

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Studio della dinamica degli elettroni in plasmi  
magneticamente confinati mediante metodi numerici

Relatore

Prof. Marco Mazzocco

Correlatore

Dr. Alessio Galatà

Laureando

Matteo Caldara

Anno Accademico 2018/2019



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introduzione ai plasmi</b>	<b>1</b>
1.1 Cosa è un plasma? . . . . .	1
1.2 La distribuzione di Maxwell-Boltzmann . . . . .	1
1.3 La lunghezza di Debye . . . . .	2
1.4 La frequenza di plasma . . . . .	3
<b>2 Le sorgenti ECR</b>	<b>5</b>
2.1 Introduzione alle sorgenti ECR . . . . .	5
2.2 Confinamento magnetico . . . . .	6
2.2.1 Moto di una particella in un campo magnetico uniforme . . . . .	7
2.2.2 Moto di una particella in un campo magnetico non uniforme . . . . .	7
2.3 Onde nei plasmi . . . . .	10
2.3.1 Descrizione elettromagnetica dei plasmi . . . . .	10
2.3.2 Propagazione di onde piane in un plasma omogeneo . . . . .	11
2.3.3 Caratterizzazione di un plasma sottoposto a un campo magnetostatico . . . . .	12
2.3.4 Propagazione di onde piane in un plasma in presenza di campo magnetico . . . . .	13
2.4 Il processo di risonanza ECR . . . . .	15
2.4.1 Cenni teorici . . . . .	15
2.4.2 Frequency Tuning . . . . .	18
2.4.3 Utilizzo di più frequenze . . . . .	19
2.5 Collisioni binarie . . . . .	21
2.5.1 Processi di ionizzazione . . . . .	21
2.5.2 Processi di scambio carica . . . . .	23
<b>3 Simulazioni della dinamica elettronica</b>	<b>25</b>
3.1 Dominio fisico della simulazione . . . . .	25
3.2 Analisi preliminare tramite studio di raggi X . . . . .	26
3.3 Descrizione auto-consistente del plasma . . . . .	27
3.4 Creazione delle mappe di densità e temperatura degli elettroni . . . . .	28
3.5 Analisi dei risultati . . . . .	32
<b>Conclusioni</b>	<b>37</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>41</b>



# Introduzione

Presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL), uno dei quattro laboratori nazionali dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN), si conduce principalmente un'attività di ricerca sperimentale nel settore della Fisica Nucleare fondamentale, che studia i nucleoni e le loro interazioni. Le "sonde" utilizzate per indagare la materia nucleare sono proiettili ad alta velocità forniti da acceleratori di particelle: dopo essere stati prodotti da opportune sorgenti, gli ioni vengono accelerati lungo un tubo mantenuto sotto alto vuoto fino a collidere con un bersaglio fisso, provocando una reazione nucleare. Opportuni rivelatori collocati attorno al "punto misura" permettono di analizzare i prodotti di reazione e determinarne le caratteristiche in termini di massa ed energia. A seconda del particolare acceleratore impiegato, le sorgenti devono fornire ioni negativi o positivi. Nel primo caso si utilizzano le sorgenti di tipo "sputtering", accoppiate ad un acceleratore di tipo Tandem, mentre per la produzione di ioni positivi a stato di carica medio-alto si utilizzano le sorgenti di tipo ECR (*Electron Cyclotron Resonance*), accoppiate al complesso di acceleratori superconduttivi PIAVE e ALPI. Proprio per questa loro caratteristica tali sorgenti, indicate spesso con l'acronimo ECRIS (*ECR-Ion-Sources*), sono largamente utilizzate in laboratori in cui si svolgono esperimenti ad alte energie con ioni pesanti, essendo l'energia finale dell'esperimento dipendente dal rapporto tra la carica e la massa ( $q/A$ ) dello ione accelerato. Un'altra applicazione importante di queste sorgenti consiste nell'aumentare lo stato di carica degli ioni radioattivi prodotti nei *Target Ion Source systems* delle facility ISOL (*Isotope Separation On-Line*). Questa tecnica è nota come *Charge Breeding* ed è applicata anche nell'ambito del progetto SPES [1] in avanzata fase di costruzione presso i LNL.

Le sorgenti ECR [2] consistono in una camera da vuoto nella quale un plasma viene generato per mezzo di un'interazione tra onde elettromagnetiche (nel range dei GHz, ovvero microonde) ed elettroni, detta risonanza ECR (da cui il loro nome), e confinato da una particolare configurazione magnetica detta "a B-minimo" in cui il campo magnetico cresce andando dal centro della camera fino alla periferia. In seguito a questo processo risonante, gli elettroni acquistano energia dall'onda e sono in grado di ionizzare gas o vapori metallici e produrre ioni ad alto stato di carica, i quali vengono poi estratti attraverso un opportuno foro e applicando alla sorgente una differenza di potenziale positiva rispetto a terra. L'intensità e lo stato di carica del fascio estratto dipendono in maniera significativa dal grado di accoppiamento onda-moto elettronico, il quale dipende a sua volta dalla frequenza utilizzata. Al fine di operare in maniera efficiente, è necessario ottimizzare la distribuzione spaziale del campo elettromagnetico all'interno della camera in modo da favorire l'accoppiamento degli elettroni con le microonde, la produzione di ioni e la loro conseguente estrazione.

L'obiettivo di questo lavoro di tesi consiste nel dedurre, tramite metodi numerici, l'effetto di una determinata frequenza sul contenuto energetico degli elettroni del plasma, ottenendo così un affidabile strumento predittivo per la progettazione di nuovi dispositivi. Per fare ciò si è implementata una routine sviluppata *ad hoc* in un codice *MatLab* preesistente, che integra l'equazione del moto degli elettroni in presenza di campi elettromagnetici statici e variabili, in grado di calcolare la loro distribuzione spaziale ed energetica.

Qui di seguito verrà fornita una descrizione di come è articolato questo lavoro di tesi.

Il plasma è un elemento imprescindibile in questo tipo di sorgenti, perciò il **capitolo 1** è dedicato ad una introduzione al cosiddetto quarto stato della materia. Verrà data una definizione di plasma, verrà descritta la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, caratteristica delle particelle del plasma all'equilibrio termico, e verranno presentati due parametri caratteristici come la lunghezza di Debye e la frequenza di plasma.

Nel **capitolo 2**, dopo un breve cenno alle principali caratteristiche di una sorgente ECR, si entrerà nel dettaglio della fisica che sta alla base del funzionamento di questi dispositivi e di cui si farà uso nello sviluppo del codice numerico. Inizialmente verrà descritto il confinamento magnetico delle particelle all'interno del plasma, da cui risulterà chiaro il motivo della scelta di una configurazione magnetica "a B-minimo". Subito dopo si descriverà la propagazione delle onde elettromagnetiche all'interno di un plasma magnetizzato, situazione fisica che porta poi al processo di interazione risonante tipico di queste sorgenti. La condizione di risonanza, ovvero che la frequenza di ciclotrone dell'elettrone eguaglia la frequenza delle microonde, si verifica su particolari superfici in cui  $B$  è costante (dette superfici di risonanza) all'interno delle quali il plasma risulta essere ben confinato. Verrà discusso il riscaldamento ECR, ovvero il processo tramite il quale gli elettroni acquistano energia dall'accoppiamento con le microonde, l'effetto del *frequency tuning*, con il quale è possibile ottimizzare le performance delle sorgenti oltrepassando alcuni limiti tecnologici, nonché l'utilizzo di più frequenze. Infine si accennerà alle collisioni binarie e, in particolare, ai processi di ionizzazione con cui gli elettroni energetici creano i fasci di ioni positivi che saranno poi estratti dalla sorgente.

Il **capitolo 3** è interamente dedicato al codice numerico che permette di simulare la dinamica elettronica all'interno di un plasma ECR. Inizialmente verranno presentate le caratteristiche peculiari della sorgente ECR oggetto della simulazione e i risultati di un esperimento condotto sul plasma generato al suo interno. Dopo aver delineato i punti chiave del codice preesistente, enfatizzando l'approccio auto-consistente su cui si basano le simulazioni numeriche per la descrizione del plasma, verrà descritta la routine sviluppata nell'ambito di questo lavoro di tesi e i risultati ottenuti, sia in termini di efficienza computazionale che di analisi della distribuzione spaziale e del contenuto energetico del plasma.

# Capitolo 1

## Introduzione ai plasmi

Nelle sorgenti ECR gli ioni sono estratti da un plasma che viene creato e mantenuto all'interno di una camera da vuoto: per completezza, questo capitolo è dedicato ad una introduzione del concetto di plasma e dei suoi parametri caratteristici, seguendo la trattazione specifica fornita da Chen in [3].

### 1.1 Cosa è un plasma?

Il plasma viene generalmente indicato come il quarto stato della materia: si può immaginare come un gas caldo in cui coesistono ioni positivi, elettroni e atomi neutri. In un gas all'equilibrio termico a temperatura  $T$  alcuni atomi possono subire urti tali da essere ionizzati: questo fenomeno viene regolato dall'equazione di Saha

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 \times 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-\frac{U_i}{k_B T}} \quad (1.1)$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann,  $n_i$  e  $n_n$  sono, rispettivamente, le densità numeriche di atomi ionizzati e neutri, mentre  $U_i$  è l'energia di ionizzazione del gas (energia necessaria a rimuovere gli elettroni più esterni). In aria a temperatura ambiente questa frazione è estremamente piccola ( $\frac{n_i}{n_n} \approx 10^{-122}$ ), ma all'aumentare della temperatura inizia a crescere in maniera significativa: prima il gas entra nello stato di plasma, poi il plasma si ionizza completamente. Questo è il motivo principale per cui il plasma esiste in abbondanza nelle stelle con temperature di milioni di gradi, mentre è estremamente raro sulla Terra.

L'equazione di Saha contiene due importanti implicazioni fisiche:

1. la temperatura gioca un ruolo fondamentale: un atomo viene ionizzato in seguito ad una collisione che implica uno scambio di energia sufficiente per estrarre un elettrone, ma in un gas "freddo" queste collisioni sono poco frequenti;
2. un atomo ionizzato rimane carico fino a quando incontra un elettrone con il quale si ricombina per raggiungere la neutralità. Il rate di ricombinazione dipende dalla densità elettronica (approssimativamente uguale a  $n_i$ ): nelle stelle questo rate è molto basso, il che garantisce la permanenza del proprio nucleo nello stato di plasma.

### 1.2 La distribuzione di Maxwell-Boltzmann

In un plasma all'equilibrio termico le velocità  $\vec{v}$  delle particelle seguono la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, la cui larghezza è determinata dalla temperatura  $T$ . Questa è espressa dalla formula

$$f(\vec{v}) = f(v_x, v_y, v_z) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2k_B T}} \quad (1.2)$$

in cui  $f(\vec{v}) d\vec{v}$  restituisce il numero di particelle per  $m^3$  con velocità compresa tra  $\vec{v}$  e  $\vec{v} + d\vec{v}$ .

La distribuzione del modulo della velocità si ottiene passando in coordinate polari sferiche  $d\vec{v} = v^2 dv d(\cos\theta) d\phi$  e integrando sulle variabili angolari:

$$f(v) = n \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \quad (1.3)$$

Il profilo di questa funzione di distribuzione per due diverse temperature è mostrato nella Figura 1.1.

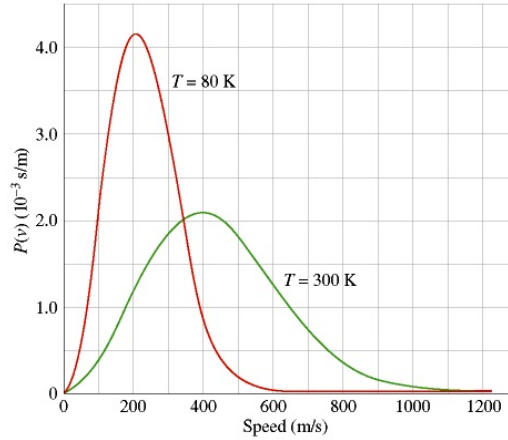


Figura 1.1: Distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle velocità a diverse temperature.

La densità  $n$ , ovvero il numero di particelle per unità di volume, è legato alla funzione di distribuzione dalla seguente relazione:

$$n = \iiint_{-\infty}^{+\infty} f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z$$

In base al teorema di equipartizione dell'energia, l'energia cinetica media vale  $\langle E \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ : questa stretta relazione tra le due grandezze permette di esprimere spesso la temperatura in unità energetiche. Ioni ed elettroni in un plasma sono singolarmente all'equilibrio termico, ovvero hanno distribuzioni di Maxwell con temperature diverse: questo dipende dal fatto che i rate di collisione elettrone-elettrone e ione-ione, pur essendo differenti, sono entrambi superiori al rate delle collisioni elettrone-ione. Una conseguenza di questo aspetto è che, se il plasma fosse confinato, esso si dissolverebbe prima che le due specie raggiungano la termalizzazione.

### 1.3 La lunghezza di Debye

Una caratteristica dei plasmi è la loro capacità di schermare campi elettrici che sono applicati dall'esterno. Sull'interfaccia tra il plasma e i bordi, o intorno ad un oggetto carico, si forma uno strato, detto *plasma sheath*, che perturba la condizione di neutralità del plasma. All'interno di questo strato le particelle cariche creano una distribuzione in grado di schermare il campo elettrico applicato. Per stimarne lo spessore si può considerare un modello unidimensionale con un potenziale  $\phi(x)$  mantenuto a un valore costante  $\phi(0) = \phi_0$  da una griglia. Il rapporto  $M/m$  tra le masse degli ioni e le masse degli elettroni è sufficientemente elevato da considerare gli ioni fermi, perciò l'equazione di Poisson (ponendo  $Z=1$ ) è:

$$\epsilon_0 \nabla^2 \phi = \epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = -e(n_i - n_e)$$

Indicando con  $n_\infty$  la densità del plasma per valori di  $x$  molto elevati, allora  $n_i = n_\infty$ . Supponendo che gli elettroni seguano la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, la funzione di distribuzione elettronica in questa configurazione è

$$f(u) = A e^{-\frac{\frac{1}{2} m u^2 - e\phi}{k_B T_e}}$$



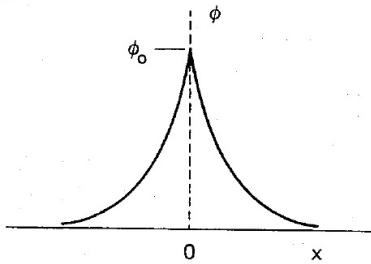


Figura 1.2: Distribuzione del potenziale in prossimità di una griglia in un plasma.

Dall'equazione di Poisson si osserva che, quando il potenziale è nullo, la densità elettronica è  $n_e(\phi \rightarrow 0) = n_i = n_\infty$ , perciò si può indicare la densità elettronica come:

$$n_e = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) du = n_\infty e^{\frac{e\phi}{k_B T_e}}$$

Sostituendo le espressioni delle densità delle due specie nell'equazione di Poisson e mantenendo solamente i termini lineari dell'espansione in serie di Taylor dell'esponenziale (nella regione in cui  $\left| \frac{e\phi}{k_B T_e} \right| \ll 1$ ), si giunge all'equazione:

$$\epsilon_0 \frac{d^2 \phi}{dx^2} = en_\infty \left[ e^{\frac{e\phi}{k_B T_e}} - 1 \right] \approx \frac{n_\infty e^2}{k_B T_e} \phi$$

La soluzione, mostrata in Figura 1.2, ha la seguente forma analitica:

$$\phi(x) = \phi_0 e^{-\frac{|x|}{\lambda_D}} \quad (1.4)$$

dove  $\lambda_D$  è lo spessore dello strato ed è definita **lunghezza di Debye**:

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 k_B T}{n e^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.5)$$

Si tratta di uno dei parametri caratteristici del plasma che dipende principalmente dalla densità (la "quasi-neutralità" comporta che  $n_i \sim n_e \sim n$ ) e dalla temperatura elettronica: un gas ionizzato può essere considerato un plasma se la sua densità è tale che la lunghezza di Debye sia molto più piccola della sua lunghezza caratteristica.

## 1.4 La frequenza di plasma

Il plasma è un mezzo globalmente quasi neutro, in cui le densità di ioni ed elettroni si eguagliano. Se gli elettroni nel plasma si discostano dalla distribuzione uniforme di ioni, si creano dei campi elettrici tali da riportare gli elettroni nella posizione originale, ripristinando la neutralità del plasma. Essendo molto più leggeri degli ioni, gli elettroni oscillano intorno alla posizione di equilibrio con una frequenza tipica, detta *frequenza di plasma* ( $\nu_p$ ). Si tratta di un'oscillazione così rapida che gli ioni massivi possono essere considerati a riposo.

È possibile derivare un'espressione per la frequenza di plasma considerando il caso unidimensionale in cui gli elettroni, di densità uniforme  $n_e$ , si muovono lungo la direzione  $x$ . Si considera, inoltre, un plasma infinitamente esteso in assenza sia di campo magnetico ( $\vec{B} = 0$ ) che di moto termico ( $k_B T = 0$ , detta anche *cold plasma approximation*), con gli ioni (densità  $n_i$ ) supposti fissi nello spazio. Le equazioni da risolvere per descrivere la dinamica elettronica sono le seguenti:

$$\text{equazione del moto} \quad mn_e \left[ \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_e \right] = -en_e \vec{E}$$

$$\text{equazione di continuità} \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{v}_e) = 0$$

$$\text{equazione di Poisson} \quad \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} = e(n_i - n_e)$$

Queste equazioni si risolvono tramite *linearizzazione*, trascurando i contributi che contengono potenze dell'ampiezza di oscillazione di grado superiore al primo. Si possono separare le grandezze in esame in una parte di equilibrio (pedice 0), che descrive lo stato di plasma in assenza di oscillazione, e in una parte di perturbazione (pedice 1):

$$n_e = n_0 + n_1 \quad \vec{v}_e = \vec{v}_0 + \vec{v}_1 \quad \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$$

L'assunzione di plasma neutro, uniforme e a riposo prima che gli elettroni subiscano uno spostamento comporta che

$$\vec{\nabla} n_0 = \vec{v}_0 = \vec{E}_0 = 0$$

e l'equazione del moto si riduce a:

$$m \left[ \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_1 \right] \approx m \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -e \vec{E}_1 \quad (1.6)$$

Nell'Eq. 1.6 si ipotizza che  $|\vec{v}_1|$  sia abbastanza piccolo da trascurare termini quadratici. Procedendo in maniera analoga, l'equazione di continuità diventa

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_0 \vec{v}_1 + n_1 \vec{v}_1) \approx \frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 = 0 \quad (1.7)$$

mentre per l'equazione di Poisson si ha

$$\epsilon_0 \frac{\partial E_1}{\partial x} = -e n_1 \quad (1.8)$$

Se si descrivono le quantità oscillanti con un comportamento sinusoidale

$$\vec{v}_1 = v_1 e^{i(kx - \omega t)} \hat{x} \quad n_1 = n_1 e^{i(kx - \omega t)} \quad \vec{E}_1 = E_1 e^{i(kx - \omega t)} \hat{x}$$

e si inseriscono queste espressioni nelle Equazioni 1.6, 1.7, 1.8 si giunge al seguente sistema:

$$-i m \omega v_1 = -e E_1 \quad -i \omega n_1 = -n_0 i k v_1 \quad i k \epsilon_0 E_1 = -e n_1 \quad (1.9)$$

Esplicitando  $n_1$ ,  $E_1$  e sostituendo nella prima equazione si ricavano le espressioni della pulsazione e della frequenza di plasma:

$$\omega_p = \left( \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [\text{rad/s}] \quad \implies \quad \nu_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [\text{Hz}] \quad (1.10)$$

La frequenza di plasma dipende solo dalla densità elettronica ed è solitamente molto elevata a causa del piccolo valore della massa dell'elettrone: ad una densità  $n = 10^{18} \text{ m}^{-3}$ , per esempio, corrisponde  $\nu_p \sim 9 \text{ GHz}$ .

# Capitolo 2

## Le sorgenti ECR

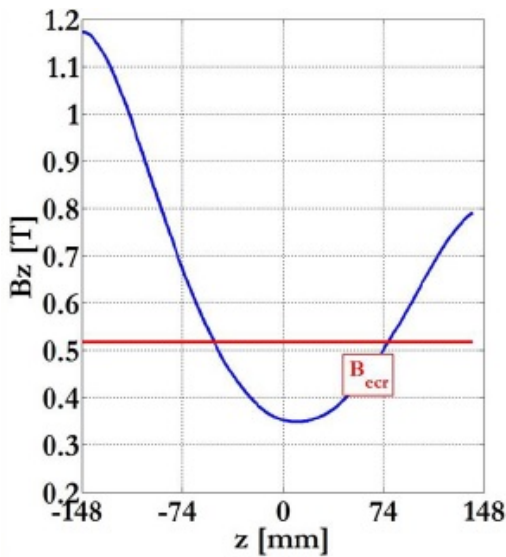
Dopo aver delineato in generale i parametri caratteristici di un plasma, si procede all'analisi di quelli tipici delle sorgenti ECR, i dispositivi al centro di questo lavoro di tesi. Il seguente capitolo si apre con una breve introduzione nella quale si espongono i principi di funzionamento di questo tipo di sorgenti [4]. Nelle sezioni successive verrà eseguita una trattazione approfondita di due aspetti fondamentali della fisica dei plasmi, quali il confinamento magnetico [3, 5] e l'interazione tra le onde elettromagnetiche e un plasma [3, 6]. Il processo di risonanza ECR, meccanismo chiave di queste sorgenti, sarà poi descritto più in dettaglio: dopo una breve descrizione quantitativa verrà introdotto l'effetto di *frequency tuning*, che comporta dei notevoli miglioramenti delle performance delle sorgenti [7–9], e l'utilizzo di più frequenze. Gli elettroni che hanno acquisito energia a seguito del riscaldamento ECR sono protagonisti di processi di ionizzazione che portano alla creazione di ioni con uno stato di carica medio-alto: una panoramica sulle collisioni binarie verrà fornita nell'ultima sezione del capitolo [7].

### 2.1 Introduzione alle sorgenti ECR

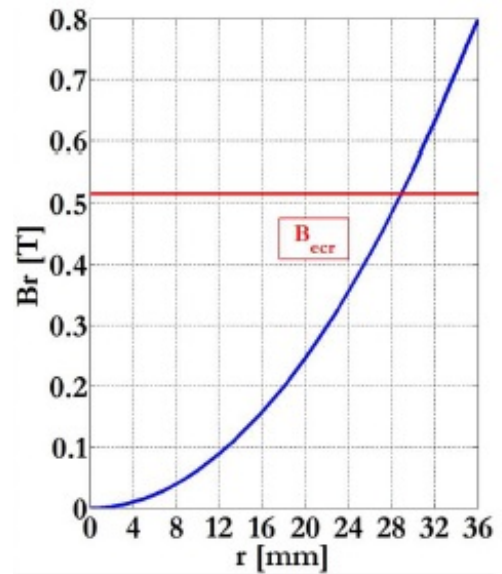
Le sorgenti di ioni ECR (*Electron Cyclotron Resonance*) vedono il loro principale utilizzo nella produzione di ioni a stato di carica medio-alto destinati ad esperimenti di fisica nucleare. In questi dispositivi un plasma viene generato e sostenuto da una particolare interazione risonante (detta *Electron Cyclotron Resonance*, da cui il nome al tipo di sorgenti) tra un'onda elettromagnetica inviata all'interno di una camera da vuoto e degli elettroni liberi. Per mezzo di questa interazione, gli elettroni subiscono un aumento sostanziale di energia e sono in grado di ionizzare atomi neutri eventualmente presenti nella camera. Per consentire a ioni ed elettroni un tempo di permanenza nella camera sufficiente affinché si generino stati di carica medio-alti, questa viene immersa all'interno di una particolare configurazione magnetica, detta struttura “a B-minimo”, in grado di confinare il plasma. Tale struttura è data dalla sovrapposizione di un campo assiale generato da due o tre bobine e un campo radiale generato da un esapolo, i cui profili sono mostrati in Figura 2.1: il campo risultante cresce dal centro della camera fino ai suoi estremi, creando un effetto di confinamento e conferendo al plasma la tipica forma triangolare che si può osservare nella Figura 2.2.

La condizione affinché si verifichi l'interazione risonante è che la frequenza di ciclotrone  $\nu_g = \frac{q_e B}{2\pi m}$  degli elettroni liberi che si muovono attorno alle linee di campo magnetico eguagli la frequenza  $\nu_{RF}$  delle microonde immesse. Data la peculiarità della distribuzione spaziale del campo magnetico, si tratta di una interazione locale, infatti si verifica solo su determinate superfici di risonanza in cui il campo magnetico  $B$  è costante.

Un'importante applicazione delle sorgenti ECR sono i dispositivi noti come *charge breeder*: anziché iniettare specie neutre, la zona di iniezione della sorgente ECR viene modificata per accettare un fascio di ioni  $1+$  in ingresso. Gli ioni  $1+$  vengono catturati dal plasma, ulteriormente ionizzati e poi estratti sotto forma di fascio di ioni a stato di carica medio-alto. I profili di campo magnetico illustrati nella Figura 2.1 si riferiscono proprio al *charge breeder* adottato nell'ambito del progetto SPES [1], in fase di realizzazione presso i LNL.



(a) Tipico profilo del campo magnetico assiale generato dalle bobine.



(b) Tipico profilo del campo magnetico radiale generato dall'esapolo.

Figura 2.1: Contributi alla struttura magnetica all'interno di una sorgente ECR: la linea rossa indica il valore del campo magnetico corrispondente alla risonanza ECR alla frequenza di 14,52 GHz.

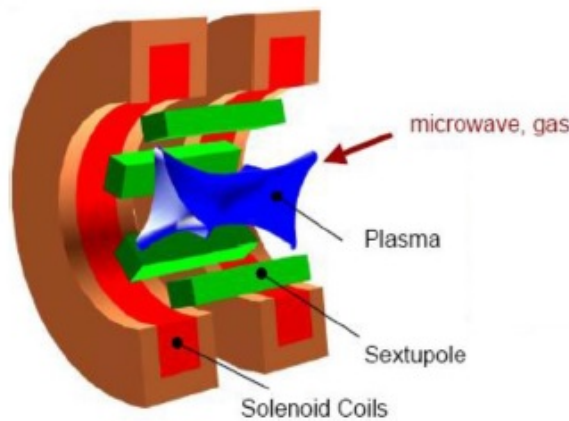


Figura 2.2: Schema di una struttura a  $B_{minimo}$  ottenuta sovrapponendo i campi generati da due bobine (rosso) e da un esapolo (verde).

## 2.2 Confinamento magnetico

Nella sezione precedente si è accennato all'utilizzo di campi magnetici per confinare le particelle in un plasma. Gli ioni e gli elettroni, essendo particelle cariche, se in moto interagiscono con il campo magnetico nel quale è immerso il plasma: i dettagli di questo tipo di interazione verranno presentati in questa sezione, seguendo il formalismo di Chen [3]. Si partirà con la trattazione del moto di ciclotrone che caratterizza una particella immersa in un campo magnetico uniforme. Introducendo il concetto di *guiding center* si passerà poi all'analisi di campi magnetici non uniformi in cui le particelle seguono un moto di deriva ("drift") e, in particolari configurazioni, di "mirror reflection". Quest'ultimo caso è particolarmente importante in quanto è alla base delle trappole magnetiche che permettono il confinamento spaziale di un plasma.

### 2.2.1 Moto di una particella in un campo magnetico uniforme

Una particella di carica  $q$  e massa  $m$  sottoposta ad un campo magnetico uniforme  $\vec{B}$  risente della forza di Lorentz

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

Assumendo che il campo sia diretto lungo l'asse  $z$ , la proiezione dell'equazione su un sistema di coordinate cartesiane conduce a:

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = -\omega_g^2 v_x \quad \frac{d^2 v_y}{dt^2} = -\omega_g^2 v_y \quad \frac{dv_z}{dt} = 0$$

Lungo gli assi  $x, y$  si riconoscono le equazioni di un oscillatore armonico la cui frequenza è detta **frequenza di ciclotrone**:

$$\omega_g = \frac{|q|B}{m} \implies \nu_g = \frac{|q|B}{2\pi m} \quad (2.1)$$

Ponendo  $\tan \phi = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$  e  $v_{\perp} = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$ , si ottengono le leggi del moto:

$$(x - x_c) = \frac{v_{\perp}}{\omega_g} \sin(\omega_g t + \phi) \quad (y - y_c) = \frac{v_{\perp}}{\omega_g} \cos(\omega_g t + \phi)$$

La particella carica percorre una circonferenza sul piano perpendicolare alla direzione del campo magnetico con centro nel punto  $(x_c, y_c)$  e con un raggio detto **raggio di Larmor**:

$$R = \frac{v_{\perp}}{\omega_g} = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (2.2)$$

Lungo la direzione del campo (l'asse  $z$  in questo caso) il moto è rettilineo uniforme (se  $v_z \neq 0$ ), perciò la traiettoria descritta dalla particella nello spazio è un'elica cilindrica. Il punto  $(x_c, y_c)$  prende il nome di *guiding center*: in questo caso è fisso nello spazio, ma in generale può essere sottoposto ad un moto di deriva dovuto all'azione combinata di campi elettrici, magnetici e forze esterne.

### 2.2.2 Moto di una particella in un campo magnetico non uniforme

**Drift causato da un gradiente ortogonale alla direzione del campo:  $\vec{\nabla} B \perp \vec{B}$**

In questa situazione le linee di forza sono rettilinee ma la loro densità aumenta in una data direzione: si consideri per esempio un campo magnetico  $\vec{B} = B\hat{z}$  la cui densità aumenta nella direzione  $\hat{y}$ , dando origine al vettore  $\vec{\nabla} B = \frac{\partial B}{\partial y}\hat{y}$ . Facendo riferimento alle equazioni dell'orbita in un campo magnetico uniforme (per semplicità  $\phi = 0$ )

$$v_x = \text{Re}[v_{\perp} e^{i\omega_g t}] = v_{\perp} \cos(\omega_g t) \quad v_y = \text{Re}[\pm i v_{\perp} e^{i\omega_g t}] = \pm v_{\perp} \sin(\omega_g t) \quad y = y_c \pm R \cos(\omega_g t)$$

ed espandendo il campo  $\vec{B}$  in serie di Taylor<sup>1</sup> intorno a  $(x_c, y_c) = (0, 0)$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + (\vec{r} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \dots \implies B(y) = B_0 + y \frac{\partial B}{\partial y} + \dots \approx B_0 \pm R \cos(\omega_g t) \frac{\partial B}{\partial y}$$

il valor medio della forza di Lorentz su un periodo di rotazione  $T = 2\pi/\omega_g$  è:

$$\langle F_x \rangle = \langle q v_y B(y) \rangle = 0 \quad \langle F_y \rangle = \langle -q v_x B(y) \rangle = \mp q v_{\perp} R \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial y}$$

La velocità di deriva del *guiding center* risulta:

$$\vec{v}_{gc} = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{1}{q} \frac{\langle F_y \rangle}{B} \hat{x} = \mp \frac{v_{\perp} R}{2B} \frac{\partial B}{\partial y} \hat{x}$$

<sup>1</sup>Siano  $L$  la scala di lunghezza di  $\partial B/\partial y$  e  $R$  il raggio di Larmor, questa espansione richiede che  $R/L \ll 1$

Generalizzando, si ottiene l'espressione per il cosiddetto **grad-B drift**:

$$\vec{v}_{\vec{\nabla}B} = \pm \frac{1}{2} v_{\perp} R \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}B}{B^2} \quad (2.3)$$

Questa velocità di deriva ha verso opposto per ioni ed elettroni (il segno  $\pm$  si riferisce alla carica della particella) e dà origine ad una corrente trasversale a  $\vec{B}$ .

### Drift dovuto alla curvatura delle linee di forza

In questa configurazione si assume che le linee di forza abbiano un raggio di curvatura costante  $R_c$  e che il campo B sia costante. Denotando con  $v_{\parallel}^2$  la velocità quadratica media lungo  $\vec{B}$ , la forza centrifuga media di cui risentono le particelle nel moto lungo le linee di campo è:

$$\vec{F}_{cf} = \frac{mv_{\parallel}^2}{R_c} \hat{r} = mv_{\parallel}^2 \frac{\vec{R}_c}{R_c}$$

Tale forza è responsabile del cosiddetto **curvature drift**:

$$\vec{v}_R = \frac{1}{q} \frac{\vec{F}_{cf} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{mv_{\parallel}^2}{qB^2} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2} \quad (2.4)$$

Questo tipo di campo non obbedisce alle equazioni di Maxwell nel vuoto, perciò bisogna stimare il contributo di *grad-B drift* dovuto alla diminuzione di B con l'aumentare di  $R_c$ . Introducendo un sistema di coordinate cilindriche si ha:

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta} \quad \vec{\nabla}B = \frac{\partial B}{\partial r} \hat{r} = \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\vec{R}_c}{R_c}$$

Nel vuoto vale  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ , perciò:

$$0 = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rB) \hat{z} = \left[ \frac{B}{r} + \frac{\partial B}{\partial r} \right] \hat{z} \quad \Longrightarrow \quad B = -R_c \frac{\partial B}{\partial r} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\vec{\nabla}B}{B} = -\frac{\vec{R}_c}{R_c^2}$$

Inserendo questo risultato nell'Eq. 2.3 si ottiene:

$$\vec{v}_{\vec{\nabla}B} = \mp \frac{1}{2} \frac{v_{\perp}}{B^2} R \vec{B} \times B \frac{\vec{R}_c}{R_c^2} = \frac{1}{2} \frac{m}{q} v_{\perp}^2 \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \quad (2.5)$$

La somma dei contributi delle Equazioni 2.4, 2.5 restituisce il drift totale in presenza di un campo curvo nel vuoto:

$$\vec{v}_R + \vec{v}_{\vec{\nabla}B} = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \left( v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right) \quad (2.6)$$

### Confinamento in "specchi magnetici": $\vec{\nabla}B \parallel \vec{B}$

Si consideri ora un campo magnetico tale per cui  $B_{\theta} = 0$ ,  $\partial B / \partial \theta = 0$  e la cui intensità varia in direzione  $\hat{z}$ . Il campo è diretto principalmente lungo l'asse z, ma è presente anche una componente radiale che è possibile stimare a partire da  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ :  $B_r \approx -\frac{1}{2} r \left[ \frac{\partial B_z}{\partial z} \right]_{r=0}$ .

La variazione della componente radiale di B in funzione del raggio provoca un *grad-B drift* dei *guiding centers* lungo l'asse z, la cui espressione si ricava esplicitando le componenti della forza di Lorentz:

$$F_z = -q v_{\theta} B_r = \frac{1}{2} q v_{\theta} r \left( \frac{\partial B_z}{\partial z} \right)$$

Durante una rotazione attorno al *guiding center* la velocità tangenziale e il raggio sono costanti ai valori  $v_{\theta} = \mp v_{\perp}$ ,  $r = R$ , perciò la forza media su un periodo risulta:

$$\langle F_z \rangle = -\frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2}{B} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

In generale, in presenza di un gradiente di campo magnetico diretto lungo la direzione del campo stesso, una particella carica risente della forza magnetica

$$\vec{F}_{\parallel} = -\mu \nabla_{\parallel} B$$

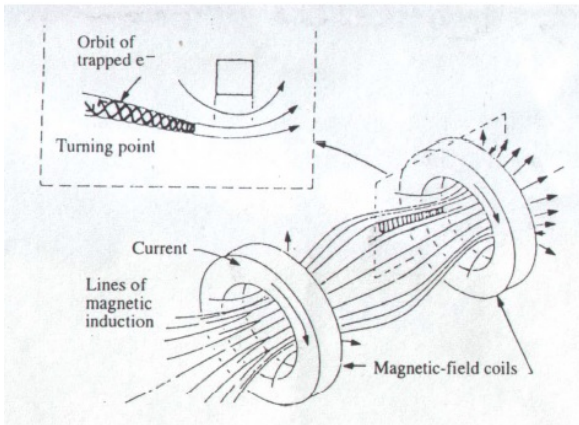
dove è stato definito il **momento magnetico** della particella:  $\mu = \frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2}{B}$ . Questa grandezza è una costante del moto<sup>2</sup> e tale caratteristica è alla base di uno dei primi schemi di confinamento del plasma: lo “specchio magnetico” (*magnetic mirror*), che si può osservare nella Figura 2.3a. Quando una particella si muove da una regione di campo debole ad una di campo intenso, l'aumento di  $B$  deve essere compensato da un aumento della sua velocità ortogonale  $v_{\perp}$  per garantire la conservazione di  $\mu$ . D'altra parte, anche l'energia della particella deve essere conservata, perciò un aumento di  $v_{\perp}$  comporta una diminuzione della componente della velocità parallela al campo. Se agli estremi della trappola  $B$  è sufficientemente elevato, allora è possibile che  $v_{\parallel}$  si annulli, ovvero la particella viene riflessa all'indietro verso la regione di campo debole.

Il confinamento, tuttavia, non è perfetto, ma è possibile determinare, a partire dalle condizioni iniziali della velocità, se una particella fuggerà o meno dalla trappola magnetica. Si consideri una trappola formata da un campo magnetico che assume un valore minimo  $B_0$  nel centro e una particella con velocità  $(v_{\parallel 0}, v_{\perp 0})$  in tale regione. Siano  $\theta$  l'angolo formato tra il vettore velocità e la linea di campo (ovvero  $\sin\theta = v_{\perp 0}/v_0$ ) e  $B_m$  il valore massimo del campo magnetico agli estremi. Imponendo la conservazione del momento magnetico e dell'energia si trova che il più piccolo valore di  $\theta$  per il quale una particella risulta confinata è dato da:

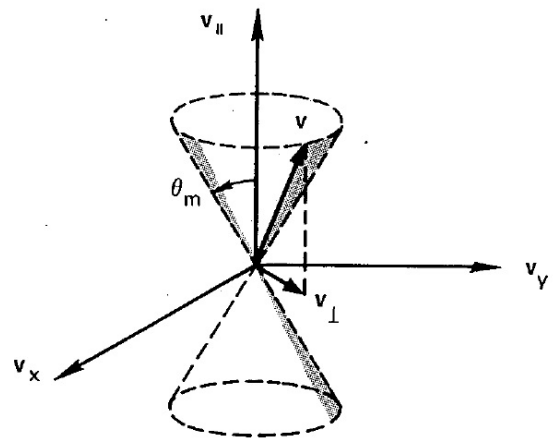
$$\sin^2 \theta_m = \frac{B_0}{B_m} = \frac{1}{R_m} \quad (2.7)$$

dove  $R_m$  indica il *mirror ratio*.

L'Eq. 2.7 definisce il **cono di perdita** nello spazio delle velocità: le particelle la cui velocità ricade all'interno di tale cono non vengono confinate dalla trappola (Figura 2.3b).



(a) Configurazione di una trappola magnetica a *simple mirror*.



(b) Rappresentazione del cono di perdita.

Figura 2.3: Specchio magnetico e *loss cone*.

<sup>2</sup>Si può trovare una dimostrazione accurata in [3].

## 2.3 Onde nei plasmi

A rigore le collisioni nel plasma introducono una forza dissipativa responsabile della diminuzione del raggio di Larmor nel tempo. La frequenza efficace delle collisioni è dell'ordine dei MHz, mentre nelle sorgenti ECR vengono introdotte onde elettromagnetiche con frequenze intorno ai GHz: in un periodo completo dell'onda elettromagnetica gli elettroni non risentono in modo significativo delle collisioni, perciò è lecito avvalersi dell'approssimazione di *plasma collisionless*.

Si inizia descrivendo a livello microscopico la risposta di un plasma nell'interazione con un'onda elettromagnetica, si prosegue caratterizzando un plasma sottoposto a un campo magnetostatico e si termina con la propagazione di onde elettromagnetiche in un plasma magneticamente confinato introducendo la condizione di risonanza ECR [3, 6].

### 2.3.1 Descrizione elettromagnetica dei plasmi

In un plasma sottoposto ad un campo elettromagnetico, su ciascun elettrone agisce la forza di Lorentz e una forza impulsiva dovuta alle collisioni con tutte le specie presenti nel plasma: quest'ultima assume la forma  $\vec{G} = -m\omega_{eff}\vec{v}$  ( $\omega_{eff}$  è la frequenza delle collisioni). L'azione del campo magnetico dell'onda è trascurabile rispetto a quella del campo elettrico, perciò per velocità dell'elettrone non relativistiche l'equazione del moto è:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} \approx q\vec{E} - m\omega_{eff}\vec{v}$$

Per un campo elettrico monocromatico con andamento sinusoidale nel tempo l'equazione ammette la soluzione particolare  $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$ . Sostituendo si ricava:

$$\vec{v} = \frac{q\vec{E}}{(\omega_{eff} - i\omega)m} \quad (2.8)$$

L'integrale generale tiene conto anche della soluzione dell'omogenea associata: quest'ultima tende a zero al crescere del tempo, perciò l'Eq. 2.8 è la soluzione a regime.

Conoscendo la velocità si può calcolare la densità di corrente:

$$\vec{J} = nq\vec{v} = \frac{nq^2\vec{E}}{(\omega_{eff} - i\omega)m}$$

Moltiplicando e dividendo per  $\epsilon_0$  e ricordando la definizione di frequenza di plasma:

$$\vec{J} = \frac{\epsilon_0\omega_p^2\vec{E}}{(\omega_{eff} - i\omega)m} = \frac{\epsilon_0\omega_{eff}\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)}\vec{E} + i\omega\frac{\epsilon_0\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)}\vec{E} \quad (2.9)$$

L'Eq. 2.9 può essere interpretata in due modi equivalenti:

1. il plasma risulta un **mezzo conduttore** i cui parametri caratteristici sono la permeabilità  $\mu_0$ , la costante dielettrica  $\epsilon_0$  e una conducibilità complessa

$$\sigma_c = \frac{\epsilon_0\omega_{eff}\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)} + i\omega\frac{\epsilon_0\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)}$$

2. si pensa il plasma come un **mezzo dielettrico con perdite** con i seguenti parametri costitutivi:

$$\sigma = \frac{\epsilon_0\omega_{eff}\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)} \quad \epsilon = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + \omega_{eff}^2)} \right) \quad \mu = \mu_0 \quad (2.10)$$

La costante dielettrica e la conducibilità dipendono dalla frequenza dell'onda elettromagnetica: questo significa che il plasma è un mezzo dispersivo.



### 2.3.2 Propagazione di onde piane in un plasma omogeneo

Il plasma si comporta come un mezzo conduttore (con i parametri costitutivi presentati in 2.10), perciò per un'onda elettromagnetica trasversale che si propaga in un plasma omogeneo ed isotropo è possibile definire un vettore d'onda complesso

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon + i \omega \mu_0 \sigma \quad k = \beta + i \alpha$$

con:

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} + 1 \right]} \quad \text{costante di propagazione}$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right]} \quad \text{costante di attenuazione}$$

Per un plasma senza perdite, ovvero  $\omega_{eff} = 0$ , si ha:

$$\epsilon = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad \sigma = 0 \rightarrow \text{mezzo dielettrico}$$

A questo punto si possono distinguere tre casi a seconda della frequenza operativa dell'onda.

Se  $\omega > \omega_p$ :

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad \alpha = 0 \quad n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (2.11)$$

L'onda viaggia senza attenuazione a una velocità di fase superiore alla velocità della luce nel vuoto.

Se  $\omega < \omega_p$ :

$$\beta = 0 \quad \alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1} \quad n = 0 \quad (2.12)$$

L'onda è evanescente e non trasporta energia

Se  $\omega = \omega_p$ :

$$\beta = 0 \quad \alpha = 0 \quad n = 0 \quad (2.13)$$

L'onda è nella situazione di **cut-off** in cui il campo magnetico è nullo ed  $\vec{E}(t)$  è un campo irrotazionale: non è ammissibile un'onda trasversale, ma può esistere un'onda longitudinale detta "onda elettrostatica".

La frequenza per cui  $\omega = \omega_p$  è detta frequenza di cut-off. Ad essa è associata una densità di cut-off del plasma che si ricava dall'Eq. 1.10:

$$n_{cut-off} = \frac{\epsilon_0 m}{e^2} (2\pi\nu)^2 = \frac{\epsilon_0 m}{e^2} \omega^2$$

Per un plasma con piccole perdite ci si trova nel caso limite  $\frac{\sigma}{\epsilon\omega} \ll 1$  e si ha:

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2}} \quad \alpha = \frac{\frac{1}{2}\omega_{eff}\omega_p^2}{c(\omega^2 + \omega_{eff}^2)\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2}}} \quad n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \omega_{eff}^2}} \quad (2.14)$$

Il coefficiente di attenuazione è una funzione monotona decrescente della frequenza ( $\alpha(\omega)$ ).

### 2.3.3 Caratterizzazione di un plasma sottoposto a un campo magnetostatico

Per un elettrone sottoposto a un campo elettromagnetico monocromatico (di cui si trascura la componente magnetica) e ad un campo magnetico esterno l'equazione del moto è:

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = q_e \vec{E} - m\vec{v}\omega_{eff} + q_e \vec{v} \times \vec{B}_0$$

Supponendo che il campo magnetico sia diretto lungo l'asse  $z$  ( $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$ ) e ricordando la pulsazione di ciclotrone dell'elettrone  $\omega_g = \frac{|q_e|B_0}{m}$ , si ha:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \omega_{eff}\vec{v} = \frac{q_e \vec{E}}{m} + \omega_g \vec{v} \times \hat{z} \quad (2.15)$$

In presenza di un campo elettrico armonico, l'equazione ammette una soluzione armonica del tipo  $\vec{v} = e^{-i\omega t} \vec{v}_0$ . Sostituendo nell'equazione di partenza:

$$(-i\omega + \omega_{eff})\vec{v} + \omega_g \hat{z} \times \vec{v} = \frac{q_e \vec{E}}{m} \quad (2.16)$$

Si pone  $\Omega = \omega + i\omega_{eff}$  e si proietta l'Eq. 2.16 lungo i tre assi cartesiani per ottenere un sistema di tre equazioni con le seguenti soluzioni:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{q_e}{m} \frac{-i\Omega E_x + \omega_g E_y}{\omega_g^2 - \Omega^2} \\ v_y &= \frac{q_e}{m} \frac{-i\Omega E_y - \omega_g E_x}{\omega_g^2 - \Omega^2} \\ v_z &= \frac{q_e}{m} \left( \frac{E_z}{-i\Omega} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Il vettore densità di corrente  $\vec{J} = nq_e \vec{v}$  si calcola immediatamente:

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{nq_e^2}{m} \frac{-i\Omega}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_x + \frac{nq_e^2}{m} \frac{\omega_g}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_y \\ J_y &= \frac{nq_e^2}{m} \frac{-\omega_g}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_x + \frac{nq_e^2}{m} \frac{-i\Omega}{\omega_g^2 - \Omega^2} E_y \\ J_z &= \frac{nq_e^2}{m} \frac{1}{-i\Omega} E_z \end{aligned} \quad (2.18)$$

Un plasma sottoposto ad un campo magnetico esterno  $\vec{B}_0$  diventa un mezzo anisotropo: il vettore densità di corrente  $\vec{J}$  non è più parallelo al campo elettrico  $\vec{E}$ , inoltre la costante dielettrica assume una natura tensoriale.

Si parte dall'equazione di Maxwell nei materiali in cui si inserisce l'espressione di  $\vec{J}$ :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} - i\omega\epsilon_0 \vec{E} = -i\omega\bar{\epsilon}' \cdot \vec{E} = -i\omega\vec{D}$$

dove  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} - \vec{P}$  è il vettore di "induzione elettrica" che tiene conto della polarizzazione elettrica  $\vec{P}$ , mentre  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$  è il campo magnetico nel materiale che tiene conto della polarizzazione magnetica  $\vec{M}$ .

$\vec{D}$  ed  $\vec{E}$  non sono più paralleli dal momento che  $\vec{D} = \frac{\vec{J}}{-i\omega} + \epsilon_0 \vec{E}$ .

Esplicitando quest'ultima relazione si giunge all'espressione della matrice che rappresenta la costante dielettrica complessa:

$$\bar{\epsilon}' = \begin{pmatrix} \epsilon'_{xx} & \epsilon'_{xy} & 0 \\ \epsilon'_{yx} & \epsilon'_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon'_{zz} \end{pmatrix}$$

Se si introducono le quantità adimensionali

$$X = \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \quad Y = -\frac{\omega_g}{\omega} \quad Z = \frac{\omega_{eff}}{\omega}$$

gli elementi di matrice risultano:

$$\begin{aligned} \epsilon'_{xx} = \epsilon'_{yy} &= \epsilon_0 \left(1 - \frac{X(1+iZ)}{(1+iZ)^2 - Y^2}\right) \\ \epsilon'_{xy} = -\epsilon'_{yx} &= i\epsilon_0 \frac{XY}{(1+iZ)^2 - Y^2} \\ \epsilon'_{zz} &= \epsilon_0 \left(1 - \frac{X}{1+iZ}\right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

### 2.3.4 Propagazione di onde piane in un plasma in presenza di campo magnetico

Il campo elettrico e il campo magnetico di un'onda monocromatica piana hanno la seguente dipendenza spazio-temporale:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t} \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t}$$

Se  $\hat{n}$  è il vettore unitario nella direzione di propagazione dell'onda e  $v$  è la velocità di fase, si può scrivere il vettore d'onda come  $\vec{k} = \hat{n} \frac{\omega}{v}$ . L'obiettivo consiste nel determinare la direzione di propagazione dell'onda ( $\vec{k}$ ) e la sua polarizzazione ( $\vec{E}_0$ ).

Partendo dalle equazioni di Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\vec{\epsilon}' \cdot \vec{E}$$

sostituendo le espressioni dei campi e applicando l'identità vettoriale

$$\vec{\nabla} \times (\vec{E}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}) = \vec{\nabla} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \times \vec{E}_0 + e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \vec{\nabla} \times \vec{E}_0 = i\vec{k} \times \vec{E}_0 e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = i\vec{k} \times \vec{E}_0$$

si giunge a:

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega\mu_0\vec{H} \quad \vec{k} \times \vec{H} = -\omega\vec{\epsilon}' \cdot \vec{E} = -\omega\vec{D} \quad (2.20)$$

La seconda equazione di (2.20) mostra che i vettori  $\vec{D}$  e  $\vec{H}$  sono ortogonali alla direzione di propagazione e tra di loro. Moltiplicando scalarmente la prima equazione per  $\vec{D}$ ,  $\vec{k} \times \vec{E} \cdot \vec{D} = 0$ :  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  e  $\vec{D}$  sono complanari, perciò il campo elettrico non risulta ortogonale alla direzione di propagazione.

Sostituendo la prima delle (2.20) nella seconda e scrivendo  $\vec{k}$  in termini della velocità di fase e del versore di propagazione si ottiene la seguente equazione:

$$\vec{E}_0 - \hat{n} (\hat{n} \cdot \vec{E}_0) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{v^2}{c^2} \vec{\epsilon}' \cdot \vec{E}_0 \quad (2.21)$$

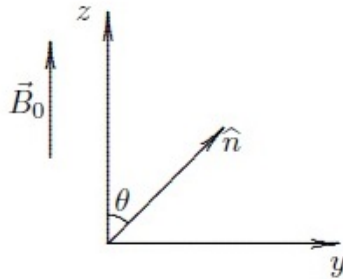


Figura 2.4: Sistema cartesiano con  $\vec{B}_0$  diretto lungo l'asse  $z$  e  $\hat{n}$  contenuto nel piano  $yz$ .  $\theta$  è l'angolo formato tra  $\hat{n}$  e  $\vec{B}_0$ .

Proiettando l'Eq. 2.21 sugli assi del sistema cartesiano descritto nella Figura 2.4 si ha:

$$\begin{aligned}
 E_{0x} \left( 1 - \frac{v^2 \epsilon'_{xx}}{c^2 \epsilon_0} \right) - \frac{v^2 \epsilon'_{xy}}{c^2 \epsilon_0} E_{0y} &= 0 \\
 E_{0x} \left( -\frac{v^2 \epsilon'_{yx}}{c^2 \epsilon_0} \right) + \left( \cos^2 \theta - \frac{v^2 \epsilon'_{yy}}{c^2 \epsilon_0} \right) E_{0y} + (-\cos \theta \sin \theta) E_{0z} &= 0 \\
 (-\cos \theta \sin \theta) E_{0y} + \left( \sin^2 \theta - \frac{v^2 \epsilon'_{zz}}{c^2 \epsilon_0} \right) E_{0z} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Tale sistema restituisce una soluzione non identicamente nulla solo se il determinante della matrice dei coefficienti si annulla.

È conveniente introdurre le seguenti quantità:

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon'_{xx}}{\epsilon_0} - i \frac{\epsilon'_{xy}}{\epsilon_0} \quad \epsilon_2 = \frac{\epsilon'_{xx}}{\epsilon_0} + i \frac{\epsilon'_{xy}}{\epsilon_0} \quad \epsilon_3 = \frac{\epsilon'_{zz}}{\epsilon_0}$$

Imponendo la condizione sul determinante si giunge, dopo numerosi passaggi algebrici, ad una relazione tra la velocità di propagazione dell'onda e l'angolo da questa formato con il campo magnetico:

$$-\tan^2 \theta = \frac{\left( \frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right) \left( \frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_2} \right)}{\left( \frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{\epsilon_3} \right) \left[ \frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \right) \right]} \tag{2.23}$$

• **Propagazione dell'onda parallela al campo magnetico ( $\theta = 0$ )**

Annullando il numeratore dell'Eq. 2.23 si ottengono due soluzioni distinte che conducono a due costanti di propagazione diverse:

$$\left( \frac{v^2}{c^2} \right)_1 = \frac{1}{\epsilon_1} \quad \Longrightarrow \quad k'_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff} - \omega_g)}} \tag{2.24}$$

$$\left( \frac{v^2}{c^2} \right)_2 = \frac{1}{\epsilon_2} \quad \Longrightarrow \quad k''_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff} + \omega_g)}} \tag{2.25}$$

• **Propagazione dell'onda ortogonale al campo magnetico ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ )**

In questo caso bisogna annullare il denominatore della 2.23 ottenendo nuovamente due costanti di propagazione che individuano due onde diverse che compongono l'onda originaria:

$$\left( \frac{v^2}{c^2} \right)_1 = \frac{1}{\epsilon_3} \quad \Longrightarrow \quad k'_{\frac{\pi}{2}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_{eff})}} \tag{2.26}$$

$$\left( \frac{v^2}{c^2} \right)_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \right) \quad \Longrightarrow \quad k''_{\frac{\pi}{2}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 + i \frac{\omega_{eff}}{\omega} - \frac{\omega_g^2}{\omega^2 + i\omega_{eff}\omega - \omega_p^2}}} \tag{2.27}$$

Questa trattazione può essere generalizzata per qualsiasi valore dell'angolo  $\theta$ : la formula di Appleton restituisce i valori  $\left( \frac{v^2}{c^2} \right)_{1,2}$  per mezzo dei quali si ricavano le due costanti di propagazione  $k'_\theta, k''_\theta$ .

L'onda descritta da  $k'_\theta$  è detta **onda ordinaria**, quella descritta da  $k''_\theta$  è l'**onda straordinaria**.

Analizzando i campi elettrici delle varie onde si trovano le seguenti polarizzazioni:

- $k'_0$ : onda polarizzata circolarmente destra (onda R)
- $k''_0$ : onda polarizzata circolarmente sinistra (onda L)
- $k'_{\frac{\pi}{2}}$ : onda polarizzata linearmente indipendente da  $\vec{B}_0$  (onda O: situazione simile al plasma senza campo magnetico)

- $k''_{\frac{\pi}{2}}$ : polarizzata ellitticamente con vettore magnetico parallelo a  $\vec{B}_0$  (onda X)

Spesso è utile esprimere la relazione di dispersione utilizzando il coefficiente di rifrazione. L'equazione di Appleton-Hartree permette di ricavare l'indice di rifrazione per la propagazione di un'onda elettromagnetica in un plasma magnetizzato:

$$n_{\theta}^2 = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y^2 \sin^2 \theta \pm \sqrt{Y^4 \sin^4 \theta + 4Y^2(1-X)^2 \cos^2 \theta}} \quad (2.28)$$

Il segno + si riferisce all'onda ordinaria, mentre il segno - all'onda straordinaria. A seconda del valore di  $n$  è possibile definire quattro regioni:

- $n > 0$  **regione di propagazione**: l'onda si propaga nel mezzo con una velocità di fase  $c/n$ ;
- $n < 0$  **regione della banda di riflessione**: l'onda non si può propagare;
- $n = 0$  **cut-off**: l'onda viene riflessa;
- $n \rightarrow \infty$  **risonanza**: l'onda è assorbita.

La risonanza dipende dall'angolo di propagazione e può avvenire nella regione in cui  $X < 1$ . Questo significa che:

$$\omega_p^2 < \omega^2 \quad \longrightarrow \quad n_e < n_{cut-off}$$

ovvero le onde elettromagnetiche possono essere assorbite solo da plasmi a densità limitata.

Nei due casi limiti, la situazione è quella mostrata nella Figura 2.5:

$$n^2(0) = 1 - \frac{X}{1-Y}$$

L' **Electron Cyclotron Resonance (ECR)** avviene quando per l'onda R si ha  $Y=1$ , ovvero:  $\omega_g = \omega$ .

$$n^2\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - \frac{X(1-X)}{1-X-Y^2}$$

L'Upper Hybrid Resonance (UHR) nasce quando per l'onda X si ha  $X + Y^2 = 1$ , cioè:  $\omega = \sqrt{\omega_g^2 + \omega_p^2}$

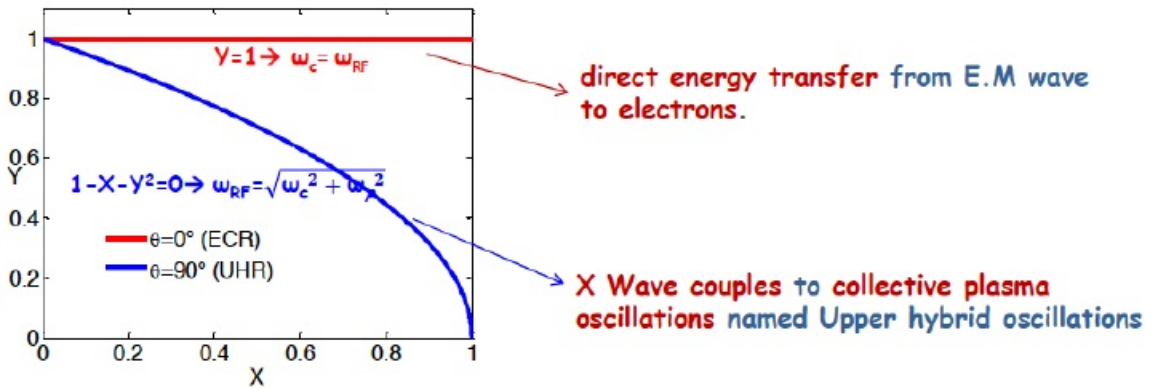


Figura 2.5: Condizioni di risonanza per l'onda R e l'onda X.

## 2.4 Il processo di risonanza ECR

### 2.4.1 Cenni teorici

Il processo di riscaldamento ECR si può descrivere come un'interazione risonante tra gli elettroni del plasma, che si muovono di moto rotatorio attorno a una linea di campo magnetico con frequenza di ciclotrone  $\nu_g$ , e un'onda elettromagnetica polarizzata circolarmente destra con frequenza  $\nu_{RF} = \nu_g$ . Si supponga, in prima approssimazione, che un elettrone attraversi la superficie di risonanza in un

campo magnetico costante nel tempo, ma variabile nello spazio. L'interazione tra l'elettrone e l'onda elettromagnetica si può pensare come un elettrone che si muove di moto rotatorio su un piano fisso nello spazio e interagisce con un'onda EM stazionaria polarizzata circolarmente destra: in caso di moto sincrono e fase favorevole all'accelerazione si ottiene un aumento della velocità ortogonale al campo magnetico ( $v_{\perp}$ ).

Il moto risultante é caratterizzato da una velocità:

$$\vec{v} = \frac{q_e}{m} \vec{E}t + \vec{\omega}_g \times \vec{r}_c + \vec{v}_{\parallel}$$

Il primo termine é dovuto al contributo del campo elettrico, il secondo a quello del campo magnetico, mentre i moduli del raggio di curvatura e della velocità parallela dipendono dalla velocità iniziale.

Detto

$$t_0 = \frac{m v_{\perp}(t=0)}{q_e E}$$

la dipendenza di  $v_{\perp}/v_{perp}(0)$  in funzione di  $\frac{t}{t_0}$  al variare della fase iniziale  $\phi_0$  tra i due termini relativi ai campi viene mostrata nella Figura 2.6.

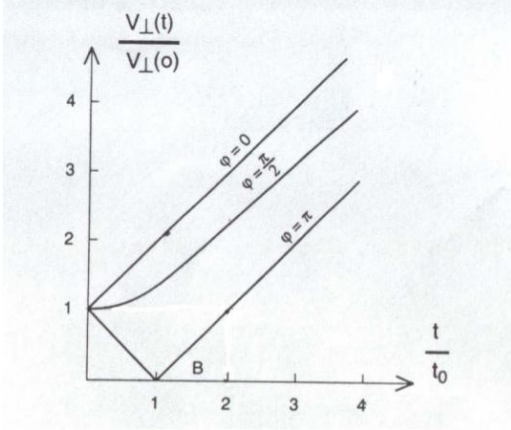


Figura 2.6: Influenza del valore iniziale della velocità perpendicolare alla risonanza.

- $0 < \phi_0 < \frac{\pi}{2}$ : fase favorevole, la velocità ortogonale aumenta nel tempo;
- $\frac{\pi}{2} < \phi_0 < \pi$ : l'elettrone viene inizialmente rallentato per essere poi riaccelerato;
- $\phi_0 \rightarrow \pi$ : si ha una decelerazione fino all'annullarsi della velocità, per poi riottenere un'accelerazione.

Se si considerano tempi tali per cui  $t/t_0 > 1$  allora tutti gli elettroni subiscono un'accelerazione, indipendentemente dal valore della fase iniziale.

Caratterizzando il campo elettrico associato all'onda elettromagnetica polarizzata circolarmente destra con il fattore a-dimensionale  $g = \frac{eE}{m\omega c}$ <sup>3</sup>, nella situazione sopra descritta la velocità dell'elettrone è  $v_{\perp} = \frac{q_e}{m} Et = g\omega t \gg v_{\perp 0}$  e l'energia ridotta risulta:

$$\frac{W_{\perp}}{mc^2} = \frac{1}{2} g^2 \omega^2 t^2 \quad (2.29)$$

La prima trattazione di questo fenomeno in presenza di campi magnetici non omogenei venne realizzata da Canobbio negli anni '60. Egli incluse nelle equazioni del moto effetti relativistici e Doppler, i quali vengono caratterizzati da due nuove quantità adimensionali (oltre a  $g$ ):

$$\delta = \frac{1}{|B|} \frac{d|B|}{dz} \quad Z = \frac{\omega_g}{\omega} = \frac{eB}{m\omega}$$

Come conseguenze principali della presenza di un campo magnetico non uniforme, l'elettrone impiega un tempo finito per attraversare la regione di risonanza dalla quale fuoriesce con un'energia dipendente dal gradiente del campo; inoltre la relazione di fase tra il moto di ciclotrone dell'elettrone e il campo elettrico è fissata solo per un numero limitato di orbite.

La teoria di Canobbio permette di descrivere lo sfasamento tra l'elettrone e l'onda facendo distinzione tra un regime con un debole gradiente di campo magnetico e un altro con un forte gradiente. Nel primo caso si trova che la massima energia disponibile all'elettrone è indipendente da  $\delta$ , ovvero dal valore del gradiente del campo. Nel secondo caso, l'energia presenta una dipendenza dal gradiente e vale circa un terzo rispetto alla grandezza stimata nella prima configurazione: questa differenza si spiega in termini della forza magnetica ( $\vec{F} = -\mu \vec{\nabla} B$ ) che riduce il tempo speso dall'elettrone in prossimità della zona ECR.

<sup>3</sup>si consideri  $\omega = \omega_{RF}$

Nel considerare il singolo transito attraverso la risonanza è possibile distinguere diverse popolazioni di elettroni:

□ Elettroni che attraversano solo una volta la ECR

Si tratta della situazione di quegli elettroni che, una volta superata la superficie di risonanza, sono soggetti ad una perdita di energia dovuta, per esempio, all'emissione di radiazione di sincrotrone. Come conseguenza dell'invarianza del momento magnetico  $\mu = \frac{W_{\perp}}{B}$ , se  $W_{\perp}$  decresce gradualmente allora i possibili valori di  $B$  in corrispondenza dei quali gli elettroni invertono il loro moto diventano più piccoli. Gli elettroni, perciò oscillano avanti e indietro nella trappola magnetica con ampiezze sempre minori e non potranno raggiungere l'ECR una seconda volta.

□ Elettroni che attraversano la ECR procedendo verso valori di campo magnetico crescenti

Per quanto mostrato nel punto precedente, questi elettroni sono soggetti ad un aumento di  $W_{\perp}$  che comporta una diminuzione di  $v_{\parallel}$  ( $W_{\parallel} = W - W_{\perp}$ , ove l'energia totale  $W$  è costante). Il tempo di transito attraverso la ECR cresce determinando uno sfasamento tra il moto elettronico e quello associato alla rotazione del vettore campo elettrico dell'onda R. All'annullarsi della componente longitudinale della velocità, l'elettrone si arresta e la forza magnetica  $\vec{F} = -\mu \vec{\nabla} B$  lo conduce verso valori di campo decrescenti.

□ Elettroni che, in seguito al transito attraverso la ECR, vengono espulsi entro il cono di perdita

Le particelle all'interno del cono di perdita sono caratterizzate da un rapporto  $v_{\perp}/v_{\parallel}$  piccolo. La ECR comporta un aumento della componente perpendicolare della velocità, e quindi del suddetto rapporto: lasciata la zona di risonanza, tali particelle si trovano nuovamente intrappolate.

Dopo l'analisi delle dinamiche del singolo elettrone si generalizza ai passaggi multipli attraverso la ECR che portano ad un riscaldamento mediato nel tempo: si tratta di un processo *stocastico* poiché si deve simulare il comportamento di particelle con una certa distribuzione delle velocità. Quando un elettrone attraversa la risonanza all'interno di un campo magnetico non omogeneo ottiene, in media, un netto guadagno di energia  $\Delta W$  proporzionale alla densità di energia e al tempo di transito  $\Delta t$  attraverso la risonanza. Si definisce *rate di riscaldamento* la grandezza  $H = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ : nella densità di energia compare il termine  $|\vec{E}|^2$ , perciò il riscaldamento è proporzionale alla potenza della radiofrequenza immessa.

Solitamente si descrivono le particelle che costituiscono il plasma tramite una distribuzione maxwelliana delle velocità in cui compaiono la densità ( $n$ ) e la massa ( $m$ ) delle particelle oltre alla temperatura ( $T$ ). In Figura 2.7 si può notare che l'effetto della risonanza ECR sulla popolazione elettronica consiste nel modificare la distribuzione "di base" (curva (a)) facendo comparire un picco nella coda (curva (b)) costituito dagli elettroni riscaldati.

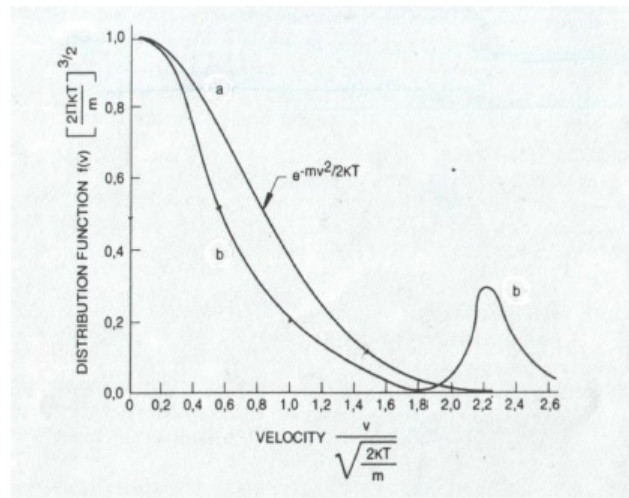


Figura 2.7: Effetto della risonanza ECR su una popolazione di elettroni con distribuzione maxwelliana delle velocità.

### 2.4.2 Frequency Tuning

Le performance di una sorgente ECR si quantificano in base all'intensità di corrente del fascio estratto. La quasi totalità delle collisioni ionizzanti avviene tra gli ioni del fascio in ingresso e gli elettroni sulla superficie ECR (*warm electrons*): dal momento che gli ioni estratti provengono da una fetta della superficie di risonanza, è necessario ottimizzare la distribuzione del campo elettrico e il suo valore massimo in tale regione.

Fissata la frequenza delle microonde immesse, si ottiene una particolare configurazione del campo elettrico: l'Eq. 2.29 mostra la dipendenza dell'energia ridotta da  $|\vec{E}|^2$ , perciò per massimizzare il processo è necessario aumentare la potenza delle onde. Questo schema di lavoro presenta diversi inconvenienti: non solo la relazione tra potenza e campo magnetico è più complessa di come è stata presentata, ma esiste un limite alla potenza immessa oltre il quale si crea una popolazione di elettroni troppo energetici (*hot electrons*) che non sono efficaci nel processo di ionizzazione.

Molti esperimenti recenti hanno mostrato che piccole variazioni della frequenza di eccitazione producono grandi effetti sulla corrente di ioni in output. Nella sezione 2.3.1 si è visto che è possibile descrivere il plasma come un mezzo dielettrico con perdite in cui la costante dielettrica e la conducibilità dipendono dalla frequenza dell'onda elettromagnetica con cui viene eccitato: una variazione di frequenza genera, dunque, una ridisposizione spaziale del campo elettrico e ne cambia anche l'intensità localmente. Mantenendo costante la potenza immessa, si modifica la frequenza delle microonde fino ad ottenere campi elettrici più intensi e meglio distribuiti sulla superficie di risonanza.

Per verificare l'efficienza e la validità di questo metodo sono state realizzate delle simulazioni [10] che hanno investigato la distribuzione dei modi di propagazione sulla superficie ECR. Nella Figura 2.8 si possono osservare le superfici di risonanza della sorgente SERSE<sup>4</sup> calcolate numericamente con il software *MatLab*: variando la frequenza di circa 50 MHz, la distribuzione del campo elettrico su tale superficie cambia considerevolmente e il valore massimo  $E_{max}$  aumenta di un fattore  $10^2$ .

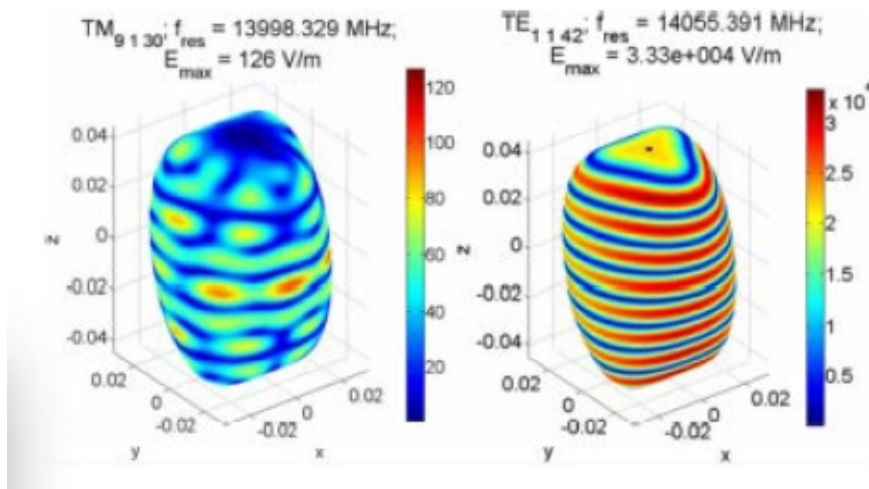


Figura 2.8: Simulazione della superficie di risonanza della sorgente SERSE con la distribuzione del campo elettromagnetico.

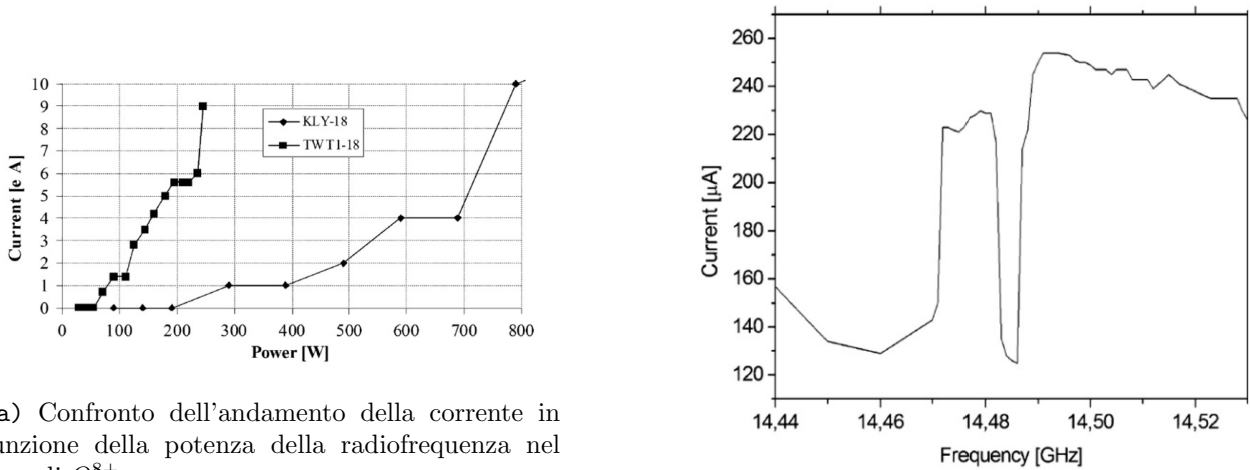
Una prima importante evidenza di questo effetto, che prende il nome di “**frequency tuning**”, si ottiene dalle performance differenti della sorgente di ioni SERSE quando viene collegata ad un generatore basato su un klystron (tubo a vuoto a elettroni liberi e a fascio lineare) o un TWT (travelling wave tube), entrambi a 14 e 18 GHz [11].

Nella Figura 2.9a si osserva che la corrente di  $O^{8+}$  ottenuta con un klystron a 800 W si può raggiungere nel caso di un TWT a 240 W, ovvero con una potenza tre volte inferiore. Le due frequenze di lavoro risultano leggermente differenti, essendo 18.0 GHz per il klystron e 17.9 GHz per il TWT: dal momento che lo spettro delle radiazioni emesse è simile per i due generatori, è proprio questa piccola

<sup>4</sup>SERSE è una delle due sorgenti ECR installate presso i LNS di Catania



differenza in frequenza che permette di ottimizzare le performance della sorgente nel caso del TWT.



(a) Confronto dell'andamento della corrente in funzione della potenza della radiofrequenza nel caso di  $O^{8+}$ .

(b) Andamento della corrente di  $C^{4+}$  in funzione della frequenza dell'onda immessa.

Figura 2.9: Dipendenza della corrente di ioni estratta dalla potenza e dalla frequenza delle onde immesse.

La Figura 2.9b si riferisce a una sorgente SUPERNANOGAN e mostra la corrente di  $C^{4+}$  in funzione della frequenza delle microonde, mantenendo costante la potenza. La frequenza viene modificata nell'intervallo tra 14.44 GHz e 14.53 GHz a passi di 1 MHz e in tale range la corrente è soggetta a delle forti fluttuazioni: variazioni di pochi MHz sono sufficienti a modificare il valore della corrente del 50%.

Numerosi altri esperimenti hanno studiato l'evoluzione della forma del fascio di ioni al variare della frequenza delle microonde e mantenendo tutti gli altri parametri costanti: non solo la distribuzione dell'intensità del fascio non è omogenea e si modifica con la frequenza, ma sia la corrente dello ione in esame, sia la corrente totale degli ioni estratti mostrano delle fluttuazioni significative.

### 2.4.3 Utilizzo di più frequenze

#### *Two Frequency Heating*

Come spiegato in precedenza, nelle sorgenti ECR il processo di riscaldamento si basa sull'accoppiamento tra la potenza delle microonde e gli elettroni del plasma: questo avviene nel momento in cui la radiofrequenza  $\nu_{RF}$  eguaglia la frequenza di ciclotrone  $\nu_c$  degli elettroni. In un plasma ECR ci sono perciò due popolazioni di elettroni a temperature diverse: gli elettroni freddi, generati dalla ionizzazione di atomi e ioni, con energie di 10-100 eV e vite medie<sup>5</sup> dell'ordine dei  $\mu s$ ; gli elettroni caldi più energetici (keV), magneticamente confinati e con vite medie fino a 10 ms. Entrambe contribuiscono alla produzione di ioni ad elevato stato di carica tramite ionizzazione da impatto: questa può essere ottimizzata aumentando la densità elettronica del plasma, l'energia media degli elettroni o il tempo di confinamento degli ioni.

Solitamente nelle sorgenti ECR si utilizza una singola frequenza delle microonde per riscaldare il plasma e produrre ioni ad elevato stato di carica. In alcuni casi si immette anche una seconda frequenza di microonde per creare un plasma più debolmente ionizzato. Nel caso di una singola frequenza, la geometria del campo a "B minimo" genera una superficie di risonanza chiusa a forma ellissoidale: gli elettroni acquistano energia nei pressi della superficie e iniziano a spiraleggiare tra gli specchi magnetici. Sfruttando due frequenze differenti si possono produrre due superfici ECR concentriche la cui separazione dipende dalla differenza in frequenza e dall'intensità del gradiente di campo magnetico. Risulta chiaro che, se la differenza in frequenza è significativa, le due superfici sono nettamente sepa-

<sup>5</sup>con il termine "vite medie" si intende il tempo di permanenza degli elettroni nella camera del plasma.

rate e il riscaldamento porta ad una popolazione di elettroni energetici più elevata con un conseguente aumento dell'efficienza della sorgente.

I primi test riguardo al meccanismo del TFH sono stati eseguiti con la sorgente AECR (*advanced ECR*) del Lawrence Berkeley Laboratory, utilizzando le frequenze di 10 e 14 GHz.

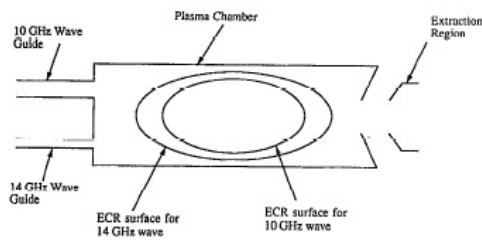
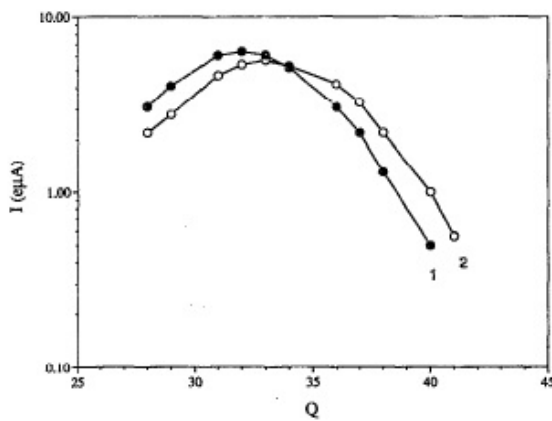


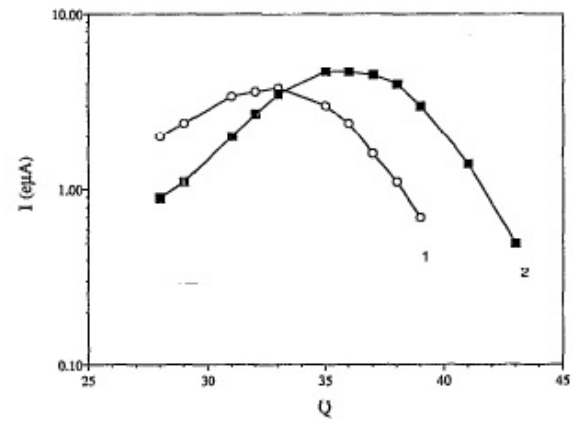
Figura 2.10: Schematizzazione delle superfici di risonanza ECR nella camera al plasma di una sorgente AECR.

Aggiustando oculatamente la forma del campo magnetico si ottengono le due superfici di risonanza mostrate in Figura 2.10: la superficie a 10 GHz è racchiusa all'interno di quella a 14 GHz e la distanza tra le due è circa 5 cm. In questa configurazione la stabilità del plasma viene migliorata ed è possibile aumentare la potenza delle microonde immesse. Confrontando le performance della sorgente con il *two frequency heating* e con il *single frequency heating* si conclude che la prima tecnica fornisce un marcato

miglioramento nel caso di fasci di ioni ad elevato stato di carica.



(a)  $^{209}\text{Bi}$



(b)  $^{238}\text{U}$

Figura 2.11: Distribuzioni di carica per  $^{209}\text{Bi}$  e  $^{238}\text{U}$  prodotte in due casi diversi mantenendo circa costante la potenza delle microonde. La Curva 1 indica la distribuzione ottenuta con una singola frequenza (14 GHz a 1150 W); la Curva 2 è ottenuta con due frequenze (14 GHz a 880 W, 10 GHz a 300 W).

La Figura 2.11 mostra i risultati delle analisi condotte su  $^{209}\text{Bi}$  e  $^{238}\text{U}$  in *single frequency* e in *two frequency heating*: le condizioni della sorgente sono le stesse per quanto riguarda le concentrazioni di gas o vapori e, soprattutto, per la potenza totale delle microonde.

Nella distribuzione di carica del  $^{209}\text{Bi}$  (2.11a) si nota uno shift del picco da 32+ a 33+ oltre ad una crescita dell'intensità di corrente di fascio fino a un fattore 2 per stati di carica da 36+ a 40+.

Anche per la distribuzione dell' $^{238}\text{U}$  (2.11b) si possono fare le stesse considerazioni: il picco di carica trasla da 33+ a 36+ e la corrente diventa da 2 a 4 volte più intensa per gli stati tra 35+ e 39+.

Può essere interessante discutere le implicazioni del *two frequency heating* nel modello semplificato di una particella in un plasma a bassa densità. In questa situazione la potenza delle microonde viene trasferita agli elettroni nel momento in cui questi attraversano la superficie di risonanza ECR. La densità di elettroni "caldi" decresce rapidamente all'esterno della zona ECR, perciò si può supporre che tali elettroni si concentrino in prossimità della superficie di risonanza. Un'importante conferma è stata ottenuta tramite delle simulazioni effettuate considerando una singola particella [8]: queste hanno dimostrato che il campo elettromagnetico provvede tanto al riscaldamento del plasma quanto al confinamento elettronico. I risultati delle simulazioni sono in pieno accordo con le evidenze sperimentali e mostrano che la tecnica del TFH presenta due grandi vantaggi:

1. l'ampiezza della zona di risonanza viene sostanzialmente raddoppiata, permettendo agli elettroni che non hanno guadagnato energia nel primo attraversamento di farlo nel secondo;

2. il confinamento del plasma cresce poiché gli elettroni che fuggono dalla trappola magnetica e non risentono della prima onda possono essere recuperati per mezzo della seconda.

A parità di potenza delle microonde il *two frequency heating* produce risultati migliori del *single frequency*, inoltre a parità di stato di carica prodotto è richiesta una minore potenza di microonde se il plasma è riscaldato da due frequenze significativamente differenti.

### *Two Close Frequency Heating*

Nel paragrafo precedente si è visto che nel TFH le due frequenze devono essere nettamente separate in modo tale che la fase del moto circolare degli elettroni attorno alle linee di campo possa essere randomizzata. Nel caso in cui le due onde immesse nella camera del plasma abbiano delle frequenze molto simili, invece, le superfici di risonanza saranno molto vicine e si otterrà il fenomeno dell'*electron surfing*: gli elettroni che lasciano la prima zona ECR subiranno dalla seconda un'ulteriore accelerazione che dipende dalla differenza di fase tra le due onde.

È necessario, inoltre, che la superficie di risonanza corrispondente alla frequenza della seconda onda sia localizzata laddove termina la prima. Partendo da questa considerazione e utilizzando dei risultati di E. Canobbio si ricava la spaziatura in frequenza delle due onde per avere due zone di risonanza contigue: questo valore dipende dai parametri della sorgente, ma si trova approssimativamente a

$$\Delta\nu_{RF} \sim 10^2 \text{ MHz}$$

## 2.5 Collisioni binarie

Le interazioni tra le particelle del plasma sono solitamente di natura collettiva: tuttavia, quando due particelle si trovano ad una distanza inferiore alla lunghezza di Debye è possibile parlare di collisioni binarie. Queste possono essere descritte per mezzo della sezione d'urto ( $\sigma$ ) e del *libero cammino medio*  $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$  (dove  $n$  è la densità volumetrica delle particelle), cioè la distanza percorsa da una particella prima di subire una collisione descritta da  $\sigma$ .

Se  $v$  è la velocità relativa tra le particelle interagenti, la frequenza delle collisioni corrisponde all'inverso del tempo necessario a percorrere un libero cammino medio ( $\tau_c = \lambda/v$ ):  $\nu_c = \tau_c^{-1} = n\sigma v$ .

Nel caso in cui sussista una certa distribuzione delle velocità, come per esempio la distribuzione di Maxwell-Boltzmann, allora la frequenza delle collisioni si ottiene andando a mediare sulla distribuzione:

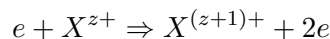
$$\nu_c = n \langle \sigma(v)v \rangle \quad (2.30)$$

I principali processi che si verificano nei plasmi ECR per la creazione degli ioni sono essenzialmente due, antagonisti tra loro: le collisioni ionizzanti per impatto da elettroni e i processi di scambio carica o cattura elettronica.

### 2.5.1 Processi di ionizzazione

La sezione d'urto di ionizzazione ha un comportamento, a soglia, che dipende dall'energia degli elettroni ( $E_e$ ). Chiaramente un elettrone appartenente ad una subshell atomica può essere ionizzato solo se l'energia dell'elettrone ionizzante (ovvero quello coinvolto nella collisione) è maggiore dell'energia di legame  $I_k$  dell'elettrone legato.

Il processo di singola ionizzazione viene schematizzato dalla reazione



Per calcolare le sezioni d'urto è possibile utilizzare la formula semi-empirica di Lotz [3]:

$$\sigma_k^i = \frac{4.5 \cdot 10^{-14}}{E_e} \sum_{k=1}^m \frac{n_k}{I_k} \log \left( \frac{E_e}{I_k} \right) \quad (2.31)$$

dove  $m$  è il numero delle subshell atomiche dello ione che risultano occupate,  $n_k$  il numero di elettroni nella shell considerata e  $I_k$  l'energia di legame della shell.

Si osserva che la quantità  $\sigma_k^i \propto I_k^{-1}$  è una funzione di  $(I_k/E_e)$  e non dipende significativamente dal tipo di ione. Le ionizzazioni doppie o multiple sono poco probabili, tuttavia dai dati sperimentali si è ricavata una formula per la sezione d'urto di doppia ionizzazione che è in accordo con la formula di Lotz:

$$\sigma_k^{2i} = \frac{2.6 \cdot 10^{-14}}{E_e(I_k + I_{k+1})} \ln \left( \frac{E_e}{I_k + I_{k+1}} \right) \quad (2.32)$$

La transizione da parte di uno ione da uno stato di carica  $z_1$  a uno stato di carica  $z_2$ , attraverso un canale di ionizzazione  $x$ , avviene in un tempo

$$\tau_{z_1 z_2}^{(x)} = [n_e \sigma_{z_1 z_2}^{(x)}(v_e) v_e]^{-1}$$

che dipende in maniera diretta dalla velocità degli elettroni. In una ECRIS (ECR Ion Source) gli elettroni presentano una distribuzione maxwelliana delle velocità: bisogna perciò mediare il tempo di reazione sulla distribuzione. Il tempo mediato diventa una funzione della densità e della temperatura elettronica, esprimibile tramite il **coefficiente di ionizzazione (S)**:

$$S_{z_1 z_2}^{(x)}(T_e) = \langle \sigma_{z_1 z_2}^{(x)}(v_e) v_e \rangle T_e \Rightarrow \tau_{z_1 z_2}^{(x)} = [n_e S_{z_1 z_2}^{(x)}(T_e)]^{-1} \quad (2.33)$$

La transizione dallo stato  $z_1$  a quello  $z_2$  può avvenire se il tempo di confinamento degli ioni ( $\tau_i$ ) è maggiore o uguale del tempo di reazione, ovvero se viene soddisfatto il **criterio per la produzione di ioni moltiplicemente carichi**:

$$n_e \tau_i \geq [S_{z_1 z_2}^{(x)}(T_e)]^{-1} \quad (2.34)$$

Dato che gli elettroni del plasma, sottoposti a risonanza ECR, presentano una distribuzione maxwelliana delle velocità, l'output ionico di una sorgente ECR è costituito da una distribuzione di stati di carica piccata su un certo ione. Ioni ad alto stato di carica sono ottenuti tramite il canale di ionizzazione *step by step*: in questi casi il coefficiente di ionizzazione si esprime effettuando le sostituzioni  $(x) \rightarrow (i)$ ,  $z_1 \rightarrow z$ ,  $z_2 \rightarrow z + 1$ .

In Figura 2.12 viene riportato il grafico del coefficiente di ionizzazione in funzione della temperatura elettronica nel caso dell'ossigeno: è evidente la presenza di una temperatura ottimale ( $T_e^{opt}$ ) che aumenta all'aumentare della carica  $z$ ; il rate di ionizzazione, al contrario, diminuisce fortemente al crescere di  $z$ . Si può stimare che, per ottenere il più alto stato di carica richiesto, gli elettroni devono avere una temperatura corrispondente a 5 volte l'energia di ionizzazione dello stato di carica sul quale è piccata la distribuzione. Partendo da tale relazione e indicando con  $\xi = \sum_{j=1}^N q_j$  il numero totale di elettroni nella shell più esterna, si ottiene un limite inferiore per  $n_e \tau_i$ :

$$\xi n_e \tau_i \geq 5 \cdot 10^4 (T_e^{opt})^{\frac{3}{2}}$$

La quantità  $n_e \tau_i = QF$  si chiama **fattore di qualità** e, insieme alla temperatura elettronica, è un parametro molto importante che determina le prestazioni di una sorgente ECR.

La Figura 2.13 mostra il **diagramma di Golovanivsky** che correla il fattore di qualità alla temperatura elettronica: si tratta di un grafico molto utile per determinare le possibili performance di una sorgente in termini di stati di carica ottenuti partendo da una stima dei tre parametri principali ( $n_e, \tau_i, T_e$ ). I cerchi indicano ioni totalmente *strippati* (ovvero privati degli elettroni), le parentesi si riferiscono a ioni solo parzialmente *strippati*

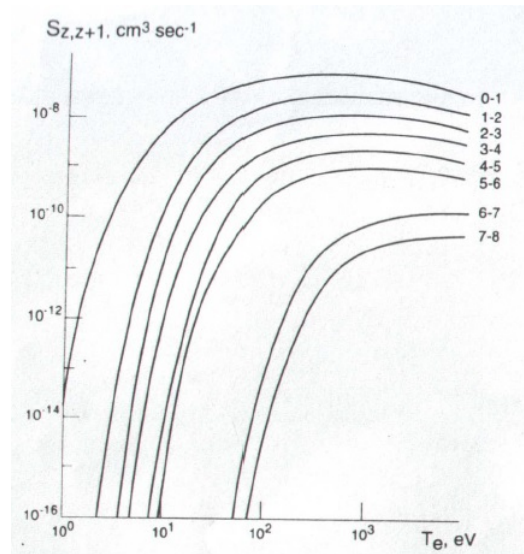


Figura 2.12: Coefficiente di ionizzazione in funzione della temperatura elettronica per l'ossigeno.

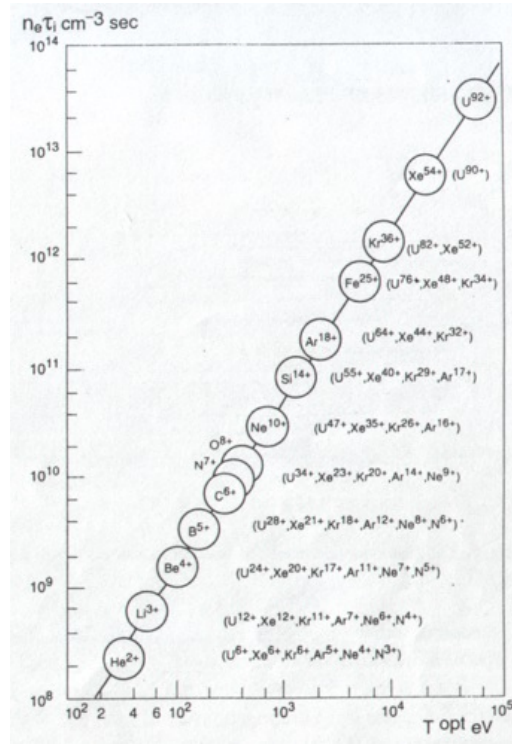
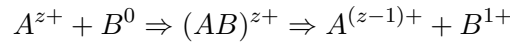


Figura 2.13: Diagramma di Golovanivsky.

## 2.5.2 Processi di scambio carica

In un processo di scambio carica uno ione positivo urta un atomo neutro formando uno ione molecolare (stato metastabile) che si divide in due particelle nel modo seguente:



La sezione d'urto di scambio carica per il trasferimento di un singolo elettrone è espressa in modo approssimato dalla formula di Mueller-Salzborn [3]:

$$\sigma_{exc} = 1.43 \cdot 10^{-12} z^{1.17} IP_0^{-2.76} \text{ cm}^2 \quad (2.35)$$

Questa dipende dal potenziale di ionizzazione dell'atomo neutro ( $IP_0$ ) ed è valida nel caso di interazione tra ioni della stessa specie.

La ionizzazione *step by step* e lo scambio di cariche risultano, perciò, i due processi antagonisti che producono ioni ad alto stato di carica nei plasmi delle sorgenti ECR. Il processo di scambio carica limita la vita media di uno ione in un certo stato di carica  $z$ . In un plasma con densità di particelle neutre  $n_0$  e ioni di numero di massa  $A$ , supponendo

$$k_B T_i \approx 1 \text{ eV} \Rightarrow v_i \approx \frac{10^8}{\sqrt{A}} \text{ cm/s}$$

il tempo di vita media stimato è:

$$\tau_{z \rightarrow z-1} = [n_0 v_i \sigma_{exc}] \approx 5 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{A}}{z n_0} \quad (2.36)$$

Si sottolinea che questa grandezza è concettualmente diversa dal tempo di vita dello ione all'interno della trappola. Affinché si abbia la formazione di un certo stato di carica  $z$ , il tempo di scambio carica ( $\tau_{z \rightarrow z-1}$ ) deve essere maggiore del tempo di ionizzazione ( $\tau_z$ ); imponendo questa condizione si ricava un limite superiore della concentrazione di particelle neutre rispetto ad una data densità elettronica:

$$\frac{n_0}{n_e} \leq 7 \cdot 10^3 \xi (T_e^{opt})^{-\frac{3}{2}} A^{\frac{1}{2}} z^{-1} \quad (2.37)$$



## Capitolo 3

# Simulazioni della dinamica elettronica

In fase di progettazione di una sorgente ECR le simulazioni numeriche costituiscono un potente strumento predittivo, per valutare l'eccitazione del plasma utilizzando una certa frequenza  $\nu_{RF}$  ed una data geometria del campo magnetico confinante.

Le prestazioni di una sorgente ECR si misurano solitamente in termini di intensità, qualità del fascio e stato di carica medio estratto. Tali caratteristiche non sono altro che il risultato del modo in cui le microonde si accoppiano al moto elettronico per creare elettroni energetici, in grado di generare i processi di ionizzazione. Come descritto nella sezione 2.4, da un punto di vista spaziale la risonanza avviene su delle superfici chiuse all'interno della camera da vuoto. Tuttavia, la distribuzione del campo elettrico su tale superficie non è uniforme, ma dipende dal particolare modo eccitato all'interno della camera, vista come una cavità risonante (si rimanda alla Figura 2.8). Dato che gli ioni estratti non sono altro che particelle che fluiscono da una porzione della superficie di risonanza verso il foro di estrazione, seguendo le linee di campo magnetico, è importante che il campo elettrico sia massimizzato proprio in questa zona di generazione. Se così non fosse, gli ioni ad elevato stato di carica potrebbero essere potenzialmente creati all'interno della camera del plasma, ma non verrebbero estratti, in quanto il loro percorso al di fuori del plasma non li condurrebbe al foro di estrazione. Di conseguenza, è fondamentale studiare numericamente la distribuzione spaziale del campo elettromagnetico all'interno della camera del plasma e la conseguente distribuzione dell'energia elettronica a seguito della risonanza ECR.

Il presente lavoro di tesi si inserisce in questo contesto e si pone l'obiettivo di implementare una routine necessaria all'analisi della distribuzione spaziale ed energetica delle diverse popolazioni di elettroni all'interno di una sorgente ECR. Tale routine è stata implementata in un codice di simulazione, sviluppato utilizzando i programmi *Comsol* e *MatLab* da parte di esperti dei due laboratori LNL (Laboratori Nazionali di Legnaro) e LNS (Laboratori Nazionali del Sud), che è stato già applicato a diversi casi fisici riguardanti questi dispositivi e le peculiarità dei plasmi generati al loro interno [12, 13]. Il plasma oggetto di studio è quello generato dalla sorgente ECR installata presso il Laboratorio *Atomki* situato a Debrecen, Ungheria.

Il capitolo inizia con la descrizione delle principali caratteristiche di tale sorgente e con la presentazione dello stretto legame tra le simulazioni numeriche e alcuni risultati sperimentali riguardanti misure di spettroscopia X emessa dal plasma ECR. Successivamente verranno descritte le tecniche di simulazione utilizzate nel codice già sviluppato, per passare poi alla descrizione della routine implementata nell'ambito di questo lavoro di tesi. L'ultima sezione è dedicata ai risultati ottenuti per quel che riguarda la distribuzione energetica e spaziale degli elettroni.

### 3.1 Dominio fisico della simulazione

Il dispositivo oggetto delle simulazioni numeriche di questo lavoro di tesi è la sorgente ECR installata nel 1996 presso l'Istituto di Ricerca Nucleare ATOMKI di Debrecen, Ungheria [14]. Questa sorgente non funge da iniettore per un acceleratore, ma è stata progettata e viene utilizzata per le attività di ricerca di fisica atomica a basse energie e per gli studi e le applicazioni della fisica dei plasmi. Un'immagine schematica è mostrata in Figura 3.1: la trappola magnetica è generata da due bobine

identiche e da un esapolo a magneti permanenti; il campo assiale assume i valori massimi  $B_{inj} = 1.3$  T e  $B_{ext} = 0.95$  T agli estremi della camera, mentre il minimo al centro risulta  $B_{min} = 0.4$  T; il valore massimo del campo radiale è  $B_{rad} = 1.1$  T.

Due guide d'onda rettangolari *WR62* sono connesse alla camera in direzione assiale e veicolano le microonde generate da un klystron da 1000 W di potenza (quest'ultimo viene normalmente utilizzato per produrre ioni ad elevato stato di carica). Nella simulazione che si sta descrivendo la frequenza iniettata corrisponde a  $\nu_{RF} = 12.84$  GHz. La camera consiste in una cavità cilindrica di acciaio inossidabile con diametro interno  $ID = 58$  mm e una lunghezza  $z = 210$  mm. La sorgente consente l'estrazione del fascio con voltaggio nell'ordine delle decine di *kV* e un sistema formato da sette elettrodi. Quattro slitte indipendenti permettono di selezionare il fascio estratto prima e dopo un magnete analizzatore: le tipiche correnti di fascio sono nel range 1-5 mA.

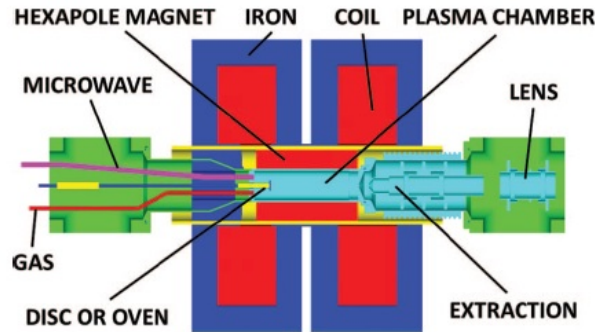


Figura 3.1: Tipica configurazione magnetica e meccanica: ATOMKI-ECRIS-A.

### 3.2 Analisi preliminare tramite studio di raggi X

In generale, le proprietà fisiche della radiazione emessa da un plasma ECR ne riflettono le caratteristiche. Questa radiazione è distribuita in un ampio range dello spettro elettromagnetico: tuttavia, per avere una valutazione indiretta del contenuto energetico degli elettroni del plasma, si analizza solitamente l'emissione nel range dei raggi X. Tale emissione avviene sia per eccitazione delle shell interne degli ioni contenuti nel plasma a seguito dell'impatto con un elettrone, sia per emissione di Bremsstrahlung dovuta all'interazione tra gli elettroni che sfuggono al confinamento e i materiali che circondano il plasma. In generale, la prima è quella che fornisce informazioni più precise poiché consiste nell'emissione di righe discrete di energia nota. Nel 2014 è stata realizzata una serie di misure di raggi X con la sorgente ECR installata a Debrecen [15], con un duplice obiettivo: da un lato, ottenere informazioni sull'effetto di diversi parametri (frequenza e potenza delle microonde, intensità del campo magnetico) sulla struttura del plasma; dall'altro, investigare la sorgente delle diverse componenti dei raggi X (quelli caratteristici emessi dagli ioni del plasma o dagli atomi delle pareti della camera, oppure la radiazione di Bremsstrahlung creata dagli elettroni del plasma o da quelli persi dalle pareti) e la posizione spaziale degli ioni del plasma.

Durante l'esperimento si è prodotto un plasma di argon e ci si è concentrati sulla rivelazione delle righe caratteristiche di eccitazione  $K^1$ . Sono state eseguite misure mantenendo costante la potenza delle microonde e correlando la distribuzione della densità del plasma lungo l'asse della camera alla frequenza delle microonde immesse. Si è osservato che la forma del plasma è sostanzialmente "cava", come si evince dalla distribuzione spaziale della radiazione X emessa (Figura 3.2). Questa particolare struttura del plasma può essere più o meno enfatizzata andando a modificare la frequenza delle microonde.

<sup>1</sup> $Ar - K\alpha 1 = 2.95770$  keV e  $Ar - K\alpha 2 = 2.95563$  keV.



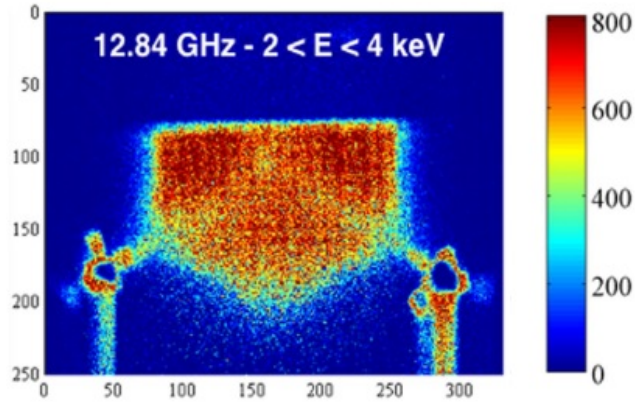


Figura 3.2: Distribuzione spaziale dell'emissione X emessa dal plasma tra 2 keV e 4 keV a una frequenza di eccitazione delle microonde di 12,84 GHz. La scala di colori è una scala di intensità lineare.

### 3.3 Descrizione auto-consistente del plasma

Per poter determinare la struttura fine del plasma è necessario l'utilizzo di metodi numerici con un approccio auto-consistente [12]. Dal 2012, il gruppo di esperti di sorgenti ECR dei due laboratori LNL e LNS<sup>2</sup> porta avanti un'intensa attività di modellizzazione numerica di plasmi magneticamente confinati, con l'obiettivo di sviluppare un metodo predittivo per la progettazione, tra le altre, di sorgenti ECR. Tra tutte queste attività si va a concentrare l'attenzione sulle simulazioni della dinamica elettronica, le quali vedono un avvicendamento tra *Comsol Multiphysics*, per il calcolo dei campi elettromagnetici nella camera, e *MatLab*, per la descrizione dell'evoluzione degli elettroni sotto l'influenza di campi statici (si veda, ad esempio, il campo magnetico di confinamento) e variabili nel tempo. Questi due approcci devono essere sviluppati in contemporanea, in quanto, da una parte in un plasma magnetizzato eccitato da microonde il campo elettromagnetico all'interno della camera determina l'energia degli elettroni (per mezzo dell'interazione risonante descritta nella sezione 2.4) e, conseguentemente, la densità del plasma. Dall'altra, il plasma è un mezzo anisotropo e dispersivo, in cui la costante dielettrica, dipendente dalla densità, è in realtà un tensore tridimensionale: questo va a modificare significativamente il campo elettromagnetico e si crea così una sorta di *self-consistent loop*.

L'auto-consistenza del codice si raggiunge seguendo un approccio graduale che è schematizzato nella Figura 3.3:

1. Il primo passo consiste nel calcolare il campo elettromagnetico in una camera del plasma vuota. Con questa configurazione si calcola poi la dinamica di una popolazione di elettroni generata uniformemente all'interno della camera: per fare ciò si utilizza un codice in *MatLab* che tiene conto anche del campo magnetico di confinamento e degli effetti relativistici. Ad ogni intervallo temporale il codice memorizza le posizioni istantanee delle particelle in una matrice 3D, che è divisa in celle di  $1 \text{ mm}^3$  e riflette il dominio della simulazione, creando una mappa di occupazione. Tramite un opportuno *scaling* si ottiene una mappa della densità elettronica, poi da questa si calcola il valore della costante dielettrica del plasma in ogni cella.
2. Il secondo step inizia con un nuovo calcolo dei campi elettromagnetici tenendo conto, questa volta, della presenza del plasma distribuito secondo la mappa di densità precedentemente ottenuta. Si calcola nuovamente la dinamica elettronica all'interno della nuova configurazione elettromagnetica creando stavolta sia una mappa di densità, sia una mappa di energia: quest'ultima è una matrice 3D che descrive l'energia contenuta in ogni cella (ovvero la somma delle energie degli elettroni presenti in ogni singola cella). Dividendo la mappa di energia per la mappa di occupazione si ottiene la distribuzione spaziale dell'energia media: supponendo poi una distribuzione di Maxwell-Boltzmann per le velocità degli elettroni, tale mappa di energia viene convertita in

<sup>2</sup>A. Galatà, C.S. Gallo per i LNL; D. Mascali, G. Torrioni per i LNS.

una mappa di temperatura moltiplicandola per il fattore  $\frac{3\pi}{8}$ . A questo punto si ricalcola la dinamica degli elettroni includendo, ora, la presenza del plasma che si manifesta tramite le collisioni elastiche elettrone-elettrone, la cui frequenza dipende dai valori locali di densità e temperatura. Questo step termina con il calcolo di una nuova mappa di densità e del tensore dielettrico da cui una nuova configurazione elettromagnetica.

Il loop si conclude nel momento in cui i risultati sono auto-consistenti, ovvero quando le differenze tra le matrici di densità e temperatura di due step successivi sono sostanzialmente trascurabili.

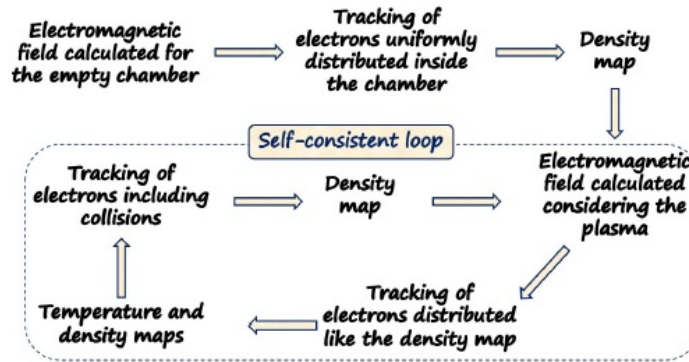


Figura 3.3: Step eseguiti dai codici in *Comsol* e *MatLab* per raggiungere l'auto-consistenza della dinamica elettronica.

Il cuore del codice è un ciclo temporale *for* in cui vengono integrate le equazioni del moto di ogni singolo elettrone ottenendo, per ciascuno di essi, la posizione e la velocità. L'intervallo temporale è  $Tstep = 1 ps$  e il ciclo viene ripetuto per  $N = 40000001$  iterazioni: la simulazione coinvolge un tempo totale di  $Tstep * N = 40 \mu s$ . Il ciclo inizia con la determinazione del campo magnetostatico relativo alla specifica posizione di ogni particella e del campo elettromagnetico a cui ognuna è sottoposta.

Si applica il metodo di Boris relativistico per il calcolo della velocità degli elettroni sottoposti ai campi elettromagnetici [16] e si procede poi con il metodo delle collisioni di Langevin [17] per determinare l'effetto delle collisioni elettrone-elettrone. Ad ogni iterazione il codice verifica l'effettiva permanenza delle particelle all'interno del dominio della simulazione: quelle che ne risultano fuori vengono rimosse dal calcolo e le loro posizioni e velocità vengono memorizzate in una matrice che permette di studiare le perdite del plasma. Al termine di questo controllo vengono aggiornati i vettori di velocità e posizione e il ciclo continua fino al raggiungimento del tempo di simulazione impostato.

### 3.4 Creazione delle mappe di densità e temperatura degli elettroni

Un importante banco di prova per il codice appena descritto sarebbe la predizione delle emissioni X come quelle descritte nella sezione 3.2: per fare ciò è necessario conoscere la distribuzione spaziale degli elettroni a cui compete un'energia sufficiente a generare l'emissione delle righe K. Parlando in termini di temperatura, il range ottimale nel caso dell'argon sarebbe  $2 keV < k_B T_e < 12 keV$ : dal momento che la sezione d'urto di eccitazione di tali righe non è costante nel suddetto range, bisognerebbe conoscere la distribuzione spaziale degli elettroni in opportuni sotto-intervalli energetici e pesare il loro contributo nel calcolo della sezione d'urto. Il seguente lavoro di tesi si propone proprio questo obiettivo, ossia lo sviluppo di una routine in grado di produrre mappe di densità e temperatura in qualsivoglia range energetico. Tale routine è inserita all'interno del codice *MatLab*, precedentemente descritto: originariamente questo passaggio veniva svolto da una routine in C che, opportunamente convertita, poteva essere incorporata nel codice. Sebbene il riempimento venisse svolto correttamente, la funzione presentava tre particolari inconvenienti: (1) la possibilità di riempire solo due matrici contemporaneamente; (2) causava spesso un *crash* del programma; (3) produceva tempi di calcolo abbastanza lunghi (svariati giorni per una simulazione). Nell'ambito di questo lavoro di tesi è stata

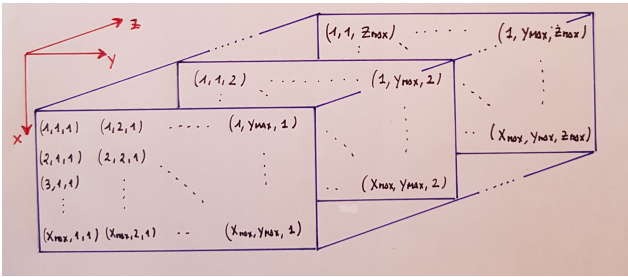
sviluppata una nuova routine che ha reso il codice più efficiente e più stabile, risolvendo le problematiche sopra presentate ed accorciando i tempi di simulazione.

Le matrici utilizzate in *MatLab* sono degli array tridimensionali i cui elementi possono essere individuati mediante tre indici interi. Per rendere più chiara la trattazione, è stata introdotta una terna cartesiana levogira  $\hat{x} \hat{y} \hat{z}$  come quella mostrata in rosso nella Figura 3.4. Se le dimensioni della matrice sono  $(x_{max}, y_{max}, z_{max})$ , allora ciascun elemento viene univocamente determinato dalla terna di interi

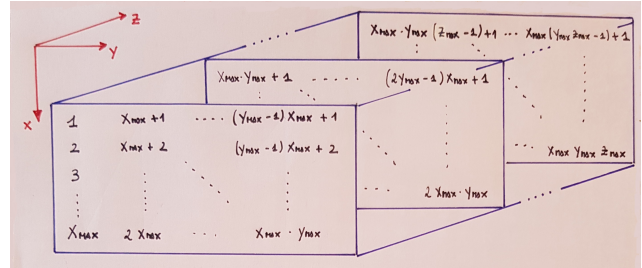
$$(I, J, K)$$

$$1 \leq I \leq x_{max} \quad 1 \leq J \leq y_{max} \quad 1 \leq K \leq z_{max}$$

Una visualizzazione immediata della disposizione tridimensionale è fornita dalla Figura 3.4a.



(a) Gli elementi della matrice sono rappresentati da una terna di indici interi.



(b) Ad ogni elemento della matrice è associato un indice intero ottenuto secondo l'ordinamento *column major*.

Figura 3.4: Duplice rappresentazione degli elementi di una matrice tridimensionale in *MatLab*.

In *MatLab* un array multidimensionale può essere linearizzato in un vettore unidimensionale la cui dimensione è data dal prodotto delle singole dimensioni dell'array di partenza. L'ordinamento che il software utilizza per eseguire questa operazione è il cosiddetto *column major order* che viene schematicamente rappresentato nella Figura 3.5 nel caso di una matrice bidimensionale. Partendo dalla posizione  $(1, 1, 1)$ , ad ogni elemento della matrice tridimensionale in esame viene assegnato un indice intero che si ottiene scorrendo in maniera sequenziale ogni singola colonna ( $x$  identifica le righe e  $y$  identifica le colonne). Terminata una intera pagina (ovvero la matrice bidimensionale corrispondente al piano  $xy$ ), si riparte nello stesso modo dal primo elemento di quella seguente. Il processo termina al raggiungimento dell'ultimo elemento  $(x_{max}, y_{max}, z_{max})$  al quale corrisponde l'indice  $x_{max} \cdot y_{max} \cdot z_{max}$ : il risultato è mostrato in Figura 3.4b.

### Column-major order

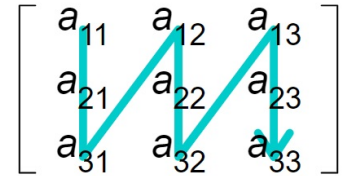


Figura 3.5: Schematizzazione dell'ordinamento *column major* degli elementi di un array multidimensionale.

Se indichiamo con  $u$  il numero di particelle simulate, al termine dell'integrazione delle equazioni del moto si hanno a disposizione i sei array unidimensionali  $x, y, z, v_x, v_y, v_z$  che hanno tutti dimensione  $u$ : l'elemento  $i$ -esimo di ciascun vettore restituisce le componenti dei vettori posizione e velocità della  $i$ -esima particella. Tramite il comando *sub2ind* la posizione della singola particella viene tradotta in un indice lineare che fornisce le posizioni corrispondenti nelle due matrici di densità ed energia da riempire: nel primo caso il valore corrispondente al suddetto elemento di matrice verrà aumentato di una unità; nel secondo, verrà aumentato di una quantità pari all'energia della particella in quel punto. Data la discretizzazione del dominio (la matrice è divisa in celle da  $1 \text{ mm}^3$ ) è possibile che le posizioni relative a più particelle corrispondano allo stesso punto della matrice: di conseguenza risulta necessario trovare un algoritmo in grado di trasformare gli indici lineari, ottenuti tramite il comando *sub2ind*, nella terna  $(I, J, K)$ , consentendo di maneggiare più facilmente le singole cellette degli array tridimensionali.

Utilizzando *MatLab*, ho sviluppato un nuovo algoritmo che si basa su un ciclo *for* e uno *statement condizionale if*. Nel ciclo si scorrono tutti gli elementi del vettore degli indici lineari, denominato *indice* e supposto di dimensione  $s$ :  $indice(s)$  è l'indice lineare che identifica la cella della matrice il cui valore deve essere aumentato di 1 nel caso della matrice di densità, di un valore pari all'energia della particella nel caso della matrice di energia. Si inserisce per prima cosa uno *statement if*: se  $indice(s)$  è maggiore di zero, allora si procede con l'algoritmo; in caso contrario gli elementi delle matrici non vengono aggiornati. A questo punto inizia la sezione più interessante e allo stesso tempo complicata del lavoro: trovare delle espressioni per  $I$ ,  $J$ ,  $K$  in funzione di  $indice(s)$  e delle tre dimensioni della matrice  $x_{max}$ ,  $y_{max}$ ,  $z_{max}$ . L'idea di partenza è la seguente: nella linearizzazione degli elementi delle matrici, seguendo il *column major order*, si scorrono in ordine prima la dimensione  $x$  ( $I$ ), poi la  $y$  ( $J$ ), infine la  $z$  ( $K$ ); perciò, nota la posizione, bisogna eseguire il passaggio a ritroso per determinare, in ordine, prima l'indice  $K$ , poi  $J$ , infine  $I$ .

$K$  è legato al numero di "facce", perciò si può stimare dividendo la posizione per la dimensione di ciascuna faccia bidimensionale, ovvero  $x_{max} \cdot y_{max}$ . Trattandosi di un indice intero, si considera la parte intera della divisione per mezzo del comando *floor* in *MatLab*:

$$K \sim \text{floor} \left( \frac{indice(s)}{x_{max} \cdot y_{max}} \right)$$

Successivamente ci si pone nella faccia identificata dal valore di  $K$  trovato sottraendo la quantità  $K \cdot x_{max} \cdot y_{max}$  a  $indice(s)$ . Ci si trova ora a tutti gli effetti con l'indice di una matrice bidimensionale, perciò  $J$  si ottiene dividendo la posizione per il numero delle righe, ovvero  $x_{max}$ :

$$J \sim \text{floor} \left( \frac{indice(s) - K \cdot x_{max} \cdot y_{max}}{x_{max}} \right)$$

Infine, per determinare  $I$  basta sottrarre a  $indice(s)$  tutti gli elementi delle facce precedenti ( $K \cdot x_{max} \cdot y_{max}$ ) e tutti quelli delle colonne precedenti ( $J \cdot y_{max}$ ):

$$I \sim \text{floor}(indice(s) - K \cdot x_{max} \cdot y_{max} - J \cdot y_{max})$$

Stabilite queste relazioni "al primo ordine", è stata effettuata una serie di tentativi numerici compilando ed eseguendo degli script di prova con delle dimensioni e dei tempi di simulazioni limitati. In questi codici semplificati le condizioni iniziali delle particelle venivano generate casualmente e si confrontavano le matrici riempite con la routine in C (di cui si era sicuri del corretto funzionamento) e quelle riempite con il mio metodo. Dopo numerosi accorgimenti, correzioni e adeguamenti sono giunto alle seguenti espressioni:

$$K = \text{floor} \left( \frac{indice(s) - 1}{x_{max} \cdot y_{max}} + 1 \right)$$

$$J = \text{floor} \left( \frac{(indice(s) - 1) - (K - 1) \cdot x_{max} \cdot y_{max}}{x_{max}} + 1 \right)$$

$$I = \text{floor}((indice(s) - 1) - (K - 1) \cdot x_{max} \cdot y_{max} - J \cdot y_{max} + 1)$$

I termini  $+1$  o  $-1$  sono una conseguenza dell'utilizzo del comando *floor* e del fatto che i valori di  $I$ ,  $J$ ,  $K$  partano da 1 anziché da 0.

Una volta determinato questo algoritmo, la fase preliminare di *debugging* del codice è stata effettuata testando le singole parti del programma ed aumentando progressivamente le dimensioni della matrice da riempire. Come banco di prova finale della routine, infine, si è scelto di simulare la dinamica degli elettroni nella sorgente ECR installata presso l'*Atomki*, creando tre mappe di occupazione e di energia nei seguenti range:  $0 \text{ keV} < E < 2 \text{ keV}$ ,  $2 \text{ keV} < E < 12 \text{ keV}$ ,  $E > 12 \text{ keV}$ . Si parte dai vettori *Energy* (opportunamente creato) e *indice* che contengono l'energia e le posizioni di tutti gli elettroni presenti all'interno della camera del plasma dopo l'integrazione delle equazioni del moto. Per ognuno dei tre range energetici si definisce un vettore logico che restituisce 1 quando la particella si

trova all'interno di un dato range energetico, e 0 altrimenti. La somma degli elementi di questo vettore altro non è che il numero di particelle contenute in un certo range: se questo numero è uguale a zero, allora le matrici non vengono aggiornate. Viceversa si definisce un nuovo vettore di indici costituito dagli elementi di *indice* corrispondenti alle posizioni in cui il vettore logico è pari a 1. Fatto ciò si implementa l'algoritmo presentato poco sopra utilizzando questo nuovo vettore di indici.

Ricordando che in questo caso le matrici hanno dimensione ( $x_{max} = 59$ ,  $y_{max} = 59$ ,  $z_{max} = 211$ ), il risultato finale dell'implementazione è il seguente:

```

1 Energy=0.5*A_e.*mp.*(vx.^2+vy.^2+vz.^2)./1.60217733e-19;
2 indice=sub2ind(size(Dens1), round(x.*1000+30),round(y.*1000+30),round(z.*1000+121));
3
4 %primo intervallo
5 Energy1=Energy<=2000; %vettore logico
6 length_E1=sum(Energy1); % numero di particelle con energia E<=2000 eV
7 if length_E1>0
8
9     indice1=indice.*Energy1; % nuovo vettore di indici
10    for s=1:size(indice1)
11
12        if indice1(s)>0
13            K=floor((indice1(s)-1)/(59*59)+1);
14            J=floor(((indice1(s)-1)-(K-1)*59*59)/59+1);
15            I=floor((indice1(s)-1)-(K-1)*59*59-59*(J-1)+1);
16
17            Dens1(I,J,K)=Dens1(I,J,K)+1; % riempimento delle matrici
18            En1(I,J,K)=En1(I,J,K)+Energy(s);
19
20            else % se l'elemento del vettore indice e' nullo, gli elementi di matrice non
21                vengono aggiornati
22            end
23        end
24    else
25    end
26
27 %secondo intervallo
28 Energy2=Energy>2000&Energy<=12000;
29 length_E2=sum(Energy2);
30 if length_E2>0
31
32    indice2=indice.*Energy2;
33    for s=1:size(indice2)
34
35        if indice2(s)>0
36            K=floor((indice1(s)-1)/(59*59)+1);
37            J=floor(((indice1(s)-1)-(K-1)*59*59)/59+1);
38            I=floor((indice1(s)-1)-(K-1)*59*59-59*(J-1)+1);
39
40            Dens2(I,J,K)=Dens2(I,J,K)+1;
41            En2(I,J,K)=En2(I,J,K)+Energy(s);
42
43            else
44            end
45        end
46    else
47    end
48
49 %terzo intervallo
50 Energy3=Energy>12000;
51 length_E3=sum(Energy3);
52 if length_E3>0
53
54    indice3=indice.*Energy3;
55    for s=1:size(indice3)

```

```

57
58     if indice3(s)>0
59         K=floor((indice1(s)-1)/(59*59)+1);
60         J=floor(((indice1(s)-1)-(K-1)*59*59)/59+1);
61         I=floor((indice1(s)-1)-(K-1)*59*59-59*(J-1)+1);
62
63         Dens3(I,J,K)=Dens3(I,J,K)+1;
64         En3(I,J,K)=En3(I,J,K)+Energy(s);
65
66     else
67     end
68 end
69
70 else
71 end

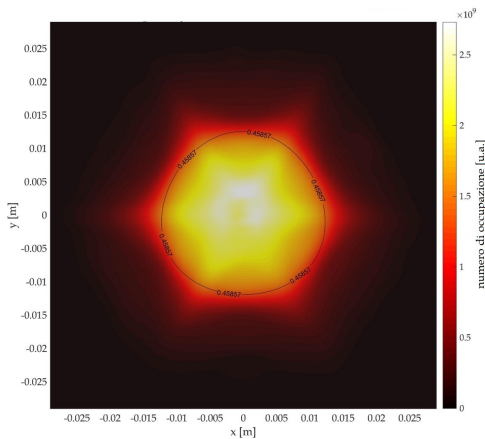
```

Dopo aver eseguito l'intero programma si è visto che l'algoritmo restituisce gli stessi risultati della routine in C e introduce dei notevoli miglioramenti: il codice non si interrompe spontaneamente in caso di indici di posizione nulli, c'è la possibilità di riempire un numero qualsiasi di matrici contemporaneamente e, soprattutto, i nuovi tempi di simulazione risultano circa un ottavo di quelli precedenti.

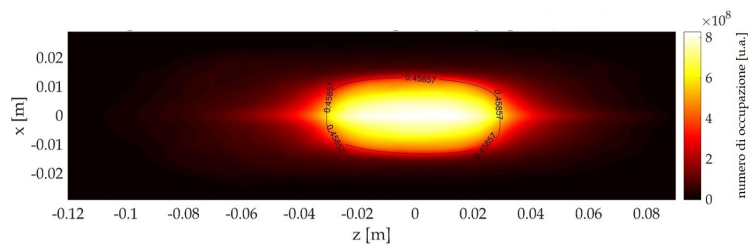
### 3.5 Analisi dei risultati

La matrice di densità restituisce direttamente la mappa del numero di occupazione degli elettroni del plasma all'interno della camera. Si può avere una visualizzazione tridimensionale della struttura del plasma andando a rappresentare le proiezioni della densità degli elettroni lungo i piani x-y e x-z.

La Figura 3.6 mostra la densità di elettroni totale: è evidente come il plasma sia ben confinato all'interno della superficie di risonanza (delineata in nero con il valore del campo magnetico alla risonanza), a riprova della cosiddetta struttura plasmoide/halo predetta teoricamente [18]. Si notano chiaramente i profili a tre punte sfasati di  $60^\circ$  formati dalle particelle che vengono perse e dovuti alla presenza del campo esapolare.



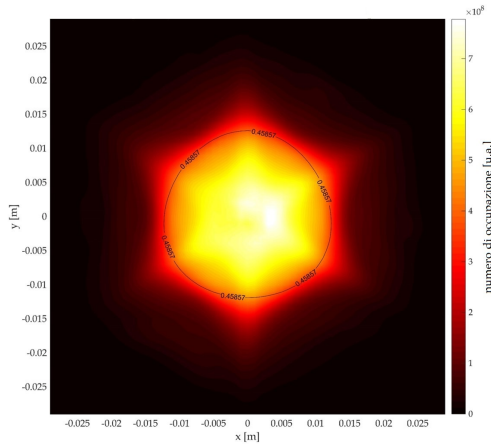
(a) Proiezione sul piano x-y della densità totale di elettroni.



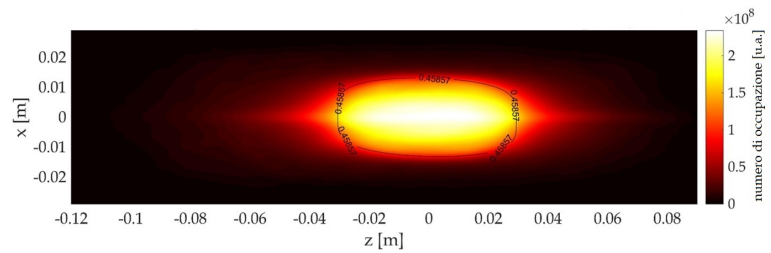
(b) Proiezione sul piano x-z della densità totale di elettroni.

Figura 3.6: Densità totale di elettroni.

Gli elettroni meno energetici si distribuiscono principalmente nel *core* del plasma, come si può notare nella Figura 3.7: questi sono quelli che contribuiscono maggiormente alla densità totale, come si evince dal valore dei numeri di occupazione della relativa matrice. La vera differenza sta nella disposizione delle “punte” che sono ruotate tra una e l’altra configurazione: in questo secondo caso, infatti, rappresentano le zone in cui si addensano gli elettroni sul plasmoide.



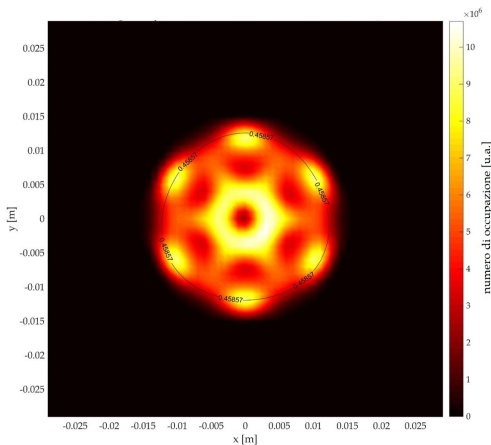
(a) Proiezione sul piano x-y della densità di elettroni tra 0 e 2 keV.



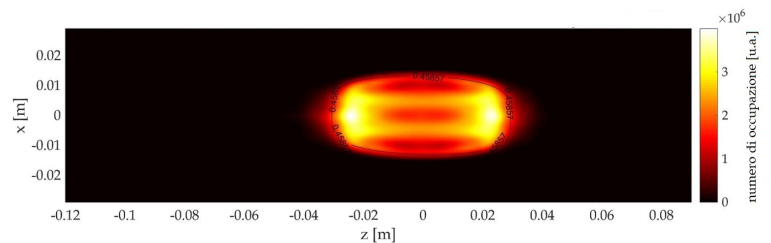
(b) Proiezione sul piano x-z della densità di elettroni tra 0 e 2 keV.

Figura 3.7: Densità di elettroni tra 0 e 2 keV.

La distribuzione degli elettroni di energia intermedia è mostrata in Figura 3.8. Questa popolazione elettronica è quella responsabile dei processi di ionizzazione o emissione di X caratteristici da parte degli ioni del plasma, infatti si distribuisce tutt’intorno alla superficie di risonanza creando una complessa struttura geometrica. La proiezione lungo il piano x-y mostra i sei *spot* corrispondenti all’accumulo di elettroni nelle zone della superficie di risonanza lontane dall’asse, mentre le zone dense centrali corrispondono all’accumulo degli stessi vicino all’asse. È importante sottolineare la natura “hollow” di questa distribuzione, come più volte emerso analizzando sperimentalmente i profili del fascio e in accordo con quanto osservato durante gli esperimenti descritti nella sezione 3.2.



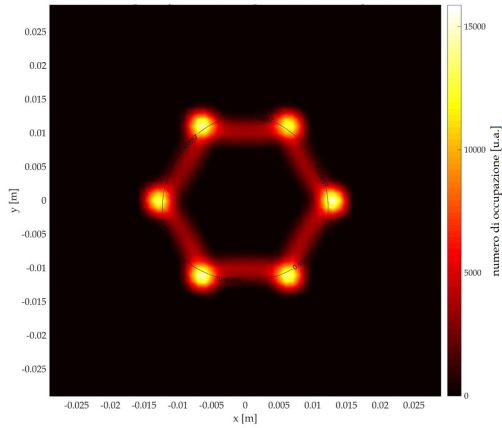
(a) Proiezione sul piano x-y della densità di elettroni tra 2 e 12 keV.



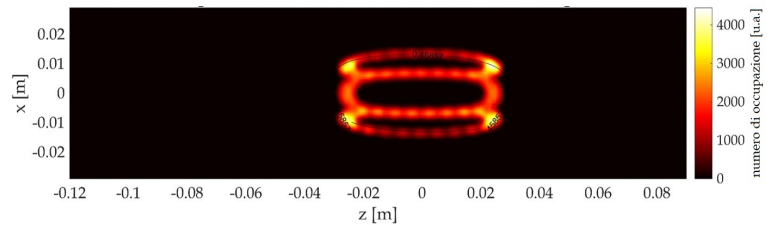
(b) Proiezione sul piano x-z della densità di elettroni tra 2 e 12 keV.

Figura 3.8: Densità di elettroni tra 2 e 12 keV.

Nella Figura 3.9 si può osservare la distribuzione della popolazione di elettroni più energetici. Questi elettroni tendono a sfuggire al confinamento magnetico, infatti la loro densità è massima in corrispondenza delle zone in cui il campo magnetico risulta inferiore, dette anche “coni di perdita”.



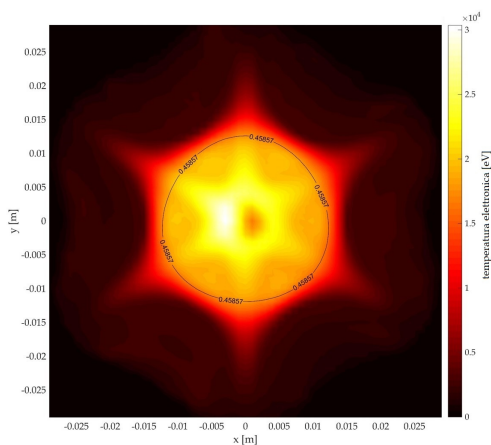
(a) Proiezione sul piano x-y della densità di elettroni oltre 12 keV.



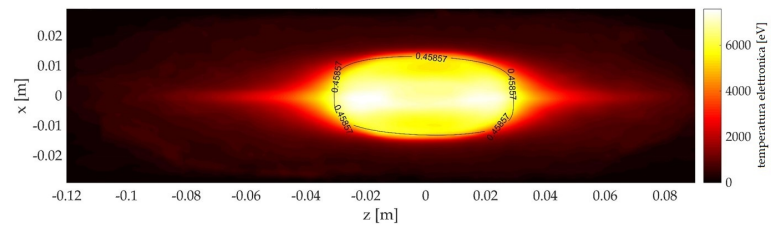
(b) Proiezione sul piano x-z della densità di elettroni oltre 12 keV.

Figura 3.9: Densità di elettroni oltre 12 keV.

La distribuzione spaziale dell'energia media viene ottenuta dividendo la mappa di energia per la mappa di occupazione: le proiezioni di queste distribuzioni, suddivise in base al range energetico, sono presentate nelle Figure 3.10, 3.11, 3.12. La popolazione con elettroni a bassa energia è quella più numerosa, mentre quella con elettroni a energia più elevata presenta il minor numero di particelle: questo si nota dalla diminuzione di statistica nelle mappe del numero di occupazione e della densità di energia, specialmente per quanto riguarda le proiezioni sul piano x-z che appaiono meno nitide per gli elettroni che ricadono negli ultimi due range energetici.



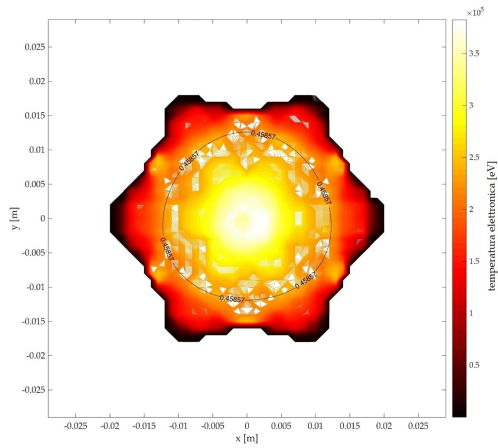
(a) Proiezione sul piano x-y della densità di energia tra 0 e 2 keV.



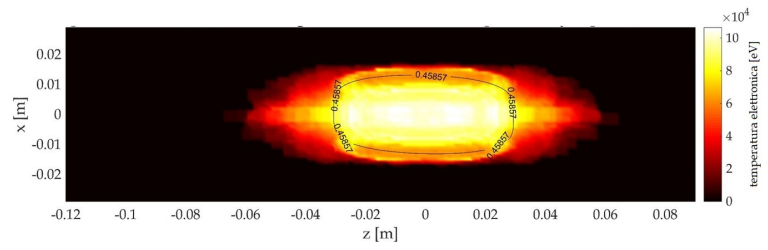
(b) Proiezione sul piano x-z della densità di energia tra 0 e 2 keV.

Figura 3.10: Densità di energia tra 0 e 2 keV.



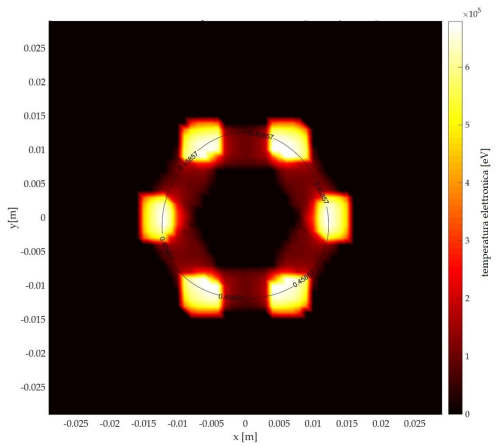


(a) Proiezione sul piano x-y della densità di energia tra 2 e 12 keV.

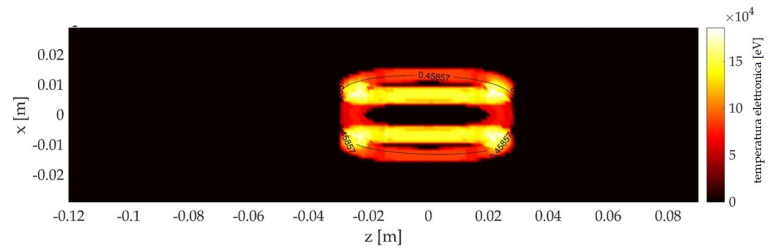


(b) Proiezione sul piano x-z della densità di energia tra 2 e 12 keV.

Figura 3.11: Densità di energia tra 2 e 12 keV.



(a) Proiezione sul piano x-y della densità di energia oltre 12 keV.



(b) Proiezione sul piano x-z della densità di energia oltre 12 keV.

Figura 3.12: Densità di energia oltre 12 keV.

La Figura 3.13, infine, permette di visualizzare le iso-superfici corrispondenti alla distribuzione spaziale delle tre popolazioni elettroniche. Si nota come gli elettroni ad energia intermedia ed elevata si addensano principalmente sulla superficie di risonanza, essendo appunto generati dal processo di risonanza ECR. Gli elettroni ad energia più bassa, i quali forniscono il contributo maggiore alla densità del plasma, si concentrano all'interno del plasmotide, ma sono molto diffusi anche nella regione esterna.

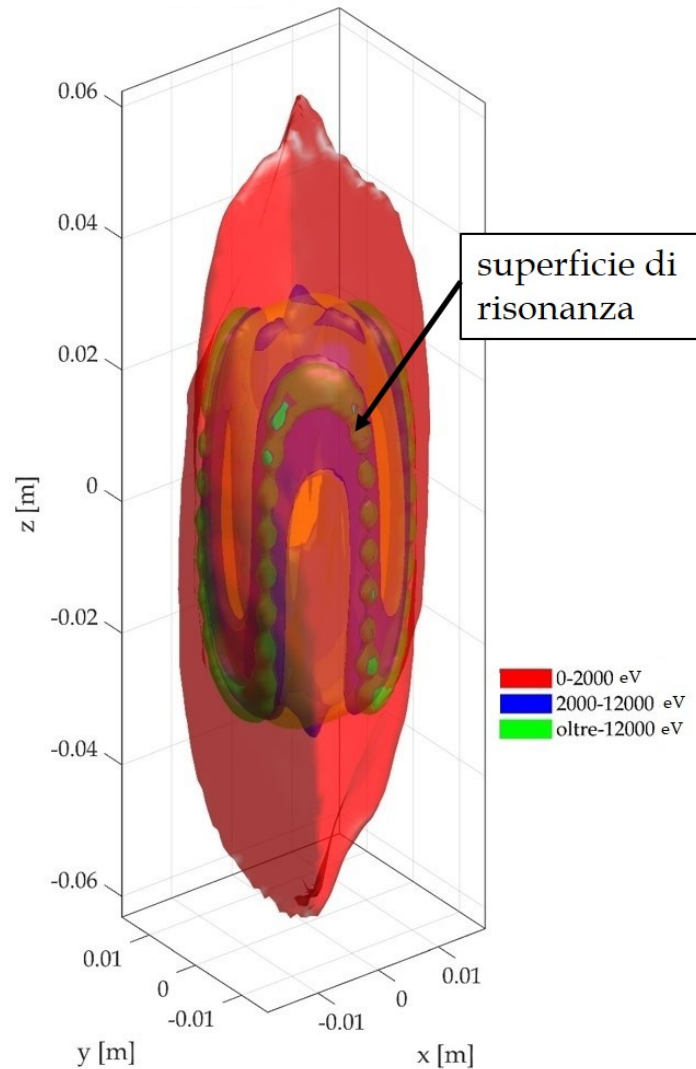


Figura 3.13: Distribuzione degli elettroni: iso-superfici.

# Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stata analizzata nel dettaglio la fisica che sta alla base del funzionamento di una sorgente ECR. È stata posta particolare attenzione sulla configurazione magnetica che consente il confinamento del plasma all'interno della camera e sull'interazione tra le onde elettromagnetiche iniettate e gli elettroni del plasma, andando a descrivere il processo di risonanza per mezzo del quale avviene la creazione di ioni positivi a stato di carica medio-alto. Le simulazioni numeriche sono uno strumento efficace per ottenere una conoscenza più completa e approfondita della distribuzione spaziale ed energetica degli elettroni del plasma e come questa si modifica al variare della frequenza delle microonde immesse. Il lavoro di tesi si è basato sull'ottimizzazione di un codice preesistente, creato da un gruppo di esperti dei LNL e dei LNS, che svolgeva questo lavoro, ma nel quale il riempimento delle matrici veniva eseguito da una funzione che presentava alcune problematiche. In particolar modo è stata elaborata una routine *ad hoc*, in sostituzione della suddetta funzione, che ha comportato una sensibile riduzione del tempo di simulazione e, soprattutto, la possibilità di eseguire questo tipo di analisi per una qualsiasi grandezza relativa al plasma che si vuole studiare, poiché permette il riempimento di più matrici contemporaneamente. Le immagini illustrate nella sezione 3.5 dimostrano come tale routine sia in grado di predire le zone di addensamento dei cosiddetti elettroni *warm* per una data frequenza di eccitazione, il che la rende adatta non solo a determinare se una data frequenza è in grado di produrre ionizzazioni in quelle parti della superficie di risonanza che ottimizzano poi l'estrazione del fascio, ma anche al confronto dell'effetto di due frequenze diverse, o dell'utilizzo di due frequenze contemporaneamente.

In prospettiva futura, la routine verrà utilizzata per analizzare range energetici più finemente suddivisi, in modo da poter poi valutare l'emissione delle righe K dell'argon in ognuno di essi tramite i valori puntuali di densità e temperatura, ed ottenere una mappa di "generazione X" direttamente correlabile alle immagini acquisite durante l'esperimento descritto nel paragrafo 3.2. Tale mappa è il risultato del calcolo dei raggi X emessi per unità di tempo e di volume: il prodotto tra densità elettronica, sezione d'urto e velocità del singolo elettrone fornisce il rate temporale di emissione X, il quale viene poi ulteriormente moltiplicato per la densità ionica in modo da stimare quanti raggi X vengono emessi per unità di tempo e di volume o, nel nostro caso, nella singola celletta del dominio. La densità elettronica ( $n_e$ ) e la velocità sono fornite direttamente dal codice, mentre per la densità ionica si può imporre la condizione di "quasi neutralità" del plasma, ovvero  $n_i = n_e$ .



# Ringraziamenti

Il ringraziamento più grande va senza dubbio ai miei genitori, Chiara e Giorgio, senza i quali non sarei mai potuto arrivare fino a qui. Oltre ad avermi sempre sostenuto durante tutto il mio percorso scolastico, tre anni fa mi hanno dato la possibilità di venire a studiare a Padova perché sapevano che sarebbe stata la decisione migliore per me: questo lavoro è anche il frutto di tutti i loro sacrifici di cui sono estremamente grato e spero che possano essere orgogliosi di me.

Ci sono poi i miei fratelli, Paolo e Silvia, che sono stati fondamentali in questi anni per aiutarmi a “non prendermi troppo sul serio”: per mezzo di nomignoli stravaganti ed esclamazioni spagnolescanti non mi hanno mai fatto smettere di ridere e mi hanno regalato quella leggerezza necessaria ad affrontare ogni impegno.

Un ringraziamento particolare è dedicato a Sofia, la quale mi sopporta e mi supporta da un anno e mezzo a questa parte. Insieme abbiamo condiviso questo percorso universitario, gioendo per i successi, consolandoci e supportandoci nei momenti di difficoltà, e sono sicuro che molto altro ci aspetterà nel futuro.

Grazie a tutti i miei nonni, ma soprattutto a Lina, la quale mi telefona puntualmente una volta alla settimana per sapere come sto, e ad Enrico, una delle persone per cui ho maggior stima e per il quale io sono soprannominato “l’est”.

Non possono poi mancare Rugiada, Gloria ed Andrea, decisamente più che compagni di studio e di lezioni: tra colazioni, pause caffè, gelati o panzerotti siamo sempre riusciti a trovare del tempo per ridere e scherzare in compagnia.

Un sentito grazie al prof. Marco Mazzocco per avermi seguito in questo lavoro, specialmente nella fase finale quando il momento della consegna si avvicinava, per avermi motivato durante tutto l’ultimo semestre e per avermi fatto scoprire il mondo dei Laboratori Nazionali di Legnaro.

Infine sono profondamente riconoscente al dr. Alessio Galatà, il mio relatore di fatto ma non di nome. Nonostante i numerosi impegni e le numerose responsabilità è riuscito a dedicarmi del tempo durante tutti i mesi passati ad elaborare l’algoritmo e poi a scrivere la tesi. Non è stato facile per me, ma non lo è sicuramente stato neanche per lui: per questo non mi resta che dire “grazie Alessio!”.



# Bibliografia

- [1] A. Galatà et al. «Progresses in the installation of the SPES-Charge Breeder beam line». In: *Journal of Instrumentation* 13.12 (2018), p. C12009.
- [2] R. Geller. *Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas*. IOP, Bristol, UK, 1996.
- [3] F. F. Chen. *Introduction to plasma physics and controlled fusion*. Vol. 1. Springer, 1984.
- [4] A. Galatà. *Physics and technology of the SPES-charge breeder*. PhD thesis, Università degli Studi di Ferrara, 2015.
- [5] F. Maimone. *Investigation on the Microwave-based techniques to improve the performances of the Electron Cyclotron Resonance Ion Sources*. PhD thesis, Università degli Studi di Catania, A.A. 2010-2011.
- [6] S. Barbarino. *Appunti di campi elettromagnetici*. 2006.
- [7] A. Galatà. *Studio dei plasmi generati da microonde in sorgenti di ioni*. Masters thesis, Università degli Studi di Catania, A.A. 2002-2003.
- [8] D. Mascali. *A new approach to the study of the ECR heating and particle dynamics in the plasma of electron cyclotron resonance ion sources*. PhD thesis, Università degli Studi di Catania, 2009.
- [9] Z.Q. Xie e C. M. Lyneis. «Two-frequency plasma heating in a high charge state electron cyclotron resonance ion source». In: *Review of scientific instruments* 66.8 (1995), pp. 4218–4221.
- [10] S. Gammino. «Production of high-intensity, highly charged ions». In: *arXiv preprint arXiv:1410.7974* (2014).
- [11] L. Celona et al. «Analysis of the SERSE Ion Output by Using Klystron-based or TWT-based Microwave generators». In: *AIP Conference Proceedings*. Vol. 749. 1. AIP. 2005, pp. 99–102.
- [12] A. Galatà et al. «Numerical simulations of magnetically confined plasmas». In: *Journal of Instrumentation* 13.11 (2018), p. C11013.
- [13] A. Galatà et al. «A new numerical description of the interaction of an ion beam with a magnetized plasma in an ECR-based charge breeding device». In: *Plasma Sources Science and Technology* 25.4 (2016), p. 045007.
- [14] S. Biri, R. Rácz e J. Pálinkás. «Status and special features of the Atomki ECR ion source». In: *Review of Scientific Instruments* 83.2 (2012), 02A341.
- [15] R. Rácz et al. «Electron cyclotron resonance ion source plasma characterization by energy dispersive x-ray imaging». In: *Plasma Sources Science and Technology* 26.7 (2017), p. 075011.
- [16] <https://www.particleinCELL.com/2011/vxb-rotation/>.
- [17] W.M. Manheimer, M. Lampe e G. Joyce. «Langevin representation of Coulomb collisions in PIC simulations». In: *Journal of Computational Physics* 138.2 (1997), pp. 563–584.
- [18] A.A. Ivanov e K. Wiesemann. «Ion confinement in electron cyclotron resonance ion sources (ECRIS): importance of nonlinear plasma-wave interaction». In: *IEEE Transactions on Plasma Science* 33.6 (2005), pp. 1743–1762.