



Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Progetto di una idraulica per pompe multicellulari

Aprile 2016

Relatore:

Ch.mo Prof. GIORGIO PAVESI

Tutor aziendale:

Ing. GIANPAOLO BRIGNOLO

Laureando:

FILIPPO ASTEGNO, 1084088



Lavoro di Tesi Magistrale proposto e
svolto in collaborazione con l'azienda
Pentax Industries S.p.a.

Indice

Sommario	1
1 Introduzione	3
2 Dati di progetto	5
2.1 Vincoli progettuali	5
2.1.1 Vincoli geometrici	5
2.1.2 Vincoli tecnologici	5
3 Fondamenti teorici sulle pompe centrifughe	7
3.1 Forza risultante agente sul fluido	7
3.2 Teorema del momento della quantità di moto	10
3.3 Scambio energetico nelle pompe centrifughe	13
3.3.1 Analisi della corrente all'ingresso	13
3.3.2 Analisi della corrente all'uscita	14
4 Analisi fluidodinamiche computazionali	21
4.1 Fondamenti teorici della fluidodinamica computazionale	21
4.1.1 Equazioni generali della fluidodinamica	21
4.1.2 L'ipotesi di incomprimibilità	22
4.1.3 Tecniche di risoluzione	22
4.1.4 Turbolenza	23
4.2 Modelli numerici utilizzati in fase di ottimizzazione	23
4.2.1 Modelli numerici - ottimizzazione della girante	24
4.2.2 Modelli numerici - ottimizzazione del riconvogliatore	26
5 Criteri di dimensionamento della girante centrifuga	29
5.1 Criterio di dimensionamento del condotto meridiano della girante	29
5.2 Criterio di dimensionamento della palettatura della girante	37
6 Criteri di dimensionamento del riconvogliatore	40
6.1 Dimensionamento del condotto meridiano del riconvogliatore	40
6.2 Dimensionamento della palettatura del riconvogliatore	41
6.2.1 Curve di Bezier	41
6.2.2 Inverse design method	43
7 Dimensionamento della girante	44
7.1 Dimensionamento preliminare	44
7.2 Dimensionamento del condotto meridiano	45
7.3 Scelta del bordo di ingresso	46
7.4 Dimensionamento della palettatura della girante	47
7.4.1 Vista circonferenziale - tracciamento delle linee aspirante e premente della pala	47
7.4.2 Vista circonferenziale - realizzazione del naso ellittico della pala	49
8 Dimensionamento preliminare del corpo stadio	51

9	Ottimizzazione della girante	52
9.1	Primo modello girante	52
9.1.1	Definizione del modello	52
9.1.2	Risultati numerici	53
9.2	Secondo modello girante	58
9.2.1	Definizione del modello	58
9.2.2	Risultati numerici	60
9.3	Terzo modello girante	63
9.3.1	Definizione del modello	63
9.3.2	Risultati numerici	65
9.4	Quarto modello girante	68
9.4.1	Definizione del modello	68
9.4.2	Risultati numerici	71
9.5	Quinto modello girante	74
9.5.1	Definizione del modello	74
9.5.2	Risultati numerici	76
10	Dimensionamento del riconvolgiatore	79
10.1	Dimensionamento del condotto meridiano	79
10.2	Dimensionamento della palettatura	79
11	Ottimizzazione del riconvolgiatore	81
11.1	Primo modello riconvolgiatore	81
11.1.1	Definizione del modello	81
11.1.2	Risultati numerici	82
11.2	Secondo modello riconvolgiatore	86
11.2.1	Definizione del modello	86
11.2.2	Risultati numerici	88
11.3	Terzo modello riconvolgiatore	91
11.3.1	Definizione del modello	91
11.3.2	Risultati numerici	93
11.4	Quarto modello riconvolgiatore	96
11.4.1	Definizione del modello	96
11.4.2	Risultati numerici	98
11.5	Quinto modello riconvolgiatore	101
11.5.1	Definizione del modello	101
11.5.2	Risultati numerici	103
12	Definizione della geometria per prototipazione	106
12.1	Adattamento dei componenti ai corpi pompa preesistenti	106
12.2	Realizzazione dei prototipi	109
12.3	Stima delle prestazioni della macchina	110
12.3.1	Analisi numerica del primo stadio	110
12.3.2	Analisi numerica del secondo stadio	113
13	Prove sperimentali	115
13.1	Apparato e procedura sperimentali	115
13.2	Risultati delle prove sperimentali per uno stadio	116
13.3	Risultati delle prove sperimentali per quattro stadi	118
13.4	Discussione dei risultati ottenuti dalle prove sperimentali	125

14 Miglioramento delle prestazioni della macchina	127
14.1 Revisione della geometria del riconvogliatore	127
14.2 Stima delle prestazioni della pompa	130
14.2.1 Analisi numerica del primo stadio	130
14.2.2 Analisi numerica del secondo stadio	132
15 Conclusioni	135
Riferimenti bibliografici	137

Elenco delle figure

1	Disegno schematico della pompa multicellulare oggetto dello studio.	4
2	Vincoli geometrici da rispettare.	6
3	Generico condotto interpalare di girante centrifuga.	7
4	Generico triangolo delle velocità.	11
5	Componenti assiale, tangenziale e radiale della velocità relativa \vec{W}	11
6	Sistema di riferimento in coordinate cilindriche.	12
7	Rappresentazione di un generico condotto meridiano.	13
8	Analisi della corrente all'uscita: sono indicate la sezione di uscita 2 e una sezione immediatamente a valle 2'.	14
9	La teoria euleriana afferma che la pressione e la velocità si mantengono costanti in direzione circonferenziale, in realtà $p_A > p_B$ e $W_A < W_B$	15
10	Generico triangolo delle velocità.	18
11	Moto di ricircolazione presente all'interno del condotto interpalare.	19
12	Macroparticella di diametro d presente all'uscita considerata da Stodola.	20
13	Domini nel quale è stato suddiviso lo stadio della macchina.	24
14	Per l'ottimizzazione della girante sono stati utilizzati i 3 domini fluidi e le 4 sezioni di riferimento indicati.	25
15	Per l'ottimizzazione del riconvolgiatore sono stati utilizzati i 3 domini fluidi e le 4 sezioni di riferimento indicati.	27
16	Dimensioni principali della girante.	29
17	Sezione a monte della bocca di ingresso della girante i , sezione a monte dell'ingresso della palettatura 1, sezione a valle dell'ingresso della palettatura 1'.	30
18	I simboli + indicano la faccia premente della pala, i simboli - indicano la faccia in depressione della pala.	31
19	Dimensioni principali del condotto meridiano.	34
20	Variazione lineare delle aree di flusso rispetto la coordinata curvilinea l . Per $l = 0$ si ha $A = A_0$, mentre per $l = L_M$ si ha $A = A_2$	35
21	Piano $(z; r)$ dove sono definite le linee di flusso lato corona e lato mozzo.	36
22	Operazione di traslazione della seconda parte delle linee di flusso media, lato mozzo e lato corona. Il condotto (a) è il risultato del dimensionamento originale, il condotto (b) è il risultato finale dopo l'operazione di traslazione.	36
23	Rappresentazione schematica di un elemento di pala.	37
24	Distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.	38
25	Distribuzione cubica di $\Delta u/u$: in corrispondenza di $m = m_d$, dopo un iniziale tratto nullo, la deviazione angolare cresce fino al valore massimo in uscita.	39
26	Nella pratica, per riuscire a "raddrizzare" la direzione della velocità assoluta, viene imposto all'uscita del convogliatore un angolo $\alpha_c > 90^\circ$ in modo da ottenere un angolo di flusso $\alpha \approx 90^\circ$	40
27	Sezione meridiana della macchina per uno stadio.	41
28	Curva di Bezier (linea continua) con 6 punti di controllo nel piano xy e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).	42
29	Inverse design method - distribuzione degli angoli costruttivi.	43
30	Dimensioni principali del condotto meridiano.	45
31	Sezione meridiana della girante.	46
32	Vista circonferenziale - linea media della pala nota per punti in coordinate $(x; y)$	47
33	Vista circonferenziale - schema di costruzione delle linee premente ed aspirante della pala.	49

34	Esempio di pala radiale con naso ellittico.	49
35	Disegno del quarto di ellisse che servirà a definire il naso della pala.	50
36	Tracciamento del profilo ellittico della linea premente.	50
37	Geometria preliminare del corpo stadio.	51
38	Profili hub, mean, shroud del primo modello di girante.	53
39	Primo modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.	54
40	Primo modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.	54
41	Primo modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.	57
42	Particolare ingrandito della Figura 41.	57
43	Secondo modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.	59
44	Secondo modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.	59
45	Secondo modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.	61
46	Particolare ingrandito della Figura 45.	62
47	Terzo modello girante: disegno del profilo shroud della pala (a) e particolare ingrandito del naso asimmetrico (b).	63
48	Terzo modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.	64
49	Terzo modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.	64
50	Imposizione di una componente $C_{u1} < 0$ fittizia all'ingresso.	65
51	Terzo modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.	66
52	Particolare ingrandito della Figura 51.	67
53	Valori del rendimento idraulico delle giranti simulate al variare del parametro $ \frac{C_{u1}}{C_{u2}} $	69
54	Quarto modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.	70
55	Quarto modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.	70
56	Quarto modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.	72
57	Particolare ingrandito della Figura 56.	72
58	Quinto modello girante: bordo d'uscita inclinato.	74
59	Quinto modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.	75
60	Quinto modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.	75
61	Quinto modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.	78
62	Particolare ingrandito della Figura 61.	78
63	Sezione meridiana della macchina per uno stadio.	79
64	Primo modello riconvolgiatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).	82
65	Rappresentazione del primo modello di riconvolgiatore progettato.	83
66	Primo modello riconvolgiatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore.	84
67	Primo modello riconvolgiatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).	85
68	Secondo modello riconvolgiatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).	86
69	Secondo modello di riconvolgiatore: distribuzione degli angoli costruttivi. Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.	87

70	Secondo modello riconvogliatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvogliatore.	89
71	Secondo modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).	90
72	Terzo modello riconvogliatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).	91
73	Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del secondo modello (nero) e del terzo modello (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.	92
74	Terzo modello riconvogliatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvogliatore.	94
75	Terzo modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).	95
76	Quarto modello riconvogliatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).	96
77	Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del terzo modello (nero) e del quarto modello (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.	97
78	Quarto modello riconvogliatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvogliatore.	99
79	Quarto modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).	100
80	Quinto modello riconvogliatore: distribuzione degli angoli costruttivi.	101
81	Quinto modello riconvogliatore: linea media della pala.	102
82	Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del terzo modello (nero) e del quinto modello (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.	102
83	Quinto modello riconvogliatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvogliatore.	104
84	Quinto modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).	105
85	Sezione meridiana della macchina nella quale sono visibili le modifiche apportate alla geometria dei vari componenti.	107
86	Geometria del riconvogliatore.	108
87	Corpo diffusore (a) e (b), girante (c) e componenti assemblati (d), (e) e (f).	109
88	Regioni di controllo nelle quali è stata suddivisa l'intera macchina.	110
89	Schema dell'impianto utilizzato per le prove sperimentali.	115
90	Curva caratteristica H-Q per uno stadio.	117
91	Curva caratteristica η -Q per uno stadio.	117
92	Curva caratteristica P-Q per uno stadio.	118
93	Riconvogliatore utilizzato il secondo esperimento: le aree tratteggiate indicano le porzioni rimosse tramite fresatura (a), mentre la foto evidenzia l'allargamento delle luci di ingresso (b).	119
94	Confronto tra le curve $H - Q$ ottenute dai vari esperimenti.	122
95	Confronto tra le curve $\eta - Q$ ottenute dai vari esperimenti.	123
96	Confronto tra le curve $P - Q$ ottenute dai vari esperimenti.	124
97	Valori di prevalenza (a) e rendimento (b) offerti dalle pompe testate nei vari esperimenti per $Q_v = Q_{v,progetto}$	125

98	Confronto tra le prestazioni delle macchine testate in corrispondenza dei rispettivi B.E.P.	126
99	Modello riconvolgiatore revisionato: distribuzione degli angoli costruttivi.	127
100	Modello riconvolgiatore revisionato: linea media della pala.	128
101	Condotto meridiano della macchina revisionata; il bordo d'uscita della pala del riconvolgiatore è ortogonale all'asse di rotazione della macchina.	129
102	Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del terzo modello (nero) e del modello revisionato (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.	129

Elenco delle tabelle

1	Ottimizzazione della girante - parametri monitorati tramite simulazioni CFD.	26
2	Ottimizzazione del riconvolgiatore - parametri monitorati tramite simulazioni CFD.	27
3	Valori medi statistici dei parametri che compaiono nell'espressione di $NPSH_R$	33
4	Dimensioni e parametri adimensionali principali della girante.	44
5	Dimensioni che definiscono il condotto meridiano della girante.	45
6	Definizione della pala in coordinate $(x; y)$ nella vista circonferenziale.	47
7	Parametri caratteristici della palettatura del primo modello di girante.	53
8	Primo modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	55
9	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo modello di girante.	55
10	Parametri caratteristici della palettatura del secondo modello di girante.	58
11	Secondo modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	60
12	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo modello di girante.	61
13	Parametri caratteristici della palettatura del terzo modello di girante.	63
14	Terzo modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	65
15	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il terzo modello di girante.	66
16	Descrizione delle prove effettuate al variare del rapporto C_{u1}/C_{u2}	68
17	Parametri caratteristici della palettatura del quarto modello di girante.	69
18	Quarto modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	71
19	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quarto modello di girante.	73
20	Parametri caratteristici della palettatura del quinto modello di girante.	76
21	Quinto modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	76
22	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quinto modello di girante.	77
23	Parametri che concorrono alla definizione della geometria del primo modello di riconvolgiatore.	82
24	Primo modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	84
25	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo modello di riconvolgiatore.	84
26	Parametri che concorrono alla definizione della geometria del secondo modello di riconvolgiatore.	87
27	Secondo modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	88
28	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo modello di riconvolgiatore.	88
29	Parametri che concorrono alla definizione della geometria del terzo modello di riconvolgiatore.	92
30	Terzo modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	93
31	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il terzo modello di riconvolgiatore.	93
32	Parametri che concorrono alla definizione della geometria del quarto modello di riconvolgiatore.	97
33	Quarto modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	98
34	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quarto modello di riconvolgiatore.	98
35	Parametri che concorrono alla definizione della geometria del quinto modello di riconvolgiatore.	102
36	Quinto modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	103
37	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quinto modello di riconvolgiatore.	103

38	Modello numerico per il primo stadio: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	111
39	Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del primo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.	111
40	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo stadio della pompa.	112
41	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo stadio della pompa.	113
42	Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del secondo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.	114
43	Confronto tra i risultati delle simulazioni fluidodinamiche ed i risultati delle prove sperimentali con un solo stadio per una portata pari a quella progetto $Q_{v,progetto} = 17m^3/h$	116
44	Parametri che concorrono alla definizione della geometria del modello di riconvolgiatore revisionato.	128
45	Modello numerico per il primo stadio: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.	130
46	Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del primo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.	131
47	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo stadio della pompa.	131
48	Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo stadio della pompa.	132
49	Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del secondo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.	133

Sommario

Il lavoro svolto consiste nella progettazione di uno stadio di pompa centrifuga multicellulare che soddisfi determinati requisiti tecnici. La prima fase del progetto riguarda il dimensionamento e l'ottimizzazione della sola girante e consiste nel modificare la geometria della palettatura mantenendo inalterato il condotto meridiano e verificando di volta in volta le prestazioni della girante. Successivamente vengono eseguiti il dimensionamento e l'ottimizzazione del condotto di ritorno: anche in questo caso i vari modelli di riconvogliatore simulati differiscono per la geometria delle pale di ritorno mentre il condotto meridiano è uguale per tutti i modelli. Tramite simulazioni CFD vengono individuate le geometrie della girante e del riconvogliatore che garantiscono le prestazioni migliori ed in seguito vengono introdotte alcune modifiche tali da rendere i componenti assemblabili nella macchina già esistente. Dopo aver modificato le geometrie viene eseguita un'analisi fluidodinamica che comprende l'intero stadio (e non i singoli componenti presi uno alla volta): ne risulta che la macchina non soddisfa i requisiti di progetto. Tramite prototipazione è stato possibile realizzare il modello fisico della macchina e, dopo aver effettuato il collaudo della pompa in sala prove, sono stati confrontati i risultati delle simulazioni numeriche con i risultati delle prove sperimentali. Le misurazioni effettuate sulla macchina hanno evidenziato il mancato raggiungimento dei requisiti di progetto, ma non sono compatibili con i risultati delle simulazioni fluidodinamiche. Successivamente la macchina è stata sottoposta ad una revisione ma non è stato possibile verificarne le reali prestazioni poiché non sono state eseguite ulteriori prototipazioni.

1 Introduzione

Il progetto di tesi magistrale è stato svolto in collaborazione con l'azienda Pentax Industries S.p.a. e nasce dall'esigenza di realizzare un prodotto che rispetti le nuove normative europee in termini di efficienza energetica. Infatti l'Unione Europea, nel suo sforzo di ridurre i consumi energetici e le emissioni di gas inquinanti, ha provveduto ad emanare una serie di leggi e direttive. Una di queste è la direttiva "Eup" (*Energy using products*), il cui scopo è quello di forzare, per legge, i fabbricanti e gli importatori a produrre e distribuire solo prodotti ad alta efficienza energetica, essendo provato che un enorme spreco energetico avviene nella cosiddetta fase delle "applicazioni finali". Sono stati fissati dei livelli di efficienza minima (MEI) da rispettare per ogni categoria di prodotti interessati dalla normativa tra cui anche le pompe per acqua. Le aziende che non si adegueranno a queste leggi non otterranno la certificazione *CE* e non potranno commercializzare i prodotti all'interno dell'Unione Europea.

L'oggetto di studio della tesi è una pompa multicellulare la quale è schematicamente rappresentata in Figura 1. I numeri in figura indicano rispettivamente:

1. corpo pompa aspirante
2. tubo
3. girante
4. condotto di ritorno / riconvolgiatore
5. corpo stadio
6. corpo pompa premente
7. albero

La progettazione riguarda i soli componenti corpo stadio, girante e riconvolgiatore e prevede la possibilità di migliorare un prodotto preesistente per semplice sostituzione di questi 3 componenti all'interno di una macchina già esistente (lasciando invariati gli altri componenti tra cui corpo aspirante e corpo premente). Un ulteriore obiettivo consiste nella verifica dell'affidabilità delle simulazioni CFD per la previsione del comportamento di una pompa centrifuga.

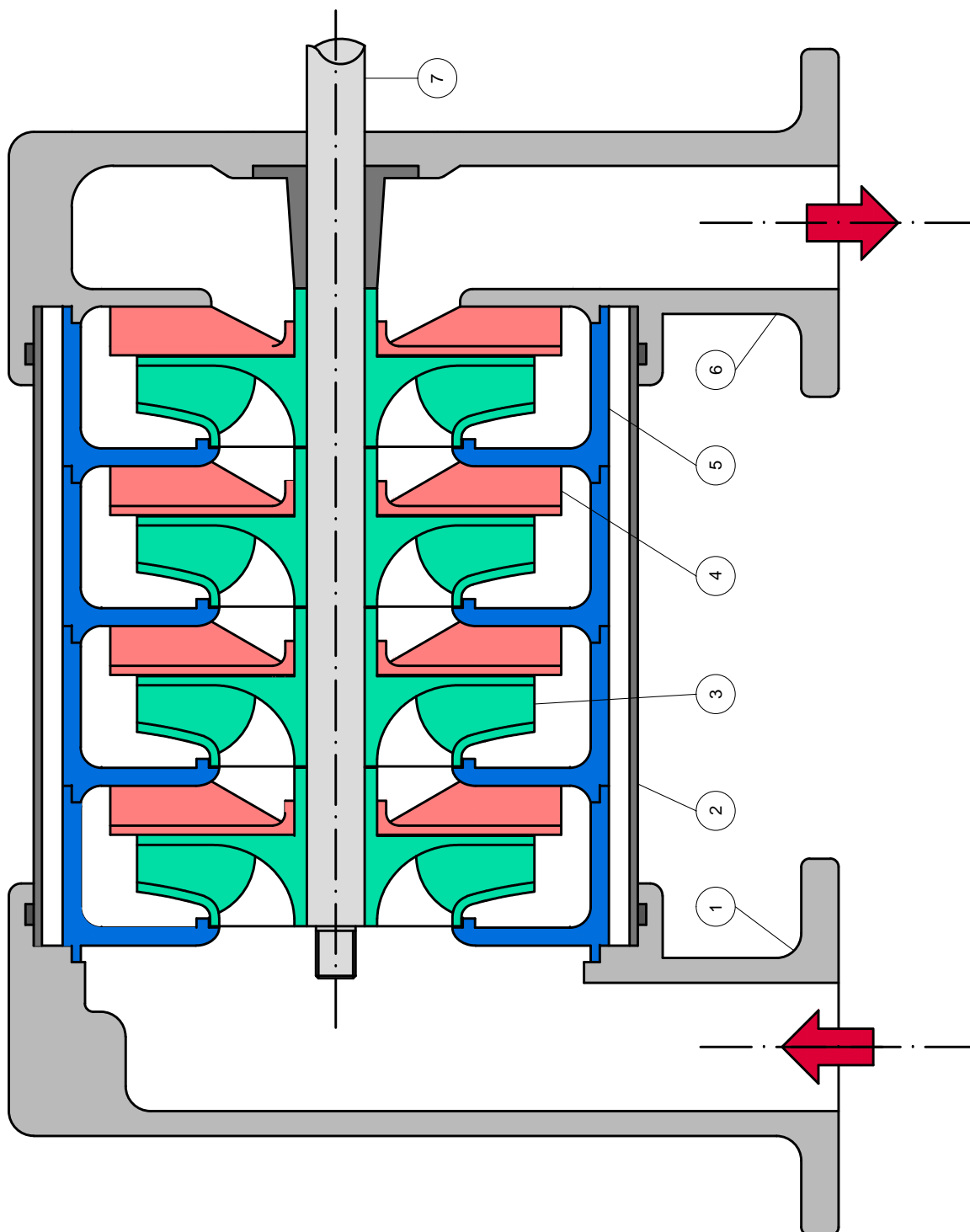


Figura 1: Disegno schematico della pompa multicellulare oggetto dello studio.

2 Dati di progetto

Le pompe centrifughe multistadio sono costituite da più pompe centrifughe disposte in serie, in modo da ottenere, a parità di portata, una prevalenza che è somma di quella ottenuta con una sola girante. In pratica, se vengono disposte coassialmente nel corpo z giranti e se ogni stadio sviluppa una prevalenza H_i , la prevalenza totale della pompa è pari a:

$$H_{TOTALE} = \sum_{k=1}^z H_i \quad (2.1)$$

Il lavoro consiste nel dimensionamento di una idraulica per pompe multicellulari e prevede la progettazione della girante, del riconvolgiatore e del corpo stadio. I requisiti per ciascuno stadio sono i seguenti:

- velocità di rotazione = 2900 *rpm*
- portata (B.E.P.) = 17 m^3/h
- prevalenza (B.E.P.) = 9 *m*
- potenza massima assorbita (B.E.P.) = 650 *W*

Il fluido operativo è acqua a temperatura ambiente.

2.1 Vincoli progettuali

La progettazione deve rispettare due tipi di vincoli: vincoli geometrici legati all'ingombro della macchina e vincoli tecnologici legati al processo di fabbricazione della macchina.

2.1.1 Vincoli geometrici

La progettazione riguarda una famiglia di pompe multicellulari già esistente, quindi le dimensioni della girante, del riconvolgiatore e del corpo stadio (all'interno del quale girante e riconvolgiatore andranno alloggiati) devono rispettare determinati ingombri radiali ed assiali. Con riferimento alla Figura 2 le dimensioni da rispettare sono le seguenti:

- altezza totale del corpo stadio = 43.6 mm
- altezza dello stadio = 37.6 mm
- ingombro radiale massimo del corpo stadio = 132 mm
- diametro dell'albero = 14 mm

2.1.2 Vincoli tecnologici

Il materiale con cui vengono realizzati la girante, il riconvolgiatore ed il corpo stadio è Noryl[®], ovvero un materiale composito a matrice polimerica con rinforzi di fibra di vetro. Tutti i componenti vengono inoltre ottenuti tramite un processo di stampaggio, quindi la geometria deve essere caratterizzata da opportuni angoli di sforno che garantiscano l'estrazione del pezzo dalla forma in cui è stato versato il materiale liquido che poi viene fatto raffreddare. Ne consegue che la geometria delle pale della girante deve essere a semplice curvatura. Un altro vincolo tecnologico

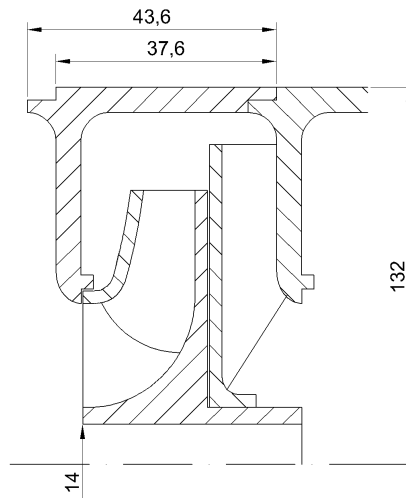


Figura 2: Vincoli geometrici da rispettare.

riguarda lo spessore minimo realizzabile utilizzando come materiale base Noryl[®]. Si consideri, per esempio, di voler realizzare uno spigolo vivo, dove lo spessore in corrispondenza della punta tende a zero (o comunque è determinato da un raggio di raccordo molto piccolo). Durante il processo di colata del materiale liquido all'interno della forma, la parte polimerica riesce a riempire uniformemente tutto lo spazio fino alla punta dello spigolo; invece i rinforzi in fibra di vetro, a causa della loro forma allungata, non riescono a raggiungere la zona in prossimità della punta che quindi è caratterizzata da minore resistenza meccanica rispetto alle altre zone del pezzo e di conseguenza rappresenta una zona di rottura preferenziale. Lo spessore minimo che deve essere rispettato per evitare questo problema è pari a 2.2mm. Questo valore minimo per lo spessore garantisce la riuscita anche di un'altra fase del processo produttivo della girante. Infatti questa viene realizzata, in un primo momento, in due pezzi separati: un pezzo è costituito da disco portapale + palettatura, mentre l'altro consiste nel solo disco di ricoprimento. In seguito il disco di ricoprimento viene accoppiato con l'altra parte della girante ed in particolare viene appoggiato sulle facce superiori delle pale, in modo da permettere una saldatura ad ultrasuoni delle due parti in corrispondenza, appunto, delle facce superiori delle palette. Lo spessore di ciascuna paletta non deve quindi scendere sotto ad un valore limite che non permette più l'unione dei due pezzi tramite saldatura ad ultrasuoni. Uno spessore minimo di 2.2 mm garantisce anche questa fase del processo produttivo.

Infine occorre sottolineare che tutti i componenti devono essere disegnati mantenendo lo spessore il più uniforme possibile, altrimenti durante la fase di raffreddamento hanno origine fenomeni di ritiro differenziale che causano distorsioni dell'oggetto finale.

3 Fondamenti teorici sulle pompe centrifughe

3.1 Forza risultante agente sul fluido

Lo scambio di energia tra macchina e fluido avviene attraverso la variazione del momento della quantità di moto ed è influenzato dalla geometria della macchina e dal regime di rotazione. In questa trattazione si considera, come ipotesi, che il fluido sia incompressibile. Si consideri il condotto interpolare di Figura 3.

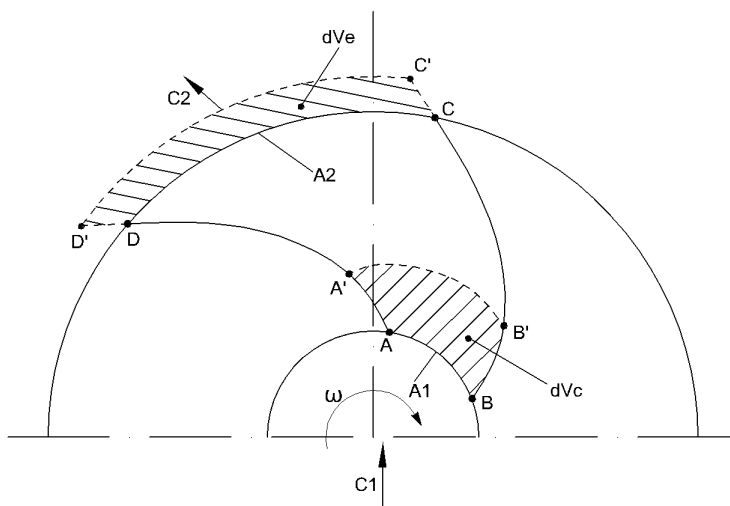


Figura 3: Generico condotto interpolare di girante centrifuga.

Per $t = t_0$ i punti ABCD definiscono il volume di controllo V_{t_0} che contiene la massa:

$$m_0 = \int_{V_{t_0}} \rho dV \quad (3.1)$$

La quantità di moto del fluido all'istante t_0 vale:

$$\vec{I}_{t_0} = \int_{V_{t_0}} (\rho \vec{c})_{t_0} dV \quad (3.2)$$

dove ρ rappresenta la densità del fluido e \vec{c} la velocità assoluta del fluido. Dopo un intervallo di tempo dt i punti ABCD si spostano in A'B'C'D' definendo un nuovo volume di controllo:

$$V_{t_0+dt} = V_{t_0} + dV_e - dV_c = V_{t_0} + \delta V \quad (3.3)$$

che contiene la stessa massa m_0 .

La quantità di moto del fluido diventa:

$$\begin{aligned}
\vec{I}_{t_0+dt} &= \vec{I}_{t_0} + d\vec{I} = \int_{V_{t_0+\delta V}} (\rho\vec{c})_{t_0+dt} dV = \int_{V_{t_0+\delta V}} \left[(\rho\vec{c})_{t_0} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} \right] dV = \\
&= \int_{V_{t_0}} (\rho\vec{c})_{t_0} dV + \int_{V_{t_0}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dt dV + \int_{\delta V} (\rho\vec{c})_{t_0} dV + \int_{\delta V} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dV = \\
&= \vec{I}_{t_0} + \int_{V_{t_0}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dt dV + \int_{\delta V} (\rho\vec{c})_{t_0} dV + \int_{\delta V} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dV \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Il termine dV può essere riespresso come:

$$dV = \vec{c} \cdot \vec{n} \cdot dA \cdot dt \quad (3.5)$$

dove \vec{n} rappresenta la normale alla superficie. I soli integrali estesi a δV nell'equazione 3.4 possono essere riscritti come:

$$\begin{aligned}
\int_{\delta V} (\rho\vec{c})_{t_0} dV + \int_{\delta V} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dV &= \int_A (\rho\vec{c})_{t_0} \vec{c} \cdot \vec{n} dA dt + \int_A \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dt^2 \vec{c} \cdot \vec{n} dA \simeq \\
&\simeq \int_A (\rho\vec{c})_{t_0} \vec{c} \cdot \vec{n} dA dt \quad (3.6)
\end{aligned}$$

dato che il secondo termine è un infinitesimo temporale di ordine superiore e viene trascurato. La variazione del momento della quantità di moto è quindi pari a:

$$d\vec{I} = dt \cdot \int_{V_{t_0}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dV + dt \left[\int_{A_2} (\rho\vec{c})_{t_0} c_n dA - \int_{A_1} (\rho\vec{c})_{t_0} c_n dA \right] \quad (3.7)$$

dove c_n rappresenta il prodotto scalare tra la velocità \vec{c} e la normale alla superficie \vec{n} . La risultante delle forze esterne agenti sulla massa contenuta nel volume di controllo V_0 è pari a:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \int_{V_{t_0}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\vec{c})_{t_0} dV + \int_{A_2} (\rho\vec{c})_{t_0} \vec{c} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} (\rho\vec{c})_{t_0} \vec{c} \cdot \vec{n} dA \quad (3.8)$$

Introducendo l'ipotesi di regime stazionario (ipotesi valida solo per la corrente relativa, dato che la girante ruota con velocità angolare ω) l'equazione 3.8 diventa:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \int_{A_2} (\rho\vec{c})_{t_0} \vec{c} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} (\rho\vec{c})_{t_0} \vec{c} \cdot \vec{n} dA \quad (3.9)$$

La risultante delle forze esterne deriva dai tre contributi della forza peso, della pressione e della tensione tangenziale:

$$\vec{F} = \int_{V_{t_0}} \rho \vec{g} dV + \int_{S_0} -\vec{n} p dA + \int_{S_0} -\vec{t} \cdot \vec{\tau} dA \quad (3.10)$$

dove S_0 rappresenta la superficie che delimita il contorno del volume di controllo e \vec{t} rappresenta il vettore tangente alla superficie S_0 . La pressione p e la tensione τ agiscono sulle superfici A_1 e A_2 , mentre il contributo della girante si manifesta sulle altre due superfici, ovvero su quelle a contatto con le pale definite con $(S_0 - A_1 - A_2)$. L'equazione 3.10 può essere modificata scindendo gli integrali di p e di τ nelle superfici a contatto e non con la macchina.:

$$\begin{aligned}\vec{F} = & \int_{V_{t_0}} \rho \vec{g} dV + \int_{S_0-A_1-A_2} -\vec{n} p dA + \int_{S_0-A_1-A_2} -\vec{t} \cdot \vec{\tau} dA + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dA + \\ & + \int_{A_1+A_2} -\vec{t} \cdot \vec{\tau} dA = \int_{V_{t_0}} \rho \vec{g} dV + \vec{R} + \int_{A_1+A_2} -\vec{n} p dA + \int_{A_1+A_2} -\vec{t} \cdot \vec{\tau} dA\end{aligned}\quad (3.11)$$

dove \vec{R} rappresenta l'azione globale che la girante esercita sul fluido. Ignorando la forza peso e le tensioni tangenziali sulle superfici di ingresso e di uscita A_1 e A_2 e confrontando le equazioni 3.9 e 3.11 si ottiene:

$$\vec{R} = \int_{A_2} \rho \vec{c} \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} \rho \vec{c} \cdot \vec{c} \cdot \vec{n} dA + \int_{A_1} \vec{n} p dA + \int_{A_1} \vec{n} p dA \quad (3.12)$$

A questo punto della trattazione occorre correggere l'espressione che compare nell'equazione 3.12, dal momento che l'ipotesi di regime stazionario vale solo per la corrente relativa, definita dalla velocità relativa w , e non per quella assoluta che è invece definita dalla velocità assoluta c . Per considerare la corrente relativa occorre riferirsi ad un sistema di riferimento solidale alla girante. Per un osservatore solidale alla girante:

$$\vec{F}_w = \frac{d\vec{I}_w}{dt} = \int_{A_2} \rho \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} \rho \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA \quad (3.13)$$

Per trasformare l'equazione 3.13 riportando i termini ad un sistema di riferimento assoluto occorre aggiungere i contributi della forza di Coriolis:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \int_{A_2} \rho \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} \rho \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA + \int_{V_{t_0}} \rho \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + \int_{V_{t_0}} 2\rho \vec{\omega} \wedge \vec{w} dV \quad (3.14)$$

Quindi il valore della risultante \vec{R} diventa:

$$\begin{aligned}\vec{R} = \frac{d\vec{I}}{dt} = & \int_{A_2} \rho \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} \rho \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA + \int_{V_{t_0}} \rho \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) + \\ & + \int_{V_{t_0}} 2\rho \vec{\omega} \wedge \vec{w} dV + \int_{A_1} \vec{n} p dA + \int_{A_2} \vec{n} p dA\end{aligned}\quad (3.15)$$

La componente di \vec{R} di maggiore interesse è quella assiale \vec{R}_a visto che essa è direttamente legata alla coppia trasmessa dal motore alla girante. Definito con il simbolo \vec{j} il versore dell'asse di rotazione della macchina, la componente assiale dell'azione complessiva agente sul fluido è pari a:

$$\vec{R}_a = \vec{j} \cdot (\vec{R} \cdot \vec{j}) = \vec{j} \left[\int_{A_2} \rho \vec{j} \cdot \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA - \int_{A_1} \rho \vec{j} \cdot \vec{w} \cdot \vec{w} \cdot \vec{n} dA + \int_{A_1} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA + \int_{A_2} \vec{j} \cdot \vec{n} p dA \right] \quad (3.16)$$

Gli ultimi due integrali presenti nell'equazione 3.15 rappresentano quantità vettoriali ortogonali all'asse di rotazione della macchina e quindi non danno contributo assiale.

3.2 Teorema del momento della quantità di moto

L'espressione del momento della quantità di moto si ottiene facilmente dal teorema della quantità di moto moltiplicando vettorialmente tutti i termini per la distanza \vec{r} da un punto O. Analogamente a quanto fatto nei calcoli precedenti, si consideri ancora la corrente assoluta ammettendo l'ipotesi che la girante sia ferma ($\omega = 0$); in seguito verranno aggiunti i contributi delle forze centripete e di Coriolis.

Il momento della quantità di moto vale:

$$\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{R} = \int_{A_2} \vec{r} \wedge \vec{c}\rho\vec{c} \cdot \vec{n}dA - \int_{A_1} \vec{r} \wedge \vec{c}\rho\vec{c} \cdot \vec{n}dA + \int_{A_1} \vec{r} \wedge \vec{n}pdA + \int_{A_2} \vec{r} \wedge \vec{n}pdA \quad (3.17)$$

La componente assiale del momento della quantità di moto è pari a:

$$\vec{M}_a = (\vec{M}_O \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} \quad (3.18)$$

Dato che le superfici A_1 e A_2 sono di rivoluzione, il vettore \vec{r} è parallelo in ogni punto della superficie al corrispondente vettore \vec{n} normale alla superficie: quindi le pressioni non danno contributo assiale.

$$\vec{M}_a = \vec{j} \left(\int_{A_2} rC_u \cdot \rho C_n dA - \int_{A_1} rC_u \rho C_n dA \right) \quad (3.19)$$

dove C_u rappresenta la componente tangenziale della velocità assoluta. Il prodotto $\rho C_n dA$ rappresenta la portata di massa infinitesima che attraversa le superfici di ingresso/uscita, quindi $\rho C_n dA = dQ_m$. Considerando i valori medi all'uscita ed all'ingresso l'equazione 3.19 diventa:

$$M_a = Q_m (\overline{r_2 C_{u2}} - \overline{r_1 C_{u1}}) \quad (3.20)$$

dove il generico termine $\overline{rC_u}$ è definito come:

$$\overline{rC_u} = \frac{\int_A rC_u dQ_m}{\int_A dQ_m} \quad (3.21)$$

Passando ad un sistema di riferimento relativo, e quindi solidale alla girante, l'equazione 3.20 diventa:

$$M_w = M_w = Q_m (\overline{r_2 w_{u2}} - \overline{r_1 w_{u1}}) \quad (3.22)$$

con riferimento al generico triangolo di velocità di Figura 4, il termine w_u rappresenta la proiezione della velocità relativa lungo la direzione tangenziale.

Ora bisogna aggiungere i contributi dei momenti dovuti alle forze centripete e di Coriolis. Il momento dovuto alla forza centripeta vale:

$$\vec{M}_{centripeto} = \int_{V_{t_0}} \vec{r} \wedge [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r})] \rho dV = 0 \quad (3.23)$$

Il momento dovuto alla forza di Coriolis vale:

$$\vec{M}_{coriolis} = \int_{V_{t_0}} \vec{r} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{w}) 2\rho dV \quad (3.24)$$

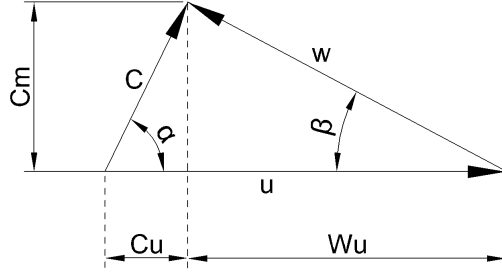


Figura 4: Generico triangolo delle velocità.

la cui proiezione lungo l'asse di rotazione della macchina è:

$$M_{a,coriolis} = \vec{j} \cdot \int_{V_{t_0}} \vec{r} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{w}) 2\rho dV = \vec{j} \cdot \int_{V_{t_0}} \vec{r} \wedge [\vec{\omega} \wedge (\vec{w}_z + \vec{w}_u + \vec{w}_r)] 2\rho dV \quad (3.25)$$

dove i termini \vec{W}_z , \vec{W}_u e \vec{W}_r rappresentano, rispettivamente, le proiezioni assiale, tangenziale, e radiale di \vec{W} (vedi Figura 5).

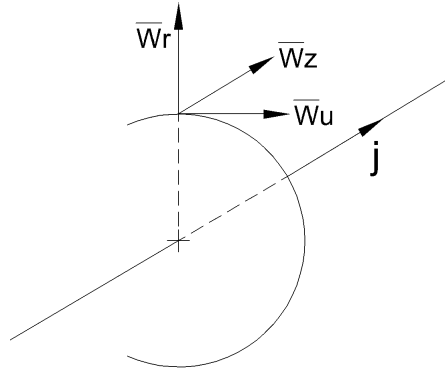


Figura 5: Componenti assiale, tangenziale e radiale della velocità relativa \vec{W} .

La componente radiale della velocità relativa è l'unica a fornire momento in direzione assiale visto che $\vec{\omega} \wedge \vec{W}_z = \vec{0}$ poichè sono due vettori paralleli e $\vec{r} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{W}_u) = \vec{0}$ poichè il prodotto vettoriale $\vec{\omega} \wedge \vec{W}_u$ dà come risultato un vettore con direzione radiale. In conclusione la componente assiale del momento generato dalla forza di Coriolis si riduce a:

$$\vec{M}_{a,coriolis} = \vec{j} \cdot \int_{V_{t_0}} 2r\omega W_r \rho dV \quad (3.26)$$

Utilizzando un sistema di riferimento in coordinate cilindriche (vedi Figura) è possibile riscrivere l'equazione 3.26 come:

$$\vec{M}_{a,coriolis} = \vec{j} \cdot \left(\int_{R_1}^{R_2} 2\omega r dr \cdot \int_A \rho W_r dA \right) \quad (3.27)$$

dove il termine dV è stato sostituito con $dV = r \cdot d\theta \cdot dz \cdot dr = dr \cdot dA$; R_1 e R_2 indicano, rispettivamente, i raggi di ingresso ed uscita del fluido nella girante. Il termine $\int_A \rho W_r dA$ rappresenta, se integrato per $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, la portata di massa che attraversa la macchina. In caso di regime stazionario ($\omega = costante$), l'equazione 3.27 è riducibile a:

$$\vec{M}_{a,coriolis} = \vec{j} Q_m \omega (R_2^2 - R_1^2) \quad (3.28)$$

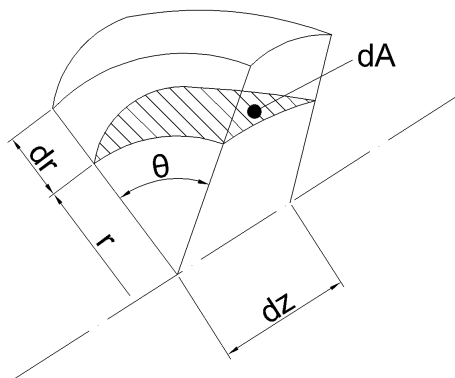


Figura 6: Sistema di riferimento in coordinate cilindriche.

Per ottenere il valore del momento della quantità di moto risultante dai vari contributi, basta sommare i termini presenti nelle equazioni 3.22 e 3.28:

$$\begin{aligned} M_a &= M_W + M_{coriolis} = Q_m [(R_2 W_{u2} + \omega R_2^2) - (R_1 W_{u1} + \omega R_1^2)] = \\ &= Q_m [R_2 (W_{u2} + \omega R_2) - R_1 (W_{u1} + \omega R_1)] = \\ &= Q_m [R_2 (W_{u2} + u_2) - R_1 (W_{u1} + u_1)] \end{aligned} \quad (3.29)$$

Con riferimento al generico triangolo delle velocità di Figura 4 ed evidenziando che le componenti W_u hanno verso opposto rispetto all'analogia velocità periferica u si perviene all'espressione finale:

$$M_a = Q_m (R_2 C_{u2} - R_1 C_{u1}) \quad (3.30)$$

Questo risultato permette di affermare che la geometria ha un ruolo predominante nello scambio energetico delle pompe centrifughe: maggiore è lo sviluppo radiale e maggiore è infatti il contributo delle forze di Coriolis e la prevalenza offerta dalla pompa.

3.3 Scambio energetico nelle pompe centrifughe

Il lavoro svolto dalla girante per unità di massa fluida è pari a:

$$gH_t = \frac{M_a \cdot \omega}{Q_m} = u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1} \quad (3.31)$$

A causa delle perdite il lavoro svolto dalla girante non coincide con l'incremento di energia del fluido che invece dipende dalla differenza tra le pressioni totali in ingresso ed in uscita dalla girante:

$$gH = \frac{p_2^o - p_1^o}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (3.32)$$

Chiaramente $gH_t > gH$ ed il loro rapporto viene definito *rendimento idraulico*:

$$\eta_{idraulico} = \frac{gH}{gH_t} \quad (3.33)$$

3.3.1 Analisi della corrente all'ingresso

Si consideri il volume di controllo di Figura 7 dove è rappresentato un generico condotto meridiano. La sezione (a) si trova all'inizio del condotto meridiano mentre la sezione (b) si trova immediatamente a monte dell'ingresso della palettatura.

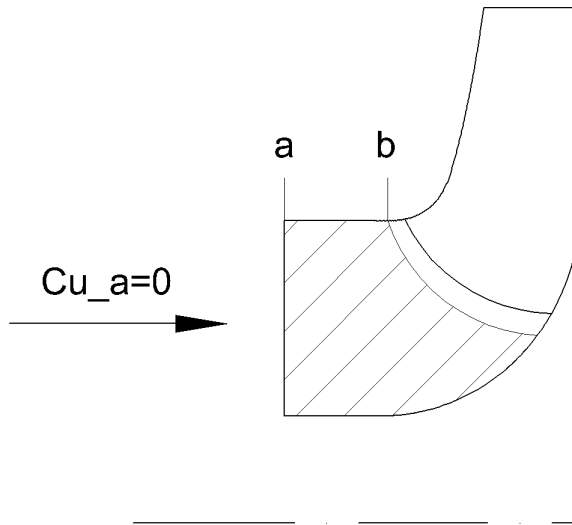


Figura 7: Rappresentazione di un generico condotto meridiano.

In corrispondenza della sezione (a) non è presente la palettatura e quindi la componente tangenziale della velocità è nulla. Il momento della quantità di moto tra le sezioni (a) e (b) vale:

$$M_{a-b} = Q_m (\overline{r_b C_{ub}} - \overline{r_a C_{ua}}) = 0 \quad (3.34)$$

poichè, non essendo presente la palettatura tra le due sezioni, non sono presenti forze esterne all'interno del volume di controllo. La condizione $M_{a-b} = 0$ impone anche che $C_{ub} = 0$ e quindi

è possibile ritenere valida l'ipotesi $C_{u1} = 0$ fino alla sezione a monte dell'ingresso. Nel calcolo del lavoro svolto dalla girante tramite l'equazione 3.31 si impone un valore nullo della velocità tangenziale all'ingresso.

3.3.2 Analisi della corrente all'uscita

La velocità C_{u2} può essere calcolata avvalendosi del cosiddetto "modello euleriano", secondo il quale i parametri del moto del fluido all'interno della girante possono variare solo lungo la direzione del deflusso. Sulla base di questa ipotesi è possibile calcolare la velocità C_{u2} tramite la risoluzione del triangolo di velocità all'uscita:

$$C_{u2,E} = u_2 - C_{m2} \cdot \cot(\beta_{2c}) \quad (3.35)$$

dove β_{2c} rappresenta l'angolo costruttivo della pala nella sezione di uscita. In realtà la teoria euleriana sovrastima lo scambio di energia tra girante e fluido e quindi sovrastima il valore della velocità C_{u2} . Viene ora descritto un breve esempio che dimostra l'inesattezza del modello euleriano per il calcolo dello scambio energetico macchina-fluido. In Figura 8 sono rappresentate due sezioni d'interesse: la sezione di uscita 2 e una sezione immediatamente a valle di questa indicata col simbolo 2'. I valori delle velocità meridiane nelle sue sezioni sono:

$$C_{m2'} = \frac{Q_v}{\pi D_2 b_2} \quad (3.36)$$

$$C_{m2} = \frac{Q_v}{\pi D_2 b_2 \xi_2} \quad (3.37)$$

dove ξ_2 rappresenta il coefficiente di ostruzione palare che causa una riduzione dell'area della sezione di attraversamento del fluido. I valori delle velocità tangenziali nelle due sezioni valgono:

$$C_{u2'} = u_2 - C_{m2'} \cdot \cot(\beta_{2c}) \quad (3.38)$$

$$C_{u2} = u_2 - C_{m2} \cdot \cot(\beta_{2c}) \quad (3.39)$$

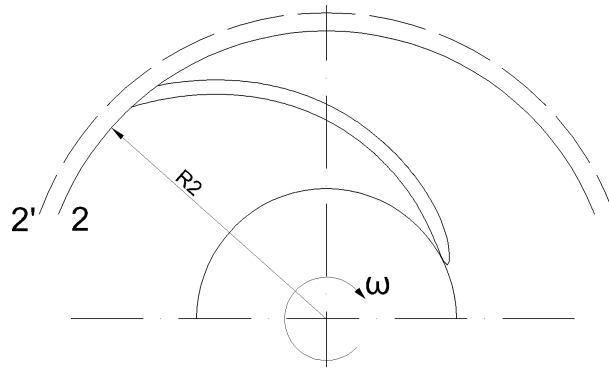


Figura 8: Analisi della corrente all'uscita: sono indicate la sezione di uscita 2 e una sezione immediatamente a valle 2'.

Poichè $C_{m2} > C_{m2'}$ ne consegue che $C_{u2} < C_{u2'}$ e ciò potrebbe essere causato da un momento che agisce sul fluido tra le due sezioni 2 e 2', secondo l'equazione:

$$M_{2-2'} = \rho Q_v R_2 (C_{u2'} - C_{u2}) \quad (3.40)$$

Tuttavia ciò non può accadere visto che tra le due sezioni non è presente la palettatura, quindi è stato dimostrato che la teoria euleriana fallisce nel calcolo dello scambio energetico effettuato dalla girante. Il modello euleriano non prevede inoltre ulteriori aspetti che invece caratterizzano il comportamento del fluido all'interno della girante. I principali aspetti di cui la teoria euleriana non tiene conto sono:

1. Differenza di pressione tra le facce aspirante e premente della pala.

In regime costante, il momento motore viene compensato dal momento resistente applicato dal fluido che deriva dalla pressione esercitata sulla faccia premente della pala dal fluido; naturalmente sulla faccia aspirante della pala si registra una pressione minore. Con riferimento alla Figura 9, la teoria euleriana afferma che la pressione e la velocità si mantengono costanti in direzione circonferenziale, cioè essa afferma che $p_A = p_B$ quando in realtà a causa dell'azione dinamica della pala si ha $p_A > p_B$.

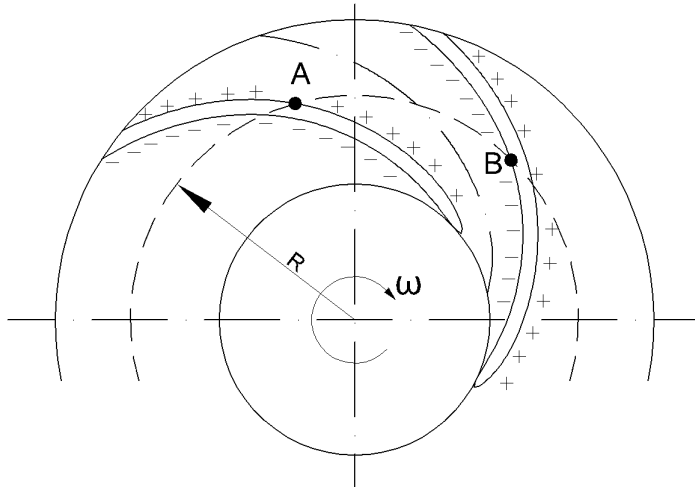


Figura 9: La teoria euleriana afferma che la pressione e la velocità si mantengono costanti in direzione circonferenziale, in realtà $p_A > p_B$ e $W_A < W_B$.

2. Variazione del profilo di velocità in direzione trasversale al moto.

Trascurando le perdite e la forza di gravità, l'equazione di Bernoulli per la corrente relativa riferita ai punti A e B di Figura 9 è:

$$\frac{p_A}{\rho} + \frac{W_A^2 - u_A^2}{2} = \frac{p_B}{\rho} + \frac{W_B^2 - u_B^2}{2} \quad (3.41)$$

ma visto che $u_A = u_B = \omega \cdot R$ l'equazione 3.41 si riduce a:

$$\frac{p_A}{\rho} + \frac{W_A^2}{2} = \frac{p_B}{\rho} + \frac{W_B^2}{2} \quad (3.42)$$

Dalle considerazioni fatte prima si ha che $p_A > p_B$, se ne deduce che $W_A < W_B$: cioè il profilo di velocità è discontinuo e la variazione del modulo della velocità avviene anche in direzione trasversale al deflusso

3. Deviazione delle particelle fluide all'uscita.

Le particelle fluide, finchè non raggiungono la sezione di uscita, non risentono della differenza di pressione tra le facce della pala che fa da schermo. Tuttavia all'uscita le particella risentono di questa differenza di pressione e deviano spontaneamente in direzione periferica. Quindi la presenza di Δp (necessaria per il trasferimento di energia) all'estremità della pala fa deviare la direzione media del deflusso dalla direzione della palettatura. La deviazione all'uscita dipende dal numero di pale z e dall'angolo costruttivo β_{2c} : infatti se il numero di pale tende ad infinito si ha che la differenza di pressione tende a zero, visto che le forze si distribuiscono su un numero infinito di pale; se invece β_{2c} aumenta, si registra un aumento della componente tangenziale C_{u2} e di conseguenza lo scambio energetico e il Δp tra le facce della pala aumentano.

L'equazione di Navier-Stokes per la corrente assoluta è:

$$\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} - \vec{c} \wedge \vec{\Omega} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) + \vec{f} \quad (3.43)$$

dove \vec{c} è la velocità assoluta del fluido, t è il tempo, $\vec{\Omega}$ è il vettore vorticità che esprime la rotazione rigida della particella fluida attorno l'asse del vettore vorticità, ∇ è il simbolo di gradiente, p è la pressione statica del fluido, g è l'accelerazione di gravità e \vec{f} rappresenta le forze viscosse.

Ponendo come ipotesi che la corrente sia stazionaria ($\frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = 0$) e che il fluido sia aviscoso ($\vec{f} = \vec{0}$), l'equazione di Navier-Stokes per la corrente assoluta si riduce a:

$$-\vec{c} \wedge \vec{\Omega} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) \quad (3.44)$$

Se ora si moltiplica scalarmente di tutti i termini dell'equazione soprastante per il vettore spostamento elementare $\vec{c} dt$ si ottiene:

$$(\vec{c} \wedge \vec{\Omega}) \cdot \vec{c} dt = \nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) \cdot \vec{c} dt = 0 \quad (3.45)$$

poichè $(\vec{c} \wedge \vec{\Omega}) \perp \vec{c}$. Procedendo con i calcoli si ottiene:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) \cdot \vec{c} dt = d \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) = 0 \quad (3.46)$$

da cui si deduce che:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz = \text{costante} \quad (3.47)$$

lungo una linea di corrente. Se il moto origina da una zona a energia costante (ad esempio un serbatoio infinitamente grande) tutte le linee di corrente trasportano la stessa energia, ovvero l'energia è costante in tutto il campo di moto. In formule:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \right) = 0 \quad (3.48)$$

in tutto il campo di moto. Confrontando le equazioni 3.44 e 3.48 si giunge all'equazione:

$$\vec{c} \wedge \vec{\Omega} = \vec{0} \quad (3.49)$$

che ammette tre diverse soluzioni:

- (a) $\vec{c} \equiv \vec{0}$, che è una soluzione banale di cui non si ha interesse;
- (b) $\vec{c} \parallel \vec{\Omega}$, che corrisponde al criterio di vortice forzato;
- (c) $\vec{\Omega} \equiv \vec{0}$, che comporta un moto irrotazionale se esiste una funzione potenziale ϕ tale che $\nabla\phi = \vec{c}$.

L'equazione di Navier-Stokes per la corrente relativa è:

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} - \vec{W} \wedge \vec{\Omega}_W + 2\vec{\omega} \wedge \vec{W} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2 - u^2}{2} + gz \right) + \vec{f}_W \quad (3.50)$$

dove \vec{W} è la velocità relativa, $\vec{\Omega}_W$ è il vettore vorticità della corrente relativa, $\vec{\omega}$ è la velocità angolare di rotazione della girante, u è la velocità periferica e \vec{f}_W sono le forze viscosse riferite ad un sistema di riferimento relativo. Ponendo come ipotesi che il moto sia stazionario e che il fluido sia aviscoso, moltiplichiamo scalarmente tutti i termini dell'equazione precedente per lo spostamento elementare lungo la linea di corrente $\vec{W} dt$:

$$\begin{aligned} - \left(\vec{W} \wedge \vec{\Omega}_W \right) \cdot \vec{W} dt + \left(2\vec{\omega} \wedge \vec{W} \right) \cdot \vec{W} dt &= -\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2 - u^2}{2} + gz \right) \cdot \vec{W} dt = \\ &= -d \left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2 - u^2}{2} + gz \right) \end{aligned} \quad (3.51)$$

da cui si deduce che l'energia totale della corrente relativa è:

$$gH_W = \frac{p}{\rho} + \frac{W^2 - u^2}{2} + gz = cost \quad (3.52)$$

Tuttavia l'equazione soprastante fornisce una condizione necessaria ma non sufficiente per affermare che il gradiente dell'energia della corrente relativa sia nullo in tutte le direzioni. Per dimostrare ciò è possibile fare alcune semplici considerazioni. Per il generico triangolo delle velocità di Figura 10 vale la seguente espressione:

$$W^2 = u^2 + c^2 - 2uc \cos \alpha = u^2 + c^2 - 2uC_u \quad (3.53)$$

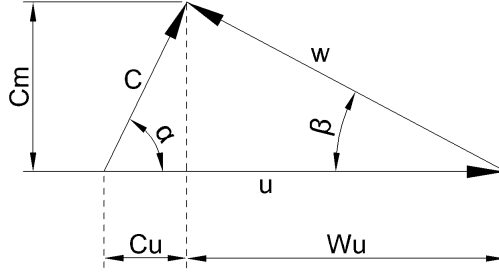


Figura 10: Generico triangolo delle velocità.

grazie alla quale è possibile riscrivere l'equazione 3.52 come:

$$gH_W = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz - uC_u = \frac{p_W^\circ}{\rho} \quad (3.54)$$

Per ipotesi, a monte della girante si ha $C_u = 0$ e quindi si ottiene:

$$gH_W = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz = \frac{p_W^\circ}{\rho} \quad (3.55)$$

Se il moto origina da una zona a energia costante (ad esempio un serbatoio infinitamente grande) tutte le linee di corrente trasportano la stessa energia, ovvero l'energia della corrente relativa è costante in tutto il campo di moto. In formule:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{W^2 - u^2}{2} + gz \right) = \vec{0} \quad (3.56)$$

Inserendo questo risultato nell'equazione di Navier-Stokes della corrente relativa si ottiene:

$$-\vec{W} \wedge \vec{\Omega}_W + 2\vec{\omega} \wedge \vec{W} = \vec{0} \quad (3.57)$$

da cui si ricava il seguente risultato:

$$\vec{\Omega}_W = -2\vec{\omega} \quad (3.58)$$

ovvero il moto della corrente relativa è rotazionale ed è caratterizzato da un vettore vorticità che è parallelo al vettore velocità angolare ed il cui modulo è pari al doppio di quello del vettore velocità angolare e di segno opposto. A causa della rotazionalità del moto si stabilisce un moto di ricircolazione all'interno del condotto interpalare come descritto in Figura 11.

La risoluzione dell'equazione differenziale omogenea $\vec{\Omega}_W = -2\vec{\omega}$ può essere effettuata separando la soluzione \vec{W} in due parti, ovvero sommando l'integrale generale, che pone come condizioni $\omega = 0$ e $Q_v \neq 0$, all'integrale particolare che pone come condizioni $\omega \neq 0$ e $Q_v = 0$; in formule:

$$\vec{W} = \vec{W}_{\omega=0, Q_v} + \vec{W}_{\omega, Q_v=0} \quad (3.59)$$

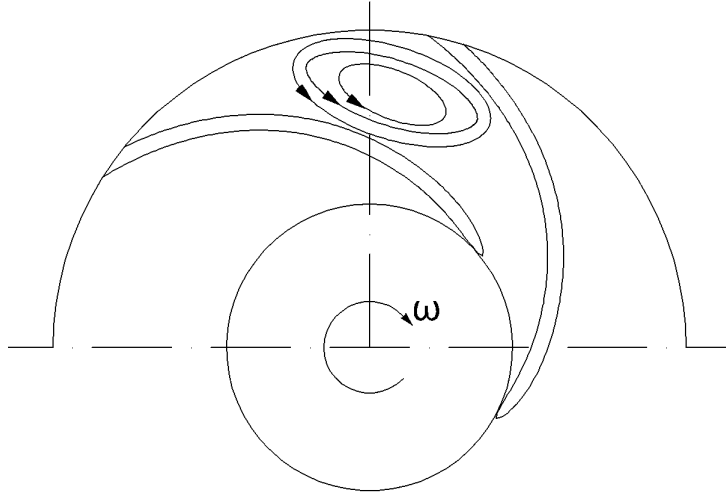


Figura 11: Moto di ricircolazione presente all'interno del condotto interpalare.

L'integrale generale può essere facilmente calcolato introducendo il coefficiente correttivo K_β che tiene conto della presenza della palettatura e che può essere approssimato a 1:

$$\vec{W}_{\omega=0, Q_v} = -K_\beta \cdot C_{m2} \cot \beta_{2c} = -C_{m2} \cot \beta_{2c} \quad (3.60)$$

Per risalire all'espressione dell'integrale particolare viene utilizzato il metodo di Stodola, che considera una macroparticella all'uscita di forma cilindrica e caratterizzata da un diametro d come in Figura 12.

Il valore del diametro della macroparticella può essere approssimato con:

$$d \approx \frac{2\pi r_2}{z} \text{sen} \beta_{2c} \quad (3.61)$$

La velocità relativa all'uscita, nelle condizioni $Q_v = 0$ e $\omega \neq 0$, è circa pari a:

$$W_{\omega, Q_v=0} \approx -\omega \frac{d}{2} = \omega r_2 \frac{\pi}{z} \text{sen} \beta_{2c} \quad (3.62)$$

Note le espressioni dell'integrale generale e di quello particolare, si ottiene il valore, in modulo, della velocità tangenziale:

$$C_{u2} = u_2 - W_{u2} = u_2 - W_{\omega=0, Q_v} + W_{\omega, Q_v=0} = u_2 - C_{m2} \cot \beta_{2c} - u_2 \left(\frac{\pi}{z} \text{sen} \beta_{2c} \right) \quad (3.63)$$

Introducendo la quantità $\sigma = 1 - \frac{u_{s2}}{u_2} = 1 - \frac{\pi}{z} \text{sen} \beta_{2c}$ (detto "slip factor") l'espressione della velocità tangenziale si riduce a:

$$C_{u2} = u_2 \sigma - C_{m2} \cot \beta_{2c} \quad (3.64)$$

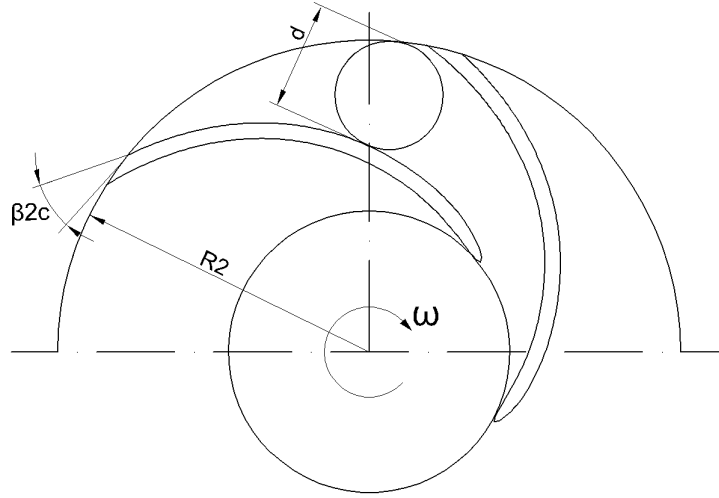


Figura 12: Macroparticella di diametro d presente all'uscita considerata da Stodola.

Il valore dello slip factor può essere stimato mediante la relazione semiempirica fornita da Wiesner:

$$\sigma = 1 - \frac{u_{s2}}{u_2} = 1 - \frac{\sqrt{\text{sen}\beta_{2c}}}{z^{0.7}} \quad (3.65)$$

valida per $\frac{r_2}{r_1} > e^{\frac{8.16 \cdot \text{sen}\beta_{2c}}{z}}$, dove r_1 corrisponde al raggio di ingresso sul bordo d'attacco della pala.

4 Analisi fluidodinamiche computazionali

4.1 Fondamenti teorici della fluidodinamica computazionale

4.1.1 Equazioni generali della fluidodinamica

Le equazioni generali che caratterizzano il moto no stazionario di un fluido viscoso e comprimibile sono:

- **Legge di conservazione della massa**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho U) \quad (4.1)$$

- **Teorema della quantità di moto**

La variazione della quantità di moto di una particella fluida equivale alla forza risultante agente sulla particella stessa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u U) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x && \text{componente } x \\ \frac{\partial (\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v U) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y && \text{componente } y \\ \frac{\partial (\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w U) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z && \text{componente } z \end{aligned} \quad (4.2)$$

- **Prima legge della termodinamica**

La variazione di energia di una particella fluida equivale alla somma del calore ceduto e al lavoro fatto sulla particella:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(e + \frac{U^2}{2} \right) \right) + \nabla \cdot \left(\rho U \left(e + \frac{U^2}{2} \right) \right) &= \\ = p\dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\ - \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} - \frac{\partial (wp)}{\partial z} + \frac{\partial (u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} + \\ + \frac{\partial (v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho f U \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nelle equazioni 4.1, 4.2, 4.3 i seguenti simboli rappresentano: ρ la densità del fluido, $U = (u, v, w)$ la velocità del fluido, p la pressione statica, $f = (f_x, f_y, f_z)$ la forza esterna agente sulla particella fluida, k la conduttività termica, \dot{q} il calore scambiato per unità di massa e τ_{nn} le tensioni tangenziali di natura viscosa.

La legge di conservazione della massa, il teorema della quantità di moto e il primo principio della termodinamica forniscono 5 equazioni in 7 incognite u, v, w, p, T, ρ, e . Il sistema viene completato aggiungendo due equazioni, una che esprime la densità in funzione della temperatura e della pressione:

$$\rho = \rho(T, p) \quad (4.4)$$

ed un'altra che descrive l'entalpia statica h in funzione della temperatura della pressione:

$$h = h(T, p) \quad (4.5)$$

4.1.2 L'ipotesi di incomprimibilità

Per fluidi incomprimibili, aggiungendo le ipotesi di fluido Newtoniano ($\mu = \tau \frac{\partial y}{\partial v}$) e di viscosità dinamica μ costante, l'equazione di continuità diventa:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (4.6)$$

Le equazioni del teorema della quantità di moto si riducono a:

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \rho \cdot f_x && \text{componente } x \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + \rho \cdot f_y && \text{componente } y \\ \rho \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w + \rho \cdot f_z && \text{componente } z \end{aligned} \quad (4.7)$$

Le equazioni di continuità e della quantità di moto sono ora disaccoppiate dalle equazioni della termodinamica e sono sufficienti a descrivere il moto di un fluido incomprimibile.

4.1.3 Tecniche di risoluzione

Nonostante le equazioni 4.6 e 4.7 sia sufficienti a descrivere il campo di moto di un fluido incomprimibile, esse hanno caratteristiche non lineari e sono soggette ad instabilità. Nella pratica per la risoluzione di queste equazioni occorre adottare dei metodi numerici:

- **Metodo delle differenze finite**

E' il metodo più antico e il suo sviluppo viene attribuito ad Eulero nel 1768; venne ideato per ottenere soluzioni numeriche di equazioni differenziali tramite calcoli fatti a mano. Il dominio fluido viene discretizzato in una griglia i cui elementi sono caratterizzati da elevata regolarità e, per ogni nodo della griglia, vengono calcolate in modo approssimativo (tramite sviluppo in serie di Taylor) le differenze finite delle derivate che compaiono nelle equazioni del moto.

- **Metodo degli elementi finiti**

Il metodo degli elementi finiti venne sviluppato inizialmente per la risoluzione dei sistemi sforzo-deformazione che caratterizzano le analisi strutturali. Questo metodo utilizza semplici funzioni polinomiali per descrivere la variazione delle incognite che caratterizzano il moto fluido ma non è molto diffuso nel campo delle simulazioni fluidodinamiche.

- **Metodo dei volumi finiti** Il metodo dei volumi finiti venne introdotto per la prima volta da Mc Donald (1971) e da Mc Cormack e Paullay (1972) per ottenere la soluzione di sistemi bidimensionali, poi venne sviluppato da Rizzi e Inouye (1973) che lo estesero alla risoluzione di sistemi tridimensionali. Questo metodo abbandona la griglia di discretizzazione e l'analisi in corrispondenza dei nodi della griglia, infatti questa tecnica viene applicata a domini fluidi suddivisi in volumi (celle) elementari; le variabili del moto vengono monitorate in corrispondenza del punto centrale della cella o dei suoi vertici. Il metodo dei volumi finiti è di gran lunga il metodo più utilizzato nelle analisi fluidodinamiche computazionali.

4.1.4 Turbolenza

Nella fluidodinamica computazionale viene assunto che le componenti della velocità del fluido e la pressione sia caratterizzate da un valore medio a cui viene imposto una fluttuazione con frequenza ed intensità fissate. Lo spettro dell'energia cinetica turbolenta può essere analizzato tramite dei metodi statistici, dai quali possono essere derivate diverse formulazioni per le equazioni di conservazione della massa e del teorema della quantità di moto. Si supponga che il campo di moto fluido sia definito da:

$$U = U(x) + U'(x, t) \quad (4.8)$$

dove U rappresenta il valore medio e $U'(x, t)$ rappresenta la fluttuazione che, mediata nel tempo, vale $\overline{U'} = 0$. La componente x delle equazioni del teorema della quantità di moto diventa:

$$\rho \left[\frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{y} + \frac{\partial(uw)}{z} \right] = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \overline{u'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right) \quad (4.9)$$

Le equazioni nelle componenti y e z hanno forma analoga. I termini $\overline{\rho u'^2}$, $\overline{\rho u'v'}$ e $\overline{\rho u'w'}$ sono detti "sforzi di Reynolds" e sono generati dalla natura turbolenta del moto. Questi sforzi possono essere calcolati tramite vari metodi, differenti tra loro per ipotesi e semplificazioni assunte. Tra questi va ricordato il *Modello k-epsilon* che offre un buon compromesso tra stabilità numerica in fase di risoluzione e accuratezza dei risultati e quindi risulta essere implementato nella maggior parte dei software CFD. Viene assunto che gli sforzi di Reynolds siano generati da una viscosità "vorticosa" aggiuntiva μ_t , tale da creare l'energia cinetica turbolenta k :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.10)$$

dove C_μ è una costante normalmente posta pari a 0.09, k è l'energia cinetica turbolenta per unità di massa e ϵ è il coefficiente di dissipazione dell'energia cinetica turbolenta per unità di massa. Il metodo $k - \epsilon$ offre soluzioni a numerosi problemi di carattere ingegneristico, ma non può essere utilizzato in particolari tipi di analisi come ad esempio lo studio del distacco del sottostrato limite. Il modello *Shear Stress Transport* (SST) riesce invece a fornire risultati accurati riguardanti l'insorgere e l'intensità del distacco del sottostrato limite; questo metodo limita la stima del valore della viscosità vorticosa μ_t evitando di sovrastimare l'effetto degli sforzi tangenziali turbolenti.

4.2 Modelli numerici utilizzati in fase di ottimizzazione

Per lo svolgimento della analisi fluidodinamiche il singolo stadio della macchina è stata suddiviso nei seguenti domini, visibili in Figura 13:

1. tubo di ingresso;
2. girante;
3. corpo stadio;
4. riconvolgiatore;

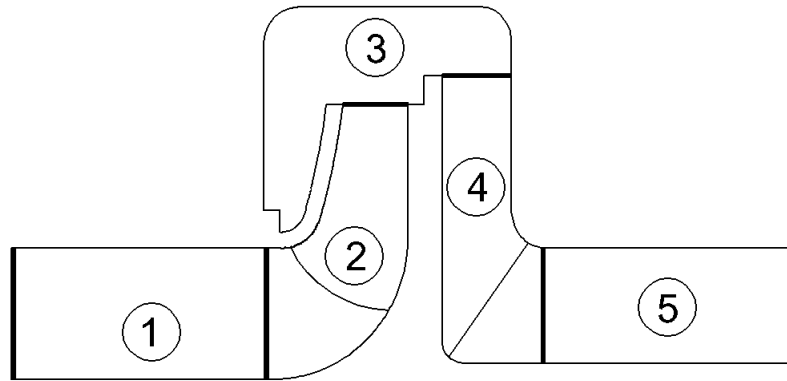


Figura 13: Domini nel quale è stato suddiviso lo stadio della macchina.

5. tubo di uscita.

I software che sono stati utilizzati sono i seguenti:

- Ansys Turbogrid, per la realizzazione della mesh della girante;
- Ansys ICEM CFD, per la realizzazione delle mesh del tubo di ingresso, del corpo stadio, del riconvolgiatore e del tubo di uscita;
- Ansys CFX-Pre, per le impostazioni di pre-processing (boundary conditions);
- Ansys CFX-Post, per la visualizzazione dei risultati.

La qualità della mesh è stata di volta in volta valutata monitorando i seguenti parametri:

- **Determinant 3x3x3**, il cui valore deve essere $\geq 0.4 \div 0.5$ circa;
- **Minimum angle**, il cui valore non deve scendere sotto i $20 \div 25^\circ$;
- **Aspect ratio**, il cui valore deve essere < 100 ;
- **Mesh density**, valutata osservando graficamente la distribuzione e le dimensioni degli elementi.

Le analisi fluidodinamiche sono state eseguite imponendo al moto la condizione di regime stazionario (*steady state flow*).

4.2.1 Modelli numerici - ottimizzazione della girante

L'ottimizzazione della girante viene svolta separatamente da quella del riconvolgiatore. I domini realizzati per lo studio della sola girante sono:

1. tubo d'ingresso;

2. girante;
3. corpo stadio.

In questo caso il dominio del corpo stadio comprende anche il canale di ritorno senza pale e il tubo di uscita. Sfruttando la simmetria periodica della macchina, scelto z numero di pale della girante, è stata meshata solamente la $1/z$ -esima parte della macchina. Tramite le simulazione CFD vengono monitorati i valori della pressione totale e del momento (coppia) esercitato dalla pala e dai dischi mozzo e corona nei confronti del fluido. Al fine di determinare l'efficienza della girante vengono individuate 4 sezioni di riferimento (vedi Figura 14):

- ingresso stadio;
- ingresso girante;
- uscita girante;
- uscita stadio.

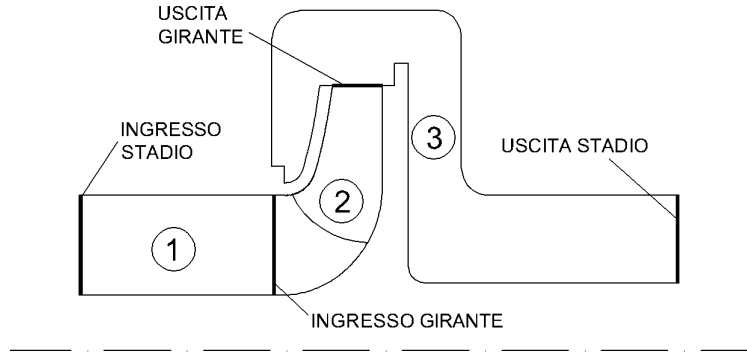


Figura 14: Per l'ottimizzazione della girante sono stati utilizzati i 3 domini fluidi e le 4 sezioni di riferimento indicati.

All'ingresso dello stadio viene imposta come condizione al contorno la portata di massa (pari alla portata di massa totale divisa per il numero di pale z) mentre all'uscita dello stadio viene fissato il valore medio della pressione statica. Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati di Tabella 1, necessari per la stima delle prestazioni della macchina.

I valori dei momenti esercitati dalla pala, dal disco corona e dal disco mozzo si riferiscono alla $1/z$ -esima parte in cui è stata suddivisa la macchina; per ottenere il momento complessivo esercitato dalla pala occorre utilizzare la seguente espressione:

$$M_{girante} = (M_p + M_m + M_c) \cdot z \quad (4.11)$$

Noti i valori delle pressioni totali si può procedere con il calcolo della prevalenza offerta dalla girante e della potenza idraulica trasferita dalla girante al fluido:

$$H_{girante} = \Delta p_{girante} = (p_2 - p_1) \quad (4.12)$$

$$P_{i_{girante}} = Q_v \cdot \Delta p_{girante} = Q_v \cdot (p_2 - p_1) \quad (4.13)$$

Pressione totale ingresso stadio	p_0
Pressione totale ingresso girante	p_1
Pressione totale uscita girante	p_2
Pressione totale uscita stadio	p_3
Momento pala	M_p
Momento mozzo	M_m
Momento corona	M_c

Tabella 1: Ottimizzazione della girante - parametri monitorati tramite simulazioni CFD.

La potenza idraulica dell'intero stadio vale:

$$P_{istadio} = Q_v \cdot \Delta p_{stadio} = Q_v \cdot (p_3 - p_0) \quad (4.14)$$

I valori dei momenti esercitati dalla pala, dal disco corona e dal disco mozzo si riferiscono alla $1/z$ -esima parte in cui è stata suddivisa la macchina; per ottenere il momento complessivo esercitato dalla pala occorre utilizzare la seguente espressione:

$$M_{girante} = (M_p + M_m + M_c) \cdot z \quad (4.15)$$

La potenza meccanica esercitata dalla girante vale:

$$P_m = \omega \cdot M_{girante} \cdot z = \frac{\pi n}{30} \cdot (M_b + M_m + M_c) \cdot z \quad (4.16)$$

Note le potenze idrauliche, si ottengono i rendimenti idraulici della girante e dello stadio:

$$\eta_{igirante} = \frac{P_{igirante}}{P_m} \quad (4.17)$$

$$\eta_{istadio} = \frac{P_{istadio}}{P_m} \quad (4.18)$$

Le perdite idrauliche all'ingresso della girante e attraverso il corpo stadio sono pari a:

$$\Delta p_{ingresso,girante} = p_0 - p_1 \quad (4.19)$$

$$\Delta p_{corpostadio} = p_2 - p_3 \quad (4.20)$$

4.2.2 Modelli numerici - ottimizzazione del riconvolgiatore

Per le analisi CFD del riconvolgiatore, la macchina viene suddivisa nei seguenti domini fluidi:

1. corpo stadio;
2. riconvolgiatore;
3. tubo di uscita.

Le sezioni di riferimento individuate per l'analisi dei risultati (vedi Figura 15) sono le seguenti:

- ingresso stadio;
- ingresso riconvoigliatore;
- uscita riconvoigliatore;
- uscita stadio.

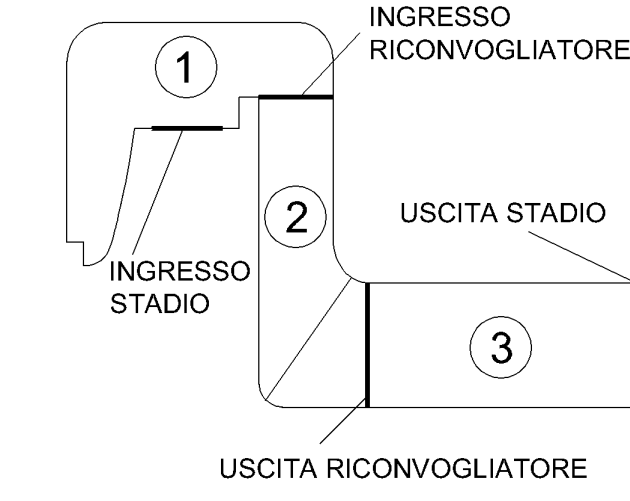


Figura 15: Per l'ottimizzazione del riconvoigliatore sono stati utilizzati i 3 domini fluidi e le 4 sezioni di riferimento indicate.

Anche in questo caso viene sfruttata la simmetria periodica della macchina e, scelto z_c numero di pale del riconvoigliatore, è stata meshata solamente la $1/z_c$ -esima parte della macchina. All'ingresso dello stadio vengono imposti i valori delle velocità radiale, assiale e tangenziale che erano stati calcolati all'uscita della girante; all'uscita dello stadio viene fissato come condizione al contorno il valore medio della pressione statica. Tramite simulazioni numeriche vengono monitorati i valori della pressione totale e della velocità tangenziale all'uscita del riconvoigliatore (vedi Tabella 2).

Pressione totale ingresso stadio	p_0
Pressione totale ingresso riconvoigliatore	p_1
Pressione totale uscita riconvoigliatore	p_2
Pressione totale uscita stadio	p_3
Velocità tangenziale media uscita riconvoigliatore	C_{u4}
Velocità tangenziale di picco uscita riconvoigliatore	$C_{u4,MAX}$

Tabella 2: Ottimizzazione del riconvoigliatore - parametri monitorati tramite simulazioni CFD.

Noti i valori delle pressioni totali si può procedere con il calcolo del rendimento idraulico del riconvolgiatore:

$$\eta_c = \frac{p_{OUT,riconvogliatore}}{p_{IN,riconvogliatore}} = \frac{p_2}{p_1} \quad (4.21)$$

Le perdite attraverso il condotto di ritorno sono pari a:

$$\Delta p_{ritorno} = p_2 - p_0 \quad (4.22)$$

5 Criteri di dimensionamento della girante centrifuga

5.1 Criterio di dimensionamento del condotto meridiano della girante

Il criterio di dimensionamento del condotto meridiano si basa su una distribuzione lineare crescente delle aree di flusso dall'ingresso della girante verso l'uscita.

Le dimensioni principali del condotto meridiano sono rappresentate in Figura 16.

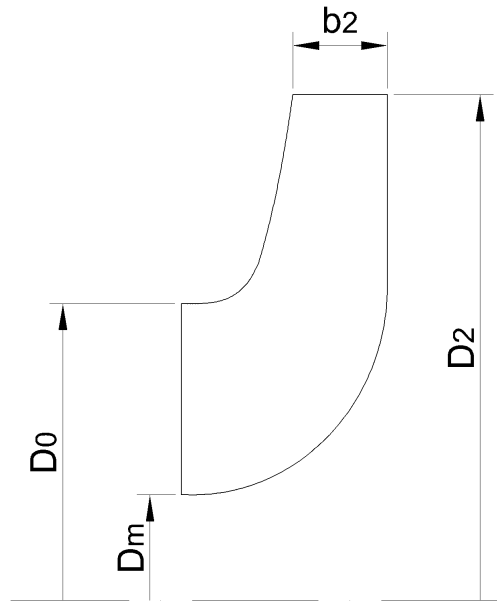


Figura 16: Dimensioni principali della girante.

1. Diametro esterno D_2 .

Il numero di pressione viene definito come:

$$\psi = \frac{g \cdot H}{u_2^2} \quad (5.1)$$

quindi, stimando sulla base dell'esperienza un valore plausibile di ψ , è possibile calcolare il valore della velocità periferica all'uscita che è direttamente legato, tramite il valore della velocità angolare di rotazione, al diametro esterno della girante:

$$u_2 = \sqrt{\frac{g \cdot H}{\psi}} \quad (5.2)$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot u_2}{\omega} \quad (5.3)$$

2. Larghezza della sezione di uscita b_2 .

Sulla base della definizione di numero di flusso

$$\phi = \frac{C_{m2}}{u_2} \quad (5.4)$$

è possibile calcolare il valore della larghezza della sezione di uscita b_2 :

$$b_2 = \frac{Q_v}{\pi \cdot D_2 \cdot u_2 \cdot \phi} \quad (5.5)$$

3. Diametro della bocca di ingresso D_0 .

Il valore del diametro D_0 viene determinato al fine di migliorare il comportamento della macchina nei riguardi della cavitazione. La cavitazione avviene all'interno della macchina quando la pressione statica eguaglia la tensione di vapore. L'innescò alla cavitazione ha origine in prossimità dell'ingresso della palettatura (a monte dell'ingresso per la precisione) ed in particolare in corrispondenza dei gomiti (dove il flusso subisce l'accelerazione massima) e del lato aspirante delle pale dove si registrano i valori più bassi di pressione statica. Con riferimento alla generica sezione meridiana di Figura 17, indicato con 1 una sezione a monte dell'ingresso della palettatura e con i una sezione a monte della bocca di ingresso della girante, è possibile studiare il moto fluido tramite l'equazione di Bernoulli della corrente assoluta:

$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{r,i-1} \quad (5.6)$$

dove il termine $h_{r,i-1}$ rappresenta le perdite idrauliche tra le due sezioni.

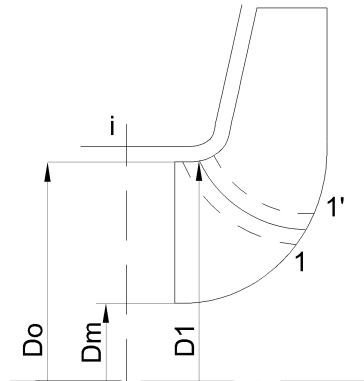


Figura 17: Sezione a monte della bocca di ingresso della girante i , sezione a monte dell'ingresso della palettatura 1, sezione a valle dell'ingresso della palettatura $1'$.

Nella vista circonferenziale di Figura 18 viene descritta per via grafica l'azione dinamica delle pale, la quale genera sulla superficie premente della pala una zona di sovrappressione mentre sulla superficie concava genera una zona di depressione (le velocità hanno andamenti opposti). Quindi, sul lato in depressione della pala, si registrano la pressione statica minima e la velocità relativa massima.

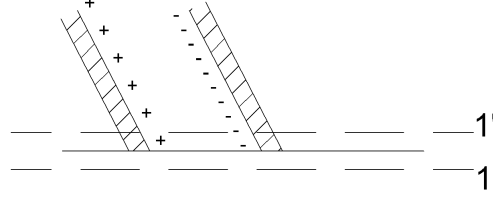


Figura 18: I simboli + indicano la faccia premente della pala, i simboli - indicano la faccia in depressione della pala.

In assenza di perdite, attraverso le sezioni 1 e 1' (vedi Figura 17 e Figura 18) si conserva la pressione totale della corrente relativa:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2 - u_1^2}{2g} \approx \frac{p_{MIN}}{\rho g} + \frac{W_{MAX}^2 - u_{1'}^2}{2g} \quad (5.7)$$

dove, nel secondo membro dell'equazione, sono presenti i valori di pressione e velocità che competono ad una linea di flusso che si trova sul lato aspirante della pala ed adiacente al disco della corona.

Considerando $u_1 \approx u_{1'}$:

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{MIN}}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} \cdot \left(\frac{W_{MAX}^2}{W_1^2} - 1 \right) \quad (5.8)$$

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{MIN}}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} \cdot \lambda_w \quad (5.9)$$

dove $\lambda_w = \left(\frac{W_{MAX}^2}{W_1^2} - 1 \right)$ rappresenta il coefficiente di interazione dinamica fluido-palettatura.

Sostituendo il risultato appena ottenuto nell'equazione 5.6 è possibile scrivere che:

$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g} = \frac{p_{MIN}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{r,i-1} \quad (5.10)$$

Si introduce il coefficiente di perdita λ_m , tale che $h_{r,i-1} = \lambda_m \cdot \frac{C_{m1}^2}{2g}$; inoltre il dimensionamento si basa sull'ipotesi che $C_{u1} = 0$ quindi $C_{m1} = C_1$:

$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g} = \frac{p_{MIN}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} + (1 + \lambda_m) \cdot \frac{C_{m1}^2}{2g} \quad (5.11)$$

La cavitazione avviene quando la pressione statica minima eguaglia la tensione di vapore $p_{MIN} = p_V$. Il valore dell'energia della corrente nella sezione i che innesca la cavitazione viene definito $NPSH_R$ (*Net Positive Suction Head Required*):

$$NPSH_R = \frac{p_i}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g} = \frac{p_{MIN}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} + (1 + \lambda_m) \cdot \frac{C_{m1}^2}{2g} \quad (5.12)$$

quindi $NPSH_R$ dipende dal regime di rotazione ω , dalla portata e dalla geometria della macchina. Ricordando ancora una volta che è stata posta l'ipotesi $C_{u1} = 0$ è possibile scrivere che $W_1^2 = u_1^2 + C_{m1}^2$ e quindi l'espressione di $NPSH_R$ diventa:

$$NPSH_R = \lambda_w \frac{u_1^2}{2g} + (1 + \lambda_m + \lambda_w) \frac{C_{m1}^2}{2g} \quad (5.13)$$

La velocità meridiana C_{m1} può essere riscritta tramite il coefficiente correttivo $k_m (> 1)$, che tiene conto della curvatura della girante:

$$C_{m1} = k_m \cdot C_{mi} \quad (5.14)$$

Tramite l'equazione della portata la velocità meridiana C_{m1} viene riscritta come:

$$C_{m1} = k_m \cdot \frac{Q_v / \eta_v}{\frac{\pi D_0^2}{4} \cdot \left(1 - \left(\frac{D_m}{D_0}\right)^2\right)} = k_m \cdot \frac{4Q_v}{\pi \eta_v \xi_0 D_0^2} \quad (5.15)$$

dove $\xi_0 = \left(1 - \left(\frac{D_m}{D_0}\right)^2\right)$ rappresenta il coefficiente di ostruzione palare all'ingresso. In realtà il bordo di ingresso si trova ad una distanza radiale $r_1 > r_0$, tuttavia nei calcoli viene posto $r_1 = r_0$ e quindi $u_1 \approx u_0$:

$$NPSH_R = (1 + \lambda_m + \lambda_w) \cdot \frac{k_m^2}{2g} \cdot \frac{16Q_v^2}{\pi^2 \eta_v^2 D_0^4 \xi_0^2} + \frac{\lambda_w}{2g} \cdot \omega^2 \cdot \frac{D_0^2}{4} \quad (5.16)$$

Operando la derivata dell'espressione di $NPSH_R$ rispetto al diametro della bocca di ingresso D_0 e ponendo la derivata pari a zero, si ottiene il diametro D_0 ottimale:

$$D_{0opt} = 2 \cdot \left(\frac{2Q_v^2 k_m^2}{\pi^2 \eta_v^2 \omega^2 \xi_0^2} \cdot \frac{1 + \lambda_m + \lambda_w}{\lambda_w} \right)^{1/6} \quad (5.17)$$

Questa espressione può essere semplificata fornendo dei dati medi statistici riassunti in Tabella 3, ottenendo l'espressione finale:

$$D_{0opt} \approx 4.791 \cdot \left(\frac{Q_v}{n} \right)^{1/3} \quad (5.18)$$

dove D_0 rappresenta il diametro della bocca della girante e viene misurato in $[m]$, Q_v è la portata volumetrica misurata in $[m^3/s]$ mentre n è il regime di rotazione che è misurato in $[rpm]$.

4. Diametro dell'albero ϕ_a .

Il valore del diametro dell'albero deve essere totale da rendere valida la verifica statica dell'albero a torsione. Indicato con τ il valore della tensione ammissibile e con M_t il momento torcente applicato all'albero si ottiene:

$$\phi_a = \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi\tau}} \quad (5.19)$$

λ_m	0.04
λ_w	0.03
k_m	1.2
η_v	0.94
$\frac{D_m}{D_0}$	0.25

Tabella 3: Valori medi statistici dei parametri che compaiono nell'espressione di $NPSH_R$.

Il valore del momento torcente applicato all'albero può essere dedotto dalla potenza all'albero necessaria al raggiungimento della prevalenza voluta:

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{\rho Q_v g H}{\omega \eta} \quad (5.20)$$

5. Diametro del mozzo D_m .

Sulla base dell'esperienza è possibile imporre un valore del rapporto tra il diametro del mozzo e il diametro dell'albero pari a:

$$\frac{D_m}{\phi_a} \approx 1.4 \div 1.5$$

Quindi il diametro del mozzo risulta essere pari a:

$$D_m \approx (1.4 \div 1.5) \cdot \phi_a \quad (5.21)$$

Note le dimensioni principali della girante, per il dimensionamento del condotto meridiano, viene imposta una legge di variazione lineare crescente dell'area di flusso tra ingresso e uscita del canale meridiano. L'area in ingresso è pari a:

$$A_0 = \frac{\pi}{4} \cdot (D_0^2 - D_m^2) \quad (5.22)$$

L'area di uscita è invece pari a:

$$A_2 = \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \quad (5.23)$$

Con riferimento alla Figura 19 , viene definita la coordinata curvilinea l lungo la linea media di flusso tale che:

$$\begin{aligned} A &= A_0 & \text{se } l &= 0 \\ A &= A_2 & \text{se } l &= L_M \end{aligned}$$

dove L_M rappresenta la lunghezza totale della linea media di flusso. La linea media di flusso è composta da due tratti: il primo tratto corrisponde ad un quarto di circonferenza, il secondo tratto invece è un segmento rettilineo.

I valori di D_{int}, D'_m e di tutti gli altri parametri rappresentati in Figura 19 vengono calcolati con semplici espressioni:

$$D'_m = \frac{(D_0 + D_m)}{2} \quad (5.24)$$

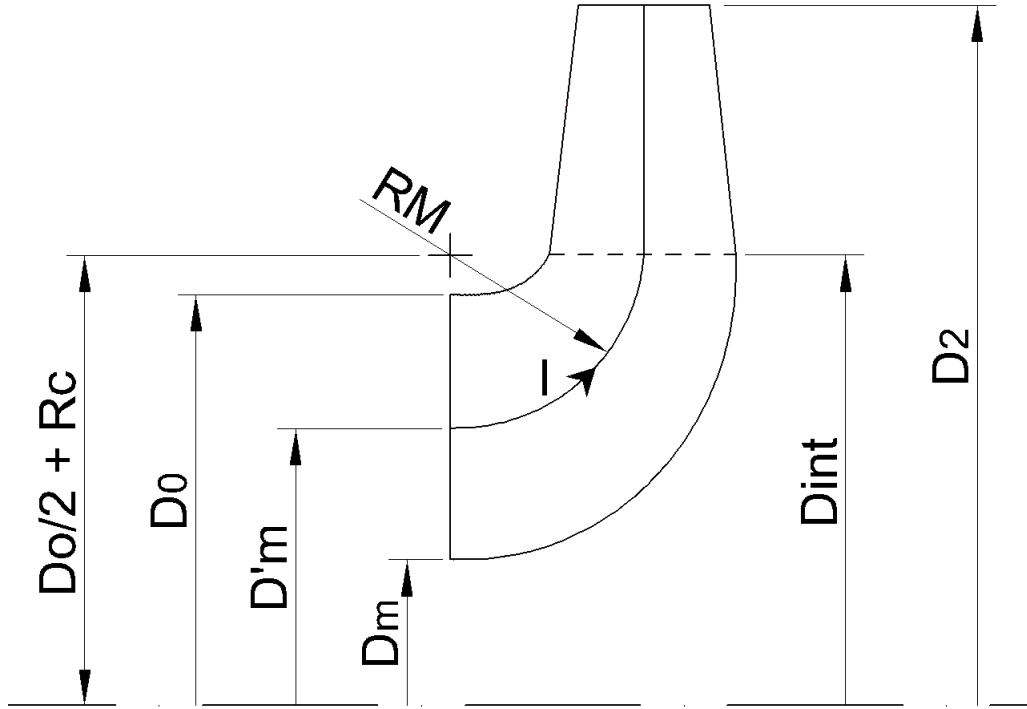


Figura 19: Dimensioni principali del condotto meridiano.

$$Rc \approx (0.05 \div 0.1) \cdot D_2 \quad (5.25)$$

$$D_{int} = D_0 + 2 \cdot Rc \quad (5.26)$$

$$RM = \frac{(D_{int} - D'_m)}{2} \quad (5.27)$$

Quindi la lunghezza totale della linea media di flusso è pari a:

$$L_M = \frac{\pi}{4} \cdot RM + \frac{(D_2 - D_{int})}{2} \quad (5.28)$$

Noti i valori dei parametri appena calcolati, si può procedere con la distribuzione lineare della aree di flusso, come esplicitato in Figura 20.

Nota la distribuzione delle aree di flusso e le coordinate che definiscono i punti della linea media di flusso è possibile risalire alle coordinate dei punti che, nel piano meridiano ($z; r$) di Figura 21, definiscono le linee di flusso lato corona (*shroud*) e lato mozzo (*hub*).

Le formule necessarie al calcolo delle coordinate sono:

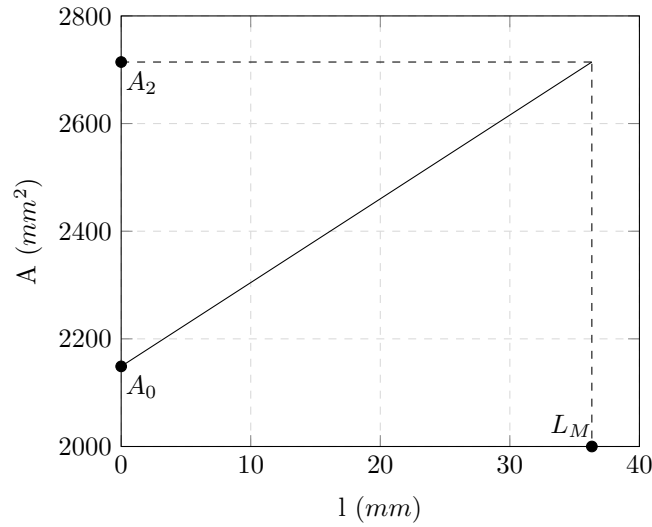


Figura 20: Variazione lineare delle aree di flusso rispetto la coordinata curvilinea l . Per $l = 0$ si ha $A = A_0$, mentre per $l = L_M$ si ha $A = A_2$.

$$\begin{aligned} r_S &= r'_m + \frac{b}{2} \cos\theta \\ z_S &= z'_m - \frac{b}{2} \sin\theta \end{aligned} \quad (5.29)$$

per la linea di flusso lato corona; invece per la linea di flusso lato mozzo si utilizzano le equazioni:

$$\begin{aligned} r_H &= r'_m - \frac{b}{2} \cos\theta \\ z_H &= z'_m + \frac{b}{2} \sin\theta \end{aligned} \quad (5.30)$$

Per ottenere una forma del condotto meridiano che permetta l'alloggiamento della girante all'interno del corpo stadio, occorre operare una traslazione delle linee di flusso media, lato mozzo e lato corona; va sottolineato che questa traslazione coinvolge solamente i tratti di curva successivi al primo tratto curvo e permette di ottenere un tratto finale verticale per la linea di flusso lato mozzo. Questa modifica viene descritta graficamente in Figura 22.

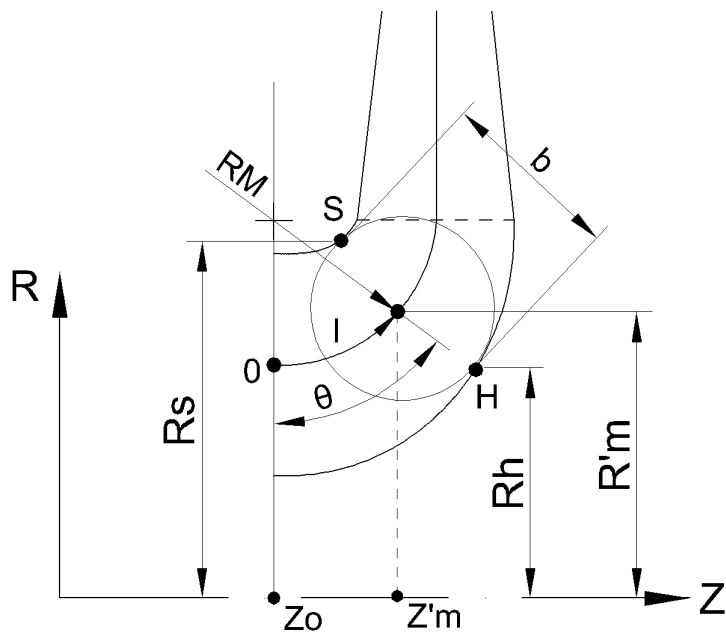


Figura 21: Piano $(z; r)$ dove sono definite le linee di flusso lato corona e lato mozzo.

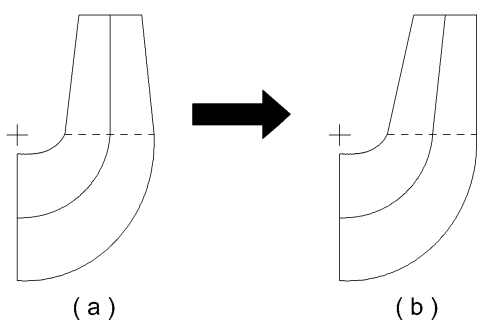


Figura 22: Operazione di traslazione della seconda parte delle linee di flusso media, lato mozzo e lato corona. Il condotto (a) è il risultato del dimensionamento originale, il condotto (b) è il risultato finale dopo l'operazione di traslazione.

5.2 Criterio di dimensionamento della palettatura della girante

Il moto del fluido all'interno della girante influenza considerevolmente le prestazioni della macchina: per ottenere rendimenti elevati, occorre sopprimere i cosiddetti "moti secondari" che sono fonte di ulteriori perdite idrauliche. Per regolarizzare il moto fluido dall'ingresso fino all'uscita della girante bisogna imporre un adeguato gradiente di pressione all'interno del condotto interpalaire. Il dimensionamento della girante basato sul controllo del carico palare costituisce il metodo di ottimizzazione della girante stessa e grazie alle simulazioni numeriche viene identificata la geometria che garantisce le prestazioni migliori.

La causa principale della presenza di moti trasversali al moto principale del flusso è il gradiente di pressione che quindi costituisce un parametro fondamentale per il dimensionamento della palettatura. Il gradiente di pressione sulle superfici interpalarari è determinato dal carico palare e la sua azione, unita a quella della curvatura del condotto meridiano, influenza i moti secondari all'interno della girante.

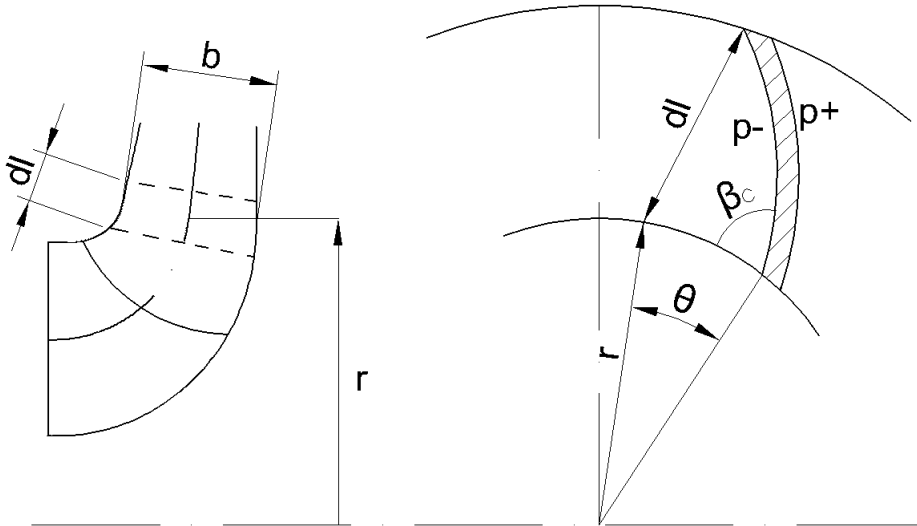


Figura 23: Rappresentazione schematica di un elemento di pala.

Il momento elementare esercitato sul fluido da un elemento di pala è legato alla variazione del momento della quantità di moto. Supponendo per semplicità che la distribuzione della velocità sia uniforme lungo la larghezza b del condotto meridiano (Figura 23), è possibile risalire al momento elementare esercitato dalla pala:

$$dM = (p^+ - p^-) \cdot b \cdot dl \cdot z \cdot r = \rho \cdot Q_v \cdot d(rC_u) \quad (5.31)$$

La differenza di pressione tra le due facce della pala (carico palare) che ne deriva è:

$$p^+ - p^- = \rho \cdot \frac{Q_v}{b \cdot r \cdot z} \cdot \frac{d(rC_u)}{dl} = \rho \cdot \frac{Q_v}{b \cdot r \cdot z} \cdot \left(\frac{2\pi}{2\pi}\right) \cdot \frac{d(rC_u)}{dl} = \frac{2\pi}{z} \cdot \rho \cdot W_m \cdot \frac{d(rC_u)}{dl} \quad (5.32)$$

dove z indica il numero di pale.

Il carico palare è perciò legato alla distribuzione, lungo la coordinata meridiana l , al momento angolare rC_u che quindi rappresenta il parametro sul quale bisogna intervenire per controllare lo sviluppo e l'intensità dei mori secondari. Zangeneh et al. propone una distribuzione del carico palare come quella di Figura 24. La curva rappresenta l'andamento della derivata $d(rC_u)/dm$ ed è composta tra 3 tratti:

1. un ramo parabolico per $0 \leq m = l/L_m \leq NC$;
2. un secondo tratto lineare con inclinazione α per $NC \leq m \leq ND$;
3. un altro tratto parabolico $ND \leq m \leq 1$.

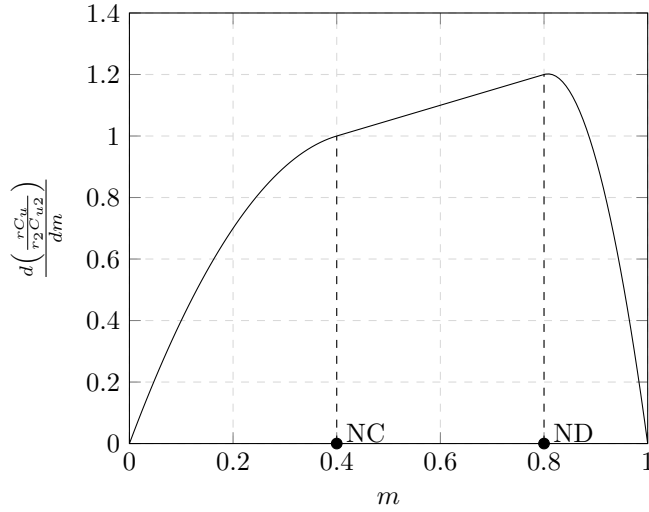


Figura 24: Distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.

Per rendere operativa la procedura occorre scrivere le equazioni delle 3 curve che compongono l'andamento della derivata di rC_u (lungo la coordinata curvilinea del canale meridiano) ed imporre la continuità della funzione e della derivata prima in corrispondenza di $m = NC$ e $m = ND$. Gli andamenti parabolici consentono di limitare il carico in ingresso, allontanando il rischio di innesco della cavitazione, e all'uscita per non accentuare l'intensità della scia a valle. La condizione di classe C^1 per la funzione $d(rC_u)/dm$ assieme alla classica assunzione $C_{u1} = 0$ ed all'ovvio condizione che per $m = 1$ si ha $rC_u = r_2C_{u2}$, consente di definire univocamente le incognite del problema, ovvero i coefficienti delle curve che descrivono la distribuzione della derivata del momento della quantità di moto. Nota la distribuzione di $d(rC_u)/dm$ si ottiene, per integrazione, la distribuzione di rC_u . L'andamento di $W_m = C_m$ viene invece ricavato dall'equazione della portata.

Noti C_u e C_m si può risalire all'angolo costruttivo della pala utilizzando le seguenti espressioni:

$$C_u = u \cdot \left(1 - \frac{\Delta u}{u}\right) - \frac{C_m}{\tan\beta_c} \quad (5.33)$$

$$C_m = \frac{Q_v}{\eta_v \cdot \xi \cdot 2\pi \cdot r \cdot b} \quad (5.34)$$

La deviazione angolare $\Delta u/u$ varia con gradualità all'interno del condotto; in Figura 25 viene riportato un esempio di distribuzione cubica di $\Delta u/u$.
 Con riferimento alla Figura 23 è possibile calcolare la coordinata polare θ dato che:

$$\tan\beta_c = \frac{dl}{r \cdot d\theta} \quad (5.35)$$

da cui

$$d\theta = \frac{dl}{\tan\beta_c} \quad (5.36)$$

$$\theta = \int_{r_1}^r \frac{dl}{r \cdot \tan\beta_c} \quad (5.37)$$

dove r_1 corrisponde al bordo di ingresso della pala.

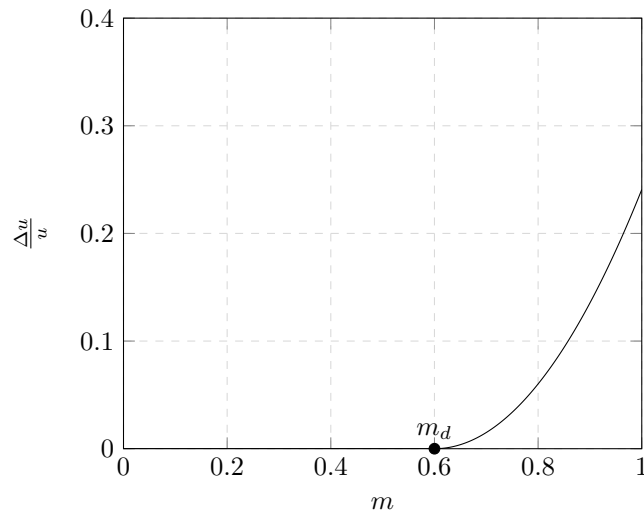


Figura 25: Distribuzione cubica di $\Delta u/u$: in corrispondenza di $m = m_d$, dopo un iniziale tratto nullo, la deviazione angolare cresce fino al valore massimo in uscita.

6 Criteri di dimensionamento del riconvolgiatore

Il riconvolgiatore svolge il compito di indirizzare il fluido in uscita dalla girante verso lo stadio successivo della pompa multicellulare. Il fluido in ingresso allo stadio successivo deve essere caratterizzato da una componente tangenziale della velocità assoluta C_u molto ridotta (in caso ideale $C_u = 0$) in modo da non compromettere lo scambio energetico della girante successiva: infatti, con riferimento all'equazione 6.1, se si ipotizzano nulle le perdite idrauliche all'interno della girante, lo scambio energetico attuato dalla girante successiva vale:

$$gH_{teorico} = u_{OUT} \cdot C_{u_{OUT}} - u_{IN} \cdot C_{u_{IN}} \quad (6.1)$$

dove i pedici "IN" e "OUT" indicano, rispettivamente, la sezione di ingresso e quella di uscita della girante. Per assicurare un adeguato aumento di prevalenza del fluido attraverso gli stadi successivi, occorre quindi ridurre il più possibile la componente tangenziale della velocità assoluta C_u all'uscita di ciascuno stadio. Per eliminare la componente tangenziale della velocità assoluta, o quanto meno per ridurla, occorre imporre una distribuzione angolare delle pale del condotto di ritorno con andamento crescente dall'ingresso verso l'uscita del riconvolgiatore. Con riferimento alla Figura 26, per ottenere $C_u = 0$ occorre, almeno per il caso ideale, imporre un angolo costruttivo della pala (nella sezione di uscita) pari a $\alpha_c = 90^\circ$ in modo che risulti un angolo di flusso $\alpha = \alpha_c = 90^\circ$; nella pratica, viene applicato un angolo costruttivo all'uscita maggiore di 90° in modo da "raddrizzare" la direzione della velocità assoluta rendendo minima la sua proiezione lungo la direzione tangenziale.

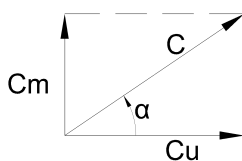


Figura 26: Nella pratica, per riuscire a "raddrizzare" la direzione della velocità assoluta, viene imposto all'uscita del convogliatore un angolo $\alpha_c > 90^\circ$ in modo da ottenere un angolo di flusso $\alpha \approx 90^\circ$.

6.1 Dimensionamento del condotto meridiano del riconvolgiatore

Nota la geometria della girante e del corpo stadio, si procede col definire l'ingombro radiale del riconvolgiatore; l'ingombro assiale è invece fissato dai vincoli geometrici di progetto e dagli ingombri radiali degli altri componenti.

Definito con D_3 il diametro esterno del disco del riconvolgiatore (Figura 27), in letteratura viene suggerito un rapporto con il diametro esterno della girante D_2 pari a :

$$\frac{D_3}{D_2} = 1.15 \div 1.20$$

da cui risulta

$$D_3 = (1.15 \div 1.2) \cdot D_2 \quad (6.2)$$

Il bordo d'ingresso b_3 è invece fissato dai vincoli geometrici di progetto.

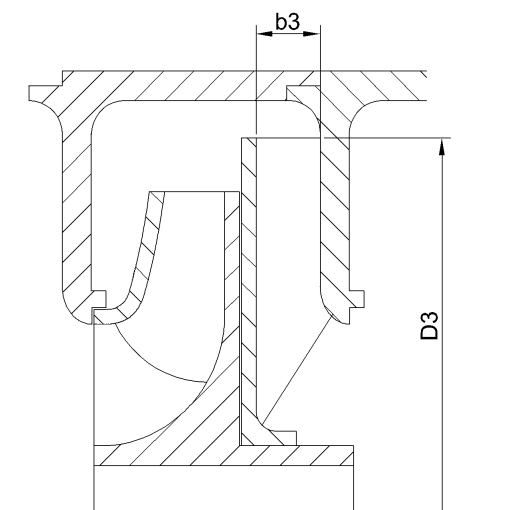


Figura 27: Sezione meridiana della macchina per uno stadio.

6.2 Dimensionamento della palettatura del riconvolgiatore

L'angolo costruttivo della pala nella sezione di uscita viene imposto in modo arbitrario ($\alpha_{4c} > 90^\circ$), mentre l'angolo costruttivo nella sezione di ingresso viene calcolato tramite i triangoli di velocità. Infatti noti i valori delle velocità tangenziale e meridiana all'ingresso del riconvolgiatore C_{u3} e C_{m3} , è possibile risalire all'angolo costruttivo all'ingresso risolvendo il triangolo di velocità:

$$\alpha_{3c} = \text{atan} \left(\frac{C_{m3}}{C_{u3}} \right) \quad (6.3)$$

Noti gli angoli di ingresso ed uscita, la linea media della pala può essere disegnata in due modi: tramite le curve di Bezier oppure imponendo la distribuzione degli angoli costruttivi voluta (metodo noto come *Inverse design method*).

6.2.1 Curve di Bezier

Una generica curva di Bezier, descritta da $n + 1$ punti di controllo P_0, P_1, \dots, P_n , viene definita tramite un'espressione polinomiale di grado n parametrizzata dal parametro t :

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n b_{i,n}(t) \cdot \mathbf{P}_i \quad t \in [0; 1] \quad (6.4)$$

Il termine $b_{i,n}(t)$ è conosciuto come polinomio di Bernstein di grado n , la cui definizione è:

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} \cdot (1-t)^{n-i} \cdot t^i \quad (6.5)$$

Gli $n + 1$ punti di controllo definiscono il cosiddetto "poligono di controllo", ovvero quel poligono che si ottiene unendo tramite dei segmenti i vari punti di controllo presi in modo ordinato.

Le caratteristiche principali di una curva di Bezier sono le seguenti:

- la curva inizia in P_0 e termina in P_n ; questa è chiamata proprietà di *interpolazione di punto finale*;
- la curva di Bézier è una linea retta se e solo se i punti di controllo sono collineari;
- il segmento che congiunge i punti P_0 e P_1 è tangente alla curva di Bezier nel punto P_0 ;
- il segmento che congiunge i punti P_{n-1} e P_n è tangente alla curva di Bezier nel punto P_n .

Si supponga di voler descrivere la linea media della pala tramite una curva di Bezier per $n + 1 = 6$ punti di controllo (appartenenti ad un unico piano) come quella di Figura 28; essa viene definita nel modo seguente:

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{P}_0(1-t)^5 + 5\mathbf{P}_1t(1-t)^4 + 10\mathbf{P}_2t^2(1-t)^3 + 10\mathbf{P}_3t^3(1-t)^2 + 5\mathbf{P}_4t^4(1-t) + \mathbf{P}_5t^5 \quad (6.6)$$

dove il vettore \mathbf{P}_i ($i=0,\dots,5$) rappresenta le coordinate $(x; y)$ dell' i -esimo punto di controllo.

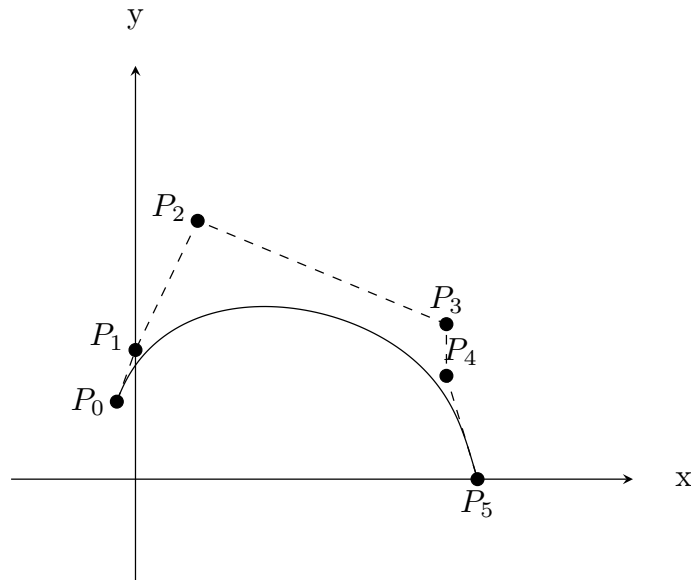


Figura 28: Curva di Bezier (linea continua) con 6 punti di controllo nel piano xy e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).

La scelta delle coordinate dei vari punti di controllo può essere fatta seguendo questi passaggi:

1. si fissano i punti \mathbf{P}_0 e \mathbf{P}_5 in modo da ottenere un angolo di avvolgimento della pala adeguato;
2. il punto \mathbf{P}_1 deve essere tale da rendere l'inclinazione del segmento $\overline{P_0P_1}$ pari all'angolo costruttivo in uscita voluto;
3. il punto \mathbf{P}_4 deve essere tale da rendere l'inclinazione del segmento $\overline{P_4P_5}$ pari all'angolo costruttivo in ingresso voluto;
4. i restanti punti \mathbf{P}_2 e \mathbf{P}_3 fissano la forma della pala nella parte centrale.

6.2.2 Inverse design method

Noti gli angoli di ingresso ed uscita, è possibile imporre una distribuzione arbitraria degli angoli costruttivi in funzione del raggio (ovvero in funzione della distanza dall'asse di rotazione della macchina). La distribuzione angolare può essere rappresentata nel piano cartesiano $(r; \alpha_c)$ dove il raggio r indica la distanza nel piano meridiano dall'asse della macchina. La distribuzione angolare di Figura è composta da 3 tratti:

1. un primo tratto, descritto da un polinomio di grado 3, compreso tra il punto $(r_4; \alpha_{4c})$ e il punto $(r_A; \alpha_A)$;
2. un secondo tratto intermedio di tipo lineare, compreso tra il punto $(r_A; \alpha_A)$ e il punto $(r_B; \alpha_B)$;
3. un terzo tratto, descritto da un polinomio di grado 3, compreso tra il punto $(r_B; \alpha_B)$ e il punto $(r_3; \alpha_{3c})$;

Tutti e 3 i tratti sono descritti da funzioni di classe C^1 ; nei punti di intersezione tra due tratti diversi il valore delle due derivate prime deve coincidere per avere la continuità di tutta la curva. Nota la distribuzione degli angoli costruttivi è possibile calcolare la coordinata polare θ con la seguente formula:

$$\theta = \int_{r_4}^r \frac{dl}{r \cdot \tan \alpha_c} \quad (6.7)$$

dove r_4 corrisponde al bordo di ingresso della pala e dl rappresenta la lunghezza meridiana elementare della linea di flusso considerata.

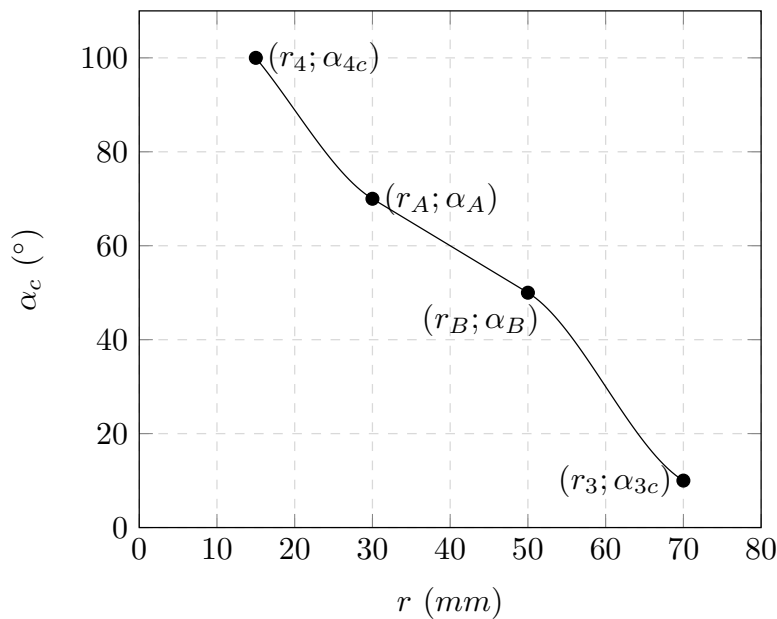


Figura 29: Inverse design method - distribuzione degli angoli costruttivi.

7 Dimensionamento della girante

7.1 Dimensionamento preliminare

Sulla base dei dati di progetto forniti, è possibile stimare il rendimento complessivo minimo che lo stadio dovrà realizzare:

$$\eta_{min} = \frac{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H}{P_{max}} = \frac{1000 \cdot (4.72 \cdot 10^{-3}) \cdot 9.81 \cdot 9}{650} = 0.641 \quad (7.1)$$

Il valore del rendimento complessivo è relativamente basso se viene confrontato con una macchina centrifuga a singolo stadio con voluta che soddisfa i medesimi requisiti progettuali. Tuttavia il valore di η_{min} appena calcolato è "caratteristico" delle pompe delle famiglie multicellulari, dove si verificano considerevoli perdite idrauliche nei condotti di ritorno tra uno stadio ed il successivo. Per caratterizzare la geometria della macchina si calcola il numero tipico di macchina:

$$K = \omega \cdot \frac{Q^{0.5}}{(g \cdot H)^{0.75}} = \frac{2900 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{(\frac{17}{3600})^{0.5}}{(9.81 \cdot 9)^{0.75}} = 0.724 \quad (7.2)$$

Per valori di $K > 0.7$ viene suggerita una geometria palare di tipo radiale a doppia curvatura la quale, sulla base di dati sperimentali, permette di realizzare i rendimenti più elevati; per valori di K inferiori viene invece consigliata una geometria a semplice curvatura. Tuttavia, noti i vincoli progettuali descritti in precedenza, è stata scelta una geometria della palettatura a semplice curvatura.

La stima dello scambio energetico che la macchina deve attuare con il fluido viene fatta fissando il numero di pressione:

$$\psi = 0.42$$

Questo valore viene suggerito per pompe multistadio dall'autore Gulich nel libro "Centrifugal Pumps". Lo stesso autore suggerisce il valore del numero di flusso ϕ , utile per determinare la dimensione della sezione di uscita:

$$\phi = 0.12$$

I valori dei parametri che definiscono le dimensioni principali della girante, calcolati secondo il criterio esposto nel capitolo precedente, sono riassunti in Tabella 4. Si ricorda che il valore del diametro dell'albero è un vincolo progettuale ed è fissato a 14mm.

Diametro esterno girante	D_2	96 mm
Velocità periferica all'uscita	u_2	14.58 m/s
Larghezza sezione di uscita	b_2	9 mm
Diametro bocca girante	D_0	56 mm
Diametro mozzo	D_m	20 mm
Diametro albero	ϕ_a	14 mm
Numero di pressione	ψ	0.415
Numero di flusso	ϕ	0.119

Tabella 4: Dimensioni e parametri adimensionali principali della girante.

7.2 Dimensionamento del condotto meridiano

Il condotto meridiano è stato sagomato in accordo con il metodo descritto nel capitolo precedente. I valori delle dimensioni principali che lo definiscono sono raccolti in Tabella 5 mentre lo schizzo del condotto meridiano che si è ottenuto è rappresentato in Figura 30.

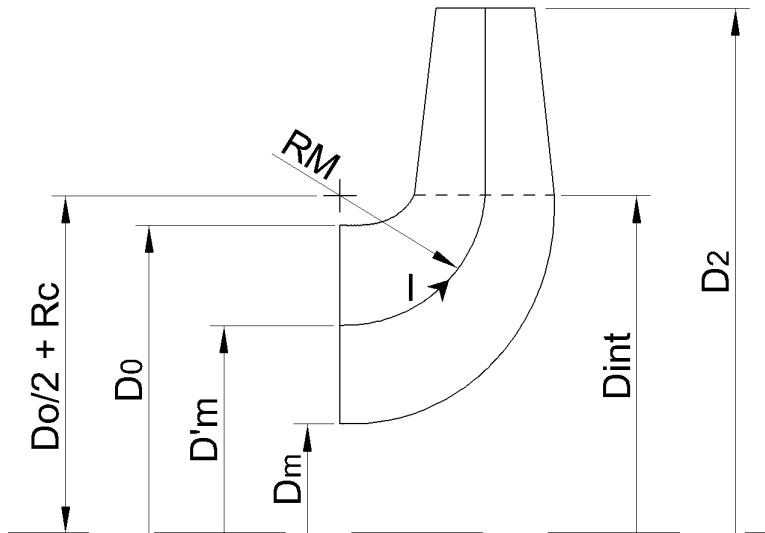


Figura 30: Dimensioni principali del condotto meridiano.

Area ingresso	A_0	2148.85 mm ²
Area uscita	A_2	2714.34 mm ²
Diametro medio bocca girante	D'_m	38 mm
Raggio ausiliario	Rc	3.84 mm
Diametro interno	D_{int}	63.68 mm
Raggio curvatura linea media di flusso	R_M	12.84 mm
Lunghezza totale linea media di flusso	L_M	36.33 mm

Tabella 5: Dimensioni che definiscono il condotto meridiano della girante.

7.3 Scelta del bordo di ingresso

Il bordo d'ingresso viene posizionato e sagomato sulla base delle seguenti considerazioni:

1. il bordo d'attacco in corrispondenza della corona deve essere spostato verso la bocca di ingresso della girante, in modo da allontanare il bordo d'ingresso dalla curvatura del condotto meridiano: così facendo vengono attenuati i rischi di cavitazione;
2. il bordo d'attacco va sagomato in modo da rendere la lunghezza della pala in corrispondenza del mozzo circa uguale a quella in corrispondenza della corona: in questo modo la pala viene caricata più uniformemente;
3. la forma del bordo d'attacco deve essere curva, convessa e deve favorire l'ortogonalità tra linee di flusso e bordo d'attacco in modo da ridurre il disturbo sulle linee di flusso. Tuttavia l'estensione meridiana dei singoli tubi di flusso sarebbe troppo diseguale ed il rendimento della girante ne risulterebbe penalizzato, ragion per cui il posizionamento del bordo d'ingresso è una soluzione di compromesso tra ortogonalità alle linee di corrente e l'uguale estensione meridiana dei tubi di flusso;
4. in corrispondenza del bordo di ingresso e del disco portapala, l'angolo tra la linea di flusso e l'asse della macchina deve essere $\gamma \geq 18^\circ$; in questo modo si limitano l'estensione della pala e le perdite per attrito parietale;
5. la forma del bordo d'attacco deve essere tale da rispettare i vincoli tecnologici di realizzazione della girante e quindi vanno garantiti gli angoli di sottoquadro.

Scelto il bordo di ingresso è possibile disegnare la sezione meridiana della girante rappresentata in Figura 31.

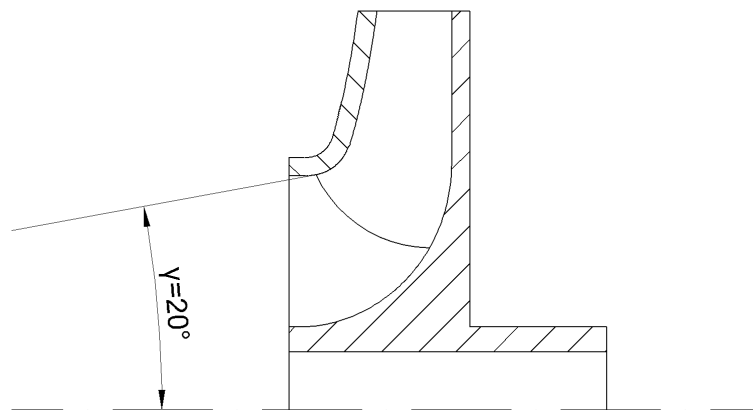


Figura 31: Sezione meridiana della girante.

7.4 Dimensionamento della palettatura della girante

Scelta la distribuzione del momento della quantità di moto, si ottengono, come descritto nel capitolo precedente, le coordinate che definiscono la linea media della pala nella vista circonferenziale. Quindi attraverso la variazione dei parametri che definiscono la distribuzione del momento della quantità di moto è possibile ottenere giranti geometricamente differenti tra loro e che garantiscono prestazioni diverse tra loro. In questo paragrafo non vengono descritte le geometrie che caratterizzano i vari modelli di girante simulati, bensì vengono analizzati i metodi che consentono di definire le linee aspirante e premente della pala che definiscono lo spessore della pala stessa. La descrizione dettagliata delle varie giranti simulate sono riportate nei capitoli successivi unitamente ai risultati ottenuti tramite studi CFD.

In particolare in questo paragrafo vengono descritti il metodo per ricavare le coordinate delle linee premente e aspirante della pala nella vista circonferenziale ed il metodo per sagomare il naso della pala secondo un profilo ellittico.

7.4.1 Vista circonferenziale - tracciamento delle linee aspirante e premente della pala

La linea media della pala, un cui esempio è rappresentato in Figura 32, è nota attraverso le coordinate $(x; y)$ che la definiscono. Ad esempio i punti possono essere raccolti, per semplicità, in Tabella 6. Si definisca con il simbolo s lo spessore della pala.

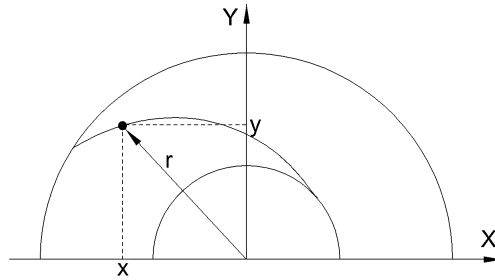


Figura 32: Vista circonferenziale - linea media della pala nota per punti in coordinate $(x; y)$.

Punto	x	y	r	V_x	V_y	V'_x	V'_y	$V'_{norm,x}$	$V'_{norm,y}$
A	x_A	y_A	r_A	/	/	/	/	/	/
B	x_B	y_B	r_B	V_{xB}	V_{yB}	V'_{xB}	V'_{yB}	$V'_{norm,xB}$	$V'_{norm,yB}$
C	x_C	y_C	r_C	V_{xC}	V_{yC}	V'_{xC}	V'_{yC}	$V'_{norm,xC}$	$V'_{norm,yC}$
D	x_D	y_D	r_D	V_{xD}	V_{yD}	V'_{xD}	V'_{yD}	$V'_{norm,xD}$	$V'_{norm,yD}$
E	x_E	y_E	r_E	V_{xE}	V_{yE}	V'_{xE}	V'_{yE}	$V'_{norm,xE}$	$V'_{norm,yE}$
...

Tabella 6: Definizione della pala in coordinate $(x; y)$ nella vista circonferenziale.

La colonna "r" definisce il raggio a cui si trova ciascun punto, banalmente definito come:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (7.3)$$

Le colonne V_x e V_y definiscono le coordinate del vettore $\vec{V} = (V_x; V_y)$ passante per il punto i -esimo e $(i+2)$ -esimo. Ad esempio, presi i punti A e C, le coordinate V_{xB} e V_{yB} sono:

$$\begin{aligned} V_{xB} &= x_C - x_A \\ V_{yB} &= y_C - y_A \end{aligned} \quad (7.4)$$

Le colonne V'_x e V'_y definiscono invece le coordinate del vettore $\vec{V}' = (V'_x; V'_y)$ ortogonale al vettore \vec{V} . Ad esempio note le coordinate \vec{V}_B , le coordinate del vettore ortogonale sono:

$$\begin{aligned} V'_{xB} &= V_{yB} \\ V'_{yB} &= -V_{xB} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Le colonne $V'_{norm,x}$ e $V'_{norm,y}$ definiscono invece le coordinate del vettore $\vec{V}'_{norm} = (V'_{norm,x}; V'_{norm,y})$ che corrisponde al vettore \vec{V}' normalizzato. Ad esempio note le coordinate \vec{V}'_B , le coordinate del vettore normalizzato sono:

$$\begin{aligned} V'_{norm,xB} &= \frac{V'_{xB}}{\sqrt{(V'_{xB})^2 + (V'_{yB})^2}} \\ V'_{norm,yB} &= \frac{V'_{yB}}{\sqrt{(V'_{xB})^2 + (V'_{yB})^2}} \end{aligned} \quad (7.6)$$

A questo punto, per definire ad esempio le coordinate del punto B^+ sulla linea premente è sufficiente aggiungere alle coordinate del punto B il prodotto tra il vettore \vec{V}'_B e il semispessore della pala $\frac{s}{2}$: in questo modo si ottiene il punto B^+ che giace sulla normale per B e che appunto dista dal punto B del valore $\frac{s}{2}$ (vedi Figura 33). In modo analogo per ottenere le coordinate del punto B^- sulla linea aspirante è sufficiente sottrarre alle coordinate del punto B il prodotto tra il vettore \vec{V}'_B e il semispessore della pala $\frac{s}{2}$. In formule:

$$\begin{aligned} x_{B+} &= x_B + V'_{norm,xB} \cdot \frac{s}{2} \\ y_{B+} &= y_B + V'_{norm,yB} \cdot \frac{s}{2} \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned} x_{B-} &= x_B - V'_{norm,xB} \cdot \frac{s}{2} \\ y_{B-} &= y_B - V'_{norm,yB} \cdot \frac{s}{2} \end{aligned} \quad (7.8)$$

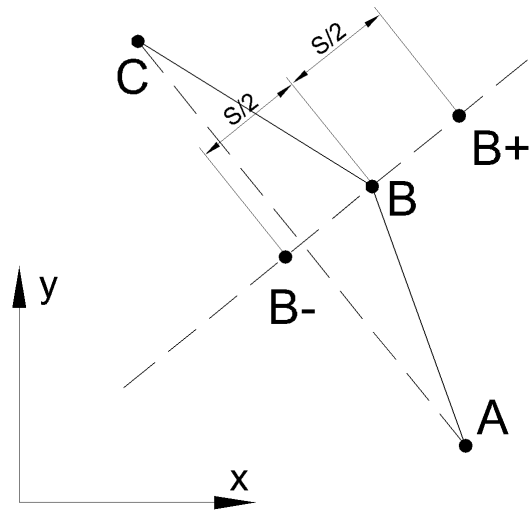


Figura 33: Vista circonferenziale - schema di costruzione delle linee premente ed aspirante della pala.

7.4.2 Vista circonferenziale - realizzazione del naso ellittico della pala

Per realizzare il naso ellittico della pala all'ingresso, occorre assegnare un'adeguata distribuzione degli spessori nella parte iniziale della pala. Si supponga una pala a geometria completamente radiale di spessore s come quella rappresentata in Figura 34. In letteratura viene consigliato di realizzare un profilo ellittico tale che il rapporto tra gli assi maggiore e minore dell'ellisse sia pari a $2a/2b = 2a/s = 2$.

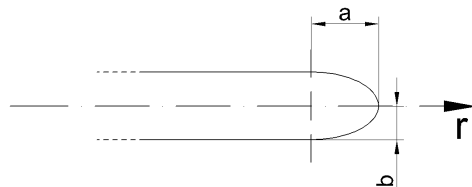


Figura 34: Esempio di pala radiale con naso ellittico.

La procedura che consente di sagomare il naso della pala si articola nei seguenti passaggi:

1. Si disegna nel piano $(x;y)$ un quarto di ellisse della geometria voluta.
2. Si tracciano sul semiasse maggiore n punti equispaziati tra loro e si assegna ad ogni valore x_i ($i = 1, \dots, n$) il corrispondente valore y_i che giace sulla curva del quarto di ellisse.

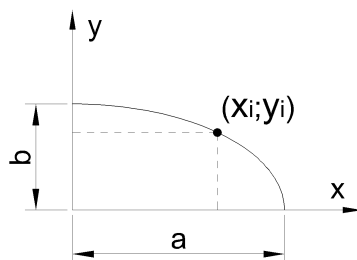


Figura 35: Disegno del quarto di ellisse che servirà a definire il naso della pala.

3. Si normalizzano le coordinate y_i dividendo ogni valore y_i per il valore $y_{MAX} = b$.
4. Note le linee media e premente della pala nella vista circonferenziale, si segna sulla linea media il punto 0 che giace ad una distanza radiale a dal punto di inizio della pala; questo punto definisce il sistema di riferimento locale $(rx; ry)$. Si tracciano sulla linea media n punti equispaziati tra loro e si riportano le coordinate locali rx_k .

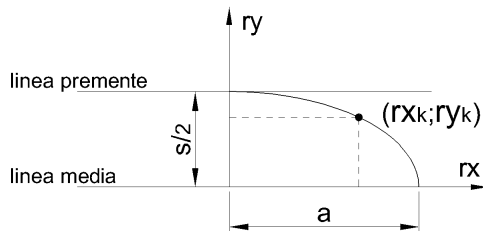


Figura 36: Tracciamento del profilo ellittico della linea premente.

5. Presi due valori rx_k e x_i tale che $i = k$, è possibile ottenere il valore della coordinata ry_k moltiplicando il valore y_i normalizzato per il semispessore $s/2$.
6. In modo analogo si ottengono i punti che descrivono la linea aspirante.

8 Dimensionamento preliminare del corpo stadio

Noti gli ingombri principali della girante è possibile procedere con il dimensionamento del corpo stadio. Non esistono particolari metodi che descrivano la progettazione di questo componente e quindi, nel rispetto dei vincoli progettuali, sono state seguite soltanto delle semplici regole dettate da un'osservazione critica del problema:

1. dal punto di vista tecnologico, il componente deve essere caratterizzato da uno spessore il più uniforme possibile, al fine di evitare distorsioni durante la fase di raffreddamento del pezzo che segue la fase di colata del materiale composito in forma liquida;
2. la geometria del corpo stadio deve garantire l'accoppiamento con ulteriori elementi di stadio;
3. bisogna realizzare all'uscita della girante una camera il più ampia possibile in direzione radiale, al fine di ridurre la componente tangenziale della velocità assoluta e quindi di ridurre il carico sulle pale del riconvolgiatore;
4. bisogna tener conto della presenza delle pale del riconvolgiatore e quindi assicurare sufficiente spazio in direzione assiale;
5. occorre che tutti i vincoli progettuali vengano rispettati, quindi il corpo stadio deve avere un ingombro radiale massimo di $132mm$ e assiale di $43.6mm$.

In Figura 37 viene riportata il risultato preliminare del dimensionamento del corpo stadio.

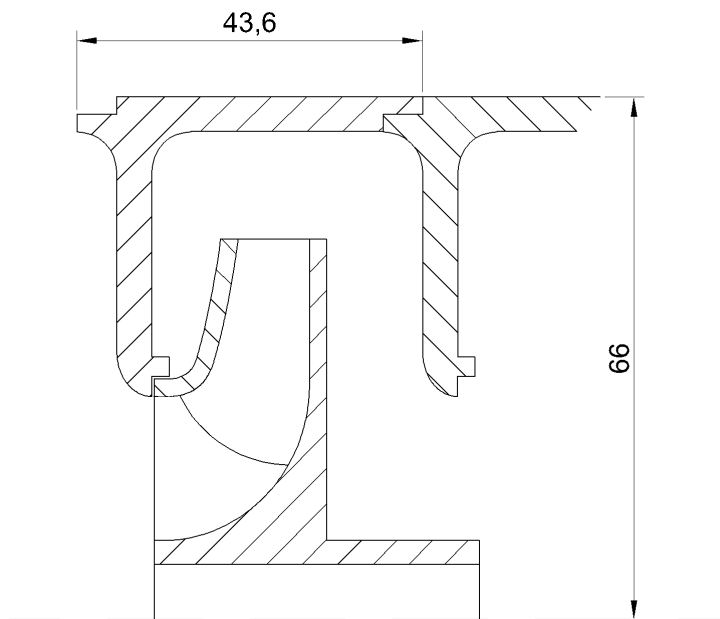


Figura 37: Geometria preliminare del corpo stadio.

9 Ottimizzazione della girante

L'ottimizzazione della girante mira al miglioramento del rendimento idraulico ed al soddisfacimento della prevalenza di progetto. In questa fase del progetto non viene considerato il riconvolgiatore, il quale verrà studiato successivamente all'ottimizzazione della girante. Nei paragrafi seguenti verranno descritti i vari modelli di girante (differenti tra loro per geometria della palettatura e numero di pale) che sono stati studiati con metodi CFD e tra questi verrà scelto il modello migliore. Per ciascun modello vengono descritti i parametri che ne descrivono la geometria, tra cui:

1. parametri della distribuzione della derivata del momento della quantità di moto NC , ND , α ;
2. numero di pale;
3. distribuzione della deviazione angolare $\Delta u/u$;
4. geometria dei tre profili palari mozzo, corona e medio.

oltre alle motivazioni che hanno portato alla scelta o alla modifica di ciascuna geometria. Verranno inoltre riportati i risultati delle simulazioni fluidodinamiche fatte con il software Ansys[®]CFX, i quali permetteranno il confronto tra le varie giranti in termini di prestazioni. Per ciascun modello di girante rimangono invariati il condotto meridiano e la posizione del bordo di ingresso ed inoltre viene utilizzato sempre lo stesso modello di corpo stadio descritto nel capitolo 8.

9.1 Primo modello girante

9.1.1 Definizione del modello

Il primo modello viene dimensionato sulla base della distribuzione di $d(rC_u)/dm$ rappresentata in Figura 39, i cui parametri sono:

- $NC = 0.35$
- $ND = 0.75$
- $\alpha = -50^\circ$

Dopo aver imposto $C_{u1} = 0$ ed aver stimato un rendimento idraulico pari a $\eta_i = 0.83$ il valore della velocità tangenziale all'uscita risulta essere pari a:

$$C_{u2} = \frac{\psi \cdot u_2}{\eta_i} = \frac{0.42 \cdot 14.55}{0.83} = 7.3m/s \quad (9.1)$$

Il numero di pale pari a $z = 5$ è stato scelto come compromesso per non caricare eccessivamente le pale (maggiore è il numero di pale e minore è il carico per ciascuna pala) e per limitare l'ostruzione all'ingresso (un numero elevato di pale provoca una maggiore ostruzione all'ingresso). Per questa prima prova viene stimato un rendimento volumetrico pari a $\eta_v = 0.94$.

La deviazione angolare (slip factor) viene distribuita con legge cubica lungo la lunghezza meridiana del condotto in modo tale che per $0 \leq m \leq 0.2$ si ha $\Delta u/u = 0$ e per $m = 1$ si ha $\Delta u/u = \Delta u_2/u_2$; quindi in questo caso il valore di m che segna l'inizio della distribuzione della deviazione angolare è $m_d = 0.2$.

Tutti questi parametri, riassunti in Tabella 7, permettono il calcolo della distribuzione angolare

di Figura 40. In particolare all'ingresso l'angolo costruttivo vale $\beta_{1c} = 22.3^\circ$ mentre all'uscita $\beta_{2c} = 25.4^\circ$; l'angolo di avvolgimento è pari a $\theta = 105.3^\circ$.

Il naso della pala, in corrispondenza dei 3 profili mozzo (*hub*), medio (*mean*) e corona (*shroud*), ha forma ellittica (Figura 38); in particolare le lunghezze degli assi maggiore e minore dell'ellisse hanno un rapporto pari a 2.

NC	0.35	C_{u1} [m/s]	0
ND	0.75	C_{u2} [m/s]	7.3
α [°]	-50°	m_d	0.2
η_i	0.83	β_{1c} [°]	22.3
η_v	0.94	β_{2c} [°]	25.4
z	5	θ [°]	105.3

Tabella 7: Parametri caratteristici della palettatura del primo modello di girante.

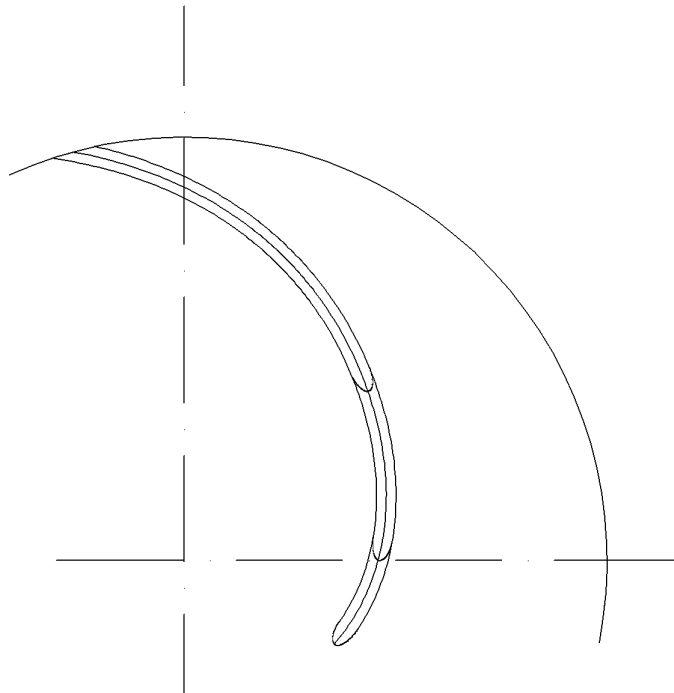


Figura 38: Profili hub, mean, shroud del primo modello di girante.

9.1.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza la mesh di ciascuno dei tre componenti (tubo d'ingresso, girante e corpo stadio) è riportato in Tabella 8.

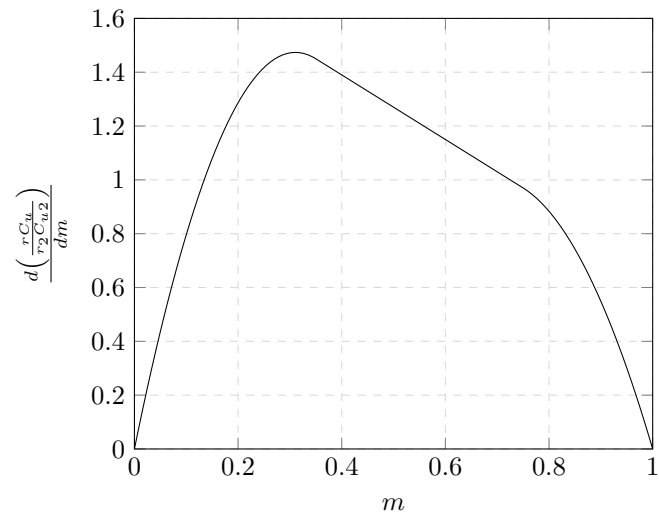


Figura 39: Primo modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.

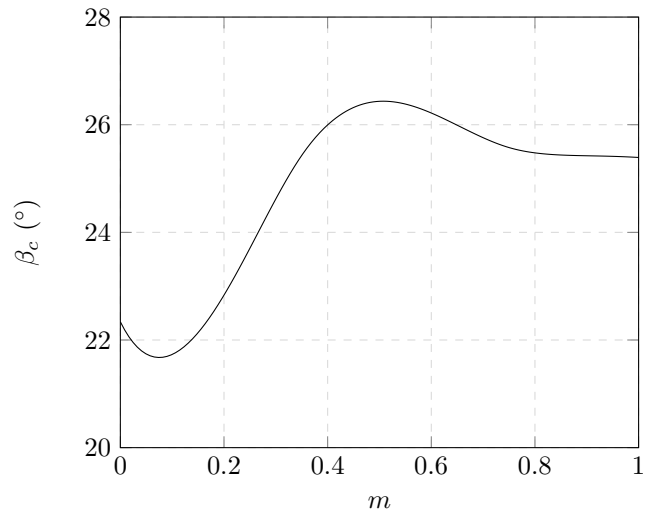


Figura 40: Primo modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo ingresso	252500	240100
Girante	186256	171450
Corpo stadio	263466	245880
Statistiche globali	702222	657430

Tabella 8: Primo modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 9, dove sono visibili anche i risultati elaborati che descrivono le prestazioni della macchina.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	22903.3
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	21974.9
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	101686
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	90649
Momento pala [Nm]	M_p	0.304334
Momento mozzo [Nm]	M_m	0.0120832
Momento corona [Nm]	M_c	0.0120997
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.6426345
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	8.12
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	372
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	319.9
Potenza meccanica all'albero [W]	P_m	498.8
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	74.58
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	64.1
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso,girante}$	928.4
Perdite idrauliche corpo stadio [Pa]	$\Delta p_{corpostadio}$	11307

Tabella 9: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo modello di girante.

L'ottimizzazione della girante nei riguardi delle perdite per incidenza viene eseguita esaminando la direzione dei vettori velocità tangenziale. La zona più critica nei riguardi delle perdite per incidenza è situata nelle vicinanze del bordo di ingresso della pala e del disco corona. In Figura 41 e Figura 42 sono visibili dei ricircoli, situati in prossimità del disco corona (*shroud*), che sono causa di perdite idrauliche.

Noti i risultati numerici per il primo modello, occorre apportare alcune modifiche per migliorare le prestazioni della macchina:

1. per aumentare la prevalenza della pompa (attualmente inferiore alla prevalenza richiesta per l'intero stadio) occorre incrementare lo scambio energetico operato dalla girante. Per

ottenere ciò è necessario aumentare l'angolo costruttivo della pala all'uscita stimando un rendimento idraulico ed un rendimento volumetrico inferiori ai precedenti;

2. in questa fase vengono invece trascurate eventuali soluzioni che riducano le perdite per incidenza; questo aspetto verrà considerato solo dopo aver verificato l'aumento della prevalenza offerta dalla girante.

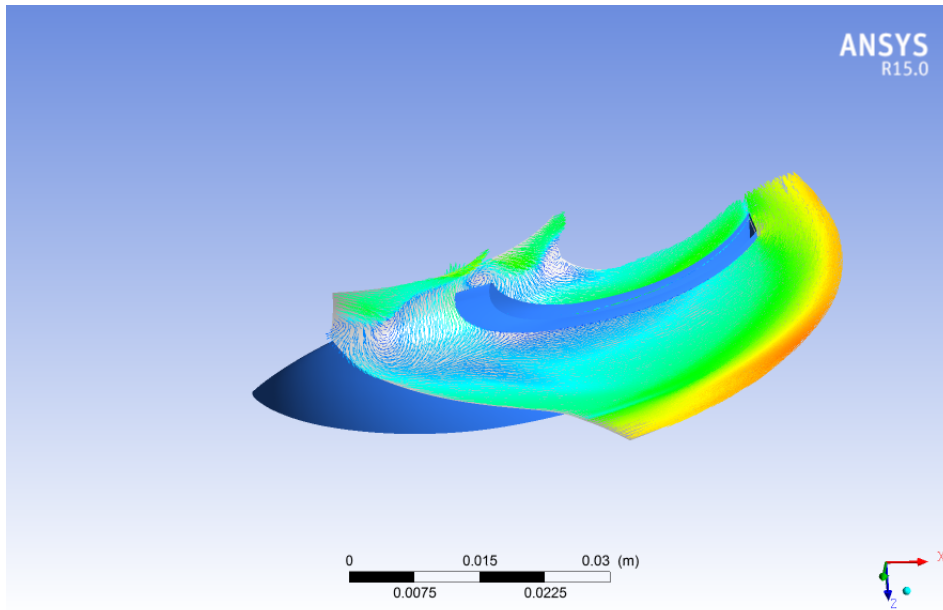


Figura 41: Primo modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.

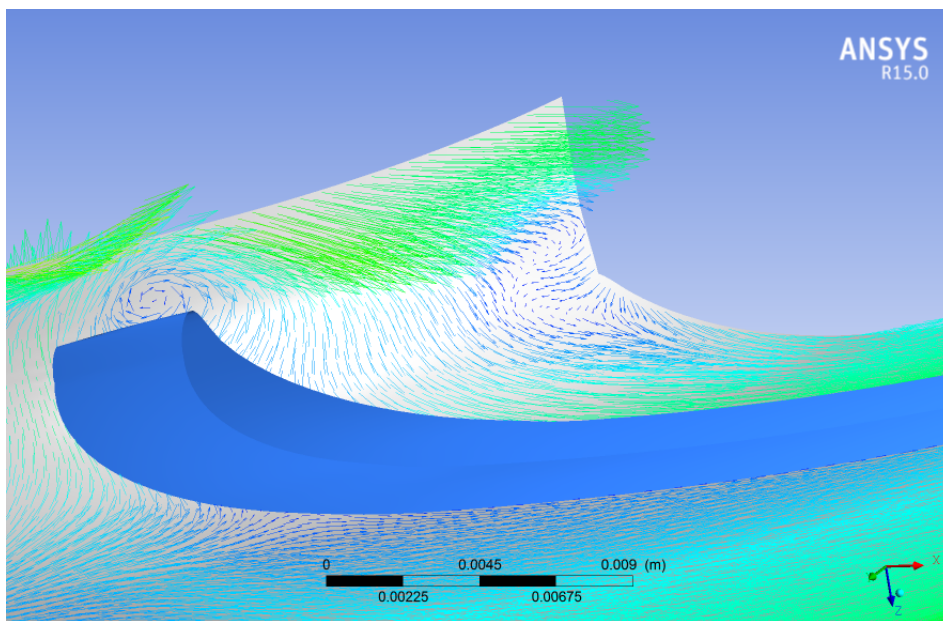


Figura 42: Particolare ingrandito della Figura 41.

9.2 Secondo modello girante

9.2.1 Definizione del modello

Per aumentare la prevalenza offerta dalla girante, il secondo modello è caratterizzato da una distribuzione degli angoli costruttivi maggiore rispetto a quella precedente. A tal fine i valori dei rendimenti idraulico e volumetrico assunti sono stati ridotti a $\eta_i = 0.82$ e $\eta_v = 0.88$. Per non caricare eccessivamente le palettatura è stato deciso di aumentare il numero di pale a $z = 6$. Tutti i parametri che concorrono a definire la geometria del secondo modello sono riassunti in Tabella 10. Inoltre in Figura 43 e Figura 44 sono riportati, rispettivamente, la distribuzione della derivata della quantità di moto e la distribuzione degli angoli costruttivi.

NC	0.15	$C_{u1}[\text{m/s}]$	0
ND	0.80	$C_{u2}[\text{m/s}]$	7.4
$\alpha[^\circ]$	-16°	$\beta_{1c}[^\circ]$	24.9
η_i	0.82	$\beta_{2c}[^\circ]$	28.4
η_v	0.88	$\theta[^\circ]$	90.9
z	6	Naso pala profilo hub	Ellittico
Andamento deviazione angolare	Cubico	Naso pala profilo mean	Ellittico
m_d	0.2	Naso pala profilo shroud	Ellittico

Tabella 10: Parametri caratteristici della palettatura del secondo modello di girante.

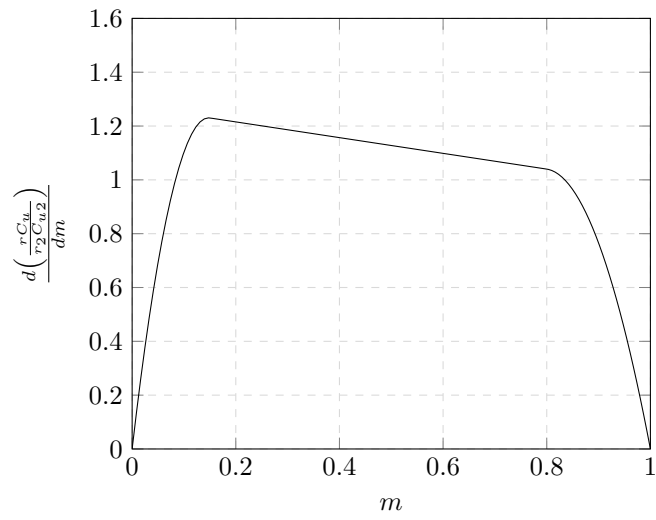


Figura 43: Secondo modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.

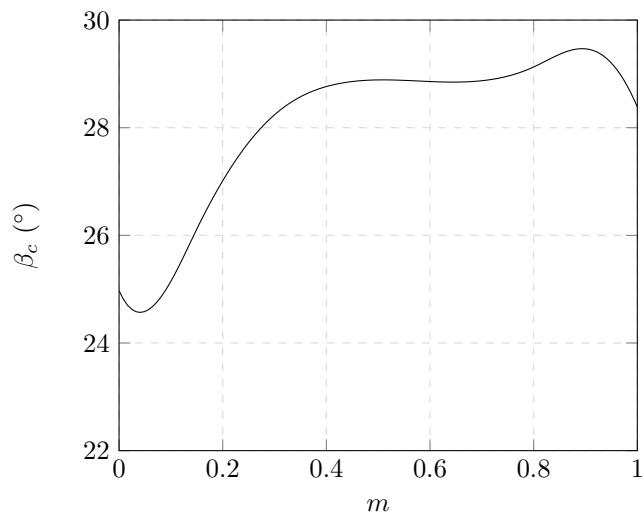


Figura 44: Secondo modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.

9.2.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh del tubo d'ingresso, della girante e del corpo stadio è riportato in Tabella 11.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo ingresso	66096	61250
Girante	163053	149292
Corpo stadio	595543	569700
Statistiche globali	824692	780242

Tabella 11: Secondo modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 12. I vettori velocità tangenziale, utili per lo studio delle perdite idrauliche, sono visibili in Figura 45 e Figura 46. Il secondo modello di girante, rispetto al primo, realizza un maggiore scambio energetico ed assicura un rendimento idraulico maggiore. Tuttavia sono ancora presenti dei ricircoli in prossimità dello shroud all'ingresso; per migliorare le condizioni di incidenza in questa regione è stato deciso di adottare un naso asimmetrico per il profilo shroud, lasciando invariata la forma ellittica dei nasi mean e hub.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	14059.3
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	10897.8
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	119989
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	90647.3
Momento pala [Nm]	M_p	0.308401
Momento mozzo [Nm]	M_m	0.00290282
Momento corona [Nm]	M_c	0.00211557
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.88051634
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	11.12
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	500.2
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	361.7
Potenza meccanica all'albero [W]	P_m	571.1
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	87.59
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	63.3
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso, girante}$	3161.5
Perdite idrauliche corpo stadio [Pa]	$\Delta p_{corpostadio}$	29341.7

Tabella 12: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo modello di girante.

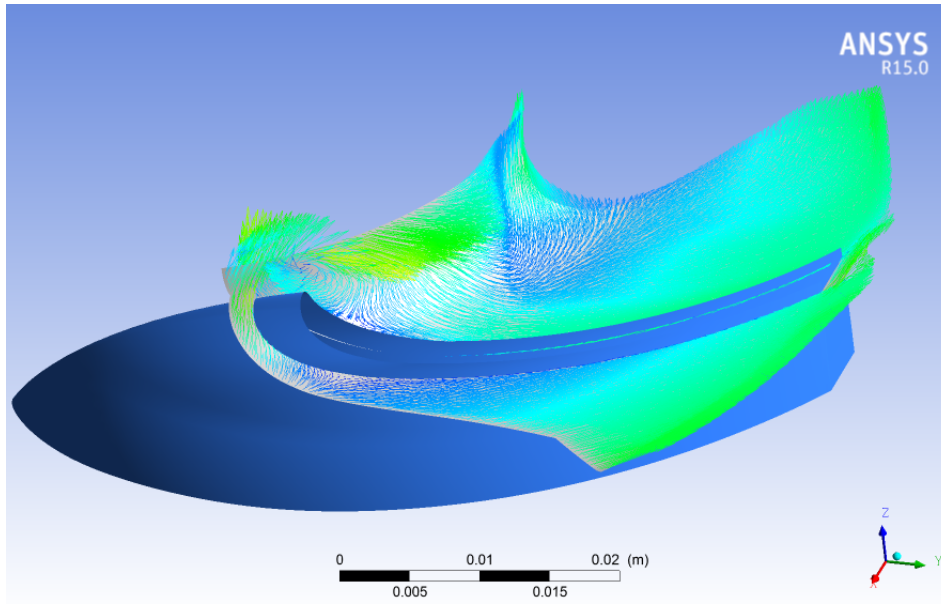


Figura 45: Secondo modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.

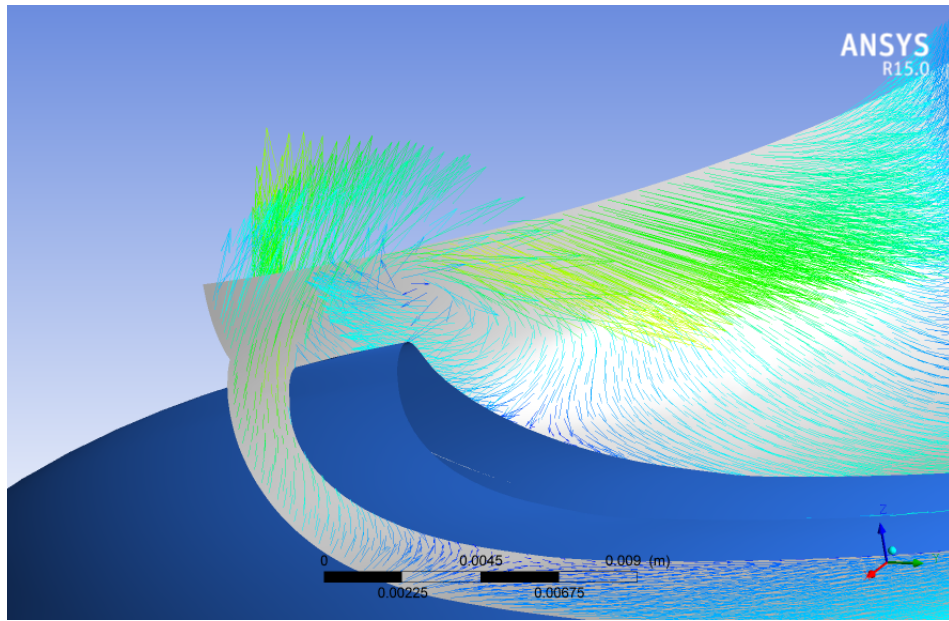


Figura 46: Particolare ingrandito della Figura 45.

9.3 Terzo modello girante

9.3.1 Definizione del modello

Il terzo modello è caratterizzato da una distribuzione degli angoli costruttivi e della derivata del momento della quantità uguali a quella del secondo modello. La differenza rispetto al modello precedente consiste nella forma del naso della pala in corrispondenza della corona che è asimmetrica e non più ellittica; questo particolare accorgimento, rappresentato in Figura 47, permette di ridurre localmente l'angolo costruttivo e dovrebbe produrre un miglioramento della macchina nei riguardi delle perdite idrauliche. In Figura 48 e Figura 49 sono riportati, per completezza, la distribuzione della derivata della quantità di moto e la distribuzione degli angoli costruttivi. Tutti i parametri che concorrono a definire il terzo modello sono riassunti in Tabella 13.

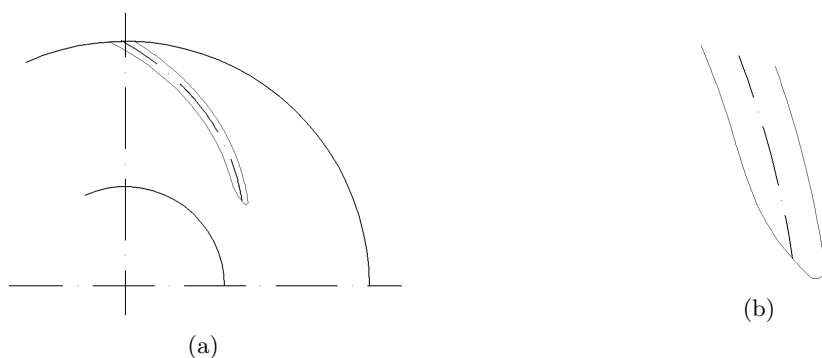


Figura 47: Terzo modello girante: disegno del profilo shroud della pala (a) e particolare ingrandito del naso asimmetrico (b).

NC	0.15	$C_{u1}[\text{m/s}]$	0
ND	0.80	$C_{u2}[\text{m/s}]$	7.4
$\alpha[^\circ]$	-16°	$\beta_{1c}[^\circ]$	24.9
η_i	0.82	$\beta_{2c}[^\circ]$	28.4
η_v	0.88	$\theta[^\circ]$	90.9
z	6	Naso pala profilo hub	Ellittico
Andamento deviazione angolare	Cubico	Naso pala profilo mean	Ellittico
m_d	0.2	Naso pala profilo shroud	Asimmetrico

Tabella 13: Parametri caratteristici della palettatura del terzo modello di girante.

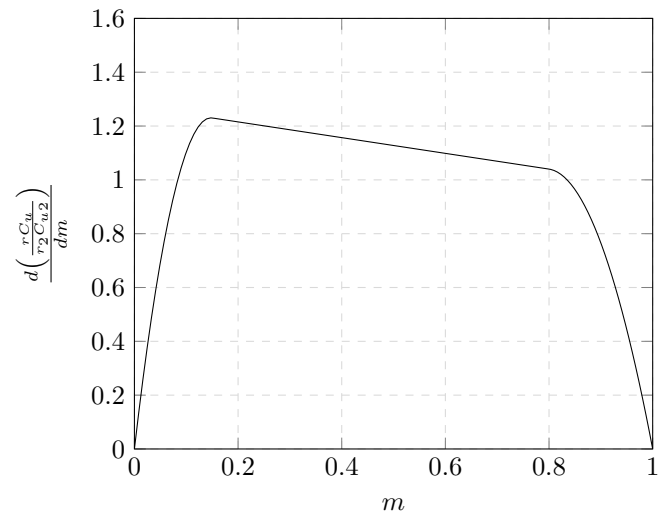


Figura 48: Terzo modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.

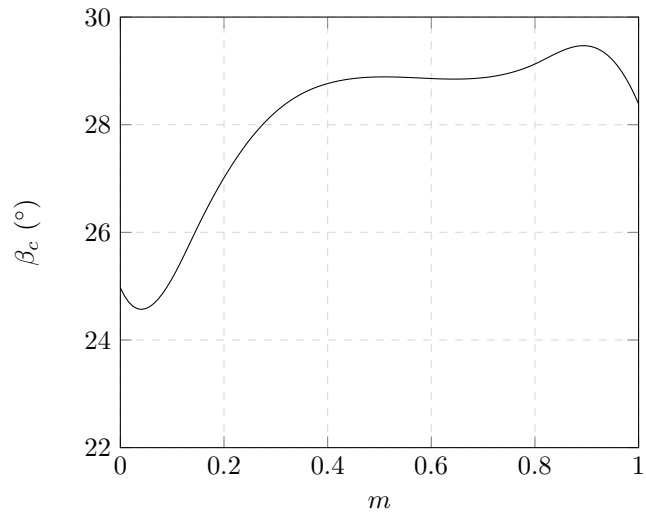


Figura 49: Terzo modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.

9.3.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh del tubo d'ingresso, della girante e del corpo stadio è riportato in Tabella 14.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo ingresso	62475	57800
Girante	121512	110032
Corpo stadio	595543	569700
Statistiche globali	779530	737532

Tabella 14: Terzo modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 15. I vettori velocità tangenziale, utili per lo studio delle perdite idrauliche, sono visibili in Figura 51 e Figura 52. Con il terzo modello (e l'introduzione del naso asimmetrico sullo shroud) i ricircoli all'ingresso in prossimità dello shroud sono stati estinti. Tuttavia le prestazioni della macchina sono peggiorate drasticamente dato che il rendimento della sola girante vale, per questo modello, $\eta_{girante} = 58.27\%$. Una possibile soluzione consiste nel ridurre ulteriormente l'angolo di attacco della pala tramite l'introduzione di una componente della velocità $C_{u1} < 0$ fittizia. Infatti dal triangolo di velocità di Figura, risulta ovvio che introducendo una componente tangenziale negativa della velocità assoluta all'ingresso si ottiene un angolo di flusso minore rispetto al caso con $C_{u1} = 0$.

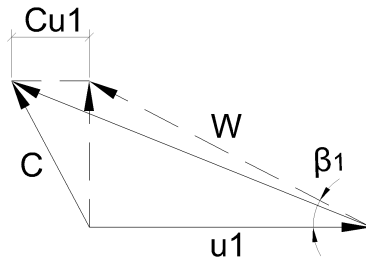


Figura 50: Imposizione di una componente $C_{u1} < 0$ fittizia all'ingresso.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	23632.1
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	23387.5
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	96806.8
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	90644.5
Momento pala [Nm]	M_p	0.309676
Momento mozzo [Nm]	M_m	0.00778275
Momento corona [Nm]	M_c	0.00799514
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.95272334
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	7.48
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	345.5
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	316.4
Potenza meccanica girante [W]	P_m	593.0
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	58.27
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	53.4
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso, girante}$	244.6
Perdite idrauliche corpo stadio [Pa]	$\Delta p_{corpostadio}$	6162.3

Tabella 15: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il terzo modello di girante.

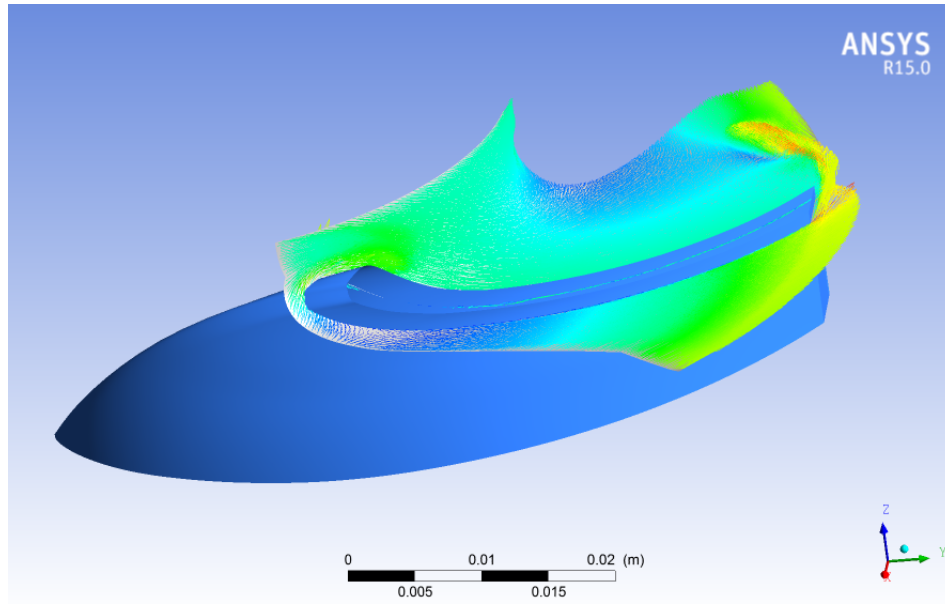


Figura 51: Terzo modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.

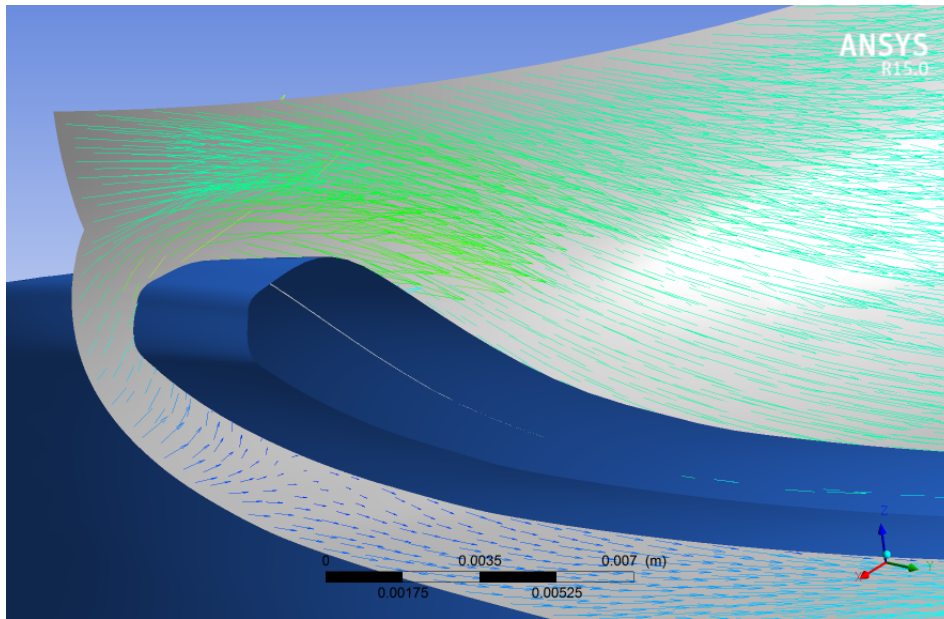


Figura 52: Particolare ingrandito della Figura 51.

9.4 Quarto modello girante

9.4.1 Definizione del modello

Il quarto modello è caratterizzato da una distribuzione della derivata del momento della quantità di moto uguale a quella del terzo modello; anche la forma del naso dei tre profili palari hub, mean, shroud sono gli stessi del terzo modello. La novità consiste nell'aver introdotto un valore di $C_{u1} < 0$ che permette di ottenere, all'ingresso della girante, angoli costruttivi minori rispetto ai casi precedenti. In Figura 54 e Figura 55 sono riportati, per completezza, la distribuzione della derivata della quantità di moto e la distribuzione degli angoli costruttivi. Variando il solo valore della velocità tangenziale all'ingresso C_{u1} (e quindi mantenendo inalterati gli altri parametri come ad esempio il valore dell'angolo costruttivo all'uscita) sono state eseguite varie prove numeriche, al fine di individuare la distribuzione angolare che massimizza il rendimento idraulico della girante. I vari valori di C_{u1} che sono stati assegnati, gli angoli costruttivi all'ingresso e all'uscita e le prestazioni delle giranti per ognuno di questi casi sono descritti in Tabella 16; i valori dei rendimenti idraulici della varie giranti simulate sono rappresentati in Figura 53.

Dal confronto tra le varie giranti risulta che il rendimento idraulico massimo viene realizzato dalla girante che soddisfa la condizione $C_{u1}/C_{u2} = -0.2$ e che quindi viene scelta come quarto modello di girante. Tutti i parametri che concorrono a definire il quarto modello di girante sono riassunti in Tabella 17.

Prova	C_{u1}/C_{u2}	$\beta_{1c} [^\circ]$	$\beta_{2c} [^\circ]$	$\eta_{idraulico} \%$
1	-0.1	23.2	28.3	52.99
2	-0.15	22.5	28.3	93.63
3	-0.2	21.8	28.3	94.13
4	-0.25	21.1	28.3	93.56
5	-0.3	20.5	28.3	92.38

Tabella 16: Descrizione delle prove effettuate al variare del rapporto C_{u1}/C_{u2} .

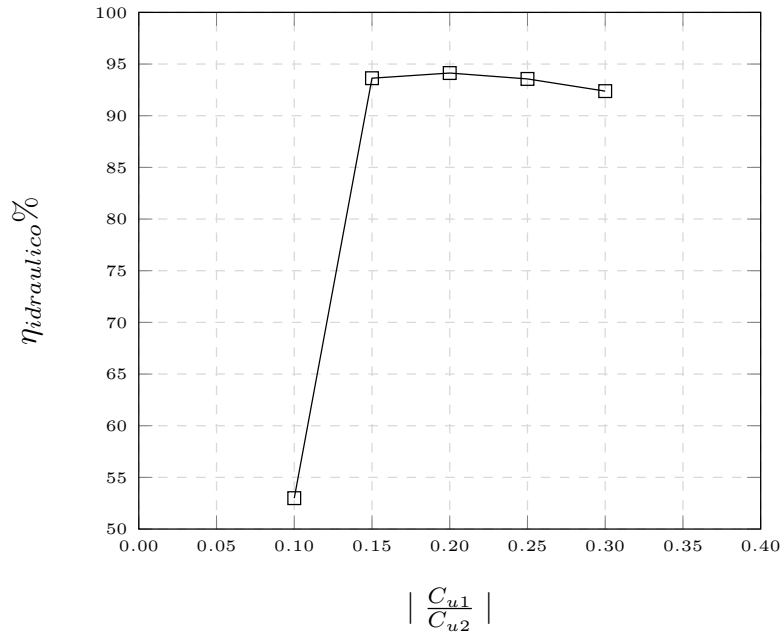


Figura 53: Valori del rendimento idraulico delle giranti simulate al variare del parametro $\left| \frac{C_{u1}}{C_{u2}} \right|$.

NC	0.2	$C_{u1}[\text{m/s}]$	$-0.2C_{u2}$
ND	0.80	$C_{u2}[\text{m/s}]$	7.4
$\alpha[^\circ]$	-40°	$\beta_{1c}[^\circ]$	21.8
η_i	0.82	$\beta_{2c}[^\circ]$	28.4
η_v	0.88	$\theta[^\circ]$	97.8
z	6	Naso pala profilo hub	Ellittico
Andamento deviazione angolare	Cubico	Naso pala profilo mean	Ellittico
m_d	0.25	Naso pala profilo shroud	Asimmetrico

Tabella 17: Parametri caratteristici della palettatura del quarto modello di girante.

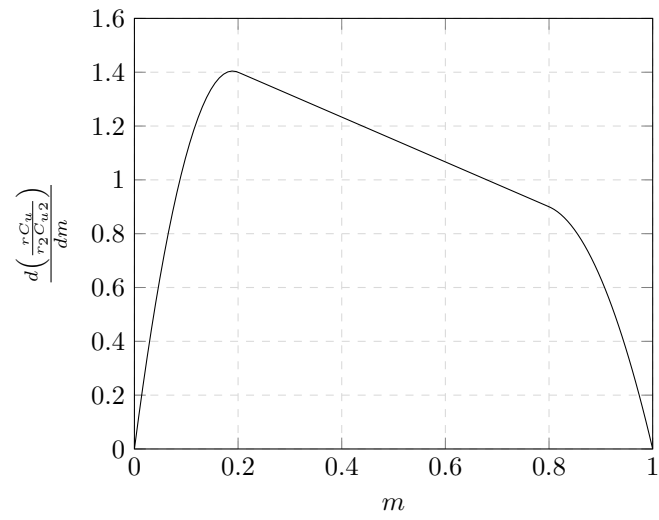


Figura 54: Quarto modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.

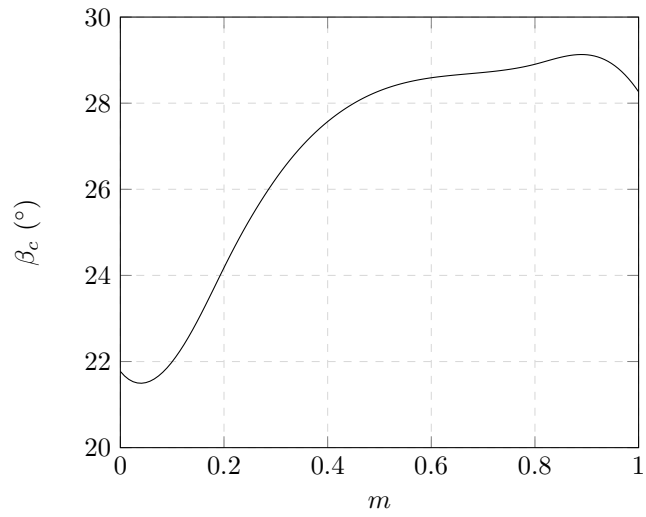


Figura 55: Quarto modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.

9.4.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh del tubo d'ingresso, della girante e del corpo stadio è riportato in Tabella 18.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo ingresso	103424	96100
Girante	127975	116136
Corpo stadio	595543	569700
Statistiche globali	826942	781936

Tabella 18: Quarto modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 19. I vettori velocità tangenziale, utili per lo studio delle perdite idrauliche, sono visibili in Figura 56 e Figura 57. Il quarto modello di girante (la cui geometria è definita dal rapporto $C_{u1}/C_{u2} = -0.2$) è caratterizzato da un elevato rendimento idraulico ($\eta_{i_{girante}} = 94.13\%$) e dall'assenza di fenomeni di ricircolo in corrispondenza del bordo di attacco della pala. La prevalenza della girante è pari a $H_{girante} = 10.74m$ e quindi è maggiore della prevalenza di progetto dello stadio (pari a $H_{stadio,progetto} = 9m$), ma non conoscendo l'entità delle perdite idrauliche nel riconvolgiatore è opportuno modificare ulteriormente la geometria della girante per aumentarne leggermente la prevalenza.

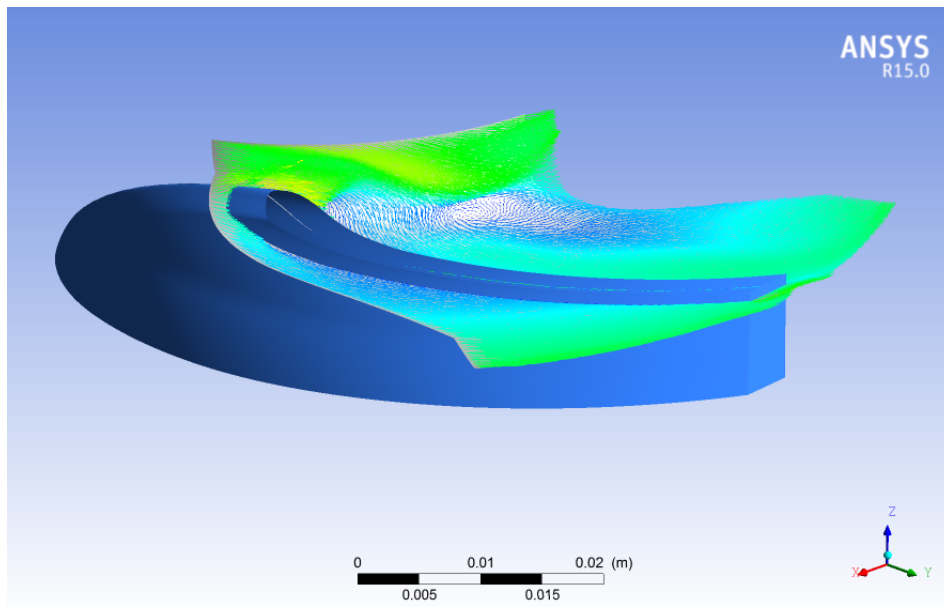


Figura 56: Quarto modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.

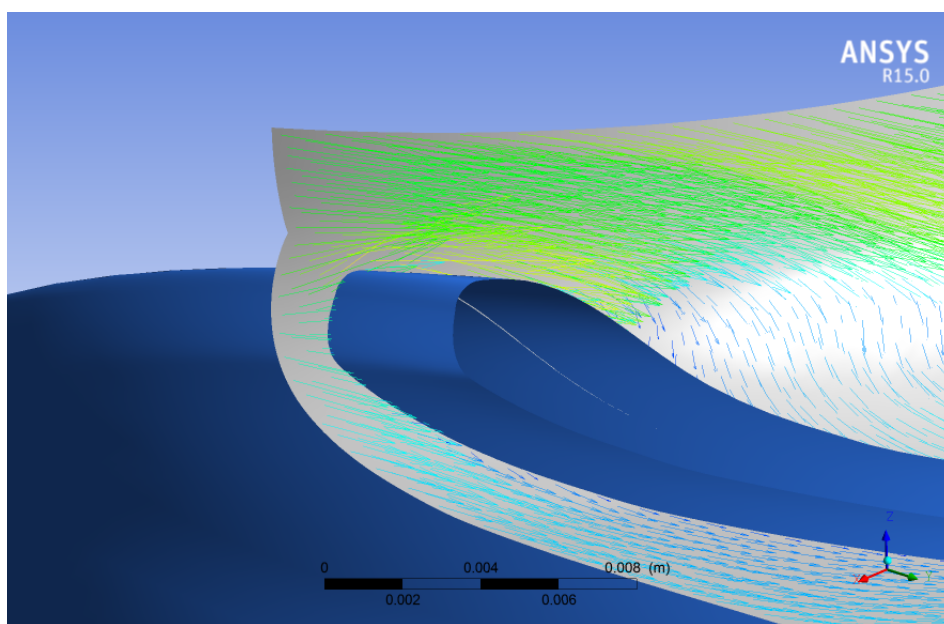


Figura 57: Particolare ingrandito della Figura 56.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	14870.9
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	14808.1
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	120248
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	90646.9
Momento pala [Nm]	M_p	0.284982
Momento mozzo [Nm]	M_m	0.00283366
Momento corona [Nm]	M_c	0.00232446
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.74084072
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	10.74
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	497.6
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	357.8
Potenza meccanica girante [W]	P_m	528.7
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	94.13
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	67.7
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso, girante}$	62.8
Perdite idrauliche corpostadio [Pa]	$\Delta p_{corpostadio}$	29601.1

Tabella 19: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quarto modello di girante.

9.5 Quinto modello girante

9.5.1 Definizione del modello

Per incrementare la prevalenza offerta dalla girante (e quindi dallo stadio) occorre intensificare lo scambio energetico operato dalla girante. In accordo con l'equazione dell'energia $gH_t = u_2 C_{u2}$ è possibile aumentare il diametro esterno della girante lasciando inalterato il valore della velocità tangenziale all'uscita. Tuttavia, nel rispetto dei vincoli di progetto, l'ingombro radiale della girante va limitato ad un valore adeguato, quindi il diametro D_2 deve restare contenuto. Il quinto modello di girante è caratterizzato da un bordo d'uscita inclinato e non dritto: ne risulta che il diametro al mozzo rimane inalterato mentre i diametri medio e alla corona aumentano (vedi Figura 58); il bordo d'uscita inclinato facilita il passaggio del fluido dall'uscita della girante verso l'ingresso del riconvolgiatore.

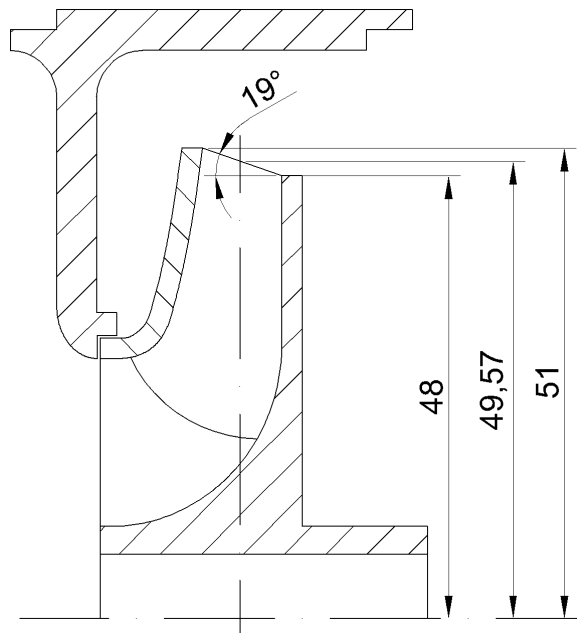


Figura 58: Quinto modello girante: bordo d'uscita inclinato.

Questo modello di girante è stato realizzato sulla base della geometria del quarto modello. Infatti è bastato prolungare le pale del quarto modello, mantenendo l'angolo di uscita costante, fino al valore del diametro esterno voluto. Gli altri parametri geometrici rimangono inalterati rispetto al modello precedente, ma vengono comunque riportati in Figura 59, Figura 60 e in Tabella 20.

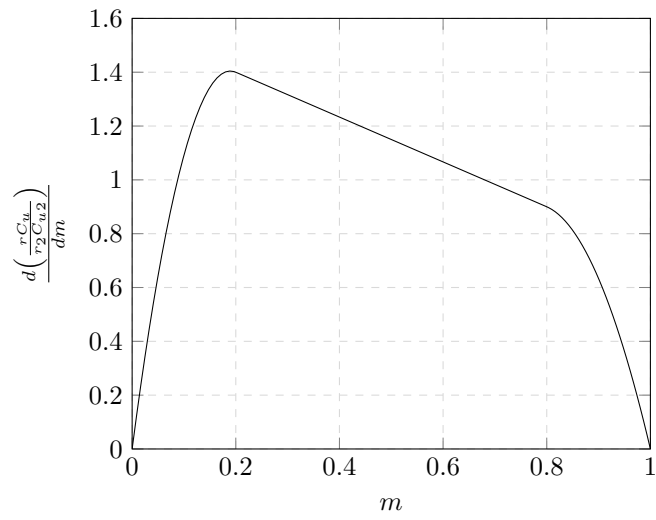


Figura 59: Quinto modello girante: distribuzione della derivata del momento della quantità di moto.

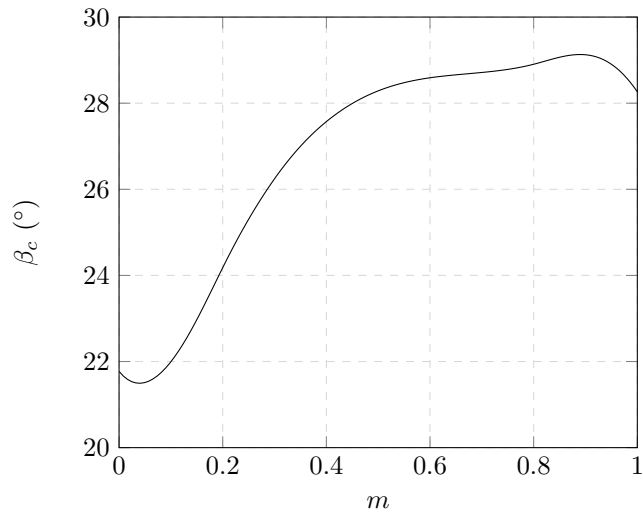


Figura 60: Quinto modello girante: distribuzione degli angoli costruttivi.

NC	0.2	Diametro uscita alla corona [mm]	102
ND	0.80	Inclinazione bordo uscita [°]	19
α [°]	-40°	C_{u1} [m/s]	$-0.2C_{u2}$
η_i	0.82	C_{u2} [m/s]	7.4
η_v	0.88	β_{1c} [°]	21.8
z	6	β_{2c} [°]	28.4
Andamento deviazione angolare	Cubico	θ [°]	97.8
m_d	0.25	Naso pala profilo hub	Ellittico
Diametro uscita al mozzo [mm]	96	Naso pala profilo mean	Ellittico
Diametro uscita medio [mm]	99.14	Naso pala profilo shroud	Asimmetrico

Tabella 20: Parametri caratteristici della palettatura del quinto modello di girante.

9.5.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh del tubo d'ingresso, della girante e del corpo stadio è riportato in Tabella 18.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo ingresso	44541	40000
Girante	115080	104167
Corpo stadio	431406	408480
Statistiche globali	591027	552647

Tabella 21: Quinto modello girante: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 22. I vettori velocità tangenziale, utili per lo studio delle perdite idrauliche, sono visibili in Figura 61 e 62. Il quinto modello di girante è caratterizzato da un rendimento idraulico pari a $\eta_{i\text{girante}} = 94.44\%$ che quindi è leggermente superiore rispetto quello della girante precedente (+0.35m); inoltre non si registrano fenomeni di ricircolo all'ingresso della pala. La prevalenza della girante è pari a $H_{\text{girante}} = 11.09m$, maggiore di circa il 3% rispetto al modello precedente. La potenza meccanica della girante, pari a $P_m = 543.6W$, rispetta la condizione di progetto $P_{m,MAX} = 650W$. Quindi, per la successiva fase di prototipazione, verrà utilizzato il quinto modello di girante.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	13863.2
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	13824.4
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	122582
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	90645.9
Momento pala [Nm]	M_p	0.292503
Momento mozzo [Nm]	M_m	0.00291335
Momento corona [Nm]	M_c	0.00291335
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.7899782
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	11.09
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	513.4
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	362.6
Potenza meccanica girante [W]	P_m	543.6
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	94.44
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	66.7
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso, girante}$	38.8
Perdite idrauliche corpo stadio [Pa]	$\Delta p_{corpostadio}$	31936.1

Tabella 22: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quinto modello di girante.

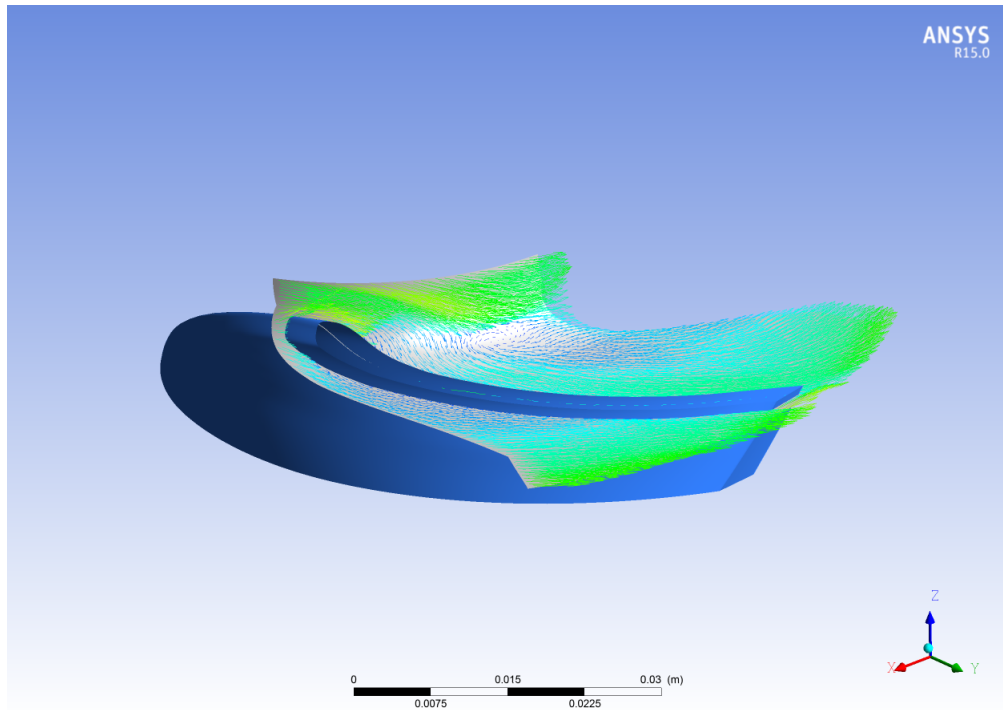


Figura 61: Quinto modello girante: vettori velocità tangenziale in corrispondenza dello shroud.

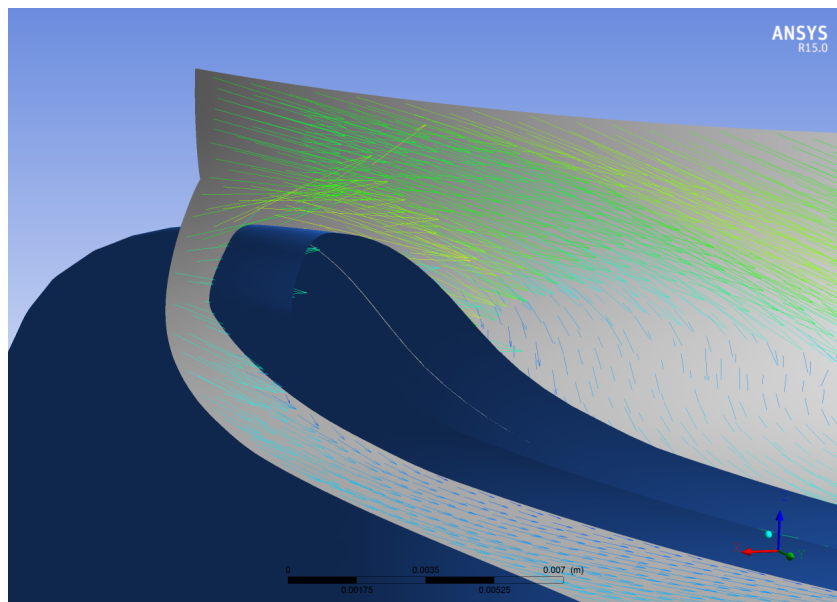


Figura 62: Particolare ingrandito della Figura 61.

10 Dimensionamento del riconvolgiatore

10.1 Dimensionamento del condotto meridiano

Il condotto meridiano del riconvolgiatore è fissato essenzialmente dai vincoli geometrici di progetto e dagli ingombri assiali degli altri componenti.

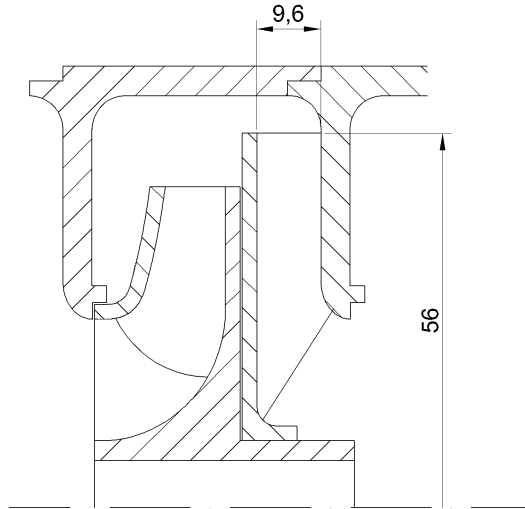


Figura 63: Sezione meridianiana della macchina per uno stadio.

Si ipotizza un rapporto tra il diametro esterno del riconvolgiatore D_3 ed il diametro esterno della girante D_2 pari a :

$$\frac{D_3}{D_2} = 1.16$$

da cui risulta

$$D_3 = \left(\frac{D_3}{D_2}\right) \cdot D_2 = 1.16 \cdot 96 = 111.36 \text{ mm} \quad (10.1)$$

Noto questo risultato, il diametro esterno del disco del riconvolgiatore è stato fissato a:

$$D_3 = 112 \text{ mm}$$

Il bordo d'ingresso b_3 , fissato ai vincoli geometrici di progetto, è pari a:

$$b_3 = 9.6 \text{ mm}$$

10.2 Dimensionamento della palettatura

Fissate le dimensioni del condotto meridiano è possibile procedere con il dimensionamento della palettatura. All'ingresso viene imposta la condizione di non incidenza:

$$\alpha_{3c} = \text{atan} \left(\frac{C_{m3}}{C_{u3}} \right) = \text{atan} \left(\frac{1.03}{7.57} \right) = 7.7^\circ \quad (10.2)$$

mentre all'uscita viene imposto in modo arbitrario $\alpha_{4c} > 90^\circ$. I valori delle velocità tangenziale C_{u3} e meridiana C_{u3} sono stati ottenuti dalle precedenti simulazione fluidodinamiche riguardanti l'ottimizzazione della girante. Fissati gli angoli di ingresso ed uscita, il tracciamento della linea media della pala può essere svolto servendosi delle curve di Bezier oppure applicando l'*Inverse method design*. Le varie geometrie realizzate vengono descritte in dettaglio nel capitolo successivo, unitamente ai risultati numerici ottenuti tramite le simulazioni fluidodinamiche.

11 Ottimizzazione del riconvolgiatore

L'ottimizzazione del riconvolgiatore viene svolta essenzialmente attraverso la modifica della distribuzione angolare della palettatura. I parametri fondamentali della geometria della palettatura del riconvolgiatore sono:

- angolo di ingresso tale da rispettare la condizione di non incidenza;
- angolo di uscita maggiore di 90° ;
- angolo di avvolgimento.

Tuttavia la forma della pala non dipende solamente da questi 3 parametri. Infatti, se si decide di tracciare la linea media della pala servendosi delle curve di Bezier, la forma della pala sarà influenzata notevolmente dal poligono caratteristico della curva di Bezier, ragion per cui la decisione delle coordinate dei vari punti di controllo è una fase molto delicata. Una curva di Bezier caratterizzata da pochi punti di controllo è facile da gestire, ma non garantisce la libertà di modellare la pala come invece sarebbe possibile aumentando il numero di punti di controllo; d'altra parte, un numero eccessivo di punti di controllo rende complicata l'assegnazione delle varie coordinate ai relativi punti di controllo. Tenendo conto di queste semplici considerazioni, bisogna utilizzare delle curve di Bezier descritte da un numero appropriato di punti di controllo; durante il dimensionamento del riconvolgiatore è risultato appropriato l'utilizzo di 6 o 7 punti di controllo per descrivere la geometria della palettatura.

Ciascun modello di riconvolgiatore progettato è stato studiato tramite simulazioni fluidodinamiche i cui risultati hanno permesso di stimare le prestazioni del componente. Le geometrie dei vari condotti di ritorno ed i risultati numerici delle simulazioni CFD sono descritti nei paragrafi seguenti.

11.1 Primo modello riconvolgiatore

11.1.1 Definizione del modello

La geometria della pala è stata descritta attraverso una curva di Bezier di 5° grado caratterizzata, quindi, da 6 punti di controllo. Per la condizione di non incidenza l'angolo all'ingresso è stato fissato a $\alpha_{3c} = 7.7^\circ$ mentre l'angolo di uscita è stato imposto pari a $\alpha_{4c} = 95^\circ$. Come primo tentativo è stato scelto un angolo di avvolgimento pari a $\phi = 1015^\circ$ e un numero di pale pari a $z_c = 9$. La curva di Bezier che descrive la pala ed il relativo poligono di controllo sono riportati in Figura 64, mentre i parametri che definiscono il dimensionamento della palettatura sono riassunti in Tabella 23.

Il disco portapala è stato modificato al fine di ottenere, in corrispondenza dell'ingresso, un profilo "a margherita" come rappresentato in Figura 65.

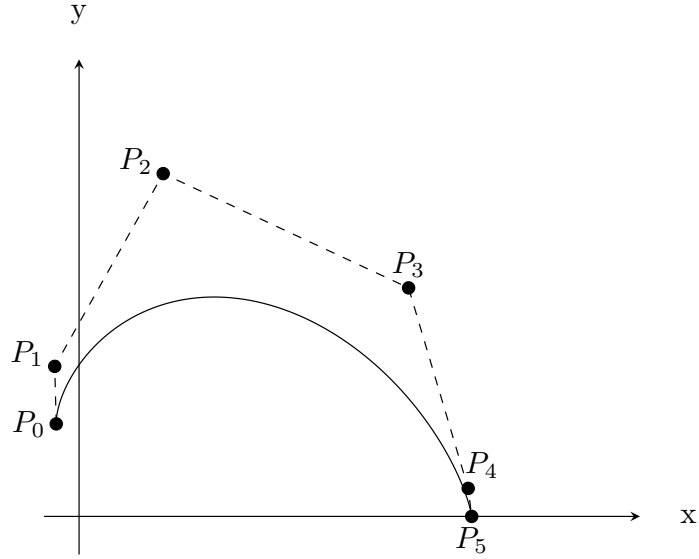


Figura 64: Primo modello riconvolgiatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).

Angolo costruttivo ingresso $\alpha_{3,C} [^\circ]$	7.7
Angolo costruttivo uscita $\alpha_{4,C} [^\circ]$	95
Angolo di avvolgimento $\phi [^\circ]$	105
Numero di pale z_c	9
Numero punti di controllo curva Bezier	6
Diametro ingresso margherita D_{3m} [mm]	100

Tabella 23: Parametri che concorrono alla definizione della geometria del primo modello di riconvolgiatore.

11.1.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh di ciascuno dei tre componenti (corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è riportato in Tabella 24.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 25, dove sono visibili anche i risultati elaborati che descrivono le prestazioni della macchina. I vettori velocità tangenziale, utili per l'analisi della direzione del deflusso, sono riportati in Figura 67 mentre il diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore è visibile in Figura 66.

Il primo modello di riconvolgiatore è caratterizzato da un elevato rendimento idraulico ($\eta_c = 94.0\%$), ma la velocità tangenziale all'uscita è troppo elevata ($C_{u4} = 5.23m/s$) e comporterebbe un elevato calo della prevalenza elaborata dallo stadio successivo. Per ridurre il valore della componente tangenziale della velocità assoluta all'uscita occorre aumentare il carico sulla palettatura del riconvolgiatore e quindi imporre una distribuzione degli angoli costruttivi più alta.

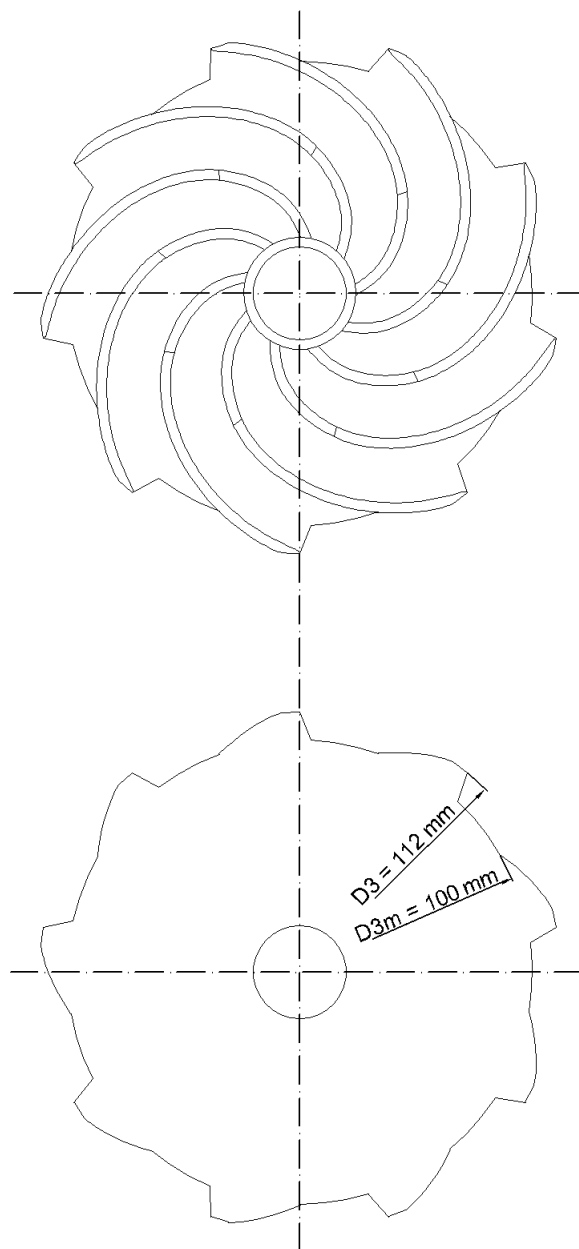


Figura 65: Rappresentazione del primo modello di riconvolgiatore progettato.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Corpo stadio	234971	222080
Riconvogliatore	81016	72881
Tubo d'uscita	79184	72900
Statistiche globali	395171	367861

Tabella 24: Primo modello riconvogliatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	118627
Pressione totale ingresso riconvogliatore [Pa]	p_1	114474.5
Pressione totale uscita riconvogliatore [Pa]	p_2	108077
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	100399
Velocità tangenziale media uscita riconvogliatore [m/s]	C_{u4}	5.23
Velocità tangenziale di picco uscita riconvogliatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	6.42
Rendimento idraulico riconvogliatore %	η_c	94.0
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	10550

Tabella 25: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo modello di riconvogliatore.

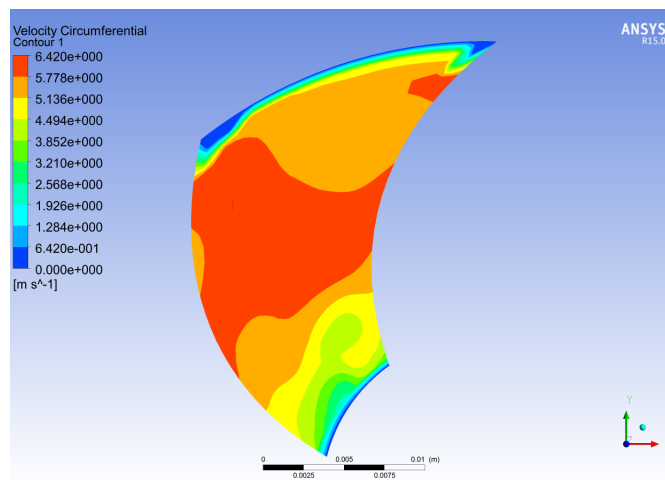


Figura 66: Primo modello riconvogliatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvogliatore.

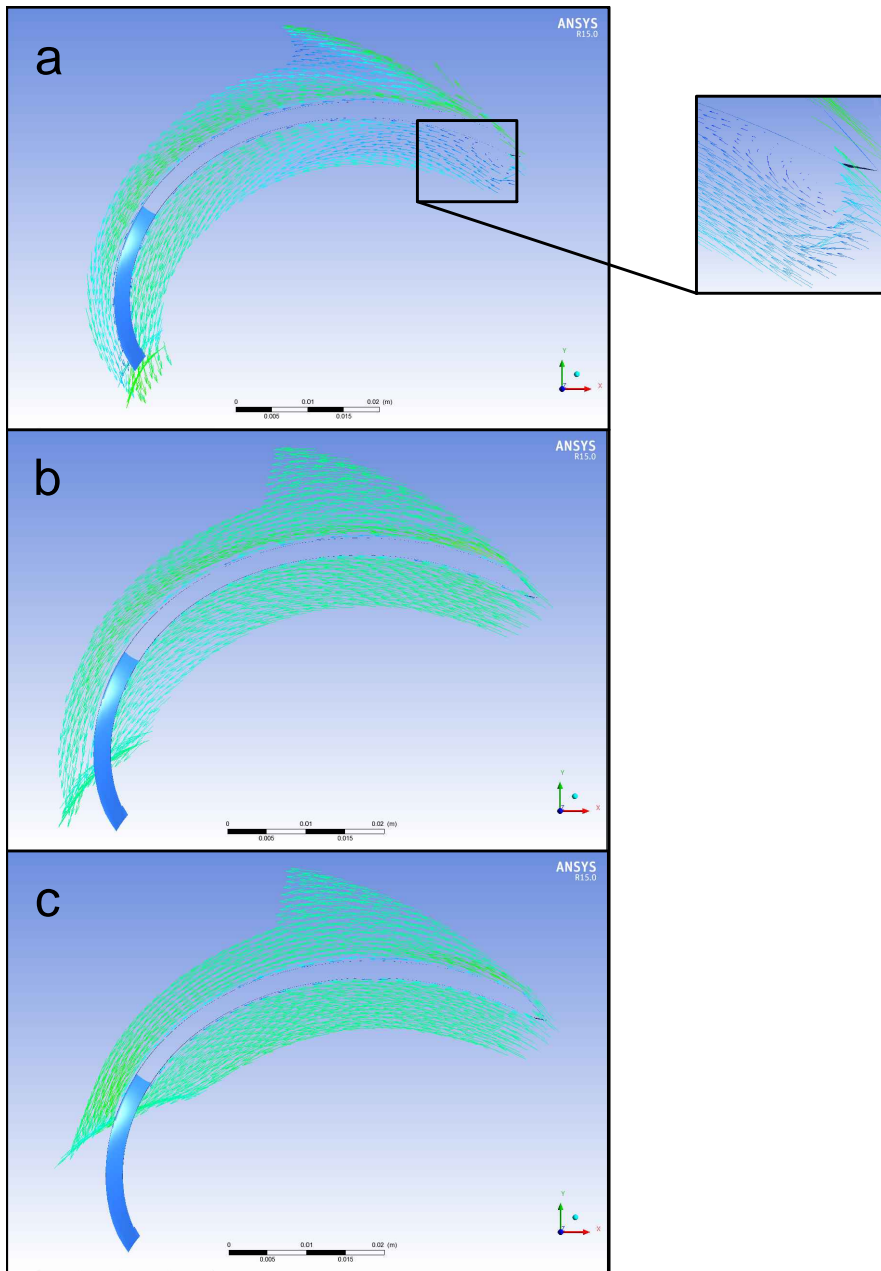


Figura 67: Primo modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).

11.2 Secondo modello riconvogliatore

11.2.1 Definizione del modello

La geometria della pala è stata descritta attraverso una curva di Bezier di 5° grado caratterizzata, quindi, da 6 punti di controllo. Per la condizione di non incidenza l'angolo all'ingresso è stato fissato a $\alpha_{3c} = 7.7^\circ$ mentre l'angolo di uscita è stato imposto pari a $\alpha_{4c} = 105^\circ$, maggiore di 10° rispetto al modello precedente. L'angolo di avvolgimento è rimasto pari a $\phi = 105^\circ$ e così anche il numero di pale $z_c = 9$. La curva di Bezier che descrive la pala ed il relativo poligono di controllo sono riportati in Figura 68, mentre i parametri che definiscono il dimensionamento della palettatura sono riassunti in Tabella 26. La distribuzione degli angoli costruttivi che deriva dalla scelta della curva di Bezier è riportata in Figura 69. Il disco portapale è stato modificato al fine di ottenere, in corrispondenza dell'ingresso, un profilo "a margherita" analogo a quello del modello precedente.

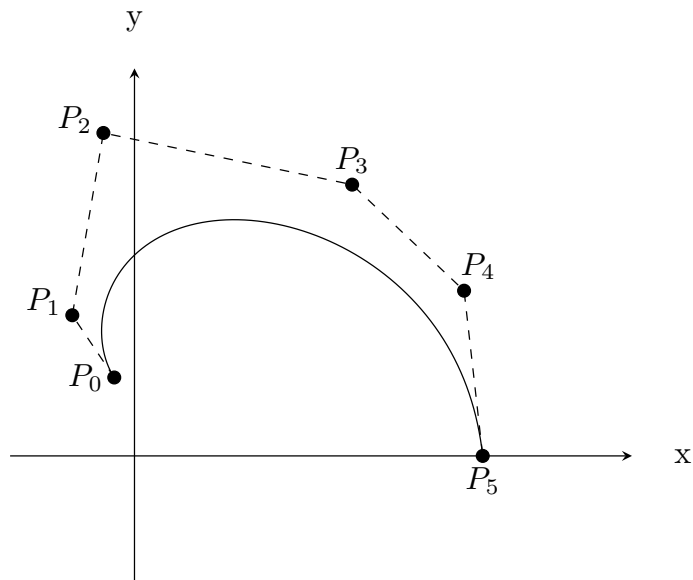


Figura 68: Secondo modello riconvogliatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).

Angolo costruttivo ingresso $\alpha_{3,C} [^\circ]$	7.7
Angolo costruttivo uscita $\alpha_{4,C} [^\circ]$	105
Angolo di avvolgimento $\phi [^\circ]$	105
Numero di pale z_c	9
Numero punti di controllo curva Bezier	6
Diametro ingresso margherita $D_{3m} [mm]$	100

Tabella 26: Parametri che concorrono alla definizione della geometria del secondo modello di riconvolgiatore.

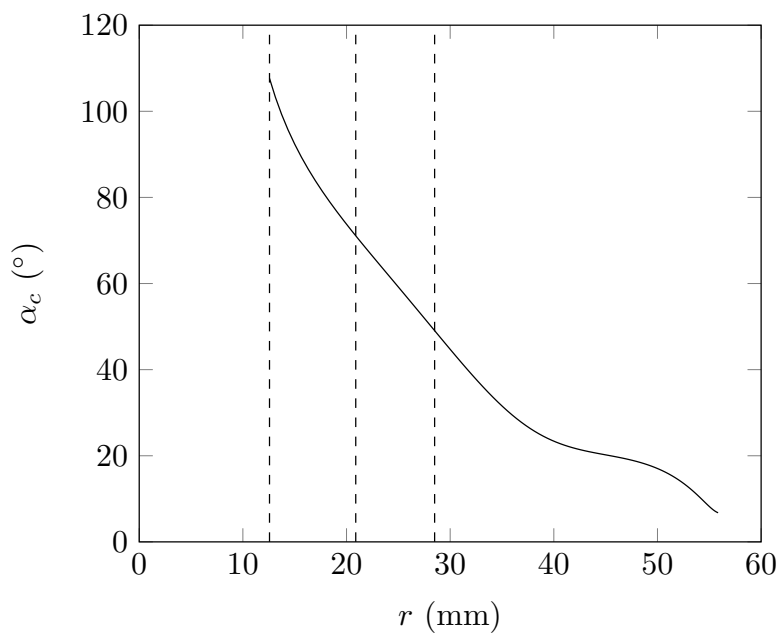


Figura 69: Secondo modello di riconvolgiatore: distribuzione degli angoli costruttivi. Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.

11.2.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh di ciascuno dei tre componenti (corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è riportato in Tabella 27.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Corpo stadio	234971	222080
Riconvolgiatore	66255	58697
Tubo d'uscita	89082	81600
Statistiche globali	390308	362377

Tabella 27: Secondo modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 28, dove sono visibili anche i risultati elaborati che descrivono le prestazioni della macchina. I vettori velocità tangenziale, utili per l'analisi della direzione del deflusso, sono riportati in Figura 71 mentre il diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore è visibile in Figura 70.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	128051
Pressione totale ingresso riconvolgiatore [Pa]	p_1	124562.5
Pressione totale uscita riconvolgiatore [Pa]	p_2	100477
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	94068.9
Velocità tangenziale media uscita riconvolgiatore [m/s]	C_{u4}	2.95
Velocità tangenziale di picco uscita riconvolgiatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	6.5
Rendimento idraulico riconvolgiatore %	η_c	81.0
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	27574

Tabella 28: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo modello di riconvolgiatore.

Il secondo modello di riconvolgiatore è caratterizzato da una velocità tangenziale all'uscita minore rispetto al caso precedente ($C_{u4} = 2.95m/s$); tuttavia il rendimento idraulico è calato ($\eta_c = 81.0\%$) poiché è aumentato il carico sulla palettatura del riconvolgiatore e quindi sono favoriti i distacchi della vena fluida ed i ricircoli. Per ridurre il valore della componente tangenziale della velocità assoluta all'uscita occorre aumentare il carico sulla palettatura del riconvolgiatore e quindi imporre una distribuzione degli angoli costruttivi più alta. Per migliorare le prestazioni del riconvolgiatore è possibile aumentare il carico palare in corrispondenza della zona di ingresso e ridurlo nelle vicinanze della sezione di uscita: in questo modo il carico palare sarà distribuito più uniformemente lungo la pala.

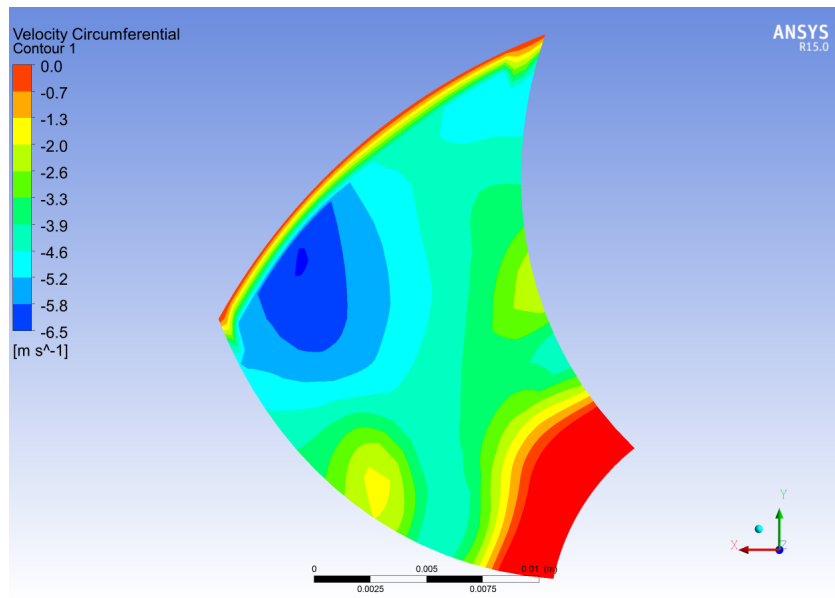


Figura 70: Secondo modello riconvolgiatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore.

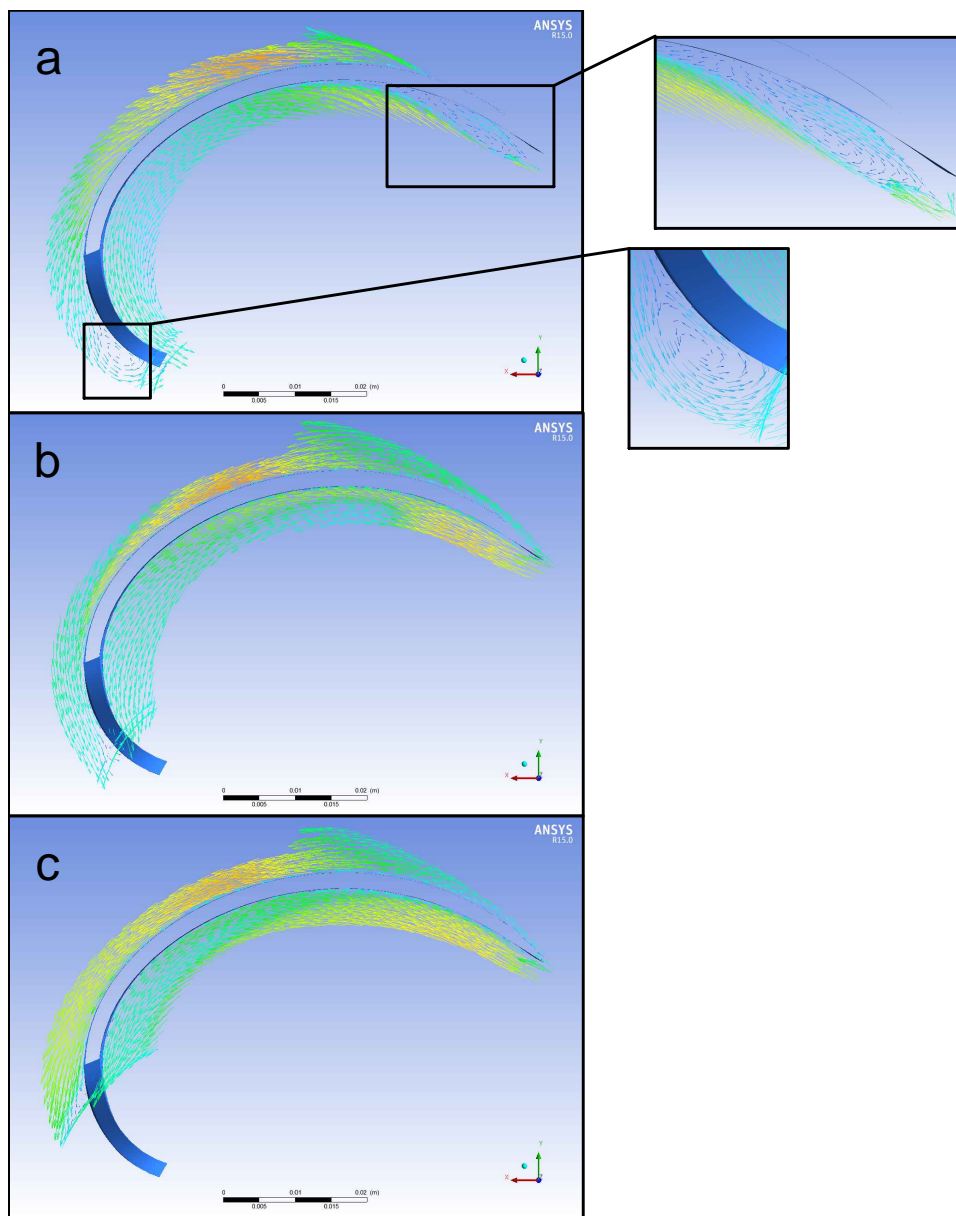


Figura 71: Secondo modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).

11.3 Terzo modello riconvogliatore

11.3.1 Definizione del modello

La geometria della pala è stata descritta attraverso una curva di Bezier di 5° grado caratterizzata, quindi, da 6 punti di controllo. Per la condizione di non incidenza l'angolo all'ingresso è stato fissato a $\alpha_{3c} = 7.7^\circ$ mentre l'angolo di uscita è stato imposto pari a $\alpha_{4c} = 100^\circ$, minore di 5° rispetto al modello precedente. L'angolo di avvolgimento è stato ridotto al valore di $\phi = 85^\circ$ mentre il numero di pale $z_c = 9$ è rimasto invariato. La curva di Bezier che descrive la pala ed il relativo poligono di controllo sono riportati in Figura 72, mentre i parametri che definiscono il dimensionamento della palettatura sono riassunti in Tabella 29. La distribuzione degli angoli costruttivi del terzo modello viene confrontata con quella del modello precedente in Figura 73: è evidente che la distribuzione degli angoli costruttivi del terzo modello è complessivamente più alta rispetto al modello precedente, ragion per cui l'angolo di avvolgimento della pala è minore. Il disco portapala è stato modificato al fine di ottenere, in corrispondenza dell'ingresso, un profilo "a margherita" analogo a quello del modello precedente.

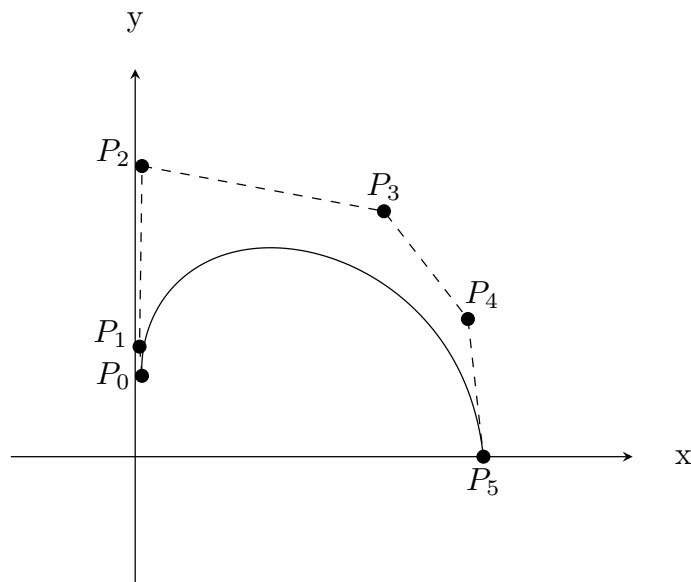


Figura 72: Terzo modello riconvogliatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).

Angolo costruttivo ingresso $\alpha_{3,C} [^\circ]$	7.7
Angolo costruttivo uscita $\alpha_{4,C} [^\circ]$	100
Angolo di avvolgimento $\phi [^\circ]$	85
Numero di pale z_c	9
Numero punti di controllo curva Bezier	6
Diametro ingresso margherita $D_{3m} [\text{mm}]$	100

Tabella 29: Parametri che concorrono alla definizione della geometria del terzo modello di riconvolgiatore.

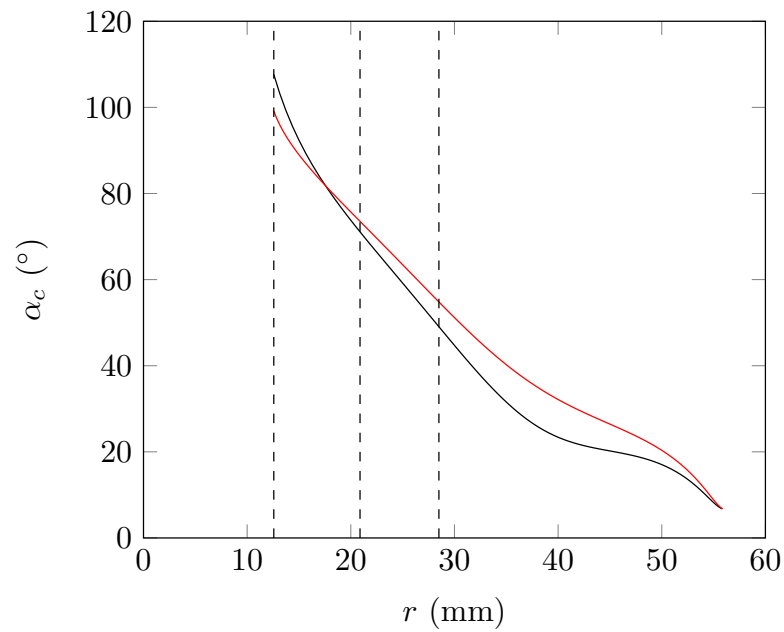


Figura 73: Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del secondo modello (nero) e del terzo modello (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.

11.3.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh di ciascuno dei tre componenti (corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è riportato in Tabella 30.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Corpo stadio	234971	222080
Riconvolgiatore	76225	72677
Tubo d'uscita	89152	81720
Statistiche globali	400348	376477

Tabella 30: Terzo modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 31, dove sono visibili anche i risultati elaborati che descrivono le prestazioni della macchina. I vettori velocità tangenziale, utili per l'analisi della direzione del deflusso, sono riportati in Figura 75 mentre il diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore è visibile in Figura 74.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	128128
Pressione totale ingresso riconvolgiatore [Pa]	p_1	124204.5
Pressione totale uscita riconvolgiatore [Pa]	p_2	101651
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	96487.2
Velocità tangenziale media uscita riconvolgiatore [m/s]	C_{u4}	1.52
Velocità tangenziale di picco uscita riconvolgiatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	3.98
Rendimento idraulico riconvolgiatore %	η_c	82.0
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	22533.5

Tabella 31: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il terzo modello di riconvolgiatore.

Il terzo modello di riconvolgiatore è caratterizzato da una velocità tangenziale all'uscita minore rispetto al caso precedente ($C_{u4} = 1.52m/s$); inoltre il rendimento idraulico è leggermente aumentato ($\eta_c = 82.0\%$) poiché, grazie alla distribuzione degli angoli costruttivi adottata, il carico palare è distribuito uniformemente lungo la pala. Questo modello di riconvolgiatore costituisce, fino a questo punto della progettazione, il condotto di ritorno che assicura le prestazioni migliori.

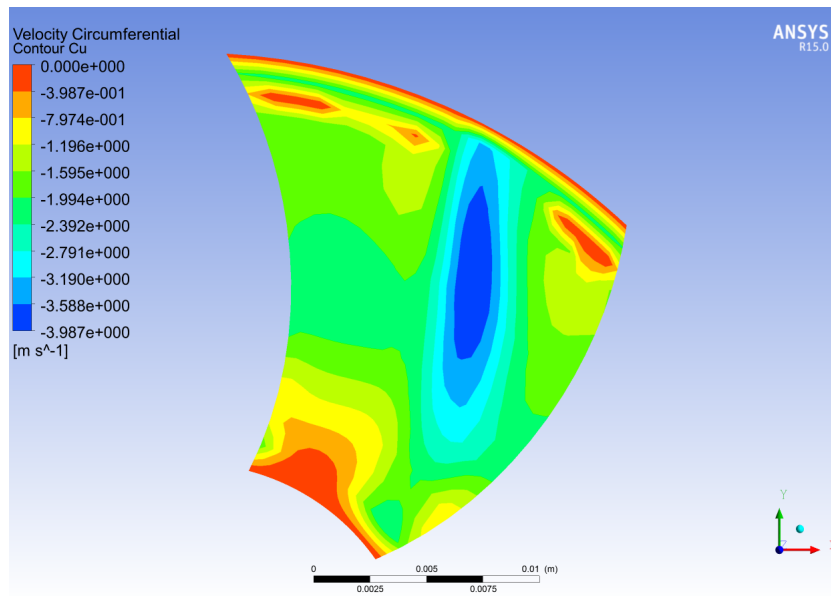


Figura 74: Terzo modello riconvogliatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvogliatore.

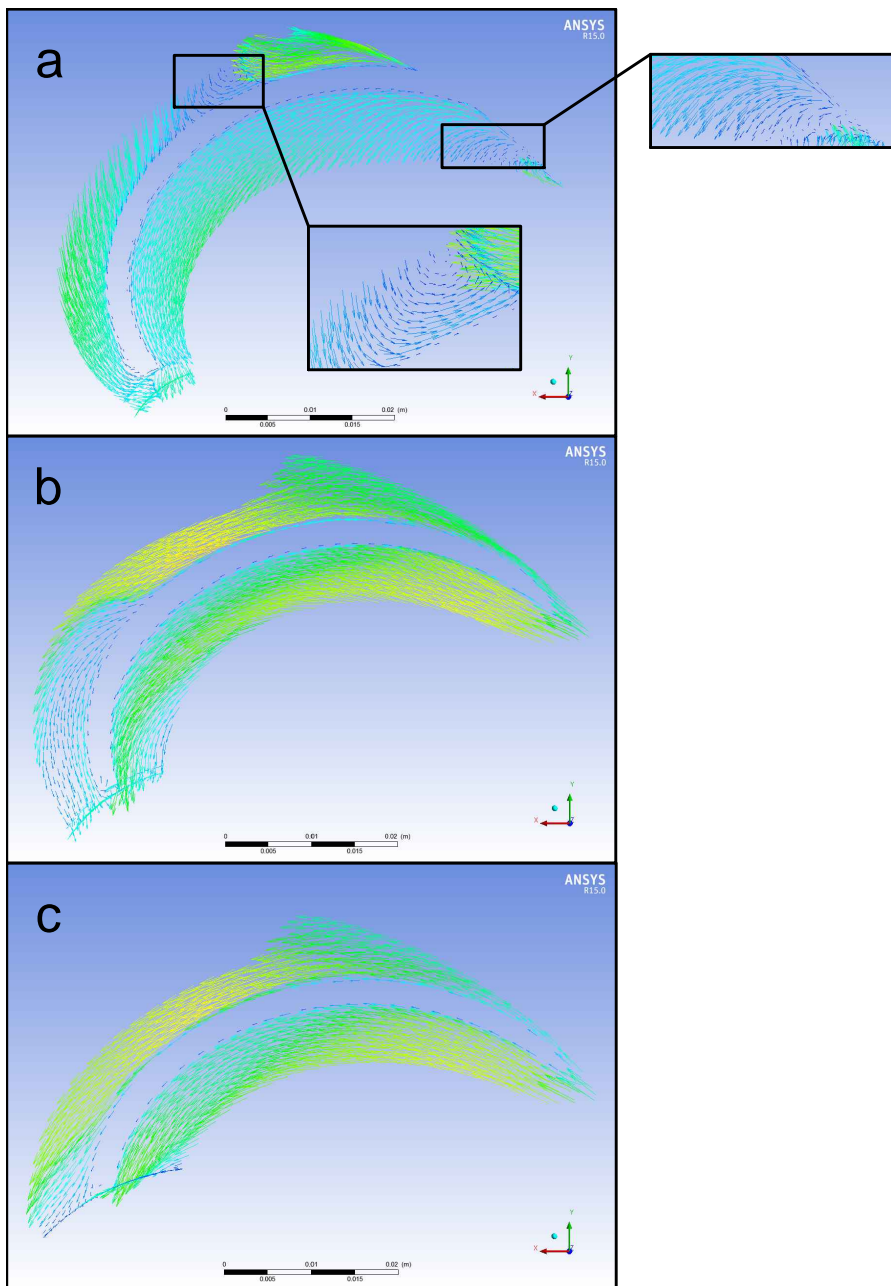


Figura 75: Terzo modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).

11.4 Quarto modello riconvogliatore

11.4.1 Definizione del modello

La geometria della pala è stata descritta attraverso una curva di Bezier di 6° grado caratterizzata, quindi, da 7 punti di controllo; questa scelta è dettata dal fatto che, con un punto di controllo in più, è possibile descrivere più liberamente la geometria della pala. Per la condizione di non incidenza l'angolo all'ingresso è stato fissato a $\alpha_{3c} = 7.7^\circ$ mentre l'angolo di uscita è stato imposto pari a $\alpha_{4c} = 97^\circ$, leggermente inferiore rispetto al modello precedente. L'angolo di avvolgimento è stato ridotto al valore di $\phi = 75.2^\circ$ mentre il numero di pale $z_c = 9$ è rimasto invariato. La curva di Bezier che descrive la pala ed il relativo poligono di controllo sono riportati in Figura 76, mentre i parametri che definiscono il dimensionamento della palettatura sono riassunti in Tabella 32. La distribuzione degli angoli costruttivi del quarto modello viene confrontata con quella del modello precedente in Figura 77: è evidente che la distribuzione degli angoli costruttivi del terzo modello è complessivamente più alta rispetto al modello precedente, ragion per cui l'angolo di avvolgimento della pala è minore.

Il disco portapala è stato modificato al fine di ottenere, in corrispondenza dell'ingresso, un profilo "a margherita" analogo a quello del modello precedente.

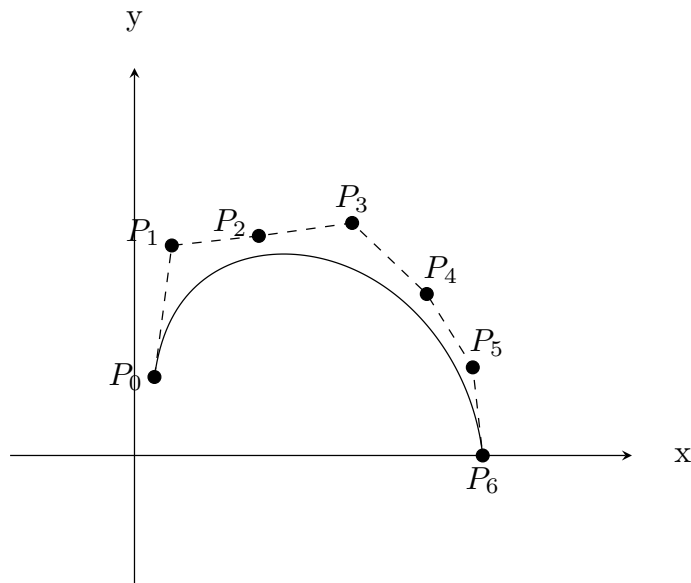


Figura 76: Quarto modello riconvogliatore: curva di Bezier (linea continua) che descrive la geometria della pala e relativo poligono di controllo (linea tratteggiata).

Angolo costruttivo ingresso $\alpha_{3,C} [^\circ]$	7.7
Angolo costruttivo uscita $\alpha_{4,C} [^\circ]$	97
Angolo di avvolgimento $\phi [^\circ]$	75.2
Numero di pale z_c	9
Numero punti di controllo curva Bezier	7
Diametro ingresso margherita D_{3m} [mm]	100

Tabella 32: Parametri che concorrono alla definizione della geometria del quarto modello di riconvolgiatore.

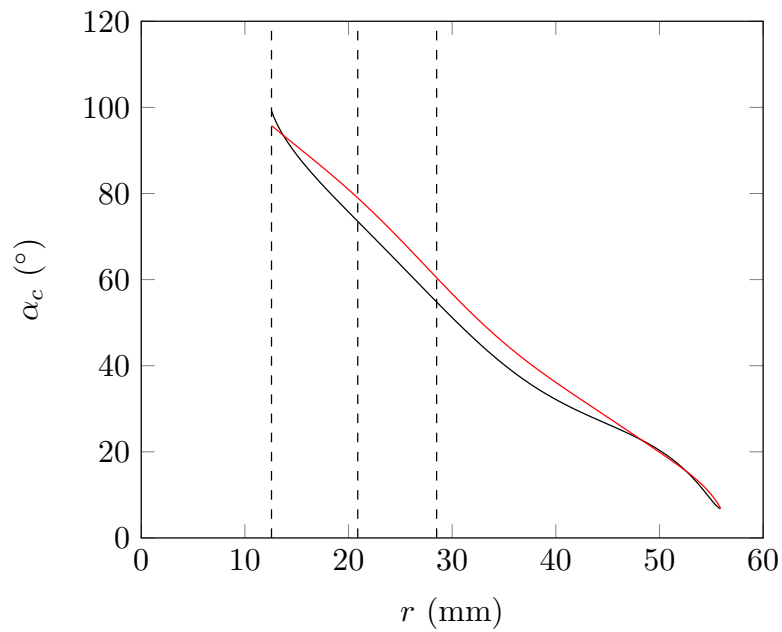


Figura 77: Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del terzo modello (nero) e del quarto modello (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.

11.4.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh di ciascuno dei tre componenti (corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è riportato in Tabella 33.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Corpo stadio	289737	276080
Riconvolgiatore	74472	68346
Tubo d'uscita	83328	77300
Statistiche globali	447537	421726

Tabella 33: Quarto modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 34, dove sono visibili anche i risultati elaborati che descrivono le prestazioni della macchina. I vettori velocità tangenziale, utili per l'analisi della direzione del deflusso, sono riportati in Figura 79 mentre il diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore è visibile in Figura 78.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	124533
Pressione totale ingresso riconvolgiatore [Pa]	p_1	123082
Pressione totale uscita riconvolgiatore [Pa]	p_2	98092.8
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	96965
Velocità tangenziale media uscita riconvolgiatore [m/s]	C_{u4}	1.91
Velocità tangenziale di picco uscita riconvolgiatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	4.76
Rendimento idraulico riconvolgiatore %	η_c	80.0
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	26460.2

Tabella 34: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quarto modello di riconvolgiatore.

Il quarto modello di riconvolgiatore è caratterizzato da una velocità tangenziale all'uscita leggermente maggiore rispetto al caso precedente ($C_{u4} = 1.91m/s$); inoltre il rendimento idraulico è calato del 2% ($\eta_c = 80.0\%$). Quindi, complessivamente, il quarto modello non ha portato miglioramenti. Per variare in maniera più agevole la geometria della pala in funzione della distribuzione degli angoli costruttivi, occorre abbandonare il metodo di dimensionamento basato sulla curva di Bezier ed adottare, come fatto per il modello successivo di riconvolgiatore, l'*Inverse Method Design*.

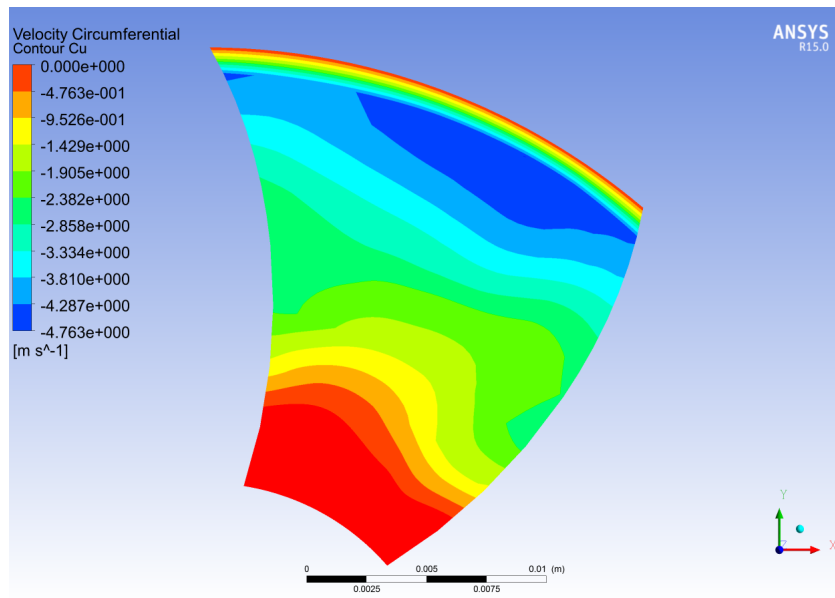


Figura 78: Quarto modello riconvolgiatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore.

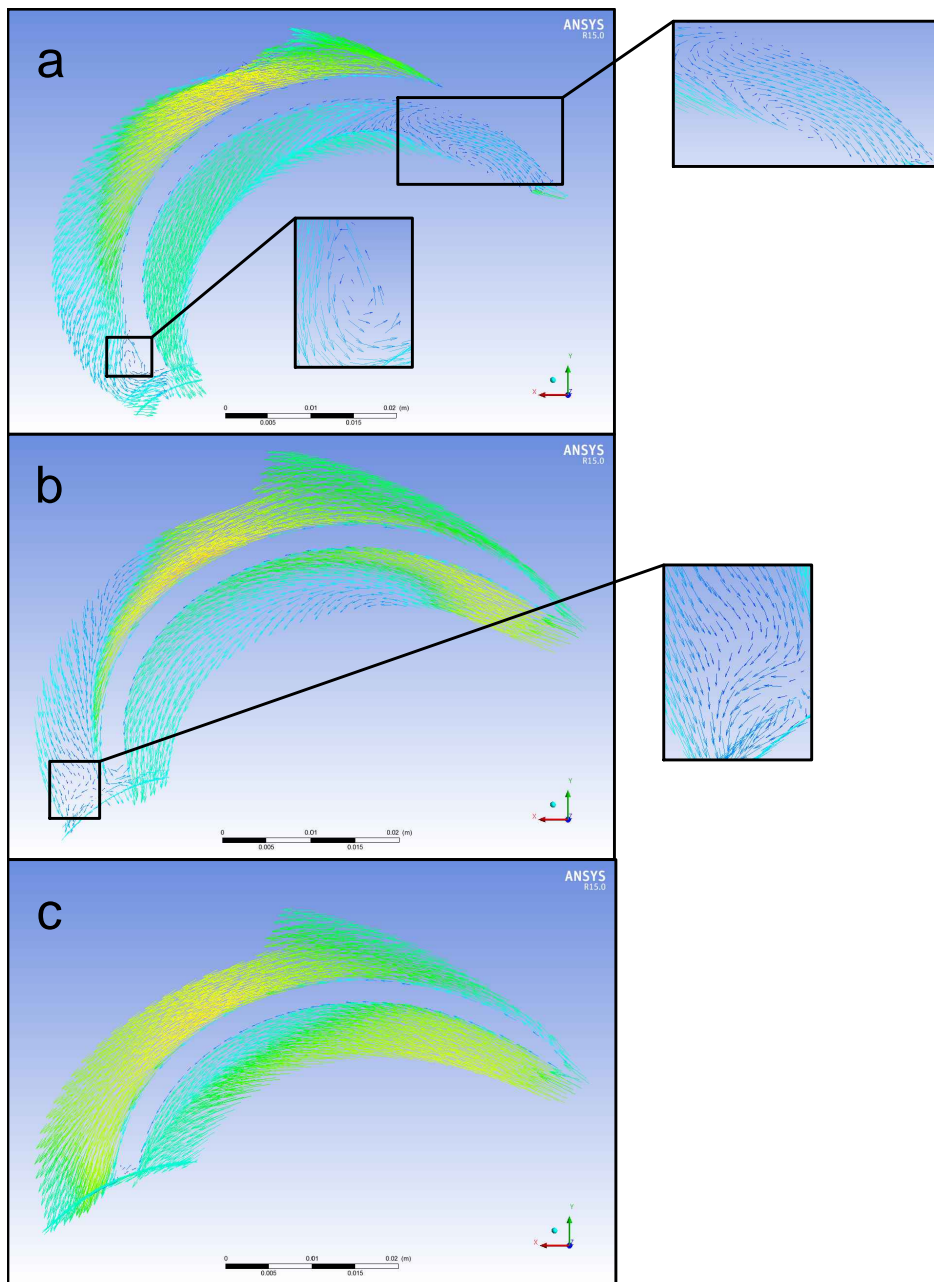


Figura 79: Quarto modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).

11.5 Quinto modello riconvogliatore

11.5.1 Definizione del modello

La geometria della pala (vedi Figura 81) è stata descritta imponendo la distribuzione degli angoli costruttivi di Figura 80. Con riferimento al paragrafo 6.2.2, i parametri che definiscono la curva α_c in funzione della distanza dall'asse della macchina r sono i seguenti:

- $(r_4; \alpha_{4c}) = (12.57mm; 96^\circ)$
- $(r_A; \alpha_A) = (39.5mm; 37.2^\circ)$
- $(r_B; \alpha_B) = (44mm; 28^\circ)$
- $(r_3; \alpha_{3c}) = (56mm; 7.7^\circ)$

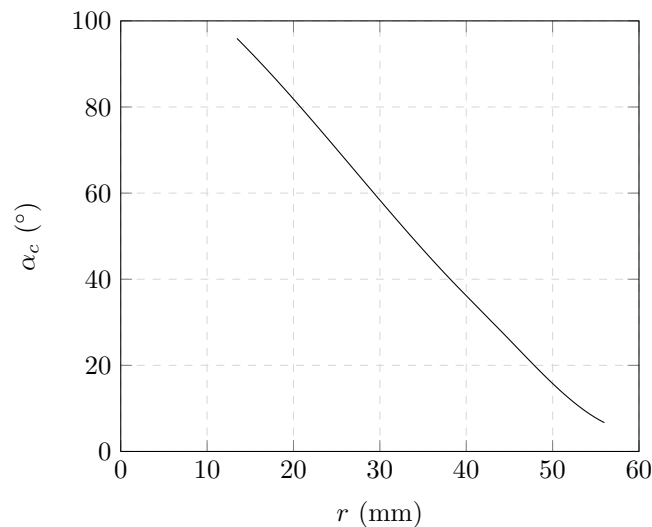


Figura 80: Quinto modello riconvogliatore: distribuzione degli angoli costruttivi.

Per la condizione di non incidenza, l'angolo all'ingresso è stato fissato a $\alpha_{3c} = 7.7^\circ$ mentre l'angolo di uscita è stato imposto pari a $\alpha_{4c} = 96^\circ$. L'angolo di avvolgimento è risultato pari a $\phi = 87.9^\circ$ mentre il numero di pale $z_c = 9$ è rimasto invariato. La distribuzione degli angoli costruttivi del quinto modello viene confrontata con quella del terzo modello in Figura 82. Rispetto al terzo modello, il quinto modello di riconvogliatore presenta una distribuzione angolare minore in prossimità dell'ingresso e maggiore nel secondo tratto.

Il disco portapala è stato modificato al fine di ottenere, in corrispondenza dell'ingresso, un profilo "a margherita" analogo a quello del modello precedente.

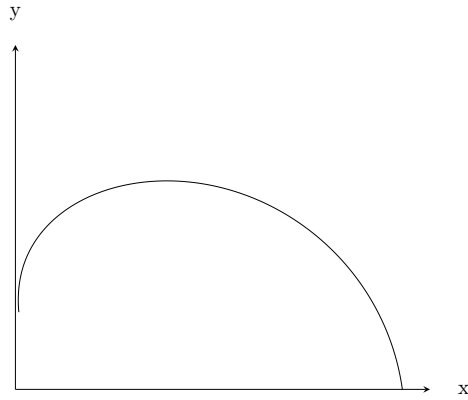


Figura 81: Quinto modello riconvolgiatore: linea media della pala.

Angolo costruttivo ingresso $\alpha_{3,C} [^\circ]$	7.7
Angolo costruttivo uscita $\alpha_{4,C} [^\circ]$	96
Angolo di avvolgimento $\phi [^\circ]$	87.9
Numero di pale z_c	9
Diametro ingresso margherita D_{3m} [mm]	100

Tabella 35: Parametri che concorrono alla definizione della geometria del quinto modello di riconvolgiatore.

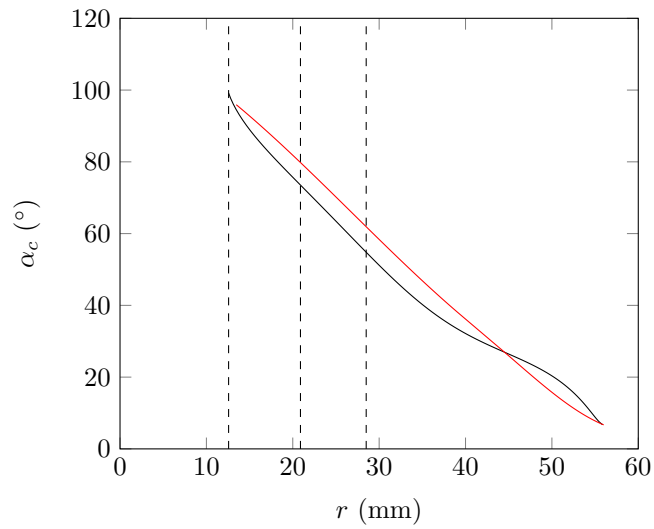


Figura 82: Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del terzo modello (nero) e del quinto modello (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.

11.5.2 Risultati numerici

Il numero di elementi che caratterizza le mesh di ciascuno dei tre componenti (corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è riportato in Tabella 36.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Corpo stadio	536949	513360
Riconvolgiatore	144540	131529
Tubo d'uscita	57772	51000
Statistiche globali	739261	695889

Tabella 36: Quinto modello riconvolgiatore: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Dalle simulazioni numeriche si ottengono i risultati riassunti in Tabella 37, dove sono visibili anche i risultati elaborati che descrivono le prestazioni della macchina. I vettori velocità tangenziale, utili per l'analisi della direzione del deflusso, sono riportati in Figura 84 mentre il diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore è visibile in Figura 83.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	120364
Pressione totale ingresso riconvolgiatore [Pa]	p_1	118343.5
Pressione totale uscita riconvolgiatore [Pa]	p_2	88128
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_3	94634
Velocità tangenziale media uscita riconvolgiatore [m/s]	C_{u4}	5.79
Velocità tangenziale di picco uscita riconvolgiatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	6.49
Rendimento idraulico riconvolgiatore %	η_c	74.5
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	22236

Tabella 37: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il quinto modello di riconvolgiatore.

Le prestazioni del quinto modello di riconvolgiatore sono notevolmente peggiori rispetto a quelle del terzo modello: infatti il valore della velocità tangenziale all'uscita è aumentato a $C_{u4} = 5.79m/s$ e la velocità tangenziale di picco è aumentata a $C_{u4,MAX} = 6.49m/s$. Questi valori di velocità tangenziale all'uscita sono decisamente troppo elevati e non permetterebbero allo stadio successivo di elaborare la prevalenza richiesta. Quindi, per la successiva fase di prototipazione, verrà utilizzato il terzo modello di riconvolgiatore.

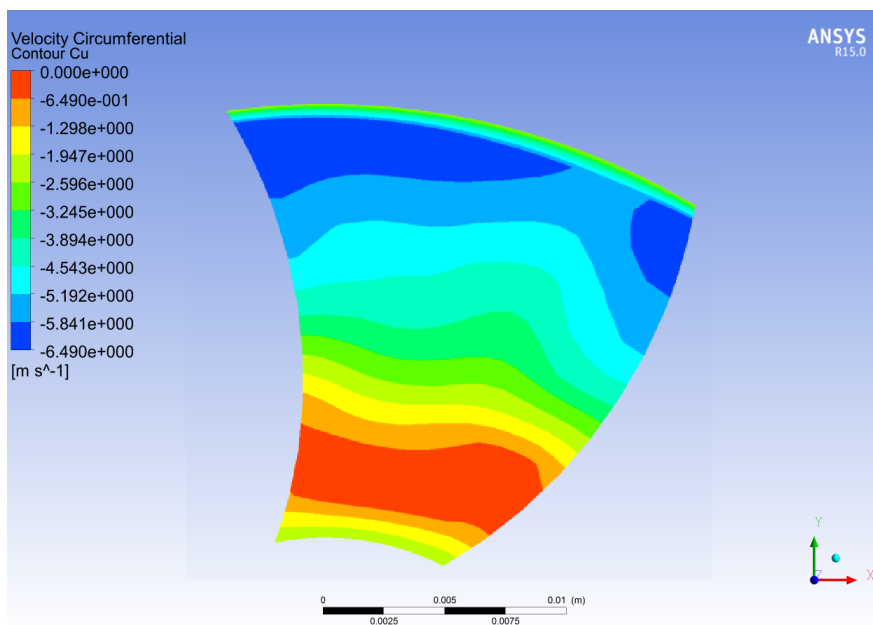


Figura 83: Quinto modello riconvolgiatore: diagramma della velocità tangenziale all'uscita del riconvolgiatore.

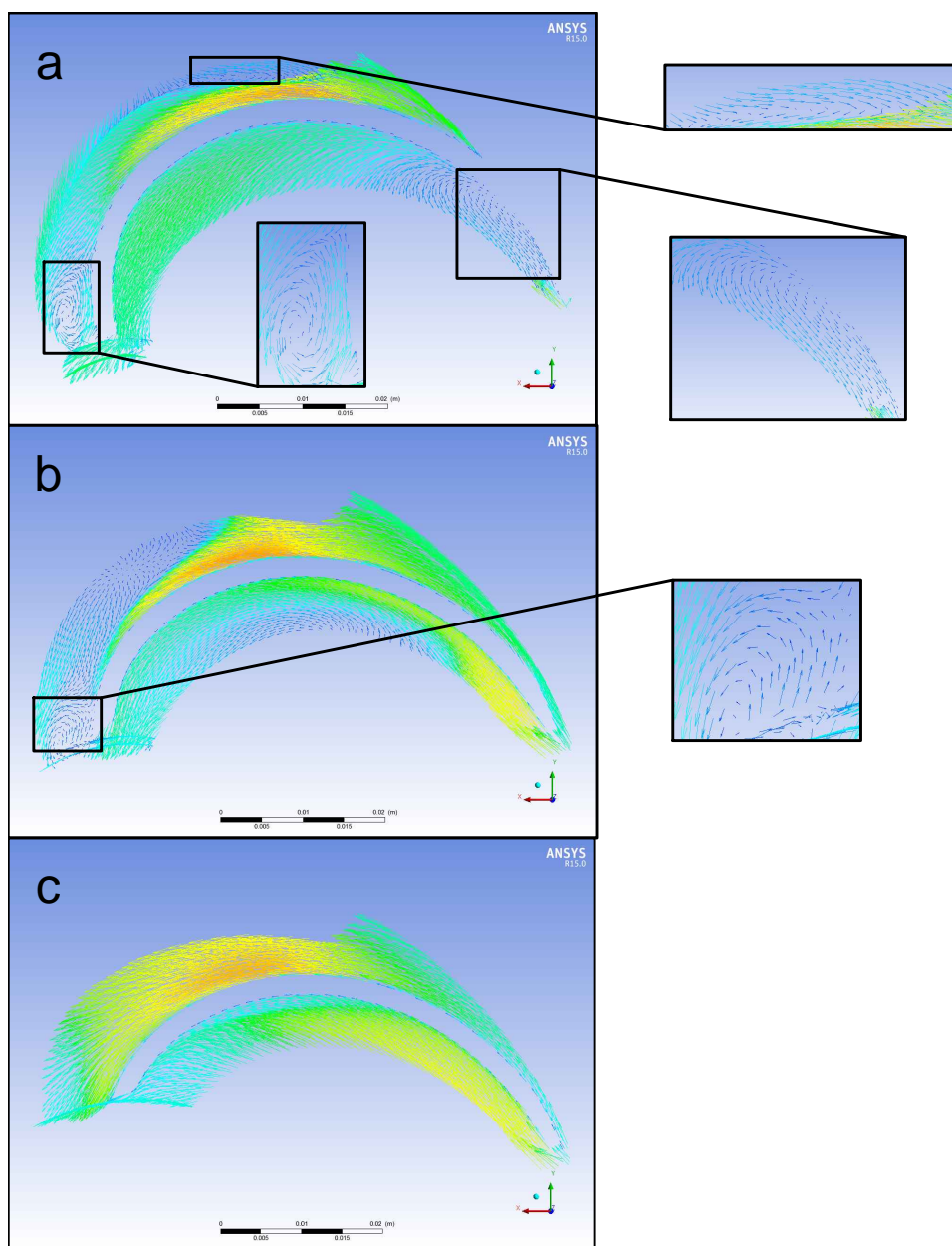


Figura 84: Quinto modello riconvogliatore: vettori velocità tangenziale nelle vicinanze del mozzo (a), in corrispondenza del profilo medio (b) e nelle vicinanze della corona (c).

12 Definizione della geometria per prototipazione

Sulla base dei risultati numerici esposti nei capitoli precedenti, i componenti che assicurano le migliori prestazioni e che in seguito verranno prototipati e testati in sala prove sono i seguenti:

- **Girante:** quinto modello
- **Riconvogliatore:** terzo modello

12.1 Adattamento dei componenti ai corpi pompa preesistenti

Le geometrie dei tre componenti progettati (girante - quinto modello, riconvogliatore - terzo modello e corpo stadio) devono essere modificate per permettere il montaggio con i corpi pompa aspirante e premente già esistenti. In questo modo sarà possibile, in seguito, eseguire delle prove sperimentali in laboratorio per verificare le reali prestazioni della macchina. L'operazione di adattamento ha riguardato i seguenti aspetti:

1. il profilo del corpo stadio deve garantire la battuta con i corpi premente ed aspirante e l'impilamento dei vari stadi;
2. tra il corpo stadio ed il disco di ricoprimento della girante deve esistere un rasamento di 0.3 mm sul diametro che si estenda per almeno 6mm in direzione assiale;
3. tra il corpo stadio ed il disco di ricoprimento della girante va assicurato un gioco assiale di 1.5mm;
4. tra il disco mozzo della girante ed il disco mozzo del riconvogliatore va garantito un gioco assiale di almeno 2mm;
5. tra il disco corona della girante ed il disco mozzo del riconvogliatore va assicurato un gioco assiale di 1.5mm;
6. tra il disco mozzo del riconvogliatore e l'albero va garantito un gioco radiale tale che $(r_{mozzo} - r_{albero})/2 = 0.4mm$,

oltre ai vari vincoli tecnico-geometrici descritti nel paragrafo 2.1.

Il risultato di queste modifiche è rappresentato in Figura 85, dalla quale si nota che:

- il corpo stadio ha subito, rispetto agli altri componenti, le modifiche geometriche più rilevanti;
- il tratto rettilineo iniziale del condotto meridiano della girante è stato esteso di 2mm per migliorare la condizione di rasamento con il corpo stadio;
- tra corpo stadio e girante è stato realizzato un doppio rasamento: infatti il rasamento nelle vicinanze dell'ingresso della girante si estende per un tratto di 4mm e quindi non è sufficientemente lungo per contrastare efficacemente il trafileamento;
- la larghezza del canale meridiano del riconvogliatore è stata ridotta di 0.2mm, passando dal valore di 9.6mm al valore finale di 9.4mm;
- sulla periferica del disco corona del riconvogliatore sono state aggiunte delle "alette" che servono per il centraggio del componente all'interno del corpo stadio ed un anello che serve ad aumentare la rigidità del componente e ad impedire il flusso di acqua del condotto anulare presente nelle vicinanze dell'ingresso del riconvogliatore (vedi Figura 86).

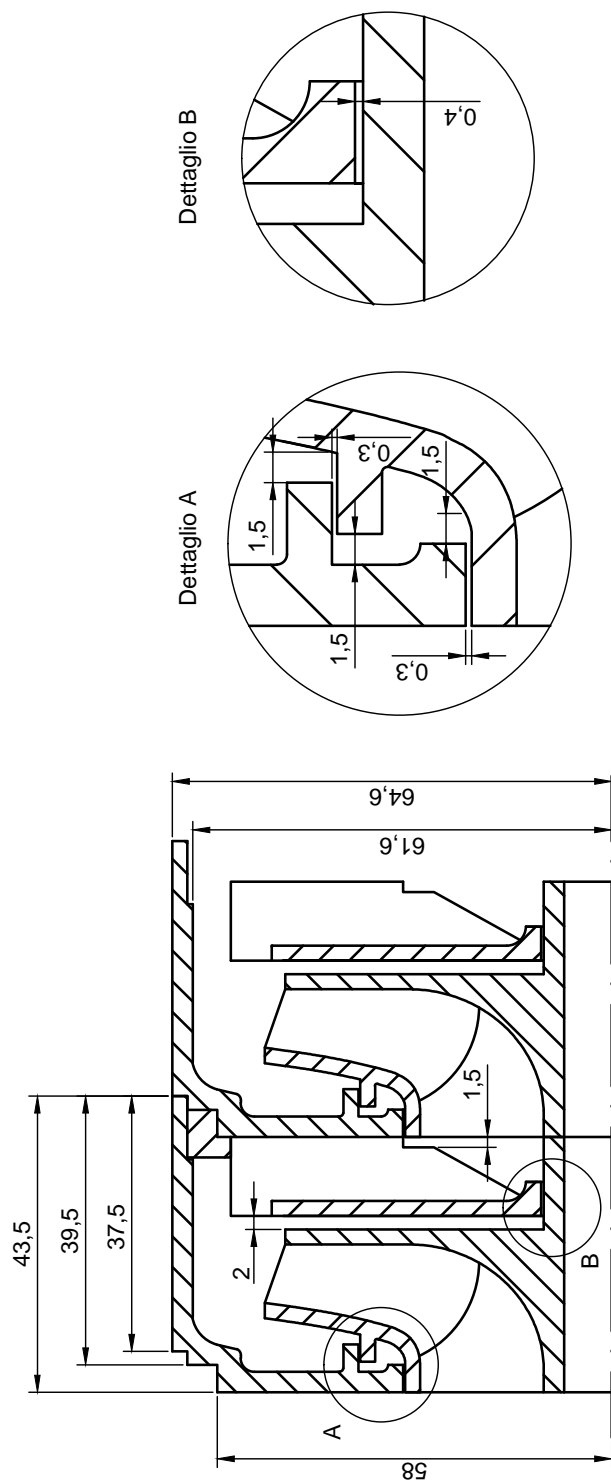


Figura 85: Sezione meridiana della macchina nella quale sono visibili le modifiche apportate alla geometria dei vari componenti.

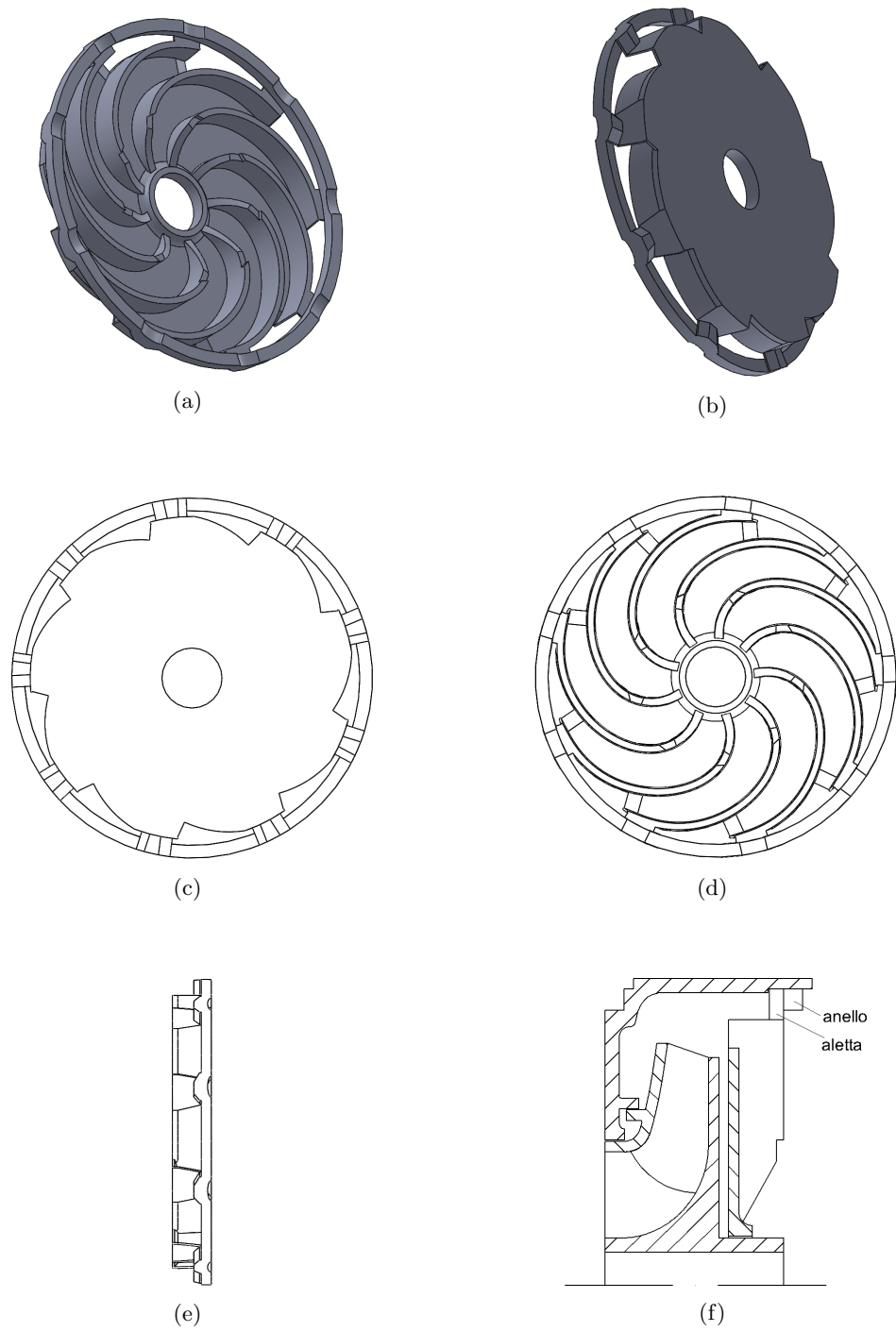


Figura 86: Geometria del riconvolgiatore.

12.2 Realizzazione dei prototipi

I prototipi dei vari componenti, realizzati tramite un processo di sinterizzazione, sono visibili in Figura 87.

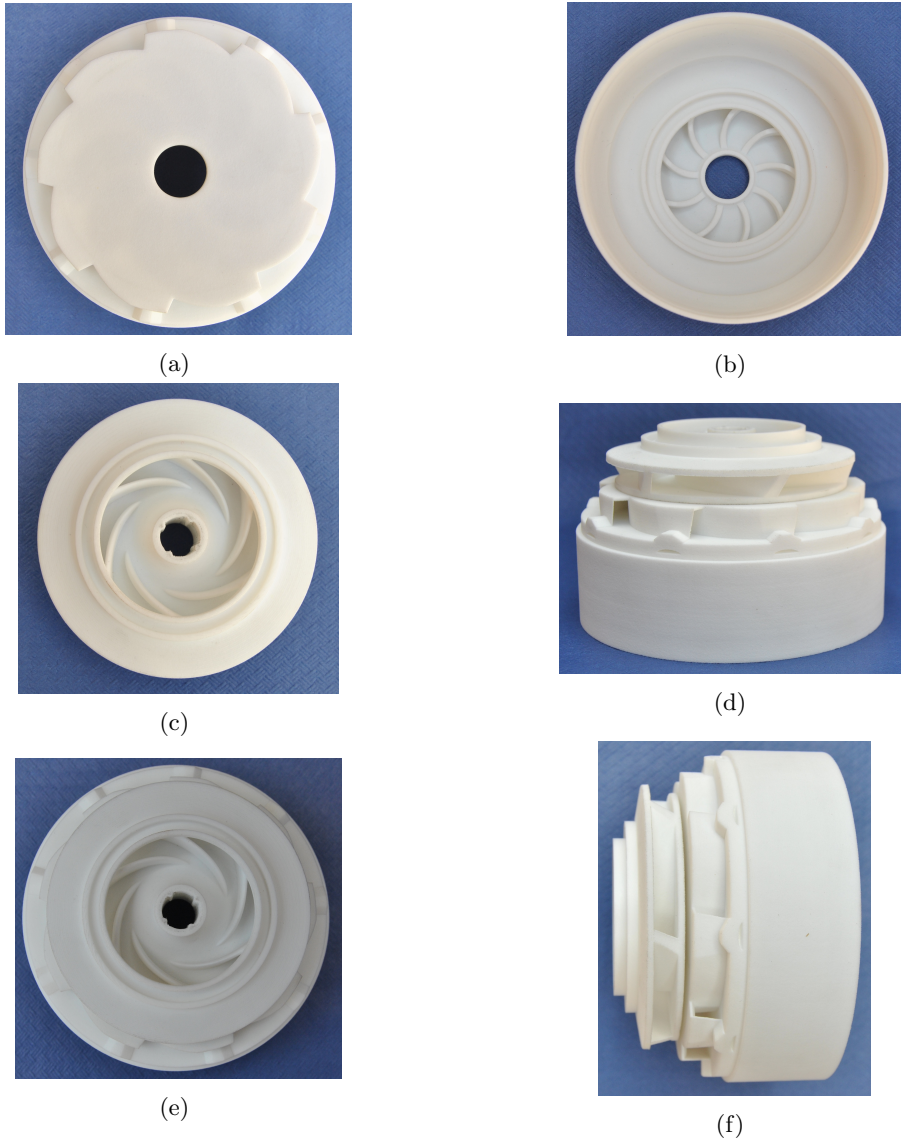


Figura 87: Corpo diffusore (a) e (b), girante (c) e componenti assemblati (d), (e) e (f).

12.3 Stima delle prestazioni della macchina

12.3.1 Analisi numerica del primo stadio

Dopo aver modificato la geometria dei vari componenti per renderli effettivamente realizzabili e assemblabili, è opportuno eseguire delle analisi fluidodinamiche utili per la stima delle prestazioni del primo stadio della pompa. Le regioni di controllo utilizzate in questa fase sono le seguenti:

1. tubo d'ingresso;
2. girante;
3. corpo stadio;
4. riconvolgiatore;
5. tubo d'uscita

e sono raffigurate in Figura 88. Il modello simulato rappresenta 1/3 della macchina intera (120°) e quindi sono state comprese due pale per la girante e 3 pale per il riconvolgiatore. Il numero di elementi che caratterizza la mesh di ciascuno dei cinque componenti (tubo d'ingresso, girante, corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è indicato in Tabella 38.

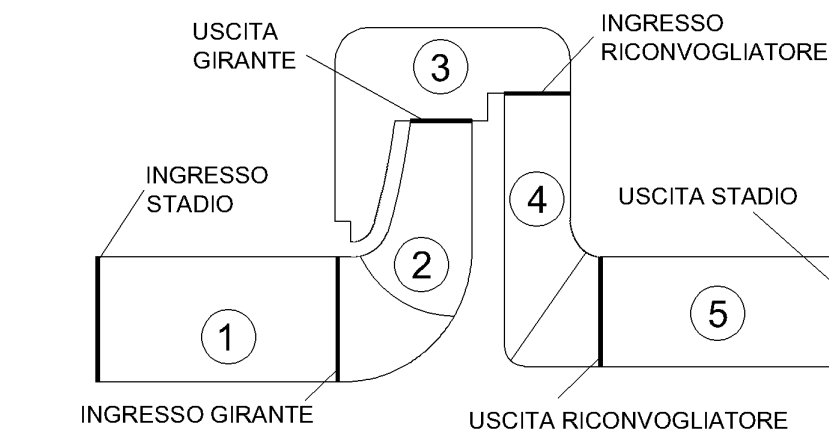


Figura 88: Regioni di controllo nelle quali è stata suddivisa l'intera macchina.

Con i risultati numerici esposti in Tabella 40, è possibile calcolare la prevalenza realizzata dal primo stadio:

$$H_{stadio,I} = H_{girante} - \Delta p_{ritorno} = 7.94m \quad (12.1)$$

Rispetto alle simulazioni effettuate per i componenti singoli, l'analisi dell'intero stadio evidenzia un aumento notevole delle perdite nel condotto di ritorno (+12855.6 Pa) che sono passate da 22236 a 35091.6 Pa; come conseguenza di ciò si ha che il primo stadio elabora una prevalenza pari a 7.94m inferiore alla prevalenza di progetto pari a 9m.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo d'ingresso	133926	125000
Girante	227880	208334
Corpo stadio	682682	653040
Riconvogliatore	158580	142038
Tubo d'uscita	193011	180000
Statistiche globali	1396079	1308412

Tabella 38: Modello numerico per il primo stadio: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Se si pone il rendimento meccanico pari a $\eta_{m, stadio} = 96\%$ ed il rendimento volumetrico pari a $\eta_{v, stadio} = 94\%$ è possibile stimare il rendimento totale del primo stadio:

$$\eta_{totale, stadio, I} = \eta_{i, stadio, I} \cdot \eta_{m, stadio} \cdot \eta_{v, stadio} = 0.604 \cdot 0.96 \cdot 0.94 = 54.5\% \quad (12.2)$$

La stima delle prestazioni del primo stadio della pompa appena svolta viene riassunta in Tabella 39 dove vengono confrontati i valori stimati con i valori di progetto. In base ai risultati numerici si osserva che la macchina non rispetta i valori di progetto di prevalenza e rendimento dello stadio per $Q_v = Q_{v, progetto} = 17m^3/h$. Il mancato raggiungimento dei requisiti di progetto può essere imputato alle considerevoli perdite che avvengono nel condotto di ritorno. Si ritiene che la girante elabori una prevalenza adeguata (pari a $H_{girante} = 11.51m$) e che quindi essa non rappresenti, al contrario del riconvogliatore, un componente con ampi margini di miglioramento.

Parametro	Valore stimato	Valore di progetto	Verifica
Prevalenza primo stadio	7.94m	9m	NO
Potenza assorbita primo stadio	573.7W	650W	SI
Rendimento primo stadio	54.5%	64.1%	NO

Tabella 39: Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del primo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	20966.7
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	20846.1
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	133971
Pressione totale ingresso riconvogliatore [Pa]	p_3	126596.2
Pressione totale uscita riconvogliatore [Pa]	p_4	98879.6
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_5	94306.3
Momento 2 pale [Nm]	M_p	0.617026
Momento 1/3 mozzo [Nm]	M_m	0.00618586
Momento 1/3 corona [Nm]	M_c	0.00652867
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.88922159
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	11.51
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	533.6
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	346.3
Potenza meccanica all'albero [W]	P_m	573.7
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso,girante}$	120.6
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	35091.6
Velocità tangenziale media uscita girante [m/s]	C_{u2}	7.64
Velocità tangenziale media uscita riconvogliatore [m/s]	C_{u4}	2.39
Velocità tangenziale di picco uscita riconvogliatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	4.74
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	93.01
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	60.4
Rendimento idraulico riconvogliatore %	η_c	78.11

Tabella 40: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo stadio della pompa.

12.3.2 Analisi numerica del secondo stadio

Il modello numerico necessario per lo studio fluidodinamico del secondo stadio è caratterizzato dalle stesse regioni di controllo e dalle stesse mesh utilizzate nelle analisi del paragrafo 12.3.1, dal quale però differisce per le condizioni al contorno all'ingresso: mentre per l'analisi del primo stadio era stato imposto il passaggio di un determinato valore della portata, per l'analisi del secondo stadio bisogna imporre all'ingresso il campo di moto che caratterizza la sezione di uscita del riconvogliatore del primo stadio. I risultati numerici sono riportati in Tabella 41.

Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	25595.7
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	121466
Pressione totale ingresso riconvogliatore [Pa]	p_3	119902
Pressione totale uscita riconvogliatore [Pa]	p_4	85502.7
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_5	94094.9
Momento 1 pala [Nm]	M_p	0.588337
Momento 1/6 mozzo [Nm]	M_m	0.00782009
Momento 1/6 corona [Nm]	M_c	0.0061707
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.8069834
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	9.77
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	452.7
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	323.5
Potenza meccanica all'albero [W]	P_m	548.8
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	35963.3
Velocità tangenziale media uscita girante [m/s]	C_{u2}	7.33
Velocità tangenziale media uscita riconvogliatore [m/s]	C_{u4}	2.33
Velocità tangenziale di picco uscita riconvogliatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	4.67
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	82.5
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	58.9
Rendimento idraulico riconvogliatore %	η_c	71.31

Tabella 41: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo stadio della pompa.

La prevalenza realizzata dal secondo stadio è pari a :

$$H_{stadio,I} = H_{girante} - \Delta p_{ritorno} = 6.11m \quad (12.3)$$

Rispetto al primo stadio, il secondo stadio della pompa offre una prevalenza minore (-1.83m) e questo è dovuto alla presenza di una componente tangenziale diversa da zero in corrispondenza della bocca di ingresso della girante. La riduzione della prevalenza comporta anche una riduzione, rispetto al primo stadio, del rendimento idraulico del secondo stadio che è sceso dal valore di

$\eta_{i,studio,I} = 60.4\%$ al valore di $\eta_{i,studio,II} = 58.9\%$. Come fatto per il primo stadio, se si pone il rendimento meccanico pari a $\eta_{m,studio} = 96\%$ ed il rendimento volumetrico pari a $\eta_{v,studio} = 94\%$ è possibile calcolare il rendimento totale del primo stadio:

$$\eta_{totale,studio,II} = \eta_{i,studio,II} \cdot \eta_{m,studio} \cdot \eta_{v,studio} = 0.589 \cdot 0.96 \cdot 0.94 = 53.15\% \quad (12.4)$$

In Tabella 42 vengono confrontati i risultati numerici con i valori di progetto. Il mancato raggiungimento dei requisiti di progetto (in termini di prevalenza e rendimento) può essere imputato al riconvolgiatore che non è in grado di abbassare efficacemente il valore della velocità assoluta tangenziale in uscita dalla girante.

Parametro	Valore stimato	Valore di progetto	Verifica
Prevalenza secondo stadio	6.11m	9m	NO
Potenza assorbita secondo stadio	548.8W	650W	SI
Rendimento secondo stadio	53.15%	64.1%	NO

Tabella 42: Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del secondo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.

13 Prove sperimentali

Le prove sperimentali sono state eseguite su una pompa multicellulare con 4 stadi. E' stato possibile, oltre che osservare le reali prestazioni della macchina a 4 stadi, sperimentare il comportamento della pompa con un solo stadio (una girante, un riconvogliatore e tre stadi vuoti): in questo modo si riesce ad ottenere un confronto diretto tra i risultati delle simulazioni fluidodinamiche e quelli sperimentali.

13.1 Apparato e procedura sperimentali

Il circuito di prova, esemplificato in Figura 89, è caratterizzato da:

1. serbatoio;
2. valvola a farfalla - lato aspirazione;
3. pressostato - lato aspirazione;
4. pompa;
5. pressostato - lato mandata;
6. flussometro;
7. valvola a farfalla - lato mandata;
8. valvola di non ritorno.

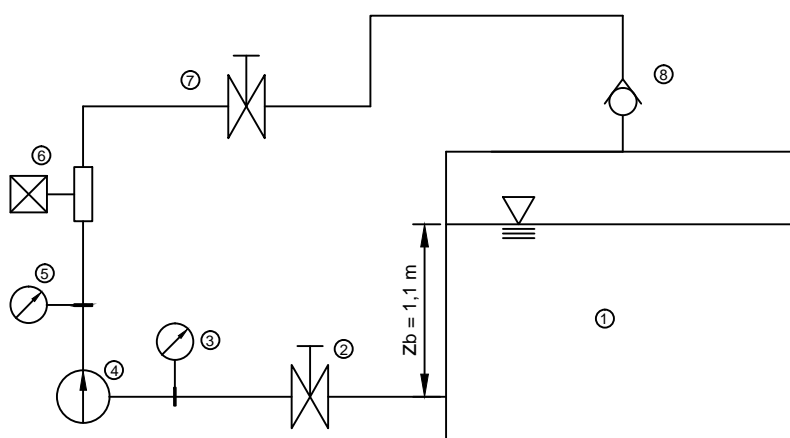


Figura 89: Schema dell'impianto utilizzato per le prove sperimentali.

La procedura per la determinazione delle curve caratteristiche della pompa si articola nei seguenti passaggi:

1. le valvole a farfalla lato aspirazione e lato mandata vengono completamente aperte;
2. viene individuato il valore massimo della portata elaborata dalla macchina Q_{max} in corrispondenza della quale la prevalenza della macchina tende a zero;

3. si discretizza il range di portata $0 \leq Q \leq Q_{max}$ in n punti scelti in modo arbitrario (solitamente $n = 8 \div 12$);
4. tramite la chiusura parziale della valvola a farfalla nel tubo di mandata, si regola la portata al valore $Q = Q_i$ $i = 1, \dots, n$ desiderato;
5. vengono calcolati il valore della prevalenza, del rendimento e della potenza assorbita dalla pompa per il valore di portata fissato;
6. si ripetono i punti 4 e 5 per tutti gli altri valori di portata in modo da ottenere, punto per punto, le curve caratteristiche della macchina.

13.2 Risultati delle prove sperimentali per uno stadio

Le prove sperimentali eseguite con un solo stadio servono a verificare l'attendibilità delle simulazioni numeriche effettuate in fase di progettazione. In questo caso quindi nella pompa sono stati montati una sola girante ed un solo riconvolgiatore, lasciando i rimanenti 3 stadi vuoti. Le curve caratteristiche della pompa sono riportate in Figura 90, Figura 91 ed in Figura 92.

Parametro	Risultato numerico	Risultato sperimentale
Prevalenza primo stadio [m]	7.94	5.92
Rendimento primo stadio %	54.5	37.07
Potenza assorbita primo stadio [kW]	0.57	0.72

Tabella 43: Confronto tra i risultati delle simulazioni fluidodinamiche ed i risultati delle prove sperimentali con un solo stadio per una portata pari a quella progetto $Q_{v,progetto} = 17m^3/h$.

Dal confronto tra i risultati numerici e quelli sperimentali emergono notevoli differenze; le cause di queste discrepanze possono essere:

1. il modello numerico utilizzato nelle simulazioni non tiene conto della presenza dei corpi pompa premente ed aspirante;
2. il modello numerico è caratterizzato da un tubo d'ingresso e da un tubo d'uscita che invece non esistono della pompa reale;
3. il modello numerico non tiene conto di alcune perdite idrauliche, come quelle dovute all'attrito parietale, che invece sono presenti nella realtà;
4. il modello numerico non tiene conto dei trafiletti presenti all'interno della macchina;
5. la qualità della mesh del modello numerico dovrebbe essere tale da garantire la convergenza della soluzione numerica: per verificare ciò sarebbe necessario infittire progressivamente la mesh fino ad ottenere dei risultati numerici che differiscono tra loro di una quantità minima.

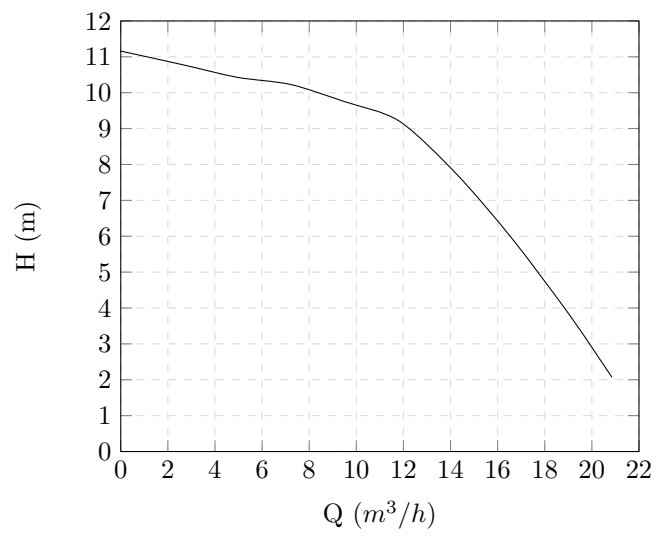


Figura 90: Curva caratteristica H-Q per uno stadio.

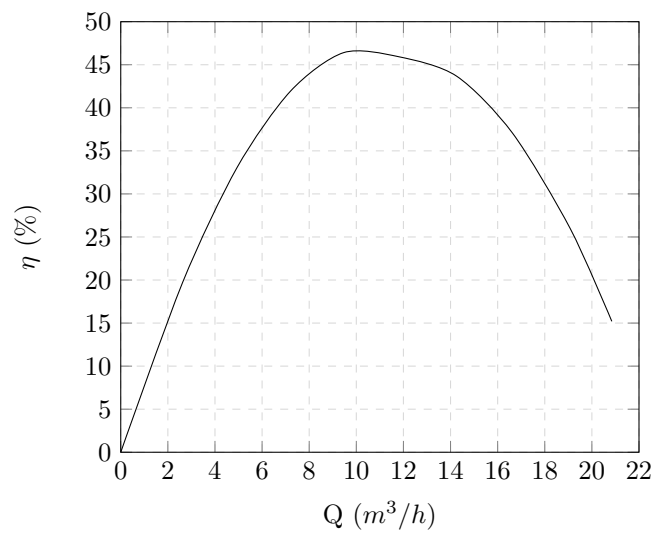


Figura 91: Curva caratteristica η -Q per uno stadio.

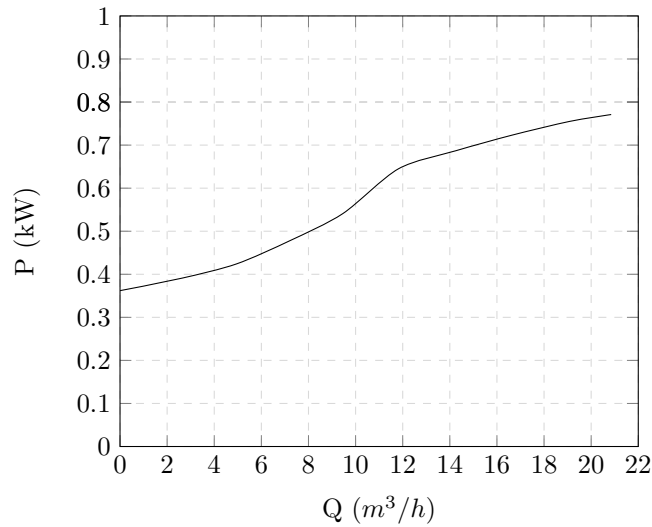


Figura 92: Curva caratteristica P-Q per uno stadio.

13.3 Risultati delle prove sperimentali per quattro stadi

Le curve caratteristiche ottenute dalle varie prove sperimentali sono riportate in Figura 94, Figura 95 e Figura 96. I colori delle varie curve indicano rispettivamente:

- curva nera: pompa di serie;
- curva rossa: pompa prototipo, primo esperimento;
- curva blu: pompa prototipo modificata, secondo esperimento;
- curva verde: pompa con giranti prototipo e riconvogliatori di serie, terzo esperimento.

dove il termine "prototipo" fa riferimento ai componenti progettati durante il lavoro di tesi, mentre il termine "di serie" fa riferimento ai componenti della pompa preesistente.

1. Primo esperimento.

Il primo esperimento è stato eseguito montando $n^{\circ}4$ giranti prototipo, $n^{\circ}4$ riconvogliatori prototipo e $n^{\circ}4$ corpi stadio prototipo. I risultati di questa prova sono identificati dalla curva rossa presente in Figura 94, Figura 95 e Figura 96. Alla portata di progetto $Q_v = 17\text{m}^3/\text{h}$ la pompa elabora una prevalenza pari a $H_{pompa} = 21\text{m}$ circa con un rendimento complessivo pari a $\eta_{pompa} = 40\%$: i requisiti di progetto $H_{pompa,progetto} = 36\text{m}$ e $\eta_{pompa,progetto} = 64.1\%$ non sono rispettati. Il punto di massima efficienza (B.E.P) che caratterizza la pompa prototipo è:

- Q_v (B.E.P) = $11.90\text{ m}^3/\text{s}$
- H (B.E.P) = 35.24m
- $\eta = 50.0\%$

Rispetto alla pompa di serie, rappresentata in Figura 94, Figura 95 e Figura 96 dalla curva nera, la pompa prototipo elabora una portata massima inferiore di circa $5m^3/h$. Questo può essere dovuto alle ridotte dimensioni delle luci di ingresso delle riconvolgiatore prototipo, la cui area è di circa $55mm^2$ per ciascuna luce. La curva della potenza assorbita dalla pompa prototipo è superiore alla curva della potenza assorbita dalla pompa di serie per $0 \leq Q_v < 8m^3/h$ di un valore pari a circa $5kW$, mentre per $8 > Q_v \leq 22m^3/h$ la curva della potenza del prototipo è inferiore. La forte differenza presente tra le due curve della potenza nel primo tratto può essere dovuta all'intensificazione di fenomeni di ricircoli in prossimità delle bocche dei giranti prototipo. La potenza massima assorbita dalla pompa prototipo è pari a $P_{max} = 2.45kW$ circa e rispetta il requisito progettuale pari a $P_{max,progetto} = 2.6kW$.

2. Secondo esperimento.

Il secondo esperimento mira ad ottenere una portata massima elaborata dalla pompa prototipo maggiore rispetto all'esperimento precedente. A tal fine le luci del riconvolgiatore sono state allargate tramite delle operazioni di fresatura aumentando l'area di passaggio di ogni singola luce dal valore di $55mm^2$ al valore di $100mm^2$ circa, come è visibile in Figura 93.

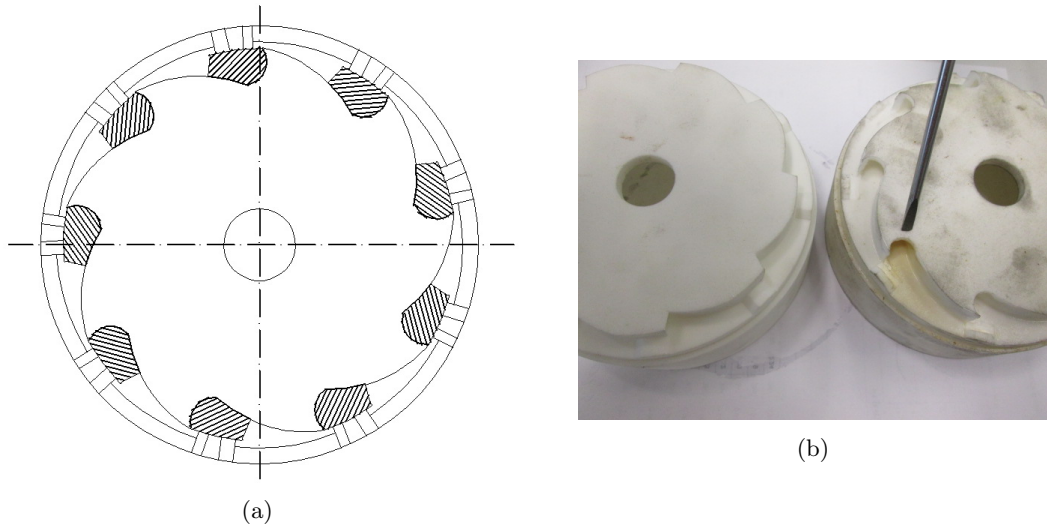


Figura 93: Riconvolgiatore utilizzato il secondo esperimento: le aree tratteggiate indicano le porzioni rimosse tramite fresatura (a), mentre la foto evidenzia l'allargamento delle luci di ingresso (b).

Riassumendo, nel secondo esperimento la pompa è costituita da $n^{\circ}4$ giranti prototipo, $n^{\circ}4$ riconvolgiatori prototipo allargati e $n^{\circ}4$ corpi stadio prototipo. Osservando i risultati sperimentali di Figura 94, Figura 95 e Figura 96 è possibile affermare che, rispetto alla pompa del primo esperimento (curva rossa), questa macchina (rappresentata dalla curva blu) è caratterizzata da:

- una portata massima elaborata maggiore e pari circa a $Q_{max} = 24.5m^3/h$;
- un aumento della prevalenza per $0 \leq Q_v < 11.5m^3/h$;
- un calo della prevalenza per $11.5 < Q_v \leq 24.5m^3/h$;

- un valore della prevalenza della pompa, in corrispondenza della portata di progetto $Q_{v,progetto} = 17m^3/h$, pari a $H_{Q,progetto} = 26m$;
- un aumento della potenza assorbita, in particolare per $Q_v = 0$ dove si ha un aumento pari a 0.3kW circa;
- un calo del rendimento della pompa per $0 \leq Q_v < 14m^3/h$;
- un aumento del rendimento complessivo della pompa per $14 < Q_v \leq 24.5m^3/h$;
- un rendimento complessivo della pompa, in corrispondenza della portata di progetto $Q_{v,progetto} = 17m^3/h$, pari a $\eta_{Q,progetto} = 49\%$ (+22.5 % rispetto al primo esperimento);

Il punto di massima efficienza (B.E.P) che caratterizza la pompa prototipo del secondo esperimento è:

- Q_v (B.E.P) = $14.5 m^3/h$
- H (B.E.P) = $31.6m$
- $\eta = 50.5 \%$

Anche in questo caso le prestazioni della macchina rispettano solo la potenza massima assorbita che è pari a $P_{max} = 2.5kW$.

3. Terzo esperimento.

Il terzo esperimento è stato eseguito montando $n^{\circ}4$ giranti prototipo, $n^{\circ}4$ riconvogliatori di serie e $n^{\circ}4$ corpi stadio prototipo. Lo scopo di questa prova è quello di provare ulteriormente che aumentando le sezioni di passaggio del riconvogliatore si ha un miglioramento delle prestazioni della pompa in corrispondenza di valori medio-alti della portata. Il riconvogliatore di serie, rispetto al prototipo, è caratterizzato da 5 pale (il riconvogliatore prototipo ha 9 pale) e quindi la larghezza dei condotti interpalari è maggiore.

Osservando i risultati sperimentali di Figura 94, Figura 95 e Figura 96 è possibile affermare che, rispetto alla pompa del secondo esperimento (curva blu), questa macchina (rappresentata dalla curva verde) è caratterizzata da:

- una portata massima elaborata maggiore e pari circa a $Q_{max} = 28m^3/h$ (maggiore anche della portata massima elaborata dalla pompa di serie che è circa pari a $27m^3/h$);
- un aumento della prevalenza per $7 \leq Q_v < 28m^3/h$;
- un calo della prevalenza per $0 < Q_v \leq 7m^3/h$;
- una prevalenza della pompa, in corrispondenza della portata di progetto $Q_{v,progetto} = 17m^3/h$, pari a $H_{Q,progetto} = 29m$;
- una riduzione della potenza assorbita per $Q = 0$ pari circa a 0.2kW;
- un aumento della potenza massima assorbita che nel terzo esperimento ha raggiunto il valore di 2.5kW;
- un aumento del rendimento complessivo della pompa concentrato nel range di portata $10 < Q_v \leq 28m^3/h$;
- un rendimento complessivo della pompa, in corrispondenza della portata di progetto $Q_{v,progetto} = 17m^3/h$, pari a $\eta_{Q,progetto} = 53\%$ (+8.2 % rispetto al secondo esperimento);

Il punto di massima efficienza (B.E.P) che caratterizza la pompa prototipo del terzo esperimento è:

- Q_v (B.E.P) = $15.5 \text{ m}^3/h$
- H (B.E.P) = 33m
- $\eta = 54 \%$

Anche in questo caso le prestazioni della macchina rispettano solo la potenza massima assorbita che è pari a $P_{max} = 2.5kW < P_{max,progetto} = 2.6kW$.

Il valore della potenza massima assorbita è circa lo stesso per tutti e 3 gli esperimenti ed è molto vicino al valore limite di progetto: quindi la geometria della pala è tale da garantire il massimo lavoro da parte della girante senza superare i vincoli di progetto legati al consumo di energia elettrica. Il mancato raggiungimento delle prestazioni di progetto può essere imputato al riconvolgiatore la cui inefficacia nel ridurre la componente tangenziale della velocità in ingresso agli stadi successivi al primo, peraltro evidenziata dalle analisi numeriche fluidodinamiche, causa un'elevata perdita di prevalenza per ogni stadio e di conseguenza un basso valore del rendimento complessivo della pompa.

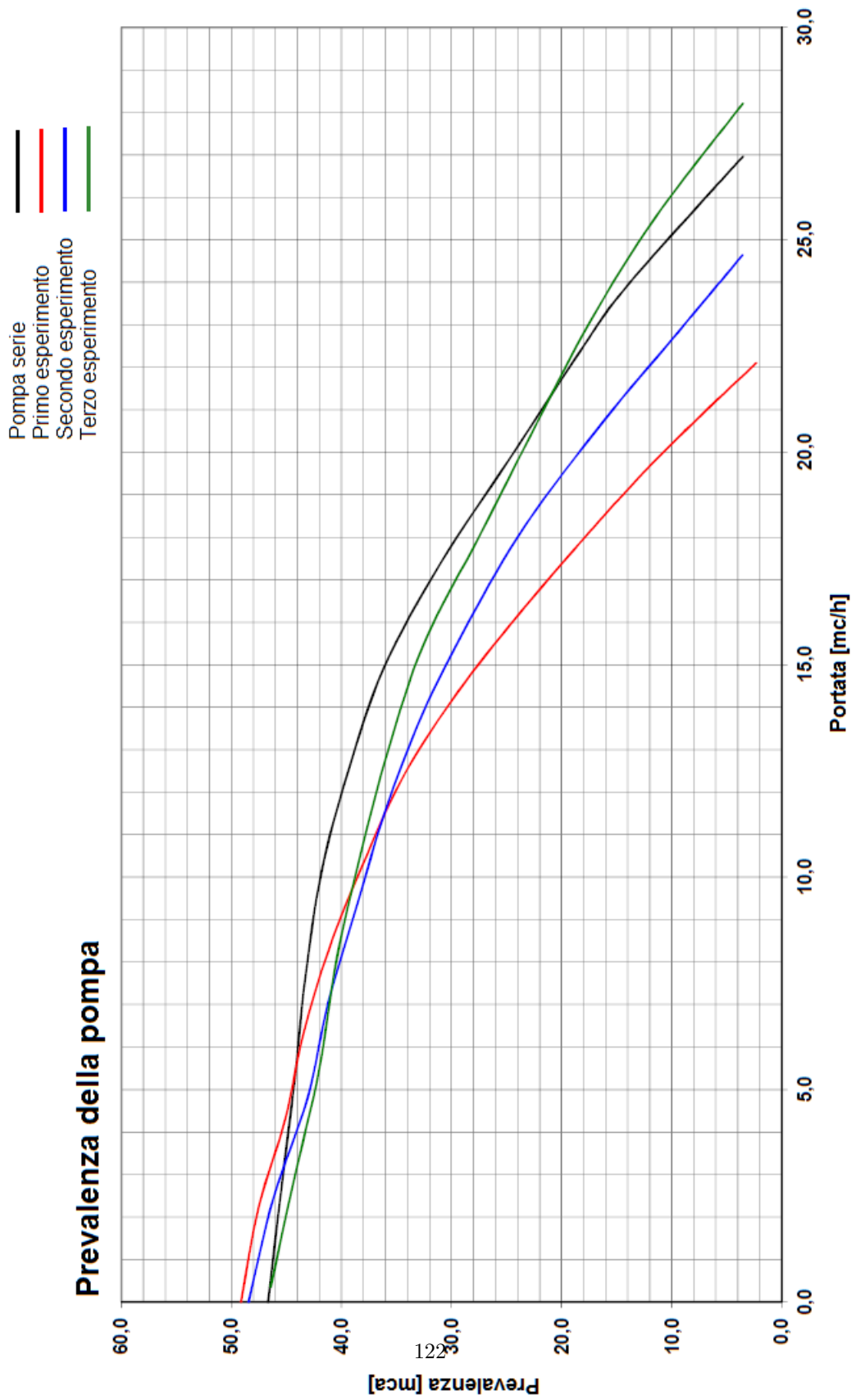


Figura 94: Confronto tra le curve $H - Q$ ottenute dai vari esperimenti.

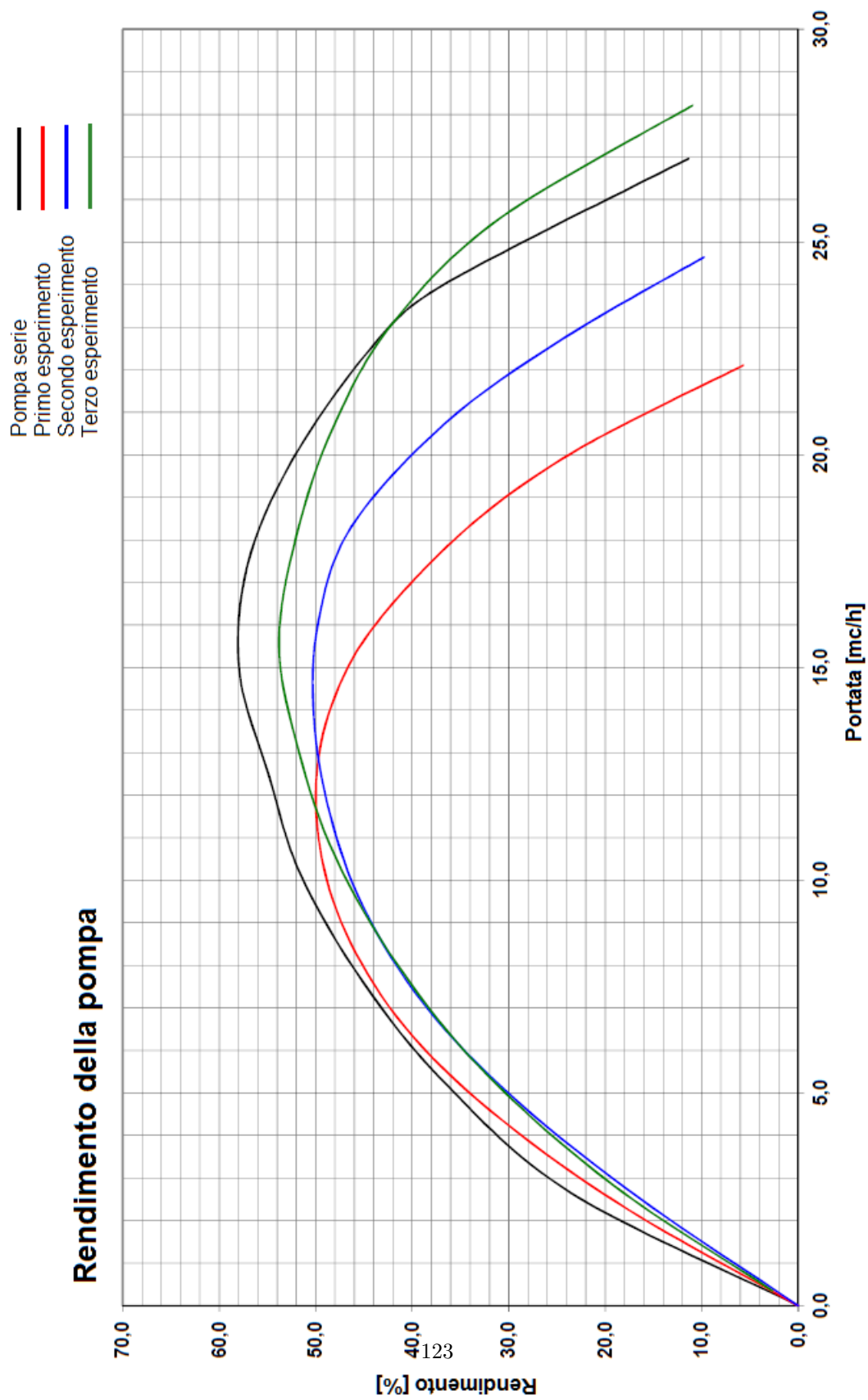


Figura 95: Confronto tra le curve $\eta - Q$ ottenute dai vari esperimenti.

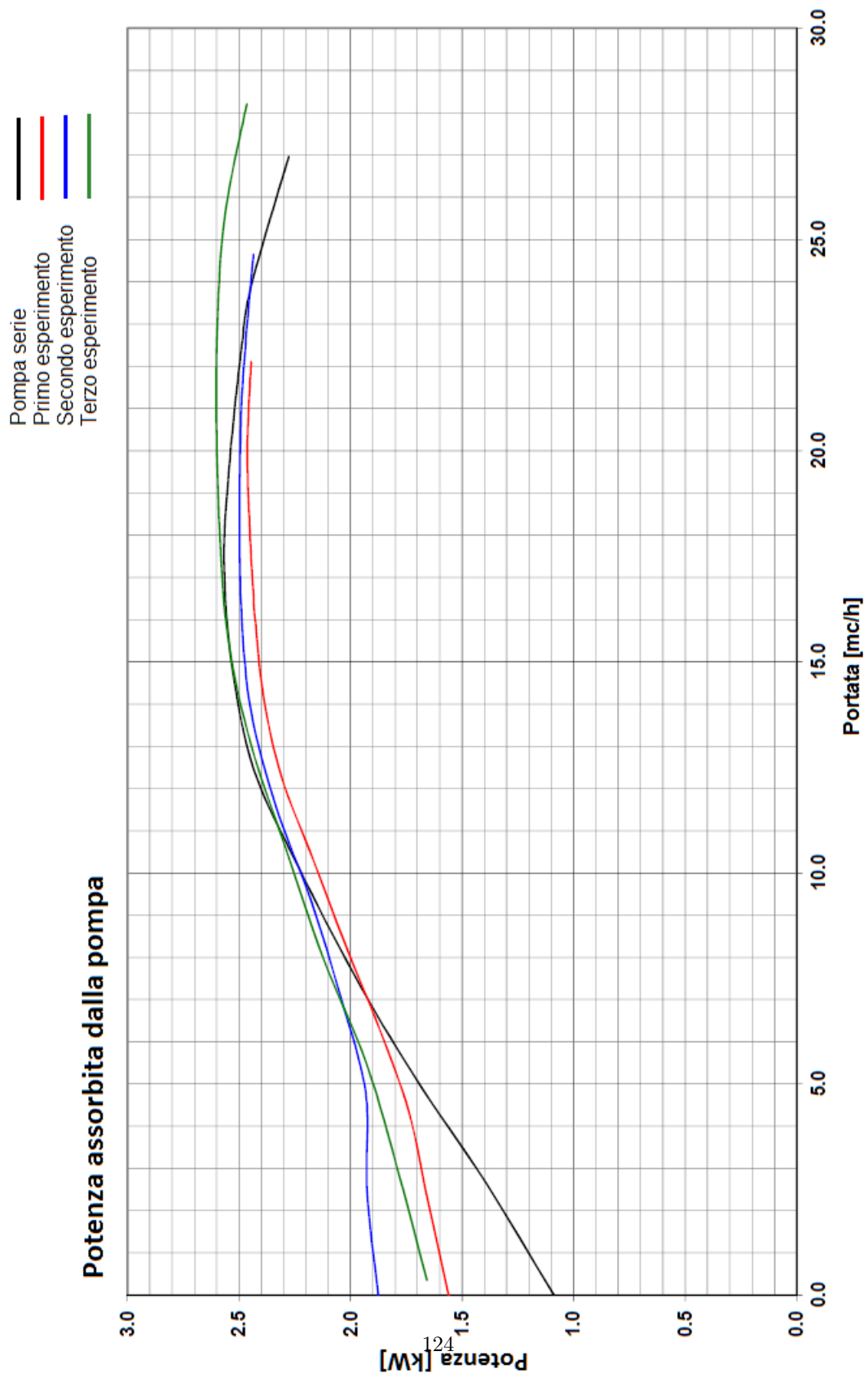


Figura 96: Confronto tra le curve $P - Q$ ottenute dai vari esperimenti.

13.4 Discussione dei risultati ottenuti dalle prove sperimentali

I tre esperimenti sono stati eseguiti utilizzando, a partire dal primo esperimento, condotti di ritorno caratterizzati da sezioni di passaggio via via crescenti. Le prove hanno evidenziato che, con l'aumentare delle aree di flusso del riconvolgiatore, si ottiene un aumento della portata massima elaborata dalla pompa ed un miglioramento delle prestazioni della macchina (in termini di rendimento e prevalenza) per valori di portata medio-alti. In particolare è possibile confrontare i risultati sperimentali ottenuti nelle varie prove in corrispondenza di $Q_v = Q_{v,progetto}$ ed in corrispondenza del punto di massima efficienza (B.E.P.) di ciascuna macchina.

1. Per valori di portata pari a $Q_v = Q_{v,progetto} = 17m^3/h$, la prevalenza più elevata (pari a $H_{pompa} = 29m$) viene registrata durante il terzo esperimento, nel quale è stato utilizzato il riconvolgiatore di serie che è caratterizzato dai condotti di ritorno più ampi. Anche i rendimenti della pompa presentano un andamento crescente col susseguirsi delle prove: il rendimento della pompa più elevato, osservato durante il terzo esperimento, è pari a $\eta = 53\%$. L'aumento della prevalenza e del rendimento della pompa con il susseguirsi delle prove è dovuto al fatto che vengono via via utilizzati condotti di ritorno sempre più ampi e quindi è stato possibile ridurre nei vari casi le perdite per strizione presenti nel riconvolgiatore, in particolare nella sezione di ingresso. L'andamento della prevalenza e del rendimento delle pompe dei vari esperimenti per $Q_v = Q_{v,progetto}$ è riportato in Figura 97.

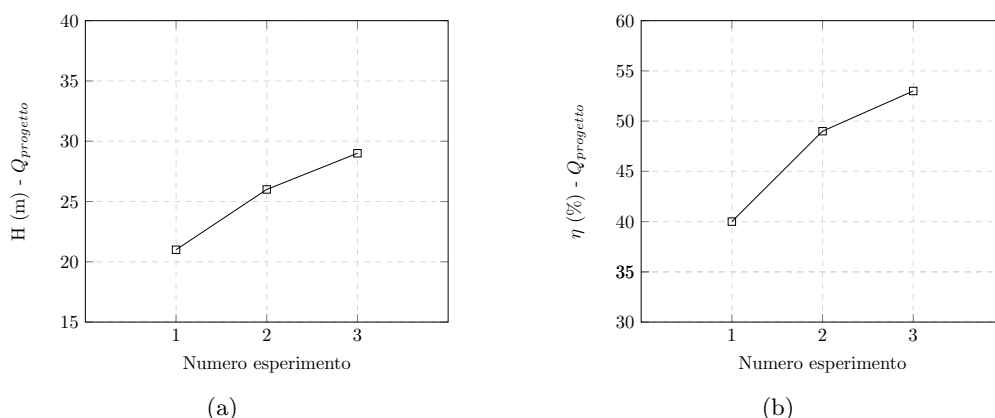


Figura 97: Valori di prevalenza (a) e rendimento (b) offerti dalle pompe testate nei vari esperimenti per $Q_v = Q_{v,progetto}$.

2. In corrispondenza dei rispettivi B.E.P. le pompe sono caratterizzate da un valore della portata crescente con il susseguirsi delle prove, in accordo con l'aumento delle aree di flusso nei condotti di ritorno che li caratterizzano. Il rendimento massimo della pompa è stato registrato durante il terzo esperimento, dove l'utilizzo dei condotti di ritorno più ampi ha permesso la massima riduzione delle perdite idrauliche, che si diversificano in perdite per incidenza all'ingresso delle pale del riconvolgiatore e perdite idrauliche dovute a fenomeni di ricircolo e di attrito sulle pareti; i riconvolgiatori di serie, utilizzati appunto nel terzo esperimento, sono costituiti da 5 pale (rispetto ai riconvolgiatori prototipo sono 4 pale in meno) e presentano le più ampie sezioni di ingresso tra i vari riconvolgiatori testati

e quindi assicurano le minori perdite idrauliche. La prevalenza della pompa registrata nel corso dei vari esperimenti è massima per il primo esperimento, poi cala nel secondo esperimento e infine aumenta nel terzo esperimento, restando comunque inferiore al valore di prevalenza registrato nella prima prova. L'andamento della prevalenza nel corso delle varie prove è dovuto al fatto che i B.E.P. delle varie macchine testate si spostano man mano verso valori di portata più alti: in questa zona la curva caratteristica di una pompa centrifuga presenta, generalmente, il tratto a maggiore pendenza e quindi per un piccolo aumento della portata si registra una considerevole riduzione della prevalenza. La terza pompa testata offre una maggiore prevalenza della seconda perché, nonostante l'aumento della portata elaborata, la riduzione delle perdite idrauliche è tale da compensare l'effetto sopra descritto. La potenza meccanica assorbita dalla pompa nei vari esperimenti presenta un andamento crescente con il susseguirsi delle prove. La potenza assorbita è direttamente proporzionale alla prevalenza e alla portata elaborata ed inversamente proporzionale al rendimento complessivo della pompa. Tuttavia il fattore predominante che distingue le varie prove sperimentali è la portata elaborata dalla pompa e quindi risulta logico che la potenza assorbita massima sia stata registrata durante il terzo esperimento.

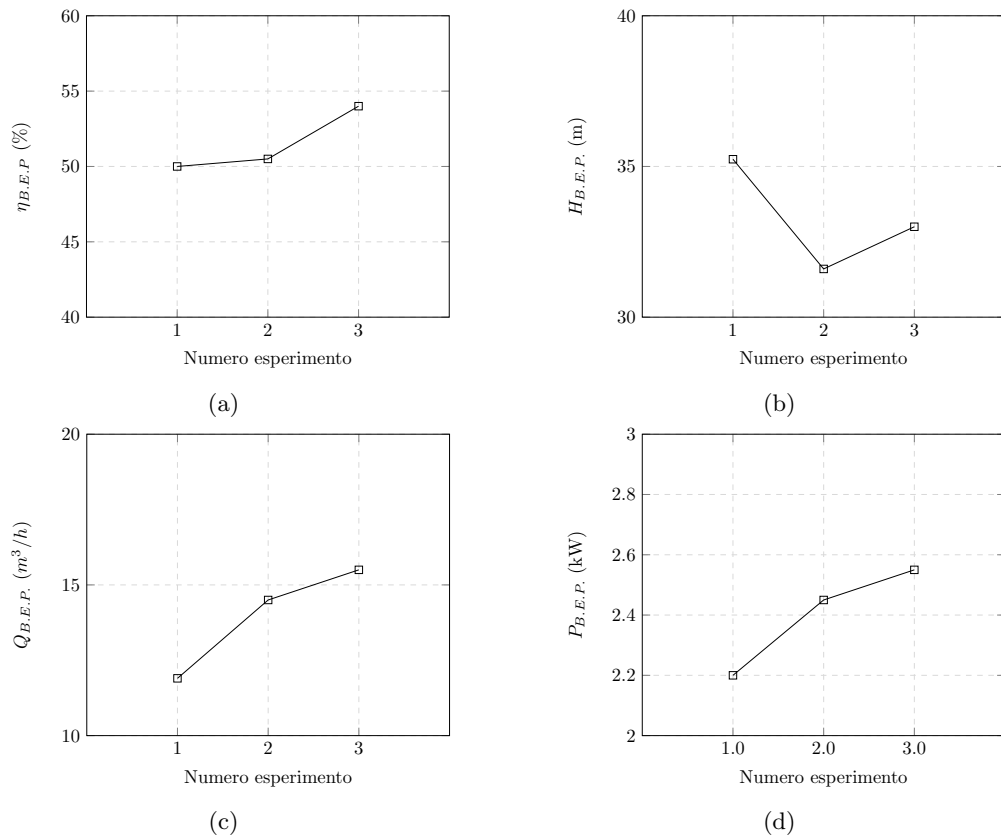


Figura 98: Confronto tra le prestazioni delle macchine testate in corrispondenza dei rispettivi B.E.P..

14 Miglioramento delle prestazioni della macchina

I vari esperimenti condotti in sala prove hanno dimostrato che l'utilizzo di un riconvolgiatore con luci di ingresso più ampie garantisce delle perdite idrauliche minori e quindi un miglioramento complessivo delle prestazioni della pompa. Il dimensionamento del successivo modello di riconvolgiatore prevede quindi un numero di pale pari a $z_c = 7$ (due pale in meno rispetto al riconvolgiatore prototipato) in modo che la sezione di ingresso sia sufficientemente ampia da non provocare ostruzione per il flusso. Inoltre, nel tentativo di ridurre la componente tangenziale della velocità assoluta all'uscita di ciascuno stadio, le pale del condotto di ritorno devono essere caratterizzate da un angolo costruttivo all'uscita maggiore.

14.1 Revisione della geometria del riconvolgiatore

La geometria della pala (vedi Figura 100) è stata descritta imponendo la distribuzione degli angoli costruttivi di Figura 99. Rispetto al riconvolgiatore prototipato, questo nuovo modello di condotto di ritorno prevede un numero di pale pari a $z_c = 7$ e un angolo costruttivo della pala all'uscita pari a $\alpha_{4c} = 105^\circ$. Inoltre, noti i risultati numerici riguardanti l'intero stadio, l'angolo costruttivo all'ingresso viene posto pari a $\alpha_{3c} = 12.86^\circ$. Con riferimento al paragrafo 6.2.2, i parametri che definiscono la curva α_c in funzione della distanza dall'asse della macchina r sono i seguenti:

- $(r_4; \alpha_{4c}) = (13.42mm; 105^\circ)$
- $(r_A; \alpha_A) = (40mm; 30^\circ)$
- $(r_B; \alpha_B) = (52mm; 18^\circ)$
- $(r_3; \alpha_{3c}) = (56mm; 12.86^\circ)$

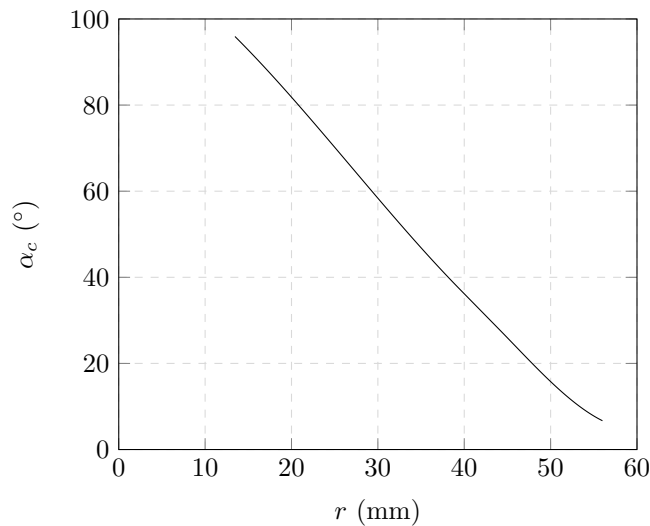


Figura 99: Modello riconvolgiatore revisionato: distribuzione degli angoli costruttivi.

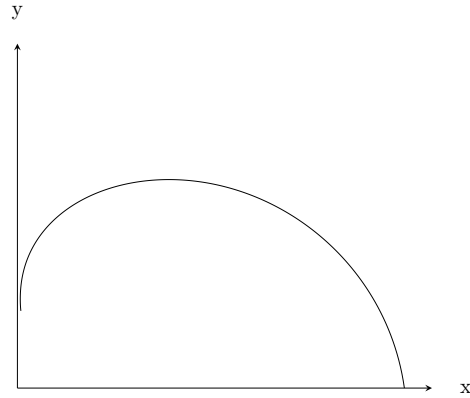


Figura 100: Modello riconvolgiatore revisionato: linea media della pala.

I parametri principali che caratterizzano la geometria della palettatura sono riassunti in Tabella 44. Il disco portapala è stato modificato al fine di ottenere, in corrispondenza dell'ingresso, un profilo "a margherita" analogo agli altri riconvolgiatori dimensionati. Rispetto ai modelli precedenti, il modello revisionato è caratterizzato da un bordo d'uscita rettilineo ed ortogonale all'asse; ne risulta che il raggio d'uscita in corrispondenza del mozzo equivale al raggio d'uscita in corrispondenza della corona e ciò favorisce la riduzione della componente tangenziale della velocità assoluta, soprattutto in corrispondenza della corona. Questo nuovo particolare della geometria del riconvolgiatore è rappresentato in Figura 101.

Angolo costruttivo ingresso $\alpha_{3,C} [^\circ]$	12.86
Angolo costruttivo uscita $\alpha_{4,C} [^\circ]$	105
Angolo di avvolgimento $\phi [^\circ]$	70.2
Numero di pale z_c	7
Diametro ingresso margherita $D_{3m} [mm]$	100

Tabella 44: Parametri che concorrono alla definizione della geometria del modello di riconvolgiatore revisionato.

La distribuzione degli angoli costruttivi del quinto modello viene confrontata con quella del terzo modello in Figura 102. Rispetto al modello prototipato, il modello revisionato di riconvolgiatore presenta una distribuzione angolare maggiore spostandosi dal centro della pala verso l'uscita al fine di ridurre ulteriormente la componente tangenziale della velocità assoluta; invece dal centro della pala verso l'ingresso la distribuzione angolare è minore, per evitare che l'angolo di avvolgimento della pala risulti troppo piccolo.

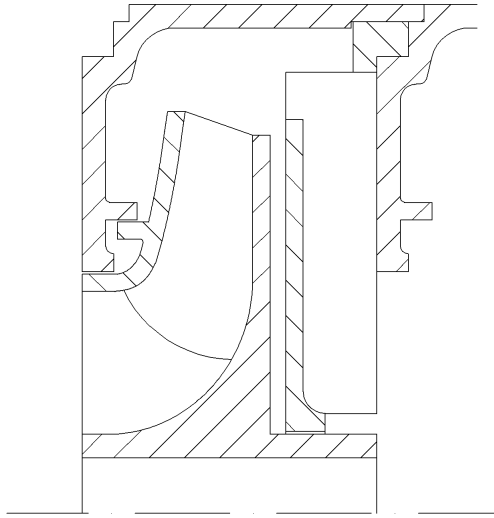


Figura 101: Condotto meridiano della macchina revisionata; il bordo d'uscita della pala del riconvogliatore è ortogonale all'asse di rotazione della macchina.

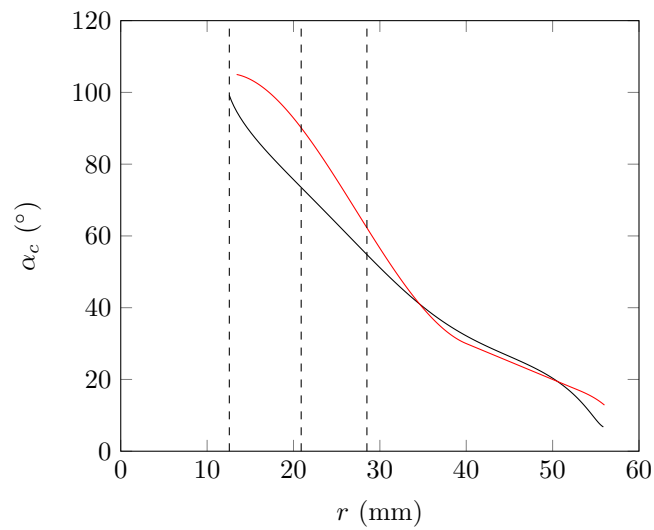


Figura 102: Confronto tra le distribuzioni degli angoli costruttivi del terzo modello (nero) e del modello revisionato (rosso). Le 3 linee tratteggiate verticali individuano, in sequenza, i raggi mozzo, medio e corona di uscita della pala.

14.2 Stima delle prestazioni della pompa

Dopo aver effettuato la revisione della geometria del riconvolgiatore, vengono effettuate delle analisi numeriche fluidodinamiche che permettono di verificare o meno i miglioramenti apportati alla macchina. Nelle simulazioni vengono testati la girante ed il corpo stadio che sono stati prototipati ed il riconvolgiatore che è stato revisionato. In particolare nei paragrafi seguenti sono riportati i risultati numerici relativi agli studi del primo e del secondo stadio della macchina.

14.2.1 Analisi numerica del primo stadio

Le regioni di controllo utilizzate in questa simulazione sono analoghe a quelle descritte nel paragrafo 12.3.1, ma ne differisce per il fatto che sono stati simulati un singolo passaggio sia per la girante che per il riconvolgiatore. Il numero di elementi che caratterizza la mesh di ciascuno dei cinque componenti (tubo d'ingresso, girante, corpo stadio, riconvolgiatore e tubo d'uscita) è indicato in Tabella 45.

Componente	Numero di nodi	Numero di elementi
Tubo d'ingresso	68276	62500
Girante	115080	104167
Corpo stadio	176904	164800
Riconvolgiatore	99980	88235
Tubo d'uscita	51510	46200
Statistiche globali	511750	465902

Tabella 45: Modello numerico per il primo stadio: numero di elementi e di nodi che caratterizzano le mesh.

Con i risultati numerici esposti in Tabella 47, è possibile calcolare la prevalenza realizzata dal primo stadio:

$$H_{stadio,I} = H_{girante} - \Delta p_{ritorno} = 9.88m \quad (14.1)$$

Rispetto alle simulazioni della macchina prototipata, l'analisi del primo stadio (contenente il riconvolgiatore revisionato) evidenzia un calo notevole delle perdite idrauliche nel condotto di ritorno (-17520.4 Pa) che sono passate da 35091.6 a 17571.2 Pa. Il primo stadio elabora una prevalenza pari a $H_{stadio,I} = 9.88m$ maggiore, seppur di poco, alla prevalenza di progetto pari a $H_{stadio,progetto} = 9m$. Il nuovo riconvolgiatore, dotato di bordo d'uscita ortogonale all'asse, assicura una velocità tangenziale all'uscita dello stadio minore rispetto al modello precedente e pari a $C_{u4} = 1.08m/s$ (circa la metà rispetto al modello precedente).

Se si pone il rendimento meccanico pari a $\eta_{m,stadio} = 96\%$ ed il rendimento volumetrico pari a $\eta_{v,stadio} = 94\%$ è possibile calcolare il rendimento totale del primo stadio:

$$\eta_{totale,stadio,I} = \eta_{i,stadio,I} \cdot \eta_{m,stadio} \cdot \eta_{v,stadio} = 0.745 \cdot 0.96 \cdot 0.94 = 0.672\% \quad (14.2)$$

La stima delle prestazioni del primo stadio della pompa appena svolta viene riassunta in Tabella 46 dove vengono confrontati i valori stimati con i valori di progetto. In base ai risultati numerici si osserva che la macchina rispetta i valori di progetto dello stadio per $Q_v = Q_{v,progetto} = 17m^3/h$.

Parametro	Valore stimato	Valore di progetto	Verifica
Prevalenza primo stadio	9.88m	9m	SI
Potenza assorbita primo stadio	581.9W	650W	SI
Rendimento primo stadio	67.2%	64.1%	SI

Tabella 46: Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del primo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.

Pressione totale ingresso stadio [Pa]	p_0	-100.835
Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	-213.519
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	114440
Pressione totale ingresso riconvogliatore [Pa]	p_3	106369
Pressione totale uscita riconvogliatore [Pa]	p_4	96868.8
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_5	91730.4
Momento 1 pala [Nm]	M_p	0.313271
Momento 1/6 mozzo [Nm]	M_m	0.00300482
Momento 1/6 corona [Nm]	M_c	0.00307654
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.91611416
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	11.68
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	540.9
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	433.6
Potenza meccanica all'albero [W]	P_m	581.9
Perdite idrauliche ingresso girante [Pa]	$\Delta p_{ingresso,girante}$	112.684
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	17571.2
Velocità tangenziale media uscita girante [m/s]	C_{u2}	8.3
Velocità tangenziale media uscita riconvogliatore [m/s]	C_{u4}	1.08
Velocità tangenziale di picco uscita riconvogliatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	4.8
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	92.95
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	74.5
Rendimento idraulico riconvogliatore %	η_c	91.07

Tabella 47: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il primo stadio della pompa.

14.2.2 Analisi numerica del secondo stadio

Il modello numerico necessario per lo studio fluidodinamico del secondo stadio è caratterizzato dalle stesse regioni di controllo e dalle stesse mesh utilizzate nelle analisi del paragrafo 14.2.1, dal quale però differisce per le condizioni al contorno all'ingresso: mentre per l'analisi del primo stadio era stato imposto il passaggio di un determinato valore della portata, per l'analisi del secondo stadio bisogna imporre all'ingresso il campo di moto che caratterizza la sezione di uscita del riconvogliatore del primo stadio. I risultati numerici sono riportati in Tabella 48.

Pressione totale ingresso girante [Pa]	p_1	-70.896
Pressione totale uscita girante [Pa]	p_2	105243
Pressione totale ingresso riconvogliatore [Pa]	p_3	89505
Pressione totale uscita riconvogliatore [Pa]	p_4	87258
Pressione totale uscita stadio [Pa]	p_5	82567
Momento 1 pala [Nm]	M_p	0.306541
Momento 1/6 mozzo [Nm]	M_m	0.00300111
Momento 1/6 corona [Nm]	M_c	0.00307287
Momento girante [Nm]	$M_{girante}$	1.87568988
Prevalenza girante [m]	$H_{girante}$	10.74
Potenza idraulica girante [W]	$P_{i_{girante}}$	497.3
Potenza idraulica stadio [W]	$P_{i_{stadio}}$	390.2
Potenza meccanica all'albero [W]	P_m	569.6
Perdite idrauliche condotto ritorno [Pa]	$\Delta p_{ritorno}$	17985
Velocità tangenziale media uscita girante [m/s]	C_{u2}	8.29
Velocità tangenziale media uscita riconvogliatore [m/s]	C_{u4}	1.58
Velocità tangenziale di picco uscita riconvogliatore [m/s]	$C_{u4,MAX}$	5.4
Rendimento idraulico girante %	$\eta_{i_{girante}}$	87.31
Rendimento idraulico stadio %	$\eta_{i_{stadio}}$	68.5
Rendimento idraulico riconvogliatore %	η_c	88.16

Tabella 48: Risultati delle simulazioni fluidodinamiche per il secondo stadio della pompa.

La prevalenza realizzata dal secondo stadio è pari a :

$$H_{stadio,I} = H_{girante} - \Delta p_{ritorno} = 8.9m \quad (14.3)$$

Rispetto al primo stadio, il secondo stadio della pompa offre una prevalenza minore (-0.98m) e questo è dovuto alla presenza di una componente tangenziale diversa da zero in corrispondenza della bocca di ingresso della seconda girante. La riduzione della prevalenza comporta anche una riduzione, rispetto al primo stadio, del rendimento idraulico del secondo stadio che è sceso dal

valore di $\eta_{i,stadiao,I} = 68.5\%$ al valore di $\eta_{i,stadiao,II} = 58.9\%$. Come fatto per il primo stadio, se si pone il rendimento meccanico pari a $\eta_{m,stadiao} = 96\%$ ed il rendimento volumetrico pari a $\eta_{v,stadiao} = 94\%$ è possibile calcolare il rendimento totale del primo stadio:

$$\eta_{totale,stadiao,II} = \eta_{i,stadiao,II} \cdot \eta_{m,stadiao} \cdot \eta_{v,stadiao} = 0.589 \cdot 0.96 \cdot 0.94 = 61.8\% \quad (14.4)$$

In Tabella 49 vengono confrontati i risultati numerici con i valori di progetto. Il mancato raggiungimento dei requisiti di progetto (in termini di prevalenza e rendimento) può essere imputato al riconvogliatore che non è in grado di abbassare efficacemente il valore della velocità assoluta tangenziale in uscita dalla girante. A causa di ciò la prevalenza offerta dalla girante si riduce e, conseguentemente, si abbassa il rendimento idraulico e la potenza idraulica della girante.

Parametro	Valore stimato	Valore di progetto	Verifica
Prevalenza secondo stadio	8.9m	9m	NO
Potenza assorbita secondo stadio	569.6W	650W	SI
Rendimento secondo stadio	61.8%	64.1%	NO

Tabella 49: Confronto tra i risultati numerici delle simulazioni del secondo stadio della pompa e le prestazioni richieste dai valori di progetto.

15 Conclusioni

In questo lavoro di tesi è esposta la procedura di dimensionamento di uno stadio di pompa centrifuga multicellulare. Per ciascun componente (girante e riconvolgiatore) sono stati realizzati vari modelli numerici, tra i quali sono stati scelti i più performanti grazie alle simulazioni fluidodinamiche che hanno infatti permesso di stimare le prestazioni di ciascuna girante e riconvolgiatore e di confrontarle quantitativamente. Le analisi CFD hanno evidenziato il mancato raggiungimento dei requisiti di progetto e, tramite successiva prototipazione, sono stati eseguiti degli esperimenti in sala prove che sono stati utili per identificare gli aspetti critici nella geometria della macchina prototipata. Dalle prove sperimentali è emerso che il riconvolgiatore rappresenta il punto critico nel processo di dimensionamento della pompa multistadio: infatti nei canali di ritorno si registrano le perdite idrauliche più elevate ed il lavoro svolto dalla loro palettatura influisce lo scambio energetico operato dalla girante dello stadio successivo. I risultati delle analisi CFD ed i risultati delle prove sperimentali, dopo un semplice confronto quantitativo, non si sono dimostrati compatibili tra loro anche se entrambi confermano che la macchina non soddisfa i requisiti di progetto.

La successiva revisione della geometria del riconvolgiatore ha generato aree di flusso più ampie rispetto al modello precedente ed una distribuzione degli angoli costruttivi in grado di ridurre con maggiore efficacia la prerotazione del fluido in ingresso alla girante: in questo modo sono stati ottenuti dei discreti miglioramenti, ma i requisiti di progetto non sono ancora soddisfatti completamente. La stima delle prestazioni della macchina revisionata è stata fatta servendosi delle analisi CFD, ma non è stato possibile verificarne l'attendibilità poiché non sono state eseguite ulteriori prototipazioni.

In conclusione si ritiene che la procedura esposta, rivelatasi inadatta al soddisfacimento dei requisiti di progetto, debba essere integrata innanzitutto introducendo un procedimento di verifica della mesh che garantisca la convergenza ed inoltre proponendo dei criteri di dimensionamento alternativi per quanto riguarda il riconvolgiatore.

Riferimenti bibliografici

- A. J. Stepanoff. *Centrifugal and axial flow pumps: theory, design and application*, Krieger, 1993.
- AA. VV. *ANSYS-CFX Post User's Guide*.
- AA. VV. *ANSYS-CFX Pre User's Guide*.
- AA. VV. *ANSYS-CFX Solver Modeling Guide*.
- AA. VV. *ANSYS-ICEM CFD Help Manual*.
- AA. VV. *ANSYS-ICEM CFD User's Manual*.
- AA. VV. *ANSYS-TurboGrid User's Guide*.
- Giovanna Cavazzini¹, Giorgio Pavesi¹, Alberto Santolin¹, Guido Ardizzon¹ and Renzo Lorenzi². *Using splitter blades to improve suction performance of centrifugal pump impeller*. ¹Department of Industrial Engineering, University of Padova, Padova, Italy. ²Research and Development - Calpeda Spa, Vicenza, Italy.
- Grigori Krivchenko. *Hydraulic machines: turbines and pumps*, Lewis Publ., 2008.
- Giuseppe Ventrone. *Macchine per allievi ingegneri*, Libreria Internazionale Cortina Padova, 2006.
- Guido Ardizzon. *Appunti delle lezioni di Macchine 1*.
- Igor Tverdokhle, Elena Knyazeva, Aleksander Birukov, Svetlana Lugovaya. *About Designing the Flow Part of a Multi-Stage Pump with a Minimum Radial Dimensions*. XIIIth International Scientific and Engineering Conference "HERVICON-2011".
- Johann Friedrich Gulich. *Centrifugal Pumps*, Springer, 2008.
- John Tuzson . *Centrifugal pump design*, John Wiley and Sons, 2000.
- Lei Tan¹, Shuliang Cao², Yuming Wang¹ and Baoshan Zhu². *Direct and inverse iterative design method for centrifugal pump impellers*. ¹State Key Laboratory of Tribology, Tsinghua University, China. ²State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, China.
- M. Zangeneh. *Inviscid-viscous interaction method for 3D inverse design of centrifugal impellers*. Department of Mechanical Engineering, University College of London, London, United Kingdom.
- Masafumi Miyano, Toshiaki Kanemoto, Daisuke Kawashima, Akihiro Wada, Takashi Hara and Kazuyuki Sakoda. *Return Vane Installed in Multistage Centrifugal Pump*. International Journal of Fluid Machinery and Systems Vol.1, No1, October-December 2008.
- Qihua Zhang, Weidong Shi, Yan Xu, Xiongfa Gao, Chuan Wang, Weigang Lu and Dongqi Ma. *A New Proposed Return Guide Vane for Compact Multistage Centrifugal Pumps*. Hindawi Publishing Corporation, International Journal of Rotating Machinery, Volume 2013, Article ID 683713, 11 pages.

S. Miyauchi, B. Zhu, X. Luo, B. Piao, H. Matsumoto, M. Sano and N. Kassai. *Optimization and Inverse Design of Pump Impeller*. 26th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems.

Stephen Lazarkiewicz, Adam T. Troskolanski. *Impeller Pumps*, Pergamon press, 1995.

Val S. Lobanoff, Robert R. Ross. *Centrifugal pumps. Design and applications*.

