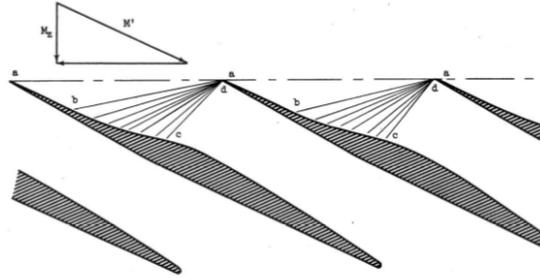


Figura 3.3: Meccanismo di precompressione esterno

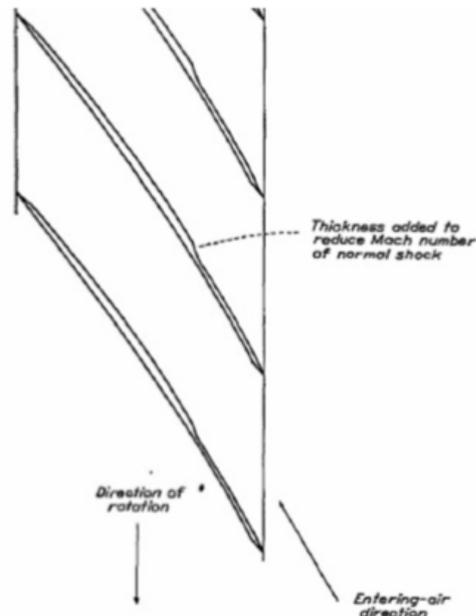


Figura 3.4: Schiera proposta da Kantrovitz

3.2.1 Profili S-shape

Il profilo base che si vuole ottimizzare è l'ARL SL 19, della tipologia *S-shape*. Tale forma rientra nella categoria dei profili a ridotta deviazione del flusso e implementa sia la modalità di compressione interna tramite onda d'urto normale nel canale di passaggio con successiva diffusione del flusso subsonico nella zona posteriore del profilo, sia la precompressione esterna, grazie alla particolare forma del suction side. Di fronte al leading edge nasce un urto obliquo attaccato chiamato *bow shock* con un ramo inferiore

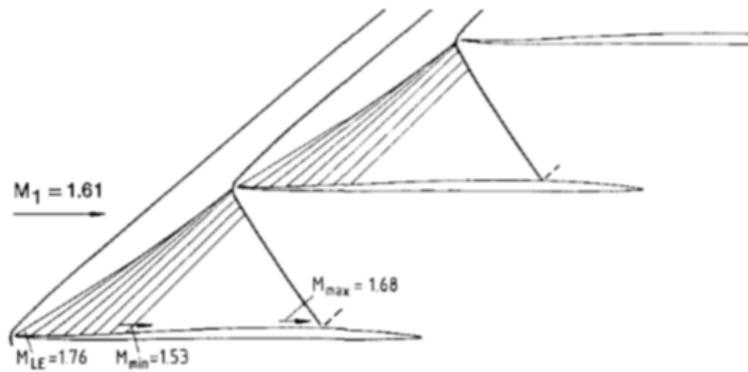


Figura 3.5: Schema delle onde d'urto su schiera S shape ARL SL 19, da [5]

più intenso di quello superiore, in realtà tale urto è curvo immediatamente di fronte al profilo a causa dello spessore finito del leading edge, ma in condizioni di design questa zona di transizione ha dimensioni e importanza decisamente minore della fascia in cui si può considerare obliquo. A valle del ramo superiore più debole del bow shock, si dipana un ventaglio di espansione dovuto alla forte deviazione del flusso supersonico attorno al leading edge che può portare a numeri di Mach massimi fino a 2 in condizioni operative tipiche (vedi figura ??), seguito da una serie di *left running characteristics* generate dalla forma concava della prima parte di suction side che coalescono anteriormente al bow shock del profilo successivo, dando luogo a una precompressione esterna che abbassa il numero di Mach in ingresso al profilo successivo e quindi le perdite legate all'urto. Il suction side cambia poi curvatura diventando convesso e lo spessore aumenta, portando ad un'accelerazione del flusso: ad una certa frazione della corda il passage shock del profilo superiore incide sullo strato limite e la riflessione può dare luogo ad un urto a λ e ad un distacco dello strato limite più o meno pronunciato in base alle condizioni. Lungo il pressure side il flusso subsonico viene accelerato fino oltre Mach 1 per poi andare incontro ad un'onda d'urto normale che lo riporta subsonico, la cui posizione dipende dalla pressione statica all'uscita.

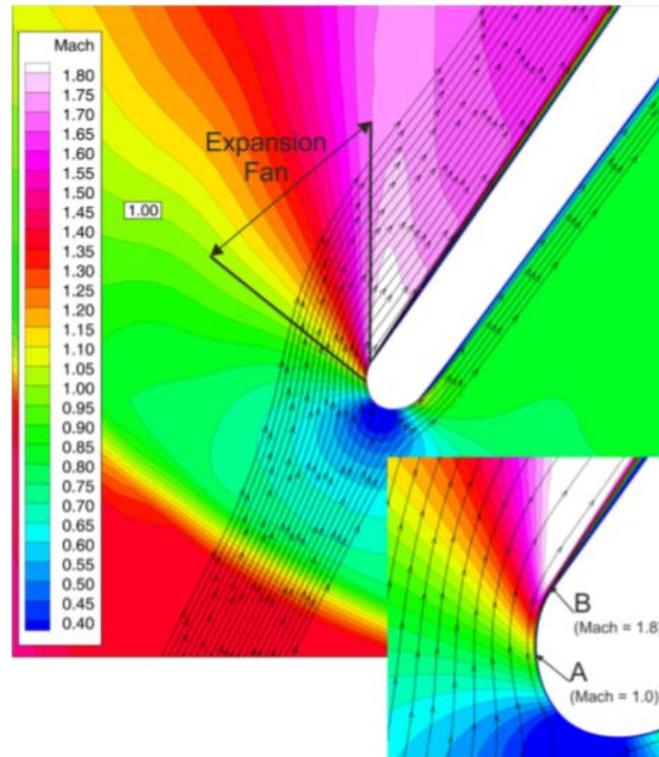


Figura 3.6: Simulazione numerica dell'accelerazione sul SS dietro al LE, da [10]

In schiere di questo tipo il salto di pressione e le perdite connesse dipendono fortemente dalla zona anteriore del profilo, mentre la frazione posteriore esercita un'influenza minore a causa del flusso subsonico e turbolento da cui è investita. L'onda d'urto normale nel canale di passaggio può essere considerata il limite raggiungibile dalle informazioni provenienti a valle, essendo ivi il campo di moto subsonico; anteriormente nelle condizioni operative standard che ci apprestiamo a descrivere, la portata è bloccata (condizione di choking) e il flusso è determinato solo dalla geometria della frazione anteriore di corda e dalla periodicità.

3.3 Unique incidence

Per chiarire alcuni concetti relativi ai flussi supersonici attorno alle schiere deceleranti, è utile adottare un modello semplificato costituito da una schiera di lastre piane infinite aventi un angolo di incidenza positivo rispetto al flusso in ingresso. Questo modello è la rappresentazione più fedele di una schiera di compressore in termini di periodicità, ma nei test in galleria del vento si fa uso di schiere *semi infinite* con un numero limitato di pale, per le quali gli effetti di bordo si possono considerare trascurabili quantomeno per la pala centrale. Considerando solo velocità di ingresso supersoniche, il campo di moto presenta sostanziali differenze in base al valore della componente assiale della velocità:

1. $M_{1ax} < 1$, velocità in ingresso subsonica: il *bow-shock* non interseca la pala successiva, il cui campo di moto è quindi influenzato dai profili antecedenti.
2. $M_{1ax} > 1$, velocità in ingresso supersonica: il *bow-shock* interseca la pala successiva dopo il leading edge, risultando completamente confinato nel canale interpaleare:

l'informazione della presenza delle pale non si propaga in direzione assiale ed ogni profilo può essere considerato come a se stante.

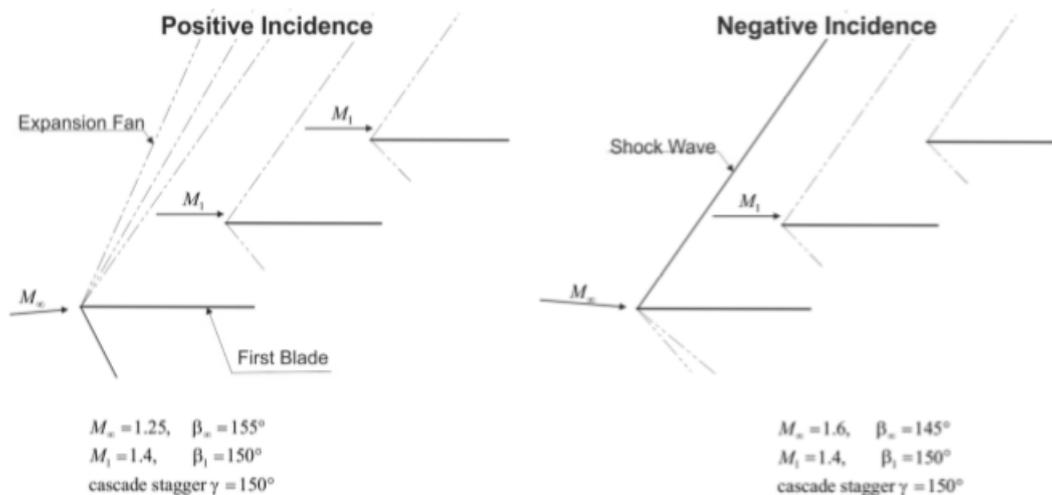


Figura 3.7: Schiera semi infinita di lastre piane con componente assiale del flusso in ingresso subsonica

Il caso di nostro interesse è il primo, poichè schiere con velocità assiale supersonica non trovano applicazioni industriale o aeronautiche. Data una schiera semi-infinita investita da un flusso supersonico ma con componente assiale subsonica e angolo di incidenza i positivo, indichiamo con M_N e β_N il numero di Mach e l'angolo rispetto alla direzione assiale della corrente all'infinito. Dal momento che i profili sono costituiti da lastre piane, il flusso assumerà una direzione β_S parallela alla prima lastra (la più in basso) dopo aver attraversato il suo ventaglio di espansione di Prandtl-Meyer, assumendo un numero di Mach M_1 . Perciò il successivo profilo non sperimenterà più le condizioni indisturbate ad infinito, ma avrà numero di Mach M_1 e angolo $\beta_1 = \beta_S$, la corrente quindi non subirà più deviazioni. In questo modo si vengono a configurare 2 differenti condizioni della corrente in ingresso:

- (M_N, β_N) sperimentate dalla prima lastra
- (M_1, β_S) sperimentate da tutte le lastre successive

In una schiera infinita o nella sezione anulare di un compressore, non esiste una "prima pala": ogni profilo ne ha uno antecedente rispetto al flusso per periodicità, perciò l'unica condizione in ingresso possibile è quella che vede il flusso orientato come β_S indipendentemente da M_1 (entro un certo range di condizioni operative). Si parla perciò di condizioni di *Unique incidence*, per cui l'angolo d'incidenza del flusso è fissato pari all'angolo geometrico delle lastre a prescindere dal Mach in ingresso. La suddetta considerazione vale anche se il flusso presenta un'incidenza negativa rispetto alla corrente, con la differenza che questa, passando superiormente alla prima pala, viene rallentata da un'onda d'urto invece che essere accelerata dal ventaglio di espansione.

Un modello più simile alla realtà è costituito da profili camberatii con ridotto spessore

del leading edge. In questo caso gli urti localmente curvi che si vengono a generare comportano un aumento dell'entropia; tuttavia nelle situazioni di nostro interesse, essendo i profili appuntiti e il numero di Mach generalmente inferiore a 2, tale variazione può essere trascurata con ottima approssimazione consentendo di utilizzare il modello di flusso irrotazionale per cui vale la relazione:

$$\beta + \nu = \text{cost} \quad (3.2a)$$

$$\beta - \nu = \text{cost} \quad (3.2b)$$

Dove ν è la funzione di Prandtl Meyer.

L'interazione col flusso del primo profilo dà origine al già menzionato bow shock con ramo inferiore più intenso del superiore, seguito da un ventaglio di espansione sul SS. A valle di questo, lungo il suction side si dipanano una serie di linee di Mach, una delle quali interseca il profilo successivo in corrispondenza del leading edge. Lungo tali linee le condizioni del flusso sono costanti, in particolare la direzione è parallela all'inclinazione locale del profilo β_P nel punto in cui si origina la linea, mentre il numero di Mach risponde alla relazione:

$$\nu = \beta_N + \nu_N - \beta_P \quad (3.3)$$

Estendendosi all'infinito, i *bow shocks* attenuano progressivamente la loro intensità intersecandosi con le linee di Mach emanate dai profili, perciò la deviazione imposta alla corrente dalla serie di onde d'urto è progressivamente più debole verso monte e si possono considerare costanti le condizioni (M_1, β_1) che caratterizzano il flusso all'ingresso dei profili successivi al primo. In una schiera infinita, tali condizioni riguardano tutti i profili, per ragioni di periodicità. Nell'intera zona d'ingresso il campo di moto dovrà rispettare la condizione di *onda semplice* data da:

$$\beta + \nu = \beta_1 + \nu_1 = \beta_N + \nu_N \quad (3.4)$$

Ma imponendo una coppia arbitraria di valori (M_1, β_1) nasce una contraddizione, dovendo essere rispettata anche la 3.3. Da qui si vede che il Mach in ingresso M_1 e l'angolo β_1 sono legati da una relazione di dipendenza reciproca che fa corrispondere un unico β_1 ad ogni M_1 , in luogo dell'angolo costante per ogni M_1 delle lastre piane. Tale relazione costituisce una forma di *Unique incidence*, sussistente con le seguenti condizioni:

1. Velocità in ingresso supersonica ma con componente assiale subsonica
2. Condizione di periodicità, flusso che si ripete uguale per ogni pala
3. Profili sottili con leading edges appuntiti e urti obliqui attaccati

Un metodo per calcolare le condizioni di *Unique incidence* è stato proposto da Levine (1956) [13].

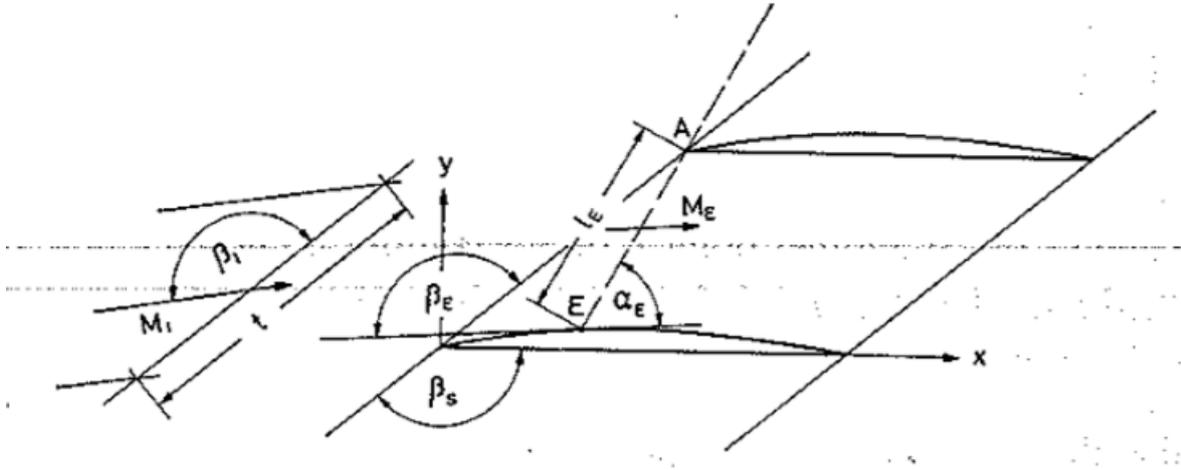


Figura 3.8: Notazione usata nel metodo di Levine

La coppia (M_1, β_1) è calcolata a partire da condizioni del flusso assunte arbitrariamente in un punto sul suction side con indice E e lungo la linea di Mach da lì propagantesi: si calcola la velocità in tale punto immaginando che la linea di Mach intersechi il leading edge del profilo successivo e che la direzione del flusso sia parallela alla tangente locale al profilo. Questa *characteristic* definisce il confine posteriore entro il quale il flusso a monte non è influenzato dal profilo successivo e dipende solo da un'unique incidence e diffusione sul suction side. Si utilizza poi la 3.3 insieme alla conservazione della portata in un volume di controllo delimitato da un passo anteriormente e dalla linea di Mach posteriormente (aggiungendo eventualmente lo spessore dello strato limite a quello del profilo). Sfruttando la relazione della portata specifica per flussi supersonici:

$$\rho v = \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} p_0 M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{-\gamma - 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (3.5)$$

e utilizzando l'ipotesi di conservazione della pressione totale (valida con buona approssimazione con urti attaccati e numeri di Mach non molto elevati), si giunge a calcolare la coppia (M_1, β_1) in maniera iterativa. Scegliendo poi un nuovo punto sul profilo si possono calcolare le nuove condizioni in ingresso corrispondenti, arrivando a definire l'intera curva di un'unique incidence. Il limite di questo metodo analitico sta nel dover ipotizzare lo spessore dello strato limite sul suction side e nell'ipotesi di isoentropicità, che è sempre meno veritiera per Mach superiori a 1,4 in vicinanza del leading edge.

La condizione di un'unique incidence è una forma di *choking* della schiera: l'onda d'urto obliqua attaccata al leading edge, seguita da eventuali onde riflesse, agisce da "stopper" per le informazioni propagantesi da valle dove il moto è subsonico: la portata come le altre condizioni in ingresso perciò rimangono fissate indipendentemente dalla pressione allo scarico entro un certo range di valori.

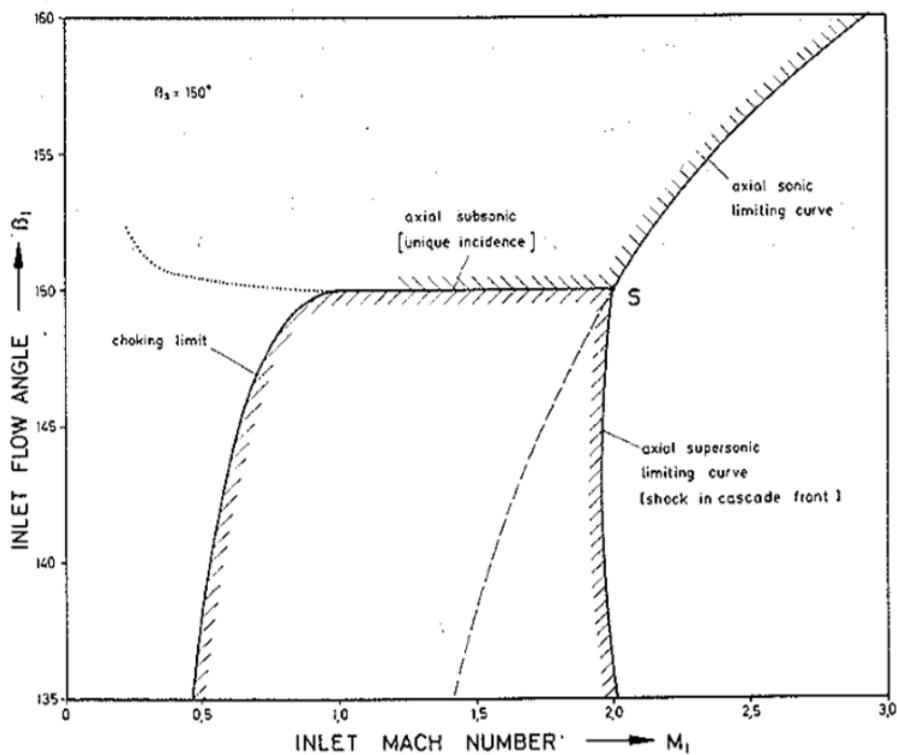


Figura 3.9: Angolo del flusso in ingresso (rispetto alla direzione tangenziale) in funzione del Mach in ingresso

Dalla figura 3.9 si può vedere che la relazione di unique incidence sussiste da Mach 1,1 fino a circa Mach 1,8 presentando tipicamente andamento lineare e pendenza molto bassa (ridotte variazioni dell'angolo di incidenza per un ampio range di numeri di Mach). Oltre Mach 1,8 l'urto obliquo si inclina al punto da non essere più confinato nel canale di passaggio: la velocità assiale diventa supersonica e il Mach in ingresso torna indipendente dall'angolo del flusso.

3.4 Spill point

La condizione di unique incidence non è l'unica in cui le schiere di compressori supersonici possono operare. Anche per geometrie di ridotto spessore e angolo di camber, determinate condizioni operative portano il *bow shock* a staccarsi dal leading edge del profilo. In questi casi la portata nella sezione di passaggio delle pale non è più fissata poichè lo stato del flusso a valle influenza il moto a monte della schiera, e per adattarsi, il fluido può "spillare" tra una sezione di passaggio e l'altra, da cui la dicitura di *spill point* o condizione di *unstart*. Lasciando fissate le condizioni in ingresso e alzando la pressione statica in uscita la coppia (M_1, β_1) rimane fissate in ossequio alla unique incidence, mentre il campo di moto a valle si adatta spostando progressivamente l'onda d'urto normale nel canale di passaggio verso il leading edge. Raggiunta un certo valore di backpressure tale onda raggiunge il passage shock obliquo e vi si unisce, a questo punto l'adattamento procede con la modifica dell'intero fronte d'onda anteriore che diventa più curvo e si distanzia maggiormente dal leading edge, portando ad una variazione della coppia (M_1, β_1) e allo

sblocco della portata. In questo stato di unstart la unique incidence non vale più, in suo luogo sussiste una nuova relazione parametrica rispetto alla pressione allo scarico. L'insorgenza dell'unstart presenta un fenomeno di isteresi: la unique incidence non può essere recuperata riducendo la pressione allo scarico al valore precedente; un metodo possibile prevede l'accelerazione a valori superiori a quello di partenza per far ritornare il flusso *started*. Lichtfuss e Starcken (1974) [4] hanno studiato l'andamento delle curve di unstart in funzione dell'apertura di una valvola a valle della schiera a frazioni del valore critico per ottenere flusso sonico, come è schematizzato in figura 3.10. Notare la grande differenza rispetto alla UI.

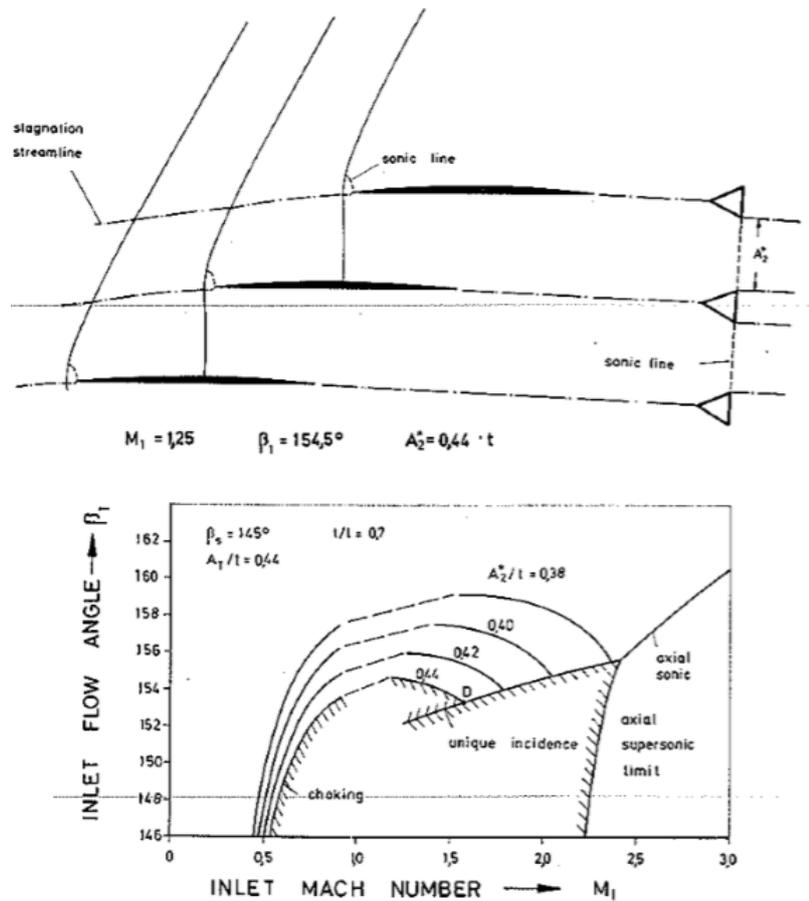


Figura 3.10: Schiera in condizioni di unstart con valvola di regolazione della portata a valle

Un'altra modalità di insorgenza dello spill point è data dalla riduzione della portata con pressione all'uscita costante: il minor carico cinetico del flusso in ingresso riduce il salto di pressione nel passage shock e sposta a monte l'urto normale per l'adattamento alla backpressure, portando allo spill point quando le due onde coalescono. Lo studio condotto da Chen (2008) [15] su un'intera schiera rotorica di compressore, ha evidenziato come la scia turbolenta che si viene a creare sul suction side in condizioni di spill point dato da calo di portata, possa interagire con il vortice generato dalla *tip clearance* portando ad instabilità nel flusso che generano lo stallo rotante.

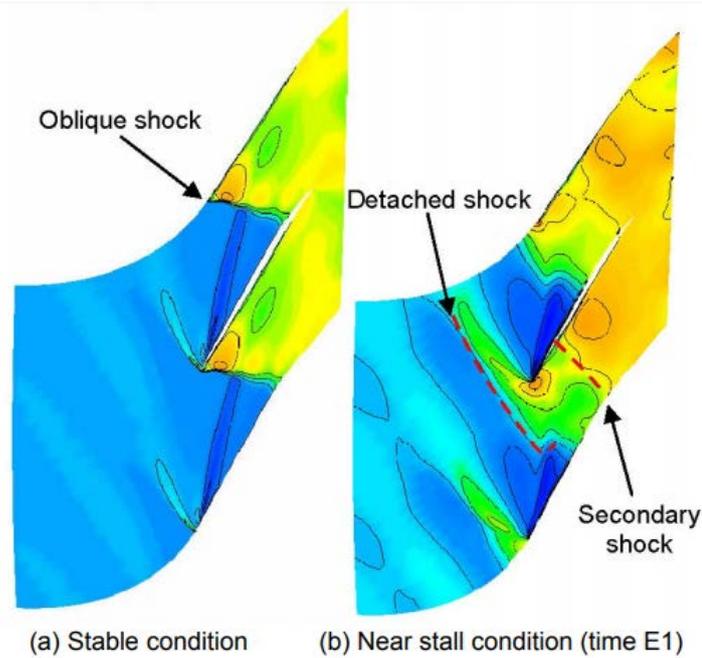


Figura 3.11: Simulazione numerica condotta da Chen in [15], profili sul tip della pala

Per schiere come la *ARL SL 19* oggetto della nostra analisi, l'insorgenza dello *spill point* è una condizione da evitare. Anche in condizioni in cui il flusso rimane stabile, si ha un repentino aumento delle perdite, dovuto ad urti distaccati e maggiormente dissipativi e al distacco precoce dello strato limite sul suction side causato dall'aumentata incidenza del flusso. Inoltre, quando l'insorgenza è dovuta all'aumento della backpressure con fissate condizioni a monte, si vede che il rapporto di compressione cala piuttosto rapidamente.

Capitolo 4

Validazione del modello di calcolo

4.1 Validazione numerica

La validazione di un modello di calcolo di CFD consiste nel ricercare il set di parametri della simulazione che approssimi il meglio possibile il comportamento del sistema fisico reale che si va a replicare. Esiste una certa garanzia che un modello validato continui a produrre risultati affidabili anche con geometrie e condizioni operative *simili* a quelle oggetto della validazione, come nell'ottimizzazione che verrà condotta. I dati sperimentali di riferimento sono stati raccolti in un test condotto presso la galleria del vento supersonica del *Deutsche Forschungs und Versuchsanstalt für Luft und Raumfahrt* (DFVLR) di Colonia (1988), attuale *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt* (DLR) [5]: è stata testata una schiera storica di 5 profili transonici *S-shape ARL SL 19* con le seguenti caratteristiche geometriche:

Parametro	Simbolo	Valore
Numero di pale	n	5
Corda	c [mm]	85
Passo	s [mm]	55,58
Solidità	σ	1,5294
Angolo di calettamento	λ [deg]	56,93

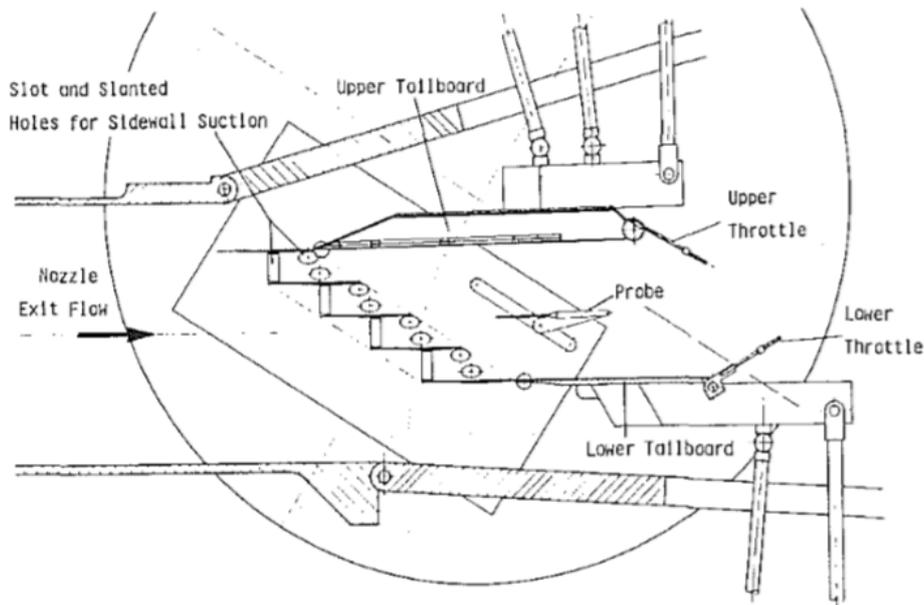


Figura 4.1: Schema della sezione test della galleria del vento, da [5]

La galleria funziona a ciclo chiuso ed è dotata di controllo retroattivo delle grandezze caratteristiche nella zona del test. Un ugello convergente-divergente a geometria variabile consente di variare in modo continuo il Mach in ingresso tra 1,3 e 2,4.

I test sono stati effettuati in diverse condizioni di AVDR, avendo cura di far operare la schiera in uniche incidenze. Il numero di Reynolds è riportato pari a $1,12 \cdot 10^6$ in tutte le prove; la temperatura e la pressione totale sono mantenute costanti nella sezione d'ingresso della zona test, assumendo valori nell'intervallo $T_0 = 300 \div 312K$ e $p_0 = 1 \div 1,3 atm$.

Nella tabella seguente sono riportate le grandezze globali del flusso e nella figura 4.2 i valori del Mach isentropico lungo il profilo:

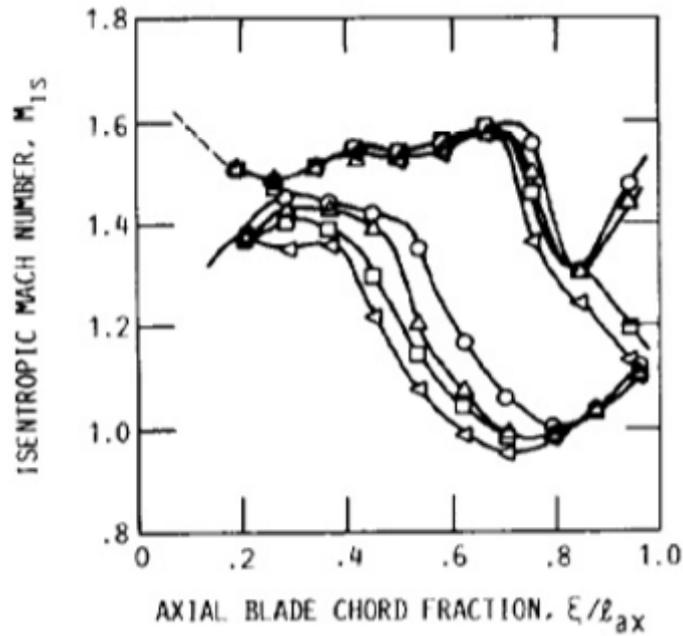


Figura 4.2: Mach isentropico misurato nei test

Parametro	Simbolo	○	△	□	◁
Mach in ingresso	M_1	1,58	1,58	1,59	1,59
Angolo del flusso in ingresso	β_1 [deg]	57,9	57,9	57,9	57,9
Mach in uscita	M_2	0,93	0,91	0,93	0,91
Angolo del flusso in uscita	β_2 [deg]	61,2	60,8	58	57,5
AVDR	AVDR	0,99	1	1,12	1,14
Coefficiente di perdita	Ω	0,144	0,143	0,123	0,117
Rapporto di compressione	p_2/p_1	2,12	2,16	2,18	2,22

Tabella 4.1: Grandezze globali nelle prove sperimentali

La condizione che si è replicata è quella con simbolo \triangle , con AVDR=0. Dal momento che i dati riportati nel test sono relativi a condizioni stazionarie, misurate in corrispondenza della pala centrale di una schiera composta da 5 profili semplicemente estrusi interessata da moto piano (AVDR=0), si è optato per una simulazione 2D stazionaria. Tale scelta approssima con accuratezza le condizioni del test, miranti a ridurre il più possibile gli effetti di tridimensionalità, e riduce il tempo computazionale, risorsa particolarmente importante in vista dell'ottimizzazione per la quale la validazione e propedeutica.

La mesh è stata realizzata con POINTWISE: il profilo è disponibile in un file di coordinate XY con 43 punti per il suction side e altrettanti per il pressure side distribuiti con maggiore densità in prossimità di leading e trailing edge, che sono mancanti. Il profilo è stato ruotato dell'angolo di calettamento, scalato del fattore 0,085 (lunghezza della corda in metri) e assemblato con una curva *Catmull-Rom* per conferire regolarità; leading e trailing edge sono stati generati con mezzo arco di circonferenza. Il profilo è inserito all'interno di un dominio bidimensionale che si estende anteriormente al leading edge per

una lunghezza pari a $1 * c_{ax}$ e posteriormente per $4,1146 * c_{ax}$ dove c_{ax} è la lunghezza della proiezione assiale della corda.

Suction Surface		Pressure Surface	
X_{SS}/l	Y_{SS}/l	X_{PS}/l	Y_{PS}/l
0.001389	0.001279	0.001170	-0.001274
0.012656	0.000551	0.012425	-0.002454
0.024092	0.000153	0.023344	-0.003535
0.035660	-0.000250	0.035422	-0.004518
0.047387	-0.000549	0.047164	-0.005402
0.071285	-0.000338	0.071114	-0.006885
0.095750	-0.000745	0.095653	-0.007995
0.120746	-0.000293	0.120749	-0.008761
0.146218	0.000431	0.146331	-0.009213
0.172107	0.001527	0.172342	-0.009395
0.198339	0.002730	0.198634	-0.009346
0.224836	0.004206	0.225272	-0.009132
0.251495	0.005714	0.252015	-0.008796
0.278244	0.007255	0.278317	-0.008390
0.305014	0.008783	0.305619	-0.007964
0.331755	0.010256	0.332371	-0.007536
0.358421	0.011652	0.359032	-0.007139
0.384988	0.012950	0.385571	-0.006784
0.411438	0.014149	0.411390	-0.006478
0.437768	0.015238	0.438285	-0.006219
0.463991	0.016233	0.464463	-0.005994
0.490107	0.017071	0.490544	-0.005806
0.516126	0.017836	0.516510	-0.005650
0.542037	0.018438	0.542370	-0.005524
0.567845	0.019048	0.568116	-0.005432
0.593545	0.019431	0.593746	-0.005371
0.619125	0.019737	0.619252	-0.005352
0.644583	0.019931	0.644619	-0.005370
0.669357	0.020333	0.669342	-0.005437
0.695076	0.019944	0.694920	-0.005552
0.720106	0.019713	0.719853	-0.005713
0.744997	0.019313	0.744659	-0.005884
0.769747	0.018739	0.769331	-0.006049
0.794367	0.017943	0.793885	-0.006171
0.818368	0.016949	0.818345	-0.006219
0.843268	0.015727	0.842723	-0.006164
0.867576	0.014263	0.867023	-0.005972
0.891806	0.012556	0.891284	-0.005617
0.915964	0.010575	0.915483	-0.005073
0.940058	0.008310	0.939661	-0.004310
0.964095	0.005741	0.963793	-0.003300
0.988073	0.002353	0.987909	-0.002021
1.000045	0.001233	0.999955	-0.001277

Figura 4.3: Coordinate adimensionali del profilo transonico ARL SL19, da [5]

Il dominio di calcolo ha caratteristiche di periodicità: le curve delimitanti i confini superiore e inferiore sono uguali; ed è strutturato: la topologia degli elementi è quadrangolare ed il numero di nodi sui lati opposti di ciascun blocco è uguale (per estensione ciò vale anche per i bordi del dominio). La mesh intorno al profilo è del tipo *ad O*: elementi di forma rettangolare vengono estrusi a partire dal profilo in direzione radiale aumentando progressivamente il loro spessore secondo una legge esponenziale; il tasso di crescita varia tra 1,04 e 1,08 e il numero di *inflation layers* da 100 a 150. Tra gli *smoothing parameters* si è scelto un coefficiente *Volume* di 0,01 per rendere il più possibile regolare la forma della mesh estrusa evitando rigonfiamenti vicino a leading e trailing edge, dove i nodi sono più ravvicinati. L'altezza del primo livello è mantenuta costante in tutte le griglie, pari a $8,5 * 10^{-5}mm$ in modo da avere un Y^+ inferiore a 1, così da poter descrivere adeguatamente gli elevati gradienti di velocità e temperatura nello strato limite in direzione radiale tramite *wall functions* e il valore della *skin friction* τ . Questo tipo di griglia garantisce il più possibile l'ortogonalità delle celle al profilo e una risoluzione elevata nella zona in cui

si svilupperà lo strato limite, inoltre le mesh strutturate generano tipicamente matrici delle variabili più ordinate introducendo minori errori di calcolo. Una volta impostate le condizioni al contorno sui domini, la mesh viene esportata in formato .cas
Nelle tabelle 4.2, 4.3 e nelle figure 4.4, 4.5 sono riportate le caratteristiche delle 3 mesh utilizzate per la validazione:

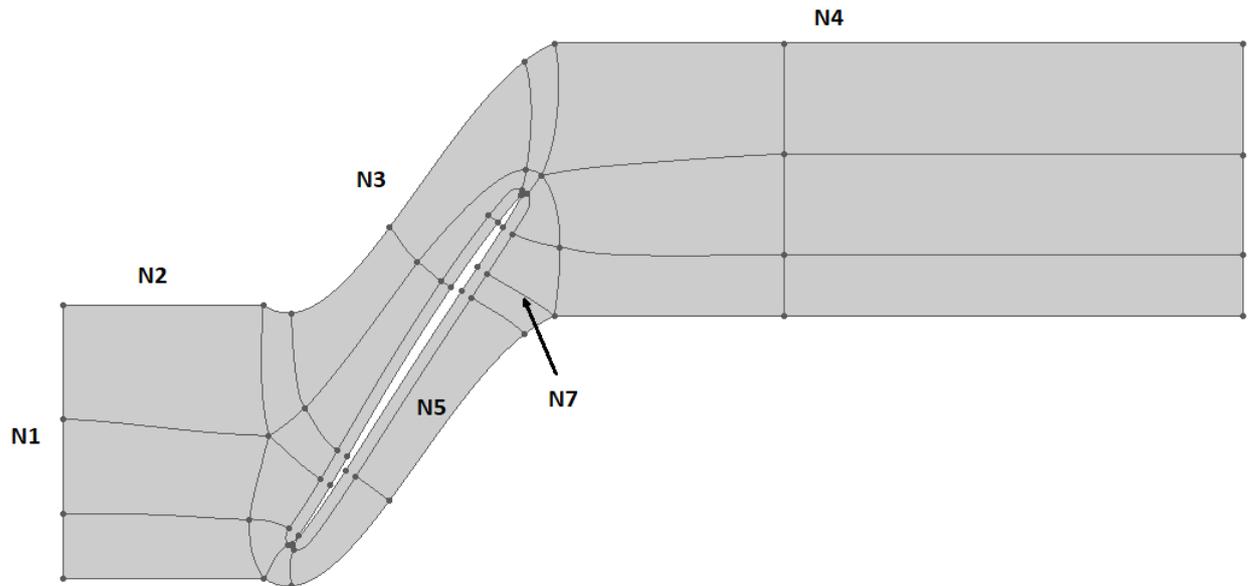


Figura 4.4: Schema della mesh realizzata con POINTWISE

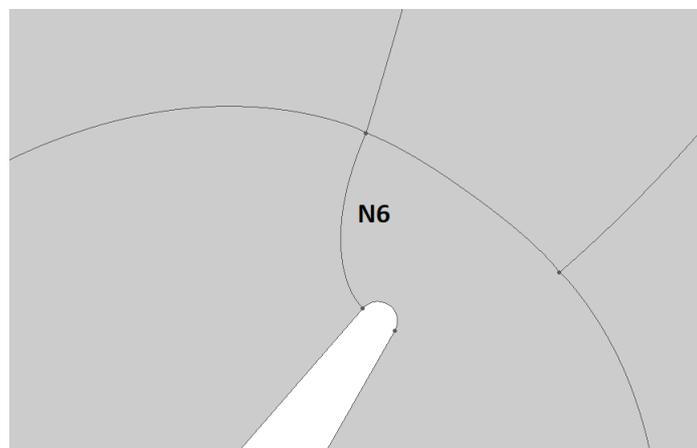


Figura 4.5: Dettaglio del trailing edge

		Coarse	Medium	Fine
Inlet/outlet	N1	113	165	328
Periodic inlet	N2	50	75	100
Periodic middle	N3	205	267	537
Periodic outlet	N4	150	230	260
Inner O-grid tang	N5	568	758	1347
Inner O-grid rad	N6	100	100	150
Inner O-grid layer1 [m]	Y1	$8,5 * 10^{-8}$	$8,5 * 10^{-8}$	$8,5 * 10^{-8}$
Outer O-grid rad	N7	50	60	100
Y+	Y+	0,05	0,05	0,05
Growth rate O-grid	G	1,08	1,08	1,04
Cell number	C	115809	189005	596605

Tabella 4.2: Caratteristiche delle mesh

Parametri di qualità	Mesh		
	Coarse	Medium	Fine
Max skewness equiangle	0,45798	0,4136	0,4152
Max area ratio	3,6001	4,3937	2,7704
Min included angle [deg]	48,9	52,7	52,7

Tabella 4.3: Parametri di qualità delle mesh

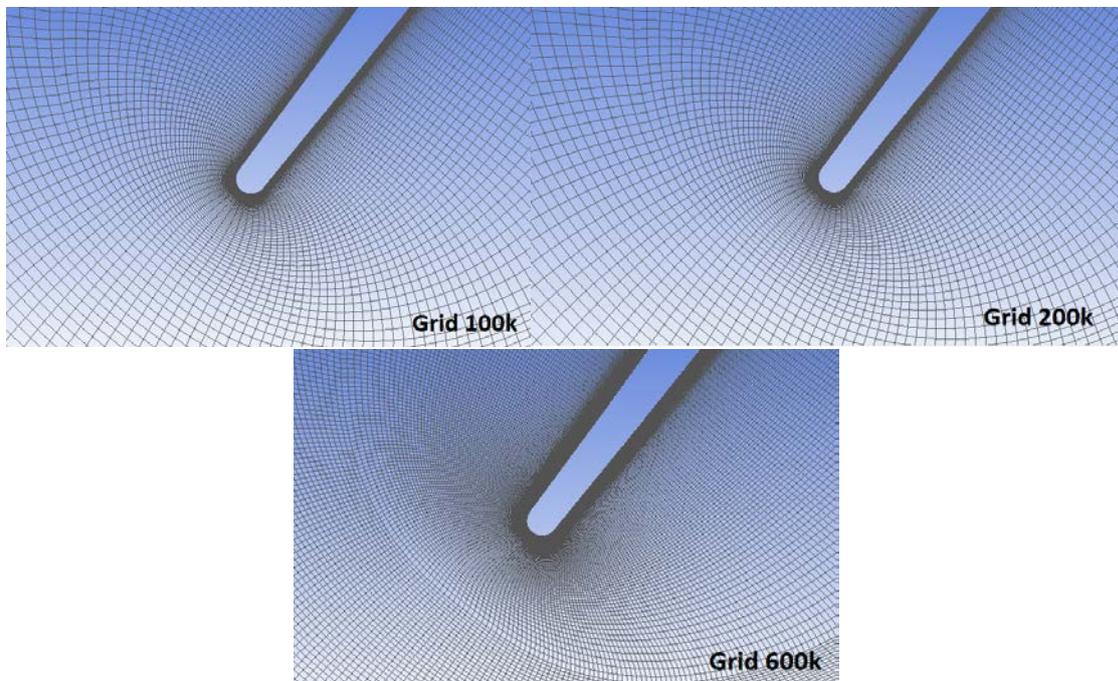


Figura 4.6: Dettaglio del leading edge delle tre mesh

Il file di mesh viene importato in FLUENT e dai menu a comparsa del programma sono assegnati i parametri della simulazione e le condizioni al contorno. Si è usato come

fluido operativo un gas perfetto con costante particolare $R = 287.04 \frac{J}{kgK}$, rapporto tra calori specifici costante $\gamma = 1,4$ e modello di viscosità *Sutherland* a tre coefficienti, che esprime la viscosità dinamica in funzione della temperatura secondo:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_r} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_r + S}{T + S} \quad (4.1)$$

con temperature di riferimento $T_r = 273.11K$, $S = 110,56K$ e viscosità di riferimento $\mu_r = 1,716 * 10^{-5} \frac{kg}{ms}$. Per l'inlet si è usata la condizione *pressure far field*, simulante un flusso indisturbato con fissati numero di Mach, direzione, pressione e temperatura ad una distanza infinita; da lì le condizioni sul lato di ingresso del dominio sono ottenute propagando l'invariante di Riemann del segnale all'interno del dominio. Temperatura e pressione totali in ingresso sono fissate rispettivamente pari a $T_0 = 310K$ e $p_0 = 1 atm$, i rispettivi valori statici vengono calcolati usando la semplificazione, valida con ottima approssimazione in assenza di urti, di deflusso isentropico nella sezione d'ingresso:

$$p = p_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{\frac{k}{1-k}} = 24554 Pa \quad (4.2)$$

$$T = T_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-1} = 206,7 K \quad (4.3)$$

In questo modo il numero di Reynolds risultante è $Re = 1,17 * 10^6$, prossimo al valore della prova sperimentale. Per l'outlet si è usata la condizione *pressure outlet*, consistente nel fissare la pressione in uscita (pari a $p_2 = 2,16 * p_1$) e la temperatura totale dell'eventuale reflusso in $T_{20} = 310K$ essendo il flusso adiabatico. Per il profilo è impostata la condizione *wall*, per i lati superiore e inferiore *periodic* di tipo traslazionale, in modo da simulare una schiera infinita. Il solutore è di tipo *pressure based* con schema *coupled*, la discretizzazione spaziale è del tipo *Green Gauss cell based*. Si sono programmate 500 iterazioni con discretizzazione del primo ordine e *flow Courant number* $Cu = 100$ seguite da 2500 iterate con metodo del secondo ordine e $Cu = 40$. È stata richiesta la convergenza con residui di continuità ed energia di 10^{-5} . Si è verificato l'assestamento delle grandezze di interesse quali pressione, Mach all'ingresso e Ω per accertarsi dell'avvenuta convergenza, specialmente quando i residui non potevano scendere fino alla soglia fissata. Normalmente le grandezze sopracitate non variavano per più dello 0,5% già a residui della continuità di $5 * 10^{-4}$.

Come modelli di turbolenza si sono testati il $k - \omega$ SST, $k - \epsilon$ standard, $k - \epsilon$ realizable, $k - \epsilon$ RNG e Spalart-Allmaras.

Per ciascuna simulazione si sono ricercate le condizioni all'infinito che rispettino il Mach in ingresso della prova sperimentale: infatti l'imposizione di un'angolo del flusso arbitrario in *pressure far field* restituirà in generale una coppia in ingresso (M_1, β_1) differente posta sulla curva di unique incidence o in condizioni di spill point. L'adattamento porterà anche alla modifica di pressione statica e totale in ingresso alla schiera. Si è operato ricercando iterativamente l'angolo del flusso in ingresso β_1 che mantenga invariato il numero di Mach imposto di 1,58 nella sezione d'ingresso, e con esso la pressione statica. La backpressure viene sempre rispettata essendo il campo di moto a valle subsonico, perciò anche il rapporto di compressione risulta costante. Alla luce di queste considerazioni, lo scopo della validazione diventa ricercare la miglior concordanza dei due parametri liberi, ovvero angolo β_1 e coefficiente di perdita Ω con i valori sperimentali. La mesh utilizzata per investigare l'effetto dei diversi modelli di turbolenza è quella *coarse*, composta da circa

100 000 elementi. Nella tabella seguente sono riportate le grandezze globali calcolate come media pesata per unità di portata per ciascun modello simulato:

MODELLO	Dati sperim.	$k\omega$ SST	$k\epsilon$ stand.	$k\epsilon$ realiz.	$k\epsilon$ RNG	SA
M_1	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58
β_1 [deg]	57,9	58,40	58,53	58,69	58,50	58,38
M_2	0,91	0,912	0,897	0,900	0,902	0,906
β_2 [deg]	60,8	61,56	61,07	61,31	61,22	61,31
AVDR	1	1	1	1	1	1
Ω	0,143	0,1342	0,1550	0,1511	0,1484	0,1406
p_2/p_1	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16

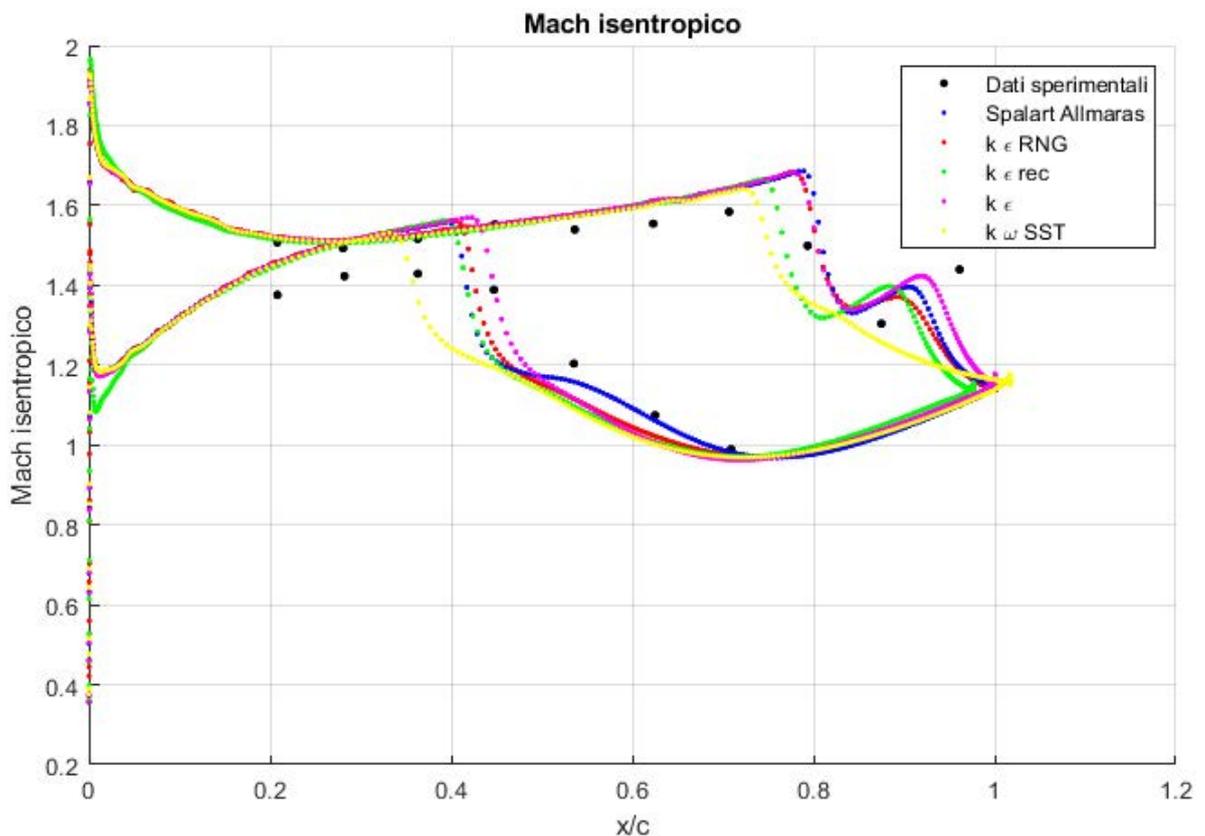


Figura 4.7: Mach isentropico, dati sperimentali e simulazioni con diversi modelli di turbolenza

Si può notare che l'angolo rispetto alla direzione assiale del flusso in ingresso è sempre maggiore di quello misurato sperimentalmente, lo stesso per l'angolo del flusso in uscita. Il coefficiente di perdita è sovrastimato per i modelli $k\epsilon$, noti per generare troppa turbolenza nelle simulazioni di aerodinamica interna; mentre è sottostimato per il $k\omega$ SST. Il modello Spalart Allmaras si avvicina ulteriormente all' Ω sottostimandolo. I modelli $k-\epsilon$ e Spalart Allmaras descrivono con maggiore fedeltà il pattern del Mach isentropico, anticipando leggermente il punto di incidenza dell'urto riflesso sul suction side, mentre il $k-\omega$ SST

non coglie l'accelerazione del flusso vicino al trailing edge. Si è scelto di adottare il $k-\epsilon$ nella sua variante RNG per la sua maggior diffusione e estensione di utilizzo rispetto allo Spalart Allmaras. Con il suddetto modello si è portata avanti un'analisi di sensibilità della mesh: si sono effettuate simulazioni con la griglia *medium* da circa 200 000 elementi e con la *fine* da 600 000.

I risultati ottenuti per le grandezze globali sono riportati nella seguente tabella:

	Dati speriment.	Mesh		
		Coarse	Medium	Fine
M_1	1,58	1,58	1,58	1,58
β_1 [deg]	57,9	58,50	58,50	58,50
M_2	0,91	0,902	0,902	0,902
β_2 [deg]	60,8	61,31	61,24	61,22
Ω	0,144	0,1484	0,1479	0,1472
c_{py} [N/m span]		1157,1	1156,2	1158,4

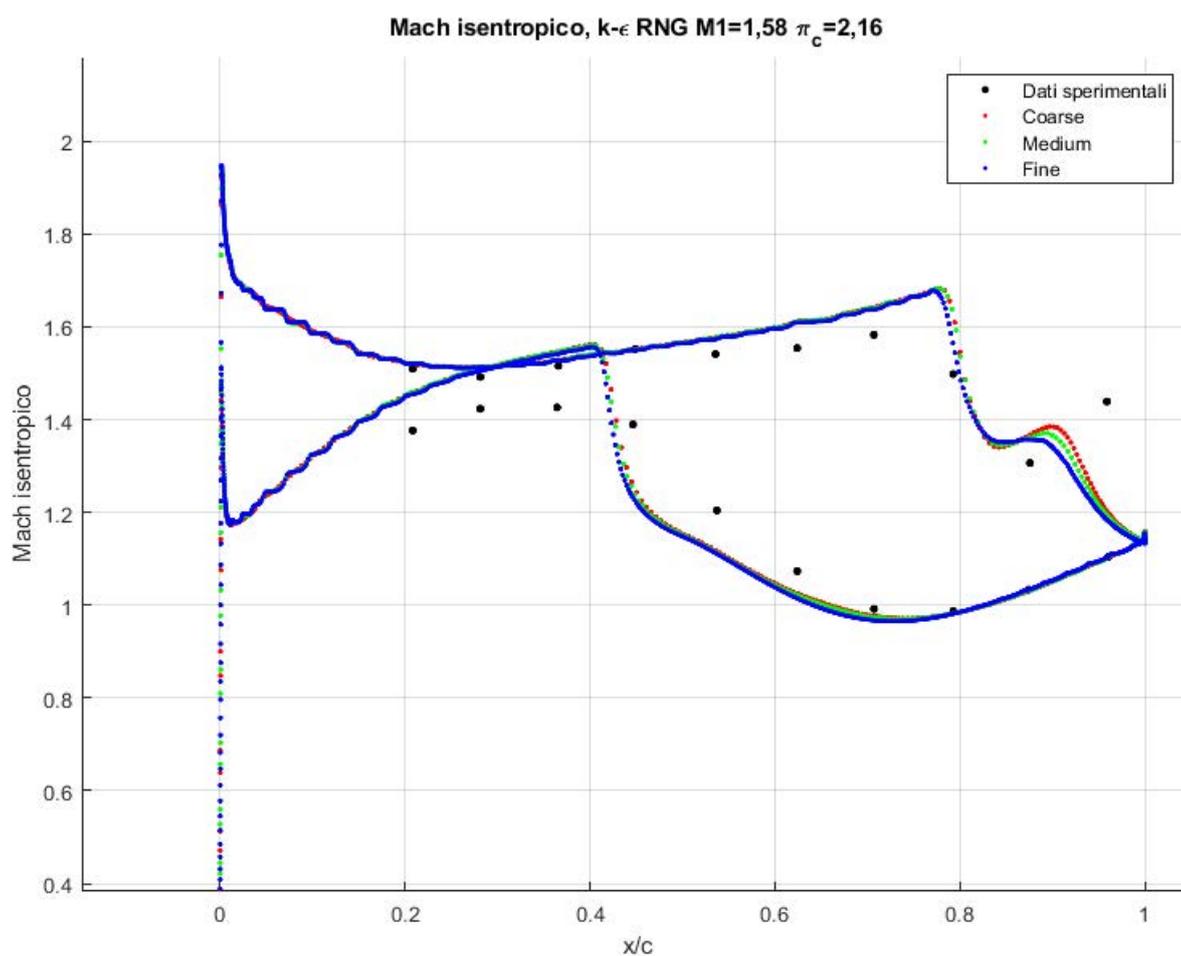


Figura 4.8: Mach isentropico, dati sperimentali e mesh di diversa finitura, modello $k-\epsilon$ RNG

Si può notare come le grandezze globali rimangono sostanzialmente invariate raffinando la mesh, con un leggero miglioramento del coefficiente di perdita, accompagnato però da un calo dell'accelerazione sul suction side vicino al trailing edge che si discosta maggiormente dal dato sperimentale. Anche la forza per unità di *span* in direzione Y c_{py} rimane pressochè costante. La ridotta sensibilità dei risultati ottenuti rispetto alla mesh suggerisce che la griglia *coarse* disponga già della precisione necessaria per garantire risultati affidabili, con tempi di calcolo decisamente inferiori rispetto alle griglie più fini. Alla luce di queste considerazioni si è scelto di adottare questa mesh per l'ottimizzazione, essendo la rapidità di calcolo un fattore fondamentale visto l'elevato numero di simulazioni richiesto per calcolare la funzione obiettivo di ogni singolo profilo.

4.2 Variazione delle condizioni operative

In questa sezione è stato studiato il comportamento della schiera al variare delle condizioni operative, in particolare le modalità di insorgenza di condizioni di **unstart** da uno stato di **unique incidence**.

4.2.1 Variazione del Mach in ingresso

In primo luogo, partendo dalla condizione di unique incidence corrispondente a $M_1 = 1,58$ è stato variato il numero di Mach in ingresso del flusso in un range tra 1,62 e 1,42, lasciando invariate tutte le altre grandezze imposte in ingresso e uscita. I valori di interesse sono riportati nella tabella 4.4. Si può notare come, in una prima fase, l'abbassamento del Mach in ingresso porti la schiera ad operare in altri punti della curva di unique incidence, variando sia M_1 impostato, sia β_1 ; inoltre la p_1 aumenta mentre il coefficiente di perdita diminuisce per via della minore velocità del flusso accompagnata da un trascurabile aumento dell'angolo di attacco. Il primo passage shock si fa sempre meno inclinato, come previsto dalla teoria degli urti obliqui, mentre l'urto normale nel canale di passaggio si sposta verso il leading edge per adattare il flusso alla pressione allo scarico, dal momento che l'effetto prevalente dell'abbassamento del Mach in ingresso è il calo della pressione a valle del primo passage shock. L'esatto opposto avviene con l'aumento di M_1 . Scendendo sotto $M_1 = 1,44$, la schiera passa in condizioni di spill point: l'urto normale raggiunge il ramo inferiore del bow shock e vi si unisce: a questo punto l'adattamento procede con la modifica dell'intero fronte d'onda anteriore, che si distacca dal leading edge. Si vede che il flusso si discosta maggiormente dai parametri in ingresso impostati, portando ad un più cospicuo aumento di pressione statica, totale, del coefficiente di perdita e alla diminuzione del Mach in ingresso, della portata in massa e dell'effettivo rapporto di compressione tra sezione di ingresso e di uscita.

M1 imposto	1,62	1,60	1,58	1,46	1,44	1,42
M_1	1,6276	1,6031	1,5799	1,4471	1,4262	1,3757
β_1 imposto	58,47	58,47	58,47	58,47	58,47	58,47
β_1	58,20	58,36	58,47	59,01	59,06	60,46
p_1 [Pa]	36113	36385	36577	37397	37464	39579
Ω	0,1589	0,1531	0,1471	0,1003	0,0950	0,1158
M_2	0,9324	0,9119	0,8912	0,7668	0,7428	0,7112
p_2/p_1	2,2153	2,1987	2,1871	2,1392	2,1354	2,0213

Tabella 4.4: Variazione delle grandezze col numero di Mach in ingresso

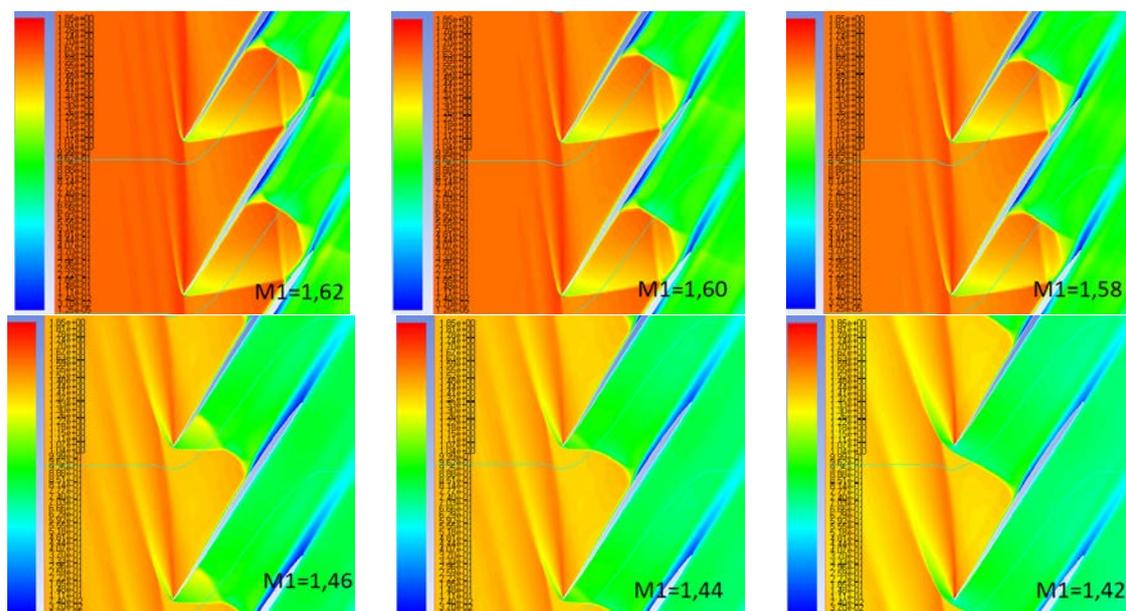


Figura 4.9: Countours di Mach al variare del Mach in ingresso

4.2.2 Variazione della backpressure

Si è poi studiato l'effetto di un'aumento della pressione in uscita p_2 con la schiera in unique incidence. L'aumento di p_2 porta ad uno spostamento del secondo passage shock normale verso il naso del profilo: infatti il flusso supersonico sul pressure side è accelerato fino a circa metà corda dalla divergenza di area e l'urto consente l'adattamento alle condizioni di scarico in maniera analoga ad un ugello di de Laval non adattato. Finché l'urto rimane confinato nel canale di passaggio, non vi è alcun effetto sul flusso in ingresso, che mantiene le sue caratteristiche invariate in ossequio alla unique incidence. La portata rimane bloccata (condizione di *choking*) e con essa la velocità e l'angolo del flusso in ingresso; mentre il flusso subsonico in uscita, risentendo dell'aumento di pressione, presenta velocità decrescente. Oltre una certa p_2 il secondo passage shock normale raggiunge il ramo inferiore del bow shock e vi si unisce: a questo punto l'adattamento procede con la modifica dell'intero fronte d'onda anteriore, che si distacca dal leading edge e porta alla condizione di spill point. Anche in questo caso il flusso non rispetta i parametri in ingresso impostati, portando ad un'aumento di pressione statica, totale, del coefficiente

di perdita e a una diminuzione del numero di Mach, della portata e dell'effettivo rapporto di compressione tra sezione di ingresso e di uscita. I risultati ottenuti da simulazioni con Mach di 1,3 e 1,58 sono raccolti nelle tabelle 4.5 e 4.6; nelle figure 4.11, 4.10 sono mostrati i contours del numero di Mach. Si può notare come nel primo caso l'insorgenza di condizioni di unstart rispetto all'aumento di p_2 sia più continuo, e porti ad una discontinuità di modesta entità di β_1 e di Ω seguito da un aumento graduale quasi lineare di entrambe le grandezze; al contrario nel secondo si registra una discontinuità più forte di entrambe le grandezze allo *spill point* e un loro aumento più repentino superato tale punto.

$p_2[Pa]$	63000	65500	66750	68000	75000
p_2/p_1	1,7226	1,7910	1,7927	1,7808	1,2867
$p_{01}[Pa]$	101236	101236	101716	102430	122632
M_1	1,300	1,300	1,291	1,277	1,089
$\beta_1[deg]$	59,42	59,42	59,91	60,61	74,19
M_2	0,7980	0,7645	0,7431	0,7220	0,6169
Ω	0,0831	0,0738	0,0840	0,0964	0,3997
\dot{m} [kg/ms]	6,1589	6,1590	6,1169	6,0535	4,0756

Tabella 4.5: Aumento della backpressure con $M_1 = 1,3$

$p_2[Pa]$	88000	92375	92594	93250	95000
p_2/p_1	2,4063	2,5260	2,1573	2,1085	1,8928
$p_{01}[Pa]$	150756	150756	154696	155708	161083
M_1	1,5800	1,5800	1,4880	1,4718	1,4072
$\beta_1[deg]$	58,27	58,27	61,97	62,71	65,95
M_2	0,8110	0,7583	0,7423	0,7325	0,7000
Ω	0,1324	0,1366	0,1900	0,2021	0,2646
\dot{m} [kg/ms]	7,7525	7,7425	7,4710	7,3978	6,9400

Tabella 4.6: Aumento della backpressure con $M_1 = 1,58$

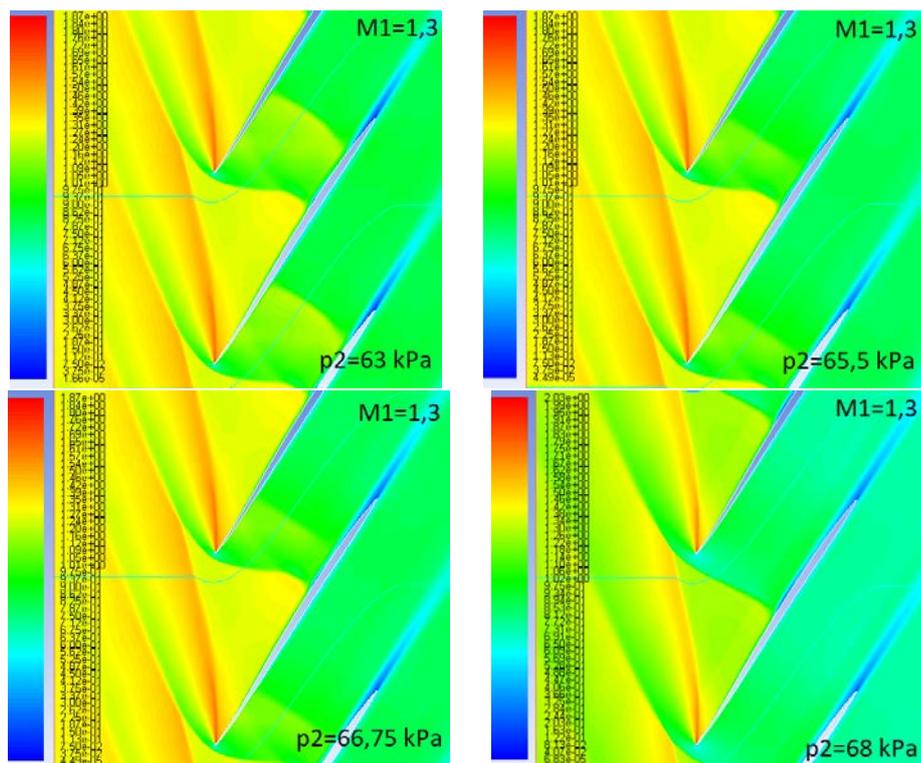


Figura 4.10: Countours di Mach al variare della backpressure con $M_1 = 1,3$

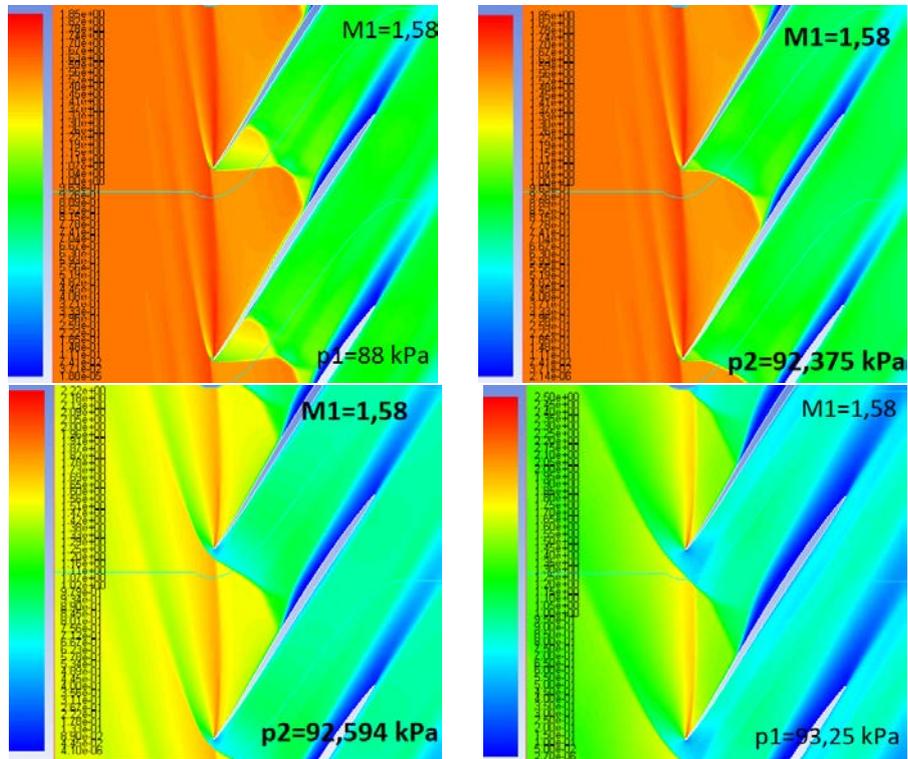


Figura 4.11: Countours di Mach al variare della backpressure con $M_1 = 1,58$

Aumentando gradualmente la p_2 è possibile ricavare la massima pressione statica in

uscita che può sostenere una schiera con *fissato carico cinetico in ingresso* in uniche incidence: l'insorgenza di condizioni di unstart, come si è visto, porta ad una modifica dell'intero fronte d'onda anteriore, foriero di maggiori perdite, del calo di M_1 e di un aumento della p_1 più repentino del rispettivo aumento della backpressure, con conseguente calo del rapporto di compressione monte-valle della schiera. Tutto ciò è accompagnato dallo sblocco della portata, che diminuendo, denota l'impossibilità di elaborare un flusso in ingresso con le proprietà fissate, portando al rigetto di una frazione della portata elaborata in uniche incidence e quindi ad un flusso in ingresso con linee di corrente più divergenti rispetto alla uniche incidence.

4.2.3 Effetto della lunghezza della mesh

La discrepanza riscontrata tra stato nella sezione all'ingresso e valori impostati all'infinito tramite la condizione di *pressure far-field* quando non si rispetta la coppia (M_1, β_1) di uniche incidence o superato lo spill point, ha suggerito un'ulteriore studio volto ad indagare l'influenza della lunghezza della mesh sul campo di moto. A tal fine sono state simulate alcune condizioni di funzionamento utilizzando la mesh regolare e una allungata a monte della schiera fino a $x = -3,21 * c_{ax}$ dal LE. In primo luogo si sono replicati stati di uniche incidence, che rispettino o meno la coppia (M_1, β_1) fissata all'infinito con pressione in ingresso impostata in 36570 Pa per tutti i casi. I risultati sono raccolti nella tabella 4.7.

Condizione	UI 1,3 I		UI 1,3 II		UI 1,58 I		UI 1,58 II	
	Stand	Lunga	Stand	Lunga	Stand	Lunga	Stand	Lunga
Mesh								
M_1 imposto	1,3	1,3	1.3	1.3	1,58	1,58	1,58	1,58
M_1	1,3003	1,3001	1.2953	1.2932	1,5800	1,5800	1,5716	1,5716
β_1 imposto [deg]	59,42	59,54	59.2	59.2	58,27	58,27	58	58
β_1 [deg]	59,42	59,54	59.44	59.54	58,27	58,27	58,31	58,31
p_1 [Pa]	36571	36566	36905	37028	36570	36570	37083	37083
Ω	0,0919	0,0940	0.0918	0.0934	0,1454	0,1454	0,1444	0,1444
M_2	0,8402	0,8388	0.8432	0.8430	0,8918	0,8918	0,8952	0,8952
p_2 [Pa]	60000	60000	60000	60000	80000	80000	80000	80000
\dot{m} [kg/sm]	6,1600	6,1402	6,1793	6.1733	7,7423	7,7423	7,7849	7,7849

Tabella 4.7: Effetto della mesh allungata sulle grandezze del flusso. Condizioni di UI

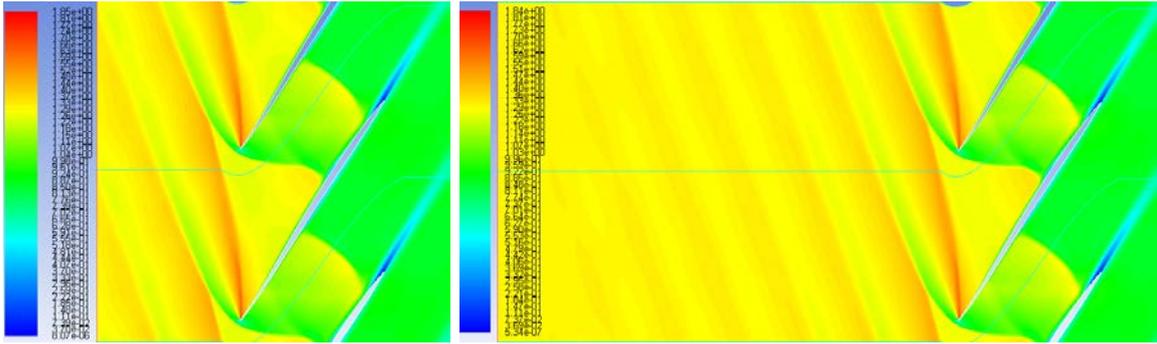


Figura 4.12: Countours di Mach al variare della mesh con $M_1 = 1,3$. Condizioni di UI

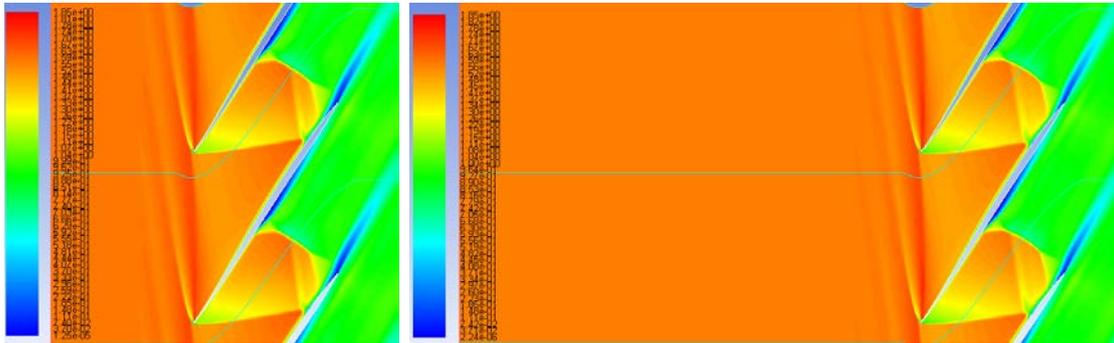


Figura 4.13: Countours di Mach al variare della mesh con $M_1 = 1,58$. Condizioni di UI

Nel primo caso è stato imposto $M_1 = 1,3$ ed è stato ricercato l'angolo di unique incidence che porti a rispettare le condizioni in ingresso. Si può notare che vi è una leggera discrepanza pari a $0,12^\circ$ tra i valori restituiti dalle due mesh, con leggere differenze su coefficiente di perdita, portata e Mach in uscita. Misurando la media per unità di massa delle grandezze di campo in una sezione verticale a $x = -c_{ax}$ dal leading edge della mesh allungata (sezione corrispondente all'inlet della mesh regolare) si registrano $M_1 = 1,30175$, $p_1 = 36485$, $\beta_1 = 59,47^\circ$, valori più distanti da quelli all'infinito rispetto a quelli restituiti dalla mesh regolare. Nel secondo caso è stato imposto un angolo in ingresso di $59,2^\circ$, in modo da far operare la schiera in condizioni di unique incidence ma differenti da quelle impostate ed è stata riscontrata ancora una piccola differenza tra i campi di moto replicati dalle due simulazioni. Nel terzo e quarto caso la procedura è stata ripetuta ma con Mach in ingresso di $1,58$: questa volta i risultati restituiti dalle due mesh non differiscono per le cifre significative né per il caso in cui l'angolo di UI è rispettato, né per quello in cui non lo è.

Si sono poi simulate due condizioni di unstart, portando la pressione in uscita al di sopra del valore di spill point per il fissato Mach in ingresso.

Condizione	SP 1,58 I		SP 1,58 II	
	Stand	Lunga	Stand	Lunga
Mesh				
M_1 imposto	1.58	1.58	1,58	1,58
M_1	1.4794	1.4820	1,4259	1,2705
β_1 imposto [deg]	58	58	58	58
β_1 [deg]	62.07	61.95	64,64	74,73
p_1 [Pa]	43566	43351	48252	68647
Ω	0.1890	0.1872	0,2357	0,4631
M_2	0.7397	0.7398	0,7107	0,6830
p_2 [Pa]	93200	93200	95000	95000
\dot{m} [kg/sm]	7,5015	7,5140	7,2087	5,3493

Tabella 4.8: Effetto della mesh allungata sulle grandezze del flusso. Condizioni di spill point

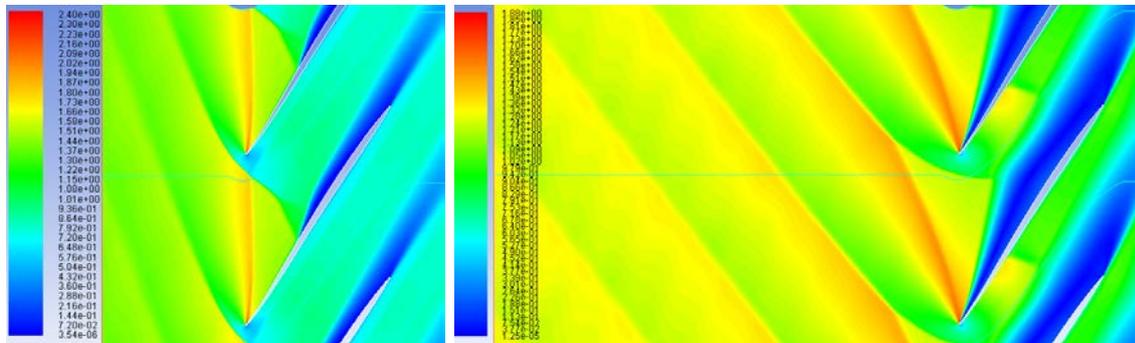


Figura 4.14: Countours di Mach al variare della mesh con $M_1 = 1,58$ e $p_2 = 95000Pa$. Condizioni di SP

Il primo caso prevede l'assegnazione di una pressione all'uscita di poco superiore a quella di spill point e si può notare che vi è una leggera discrepanza tra i risultati delle due mesh. Nel secondo caso, mostrato in figura 4.14, si simula una condizione di unstart più severa ed il campo di moto diverge fortemente tra le due mesh, risultando decisamente più vicino allo stallo per la mesh allungata, con strato limite completamente distaccato sul suction side e coefficiente di perdita doppio rispetto a quello calcolato per la mesh regolare.

Dall'analisi condotta si possono trarre alcune considerazioni importanti:

- Il campo di moto del flusso simulato è indipendente dalla lunghezza della mesh nella fascia d'ingresso finché il profilo lavora in unique incidence a Mach elevato, anche con coppie (M_1, β_1) differenti da quelle impostate. In queste condizioni l'influenza della schiera si propaga a monte attraverso ventagli di espansione e onde di compressione oblique sufficientemente deboli e inclinate da lasciare il campo di moto uniforme già a breve distanza dal leading edge. Questa uniformità giustifica fisicamente l'ininfluenza della lunghezza della fascia in ingresso sul campo di moto.
- Il campo di moto lungo il profilo dipende dalla lunghezza della sezione d'ingresso della mesh quando la schiera opera in spill point o in unique incidence a bassi

numeri di Mach. In queste condizioni i bow shocks diventano curvi e meno inclinati ed influenzano il campo di moto più a monte rispetto alla schiera, generando disuniformità evidenti (vedere i contours di Mach). L'imposizione di una stessa condizione al contorno a diverse sezioni a monte ha un significato fisico diverso e porta a campi di moto differenti anche quando le suddette condizioni non possono essere rispettate. Va sottolineato che le differenze riscontrate sono di entità ridotta finché il profilo opera in unique incidence.

- La grande divergenza nei campi di moto simulati con le due mesh in spill point sottolinea l'elevata inaffidabilità di risultati ottenuti in quelle condizioni. Consapevoli che condizioni di unstart sufficientemente spinte portano ad instabilità e stallo rotante non replicabili con simulazioni steady e alla luce di questa nuova considerazione, nell'ottimizzazione si è trattato lo spill point come limite operativo da non superare.

Capitolo 5

Ottimizzazione del profilo

Un problema di ottimizzazione consiste formalmente nel ricercare il minimo di una funzione obiettivo $F(\vec{X})$ rispettando i vincoli di uguaglianza contenuti nel vettore $G(\vec{X}) = 0$ e quelli di disuguaglianza $H(\vec{X}) < 0$. Quando la funzione è vettoriale e si vogliono ottimizzare più obiettivi, come nel caso di nostro interesse, la soluzione del problema non è più consistente con il trovare il minimo globale per ogni obiettivo. Infatti, prendendo una funzione biobiettivo $[f_1(\vec{X}), f_2(\vec{X})]$, e immaginando che valga $f_1(\vec{X}_1) < f_2(\vec{X}_1)$ e $f_2(\vec{X}_2) < f_1(\vec{X}_1)$, non si può dire che il punto \vec{X}_1 abbia fitness migliore di \vec{X}_2 nè il contrario.

Viene perciò introdotto il concetto di **dominanza**: siano \vec{X}_1 e \vec{X}_2 due soluzioni di un problema di ottimizzazione multiobiettivo di ricerca di minimo. Si dice che \vec{X}_1 domina \vec{X}_2 se, detti f_1, \dots, f_m gli obiettivi del problema, $\forall j = 1 \dots m$ vale:

$$f_j(\vec{X}_1) \leq f_j(\vec{X}_2) \quad (5.1)$$

ed $\exists k \in \{1 \dots m\}$ tale che

$$f_k(\vec{X}_1) < f_k(\vec{X}_2) \quad (5.2)$$

Il luogo dei punti *non dominati* nello spazio delle variabili di decisione viene definito *fronte di Pareto* e la sua ricerca costituisce lo scopo di un'ottimizzazione multiobiettivo. Tale approccio è il più generico possibile: in luogo di attribuire un peso alle diverse f_j trasformando di fatto il problema in un monobiettivo, si lascia all'utente e alla sua esperienza la scelta della soluzione migliore tra quelle sul fronte, consapevoli che per ogni punto sul fronte non è possibile trovarne un altro che migliori *tutti* gli obiettivi. Scopo dell'ottimizzazione condotta è ricercare la forma del profilo che dia le migliori prestazioni in fissate condizioni di funzionamento. Avendo a che fare con una geometria da ottimizzare, il primo passo è parametrizzare la forma in questione, così da poter utilizzare un certo numero di parametri numerici di controllo come variabili di decisione. La parametrizzazione delle curve che descrivono la geometria delle turbomacchine è generalmente portata avanti con **curve di Bezier** o **Splines**. Una curva di Bezier è definita come il luogo dei punti che soddisfa l'equazione:

$$\begin{Bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i \begin{Bmatrix} x(i) \\ y(i) \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

Dove $\begin{Bmatrix} x(i) \\ y(i) \end{Bmatrix}$ sono i punti di controllo del poligono di Bezier. Tali curve hanno la caratteristica di essere tangenti nei punti iniziale e finale rispettivamente al primo e all'ultimo

segmento del poligono, inoltre, salvo casi degeneri, intersecano il poligono soltanto nei rispettivi punti iniziale e finale. Quest'ultimo aspetto, se da un lato rende meno immediato il controllo della forma e dei limiti spaziali della curva, dall'altro consente di rendere più regolare la stessa: per questo motivo sono particolarmente adatte a parametrizzare superfici aerodinamiche. Un'insieme di punti di controllo di Bezier definisce univocamente una curva, tuttavia non vale il contrario, inoltre, scelto il tipo di parametrizzazione non esiste una formula esplicita che associ una curva data alle coordinate dei punti di controllo. D'altro canto le Splines cubiche hanno il vantaggio di passare per i punti di controllo, ma all'aumentare di questi tendono a generare facilmente curve rumorose e irregolari. Nel riprodurre una geometria fissata danno luogo ad una forma di *overfitting* per cui un maggior numero di punti può rendere più difficoltoso ricreare una forma semplice.

5.1 Parametrizzazione del profilo

Al fine di sondare la possibilità di attuare un *morphing* è stata parametrizzata la metà anteriore della linea media con una curva di Bezier ed il profilo è stato generato aggiungendo i semispessori dell'individuo baseline. Tale scelta è stata fatta considerando la ridotta influenza della frazione posteriore del profilo sulle prestazioni, dal momento che nelle condizioni di unique incidence che si andranno a simulare, il salto di pressione è strettamente legato al pattern di onde che si forma nella frazione anteriore, mentre la frazione posteriore di corda è interessata da un flusso turbolento e "schermata" dall'urto nel canale di passaggio rispetto all'inlet. A conferma di questa scelta si veda l'ottimizzazione condotta in Venturelli (2016) [10] dove si sono ottenuti diversi fronti a seconda dei vincoli sulla geometria parametrizzata. Il massimo miglioramento del coefficiente di perdita è stato conseguito modificando anche il retro del profilo, ma il 95% di tale miglioramento si è ottenuto variando la sola metà anteriore.

I segmenti congiungenti ogni punto del SS all'omologo del PS sono perpendicolari alla tangente locale alla linea media: il vettore dei semispessori è stato costruito calcolando la distanza tra i suddetti punti. Nel ricostruire il profilo baseline, come nel generare di nuovi, si sono aggiunti i vettori dei semispessori ai punti della *camberline*, mantenendoli perpendicolari alla tangente locale di tale curva (calcolata per via numerica). In questo modo i profili ricostruiti mantengono la stessa distribuzione degli spessori dell'ARL SL19, e i risultati dell'ottimizzazione potranno fornire la base per uno studio di *morphing* sviluppato nell'ultimo capitolo.

Il profilo base è stato ricostruito tramite algoritmo genetico mono obiettivo (descritto nella sezione 5.3) minimizzando la distanza tra i punti della curva ricostruita e quella base. La parametrizzazione della curva è un aspetto cruciale, perchè da essa dipende la possibilità di esplorare adeguatamente lo spazio delle deformate: al fine di riprodurre con la massima fedeltà possibile il profilo base, nella ricostruzione si è optato inizialmente per una parametrizzazione data da 7 punti del poligono di Bezier: i primi 6 variabili per entrambe le coordinate e l'ultimo fisso essendo punto di congiunzione con la frazione posteriore di camberline.

Successivamente si è ripetuta la ricostruzione eliminando il quarto punto, lasciando sostanzialmente invariata la curva ottenuta. Al fine di ridurre il numero di variabili di decisione, e con esso il numero di generazioni da simulare nell'ottimizzazione, si sono fissate le coordinate X dei primi 4 punti, lasciando libere la X del quinto e ultimo punto

di controllo. L'ordinata del quinto punto y_5 è calcolata secondo:

$$y_5 = y_6 + (x_5 - x_6) * t \quad (5.4)$$

Dove t è la tangente della frazione posteriore di camberline nel punto di contatto con quella anteriore parametrizzata: in questo modo, ricordando le proprietà delle curve di Bezier, si mantiene la continuità della derivata prima della linea media tra frazione anteriore e posteriore, a vantaggio delle proprietà aerodinamiche.

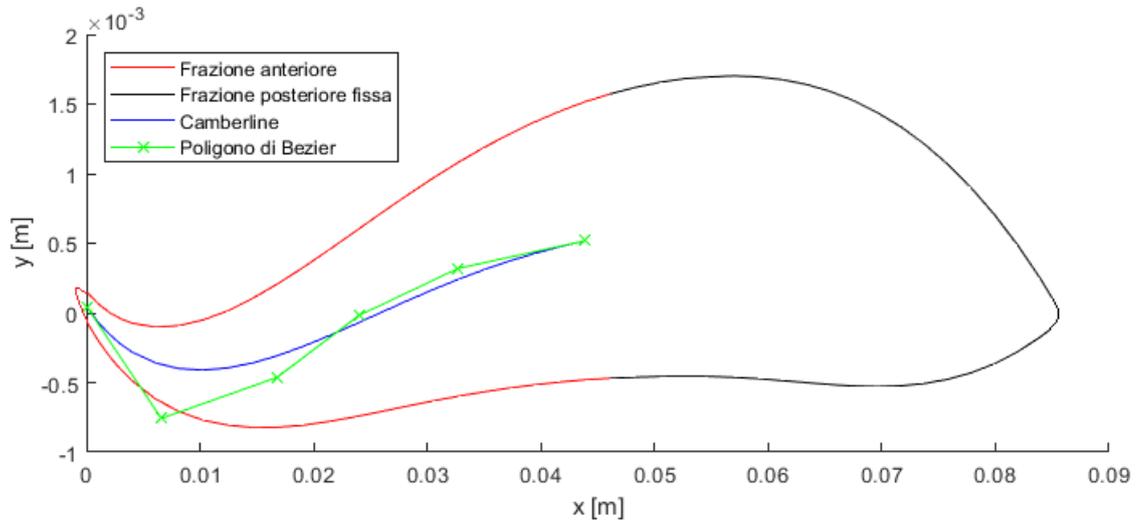


Figura 5.1: Parametrizzazione del profilo baseline. Asse Y amplificato per maggiore chiarezza

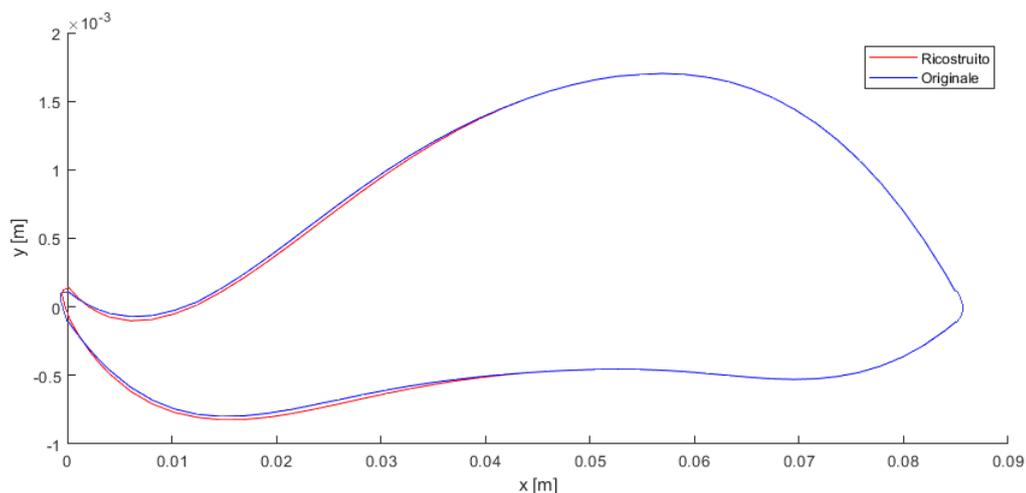


Figura 5.2: Confronto profilo ricostruito e originale. Asse Y amplificato

Il profilo ricostruito consente di definire le variabili di decisione dell'individuo *baseline*, a cui assegnare le rispettive funzioni obiettivo. Nella tabella seguente si possono vedere le grandezze globali calcolate per profilo originale e ricostruito:

	Dati speriment.	Mesh	
		Base	Ricostruita
M_1	1,58	1,58	1,58
β_1 [deg]	57,9	58,50	58,29
M_2	0,91	0,906	0,903
β_2 [deg]	60,8	61,31	61,11
Ω	0,144	0,1484	0,1472

Si può notare che il profilo ricostruito restituisce grandezze globali quasi identiche alla versione base, a prova della bontà della procedura adottata. Le sue prestazioni sorprendentemente sono più vicine ai dati sperimentali di quelle base: ciò può essere dovuto alla regolarizzazione data dalla curva di Bezier.

5.2 Procedura di ottimizzazione

La procedura di ottimizzazione che si è impostato è uno script in ambiente MATLAB che interfaccia l'algoritmo genetico, avente il compito di guidare la ricerca del fronte di Pareto nello spazio delle variabili di decisione, con i blocchi di parametrizzazione e coi software di meshing e di CFD atti a simulare numericamente le schiere oggetto dell'ottimizzazione. Di seguito verranno descritti i due macroblocchi costituenti la procedura: l'algoritmo genetico e lo script di calcolo della funzione obiettivo.

5.3 Algoritmo genetico

Lo script di MATLAB `mainOpt` ha il compito di avviare l'algoritmo genetico multiobiettivo `gamultiobj` del pacchetto *Global optimization*, algoritmo del tipo NSGA descritto in Konak (2006) [11]. L'algoritmo genetico ricerca il minimo della funzione obiettivo $[f_1 f_2] = fitnessFcn(x_1, x_2, \dots, x_n)$ utilizzando una tecnica ispirata alla teoria evolutiva di Darwin. Nell'algoritmo le variabili di decisione in ogni punto di design vengono codificate tramite una stringa binaria o di numeri reali giustapposti in modo da formare un *cromosoma* o *individuo*. Queste vanno a costituire diverse *generazioni*, ovvero insiemi di individui a cui viene associata una *fitness*, legata al valore delle funzioni obiettivo, o alla *Pareto dominance* in problemi multiobiettivo. I valori che possono assumere le variabili di decisione sono limitati da vincoli laterali, detti *upper* e *lower bounds*, vincoli funzionali di altro tipo possono essere valutati solo a posteriori con funzioni di penalità, vista l'intrinseca componente casuale della ricerca dei minimi. Nelle nostre ottimizzazioni si sono posti solo vincoli laterali per lasciare la massima libertà di esplorazione possibile. Un settaggio ponderato dei bounds ha consentito di limitare altresì forme tanto distorte da non portare a convergenza la simulazione CFD.

L'algoritmo genetico tipicamente consta di 5 passaggi:

1. **Inizializzazione della popolazione:** viene creato un certo numero di individui che va a costituire la prima *generazione*, la popolazione iniziale suggerita dalla letteratura è di $2n \div 4n$ dove n è il numero di variabili di decisione. È consigliabile distribuire uniformemente la popolazione nello spazio delle variabili di decisione con

un algoritmo di campionamento come *Halton* o *Sobol* per esplorare adeguatamente il dominio e avvicinarsi a più minimi locali possibili.

2. **Selezione:** la (o le) funzioni obiettivo vengono calcolate per ciascun individuo e viene assegnata loro una *fitness*. Gli individui con la *fitness* migliore vengono scelti per essere accoppiati e creare la generazione successiva: uno dei metodi di selezione più usati è il metodo della *roulette*, illustrato schematicamente nella figura sotto. Agli individui viene attribuita una probabilità di essere selezionati proporzionale alla loro *fitness*, in questo modo i meno adatti verranno tendenzialmente scartati e non passeranno il proprio "corredo genetico" alle generazioni successive.

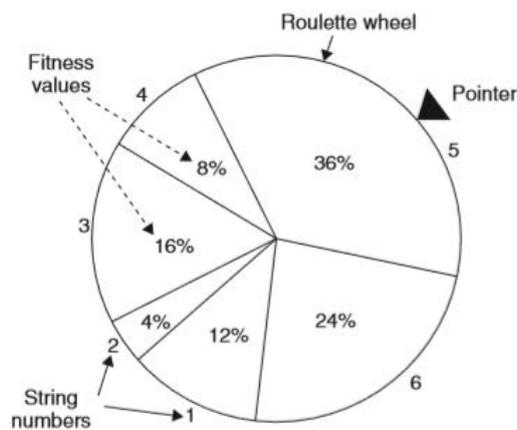


Figura 5.3: Sistema di selezione a roulette

il `gamultiobj` di MATLAB impiega la tecnica del torneo, in cui un certo numero di individui viene preso casualmente e si seleziona per il crossover il migliore tra questi.

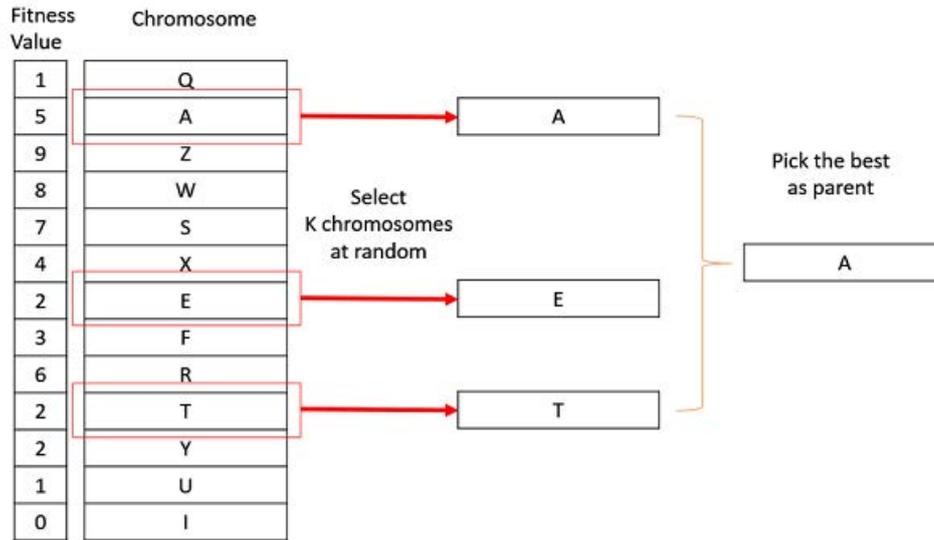


Figura 5.4: Sistema di selezione a torneo

3. **Crossover:** gli individui selezionati chiamati *genitori* vengono incrociati tra di loro miscelando i propri cromosomi per generare la popolazione dei *figli*. La tecnica più semplice, detta *crossover single point* consiste nella divisione dei cromosomi dei genitori in un punto casuale, generando una testa e una coda per ogni cromosoma, dopodichè le rispettive teste o code vengono scambiate tra i due genitori; esistono tuttavia tecniche differenti come la divisione *double point* o il *crossover scattered*. Quest'ultima modalità è utilizzata di default dall'algoritmo `gamultiobj` di MATLAB per problemi senza vincoli lineari: i cromosomi dei genitori vengono suddivisi in un egual numero di geni di uguale lunghezza e viene creato un vettore binario casuale che seleziona il gene del primo genitore in corrispondenza degli 1, e del secondo genitore in corrispondenza degli 0, combinandoli per formare il cromosoma figlio. Per esempio, se p_1 e p_2 sono i cromosomi genitori:

$$p_1 = [abcdefgh]$$

$$p_2 = [12345678]$$

e il vettore binario è $[11001000]$, la funzione restituisce il seguente cromosoma figlio:

$$child1 = [ab34e678]$$

Il principio di fondo su cui si basa il crossover è che l'incrocio dei geni di due cromosomi genitori porti il cromosoma figlio ad avere caratteristiche intermedie in termini di variabili di decisione, e sperabilmente, anche una fitness paragonabile se non migliore degli individui che l'hanno generato.

4. **Mutazione:** tale operatore consiste nella modifica di un bit casuale di un cromosoma da 0 a 1 (in caso di codifica binaria), in modo da conservare una componente randomica nella procedura di evoluzione e preservare la diversità genetica. In que-

sto modo si cerca di evitare che l'algoritmo si fissi su minimi locali ricercando quelli globali in uno spazio più ampio.

La modalità di mutazione di default per problemi non vincolati è la *Gaussian*: un numero casuale preso da una distribuzione gaussiana con media nulla viene aggiunto ad ogni cifra del cromosoma dei genitori. La deviazione standard di questa distribuzione è determinata dai parametri *scale* e *shrink*, oltre che dall' *initial range*, che in questo caso è il vettore `[2, nVar]` contenente gli upper e lower bounds. Il parametro *scale* determina la deviazione standard alla prima generazione: per la *i*-esima coordinata varrà $\sigma_0(i) = scale * (ub(i) - lb(i))$.

Il parametro *shrink* controlla come la deviazione standard si riduca al procedere delle generazioni, per favorire una ricerca ampia all'inizio dell'ottimizzazione e la focalizzazione sui minimi locali alla fine. Alla *k*-esima generazione la deviazione standard per la *i*-esima variabile sarà:

$$\sigma(i)_k = \sigma(i)_{k-1} * \left(1 - shrink * \frac{k}{nGen}\right)$$

Il valore di default per i fattori *shrink* e *scale* del `gamultiobj` è 1.

5. **Elitarismo**: consiste nel selezionare un numero minimo di individui con fitness alta perchè vengano trasmessi invariati alla popolazione successiva, evitando che l'informazione da essi portata possa deteriorarsi in crossovers non migliorativi.

Alla fine di questa serie di operazioni, si ottiene la popolazione della generazione successiva, con un numero di individui pari a quello della precedente, si calcolano le funzioni obiettivo e si ripete la procedura per il numero di generazioni desiderato. L'algoritmo genetico quindi, unendo aspetti deterministici (selezione e incrocio degli individui con fitness migliore) ad altri stocastici (popolazione iniziale casuale, mutazioni) consente di esplorare adeguatamente lo spazio delle variabili di decisione arrivando a soluzioni migliorative del problema in tempi relativamente brevi. La componente casuale dello schema di ricerca inoltre, aiuta a trovare i minimi assoluti del problema senza rimanere bloccati nei minimi locali di funzioni fortemente rumorose come quelle in questione.

Nello script preposto all'algoritmo sono definite le variabili globali `Gen`, `Ind`, `nGen`, `nInd`, e gli *upper* e *lower bounds* del dominio di calcolo. È dichiarata anche la variabile globale `Sol`, matrice con le variabili di decisione e le funzioni obiettivo degli individui già simulati, avente la forma:

$$\mathbf{Sol} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} & f_{11} & f_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{j1} & x_{j2} & x_{j3} & x_{j4} & x_{j5} & f_{j1} & f_{j2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & x_{n4} & x_{n5} & f_{n1} & f_{n2} \end{bmatrix}$$

Dove le prime 5 componenti della riga *j*-esima sono le variabili di decisione del *j*-esimo individuo e le ultime 2 le rispettive funzioni obiettivo. Per una maggiore fruibilità dei risultati tale matrice è unica e comprende tutti gli individui simulati nelle generazioni precedenti. È dichiarata una variabile chiamata `riciclo`: al primo avvio dell'algoritmo o per riavvii programmati è settata a 0 e la popolazione iniziale è definita dall'utente. Per ogni eventuale riavvio dell'algoritmo dovuto a malfunzionamenti, `riciclo` viene attivata e la popolazione iniziale è ricavata dalla matrice `Sol` come l'ultima generazione simulata per intero, in modo da rendere più rapido il ripristino in caso di errori.

5.4 Calcolo delle funzioni obiettivo

Le funzioni obiettivo che si è scelto di ottimizzare sono il coefficiente di perdita e il massimo rapporto di compressione ottenibile dalla schiera. Il primo parametro è senza dubbio di maggiore importanza in una schiera transonica, vista l'intrinseca capacità di sviluppare elevati salti di pressione data dall'ingente carico cinetico del flusso. La seconda funzione conserva una sua rilevanza; in primo luogo perchè convertendo già una parte del lavoro scambiato da una schiera rotorica in energia di pressione, si riducono le perdite dovute alla diffusione ad elevate velocità nello statore. In secondo luogo, le considerazioni fatte nel capitolo 4.2 suggeriscono come un elevato rapporto di compressione raggiungibile in UI costituisca un margine all'insorgenza dello spill point per perturbazioni della pressione a valle, e in ultima analisi, allo stallo. Le funzioni obiettivo sono calcolate tramite la funzione di MATLAB `[f1, f2]=fitnessFcn(decvar)`. Sotto è rappresentato lo schema dell'algoritmo di ottimizzazione, con i blocchi costituenti la fitness function:

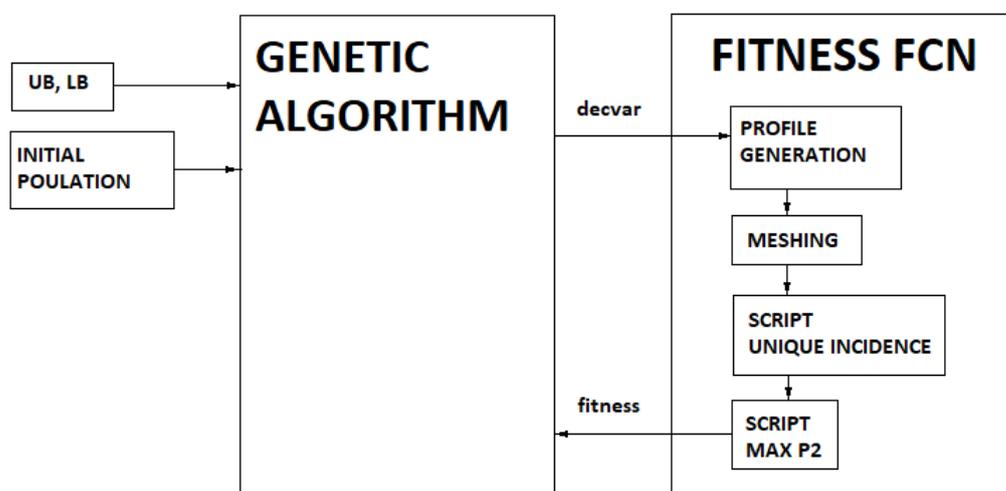


Figura 5.5: Schema dell'algoritmo di ottimizzazione

La funzione è costruita per operare in modalità *vectorized*: prende in ingresso le variabili di decisione dell'intera generazione contenute nel vettore `decvar` $[20 \times 5]$, consegnato come output dell'algoritmo genetico, calcolando la fitness per ciascuna riga. Per evitare di dover simulare più volte profili trasmessi per elitarismo, di cui si sono già note le funzioni obiettivo, la riga con le variabili di decisione è confrontata con le righe della matrice `So1` e se viene trovata una corrispondenza, la funzione obiettivo è assegnata automaticamente e la matrice dei risultati è aggiornata, in caso contrario viene avviata la procedura di calcolo della funzione obiettivo. Il primo step consiste nella generazione del profilo dalle coordinate dei punti di controllo contenute nel vettore `decvar`, secondo le modalità specificate nel capitolo 5.1.

A questo punto la camberline viene generata dal poligono di controllo come curva di Bezier di 100 punti, per poi essere interpolata in corrispondenza delle ascisse dei 23 punti costituenti la frazione anteriore della linea media del profilo baseline. Il profilo vero proprio è ottenuto sommando vettorialmente i semispessori dell' ARL SL19 alla metà

anteriore di *camberline* in corrispondenza delle omologhe ordinate, mantenendoli perpendicolari alla tangente locale della linea media stessa (calcolata per via numerica) e aggiungendo la metà posteriore del profilo invariata.

Il profilo ruotato, salvato in un vettore di coordinate XY, è inviato al blocco dedicato alla creazione della mesh, guidato da istruzioni contenute in un journal file. La mesh utilizzata per l'ottimizzazione è quella da 100000 elementi poiché fornisce risultati in linea con le griglie più rifinite con tempi di calcolo decisamente inferiori. La parte esterna del dominio è caricata da un file, dal momento che rimane invariata, mentre la mesh ad O ed i blocchi adiacenti sono generati tramite il journal in modo che i bordi radiali incidano sempre sugli stessi nodi del profilo, numerati a partire dal leading edge. In questa maniera, consci del fatto che i profili manterranno forme simili al baseline, si riescono a ottenere blocchi meno distorti, con ridotta *skewness equiangle*. A questo punto vengono assegnate le condizioni al contorno ed è avviato POINTWISE in bash per eseguire i comandi, terminati i quali, la mesh è esportata come file .cas per FLUENT.

5.4.1 Script per la Unique incidence

La ricerca condotta nella sezione 4.2 ha evidenziato come il flusso supersonico in ingresso ad una schiera periodica, sotto le ipotesi di velocità assiale subsonica, profili poco curvati e con spessori ridotti e in condizioni di choking, rispetti la unique incidence, che lega il Mach in ingresso all'angolo del flusso. L'imposizione di una coppia arbitraria $(M_{\text{inf}}, \beta_{\text{inf}})$, in particolare, porterà la schiera a lavorare in condizioni in ingresso differenti per entrambe le variabili, ma rimanendo sulla curva di unique incidence. Per avere il Mach in ingresso desiderato è necessario adottare una procedura iterativa, ispirata a Venturelli (2016) [10] in cui viene fissata una pressione in uscita sufficientemente bassa da non influenzare il flusso in ingresso, un angolo β_1 di primo tentativo e il M_1 stesso. L'angolo β_1 restituito dalla simulazione, calcolato come media per unità di portata nella sezione d'ingresso, viene imposto per la successiva simulazione portando la schiera a rispettare sempre di più le condizioni imposte: infatti si è constatato sperimentalmente che il β_1 calcolato dalla CFD è sempre più vicino al valore di unique incidence rispetto al β_1 impostato. Effettuate le prime due simulazioni l'algoritmo di aggiornamento del β_1 cambia: dal momento che i parametri in ingresso restituiti dalle simulazioni si vanno a collocare sulla curva di unique incidence e che questa ha con ottima approssimazione andamento lineare nel piano $M_1 - \beta_1$, si sfruttano gli ultimi due punti calcolati per determinare il coefficiente angolare della retta di UI passante per l'ultimo punto, e su questa ricavare il valore di β_1 per la successiva simulazione. La procedura viene ripetuta finché non si giunge ad una convergenza fissata su un parametro di controllo: si è scelto $5 * 10^{-4}$ sull' Ω . Le simulazioni hanno rivelato come questo algoritmo abbia velocità di convergenza superiore rispetto all'aggiornamento per semplice sostituzione, con un numero totale di simulazioni richieste (comprese le 2 iniziali) generalmente non superiore a 4 e molto spesso inferiore.

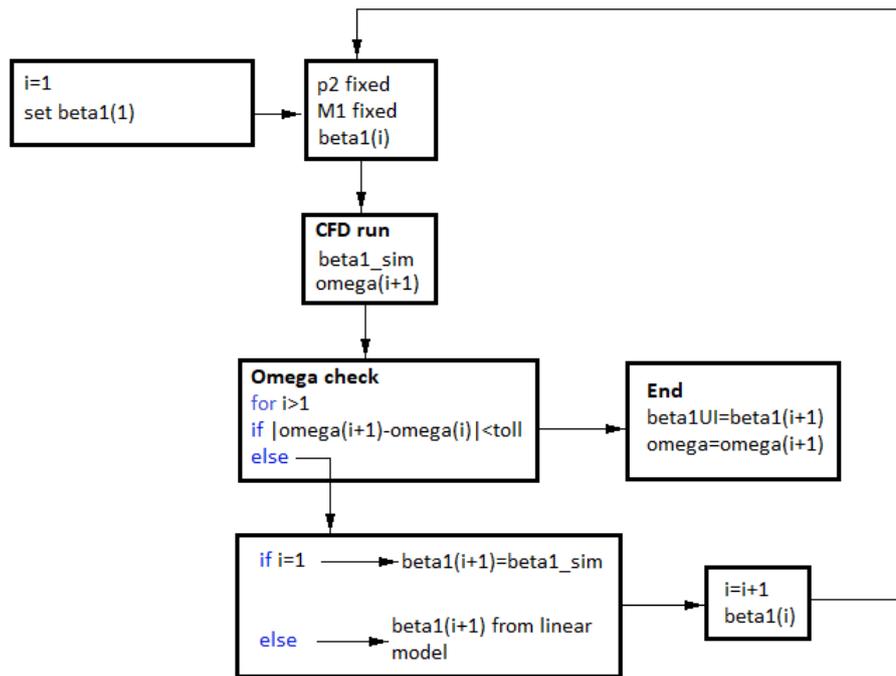


Figura 5.6: Loop di ricerca delle condizioni di unique incidence

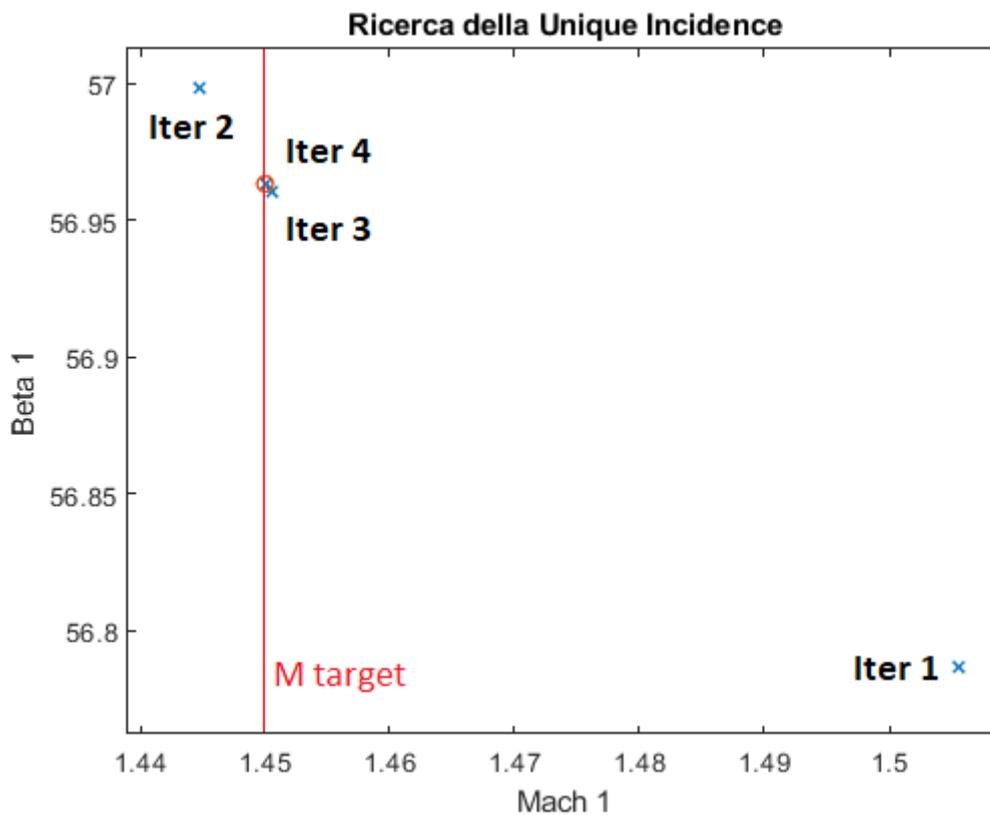


Figura 5.7: Ricerca della unique incidence. Notare che i punti trovati si collocano su una retta

In caso l'algoritmo fallisse a portare a termine una simulazione, non producendo quindi i file di output necessari, le funzioni obiettivo sono automaticamente assegnate pari a 1, in modo da far scartare tale profilo nelle generazioni successive. Trovato l'angolo β_1 corrispondente al M_1 fissato, è avviata la procedura di ricerca della massima pressione in uscita, comandata da un nuovo journal file.

5.4.2 Script per il massimo rapporto di compressione

Una volta trovate le condizioni di unique incidence si procede a cercare il massimo rapporto di compressione ottenibile prima dello spill point con le fissate condizioni in ingresso: a tale fine è necessario variare la pressione statica in uscita portandola il più vicino possibile al valore di unstart.

L'insorgenza di tale condizione, come si è visto nella sezione 4.2 comporta la variazione più o meno brusca di tutte le grandezze caratterizzanti il flusso in ingresso: tale variazione viene utilizzata per determinare lo status UI/unstarted della schiera. La ricerca procede attraverso un metodo iterativo: una pressione in uscita più alta di quella per la ricerca della UI viene imposta; si verifica che le grandezze in ingresso restituite dalla simulazione rimangano invariate, in particolare che l'angolo del flusso in ingresso rimanga entro una tolleranza fissata rispetto al valore calcolato per la UI. In caso affermativo, la schiera sta lavorando in UI e la pressione in uscita viene aumentata di uno step, altrimenti la variazione dell'angolo d'ingresso è interpretata come funzionamento in spill point e la pressione è abbassata dello stesso step. Alla simulazione successiva, lo step è dimezzato e la procedura ripetuta. Al termine delle iterazioni viene calcolato l'effettivo rapporto di compressione monte valle della schiera e viene assegnata come p_{2max} quella corrispondente al massimo p_2/p_1 . La tolleranza sul β_1 va settata appropriatamente: troppo bassa può risentire dell'incertezza sul β_1 di UI fornendo falsi positivi per lo SP, troppo alta non rileva l'insorgenza dello spill point fornendo falsi positivi per la UI. nel capitolo successivo si vedrà che in alcuni rari casi il massimo rapporto di compressione si raggiunge appena oltre la condizione di unstart, con variazioni contenute delle condizioni in ingresso: è importante che la tolleranza sia abbastanza grande da poter cogliere questo aspetto.

Il principale vantaggio di questo algoritmo è la robustezza: la ricerca è basata su simulazioni numeriche e tarando il numero di iterazioni e il valore dello step iniziale, si riesce a sondare adeguatamente il campo di pressioni in uscita. Lo svantaggio è che, fissato il numero di iterazioni (da cui dipende il tempo di simulazione), la precisione sul calcolo della funzione obiettivo è inversamente proporzionale all'ampiezza di tale campo.

Anche in questo algoritmo è prevista l'assegnazione di un β_1 artificiale molto alto per le simulazioni non andate a convergenza, dal momento che è più probabile che avvenga in caso di spill point: in questo modo la procedura non si interrompe e la backpressure viene abbassata allo step successivo.

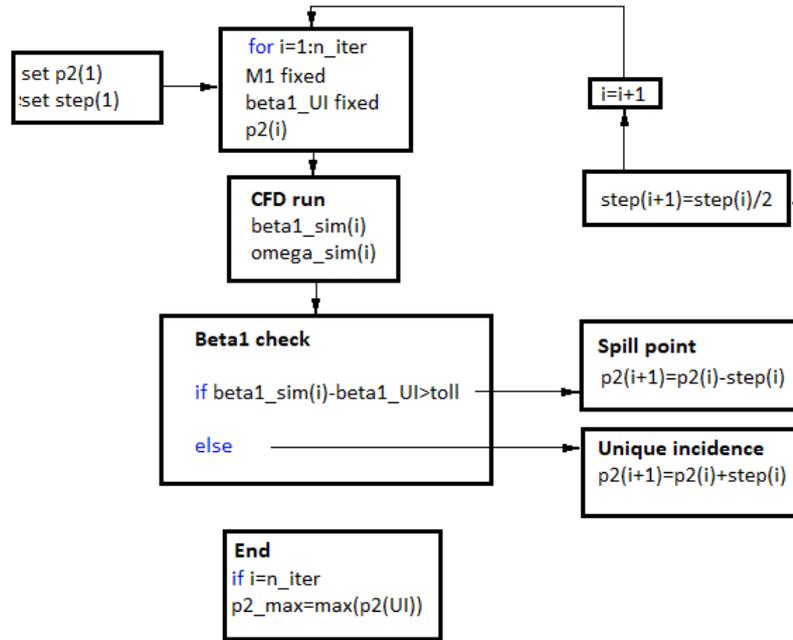


Figura 5.8: Loop di ricerca della massima pressione prima dello spill point

5.4.3 Calcolo più preciso della massima backpressure

L'algoritmo adottato per calcolare la massima pressione in uscita prima dello spill point, come specificato nel paragrafo precedente, calcola la funzione obiettivo in maniera discreta. Una volta trovato il fronte di Pareto finale, si è rivelato necessario adottare una procedura di calcolo più accurata, in modo da determinare gli effettivi rapporti di dominanza tra individui molto vicini nello spazio delle funzioni obiettivo. A Mach 1,3 tale procedura (applicata ai soli individui in prossimità del fronte di Pareto, per risparmiare tempo su simulazioni inutili di profili a fitness scadente) sfrutta l'andamento lineare dell'angolo del flusso in ingresso rispetto a p_2 superato lo spill point: si è ricavato il coefficiente angolare della retta da due punti già simulati nel grafico $p_2 - \beta_1$ e si è imposta la p_2 della simulazione successiva dal punto di incontro tra tale retta e l'ordinata corrispondente all'angolo della unique incidence. L'angolo β_1 , restituito dalla simulazione viene usato nuovamente come parametro di verifica dello status del profilo (unique incidence - spill point), ma adottando una tolleranza più stretta rispetto alla precedente. A questo punto si è usato il metodo della bisezione per altre due iterate e si sono riuniti i risultati di tutte le simulazioni effettuate sul profilo in un'unica matrice. L'aumento della risoluzione sulla p_2max fino a circa 100 Pa (0,0027 sul rapporto p_2/p_1) ha rivelato che per alcuni profili esiste un piccolo margine dell'ordine dei 300 Pa (0,0081 sul rapporto p_2/p_1) tra l'insorgenza dello spill point e il successivo raggiungimento del massimo rapporto di compressione monte-valle della schiera, legato alla gradualità dell'aumento di p_1 con l'unstart. Per i Mach più alti vi è una discontinuità nell'andamento di β_1 rispetto a p_2 oltre lo SP, che non consente di sfruttare il metodo lineare. In questi casi si prosegue semplicemente col metodo della bisezione per altre tre iterate.

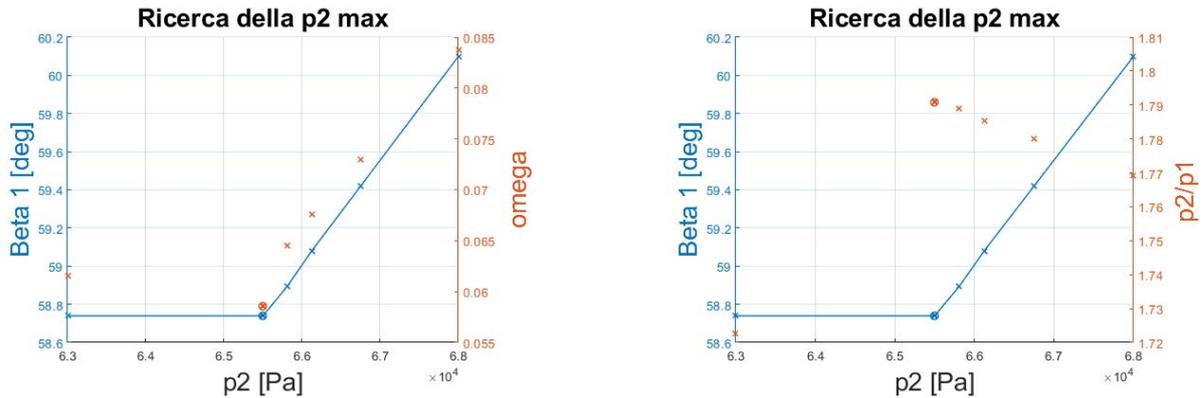


Figura 5.9: Ω , β_1 e p_2/p_1 in funzione della p_2 attorno allo spill point con Mach 1,3. Notare l'andamento lineare dell'angolo in ingresso rispetto a p_2 oltre lo spill point

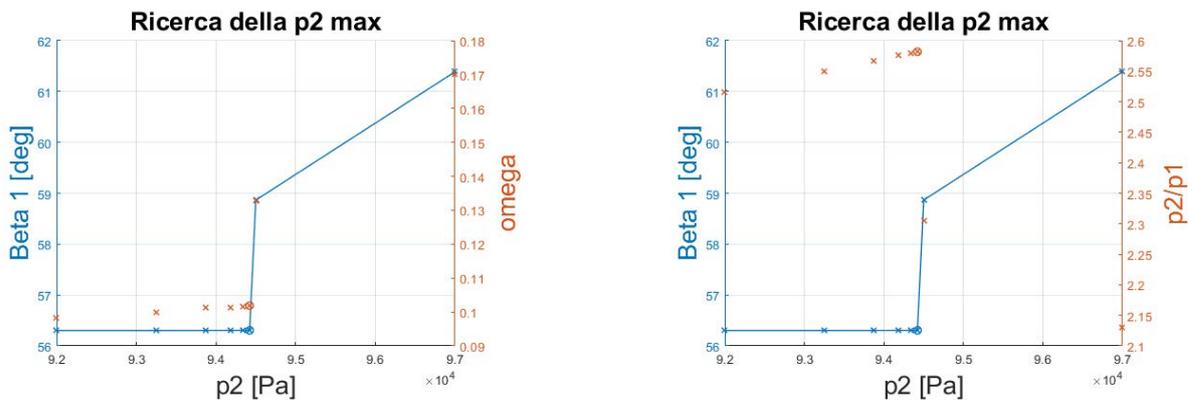


Figura 5.10: Ω , β_1 e p_2/p_1 in funzione della p_2 attorno allo spill point con Mach 1,58. Notare la discontinuità di β_1 oltre lo spill point

A valle di tale procedura iterativa le funzioni obiettivo sono calcolate secondo:

$$f_1 = \Omega(p_{2max}) \quad (5.5)$$

$$f_2 = \frac{10^4}{p_{2max}} \quad (5.6)$$

Dove il fattore 10^4 serve unicamente ad avere valori dello stesso ordine di grandezza

5.5 Rete neurale artificiale

Per tentare di ampliare l'esplorazione dello spazio delle soluzioni, terminata ogni ottimizzazione si è usata una *rete neurale artificiale*. Le reti neurali artificiali, come suggerisce il nome, imitano il funzionamento del cervello umano: consistono di unità funzionali chiamate *neuroni* connesse tra loro e in grado di elaborare l'informazione che vi passa attraverso, producendo un determinato output a partire dal segnale in ingresso. In questo modo la rete neurale può essere fatta funzionare come una funzione di trasferimento

simulante il comportamento fisico del sistema di interesse.

Neuroni: le unità fondamentali consistono di fatto in funzioni matematiche che ricevono in ingresso un certo numero di input (x_1, x_2, \dots, x_m) dalle celle vicine attraverso connessioni dette *sinapsi* a cui sono associati dei *pesi* w_{kj} . La somma pesata degli inputs produce un unico ingresso per il neurone il cui valore può essere aumentato o diminuito del *bias* b_k ; il neurone infine produce un output dall'ingresso tramite la funzione di attivazione $\psi(v_k)$. Esistono numerose varianti di tale funzione, tra cui la funzione di *Heaviside* o la funzione *sigmoidea*: generalmente producono un'output compreso tra $[0,1]$ o tra $[-1, 1]$ dove il valore massimo si ottiene all'attivazione "completa" del neurone, superato il cosiddetto *potenziale di attivazione*. Di sotto sono presentate le equazioni che regolano il funzionamento della rete:

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj}x_j \quad (5.7a)$$

$$v_k = u_k + b_k \quad (5.7b)$$

$$y_k = \psi(v_k) \quad (5.7c)$$

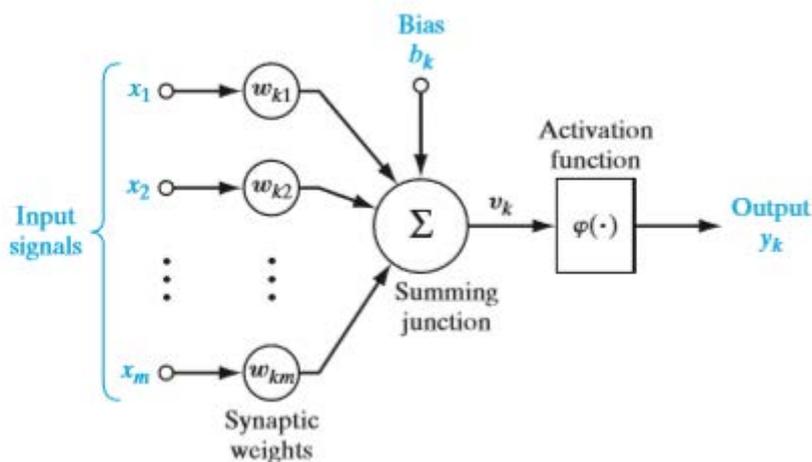


Figura 5.11: Schema di funzionamento di un neurone

Topologia: I neuroni delle reti artificiali sono organizzati in *layers*, divisi tra *input*, *output* e *hidden layers*. Il layer di input ha un numero di neuroni pari al numero di variabili di ingresso della funzione e il layer di output ha tanti neuroni quante le funzioni obiettivo. Tra questi due layers sono posti uno o più hidden layers, che moltiplicano il numero di connessioni tra ingresso e uscita e consentono di modellare meglio funzioni complesse.

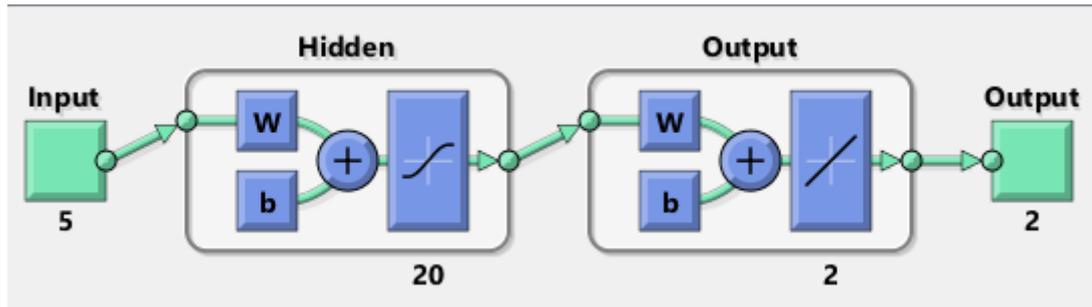


Figura 5.12: Schema di una ANN

Addestramento e validazione: scelta la topologia della rete, questa va *addestrata*, utilizzando valori noti delle funzioni obiettivo in un dato numero di punti del dominio per tarare i pesi delle sinapsi, i *bias* e gli altri parametri delle funzioni di attivazione minimizzando l'errore tra output della rete e valori veri. Un certo numero di punti di design viene usato per la *validazione*, bloccando l'addestramento quando le performance della rete smettono di migliorare, infine i rimanenti punti si usano per il *test* della rete, in modo da misurare in modo indipendente le sue prestazioni durante e dopo l'addestramento.

Nel caso d'interesse la rete neurale è stata generata con lo strumento *Neural Fitting* di MATLAB: per l'addestramento si sono utilizzate le valutazioni delle funzioni obiettivo condotte nel campionamento, unitamente a tutte quelle dell'ottimizzazione epurate degli individui "degeneri". Si sono adottati i parametri consigliati dal programma: 1 *hidden layer* con 10 neuroni, algoritmo di addestramento *Bayesian-regularization*, adatto per funzioni complesse e suddivisione del dataset tra 70 per l'addestramento, 15 per la validazione e 15 per il test. Si è ripetuto l'addestramento fino a ottenere il minor errore possibile sulla curva di regressione e si è salvato il modello surrogato come funzione di MATLAB.

Capitolo 6

Risultati e post-processing

6.1 Ottimizzazione con Mach in ingresso 1,3

La prima ottimizzazione è stata condotta con un Mach in ingresso della corrente indisturbata pari a 1,3: un regime di funzionamento basso supersonico per cui a fianco delle geometrie specifiche per Mach più alti come la S shape, vengono normalmente utilizzati anche profili del tipo MCA, progettati per regimi subsonici.

Per rimanere nell'intorno delle condizioni fisiche in cui è stata effettuata la validazione, pressione e temperatura totali in ingresso sono state impostate rispettivamente a $p_0 = 101322 Pa$ e $T_0 = 310 K$, in questo modo le condizioni statiche in ingresso inserite nella BC *pressure far field* risultano $p = 36570 Pa$ e $T = 231.7 K$; la turbolenza del flusso in ingresso è definita secondo intensità e rateo di viscosità pari rispettivamente a 5% e 10. Il modello di turbolenza è il $k - \epsilon$ RNG scelto nella validazione; modello di viscosità, modalità di inizializzazione, schema di risoluzione e di discretizzazione spaziale sono quelli utilizzati nel capitolo 4. Lo script prevede 500 iterazioni con discretizzazione spaziale del primo ordine e Courant number $Cu = 100$ seguite da 2000 iterazioni con discretizzazione del secondo ordine e $Cu = 50$ più altre 1000 con $Cu = 20$. Si è constatato infatti che l'abbassamento del numero di Courant arrivati vicino alla convergenza consente di raggiungere valori più bassi dei residui. Si è impostata una tolleranza sui residui di continuità e velocità pari a 10^{-5} , consci che anche a livelli più alti, fino a circa $5 * 10^{-4}$ i parametri di interesse della simulazione quali Ω , M_1 e p_1 variano meno della tolleranza dell'algoritmo sulla determinazione delle condizioni di UI. Nella tabella 6.1 sono riportati i parametri dell'algoritmo di ottimizzazione:

Parametri ottimizzazione	Valori	Valori norm. a p_1
Toll su omega	$5 * 10^{-4}$	
p2 UI [Pa]	52000	1,4219
p2 SP I [Pa]	63000	1,7227
Step I [Pa]	5000	0,1367
N iter	4	
Range p2	[53625-72375] Pa	[1,4664-1,9791]
Risol p2	625 Pa	0,0171

Tabella 6.1: Parametri dell'algoritmo di ottimizzazione a Mach 1,3

La tolleranza scelta sul parametro di convergenza Ω per la ricerca delle condizioni di unique incidence è di $5 * 10^{-4}$ (circa lo 0,5% dei valori tipici assunti dal coefficiente di perdita in questo regime): si è visto che la convergenza è raggiunta tipicamente in $3 \div 4$ iterate con uno scostamento residuo massimo sulla p_1 di $\pm 10 Pa$ (0,027%) e sul M_1 di $\pm 0,00024$ (0,018%). La popolazione iniziale è costituita dall'individuo baseline + 19 individui campionati tramite algoritmo Halton. Le impostazioni sono quelle di default, ovvero `EliteCount=0.05*initPop`, `CrossoverFraction= 0.8`, `CrossoverFcn='crossoverscattered'`, `MutationFcn='mutationgaussian'`. L'ottimizzazione è stata lanciata per 4 generazioni, dopodichè si è reimpostata la popolazione iniziale in modo da includere alcuni individui ad alto fitness persi nelle generazioni precedenti, sostituendo altrettanti individui con valori scadenti delle funzioni obiettivo, e si sono simulate altre 4 generazioni. Il meccanismo casuale su cui sono basati i crossover infatti non garantisce il miglioramento della fitness dei figli rispetto ai genitori, e se questi ultimi non sono portati avanti per elitarismo, il fronte di Pareto può retrocedere localmente tra una generazione e la successiva. Utilizzando un cluster di calcolo a 16 core si sono impiegate mediamente 14 ore per ogni generazione, con una media di circa 8 simulazioni per individuo.

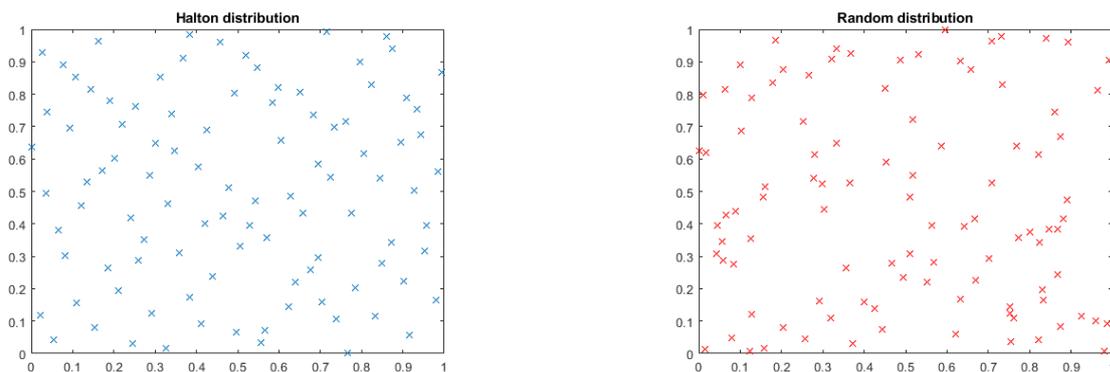


Figura 6.1: Algoritmo di campionamento Halton (a sx.) vs Random (a dx.)

Terminata l'ottimizzazione si sono usati i risultati del campionamento più quelli dell'ottimizzazione stessa per creare un modello surrogato basato su una rete neurale artificiale, sfruttando il tool *Neural Net Fitting* di MATLAB. L'addestramento è stato ripetuto fino ad ottenere la fit migliore. Le prestazioni in termini di curva di regressione e istogramma degli errori sono visualizzate nei grafici seguenti:

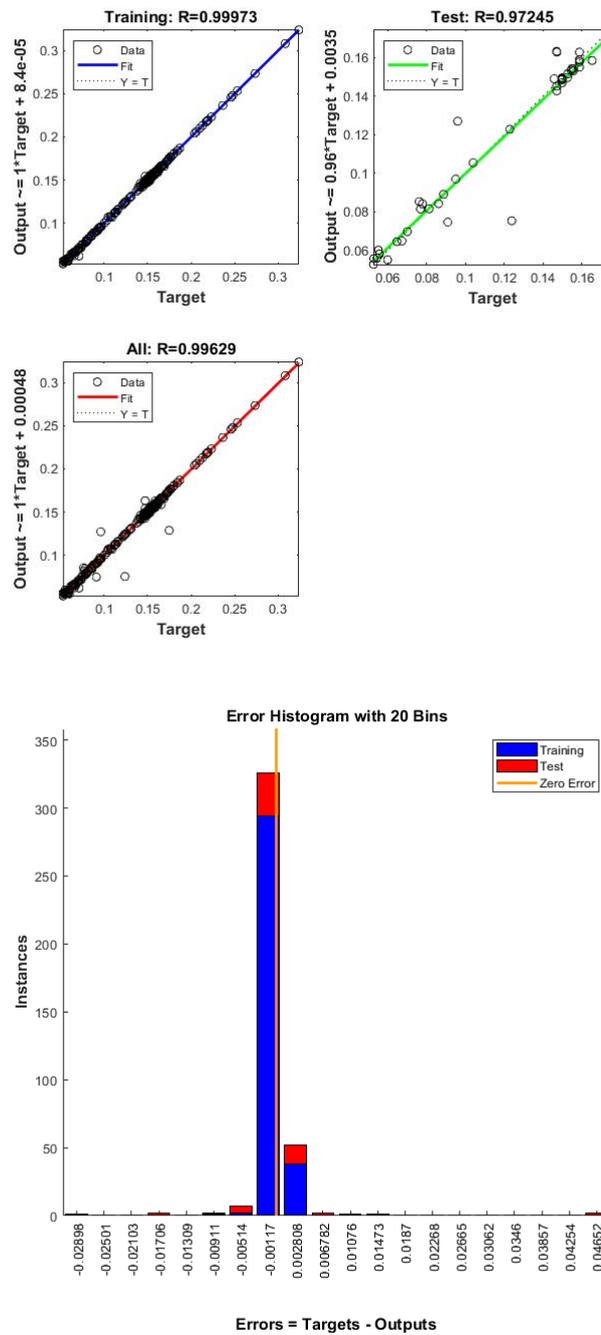


Figura 6.2: Curva di regressione e istogramma degli errori del modello surrogato per Mach 1,3

Si è utilizzato il metamodello per condurre un'ulteriore ottimizzazione con 80 individui su 80 generazioni, ricercando eventuali altri ottimi. Si sono presi 5 migliori profili per quanto riguarda la f_2 (il parametro migliorato meno nell'ottimizzazione precedente), e si è effettuato un CFD check delle funzioni obiettivo. I risultati sono riportati nella tabella 6.2.

	f1 NN	f2 NN	f1 CFD	f2 CFD
Ind 1	0,0545	0,1408	0,0721	0,1498
Ind 2	0,0551	0,1390	0,0710	0,1470
Ind 3	0,0827	0,1306	0,0793	0,1431
Ind 4	0,0633	0,1332	0,0739	0,1437
Ind 5	0,0942	0,1333	0,0833	0,1437

Tabella 6.2: Valori delle funzioni obiettivo predette dalla rete e simulati con la CFD

Si può notare che le previsioni della rete sottostimano fortemente le funzioni obiettivo. Ciononostante due dei profili ottenuti col metamodelllo risultano non dominati e ampliano il fronte di Pareto.

Gli individui simulati nello spazio delle funzioni obiettivo sono riportati nella figura 6.3. Si può notare la fitness molto bassa di alcuni profili casuali della prima generazione, campionati con algoritmo Halton e di forma molto irregolare.

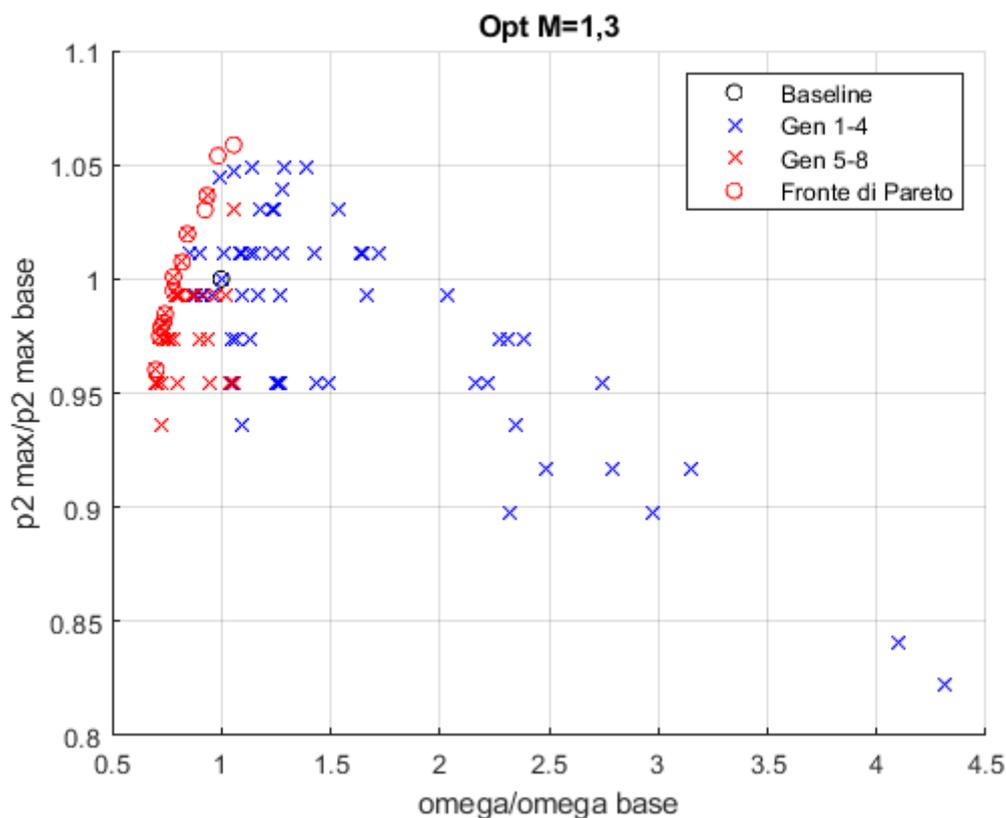


Figura 6.3: Profili simulati nell'ottimizzazione a Mach 1,3 divisi tra prime 4 e ultime 4 generazioni

I profili costituenti il fronte di Pareto delle altre 2 ottimizzazioni simulati a Mach 1,3 più gli ottimi ottenuti con il metamodelllo basato su rete neurale sono disposti nella figura 6.4. Come anticipato, il modello surrogato ha fornito due ulteriori individui non dominati, mentre i profili ottimizzati nelle altre condizioni operative sono dominati da quelli del suddetto fronte. Complessivamente vi sono 13 individui sul fronte di Pareto.

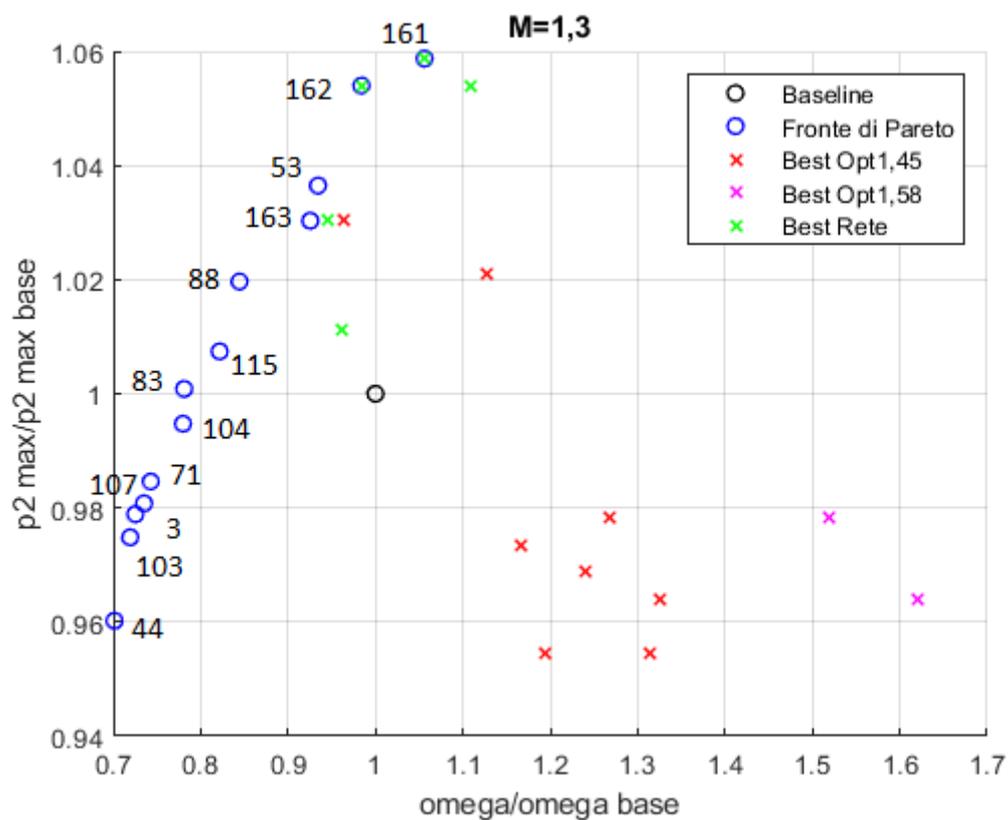


Figura 6.4: Profili sul fronte di Pareto dell'ottimizzazione a Mach 1,3 insieme a ottimi del metamodella e delle altre ottimizzazioni

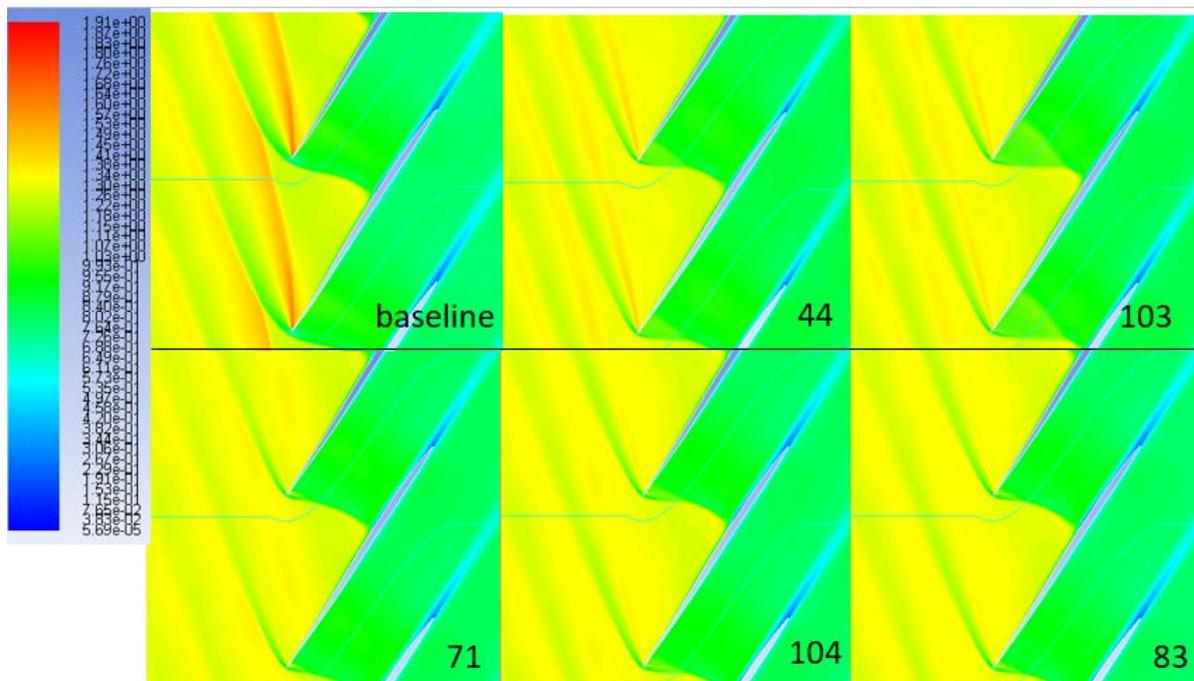


Figura 6.5: Mach contours dei profili ad alta efficienza a Mach 1,3

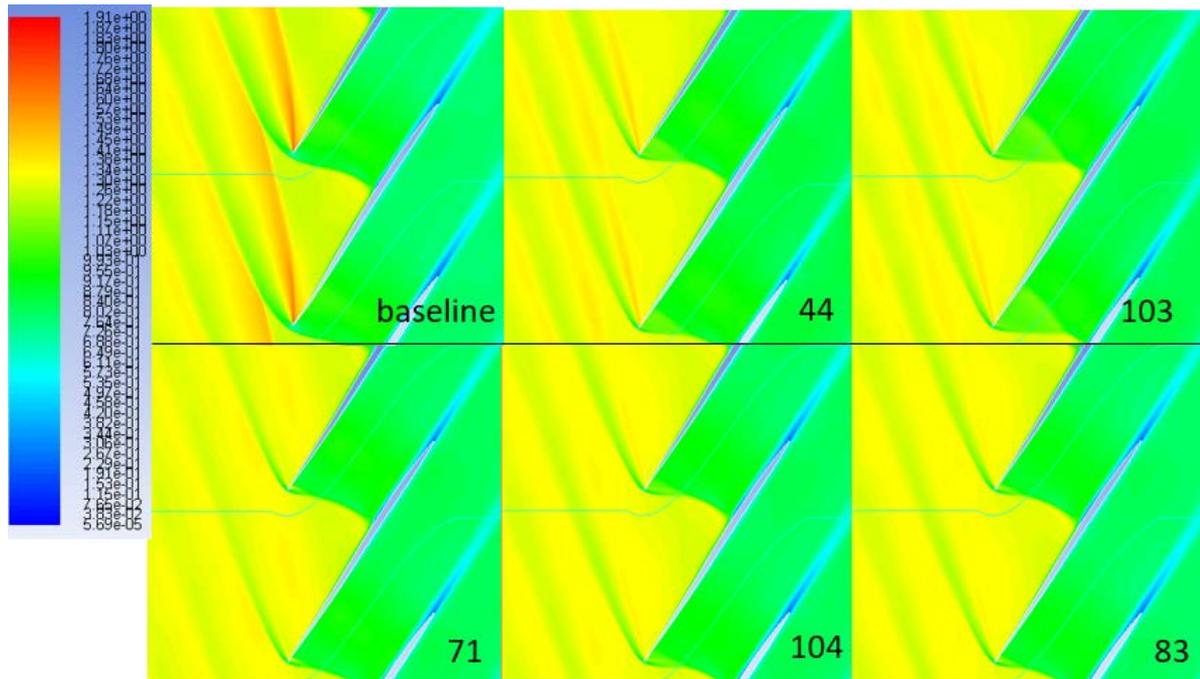


Figura 6.6: Mach contours dei profili ad elevata compressione a Mach 1,3

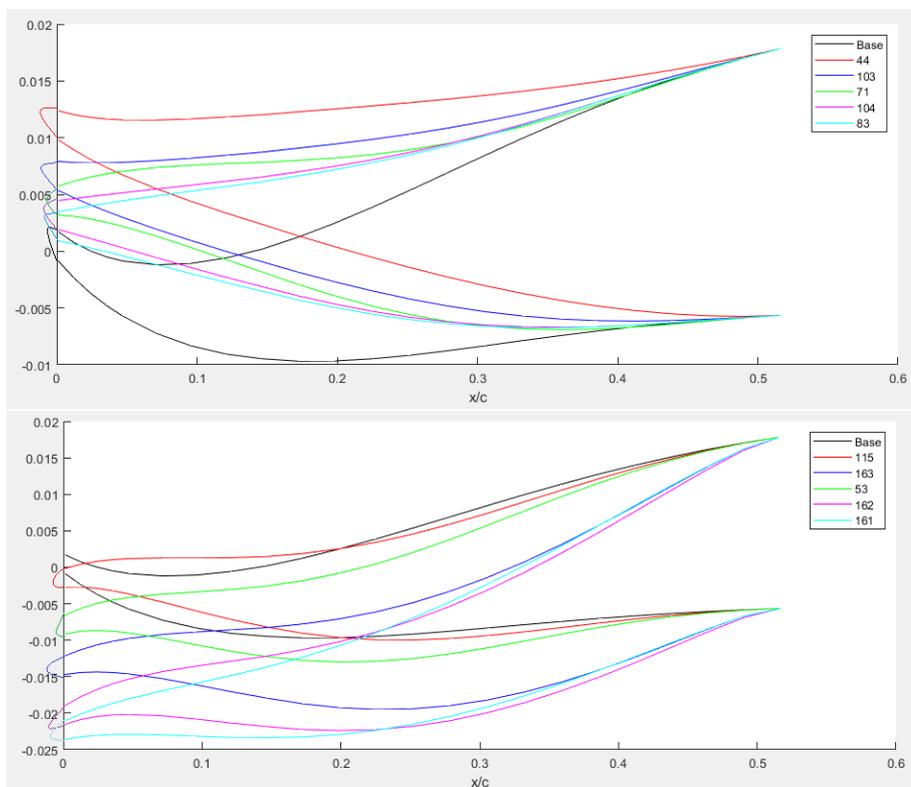
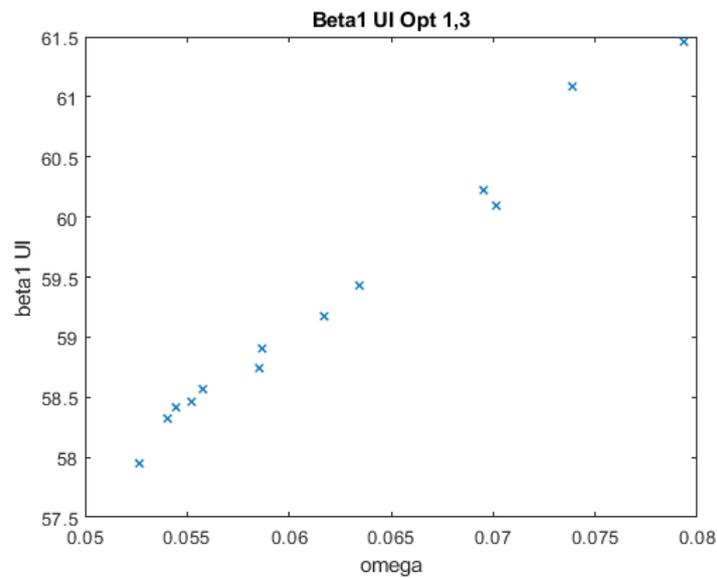


Figura 6.7: Frazione anteriore dei profili sul fronte di Pareto

Figura 6.8: β_1 di UI dei profili sul fronte di Pareto

Profilo	Omega	p2/p1	Omega norm (%)	p2/p1 norm (%)
3	0.0545	1.7667	72.5	97.9
44	0.0527	1.7330	70.1	96.0
53	0.0702	1.8706	93.4	103.6
71	0.0558	1.7770	74.3	98.5
83	0.0587	1.8063	78.1	100.1
88	0.0634	1.8402	84.4	102
103	0.0540	1.7594	71.9	97.5
104	0.0586	1.7953	78.0	99.5
107	0.0552	1.7701	73.5	98.1
115	0.0617	1.8181	82.2	100.7
161	0.0793	1.9107	105.6	105.9
162	0.0739	1.9022	98.4	105.4
163	0.0695	1.8594	92.5	103.0

Tabella 6.3: Profili sul fronte di Pareto. Parametri prestazionali assoluti e normalizzati rispetto al baseline

6.1.1 Considerazioni generali

Osservando i contours del numero di Mach intorno ai profili si nota che il baseline non è ottimizzato per il funzionamento a Mach 1,3. La fascia del campo di moto anteriore al leading edge è caratterizzata da un bow shock curvo e leggermente distaccato dal profilo, anche in unique incidence. La pendenza positiva elevata del primo 10% di suction side induce una notevole accelerazione del flusso con un ventaglio di espansione di Prandtl-Meyer che incide sul ramo superiore del bow shock del profilo successivo. I profili ad elevata efficienza presentano una forma dell'intera camberline più piatta, che da un lato riduce l'intensità del ventaglio di espansione subito dopo il leading edge e dall'altro rende

il ramo inferiore del bow shock più obliquo con conseguente riduzione delle perdite per urto. Inoltre le forme meno curvate sono compatibili con angoli di uniche incidence del flusso minori e quindi con un'incidenza minore (una lastra piana avrebbe incidenza nulla): questo aspetto risulta particolarmente rilevante a velocità supersoniche ridotte come nel caso in questione, poichè la frazione di perdita dovuta ai soli urti è bassa ed una ridotta incidenza ritarda i fenomeni di distacco dello strato limite responsabili delle più importanti dissipazioni viscosse. L'importanza dell'angolo d'ingresso è evidenziata dall'andamento monotono crescente di quest'ultimo rispetto all' Ω nei profili sul fronte di Pareto (figura 6.8). I profili a più alto rapporto di compressione presentano un angolo di camber complessivamente maggiore, con la metà anteriore più inclinata verso il basso e con il primo 10% a inclinazione negativa. In questo modo si riesce ad ottenere un carico maggiore sulla pala conservando la concavità sul suction side necessaria a ridurre il pre shock Mach number del profilo successivo con propagazione di *left-hand characteristics*, riducendo altresì l'accelerazione del flusso dietro il leading edge.

Per comprendere meglio i meccanismi responsabili dei miglioramenti prestazionali sono stati analizzati nel dettaglio 2 profili ottimizzati: uno con elevata riduzione del coefficiente di perdita e l'altro con elevato incremento del rapporto di compressione.

6.1.2 Analisi del profilo a ridotto coefficiente di perdita

Il profilo con numero progressivo 44 presenta il minor coefficiente di perdita, con un miglioramento complessivo del 29,9%. Il massimo rapporto di compressione diminuisce del 4,0% rispetto al baseline. Il deterioramento delle prestazioni in termini di compressione può essere considerato accettabile rispetto al miglioramento del rendimento, sicuramente l'aspetto più rilevante tra i parametri prestazionali vista l'intrinseca capacità di sviluppare elevati salti di pressione delle schiere con velocità d'ingresso supersonica. L'angolo del flusso in ingresso è minore e conferisce una maggiore portata, essendo la velocità fissata; la deviazione è quasi nulla per via della forma pressochè rettilinea.

Grandezze	Ind 44	Baseline
Ω	0,0527	0,0751
p_2/p_1	1,733	1,801
β_1 [deg]	57,95	59,47
θ_{dev} [deg]	-0,15	-1,47
\dot{m} [kg/ms]	6,425	6,154

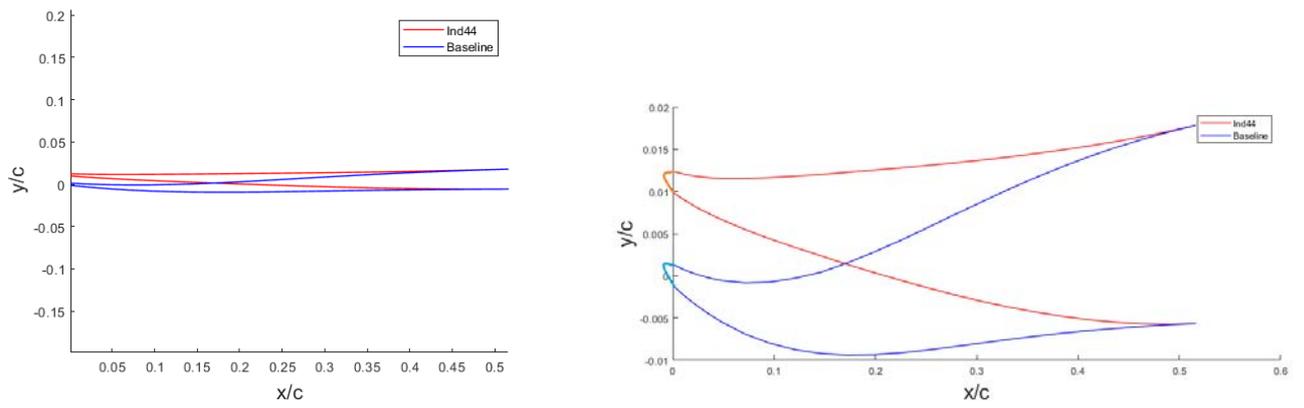


Figura 6.9: Profilo 44 e baseline

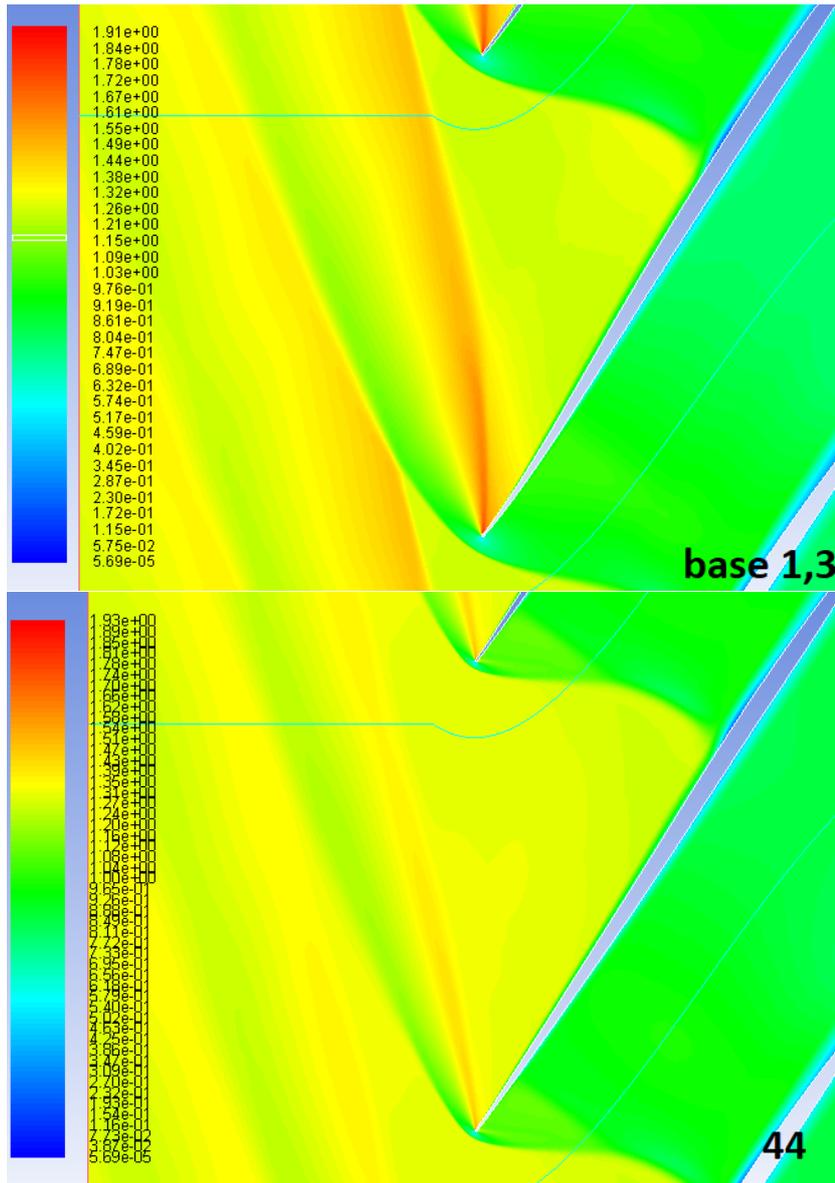


Figura 6.10: Countours del Mach del profilo baseline e 44. Mach in ingresso 1,3

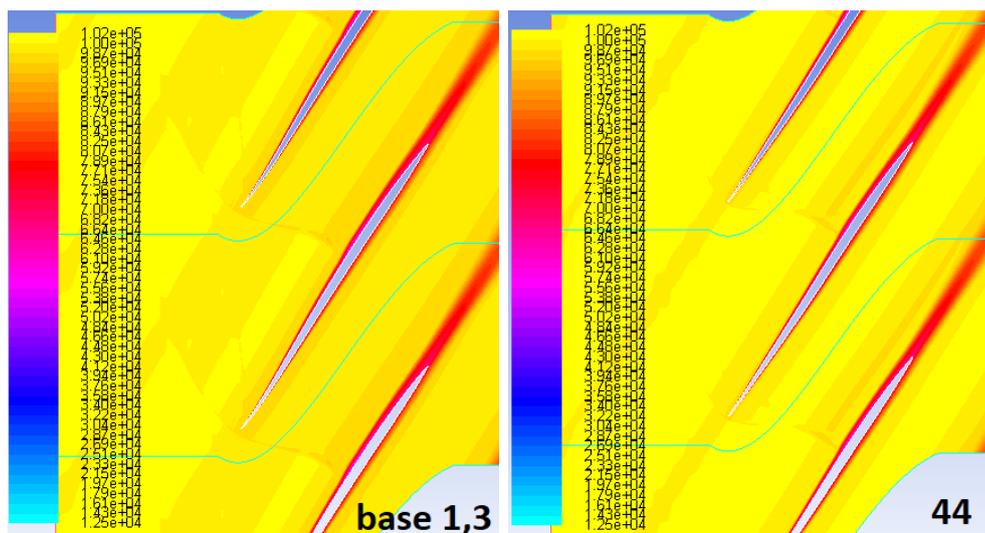


Figura 6.11: Countours di pressione totale del profilo baseline e 44. Mach in ingresso 1,3

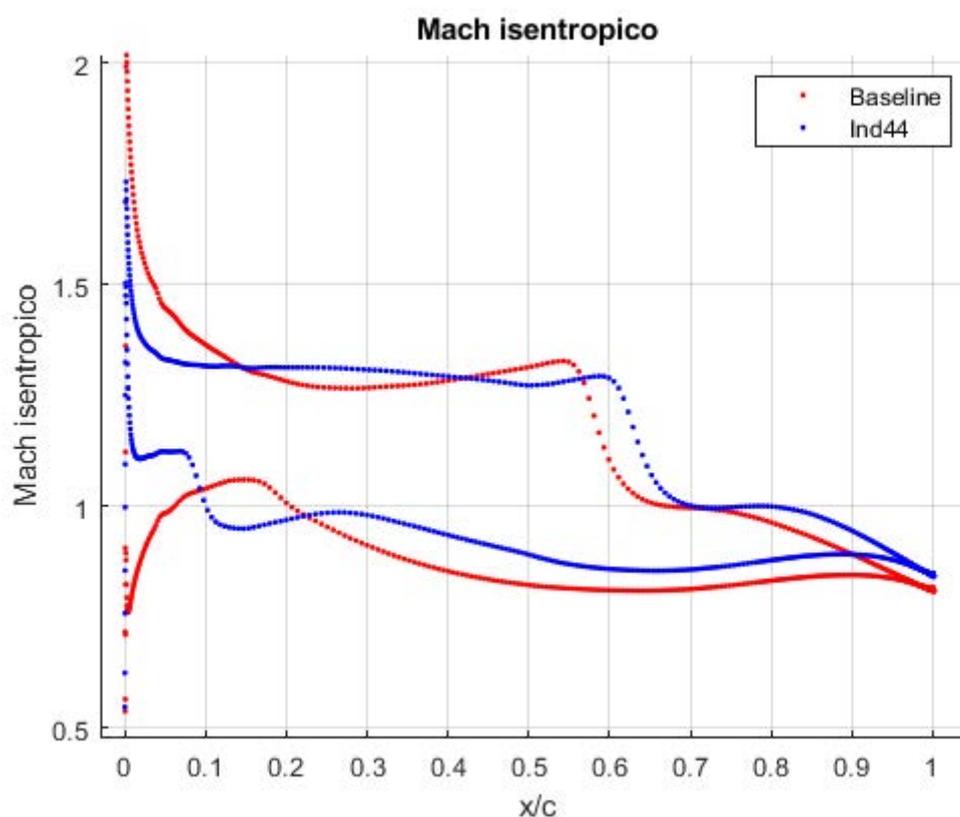


Figura 6.12: Mach isentropico sul profilo baseline e sul 44

Come si può vedere nella figura 6.9 il profilo 44 presenta una camberline più dritta rispetto al profilo baseline: il leading edge ha un'ordinata più alta di 0,01c; il suction side presenta una curvatura ridotta (quasi dritto) tra il 10 e il 50% della corda; il pressure side ha una pendenza media più elevata a causa dello spostamento in alto del leading

edge e una curvatura convessa per l'intera frazione anteriore di corda. Il campo di moto viene studiato suddiviso in 3 zone:

Da 0 al 20% della corda

Il primo aspetto che si può notare dall'analisi della frazione anteriore di corda è la presenza di un bow shock più vicino al leading edge e con il ramo inferiore, responsabile della maggior parte della compressione dell'intera schiera, più inclinato rispetto allo stesso del baseline, finché, a circa metà della sua lunghezza, diventa normale a seguito dell'incontro con un debole urto originantesi dal pressure side. Questo aspetto riduce le perdite, poiché la compressione ottenuta con l'urto obliquo e con il debole urto normale posteriore (Mach in ingresso 1,1) fa calare la pressione totale in misura minore rispetto all'urto curvo presentato dal baseline, come è evidente nella figura 6.11. Un secondo aspetto responsabile del calo delle perdite è la notevole riduzione dell'accelerazione del flusso nella prima parte del suction side, provocata da un netto calo della pendenza positiva di questa frazione di corda. Tale caratteristica, legata alla necessità di avere un SS concavo per attuare la precompressione esterna a Mach più elevati, ha effetto negativo sulle prestazioni a Mach 1,3 poiché costringe il flusso in ingresso sul SS a una fortissima deviazione, propagando un intenso ventaglio di Prandtl-Meyer sul bow shock del profilo successivo che aumenta la velocità in ingresso dell'urto e la sua intensità, portando anche a un maggiore calo di p_0 , come si può notare dai contours di Mach e pressione totale. Un terzo aspetto da considerare sono le minori dissipazioni viscosive legate alla velocità più ridotta del flusso sul SS in questa prima frazione di corda

Dal 20% della corda al passage shock

La curvatura quasi nulla di questa frazione di suction side mantiene pressochè costante il Mach isentropico fino all'incidenza del passage shock, che avviene al 60% della corda contro il 53% del baseline e con un Mach isentropico in ingresso di 1,35 contro 1,45. Il baseline presenta un cambio di curvatura al 30% della corda da concava a convessa responsabile dell'accelerazione del flusso prima del passage shock che su questo profilo è quasi assente. Sul pressure side, a valle del debole urto normale il Mach medio è leggermente maggiore rispetto al baseline a causa della convergenza di area e della minor backpressure, ma rimanendo sempre sotto 1.

Dal passage shock al trailing edge

L'aspetto più macroscopico è una leggera riduzione del calo di pressione totale a valle del passage shock dovuto alla sua minore intensità, e l'incidenza del suddetto urto sul SS spostata più a valle, per il resto il campo di moto risulta simile tra baseline e profilo ottimizzato (la metà posteriore di corda è fissa). Il profilo ottimizzato sperimenta Mach leggermente superiori in uscita a causa della pressione più bassa.

6.1.3 Analisi del profilo ad elevato rapporto di compressione

Il profilo con numero progressivo 162 presenta il secondo maggior rapporto di compressione con un miglioramento complessivo del 5,4% rispetto al baseline (il 161 presenta un miglioramento ulteriore dello 0,4% ma a fronte di perdite più cospicue). Anche il

coefficiente di perdita è migliore rispetto al baseline, con un decremento dell'1,6% . La portata elaborata è più bassa, a causa della maggiore incidenza con pari velocità del flusso. L'angolo di deviazione orario dovuto alla camber è molto elevato per la categoria del profilo.

Grandezze	Ind 162	Baseline
Ω	0,0739	0,0751
p_2/p_1	1,902	1,801
β_1 [deg]	61,20	59,47
θ_{dev} [deg]	-2,46	-1,47
\dot{m} [kg/ms]	5,583	6,154

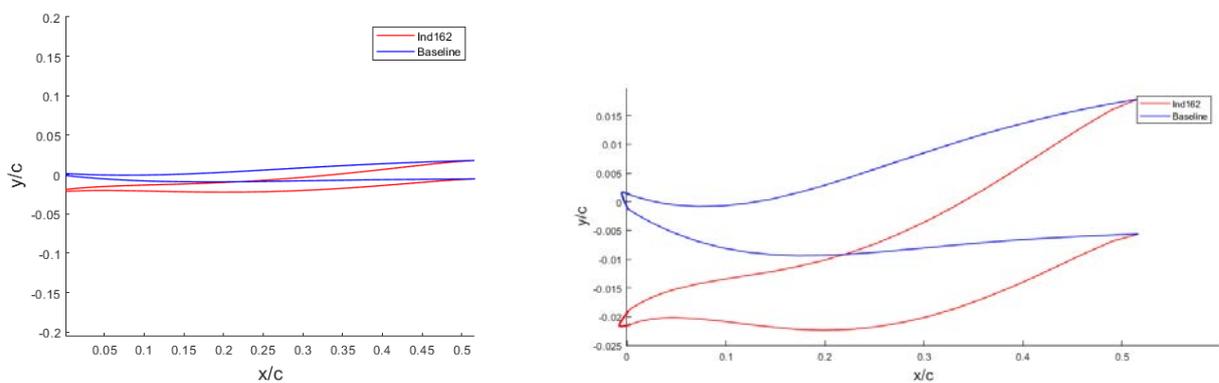


Figura 6.13: Profilo 162

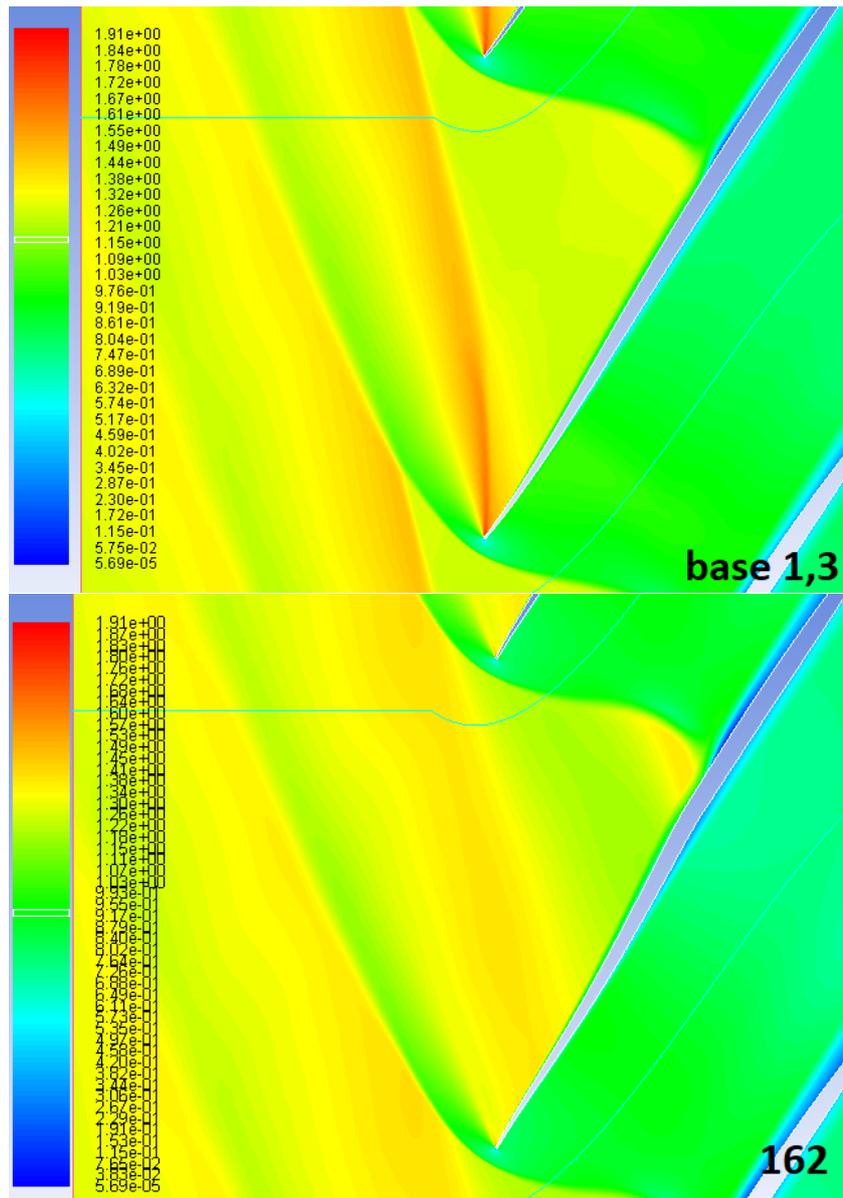


Figura 6.14: Countours del Mach del profilo baseline e 162. Mach in ingresso 1,3

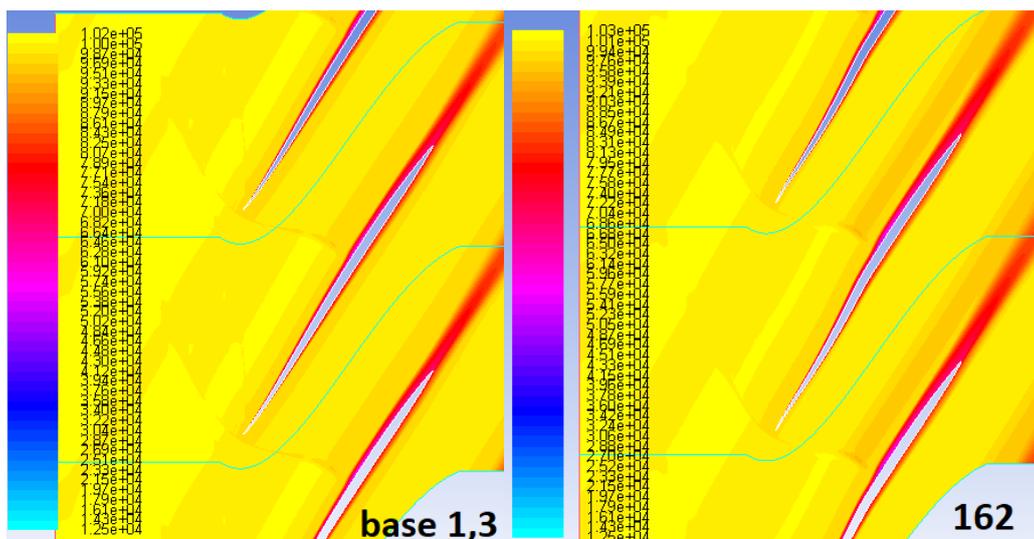


Figura 6.15: Countours di pressione totale del profilo baseline e 162. Mach in ingresso 1,3

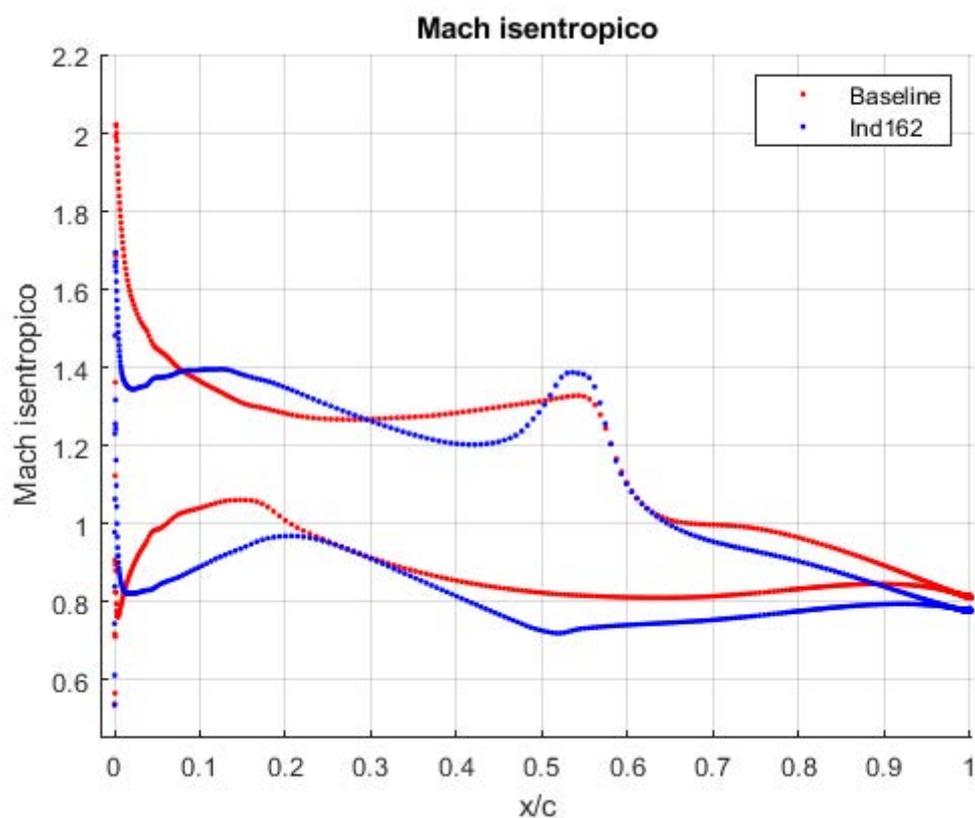


Figura 6.16: Mach isentropico sul profilo baseline e sul 162

Il profilo 162 presenta un angolo di camber maggiore rispetto al baseline, avendo la metà anteriore più inclinata verso il basso, con ordinata del leading edge pari a $-0,02c$. Il profilo presenta un "doppio flesso", dal momento che il primo 10% di camberline è

convesso e, a differenza della classica "S shape", inclinato verso il basso. Lo sviluppo successivo della linea media prevede una decisa concavità fino al raccordo con la frazione posteriore, dove si trova il secondo flesso.

Da 0 al 20% di corda

Il bow shock di fronte al leading edge ha una forma paragonabile a quella del baseline; a valle dell'urto sul suction side la differenza più macroscopica consiste nella scomparsa dell'intenso ventaglio di espansione dovuta all'inclinazione negativa del bordo d'attacco, che seguendo le linee di flusso comporta una minore deviazione sul SS. Fino al 10% di corda ha luogo un'accelerazione di entità contenuta fino a Mach 1,4 dovuta alla forma convessa. Lo stesso avviene sul pressure side, ma con un picco massimo subsonico e inferiore al baseline.

Dal 20% della corda al passage shock

La concavità sul suction side permane per una frazione maggiore di corda rispetto al baseline, provocando una decelerazione maggiore (fino a Mach 1,2) e la propagazione di un ampio e intenso ventaglio di *left running characteristics* che incide sul passage shock del profilo successivo. L'ampio raggio di curvatura del suction side fa in modo che il ventaglio non coalesca in un'onda d'urto, contenendo la produzione di entropia. Il successivo repentino cambio di curvatura accelera nuovamente il flusso, portando a un pre-shock Mach number superiore al baseline (1,4 contro 1,32) e ad un urto più intenso, ma solo nella fascia terminale come si può notare dai contours di p_0 e di Mach. La decisa decelerazione sul suction side provoca anche ingrossamento dello strato limite ma senza distacco. Sul pressure side la divergenza di area porta ad un rallentamento ulteriore del flusso subsonico, che si mantiene a velocità inferiori rispetto al baseline.

Dal passage shock al trailing edge

L'interazione tra urto e strato limite è più intensa, provocando un distacco più accentuato sul suction side del profilo ottimizzato. Le velocità medie fino al trailing edge sono minori su quest'ultimo a causa della maggiore pressione all'uscita. Tuttavia la fascia superiore del passage shock è investita da un flusso a numero di Mach mediamente inferiore rispetto al baseline, grazie alla precompressione più accentuata, consentendo di contenere le perdite dovute al solo urto.

Il carico maggiore sul profilo ottimizzato è evidenziato dalla maggior differenza complessiva tra i Mach isentropici su suction e pressure side. La maggiore curvatura della camberline è responsabile di questo incremento, e del sensibile aumento dell'angolo di deviazione del flusso. Un'altra conseguenza è il calo della portata elaborabile al fissato Mach per via dell'aumento dell'incidenza, ma in misura contenuta. Questa forma ottimizzata può essere considerata un ibrido tra profili tipicamente subsonici come gli MCA e le S shape progettate per numeri di Mach intorno a 1,6: presenta la forma prevalentemente convessa della camberline dei primi e la concavità sul suction side atta a precomprimere dei secondi. L'abbassamento del leading edge e la pendenza negativa della prima frazione di corda riducono l'angolo della "rampa" geometrica che interessa il flusso, mantenendo l'urto attaccato, e soprattutto riducono il dannoso ventaglio di espansione. L'insieme di

questi fattori compensa le perdite complessivamente maggiori nell'interazione tra urto e strato limite e porta ad un Ω non solo vicino al baseline, ma più basso.

6.2 Ottimizzazione con Mach in ingresso 1,45

La seconda ottimizzazione è stata condotta con un Mach in ingresso della corrente indisturbata pari a 1,45. Mesh, schema di calcolo, modello di viscosità e di turbolenza, come tutte le altre condizioni statiche in entrata rimangono fissate come a Mach 1,3: si va a simulare quindi un flusso accelerato rispetto al caso precedente ma con la stessa temperatura e pressione statica in ingresso. I parametri dell'algoritmo di calcolo della funzione obiettivo sono riportati nella tabella 6.4: per quanto riguarda la ricerca della unique incidence non vi sono differenze, se non nel leggero innalzamento della pressione statica in uscita. Nello script per la ricerca della massima compressione, constatando la più che sufficiente ampiezza del range di esplorazione dell'ottimizzazione precedente, si è mantenuto lo stesso step iniziale ma si è aggiunta una iterazione, portandole a 5: ciò ha un effetto trascurabile sull'ampiezza del campo esplorabile ma aumenta la risoluzione nella determinazione della p_2max , a costo di un leggero aumento dei tempi di calcolo.

Parametri ottimizzazione	Valori	Valori norm a p_1
Toll su omega	$5 * 10^{-4}$	
p2 UI	55991 Pa	1,5311
p2 SP I	75000 Pa	2,0509
Step I	5000 Pa	0,1882
N iter	5	
Range p2	[65312,5-84687,5] Pa	[1,7860-2,3158]
Risol p2	312,5 Pa	0,0085

Tabella 6.4: Parametri caratteristici dell'algoritmo di ottimizzazione a Mach 1,45

Constata l'elevata sensibilità delle prestazioni dei profili alla variazione della forma e il generale decremento delle stesse quando i valori delle variabili di decisione sono molto distanti da quelli baseline, si è adottata una popolazione iniziale composta dai 13 individui del fronte di Pareto della prima ottimizzazione più i 7 migliori tra 20 campionati con l'algoritmo Halton, avendo cura di scegliere individui distanti nello spazio delle variabili di decisione. In questo modo si riesce ad avere già un buon pool di partenza per rendere più efficiente l'ottimizzazione e allo stesso tempo si calcolano le funzioni obiettivo degli ottimi a Mach 1,3 nelle nuove condizioni operative.

L'ottimizzazione è stata lanciata per 5 generazioni; dopodichè si è reimpostata la popolazione iniziale sostituendo individui a fitness scadente con ottimi persi nel processo, in maniera analoga all'ottimizzazione precedente. Si è proseguito fino a quando il fronte di Pareto ha cessato di avanzare, dopo altre 5 generazioni.

Terminata l'ottimizzazione si sono utilizzati i dati di tutti gli individui simulati unitamente ai 20 del campionamento per addestrare una rete neurale artificiale e creare un metamodello, usato per ampliare i risultati ottenuti e ricercare nuovi eventuali ottimi.

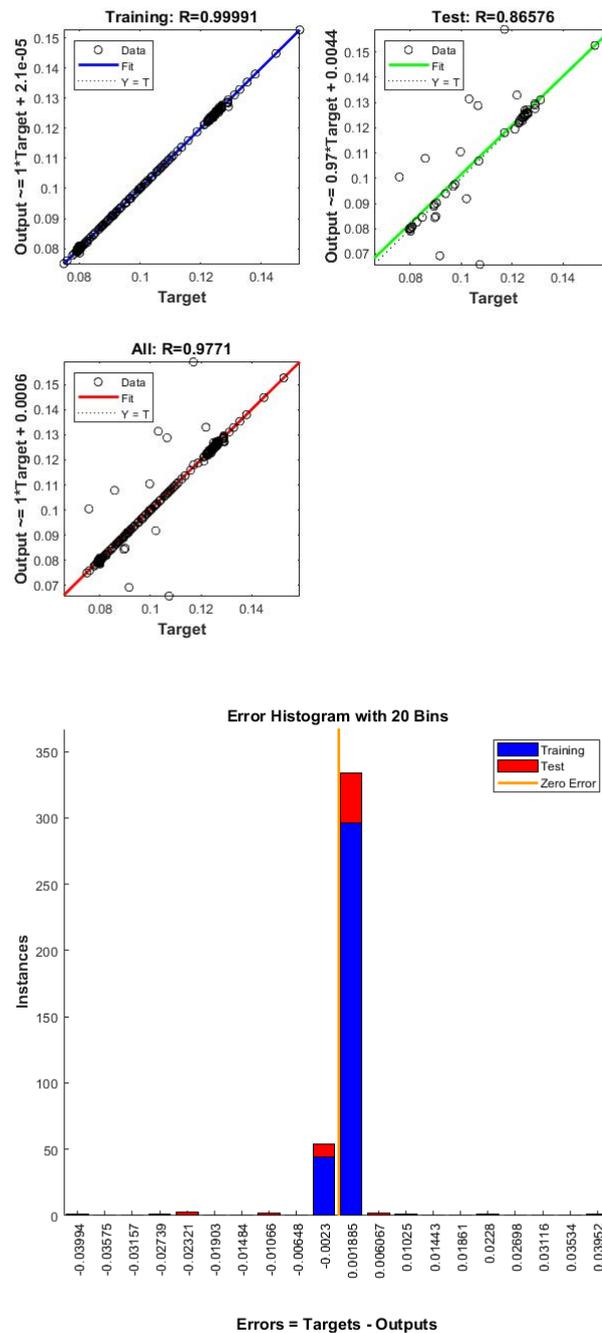


Figura 6.17: Curva di regressione e istogramma degli errori del modello surrogato per Mach 1,45

Si è utilizzato il metamodello per condurre un'ulteriore ottimizzazione con 80 individui su 80 generazioni, ricercando eventuali altri ottimi. Si sono presi i 5 migliori profili come rapporto di compressione, e si è effettuato un CFD check delle funzioni obiettivo. I risultati sono riportati nella tabella 6.5.

	f1 NN	f2 NN	f1 CFD	f2 CFD
Ind 1	0,0863	0,1212	0,1500	0,1269
Ind 2	0,0387	0,1233	0,1206	0,1230
Ind 3	-0,0501	0,1283	0,1178	0,1264
Ind 4	0,1397	0,1198	0,1229	0,1250
Ind 5	0,3034	0,1173	0,1707	0,1311

Tabella 6.5: Valori delle funzioni obiettivo predette dalla rete e simulati con la CFD, ottimizzazione a Mach 1,45

Si può notare che le previsioni della rete si discostano dai valori simulati ancor di più che nell'ottimizzazione precedente, registrando anche Ω negative. La maggiore inaffidabilità della rete è molto probabilmente dovuta all'insufficiente ampiezza del dataset, combinata con una clusterizzazione degli individui simulati nello spazio delle variabili di decisione. I risultati ottenuti sono infatti dominati dal fronte di Pareto ottenuto con sola CFD.

Gli individui simulati nello spazio delle funzioni obiettivo sono riportati nella figura 6.18.

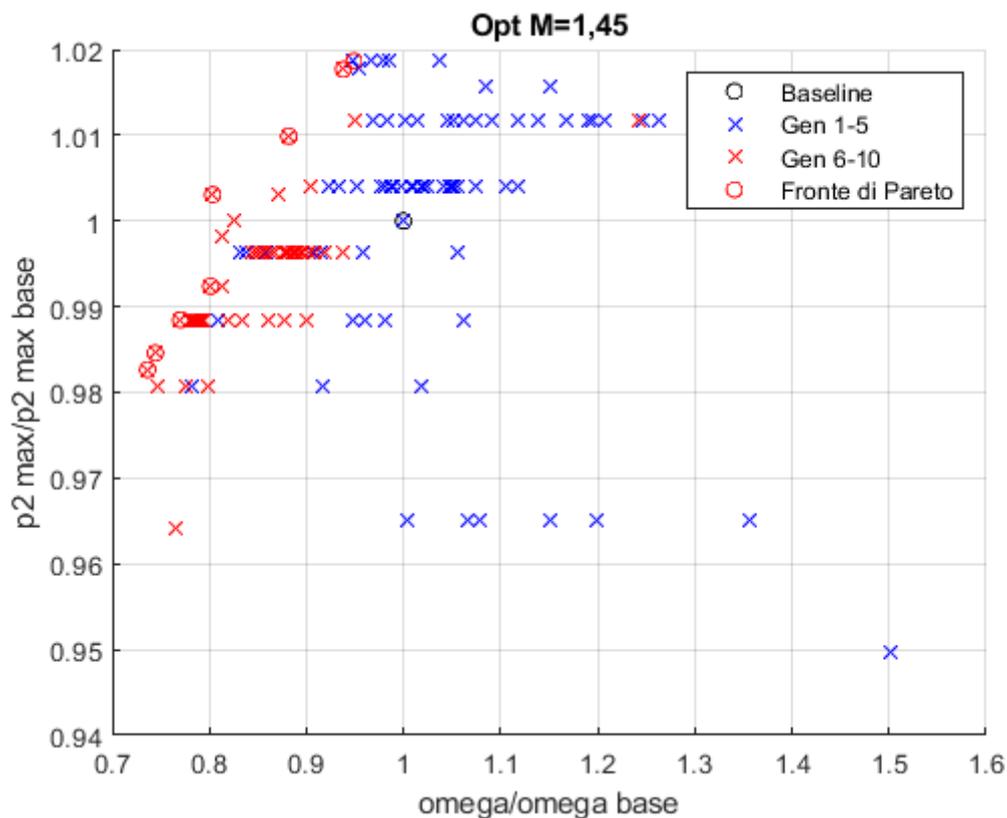


Figura 6.18: Profili simulati nell'ottimizzazione a Mach 1,45 divisi tra prime 5 e ultime 5 generazioni

I profili costituenti il fronte di Pareto delle altre 2 ottimizzazioni, più i migliori ottenuti con il metamodello basato su rete neurale e i non dominati delle altre due ottimizzazioni sono disposti nella figura 6.19. L'ottimizzazione effettuata con il modello surrogato non

ha fornito profili non dominati dal fronte di Pareto dell'ottimizzazione con sola CFD, e lo stesso vale per i profili del fronte di Pareto delle altre ottimizzazioni.

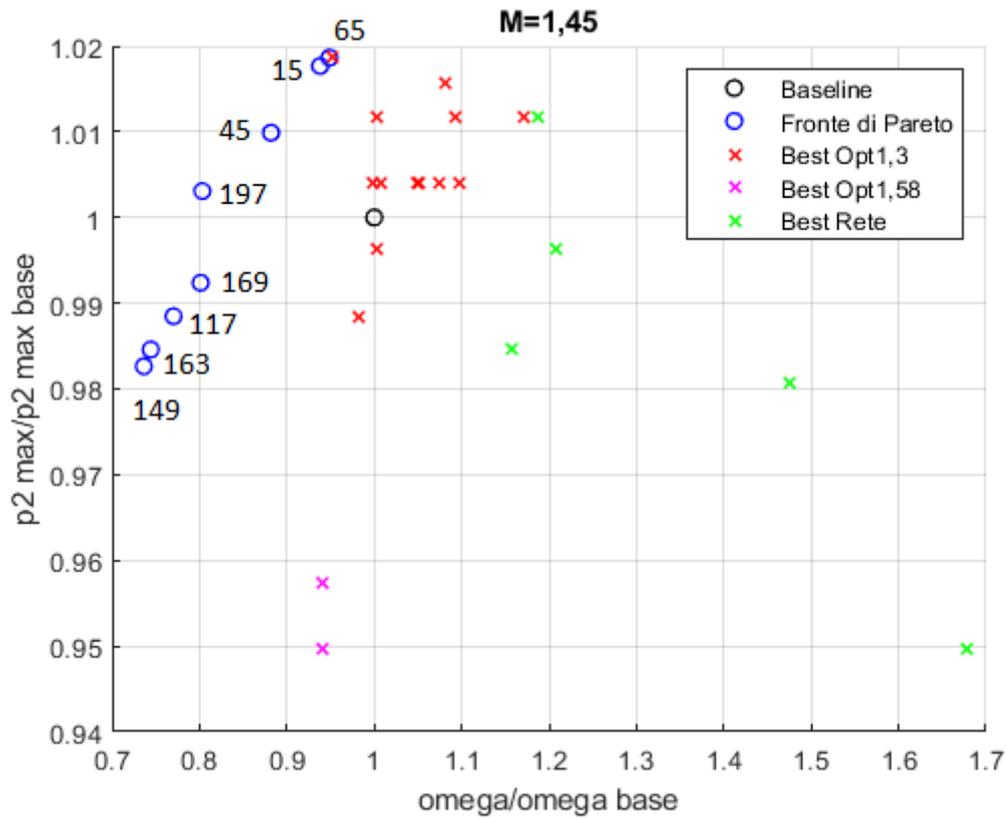


Figura 6.19: Profili sul fronte di Pareto dell'ottimizzazione a Mach 1,45 insieme a ottimi del metamodella e delle altre ottimizzazioni

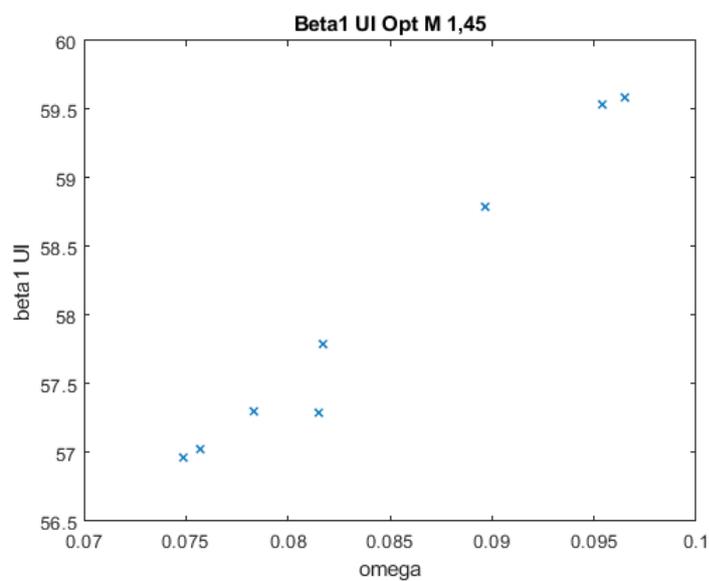


Figura 6.20: Angoli di UI dei profili sul fronte di Pareto a Mach 1,45

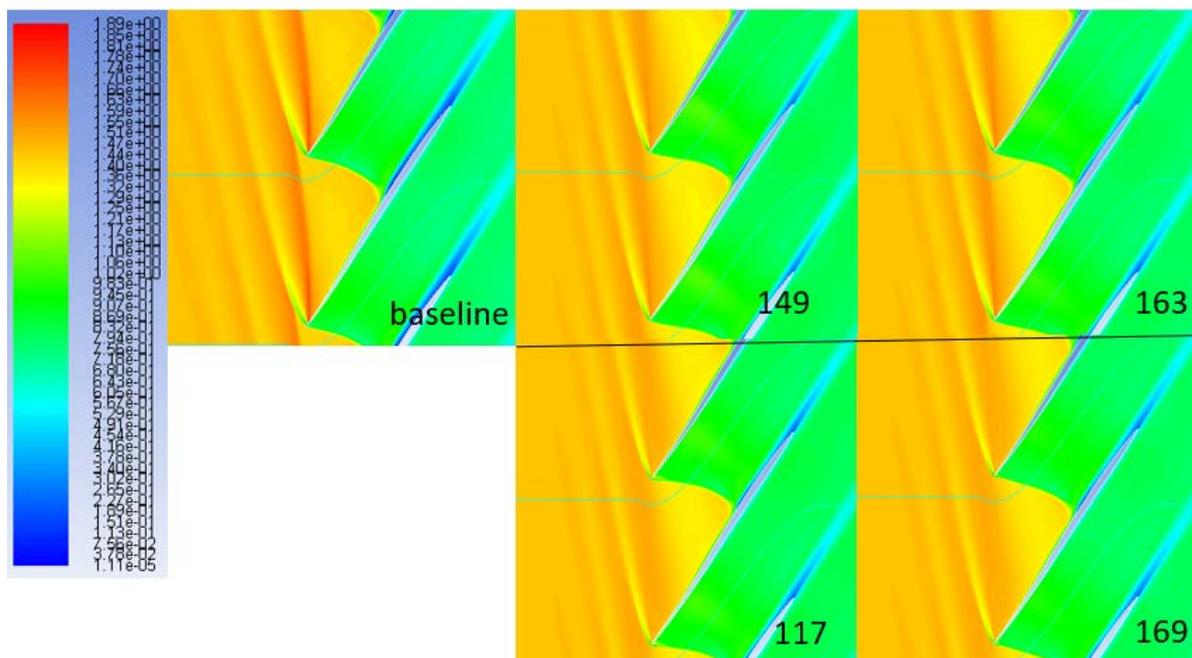


Figura 6.21: Mach contours dei profili ad alta efficienza a Mach 1,45

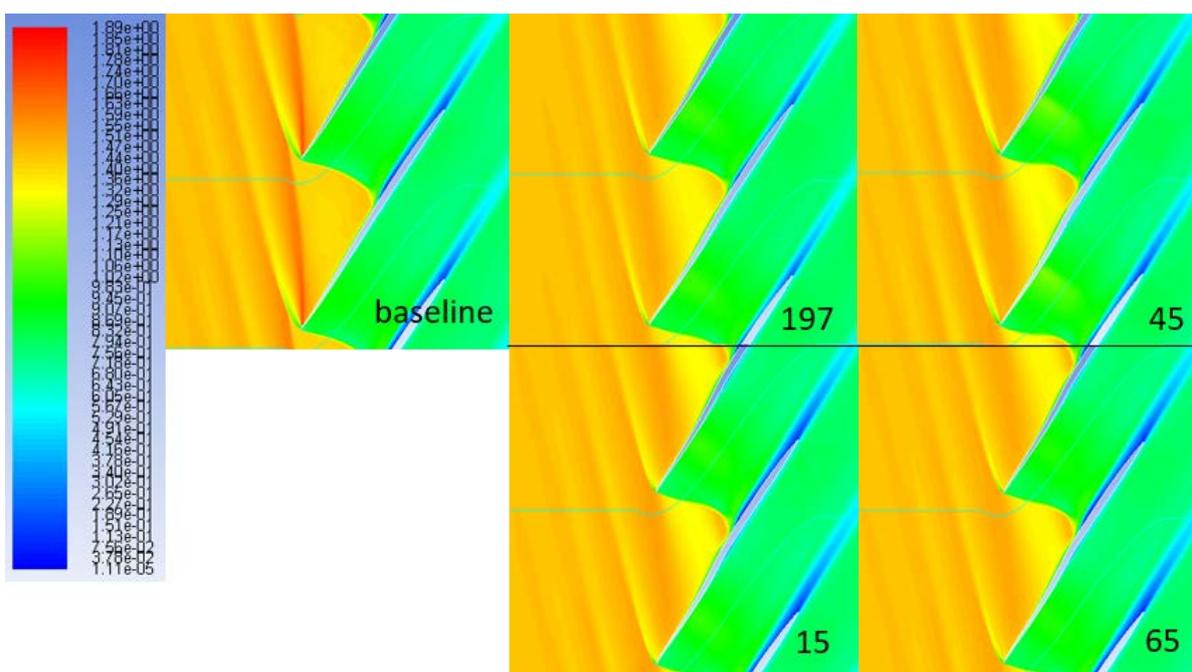


Figura 6.22: Mach contours dei profili ad elevata compressione a Mach 1,45

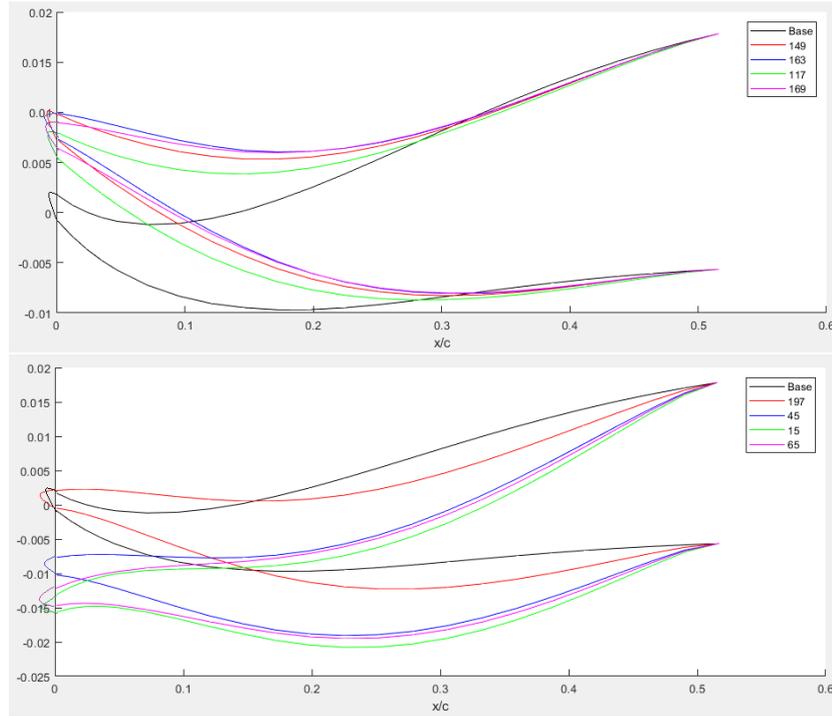


Figura 6.23: Frazione anteriore dei profili sul fronte di Pareto, ottimizzazione a Mach 1,45

Profilo	Omega	p2/p1	Omega norm %	p2/p1 norm %
15	0.0954	2.2343	93.8	101.8
45	0.0897	2.2175	88.2	101.0
65	0.0965	2.2367	94.9	102.0
117	0.0783	2.1705	77.0	98.8
163	0.0757	2.1620	74.4	98.5
197	0.0817	2.2025	80.3	100.3
149	0.0749	2.1577	73.6	98.3
169	0.0815	2.1791	80.1	99.2

Tabella 6.6: Profili sul fronte di Pareto a Mach 1,45. Parametri prestazionali assoluti e normalizzati rispetto al baseline

6.2.1 Considerazioni generali

Il profilo baseline a Mach in ingresso 1,45 presenta un urto attaccato al leading edge, con il ramo inferiore che nasce obliquo ma con inclinazione ridotta per poi curvarsi e diventare normale nella fascia terminale. La pendenza positiva del primo 10% di suction side induce una notevole accelerazione del flusso fino a Mach 1,9 con un ventaglio di espansione di Prandtl-Meyer che incide sul ramo superiore del bow shock del profilo successivo. L'interazione intensa tra passage shock e strato limite sul suction side porta a inspessimento e distacco anticipato. I profili ad elevata efficienza presentano una forma dell'intera camberline meno curvata e un leading edge più alto rispetto al baseline, ma

mantengono la concavità per una buona frazione del suction side, poichè la precompressione diventa più importante che a Mach 1,3. Il passage shock è più obliquo grazie anche al minore angolo in ingresso, e incidendo sul suction side provoca un'interazione meno intensa con lo strato limite, che in alcuni profili riesce a riattaccarsi riducendo l'ampiezza della scia turbolenta. Le geometrie ad elevata compressione a doppio flesso sono molto simili a quelle ricavate nell'ottimizzazione a Mach 1,3; ma con leading edge in generale più alto e minor angolo geometrico di camber. Va tuttavia notato che un profilo a doppio flesso ottimale a Mach 1,3 ha prestazioni pressochè identiche ad un individuo del fronte di Pareto di Mach 1,45. Ancora una volta l'andamento degli angoli di unique incidence dei profili ottimizzati fa evidenza del legame tra incidenza e perdite, esattamente come riscontrato nell'ottimizzazione precedente

Vengono di seguito analizzati nel dettaglio 2 profili ottimizzati: uno con elevato miglioramento del coefficiente di perdita e l'altro con elevato incremento del rapporto di compressione

6.2.2 Analisi del profilo a basso coefficiente di perdita

Il profilo con numero progressivo 149 presenta il minor coefficiente di perdita, con un miglioramento complessivo del 27,9%. Il massimo rapporto di compressione ha un decremento più che accettabile del 1,8%. L'angolo del flusso in ingresso più basso comporta una portata più elevata rispetto al baseline, mentre le deviazioni sono paragonabili.

Grandezze	Ind 149	Baseline
Ω	0,0749	0,1017
p_2/p_1	2,152	2,192
β_1 [deg]	57,00	59,06
θ_{dev} [deg]	+1,12	-0,48
\dot{m} [kg/ms]	7,363	6,962

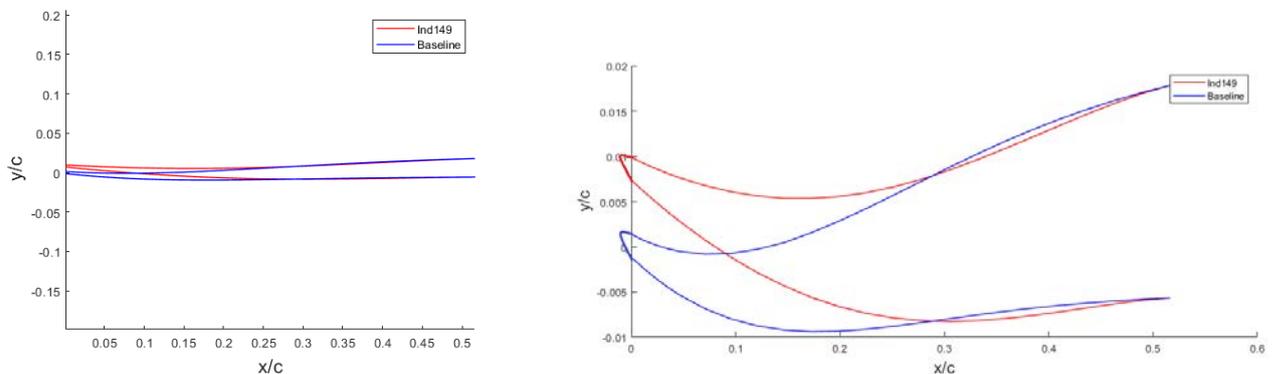


Figura 6.24: Profilo 149

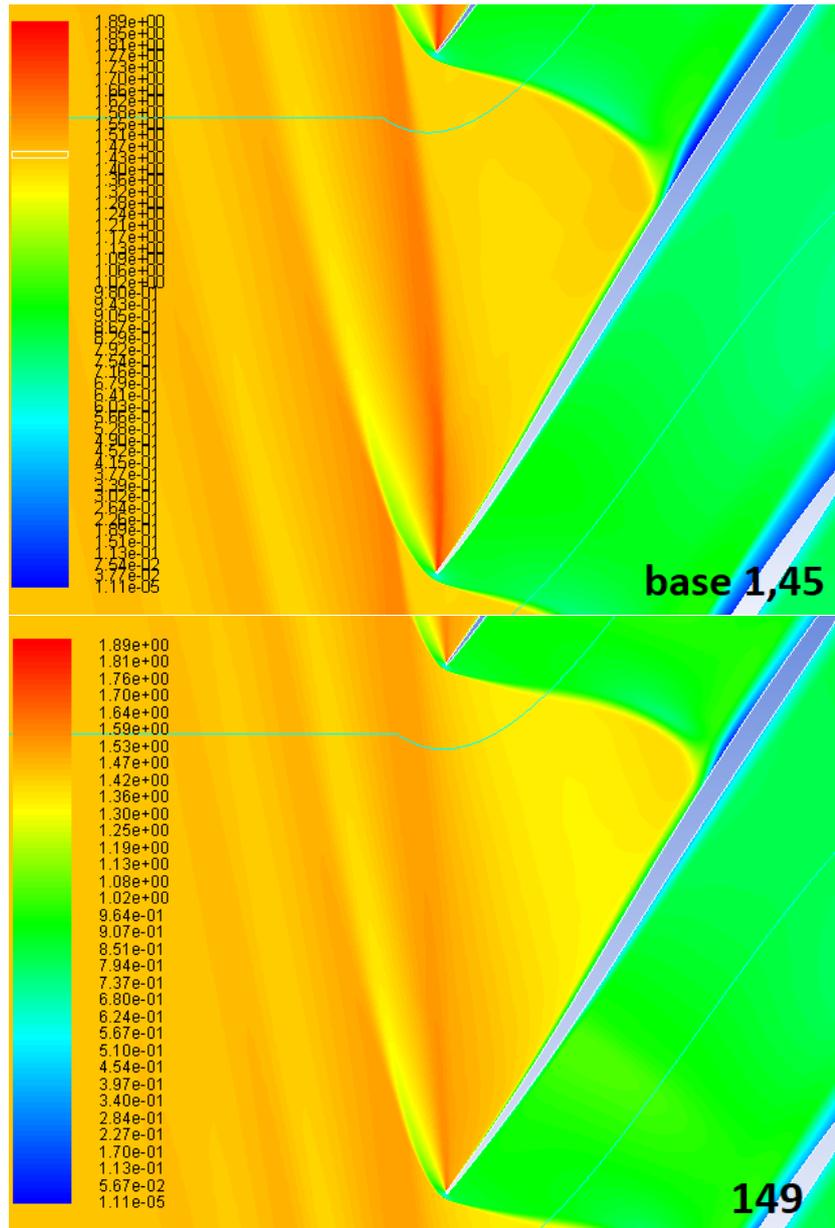


Figura 6.25: Countours del Mach del profilo baseline e 149. Mach in ingresso 1,45

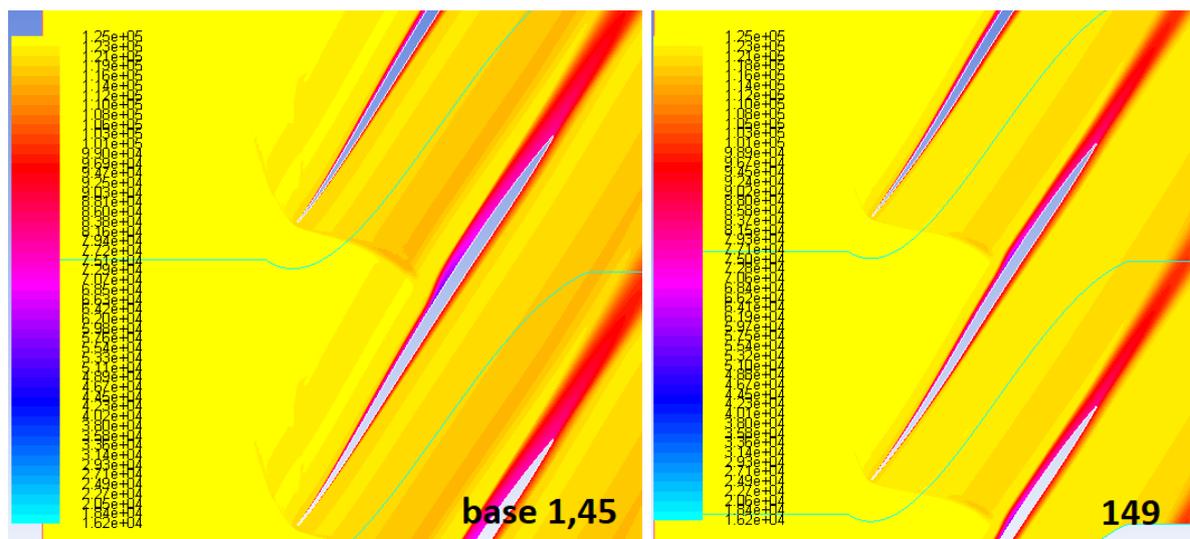


Figura 6.26: Countours di pressione totale del profilo baseline e 149. Mach in ingresso 1,45

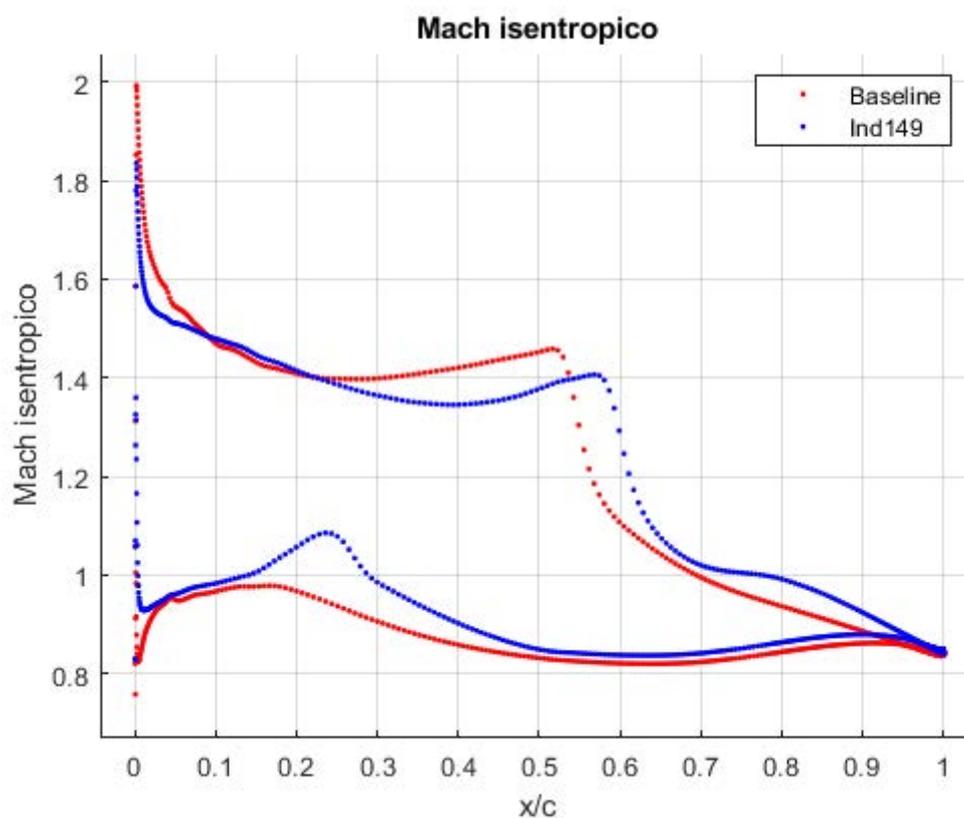


Figura 6.27: Mach isentropico sul profilo baseline e sul 149

Come si può vedere nella figura 6.24 il profilo 149 è quasi identico al baseline dal 30% al 50% della corda, mentre nella frazione anteriore si discosta verso l'alto (il leading edge ha un'ordinata più alta di 0,01c rispetto al baseline). Il suction side mantiene la concavità

fino al 45% della corda contro il 30% del baseline, il *bowl shape* della frazione anteriore di camberline è meno accentuato, essendo distribuito su una lunghezza maggiore. Il pressure side ha una pendenza media più elevata a causa dello spostamento in alto del leading edge e una curvatura convessa per l'intera frazione anteriore di corda

Da 0 al 20% della corda

Il bow shock di fronte al leading edge è leggermente più attaccato rispetto al baseline, il ramo inferiore presenta un'inclinazione maggiore, portando ad un leggero abbassamento della pressione statica in uscita e ad un calo delle perdite di pressione totale. Subito a valle dell'urto, il ventaglio di espansione sul suction side è meno intenso, con un picco di Mach 1,8 contro Mach 2 e interessa una frazione minore di corda prima di smorzarsi. Questo aspetto riduce il pre shock Mach number del ramo superiore di bow shock del profilo successivo e fa calare le perdite di pressione totale, come si vede nella figura 6.26. Il pressure side vede un'accelerazione del flusso subsonico verso Mach 1 per entrambi i profili

Dal 20% della corda al passage shock

Questa frazione del suction side sperimenta un Mach isentropico sempre minore rispetto al baseline, riducendo le perdite viscose in maniera considerevole. La concavità si mantiene fino al 45% della corda, attuando una precompressione diffusa su tutto il lato d'ingresso del passage shock, il successivo cambio di curvatura accelera nuovamente il flusso ma in misura minore rispetto al baseline, portando ad un Mach isentropico prima dell'incidenza del passage shock di 1,4 contro 1,46. Il punto di incidenza è spostato leggermente a valle per la maggiore inclinazione dell'urto. Sul pressure side il flusso è accelerato fino a Mach 1,1 dalla convessità del profilo, per poi diventare subsonico e livellarsi ai valori del baseline a partire dal 50% della corda. Questo aspetto è legato alla costanza dello spessore, che insieme alla forma del suction side (più importante ai fini prestazionali) portano ad eccessiva convessità e convergenza di area sul lato in pressione, responsabili dell'accelerazione del flusso.

Dal passage shock al trailing edge

Il confronto dei contours di pressione totale mostra una fascia di perdite fino al 10% a valle del passage shock del baseline che si riduce al 6% per il profilo 149 grazie al meccanismo di precompressione e all'urto più obliquo. Anche la sua estensione risulta minore come è evidente dalla figura 6.26. L'interazione urto-strato limite risulta meno intensa e la "bolla" di separazione, con perdite di p_0 superiori al 40% è più contenuta, consentendo allo strato limite di riattaccarsi più a valle.

Dal passage shock al trailing edge

Il campo di moto a valle dell'urto presenta una scia di separazione meno larga e intensa per il profilo ottimizzato grazie alla minore interazione con l'urto. Il Mach medio è leggermente più alto del baseline a causa della minor backpressure, ma l'andamento è simile in entrambi i casi.

6.2.3 Analisi del profilo ad alto rapporto di compressione

Il profilo con numero progressivo 65 presenta il massimo rapporto di compressione ottenuto, con un miglioramento del 2,0% rispetto al baseline. Il coefficiente di perdita è anch'esso migliorato (decremento del 5,1%). L'angolo del flusso in ingresso e la deviazione sono paragonabili, così come la portata di massa elaborata.

Grandezze	Ind 65	Baseline
Ω	0,0965	0,1017
p_2/p_1	2,235	2,192
β_1 [deg]	59,60	59,06
θ_{dev} [deg]	-0,37	-0,48
\dot{m} [kg/ms]	6,838	6,962

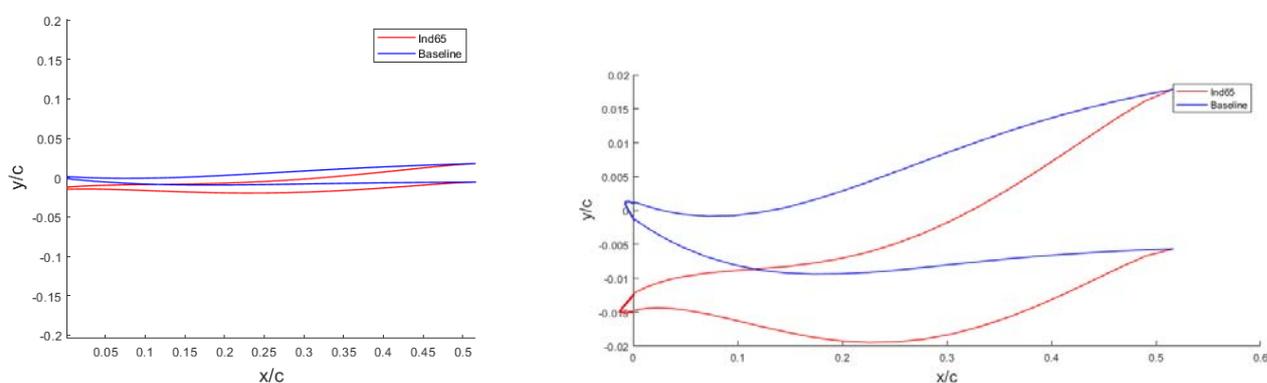


Figura 6.28: Profilo 65

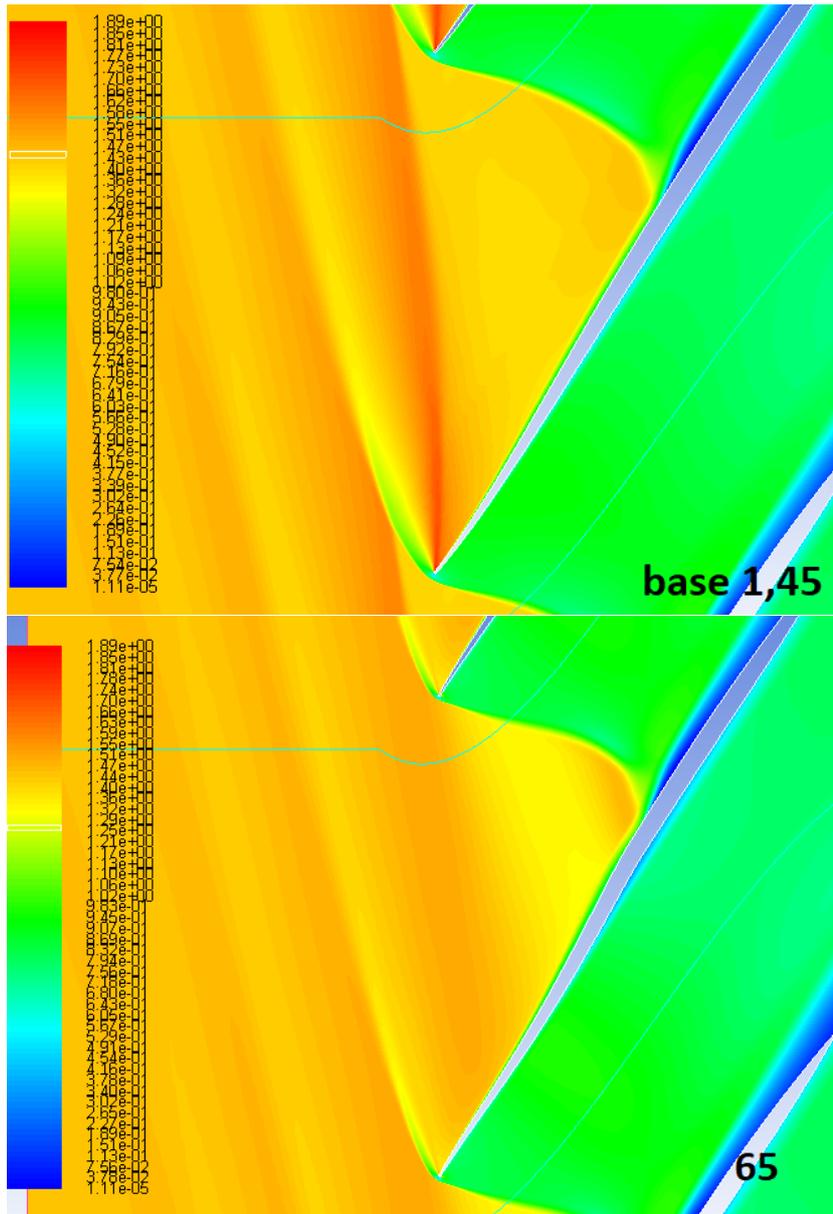


Figura 6.29: Countours del Mach del profilo baseline e 65. Mach in ingresso 1,45

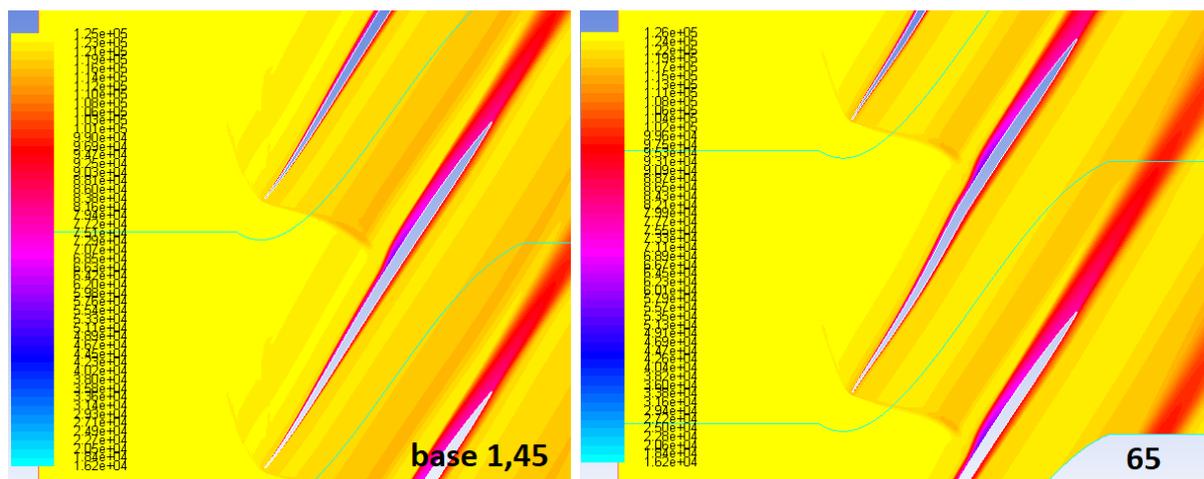


Figura 6.30: Countours di pressione totale del profilo baseline e 162. Mach in ingresso 1,45

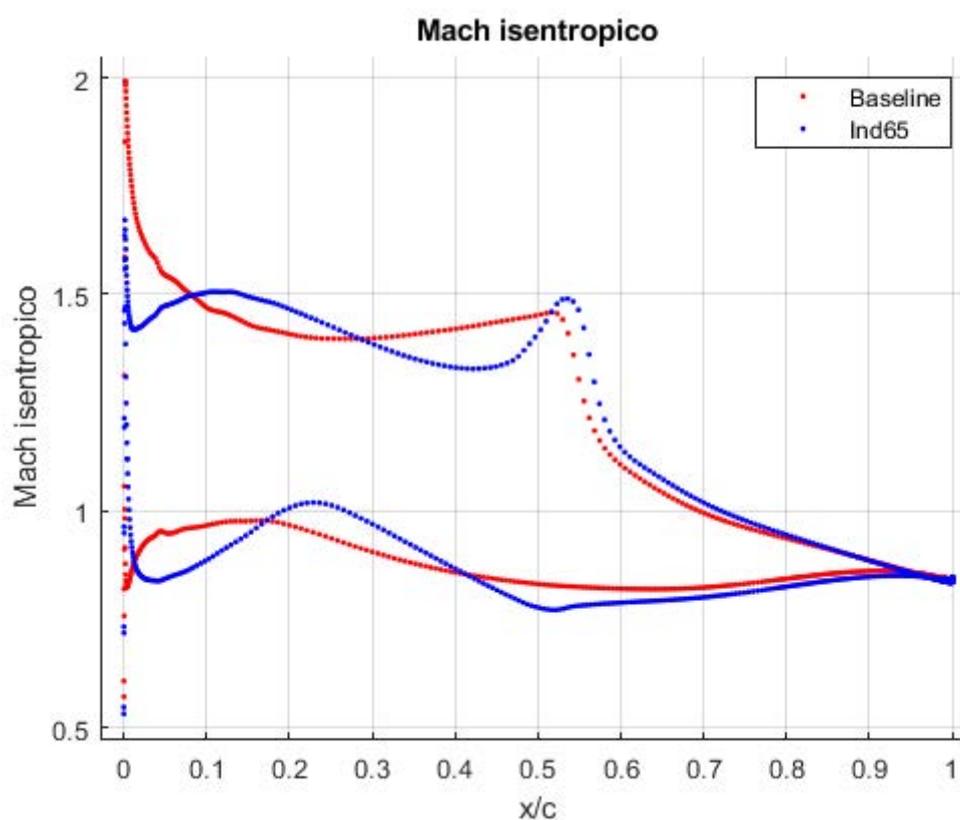


Figura 6.31: Mach isentropico sul profilo baseline e sul 65

Il profilo 65 ha una forma a doppio flesso simile al 162 trovato nell'ottimizzazione a Mach in ingresso 1,3 ma è più rettilineo, e con il secondo flesso (al 50% della corda) meno pronunciato. Presenta un angolo di camber maggiore rispetto al baseline, avendo la metà anteriore più spostata verso il basso, con ordinata del leading edge pari a $-0,013c$. Lo

sviluppo successivo della linea media prevede una decisa concavità similmente al 162 fino al raccordo con la frazione posteriore.

Da 0 al 20% di corda

Il bow shock è più vicino al leading edge rispetto al caso baseline e il ramo inferiore leggermente più inclinato; a valle dell'urto sul suction side la differenza più macroscopica consiste nella scomparsa dell'intenso ventaglio di espansione, dovuto all'inclinazione negativa del bordo d'attacco che segue le linee di corrente, esattamente come per il profilo 162. Fino al 10% di corda ha luogo un'accelerazione di entità contenuta fino a Mach 1,5 dovuta alla forma convessa. Sul pressure side, dopo un brusco rallentamento, il flusso subsonico è accelerato progressivamente dalla convergenza di area fino a raggiungere Mach 1 al 22% della corda, mentre sul baseline ciò avviene solo fino al 15% della corda portando a valori di Mach isentropico appena inferiori.

Dal 20% della corda al passage shock

In maniera analoga al profilo 162 già analizzato, la concavità sul suction side permane per una frazione maggiore di corda rispetto al profilo baseline, provocando una decelerazione maggiore (fino a Mach 1,3) e la propagazione di un ventaglio di *left running characteristics* esteso che incide sul passage shock del profilo successivo. Il successivo repentino cambio di curvatura accelera nuovamente il flusso, portando a un pre-shock Mach number superiore al baseline (1,52 contro 1,47) e ad un urto più intenso, ma solo nella fascia terminale, come si può notare dai contours di p_0 . Il passage shock è più obliquo e meno intenso rispetto allo stesso del caso baseline, beneficiando in misura maggiore del meccanismo di precompressione esterno: dai contours di pressione totale si nota il calo delle perdite nella parte inferiore, dovuta anche alla maggior inclinazione dell'urto. A questo regime di funzionamento, la riduzione del ventaglio di espansione provoca un apprezzabile calo della velocità in ingresso anche per il ramo superiore del bow shock, con leggera riduzione delle perdite di pressione totale. La decisa decelerazione sul suction side provoca anche ingrossamento dello strato limite ma senza distacco.

Dal passage shock al trailing edge

L'interazione tra urto e strato limite è di entità paragonabile al profilo baseline, e così lo sviluppo del campo di velocità fino al bordo d'uscita.

6.3 Ottimizzazione con Mach in ingresso 1,58

La terza ottimizzazione è stata condotta con un Mach in ingresso della corrente indisturbata pari a 1,58. Mesh, schema di calcolo, modello di viscosità e di turbolenza, come tutte le altre condizioni statiche in entrata sono le stesse delle ottimizzazioni precedenti. I parametri dell'algoritmo di calcolo della funzione obiettivo sono riportati nella tabella seguente.

Parametri ottimizzazione	Valori	Valori relativi risp. p1
Toll su omega	$5 * 10^{-4}$	
p2 UI [Pa]	68991	1,8865
p2 SP I [Pa]	92000	2,5157
Step I [Pa]	5000	0,1367
N iter	5	
Range p2 [Pa]	[82312,5-101687,5] Pa	[2,2508- 2,7806] Pa
Risoluzione p2 [Pa]	312,5 Pa	0,0085

Tabella 6.7: Parametri dell'algoritmo di ottimizzazione a Mach 1,58

Constata l'elevata sensibilità delle prestazioni dei profili alla variazione della forma e il generale decremento delle stesse quando i valori delle variabili di decisione sono molto distanti da quelli baseline, si è generata la popolazione iniziale in modo analogo all'ottimizzazione a Mach 1,45 (le 2 ottimizzazioni sono state lanciate contemporaneamente), con i 13 individui del fronte di Pareto dell'ottimizzazione a Mach 1,3 più i 7 migliori tra 20 campionati con l'algoritmo Halton, avendo cura di scegliere individui distanti nello spazio delle variabili di decisione. In questo modo si riesce ad avere già un buon pool di partenza per rendere più efficiente l'ottimizzazione e allo stesso tempo si calcolano le funzioni obiettivo degli ottimi a Mach 1,3 nelle nuove condizioni operative.

L'ottimizzazione è stata lanciata per 5 generazioni; dopodichè si è reimpostata la popolazione iniziale includendo gli individui ad alta fitness persi nel processo, in maniera analoga alle ottimizzazioni precedenti; e si è proseguito fino a quando il fronte di Pareto ha cessato di avanzare, dopo altre 5 generazioni.

Terminata l'ottimizzazione si sono simulati i profili del fronte di Pareto delle altre 2 ottimizzazioni, per verificare se vi è stato un effettivo miglioramento delle prestazioni con il cambiamento di forma. Si sono poi utilizzati i dati di tutti gli individui simulati unitamente ai 20 del campionamento per addestrare la rete neurale artificiale e creare un metamodello, usato per ampliare i risultati ottenuti e ricercare nuovi eventuali ottimi.

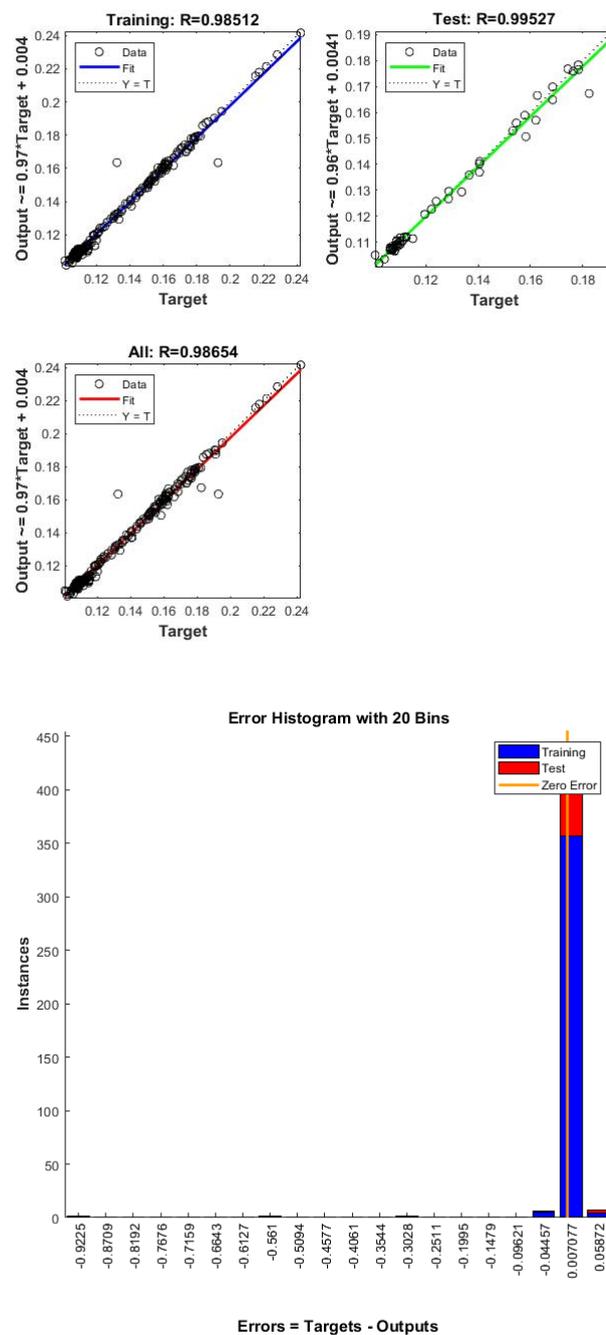


Figura 6.32: Curva di regressione e istogramma degli errori del modello surrogato per Mach 1,45

Si è utilizzato il metamodello per condurre un'ulteriore ottimizzazione con 80 individui su 80 generazioni. Si sono presi i 5 migliori profili come rapporto di compressione, e si è effettuato un CFD check delle funzioni obiettivo. I risultati sono riportati nella tabella 6.8.

	f1 NN	f2 NN	f1 CFD	f2 CFD
Ind 1	0,0895	0,1043	0,1321	0,1101
Ind 2	0,0945	0,1041	0,1224	0,1098
Ind 3	0,0945	0,1041	0,1224	0,1098
Ind 4	0,0550	0,1101	0,1621	0,1125
Ind 5	0,0908	0,1042	0,1297	0,1098

Tabella 6.8: Valori delle funzioni obiettivo predette dalla rete e simulati con la CFD, ottimizzazione a Mach 1,58

Si può notare che le previsioni della rete si discostano dai valori simulati sottostimandoli, anche se la deviazione media è minore rispetto al caso a Mach 1,45. Ancora una volta si può imputare l'incertezza sui risultati all'insufficiente ampiezza del dataset, combinata con una clusterizzazione ancora più spinta degli individui simulati nello spazio delle variabili di decisione, come vedremo in seguito. Gli individui simulati nello spazio delle funzioni obiettivo sono riportati nella figura 6.33.

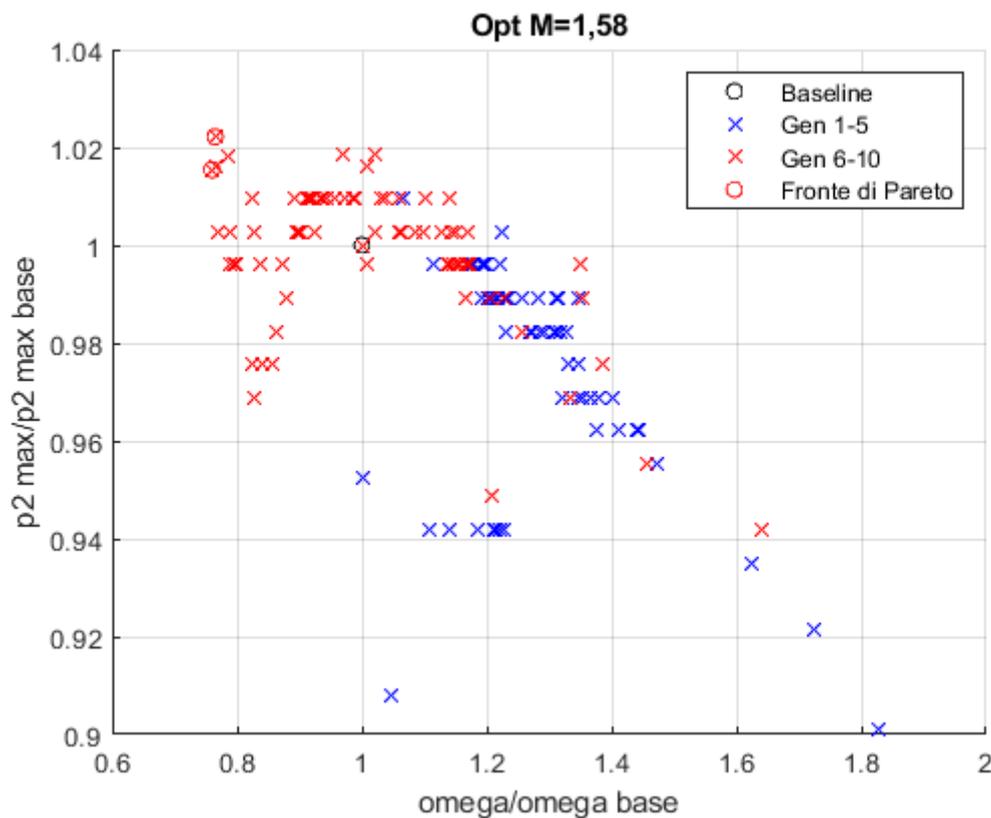


Figura 6.33: Profili simulati nell'ottimizzazione a Mach 1,58 divisi tra prime 5 e ultime 5 generazioni

I profili costituenti il fronte di Pareto delle altre 2 ottimizzazioni più gli ottimi ottenuti con il metamodello basato su rete neurale sono disposti nella figura 6.34. L'ottimizzazione effettuata con il modello surrogato non ha fornito profili non dominati, e lo stesso vale per i profili del fronte di Pareto delle altre ottimizzazioni.

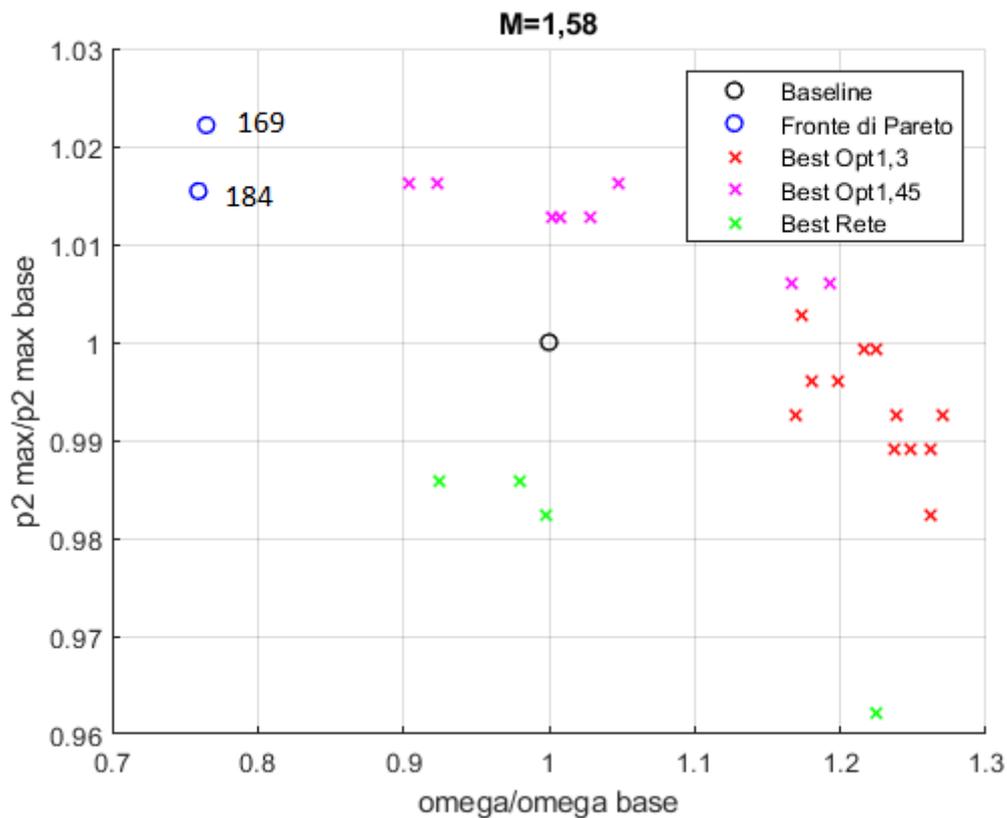


Figura 6.34: Profili sul fronte di Pareto dell'ottimizzazione a Mach 1,58 insieme a ottimi del metamodella e delle altre ottimizzazioni

Dalla figura 6.33 si può notare che la correlazione tra le due funzioni obiettivo è molto forte: gli individui simulati si addensano attorno ad una retta e il fronte di Pareto si restringe fortemente con soli 2 profili non dominati, migliori per entrambe le funzioni obiettivo rispetto al baseline, le cui caratteristiche sono riportate nella tabella 6.9

Profilo	Omega	p2/p1	Omega norm %	p2/p1 norm %
169	0.1013	2.5820	76.5	102.2
184	0.1006	2.5649	75.9	101.5

Tabella 6.9: Profili sul fronte di Pareto a Mach 1,58. Parametri prestazionali assoluti e normalizzati rispetto al baseline

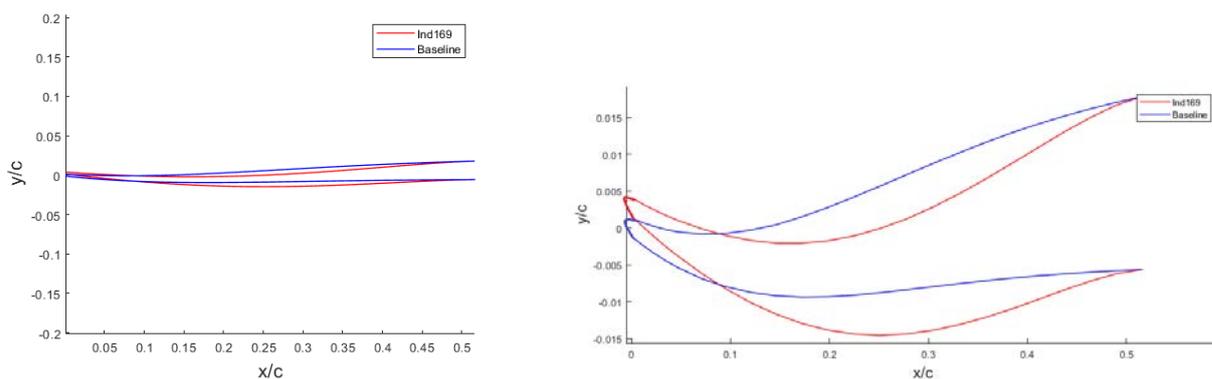


Figura 6.35: Profilo 169

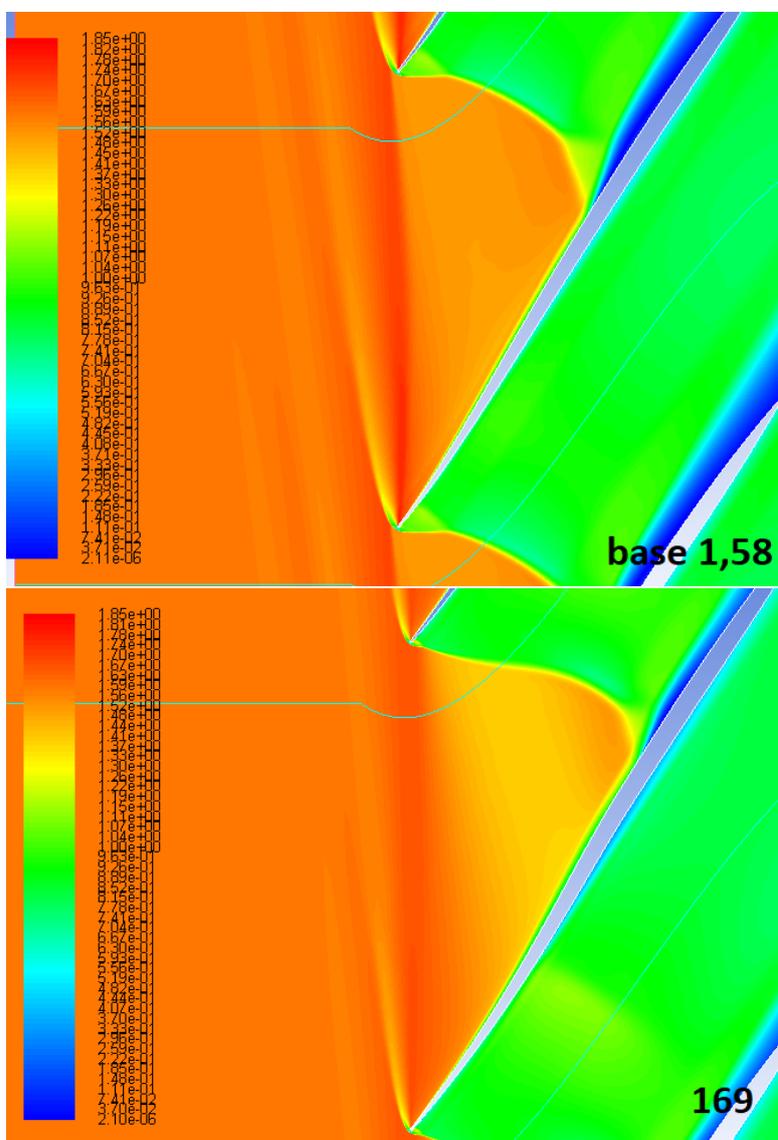


Figura 6.36: Countours del Mach del profilo baseline e 169. Mach in ingresso 1,58

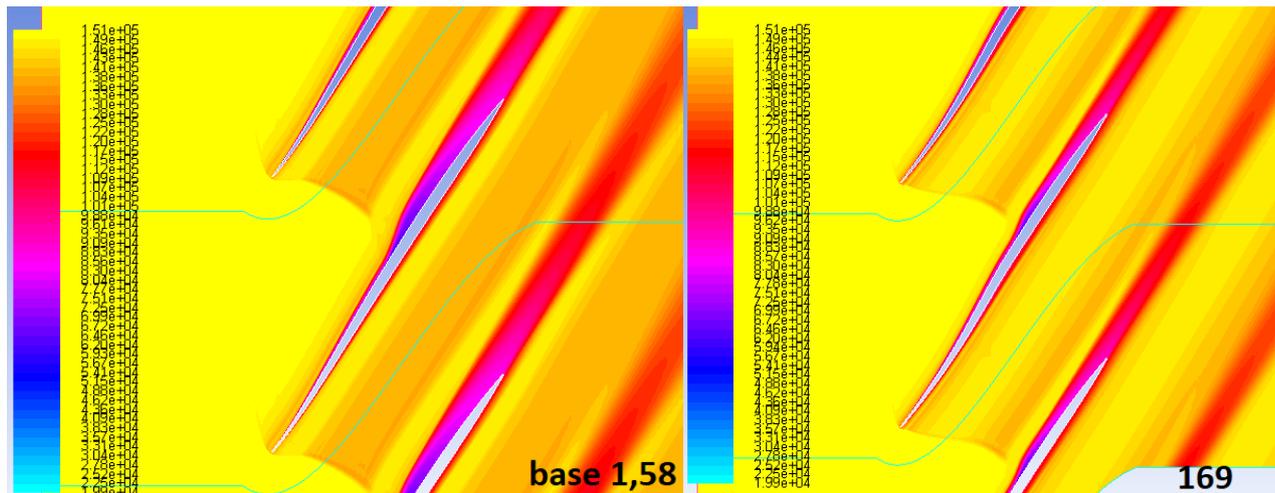


Figura 6.37: Countours di pressione totale del profilo baseline e 169. Mach in ingresso 1,58

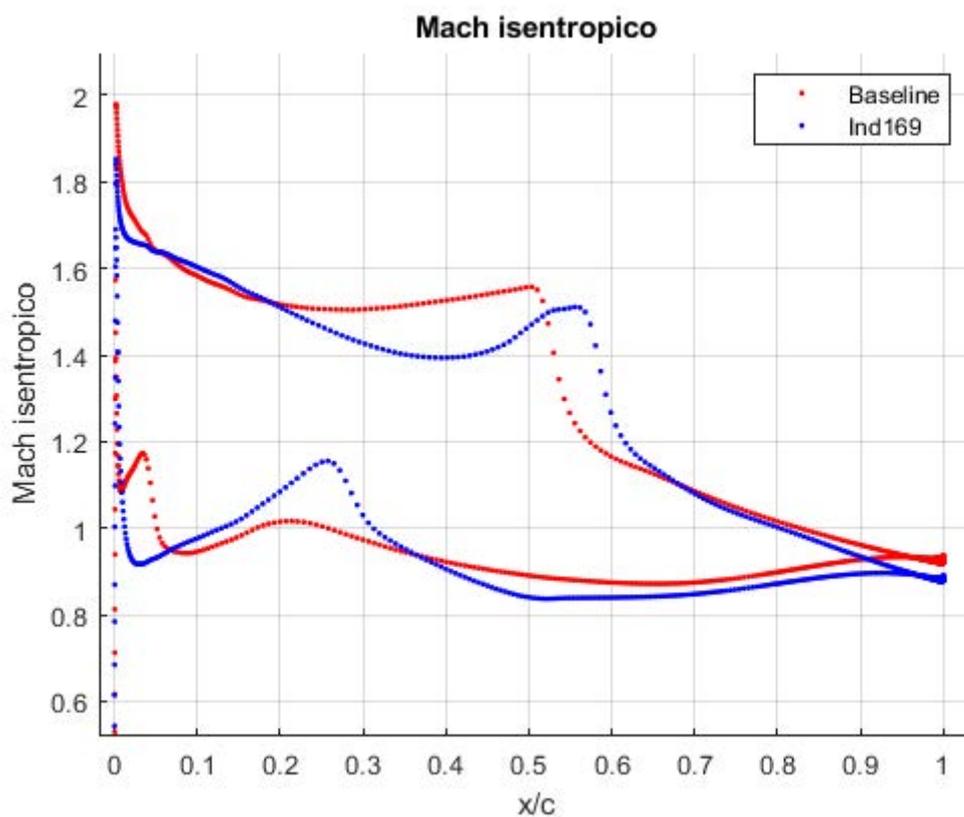


Figura 6.38: Mach isentropico sul profilo baseline e sul 169

6.3.1 Considerazioni generali

I profili che presentano i migliori coefficienti di perdita e rapporto di compressione sono molto simili in forma e prestazioni. Hanno una "bowl shape" pronunciata per l'intera

frazione anteriore di camberline: la concavità è presente per una lunghezza maggiore e consente di ridurre il pre-shock Mach number medio del passage shock a costo di un picco massimo di Mach isentropico sul pressure side leggermente maggiore. La forma a doppio flesso che forniva i risultati migliori in termini di compressione nelle ottimizzazioni a Mach più ridotto non è più competitiva, e non è presente tra i profili non dominati, poichè comporta un'accelerazione eccessiva del flusso sul suction side e lascia il pre shock Mach number a valori inaccettabili.

6.3.2 Analisi del profilo ottimizzato

Il profilo con numero progressivo 169 presenta il miglior coefficiente di perdita, con un miglioramento del 23,5% e ha altresì un rapporto di compressione più alto del 2,2%. La camberline conserva la forma ad "S" come per il profilo baseline, ma con un raggio di curvatura più uniforme e mediamente minore, inoltre il punto di alzata minimo del pressure side scende a -0,015c e si sposta ulteriormente verso il trailing edge.

Grandezze	Ind 169	Baseline
Ω	0,1013	0,1324
p_2/p_1	2,582	2,526
β_1 [deg]	56,30	58,26
θ_{dev} [deg]	-2,75	-1,56
\dot{m} [kg/ms]	8,167	7,742

Da 0 al 20% della corda

Il bow shock di fronte al leading edge presenta un ramo inferiore che nasce con un'inclinazione minore rispetto al baseline ma si mantiene obliquo per circa metà della sua lunghezza, a differenza dell'omologo sull'ARL SL19 che è normale per buona parte della sua estensione e termina con una riflessione a "lambda" sul profilo sottostante nella schiera. Sul suction side il picco di Mach isentropico subito dietro il leading edge è ridotto da 1,97 a 1,83 e anche la decrescita è più rapida, con un conseguente ventaglio di espansione meno intenso.

Dal 20% della corda al passage shock

L'aspetto più rilevante che caratterizza il campo di moto del profilo ottimizzato è la cospicua decelerazione del flusso sul suction side, che porta a valori minimi del Mach isentropico di 1,4 contro 1,5 del baseline, ad una minor riaccelerazione prima dell'incidenza del passage shock, e ancor più importante, alla propagazione di una serie di left running characteristics che incidendo sul passage shock riducono i valori del Mach su tutta la fascia di ingresso da $1,55 \div 1,5$ a $1,48 \div 1,38$. Il gradiente di pressione avverso sul suction side porta altresì ad un ingrossamento dello strato limite ma senza arrivare al distacco. Sul pressure side il flusso è accelerato in misura maggiore rispetto al baseline dalla convergenza di area e dalla forma convessa del profilo, ma raggiunge un Mach isentropico massimo $< 1,2$ e torna subsonico senza urti.

Dal passage shock al trailing edge

L'interazione tra urto e strato limite è decisamente meno intensa sul profilo ottimizzato: l'ampiezza della scia turbolenta è minore e così l'entità delle perdite di pressione totale come risulta dalla figura 6.37. Ciò è correlato anche al minor angolo di unique incidence e quindi alla minor incidenza del profilo. Anche per quanto riguarda il calo di p_0 dato dal passage shock, si può notare che la piccola differenza nell'inclinazione dell'urto rispetto al baseline dà luogo a valle ad una fascia con perdite superiori al 7% molto meno ampia. Anche il Mach subsonico medio fino al trailing edge è più basso, per via della maggior backpressure.

L'ottimizzazione ha rivelato che è possibile migliorare il rendimento e la compressione dell'ARL SL19 anche vicino alle sue condizioni nominali di funzionamento. La forma ottimizzata della camberline continua il trend riscontrato nei profili ad alto rendimento già analizzati e presenta una curvatura ancora più accentuata del baseline, con la massima concavità e il punto di alzata minima spostati verso il trailing edge. Il vantaggio in termini di precompressione a questi regimi si fa più rilevante, portando il doppio beneficio di urti meno dissipativi e interazioni meno intense con lo strato limite.

6.4 Conclusioni

L'ottimizzazione multiobiettivo e multipunto ha evidenziato che esiste un notevole margine di miglioramento delle prestazioni del profilo baseline a tutti i regimi operativi, compreso quello più vicino alle condizioni nominali di funzionamento. I guadagni tipici sono dell'ordine del 25% per il coefficiente di perdita e del 3% per il rapporto di compressione, e la prima grandezza, la più rilevante per una schiera transonica, ha visto un miglioramento relativo pressochè costante per tutti i casi affrontati: quest'aspetto è indicativo dell'importanza della frazione anteriore di corda sulle prestazioni in regime transonico. La parametrizzazione adottata, insieme ad una scelta ponderata degli upper e lower bounds del dominio ha consentito di sviluppare forme regolari che ben si prestano ad essere simulate in una procedura automatizzata senza controllo diretto: si sono riscontrate solo 5 simulazioni non andate a convergenza su circa 600 valutazioni della funzione obiettivo. Si è riscontrata una notevole sensibilità delle prestazioni a piccoli cambiamenti di forma: nessuna geometria ottimizzata si discosta in modo significativo dal baseline in forma della camberline e valori assoluti dei raggi di curvatura, si sono evidenziate tuttavia differenze significative nella distribuzione della curvatura stessa. È stata confermata l'elevata sensibilità delle prestazioni di schiere transoniche a condizioni off-design: i profili ottimizzati ad un certo numero di Mach, salvo un'eccezione, non si sono mai rivelati i migliori *anche* a Mach differenti. Si è individuata una famiglia di profili con elevata efficienza a Mach $1,3 \div 1,45$ che adotta camberline quasi rettilinee e riduce la curvatura sui suction sides, conseguendo una migliore efficienza principalmente per lo smorzamento dell'accelerazione sulla prima frazione di SS, per la riduzione dell'angolo di incidenza, e per gli urti più obliqui che riesce a produrre grazie alla soppressione della bowl shape sul leading edge. Aumentando il numero di Mach la forma ottimale vede abbassarsi il leading edge e accentuare la concavità della camberline, poichè la precompressione esterna diventa più importante: i profili ottimizzati tuttavia tendono a uniformare la curvatura

sul suction side e spostare il punto in cui è più accentuata verso il retro del profilo. In questo modo si evita l'effetto collaterale dell'intenso ventaglio di espansione dietro al leading edge e si contiene il pre shock Mach number su tutto il bow shock. Un secondo tipo di design individuato è quello a doppio flesso: la sua forma ibrida tra la S shape e gli MCA a camberline convessa alza il rapporto di compressione ottenibile a velocità basso supersoniche e conferisce una favorevole deviazione del flusso che contribuisce ad alzare ulteriormente il lavoro scambiato. Allo stesso tempo viene mantenuta una certa concavità sul suction side in grado di precomprimere il flusso e tenere alta l'efficienza. Tale design risulta penalizzato dalla ridotta precompressione a numeri di Mach più elevati, portando a preshock Mach number inaccettabili prima dell'urto nel canale di passaggio. Per entrambe le classi di profili si è riscontrato che il lato responsabile del maggior incremento di efficienza è il suction side, ma spesso il lato in pressione vede un'accelerazione ingiustificata del flusso, dovendo seguirne la forma per via della costanza degli spessori: si veda in particolare la figura 6.24 e 6.27. Un'ottimizzazione in cui entrambi i lati siano liberi di variare indipendentemente potrebbe risolvere il problema.

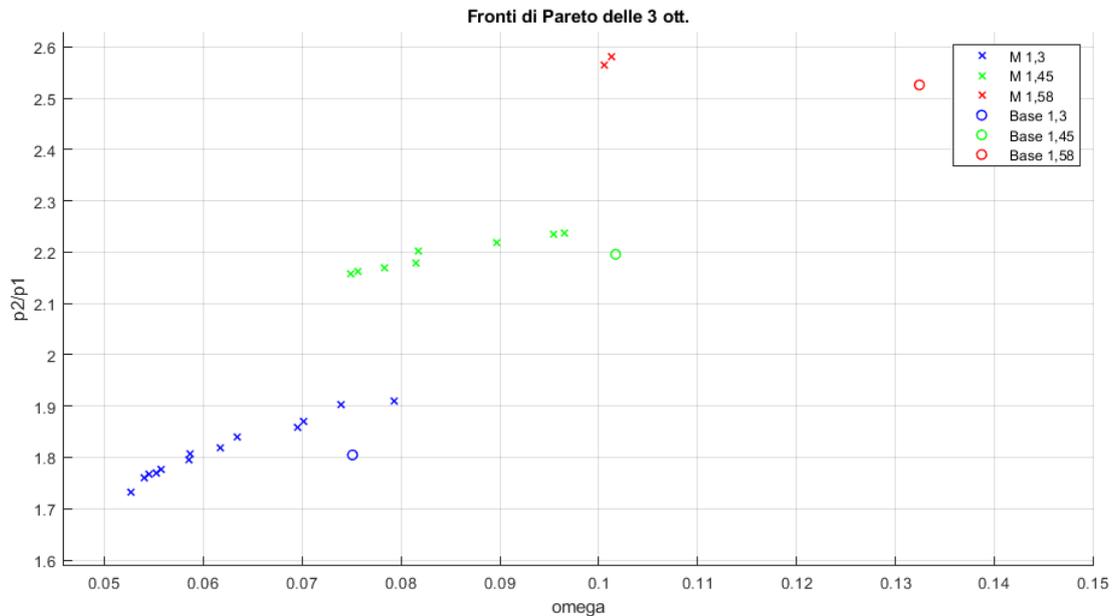


Figura 6.39: Fronti di Pareto delle tre ottimizzazioni

Capitolo 7

Morphing del profilo

7.1 Cenni alle tecniche di morphing

In questo capitolo viene analizzata in maniera preliminare la possibilità e l'opportunità di effettuare un **morphing** del profilo. Il morphing è una tecnica moderna che consiste nel modificare attivamente e in maniera continua la forma delle superfici aerodinamiche per ottenere le migliori prestazioni in differenti condizioni operative. Superfici mobili estensibili quali flap e slat hanno diffusione universale su velivoli ad ala fissa, elicotteri e anche sottomarini. La modalità con cui aumentano la camber del profilo non è però priva di difetti, introducendo discontinuità geometriche che incrementano anche il drag. Ulteriori limiti sono costituiti dal peso del meccanismo e dalla limitazione della libertà di movimento dovuta alla rigidità dei membri. Per ovviare a questi inconvenienti sono state proposte numerose soluzioni morfanti, distinguibili principalmente in 2 categorie: **meccanismi a catena cinematica** e **conformi**.

I primi adottano meccanismi interni che trasferiscono le forze alle superfici aerodinamiche elastiche deformandole e assorbendo allo stesso tempo i carichi aerodinamici. I secondi invece contengono strutture interne in grado di deformarsi in maniera continua, senza giunzioni, e sono generalmente più leggeri. Un esempio di meccanismo conforme è il *Fish bone active camber morphing airfoil* ([18]) mostrato in figura 7.1: soluzione bioispirata che varia attivamente la camber del profilo adottando una spina flessibile lungo la corda, connessa tramite stringers ad una pelle composita a matrice elastomerica. La pelle è pretensionata per ridurre il buckling e aumentare la rigidità fuori dal piano, l'attuazione è data da un sistema di tendini e carrucole non reversibili, in modo da non richiedere energia per mantenere in posizione la struttura deformata.

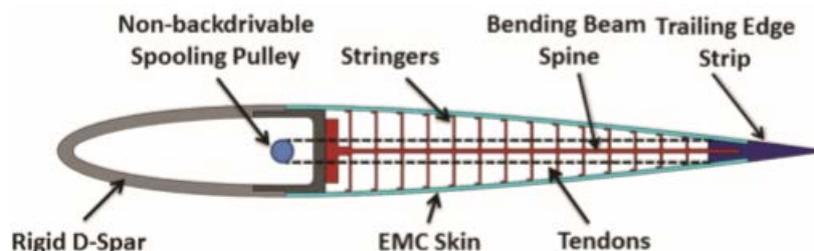


Figura 7.1: Fish bone active camber airfoil

7.2 Legge di morphing

L'ottimizzazione effettuata ha mostrato che esistono soluzioni migliorative rispetto alla schiera baseline sia in termini di rapporto di compressione sia soprattutto di rendimento a tutti i Mach in ingresso simulati. Una schiera appartenente ad un compressore o fan aeronautico chiamata ad operare ad una fissata condizione tra quelle simulate trarrebbe vantaggio dall'adottare pale con profili all'estremità della forma ottimizzata al determinato Mach in ingresso, ma potrebbe perdere di efficienza ad altri Mach relativi sperimentati nelle diverse fasi di volo. La progettazione delle pale in termini di legge di calettamento, tipologia di profili, solidità, sweep e lean tipicamente mira ad ottimizzare le prestazioni nella condizione sperimentata per la maggior parte del volo, ovvero la crociera, accettando performance più scadenti durante le altre fasi. La messa in atto del morphing della pala consentirebbe di migliorare le prestazioni in tutte, o quantomeno nella maggior parte, delle condizioni di funzionamento aspettate, a costo di una maggior complessità del sistema e dell'introduzione di tensioni aggiuntive date dalla deformazione dei materiali. I risultati ottenuti nelle tre ottimizzazioni verranno utilizzati per confrontare una forma di profilo che fornisca migliori prestazioni rispetto al baseline a tutti i Mach in ingresso simulati rispetto all'adozione di una legge di morphing della schiera. Per poter valutare l'opportunità di attuare un controllo attivo della forma si sono adottati dei parametri geometrici di confronto tra le coppie di profili. Il principio di fondo è ricercare la forma base che preveda la minor deformazione possibile per passare da una configurazione all'altra, riducendo al minimo le tensioni introdotte, l'autorità ed il peso del meccanismo necessario. La determinazione accurata dei vincoli strutturali da rispettare, nonché dell'effettiva libertà di deformazione del profilo non può prescindere da una conoscenza del tipo di materiale utilizzato, nonché dal sistema di attuazione: in questa analisi tuttavia saranno fatte solo considerazioni preliminari di carattere più generale. Il profilo è stato parametrizzato mantenendo gli spessori costanti e perpendicolari rispetto alla linea media, rispettando le ipotesi della teoria delle lastre sottili di Kirchoff, secondo cui:

- Linee dritte perpendicolari alla superficie media rimangono dritte dopo deformazione
- Linee dritte perpendicolari alla superficie media rimangono normali alla superficie media dopo deformazione
- Lo spessore della lastra non varia durante la deformazione

La nostra analisi toglie un ulteriore grado di libertà alla deformata, dal momento che si è prevista la modifica della sola linea media del profilo, riducendo il problema ad un caso monodimensionale, per cui si può usare il modello semplificato monodimensionale di Eulero Bernulli, analogamente a Benjamin (2015)[18]. Assumendo le ipotesi di comportamento lineare e piccole deformazioni, abbastanza veritiera visti i ridotti scostamenti dei profili ottimizzati rispetto al baseline, si sono prese in considerazione tutte le 204 terne possibili di profili ottimizzati, dove il primo elemento appartiene al fronte di Pareto a Mach 1,3; il secondo a quello a Mach 1,45; il terzo a quello a Mach 1,58 e si sono valutate per ciascuna 2 funzioni obiettivo.

La prima funzione è la differenza di lunghezza tra le camberline: infatti l'ottimizzazione non ha posto vincoli su tale parametro se non indirettamente, mantenendo costante l'ascissa del primo punto del poligono di Bezier, ma forme particolarmente curvate potrebbero aumentare la lunghezza complessiva introducendo sforzi di trazione. La differenza è calcolata tra la coppia di profili 1-2 e la 2-3, assumendo che la nuova configurazione indeformata appartenga al profilo 2 ottimizzato a Mach 1,45 e la funzione obiettivo è presa come il massimo tra i due valori.

La seconda funzione è legata alla curvatura delle camberline: la teoria di Eulero la mette in relazione col momento flettente secondo:

$$M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (7.1)$$

Dove E è il modulo di Young del materiale, I il momento d'inerzia della sezione e w lo spostamento in direzione verticale. In luogo della curvatura in sé si è valutata la differenza di curvatura tra i profili, calcolando la derivata seconda dello spostamento verticale w assunto dalle camberline in corrispondenza di punti omologhi con la medesima ascissa: l'esiguità della variazione di lunghezza delle camberline (variazioni massime dello 0,2%) rende legittima questa assunzione. Si è poi calcolata la differenza massima riscontrata tra due punti omologhi qualsiasi e si è assunta come funzione obiettivo il valore massimo trovato tra le due coppie di profili considerate, in modo analogo alla prima funzione. Il calcolo della differenza di curvatura è stato ritenuto più appropriato rispetto al valore assoluto dal momento che il nuovo baseline a Mach 1,45 possiede una curvatura non nulla corrispondente alla configurazione scarica. Chiaramente le ipotesi fatte valgono con piccoli spostamenti e comportamento lineare del materiale. Le due funzioni obiettivo da minimizzare sono quindi espresse da:

$$f_1 = \max(\delta L_{1-2}, \delta L_{2-3}) \quad (7.2)$$

$$f_2 = \max \left(\max \left(\left| \frac{\partial^2 w}{\partial x^2_1} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2_2} \right| \right); \max \left(\left| \frac{\partial^2 w}{\partial x^2_2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2_3} \right| \right) \right) \quad (7.3)$$

Nella figura 7.2 sono riportate le funzioni obiettivo geometriche calcolate per le 204 terne possibili di profili ottimizzati. È evidente la ridotta entità della deformazione assiale, mentre la differenza di curvatura assume valori più elevati.

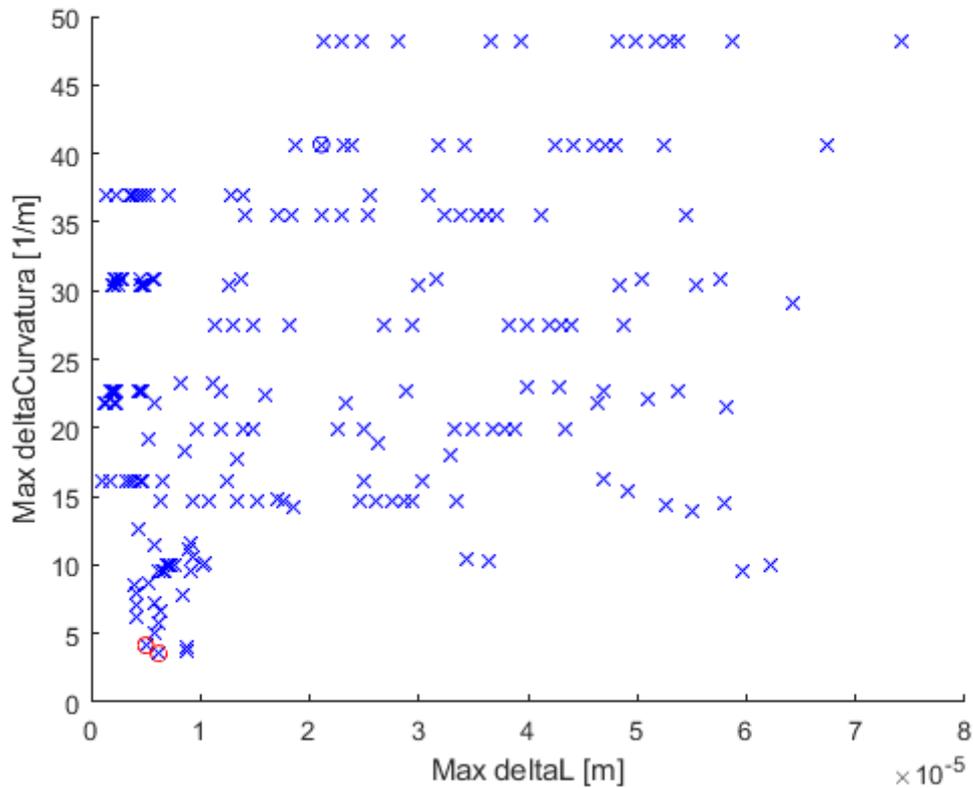


Figura 7.2: Funzioni obiettivo sulla deformabilità di ciascuna terna di profili

Nelle figure 7.3, 7.4 sono illustrate due configurazioni ottimali. Appartengono alla categoria di profili ad elevata efficienza, che come si è visto, prevede un aumento continuo della concavità della camberline all'aumentare del numero di Mach. Le combinazioni con profili a doppio flesso, analizzati nelle sezioni 6.1.3 e 6.2.3, risultano penalizzate poiché la forma non è più competitiva a Mach 1,58 ed è necessario cambiare la pendenza (e la curvatura) della frazione anteriore per adattare ai Mach più elevati.

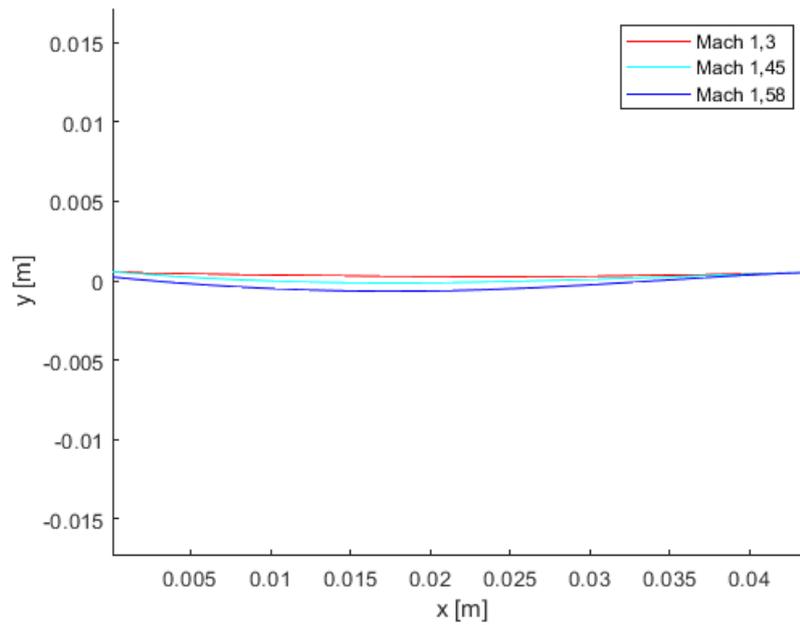


Figura 7.3: Camberlines della prima legge di morphing

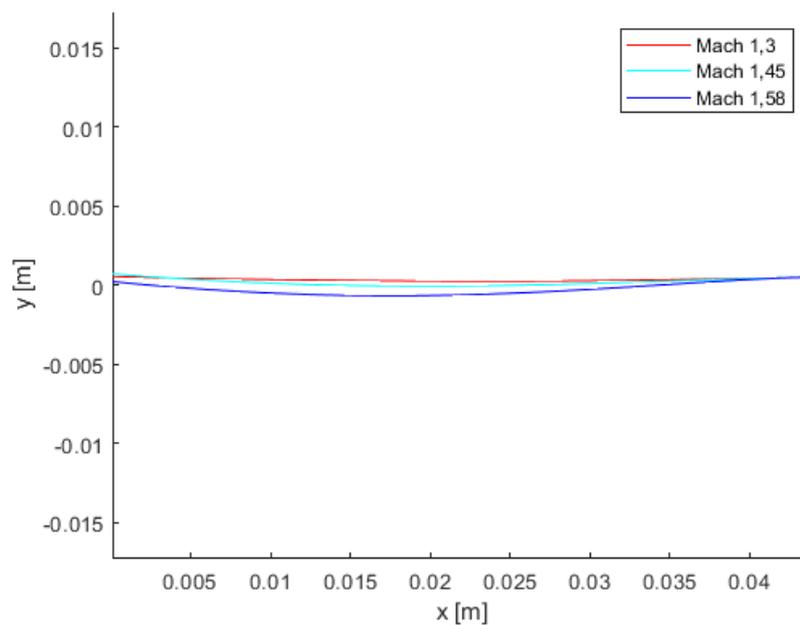


Figura 7.4: Camberlines della seconda legge di morphing

La soluzione morfante a questo punto viene confrontata con le geometrie fisse: ciascun profilo appartenente ai fronti di Pareto delle tre ottimizzazioni viene valutato per le sue prestazioni ad ognuno dei Mach in ingresso. Il termine di paragone è il coefficiente di perdita, che come si è detto, è uno degli aspetti più critici delle schiere transoniche. Le due funzioni obiettivo prestazionali sono la somma semplice dei coefficienti di perdita ai

tre regimi di funzionamento f_I e la somma pesata $f_{II} = 1,5 * \Omega_{1,3} + \Omega_{1,45} + 0,7 * \Omega_{1,58}$, che attribuisce maggior importanza ai regimi bassi subsonici a cui tipicamente le schiere operano.

i risultati ottenuti sono riportati nella tabella 7.2, dove Fisso 1 è il profilo migliore secondo f_I , Fisso 2 il migliore secondo f_{II} e Morph 1 la configurazione morfata di figura 7.3.

	M 1,3	M 1,45	M 1,58
Baseline	0,0751	0,1017	0,1324
Fisso 1	0,0987	0,0749	0,1223
Fisso 2	0,0540	0,1020	0,1588
Morph 1	0.0540	0.0749	0.1013

La forte influenza della forma del profilo sul meccanismo di precompressione esterna e sul pattern di onde che si viene a generare spiega la grande penalizzazione del coefficiente di perdita quando una geometria fissa opera in condizioni di off design. La soluzione per Mach più bassi mantiene un'efficienza maggiore del baseline fino a Mach 1,45 ma comporta perdite elevate a numeri di Mach più alti, mentre la soluzione che minimizza la somma semplice degli Ω è più competitiva per Mach elevati, ma portando quasi al raddoppio delle perdite rispetto ai migliori profili trovati nell'ottimizzazione a Mach 1,3 quando opera a tale regime. Nessuna tra le due alternative è migliore del baseline a tutti i regimi, ma questo non deve sorprendere, dal momento che il focus di ogni singola ottimizzazione era sullo specifico Mach all'ingresso, e soltanto i profili dei fronti di Pareto sono stati simulati alle diverse condizioni operative, per ragioni di limitatezza delle risorse di calcolo. Conseguenza evidente di questa elevata sensibilità alle condizioni di off design è l'elevato guadagno in termini di efficienza a tutti i regimi adottando una soluzione morfante. Pur avendo scelto la legge di morphing secondo considerazioni geometriche e non prestazionali, la forma variabile della camberline che meglio soddisfa i vincoli su lunghezza e curvatura domina sia il baseline che le altre due geometrie fisse a tutti i Mach in ingresso, suggerendo l'opportunità di una simile soluzione costruttiva e funzionale.

In conclusione, qualora la maturità tecnologica di sistemi di morphing fosse sufficiente da consentire l'applicazione a sottili profili S-shape di schiere transoniche, vi sarebbe un indubbio vantaggio prestazionale. Ciò incentiva ricerche più approfondite sul campo, in modo da valutare la fattibilità anche alla luce di considerazioni strutturali e di attuazione.

Bibliografia

- [1] W.J. Calvert, R.B. Ginder. *Transonic fan and compressor design*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 213(5), 419–436 (1999)
- [2] J. L. Kerrebrock. *Flow in Transonic Compressors*, AIAA Journal, Vol. 19, No. 1, pp. 4-19 (1981)
- [3] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, 2 Penn Plaza, New York, 2011
- [4] H.J. Lichtfuss, H. Starcken, *Supersonic cascade flow*, 1974
- [5] H.A. Schreiber and H. Starcken, *Experimental investigation of the Performance of a Supersonic Compressor Cascade*, NASA, 33rd International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, Amsterdam, 1988.
- [6] P.J. Gostelov, W.K. Krabacher, and H. L. Smith, *Performance Comparison of the High Mach Number Compressor Rotor Blading* NASA, CR-1256 (1968).
- [7] S.B. Stratford and E.G. Sansome, *Thory and Tunnel Test of Rotor Blades for Supersonic Turbines* ARC R M No. 3275 (1962)
- [8] G.E. Johnson, E. von Ohain, O.M. Lawson, and R.K. Cramer, *A Blunt Trailing Edge Supersonic Compressor Blading* WADC TN 59-269 (1959).
- [9] A. Kantrowitz, *The Supersonic Axial Flow Compressor* NACA, Report 974, (1950).
- [10] G. Venturelli, E. Benini , *Kriging-assisted design optimization of S-shape supersonic compressor cascades*, Aerospace Science and Technology, Volume 58, November 2016, Pages 275-297.
- [11] A. Konak, D. W. Coit, and A. E. Smith, *Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial*. Reliability Engineering and System Safety, 91(9), 992–1007. (2006)
- [12] N. A. Cumpsty, *Compressor Aerodynamics*, Krieger Publishing Company, Florida, USA, 2004
- [13] P. Levine *The two dimensional inflow conditions for a supersonic compressor with curved blades* WADC TR 55-387 (1956).

- [14] J. Starke. *The Effect of the Axial Velocity Density Ratio on the Aerodynamic Coefficients of Compressor Cascades*. Journal of Engineering for Power, 103(1), 210 (1981)
- [15] J.P. Chen *Pre-Stall Behavior of a Transonic Axial Compressor Stage Via Time-Accurate Numerical Simulation*, NASA/TM—2008-215163. (2008)
- [16] ANSYS, Inc., *ANSYS Fluent 12.0, user's guide*, 2009
- [17] MATLAB documentation, MathWorks
- [18] K.S. Benjamin, Woods and M. I. Friswell. *Multi-objective geometry optimization of the Fish Bone Active Camber morphing airfoil* Journal of Intelligent Material Systems and Structures (2015)