# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

## DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile Curriculum STRUTTURE



TESI DI LAUREA MAGISTRALE

# INSTABILITÀ DI PARETI SOTTILI IN C.A.: SIMULAZIONI NUMERICHE E APPROCCIO ANALITICO A CONFRONTO

Relatore: Chiar.mo Prof. Roberto Scotta

Correlatore: Ing. Alberto Stella

> Laureando: Alberto Munerati nº matricola: 1237530

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

# Sommario

1. Introduzione	7
2. Stato dell'arte, riferimenti normativi e obbiettivi	9
3. Formulazione analitica per la stima del carico critico	11
3.1. Formula generica di riferimento e caso studio di base	11
3.2. Determinazione analitica del parametro $\gamma$	13
3.2.1. I valori di $\kappa(\psi, \eta, \alpha)$	15
4. Approccio di modellazione a telaio equivalente e suo utilizzo	21
4.1. Descrizione dell'approccio di modellazione a telaio equivalente	21
4.1.1. Anatomia dell'elemento maschio	22
4.1.2. Anatomia dell'elemento fascia	23
4.2. Utilizzo dell'approccio di modellazione a telaio equivalente	24
4.2.1. Utilizzo delle sollecitazioni associate al telaio	25
4.2.2. Utilizzo della formula generica di riferimento per il calcolo del carico critico	25
4.2.3. Il confronto tra i moltiplicatori	26
5. Presentazione dei casi studio analizzati	29
5.1. Caso studio 1: parete in calcestruzzo armato sviluppata su 3 piani in altezza	29
5.1.1. La geometria	29
5.1.2. Ipotesi arbitrarie per la costruzione dei telai equivalenti	32
5.1.3. Costruzione dei telai equivalenti	33
5.2. Caso studio 2: parete in calcestruzzo armato sviluppata su un piano	
5.2.1. La geometria	
5.2.2. Ipotesi arbitrarie per la costruzione dei telai equivalenti	
5.2.3. Costruzione dei telai equivalenti	40
6. Modellazione FEM dei casi studio	43
6.1. Modelli PLATE del caso studio 1: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni realistiche	di carico 43
6.1.1. Condizioni di vincolo e link rigidi	43
6.1.2. Proprietà del materiale e spessore della parete	44
6.1.3. Condizioni di carico realistiche	44
6.2. Modelli PLATE del caso studio 2: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni realistiche	di carico 48
6.2.1. Condizioni di vincolo e link rigidi	48
6.2.2. Proprietà del materiale e spessore della parete	48
6.2.3. Condizioni di carico realistiche	49
6.3. Modelli BEAM del caso studio 1: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni realistiche	di carico 52

Analisi dell'instabilità di pareti

sottili in calcestruzzo armato

6.3.1. Condizioni di vincolo e link rigidi	53
6.3.2. Proprietà del materiale	56
6.3.3. Condizioni di carico realistiche	56
6.4. Modelli BEAM del caso studio 2: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni di realistiche	carico 60
6.4.1. Condizioni di vincolo e link rigidi	61
6.4.2. Proprietà del materiale	63
6.4.3. Condizioni di carico realistiche	63
7. Elaborazione e discussione dei risultati ottenuti	67
7.1. Identificazione delle porzioni di parete suscettibili di instabilità per i casi studio	67
7.1.1. Caso studio 1: isolamento della porzione di parete suscettibile di instabilità	67
7.1.2. Caso studio 2: isolamento della porzione di parete suscettibile di instabilità	68
7.2. Modelli PLATE: il ricavo dei moltiplicatori	69
7.2.1. Caso studio 1: moltiplicatori delle pareti	71
7.2.2. Caso studio 2: moltiplicatori delle pareti	71
7.3. Modelli BEAM: il ricavo dei moltiplicatori	72
7.3.1. Isolamento degli elementi beam per il ricavo delle sollecitazioni	74
7.3.2. Approccio teorico/analitico utilizzato per il ricavo dei moltiplicatori	75
7.3.3. Caso studio 1: moltiplicatori da approccio teorico/analitico	77
7.3.4. Caso studio 2: moltiplicatori da approccio teorico/analitico	79
7.4. Rapporto tra i due tipi di moltiplicatore per entrambe i casi studio	82
7.4.1. Caso studio 1: rapporto tra i moltiplicatori	82
7.4.2. Caso studio 2: rapporto tra i moltiplicatori	84
7.5. Riduzione dell'angolo necessario alla determinazione di $h'$ per caso studio 1	86
7.6. Rappresentazioni grafiche legate al dato di altezza <i>H</i> necessario per ottenere l'uguaglia i moltiplicatori	inza tra 89
7.6.1. Caso studio 1: rappresentazione grafica dei valori di $\mu$	89
7.6.2. Caso studio 2: rappresentazione grafica dei valori di $\mu$	92
7.6.3. Caso studio 1: rappresentazione grafica dei rapporti <i>H/H_interpiano</i>	95
7.6.4. Caso studio 2: rappresentazione grafica dei rapporti <i>H/H_interpiano</i>	98
7.7. Confronto tra la resistenza del materiale e lo stato tensionale raggiunto in condizi buckling	ione di 101
7.7.1. Caso studio 1: valori tensionali	102
7.7.2. Caso studio 2: valori tensionali	105
8. Conclusioni	109
Bibliografia	113

## 1. Introduzione

Il corrente lavoro di tesi magistrale riguarda lo studio di un particolare fenomeno associato ad un elemento strutturale sensibilmente diffuso in ambito edilizio, vale a dire il comportamento a instabilità di pareti sottili realizzate in calcestruzzo armato, il quale comporta la nascita di fenomeni di imbozzamento, deformazioni fuori piano e fessurazioni delle pareti stesse. Tale soluzione strutturale può essere utilizzata sia per la costruzione di nuovi edifici sia per la realizzazione di sistemi di adeguamento o miglioramento sismico. Tuttavia, pur trattandosi di una soluzione costruttiva di ampio impiego, non sono ancora state sviluppate, ad oggi, formulazioni teoriche che governino, in maniera completa ed esaustiva, il problema dell'instabilità, degli elementi in questione, che non siano strettamente legate a una determinata condizione di vincoli e di carico.

L'obbiettivo, alla base dello studio, coincide con l'assemblaggio di una formulazione analitica che permetta di calcolare il carico critico (carico che genera instabilità dell'elemento) per pareti in calcestruzzo armato applicabile indipendentemente dalle condizioni di vincolo e di carico presenti.

Il corrente elaborato corrisponde con la continuazione di elaborati precedenti che hanno permesso di inquadrare la problematica, eseguire analisi di sensibilità sui parametri in gioco, modellare pareti al fine di elaborare una formula di carico critico che permettesse di governare tutte le condizioni di sollecitazione possibili per una parete, a parità di condizione di vincolo.

Per prima cosa, con il corrente lavoro di tesi, si vuole valutare l'effettivo comportamento di suddetta formula, in campo elastico - lineare, trattando le grandezze dalle quali dipende in forma continua, essendo stata costruita a partire da valori discreti definiti per le variabili indipendenti. Inoltre, si mira alla possibilità di rendere la formulazione applicabile, sempre in campo elastico - lineare, a soluzioni strutturali più estese e complesse, di quella per la quale è definita, valutando l'influenza di diversi fattori (vani finestra, vani porta, fasce di piano) e cercando di percepire come isolare singole porzioni di struttura, suscettibili di instabilità, al fine di ottenere, per le parti isolate, dati di carico critico plausibili. Lo scopo delle valutazioni sopradescritte è quello di osservare, a partire da un caso studio generico, quali siano i limiti, in campo elastico – lineare, di applicabilità e di compatibilità della formula in esame quando questa è chiamata a essere utilizzata con schemi statici, e quindi condizioni di vincolo, diversi da quello elementare per la quale è definita. La disamina si concentra principalmente su 2 casi studio rappresentanti soluzioni strutturali, riguardanti le pareti in c.a., differenti tra loro e tipicamente utilizzate nell'ambito civile, le quali hanno permesso di esaminare come diversi aspetti (dimensioni geometriche dei vani, allineamento o disallineamento dei vani, simmetria o asimmetria dell'elemento strutturale, assenza o presenza del carico verticale applicato) possano influire sull'applicazione della formula.

## 2. Stato dell'arte, riferimenti normativi e obbiettivi

Come già accennato nell'introduzione, il corrente elaborato rappresenta la continuazione di elaborati precedenti ossia quelli sviluppati da Balzan, Scotta et al. [1] e da Pellegrino, Scotta et al. [2]. Dai 2 lavori è emerso un approccio metodologico comune, focalizzato sulla ricerca delle soluzioni teoriche esistenti in letteratura riguardo il problema trattato vale a dire l'instabilità di pareti sottili. Per il primo lavoro [1] si è poi proceduto con la calibrazione di modelli di calcolo finalizzati all'utilizzo di soluzioni numeriche da confrontare con le soluzioni teoriche precedentemente identificate valutandone la somiglianza, in campo elastico – lineare. Successivamente è stata valutata la variazione della soluzione numerica al variare dei parametri geometrici associati al pannello e del rapporto tensionale tra tensioni assiali e tangenziali, sempre all'interno del campo elastico – lineare. Infine la trattazione è volta alla sua conclusione con la descrizione di un metodo finalizzato al calcolo del carico critico di instabilità per pareti. Esso prevede la linearizzazione di un'analisi non lineare tenente conto delle imperfezioni del materiale, con calcolo del carico critico per mezzo del metodo colonna – modello, ed il successivo confronto dei risultati ottenuti con i carichi di rottura e di fessurazione provenienti da alcuni provini testati in laboratorio.

Per il secondo lavoro [2], invece, si è poi proceduto con la selezione di una formulazione generica per la valutazione dell'instabilità di una parete, considerando una precisa condizione di vincolo e tenendo conto della non linearità geometrica e dei materiali. Il funzionamento di tale formulazione ha richiesto la calibrazione di 2 coefficienti. Il primo che tenesse conto, a parità di condizione di vincolo, di tutte le condizioni di carico, e quindi di sollecitazione, plausibili per una parete. Il secondo che tenesse conto della non linearità, geometrica e di materiale, che condiziona il corpo parete. La calibrazione del primo coefficiente è avvenuta servendosi semplicemente di modelli numerici mentre la calibrazione del secondo è avvenuta utilizzando modelli teorici e risultati sperimentali.

La ricerca bibliografica eseguita non ha fornito ulteriori elaborati di tesi o articoli che trattino la ricerca o l'assemblaggio di una formulazione analitica che sia in grado di governare il fenomeno dell'instabilità di pareti in calcestruzzo armato. All'interno dell'elaborato [2] è stata comunque presentata una dettagliata revisione degli approcci di verifica all'instabilità di pareti in calcestruzzo armato proposti nei principali documenti normativi e linee guida nazionali ed internazionali, vale a dire: NZS310 (2006), EN1992-1-1 (2004), NTC18 (2018), ACI318 (2011), Model Code 90 (1993), Model Code 2010 (2013). Tale disamina ha permesso di denotare principalmente 2 aspetti: la comprensione del diverso grado di dettaglio che ogni singola normativa presenta nella gestione del buckling e l'ampia libertà di manovra lasciata ai progettisti, qualora ci fosse la volontà, nello sviluppare nuovi metodi di verifica coadiuvandosi con la creazione di modelli numerici.

Il corrente lavoro di tesi verterà esclusivamente su analisi e considerazioni riguardanti quella porzione di formula di carico critico generica, proposta in elaborato [2], che gestisce l'instabilità di pareti in campo elastico – lineare.

Lo scopo è quello di esaminare il comportamento elastico – lineare delle pareti al sopraggiungere del fenomeno di instabilità dell'equilibrio, al fine di valutare l'adattabilità e la compatibilità di una formulazione proposta per il calcolo del carico critico elastico a soluzioni strutturali più estese e complesse di quella per la quale è definita

Le analisi si sono concentrate su 2 casi studio rappresentanti differenti soluzioni strutturali, adottabili per pareti in calcestruzzo armato, e dotati di varie caratteristiche, già elencate in introduzione, che possono condizione l'applicabilità della porzione di formula oggetto di lavoro.

Il ricavo di una legge analitica, che permetta di applicare il calcolo del carico critico elastico proposto, alla geometria di una generica parete, permetterebbe di concludere che il procedimento di valutazione della compatibilità adottato si è dimostrato efficace.

## 3. Formulazione analitica per la stima del carico critico

## 3.1. Formula generica di riferimento e caso studio di base

La formulazione generica proposta (1), che permette di stimare lo sforzo normale critico valido per una parete in base alla quale sono stati calibrati i coefficienti, è la seguente:

$$N_{cr} = \gamma * \phi * N_{cr}^{\ el-rif} \tag{1}$$

dove:

- γ è il coefficiente che tiene conto di come varia la tipologia di carico, e quindi di sollecitazione, rispetto ad una condizione di riferimento;
- $\phi$  è il coefficiente che tiene conto della non linearità geometrica e di materiale;
- N<sub>cr</sub><sup>el-rif</sup> corrisponde con il carico critico di instabilità valutato per una condizione di riferimento (parete appoggiata su lati orizzontali e caricata uniformemente a compressione sugli stessi) in campo elastico – lineare.

I coefficienti  $\gamma$ ,  $\phi$  hanno le espressioni qui riportate:

$$\gamma = \frac{N_{cr}^{el}}{N_{cr}^{el-rif}}; \qquad \phi = \frac{N_{cr}^{inel}}{N_{cr}^{el-rif}}; \qquad (2)$$

dove:

- $N_{cr}^{el}$  corrisponde con il valore di carico critico proveniente dall'applicazione di analisi di buckling lineare a modelli dotati di geometria variabile e regime di sollecitazioni variabile;
- $N_{cr}^{inel}$  corrisponde con il valore di carico critico (di parete) proveniente dall'applicazione del metodo colonna modello al variare dei fattori che definiscono il comportamento non lineare.

La funzione che definisce il parametro  $\gamma$  dipende da  $\gamma(\psi, \eta, \alpha)$ , dove:

- $\psi$  coincide con il rapporto tra la tensione longitudinale min. e la tensione longitudinale max;
- η coincide con il rapporto tra la tensione tangenziale media e la tensione assiale media (τ = V/A e σ = N/A);
- $\alpha$  coincide con il rapporto tra altezza e larghezza della parete.

I parametri  $\psi$  ed  $\eta$  sono stati valutati nella sezione critica di mezzeria, in relazione alla condizione di vincolo considerata che viene mostrata in seguito.

Il fattore che ha permesso di governare gli effetti di non linearità di materiale e di geometria sono

 $\phi\left(\omega_{tot}, \frac{d}{t}, \lambda_0, \frac{e_t}{t}\right)$  dove:

- $\omega_{tot}$  ossia la quantità di armatura verticale presente;
- d/t ossia la posizione dell'armatura sullo spessore di parete;
- $\lambda_0$  ossia la snellezza di parete definita come  $\sqrt{12} * (l_0/t)$  con  $l_0$  lunghezza libera d'inflessione e t pari allo spessore di parete;
- $e_t/t$  ossia l'eccentricità del carico di compressione semplice sullo spessore di parete.

La condizione di vincolo e di carico considerata come riferimento, sia per la valutazione del parametro  $\gamma$  che per la valutazione del parametro  $\phi$ , corrisponde con quella di parete rettangolare appoggiata alle estremità (lati orizzontali) e uniformemente caricata a compressione sugli stessi lati. L'immagine seguente (Figura 1) chiarisce ulteriormente la natura della casistica di base:

La ragione per cui si è partiti da una condizione di vincolo e di carico come quella illustrata deriva dalla scelta di fare completo affidamento a quanto proposto da Bernardini e Vescovi nel 1989 [3]. L'approccio all'instabilità, proposto dal testo, prevede di partire da una condizione di vincolo di lastra interamente appoggiata, uniformemente compressa sui lati orizzontali, estendendo, poi, la soluzione di tensione critica elastica, prevista, alla condizione di vincolo assunta come riferimento (2 lati appoggiati).

Ne consegue che la formula della tensione elastica di riferimento (3), dalla quale si risale al dato di  $N_{cr}^{\ el-rif}$ , è quella di seguito riportata:



Figura 1 Lastra semplicemente appoggiata su 2 lati e uniformemente caricata a compressione

(3)

$$\sigma_{cr}^{\ el-rif} = \frac{E * \pi^2}{(1-\nu^2)} * \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \quad con \ \lambda = \left(\frac{H}{t}\right) * \sqrt{12}$$

La formulazione soprariportata deriva direttamente dalla teoria di Kirchoff; tuttavia, all'interno dell'elaborato già sviluppato sul tema [2], sono state descritte e utilizzate anche le formulazioni previste dalla teoria di Reissner e Mindlin, le quali forniscono risultati pressochè analoghi.

(4)

## 3.2. Determinazione analitica del parametro $\gamma$

La tesi in esame si concentra sull'approfondimento riguardo la parte di formula (1) che consente il calcolo del carico critico elastico di una parete in calcestruzzo armato doppiamente appoggiata sui lati orizzontali, vale a dire sulla formula (4). La condizione di instabilità elastica dipende da alcuni parametri adimensionali e dimensionali, in particolare:

- Parametri che dipendono dallo stato di sollecitazione (adimensionali):
  - ψ è il rapporto tra la tensione normale minima e la tensione normale massima nella sezione di mezzeria del pannello (le tensioni si considerano positive se di compressione), per sua definizione assume valori appartenenti all'intervallo chiuso [-1 ÷ 1] se si considerano solo sforzi normali di compressione;
  - η è il rapporto tra la tensione tangenziale media e la tensione normale media nella sezione di mezzeria del pannello, valori significativi per tale parametro ai fini di un'applicazione pratica possono essere assunti all'interno dell'intervallo [0 ÷ 10];
- Parametri che dipendono dalla geometria del pannello (adimensionali):
  - $\alpha$  è il rapporto tra altezza e larghezza della parete, valori significativi per tale parametro ai fini di un'applicazione pratica possono essere assunti all'interno dell'intervallo [0.5 ÷ 5];
  - $\lambda$  è la snellezza del pannello;
- Proprietà che dipendono dalle caratteristiche meccaniche dei materiali (adim./dim.):
  - *E* è il modulo elastico del materiale;
  - $\nu$  è il coefficiente di Poisson del materiale.

Per *parete caricata con configurazioni di carico tali per cui*  $-1 < \psi \le 1$ , il carico critico si può esprimere come sforzo normale, e si può calcolare come segue (in campo elastico):

$$N_{cr}^{el} = \gamma * N_{cr}^{el,rif}(E,\nu,\lambda)$$

dove:

$$\gamma(\psi,\eta,\alpha) = \frac{N_{cr}^{el}}{N_{cr}^{el,rif}} = \frac{1}{1+6*\frac{e_l}{B}}*\kappa(\psi,\eta,\alpha)$$
<sup>(5)</sup>

Analisi dell'instabilità di pareti sottili in calcestruzzo armato

(6)

Sapendo che (in mezzeria)

$$\psi = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{\frac{N}{A} - \frac{M}{W}}{\frac{N}{A} + \frac{M}{W}} = \frac{1 - 6 * \frac{e_l}{B}}{1 + 6 * \frac{e_l}{B}} \quad con \ e_l = eccentricità a metà altezza di parete$$

Allora:

$$\gamma(\psi,\eta,\alpha) = \frac{N_{cr}^{\ el}}{N_{cr}^{\ el,rif}} = \frac{1+\psi}{2} * \kappa(\psi,\eta,\alpha)$$
<sup>(7)</sup>

con:

$$\kappa(\psi,\eta,\alpha) = \frac{\sigma_{max,buck}}{\sigma_{cr}^{el,rif}}$$
(8)

dove:

- $\sigma_{cr}^{el,rif}$  corrisponde alla tensione critica valutata per la condizione di riferimento (parete appoggiata su lati orizzontali e caricata uniformemente a compressione sugli stessi) in campo elastico lineare;
- $\sigma_{max,buck}$  corrisponde al valore della massima tensione di compressione, sempre in campo elastico – lineare, che interessa la sezione di mezzeria nella condizione di instabilità associata alla medesima condizione di vincolo del caso di riferimento ma con regime di sollecitazione variabile;

L'espressione valida per  $\sigma_{max,buck}$  è la seguente:

$$\sigma_{max,buck} = \frac{N_{cr}^{\ el}}{A} + \frac{M_E}{W} = \frac{N_{cr}^{\ el}}{B * t} + \frac{N_{cr}^{\ el} * e_l}{\frac{t * B^2}{6}} = \frac{N_{cr}^{\ el}}{B * t} + 6 * \frac{N_{cr}^{\ el} * e_l}{t * B^2}$$
(9)

quindi:

$$\kappa(\psi,\eta,\alpha) = \frac{\frac{N_{cr}^{el}}{B*t} * \left(1 + \frac{6*e_l}{B}\right)}{\sigma_{cr}^{el,rif}} = \frac{N_{cr}^{el}}{N_{cr}^{el,rif}} * \left(1 + \frac{6*e_l}{B}\right)$$
(10)

da cui è semplice ricondursi alla formula di  $\gamma(\psi, \eta, \alpha)$  di partenza (5).

Per la sola condizione estrema di <u>parete caricata con una configurazione di flessione pura, per cui</u>  $\psi = -1$ , il carico critico non si può esprimere come sforzo normale. Questo caso rappresenta un'eccezione che non si può affrontare con la formulazione sopradescritta (4). In tal caso si valuta non più uno sforzo normale critico elastico, che non esisterebbe, bensì un momento critico elastico  $M_{cr}^{el}$ . Indi per cui, si ottiene:

$$M_{cr}^{\ el} = \gamma * N_{cr}^{\ el,rif}(E,\nu,\lambda)$$
<sup>(11)</sup>

dove:

$$\gamma(\psi,\eta,\alpha) = \frac{M_{cr}^{\ el}}{N_{cr}^{\ el,rif}} = \frac{e_l}{1+6*\frac{e_l}{B}}*\kappa(\psi,\eta,\alpha)$$
<sup>(12)</sup>

Sapendo che  $\psi$  e  $\kappa$  mantengono la medesima definizione, l'espressione di  $\sigma_{max,buck}$  in questo caso diventa:

$$\sigma_{max,buck} = \frac{N_E}{A} + \frac{M_{cr}^{\ el}}{W} = \frac{M_{cr}^{\ el}}{e_l * A} + \frac{M_{cr}^{\ el}}{\frac{t * B^2}{6}} = \frac{M_{cr}^{\ el}}{e_l * B * t} + \frac{M_{cr}^{\ el}}{\frac{t * B^2}{6}} = \frac{M_{cr}^{\ el}}{e_l * B * t} + \frac{M_{cr}^{\ el}}{e_l * B * t} + \frac{M_{cr}^{\ el}}{t * B^2}$$
(13)

quindi:

$$\kappa(\psi,\eta,\alpha) = \frac{\frac{M_{cr}^{el}}{e_l * B * t} * \left(1 + \frac{6 * e_l}{B}\right)}{\sigma_{cr}^{el,rif}} = \frac{M_{cr}^{el}}{e_l * N_{cr}^{el,rif}} * \left(1 + \frac{6 * e_l}{B}\right)$$

$$(14)$$

Lavorando con  $\psi \rightarrow -1$  si ha che  $e_l \rightarrow \infty$ , dunque:

$$\underbrace{\gamma(\psi,\eta,\alpha) = \frac{1}{\left(\frac{1}{e_l} + \frac{6}{B}\right)} * \kappa(\psi,\eta,\alpha) \to \gamma(\psi,\eta,\alpha) = \frac{B}{6} * \kappa(\psi,\eta,\alpha)}_{con \psi \to -1; e_l \to \infty}$$
(15)

#### **3.2.1.** I valori di $\kappa(\psi, \eta, \alpha)$

Il termine  $\kappa(\psi, \eta, \alpha)$  rimane il medesimo per entrambi i range discussi, vale a dire un rapporto tensionale. Il parametro  $\kappa$  è funzione delle variabili  $\psi, \eta, e \alpha$ . In riferimento all'elaborato [2], per una serie di terne ( $\psi, \eta, \alpha$ ) i corrispondenti valori del parametro  $\kappa$  sono stati ottenuti eseguendo un set di simulazioni numeriche (analisi di buckling lineare per determinare  $N_{cr}^{el}$  e successiva derivazione a ritroso del valore di  $\kappa$ ) con l'obbiettivo di proporre una formula analitica che descriva l'andamento di tale parametro al variare di  $\psi, \eta, e \alpha$ .

Segue l'elenco dei valori discreti delle 3 variabili (Tabella 1), utili a definire le terne ( $\psi$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$ ).

Tabella 1 Valori discreti delle 3 variabili

VALORI DISCRETI DELLE 3 VARIABILI										
α 0.5 1 1.5 2 3 5 / / / 6 VALOR									6 VALORI	
η	0	0.5	1	2	3.5	5	7.5	10	/	8 VALORI
ψ	-0.999	-0.875	-0.75	-0.675	-0.5	-0.25	0	0.5	1	9 VALORI

Seguono, inoltre, delle rappresentazioni grafiche tridimensionali e bidimensionali che mostrano il variare del parametro  $\kappa$  in funzione della terna considerata:

- GRAFICO variabile fissa ψ: vengono fatte variare le altre 2 variabili, entro i loro range e secondo la loro discretizzazione (Figura 2);
- GRAFICO variabile fissa η: vengono fatte variare le altre 2 variabili, entro i loro range e secondo la loro discretizzazione (Figura 2);
- GRAFICO variabile fissa α: vengono fatte variare le altre 2 variabili, entro i loro range e secondo la loro discretizzazione (Figura 2);

Le raffigurazioni bidimensionali vengono mostrate mantenendo fissa la variabile  $\eta$  e facendo variare le altre 2 variabili; tali rappresentazioni rendono più semplice il ricavo dei valori di  $\kappa$ . Ruotando le variabili (fissando o  $\alpha$  o  $\psi$ ) i valori di  $\kappa$  ottenuti risulterebbero, ovviamente, sempre gli stessi. Sempre all'interno dell'elaborato [2] è stata proposta una formula analitica per  $\kappa(\psi, \eta, \alpha)$  la quale, tuttavia, non fitta perfettamente col dataset a disposizione. La formula è la seguente (16):

$$\kappa(\alpha,\eta,\psi) = \left\{ 1 + \left[ A + B * \left(\frac{\alpha}{0.5}\right)^{(C+D\cdot\psi)} \right] * e^{-E\cdot\frac{1+\psi}{1-\psi}} \right\} * \left\{ \frac{1}{2} * e^{-F\cdot\eta} * \left[ 1 + \cos\left(\pi * \frac{\eta}{G}\right) \right] \right\}^{\left[ 1 - \left(\frac{\psi-1}{2}\right)^2 \right]}$$
(16)

La formula contiene i coefficienti *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, che sono stati determinati attraverso un processo di regressione non lineare svolto in ambiente Matlab tramite la funzione "*nlinfit*".

L'efficienza del fitting varia in relazione alla terna di parametri ( $\psi, \eta, \alpha$ ) e andrebbe sicuramente migliorata al fine di rendere minime le sovrastime di carico critico che si arriverebbe a determinare con la formula stessa. A tal proposito, per il corrente lavoro è stato deciso di non ricalibrare la formula valida per  $\kappa$ , bensì di bypassarla prediligendo, invece, una semplice interpolazione lineare che permetta di definire un valore sufficientemente preciso di  $\kappa$  per terne di  $\psi, \eta$ , e  $\alpha$  intermedie a quelle definibili combinando i valori discreti dei 3 parametri adimensionali riportati in Tabella 1 ( $\alpha = 6$ valori,  $\eta = 8$  valori;  $\psi = 9$  valori  $\rightarrow 6*8*9=432$  combo disponibili, 432 valori di  $\kappa$  a disposizione per eseguire l'interpolazione lineare). L'operazione di interpolazione è stata possibile grazie alla disposizione dei valori di  $\kappa$  derivanti dalle analisi di buckling lineare (432) in forma matriciale.



Figura 2 Grafici di variabile  $\kappa(\psi, \eta, \alpha)$ 



к per η=0,5

























## 4. Approccio di modellazione a telaio equivalente e suo utilizzo

#### 4.1. Descrizione dell'approccio di modellazione a telaio equivalente

Per metodo SAM si intende un esempio di macromodellazione di pareti che prevede la trattazione e lo studio degli elementi parete tramutandoli in schemi a telaio equivalente. Trattasi di un metodo sviluppato dapprima per pareti multipiano caricate nel loro piano e, successivamente, per problemi tridimensionali. Si considera una parete multipiano con aperture, caricata nel piano, soggetta a carichi verticali costanti e carichi orizzontali crescenti applicati a livello dei solai, secondo una distribuzione assegnata. Se la geometria di parete è sufficientemente regolare è possibile idealizzare una parete mediante un telaio equivalente costituito da elementi maschio ad asse verticale, elementi fascia ad asse orizzontale ed elementi nodo. Gli elementi nodo sono infintamente rigidi e resistenti mentre gli elementi maschio e gli elementi fascia vengono modellati come elementi di telaio. Indi per cui, in termini di modellazione numerica, i nodi vengono modellati come bracci rigidi (elementi rigid link) mentre gli elementi maschio e fascia sono deformabili assialmente e a taglio (elementi beam). Tale approccio numerico è stato descritto da Magenes e Calvi nel 1996 [4].

Tale metodo nasce per eseguire analisi statiche non lineari su edifici in muratura, mentre nella corrente trattazione è stato utilizzato per eseguire analisi statiche lineari su pareti in calcestruzzo armato. Inoltre, esso è fondato sulla scelta di determinati legami costitutivi equivalenti da assegnare a elementi maschio e a elementi fascia, ignorati per il corrente lavoro non essendo interessati a valutare i meccanismi di rottura che possono coinvolgere la generica parete. È necessario, altresì, dichiarare che l'applicazione del suddetto metodo a dei casi studio selezionati ha, inevitabilmente, reso necessaria l'assunzione di alcune ipotesi che permettessero, al variare delle dimensioni di parete in esame, di ottenere uno schema statico plausibile. Tuttavia, volendo eseguire un semplice tentativo di verifica di compatibilità e adattabilità della formula di carico critico elastico (4) a casi studio reali, si è ritenuto che utilizzare il metodo proposto da Magenes e Calvi, con assunzioni e modifiche descritte, per risalire a schemi statici equivalenti e valutarne le sollecitazioni agenti, rappresentasse una strategia di partenza valida.

Come dimostra la successiva descrizione anatomica degli elementi costituenti il telaio equivalente, un criterio vincolante per l'applicazione del metodo è di natura geometrica e corrisponde con la formula da applicare per il calcolo della lunghezza degli elementi maschio da utilizzare, poi, in sede di modellazione (17). Tale formula è stata proposta da Dolce nel 1989 [5]. Trattandosi di una modellazione per macroelementi essa mira a contenere il numero di gradi di libertà del problema e a semplificare il processo di preparazione dei dati di ingresso e di lettura ed interpretazione dei risultati,

floor

30

h

30°

floor

¥ < 30°

D

in modo da consentire l'analisi di interi edifici. Date le numerose differenze che diversificano il metodo SAM dal metodo che effettivamente è stato applicato nella corrente trattazione, si ritiene più congeniale definire quest'ultimo come approccio di modellazione a telaio equivalente, basato sull'uso della formula di Dolce per il calcolo della lunghezza degli elementi maschio.

#### 4.1.1. Anatomia dell'elemento maschio

Si suppone che un singolo elemento maschio, ad asse verticale, sia costituito da una parte deformabile centrale caratterizzata da una resistenza finita e di 2 parti infinitamente rigide e infinitamente resistenti alle estremità. Per capire quanto dev'essere lunga la parte deformabile si segue quanto proposto nell'articolo "Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti" [3] di Dolce, secondo il quale si tiene conto in maniera approssimata della deformabilità nelle zone nodali. Si suppone che l'elemento deformabile abbia comportamento elastico - lineare, la sua matrice risulta essere determinata una volta definito il modulo di Young E, il modulo a taglio G e la geometria della sezione. Segue immagine raffigurante (Figura 3) la configurazione dell'elemento maschio all'interno del telaio equivalente dove i tratti indicati con  $H_1$  ed  $H_2$  si collegheranno alle zone nodali del telaio equivalente. Queste grandezze non hanno formula che ne determini l'entità, la loro lunghezza, infatti, viene definita in relazione alla quota  $H_{eff}$  la cui formula è (17):

$$H_{eff} = h' + \frac{1}{3} * D * (\overline{H} - h')/h'$$
<sup>(17)</sup>

L'entità delle grandezze in formula viene esplicata dall'immagine sottostante (Figura 4), la quale mostra come definire le grandezze necessarie al calcolo di  $H_{eff}$  in relazione alla tipologia di vano che coinvolge la parete in esame.



Figura 4 Definizione delle grandezze necessarie al calcolo dell'altezza efficace dei maschi

Figura 3 Elemento maschio nel telaio

Analisi dell'instabilità di pareti sottili in calcestruzzo armato

dove:

- *D* corrisponde con la larghezza dell'elemento maschio;
- $\overline{H}$  corrisponde con l'altezza interpiano la quale si sviluppa da pavimento a pavimento;
- h' corrisponde con la quota geometrica definita alla mezzeria dell'elemento maschio, dipendente da differenti inclinazioni a seconda della tipologia della natura dei vani collocati ai lati del maschio considerato.

#### 4.1.2. Anatomia dell'elemento fascia

Tale elemento viene formulato in maniera analoga all'elemento maschio, ma con alcune differenze. Vengono mantenuti gli offset rigidi alle estremità e quindi risulta necessario individuare una lunghezza deformabile dell'elemento. Nel caso di aperture allineate verticalmente l'esecuzione di analisi comparative ha permesso di concludere che la bontà dei risultati va di pari passo con la scelta di una lunghezza efficace delle fasce pari alla luce libera delle aperture. Segue immagine raffigurante (Figura 5) la configurazione dell'elemento fascia all'interno del telaio equivalente dove i tratti indicati con  $H_1$  ed  $H_2$  si collegheranno alle zone nodali del telaio equivalente Inoltre, viene mostrata un'immagine (Figura 6) che permette di osservare la conformazione delle zone nodali prevista dal metodo e di concludere come l'ubicazione degli elementi fascia (schema statico) avvenga sempre ad una quota verticale pari al centro dell'elemento fascia reale.





Figura 6 Definizione della lunghezza efficace delle fasce (indicate in rosso)

Figura 5 Elemento fascia nel telaio

## 4.2. Utilizzo dell'approccio di modellazione a telaio equivalente

La ricerca di uno schema statico a telaio equivalente, per la rappresentazione del corpo parete, è fondamentale perché permette di risalire ad un campo di sollecitazioni che viene valutato esclusivamente lungo lo sviluppo longitudinale di elementi beam, ossia gli elementi che costituirebbero il telaio, e non lungo lo sviluppo bidimensionale di elementi plate, vale a dire gli elementi che costituirebbero un modello in grado di simulare il comportamento, elastico – lineare, della parete nella sua interezza. Inoltre, in relazione al regime di carico considerato, tale approccio permette di associare, con facilità, quella porzione di parete suscettibile di instabilità agli elementi equivalenti dello schema a telaio. Ad esempio, si suppone di considerare una parete multipiano con aperture e di ipotizzare che, per effetto di un determinato regime di carico, una sua porzione risulti suscettibile di instabilità. A questo punto, nel telaio equivalente è possibile individuare quale sia l'elemento/i maschio o fascia che identificano esattamente quella porzione di parete, con annesse sollecitazioni di taglio, momento e sforzo normale derivanti dall'applicazione del regime di carico allo schema di telaio. L'immagine seguente (Figura 7) mostra la selezione, ipotetica, di una porzione di parete suscettibile di instabilità e l'elemento maschio, ad essa associato, nello schema di telaio equivalente.



Figura 7 Porzione di parete suscettibile di instabilità e annesso elemento di telaio

#### 4.2.1. Utilizzo delle sollecitazioni associate al telaio

Facendo ancora riferimento all'esempio appena mostrato in Figura 7, una volta isolato l'elemento di telaio, associato a una porzione di parete suscettibile di instabilità, vanno prese in considerazione le sollecitazioni agenti proprio su quell'elemento. Tali sollecitazioni deriveranno da un determinato regime di carico e dal lancio di un'analisi statica lineare. Segue immagine (Figura 8) dell'elemento maschio di telaio isolato con le sue sollecitazioni.



#### 4.2.2. Utilizzo della formula generica di riferimento per il calcolo del carico critico

A questo punto, l'obbiettivo è quello di risalire al dato di sforzo normale critico che è in grado di generare l'instabilità della porzione di parete individuata. Per farlo si ricorre alle formulazioni (3) e (4) mostrate al paragrafo 3.1. le quali, come già osservato, tengono conto del modulo elastico e di Poisson del materiale, di altezza, larghezza e spessore di parete e dello stato di sollecitazione che coinciderà con quello dell'elemento beam isolato dal telaio equivalente (Figura 8), ad analisi statica lineare eseguita. Dividendo il valore di  $N_{cr}^{el}$  ottenuto per lo sforzo normale N dell'elemento beam isolato, ciò che si ottiene è un moltiplicatore, vale a dire un fattore che a partire dallo sforzo normale N consente di definire un potenziale carico critico generante l'instabilità della porzione isolata. Tale moltiplicatore può essere confrontato con quello ricavato dal lancio di un'analisi di buckling lineare su di un modello plate rappresentante la parete intera. La ragione è legata al fatto che, in campo elastico – lineare, nel passaggio da una condizione generica di carico, si suppone per una parete intera,

a una condizione di instabilità, tutti i carichi e tutte le sollecitazioni vengono amplificate esattamente dello stesso fattore, ossia il moltiplicatore derivante dalla buckling analysis. Ciò significa che, isolando una porzione di parete intera, considerata per mezzo di quell'elemento di telaio equivalente che la rappresenta, il rapporto  $N_{cr}^{\ el}/N$  si avvicinerebbe al moltiplicatore ricavato per il modello plate.

#### 4.2.3. Il confronto tra i moltiplicatori

L'esempio cui si è fatto riferimento nel paragrafo 4.2. è stato scelto perché i casi studio trattati nel corrente lavoro saranno esattamente riconducibili ad esso, in termini di natura delle porzioni di parete isolate, step svolti e considerazioni.

L'eventuale coincidenza tra i 2 moltiplicatori permetterebbe di concludere che l'approccio di modellazione a telaio equivalente e la formula per il calcolo del carico critico elastico (4) utilizzati siano in grado di descrivere, con estrema affidabilità, il reale comportamento, in campo elastico lineare, del corpo parete quando questo instabilizza. Tuttavia, come visibile in seguito dai risultati ottenuti per i casi studio analizzati, il fenomeno della coincidenza è ostacolato principalmente da 3 fattori.

Il primo è la differenza tra lo schema statico della porzione di parete suscettibile di instabilità e lo schema statico di parete cui fa riferimento la formula per il calcolo del carico critico elastico.

Il secondo è la differenza tra la quota dell'elemento maschio considerata per l'applicazione della formula e la quota dell'elemento maschio (beam) associata al modello telaio, ricordando che dal modello telaio si risale alle sollecitazioni necessarie proprio all'applicazione della formula. Infatti, mentre la quota della parete da utilizzare per applicare la formula può variare, la quota del beam rimane costante e con essa anche le sollecitazioni di cui poter usufruire.

Il terzo è il fatto che il telaio è una modellazione semplificata a macroelementi che mira, come detto, a semplificare il processo di preparazione dei dati di ingresso e di lettura ed interpretazione dei risultati; questo implica, inevitabilmente, un significativo grado di approssimazione nell'equivalenza tra corpo parete e telaio in termini di sollecitazioni ottenute.

Ne consegue che, per i casi studio analizzati, si è lavorato sull'unico parametro la cui modifica poteva essere gestita, vale a dire il dato di altezza della parete da utilizzare per l'applicazione della formula del carico critico elastico, con lo scopo di ottenere la coincidenza tra i 2 moltiplicatori ed eventualmente risalire ad una legge che connetta il dato di altezza, da usare nella formula di  $N_{cr}^{el}$ , con una quota geometrica significativa come l'altezza interpiano associata alla parete intera e un parametro adimensionale  $\beta$ , di seguito presentato. Segue un flow chart che chiarisce ulteriormente il ricavo dei moltiplicatori da confrontare.



Figura 9 Flow chart del confronto tra i 2 tipi di moltiplicatore

Il flow chart mostrato corrisponde esattamente con la strategia che è stata adottata per valutare, una volta inquadrati i casi studio, l'adattabilità della formulazione teorica proposta per il calcolo del carico critico elastico (4) a soluzioni strutturali più estese e complesse, di quella per la quale è definita, passando attraverso uno schema di telaio equivalente.

## 5. Presentazione dei casi studio analizzati

# 5.1. Caso studio 1: parete in calcestruzzo armato sviluppata su 3 piani in altezza

### 5.1.1. La geometria

L'analisi si è concentrata su 2 geometrie distinte delle quali segue la definizione dei parametri geometrici principali (Tabella 2 e Tabella 3).

GRANDEZZE GEOMETRICHE PRINCIPALI_GEOMETRIA 1											
	Base_parete	H_piano ( $\overline{H}$ )	H_interp.	D_p/D_f	β	H_p	H_f	L_p/L_f			
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 1	2850	3100	2950	975	3,03	2100	1200	900			
PARETE 2	3050	3100	2950	1075	2,74	2100	1200	900			
PARETE 3	3250	3100	2950	1175	2,51	2100	1200	900			
PARETE 4	3550	3100	2950	1325	2,23	2100	1200	900			
PARETE 5	3850	3100	2950	1475	2,00	2100	1200	900			
PARETE 6	4300	3100	2950	1700	1,74	2100	1200	900			

Tabella 2 Grandezze geometriche principali di GEOMETRIA 1

dove:

- *Base\_parete* corrisponde con la larghezza della parete intera, compreso il vano;
- $H_{piano}$  corrisponde con la quota  $\overline{H}$  definita in precedenza;
- *H\_interp*. corrisponde con la quota interpiano valutata da pavimento a metà spessore solaio;
- *D\_p/D\_f* corrispondono con le larghezze del maschio che affianca il vano porta e il vano finestra, le 2 larghezze coincidono per il caso studio e sono indicate in Figura 10 e Figura 11;
- β corrisponde con il rapporto *H\_interp./D* vale a dire una grandezza che permetterà di trarre conclusioni generali tramite le pareti analizzate, eseguendo un'analisi parametrica;
- $H_p/H_f$  corrispondono con l'altezza del vano porta e l'altezza del vano finestra;
- $L_p/L_f$  corrispondono con le larghezze del vano porta e del vano finestra (coincidenti).

 Tabella 3 Grandezze geometriche principali di GEOMETRIA 2
 Image: Comparison of the second second

GRANDEZZE GEOMETRICHE PRINCIPALI_GEOMETRIA 2											
	Base_parete	Base_parete H_piano ( $\overline{H}$ ) H_interp. D_p/D_f $\beta$ H_p H_f									
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 7	2750	3100	2950	975	3,03	2000	1200	800			
PARETE 8	2950	3100	2950	1075	2,74	2000	1200	800			
PARETE 9	3150	3100	2950	1175	2,51	2000	1200	800			
PARETE 10	3450	3100	2950	1325	2,23	2000	1200	800			
PARETE 11	3750	3100	2950	1475	2,00	2000	1200	800			
PARETE 12	4200	3100	2950	1700	1,74	2000	1200	800			

Alle pagine successive vengono raffigurate le 2 geometrie. (Figura 10 e Figura 11)



## Caso studio 1 – GEOMETRIA 1



## Caso studio 1 – GEOMETRIA 2

#### 5.1.2. Ipotesi arbitrarie per la costruzione dei telai equivalenti

Per le geometrie descritte, la costruzione dei telai equivalenti ha richiesto l'assunzione di alcune ipotesi totalmente arbitrarie. La prima ipotesi fa riferimento a quanto riportato nella Figura 12 secondo la quale i tratti diagonali, necessari alla determinazione delle quote h', terminano sempre all'interno dello spazio delimitato dalle quote dei pavimenti di 2 piani successivi. Per la corrente trattazione si suppone di considerare accettabili anche situazioni per le quali i tratti diagonali, riferiti sia a porte che a finestre, terminano al di fuori dello spazio delimitato dai 2 solai e raggiungono una quota di proiezione verticale al massimo pari a 15 cm. L'immagine sottostante (Figura 12) chiarisce l'ipotesi esposta.



Figura 12 Condizione limite considerata per la proiezione verticale dei tratti diagonali

La seconda ipotesi riguarda gli elementi rappresentanti le fasce di piano. Tali elementi, come già asserito in precedenza, vengono sempre collocati in corrispondenza della quota verticale di mezzeria della fascia di piano considerata. È proprio tale aspetto a generare la necessità di imporre un limite alle altezze effettive degli elementi maschio (verticali) associati all'ultimo piano della parete (denominate  $H_{eff}_{FINESTRA_2}$  nelle successive rappresentazioni), dato che, da costruzione di telaio, l'elemento maschio terminale raggiungerebbe una quota verticale troppo elevata rispetto a quella dell'ultima fascia di piano, rendendo complicata la costruzione del nodo rigido. Indi per cui, si è optato per l'introduzione di una grandezza arbitraria pari a 20 cm, la quale parte dalla quota verticale dell'ultima fascia (la dimensione orizzontale dell'ultima fascia è denominata  $L_fascia_F3$ ) e si sviluppa verso il basso limitando la reale entità di  $H_{eff}_{FINESTRA_2}$ . In Figura 13 e Figura 14 è possibile notare la distinzione tra  $q_reale$ ,  $q_modello e \theta$  dove:

- q\_reale corrisponde con la reale quota in altezza che il telaio equivalente raggiungerebbe se l'elemento maschio H\_eff\_FINESTRA\_2 non fosse privato di una sua parte a causa della considerazione di una grandezza arbitraria di 20 cm;
- *q\_modello* corrisponde con l'effettiva quota in altezza che il telaio equivalente raggiunge;
- θ è esattamente la differenza tra q\_reale e q\_modello e identifica, quindi, di quanto viene ridotto il dato di H\_eff\_FINESTRA\_2 derivante da calcolo.

L'ultima ipotesi è, invece, una conseguenza alla limitazione della dimensione verticale degli elementi maschio terminali e riguarda la mancanza di simmetria nello sviluppo verticale dell'elemento  $H_{eff}_{FINESTRA_2}$  rispetto alla quota di mezzeria dell'ultima finestra, cosa che invece si verifica per il vano finestra immediatamente al di sopra della porta.

#### 5.1.3. Costruzione dei telai equivalenti

Seguendo quanto introdotto al paragrafo 4.1., e seguendo le ipotesi arbitrarie, sono stati costruiti i telai equivalenti associati alle 2 geometrie mostrate in precedenza. Si riportano, dunque, i dati tabellati (Tabella 4 e Tabella 5) che mostrano l'entità delle grandezze necessarie alla costruzione degli schemi a telaio equivalente per ambedue le geometrie. Il numero totale di pareti indagate per il caso studio 1 è 12 (6 pareti per la prima geometria e 6 per la seconda), ciò significa un complessivo di 12 schemi a telaio equivalente.

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_GEOMETRIA 1											
	H_eff_PORTA	H_eff_PORTA H_eff_FIN1 H_eff_FIN2 L_F1/2/3 q_reale q_mo									
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]				
PARETE 1	2479,52	2009,41	1854,71	900	8804,71	8650	154,71				
PARETE 2	2512,86	2072,45	1886,22	900	8836,22	8650	186,22				
PARETE 3	2545,30	2133,11	1916,55	900	8866,55	8650	216,55				
PARETE 4	2592,36	2220,10	1960,05	900	8910,05	8650	260,05				
PARETE 5	2637,57	2302,84	2001,42	900	8951,42	8650	301,42				
PARETE 6	2702,13	2420,09	2060,04	900	9010,04	8650	360,04				

Tabella 4 Grandezze telaio equivalente di GEOMETRIA 1

#### Tabella 5 Grandezze telaio equivalente di GEOMETRIA 2

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_GEOMETRIA 2											
	H_eff_PORTA	H_eff_FIN1	H_eff_FIN2	L_F1/2/3	q_reale	q_modello	θ				
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]				
PARETE 7	2398,06	2009,41	1854,71	800	8804,71	8650	154,71				
PARETE 8	2432,80	2072,45	1886,22	800	8836,22	8650	186,22				
PARETE 9	2466,58	2133,11	1916,55	800	8866,55	8650	216,55				
PARETE 10	2515,51	2220,10	1960,05	800	8910,05	8650	260,05				
PARETE 11	2562,45	2302,84	2001,42	800	8951,42	8650	301,42				
PARETE 12	2629,36	2420,09	2060,04	800	9010,04	8650	360,04				

La quota indicata in tabella per  $H_eff_FINESTRA_2$  è già quella decurtata dalla grandezza arbitraria pari a 20 cm. La quota  $L_F1/2/3$  rappresenta la lunghezza degli elementi fascia per ogni piano. Alle pagine successive viene raffigurato lo schema di telaio (Figura 13 e Figura 14) valido per ambedue le geometrie (PARETE 1 e PARETE 7), in particolare viene affiancata la definizione delle grandezze necessarie al calcolo dell'altezza efficace degli elementi maschio alla configurazione dello schema a telaio equivalente.



Analisi dell'instabilità di pareti

sottili in calcestruzzo armato

## Caso studio 1 – GEOMETRIA 1

Figura 13 Telaio equivalente per GEOMETRIA 1





D

Figura 14 Telaio equivalente per GEOMETRIA 2



## Caso studio 1 – GEOMETRIA 2

D

## 5.2. Caso studio 2: parete in calcestruzzo armato sviluppata su un piano

#### 5.2.1. La geometria

L'analisi si è concentrata su 2 geometrie distinte delle quali segue la definizione dei parametri geometrici principali (Tabella 6).

Tabella 6 Grandezze geometriche principali nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE e PORTA E FINESTRA ALLINEATE

GRANDEZZE GEOMETRICHE PRINCIPALI_PORTA E FINESTRA SFALSATE / PORTA E FINESTRA ALLINEATE											
	Base_parete H_piano ( $\overline{H}$ ) H_interp. D_p/D_pf/D_f $\beta$ H_p H_f L										
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 1	4750	3100	2950	983,33	3,00	2100	1200	900			
PARETE 2	5000	3100	2950	1066,67	2,77	2100	1200	900			
PARETE 3	5350	3100	2950	1183,33	2,49	2100	1200	900			
PARETE 4	5750	3100	2950	1316,67	2,24	2100	1200	900			
PARETE 5	6200	3100	2950	1466,67	2,01	2100	1200	900			

dove:

- *Base\_parete* corrisponde con la larghezza della parete intera, compreso il vano;
- $H_{piano}$  corrisponde con la quota  $\overline{H}$  definita in precedenza;
- *H\_interp*. corrisponde con la quota interpiano valutata da pavimento a metà spessore solaio;
- D\_p/D\_pf/D\_f corrispondono con le larghezze del maschio che affianca il vano porta, che è compreso tra vano porta e vano finestra e che affianca il vano finestra, le 3 larghezze coincidono per il caso studio e sono indicate in Figura 15 e Figura 16;
- β corrisponde con il rapporto *H\_interp./D* vale a dire una grandezza che permetterà di trarre conclusioni generali tramite le pareti analizzate, eseguendo un'analisi parametrica;
- $H_p/H_f$  corrispondono con l'altezza del vano porta e l'altezza del vano finestra;
- $L_p/L_f$  corrispondono con le larghezze del vano porta e del vano finestra (coincidenti).

Come è possibile notare, per il corrente caso studio è stata inserita una singola tabella che ingloba ambedue le geometrie trattate. Tale scelta deriva dal fatto che le grandezze geometriche elencate non variano tra la situazione nella quale si considerano porta e finestra sfalsate e la situazione nella quale porta e finestra si considerano allineate al lembo superiore. Ciò che varia è la definizione delle grandezze necessarie al calcolo dell'altezza efficace degli elementi maschio e, conseguentemente, la definizione dello schema a telaio equivalente. Alle pagine successive vengono raffigurate le 2 geometrie (Figura 15 e Figura 16).




Figura 15 Raffigurazione della PORTA E FINESTRA SFALSATE

### **Caso studio 2 – PORTA E FINESTRA ALLINEATE**



Figura 16 Raffigurazione della PORTA E FINESTRA ALLINEATE

### 5.2.2. Ipotesi arbitrarie per la costruzione dei telai equivalenti

Per le geometrie descritte, la costruzione dei telai equivalenti ha richiesto l'assunzione delle stesse ipotesi, totalmente arbitrarie, già assunte per il primo caso studio. Per il caso studio corrente, tuttavia, è necessario aggiungere altre 3 ipotesi arbitrarie. La prima riguarda il punto di partenza dell'altezza efficace dell'elemento rappresentante il maschio compreso tra vano porta e vano finestra; è stato assunto di considerare come punto di partenza di tale dimensione la mezzeria del tratto (diagonale nel caso di vani sfalsati, rettilineo nel caso di vani allineati) che collega i lembi superiori di porta e finestra, in fase di definizione delle grandezze necessarie al calcolo delle altezze efficaci. L'immagine successiva (Figura 17) chiarisce tale aspetto.



Figura 17 Posizione di partenza dell'altezza efficace dell'elemento maschio PORTA-FINESTRA per vani sfalsati e allineati

La seconda ipotesi riguarda, invece, la larghezza del maschio compreso tra porta e finestra. Essa ha senso valutarla fintanto che l'angolo di 30°, visibile in Figura 4, che collega porta e finestra inizia a svilupparsi oltre la base della porta. Ciò rende necessaria la definizione di una larghezza limite  $(D\_LIMITE)$  da non superare. La terza ipotesi, infine, riguarda ancora una volta la lunghezza efficace dell'elemento maschio compreso tra vano porta e vano finestra (denominata  $H\_eff\_PORTA - FINESTRA$  nelle successive rappresentazioni), la quale deve essere inferiore a una quota limite  $(H\_eff\_LIMITE)$  al fine di inserire, alla base dell'elemento maschio, un braccio rigido come previsto dall'approccio di modellazione a telaio. L'immagine successiva (Figura 18) chiarisce tale aspetto.



Figura 18 Raffigurazione della seconda e della terza ipotesi

### 5.2.3. Costruzione dei telai equivalenti

Seguendo quanto introdotto al paragrafo 4.1., e seguendo le ipotesi arbitrarie, sono stati costruiti i telai equivalenti associati alle 2 geometrie mostrate in precedenza. Si riportano, dunque, i dati tabellati (Tabella 7 e Tabella 8) che mostrano l'entità delle grandezze necessarie alla costruzione degli schemi a telaio equivalente per ambedue le geometrie. Il numero totale di pareti indagate per il caso studio 2 è 10 (5 pareti per la prima geometria e 5 per la seconda), ciò significa un complessivo di 10 schemi a telaio equivalente.

Tabella 7 Grandezze telaio equivalente nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_PORTA E FINESTRA SFALSATE									
	H_eff_PORTA	H_eff_FIN.	FIN. H_eff_P-F L_F1/2		H_eff_LIMITE	D_LIMITE			
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 1	2400	1857,38	1814,74	900	2150	1732,05			
PARETE 2	2400	1883,64	1858,39	900	2150	1732,05			
PARETE 3	2400	1919,03	1916,93	900	2150	1732,05			
PARETE 4	2400	1957,69	1980,40	900	2150	1732,05			
PARETE 5	2400	1999,17	2047,74	900	2150	1732,05			

	GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_PORTA E FINESTRA SFALSATE								
	q_reale_1	q_reale_1 q_modello_1 O_1 q_reale_2		q_reale_2	q_modello_2	Θ_2			
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 1	2482,33	2400	82,33	2607,38	2450	157,38			
PARETE 2	2510,11	2400	110,11	2633,64	2450	183,64			
PARETE 3	2547,96	2400	147,96	2669,03	2450	219,03			
PARETE 4	2589,79	2400	189,79	2707,69	2450	257,69			
PARETE 5	2635,10	2400	235,10	2749,17	2450	299,17			

Tabella 8 Grandezze telaio equivalente nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_PORTA E FINESTRA ALLINEATE									
	H_eff_PORTA	H_eff_FIN.	H_eff_P-F	L_F1/2	H_eff_LIMITE	D_LIMITE			
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 1	2400	1907,38	1840,86	900	2100	1732,05			
PARETE 2	2400	1933,64	1883,32	900	2100	1732,05			
PARETE 3	2400	1969,03	1940,343	900	2100	1732,05			
PARETE 4	2400	2007,69	2002,26	900	2100	1732,05			
PARETE 5	2400	2049,17	2068,08	900	2100	1732,05			

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_PORTA E FINESTRA ALLINEATE								
	q_reale_1	q_modello_1	Θ_1	q_reale_2	q_modello_2	Θ_2		
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		
PARETE 1	2482,33	2400	82,33	2507,38	2400	107,38		
PARETE 2	2510,11	2400	110,11	2533,64	2400	133,64		
PARETE 3	2547,96	2400	147,96	2569,03	2400	169,03		
PARETE 4	2589,79	2400	189,79	2607,69	2400	207,69		
PARETE 5	2635,10	2400	235,10	2649,17	2400	249,17		

La quota indicata in tabella per  $H_eff_PORTA$  e  $H_eff_FINESTRA$  sono già quelle decurtate dalla grandezza arbitraria pari a 20 cm. Alle pagine successive viene raffigurato lo schema di telaio (Figura 19 e Figura 20) valido per ambedue le geometrie (PARETE 1 con vani sfalsati e PARETE 1 con vani allineati).





Figura 19 Telaio equivalente per PORTA E FINESTRA SFALSATE

### **Caso studio 2 – PORTA E FINESTRA ALLINEATE**



Figura 20 Telaio equivalente per PORTA E FINESTRA ALLINEATE

## 6. Modellazione FEM dei casi studio

# 6.1. Modelli PLATE del caso studio 1: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni di carico realistiche

Per la modellazione a plate del primo caso studio è stata utilizzata una strategia derivante direttamente dalle tesi precedenti, la quale ha permesso l'assemblaggio della formulazione analitica utile al calcolo del carico critico per una parete, mantenendo costante la condizione di vincolo e variando quella di carico (paragrafo 3.1.). Nell'immagine (Figura 21) è visibile il modello plate di PARETE 1.

### 6.1.1. Condizioni di vincolo e link rigidi

Le condizioni di vincolo sono state selezionate in modo tale da rendere l'implementazione del modello la più rapida possibile. L'obbiettivo è simulare il comportamento reale della parete nella Figura 21 ipotizzando che questa si colleghi a 3 solai (2 interpiano e uno di copertura) con sviluppo orizzontale. Il collegamento tra i 2 elementi è stato riprodotto alla quota corrispondente alla metà degli spessori dei solai (visibile in Figura 10 e Figura 11) per mezzo di un sistema di vincoli fuori piano e di link rigidi. I vincoli fuori piano (in viola nella Figura 21) servono a impedire gli spostamenti fuori piano (DZ impedito) della parete, mantenendo, però, libera la rotazione. I rigid link, agenti solo nel piano (DX e DY bloccati), servono a impedire spostamenti differenziali nella parete (impossibili data la natura monolitica dell'elemento) e a riprodurre il fatto che, data la presenza dei solai interpiano, la sezione trasversale posta a metà spessore dei solai debba rimanere piana sempre, indipendentemente dalla configurazione di carico considerata. Inoltre, la presenza dei rigid link permette di distribuire in maniera equa, lungo tutta la sezione di parete, eventuali carichi applicati in forma puntuale. A tal proposito, se si volesse simulare un sisma per mezzo di carichi puntuali, sapendo che tale configurazione di carico è legata alla massa dei solai, è necessario che l'intero solaio, e quindi l'intera parete, risenta del sisma stesso.



Figura 21 Modello PLATE caso studio 1

La presenza di un sistema di rigid link come quello sopradescritto permette di simulare, in modo verosimile, il comportamento dei solai, e conseguentemente il comportamento della parete ad essa connessi, in caso di sollecitazione sismica.

Per quanto riguarda, invece, i vincoli inseriti alla base della parete è possibile affermare che nel piano dei maschi questi non siano in grado di ruotare e, tantomeno, di spostarsi orizzontalmente e verticalmente; ciò significa che le pareti nel loro piano debbano essere necessariamente incastrate (DX, DY, RZ impedito). È altresì improbabile che l'elemento parete possa ruotare attorno al suo asse di sviluppo verticale torcendosi (RY impedito). L'unico cinematismo ammesso e verosimile è la rotazione fuori piano (RX libero), concessa a favore della sicurezza, pensando anche ai casi di pareti armate eventualmente con singolo strato di armatura, per le quali la resistenza a momento fuori piano fornita risulterebbe essere bassa, come la rigidezza in fase fessurata, a tal punto da registrare un potenziale comportamento a cerniera fuori piano.

#### 6.1.2. Proprietà del materiale e spessore della parete

Per la realizzazione dei modelli è stata presa in considerazione una determinata tipologia di calcestruzzo, mantenuta costante per l'intera trattazione. Il materiale possiede le seguenti caratteristiche (necessarie per le analisi elastiche) ossia modulo elastico E = 25000 MPa e coefficiente di Poisson v = 0,2. È stato scelto uno spessore di parete arbitrario di t = 200 mm.

### 6.1.3. Condizioni di carico realistiche

Per quanto riguarda le condizioni di carico, per il corrente caso studio si è optato per l'analisi di 3 condizioni di carico distinte, di seguito elencate:

- REGIME\_CARICO\_1: Carico triangolare sismico, a metà spessore di solaio, in assenza di peso proprio del materiale;
- REGIME\_CARICO\_2: Carico triangolare sismico e carico verticale, a metà spessore di solaio, pari a 5 volte il carico orizzontale, in assenza di peso proprio del materiale;
- REGIME\_CARICO\_3: Carico triangolare sismico e carico verticale, a metà spessore di solaio, pari a 10 volte il carico orizzontale, in assenza di peso proprio del materiale.

In pratica il carico orizzontale, rappresentato dalla distribuzione di carico triangolare, rimane costante nei 3 regimi analizzati; ciò che varia è l'entità di carico verticale che simula lo scarico sulla parete da parte di ogni singolo solaio. Alla pagina seguente (Figura 22) vengono raffigurati i 3 regimi.





Figura 22 Regimi di carico caso studio 1

Il peso proprio del materiale costituente la parete non è stato considerato nella corrente trattazione. Tale aliquota di carico, in fase di valutazione del buckling di un elemento, non andrebbe amplificata dato che la sua entità è da considerarsi costante a differenza di eventuali carichi orizzontali e/o verticali applicati all'elemento strutturale in esame (carico sismico orizzontale, scarico dei solai). La sua considerazione nel modello a plate di parete e, quindi, conseguentemente nel modello a telaio equivalente della parete stessa, non altererebbe la plausibilità delle conclusioni derivanti dai confronti successivamente mostrati. Seguono, a questo punto, delle tabelle (Tabella 9 e Tabella 10) che evidenziano i contributi associati ai diversi regimi di carico per ambedue le geometrie.

Tabella 9 Carichi orizzontali e verticali di GEOMETRIA 1 per tutti i regimi

(	GEOMETRIA 1_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2/3) DELLE PARETI IN ESAME (P1/2/3/4/5/6)								
	Base	6	quota	Q_orizz.	Q_vert. TOT	Q_vert. TOT	q_vert	q_vert	
	parete	c	arico	RC1/2/3	RC2	RC3	RC2	RC3	
	[mm]		[mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN/m]	[kN/m]	
	2850	Α	9150	200	1000,00	2000,00	350,88	701,75	
D1	2850	В	6050	132,24	661,20	1322,40	232,00	464,00	
P1	2850	С	2950	64,48	322,40	644,81	113,12	226,25	
	2850	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	3050	Α	9150	200	1000,00	2000,00	327,87	655,74	
	3050	В	6050	132,24	661,20	1322,40	216,79	433,58	
P2	3050	С	2950	64,48	322,40	644,81	105,71	211,41	
	3050	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	3250	Α	9150	200	1000,00	2000,00	307,69	615,38	
	3250	В	6050	132,24	661,20	1322,40	203,45	406,89	
P3	3250	С	2950	64,48	322,40	644,81	99,20	198,40	
	3250	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	3550	Α	9150	200	1000,00	2000,00	281,69	563,38	
D4	3550	В	6050	132,24	661,20	1322,40	186,25	372,51	
F4	3550	С	2950	64,48	322,40	644,81	90,82	181,64	
	3550	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	3850	Α	9150	200	1000,00	2000,00	259,74	519,48	
DE	3850	В	6050	132,24	661,20	1322,40	171,74	343,48	
F 5	3850	С	2950	64,48	322,40	644,81	83,74	167,48	
	3850	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	
	4300	Α	9150	200	1000,00	2000,00	232,56	465,12	
DC	4300	В	6050	132,24	661,20	1322,40	153,77	307,54	
r0	4300	С	2950	64,48	322,40	644,81	74,98	149,96	
	4300	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	

dove:

- *quota\_carico* corrisponde con la quota verticale alla quale viene applicato il carico orizzontale (forma puntuale) e verticale (distribuito), essa identifica il piano medio dei solai;
- *Q\_orizz.\_RC1/2/3* corrisponde con il carico orizzontale puntuale, la cui entità varia in relazione alla quota considerata;

- *Q\_vert.\_TOT\_RC2/3* corrisponde con il carico verticale totale, pari a 5 o a 10 volte il carico orizzontale a seconda del regime considerato;
- *q\_vert.\_RC2/3* corrisponde con il carico distribuito, applicato a *quota\_carico*, ottenuto dividendo il *Q\_vert.\_TOT* per la larghezza della parete considerata.

Tabella 10 Carichi orizzontali e verticali di GEOMETRIA 2 per tutti i regimi

	GEOMETRIA 2_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO									
	Base		quota	Q_orizz.	Q_vert. TOT	Q_vert. TOT	q_vert	q_vert		
	parete	carico		RC1/2/3	RC2	RC3	RC2	RC3		
	[mm]		[mm]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN/m]	[kN/m]		
	2750	Α	9150	200	1000,00	2000,00	363,64	727,27		
07	2750	В	6050	132,24	661,20	1322,40	240,44	480,87		
P7	2750	С	2950	64,48	322,40	644,81	117,24	234,48		
	2750	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00		
	2950	Α	9150	200	1000,00	2000,00	338,98	677,97		
по	2950	В	6050	132,24	661,20	1322,40	224,14	448,27		
PO	2950	С	2950	64,48	322,40	644,81	109,29	218,58		
	2950	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00		
	3150	Α	9150	200	1000,00	2000,00	317,46	634,92		
	3150	В	6050	132,24	661,20	1322,40	209,91	419,81		
<i>P9</i>	3150	С	2950	64,48	322,40	644,81	102,35	204,70		
	3150	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00		
	3450	Α	9150	200	1000,00	2000,00	289,86	579,71		
010	3450	В	6050	132,24	661,20	1322,40	191,65	383,31		
P10	3450	С	2950	64,48	322,40	644,81	93,45	186,90		
	3450	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00		
	3750	Α	9150	200	1000,00	2000,00	266,67	533,33		
D11	3750	В	6050	132,24	661,20	1322,40	176,32	352,64		
PII	3750	С	2950	64,48	322,40	644,81	85,97	171,95		
	3750	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00		
	4200	Α	9150	200	1000,00	2000,00	238,10	476,19		
012	4200	В	6050	132,24	661,20	1322,40	157,43	314,86		
P12	4200	С	2950	64,48	322,40	644,81	76,76	153,53		
	4200	-	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00		

Si ritiene importante sottolineare il fatto che, per entrambe le geometrie, l'entità del carico triangolare scelto è puramente arbitraria, dato che la sua entità non incide sulla natura dei risultati mostrati in seguito.

# 6.2. Modelli PLATE del caso studio 2: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni di carico realistiche

Per la modellazione a plate del secondo caso studio valgono le medesime considerazioni già descritte per il primo caso studio. Nell'immagine sottostante (Figura 23) è visibile il modello plate di PARETE 1 con porta e finestra sfalsate.



Figura 23 Modello PLATE caso studio 2 con porta e finestra sfalsate

### 6.2.1. Condizioni di vincolo e link rigidi

Le condizioni di vincolo utilizzate sono le medesime già viste per il primo caso studio. Le considerazioni sono analoghe con la differenza che in questo caso è sufficiente riprodurre il collegamento con un singolo solaio.

### 6.2.2. Proprietà del materiale e spessore della parete

Il materiale è lo stesso del primo caso studio, così come lo spessore arbitrario: E = 25000 MPa,  $\nu = 0.2 \text{ e } t = 200 mm$ .

### 6.2.3. Condizioni di carico realistiche

Per quanto riguarda le condizioni di carico, per il corrente caso studio si è optato per l'analisi di 2 condizioni di carico distinte, di seguito elencate:

- REGIME\_CARICO\_1: Carico triangolare sismico, a metà spessore di solaio, in assenza di peso proprio del materiale;
- REGIME\_CARICO\_2: Carico triangolare sismico e carico verticale, a metà spessore di solaio, pari a 5 volte il carico orizzontale, in assenza di peso proprio del materiale.

Tuttavia, è necessario distinguere ulteriormente i regimi di carico in relazione al LOAD CASE considerato:

- LOAD CASE-1: significa che per quel determinato regime il carico triangolare sismico si presenta da sinistra (in corrispondenza del maschio laterale che affianca la porta);
- LOAD CASE-2: significa che per quel determinato regime il carico triangolare sismico si presenta da destra (in corrispondenza del maschio laterale che affianca la finestra).

Tale distinzione è necessaria visto che, rispetto al primo caso studio, la parete non mostra simmetria e quindi avrà, inevitabilmente, un comportamento differente a seconda del lato di azione del carico orizzontale considerato. L'immagine che segue (Figura 24) chiarisce ulteriormente la differenza tra i 2 load case.



Figura 24 Distinzione tra i 2 LOAD CASE riguardanti il singolo regime

In pratica il carico orizzontale, rappresentato dalla distribuzione di carico triangolare, rimane costante nei 2 regimi analizzati; ciò che varia è la direzione di applicazione considerata. Alla pagina seguente vengono raffigurati (Figura 25) i 2 regimi solo per il caso di vano porta e di vano finestra sfalsati, con i vani allineati i regimi sono analoghi.

# Caso studio 2 – REGIMI DI CARICO (PLATE)



Figura 25 Regimi di carico caso studio 2

Per il peso proprio valgono le medesime considerazioni del primo caso studio. Seguono, a questo punto, delle tabelle che evidenziano i contributi associati ai diversi regimi di carico per ambedue le geometrie. Tali tabelle (Tabella 11 e Tabella 12) fanno riferimento a entrambe i load case.

PORTA E FINESTRA SFALSATE_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2) DELLE PARETI IN ESAME (P1/2/3/4/5)							
	Base	0	quota	Q_orizz.	Q_vert. TOT	q_vert	
	parete	0	carico	RC1/2	RC2	RC2	
	[mm]		[mm]	[kN]	[kN]	[kN/m]	
PARETE 1	4750	Α	2950	100	500	105,26	
PARETE 2	5000	Α	2950	100	500	100,00	
PARETE 3	5350	Α	2950	100	500	93,46	
PARETE 4	5750	Α	2950	100	500	86,96	
PARETE 5	6200	Α	2950	100	500	80,65	

Tabella 11 Carichi orizzontali e verticali nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE per tutti i regimi

dove:

- *quota\_carico* corrisponde con la quota verticale alla quale viene applicato il carico orizzontale (forma puntuale) e verticale (distribuito), essa identifica il piano medio dei solai;
- *Q\_orizz.\_RC1/2* corrisponde con il carico orizzontale puntuale, la cui entità è costante perché la parete si collega ad un singolo solaio;
- Q\_vert.\_TOT\_RC2 corrisponde con il carico verticale totale, pari a 5 volte il carico orizzontale;
- *q\_vert.\_RC2* corrisponde con il carico distribuito, applicato a *quota\_carico*, ottenuto dividendo il *Q\_vert.\_TOT* per la larghezza della parete considerata.

Tabella 12 Carichi orizzontali e verticali nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE per tutti i regimi

PORTA E FINESTRA SFALSATE_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2) DELLE PARETI IN ESAME (P1/2/3/4/5)								
	Base parete		quota carico	Q_orizz. RC1/2	Q_vert. TOT RC2	q_vert RC2		
	[mm]	[mm] [mm]		[kN]	[kN]	[kN/m]		
PARETE 1	4750	Α	2950	100	500	105,26		
PARETE 2	5000	Α	2950	100	500	100,00		
PARETE 3	5350	Α	2950	100	500	93,46		
PARETE 4	5750	Α	2950	100	500	86,96		
PARETE 5	PARETE 5         6200         A         2950         100         500         80,65							

Le tabelle, per entrambe le geometrie, forniscono gli stessi dati di carico visto che la posizione della finestra rispetto alla porta non implica modifiche in termini di calcolo dell'entità delle azioni. Come visibile dalla Figura 25, si ipotizza che il carico verticale si distribuisca equamente sui 3 maschi di parete; trattasi di un'ipotesi che semplifica l'analisi del caso studio quando questo viene modellato tramite telaio equivalente ma della quale non si può tenere conto nel momento in cui si eseguono analisi con i modelli a plate. Come per il primo caso studio, il carico orizzontale è arbitrario.

# 6.3. Modelli BEAM del caso studio 1: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni di carico realistiche

Per la modellazione a beam del primo caso studio è stata riprodotta, su apposito software di modellazione, la geometria del telaio equivalente basandosi sulle misure tabellate al paragrafo 5.1.3. nel quale sono state indicate esclusivamente le lunghezze, orizzontali e verticali, associate a ogni singolo elemento beam costituente il telaio. Risulta utile, a tal proposito, ribadire tali lunghezze (Tabella 13 e Tabella 14), per entrambe le geometrie, associandoci le dimensioni trasversali che consentono di definire la sezione del singolo elemento beam rappresentante o la fascia o il maschio. *Tabella 13 Grandezze telaio equivalente di GEOMETRIA 1* 

	GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_GEOMETRIA 1										
	H_eff_PORTA	H_eff_FIN1	_eff_FIN1 H_eff_FIN2 D_maschi L_F1/2/3					H_F3			
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
PARETE 1	2479,52	2009,41	1854,71	975	900	2000	1900	900			
PARETE 2	2512,86	2072,45	1886,22	1075	900	2000	1900	900			
PARETE 3	2545,30	2133,11	1916,55	1175	900	2000	1900	900			
PARETE 4	2592,36	2220,10	1960,05	1325	900	2000	1900	900			
PARETE 5	2637,57	2302,84	2001,42	1475	900	2000	1900	900			
PARETE 6	2702,13	2420,09	2060,04	1700	900	2000	1900	900			

dove:

- *D\_maschi* corrisponde con la larghezza dell'elemento maschio;
- $H_F1/H_F2/H_F3$  corrispondono con le altezze delle fasce di piano.

Tabella 14 Grandezze telaio equivalente di GEOMETRIA 2

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_GEOMETRIA 2										
	H_eff_PORTA	H_eff_FIN1	H_eff_FIN2	L_F1/2/3	H_F1	H_F2	H_F3			
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		
PARETE 7	2398,06	2009,41	1854,71	975	800	2100	1900	900		
PARETE 8	2432,80	2072,45	1886,22	1075	800	2100	1900	900		
PARETE 9	2466,58	2133,11	1916,55	1175 800		2100	1900	900		
PARETE 10	2515,51	2220,10	1960,05	1325	800	2100	1900	900		
PARETE 11	2562,45	2302,84	2001,42	1475	800	2100	1900	900		
PARETE 12	2629,36	2420,09	2060,04	1700	800	2100	1900	900		

Sostanzialmente, in generale, vale che:

- ELEMENTO MASCHIO GENERICO: sezione trasversale composta da *D\_maschi* \* *t*;
- ELEMENTO FASCIA GENERICO: sezione trasversale composta da  $H_F(n^\circ) * t$ .

Il parametro t coincide con lo spessore arbitrario già utilizzato per i modelli PLATE delle pareti e che risulta pari a t = 200 mm.

L'immagine alla pagina seguente (Figura 26) chiarisce ulteriormente questo concetto delle sezioni trasversali.



Figura 26 Sezione trasversale generica di elemento maschio e elemento fascia con raffigurazione dell'elemento beam come asse e come sezione

Le sezioni mostrate nell'immagine soprastante sono sezioni trasversali che gli elementi beam (di maschio e di fascia) presentano lungo il loro asse di sviluppo longitudinale.

#### 6.3.1. Condizioni di vincolo e link rigidi

Le condizioni di vincolo sono state selezionate in modo tale da rendere l'implementazione del modello comparabile a quella del modello plate associato al medesimo caso studio. Infatti, anche in questo caso, l'obbiettivo è quello di simulare il comportamento reale di parete ma tramite telaio equivalente. L'incastro con i solai è stato riprodotto alla quota corrispondente alla posizione verticale degli elementi beam rappresentanti le fasce di piano (Figura 13 e Figura 14), la cui entità viene indicata nella tabella seguente (Tabella 15) per entrambe le geometrie.

QUOTA	QUOTA FASCE TELAIO EQGEOMETRIA 1					QUOTA FASCE TELAIO EQGEOMETRIA 2			
	quota_F1	quota_F2	quota_F3			quota_F1	quota_F2	quota_F3	
	[mm]	[mm]	[mm]			[mm]	[mm]	[mm]	
PARETE 1	3100	6250	8850		PARETE 7	3050	6250	8850	
PARETE 2	3100	6250	8850		PARETE 8	3050	6250	8850	
PARETE 3	3100	6250	8850		PARETE 9	3050	6250	8850	
PARETE 4	3100	6250	8850		PARETE 10	3050	6250	8850	
PARETE 5	3100	6250	8850		PARETE 11	3050	6250	8850	
PARETE 6	3100	6250	8850		PARETE 12	3050	6250	8850	

 Tabella 15 Quota fasce telaio di GEOMETRIA 1 e di GEOMETRIA 2

A tali quote è stato inserito un sistema di vincoli fuori piano e di link rigidi. I vincoli fuori piano servono a impedire gli spostamenti fuori piano (DZ impedito) del telaio, mantenendo, però, libera la rotazione. I rigid link, agenti nello spazio (DX, DY e DZ impediti, quest'ultimo perché altrimenti si avrebbe labilità dei nodi dei sistemi rigid tranne i master node), riproducono i bracci rigidi delle zone

nodali previsti da schema di telaio equivalente. Tutte le zone nodali, perfettamente rigide, sono costituite dai nodi di telaio raffigurati nell'immagine seguente (Figura 27):



Figura 27 Natura dei nodi costituenti le zone nodali di telaio equivalente

dove:

- node(inizio elem. maschio): nodo che coincide con l'inizio di un elemento maschio;
- node(fine elem. maschio): nodo che coincide con la fine di un elemento maschio;
- node(quota elem. fascia): nodo che rappresenta il master node della zona nodale e il punto di applicazione dei carichi verticali, collocato alla stessa quota verticale dei beam rappresentanti le fasce di piano;
- *node(quota carico orizzontale)*: nodo che rappresenta il punto di applicazione dei carichi orizzontali, collocato alla stessa quota verticale del piano medio dei solai;
- *node(inizio elem. fascia)*: nodo che coincide con l'inizio dell'elemento fascia e quindi con la fine della zona rigida.

Per quanto riguarda, invece, i vincoli assegnati alla base del telaio essi coincidono esattamente con quelli già utilizzati per la base della parete modellata a plate. Ciò significa che il telaio dev'essere necessariamente incastrato nel suo piano (DX, DY, RZ impedito). È altresì improbabile che il telaio stesso possa ruotare attorno al suo asse di sviluppo verticale torcendosi (RY impedito). L'unico cinematismo ammesso e verosimile è la rotazione fuori piano (RX libero).

Segue immagine (Figura 28) che raffigura il telaio di PARETE 1, "linear" (solo assi longitudinali degli elementi beam) e "solid" (elementi beam con ingombro trasversale).



Figura 28 Modello BEAM caso studio 1

### 6.3.2. Proprietà del materiale

Per la realizzazione dei modelli è stata presa in considerazione una determinata tipologia di calcestruzzo, la stessa già osservata per i modelli plate. Ciò significa che le caratteristiche (necessarie per le analisi elastiche) del materiale associate agli elementi beam (maschi e fasce) sono le stesse già descritte per gli elementi plate.

### 6.3.3. Condizioni di carico realistiche

Per le condizioni di carico, si considerano gli stessi regimi già osservati per i modelli plate:

- REGIME\_CARICO\_1: Carico triangolare sismico, in assenza di peso proprio del materiale;
- REGIME\_CARICO\_2: Carico triangolare sismico e carico verticale pari a 5 volte il carico orizzontale, in assenza di peso proprio del materiale;
- REGIME\_CARICO\_3: Carico triangolare sismico e carico verticale pari a 10 volte il carico orizzontale, in assenza di peso proprio del materiale.

In pratica il carico orizzontale, rappresentato dalla distribuzione di carico triangolare, rimane costante nei 3 regimi analizzati; ciò che varia è l'entità di carico verticale che simula lo scarico sulla parete da parte di ogni singolo solaio. Come anticipato nella Figura 27 il nodo al quale viene applicato il carico orizzontale coincide con la quota del piano medio di solaio, questo per incrementare la somiglianza dei modelli a telaio equivalente ai modelli plate delle pareti. Tuttavia, il sistema di rigid link creato per ogni zona nodale del telaio equivalente permette di trasportare il carico orizzontale dal suo punto di applicazione al master node della zona nodale considerata (definito precedentemente come *node(quota elem. fascia)*). Per quanto riguarda il carico verticale, invece, applicarlo allo stesso nodo al quale è applicato il carico orizzontale o applicarlo al nodo *node(quota elem. fascia)* non comporta modifiche in termini di sollecitazioni ricavate. L'immagine sottostante (Figura 29) chiarisce il concetto di trasporto del carico mentre alla pagina seguente sono raffigurati i 3 regimi (Figura 30).

node(quota carico orizzontale) node(quota elem. fascia) node(quota elem. fascia) node(quota carico orizzontale)

Figura 29 Trasporto del carico orizzontale in zona nodale rigida





Figura 30 Regimi di carico caso studio 1

Per il peso proprio valgono le medesime considerazioni già osservate per i modelli plate. Seguono, a questo punto, delle tabelle (Tabella 16 e Tabella 17) che evidenziano i contributi associati ai diversi regimi di carico per ambedue le geometrie.

Tabella 16 Carichi orizzontali e verticali di GEOMETRIA 1	per tutti i regimi
---	--------------------

GEOMETRIA 1_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2/3) DELLE PARETI IN ESAME (P1/2/3/4/5/6)							
	quota_carico orizzontale		quota_carico verticale	Q_orizz. RC1/2/3	Q_vert. RC2	Q_vert. RC3	
		[mm]	[mm]	[kN]	[kN]	[kN]	
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00	
D1	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20	
P1	С	2950	3100	64,48	161,20	322,40	
	-	0	0	0	0,00	0,00	
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00	
D2	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20	
PZ	С	2950	3100	64,48	161,20	322,40	
	-	0	0	0	0,00	0,00	
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00	
02	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20	
P3	С	2950	3100	64,48	161,20	322,40	
	-	0	0	0	0,00	0,00	
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00	
D.4	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20	
P4	С	2950	3100	64,48	161,20	322,40	
	-	0	0	0	0,00	0,00	
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00	
DE	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20	
Ρ5	С	2950	3100	64,48	161,20	322,40	
	-	0	0	0	0,00	0,00	
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00	
DC	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20	
P0	С	2950	3100	64,48	161,20	322,40	
	-	0	0	0	0,00	0,00	

dove:

- *quota\_carico\_orizzontale* corrisponde con la quota verticale alla quale viene applicato il carico orizzontale (forma puntuale), essa identifica il piano medio dei solai;
- *quota\_carico\_verticale* corrisponde con la quota verticale alla quale viene applicato il carico verticale (forma puntuale), essa identifica la quota dei beam delle fasce di piano;
- *Q\_orizz.\_RC1/2/3* corrisponde con il carico orizzontale puntuale, la cui entità varia in relazione alla quota considerata;
- Q\_vert.\_RC2/3 corrisponde con il carico verticale che interessa il gruppo di elementi maschio sulla stessa verticale del telaio, pari a 2,5 o a 5 volte il carico orizzontale a seconda del regime considerato;

GE	GEOMETRIA 2_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2/3) DELLE PARETI IN ESAME (P7/8/9/10/11/12)							
	quota_carico orizzontale		quota_carico verticale	Q_orizz. RC1/2/3	Q_vert. RC2	Q_vert. RC3		
	[mm]		[mm]	[kN]	[kN]	[kN]		
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00		
P7	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20		
F7	С	2950	3050	64,48	161,20	322,40		
	-	0	0	0	0,00	0,00		
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00		
P8	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20		
	С	2950	3050	64,48	161,20	322,40		
	-	0	0	0	0,00	0,00		
P9	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00		
	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20		
	С	2950	3050	64,48	161,20	322,40		
	-	0	0	0	0,00	0,00		
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00		
D10	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20		
F10	С	2950	3050	64,48	161,20	322,40		
	-	0	0	0	0,00	0,00		
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00		
D11	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20		
P11	С	2950	3050	64,48	161,20	322,40		
	-	0	0	0	0,00	0,00		
	Α	9150	8850	200	500,00	1000,00		
P12	В	6050	6250	132,24	330,60	661,20		
	С	2950	3050	64,48	161,20	322,40		
	-	0	0	0	0,00	0,00		

#### Tabella 17 Carichi orizzontali e verticali di GEOMETRIA 2 per tutti i regimi

Le due tabelle, a differenza di quanto accadeva per i modelli plate, sono coincidenti in quanto nella determinazione dei carichi non entra più in gioco la base di parete; tutti i carichi definiti sono di tipo puntuale.

# 6.4. Modelli BEAM del caso studio 2: condizioni di vincolo, proprietà e condizioni di carico realistiche

Per la modellazione a beam del secondo caso studio è stata riprodotta, su apposito software di modellazione, la geometria del telaio equivalente basandosi sulle misure tabellate al paragrafo 5.2.3. nel quale sono state indicate esclusivamente le lunghezze, orizzontali e verticali, associate a ogni singolo elemento beam costituente il telaio. Risulta utile, a tal proposito, ribadire tali lunghezze (Tabella 18 e Tabella 19), per entrambe le geometrie, associandoci le dimensioni trasversali che consentono di definire la sezione del singolo elemento beam rappresentante o la fascia o il maschio. *Tabella 18 Grandezze telaio equivalente nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE* 

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_PORTA E FINESTRA SFALSATE									
	H_eff_PORTA	H_eff_PORTA H_eff_FIN1 H_eff_P-F D_maschi L_F1/2 H_F1 H_F2							
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		
PARETE 1	2400	1857,38	1814,74	983,33	900	1000	900		
PARETE 2	2400	1883,64	1858,39	1066,67	900	1000	900		
PARETE 3	2400	1919,03	1916,93	1183,33	900	1000	900		
PARETE 4	2400	1957,69	1980,40	1316,67	900	1000	900		
PARETE 5	2400	1999,17	2047,74	1466,67	900	1000	900		

dove:

- *D\_maschi* corrisponde con la larghezza dell'elemento maschio;
- $H_F1/H_F2$  corrispondono con le altezze delle fasce di piano.

Tabella 19 Grandezze telaio equivalente nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE

GRANDEZZE TELAIO EQUIVALENTE_PORTA E FINESTRA ALLINEATE									
	H_eff_PORTA	H_eff_PORTA H_eff_FIN1 H_eff_P-F D_maschi L_F1/2 H_F1 H_F2							
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		
PARETE 1	2400	1907,38	1840,86	983,33	900	1000	1000		
PARETE 2	2400	1933,64	1883,32	1066,67	900	1000	1000		
PARETE 3	2400	1969,03	1940,34	1183,33	900	1000	1000		
PARETE 4	2400	2007,69	2002,26	1316,67	900	1000	1000		
PARETE 5	2400	2049,17	2068,08	1466,67	900	1000	1000		

Sostanzialmente, in generale, vale che:

- ELEMENTO MASCHIO GENERICO: sezione trasversale composta da *D\_maschi* \* *t*;
- ELEMENTO FASCIA GENERICO: sezione trasversale composta da  $H_F(n^\circ) * t$

Il parametro t coincide con lo spessore arbitrario già utilizzato per i modelli PLATE delle pareti e che risulta pari a t = 200 mm.

Indi per cui valgono le medesime considerazioni già osservate per i modelli beam associati al caso studio 1; si rimanda, a tal proposito, alla Figura 26.

### 6.4.1. Condizioni di vincolo e link rigidi

Le condizioni di vincolo utilizzate sono le medesime già viste per il primo caso studio. Le considerazioni sono analoghe con la differenza che in questo caso è sufficiente riprodurre il collegamento con un singolo solaio. L'incastro con i solai è stato riprodotto alla quota corrispondente alla posizione verticale degli elementi beam rappresentanti le fasce di piano (Figura 19 e Figura 20), la cui entità viene indicata nella tabella seguente (Tabella 20) per entrambe le geometrie. *Tabella 20 Quota fasce telaio nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE e PORTA E FINESTRA ALLINEATE* 

QUOTA FASCE TELAIO EQ PORTA E FINESTRA SFALSATE				QUOTA FASCE TELAIO EQ PORTA E FINESTRA ALLINEATE		
	quota_F1	quota_F2			quota_F1	quota_F2
	[mm]	[mm]			[mm]	[mm]
PARETE 1	2600	2650		PARETE 1	2600	2600
PARETE 2	2600	2650		PARETE 2	2600	2600
PARETE 3	2600	2650		PARETE 3	2600	2600
PARETE 4	2600	2650		PARETE 4	2600	2600
PARETE 5	2600	2650		PARETE 5	2600	2600

Per quanto riguarda le zone nodali, oltre agli aspetti già osservati per il primo caso studio che continuano ad essere validi, è necessario fare una precisazione relativa alla zona nodale che coinvolge l'elemento maschio compreso tra porta e finestra quando queste sono sfalsate. L'appunto riguarda la scelta dei master node da considerare per l'assemblaggio della zona rigida nodale di cui sopra; per la corrente trattazione è stato utilizzato il criterio mostrato nell'immagine seguente (Figura 31).



Figura 31 Trattazione zona nodale di telaio equivalente tra porta e finestra

con 1, 2, 3,4,5 che sono i nodi della zona rigida nodale d'interesse. I master node sono 2 (2 e 3) e vanno a comporre 2 sistemi di rigid link.

Segue immagine (Figura 32) che raffigura il telaio di PARETE 1, "linear" (solo assi longitudinali degli elementi beam) e "solid" (elementi beam con ingombro trasversale) con porta e finestra sfalsate.



Figura 32 Modello BEAM caos studio 2

### 6.4.2. Proprietà del materiale

Per la realizzazione dei modelli è stata presa in considerazione una determinata tipologia di calcestruzzo, la stessa già osservata per i modelli plate.

### 6.4.3. Condizioni di carico realistiche

Per le condizioni di carico, si considerano gli stessi regimi già osservati per i modelli plate:

- REGIME\_CARICO\_1: Carico triangolare sismico, in assenza di peso proprio del materiale;
- REGIME\_CARICO\_2: Carico triangolare sismico e carico verticale, pari a 5 volte il carico orizzontale, in assenza di peso proprio del materiale.

Tuttavia, è necessario nuovamente distinguere i regimi di carico in base al LOAD CASE considerato:

- LOAD CASE-1: significa che per quel determinato regime il carico triangolare sismico si presenta da sinistra (in corrispondenza del maschio laterale che affianca la porta);
- LOAD CASE-2: significa che per quel determinato regime il carico triangolare sismico si presenta da destra (in corrispondenza del maschio laterale che affianca la finestra).

Tale distinzione è necessaria visto che, rispetto al primo caso studio, la parete non mostra simmetria e quindi presenterà un comportamento differente a seconda del lato di azione del carico orizzontale considerato. L'immagine che segue (Figura 33) chiarisce ulteriormente la distinzione tra i load case.



Figura 33 Distinzione tra i 2 load case riguardanti il singolo regime

Continua a valere, anche per questo caso studio, il concetto di trasporto del carico orizzontale. Ovviamente, data la fisionomia del caso studio, le zone rigide interessate da carichi orizzontali sono esclusivamente zone nodali di copertura. Risultano altresì valide le considerazioni, svolte per il primo caso studio, sull' applicazione del carico verticale. Alla pagina seguente vengono raffigurati (Figura 34) i 2 regimi solo per il caso di vano porta e di vano finestra sfalsati, con i vani allineati i regimi sono analoghi.

# Caso studio 2 – REGIMI DI CARICO (BEAM)





Figura 34 Regimi di carico caso studio 2

Per il peso proprio valgono le medesime considerazioni già osservate per i modelli plate. Seguono, a questo punto, delle tabelle che evidenziano i contributi associati ai diversi regimi di carico per ambedue le geometrie. Tali tabelle (Tabella 21 e Tabella 22) fanno riferimento a entrambe i load case. *Tabella 21 Carichi orizzontali e verticali per il caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE per tutti i regimi* 

PORTA E FINESTRA SFALSATE_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2) DELLE PARETI IN ESAME (P1/2/3/4/5)								
quota_carico orizzontale			quota_carico verticale_1	quota_carico verticale_2	Q_orizz. RC1/2	Q_vert. RC2		
		[mm]	[mm]	[mm]	[kN]	[kN]		
PARETE 1	Α	2950	2600	2650	100	166,67		
PARETE 2	Α	2950	2600	2650	100	166,67		
PARETE 3	Α	2950	2600	2650	100	166,67		
PARETE 4	Α	2950	2600	2650	100	166,67		
PARETE 5	Α	2950	2600	2650	100	166,67		

dove:

- *quota\_carico\_orizzontale* corrisponde con la quota verticale alla quale viene applicato il carico orizzontale (forma puntuale), essa identifica il piano medio dei solai;
- *quota\_carico\_verticale\_1/2* corrisponde con la quota verticale alla quale viene applicato il carico verticale (forma puntuale), essa identifica la quota dei beam delle fasce di piano;
- *Q\_orizz.\_RC1/2* corrisponde con il carico orizzontale puntuale, la cui entità è costante perché la parete si collega ad un singolo solaio;
- *Q\_vert.\_RC2* corrisponde con il carico verticale che interessa il gruppo di elementi maschio sulla stessa verticale del telaio, pari a 1,67 volte il carico orizzontale.

PORTA E FINESTRA ALLINEATE_CARICHI ORIZZONTALI E VERTICALI PER TUTTI I REGIMI DI CARICO (RC1/2) DELLE PARETI IN ESAME (P1/2/3/4/5)							
quota_carico orizzontale			quota_carico verticale_1	quota_carico verticale_2	Q_orizz. RC1/2	Q_vert. RC2	
		[mm]	[mm]	[mm]	[kN]	[kN]	
PARETE 1	Α	2950	2600	2600	100	166,67	
PARETE 2	Α	2950	2600	2600	100	166,67	
PARETE 3	Α	2950	2600	2600	100	166,67	
PARETE 4	Α	2950	2600	2600	100	166,67	
PARETE 5	Α	2950	2600	2600	100	166,67	

Tabella 22 Carichi orizzontali e verticali per il caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE per tutti i regimi

Le tabelle, per entrambe le geometrie, forniscono gli stessi dati di carico visto che la posizione della finestra rispetto alla porta non implica modifiche in termini di calcolo dell'entità delle azioni. Come visibile dalla Figura 34., si ipotizza che il carico verticale si distribuisca equamente sui 3 maschi di parete; trattasi di un'ipotesi che semplifica l'analisi del caso studio quando questo viene modellato tramite telaio equivalente.

# 7. Elaborazione e discussione dei risultati ottenuti

# 7.1. Identificazione delle porzioni di parete suscettibili di instabilità per i casi studio

Terminata la realizzazione dei modelli, è necessario individuare quale sia, in relazione al caso studio considerato, quella porzione di parete che potrebbe essere soggetta a instabilità dell'equilibrio. Tale fenomeno, infatti, interesserà solo determinate parti del corpo parete in base alla sua geometria e al regime di carico che lo condiziona.

### 7.1.1. Caso studio 1: isolamento della porzione di parete suscettibile di instabilità

Per quanto riguarda il primo caso studio la porzione di parete suscettibile di instabilità è inevitabilmente quella che affianca il vano porta alla sua destra. Questo accade indipendentemente dal regime di carico considerato dato che ciò che comanda la selezione della porzione di parete che può instabilizzare dipende dal lato di applicazione del carico orizzontale. Vista la simmetria del caso studio, la scelta della direzione di applicazione del carico orizzontale è ininfluente, riguardo risultati e conclusioni da trarre. Il carico triangolare genera un effetto opposto, in termini di sforzo normale, sui 2 maschi che affiancano i vani: il maschio collocato dal lato del carico subisce una trazione mentre l'altro maschio risulta compresso, come visibile nell'immagine sottostante. Risulta, quindi, inevitabile presuppore che la porzione di parete maggiormente indicata per essere soggetta a instabilità corrisponda con quella di seguito raffigurata (Figura 35).



Figura 35 Effetto sforzo normale e porzione parete indagata caso studio 1

Le considerazioni appena fatte sono approssimative e qualitative, sono servite esclusivamente per individuare quale potesse essere la potenziale porzione di parete da indagare. La porzione di parete è stata selezionata a partire dalla quota di metà spessore del solaio del primo piano (2950 mm), la ragione di tale scelta verrà giustificata in seguito.

### 7.1.2. Caso studio 2: isolamento della porzione di parete suscettibile di instabilità

Per quanto riguarda il secondo caso studio, valgono gli stessi principi già esposti per il primo caso, con la differenza che la scelta della direzione di applicazione del carico orizzontale ha la sua influenza, riguardo risultati e conclusioni da trarre. Ciò significa che si verifica ancora il fenomeno di trazione/compressione dei 2 maschi, più esterni, della parete ma il verso dello sforzo normale che coinvolge il singolo maschio dipenderà dal lato di applicazione del carico triangolare. Segue immagine (Figura 36) che mostra l'effetto dello sforzo normale e che individua la porzione maggiormente indicata per essere soggetta a instabilità per entrambe i load case



Figura 36 Effetto sforzo normale e porzione di parete indagata caso studio 2

Le considerazioni appena fatte sono approssimative e qualitative, sono servite esclusivamente per individuare quale potesse essere la potenziale porzione di parete da indagare. La porzione di parete è stata selezionata a partire dalla quota di metà spessore del solaio del primo piano (2950 mm), la ragione di tale scelta verrà giustificata in seguito.

# 7.2. Modelli PLATE: il ricavo dei moltiplicatori

Lo scopo principale legato alla realizzazione dei modelli plate, per ambedue i casi studio, consiste nel lancio dell'analisi di buckling lineare al fine di risalire al dato del moltiplicatore, come riportato in Figura 9 al paragrafo 4.2.3. Il moltiplicatore coincide con quel parametro che identifica di quante volte devono essere amplificati i carichi in atto, orizzontali e verticali, al fine di generare il buckling della parete, ossia l'instabilità di quella sua porzione maggiormente suscettibile a tale fenomeno. Tra i modi di instabilizzare possibili per le pareti, si seleziona quello che, ovviamente, è associato al moltiplicatore minore dato che, per la configurazione di carico indagata, sarà il primo a manifestarsi. Per tutte le pareti analizzate e per tutti i regimi di carico considerati, sia per caso studio 1 che per caso studio 2, la conformazione assunta dagli elementi parete quando questi instabilizzano è sempre la stessa; ciò che cambia, parete per parete, è il moltiplicatore. Seguono delle immagini (Figura 37 e Figura 38) che mostrano la conformazione delle pareti del primo caso studio (solo di PARETE 1) e del secondo caso studio (entrambe i load case, solo di PARETE 1 e solo per porta e finestra sfalsate).



### Caso studio 1 – REGIMI DI CARICO (BUCKLING)

Figura 37 Deformata buckling caso studio 1

# Caso studio 2 – REGIMI DI CARICO (BUCKLING)



Figura 38 Deformata buckling caso studio 2

### 7.2.1. Caso studio 1: moltiplicatori delle pareti

Seguono i dati tabellati (Tabella 23) dei valori dei moltiplicatori per tutte e 12 le pareti e per i 3 diversi

#### regimi.

Tabella 23 Moltiplicatori del caso studio 1

	MOLTIPLICATORI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 1							
	Regime_Carico_1	Regime_Carico_2	Regime_Carico_3					
PARETE 1	26,92	13,85	9,02					
PARETE 2	30,72	15,43	9,97					
PARETE 3	34,71	17,03	10,93					
PARETE 4	41,03	19,48	12,38					
PARETE 5	47,75	21,98	13,85					
PARETE 6	58,55	25,80	16,07					
PARETE 7	26,37	13,84	9,04					
PARETE 8	30,10	15,42	9,99					
PARETE 9	34,01	17,02	10,96					
PARETE 10	40,21	19,47	12,41					
PARETE 11	46,78	21,97	13,88					
PARETE 12	57,35	25,78	16,10					

La presenza del carico verticale, per ogni interpiano, avvicina in maniera significativa i moltiplicatori ricavati per le 2 geometrie a parità di  $\beta$  indagato (*H\_interp./D*). È altresì vero che l'applicazione del carico verticale abbassa notevolmente l'entità dei moltiplicatori.

### 7.2.2. Caso studio 2: moltiplicatori delle pareti

Seguono i dati tabellati (Tabella 24) dei valori dei moltiplicatori per tutte e 10 le pareti e per i 2 diversi regimi, con annessi load case.

Tabella 24 Moltiplicatori del caso studio 2

MOLTIPLICATORI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2							
	RC1-LC1	RC1-LC2	RC2-LC1	RC2-LC2			
PARETE 1	695,57	570,26	109,34	106,96			
PARETE 2	765,29	636,43	118,38	115,91			
PARETE 3	866,68	734,11	131,08	128,49			
PARETE 4	987,95	852,75	145,64	142,94			
PARETE 5	1131,12	994,78	159,26	162,08			
PARETE 1	682,28	572,15	108,86	106,90			
PARETE 2	751,69	638,38	117,91	115,85			
PARETE 3	852,77	736,17	130,62	128,42			
PARETE 4	973,81	854,98	145,18	142,86			
PARETE 5	1116,87	997,24	161,63	159,19			

Valgono le stesse considerazioni del primo caso studio. Lo sfalsamento/allineamento delle finestre incide sulla differenza dei moltiplicatori in assenza di carico verticale, tra le 2 geometrie, soprattutto per il primo load case, ossia quando si valuta l'instabilità dal lato della finestra.

## 7.3. Modelli BEAM: il ricavo dei moltiplicatori

Per ricavare i moltiplicatori dai modelli beam, ossia i telai equivalenti, è stato utilizzato il procedimento già descritto in Figura 9 al paragrafo 4.2.3. Indi per cui, una volta creato il modello del singolo telaio, e riprodotto lo stesso regime di carico del modello plate ad esso associato, è stata lanciata l'analisi statica lineare al fine di risalire alle sollecitazioni degli elementi beam rappresentanti le porzioni di parete maggiormente suscettibili di instabilità. Data la natura di tali porzioni, evidenziata ai paragrafi 7.1.1. e 7.1.2. (Figura 35 e Figura 36), ci si è concentrati sul ricavo di sollecitazioni associate a beam rappresentanti elementi maschio. Per tutte le pareti analizzate, preso il singolo regime con eventuale load case, sia per caso studio 1 che per caso studio 2, l'andamento delle sollecitazioni nei telai è sempre lo stesso. Seguono delle immagini (Figura 39 e Figura 40) che mostrano le sollecitazioni dei telai equivalenti del primo caso studio (solo di PARETE 1) e del secondo caso studio (entrambe i load case, solo di PARETE 1 e solo per porta e finestra sfalsate).



Figura 39 Sollecitazioni telaio caso studio 1


#### 7.3.1. Isolamento degli elementi beam per il ricavo delle sollecitazioni

Seguono delle figure (Figura 41 e Figura 42) che, rifacendosi a quanto descritto nei paragrafi 7.1.1. e 7.1.2., identificano gli elementi beam dei telai equivalenti per i quali considerare le sollecitazioni. Ovviamente per caso studio 2 valgono le stesse considerazioni con porta e finestra sfalsate e allineate.





Figura 41 Isolamento beam caso studio 1

## Caso studio 2 – REGIME DI CARICO 1/2



Figura 42 Isolamento beam caso studio 2

#### 7.3.2. Approccio teorico/analitico utilizzato per il ricavo dei moltiplicatori

Come già asserito in Figura 9 al paragrafo 4.2.3., il ricavo del moltiplicatore per mezzo di telaio equivalente richiede sia di pescare la sollecitazione N di sforzo normale, associata al beam rappresentante l'elemento maschio suscettibile di instabilità, sia di calcolare il dato di  $N_{cr}^{\ el}$  per il quale è necessario conoscere una serie di caratteristiche geometriche, di materiale e legate allo stato di sollecitazione del beam stesso. In particolare si ricorda che la formula di  $\sigma_{cr}^{\ el-rif}$  (3), è dipendente dalle seguenti grandezze:

- *E* che è il modulo elastico del materiale già utilizzato sia per i modelli plate che per i modelli beam viene utilizzato anche per l'applicazione della formula;
- $\nu$  che è il coefficiente di Poisson, vale il medesimo discorso del modulo elastico;
- *H* corrisponde con l'altezza di parete considerata per l'applicazione della formula, corrisponde con l'unico parametro modificabile al fine di ottenere l'uguaglianza tra le due tipologie di moltiplicatore messe a confronto;
- *t* che è lo spessore di parete, assunto pari a quello assegnato sia agli elementi plate che alle sezioni dei modelli beam.

Inoltre, per il calcolo di  $N_{cr}$  è necessario conoscere:

- *B* che è la base di parete da utilizzare per applicare la formula (4), nel corrente lavoro di tesi tale dimensione è sempre stata definita come *D* in entrambe i casi studio;
- *e*<sub>l</sub> corrisponde con l'eccentricità che lo sforzo normale nella sezione a metà altezza di parete indagata;
- $\gamma$  parametro dipendente da  $\kappa(\psi, \eta, \alpha)$ .

In particolare la determinazione delle 3 variabili dalle quali dipende  $\kappa$  avviene come segue:

•  $\alpha$  come rapporto tra le dimensioni longitudinali del pannello:

$$\alpha = \frac{H}{B} \tag{18}$$

 η come rapporto tra tensione tangenziale media e tensione assiale media valutate su sezione del pannello:

$$\eta = \frac{V/A}{N/A} \quad con A = (B * t)$$
<sup>(19)</sup>

con *V* ed *N* pescate da modello telaio e quindi dal beam rappresentante il maschio suscettibile di buckling (costanti lungo l'elemento);

•  $\psi$  come rapporto tra la tensione longitudinale minima e la tensione longitudinale massima nella sezione di mezzeria del pannello:

$$\psi = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{\frac{N}{A} - \frac{M}{W}}{\frac{N}{A} + \frac{M}{W}}; \quad con \ W = \frac{t * B^2}{6}; \ M = \frac{(M_{inf} + M_{sup})}{2}$$
(20)

dove M è la sollecitazione flettente di metà altezza del pannello, ottenuta come media delle sollecitazioni flettenti di estremità del beam rappresentante il maschio suscettibile di buckling.

A questo punto si è a conoscenza, per un determinato stato di sollecitazione che interessa l'elemento beam isolato, dei valori delle 3 variabili dalle quali  $\kappa$  è dipendente. Come affermato al paragrafo 3.2.1., per il corrente lavoro è stato deciso di non utilizzare la formula (16), che in alcuni casi può fornire stime non adeguate del parametro  $\kappa$ , bensì di utilizzare una semplice interpolazione lineare che consenta la definizione di un valore di  $\kappa$  per terne di  $\psi$ ,  $\eta$ , e  $\alpha$  intermedie a quelle definibili combinando i valori discreti dei 3 parametri adimensionali, riportati in Tabella 1. Definito  $\kappa$ , si ha la possibilità di applicare la formula di carico critico elastico e quindi di valutare il rapporto  $N_{cr}^{el}/N$ , ricavando a tutti gli effetti un moltiplicatore. Come già affermato, per calcolare  $N_{cr}^{el}$  è possibile modificare il dato dell'altezza di parete *H*; ciò comporta, di conseguenza, la determinazione di diverse famiglie di moltiplicatori, in relazione al dato di altezza considerato, da poter confrontare con i moltiplicatori dei modelli plate tabellati al paragrafo 7.2.1. La modifica del dato di altezza ha come unico fine quello di avvicinare i dati di moltiplicatore ricavati modellando le pareti per intero ai dati di moltiplicatore ricavati secondo l'approccio teorico descritto nel corrente paragrafo. La variazione dell'altezza è avvenuta come segue:

$$prima: H = 2950 \ mm \rightarrow 2900 \ mm \rightarrow 2850 \ mm \rightarrow 2800 \ mm \rightarrow 2750 \ mm$$
$$poi: H = H_eff\_telaio \rightarrow \mu * H_eff\_telaio$$
(21)

La grandezza H è stata fatta variare a step di 50 mm, partendo dal valore di  $H\_interp$ . e diminuendo fino alla considerazione dell'altezza effettiva  $H\_eff\_telaio$ , dell'elemento maschio, associata alla geometria di telaio equivalente. Successivamente è stato deciso di esprimere la quota in grado di generare l'uguaglianza tra i moltiplicatori come frazione dell'altezza effettiva, di modo tale da avere un riferimento geometrico fisso, al variare di parete e caso studio analizzati, sul quale basare eventuali considerazioni. Il termine  $\mu$ , quindi, identifica la frazione e può identificare un numero maggiore o minore dell'unità a seconda del fatto che l'entità di H generante il match tra moltiplicatori sia più grande o più piccolo di  $H\_eff\_telaio$ . Seguono i moltiplicatori tabellati.

### 7.3.3. Caso studio 1: moltiplicatori da approccio teorico/analitico

Seguono i dati tabellati (Tabella 25 e Tabella 26) dei valori dei moltiplicatori da approccio teorico usufruendo di tutti e 12 i telai e per i 3 diversi regimi. Le tabelle riportano, inoltre, il dato di altezza effettiva dell'elemento maschio, derivante da telaio equivalente, e la frazione di essa ( $\mu$ ) in grado di generare il match tra i moltiplicatori.

Tabella 25 Frazioni delle altezze effettive e moltiplicatori associati ad approce	ccio teorico per GEOMETRIA 1 di caso studio 1
---	---

1	ALTEZZE EFFETTIVE e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_ REGIME DI CARICO 1									
1		PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6			
	H_eff_telaio [mm]	2479,52	2512,86	2545,30	2592,36	2637,57	2702,13			
	μ[-]	0,934	0,934	0,933	0,931	0,927	0,920			
	MOLTIPLICATORI_APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
		PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6			
	H=2950 mm	16,63	19,48	22,54	27,53	33,00	41,88			
	H=2900 mm	17,20	20,15	23,32	28,48	34,11	43,30			
	H=2850 mm	17,80	20,86	24,13	29,48	35,29	44,79			
	H=2800 mm	18,44	21,60	24,99	30,53	36,52	46,35			
	H=2750 mm	19,11	22,38	25,90	31,63	37,82	48,01			
	H=H_eff_telaio	23,45	26,75	30,18	35,52	41,01	49,68			
	H=μ* H_eff_telaio	26,85	30,63	34,63	40,82	47,53	58,33			

2
Z
_

ALTEZZE EFFETTIVE e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_ REGIME DI CARICO 2								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6		
H_eff_telaio [mm]	2479,52	2512,86	2545,30	2592,36	2637,57	2702,13		
μ[-]	0,945	0,945	0,942	0,938	0,931	0,922		

MOLTIPLICATORI_APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2									
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6			
H=2950 mm	8,72	9,94	11,20	13,16	15,21	18,43			
H=2900 mm	9,03	10,28	11,59	13,62	15,74	19,07			
H=2850 mm	9,35	10,65	12,00	14,11	16,30	19,74			
H=2800 mm	9,68	11,03	12,43	14,61	16,89	20,46			
H=2750 mm	10,04	11,44	12,89	15,15	17,51	21,21			
H=H_eff_telaio	12,36	13,71	15,05	17,06	19,04	21,97			
H=μ* H_eff_telaio	13,84	15,35	16,97	19,39	21,97	25,84			

2
3

ALTEZZE EFFETTIVE e $\mu_{APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_ REGIME DI CARICO 3$								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6		
H_eff_telaio [mm]	2479,52	2512,86	2545,30	2592,36	2637,57	2702,13		
μ[-]	0,971	0,971	0,967	0,961	0,951	0,940		

MOLTIPLICATORI_APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3									
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6			
H=2950 mm	6,02	6,79	7,58	8,79	10,04	11,95			
H=2900 mm	6,23	7,03	7,84	9,10	10,39	12,37			
H=2850 mm	6,45	7,28	8,12	9,42	10,76	12,81			
H=2800 mm	6,68	7,54	8,42	9,76	11,15	13,27			
H=2750 mm	6,93	7,82	8,73	10,12	11,56	13,76			
H=H_eff_telaio	8,53	9,37	10,19	11,40	12,57	14,25			
$H=\mu^* H$ eff telaio	9,05	9,94	10,90	12,36	13,90	16,14			

Tabella 26 Frazioni delle altezze effettive e moltiplicatori associati ad approccio teorico per GEOMETRIA 2 di caso studio 1

1	ALTEZZE EFI	ETTIVE e μ_	APPROCCIO 1	TEORICO_CAS	O STUDIO 1_ R	EGIME DI CAR	ICO 1			
-		PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12			
	H_eff_telaio [mm]	2398,06	2432,80	2466,58	2515,51	2562,45	2629,36			
	μ[-]	0,951	0,951	0,949	0,946	0,941	0,933			
	MOLTIPLICATORI_APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
		PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12			
	H=2950 mm	15,79	18,55	21,51	26,34	31,79	40,30			
	H=2900 mm	16,34	19,18	22,24	27,25	32,72	41,66			
	H=2850 mm	16,91	19,85	23,02	28,20	33,84	43,09			
	H=2800 mm	17,51	20,56	23,84	29,20	35,02	44,60			
	H=2750 mm	18,14	21,30	24,70	30,26	36,27	46,19			
	H=H_eff_telaio	23,78	27,14	30,63	36,02	41,60	50,39			
	H=μ* H_eff_telaio	26,27	29,98	33,97	40,12	46,82	57,51			

2

3

ALTEZZE EFFETTIVE e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_ REGIME DI CARICO 2									
	PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12			
H_eff_telaio [mm]	2398,06	2432,80	2466,58	2515,51	2562,45	2629,36			
μ[-]	0,962	0,962	0,960	0,955	0,948	0,938			

MOLTIPLICATORI_APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2										
	PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12				
H=2950 mm	8,45	9,65	10,90	12,85	14,88	18,08				
H=2900 mm	8,74	9,99	11,28	13,30	15,40	18,71				
H=2850 mm	9,05	10,34	11,68	13,77	15,95	19,38				
H=2800 mm	9,38	10,71	12,10	14,26	16,53	20,08				
H=2750 mm	9,73	11,11	12,54	14,79	17,13	20,81				
H=H_eff_telaio	12,80	14,20	15,60	17,68	19,74	22,77				
H=µ* H_eff_telaio	13,83	15,35	16,95	19,39	21,96	25,88				

ALTEZZE EFFETTIVE e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 1_ REGIME DI CARICO 3									
	PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12			
H_eff_telaio [mm]	2398,06	2432,80	2466,58	2515,51	2562,45	2629,36			
μ[-]	0,993	0,993	0,989	0,982	0,972	0,960			

MOLTIPI	LICATORI_API	PROCCIO TEO	CIO TEORICO_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3           RETE 8         PARETE 9         PARETE 10         PARETE 11         PARETE 12           5,66         7,45         8,66         9,90         11,82           5,90         7,71         8,97         10,25         12,23           7,14         7,98         9,28         10,62         12,67           7,40         8,27         9,62         11,00         13,13				
	PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12	
H=2950 mm	5,89	6,66	7,45	8,66	9,90	11,82	
H=2900 mm	6,10	6,90	7,71	8,97	10,25	12,23	
H=2850 mm	6,32	7,14	7,98	9,28	10,62	12,67	
H=2800 mm	6,55	7,40	8,27	9,62	11,00	13,13	
H=2750 mm	6,79	7,67	8,58	9,97	11,40	13,61	
H=H_eff_telaio	8,93	9,81	10,67	11,92	13,14	14,89	
H=μ* H_eff_telaio	9,06	9,95	10,91	12,38	13,92	16,17	

Valgono le stesse considerazioni già eseguite per i moltiplicatori delle pareti generare tramite modelli plate, vale a dire che la presenza del carico verticale, per ogni interpiano, avvicina in maniera significativa i moltiplicatori ricavati per le 2 geometrie a parità di  $\beta$  indagato (*H\_interp./D*). Inoltre, risulta evidente che l'applicazione del carico verticale abbassi notevolmente i moltiplicatori.

In vista della successiva disamina dei dati, è importante sottolineare come le quote H, ridotte a step di 50 mm, considerate per il calcolo di  $N_{cr}^{el}$ , sono sempre maggiori rispetto al dato di altezza effettiva dell'elemento maschio.

#### 7.3.4. Caso studio 2: moltiplicatori da approccio teorico/analitico

Seguono i dati tabellati (Tabella 27 e Tabella 28) dei valori dei moltiplicatori da approccio teorico usufruendo di tutti e 10 i telai e per i 2 diversi regimi, con annessi load case. Le tabelle riportano, inoltre, il dato di altezza effettiva dell'elemento maschio, derivante da telaio equivalente, e la frazione di essa ( $\mu$ ) in grado di generare il match tra i moltiplicatori.

Tabella 27 Frazioni delle altezze eff. e moltip. associati ad approccio teorico per PORTA E FINESTRA SFALSATE di caso studio 2

1

2

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 1_LC1							
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5		
H_eff_telaio [mm]	1857,38	1883,64	1919,03	1957,69	1999,17		
μ[-]	1,345	1,351	1,360	1,369	1,381		
MOLTIPAPPR	OCCIO TEORI	CO_CASO STU	IDIO 2_REGIN	<u>IE DI CARICO</u>	1_LC1		
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5		
H=2950 mm	499,73	572,37	681,09	819,70	997,21		
H=2900 mm	517,04	592,17	704,62	848,01	1031,31		
H=2850 mm	535,27	613,01	729,40	877,81	1067,04		
H=2800 mm	554,48	634,98	755,51	909,23	1104,68		
H=2750 mm	574,74	658,15	783,05	942,37	1144,38		
H=H_eff_telaio	1255,57	1394,72	1594,47	1838,44	2131,03		
H=μ* H_eff_telaio	695,97	767,97	868,84	991,85	1135,57		

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 1_LC2								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5			
H_eff_telaio [mm]	2400	2400	2400	2400	2400			
μ[-]	1,294	1,301	1,309	1,319	1,330			

MOLTIPAPPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5			
H=2950 mm	631,37	711,31	830,32	978,33	1164,89			
H=2900 mm	653,58	736,30	859,43	1012,59	1222,35			
H=2850 mm	676,98	762,61	890,09	1048,67	1248,83			
H=2800 mm	701,65	790,35	922,41	1086,71	1294,25			
H=2750 mm	727,68	819,62	956,52	1126,84	1342,17			
H=H_eff_telaio	958,00	1078,58	1258,21	1482,52	1766,15			
H=μ* H_eff_telaio	569,47	634,21	731,38	848,51	993,97			

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 2_LC1								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5								
H_eff_telaio [mm]	1857,38	1883,64	1919,03	1957,69	1999,17			
μ[-]	1,480	1,470	1,450	1,434	1,419			

MOLTIP APPROCCIO TEORICO CASO STUDIO 2 REGIME DI CARICO 2 I C1									
MOLTH ATTA									
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5				
H=2950 mm	95,09	104,03	116,66	131,25	147,85				
H=2900 mm	98,43	107,67	120,75	135,85	153,01				
H=2850 mm	101,94	111,52	125,05	140,69	158,44				
H=2800 mm	105,65	115,57	129,59	145,79	164,17				
H=2750 mm	109,56	119,84	134,38	151,17	170,21				
H=H_eff_telaio	241,34	256,44	276,73	298,88	322,82				
H=μ* H_eff_telaio	109,64	118,19	131,23	145,02	160,04				

3

4

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 2_LC2								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5			
H_eff_telaio [mm]	2400	2400	2400	2400	2400			
μ[-]	1,184	1,187	1,191	1,194	1,193			
MOLTIPAPPR	OCCIO TEORI	CO_CASO STU	IDIO 2_REGIN	AE DI CARICO	2_LC2			
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5			
H=2950 mm	99,57	108,47	121,01	135,44	151,82			
H=2900 mm	103,06	112,27	125,25	140,17	152,18			
H=2850 mm	106,73	116,27	129,71	145,16	162,70			
H=2800 mm	110,61	120,49	134,41	150,42	168,59			
H=2750 mm	114,69	124,94	139,37	155,97	174,79			
H=H_eff_telaio	150,85	164,31	183,26	205,01	229,70			
$H=\mu^* H_eff_telaio$	107,46	116,47	128,94	143,58	161,28			

Tabella 28 Frazioni delle altezze eff. e moltip. associati ad approccio teorico per PORTA E FINESTRA ALLINEATE di caso studio 2

1

ALTEZZE EFF. $e \mu_A$	ZZE EFF. e μ_APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 1_LC						
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5		
H_eff_telaio [mm]	1907,38	1933,64	1969,03	2007,69	2049,17		
μ[-]	1,300	1,308	1,318	1,328	1,335		

MOLTIPAPPR	OCCIO TEORI	CO_CASO STU	DIO 2_REGIN	1E DI CARICO	1_LC1
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5
H=2950 mm	483,80	555,06	663,59	800,18	974,76
H=2900 mm	500,60	574,30	686,56	827,86	1008,19
H=2850 mm	518,29	594,56	710,75	857,01	1043,24
H=2800 mm	536,93	615,92	736,24	887,73	1080,17
H=2750 mm	556,60	638,45	763,13	920,13	1119,12
H=H_eff_telaio	1155,42	1287,00	1479,72	1712,09	1991,49
H=μ* H_eff_telaio	684,40	754,41	856,47	978,58	1115,60

2

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 1_LC2								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5			
H_eff_telaio [mm]	2400	2400	2400	2400	2400			
μ[-]	1,270	1,275	1,283	1,293	1,300			

MOLTIPAPPR	IPAPPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2							
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5			
H=2950 mm	608,83	685,73	799,89	942,16	1120,92			
H=2900 mm	630,24	709,80	827,93	975,14	1160,22			
H=2850 mm	652,79	735,16	857,45	1009,88	1201,67			
H=2800 mm	676,56	761,89	888,58	1046,51	1245,36			
H=2750 mm	701,65	790,10	921,43	1085,15	1291,46			
H=H_eff_telaio	923,63	1039,63	1211,97	1427,66	1699,33			
H=μ* H_eff_telaio	570,17	636,87	733,68	850,85	1001,41			

3

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 2_LC1								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARET					PARETE 5			
H_eff_telaio [mm]	1907,38	1933,64	1969,03	2007,69	2049,17			
μ[-]	1,440	1,430	1,410	1,395	1,378			

MOLTIPAPPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1									
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PAR								
H=2950 mm	94,52	103,46	116,09	130,69	147,31				
H=2900 mm	97,84	107,08	120,15	135,27	152,45				
H=2850 mm	101,33	110,90	124,44	140,09	157,86				
H=2800 mm	105,02	114,93	128,95	145,17	163,56				
H=2750 mm	108,90	119,18	133,72	150,53	169,58				
H=H_eff_telaio	227,47	241,98	261,54	282,92	306,03				
H=μ* H_eff_telaio	109,17	117,87	131,17	145,09	160,84				

4

ALTEZZE EFF. e $\mu$ _APPROCCIO TEORICO_CASO STUDIO 2_ REGIME DI CARICO 2_LC2									
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5				
H_eff_telaio [mm]	2400	2400	2400	2400	2400				
μ[-]	1,182	1,185	1,190	1,193	1,195				
MOLTIPAPPR	OCCIO TEORI	CO_CASO STU	DIO 2_REGIN	<u>IE DI CARICO</u>	2_LC2				
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5				
H=2950 mm	98,90	107,79	120,32	134,73	151,10				
H=2900 mm	102,37	111,57	124,53	139,45	156,38				
H=2850 mm	106,02	115,54	128,96	144,41	161,93				
H=2800 mm	109,87	119,73	133,64	149,64	167,79				
H=2750 mm	113,93	124,16	138,57	155,17	173,97				
H=H_eff_telaio	149,85	163,28	182,21	203,95	228,61				
H=μ* H_eff_telaio	107,02	116,03	128,42	143,08	159,90				

Valgono le stesse considerazioni del primo caso studio. Lo sfalsamento/allineamento delle finestre incide sulla differenza dei moltiplicatori in assenza di carico verticale, tra le 2 geometrie, per entrambe i load case, quindi sia quando si valuta l'instabilità dal lato della finestra sia quando si valuta l'instabilità dal lato porta. Tale differenza, rispetto a quanto osservato per i moltiplicatori dei modelli plate, è attribuibile al fatto che l'approccio teorico utilizzato risulta approssimativo e basato su numerose ipotesi arbitrarie.

In vista della successiva disamina dei dati, è importante sottolineare come le quote H, ridotte a step di 50 mm, considerate per il calcolo di  $N_{cr}^{el}$ , sono sempre maggiori rispetto al dato di altezza effettiva dell'elemento maschio.

Terminato il ricavo dei moltiplicatori si è proceduto eseguendo il rapporto tra gli stessi secondo la seguente formula (22):

$$rapporto\_moltiplicatori = rac{moltiplicatore\ approccio\ teorico/analitico}{moltiplicatore\ modello\ plate}$$

(22)

Come è facile concludere dalle tabelle mostrate (Tabella 23 - Tabella 28), in riferimento al caso studio considerato, ad un preciso regime di carico e ad un determinato load case, il singolo moltiplicatore di parete modellata a plate viene confrontato con diversi moltiplicatori derivanti da approccio teorico, al variare dell'altezza considerata per il calcolo di  $N_{cr}^{el}$ . Per questa ragione l'impostazione delle tabelle che elencano i *rapporto\_moltiplicatori* somiglierà a quella di Tabella 25 - Tabella 28.

#### 7.4.1. Caso studio 1: rapporto tra i moltiplicatori

1 RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
-	PARETE 5	PARETE 6							
	H=2950 mm	0,62	0,63	0,65	0,67	0,69	0,72		
	H=2900 mm	0,64	0,66	0,67	0,69	0,71	0,74		
	H=2850 mm	0,66	0,68	0,70	0,72	0,74	0,76		
	H=2800 mm	0,68	0,70	0,72	0,74	0,76	0,79		
	H=2750 mm	0,71	0,73	0,75	0,77	0,79	0,82		
	H=H_eff_telaio	0,87	0,87	0,87	0,87	0,86	0,85		
	H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		

Tabella 29 Rapporto tra i moltiplicatori per GEOMETRIA 1 di caso studio 1

-
Ý 1
_

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2									
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARETE								
H=2950 mm	0,63	0,64	0,66	0,68	0,69	0,71			
H=2900 mm	0,65	0,67	0,68	0,70	0,72	0,74			
H=2850 mm	0,67	0,69	0,70	0,72	0,74	0,77			
H=2800 mm	0,70	0,72	0,73	0,75	0,77	0,79			
H=2750 mm	0,73	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82			
H=H_eff_telaio	0,89	0,89	0,88	0,88	0,87	0,85			
$H=\mu^* H$ eff telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			

~
×.
5

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3								
	PARETE 1	PARETE 2	PARETE 3	PARETE 4	PARETE 5	PARETE 6		
H=2950 mm	0,67	0,68	0,69	0,71	0,72	0,74		
H=2900 mm	0,69	0,70	0,72	0,74	0,75	0,77		
H=2850 mm	0,72	0,73	0,74	0,76	0,78	0,80		
H=2800 mm	0,74	0,76	0,77	0,79	0,80	0,83		
H=2750 mm	0,77	0,78	0,80	0,82	0,83	0,86		
H=H_eff_telaio	0,95	0,94	0,93	0,92	0,91	0,89		
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		

1	RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1								
1		PARETE 7	PARETE 8	PARETE 9	PARETE 10	PARETE 11	PARETE 12		
	H=2950 mm	0,60	0,62	0,63	0,66	0,68	0,70		
	H=2900 mm	0,62	0,64	0,65	0,68	0,70	0,73		
	H=2850 mm	0,64	0,66	0,68	0,70	0,72	0,75		
	H=2800 mm	0,66	0,68	0,70	0,73	0,75	0,78		
	H=2750 mm	0,69	0,71	0,73	0,75	0,78	0,81		
	H=H_eff_telaio	0,90	0,90	0,90	0,90	0,89	0,88		
	H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		

Tabella 30 Rapporto tra i moltiplicatori per GEOMETRIA 2 di caso studio 1

2
-

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2									
	PARETE 11	PARETE 12							
H=2950 mm	0,61	0,63	0,64	0,66	0,68	0,70			
H=2900 mm	0,63	0,65	0,66	0,68	0,70	0,73			
H=2850 mm	0,65	0,67	0,69	0,71	0,73	0,75			
H=2800 mm	0,68	0,69	0,71	0,73	0,75	0,78			
H=2750 mm	0,70	0,72	0,74	0,76	0,78	0,81			
H=H_eff_telaio	0,92	0,92	0,92	0,91	0,90	0,88			
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			

3	RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3								
PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PAR									
	H=2950 mm	0,65	0,67	0,68	0,70	0,71	0,73		
	H=2900 mm	0,67	0,69	0,70	0,72	0,74	0,76		
	H=2850 mm	0,70	0,71	0,73	0,75	0,76	0,79		
	H=2800 mm	0,72	0,74	0,75	0,78	0,79	0,82		
	H=2750 mm	0,75	0,77	0,78	0,80	0,82	0,85		
	H=H_eff_telaio	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,92		
	H=µ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		

Per entrambe le geometrie di caso studio 1 si può notare che il rapporto tra i moltiplicatori tende ad aumentare al diminuire dell'altezza H considerata per il calcolo di  $N_{cr}^{el}$ . L'uguaglianza tra i moltiplicatori si verifica per un'altezza sempre inferiore all'altezza effettiva del maschio di telaio equivalente, per tutte le pareti indagate. Infatti i valori di  $\mu$  considerati, per ambedue le geometrie, sono sempre inferiori a 1 come visibile in Tabella 25 e Tabella 26.

## 7.4.2. Caso studio 2: rapporto tra i moltiplicatori

Tabella 31 Rapporto tra i moltiplicatori nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE di caso studio 2

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1									
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARE									
H=2950 mm	0,72	0,75	0,79	0,83	0,88				
H=2900 mm	0,74	0,77	0,81	0,86	0,91				
H=2850 mm	0,77	0,80	0,84	0,89	0,94				
H=2800 mm	0,80	0,83	0,87	0,92	0,98				
H=2750 mm	0,83	0,86	0,90	0,95	1,01				
H=H_eff_telaio	1,81	1,82	1,84	1,86	1,88				
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00				

2

1

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2								
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE							
H=2950 mm	1,11	1,12	1,13	1,15	1,17			
H=2900 mm	1,15	1,16	1,17	1,19	1,23			
H=2850 mm	1,19	1,20	1,21	1,23	1,26			
H=2800 mm	1,23	1,24	1,26	1,27	1,30			
H=2750 mm	1,28	1,29	1,30	1,32	1,35			
H=H_eff_telaio	1,68	1,69	1,71	1,74	1,78			
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1										
	PARETE 1	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PAR								
H=2950 mm	0,87	0,88	0,89	0,90	0,93					
H=2900 mm	0,90	0,91	0,92	0,93	0,96					
H=2850 mm	0,93	0,94	0,95	0,97	0,99					
H=2800 mm	0,97	0,98	0,99	1,00	1,03					
H=2750 mm	1,00	1,01	1,03	1,04	1,07					
H=H_eff_telaio	2,21	2,17	2,11	2,05	2,03					
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00					

4

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2						
	PARETE 1	PARETE 4	PARETE 5			
H=2950 mm	0,93	0,94	0,94	0,95	0,94	
H=2900 mm	0,96	0,97	0,97	0,98	0,94	
H=2850 mm	1,00	1,00	1,01	1,02	1,00	
H=2800 mm	1,03	1,04	1,05	1,05	1,04	
H=2750 mm	1,07	1,08	1,08	1,09	1,08	
H=H_eff_telaio	1,41	1,42	1,43	1,43	1,42	
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	

1	1
---	---

Tabella 32 Rapporto tra i moltiplicatori nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE di caso studio 2

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1								
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARE							
H=2950 mm	0,71	0,74	0,78	0,82	0,87			
H=2900 mm	0,73	0,76	0,81	0,85	0,90			
H=2850 mm	0,76	0,79	0,83	0,88	0,93			
H=2800 mm	0,79	0,82	0,86	0,91	0,97			
H=2750 mm	0,82	0,85	0,89	0,94	1,00			
H=H_eff_telaio	1,69	1,71	1,74	1,76	1,78			
H=µ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			

2

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2										
	PARETE 1	ARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE								
H=2950 mm	1,06	1,07	1,09	1,10	1,12					
H=2900 mm	1,10	1,11	1,12	1,14	1,16					
H=2850 mm	1,14	1,15	1,16	1,18	1,20					
H=2800 mm	1,18	1,19	1,21	1,22	1,25					
H=2750 mm	1,23	1,24	1,25	1,27	1,30					
H=H_eff_telaio	1,61	1,63	1,65	1,67	1,70					
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00					

2	
5	

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1										
	PARETE 1	ARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE								
H=2950 mm	0,87	0,88	0,89	0,90	0,91					
H=2900 mm	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94					
H=2850 mm	0,93	0,94	0,95	0,96	0,98					
H=2800 mm	0,96	0,97	0,99	1,00	1,01					
H=2750 mm	1,00	1,01	1,02	1,04	1,05					
H=H_eff_telaio	2,09	2,05	2,00	1,95	1,89					
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00					

4

RAPPORTO MOLTIPLICATORI_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2									
	PARETE 1	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARET							
H=2950 mm	0,93	0,93	0,94	0,94	0,95				
H=2900 mm	0,96	0,96	0,97	0,98	0,98				
H=2850 mm	0,99	1,00	1,00	1,01	1,02				
H=2800 mm	1,03	1,03	1,04	1,05	1,05				
H=2750 mm	1,07	1,07	1,08	1,09	1,09				
H=H_eff_telaio	1,40	1,41	1,42	1,43	1,44				
H=μ* H_eff_telaio	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00				

Per entrambe le geometrie di caso studio 2 si può notare che il rapporto tra i moltiplicatori tende ad aumentare al diminuire dell'altezza H considerata per il calcolo di  $N_{cr}^{el}$ . L'uguaglianza tra i moltiplicatori si verifica per un'altezza sempre superiore all'altezza effettiva del maschio di telaio equivalente, per tutte le pareti indagate. Infatti i valori di  $\mu$  considerati, per ambedue le geometrie, sono sempre superiori a 1 come visibile in Tabella 27 e Tabella 28.

## 7.5. Riduzione dell'angolo necessario alla determinazione di h' per caso studio 1

Per il solo caso studio 1 è stato deciso di approfondire un ulteriore aspetto. L'altezza *H* necessaria ad ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori, per il primo caso studio, è risultata essere sempre inferiore rispetto al dato di altezza effettiva dell'elemento maschio isolato, derivante dalla costruzione del telaio equivalente. Trattandosi di un elemento maschio che affianca il vano porta, la sua altezza effettiva nello schema a telaio deriva direttamente da una quota h' calcolata basandosi sull'orientamento di un angolo di 30°, come visibile in Figura 4. Indi per cui si è ritenuto interessante valutare, a partire dal dato di  $H = \mu * H_e f f_t elaio$ , quale fosse il dato di h' e, conseguentemente, l'angolo ad esso associato, minore di 30°, definito come  $\varphi$ . Tali valutazioni sono state eseguite per tutti i regimi di carico del primo caso studio e per ambedue le geometrie

Tabella 33 Variazione dell'angolo φ per GEOΝ	METRIA 1 di caso studio 1	! (primo regime di carico)
--	---------------------------	----------------------------

VARIAZIONE ANGOLO $arphi$ _CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARETE								
H=H_eff_telaio [mm]	2479,52	2512,86	2545,30	2592,36	2637,57	2702,13			
μ[-]	0,934	0,934	0,933	0,931	0,927	0,920			
H=μ *H_eff_telaio [mm]	2315,87	2347,01	2374,77	2413,48	2445,03	2485,96			
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
h'_porta [mm]	2178,37	2200,54	2219,35	2245,38	2263,25	2283,26			
φ[°]	9,13	10,59	11,48	12,38	12,48	12,17			

VARIAZIONE ANGOLO $arphi$ _CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PARETE									
H=H_eff_telaio [mm]	2398,06	2432,80	2466,58	2515,51	2562,45	2629,36			
μ[-]	0,951	0,951	0,949	0,946	0,941	0,933			
H=µ *H_eff_telaio [mm]	2280,56	2313,60	2340,78	2379,67	2411,26	2453,19			
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
h'_porta [mm]	2133,28	2156,92	2173,94	2198,59	2214,73	2233,27			
φ [°]	15,29	16,28	16,49	16,69	16,23	15,35			



### VARIAZIONE ANGOLO $\varphi$ (regime carico 1)

VARIAZIONE ANGOLO $\varphi$ _CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2									
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARETE									
H=H_eff_telaio [mm]	2479,52	2512,86	2545,30	2592,36	2637,57	2702,13			
μ[-]	0,945	0,945	0,943	0,938	0,931	0,922			
H=µ *H_eff_telaio [mm]	2343,14	2374,65	2398,95	2431,63	2455,58	2491,37			
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
h'_porta [mm]	2212,85	2236,24	2251,29	2270,19	2278,23	2291,40			
φ[°]	13,03	14,22	14,44	14,41	13,59	12,69			

Tabella 35 Variazione dell'angolo φ per GEOMETRIA 1 di caso studio 1 (secondo regime di carico)

Tabella 36 Variazione dell'angolo φ per GEOMETRIA 2 di caso studio 1 (secondo regime di carico)

VAR	VARIAZIONE ANGOLO $arphi$ _CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
	PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PARETE 12									
H=H_eff_telaio [mm]	2398,06	2432,80	2466,58	2515,51	2562,45	2629,36				
μ[-]	0,962	0,962	0,960	0,955	0,948	0,938				
H=μ *H_eff_telaio [mm]	2306,94	2340,36	2366,68	2402,31	2429,20	2466,34				
β [-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74				
h'_porta [mm]	2167,01	2191,90	2208,61	2230,00	2240,62	2253,46				
φ [°]	18,91	19,65	19,55	19,15	18,07	16,60				

Tabella 37 Variazione dell'angolo φ per GEOMETRIA 1 di caso studio 1 (terzo regime di carico)

VARIAZIONE ANGOLO $arphi$ _CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3									
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARET									
H=H_eff_telaio [mm]	2479,52	2512,86	2545,30	2592,36	2637,57	2702,13			
μ[-]	0,971	0,971	0,967	0,961	0,951	0,940			
H=μ *H_eff_telaio [mm]	2407,61	2439,98	2461,31	2489,96	2508,33	2540,01			
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
h'_porta [mm]	2293,29	2319,38	2332,41	2348,67	2351,95	2363,39			
φ [°]	21,63	22,20	21,58	20,57	18,86	17,22			

Tabella 38 Variazione dell'angolo φ per GEOMETRIA 2 di caso studio 1 (terzo regime di carico)

VARIAZIONE ANGOLO $arphi$ _CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PARETE									
H=H_eff_telaio [mm]	2398,06	2432,80	2466,58	2515,51	2562,45	2629,36			
μ[-]	0,993	0,993	0,989	0,982	0,972	0,960			
H=μ *H_eff_telaio [mm]	2381,28	2415,78	2439,45	2468,97	2489,42	2522,87			
β [-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
h'_porta [mm]	2260,60	2288,77	2304,17	2320,64	2325,73	2338,27			
φ[°]	28,13	28,25	27,37	25,83	23,83	21,70			





L'andamento dell'angolo  $\varphi$ , al variare del parametro adimensionale  $\beta$ , risulta abbastanza simile per tutti e 3 i regimi di carico indagati. Le curve presentano tutte, all'aumentare del valore di  $\beta$ , una fase di crescita iniziale, più significativa per i regimi di carico 2 e 3 rispetto a regime di carico 1, seguita da una successiva fase di decrescita. In generale vale che al crescere dell'entità del carico verticale, interessante il regime di carico, la riduzione dell'angolo  $\varphi$ , da considerare per il ricavo di una quota *H* che consenta l'uguaglianza tra i moltiplicatori, va diminuendo.

Come è possibile notare dai grafici riportati, i valori di  $\beta$  considerati sono stati leggermente "corretti" rispetto al loro valore reale riportato nelle tabelle (Tabella 33 - Tabella 38); ciò garantisce una maggior chiarezza grafica senza apportare alterazioni significative nei risultati. Verranno utilizzati tali valori di  $\beta$  "corretti" anche per le rappresentazioni grafiche successive; rappresentazioni grafiche dipendenti da grandezze adimensionali permettono di trarre conclusioni che vanno oltre il singolo caso studio, mantenendo costanti approcci e ipotesi adottati.

# 7.6. Rappresentazioni grafiche legate al dato di altezza *H* necessario per ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori

Definire quale sia, parete per parete, quel valore di H, necessario al calcolo di  $N_{cr}^{el}$ , che permetta di ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori risulta fondamentale nel registrare la possibilità, o meno, di definire una legge che connetta il dato di altezza H, da usare nella formula di  $N_{cr}^{el}$ , con una quota geometrica significativa come l'altezza interpiano associata alla generica parete in esame e il parametro adimensionale  $\beta$ . Seguono, quindi, dati tabulati e rappresentazioni grafiche utili, eventualmente, a perseguire l'obbiettivo sopradescritto.

#### 7.6.1. Caso studio 1: rappresentazione grafica dei valori di $\mu$

$\beta$ - $\mu_{CASO}$ STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
	PARETE 1     PARETE 2     PARETE 3     PARETE 4     PARETE 5     PARETE 6								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
μ[-]	μ[-] 0,934 0,934 0,933 0,931 0,927 0,920								

Tabella 39 Valori di  $\beta$ - $\mu$  per GEOMETRIA 1 (tutti i regimi di carico)

$\beta$ - $\mu_{caso}$ studio 1_regime di carico 2									
	PARETE 1     PARETE 2     PARETE 3     PARETE 4     PARETE 5     PARETE 6								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
μ[-]	μ[-] 0,945 0,945 0,943 0,938 0,931 0,922								

$\beta$ - $\mu_{caso}$ studio 1_regime di carico 3								
	PARETE 1     PARETE 2     PARETE 3     PARETE 4     PARETE 5     PARETE 6							
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
μ[-]	0,971	0,971	0,967	0,961	0,951	0,940		

*Tabella 40 Valori di β-μ per GEOMETRIA 2 (tutti i regimi di carico)* 

$\beta$ - $\mu_{caso}$ studio 1_regime di carico 1								
	PARETE 7         PARETE 8         PARETE 9         PARETE 10         PARETE 11         PARETE 12							
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
μ[-]	0,951	0,951	0,949	0,946	0,941	0,933		

$\beta$ - $\mu_{caso}$ studio 1_regime di carico 2									
	PARETE 7         PARETE 8         PARETE 9         PARETE 10         PARETE 11         PARETE 12								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
μ[-]	0,962	0,962	0,960	0,955	0,948	0,938			

$\beta$ - $\mu_{caso}$ studio 1_regime di carico 3								
	PARETE 7         PARETE 8         PARETE 9         PARETE 10         PARETE 11         PARETE 12							
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
μ[-]	0,993	0,993	0,989	0,982	0,972	0,960		



#### 90

I grafici mostrati raffigurano come varia il parametro  $\mu$  a parità di regime di carico o a parità di geometria considerata. In generale vale che l'altezza necessaria ad ottenere la coincidenza tra i moltiplicatori è inferiore rispetto al dato di  $H_eff_telaio$  associata alla costruzione del telaio equivalente per ogni parete. Si ricorda, a tal proposito, che tutti i dati di  $H_eff_telaio$  considerati coincidono con dati di  $H_eff_PORTA$  per ambedue le geometrie.

Tutte le curve presentano un andamento molto simile: al crescere del valore di  $\beta$ , quindi al diminuire della larghezza del maschio *D* a parità di *H\_interp*, il valore di  $\mu$  tende lentamente ad aumentare fino a formare un plateau.

La presenza di un carico verticale, piano per piano, pari 5 volte o a 10 volte l'entità del carico orizzontale (RC2 e RC3) non altera l'andamento delle curve; tuttavia, per ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori è necessario, a parità di  $\beta$ , aumentare il dato di frazione di altezza effettiva del maschio ( $\mu$ ) da dover considerare.

#### 7.6.2. Caso studio 2: rappresentazione grafica dei valori di $\mu$

Tabella 41 Valori di β-μ nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE (tutti i regimi di carico)

$\beta$ - $\mu$ _CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1								
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE							
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,345 1,351 1,360 1,369 1,381								

$eta$ - $\mu_{CASO}$ STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2								
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5							
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,294 1,301 1,309 1,319 1,330								

$\beta$ - $\mu$ _CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,480 1,470 1,450 1,434 1,419								

$\beta$ - $\mu_{CASO}$ STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,184 1,187 1,191 1,194 1,193								

Tabella 42 Valori di β-μ nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE (tutti i regimi di carico)

$eta$ - $\mu_{L}$ CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,300 1,308 1,318 1,328 1,335								

$\beta$ - $\mu_{CASO}$ STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,270 1,275 1,283 1,293 1,300								

$eta$ - $\mu_{}$ CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1								
	PARETE 1         PARETE 2         PARETE 3         PARETE 4         PARETE 5							
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00			
μ[-] 1,440 1,430 1,410 1,395 1,378								

$\beta$ - $\mu$ _CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2									
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5									
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00				
μ[-]	μ[·] 1,182 1,185 1,190 1,193 1,195								



93

I grafici mostrati raffigurano come varia il parametro  $\mu$  a parità di regime di carico o a parità di geometria considerata. In generale vale che l'altezza necessaria ad ottenere la coincidenza tra i moltiplicatori è superiore rispetto al dato di  $H_eff_telaio$  associata alla costruzione del telaio equivalente per ogni parete. Si ricorda, a tal proposito, che i dati di  $H_eff_telaio$  considerati coincidono con i dati di  $H_eff_FINESTRA$  per load case 1 e con i dati di  $H_eff_PORTA$  per load case 2; tali considerazioni valgono per ambedue le geometrie.

Per il primo regime di carico, in assenza di carico verticale, il comportamento delle curve è molto simile per entrambe le geometrie, all'aumentare di  $\beta$  il valore di  $\mu$  tende lentamente a diminuire.

Per il secondo regime di carico, invece, accade che valutando l'instabilità lato finestra, load case 1, all'aumentare di  $\beta$  il valore di  $\mu$  tende ad aumentare; valutando, invece, l'instabilità lato porta, load case 2, all'aumentare di  $\beta$  il valore di  $\mu$  tende a mantenere un valore pressochè costante.

A parità di geometria accade che, nel passaggio dal primo al secondo regime di carico, il valore di  $\mu$  che permette di ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori aumenta per load case 1 e diminuisce per load case 2. L'allineamento o il disallineamento di porta e finestra, non influenza l'andamento delle curve.

#### 7.6.3. Caso studio 1: rappresentazione grafica dei rapporti H/H\_interpiano

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARETE 6								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
H=μ* H_eff_telaio [mm]	<i>H</i> =μ* <i>H</i> _eff_telaio [mm] 2315,87 2347,01 2374,77 2413,48 2445,03 2485,96							
H/H_interp.[-]	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84		

Tabella 43 Valori di β-(H/H\_interp.) per GEOMETRIA 1 (tutti i regimi di carico)

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARETE 6								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
H=µ* H_eff_telaio [mm]	<i>H</i> =μ* <i>H</i> _eff_telaio [mm] 2343,14 2374,65 2398,95 2431,63 2455,58 2491,37							
H/H_interp.[-]	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84		

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3								
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5 PARETE 6								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
H=µ* H_eff_telaio [mm]	H=μ* H_eff_telaio [mm] 2407,61 2439,98 2461,31 2489,96 2508,33 2540,01							
H/H_interp.[-]	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85	0,86		

Tabella 44 Valori di β-(H/H\_interp.) per GEOMETRIA 2 (tutti i regimi di carico)

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 1									
PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PARETE 12									
β [-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74			
H=µ* H_eff_telaio [mm]	<i>H</i> =μ* <i>H</i> _eff_telaio [mm] 2280,56 2313,60 2340,78 2379,67 2411,26 2453,19								
H/H_interp.[-]	0,77	0,78	0,79	0,81	0,82	0,83			

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 2								
PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PARETE 12								
β [-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
$H=\mu^* H_eff_telaio [mm]$	2306,94	2340,36	2366,68	2402,31	2429,20	2466,34		
H/H_interp.[-]	0,78	0,79	0,80	0,81	0,82	0,84		

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3								
PARETE 7 PARETE 8 PARETE 9 PARETE 10 PARETE 11 PARETE 1								
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	1,74		
H=µ* H_eff_telaio [mm]	2381,28	2415,78	2439,45	2468,97	2489,42	2522,87		
H/H_interp.[-]	0,81	0,82	0,83	0,84	0,84	0,84		

## H/H\_interpiano\_REGIME DI CARICO 1 ----- PARETI 1-6 (RC1) ----- PARETI 7-12 (RC1) 0,85 0,80 0,75 0,70 1,750 2,000 2,250 2,500 2,750 3,000





96

I grafici mostrati raffigurano come varia il parametro  $H/H_interpiano$  a parità di regime di carico o a parità di geometria considerata. In generale vale che il rapporto  $H/H_interpiano$  associato alla coincidenza tra i moltiplicatori è inferiore rispetto all'unità, ciò significa che il dato di H risulta essere sempre inferiore rispetto al dato di quota interpiano. Si ricorda, a tal proposito, che tutti i dati di Hconsiderati derivano da dati di  $H_eff_PORTA$  per ambedue le geometrie.

Tutte le curve presentano un andamento molto simile: al crescere del valore di  $\beta$ , quindi al diminuire della larghezza del maschio *D* a parità di *H\_interp*, il valore del rapporto tende progressivamente a diminuire.

La presenza di un carico verticale, piano per piano, pari 5 volte o a 10 volte l'entità del carico orizzontale (RC2 e RC3) non altera l'andamento delle curve; tuttavia, per ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori è necessario, a parità di  $\beta$ , aumentare il dato di *H* da dover considerare, quindi aumentare l'entità del rapporto.

#### 7.6.4. Caso studio 2: rappresentazione grafica dei rapporti H/H\_interpiano

Tabella 45 Valori di β-(H/H\_interp.) nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE (tutti i regimi di carico)

$\beta$ - ( <i>H</i> / <i>H_interp.</i> )_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1							
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE						
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00		
H=μ* H_eff_telaio [mm]	2498,18	2544,80	2609,88	2680,08	2760,86		
H/H_interp.[-]	0,85	0,86	0,88	0,91	0,94		

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2						
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5					
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	
H=μ* H_eff_telaio [mm]	3105,60	3122,40	3141,60	3166,08	3192,00	
H/H_interp.[-]	1,05	1,06	1,06	1,07	1,08	

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1						
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5					
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	
H=µ* H_eff_telaio [mm]	2748,92	2768,96	2782,60	2807,33	2835,83	
H/ H_interp. [-]	0,93	0,94	0,94	0,95	0,96	

$\beta$ - ( <i>H</i> / <i>H_interp.</i> )_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2						
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5						
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	
H=µ* H_eff_telaio [mm]	2840,40	2847,60	2858,40	2865,60	2862,48	
H/H_interp.[-]	0,96	0,97	0,97	0,97	0,97	

*Tabella 46 Valori di β-(H/H\_interp.) nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE (tutti i regimi di carico)* 

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1							
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5						
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00		
H=µ* H_eff_telaio [mm]	2479,60	2529,21	2595,18	2666,22	2735,65		
H/H_interp.[-]	H/H_interp. [-] 0,84 0,86 0,88 0,90 0,93						

β - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2						
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5						
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	
H=µ* H_eff_telaio [mm]	3048,00	3060,00	3079,20	3103,20	3120,00	
H/H_interp.[-]	1,03	1,04	1,04	1,05	1,06	

$eta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1							
	PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5						
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00		
H=µ* H_eff_telaio [mm]	2746,63	2765,11	2776,33	2800,73	2823,56		
H/H_interp.[-]	0,93	0,94	0,94	0,95	0,96		

$\beta$ - (H/H_interp.)_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2						
PARETE 1 PARETE 2 PARETE 3 PARETE 4 PARETE 5						
β[-]	3,03	2,74	2,51	2,23	2,00	
H=µ* H_eff_telaio [mm]	2836,80	2844,00	2856,00	2863,20	2868,00	
H/ H_interp. [-]	0,96	0,96	0,97	0,97	0,97	



#### *H/H\_interpiano\_REGIME DI CARICO* 1

I grafici mostrati raffigurano come varia il parametro  $H/H_interpiano$  a parità di regime di carico o a parità di geometria considerata. Il rapporto  $H/H_interpiano$  associato alla coincidenza tra i moltiplicatori risulta essere sempre inferiore all'unità, tranne che per il caso in cui si valuta l'instabilità lato porta, load case 2, nel primo regime di carico.

Per il primo regime di carico, in assenza di carico verticale, il comportamento delle curve è molto simile per entrambe le geometrie, all'aumentare di  $\beta$  il valore del rapporto tende a diminuire in modo più significativo se si valuta l'instabilità lato finestra piuttosto che l'instabilità lato porta.

Per il secondo regime di carico, invece, accade che all'aumentare di  $\beta$  la riduzione del rapporto è molto simile indipendentemente da geometria o load case considerato.

A parità di geometria accade che, nel passaggio dal primo al secondo regime di carico, il valore di  $H/H_interpiano$  che permette di ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori aumenta per load case 1 e diminuisce per load case 2. L'allineamento o il disallineamento di porta e finestra, non influenza l'andamento delle curve.

## 7.7. Confronto tra la resistenza del materiale e lo stato tensionale raggiunto in condizione di buckling

Un ultimo aspetto interessante da analizzare coincide con la valutazione dello stato tensionale che il corpo parete, considerato nella sua interezza, raggiunge nella condizione di buckling. L'analisi di tale aspetto permette di concludere se l'elemento strutturale in esame è in grado di collassare per sopraggiunto fenomeno di instabilità oppure se il suo collasso è legato alla resistenza del materiale. Per trarre tali conclusioni è necessario farsi plottare l'andamento delle tensioni principali di compressione per i modelli plate delle pareti, tramite lancio dell'analisi statica lineare, e selezionare il massimo valore raggiunto. Moltiplicando il massimo valore selezionato per i moltiplicatori tabulati ai paragrafi 7.2.1. e 7.2.2. ciò che si ottiene è il dato di tensione massima raggiunto dalla parete in condizione di instabilità. Segue immagine (Figura 43) che mostra un esempio di andamento tensionale per primo e secondo caso studio, il colore che identifica l'entità della tensione varia gradualmente all'aumentare del dato di compressione fino a risultare massima alla base. Tutti i dati tensionali massimi di compressione sono stati rinvenuti, sia per caso studio 1 che per caso studio 2, all'interno delle porzioni di parete opportunamente isolate per eseguire il confronto tra i moltiplicatori



Figura 43 Esempio di raffigurazione delle tensioni massime di compressione

### 7.7.1. Caso studio 1: valori tensionali

	TENSIONI_PARETE INTE	RA_CASO STUDIO 1_REG	IME DI CARICO 1
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling
	[MPa]	[-]	[MPa]
PARETE 1	16,59	26,92	446,60
PARETE 2	14,20	30,72	436,22
PARETE 3	12,32	34,71	427,63
PARETE 4	10,14	41,03	416,04
PARETE 5	8,51	47,75	406,35
PARETE 6	6,73	58,55	394,04
PARETE 7	17,05	26,37	449,61
PARETE 8	14,59	30,10	439,16
PARETE 9	12,64	34,01	429,89
PARETE 10	10,39	40,21	417,78
PARETE 11	8,71	46,78	407,45
PARETE 12	6,87	57,35	393,99

 Tabella 47 Valori tensionali per GEOMETRIA 1 e 2 (primo regime di carico)
 \$\$

Tabella 48 Valori tensionali per GEOMETRIA 1 e 2 (secondo regime di carico)

	TENSIONI_PARETE INTE	RA_CASO STUDIO 1_REG	IME DI CARICO 2
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling
	[MPa]	[-]	[MPa]
PARETE 1	22,80	13,85	315,78
PARETE 2	19,82	15,43	305,82
PARETE 3	17,44	17,03	297,00
PARETE 4	14,66	19,48	285,58
PARETE 5	12,55	21,98	275,85
PARETE 6	10,21	25,8	263,42
PARETE 7	23,32	13,84	322,75
PARETE 8	20,26	15,42	312,41
PARETE 9	17,81	17,02	303,13
PARETE 10	14,95	19,47	291,08
PARETE 11	12,78	21,97	280,78
PARETE 12	10,38	25,78	267,60

Tabella 49 Valori tensionali per GEOMETRIA 1 e 2 (terzo regime di carico)

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 1_REGIME DI CARICO 3			
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling
	[MPa]	[-]	[MPa]
PARETE 1	29,00	9,02	261,58
PARETE 2	25,44	9,97	253,64
PARETE 3	22,56	10,93	246,58
PARETE 4	19,18	12,38	237,45
PARETE 5	16,59	13,85	229,77
PARETE 6	13,69	16,07	220,00
PARETE 7	29,59	9,04	267,49
PARETE 8	25,93	9,99	259,04
PARETE 9	22,98	10,96	251,86
PARETE 10	19,52	12,41	242,24
PARETE 11	16,86	13,88	234,02
PARETE 12	13,88	16,1	223,47



#### tensioni di compressione\_PARETI 1-6

tensioni di compressione\_PARETI 7-12



Le curve tratteggiate rappresentano le tensioni raggiunte dai modelli lanciando l'analisi lineare statica mentre le curve continue rappresentano le tensioni raggiunte dai modelli lanciando l'analisi di buckling.

È semplice concludere che le tensioni raggiunte in condizione di buckling, dalle pareti in esame, risultano essere nettamente superiori rispetto ai limiti resistenziali del calcestruzzo; in generale, ciò significa che le pareti collasseranno prima che sopraggiunga il fenomeno di instabilità.

Come è possibile notare dai grafici, l'andamento tensionale è molto simile al variare del regime di carico; inoltre, a parità di  $\beta$ , il valore di tensione di compressione registrato all'aumentare del carico verticale previsto dal regime, lanciando l'analisi statica lineare, tende a crescere. Al contrario, i valori di tensione massima di compressione in condizione di buckling diminuiscono all'aumentare del carico verticale previsto dal regime. Ciò permette di concludere che, a parità di  $\beta$ , maggiore è il valore di tensione massima di compressione registrato lanciando l'analisi statica lineare e minore sarà il valore della stessa tensione massima registrato in condizione di instabilità, per i regimi di carico trattati.

La somiglianza tra le 2 geometrie analizzate è tale da permettere di registrare entità delle tensioni molto simili, a parità di curva indagata.

### 7.7.2. Caso studio 2: valori tensionali

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1				
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling	
	[MPa]	[-]	[MPa]	
PARETE 1	1,1147	695,57	775,35	
PARETE 2	0,968	765,29	740,80	
PARETE 3	0,8310	866,68	720,21	
PARETE 4	0,7086	987,95	700,06	
PARETE 5	0.6025	1131.12	681.50	

Tabella 50 Valori tensionali nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE (primo regime di carico)

	TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2				
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling		
	[MPa]	[-]	[MPa]		
PARETE 1	1,1856	570,26	676,10		
PARETE 2	1,0554	636,43	671,69		
PARETE 3	0,9078	734,11	666,43		
PARETE 4	0,7752	852,75	661,05		
PARETE 5	0,6590	994,78	655,56		

Tabella 51 Valori tensionali nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE (primo regime di carico)

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC1				
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling	
	[MPa]	[-]	[MPa]]	
PARETE 1	1,1026	682,28	752,28	
PARETE 2	0,9639	751,69	724,55	
PARETE 3	0,8270	852,77	705,24	
PARETE 4	0,7053	973,81	686,83	
PARETE 5	0,5998	1116,87	669,90	

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 1_LC2			
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling
	[MPa]	[-]	[MPa]
PARETE 1	1,1997	572,15	686,41
PARETE 2	1,0664	638,38	680,77
PARETE 3	0,9155	736,17	673,96
PARETE 4	0,7806	854,98	667,40
PARETE 5	0,6626	997,24	660,77

Tabella 52 Valori tensionali nel caso di PORTA E FINESTRA SFALSATE (secondo regime di carico)

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1				
	max_tensione_compr. moltip. Parete intera max_tensione_compr_buckl			
	[MPa]	[-]	[MPa]	
PARETE 1	2,405	109,34	262,96	
PARETE 2	2,1402	118,38	253,36	
PARETE 3	1,8436	131,08	241,66	
PARETE 4	1,5812	145,64	230,29	
PARETE 5	1,3541	159,26	215,65	

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2				
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling	
	[MPa]	[-]	[MPa]	
PARETE 1	2,298	106,96	245,79	
PARETE 2	2,0624	115,91	239,05	
PARETE 3	1,7937	128,49	230,47	
PARETE 4	1,5512	142,94	221,73	
PARETE 5	1,3432	162,08	217,71	

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC1			
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling
	[MPa]	[-]	[MPa]
PARETE 1	2,3816	108,86	259,26
PARETE 2	2,1211	117,91	250,10
PARETE 3	1,8290	130,62	238,90
PARETE 4	1,5699	145,18	227,92
PARETE 5	1,3453	161,63	217,44

#### Tabella 53 Valori tensionali nel caso di PORTA E FINESTRA ALLINEATE (secondo regime di carico)

TENSIONI_PARETE INTERA_CASO STUDIO 2_REGIME DI CARICO 2_LC2				
	max_tensione_compr.	moltip. Parete intera	max_tensione_compr_buckling	
	[MPa]	[-]	[MPa]	
PARETE 1	2,3054	106,90	246,45	
PARETE 2	2,0682	115,85	239,60	
PARETE 3	1,7978	128,42	230,87	
PARETE 4	1,5541	142,86	222,02	
PARETE 5	1,3451	159,19	214,13	

tensioni di compressione LINEAR STATIC\_PORTA E FINESTRA SFALSATE



#### tensioni di compressione LINEAR STATIC\_PORTA E FINESTRA ALLINEATE





La differenza tra curve tratteggiate e curve continue è la medesima già osservata per il caso studio 1. In tal caso, rispetto a caso studio 1, la rappresentazione delle curve di tensione associate all'analisi statica lineare è stata separata dalle tensioni di buckling per rendere più chiara la visualizzazione. È semplice concludere che le tensioni raggiunte in condizione di buckling, dalle pareti in esame, risultano essere nettamente superiori rispetto ai limiti resistenziali del calcestruzzo; in generale, ciò significa che le pareti collasseranno prima che sopraggiunga il fenomeno di instabilità. Tutte le considerazioni eseguite per il primo caso studio continuano ad essere valide. L'unica differenza sta nel fatto che per il secondo regime di carico, in entrambe le geometrie e a parità di  $\beta$ , le curve tensionali tendono a sovrapporsi sia in condizione statica lineare sia in condizione di instabilità ma senza invertirsi. Ciò significa che decade il fatto che maggiore è il valore di tensione massima di compressione registrato lanciando l'analisi statica lineare e minore sarà il valore della stessa tensione massima registrato in condizione di instabilità. Trattasi, tuttavia, di una circostanza impercettibile.
## 8. Conclusioni

Il corrente lavoro di tesi magistrale ha descritto l'analisi di 2 casi studio rappresentanti differenti soluzioni strutturali adottabili per pareti sottili in calcestruzzo armato.

Lo scopo delle analisi è coinciso con la necessità di esaminare il comportamento elastico – lineare di tali pareti al sopraggiungere del fenomeno di instabilità dell'equilibrio, al fine di valutare l'adattabilità e la compatibilità di una formulazione proposta per il calcolo del carico critico elastico a soluzioni strutturali più estese e complesse di quella per la quale è definita. Le valutazioni sono state eseguite basandosi sul confronto tra 2 moltiplicatori di carico, confrontabili tra loro, rappresentanti quel fattore per il quale i carichi in gioco, e conseguentemente le sollecitazioni, devono essere moltiplicati al fine di raggiungere, per una determinata struttura, la condizione di instabilità.

Il primo moltiplicatore è stato ottenuto, per ogni parete indagata associata ai 2 casi studio, direttamente dal modello plate, lanciando l'analisi di buckling.

Il secondo moltiplicatore è stato ottenuto, per ogni parete indagata associata ai 2 casi studio, tramite l'utilizzo di uno schema a telaio equivalente, rappresentante il corpo parete, e l'applicazione della formula proposta per il calcolo del carico critico elastico. Tale formula ha permesso di risalire ad un dato di sforzo normale critico  $(N_{cr}^{el})$  da confrontare con il dato di sforzo normale (N) associato all'elemento maschio (beam) di telaio equivalente rappresentante quella porzione di parete suscettibile di instabilità. Il rapporto tra i 2 dati di sforzo normale ha permesso di risalire ad un potenziale moltiplicatore.

Una volta in possesso, parete per parete, delle 2 tipologie di moltiplicatore, il confronto è avvenuto semplicemente facendo il rapporto tra seconda e prima tipologia e valutando, quindi, quale fosse il dato di altezza H da considerare per applicare la formula proposta, a parità di sollecitazioni derivanti dallo schema di telaio, al fine di ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori. Il dato H di partenza è coinciso con l'altezza interpiano delle pareti in analisi, dato costante, e progressivamente ridotto fino al raggiungimento del dato di altezza (altezza effettiva) associato all'elemento maschio dello schema di telaio che equivale alla porzione di parete suscettibile all'instabilità.

I diagrammi  $\beta - \mu$  associati al primo caso studio, per ambedue le geometrie e per tutti i regimi di carico, hanno permesso di concludere come le quote *H* necessarie a ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori siano sempre inferiori rispetto all'altezza effettiva di elemento maschio derivante da telaio equivalente.

I diagrammi  $\beta - \mu$  associati al secondo caso studio, per ambedue le geometrie e per tutti i regimi di carico, hanno permesso di concludere come le quote *H* necessarie a ottenere l'uguaglianza tra i

moltiplicatori siano, al contrario, sempre superiori rispetto all'altezza effettiva di elemento maschio derivante da telaio equivalente.

Considerando il singolo regime di carico di un caso studio, a parità di  $\beta$ , il dato di  $\mu$  è strettamente collegato al dato di altezza effettiva e quindi alla costruzione dello schema di telaio equivalente, la quale varia in relazione alla geometria o al load case considerato. Ciò significa che  $\mu$  rappresenta una frazione che, in generale, fa riferimento a una grandezza che non è costante per uno stesso valore di  $\beta$ . Tuttavia, i diagrammi  $\beta - \mu$ , associati al singolo caso studio, permettono di capire quale sia il legame tra la singola parete, la logica di costruzione dello schema, il regime di carico con annessi load case e la necessità di raggiungere il match tra i 2 tipi di moltiplicatore. Per esempio, sapendo come è definito il rapporto tra i moltiplicatori, tali diagrammi, incrociati con i rapporti tabellati al paragrafo 7.4.1., permettono di concludere che nel primo caso studio l'utilizzo di una quota *H* pari all'altezza effettiva dell'elemento maschio di telaio equivalente, usando le sollecitazioni derivanti proprio da telaio, permette di definire un moltiplicatore di carico che è a favore della sicurezza rispetto a quello ottenuto dai modelli plate.

Al contrario accade per il secondo caso studio, incrociando i diagrammi con i rapporti tabellati al paragrafo 7.4.2.

I diagrammi  $\beta - (H/H_interpiano)$  associati al primo caso studio, per ambedue le geometrie e per tutti i regimi di carico, hanno permesso di concludere come le quote *H* necessarie a ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori siano sempre inferiori rispetto all'altezza interpiano della parete.

I diagrammi  $\beta - (H/H_interpiano)$  associati al secondo caso studio, per ambedue le geometrie e per tutti i regimi di carico, hanno permesso di concludere come le quote *H* necessarie a ottenere l'uguaglianza tra i moltiplicatori possano risultare sia inferiori sia superiori rispetto all'altezza interpiano della parete.

Per questa tipologia di diagramma, a parità di  $\beta$ , il rapporto *H/H\_interpiano* fa riferimento a una grandezza geometrica (*H\_interpiano*) che non dipende dalla costruzione degli schemi a telaio equivalente. Ciò significa che un diagramma di questo genere permette di trarre conclusioni generali che esulano dal singolo caso studio, come la possibilità, o meno, di definire una legge che connetta la quota *H*, usata per il calcolo di  $N_{cr}^{el}$  e che permette l'uguaglianza tra i moltiplicatori, alla quota interpiano e al parametro adimensionale  $\beta$  (dipendente anch'esso dalla quota interpiano). L'eventuale legge sarebbe, ovviamente, connessa all'utilizzo di un approccio di modellazione a telaio equivalente coincidente con quello presentato nella corrente tesi.

Tuttavia, come facilmente osservabile dai diagrammi  $\beta - (H/H_interpiano)$ , a parità di  $\beta$  la dispersività dei dati di  $H/H_interpiano$  non permette la costruzione di una legge che sia in grado di

fittare i dati a disposizione, bensì la definizione di un range di variazione dei rapporti  $H/H_interpiano$  al variare di  $\beta$ . Considerando i risultati ottenuti per ambedue i casi studio è possibile notare come il range di variazione dei dati sia compreso tra 1,08 e 0,84 per il primo caso studio e tra 0,86 e 0,77, come evidenziato dal diagramma sottostante che ingloba tutte le curve  $\beta - (H/H_interpiano)$  associate ad ambedue i casi studio.



Eseguire una media dei dati ottenuti a parità di parametro  $\beta$ , ad esempio per  $\beta$  compreso tra 2 e 3, potrebbe fornire un'indicazione aggiuntiva circa l'andamento medio dei rapporti *H/H\_interpiano* ma non rappresenterebbe, comunque, un dato attendibile per il ricavo di una legge di fitting.

I dati tensionali mostrati, infine, hanno semplicemente permesso di concludere come, per entrambe i casi studio in campo elastico – lineare, i valori di tensione raggiunti in caso di buckling siano nettamente superiori rispetto ai dati di resistenza delle classi di calcestruzzo.

Il corrente lavoro si è esclusivamente concentrato su tentativi di adattamento della formula di carico critico elastico proposta a casi studio reali in campo elastico – lineare, descrivendo un potenziale procedimento che possa rendere applicabile la formula a schemi statici, e quindi condizioni di vincolo, diversi da quello elementare per la quale è definita.

I possibili sviluppi futuri del corrente lavoro potrebbero riguardare 2 aspetti.

Il primo aspetto è la proposta di un nuovo procedimento che valuti la compatibilità della formula di  $N_{cr}^{el}$  con casi studio reali raggiungendo, eventualmente, una legge che permetta di definire con facilità il dato di *H* da utilizzare per calcolare il carico critico elastico, indipendentemente dalla parete analizzata.

Il secondo aspetto è l'esecuzione di valutazioni riguardo la compatibilità e l'adattabilità del parametro  $\phi$ , tenente conto degli effetti di non linearità di materiale e di geometria, a condizioni di vincolo e di carico diverse da quelle per le quali è definito.

## Bibliografia

- 1. F.BALZAN, R.SCOTTA, L. DE STEFANI, V.PERTILE, A.STELLA; "Verifiche di instabilità in lastre sottili in c.a.",2019.
- 2. L.PELLEGRINO, R.SCOTTA, L. DE STEFANI, V.PERTILE, A.STELLA; "Metodo di verifica dell'instabilità nelle lastre in c.a.",2021.
- 3. A.BERNARDINI, U.VESCOVI; "Tecnica delle costruzioni sicurezza e non linearità delle strutture",1989.
- 4. G.MAGENES, G.M. CALVI; "Prospettive per la calibrazione di metodi semplificati per l'analisi sismica di pareti murarie",1996.
- 5. M.DOLCE, "Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti", 1989.