

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE

**CORSO DI LAUREA IN SCIENZE STATISTICHE, ECONOMICHE,
FINANZIARIE ED AZIENDALI**

TESI DI LAUREA

“Previsione di Prezzi nel Mercato Elettrico: Modelli e Applicazioni”

Relatore: Prof. Silvano Bordignon

Laureando: Alessia Barban

A.A. 2006-2007

INDICE

Sommario	5
INTRODUZIONE	6
Capitolo 1 IL MERCATO ELETTRICO	9
1.1 Fornitura del servizio dell'energia elettrica	9
1.2 La liberalizzazione	10
1.3 Il marketplace	10
1.4 La struttura del mercato	12
1.5 Prodotti negoziati	12
1.6 Caratteristiche dei prezzi elettrici.....	13
Capitolo 2 CLASSI DI MODELLI PER LA PREVISIONE DEI PREZZI DELL'ELETTRICITA'	15
2.1 Modelli ARMA	15
2.2 Modelli ARMAX	16
2.3 Modelli autoregressivi GARCH -.....	17
2.4 Modelli a cambiamento di regime: modello TAR.....	17
2.5 Reti neurali	19
Capitolo 3 I DATI.....	23
Capitolo 4 COSTRUZIONE DEI MODELLI.....	27
4.1 Modelli Lineari.....	27
4.2 Modelli Non Lineari	30

4.3	Approssimazioni di funzioni non lineari.....	34
Capitolo 5	RISULTATI DELLA PREVISIONE	37
5.1	Misure degli errori di previsione.....	37
5.2	Previsioni puntuali	38
5.2.1	Modelli lineari	38
5.2.2	Modelli non lineari	50
5.2.3	Modelli non parametrici: Reti Neurali	54
5.3	Previsioni intervallari	60
Capitolo 6	CONCLUSIONI	63
Bibliografia.....		65

Sommario

Nel presente lavoro viene effettuato un confronto empirico delle performance di previsione puntuale e intervallare di breve termine tra differenti modelli, sia in periodi di normalità, sia in situazioni di estrema volatilità. In particolare sono stati utilizzati modelli AR/ARX, AR/ARX-GARCH, TAR e reti neurali allo scopo di prevedere prezzi nel mercato elettrico liberalizzato della California (California Power Exchange). È stato verificato che: (i) le previsioni puntuali migliori si ottengono con modelli lineari ARX; (ii) una componente GARCH migliora le previsioni intervallari, ma generalmente non migliora quelle puntuali, come atteso; (iii) con i modelli TAR non si ottengono risultati soddisfacenti; (iv) le reti neurali non riescono a migliorare ulteriormente le previsioni puntuali.

INTRODUZIONE

Negli ultimi decenni la liberalizzazione e l'introduzione di una componente competitiva hanno fatto emergere un nuovo scenario per i partecipanti ai mercati elettrici. La volatilità dei prezzi ha portato produttori e consumatori a proteggersi dai movimenti dei prezzi stessi. Tutto ciò ha portato alla conduzione di ricerche per modellare e prevedere i prezzi dell'elettricità. Le soluzioni proposte fino ad ora possono essere classificate o in termini di orizzonti temporali di previsione o in termini di metodologia applicata.

Il principale obiettivo delle previsioni a lungo termine è l'analisi e la pianificazione della profittabilità degli investimenti, così come determinare i futuri siti o risorse degli impianti di energia. Le previsioni a medio termine, o ad orizzonti temporali mensili, sono generalmente preferite per calcoli sul bilancio e per il risk management; nella maggior parte dei casi essi si concentrano sulle distribuzioni dei prezzi futuri in un dato intervallo temporale. Infine le previsioni a breve termine trovano applicazione nei mercati elettrici in cui i protagonisti partecipano ad aste ed esprimono le offerte in termini di prezzo e quantità (esempi di questi mercati sono la Scandinavia, la Spagna, la California prima del crollo della borsa elettrica, la Polonia). In tali mercati gli ordini di acquisto (ordini di vendita) sono accettati con lo scopo di accrescere (diminuire) i prezzi finché si incontra la domanda (offerta) totale. Di conseguenza un generatore in grado di prevedere i prezzi spot può gestire la produzione dell'energia elettrica, massimizzando così i suoi profitti. Le previsioni di breve periodo sono l'argomento di questo studio.

Le metodologie applicate nella modellazione dei prezzi possono variare molto. Weron (2006) individua le seguenti classi:

- modelli *production-cost* (o *cost-based*): simulano le operazioni di generazione di unità con lo scopo di soddisfare la domanda al costo minimo; hanno la capacità di prevedere i prezzi ora per ora, ma non tengono conto delle pratiche strategiche con le quali sono generate le offerte (non si adattano ai mercati competitivi presenti oggi);

- modelli basati sulla *teoria dei giochi*: sono una generalizzazione dei modelli precedenti, ma non vengono utilizzati quando sono necessarie conclusioni quantitative;
- modelli *fondamentali* (o *strutturali*): descrivono le dinamiche dei prezzi modellando l'impatto di importanti fattori fisici ed economici sui prezzi dell'elettricità; sono adatti per ottenere previsioni a medio termine piuttosto che a breve termine;
- modelli *quantitativi* (*stocastici, econometrici, a forma ridotta*) e modelli *statistici*: i primi tengono conto delle proprietà economiche e statistiche dei prezzi dell'elettricità nel tempo e sono utilizzati su scala giornaliera o mensile; i secondi trovano il modello ottimale per i prezzi dell'elettricità in termini di capacità di previsione. Possono essere utilizzate tecniche parametriche, nelle quali sono noti i parametri da stimare, oppure tecniche *non parametriche*, nelle quali i processi di prezzo sono modellati attraverso strumenti non parametrici (ad esempio le reti neurali).

Nel seguente lavoro vengono utilizzati alcune classi di modelli appartenenti alle ultime due metodologie descritte. Solitamente non viene usato un approccio statistico per ottenere previsioni nei mercati finanziari, ma nei mercati elettrici questi metodi possono risultare vantaggiosi per la presenza di stagionalità che si manifesta nei periodi di calma. Questa caratteristica rende i prezzi più prevedibili rispetto alle attività finanziarie, che fluttuano in modo molto casuale.

In questa tesi si è scelto di studiare un sottogruppo di metodi statistici: modelli lineari e modelli non lineari; inoltre è stata valutata l'accuratezza in termini di previsioni puntuali e intervallari. E' stata poi implementata anche la tecnica delle reti neurali, che rientra nella classe di approssimazioni di funzioni non lineari. Lo scopo principale del lavoro è il confronto empirico dei modelli in termini di performance di previsioni durante periodi di normalità e periodi di estrema volatilità.

La tesi è strutturata come segue.

Nel Capitolo 1 sono descritti brevemente l'organizzazione ed il funzionamento del mercato elettrico. Nel Capitolo 2 vengono discussi gli approcci per modellare prezzi spot dell'elettricità. Vengono presentati modelli lineari autoregressivi (AR) seguiti da una loro estensione che prevede l'utilizzo di variabili esogene (ARX). Poiché i residui

dei modelli lineari tipicamente esibiscono eteroschedasticità, vengono introdotti anche modelli AR-GARCH e ARX-GARCH. Data la natura non lineare dei prezzi dell'elettricità sono stati valutati modelli a cambiamento di regime. Infine è stata utilizzata una tecnica non parametrica attraverso il metodo delle reti neurali. I capitoli 3 e 4 trattano rispettivamente il dataset e i modelli implementati. Nel capitolo 5 si trovano i risultati empirici di previsione. Il capitolo 6 conclude il lavoro presentato con un'analisi dei risultati ottenuti.

I modelli AR, ARX, AR-GARCH, ARX-GARCH sono stati implementati utilizzando il software statistico EViews4, i modelli SETAR utilizzando SPlus+FinMetrics ed infine il metodo delle reti neurali utilizzando R (libreria nnet).

Capitolo 1

IL MERCATO ELETTRICO

1.1 Fornitura del servizio dell'energia elettrica

Prima di spiegare in cosa consiste un mercato elettrico è necessario analizzare ogni fase della fornitura del servizio dell'energia elettrica. Essa infatti consiste in cinque azioni distinte: generazione, dispacciamento, trasmissione, distribuzione e vendita.

Generazione: consiste nella produzione di energia elettrica mediante la trasformazione di fonti primarie.

Dispacciamento: è la determinazione istante per istante dell'insieme di impianti di generazione che devono immettere energia elettrica nella rete. Tale funzione è necessaria a causa della non accumulabilità dell'energia elettrica e della variabilità della domanda nel tempo.

Trasmissione: consiste nel trasporto dell'energia elettrica per coprire lunghe distanze su una rete ad alta tensione.

Distribuzione: è il trasporto dell'energia elettrica fino alla sede degli utenti, usualmente mediante reti a più bassa tensione.

Vendita: è l'attività commerciale consistente nell'offerta del servizio elettrico agli utenti finali.

Fino ad una ventina di anni fa, prima che venisse attuato un processo di liberalizzazione, tutte le fasi erano gestite da un'unica soluzione di monopolio.

1.2 La liberalizzazione

Nelle ultime due decadi un numero consistente di paesi ha deciso di intraprendere il percorso della liberalizzazione dei mercati. Le motivazioni ideologiche e politiche che accomunano i diversi paesi sono:

- promuovere l'efficienza in termini di guadagni,
- stimolare innovazioni tecnologiche,
- motivare investimenti efficienti.

Il primo paese a liberalizzare il mercato dell'energia elettrica fu il Cile nel 1986, seguito nel 1990 dal dipartimento britannico per l'energia; inizialmente il mercato includeva solo Inghilterra e Galles, ma nel 2005 ad essi si unì anche la Scozia. Nel 1992 aprì il mercato nordico (Nordic market) composto inizialmente dalla Norvegia, alla quale si aggiunsero Svezia, Finlandia e Danimarca. Nel 1998 aprì anche il mercato australiano ANEM (Australian National Electricity Market) e nello stesso periodo anche la Nuova Zelanda diede inizio ad una riforma del settore elettrico. Nel Nord America un numero di mercati del Nord-Est cominciò ad operare alla fine degli anni Novanta. Seguirono California nel 1998 e Texas e Canada nel 2001.

Il numero di mercati elettrici liberalizzati continua a crescere in tutto il mondo, ma il trend più evidente si può notare in Europa. La liberalizzazione iniziò nell'Unione Europea nel 1997 con la Direttiva 96/92/EC. La borsa elettrica italiana ne è un esempio, è nata l'1 aprile del 2004.

1.3 Il marketplace

La liberalizzazione nel settore dell'energia ha creato la necessità di mercati organizzati ad un livello di vendita all'ingrosso. Sono emerse due principali tipologie di mercato: *power pools* e *power exchange*. Le differenze tra i due possono essere spiegate attraverso due criteri: iniziativa e partecipazione. La Figura 1.1 mostra tali tipologie di mercato.

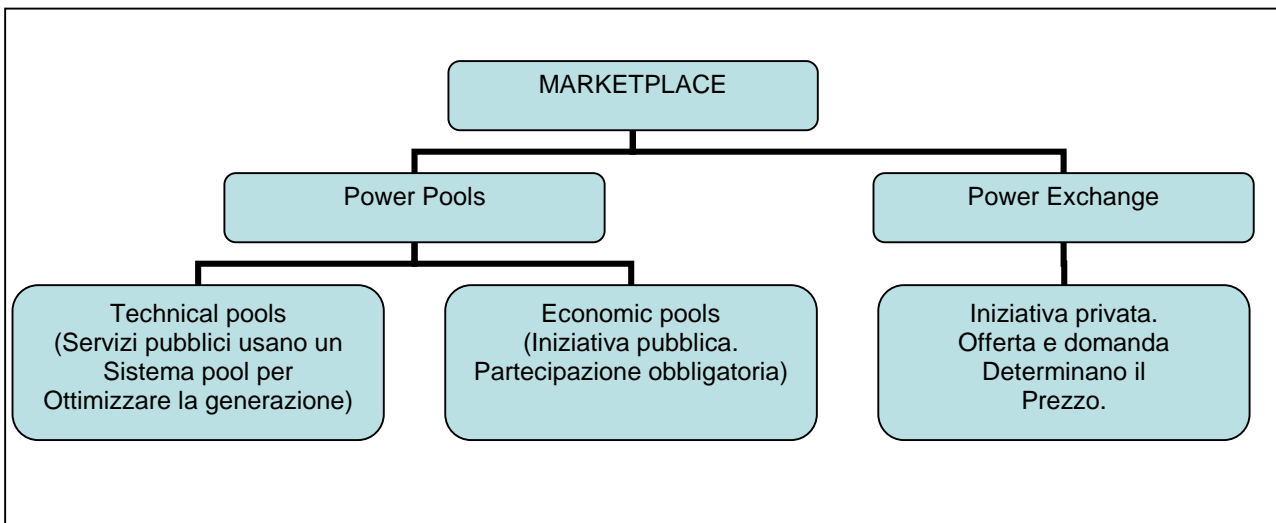


Figura 1.1: Tipologie di mercato per l'elettricità

Il Power Exchange (PX) è comunemente avviato da un'iniziativa privata, per esempio da un coordinamento tra generatori, distributori e operatori. La maggior parte dei recenti mercati sviluppatasi in Europa si basa su tale modello. I partecipanti al mercato possono essere generatori, compagnie di distribuzione, operatori e consumatori di largo consumo; la partecipazione nello scambio è volontaria. Tuttavia esistono alcune eccezioni. Ad esempio nel California Power Exchange (CalPX) la partecipazione al mercato era obbligatoria per i primi anni di operazioni allo scopo di sviluppare liquidità.

Il ruolo di un Power Exchange è unire la domanda e l'offerta di elettricità per determinare un market clearing price (MCP) che viene annunciato pubblicamente. Generalmente il MCP non è stabilito su basi continue, ma piuttosto sulla base di un'asta bilaterale condotta una volta per giorno. Esso è dato dall'intersezione della curva di domanda e della curva di offerta. Compratori e fornitori presentano proposte e offerte per ogni ora del giorno successivo e ogni MCP orario è stabilito in modo che ci sia equilibrio tra offerta e domanda. In un'asta *uniform-price* i compratori con offerte (bid) maggiori o uguali al clearing price pagano quel prezzo, e ai fornitori con offerte (offer) minori o uguali al clearing price viene pagato quello stesso prezzo. Invece in un'asta *pay-as-bid* ad un fornitore sarà pagato esattamente il prezzo che propone per la quantità trattata. Questo porta al problema di "denaro extra" pagato dai compratori, ma non pagato dai fornitori. Invece in un'asta *uniform-price* il prezzo pagato dai compratori è esattamente uguale al prezzo proposto dai fornitori. La lista

dei pro e dei contro di ciascun metodo è molto lunga e la scelta non è mai ovvia. Tuttavia la maggior parte dei mercati ha adottato un'asta di tipo uniform-price. La Gran Bretagna è una delle poche eccezioni.

1.3 La struttura del mercato

Il Market Clearing Price (MCP) è comunemente noto come spot price. Il mercato spot dell'elettricità è un mercato un giorno in avanti le cui operazioni terminano il giorno che precede la distribuzione. Ricordiamo che per gli asset finanziari e le maggiori commodity il termine spot definisce un mercato per la distribuzione immediata e transazioni finanziarie fino a due giorni dopo. Perciò un classico mercato spot non sarebbe possibile per l'elettricità, poiché l'*operatore del sistema di trasmissione* (TSO) richiede preavviso per verificare che il programma sia attuabile e che vengano rispettati i limiti di trasmissione.

Per orizzonti temporali molto brevi prima della distribuzione, il TSO opera nel *balancing market*, o mercato in tempo reale. Questo mercato tecnico è usato per stabilire il prezzo nel caso siano presenti deviazioni nella domanda o nell'offerta dai contratti a lungo termine. Il TSO deve essere quindi in grado di richiamare produzione extra con scarso preavviso, poiché le deviazioni devono essere corrette in pochi minuti, o anche secondi, per assicurare fisicamente la distribuzione e per mantenere l'equilibrio nel sistema. I mercati spot e i mercati balancing si occupano di diversi propositi e sono complementari.

1.5 Prodotti negoziati

La mercificazione dell'elettricità ha portato allo sviluppo di diversi tipi di contratti per la sua commercializzazione. Questi contratti possono essere venduti in transazioni bilaterali o all'interno di mercati organizzati. Essi possono essere contratti fisici (per la consegna) o finanziari (per copertura o speculazioni). Tutti i contratti condividono quattro caratteristiche: periodo di consegna, località di consegna, quantità e prezzo. Altre caratteristiche hanno un alto livello di varietà.

I contratti fisici possono essere a lungo termine o spot (ad esempio a breve termine). Poiché l'elettricità non può essere immagazzinata, questa serie di contratti è

necessaria per mantenere offerta e domanda in equilibrio. I partecipanti al mercato richiedono contratti giornalieri, o anche orari, per soddisfare il consumo variabile di energia elettrica.

1.6 Caratteristiche dei prezzi elettrici

La componente principale che influenza il processo di formazione del prezzo nei mercati spot all'ingrosso è la natura istantanea del prodotto. Le leggi fisiche che regolano l'erogazione dell'energia attraverso una rete di trasmissione, richiedono equilibrio energetico tra l'immissione di energia nei punti di generazione e l'emissione nei punti di domanda. Attraverso la rete, produzione e consumo sono perfettamente sincronizzati, senza alcuna possibilità di immagazzinamento. Se i due escono dalla situazione di equilibrio, anche solo per un momento, la frequenza e il voltaggio dell'energia fluttuano. Inoltre i consumatori finali utilizzano questo prodotto come una commodity, provocando un'elasticità di domanda di breve termine. Il compito dell'operatore di rete è quindi monitorare continuamente il processo di formazione della domanda e di richiedere quei generatori che hanno i requisiti tecnici per rispondere velocemente ad eventuali fluttuazioni.

La maggior parte dei mercati spot dell'elettricità è definita su intervalli orari; è dunque chiaro che nell'arco di una giornata e nell'arco dell'anno viene utilizzata una vasta gamma di impianti, definendo così i prezzi nei diversi intervalli.

Le caratteristiche tipiche dei prezzi spot dell'elettricità sono:

- stagionalità;
- mean-reversion;
- volatilità;
- presenza di jumps.

Si analizzano tali caratteristiche una alla volta.

Stagionalità: la domanda di elettricità è fortemente influenzata da attività economiche e di business e dalle condizioni climatiche e atmosferiche. Possono esserci quindi diverse tipologie di stagionalità nei dati: stagionalità intragiornaliera, settimanale e mensile. Per tenere conto di tali stagionalità si ricorre all'utilizzo di procedure ad hoc.

Mean reversion: in letteratura vi sono due possibili spiegazioni. Da un lato poiché l'aumento della domanda provoca un aumento dei prezzi, aumentando gli incentivi economici dei generatori più costosi ad entrare nel lato dell'offerta del sistema, sembra naturale aspettarsi qualche grado di mean-reversion nell'evoluzione dei prezzi. Dall'altro lato invece, si considera il clima come un fattore dominante che influenza l'equilibrio dei prezzi attraverso variazioni nella domanda. Dal momento che l'evoluzione della variabile "tempo" è un processo ciclico e mean-reverting, questa tendenza a tornare al livello medio condiziona la domanda e di conseguenza anche i prezzi di equilibrio.

Volatilità: ci sono diversi elementi che spiegano l'elevata volatilità dei prezzi dell'elettricità. Probabilmente il più importante è l'impossibilità di immagazzinare l'energia elettrica: essa infatti non può essere immagazzinata in modo diretto e la produzione e il consumo devono essere continuamente bilanciati. Inoltre particolari caratteristiche della domanda e dell'offerta giocano un ruolo importante nelle dinamiche della volatilità. La domanda di elettricità infatti è altamente inelastica in quanto è un bene necessario e anche altamente dipendente dal fattore atmosferico. Dalla parte dell'offerta, invece, i generatori possono offrire solo determinate quantità di energia (in base alla loro capacità) e con costi marginali diversi. L'approccio più utilizzato per tener conto e per modellare la volatilità dei prezzi è quello che si basa sul modello GARCH e relative estensioni (Escribano et al. 2002, Bunn et al. 2003).

Presenza di jumps: i jumps sono movimenti repentini dei prezzi verso l'alto o verso il basso. Si possono vedere da un'analisi grafica dei prezzi. La caratteristica principale dei jumps è l'istantaneità, e cioè una volta raggiunto il picco, il prezzo ritorna rapidamente al livello precedente. Ciò avviene perché estreme fluttuazioni del carico (causate da straordinarie condizioni atmosferiche e/o problemi tecnici connessi alla generazione e alla trasmissione) inducono improvvise variazioni di prezzo.

In letteratura sono stati sviluppati modelli ad hoc per catturare questo comportamento dei prezzi. Il metodo più utilizzato è l'introduzione di un modello di Poisson in un modello *jump-diffusion*.

Capitolo 2

CLASSI DI MODELLI PER LA PREVISIONE DEI PREZZI DELL'ELETTRICITA'

2.1 Modelli ARMA

I modelli autoregressivi a media mobile (ARMA) rappresentano delle soluzioni parsimoniose per descrivere la struttura di dipendenze (lineari) relative ad un dato fenomeno (vedi Tsay(2005), Wei(2006)). Nel modello ARMA(p,q) il valore corrente di un processo, ad esempio il prezzo, P_t , è espresso linearmente in termini dei suoi p passati valori (parte autoregressiva) e in termini dei q precedenti valori del rumore (parte a media mobile):

$$\phi(B)P_t = \theta(B)\varepsilon_t,$$

dove:

- B è l'operatore ritardo ($B^h P_t = P_{t-h}$)
- $\phi(B) = 1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_p B^p$
- $\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$
- $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ sono i coefficienti del polinomio autoregressivo
- $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ sono i coefficienti del polinomio a media mobile
- ε_t è il rumore i.i.d. con media zero e varianza finita.

Per q pari a zero, otteniamo il modello autoregressiva AR(p).

Per p pari a zero, otteniamo il modello a media mobile MA(q).

Il modello ARMA è utilizzabile se la serie temporale in esame presenta stazionarietà in senso debole. Qualora la serie non presenti stazionarietà, si deve ricorrere ad una trasformazione che la renda stazionaria. In caso di non stazionarietà in media, una trasformazione possibile è rappresentata dalla differenza. In questo caso il modello è conosciuto come ARIMA(p,d,q), e cioè:

$$\phi(B) (1-B)^d P_t = \theta(B) \varepsilon_t.$$

In caso di non stazionarietà in varianza, quando la varianza di un processo cambia secondo un relazione del tipo $\text{Var}(Y_t) = cf(\mu_t)$, dove c è una costante e f una funzione positiva, si può ricorrere alla trasformazione introdotta da Box and Cox (1964):

$$T(Y_t) = Y_t^{(\lambda)} = (Z_t^\lambda - 1)/\lambda.$$

Inoltre molte serie storiche contengono un fenomeno stagionale che si ripete dopo un regolare periodo di tempo. Il più piccolo periodo di tempo per questo fenomeno che si ripete nel tempo è chiamato periodo stagionale. La componente stagionale può essere del tipo deterministico e indipendente dalle alle altre componenti non stagionali. Altre volte invece, la componente stagionale può essere stocastica e correlata con le componenti non stagionali. In tal caso si può ricorrere ad un'estensione del modello ARIMA, e cioè al modello SARIMA (Seasonal ARIMA model).

2.2 Modelli ARMAX

I modelli ARMA tengono conto esclusivamente del processo in esame e dei valori passati di tale processo e non usano l'informazione contenuta in altre serie temporali pertinenti. Ad esempio nel nostro caso, potrebbe risultare informativo tener conto della serie temporale dei carichi richiesti di energia elettrica o delle variazioni climatiche per spiegare l'andamento della serie temporale dei prezzi dell'energia elettrica. Per catturare accuratamente le relazioni tra prezzi e carichi o variabili climatiche, può essere usato un modello autoregressivo a media mobile con variabili esogene (ARMAX). Il modello $\text{ARMAX}(p, q, r_1, \dots, r_k)$ può essere scritto come:

$$\phi(B)P_t = \theta(B)\varepsilon_t + \sum_{i=1}^k \psi^i(B)v_t^i,$$

dove:

- v_t^i è il fattore esogeno i -esimo (ad esempio il carico di energia richiesto, la temperatura, la disponibilità degli impianti di energia);

• $\psi^i(B) = \psi_0^i + \psi_1^i B + \dots + \psi_{r_i}^i B^{r_i}$ è il polinomio caratteristico in B del fattore v_t di grado r_i .

L'introduzione di variabili esogene dovrebbe migliorare le previsioni di breve termine.

2.3 Modelli autoregressivi GARCH

I modelli ARMA e ARMAX assumono l'ipotesi di omoschedasticità. Da un punto di vista empirico, i prezzi spot dell'elettricità presentano dinamiche non lineari, ad esempio la forte dipendenza della variabilità delle serie al proprio passato. Ciò comporta una varianza condizionale non costante (Wei(2005), Gallo Pacini(2002)).

Per risolvere il problema di eteroschedasticità si può usare il modello autoregressivo condizionale eteroschedastico generalizzato GARCH(p, q). In tale modello la varianza condizionale dipende dai valori passati della serie temporale e da una media mobile delle passate varianze condizionali:

$$h_t = \varepsilon_t \sigma_t, \quad \text{con} \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q b_j \sigma_{t-j}^2$$

dove:

- $\{\varepsilon_t\}$ è una sequenza iid con media 0 e varianza 1;
- $\alpha_i, b_j \geq 0$ e $\alpha_i > 0$ per assicurare che la varianza condizionale sia strettamente positiva.

I modelli GARCH diventano particolarmente interessanti quando si vogliono ottenere previsioni intervallari per i prezzi spot dell'elettricità.

2.4 Modelli a cambiamento di regime: modello TAR

La presenza di picchi nell'andamento generale dei prezzi spot dell'elettricità suggerisce la presenza di meccanismi non lineari, in particolare la presenza di cambiamenti di regime tra stati di normalità e stati a prezzi elevati. Tali processi

quindi dovrebbero essere inclini ad una modellazione a cambiamento di regime. Il modello non lineare utilizzato è il Self Exciting Threshold Autoregressive (SETAR) Model. Esso usa componenti di modelli lineari per ottenere una migliore approssimazione della media condizionale dell'equazione (Wei(2005)). Il modello SETAR assume che il regime è specificato dal valore di una variabile soglia v_t rispetto ad un valore soglia T :

$$\begin{cases} \phi_1(B)P_t = \varepsilon_t, & v_t \geq T, \\ \phi_2(B)P_t = \varepsilon_t, & v_t < T, \end{cases}$$

dove:

- $\phi_i(B)$ sta per $\phi_i(B) = 1 - \phi_{i,1}B - \dots - \phi_{i,p}B^p$, $i=1,2$;
- B è l'operatore ritardo;
- v_t è una variabile ritardata di P : P_{t-d} , e d è chiamato ritardo soglia.

L'introduzione di soli due regimi è stata fatta per semplificare l'esposizione, generalizzazioni a più regimi possono essere implementate. Inoltre è possibile introdurre anche variabili esogene: le strutture autoregressive AR possono essere rimpiazzate con strutture ARX, che porterà ad un modello SETARX. Il modello può essere ulteriormente generalizzato, e in tal caso è chiamato TAR, se anziché considerare come variabile soglia v_t un valore ritardato del processo, viene considerata come variabile soglia un'altra variabile, detta fondamentale, che può essere una combinazione lineare, una determinata funzione di tutti i prezzi o una variabile esterna.

Il modello TAR non è molto usato principalmente per due ragioni:

1. è difficile identificare la variabile soglia o il ritardo soglia d e stimare gli associati valori soglia nella pratica;
2. non c'è una procedura standard per costruire il modello.

Nel seguente lavoro è stata utilizzata la procedura proposta da Tsay (1989). Tale procedura consiste in 4 step fondamentali:

STEP 1 → selezionare l'ordine p delle componenti AR e il set S di possibili ritardi soglia.

- STEP 2 → stimare le autoregressioni per un dato p e ogni elemento d di S e analizzare il comportamento del test di non linearità $F(p;d)$. Se la non linearità del processo è verificata, selezionare il parametro ritardo d_p .
- STEP3 → dati p e d , allocare i valori soglia utilizzando strumenti grafici (scatterplots).
- STEP4 → rifinire l'ordine della componente AR e i valori soglia, se necessario in ogni regime usando le tecniche di autoregressione lineare.

Data la natura dei prezzi spot dell'elettricità, un modello non lineare a cambiamento di regime dovrebbe riuscire a cogliere le dinamiche di tale processo. E' tuttavia discutibile se il meccanismo a cambiamento di regime è semplicemente governato da una variabile fondamentale o dal processo dei prezzi stesso. Il prezzo spot dell'elettricità è il risultato di un vasto numero di variabili che includono fattori fondamentali (come il carico) ma anche fattori psico-sociali non quantificabili, che possono causare comportamenti inaspettati e irrazionali che portano a picchi di prezzo.

2.5 Reti neurali

Uno strumento diffuso nell'analisi moderna dei dati è la rete neurale, che può essere classificata come un metodo semiparametrico. La letteratura sulle reti neurali è molto vasta e le applicazioni sono estese a molte aree scientifiche con vari gradi di successo. In questo lavoro consideriamo soltanto le reti neurali *feed-forward* nelle quali p variabili esplicative, o di *input*, sono messe in relazione con q variabili risposta, o di *output*. L'aspetto più particolare è la presenza di uno strato di r *variabili latenti* (perciò non osservate), che si frappongono tra input e output, nel senso che le variabili esplicative influenzano le variabili latenti e queste ultime influenzano le variabili risposta. La Figura 2.1 è un esempio di tali relazioni, dove $p=2$, $r=3$ e $q=1$.

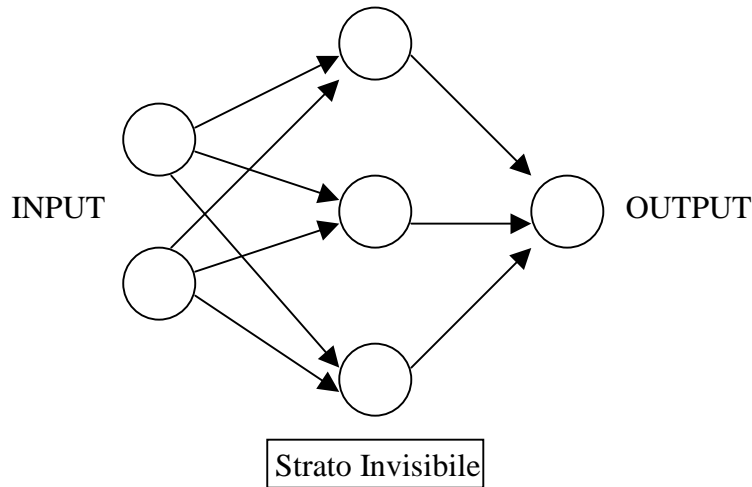


Figura 2.1. Un neural network feed-forward con uno strato invisibile per l'analisi di serie temporali univariate.

Una rete neurale attiva un processo da uno strato al successivo attraverso una *funzione di attivazione*. Consideriamo una rete feed-forward con uno strato invisibile. Il j -esimo nodo è definito da:

$$h_j = f_j (\alpha_{0j} + \sum \alpha_{ij}x_i)$$

dove x_i è il valore del nodo di input, $f_j(\cdot)$ è la funzione di attivazione che solitamente è la funzione logistica, α_{0j} è la tendenza, la sommatoria si estende agli indici relativi a variabili per le quali è prevista una relazione di dipendenza (nella Figura 2.1 tali dipendenze sono indicate dalla presenza di una freccia, ma questa non è una necessità), e α_{ij} sono i pesi.

Per lo strato di output, il nodo è definito da:

$$o = f_o (\beta_{0o} + \sum \beta_{io}h_j),$$

dove $f_o(\cdot)$ può essere o un funzione lineare o la funzione Heaviside. Se $f_o(\cdot)$ è lineare, l'output layer è dato da:

$$o = \beta_{0o} + \sum \beta_{io}h_j,$$

dove la sommatoria va da $j=1$ a K e K è il numero dei nodi nello strato invisibile. Se invece $f_o(\cdot)$ è una funzione Heaviside significa che $f(z) = 1$ se $z > 0$, e $f(z) = 0$ altrimenti.

Combinando gli strati l'output di un feed-forward neural network può essere scritto come:

$$o = f_o \left[\beta_{0o} + \sum_{j \rightarrow o} \beta_{io} f_j (\alpha_{0j} + \sum_{i \rightarrow j} \alpha_{ij} x_i) \right] \quad [2.1]$$

Se è possibile anche la connessione diretta tra input layer e output layer la rete diventa:

$$o = f_o \left[\beta_{0o} + \sum_{i \rightarrow o} w_{io} x_i + \sum_{j \rightarrow o} \beta_{io} f_j (\alpha_{0j} + \sum_{i \rightarrow j} \alpha_{ij} x_i) \right], \quad [2.2]$$

dove la prima sommatoria è la somma di tutti gli input layer. Quando la funzione di attivazione dello strato di output è lineare, le connessioni dirette tra i nodi di input e il nodo di output rappresentano una funzione lineare tra gli input e l'output, e di conseguenza l'equazione [2.2] è una generalizzazione di modelli lineari.

Le funzioni nelle equazioni [2.1] e [2.2] sono funzioni semiparametriche perché di loro è nota solo la forma strutturale (il numero di nodi, le tendenze e i pesi non sono noti). Ecco perché tale metodo può essere definito semiparametrico.

Ci sono due elementi da determinare: il numero r di nodi nello strato latente e l'insieme dei coefficienti che entrano nelle equazioni [2.1] e [2.2]. Un possibile metodo per scegliere r consiste nel testare diversi numeri di nodi e confrontarne l'esito.

Una volta stimato r si procede alla stima dei coefficienti sulla base di osservazioni campionarie. Ciò si realizza minimizzando la funzione obiettivo

$$D = \sum_i \| y^{(i)} - f(x^{(i)}) \|^2,$$

dove $y^{(i)}$ indica il vettore q -dimensionale di variabili risposta relative alla i -esima osservazione, e $x^{(i)}$ analogamente è il corrispondente vettore p -dimensionale delle variabili di input, e la funzione $f(x)$ è data da [2.1], o [2.2].

Un'estensione della funzione D tiene conto di un fattore di penalizzazione secondo la seguente funzione D_0 :

$$D_0 = D + \lambda J(\alpha, \beta),$$

dove λ è un parametro positivo di regolazione e $J(\alpha, \beta)$ è una funzione di penalizzazione, solitamente definita da:

$$J(\alpha, \beta) = \|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2$$

Le formulazioni della funzione D e della funzione di penalizzazione J hanno senso se le unità di misura delle variabili sono sostanzialmente analoghe. È quindi opportuno procedere alla loro normalizzazione, almeno approssimativamente, tramite un opportuno cambio di scala. Per la scelta del parametro λ , l'indicazione di Venables & Ripley (1997) è di sceglierlo tra 10^{-4} e 10^{-2} .

La tecnica non parametrica delle reti neurali presenta vantaggi e svantaggi (vedi Azzalini, Scarpa (2004)).

Vantaggi

- Flessibilità: il metodo consente di approssimare bene praticamente ogni funzione di regressione $f(x)$.
- Compattezza della rappresentazione: la funzione di regressione stimata è identificata da un numero limitato di componenti.

Svantaggi

- Arbitrarietà: non ci sono criteri forti per scegliere il numero di nodi latenti r , e nemmeno per costruire degli indici per stimare la bontà del modello.
- Difficoltà di stima.
- Inferenza: non ci sono gli errori standard associati ai coefficienti o ad altre procedure inferenziali, ad esempio per ridurre il numero di coefficienti.
- Interpretazione: ci sono pesanti difficoltà di interpretazione del risultato, soprattutto al crescere di r .

Capitolo 3

I DATI

Nel seguente lavoro sono stati utilizzati dati orari provenienti dal mercato California Power Exchange (CalPX). Si è scelto di utilizzare tale mercato principalmente per due motivi:

- offre liberamente dati di alta qualità dei prezzi dell'elettricità e del rispettivo carico;
- esibisce un comportamento di mercato che porta ad un crollo nell'inverno 2000/2001.

Il mercato elettrico della California iniziò le operazioni nell'aprile del 1998. Conduceva aste giornaliere per permettere lo scambio di elettricità nel mercato un giorno in avanti. Il mercato CalPX accettava domanda e generazione (prezzo-quantità) di offerte da parte dei suoi partecipanti, determinava il prezzo MCP al quale l'energia era venduta e comprata. Era un mercato volontario, ma per i primi 4 anni, e cioè fino a metà del 2002, le principali compagnie erano obbligate a vendere e comprare solo attraverso il mercato CalPX. Ciò esponeva le compagnie ad un enorme rischio: da una parte le loro entrate al minuto erano fissate su quote regolate (e qualora i prezzi all'ingrosso superassero le quote regolate le compagnie non avrebbero ricevuto compensi aggiuntivi), dall'altra non potevano proteggersi acquistando energia in anticipo rispetto al mercato del giorno prima.

A maggio del 2000 i prezzi dell'elettricità cominciarono a salire e tra giugno e settembre del 2000 erano molto più alti dei prezzi fissi che le compagnie erano costrette a far pagare per il servizio al dettaglio. Le due compagnie Southern California Edison e Pacific Gas & Electric cominciarono a perdere molti soldi.

Ci sono cinque indipendenti motivi per i quali i prezzi crebbero tanto e al di sopra dei livelli progettati:

- 1) la crescita del prezzo del gas;
- 2) un incremento della domanda di elettricità in California;
- 3) la riduzione di importazioni dagli altri stati;
- 4) la crescita dei prezzi per l'emissione di NOx;
- 5) problematiche del mercato dell'energia elettrica.

La coincidenza di tali fattori ebbe un terribile impatto sul mercato: le due compagnie andarono in bancarotta e il mercato CalPX smise di operare alla fine del gennaio del 2001 e successivamente andò in bancarotta.

Il periodo di osservazione dei dati che sono stati utilizzati per costruire modelli ed ottenere previsioni, è compreso tra il 5 luglio 1999 e il 3 dicembre 2000, e cioè il periodo che precede la bancarotta, ma in cui si evidenzia una forte volatilità.

Il dataset a disposizione è costituito da cinque variabili: la data, l'ora, il prezzo, il carico effettivo e il carico previsto. Le serie temporali dei prezzi orari, del carico effettivo e del carico previsto un giorno in avanti sono state costruite usando i dati ottenuti dall' UCEI institute (www.ucei.berkeley.edu) e dal California independent system operator CAISO (oasis.caiso.com).

I dati dal 5/07/1999 al 2/04/2000 sono stati utilizzati per scegliere i modelli allo scopo di ottenere previsioni puntuali ed intervallari. Di conseguenza i dati dal 3/04/2000 al 3/12/2000 sono stati utilizzati per testare la bontà delle previsioni ottenute. Il periodo di previsione (3/04 – 3/12) è stato scelto perché in esso sono presenti sia periodi di normalità, sia periodi di volatilità. In tal modo si è potuto verificare accuratamente l'efficienza di previsione dei vari modelli.

Sono state effettuati cambiamenti al dataset in caso di valori mancanti o valori troppo bassi nelle seguenti date:

- 16/08/99: Valore Carico effettivo negativo → sostituito con il valore Carico previsto;
- 6/02/00: Valore Prezzo troppo basso → sostituito con la media aritmetica dei due valori vicini;
- 2/04/00: Valore mancante del Prezzo → sostituito con la media aritmetica dei due valori vicini;
- 29/06/00: Valore Carico effettivo troppo basso → sostituito con la media aritmetica dei due valori vicini;
- 27/07/00: Valore mancante del Carico effettivo → sostituito con la media aritmetica dei due valori vicini.

La Figura 3.1 mostra l'andamento dei prezzi orari, del logaritmo dei prezzi e del carico orario. Inoltre è rappresentata la relazione tra la serie temporale dei prezzi e quella del carico. Si può notare subito una dipendenza tra le due serie. Ai dati (sia al prezzo che al carico) è stata applicata la trasformazione logaritmica per rendere più stabile la varianza; ciò è abbastanza evidente notando la differenza fra l'andamento dei prezzi e l'andamento del logaritmo dei prezzi (vedi i grafici della prima riga nella Figura 3.1).

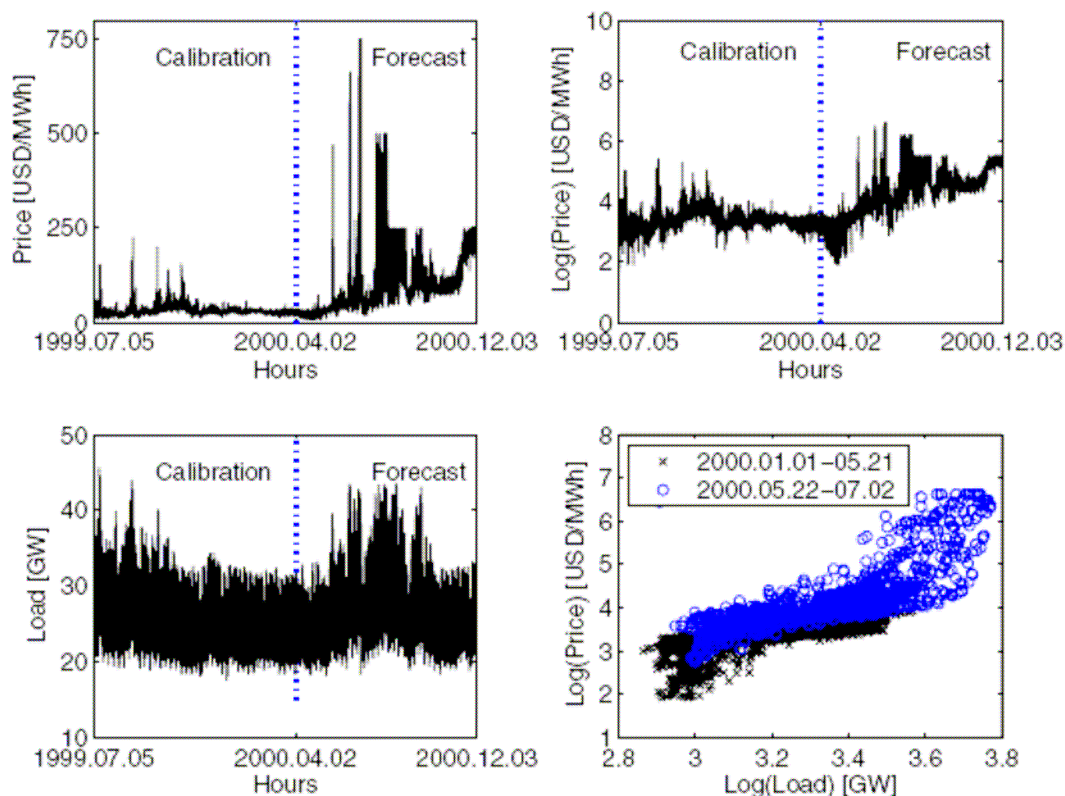


Figura 3.1: Andamento dei prezzi orari (in alto a sinistra), andamento del logaritmo dei prezzi orari (in alto a destra) e andamento del carico (in basso a sinistra) per l'intero periodo di osservazione: 5/07/99 - 3/12/2000. La linea tratteggiata indica l'inizio del periodo di previsione (3/04/2000 - 03/12/2000). L'ultimo grafico infine mette in evidenza la dipendenza tra le serie temporali logaritmo del prezzo e logaritmo del carico nell'arco di un intervallo temporale (1/1/2000 - 2/7/2000) appartenente all'intero periodo di osservazione. Per una migliore lettura sono stati distinti due sotto-intervalli: il simbolo x indica i valori appartenenti al periodo 1/01/2000 - 21/5/2000; il simbolo o i valori appartenenti al periodo 22/05/2000 - 2/07/2000

Per calcolare le previsioni è stato utilizzato il seguente schema: la previsione del prezzo al tempo t è ottenuta utilizzando tutte le informazioni storiche disponibili fino al tempo $t-1$ (cioè fino all'ora precedente) ed il carico previsto al tempo t . Inoltre ad ogni passo in avanti il campione viene aggiornato (provocando quindi un aggiornamento di ora in ora).

Capitolo 4

COSTRUZIONE DEI MODELLI

4.1 Modelli lineari

Per modellare i nostri dati con dei modelli ARMA e ARMAX la media dei prezzi e la mediana del carico sono stati rimossi per centrare i dati attorno allo zero. Inoltre poiché ogni ora mostra un profilo distinto, che riflette la variazione giornaliera della domanda, dei costi e dei limiti operativi, essa è stata considerata separatamente. Sono state quindi analizzate 24 serie temporali, e per ciascuna di essa è stata trovata la struttura autoregressiva che meglio prevede i prezzi per la prima settimana fuori dal campione. Il criterio di scelta dei modelli per ciascuna ora è infatti legato agli errori di previsione: sono stati quindi scelti modelli che producono errori di previsione inferiori. La Tabella 4.1 mostra i modelli che abbiamo classificato come ARMA individuati per ciascuna ora e i relativi Mean Absolute Error.

Tabella 4.1: Modelli Lineari scelti per ogni serie oraria

Serie Temporale	Modelli ARMA	Mean Absolute Error
ORA1	AR(3)	0.068
ORA 2	AR(3)	0.092
ORA 3	AR(3)	0.129
ORA 4	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.105
ORA 5	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.131
ORA 6	SARIMA(1,0,0)x(2,0,1) ₇	0.123
ORA 7	SARIMA(1,0,0)x(2,0,0) ₇	0.079
ORA 8	SARIMA(1,0,0)x(3,0,0) ₇	0.072
ORA 9	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.059
ORA 10	SARIMA(3,0,0)x(1,0,0) ₇	0.046
ORA 11	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.045
ORA 12	SARIMA(1,0,0)x(2,0,0) ₇	0.044
ORA 13	SARIMA(1,0,0)x(2,0,0) ₇	0.042
ORA 14	SARIMA(2,0,0)x(2,0,0) ₇	0.051
ORA 15	SARIMA(1,0,0)x(2,0,0) ₇	0.054
ORA16	SARIMA(1,0,0)x(3,0,0) ₇	0.056
ORA 17	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.050
ORA 18	SARIMA(1,0,0)x(2,0,0) ₇	0.053
ORA 19	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.063
ORA 20	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.041
ORA 21	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.040
ORA 22	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.037
ORA 23	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.039
ORA 24	SARIMA(2,0,0)x(1,0,0) ₇	0.057

Come si può notare il modello più usato è un SARIMA(2,0,0)x(1,0,0)₇. Si può allora utilizzare un modello che rifletta la struttura autoregressiva trovata all'intero set di dati. Tale modello è il seguente:

$$\rho_t = \varphi_1 \rho_{t-24} + \varphi_2 \rho_{t-48} + \varphi_3 \rho_{t-168} + \varepsilon_t$$

Utilizzare l'intero dataset è conveniente perché possiamo costruire dei modelli che tengono conto anche delle dipendenze esistenti tra ore diverse dei giorni precedenti o dello stesso giorno. Possiamo infatti inserire nella semplice struttura autoregressiva sopra descritta anche una determinata funzione (ad esempio massimo, minimo,

media o mediana) di tutti i prezzi delle 24 ore precedenti, oppure una componente autoregressiva di ordine 1. Inoltre questa semplice struttura è incapace di tener conto della stagionalità settimanale: i risultati ottenuti per lunedì, sabato e domenica sono infatti significativamente peggiori rispetto agli altri giorni. Occorre quindi includere nel modello anche tre variabili dummy: una per lunedì, una per sabato ed una per domenica. I modelli trovati sono quindi:

$$\text{- AR1: } p_t = \varphi_1 p_{t-24} + \varphi_2 p_{t-48} + \varphi_3 p_{t-168} + \varphi_4 m p_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

$$\text{- AR2: } p_t = \varphi_1 p_{t-1} + \varphi_2 p_{t-24} + \varphi_3 p_{t-48} + \varphi_4 p_{t-168} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

dove $p_t, p_{t-24}, p_{t-48}, p_{t-168}$ sono rispettivamente il processo dei logaritmi dei prezzi centrati in zero, il processo ritardato di 24, 48 e 168 passi; $m p_t$ rappresenta il valore minimo dei 24 prezzi precedenti al tempo t (cioè il minimo dei prezzi tra $t-25$ e $t-1$); $D_{LUN}, D_{SAB}, D_{DOM}$ rappresentano le variabili dummy rispettivamente per lunedì, sabato e domenica; ε_t è iid(0, σ^2). Nel modello AR2 è stata esclusa la variabile D_{LUN} perché non era significativa.

Poiché esiste una dipendenza tra il prezzo e il carico si può inserire nei modelli AR1 e AR2 la variabile esogena z_t che sta per il carico previsto. I modelli diventano allora:

$$\text{- ARX1: } p_t = \varphi_1 p_{t-24} + \varphi_2 p_{t-48} + \varphi_3 p_{t-168} + \varphi_4 m p_t + \psi_1 z_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

$$\text{- ARX2: } p_t = \varphi_1 p_{t-1} + \varphi_2 p_{t-24} + \varphi_3 p_{t-48} + \varphi_4 p_{t-168} + \psi_1 z_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

I residui ottenuti dai modelli AR e ARX sembrano esibire varianza non costante. Conviene allora calibrare dei modelli AR1-G, AR2-G, ARX1-G e ARX2-G dove la lettera "G" sta per GARCH(1,1). Tali modelli differiscono dai precedenti nei termini di errore ε_t che qui non sono iid(0, σ^2), ma sono dati da:

$$\varepsilon_t = \epsilon_t \sigma_t \quad \text{con} \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

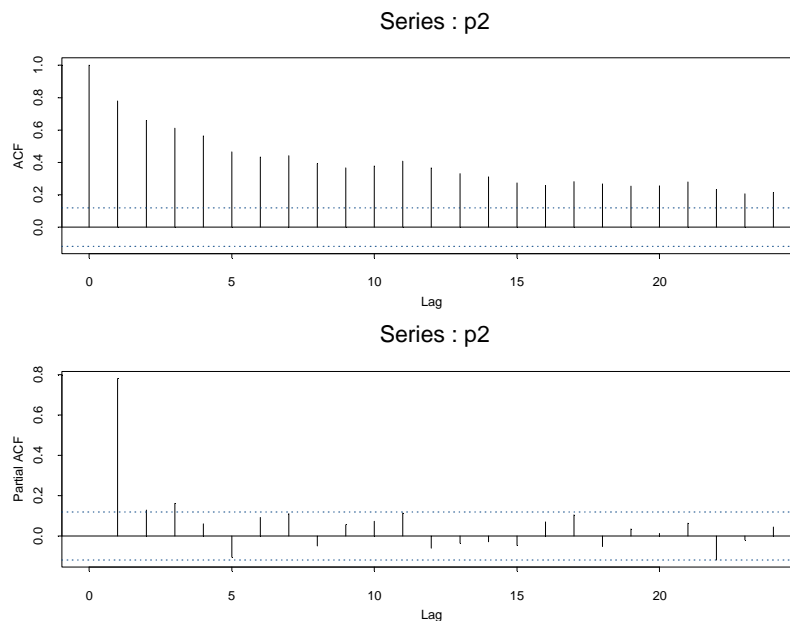
dove ϵ_t è iid con media zero e varianza finita.

N.B.: Le specificazioni dei modelli, le stime dei parametri e i relativi errori standard si trovano in un'appendice separata, disponibile su richiesta.

4.2 Modelli non lineari

A causa della natura non lineare dei prezzi sono stati calibrati anche dei modelli TAR (Threshold Autoregressiva Model). Anche in questo caso i logaritmi dei prezzi sono stati centrati in zero (è stata perciò rimossa la media), e ciascuna ora è stata analizzata separatamente. I modelli sono stati implementati utilizzando il software S-Plus+Finmetrics (Zivot, Wang (2005)), seguendo la procedura 4-steps di Tsay. Di seguito, a titolo di esempio, si descrive la metodologia applicata ad una delle 24 serie temporali: ora 2.

ORA 2



STEP 1: è stato selezionato l'ordine $p=3$ (vedi acf e pacf) e d appartenente all'intervallo $[1, 3]$.

STEP 2: il test di non linearità $F(p;d)$ verifica la presenza di non linearità per $d=1$.

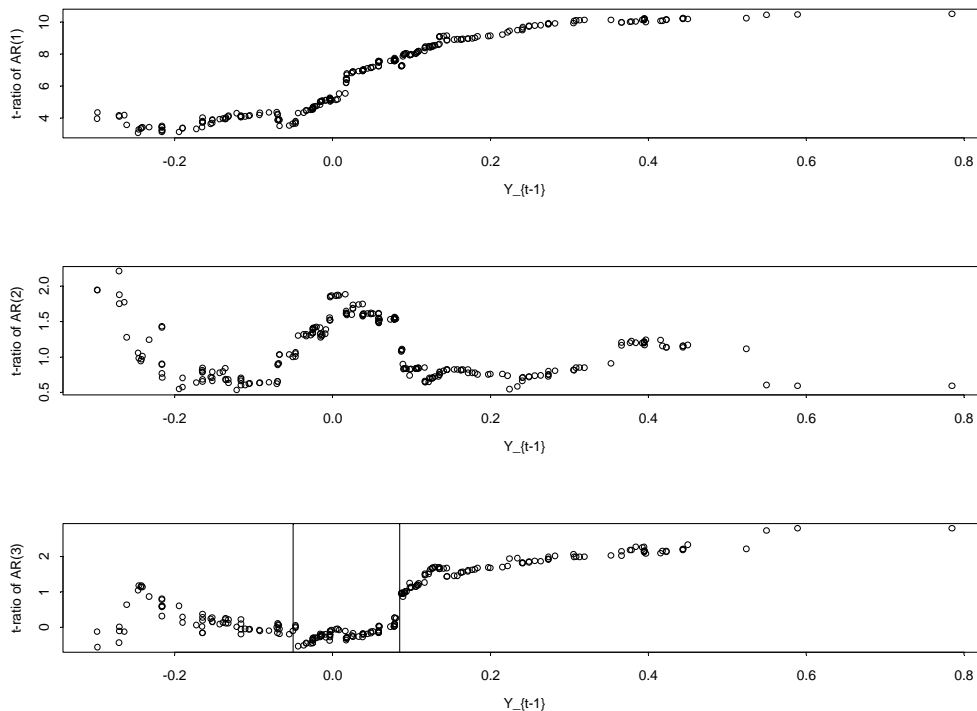
```
nonlinearTest(p2, method="threshold", p=3, d=1:3)
```

Nonlinearity Test: Threshold Nonlinearity

Null Hypothesis: no threshold nonlinearity

	F-stat	dof	P-val
d=1	2.5270	(4,236)	0.0415
d=2	1.6566	(4,236)	0.1609
d=3	2.8560	(4,236)	0.0244

STEP 3: I valori soglia che emergono dall'analisi degli scatterplots sono -0.05 e 0.085 :



STEP 4: Stima del modello TAR a 3 regimi con $p=3$, $d=1$ e valori soglia -0.05 e 0.085 :

```
SETAR(x = p2, threshold = c(-0.05, 0.085), p = 3, d = 1)
```

Coefficients:

	regime.1	regime.2	regime.3
Intercept	-0.0848	-0.0091	0.0086
(std.err)	0.0318	0.0129	0.0249
(t.stat)	-2.6693	-0.7018	0.3455
lag1	0.3871	0.7824	0.7746
(std.err)	0.1101	0.0876	0.1008
(t.stat)	3.5161	8.9314	7.6830
lag2	0.1235	0.1985	-0.2133
(std.err)	0.1199	0.1201	0.1210
(t.stat)	1.0304	1.6533	-1.7626
lag3	-0.0236	-0.0004	0.3247
(std.err)	0.1165	0.3247	0.1239
(t.stat)	-0.2024	-0.0012	2.6209

Std. Errors of Residuals:

regime.1	regime.2	regime.3
0.1690	0.1067	0.1251

Information Criteria:

logL	AIC	BIC	HQ
169.8618	-315.7237	-272.5426	-298.3841

	total	regime.1	regime.2	regime.3
Degree of freedom:	270	86	77	95
Time period:	from 07/08/1999 to 04/02/2000			

N.B.: Le specificazioni dei modelli TAR, le stime dei parametri e i relativi errori standard per ciascuna delle 24 serie temporali si trovano in un'appendice separata, disponibile su richiesta.

La Tabella 4.2 mostra i modelli SETAR scelti per ciascuna serie temporale.

Tabella 4.2: Modelli TAR scelti per ciascuna ora. I modelli SETAR sono dati dalla scrittura $TAR(K;p,d)$, $r=(r_1,\dots,r_k)$, dove k indica il numero di regimi, p indica l'ordine della componente autoregressiva, d è il valore del ritardo soglia, ed r è il vettore contenente i valori soglia.

Serie temporale	Modello non lineare
Ora 1	TAR(3; 3,3), $r=(0, 0.1)$
Ora 2	TAR(3; 3,3), $r=(-0.05, 0.085)$
Ora 3	TAR(3; 11,1), $r=(-0.1, 0.04)$
Ora 4	TAR(3; 11,1), $r=(0.025, 0.145)$
Ora 5	TAR(3; 2,1), $r=(-0.03, 0.13)$
Ora 6	TAR(2; 8,1), $r=(-0.11)$
Ora 7	TAR(2; 7,1), $r=(0.06)$
Ora 8	TAR(3; 7,6), $r=(-0.14, 0.14)$
Ora 9	TAR(2; 7,6), $r=(-0.06)$
Ora 10	TAR(3; 3,1), $r=(-0.1, 0.16)$
Ora 11	TAR(3; 3,1), $r=(-0.06, 0.16)$
Ora 12	TAR(2; 7,4), $r=(-0.06)$
Ora 13	TAR(2; 6,1), $r=(0.12)$
Ora 14	TAR(3; 3,3), $r=(0, 0.11)$
Ora 15	TAR(3; 4,4), $r=(-0.04, 0.04)$
Ora 16	TAR(3; 7,7), $r=(-0.16, 0.09)$
Ora 17	TAR(3; 7,7), $r=(-0.15, 0.07)$
Ora 18	TAR(3; 5,5), $r=(-0.08, 0.22)$
Ora 19	TAR(3; 9,8), $r=(-0.18, 0.165)$
Ora 20	TAR(3; 6,1), $r=(0.09, 0.165)$
Ora 21	TAR(3; 7,6), $r=(-0.12, 0.12)$
Ora 22	TAR(3; 4,1), $r=(-0.073, 0.1)$
Ora 23	TAR(3; 4,1), $r=(0.01, 0.145)$
Ora 24	TAR(2; 3,1), $r=(-0.02)$

Purtroppo utilizzando questa procedura di stima del modello non si potevano introdurre nelle varie specificazioni anche delle variabili esogene. Sarebbe infatti risultato interessante inserire anche le tre variabili dummy (una per lunedì, una per sabato ed una per domenica) e la variabile carico previsto. Tuttavia per capire se realmente i modelli non lineari producono previsioni migliori rispetto ad una specificazione lineare sono stati calibrate anche le corrispondenti strutture autoregressive lineari per ciascuna ora e sono state confrontate le previsioni ottenute dai vari modelli.

4.3 Approssimazioni di funzioni non lineari

Per scegliere un'opportuna struttura della rete neurale si devono determinare due elementi: il numero r di unità nello strato latente e il valore λ del *weight decay*. Poiché non esiste un unico criterio utilizzabile per la scelta di tali parametri, una possibile soluzione è provarne diversi e confrontarne l'esito. Sono dunque state stimate diverse strutture di reti neurali variando per ciascuna di esse il valore di λ (che solitamente viene scelto tra 10^{-4} e 10^{-2}). Inoltre ciascuna rete è stata stimata più volte poiché esistono diverse soluzioni per la stessa struttura e diversi punti casuali di partenza. Il criterio di scelta del modello migliore è stato scegliere quel modello che minimizzava la funzione D_0 :

$$D_0 = D + \lambda J(\alpha, \beta),$$

dove:

$$D = \sum_i \|y^{(i)} - f(x^{(i)})\|^2,$$

λ è il *weight decay*,

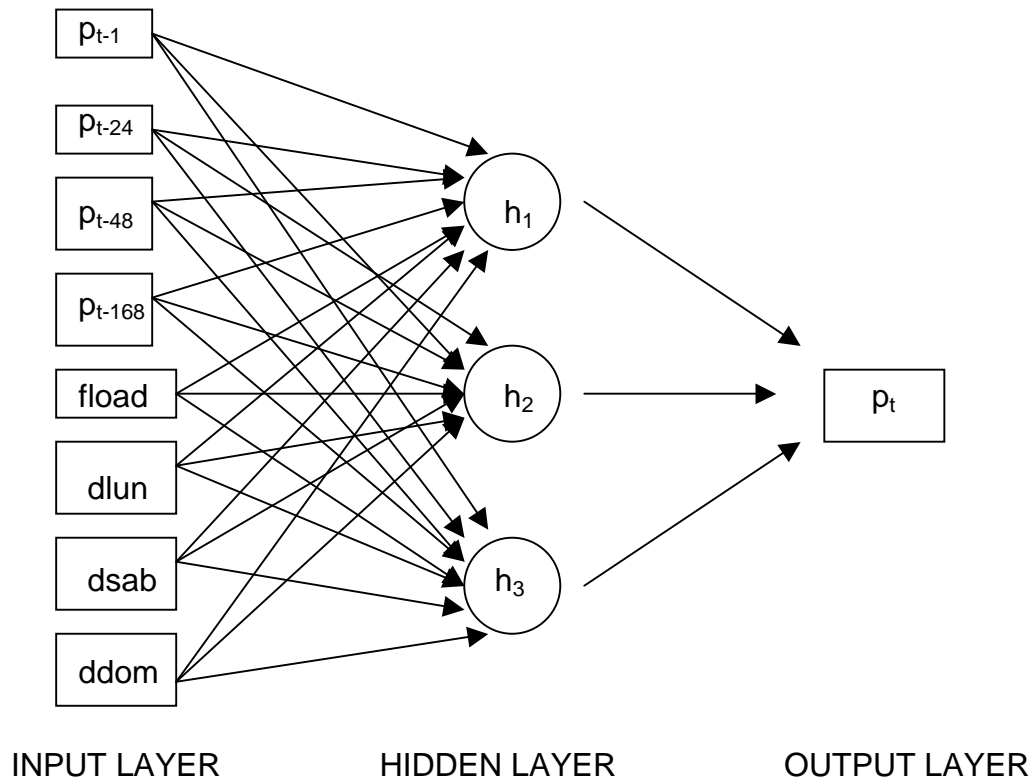
$$J(\alpha, \beta) = \|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2,$$

α è il vettore dei coefficienti delle variabili input,

β è il vettore dei coefficienti dei nodi nello strato latente per determinare l'output.

Le variabili di input sono: la serie dei prezzi a ritardo 1, 24, 48 e 168, il minimo dei prezzi delle 24 ore precedenti al tempo t , la serie del carico previsto, le variabili dummy per lunedì, sabato e domenica. La variabile di output la serie dei prezzi al tempo t . Sono state stimate tre strutture con $r = 2, 3$ e 4 , e ciascun modello è stato calcolato 5 volte con 3 possibili valori di λ : 10^{-4} , 10^{-3} , e 10^{-2} . In tutto sono stati calcolati 45 modelli e si è scelto quello che ha prodotto l'indice D_0 più piccolo. Il modello trovato ha 3 nodi ($r = 3$) e $\lambda = 10^{-4}$. Il valore della funzione D_0 era pari a 46.24718. Il nostro modello ha quindi la struttura descritta in Figura 4.1.

Figura 4.1: Struttura delle Rete Neurale utilizzata per fare previsioni.



Capitolo 5

RISULTATI DELLA PREVISIONE

5.1 Misure degli errori di previsione

Per giudicare le performance di previsione dei vari modelli sono state utilizzate diverse misure statistiche. L'accuratezza delle previsioni è stata controllata una volta reso noto il vero valore del prezzo P_t . Per le settimane sotto studio sono stati calcolati tre tipologie di errore (tipicamente usate in letterature per previsioni di prezzi dell'elettricità): una corrispondente alle 24 ore di ciascun giorno, e due alle 168 ore di ciascuna settimana. L'errore medio giornaliero (Mean Daily Error) è calcolato come:

$$\text{MDE} = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} \frac{|P_h - \hat{P}_h|}{\bar{P}_{24}},$$

dove \bar{P}_{24} è la media dei prezzi per un dato giorno, e $|\hat{P}_h|$ è il prezzo previsto per una data ora.

In modo analogo al MDE, l'errore medio settimanale (Mean Weekly Error) è calcolato come:

$$\text{MWE} = \frac{1}{168} \sum_{h=1}^{168} \frac{|P_h - \hat{P}_h|}{\bar{P}_{168}},$$

dove \bar{P}_{168} è la media dei prezzi per una data settimana.

Inoltre il Weekly Root Mean Square Error (WRMSE) è calcolato come la radice quadrata della media delle 168 differenze al quadrato tra valori effettivi e valori reali.

$$\text{WRMSE} = \sqrt{\frac{1}{168} \sum_{h=1}^{168} (P_h - \hat{P}_h)^2}.$$

Seguendo il lavoro di Misiorek, Trueck e Weron (2006) un test naïve è stato usato come riferimento per tutte le procedure di stima. Le previsioni sono state confrontate con 24 prezzi di un giorno simile a quello da prevedere. Un giorno simile è caratterizzato come segue: un lunedì è simile al lunedì della settimana precedente, e la stessa regola vale per sabato e domenica; analogamente un martedì è simile al lunedì che lo precede, e la stessa regola vale per mercoledì, giovedì e venerdì. Le previsioni trovate superano il test naïve se gli errori per il modello sono inferiori a quelli per i prezzi del giorno simile. In alcune settimane tutti i modelli avranno problemi a superare il test naïve.

5.2 Previsioni puntuali

5.2.1 Modelli lineari

Come era stato spiegato nel Capitolo 4 la semplice struttura autoregressiva

$$p_t = \varphi_1 p_{t-24} + \varphi_2 p_{t-48} + \varphi_3 p_{t-168} + \varepsilon_t \quad [5.1]$$

non è in grado di tener conto della stagionalità infrasettimanale. Infatti la Figura 5.1 mostra quanto le previsioni per lunedì, sabato e domenica siano peggiori rispetto agli altri giorni.

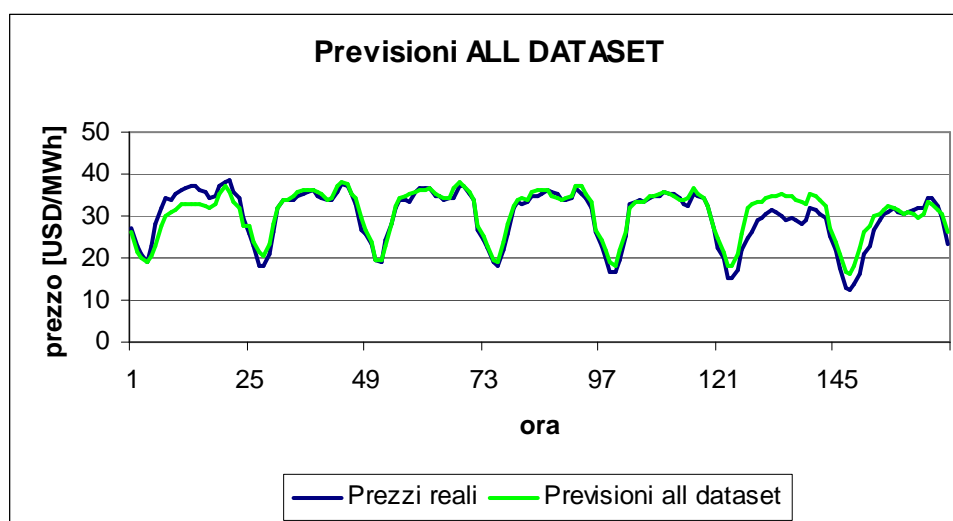


Figura 5.2: Confronto Prezzi reali e Previsioni ottenute dal modello 5.1 per la prima settimana di previsione

Inserendo nella regressione tre variabili dummy (una per lunedì, una per sabato ed una per domenica), e rispettivamente il minimo dei prezzi nelle 24 ore precedenti e la componente autoregressiva di ordine 1, ottengo i modelli denominati AR1 e AR2:

$$\text{- AR1: } p_t = \varphi_1 p_{t-24} + \varphi_2 p_{t-48} + \varphi_3 p_{t-168} + \varphi_4 m p_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

$$\text{- AR2: } p_t = \varphi_1 p_{t-1} + \varphi_2 p_{t-24} + \varphi_3 p_{t-48} + \varphi_4 p_{t-168} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

La Figura 5.2 mostra l'andamento delle previsioni per la prima settimana di previsioni (3-9 aprile 2000).

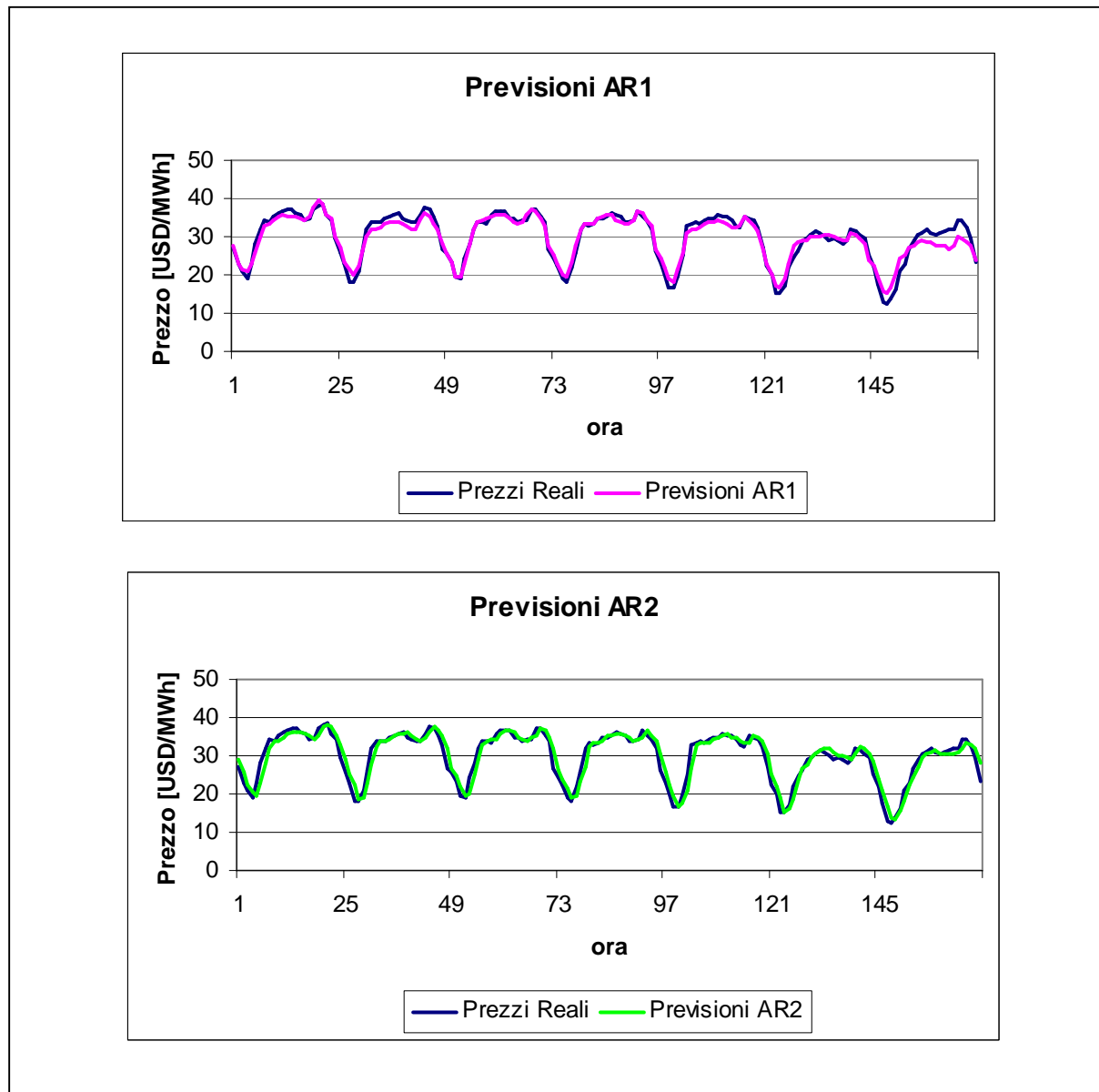


Figura 5.2: Previsioni puntuali per i modelli AR1 e AR2, 3-9/04/2000

L'introduzione delle variabili dummy migliora l'andamento delle previsioni per i giorni lunedì, sabato e domenica. Inoltre da una prima analisi grafica la componente AR(1) sembra migliorare le previsioni per la domenica, ma peggiorarle per gli altri giorni della settimana.

Poiché il carico previsto e il prezzo mostrano una certa dipendenza, è stata inserita nei modelli AR1 e AR2 la variabile z_t , che esprime il carico che si prevede essere richiesto al tempo t . I modelli sono stati chiamati ARX1 e ARX2, e la loro struttura è :

$$\text{- ARX1: } p_t = \varphi_1 p_{t-24} + \varphi_2 p_{t-48} + \varphi_3 p_{t-168} + \varphi_4 m p_t + \psi_1 z_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

$$\text{- ARX2: } p_t = \varphi_1 p_{t-1} + \varphi_2 p_{t-24} + \varphi_3 p_{t-48} + \varphi_4 p_{t-168} + \psi_1 z_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

La Figura 5.3 confronta i prezzi reali e le previsioni ottenute dal modello ARX1 e ARX2.

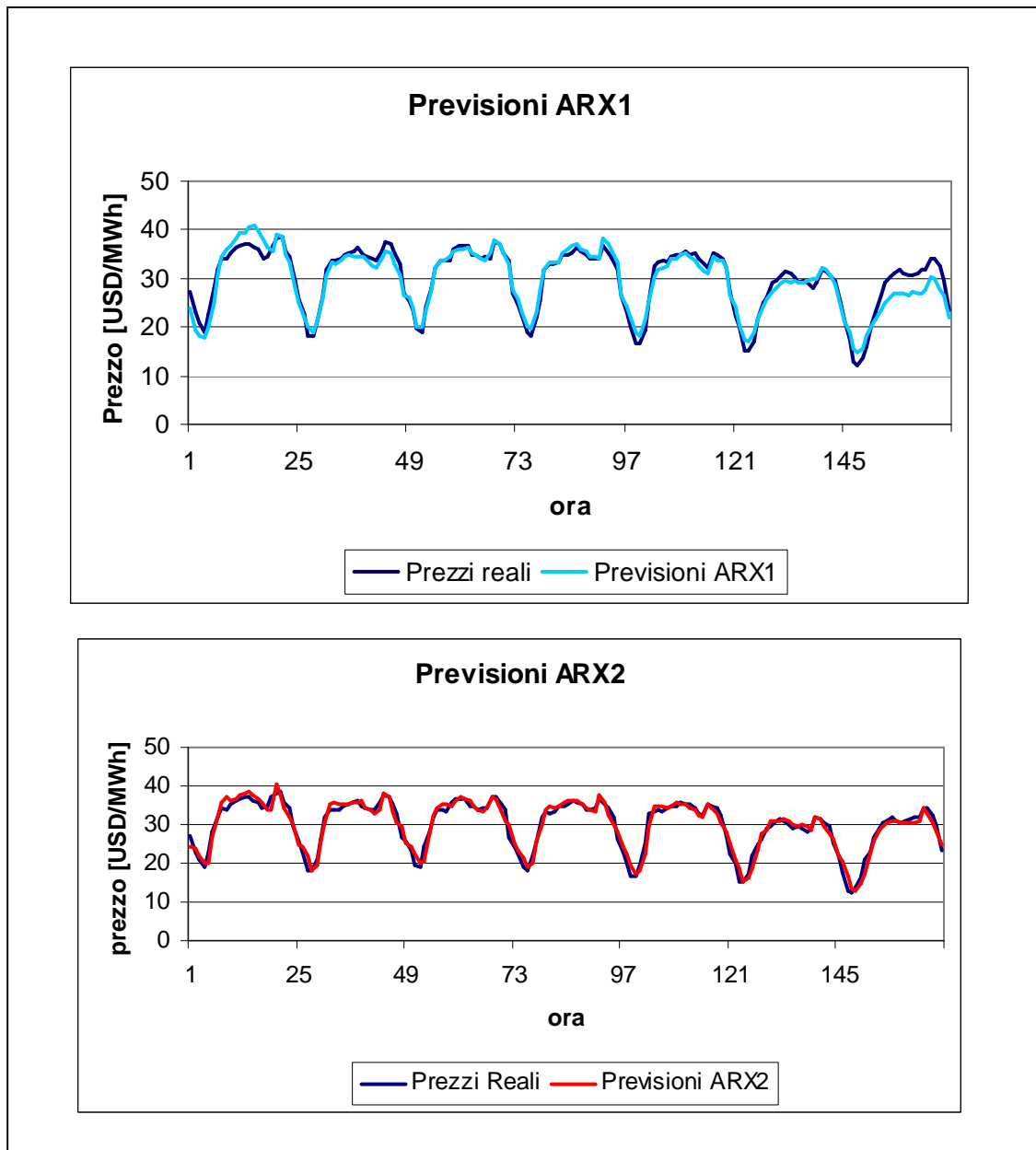


Figura 5.3: Previsioni puntuali per i modelli ARX1 e ARX2, 3-9/04/2000

Anche in questo caso la componente AR(1) sembra fare la differenza per lunedì e domenica, mentre le previsioni appaiono peggiori per i restanti giorni della settimana.

La Tabella 5.1 mostra gli errori medi giornalieri (MDE) per la prima settimana di previsione per ciascun modello. Ciò che è stato precedentemente notato trova riscontro nell'analisi di questi errori di misura: la componente AR(1) migliora le previsioni per il lunedì e la domenica, ma le peggiora negli altri giorni.

Tabella 5.1: MDE prima settimana di previsione. I risultati migliori sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test sono sottolineati.

	AR1	AR2	ARX1	ARX2	Naive
03/04/2000	2,79%	4,92%	<u>6,75%</u>	4,39%	5,68%
04/04/2000	<u>5,28%</u>	<u>4,77%</u>	3,57%	3,59%	3,77%
05/04/2000	1,93%	<u>4,32%</u>	1,51%	<u>3,35%</u>	2,19%
06/04/2000	2,28%	<u>4,11%</u>	2,87%	<u>3,00%</u>	2,97%
07/04/2000	<u>3,92%</u>	<u>4,67%</u>	<u>3,58%</u>	<u>3,61%</u>	2,89%
08/04/2000	3,92%	5,06%	3,74%	4,05%	8,72%
09/04/2000	<u>10,70%</u>	5,76%	<u>12,20%</u>	4,50%	10,11%
# migliori	2	0	3	1	1
# superano il test	4	3	4	4	-

In realtà la prima settimana di previsione rappresenta un periodo di calma. Per comprendere la bontà di previsione dei modelli visti è necessario prevedere i prezzi anche in periodi di estrema volatilità. Infatti il periodo di previsione 3 aprile – 3 dicembre ha sia periodi calmi che periodi con volatilità. L'undicesima e dodicesima settimana (12-25/06/2000) sono un esempio di quest'ultimi. La Figura 5.4 rende visibile la differenza tra periodo di calma e di estrema volatilità nelle prime dodici settimane (dal 3 aprile al 25 giugno).

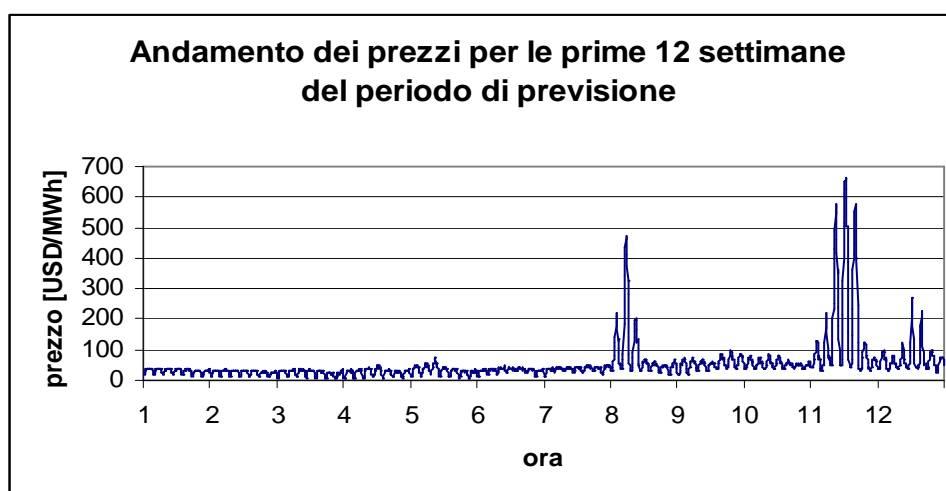


Figura 5.4: Andamento dei prezzi per le prime 12 settimane di previsione

Sono state confrontate le previsioni ottenute per le prime due settimane del periodo di previsione (3-16/04/2000) con quelle ottenute per l'undicesima e la dodicesima settimana del periodo di previsione (12-25/06/2000). La Tabella 5.2 mostra i MDE per le settimane prese in considerazione per i modelli AR1, AR2, ARX1 e ARX2. Gli errori sono come prima confrontati con i valori del test naïve. Nelle prime due settimane non c'è un modello migliore degli altri; infatti al variare del giorno varia anche il modello che presenta un MDE inferiore agli altri. Nell'undicesima e dodicesima settimana invece il modello migliore sembra l'ARX2, il peggiore l'AR1. Inoltre si può notare quanto la componente autoregressiva di ordine uno influisca nelle previsioni in periodi di volatilità.

Tabella 5.2: MDE per le prime due settimane di previsioni (parte azzurra) e per l'undicesima e la dodicesima settimana (parte rosa). I risultati migliori sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test sono sottolineati.

	Modello AR1	Modello AR2	Modello ARX1	Modello ARX2	Naive
I-II settimana					
03/04/2000	2,79%	4,92%	<u>6,75%</u>	4,39%	5,68%
04/04/2000	<u>5,28%</u>	<u>4,77%</u>	3,57%	3,59%	3,77%
05/04/2000	1,93%	<u>4,32%</u>	1,51%	<u>3,35%</u>	2,19%
06/04/2000	2,28%	<u>4,11%</u>	2,87%	<u>3,00%</u>	2,97%
07/04/2000	3,92%	4,67%	<u>3,58%</u>	<u>3,61%</u>	2,89%
08/04/2000	3,92%	5,06%	3,74%	4,05%	8,72%
09/04/2000	<u>10,70%</u>	5,76%	<u>12,20%</u>	4,50%	10,11%
10/04/2000	7,66%	6,70%	13,53%	6,15%	16,44%
11/04/2000	<u>10,54%</u>	6,03%	6,31%	5,54%	7,24%
12/04/2000	5,15%	<u>7,03%</u>	4,20%	5,76%	5,99%
13/04/2000	<u>3,91%</u>	<u>5,64%</u>	<u>3,85%</u>	<u>4,48%</u>	1,48%
14/04/2000	<u>2,03%</u>	<u>6,02%</u>	<u>4,11%</u>	<u>4,62%</u>	1,74%
15/04/2000	3,85%	6,62%	3,34%	5,76%	14,41%
16/04/2000	9,25%	7,23%	10,28%	5,66%	18,42%
# migliori	2	0	5	4	3
# superano il test	8	7	9	9	-
XI-XII settimana					
12/06/2000	<u>29,67%</u>	16,04%	20,89%	10,38%	25,48%
13/06/2000	<u>36,89%</u>	16,08%	<u>26,83%</u>	13,80%	24,77%
14/06/2000	<u>68,03%</u>	30,43%	64,87%	22,93%	66,92%
15/06/2000	<u>50,15%</u>	19,46%	<u>50,23%</u>	15,65%	21,88%
16/06/2000	<u>31,17%</u>	15,88%	<u>39,74%</u>	14,31%	30,48%
17/06/2000	<u>78,12%</u>	28,73%	<u>58,69%</u>	18,65%	39,25%
18/06/2000	<u>24,45%</u>	6,79%	<u>24,06%</u>	6,39%	17,01%
19/06/2000	8,74%	9,87%	5,59%	6,32%	20,99%
20/06/2000	16,55%	9,64%	<u>20,81%</u>	7,68%	20,58%
21/06/2000	13,88%	8,54%	14,38%	6,74%	16,98%
22/06/2000	26,89%	18,39%	27,97%	16,56%	36,70%
23/06/2000	<u>15,59%</u>	<u>12,96%</u>	<u>11,33%</u>	<u>11,36%</u>	11,20%
24/06/2000	<u>24,45%</u>	9,86%	<u>20,31%</u>	6,17%	14,41%
25/06/2000	<u>9,07%</u>	5,93%	<u>7,59%</u>	5,24%	7,46%
# migliori	0	0	1	12	1
# superano il test	4	13	5	13	-

La Figura 5.5 mostra la differenza tra le previsioni puntuali ottenute dai 4 modelli per il periodo 3-16 aprile; la Figura 5.6 quelle per il periodo 12-25 giugno. Il primo grafico è di difficile lettura perché tutti i modelli producono previsioni vicine, si possono distinguere chiaramente le linee solo in alcuni giorni (i due lunedì, e la prima domenica). Nel secondo grafico invece è possibile distinguere le varie linee quasi in ogni giornata, infatti i modelli AR1 e AR2 non riescono a prevedere i picchi.

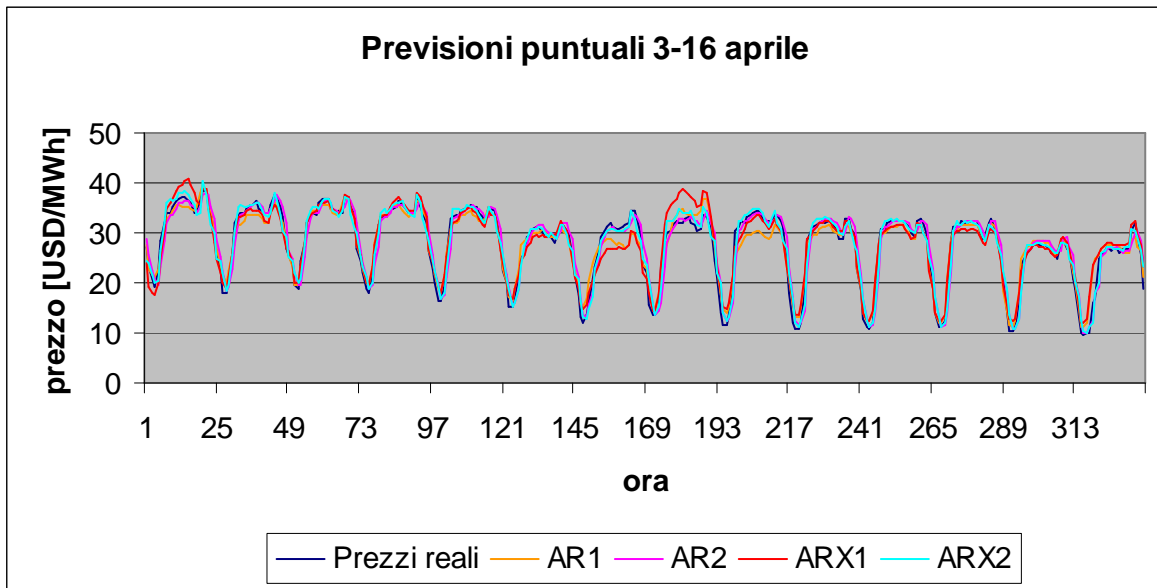


Figura 5.5: Previsioni puntuali delle prime due settimane (periodo calmo) per i modelli AR1, AR2, ARX1, ARX2

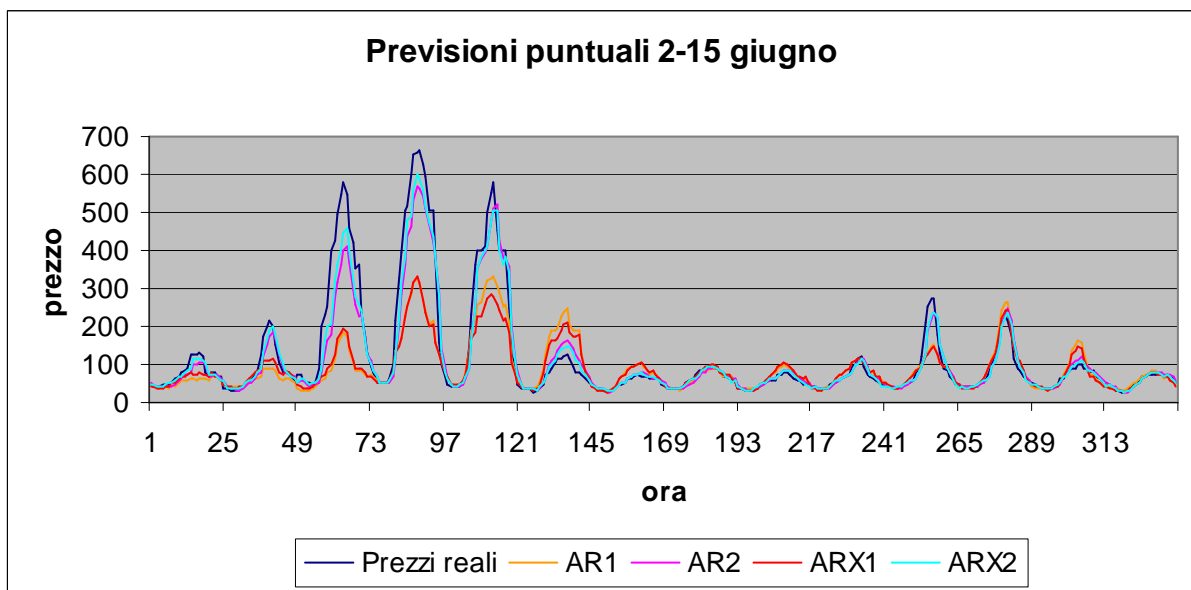


Figura 5.6: Previsioni puntuali per le settimane di giugno (periodo di estrema volatilità) per i modelli AR1, AR2, ARX1, ARX2

Tutti i residui dei modelli considerati fino ad ora esibiscono varianza non costante. È stata quindi introdotta una componente GARCH(1,1) in ogni modello e la Tabella 5.3 mostra gli errori medi assoluti (MDE) per la prima settimana di previsione per i modelli AR1-G, AR2-G, ARX1-G e ARX2-G e li confronta con quelli ottenuti dai modelli precedenti.

Tabella 5.3: MDE della prima settimana di previsione per i modelli senza e con la componente GARCH(1,1) e MWE della medesima settimana. I risultati migliori sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test sono sottolineati.

	AR1	AR2	ARX1	ARX2	AR1-G	AR2-G	ARX1-G	ARX2-G	Naive
Lunedì	2,79%	4,92%	<u>6,75%</u>	4,39%	3,46%	4,64%	3,58%	3,82%	5,68%
Martedì	<u>5,28%</u>	<u>4,77%</u>	3,57%	3,59%	<u>4,21%</u>	3,65%	3,08%	3,26%	3,77%
Mercoledì	1,93%	<u>4,32%</u>	1,51%	<u>3,35%</u>	2,02%	<u>3,34%</u>	1,72%	<u>3,08%</u>	2,19%
Giovedì	2,28%	<u>4,11%</u>	2,87%	<u>3,00%</u>	1,80%	2,95%	1,91%	2,67%	2,97%
Venerdì	<u>3,92%</u>	<u>4,67%</u>	<u>3,58%</u>	<u>3,61%</u>	<u>2,90%</u>	<u>3,46%</u>	<u>2,91%</u>	<u>3,32%</u>	2,89%
Sabato	3,92%	5,06%	3,74%	4,05%	4,57%	4,45%	3,90%	3,80%	8,72%
Domenica	<u>10,70%</u>	5,76%	<u>12,20%</u>	4,50%	8,65%	4,85%	8,73%	4,41%	10,11%
#migliori	1	0	2	0	1	0	1	1	1
#superano il test	4	3	4	4	5	5	6	5	-
MWE	4,25%	4,77%	4,75%	3,77%	3,82%	3,88%	3,56%	3,45%	5,00%

Come nel caso precedente non c'è un modello migliore degli altri. Inoltre nessun modello riesce a superare il test naïve per la giornata di venerdì. Inserendo una variabile dummy anche per questo giorno la situazione non cambia. I risultati migliori restano quelli prodotti dai modelli AR1-G e ARX1-G, infatti essi non superano il test rispettivamente di 0,01% e 0,02%. Il modello AR2 presenta risultati insoddisfacenti: non presenta MDE migliori degli altri in nessun giorno e supera il test naïve solo lunedì, sabato e domenica. Inoltre presenta il Mean Weekly Error maggiore per la prima settimana. È stato perciò escluso dal nostro set di modelli utilizzati per stimare l'intero periodo di previsione.

La Tabella 5.4 confronta i MDE ottenuti dai modelli lineari AR1, ARX1 e ARX2 con quelli ottenuti dai modelli AR1-G, AR2-G, ARX1-G e ARX2-G nelle prime due settimane del periodo di previsione (3-16 aprile) e nell'undicesima e dodicesima settimana (12-25 giugno).

Tabella 5.4: MDE per la settimana I,II , XI e XII. I migliori risultati per ciascun giorno sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test naïve sono sottolineati.

	AR1	ARX1	ARX2	AR1-G	AR2-G	ARX1-G	ARX2-G	Naive
I-II settimana								
03/04/2000	2,79%	<u>6,75%</u>	4,39%	3,46%	4,64%	3,58%	3,82%	5,68%
04/04/2000	<u>5,28%</u>	3,57%	3,59%	<u>4,21%</u>	3,65%	3,08%	3,26%	3,77%
05/04/2000	1,93%	1,51%	<u>3,35%</u>	2,02%	<u>3,34%</u>	1,72%	<u>3,08%</u>	2,19%
06/04/2000	2,28%	2,87%	<u>3,00%</u>	1,80%	2,95%	1,91%	2,67%	2,97%
07/04/2000	<u>3,92%</u>	<u>3,58%</u>	<u>3,61%</u>	<u>2,90%</u>	<u>3,46%</u>	<u>2,91%</u>	<u>3,32%</u>	2,89%
08/04/2000	3,92%	3,74%	4,05%	4,57%	4,45%	3,90%	3,80%	8,72%
09/04/2000	<u>10,70%</u>	<u>12,20%</u>	4,50%	8,65%	4,85%	8,73%	4,41%	10,11%
10/04/2000	7,66%	13,53%	6,15%	7,29%	6,22%	9,64%	6,09%	16,44%
11/04/2000	<u>10,54%</u>	6,31%	5,54%	<u>7,31%</u>	5,13%	4,66%	5,15%	7,24%
12/04/2000	5,15%	4,20%	5,76%	4,23%	<u>6,45%</u>	4,61%	5,67%	5,99%
13/04/2000	<u>3,91%</u>	<u>3,85%</u>	<u>4,48%</u>	<u>2,52%</u>	<u>4,14%</u>	<u>2,51%</u>	<u>4,25%</u>	1,48%
14/04/2000	<u>2,03%</u>	<u>4,11%</u>	<u>4,62%</u>	1,46%	<u>4,41%</u>	<u>2,32%</u>	<u>4,45%</u>	1,74%
15/04/2000	3,85%	3,34%	5,76%	6,85%	6,05%	5,24%	5,46%	14,41%
16/04/2000	9,25%	10,28%	5,66%	9,56%	6,68%	10,60%	6,07%	18,42%
# migliori	1	4	1	2	0	2	2	1
# superano il test	8	9	9	10	9	11	10	-
XI-XII settimana								
12/06/2000	<u>29,67%</u>	20,89%	10,38%	<u>30,68%</u>	21,06%	25,40%	12,30%	25,48%
13/06/2000	<u>36,89%</u>	<u>26,83%</u>	13,80%	<u>36,86%</u>	18,05%	<u>30,01%</u>	14,75%	24,77%
14/06/2000	<u>68,03%</u>	64,87%	22,93%	<u>69,98%</u>	45,88%	<u>67,22%</u>	29,42%	66,92%
15/06/2000	<u>50,15%</u>	<u>50,23%</u>	15,65%	<u>56,23%</u>	<u>29,55%</u>	<u>54,37%</u>	21,65%	21,88%
16/06/2000	<u>31,17%</u>	<u>39,74%</u>	14,31%	<u>30,51%</u>	14,23%	29,53%	15,26%	30,48%
17/06/2000	<u>78,12%</u>	<u>58,69%</u>	18,65%	<u>100,65%</u>	<u>55,59%</u>	<u>107,07%</u>	26,36%	39,25%
18/06/2000	<u>24,45%</u>	<u>24,06%</u>	6,39%	<u>46,59%</u>	<u>17,84%</u>	<u>55,49%</u>	11,13%	17,01%
19/06/2000	8,74%	5,59%	6,32%	7,98%	9,41%	8,96%	6,34%	20,99%
20/06/2000	16,55%	<u>20,81%</u>	7,68%	<u>21,84%</u>	12,17%	<u>23,83%</u>	8,41%	20,58%
21/06/2000	13,88%	14,38%	6,74%	<u>25,04%</u>	8,69%	<u>20,58%</u>	7,44%	16,98%
22/06/2000	26,89%	27,97%	16,56%	25,84%	18,74%	27,06%	17,25%	36,70%
23/06/2000	<u>15,59%</u>	<u>11,33%</u>	<u>11,36%</u>	20,00%	11,27%	<u>13,64%</u>	10,95%	11,20%
24/06/2000	<u>24,45%</u>	<u>20,31%</u>	6,17%	<u>30,78%</u>	<u>14,43%</u>	<u>29,37%</u>	7,80%	14,41%
25/06/2000	<u>9,07%</u>	<u>7,59%</u>	5,24%	<u>16,31%</u>	<u>8,48%</u>	<u>14,99%</u>	5,96%	7,46%
# migliori	0	1	11	0	1	0	1	0
# superano il test	4	5	13	2	8	4	14	-

I modelli AR1, AR1-G e ARX1-G presentano risultati poco soddisfacenti nelle settimane di estrema volatilità. Sono stati esclusi dal set dei modelli utilizzati per ottenere previsioni nell'intero periodo out of sample (3 aprile – 3 dicembre 2000). Il modello migliore nel periodo di volatilità è il modello ARX2. Nello stesso periodo si può notare che la componente aggiuntiva GARCH in generale non migliora le previsioni del modello ARX2 tranne il 23 giugno.

I modelli ARX1, ARX2, AR2-G e ARX2-G sono stati utilizzati per stimare l'intero periodo di previsione (3 aprile – 3 dicembre). Le Tabelle 5.5 e 5.6 presentano rispettivamente gli errori MWE e WMRSE delle 35 settimane previste.

Tabella 5.3: MWE in percentuale per tutte le settimane del periodo di test. I migliori risultati per ciascuna settimana sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test naïve sono sottolineati. Lo sfondo grigio indica le settimane che presentano periodi calmi, quello rosa periodi di volatilità. Nelle ultime due righe sono presenti alcune misure riassuntive. Il primo numero (prima dello slash) indica la performance durante le prime 10 settimane, il secondo quella ottenuta nelle restanti 25 settimane.

Settimana	ARX1	ARX2	AR2-G	ARX2-G	Naïve
1	4,75%	3,77%	3,88	3,45%	5,00
2	6,53%	5,554%	5,28%	5,546%	8,62
3	7,99%	6,20%	7,85%	6,39%	9,74
4	11,95%	7,37%	9,88%	7,61%	17,14
5	9,73%	6,47%	10,29%	7,20%	19,31
6	9,48%	4,81%	5,81%	4,92%	14,70
7	9,54%	5,25%	7,03%	5,41%	12,56
8	42,02%	16,63%	32,21%	20,49%	62,97
9	14,52%	5,77%	9,39%	6,65%	33,22
10	9,61%	4,92%	6,11%	4,99%	16,23
11	<u>49,33%</u>	17,22%	31,56%	21,47%	35,59
12	16,56%	9,56%	12,73%	10,11%	19,41
13	<u>49,76%</u>	16,48%	27,86%	19,99%	23,31
14	24,07%	9,24%	18,03%	11,43%	49,47
15	12,42%	7,29%	8,54%	7,39%	22,37
16	28,28%	13,07%	20,32%	14,97%	32,35
17	27,41%	13,77%	17,31%	14,82%	27,74
18	<u>17,55%</u>	10,76%	11,75%	10,74%	15,00
19	11,78%	8,97%	12,36%	9,51%	18,20
20	<u>12,29%</u>	7,35%	8,44%	7,36%	8,60
21	17,04%	6,56%	8,87%	7,17%	18,22
22	17,74%	8,04%	14,40%	9,30%	50,33
23	20,20%	9,21%	14,89%	10,30%	44,17
24	15,91%	6,17%	10,34%	7,00%	22,86
25	17,69%	6,35%	13,32%	7,49%	27,90
26	13,36%	6,70%	9,85%	7,14%	22,99
27	11,39%	5,19%	7,09%	5,45%	16,98
28	8,04%	5,46%	6,42%	5,43%	13,96
29	<u>9,68%</u>	4,52%	5,87%	4,35%	7,11
30	<u>10,22%</u>	5,89%	6,75%	5,78%	8,66
31	<u>11,33%</u>	6,03%	7,24%	6,02%	11,12
32	<u>13,16%</u>	5,26%	6,90%	5,41%	12,62
33	16,61%	4,75%	8,30%	5,57%	18,57
34	<u>16,95%</u>	5,26%	5,76%	5,31%	15,15
35	<u>11,91%</u>	4,43%	3,17%	3,95%	6,09
#migliori	0/0	8/18	1/1	1/6	0/0
#superano il test	10/15	10/25	10/25	10/25	-

Tabella 5.4: WMRSE per tutte le settimane del periodo di test. I migliori risultati per ciascuna settimana sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test naïve sono sottolineati. Lo sfondo grigio indica le settimane che presentano periodi calmi, quello rosa periodi di volatilità. Nelle ultime due righe sono presenti alcune misure riassuntive. Il primo numero (prima dello slash) indica la performance durante le prime 10 settimane, il secondo quella ottenuta nelle restanti 25 settimane.

Settimana	ARX1	ARX2	AR2-G	ARX2-G	Naïve
1	1,87	1,46	1,55	1,36	2,06
2	2,33	1,99	1,95	1,95	2,93
3	2,42	2,189	2,49	2,19	3,20
4	3,88	2,90	3,41	2,89	5,59
5	5,01	3,32	4,98	3,62	8,55
6	3,91	2,27	2,70	2,28	6,15
7	4,59	2,58	3,43	2,62	6,41
8	82,59	30,17	58,82	38,73	97,98
9	10,38	4,10	6,62	4,75	30,35
10	6,60	3,51	4,39	3,53	12,95
11	<u>135,95</u>	47,45	85,60	59,08	99,88
12	23,17	13,10	16,54	13,37	26,66
13	<u>171,64</u>	63,07	<u>98,49</u>	74,27	93,17
14	15,67	6,06	11,72	7,25	37,34
15	9,48	5,98	6,84	5,96	18,58
16	<u>76,47</u>	32,52	51,38	37,48	69,83
17	90,02	40,23	55,05	43,69	96,73
18	59,46	45,52	44,96	44,60	61,97
19	22,23	17,58	21,71	17,94	33,73
20	<u>23,63</u>	15,09	<u>17,25</u>	15,04	16,70
21	36,46	15,57	20,91	16,82	45,10
22	26,94	12,21	21,54	13,66	77,40
23	28,08	14,11	19,98	15,09	60,34
24	30,17	12,03	20,10	13,38	41,54
25	28,79	11,90	22,49	13,38	50,21
26	21,27	9,37	13,60	10,05	34,64
27	15,63	8,30	10,90	8,59	25,39
28	9,47	7,17	7,67	6,80	20,11
29	<u>11,51</u>	6,21	7,52	5,92	9,12
30	<u>12,70</u>	7,84	8,18	7,50	11,01
31	<u>13,82</u>	7,75	8,80	7,60	13,41
32	<u>20,89</u>	9,25	11,88	9,56	19,66
33	35,71	11,43	19,21	13,31	42,13
34	44,25	15,21	16,04	15,04	41,09
35	32,05	13,71	11,80	12,29	26,24
#migliori	0/0	6/16	2/0	2/9	0/0
#superano il test	10/17	10/25	10/23	10/25	-

Come si può notare, è la componente autoregressiva di ordine 1 a fare la differenza: il modello migliore risulta l'ARX2, seguito dall'ARX2-G e dall'AR2-G. Si nota inoltre che nei periodi di calma quasi tutti i modelli riescono a superare il test di naïve, mentre nei periodi di estrema volatilità solamente quelli con la componente AR(1)

riescono a superarlo (ad esempio nelle settimane 13 e 20). Inoltre nelle previsioni puntuali la componente GARCH non è determinante nel migliorare le previsioni. Nel successivo paragrafo, invece, vedremo quanto essa sia determinante nelle previsioni intervallari.

5.2.2 Modelli non lineari

La procedura utilizzata per stimare dei modelli non lineari del tipo TAR consiste nel suddividere i dati in 24 serie temporali, una per ogni ora del giorno, e stimare il miglior modello per ciascuna serie temporale. I modelli TAR sono stati implementati con il software S-Plus+Finmetrics, utilizzando la procedura di Tsay (vedi capitolo 2). Tale procedura consiste in quattro passi: si definisce l'ordine della componente autoregressiva p (analizzando la funzione di autocorrelazione e la funzione di autocorrelazione parziale), si verifica la presenza di non linearità per un set S di possibili ritardi soglia e si sceglie il valore ritardo soglia d che massimizza la statistica $F(p,d)$, si fissano i valori soglia con l'aiuto di un supporto grafico, ed infine si stima il modello con i valori trovati.

Inoltre per capire se l'utilizzo di modelli non lineari comporti realmente miglioramenti in termini di previsione, sono stati stimati anche dei semplici modelli lineari, la cui struttura autoregressiva rispecchia quella presente nei TAR. Per entrambi i modelli le previsioni sono state eseguite seguendo la stessa procedura: dopo una previsione un passo in avanti è stato aggiornato il campione per poi procedere alla previsione del giorno successivo; tale procedimento è stato eseguito per 7 volte per ciascuna delle 24 serie, ottenendo così la prima settimana di previsione.

I modelli autoregressivi sono dati dalla scrittura $AR(p)$ dove p è l'ordine della componente autoregressiva; i modelli SETAR sono dati dalla scrittura $TAR(K;p,d)$, $r = (r_1, \dots, r_k)$, dove k indica il numero di regimi, p indica l'ordine della componente autoregressiva, d è il valore del ritardo soglia, ed r è il vettore contenente i valori soglia.

La Tabella 5.7 descrive i modelli SETAR e i corrispondenti modelli lineari scelti per ciascuna ora.

Tabella 5.5: Modelli non lineari e i corrispondenti modelli lineari scelti per ogni ora

Serie temporale	Modello non lineare	Modello lineare
Ora 1	TAR(3; 3,3), $r=(0, 0.1)$	AR(3)
Ora 2	TAR(3; 3,3), $r=(-0.05, 0.085)$	AR(3)
Ora 3	TAR(3; 11,1), $r=(-0.1, 0.04)$	AR(11)
Ora 4	TAR(3; 11,1), $r=(0.025, 0.145)$	AR(11)
Ora 5	TAR(3; 2,1), $r=(-0.03, 0.13)$	AR(2)
Ora 6	TAR(2; 8,1), $r=(-0.11)$	AR(8)
Ora 7	TAR(2; 7,1), $r=(0.06)$	AR(7)
Ora 8	TAR(3; 7,6), $r=(-0.14, 0.14)$	AR(7)
Ora 9	TAR(2; 7,6), $r=(-0.06)$	AR(7)
Ora 10	TAR(3; 3,1), $r=(-0.1, 0.16)$	AR(3)
Ora 11	TAR(3; 3,1), $r=(-0.06, 0.16)$	AR(3)
Ora 12	TAR(2; 7,4), $r=(-0.06)$	AR(7)
Ora 13	TAR(2; 6,1), $r=(0.12)$	AR(6)
Ora 14	TAR(3; 3,3), $r=(0, 0.11)$	AR(3)
Ora 15	TAR(3; 4,4), $r=(-0.04, 0.04)$	AR(4)
Ora 16	TAR(3; 7,7), $r=(-0.16, 0.09)$	AR(7)
Ora 17	TAR(3; 7,7), $r=(-0.15, 0.07)$	AR(7)
Ora 18	TAR(3; 5,5), $r=(-0.08, 0.22)$	AR(5)
Ora 19	TAR(3; 9,8), $r=(-0.18, 0.165)$	AR(9)
Ora 20	TAR(3; 6,1), $r=(0.09, 0.165)$	AR(6)
Ora 21	TAR(3; 7,6), $r=(-0.12, 0.12)$	AR(7)
Ora 22	TAR(3; 4,1), $r=(-0.073, 0.1)$	AR(4)
Ora 23	TAR(3; 4,1), $r=(0.01, 0.145)$	AR(4)
Ora 24	TAR(2; 3,1), $r=(-0.02)$	AR(3)

Come nel caso precedente sono state ottenute le previsioni per la prima settimana fuori dal campione (3-9 aprile). Per ciascuna serie temporale sono state calcolate le previsioni sette passi in avanti, aggiornando però il campione di volta in volta. Unendo i risultati ottenuti per ogni ora si crea un quadro completo per la prima settimana di previsioni.

La Figura 5.7 mostra le previsioni ottenute dai modelli lineari (grafico sopra), e quelle ottenute dai modelli non lineari (grafico sotto).

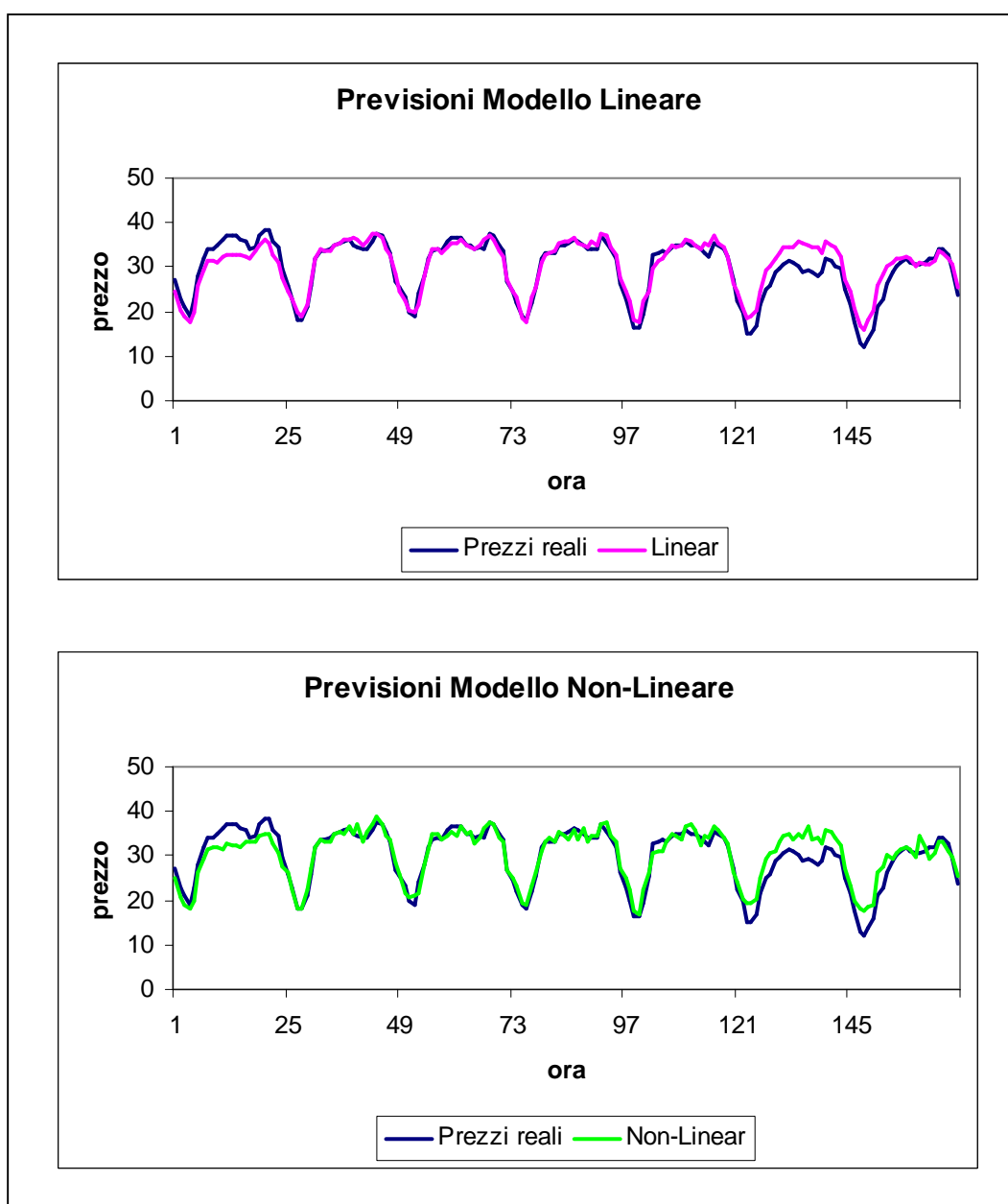


Figura 5.7: Previsioni ottenute dai modelli lineari (grafico sopra) e non lineari (grafico sotto) elencati nella Tabella 5.7

Ancora una volta la performance di previsione per i giorni lunedì, sabato e domenica è inferiore ai restanti giorni della settimana. Ciò è confermato dalla Tabella 5.8 in cui sono descritti gli errori medi giornalieri calcolati per ciascun giorno della settimana prevista. Come si può notare i modelli lineari e non lineari producono MDE abbastanza simili: tali errori infatti non superano il test naïve negli stessi giorni: lunedì, mercoledì, venerdì, e sabato.

Tabella 5.6: MDE per la prima settimana di previsione. I risultati migliori sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test sono sottolineati. Il risultato in grassetto azzurro indica che è il migliore tra gli indici calcolati fino ad ora.

Day	Linear	Non Linear	Naive
Mo	<u>8,81%</u>	<u>8,81%</u>	5,68%
Tu	2,37%	2,19%	3,77%
We	<u>2,50%</u>	<u>3,12%</u>	2,19%
Th	2,06%	2,72%	2,97%
Fr	<u>3,82%</u>	<u>4,25%</u>	2,89%
Sa	<u>14,41%</u>	<u>14,00%</u>	8,72%
Su	8,18%	8,21%	10,11%
#migliori	2	1	4
#superano il test	3	3	-

L'unico risultato che presenta un MDE inferiore a quelli trovati con gli altri modelli (vedi Tabella 5.3) è l'indice per martedì.

Dall'analisi grafica e degli errori di previsione, si potrebbe dire che utilizzare dei modelli non lineari del tipo TAR non porta a sostanziali miglioramenti in termini di previsioni. Tuttavia il modello adottato in questa sede ha alcuni limiti, primo fra tutti l'impossibilità di inserire nella regressione delle variabili esogene. Infatti pur notando che era necessario inserire anche le variabili dummy per lunedì, sabato e domenica, e la variabile che esprimeva la quantità di carico prevista, oltre ai processi ritardati dei prezzi, non si è potuto migliorare in alcun modo il modello. Un ulteriore miglioramento poteva essere ottenuto tenendo conto della componente autoregressiva di ordine 1, ma in questa sede essa non poteva essere utilizzata data l'impossibilità di stimare un unico modello a soglia utilizzando l'intero campione. Non è perciò sembrato opportuno utilizzare i modelli TAR trovati per fare previsioni per tutte le 35 settimane del periodo di previsione.

5.2.3 Modelli non parametrici

L'ultima classe di modelli utilizzata per ottenere previsioni è rappresentata dalle reti neurali. La rete utilizzata è una rete feed-forward la cui struttura è 8 -3 -1:

- otto variabili di input: p_{t-1} , p_{t-24} , p_{t-48} , p_{t-168} , il carico previsto, una dummy per lunedì, una per sabato ed una per domenica,
- tre nodi nello strato invisibile,
- una variabile di output: p_t .

Le previsioni ottenute per la prima settimana del periodo di previsione (3-9 aprile) sono illustrate nella Figura 5.8.

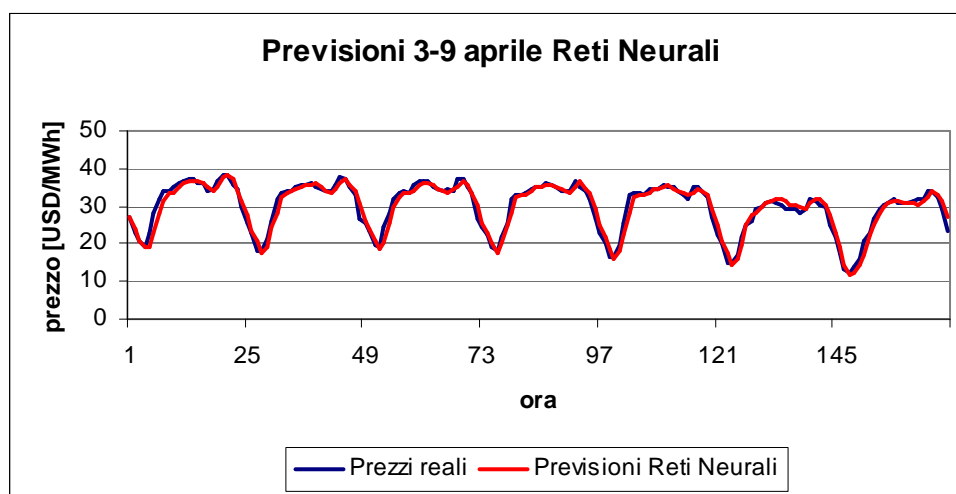


Figura 5.8: Previsioni 3-9 aprile ottenute con la rete neurale 8-3-1

Le previsioni sembrano avvicinarsi molto ai prezzi reali. La Tabella 5.9 mostra gli errori medi giornalieri per la prima settimana. In due giorni le previsioni non riescono a superare il test naïve, mercoledì e venerdì; quest'ultimo non rappresenta una novità. Infatti nessuno dei modelli considerati è riuscito ad ottenere risultati migliori del test naïve. Inoltre il risultato ottenuto per il giorno 9 aprile è il migliore trovato fino ad ora (vedi Tabella 5.3).

Tabella 5.7: MDE per la prima settimana di previsione. I risultati che non superano il test sono sottolineati. Il risultato in grassetto blu indica che è il migliore trovato fino ad ora.

	Reti Neurali	Naive
03/04/2000	3,75%	5,68%
04/04/2000	3,52%	3,77%
05/04/2000	<u>3,44%</u>	2,19%
06/04/2000	2,91%	2,97%
07/04/2000	<u>3,47%</u>	2,89%
08/04/2000	4,30%	8,72%
09/04/2000	4,29%	10,11%
# superano il test	5	-

Il modello trovato predice abbastanza bene la prima settimana del periodo di previsioni. Tale settimana rappresenta però un periodo di calma. Sono state quindi stimate quattro settimane: le prime due (che rappresentano un periodo di calma) e l'undicesima e la dodicesima (che rappresentano un periodo di volatilità) delle 35 settimane appartenenti al periodo totale di previsione.

La Figura 5.9 mostra le previsioni ottenute per le prime due settimane (grafico sopra) e per la settimana undicesima e dodicesima (grafico sotto). Da un'analisi grafica il modello sembra ottenere buone previsioni sia nei periodi di calma sia nei periodi di volatilità.

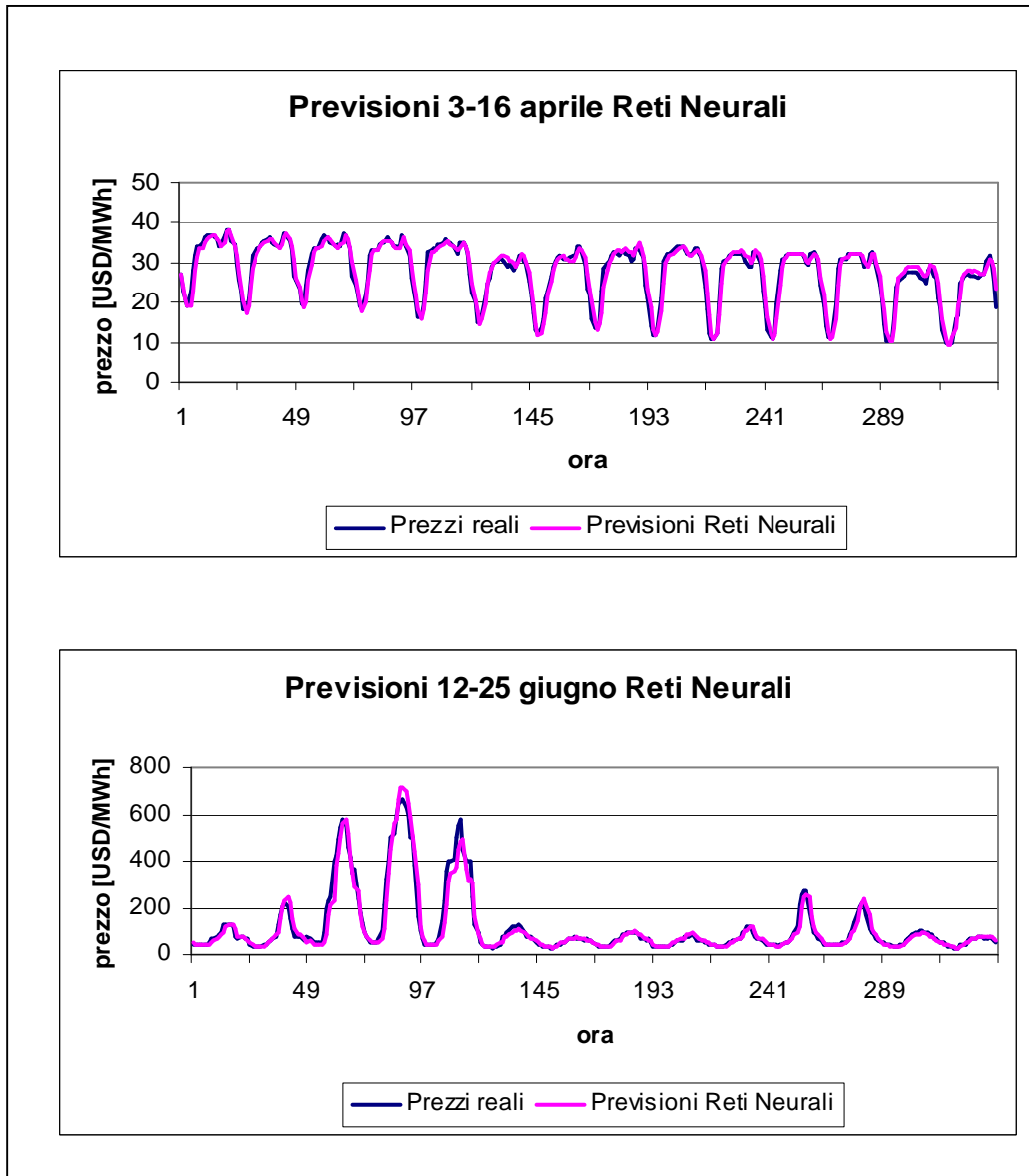


Figura 5.10: Previsioni puntuali per le prime due settimane del periodo di previsione (3-16 aprile) e per l'undicesima e dodicesima settimana (12-25 giugno) per la rete neurale.

La Tabella 5.10 confronta gli errori medi giornalieri per ciascun giorno delle quattro settimane considerate ottenuti dalle previsioni della rete neurale e quelli dei modelli lineari ARX1, ARX2, AR2-G e ARX2-G.

Tabella 5.8: MDE per le prime due settimane di previsioni (parte azzurra) e per l'undicesima e la dodicesima settimana (parte rosa). I risultati migliori sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test sono sottolineati.

	ARX1	ARX2	AR2-G	ARX2-G	Rete Neurale	Naive
I-II settimana						
03/04/2000	<u>6,75%</u>	4,39%	4,64%	3,82%	3,75%	5,68%
04/04/2000	3,57%	3,59%	3,65%	3,26%	3,52%	3,77%
05/04/2000	1,51%	<u>3,35%</u>	<u>3,34%</u>	<u>3,08%</u>	<u>3,44%</u>	2,19%
06/04/2000	2,87%	<u>3,00%</u>	2,95%	2,67%	2,91%	2,97%
07/04/2000	<u>3,58%</u>	<u>3,61%</u>	<u>3,46%</u>	<u>3,32%</u>	<u>3,47%</u>	2,89%
08/04/2000	3,74%	4,05%	4,45%	3,80%	4,30%	8,72%
09/04/2000	<u>12,20%</u>	4,50%	4,85%	4,41%	4,29%	10,11%
10/04/2000	13,53%	6,15%	6,22%	6,09%	5,83%	16,44%
11/04/2000	6,31%	5,54%	5,13%	5,15%	4,81%	7,24%
12/04/2000	4,20%	5,76%	<u>6,45%</u>	5,67%	5,50%	5,99%
13/04/2000	<u>3,85%</u>	4,48%	<u>4,14%</u>	4,25%	<u>3,95%</u>	1,48%
14/04/2000	<u>4,11%</u>	<u>4,62%</u>	<u>4,41%</u>	<u>4,45%</u>	<u>4,53%</u>	1,74%
15/04/2000	3,34%	5,76%	6,05%	5,46%	6,75%	14,41%
16/04/2000	10,28%	5,66%	6,68%	6,07%	6,65%	18,42%
# migliori	5	1	0	1	3	3
# superano il test	9	9	9	10	10	-
XI-XII settimana						
12/06/2000	20,89%	10,38%	21,06%	12,30%	10,21%	25,48%
13/06/2000	<u>26,83%</u>	13,80%	18,05%	14,75%	15,55%	24,77%
14/06/2000	64,87%	22,93%	45,88%	29,42%	14,04%	66,92%
15/06/2000	<u>50,23%</u>	15,65%	<u>29,55%</u>	21,65%	12,66%	21,88%
16/06/2000	<u>39,74%</u>	14,31%	14,23%	15,26%	19,85%	30,48%
17/06/2000	<u>58,69%</u>	18,65%	<u>55,59%</u>	26,36%	11,27%	39,25%
18/06/2000	<u>24,06%</u>	6,39%	<u>17,84%</u>	11,13%	4,42%	17,01%
19/06/2000	5,59%	6,32%	9,41%	6,34%	8,43%	20,99%
20/06/2000	<u>20,81%</u>	7,68%	12,17%	8,41%	11,01%	20,58%
21/06/2000	14,38%	6,74%	8,69%	7,44%	7,84%	16,98%
22/06/2000	27,97%	16,56%	18,74%	17,25%	17,08%	36,70%
23/06/2000	<u>11,33%</u>	<u>11,36%</u>	<u>11,27%</u>	10,95%	<u>13,36%</u>	11,20%
24/06/2000	<u>20,31%</u>	6,17%	<u>14,43%</u>	7,80%	6,71%	14,41%
25/06/2000	<u>7,59%</u>	5,24%	<u>8,48%</u>	5,96%	5,17%	7,46%
# migliori	1	6	1	1	6	0
# superano il test	5	13	8	14	13	-

I modelli migliori per le settimane considerate sono ARX2 e la rete neurale. Dal momento che la rete neurale ha ottenuto buone previsioni sia in periodi di calma sia in periodi di volatilità, il modello non parametrico è stato utilizzato per prevedere i prezzi per l'intero intervallo di previsione (3 aprile – 3 dicembre). La Tabella 5.11 e la Tabella 5.12 mostrano gli errori medi settimanali (MWE) e i WRMSE ottenuti dalla rete e li confronta con i modelli lineari ARX1, ARX2 e i modelli lineari con componente garch AR2-G e ARX2-G.

Tabella 5.11: MWE in percentuale per tutte le settimane del periodo di test. I migliori risultati per ciascuna settimana sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test naïve sono sottolineati. Lo sfondo grigio indica le settimane che presentano periodi calmi, quello rosa periodi di volatilità. Nelle ultime due righe sono presenti alcune misure riassuntive. Il primo numero (prima dello slash) indica la performance durante le prime 10 settimane, il secondo quella ottenuta nelle restanti 25 settimane.

Settimana	ARX1	ARX2	AR2-G	ARX2-G	Rete Neurale	Naïve
1	4,75%	3,77%	3,88	3,45%	3,64%	5,00
2	6,53%	5,554%	5,28%	5,546%	5,37%	8,62
3	7,99%	6,20%	7,85%	6,39%	7,42%	9,74
4	11,95%	7,37%	9,88%	7,61%	8,92%	17,14
5	9,73%	6,47%	10,29%	7,20%	7,97%	19,31
6	9,48%	4,81%	5,81%	4,92%	5,86%	14,70
7	9,54%	5,25%	7,03%	5,41%	6,06%	12,56
8	42,02%	16,63%	32,21%	20,49%	26,08%	62,97
9	14,52%	5,77%	9,39%	6,65%	8,43%	33,22
10	9,61%	4,92%	6,11%	4,99%	5,98%	16,23
11	<u>49,33%</u>	17,22%	31,56%	21,47%	14,18%	35,59
12	16,56%	9,56%	12,73%	10,11%	10,73%	19,41
13	<u>49,76%</u>	16,48%	27,86%	19,99%	16,69%	23,31
14	24,07%	9,24%	18,03%	11,43%	10,14%	49,47
15	12,42%	7,29%	8,54%	7,39%	7,47%	22,37
16	28,28%	13,07%	20,32%	14,97%	14,43%	32,35
17	27,41%	13,77%	17,31%	14,82%	14,52%	27,74
18	<u>17,55%</u>	10,76%	11,75%	10,74%	<u>16,80%</u>	15,00
19	11,78%	8,97%	12,36%	9,51%	10,99%	18,20
20	<u>12,29%</u>	7,35%	8,44%	7,36%	<u>10,38%</u>	8,60
21	17,04%	6,56%	8,87%	7,17%	13,48%	18,22
22	17,74%	8,04%	14,40%	9,30%	11,13%	50,33
23	20,20%	9,21%	14,89%	10,30%	10,90%	44,17
24	15,91%	6,17%	10,34%	7,00%	7,98%	22,86
25	17,69%	6,35%	13,32%	7,49%	10,98%	27,90
26	13,36%	6,70%	9,85%	7,14%	8,39%	22,99
27	11,39%	5,19%	7,09%	5,45%	7,19%	16,98
28	8,04%	5,46%	6,42%	5,43%	6,09%	13,96
29	<u>9,68%</u>	4,52%	5,87%	4,35%	6,02%	7,11
30	<u>10,22%</u>	5,89%	6,75%	5,78%	8,19%	8,66
31	<u>11,33%</u>	6,03%	7,24%	6,02%	7,20%	11,12
32	<u>13,16%</u>	5,26%	6,90%	5,41%	7,15%	12,62
33	16,61%	4,75%	8,30%	5,57%	9,26%	18,57
34	<u>16,95%</u>	5,26%	5,76%	5,31%	9,75%	15,15
35	<u>11,91%</u>	4,43%	3,17%	3,95%	3,44%	6,09
#migliori	0/0	8/18	1/1	1/6	0/1	0/0
#superano il test	10/15	10/25	10/25	10/25	10/23	-

Tabella 5.12: WMRSE per tutte le settimane del periodo di test. I migliori risultati per ciascuna settimana sono enfatizzati in grassetto. I risultati che non passano il test naïve sono sottolineati. Lo sfondo grigio indica le settimane che presentano periodi calmi, quello rosa periodi di volatilità. Nelle ultime due righe sono presenti alcune misure riassuntive. Il primo numero (prima dello slash) indica la performance durante le prime 10 settimane, il secondo quella ottenuta nelle restanti 25 settimane.

Settimana	ARX1	ARX2	AR2-G	ARX2-G	Rete Neurale	Naïve
1	1,87	1,46	1,55	1,36	1,51	2,06
2	2,33	1,99	1,95	1,95	1,91	2,93
3	2,42	2,189	2,49	2,19	2,41	3,20
4	3,88	2,90	3,41	2,89	3,05	5,59
5	5,01	3,32	4,98	3,62	3,85	8,55
6	3,91	2,27	2,70	2,28	2,59	6,15
7	4,59	2,58	3,43	2,62	2,98	6,41
8	82,59	30,17	58,82	38,73	54,20	97,98
9	10,38	4,10	6,62	4,75	5,68	30,35
10	6,60	3,51	4,39	3,53	4,05	12,95
11	<u>135,95</u>	47,45	85,60	59,08	39,86	99,88
12	23,17	13,10	16,54	13,37	13,97	26,66
13	<u>171,64</u>	63,07	<u>98,49</u>	74,27	61,10	93,17
14	15,67	6,06	11,72	7,25	6,60	37,34
15	9,48	5,98	6,84	5,96	6,05	18,58
16	<u>76,47</u>	32,52	51,38	37,48	30,97	69,83
17	90,02	40,23	55,05	43,69	41,28	96,73
18	59,46	45,52	44,96	44,60	58,42	61,97
19	22,23	17,58	21,71	17,94	21,16	33,73
20	<u>23,63</u>	15,09	<u>17,25</u>	15,04	19,33	16,70
21	36,46	15,57	20,91	16,82	29,88	45,10
22	26,94	12,21	21,54	13,66	17,35	77,40
23	28,08	14,11	19,98	15,09	15,02	60,34
24	30,17	12,03	20,10	13,38	15,64	41,54
25	28,79	11,90	22,49	13,38	20,11	50,21
26	21,27	9,37	13,60	10,05	11,03	34,64
27	15,63	8,30	10,90	8,59	10,70	25,39
28	9,47	7,17	7,67	6,80	7,57	20,11
29	<u>11,51</u>	6,21	7,52	5,92	8,08	9,12
30	<u>12,70</u>	7,84	8,18	7,50	9,87	11,01
31	<u>13,82</u>	7,75	8,80	7,60	8,71	13,41
32	<u>20,89</u>	9,25	11,88	9,56	11,88	19,66
33	35,71	11,43	19,21	13,31	21,45	42,13
34	44,25	15,21	16,04	15,04	25,12	41,09
35	32,05	13,71	11,80	12,29	13,48	26,24
#migliori	0/0	6/16	2/0	2/9	1/3	0/0
#superano il test	10/17	10/25	10/23	10/25	10/25	-

Dall'analisi delle ultime due tabelle (Tabella 5.11 e Tabella 5.12) emerge che il modello che produce le migliori previsioni puntuali è il modello ARX2, la cui struttura è:

$$p_t = \varphi_1 p_{t-1} + \varphi_2 p_{t-24} + \varphi_3 p_{t-48} + \varphi_4 p_{t-168} + \psi_1 z_t + d_1 D_{LUN} + d_2 D_{SAB} + d_3 D_{DOM} + \varepsilon_t$$

Altri modelli che offrono buone previsioni sono il modello ARX2-G e la rete neurale. In generale però il modello ARX2-G non migliora le previsioni puntuali ottenute dal modello ARX2, pur tenendo conto dell'eteroschedasticità dei residui. Invece la componente GARCH diventa fondamentale nelle previsioni intervallari.

5.3 Previsioni intervallari

Per ottenere le previsioni intervallari sono stati utilizzati due modelli: il modello ARX2 e il modello con componente GARCH ARX2-G. Questi infatti erano risultati i modelli migliori nelle previsioni puntuali. Come nel caso precedente, sono stati considerati due periodi: i giorni dal 3 al 16 aprile (in quanto periodo di calma) e i giorni dal 12 al 25 giugno (in quanto periodo di estrema volatilità). La Figura 5.11 mostra le previsioni intervallari ottenute dal modello ARX2, la Figura 5.12 quelle ottenute dal modello ARX2-G. Nei periodi di calma entrambi i modelli riescono a contenere i prezzi reali tra il limite inferiore e il limite superiore. Lo stesso non accade nei periodi di volatilità: solo il modello ARX2-G fornisce delle previsioni intervallari soddisfacenti. Il modello ARX2, invece, non riesce ad ottenere un intervallo di previsione soddisfacente.

Il modello migliore per ottenere previsioni intervallari è il modello ARX2-G.

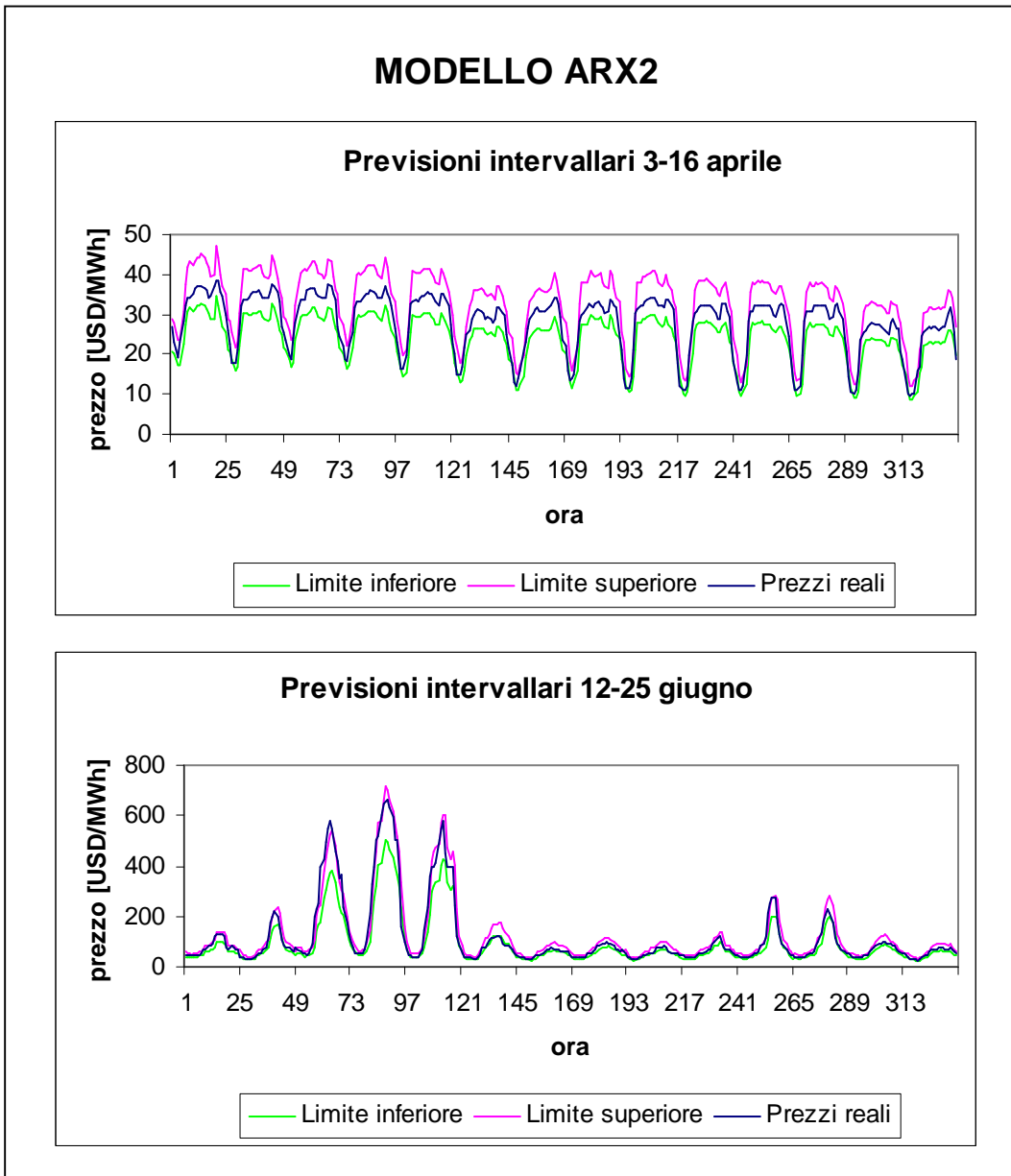


Figura 5.11: Previsioni intervallari ottenute dal modello ARX2 nel periodo 3-16 aprile (grafico sopra) e nel periodo 12-25 giugno (grafico sotto)

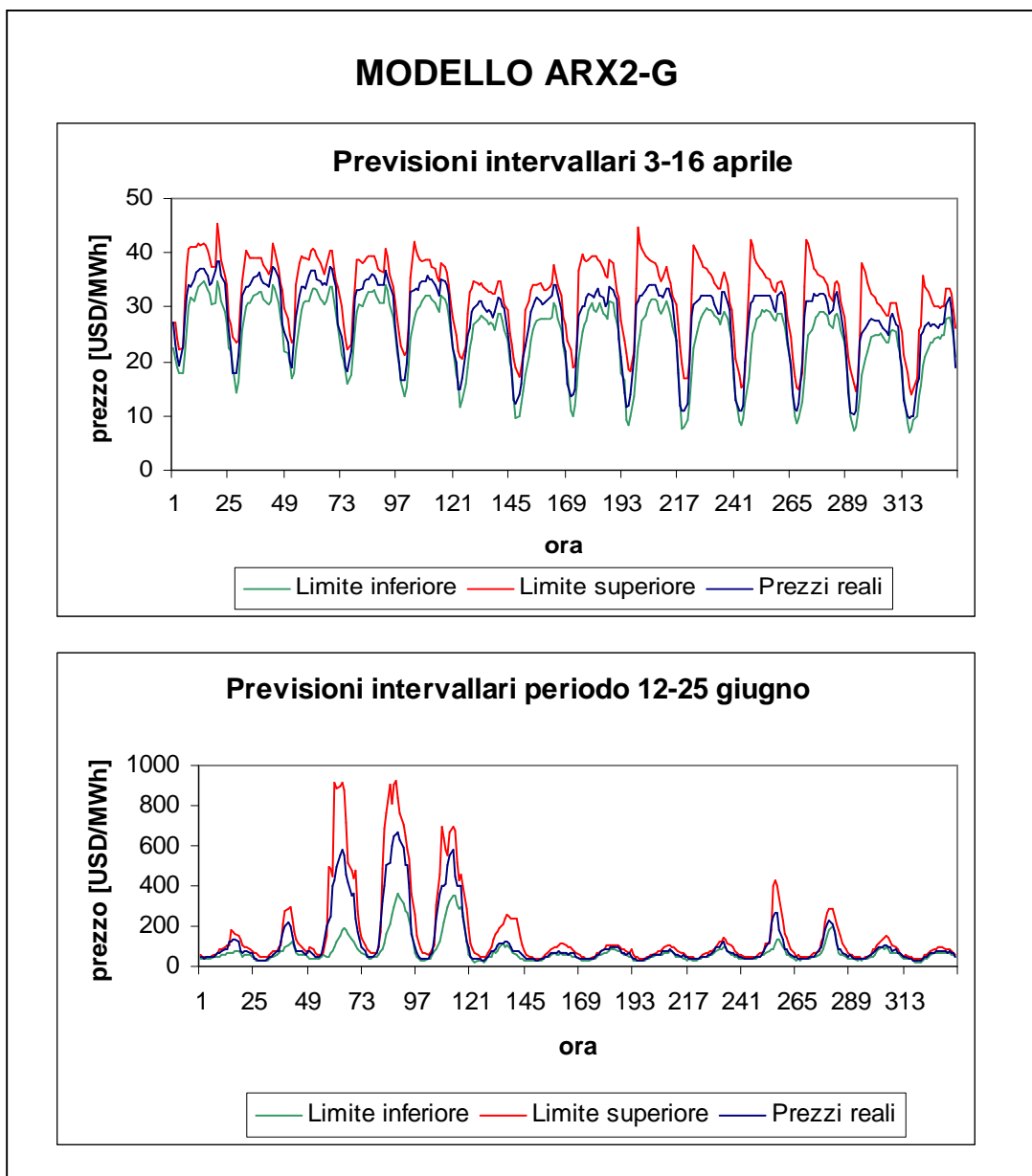


Figura 5.12 Previsioni intervallari ottenute dal modello ARX2-G nel periodo 3-16 aprile (grafico sopra) e nel periodo 12-25 giugno (grafico sotto)

Capitolo 6

CONCLUSIONI

Nella tesi è stato investigato il potere di previsione di vari modelli per la serie temporale dei prezzi spot dell'energia elettrica. I modelli includevano diverse specificazioni di modelli lineari autoregressivi, con errori eteroschedastici e variabili fondamentali aggiuntive. Inoltre sono stati considerati un modello non lineare del tipo TAR e un modello non parametrico del tipo rete neurale, per cercare di cogliere la natura non lineare dei prezzi spot. I modelli sono stati testati sulla serie temporale dei prezzi e dei carichi di energia del mercato elettrico della California (California Power Exchange). È stato scelto questo mercato per due motivi:

- Offre liberamente dati di alta qualità dei prezzi dell'elettricità e del rispettivo carico;
- Esibisce un comportamento di mercato che porta ad un crollo nell'inverno 2000/2001.

PREVISIONI PUNTUALI

I migliori risultati sono stati ottenuti usando un modello autoregressivo ARX, nella cui specificazione era stato inserito anche il carico previsto come variabile esogena. Al modello ARX è stata poi aggiunta la componente GARCH. Dal confronto con il caso precedente non sono emersi miglioramenti in termini di previsioni puntuali.

Per quanto riguarda il modello non lineare TAR, esso ha fallito in termini di previsioni puntuali. Tale fallimento è dovuto ad alcuni limiti nella costruzione del modello:

1. non potevano essere aggiunte nella specificazione variabili dummy per contenere la stagionalità infrasettimanale;
2. non si potevano inserire nella specificazione variabili esogene;
3. non si poteva costruire un modello a soglia a partire dall'intero dataset: si è perciò dovuto suddividere la serie temporale in 24 (sotto)serie temporali (una per ogni ora del giorno) e scegliere un modello TAR per ciascuna di esse, perdendo quindi informazione.

Nonostante i limiti descritti, i modelli TAR hanno ottenuto buone previsioni per alcuni giorni della prima settimana del periodo out-of-sample. I modelli non lineari TAR

potrebbero quindi essere in grado di migliorare le previsioni trovate in precedenza, una volta superati tali limiti.

Infine la rete neurale ha prodotto delle previsioni soddisfacenti, ma non migliori a quelle ottenute dal modello lineare ARX.

PREVISIONI INTERVALLARI

Le previsioni intervallari sono state calcolate con il modello migliore trovato (ARX), ma in tal caso la componente aggiuntiva GARCH si è rivelata fondamentale per migliorare le previsioni.

Bibliografia

Azzalini A. e Scarpa B. (2004). "Analisi dei dati e data mining", Springer-Verlag Italia, Milano.

Box G. E. P. and Cox D. R. (1964). "An analysis of trasformations", *J. Roy. Stat. Soc., Ser. B*, 26, 211-252.

Bunn D. W. and Karakatsami N. (2003). "Forecasting Electricity Prices", *London Business School*, 2003 v1.

Chatfield C. (2000). "Time Series Forecasting", Chapman & Hall/CRC.

Escribano A., Pena J. I. and Villaplana P. (2002). "Modeling electricity prices: international evidence", Working Paper 02-27, Universidad Carlos II de Madrid.

Gallo G. e Pacini B. (2002) "Metodi quantitativi per i mercati finanziari", Carocci, Firenze.

Misiorek A., Truek S. and Weron R. (2006). "Point and Interval Forecasting of Spot Electricity Prices: Linear vs Non-Linear Time Series Model", *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 10(3), Article 2.

Tsay R.S. (2005). "Analysis of Financial Time Series ", Second edition John Wiley & Sons, Inc.

Tsay R.S. (1989). "Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes", *Journal of American Statistical Association*, Vol.84, No 445, pp 231-240.

Venables W.N. and Ripley B.D. (2002). "Modern applied statistics with S", Springer.

Wei W.W.S. (2006). "Time series analysis univariate and multivariate methods", Second edition, Addison-Wesley.

Weron R. (2006). "Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices. A Statistical Approach", John Wiley & Sons, Ltd.

Zivot E. and Wang J. (2005). "Modelling Financial Time Series with S-PLUS", Second Edition.