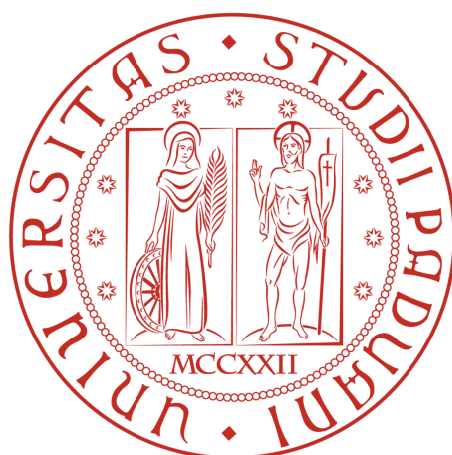


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

**FACOLTÀ DI SCIENZE STATISTICHE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN STATISTICA, ECONOMIA E FINANZA**



TESI DI LAUREA

STIMA ROLLING DEL MODELLO DI MARKOWITZ

Relatore: Prof. Nunzio Cappuccio

Laureanda: Anita Cavalletto

Matricola: 571853 SEF

Anno Accademico: 2010-2011

INDICE

CAPITOLO 1: Introduzione

1.1 Introduzione

CAPITOLO 2: I dati

2.1 Prezzi e rendimenti

2.1.1 Rendimento di un indice e di un portafoglio

2.2 Andamento degli indici

2.2.1 Stazionarietà delle serie storiche

2.3 Analisi descrittive

CAPITOLO 3: Allocazione di Markowitz

3.1 Il modello di Markowitz

3.2 Frontiera efficiente senza risk-free

3.3 Frontiera efficiente con risk-free

3.4 Performance di Sharpe

3.4.1 Performance di Sharpe su singolo indice

3.5 Frontiera efficiente esclusi gli indici azionari

3.6 Frontiere efficienti vincolate

CAPITOLO 4: Stima rolling dei rendimenti

4.1 Approccio al problema

4.2 Frontiera efficiente senza risk-free

4.3 Frontiera efficiente con risk-free

4.4 Performance di Sharpe sui portafogli significativi

CAPITOLO 5: CAPM

5.1 Problemi del modello di Markowitz

5.2 Ipotesi e formulazione

5.3 Stima dei beta

5.4 Stima rolling dei beta

CONCLUSIONI

APPENDICE

SOFTWARE UTILIZZATI

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

CAPITOLO 1: Introduzione

1.1 Introduzione

L'obiettivo di questa tesi è l'allocazione ottimale di un portafoglio di indici sfruttando la teoria di Markowitz secondo la quale al fine di costruire un portafoglio efficiente occorre individuare una combinazione di titoli tale da minimizzare il rischio e massimizzare il rendimento.

Studieremo i casi generali di frontiera efficiente senza e con titolo privo di rischio e la confronteremo con frontiere efficienti vincolate, ci focalizzeremo sulla stima rolling dei rendimenti su finestre di ampiezza fissa ma che si spostano nel campione, ci calcoleremo le rispettive frontiere efficienti sulle quali faremo un'analisi grafica e confronteremo la performance di Sharpe sui tre portafogli significativi. Successivamente evidenzieremo i limiti del modello di Markowitz e calcoleremo i beta sfruttando il modello del CAPM.

Il nostro portafoglio, insieme di attività finanziarie in cui tutti gli agenti economici investono la propria ricchezza, è composto da indici azionari, indici obbligazionari a breve termine e indici obbligazionari a lungo termine. Ecco gli indici considerati:

➤ INDICIAZIONARI:

1. S&P 100 (Stati Uniti)
2. MSCI EURO (Area Euro)
3. FTSE 100 (Gran Bretagna)
4. NIKKEI 225 STOCK AVERAGE (Giappone)

➤ INDICI OBBLIGAZIONARI A BREVE TERMINE:

1. JPM GBI US 1-3Y (Stati Uniti)
2. JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y (Area Euro)
3. JPM GBI UK 1-3Y (Gran Bretagna)
4. JPM GBI JAPAN 1-3Y (Giappone)

➤ INDICI OBBLIGAZIONARI A LUNGO TERMINE:

1. JPM GBI US 10+Y (Stati Uniti)
2. JPM EMU GOVERNMENT 10+Y (Area Euro)
3. JPM GBI UK 10+Y (Gran Bretagna)
4. JPM GBI JAPAN 10+Y (Giappone)

In finanza un indice rappresenta il prezzo di un portafoglio di titoli ed è un indicatore importante perché riassume in un unico valore l'evoluzione di tutto il mercato a cui si riferisce.

Gli indici azionari sono la rappresentazione numerica delle variazioni di valore di un portafoglio predefinito di titoli azionari (proprietà di una quota della società a cui si riferisce); un indice obbligazionario è un indicatore dei cambiamenti di valore di un prestabilito portafoglio di titoli obbligazionari (titoli di debito emessi dallo stato o da imprese al fine di finanziarsi).

In alcuni capitoli verranno utilizzati anche l'indice JPM EURO CASH 1M e gli indici azionari mondiali S&P GLOBAL 100, S&P GLOBAL 1200, MSCI WORLD.

CAPITOLO 2: I dati

2.1 Prezzi e rendimenti

Il campione dei dati utilizzato si riferisce ai prezzi mensili di 4 indici azionari, 4 indici obbligazionari a breve termine e 4 indici obbligazionari a lungo termine. Nel dettaglio ogni tipologia di indice è stata considerata per il mercato degli Stati Uniti, dell'Area Euro (quindi esclusa la Gran Bretagna che viene considerata singolarmente), della Gran Bretagna e del Giappone. Le 12 serie storiche scaricate da Datastream (database a copertura globale su serie storiche economiche e finanziarie) riguardano le quotazioni in Euro delle chiusure mensili e si riferiscono ad un arco temporale di 11 anni con inizio il 30 agosto 1999 e termine il 30 agosto 2010 (133 osservazioni). Di queste quotazioni si sono calcolati i rendimenti semplici che rappresentano quanto rende un titolo acquistato al mese t e rivenduto al mese $t+1$. Dato $P_{i,t}$ il valore dell'indice i al mese t , il rendimento $R_{i,t}$ si calcola come:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$$

In appendice è riportata la tabella dei prezzi e dei rendimenti semplici.

2.2.1 Rendimenti di un indice e di un portafoglio

Si ipotizza che la distribuzione di probabilità dei rendimenti di un indice sia caratterizzata solo dai primi due momenti: il rendimento atteso e la varianza.

Per ogni serie storica di T osservazioni, relativa ad ogni indice, è stata calcolata una stima attendibile del rendimento atteso che può essere calcolata con la media aritmetica dei rendimenti:

$$\mu_i = E[r_i] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{i,t}$$

Risulta importante calcolare la varianza dei rendimenti perché ci permette di verificare quanto rischiosa sia un'attività finanziaria:

$$\max_{(\omega)} \{E[r_p]\} \text{ s.v. } Var[r_p] = \hat{\sigma}^2$$

Per un portafoglio composto da N attività finanziarie il relativo rendimento, nel nostro caso i rendimenti di un insieme di indici, sarà dato dalla somma ponderata dei rendimenti dei singoli assets:

$$\sum_p \sum E[r_p] = \sum_{i=1}^N \omega_i r_i$$

Mentre la varianza del portafoglio corrisponderà a:

$$\sigma_p^2 = Var[r_p] = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij}$$

indicando con N il numero di assets coinvolti, con ω_i la quota investita nell'asset i e con σ_{ij} la covarianza tra l'asset i e l'asset j .

È importante ricordare che il rendimento atteso e la varianza di ogni singolo indice sono variabili casuali, governate da una distribuzione di probabilità condizionata che tiene conto del legame esistente tra l'indice di mercato, per questo motivo è importante considerare anche le covarianze tra i rendimenti degli assets.

Notiamo che un altro modo per calcolare la varianza del portafoglio è:

$$\sigma_p^2 = Var[r_p] = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

dove con σ_i è indicata la deviazione standard dell' i -esimo asset e con ρ_{ij} il coefficiente di correlazione tra l' i -esimo e il j -esimo asset.

Si può notare che il rischio del portafoglio dipende anche dalla correlazione tra gli assets, la quale ci permette di descrivere la relazione tra l'andamento di più indici.

Se questo coefficiente è nullo la varianza del portafoglio è uguale alla media ponderata delle varianze dei singoli strumenti, se è positiva ad un aumento del rendimento di uno corrisponde l'aumento del rendimento dell'altro e sta a indicare che i due indici si muovono nella stessa direzione (la variabilità del portafoglio sarà maggiore di quella che caratterizza ciascun indice), infine se la correlazione è negativa implica che a fronte di variazioni positive di un asset corrisponde una variazione negativa del secondo asset (la variabilità del portafoglio sarà minore di quella che caratterizza ciascun indice).

Se ne conclude che se i rendimenti hanno andamenti discordi si riduce il rischio specifico del portafoglio ed è questo il motivo principale per cui si consiglia di diversificare il portafoglio, in quanto scegliendo attività finanziarie opportune di riduce il suo rischio.

Vengono riportate di seguito la matrice di varianza e covarianza e la matrice di correlazione:

➤ MATRICE DI VARIANZA E COVARIANZA

	S&P 100	MSCI EMU	FTSE 100	NIKKEE 225	S&PGLBL 100	JJ MMW U-3Y	UU UU W U-3Y	UU W-U U-3Y	UU UA W U&Y	UU WA U U&Y	UU W W UA+Y	UU W W UA+Y	UU W W UA+Y	UU W W UA+Y	UU W W UA+Y	UU W W UA+Y
S&P 100	0,0026	0,0022	0,0020	0,0017	0,0024	0,0005	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0002	0,0000	-0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	
MSCI EMU	0,0022	0,0033	0,0023	0,0017	0,0024	-0,0002	-0,0001	-0,0001	-0,0005	-0,0002	-0,0006	-0,0002	-0,0002	-0,0006	-0,0004	
FTSE 100	0,0020	0,0023	0,0023	0,0014	0,0020	0,0002	-0,0001	0,0004	-0,0001	0,0000	-0,0003	-0,0002	0,0001	-0,0003	-0,0002	
NIKKEI 225	0,0017	0,0017	0,0014	0,0032	0,0017	0,0003	-0,0001	0,0001	0,0005	0,0003	0,0001	-0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	
S&P GLB 100	0,0024	0,0024	0,0020	0,0017	0,0023	0,0003	-0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	-0,0001	-0,0002	0,0000	-0,0001	-0,0001	
JPM US 1-3Y	0,0005	-0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0009	0,0000	0,0004	0,0008	0,0005	0,0008	0,0000	0,0003	0,0007	0,0004	
JPM EMU 1-3Y	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
JPM UK 1-3Y	0,0002	-0,0001	0,0004	0,0001	0,0002	0,0004	0,0000	0,0006	0,0003	0,0003	0,0002	-0,0001	0,0005	0,0002	0,0002	
JPM JAP 1-3Y	0,0003	-0,0005	-0,0001	0,0005	0,0001	0,0008	0,0000	0,0003	0,0013	0,0007	0,0007	0,0001	0,0003	0,0013	0,0006	
JPM GLB 1-3Y	0,0002	-0,0002	0,0000	0,0003	0,0001	0,0005	0,0000	0,0003	0,0007	0,0004	0,0005	0,0000	0,0002	0,0006	0,0003	
JPM US 10+Y	0,0000	-0,0006	-0,0003	0,0001	-0,0001	0,0008	0,0000	0,0002	0,0007	0,0005	0,0013	0,0003	0,0005	0,0008	0,0008	
JPM EMU 10+Y	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001	-0,0002	0,0000	0,0000	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0003	0,0002	0,0001	0,0003	
JPM UK 10+Y	0,0000	-0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,0000	0,0005	0,0003	0,0002	0,0005	0,0002	0,0007	0,0003	0,0004	
JPM JAP 10+Y	0,0001	-0,0006	-0,0003	0,0002	-0,0001	0,0007	0,0000	0,0002	0,0013	0,0006	0,0008	0,0001	0,0003	0,0015	0,0007	
JPM GLB 10+Y	0,0000	-0,0004	-0,0002	0,0001	-0,0001	0,0004	0,0000	0,0002	0,0006	0,0003	0,0008	0,0003	0,0004	0,0007	0,0007	

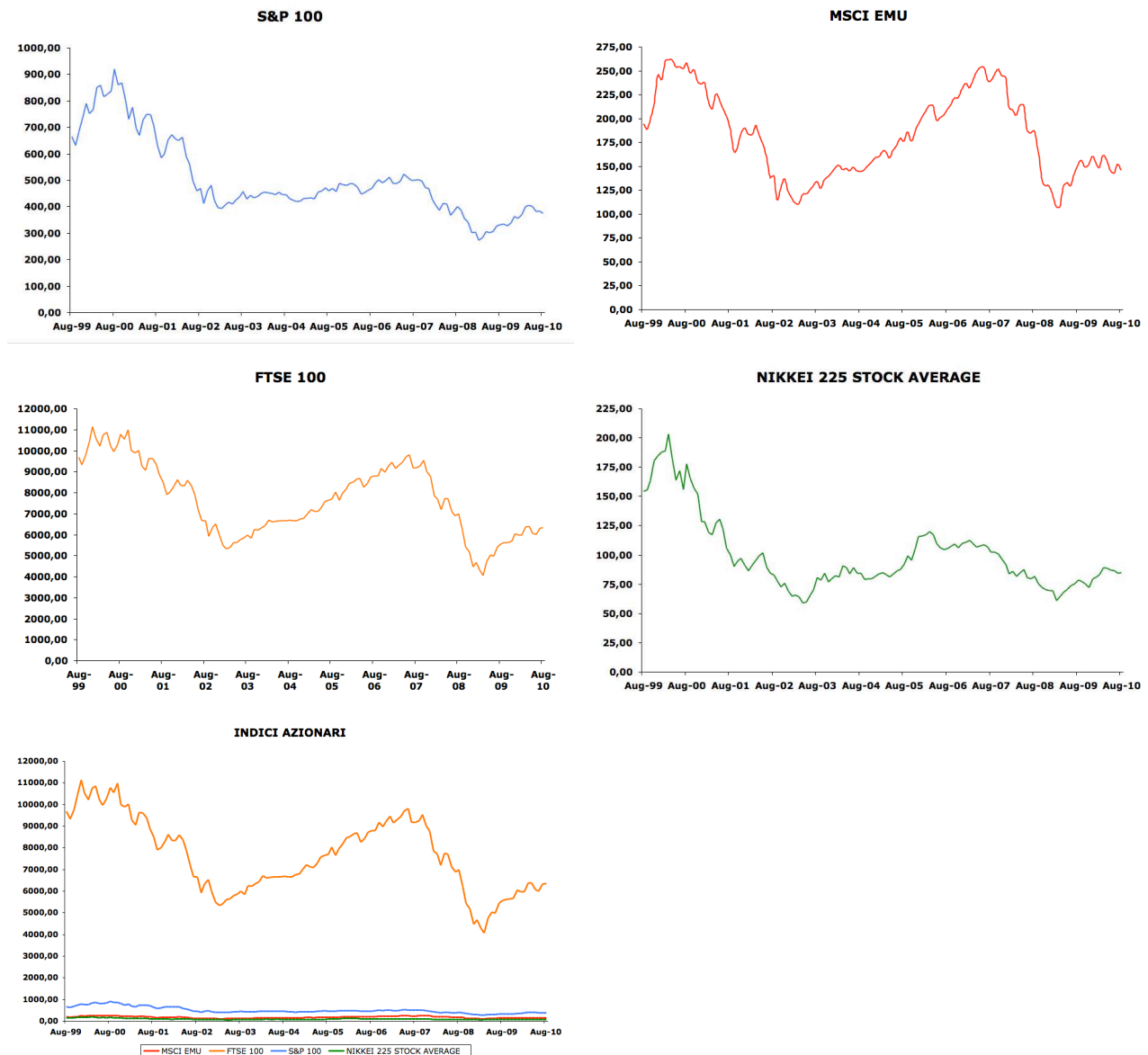
La covarianza consente di verificare se fra due variabili statistiche esiste un legame lineare. Dalla tabella notiamo valori molto vicini allo zero che stanno ad indicare l'indipendenza tra coppie di indici. Nella maggior parte dei casi la covarianza è molto vicina a zero quindi risulta che gli andamenti degli indici sono completamente indipendenti tra loro.

Un'altra cosa che si può osservare è che la varianza degli indici obbligazionari è minore di quella degli indici azionari, addirittura la varianza dell'indice JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y risulta nulla quindi questo indice potrebbe essere considerato un indice privo di rischio.

2.2 Andamento degli indici

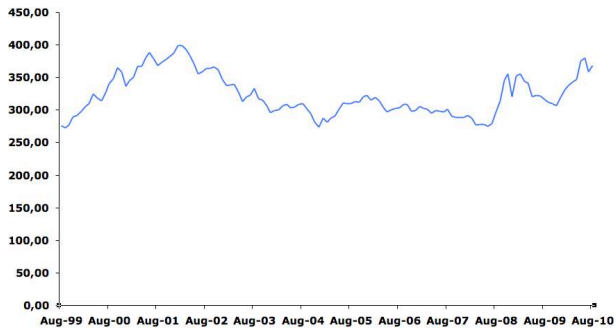
Viene riportata di seguito la rappresentazione grafica delle quotazioni mensili degli indici presi in considerazione. Il periodo considerato, come già detto, va dal 30 agosto 1999 al 30 agosto 2010.

➤ GRAFICI SERIE STORICHE DEI PREZZI

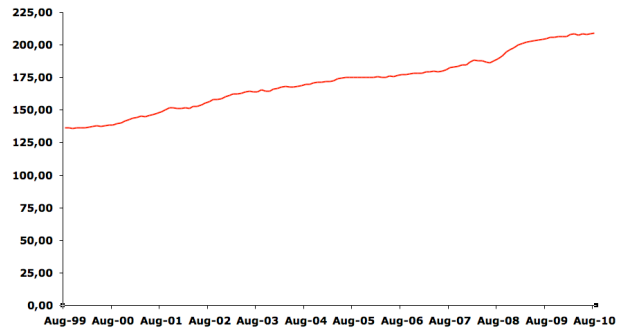


Dai grafici si può notare come tutti gli indici abbiano un andamento abbastanza simile; ad un'iniziale fase crescente tra il 1999 e la fine del 2000 segue una lenta discesa che raggiunge il picco più basso alla fine del 2002. Successivamente si nota una leggera risalita fino alla fine del 2007 alla quale segue un nuovo calo con punto più basso alla fine del 2008. I prezzi dell'indice FTSE 100 sono notevolmente superiori a quelli degli altri indici, questa differenza sparirà quando passeremo a studiare i rendimenti.

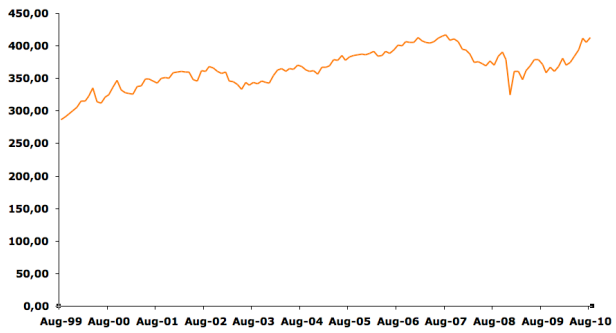
JPM GBI US 1-3Y



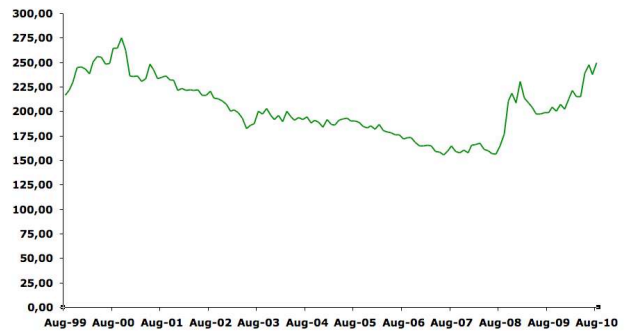
JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y



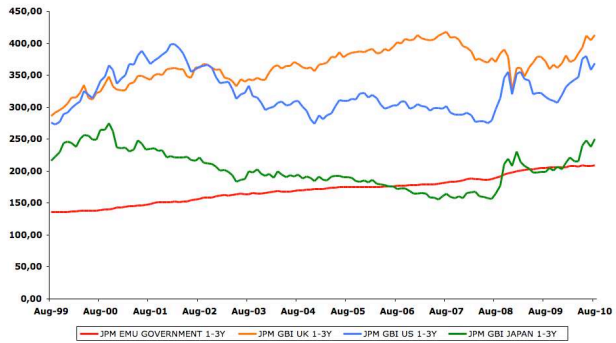
JPM GBI UK 1-3Y



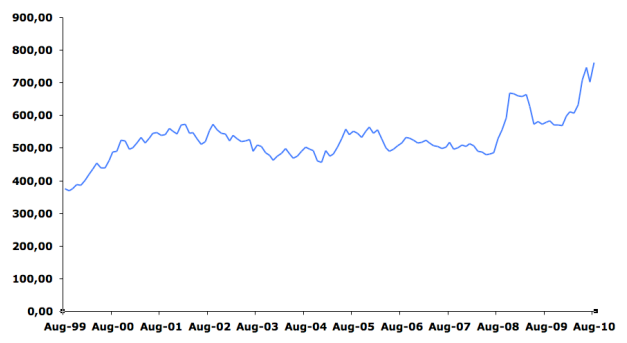
JPM GBI JAPAN 1-3Y



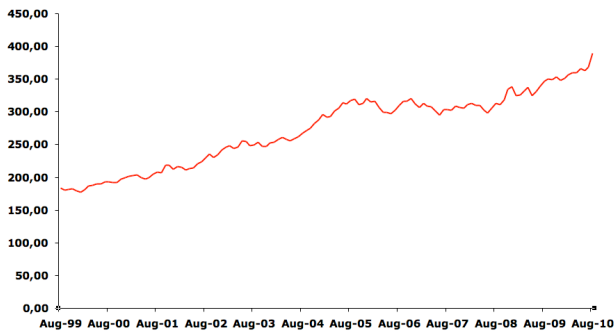
INDICI OBBLIGAZIONARI A BREVE TERMINE



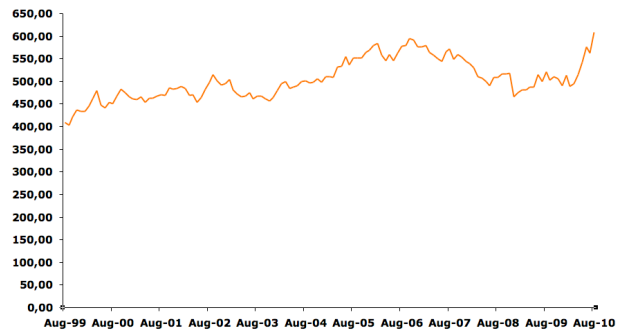
JPM GBI US 10+Y

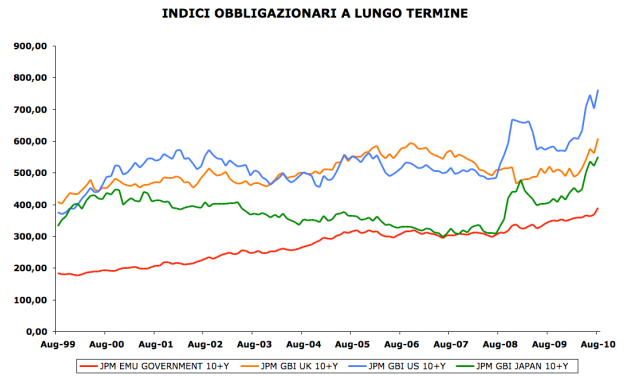
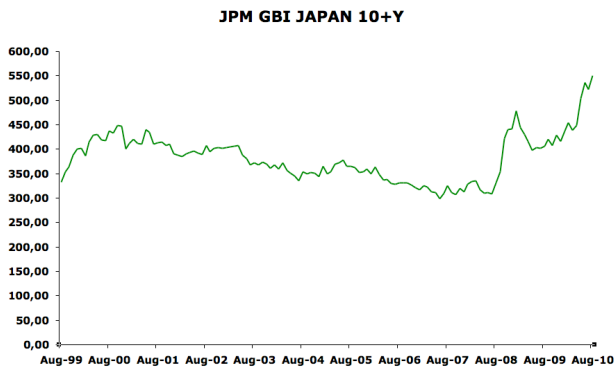


JPM EMU GOVERNMENT 10+Y



JPM GBI UK 10+Y

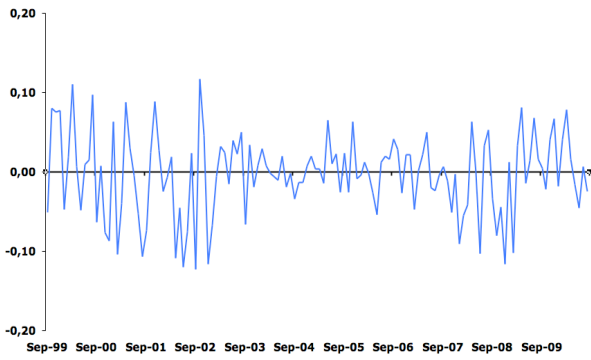




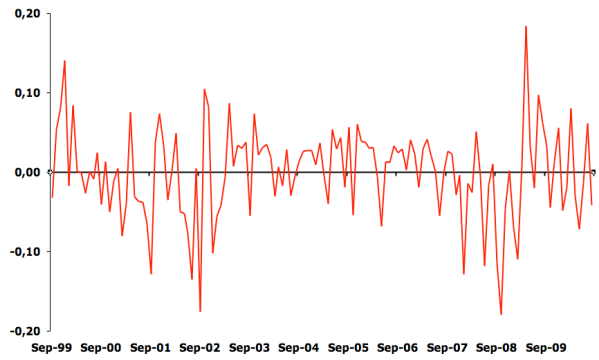
Per gli indici obbligazionari non si evidenziano grosse variazioni, si può comunque osservare che gli indici a breve termine risultano più stabili e contenuti di quelli a lungo termine che presentano una variabilità leggermente più elevata. Si osserva come l'indice JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y abbia un andamento lineare crescente a conferma di quanto osservato nella matrice di varianza e covarianza che mostrava come fosse un indice privo di rischio.

➤ GRAFICI SERIE STORICHE DEI RENDIMENTI

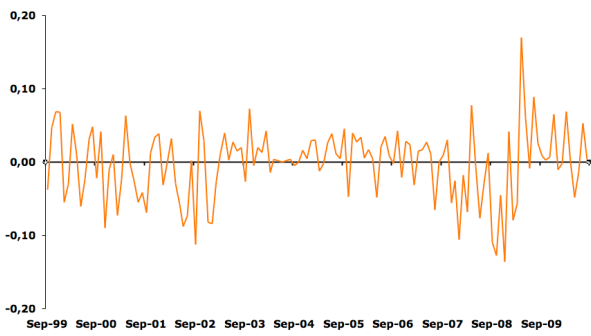
S&P 100



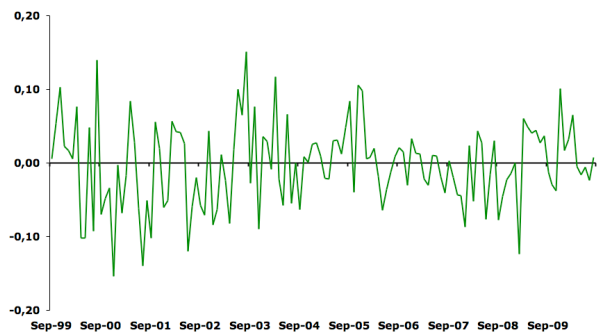
MSCI EMU



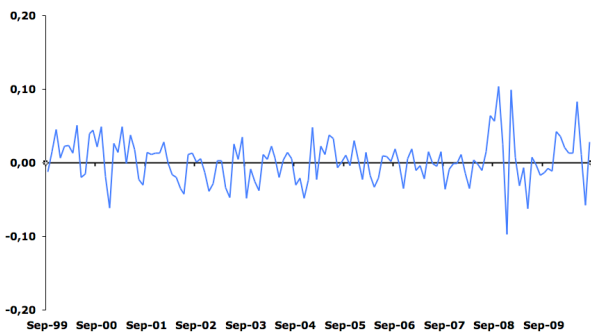
FTSE 100



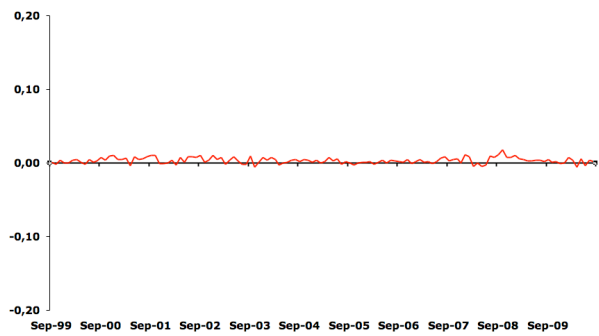
NIKKEI 225 STOCK AVERAGE



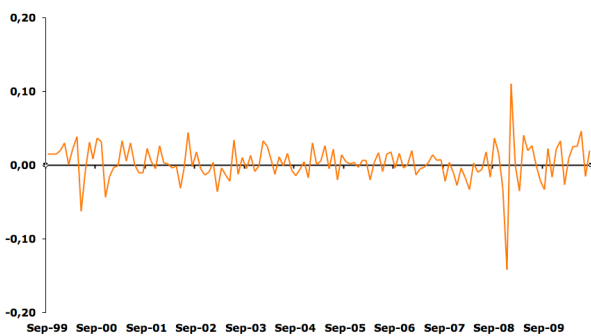
JPM GBI US 1-3Y



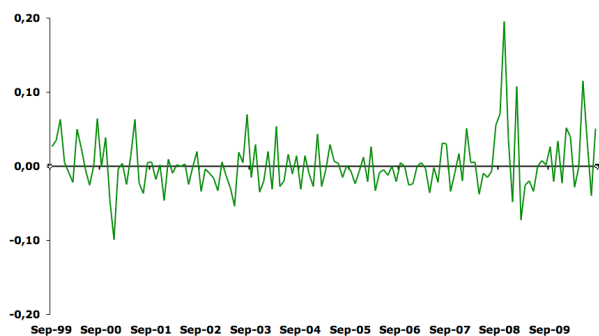
JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y

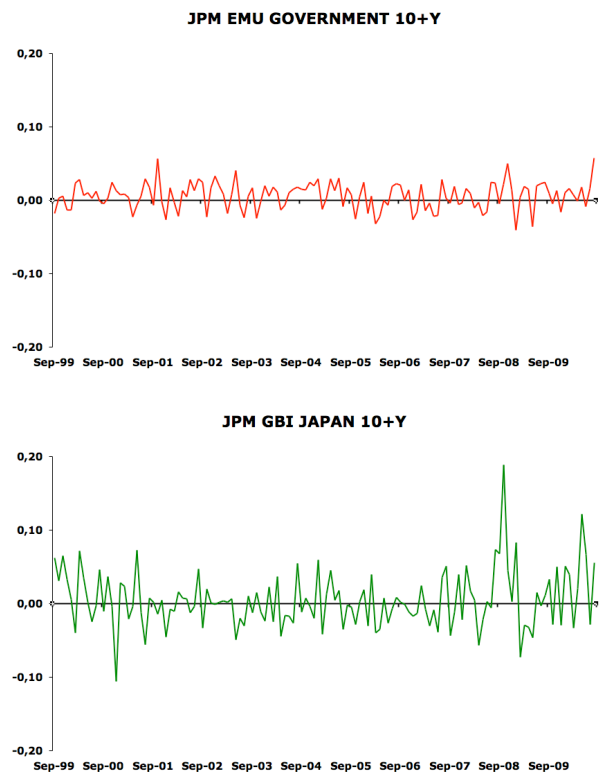
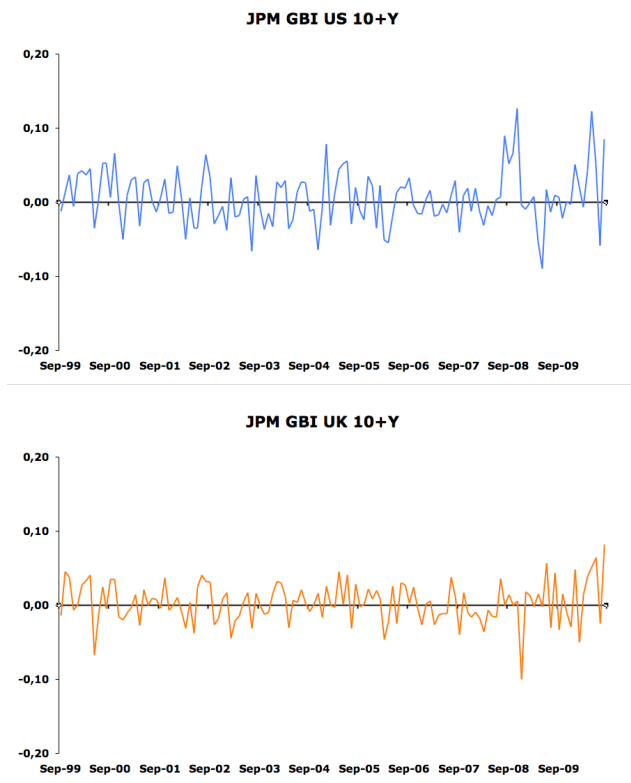


JPM GBI UK 1-3Y



JPM GBI JAPAN 1-3Y





Anche nel caso dei rendimenti possiamo notare che gli indici azionari hanno un andamento meno contenuto e più variabile rispetto agli indici obbligazionari che hanno un andamento più regolare. L'indice JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y conferma quanto visto con l'analisi grafica dei prezzi, le variazioni dei rendimenti sono molto vicine allo zero.

2.2.1 Stazionarietà delle serie storiche

La stazionarietà si riferisce alle caratteristiche del processo stocastico sottostante che ha generato la serie storica (con processo stocastico intendiamo l'insieme ordinato di variabili casuali dipendenti dal tempo). Un processo stocastico è stazionario se la sua media e la sua varianza non presentano cambiamenti di natura sistematica e se la sua dinamica non presenta variazioni strettamente periodiche.

Nel nostro studio per condurre un'analisi in termini corretti abbiamo bisogno di dati stazionari che ci permettano di utilizzare la storia passata della serie storica per prevedere il suo comportamento futuro.

Dai grafici precedenti le serie dei prezzi risultano essere non stazionarie, quindi procediamo all'analisi dei grafici relativi alla loro trasformazione in serie storiche di rendimenti. Dai grafici dei rendimenti le serie sembrano essere stazionarie ma un'analisi grafica non è sufficiente.

Sapendo che la stazionarietà di una serie comporta l'assenza di autocorrelazione seriale, andremo ad analizzare i correlogrammi, ad eseguire il test Ljung-Box ed il test ADF dove necessario.

➤ CORRELOGRAMMI (visualizzabili nell'appendice)

Dai correlogrammi verifichiamo se i coefficienti di autocorrelazione sono tutti interni alle bande di confidenza (livello del 95%). Nell'ipotesi in cui almeno un coefficiente esca dalle bande evidenziamo la presenza di autocorrelazione seriale e quindi di non stazionarietà della serie. Focalizziamo la nostra attenzione ai primi 4 ritardi in quanto un'autocorrelazione con mesi antecedenti il quarto mese è poco rilevante.

Nel nostro caso per gli indici azionari si rileva una leggera autocorrelazione al terzo ritardo per il FTSE 100 e al quarto per MSCI EMU, per gli indici obbligazionari a breve termine si evidenziano forti autocorrelazioni nei primi tre ritardi per l'indice JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y infine gli indici obbligazionari a lungo termine sono tutti al limite delle bande di confidenza ad esclusione dell'indice JPM EMU GOVERNMENT 10+Y che mostra forte autocorrelazione negativa al secondo ritardo.

Per verificare l'autocorrelazione di questi indici si riportano di seguito i rispettivi test di Ljung-Box. Se si accetta l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione le serie saranno stazionarie mentre se la rifiuto le serie sono autocorrelate e quindi non stazionarie.

➤ TEST DI LJUNG-BOX

Autocorrelation function for MSCI_EMU				AuLo1orr0la5o7 fu715o7 for 7TTE_100			
LAG	ACF	PACF	Q-sLaL [p-value]	LA1	AC7	PAC7	Q3LaL [p3valu0]
1	0.1568 *	0.1568 *	3.3216 [0.068]	1	0.1296	0.1296	2.2671 [0.132]
2	0.0207	0.0465	3.3799 [0.175]	2	0.0100	0.0069	2.2717 [0.320]
3	0.1065	0.1204	4.9355 [0.177]	3	0.1696 *	0.1721 **	6.2251 [0.101]
4	0.1776 **	0.1556 *	9.7966 [0.044]	4	0.0907	0.0476	7.3623 [0.117]
5	0.0064	0.0410	9.7023 [0.071]	5	0.0021	0.0129	7.3629 [0.195]
6	0.0752	0.0711	10.5964 [0.102]	6	0.0291	0.0045	7.4715 [0.279]
7	0.0176	0.0051	10.6402 [0.155]	7	0.0167	0.0464	7.5209 [0.377]
7	0.1742 **	0.1496 *	14.9672 [0.060]	7	0.1373	0.1506 *	10.2110 [0.251]
9	0.0976	0.1394	16.3667 [0.060]	9	0.0207	0.0220	10.2729 [0.329]
10	0.1349	0.0746	19.0062 [0.040]	10	0.0471	0.0360	10.5939 [0.390]
11	0.0247	0.0217	19.0957 [0.059]	11	0.0777	0.0517	11.4767 [0.404]
12	0.1196	0.0744	21.2045 [0.047]	12	0.0146	0.0274	11.5071 [0.476]

AuLo1orr0la5o7 fu715o7 for JPJ _EJ U_1_YY				AuLo1orr0la5o7 fu715o7 for JPJ _EJ U_10_Y			
LA1	AC7	PAC7	QYLaL [pYvalu0]	LA1	AC7	PAC7	QYLaL [pYvalu0]
1	0.2256 ***	0.2256 ***	6.7700 [0.009]	1	0.062Y	0.062Y	0.5245 [0.469]
2	0.1757 **	0.1Y15	11.0701 [0.004]	2	0.22Y4 **	0.2271 ***	7.Y125 [0.026]
Y	0.1977 **	0.14Y4	16.4Y51 [0.001]	Y	0.1192	0.1594 *	9.2601 [0.026]
4	0.1170	0.2217 **	17.Y255 [0.001]	4	0.0041	0.079Y	9.2624 [0.055]
5	0.0046	0.0147	17.Y274 [0.00Y]	5	0.0697	0.00Y6	9.9Y72 [0.077]
6	0.0077	0.0071	17.YY9Y [0.005]	6	0.1251	0.1677 *	12.1YY4 [0.059]
7	0.0775	0.0167	19.2106 [0.007]	7	0.0291	0.0027	12.25YY [0.09Y]
7	0.0655	0.0654	19.7227 [0.011]	7	0.1170	0.0694	14.2Y94 [0.076]
9	0.0557	0.049Y	20.2702 [0.016]	9	0.0Y0Y	0.0Y96	14.Y710 [0.110]
10	0.015Y	0.04Y5	20.Y042 [0.027]	10	0.0267	0.006Y	14.4749 [0.152]
11	0.0699	0.0261	21.0177 [0.0YY]	11	0.0747	0.0674	15.5270 [0.160]
12	0.0071	0.0029	21.0252 [0.050]	12	0.00Y4	0.0419	15.5277 [0.214]

Come si nota dagli output le serie dei rendimenti che accettano l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione sono: MSCI EMU e FTSE 100. La serie JPM EMU 1-3Y risulta fortemente autocorrelata e JPM EMU 10+Y risulta significativamente autocorrelata al secondo ritardo. Per queste due serie si esegue il test ADF (Augmented Dickey-Fuller) che permette di valutare se esiste un trend nelle variabili che rende la regressione spuria; perché la serie sia stazionaria il test dovrà rifiutare l'ipotesi nulla che corrisponde alla presenza di radice unitaria.

➤ TEST ADF

<p>Augmdkgdd Di1kdyYkulldr gdsgrmr JPJ _EJ U_1_YY</p> <p>ik1ludikg rkd lDg my(1Yg)JPJ _EJ U_1_YY</p> <p>sDmpzd sizd 1Yd</p> <p>ukigYrmg kuzhhpmghdsis: D= 1</p> <p>gwsgrwigh 1nksrDkg</p> <p>mmwz (1Yg:h = bw+ (DY1:*h(Y1: + ... + w</p> <p>1sgYmrwr Dugn1mrrwDi nk 1mwf. hm w. Yww16</p> <p>wsi mDgrwvDzuwrh(DY1:: Yw6kk22:</p> <p>gwsgrDi si 1: gDuff1(1: = Y6.22i 1i</p> <p>asymptotic p-value 3.377e-008</p> <p>wigh 1nksrDkg Dkwgrkw</p> <p>mmwz (1Yg:h = bw+ b1*g+ (DY1:*h(Y1: + ... + w</p> <p>1sgYmrwr Dugn1mrrwDi nk 1mwf. hm w. Yww1k</p> <p>wsi mDgrwvDzuwrh(DY1:: Yw6k1wkk</p> <p>gwsgrDi si 1: gDuff1g(1: = Y6.2Yi 9k</p> <p>asymptotic p-value 2.994e-007</p>	<p>AugmwkgwDi1kwhYkuzwr gwsgrmr JPJ ffEJ Uff1wffY</p> <p>ik1zuwikg rkwzDg rh(1Yg:JPJ ffEJ Uff1wffY</p> <p>sDmpzwsizw1Yw</p> <p>ukigYrmg kuzhhpmghwsis: D= 1</p> <p>gwsgrwigh 1nksrDkg</p> <p>mmwz (1Yg:h = bw+ (DY1:*h(Y1: + ... + w</p> <p>1sgYmrwr Dugn1mrrwDi nk 1mwf. hm w. ww. 1</p> <p>wsi mDgrwvDzuwrh(DY1:: Y1.16Yi 1</p> <p>gwsgrDi si 1: gDuff1(1: = Y9.i Y: k2</p> <p>asymptotic p-value 1.009e-017</p> <p>wigh 1nksrDkg Dkwgrkw</p> <p>mmwz (1Yg:h = bw+ b1*g+ (DY1:*h(Y1: + ... + w</p> <p>1sgYmrwr Dugn1mrrwDi nk 1mwf. hm w. ww. 1</p> <p>wsi mDgrwvDzuwrh(DY1:: Y1.16i k:</p> <p>gwsgrDi si 1: gDuff1g(1: = Y9.: 961</p> <p>asymptotic p-value 8.111e-018</p>
---	---

Dai risultati del test ADF si nota che l'ipotesi nulla di presenza di radice unitaria viene rifiutata in entrambi i casi. Dunque possiamo concludere che le serie sono stazionarie.

2.3 Analisi descrittive

Per ogni serie di rendimenti sono state calcolate alcune statistiche descrittive che ci interessano particolarmente. Oltre a calcolare la stima di media, mediana, deviazione standard, minimo, massimo, risulta importante verificare se le serie degli indici presi in considerazione sono distribuite come una normale. Per verificare la normalità dei dati si è ricorso alla statistica-test proposta da Jarque-Bera, che si basa sui momenti empirici di terzo e quarto grado: l'indice di asimmetria, che valuta la simmetria della distribuzione attorno al valore atteso, e l'indice di curtosi, che misura la probabilità di osservare rendimenti lontani dal valore atteso. Sotto l'ipotesi nulla di normalità la statistica-test è asintoticamente distribuita come una variabile casuale χ^2_2 , se il valore osservato supera il valore teorico corrispondente al χ^2_2 per un prefissato livello di significatività allora l'ipotesi verrà rifiutata.

➤ TABELLA STATISTICHE DESCRITTIVE

	S&P 100	MSCI EMU	FTSE 100	NIKKEE 225	JPMIGBB USU-3Y	USMWMUW 1-3Y	USMISUU UUU-3Y	USMISUU USA-3Y	ASMASAA ASA10+Y	+0M+M++ 10+Y	+0M+0++ ++10+Y	+0M+0++ ++010+Y
Media	-0,0030	-0,0005	-0,0020	-0,0029	0,0026	0,0033	0,0031	0,0017	0,0060	0,0059	0,0034	0,0046
Mediana	0,0026	0,0037	0,0036	0,0018	0,0039	0,0034	0,0026	-0,0015	0,0047	0,0075	0,0015	0,0011
Dev. Std.	0,0512	0,0573	0,0478	0,0571	0,0304	0,0041	0,0250	0,0365	0,0362	0,0184	0,0272	0,0386
Min	-0,1231	-0,1791	-0,1358	-0,1536	-0,0973	-0,0055	-0,1411	-0,0995	-0,0895	-0,0404	-0,1004	-0,1053
Max	0,1167	0,1844	0,1701	0,1510	0,1036	0,0178	0,1102	0,1954	0,1264	0,0577	0,0825	0,1885
Asimmetria	-0,2628	-0,3723	-0,2476	-0,0003	0,2371	0,2955	-0,9513	1,5067	0,4435	-0,0544	-0,2577	1,0055
Ecc. di curtosi	-0,0618	1,2255	0,9119	0,0517	1,4451	0,1420	9,2480	5,8239	0,8478	0,0512	1,0366	3,3849
Test J.B.	1,5406	11,3087	5,9224	0,0147	12,7227	2,0318	490,3013	236,4911	8,2800	0,0796	7,3706	85,2592
P-value	0,4629	0,0035	0,0518	0,9927	0,0017	0,3621	0,0000	0,0000	0,0159	0,9610	0,0251	0,0000

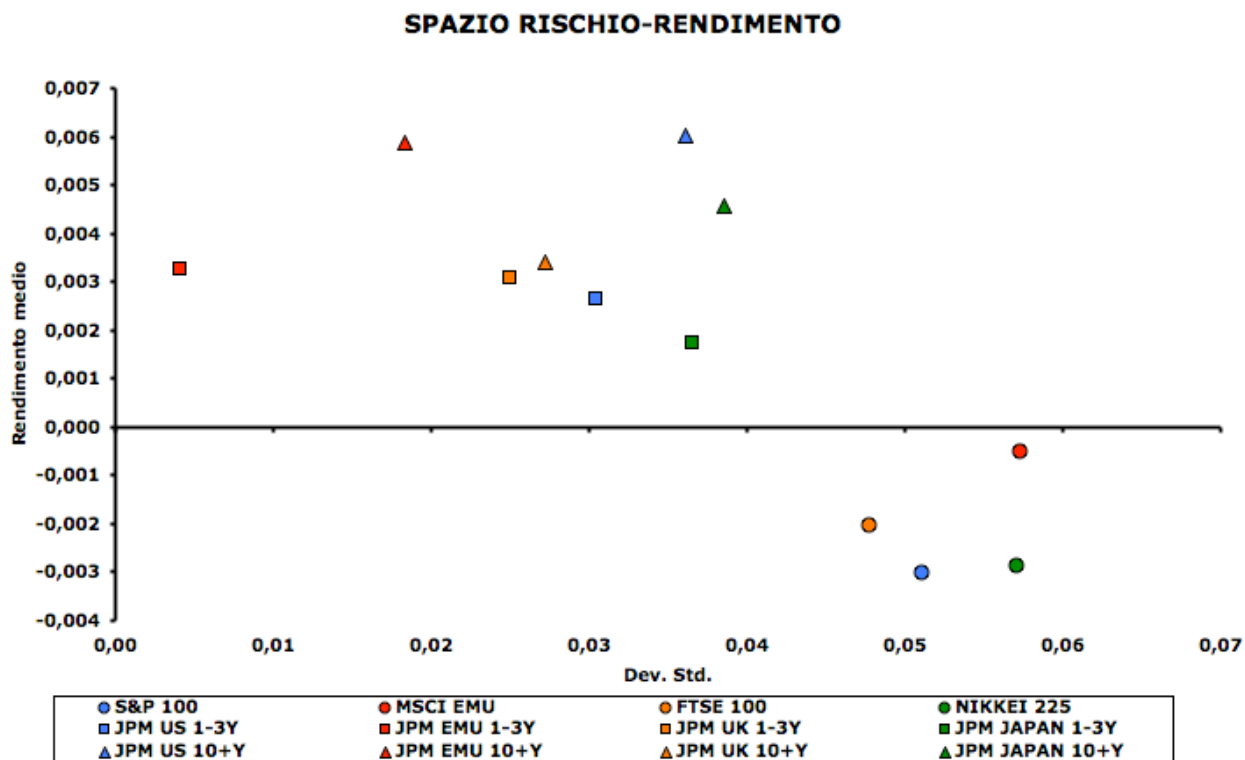
Dalla tabella si può notare come gli indici azionari hanno tutti rendimenti medi negativi mentre quelli obbligazionari hanno tutti rendimenti medi positivi.

Per quanto riguarda il rischio di ogni indice notiamo che la deviazione standard, ovvero la radice quadrata della varianza, risulta più elevata per gli asset azionari rispetto a quelli obbligazionari; ciò sta a dimostrare la maggior dispersione attorno la media per gli indicatori azionari mentre per i bond abbiamo una dispersione più contenuta.

Proseguendo con l'analisi della tabella, si evidenzia che i valori dei test di Jarque-Bera risultano molto elevati per la maggior parte delle distribuzioni dei rendimenti e quindi rifiutano l'ipotesi nulla di normalità. Questo viene confermato analizzando i p-value che risultano nulli o inferiori allo 0,05 (ovvero rifiutano l'ipotesi nulla al 5%).

Le uniche distribuzioni che risultano accettare l'ipotesi nulla di normalità sono: S&P 100, FTSE 100, NIKKEI 225 STOCK AVERAGE, JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y, JPM EMU GOVERNMENT 10+Y. Utilizzando le stime riportate nella tabella delle analisi descrittive è possibile costruire alcuni grafici significativamente importanti per il nostro studio.

➤ GRAFICO SPAZIO RISCHIO – RENDIMENTO

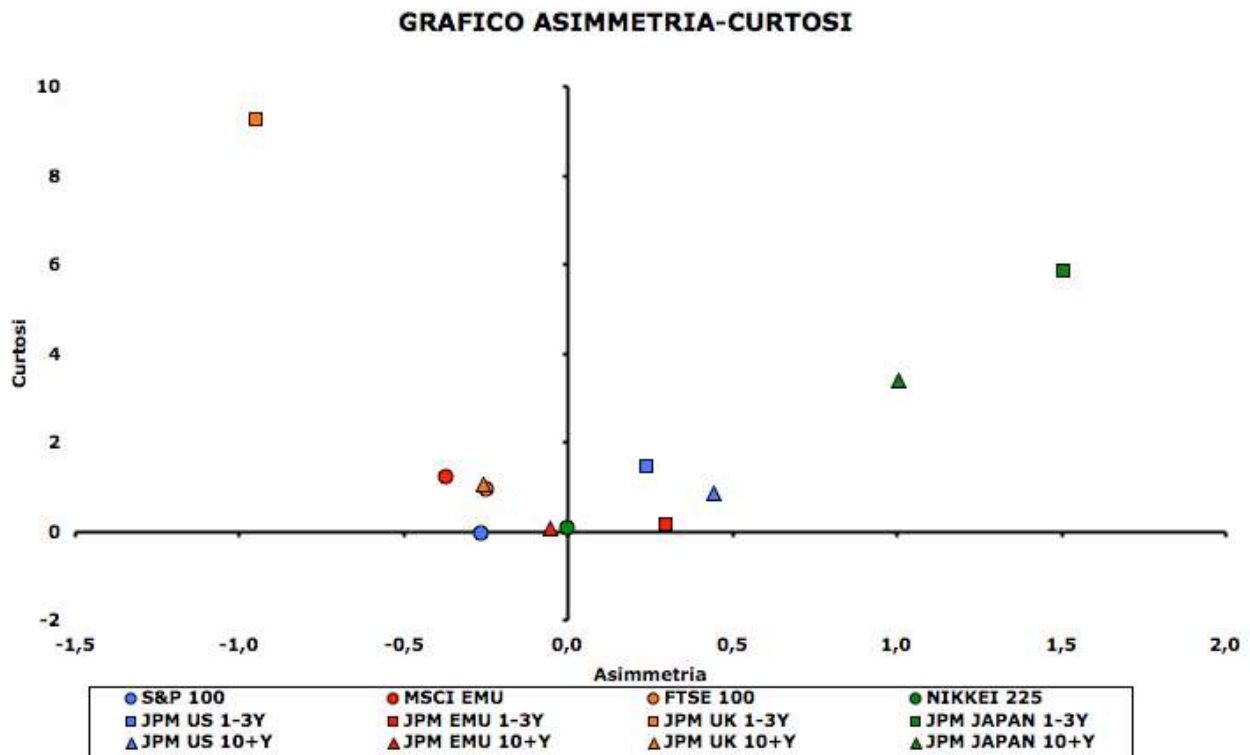


In questo grafico sono rappresentati i 12 indici in funzione del loro rendimento (Media) e del loro rischio (Dev. Std.). Dalla teoria sappiamo che per i rischi minori si ottengono rendimenti più contenuti mentre per rischi maggiori si ottengono rendimenti più elevati.

Nel nostro caso stiamo considerando le statistiche descrittive che, a differenza del modello di Markowitz con la FE, non sono molto attendibili.

Analizzando il grafico possiamo notare che i risultati non corrispondono alla teoria, si nota infatti che all'aumentare del rischio i rendimenti diminuiscono. In particolare dagli indici obbligazionari otteniamo rendimenti minori in corrispondenza di rischi maggiori e per gli indici azionari otteniamo sempre rendimenti penalizzanti e negativi.

➤ GRAFICO ASIMMETRIA – CURTOSI



In questo grafico sono rappresentati i 12 indici in funzione del loro eccesso di curtosi e della loro asimmetria. Per eccesso di curtosi e asimmetria tendente a zero mi aspetto una distribuzione normale.

Dal grafico sembrano essere normali gli indici: NIKKEI 225 STOCK AVERAGE, JPM EMU GOVERNMENT 10+Y, JPM EMU GOVERNMENT 1-3Y, JPM US 10+Y, S&P100.

CAPITOLO 3: Allocazione di Markowitz

3.1 Modello di Markowitz

Il modello di Markowitz, definito anche media-varianza, propone di spiegare le scelte d'investimento adottate dagli investitori razionali che, avversi al rischio, selezionano quei portafogli definiti “efficienti” che rappresentano le migliori combinazioni tra rischio e rendimento atteso. Gli investitori suddividono il loro capitale tra più assets con lo scopo di massimizzare il proprio guadagno e di minimizzare il rischio. In particolare, il criterio media-varianza vuole evidenziare i portafogli efficienti che rappresentano le migliori opportunità tra rischio e rendimento atteso. Definiamo come portafoglio efficiente quel portafoglio che dà il maggior rendimento per un dato rischio (scarto quadratico medio), o il minor rischio per un dato rendimento atteso.

Nel processo di selezione del portafoglio di Markowitz, basandosi sulle aspettative che si possono fare sui portafogli dei titoli o indici, si arriva alla costruzione e alla selezione del portafoglio migliore; al termine del processo di selezione gli investitori avranno a loro disposizione informazioni sufficienti per decidere su quali mercati finanziari o assets impiegare le proprie risorse.

Quindi, partendo dal presupposto che il rischio di un investimento può essere definito come l'eccessiva volatilità dell'investimento stesso e comporta la possibilità che il risultato finale della scelta compiuta dall'investitore sia differente da quella attesa, l'investitore:

1. a parità di rendimento preferirà il rischio minore dato che predilige minimizzare il rischio;
2. a parità di rischio preferirà il maggior rendimento dato che predilige massimizzare il rendimento per avere una ricchezza maggiore.

Riassumendo, l'obiettivo del modello di Markowitz è quello di selezionare quei portafogli che a parità di rendimento presentano il più basso rischio possibile oppure quelli che a parità di rischio presentano il rendimento maggiore. Si può affermare che non esiste un portafoglio ideale che soddisfi le esigenze e gli obiettivi di tutti gli investitori ma infiniti possibili portafogli ideali, commisurati alle differenti preferenze al rischio dell'investitore.

Il modello di Markowitz presenta ipotesi di partenza che risultano fondamentali per comprendere la teoria della selezione del portafoglio:

1. gli investitori intendono massimizzare la ricchezza finale e sono avversi al rischio;
2. il periodo di investimento è uguale per tutti gli investitori (l'arco temporale degli investitori viene considerato unico e non è suscettibile a variazione; dopo aver stabilito il periodo temporale di riferimento per l'investimento, il rendimento e il rischio sono valutati sull'orizzonte temporale in questione);
3. il valore atteso e la deviazione standard sono gli unici parametri che guidano la scelta;
4. i costi di transizione e le imposte sono nulli;
5. il mercato è perfettamente concorrenziale.

In questo capitolo, basandoci sulla teoria di Markowitz, andremo a calcolarci e ad analizzare la frontiera efficiente senza titolo di rischio (risk-free) e con titolo di rischio, alcune frontiere efficienti vincolate e le frontiera efficiente esclusi i titoli azionari.

In generale la frontiera efficiente è definita come l'insieme dei portafogli ottimali di investimento, ossia portafogli caratterizzati dalla minima varianza ammissibile per un dato livello di rendimento atteso.

3.2 Frontiera efficiente senza risk-free

L'insieme di portafogli efficienti che costituiscono la Frontiera Efficiente (FE) è determinato dalla soluzione di uno dei due problemi di ottimo:

- ◆ massimizzare il valore atteso del rendimento del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello di varianza $\hat{\sigma}^2$: $\max_{(\omega)} \{E[r_p]\} \text{ s.v. } Var[r_p] = \hat{\sigma}^2$
- ◆ minimizzare la varianza del rendimento del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello di valore atteso $\hat{\mu}$: $\min_{\mu} \{Var[r_p]\} \text{ s.v. } E[r_p] = \hat{\mu}$

Scegliamo di risolvere il problema di minimo per determinare l'insieme dei portafogli efficienti, sotto l'ipotesi che l'investitore investa tutta la ricchezza disponibile in assets rischiosi. Quindi fissiamo un livello di rendimento medio per il portafoglio (μ_{p^*}) e risolviamo il problema di ottimizzazione che possiamo rappresentare in notazione matriciale nel seguente modo

$$\min_{(\omega)} \{ \sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega \}$$

$$\text{s.v. } \begin{cases} \omega' \mu = \mu_{p^*} \\ \omega' 1 = 1 \end{cases}$$

La cui soluzione è:

$$\omega = \frac{1}{\delta} (\lambda \Sigma^{-1} \mu + \gamma \Sigma^{-1} 1)$$

dove:

$$\lambda = \frac{c \gamma_{p^*} \gamma}{\delta} \quad \gamma = \frac{a \delta - b \delta_{p^*}}{\delta}$$

$$a = \mu' \Sigma^{-1} \mu \quad b = \mu' \Sigma^{-1} 1 \quad c = 1' \Sigma^{-1} 1 \quad \delta = ac - b^2$$

indicando con ω il vettore dei pesi, con μ il vettore dei rendimenti medi degli indici e con Σ la matrice di varianza e covarianza.

La frontiera efficiente senza titolo non rischioso è un'iperbole di equazione:

$$\delta_{p^*} \delta \sqrt{\frac{c \delta_{p^*}^2 \delta - 2b \delta_{p^*} \delta + a}{\delta}}$$

con vertice in $\left(\frac{1}{\sqrt{c}}, \frac{b}{c} \right)$

Per il teorema di separazione in due fondi, tutti i portafogli sulla frontiera efficiente si possono scrivere come combinazione lineare convessa di due portafogli particolari entrambi situati sulla frontiera efficiente.

$$\delta_{p^*} \delta_{*b} \frac{\delta^{\delta^1} \delta}{b} \delta + \delta_{*c} \frac{\delta^{\delta^1} i}{c} \delta + \delta_{*b} \delta_E \delta + \delta_{*c} \delta_V$$

con $i' \delta_E \delta + i' \delta_V \delta = 1$

I due portafogli presi in considerazione sono:

- ◆ il portafoglio E, appartenente alla frontiera efficiente, che presenta il miglior trade-off rendimento atteso-rischio. Il suo rendimento atteso e il suo rischio sono:

$$\mu_E = \frac{a}{b} \quad \sigma_E = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

- ◆ il portafoglio V, appartenente alla frontiera efficiente, con la varianza più piccola e corrispondente al vertice della parabola. Il suo rendimento atteso e il suo rischio sono:

$$\mu_V = \frac{b}{c} \quad \sigma_V = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

Sfruttando questa analisi teorica ci siamo costruiti la frontiera efficiente senza titolo non rischioso e siamo andati a collocare i portafogli V ed E.

➤ DATI UTILIZZATI PER I CALCOLI

- ✓ Rendimenti attesi e vettore i

	S&P 100	MSCI EMU	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBIUSJ 1-3Y	JPM EE 3Y	U11- 3B3 I KKI	GBIIBK I AI	KK II KIIAA 00+0	AA II AIIAS 00+0	SS OS SO 00+0	SS OS SO 00+0	SS OS SO 00+0
Rendimenti medi	-0,0030	-0,0005	-0,0020	-0,0029	0,0026	0,0033	0,0031	0,0017	0,0060	0,0059	0,0034	0,0046	0,0046
Vettore i	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

- ✓ Matrice di varianza e covarianza (vedi capitolo 2 – sotto paragrafo 2.1.1)
- ✓ Tabella valori a, b, c, δ

a	b	c	δ
0,903	282,220	101276,023	11772,247

- ✓ Portafogli V ed E

	S&P 100	MSCI EMU	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBIUSJ 1-3Y	111 EE -E 1E E-E K	EE E-E K KKK KKK	KK KKK KKK KKK	KK KKK KKK KKK	KK KKK KKK KKK	KK KKK KKK KKK	KK KKK KKK KKK
ω_V	0,0036	0,0302	0,0008	0,0049	0,0021	1,0716	-0,0359	0,0025	0,0085	-0,1204	0,0460	-0,0139
ω_E	-0,0061	0,0510	-0,0233	0,0049	-0,0051	0,9819	0,0549	-0,0295	0,0206	-0,0422	-0,0198	0,0128
ω_M	-0,0801	0,2096	-0,2071	0,0044	-0,0601	0,2965	0,7488	-0,2742	0,1130	0,5547	-0,5223	0,2168

	μ	σ^2	σ
Portafoglio V	0,00279	0,00001	0,00314
Portafoglio E	0,00320	0,00001	0,00337

Dalla tabella si evidenzia che ovviamente il portafoglio V ha uno scarto quadratico medio (rischio) minore essendo il portafoglio di minima varianza, anche il rendimento è minore e ciò va a confermare quanto espresso nella parte teorica.

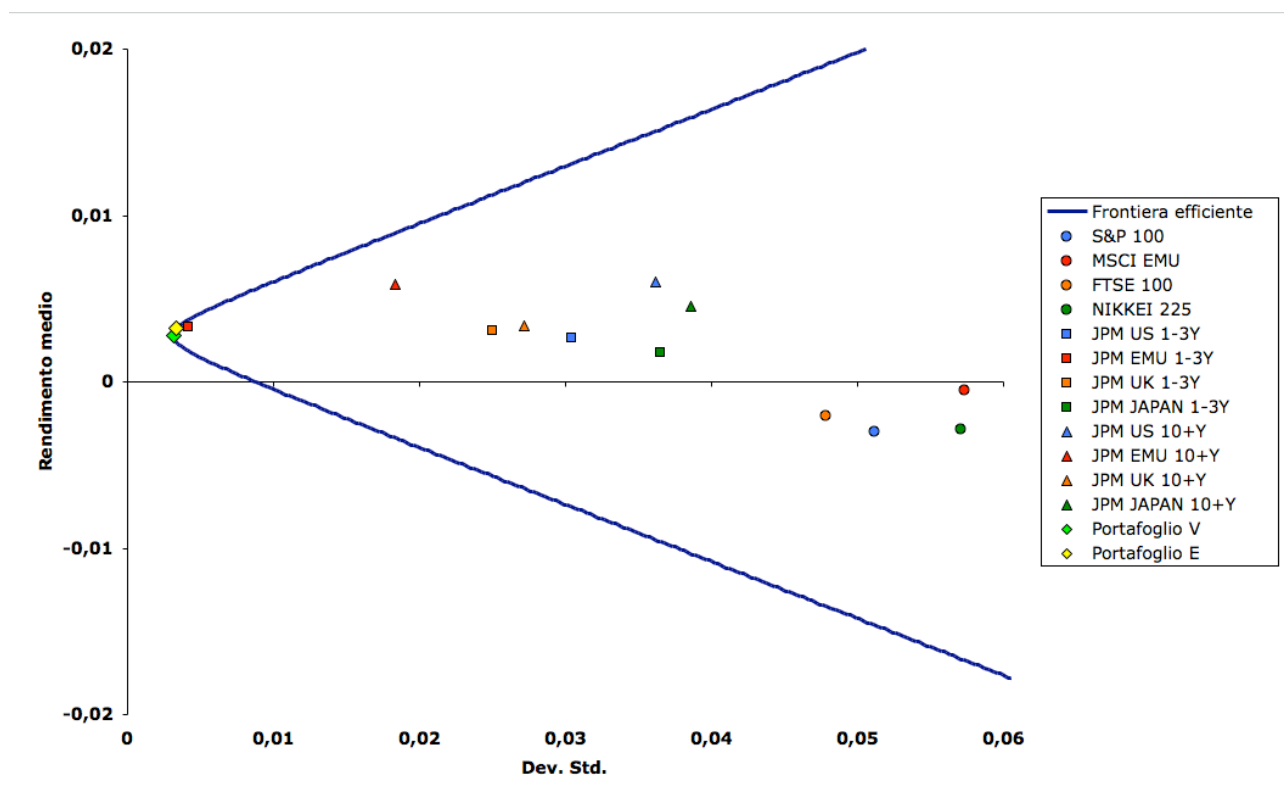
✓ Valori per il grafico

La frontiera efficiente è formata da infiniti punti, per calcolarla sono stati usati dei rendimenti arbitrari partendo dal rendimento negativo -0,05 fino al rendimento positivo 0,02.

Imponendo tra i rendimenti un intervallo ristretto (+0,001) si ottiene un'approssimazione della FE.

μ	σ^2	σ
-0,0500	0,02398	0,15486
-0,0499	0,02389	0,15457
-0,0498	0,02380	0,15427
-0,0497	0,02371	0,15398
...
...
0,0198	0,00250	0,05000
0,0199	0,00253	0,05029
0,0200	0,00256	0,05059

➤ GRAFICO FRONTIERA EFFICIENTE SENZA TITOLO NON RISCHIOSO



L'iperbole ottenuta rappresenta lo spazio contenente tutti i portafogli efficienti ottenibili dagli indici prescelti. La frontiera efficiente è solo la parte superiore al vertice, dato che in quella inferiore in ogni punto, a parità di rischio, si osservano rendimenti minori. Sulla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio sono marcati il portafoglio di minima varianza V e il portafoglio con il maggior trade-off rendimento atteso-rischio E.

3.3 Frontiera efficiente con risk-free

Consideriamo ora la possibilità di investire anche in un titolo privo di rischio, mantenendo la condizione che l'agente investa tutta la sua ricchezza disponibile.

Indichiamo con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con ω_0 la quota investita nel titolo privo di rischio.

Quindi il vincolo delle quote (somma ad uno) sarà il seguente:

$$\omega_0 = 1 - \sum_{i=1}^N \omega_i$$

Il rendimento del portafoglio diventerà:

$$r_p = \omega_0 r_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i r_i$$

Il rendimento atteso e la varianza saranno rispettivamente:

$$\mu_p = \omega_0 r_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i$$

$$\sigma_p^2 = \omega_0^2 \sigma_0^2 + \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Il nuovo problema di ottimizzazione avrà come vincolo l'uguaglianza tra i rendimenti medi netti dei titoli rischiosi e il rendimento medio netto del portafoglio, risulta quindi essere:

$$\min_{\omega} \left\{ \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right\}$$

$$\text{s.t. } \omega_0 r_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i = r_0$$

Risolvendo si ottiene che la funzione della frontiera efficiente con il titolo privo di rischio è la seguente:

$$r_p = r_0 + \frac{\sigma_p}{\sigma_{p^*}} (r_{p^*} - r_0)$$

Con μ_{p^*} e σ_{p^*} indichiamo rispettivamente il rendimento e il rischio del portafoglio efficiente.

Introducendo il titolo privo di rischio un qualunque portafoglio efficiente ha il rendimento medio ed il rischio collegati da una relazione lineare denominata Capital Market Line (CML):

$$r_p = r_0 + \frac{\sigma_p}{\sigma_{p^*}} (r_{p^*} - r_0)$$

La sua pendenza, che indicheremo con ps^* , è chiamata Performance di Sharpe ed è la massima raggiungibile con gli indici presi in considerazione. Questo indicatore è largamente utilizzato come misura della performance di un portafoglio o di un titolo.

La ps^* esprime il rendimento di un portafoglio al netto del risk-free in rapporto al rischio.

$$ps^* = \frac{r_{p^*} - r_0}{\sigma_{p^*}}$$

Sulla CML si collocano due portafogli importanti:

- ◆ il portafoglio in cui si investe tutta la ricchezza disponibile solo nel titolo privo di rischio, nel quale avremo rendimento medio uguale al rendimento del titolo non rischioso e varianza nulla.

$$\omega_0 = 1 \quad \omega_M = 0$$

- ◆ il portafoglio M in cui si investe tutta la ricchezza solo negli assets rischiosi, questo portafoglio si trova anche sulla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio e precisamente è il punto di tangenza tra le due frontiere. Il rendimento medio, la deviazione standard e il relativo vettore delle quote sono dati dalle seguenti espressioni:

$$\omega_M = \frac{a + br_0}{b + cr_0} \quad \sigma_M = \frac{\sqrt{a + 2br_0 + cr_0^2}}{b + cr_0} \quad \omega_M = \frac{r_0 + i}{b + cr_0}$$

Inoltre risulta importante descrivere una proprietà che accomunano tutti i portafogli sulla CML e consiste nella possibilità di esprimere le quote dei titoli rischiosi in proporzione alle quote del portafoglio M:

$$\omega_i = \omega_M \omega_{iM}$$

Da questa proprietà deduciamo che l'investitore allocherà la propria ricchezza scegliendo un portafoglio situato sulla CML e permetterà di discriminare tra varie possibili scelte di investimento.

Più precisamente avremo i seguenti casi:

- ◆ l'agente può investire tutta la ricchezza nel titolo privo di rischio $\omega_0 = 1, \omega_M = 0$;
- ◆ l'agente può investire tutta la ricchezza nel titolo rischioso $\omega_0 = 0, \omega_M = 1$;
- ◆ l'agente muovendosi lungo la CML da r_0 ad M investirà sempre meno nel titolo privo rischio e acquisterà quote via via maggiori di titoli rischiosi, quindi darà a prestito al tasso r_0 ;
- ◆ l'agente procedendo oltre M investirà più del 100% in titoli rischiosi, ossia investe una quantità di ricchezza più grande di quanto possieda quindi prenderà a prestito al tasso r_0 .

Sfruttando questa analisi teorica ci siamo costruiti la frontiera efficiente con titolo non rischioso e siamo andati a collocarla nel grafico rischio-rendimento assieme alla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio.

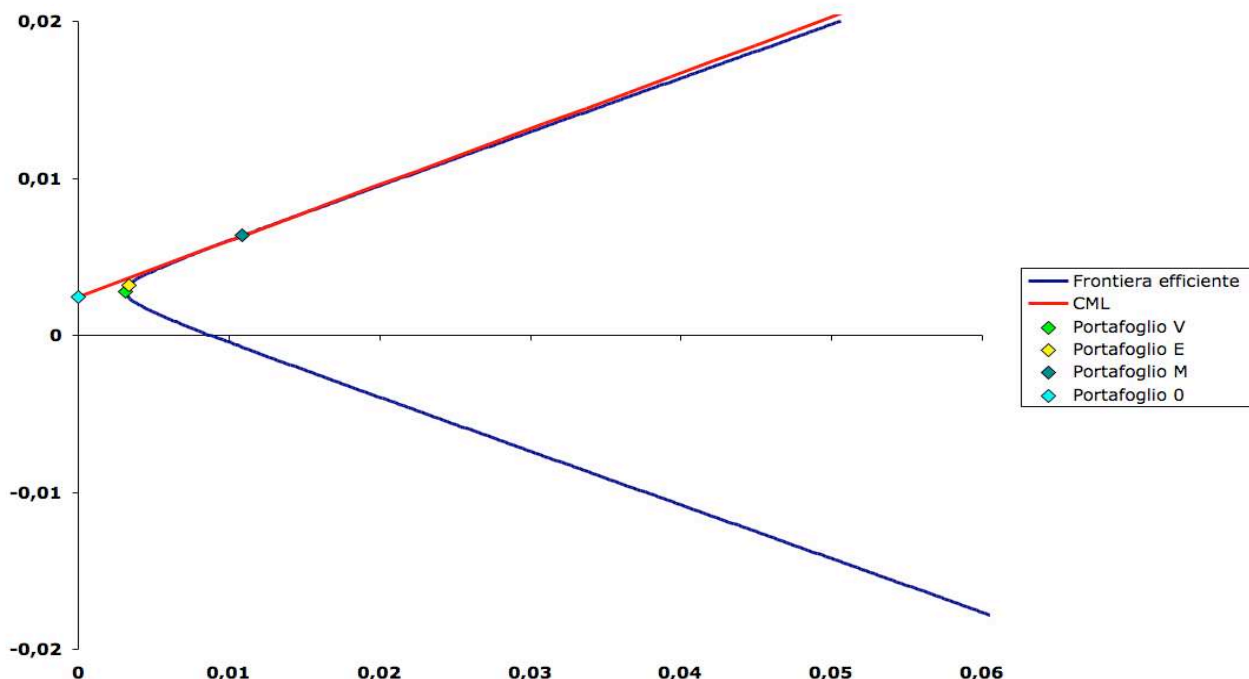
✓ Valori per il grafico

Con un procedimento simile a quello utilizzato per la frontiera efficiente senza risk-free si può calcolare la frontiera efficiente con risk-free.

Partendo dal rendimento del titolo non rischioso (0,00246) si calcolano i punti successivi imponendo tra esse un intervallo ristretto (+0,001) ottenendo un'approssimazione della FE con titolo non rischioso. I punti successivi sono stati calcolati fino ad un rendimento arbitrario (0,02646).

μ	σ^2	σ
0,00246	0,00000	0,00000
0,00346	0,00001	0,00281
0,00446	0,00003	0,00562
0,00546	0,00007	0,00843
...
...
0,02446	0,00382	0,06179
0,02546	0,00417	0,06459
0,02646	0,00454	0,06740

➤ GRAFICO FRONTIERA EFFICIENTE CON TITOLO RISCHIOSO



L'iperbole blu corrisponde alla frontiera efficiente senza tasso privo di rischio che abbiamo calcolato in precedenza. Su questa curva sono marcati il portafoglio con varianza minima V e il portafoglio con il maggior trade-off rendimento atteso-rischio E.

La frontiera efficiente con titolo non rischioso, che ha intercetta pari al rendimento del risk-free ed è tangente alla FE senza titolo non rischioso, corrisponde alla CML. Il portafoglio M corrisponde al punto di tangenza tra FE senza risk-free e la capital market line.

3.4 Performance di Sharpe

La Performance di Sharpe, che indicheremo con ps , è un indice molto utilizzato per misurare la performance di un generico portafoglio e rappresenta la misura del premio al rischio determinata sulla singola unità di rischio assunta.

Indicando con μ_p il rendimento di un portafoglio generico, con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con σ_p il rischio del portafoglio in esame, la formula matematica dell'indice ps risulta essere la seguente:

$$ps = \frac{\mu_p - r_0}{\sigma_p}$$

Sappiamo che più alto è il suo valore più alta sarà la performance del portafoglio e ciò ci permette di stabilire quale tra due o più portafogli è il migliore.

I portafogli con la massima performance di Sharpe raggiungibile sono situati lungo la capital market line e il loro indice massimo ps^* , che corrisponde alla pendenza della retta, è calcolato nel seguente modo:

$$ps^* = \frac{\mu_M - r_0}{\sigma_M}$$

Indicando con μ_M il rendimento del portafoglio di tangenza, con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con σ_M il rischio del portafoglio di tangenza.

3.4.1 Performance di Sharpe su singolo indice

Per studiare quanto rende mediamente ciascuno dei quindici indici considerati nella nostra tesi e quale tra i portafogli V, E, M ha una performance maggiore andiamo a sfruttare la distribuzione asintotica della Performance di Sharpe.

Il test \widehat{ps} , che ci permette di verificare l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle singole performance, si distribuisce nel seguente modo:

$$\widehat{ps} \sim_{app} N\left(ps, \frac{1}{T} \left(1 + \frac{ps^2}{2}\right)\right)$$

Sono stati ottenuti i seguenti risultati:

	S&P 100	MSCI EMU	FTSE 100	NIKKEI225	JPM GBI US3-3Y	YIMEMEE 1EE	ELMEE EKKKK	KIMKK KAAKK	KAMKK KK KKO+K	KAMKMKK AO+K	KAMKK K KKO+K	KAMKK K KAAKO+K	V	E	M
Media	-0,0030	-0,0005	-0,0020	-0,0029	0,0026	0,0033	0,0031	0,0017	0,0060	0,0059	0,0034	0,0046	0,0028	0,0032	0,0063
Dev. Std	0,0512	0,0573	0,0478	0,0571	0,0304	0,0041	0,0250	0,0365	0,0362	0,0184	0,0272	0,0386	0,0031	0,0034	0,0109
Ps	-0,1073	-0,0522	-0,0944	-0,0934	0,0059	0,1930	0,0248	-0,0200	0,0987	0,1862	0,0343	0,0542	0,1027	0,2182	0,3561
Dev. Std Ps	0,0873	0,0871	0,0872	0,0872	0,0870	0,0878	0,0871	0,0870	0,0873	0,0878	0,0871	0,0871	0,0873	0,0881	0,0898
Staisica test	-1,2289	-0,5992	-1,0820	-1,0711	0,0679	2,1974	0,2850	-0,2300	1,1317	2,1204	0,3936	0,6217	1,1767	2,4776	3,9671
P-value	0,2191	0,5490	0,2792	0,2841	0,9459	0,0280	0,7756	0,8181	0,2578	0,0340	0,6939	0,5341	0,2393	0,0132	0,0001

Analizzando indice per indice notiamo che gli indici azionari hanno tutti performance di Sharpe negativa mentre quasi tutti gli indici obbligazionari hanno performance positiva.

Dall'analisi della statistica test risulta che tutti gli indici accettano l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero ad eccezione degli indici obbligazionari a breve e lungo termine relativi all'Area Euro; tutti gli indici esclusi questi ultimi hanno quindi Performance di Sharpe nulla e hanno reso mediamente quanto il tasso privo di rischio.

Prendendo in analisi i portafogli V, E ed M evidenziamo risultati che confermano la teoria: il portafoglio di tangenza M ha performance positiva e maggiore rispetto al portafoglio E a al portafoglio V. I portafogli E ed M rifiutano l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle rispettive performance.

3.5 Frontiera efficiente esclusi gli indici azionari

Per costruirci la frontiera efficiente con i soli dieci indici obbligazionari risolviamo il problema di ottimo già utilizzato nei capitoli precedenti, ossia si minimizza la varianza del rendimento del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello di valore atteso $\hat{\mu}$.

Sfruttando l'analisi teorica si possono anche costruire i nuovi portafogli V' ed E' escludendo dal paniere gli indici azionari.

➤ DATI UTILIZZATI PER I CALCOLI

- ✓ Rendimenti attesi e vettore i

	JPM 1-3Y	GB 3Y	IUS 3Y	111 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	1E 3Y	
Rendimenti medi	0,0026	0,0033	0,0033	0,0031	0,0017	0,0060	0,0059	0,0034	0,0046												
Vettore i	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000												

- ✓ Matrice di varianza e covarianza (vedi capitolo 2 – sotto paragrafo 2.2.1)
- ✓ Tabella valori a, b, c, δ

a	b	c	δ
0,69	206,54	71183,14	6321,66

- ✓ Portafogli V' ed E'

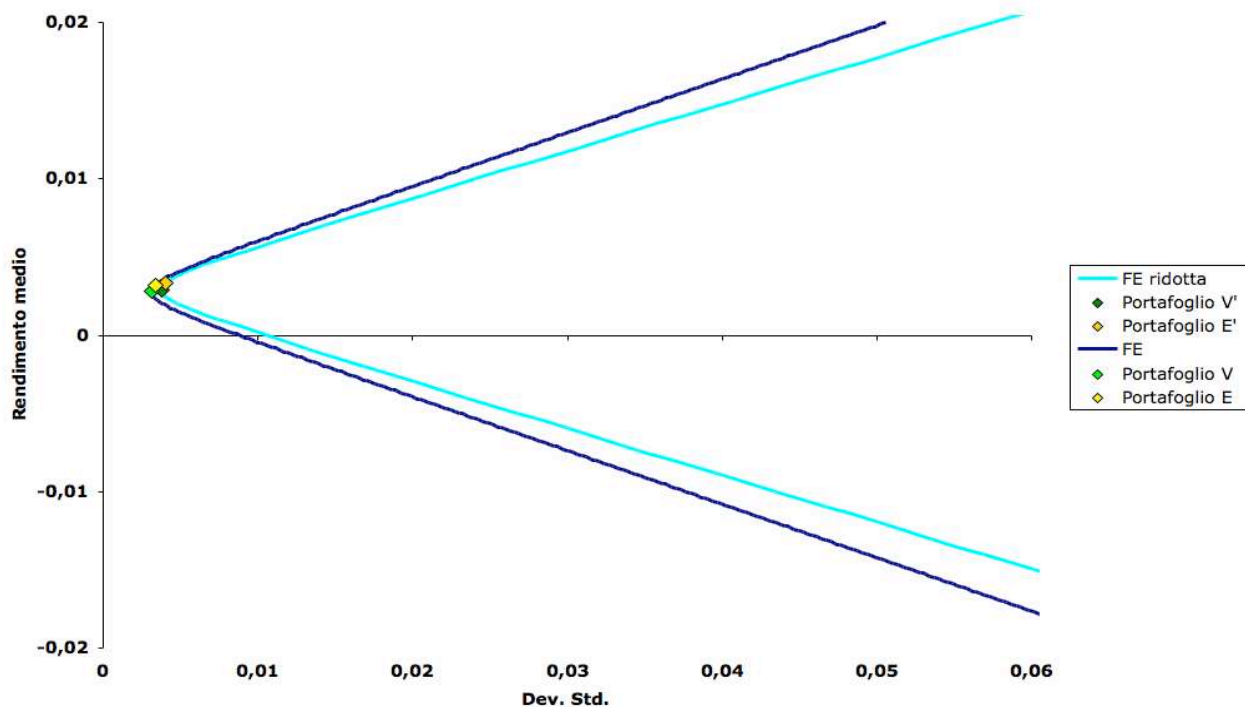
	JPM 1-3Y	US E-3Y	111 E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	1E E-3Y	
$\omega_{V'}$	0,0362	1,0991	-0,0428	0,0018	-0,0214	-0,0994	0,0485	-0,0219													
$\omega_{E'}$	0,0140	1,0011	0,0506	-0,0508	0,0013	-0,0064	-0,0316	0,0219													

Anche in questo caso il portafoglio E' ha un rendimento e un rischio maggiore rispetto al portafoglio V' confermando ancora una volta quanto espresso nella parte teorica.

- ✓ Valori per il grafico

μ	σ^2	σ
-0,05000	0,03153	0,17756
-0,04900	0,03035	0,17420
-0,04800	0,02919	0,17085
-0,04700	0,02805	0,16749
...
...
0,01800	0,00258	0,05080
0,01900	0,00293	0,05415
0,02000	0,00331	0,05750

✓ GRAFICO FRONTIERA EFFICIENTE ESCLUSI GLI INDICI AZIONARI



Dal grafico si può notare come la frontiera efficiente ridotta esclusi gli indici azionari si è spostata verso destra rispetto a quella che comprende tutti gli indici. Questo va a confermare quanto detto nella teoria perché, riducendo il paniere di assets la frontiera efficiente peggiora a causa della minor diversificazione del portafoglio. La diversificazione del portafoglio consiste in una riduzione della rischiosità e del suo rendimento, legata alla presenza di più attività finanziarie i cui rendimenti sono perfettamente correlati all'interno del portafoglio stesso. Se gli assets si muovono tutti nello stesso modo ciò non porta nessun beneficio alla diversificazione, mentre nel caso in cui gli assets cambiano in modo indipendente o in controtendenza i vantaggi per l'investitore possono essere notevoli.

L'analisi grafica non è sufficiente a dire con certezza se la frontiera efficiente ridotta sia peggiorata rispetto a quella con tutti gli assets, si effettua perciò una verifica tramite un test asintotico che confronta la performance di Sharpe del precedente portafoglio M con il nuovo portafoglio di tangenza M' che si ottiene escludendo gli assets azionari.

La statistica test è la seguente:

$$\xi_2 = T \frac{\widehat{ps}_N^2 - \widehat{ps}_{N_1}^2}{1 - \widehat{ps}_{N_1}^2} - \chi_{N_2}^2$$

Con T è indicato il numero di osservazioni, con ps_N la performance di Sharpe del portafoglio M completo e con ps_{N_1} quella del portafoglio ridotto. La statistica test, sotto l'ipotesi nulla, si distribuisce come un χ^2 con gradi di libertà pari al numero di assets esclusi ($N_2=N-N_1$).

I dati ottenuti sono i seguenti:

ps portafoglio N	0,35607
ps portafoglio N ₁	0,32005
Statistica test	2,91562
P-value	0,57204

con N=12, N₁=8 e N₂=4.

Si osserva che la performance di Sharpe passando dal portafoglio completo al portafoglio ridotto diminuisce e questo indicherebbe che l'esclusione degli indici azionari comporti una perdita in termini di performance. Ma dall'analisi del test di nota che l'ipotesi nulla di efficienza del portafoglio ridotto viene accettata dato che i due portafogli considerati hanno performance di Sharpe non significativamente differenti.

Riassumendo si può dire che lo spostamento evidenziato dal grafico non è significativo e dal paniere di assets da considerare si potrebbero escludere gli indici azionari; questo avviene perché gli indici azionari si muovono tutti nello stesso modo e ciò non porta nessun beneficio alla diversificazione.

3.6 Frontiere efficienti vincolate

Nella realtà non è sempre possibile raggiungere tutti i portafogli efficienti perché questi possono avere pesi negativi su alcuni assets e non è sempre possibile andare corti o vendere allo scoperto. Per risolvere questo problema si aggiunge al problema di ottimo dei vincoli di positività sui pesi degli assets. In questo modo si otterrà una frontiera efficiente senza titolo privo di rischio limitata e l'unica parte raggiungibile sarà quella tra l'asse delle ordinate e il portafoglio di tangenza, di conseguenza non sarà più possibile spostarsi verso destra del portafoglio M.

Successivamente verranno imposti vincoli ulteriormente restrittivi per studiare in che modo varia la frontiera efficiente senza titolo non rischioso. Seguendo il procedimento utilizzato in precedenza (capitolo 3 – paragrafo 3.2) il nuovo problema di ottimo sarà:

$$\min_{(\omega)} \{ \sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega \}$$

$$s.v. \begin{cases} \omega' \mu = \mu_p^* \\ \omega' 1 = 1 \\ \omega \geq 0 \end{cases}$$

Sfruttando questa analisi teorica sono state costruite le seguenti frontiere efficienti imponendo vincoli di positività e vincoli restrittivi:

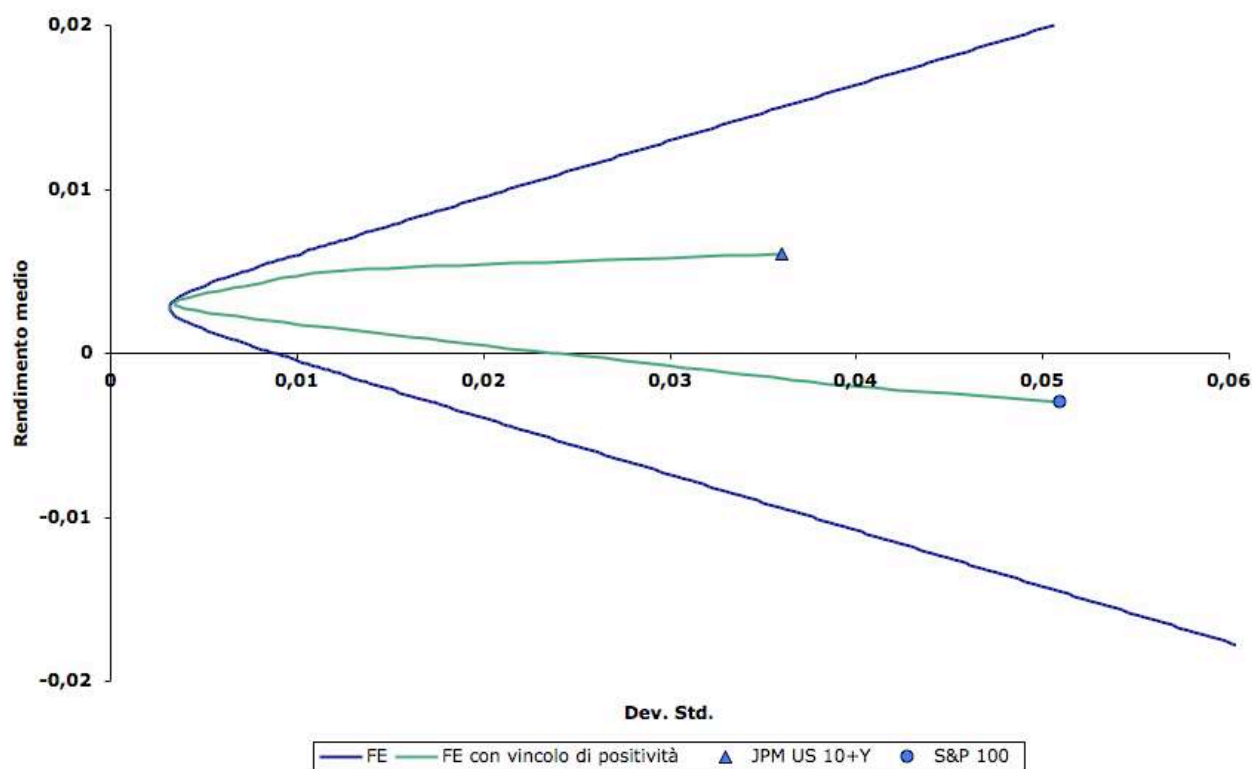
1. FE con pesi positivi ($\omega \geq 0$);
2. FE con pesi compresi tra 0 e 0,6 ($0 \leq \omega \leq 0,6$);
3. FE con pesi compresi tra 0 e 0,4 ($0 \leq \omega \leq 0,4$);
4. FE con pesi compresi tra 0 e 0,2 ($0 \leq \omega \leq 0,2$).

✓ Valori per il grafico

Utilizzando in modo iterativo il risolutore si calcola la frontiera efficiente vincolata fissando diversi livelli di rendimento medio richiesto (μ_p). Dato che la curva sarà limitata siamo partiti dal valore del rendimento minimo per arrivare al rendimento massimo.

μ	σ^2	σ
-0,00302	0,00260	0,05099
-0,00202	0,00157	0,03960
-0,00102	0,00101	0,03180
-0,00002	0,00058	0,02404
0,00003	0,00056	0,02366
0,00103	0,00025	0,01595
0,00203	0,00007	0,00837
0,00303	0,00001	0,00316
0,00403	0,00005	0,00707
0,00503	0,00016	0,01265
0,00603	0,00130	0,03606

✓ Grafico frontiere efficienti



Come ci si aspettava, dal grafico risulta che la frontiera efficiente vincolata è spostata verso destra rispetto alla FE non vincolata e non raggiunge portafogli con rendimenti medi superiori al rendimento che si otterrebbe investendo tutto nell'indice JPM GBI US 10+Y. Questo perché, non potendo vendere allo scoperto, il massimo rendimento medio raggiungibile si ottiene investendo tutta la ricchezza nell'indice con rendimento maggiore.

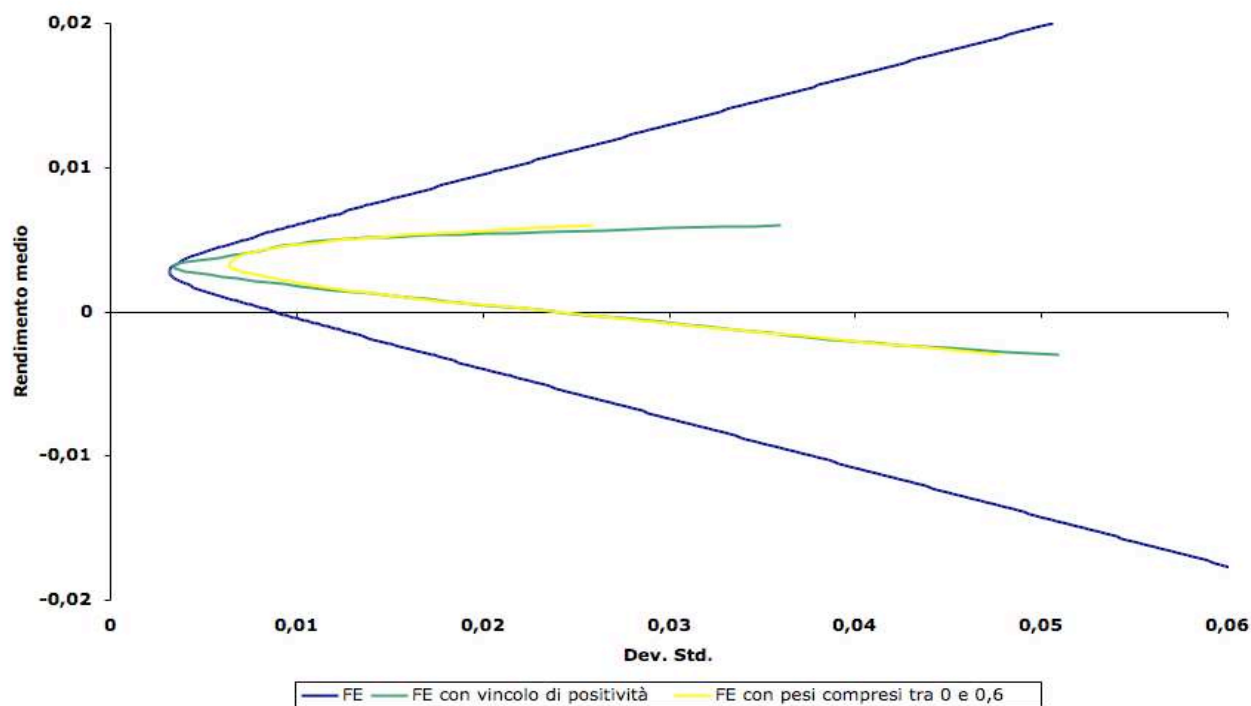
- DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $0 < \omega < 0,6$
- Rendimenti attesi e vettore i (vedi capitolo 3 – paragrafo 3.2)
- Matrice di varianza e covarianza (vedi capitolo 2 – sotto paragrafo 2.1.1)
- Pesi

In modo analogo al precedente sfruttiamo il Risolutore con una differenza sui vincoli dei pesi che saranno compresi tra 0 e 0,6.

- Valori per il grafico

μ	σ^2	σ
-0,00296	0,00228	0,04775
-0,00196	0,00153	0,03912
-0,00096	0,00098	0,03130
0,00004	0,00056	0,02366
0,00104	0,00025	0,01581
0,00204	0,00010	0,01000
0,00304	0,00004	0,00632
0,00404	0,00005	0,00707
0,00504	0,00017	0,01304
0,00597	0,00067	0,02588

- Grafico frontiere efficienti



Anche in questo caso, come ci si aspettava, la nuova frontiera efficiente è spostata verso destra rispetto alle altre due; ha un andamento molto simile alla frontiera efficiente con vincolo di positività e ciò è dovuto al fatto che restringendo i vincoli i portafogli raggiungibili saranno sempre meno.

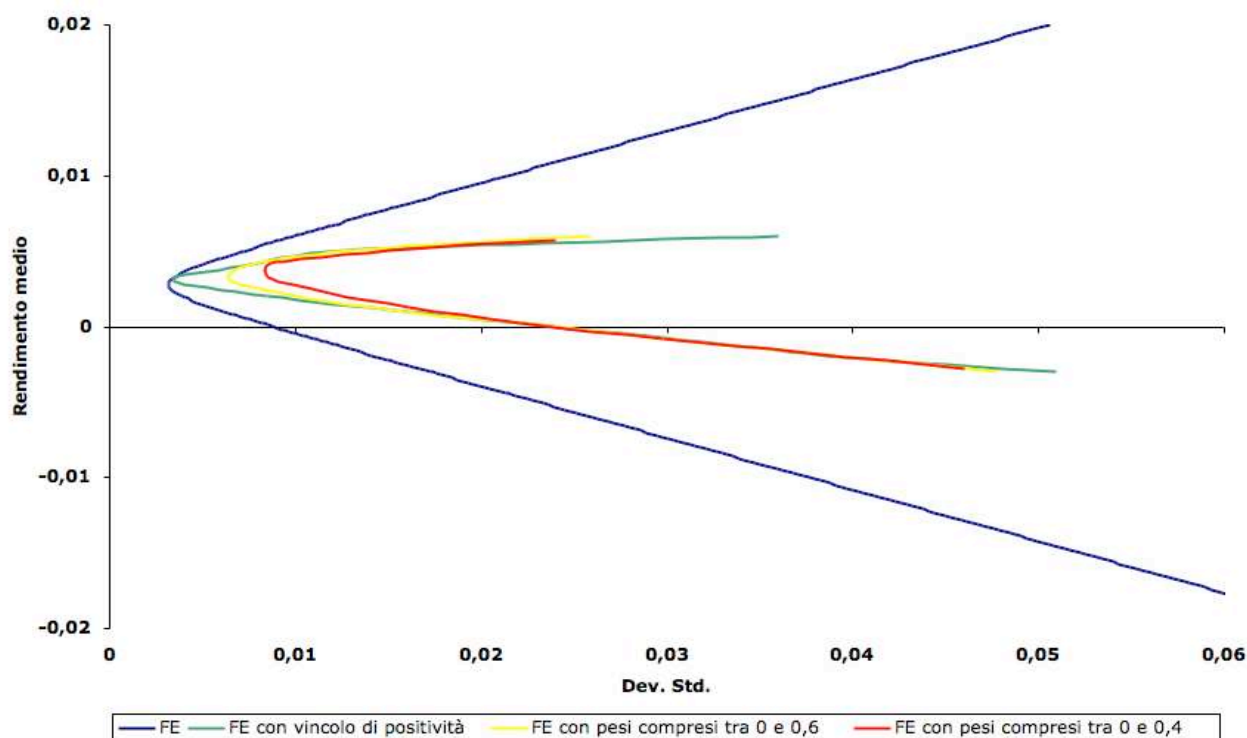
- DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $0 < \omega < 0,4$
- Rendimenti attesi e vettore i (vedi capitolo 3 – paragrafo 3.2)
- Matrice di varianza e covarianza (vedi capitolo 2 – sotto paragrafo 2.1.1)
- Pesi

In modo analogo al precedente sfruttiamo il Risolutore con una differenza sui vincoli dei pesi che saranno compresi tra 0 e 0,4.

- Valori per il grafico

μ	σ^2	σ
-0,00277	0,00211	0,04593
-0,00177	0,00142	0,03768
-0,00077	0,00089	0,02983
0,00023	0,00049	0,02214
0,00123	0,00026	0,01612
0,00223	0,00014	0,01183
0,00323	0,00007	0,00837
0,00423	0,00008	0,00894
0,00523	0,00030	0,01732
0,00568	0,00057	0,02387

- Grafico frontiere efficienti



Nuovamente dal grafico risulta che la nuova frontiera efficiente vincolata è spostata verso destra rispetto alle altre, inoltre ha un andamento simile alle altre frontiere efficienti vincolate e solo per un piccolo tratto si discosta da esse, ciò è dovuto sempre al fatto che restringendo i vincoli i portafogli raggiungibili saranno sempre meno.

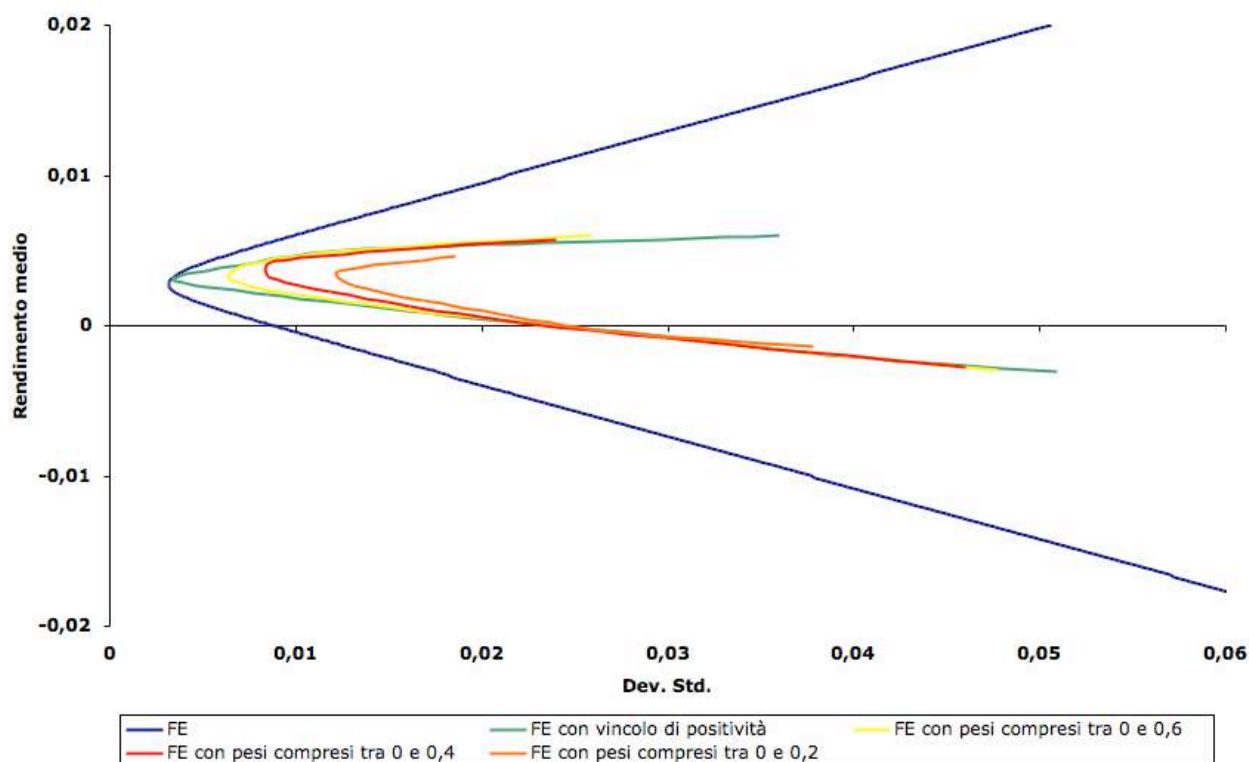
- DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $0 < \omega < 0,2$
- Rendimenti attesi e vettore i (vedi capitolo 3 – paragrafo 3.2)
- Matrice di varianza e covarianza (vedi capitolo 2 – sotto paragrafo 2.1.1)
- Pesi

In modo analogo al precedente sfruttiamo il Risolutore con una differenza sui vincoli dei pesi che saranno compresi tra 0 e 0,2.

- Valori per il grafico

μ	σ^2	σ
-0,00135	0,00143	0,03782
-0,00035	0,00073	0,02702
0,00065	0,00045	0,02121
0,00165	0,00028	0,01673
0,00265	0,00017	0,01304
0,00365	0,00015	0,01225
0,00465	0,00035	0,01871

- Grafico frontiere efficienti



Nuovamente, dal grafico risulta che la nuova frontiera efficiente vincolata è spostata verso destra rispetto alle altre, inoltre risulta ulteriormente ristretta con un andamento peggiore rispetto alle altre frontiere vincolate ed è notevolmente distante da esse. Ciò è dovuto al fatto che il campo di variazione dei pesi è molto ristretto e quindi i portafogli raggiungibili sono molto pochi.

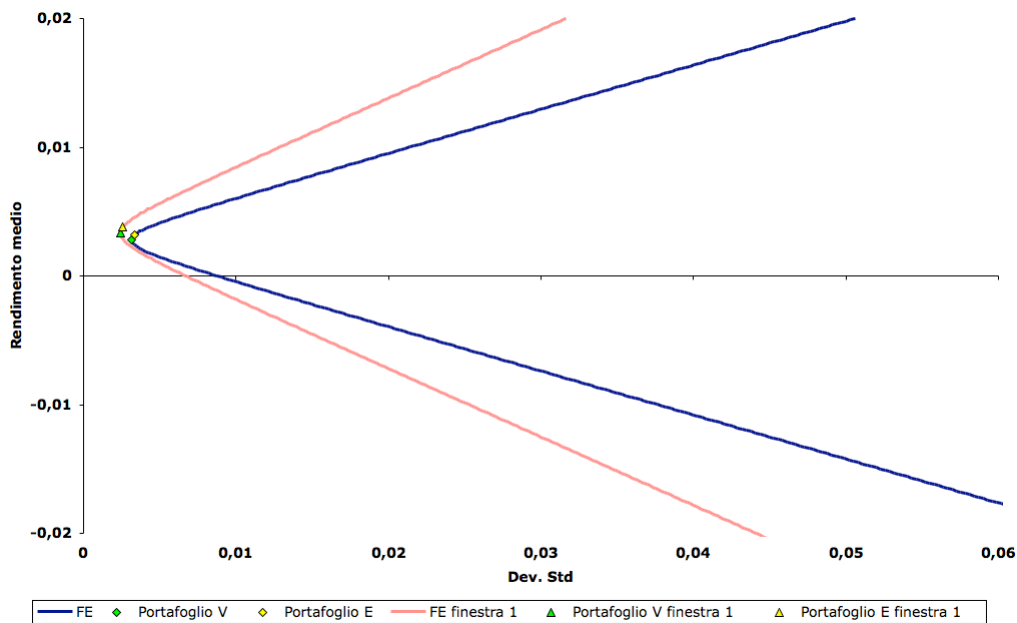
CAPITOLO 4: Stima rolling dei rendimenti

4.1 Approccio al problema

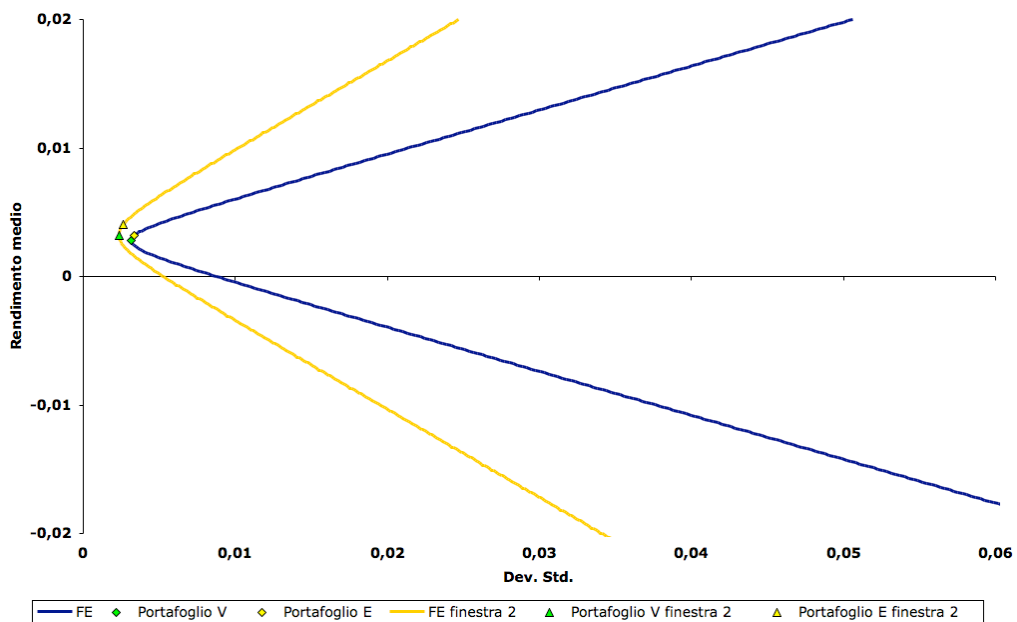
In questo capitolo ci focalizzeremo sulla stima dei rendimenti degli indici tramite il metodo Rolling. Per alcune applicazioni l'ipotesi di momenti teorici marginali costanti nel tempo è considerata troppo restrittiva, viene allora preferito un approccio rolling. $E[r_t]$ e $Var[r_t]$ vengono stimati da medie e varianza campionarie costruite con le k osservazioni di indice da $t-k+1$ a t dove k è la finestra della stima rolling. Le formule rispettive sono:

$$\bar{r}_t = \frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^t r_s \quad S_{r,t}^2 = \frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^t (r_s - \bar{r}_t)^2$$

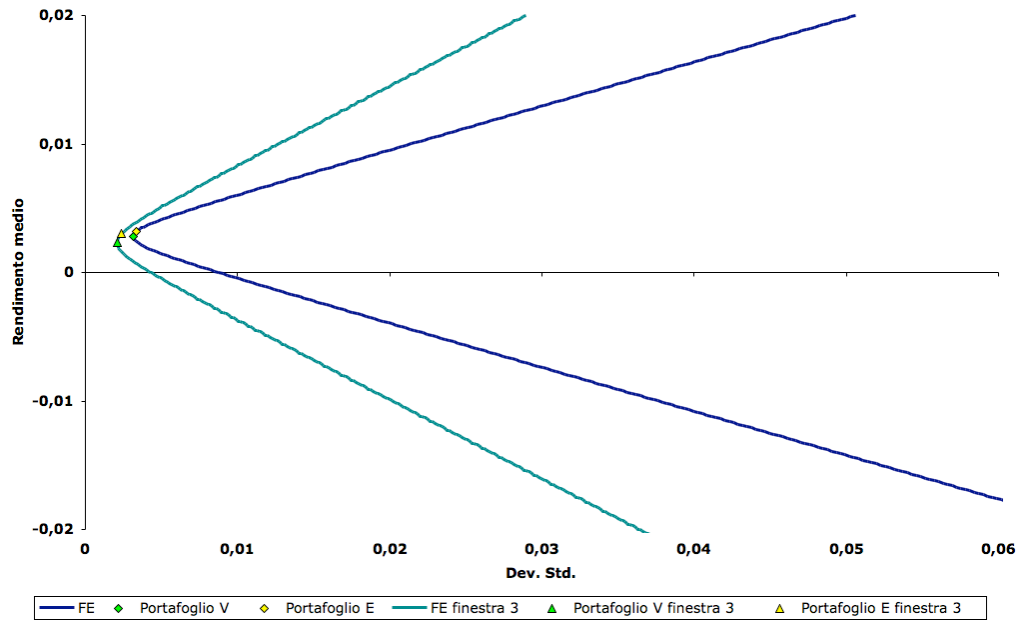
Partendo dalla data iniziale delle osservazioni andremo a calcolarci delle finestre rolling di ampiezza fissa che si spostano nel campione fino ad arrivare alla data finale. Ogni finestra corrisponderà alla stima dei rendimenti attesi su un campione ristretto di dati e man mano che la finestra verrà spostata si tralascerà l'informazione più vecchia aggiungendo quella più recente. Per ogni finestra, tramite la teoria di Markowitz, calcoleremo le frontiere efficienti senza risk-free sulle quali faremo un'analisi grafica e confronteremo la performance di Sharpe dei tre portafogli significativi per vedere come variano da finestra a finestra.



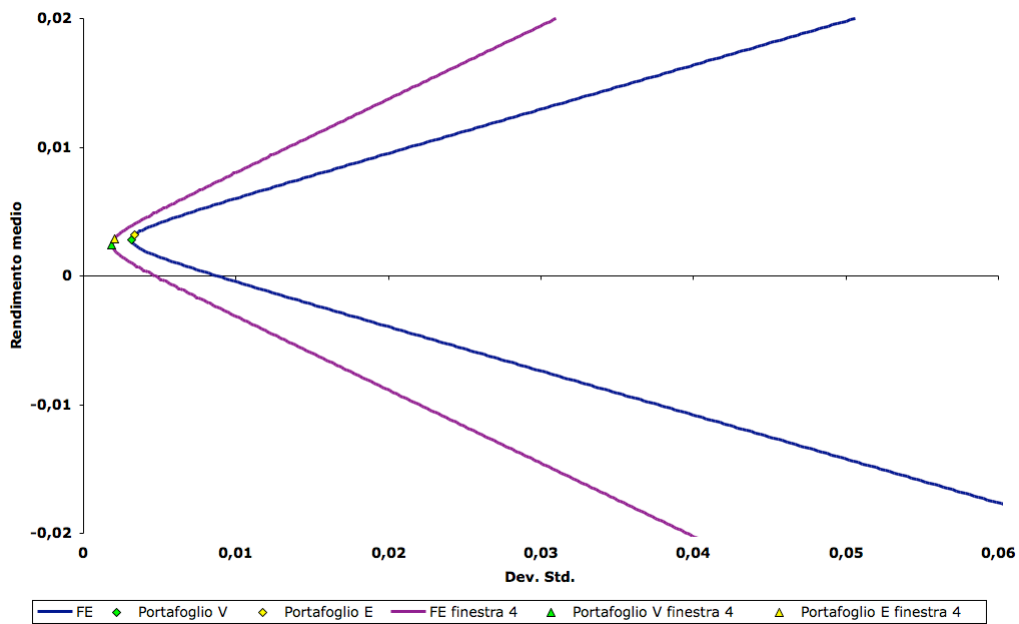
Dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA1 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale e risulta migliore perché permette di raggiungere portafogli che a parità di rischio consentono un rendimento maggiore. Si osserva anche che i vertici di entrambe le curve (portafogli V) sono molto vicini. Per avere una certezza di questo miglioramento l'analisi grafica non è sufficiente e sarebbe necessario un test statistico.



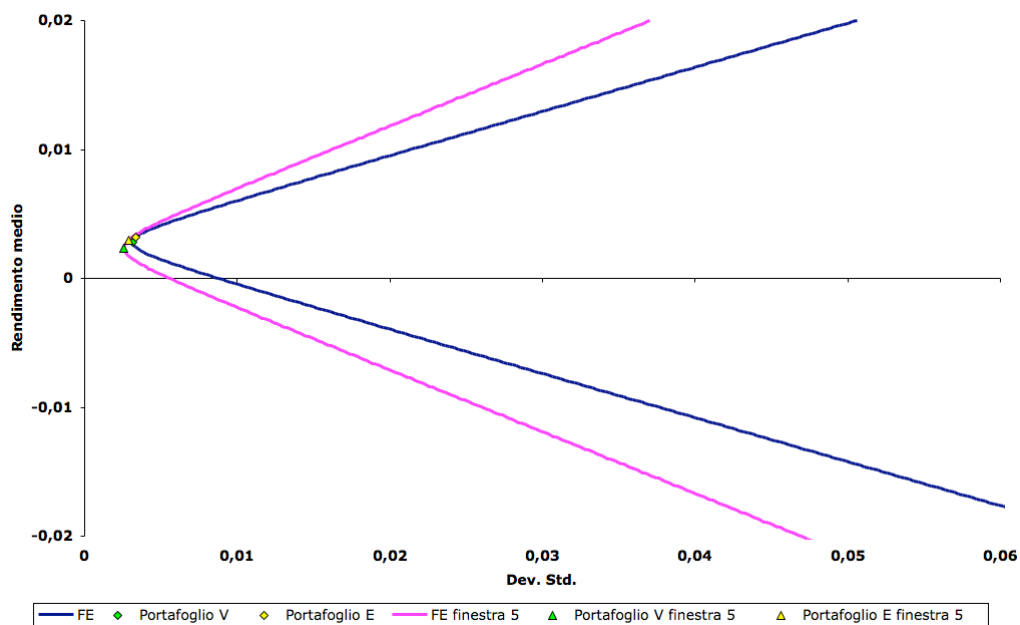
Anche in questo caso dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA2 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale anche se i vertici continuano a essere molto vicini.



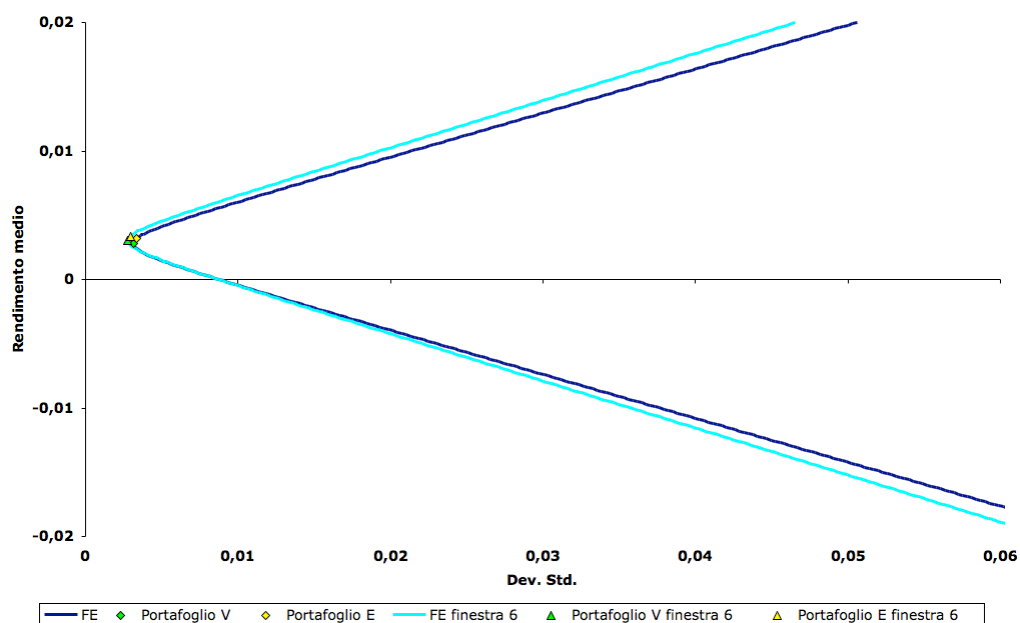
Anche in questo caso dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA3 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale. I vertici sono comunque vicini anche se a una distanza maggiore rispetto alle altre due finestre.



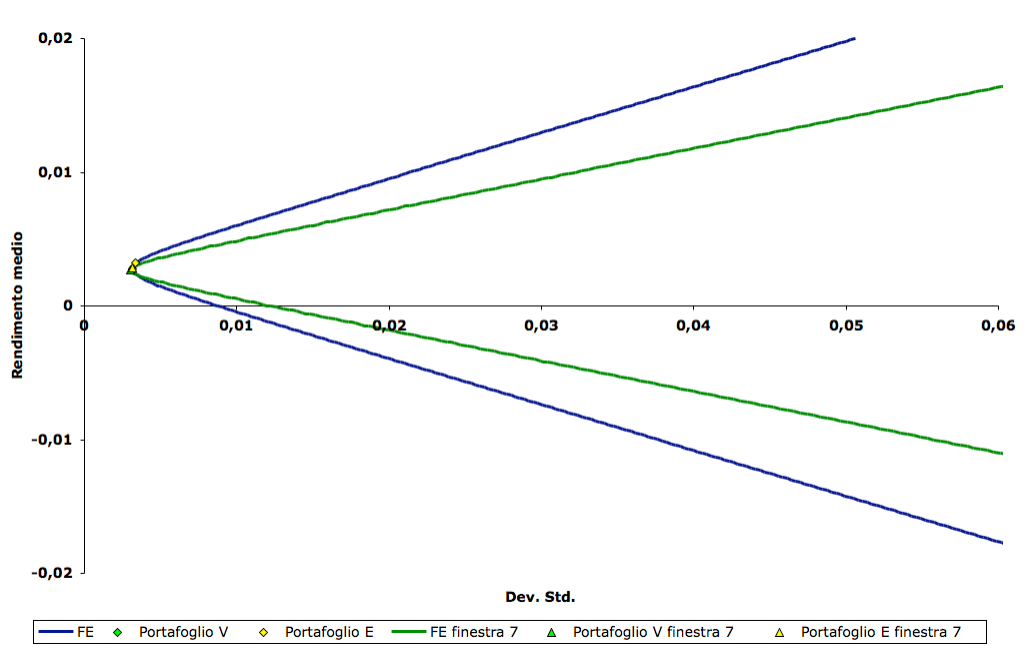
Anche in questo caso dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA4 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale.



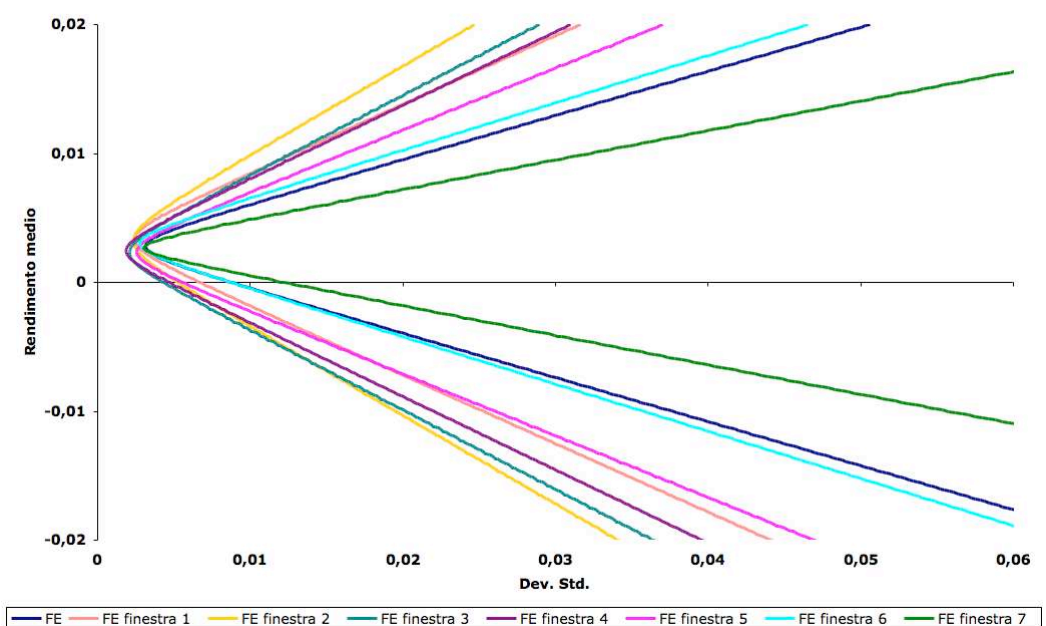
La frontiera della FINESTRA5 si trova a sinistra rispetto alla FE relativa all'intero arco temporale; i vertici delle due frontiere sono molto vicini.



Ricordando che la frontiera efficiente corrisponde solo alla parte superiore al portafoglio V in quanto portafogli simmetrici rispetto a V avrebbero, a parità di rischio, nella parte inferiore un rendimento minore, la frontiera relativa alla FINESTRA6 è spostata a sinistra rispetto a quella relativa a l'intero arco di tempo. I vertici sono quasi coincidenti.



In questo caso dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA7 è collocata all'interno della FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale, risulta perciò peggiore perché a parità di rischio raggiunge portafogli con rendimento minore. Si osserva anche che i vertici di entrambe le curve (portafogli V) sono quasi coincidenti. Per avere una certezza di questo peggioramento l'analisi grafica non è sufficiente e sarebbe necessario un test statistico.



Dal grafico generale si osserva che passando da una finestra all'altra si possono ottenere miglioramenti o peggioramenti. In altre parole, nel caso in cui la frontiera che consideriamo si sposti in modo quasi parallelo verso sinistra rispetto ad un'altra frontiera si riesce ad ottenere circa gli stessi rendimenti ma con rischi minori, mentre nel caso in cui la frontiera si sposti in modo quasi parallelo verso destra si ottengono circa gli stessi rendimenti ma con rischi maggiori.

Non sempre le frontiere si spostano parallelamente, si possono spostare anche in modo trasversale ed in questo caso non risulta una frontiera totalmente peggiore o completamente migliore perché per una parte di iperbole si può avere una FE migliore e per un'altra parte può risultare peggiore. In queste situazioni risulta importante sapere quanto vuole investire e quanto vuole rischiare l'investitore.

Riassumendo quanto emerso dall'analisi grafica possiamo dire che le frontiere efficienti senza titolo privo di rischio calcolate sulla base di finestre rolling relative ad un periodo ristretto (5 anni) risultano essere migliori della frontiera efficiente calcolata sull'intero arco di tempo (11 anni).

L'unica che sembra peggiorare è la FE calcolata sulle base della settima finestra che corrisponde al periodo 30/09/2005 – 30/08/2010.

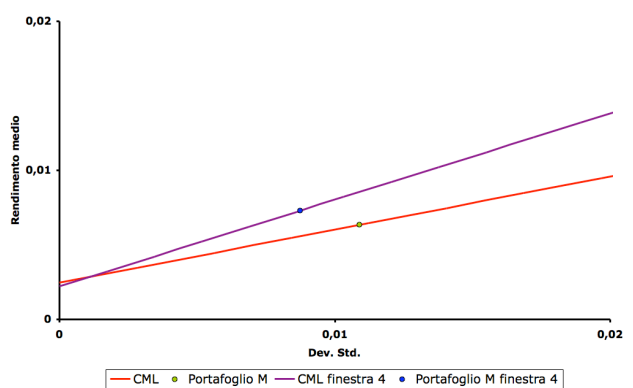
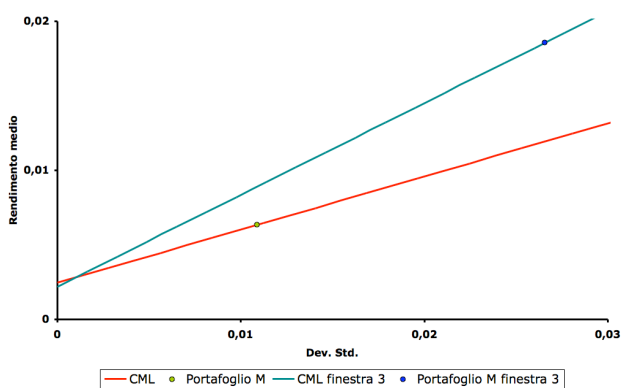
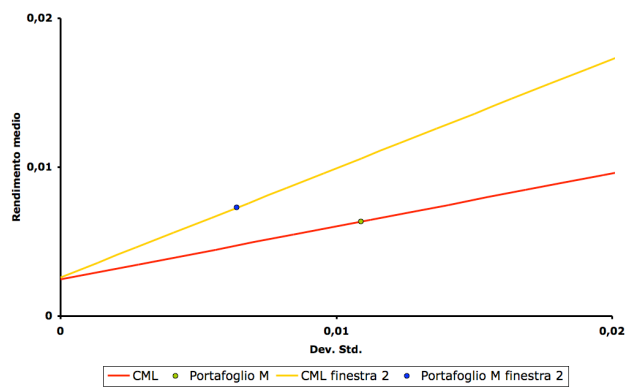
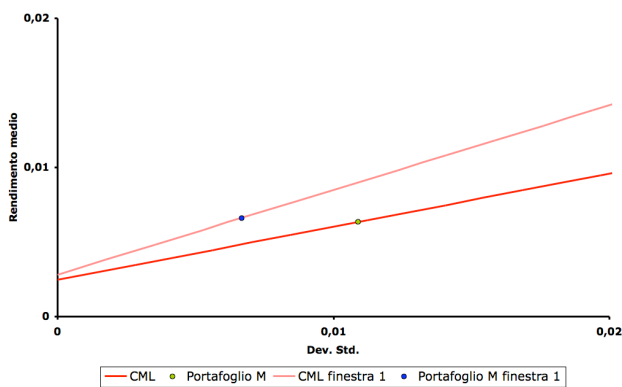
Un'analisi più accurata rispetto a quella grafica verrà fatta nel paragrafo 4.4 in cui sarà preso in considerazione un indicatore per misurare la performance dei portafogli.

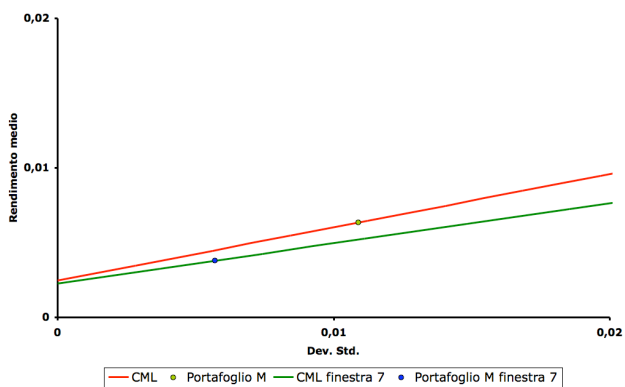
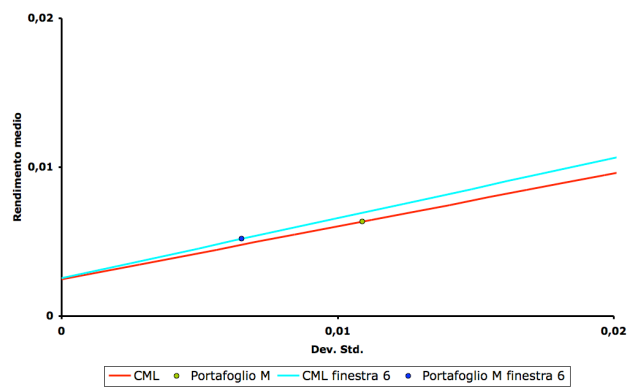
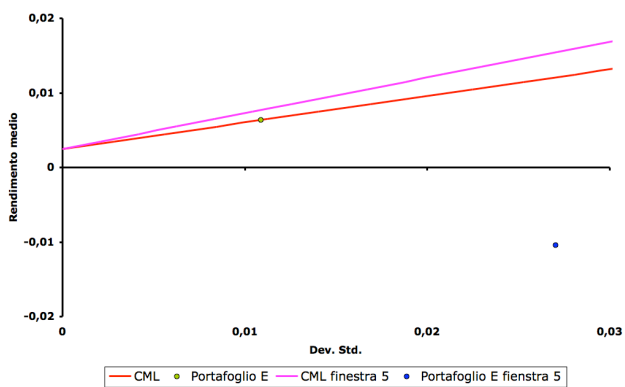
4.3 Frontiere efficienti con risk-free

Per il calcolo delle frontiere efficienti con risk-free relative ad ogni finestra rolling seguiremo il procedimento utilizzato in precedenza (capitolo 3 – paragrafo 3.3), ossia risolveremo il problema di ottimo che, sotto vincolo d'uguaglianza tra i rendimenti medi netti dei titoli rischiosi e rendimento medio netto del portafoglio, andrà a minimizzare la varianza σ_p^2 .

Per ognuna delle sette finestre ci siamo calcolati i rendimenti attesi per ciascun indice, la matrice di varianza e covarianza degli indici, i valori a, b, c, δ, r_0 che ci permettono di calcolare i portafogli efficienti che andranno a formare le FE con risk-free. Ci siamo ricavati inoltre i pesi, i rendimenti e la deviazione standard dei portafogli a minima varianza V , dei portafogli E con maggior trade-off rischio-rendimento atteso e dei portafogli M di tangenza.

Per ogni finestra riportiamo una serie di grafici delle FE con risk-free che mettono in evidenza come, passando da una finestra all'altra, si spostano le FE con asset non rischioso. In questo modo verificheremo quali finestre sono migliori rispetto alla frontiera efficiente con titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale.

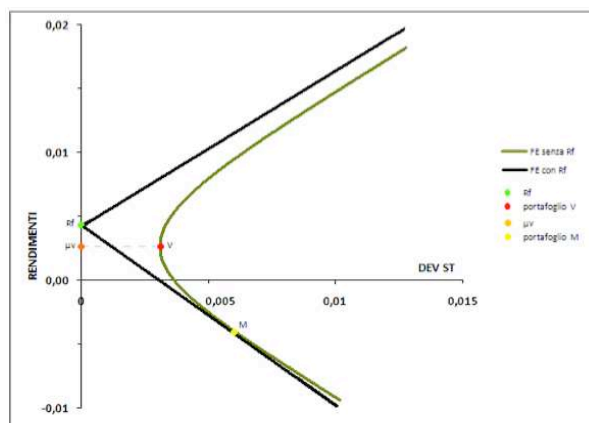




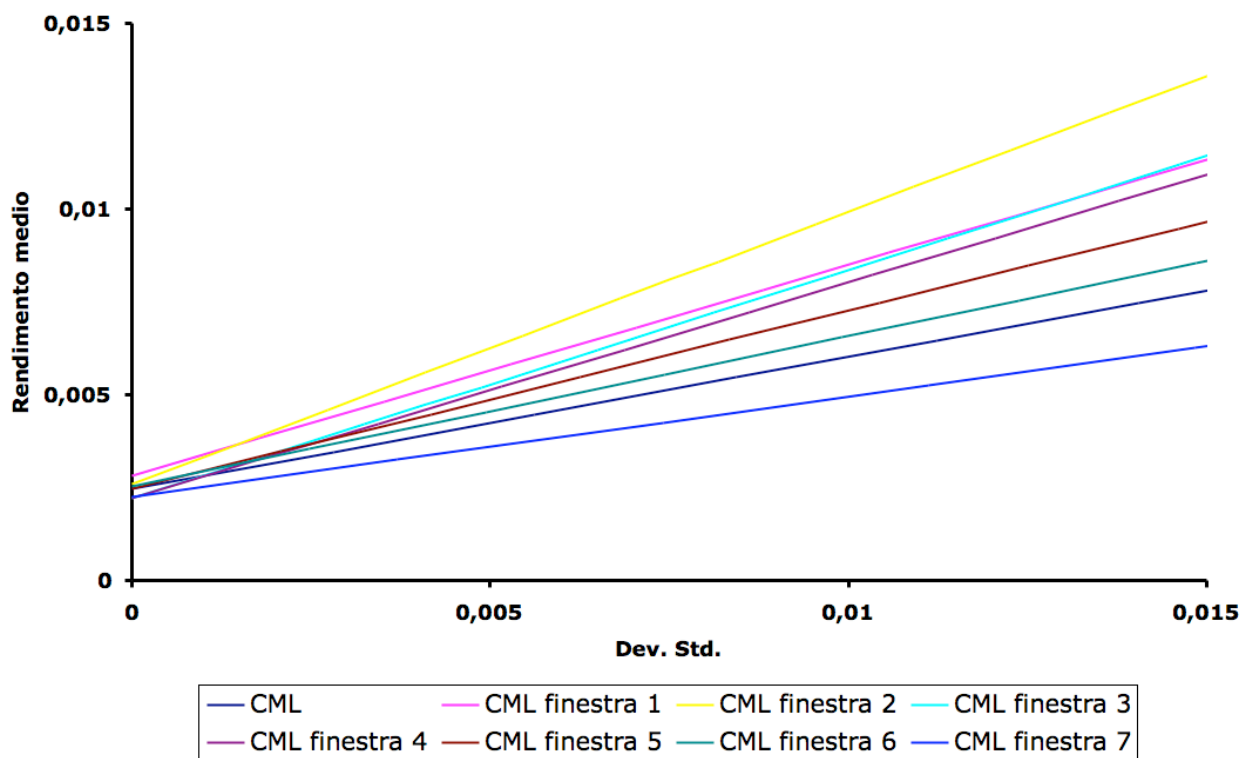
Ad eccezione della settima finestra, in tutti i casi la Capital Market Line calcolata sulle finestre sembra migliorare rispetto a quella calcolata sull'intero periodo perché a parità di rischio permettono di ottenere rendimenti maggiori. Questo lo si può notare anche dalle pendenze delle rette relative alle finestre rolling, le quali sono maggiori rispetto alla pendenza della retta corrispondente all'intero arco temporale.

Dai grafici risulta evidente come il portafoglio M della FINESTRA5 abbia rendimento negativo e non si trovi sulla CML; questo è dovuto al fatto che il rendimento dell'indice privo di rischio in quella finestra è superiore al rendimento del portafoglio a minima varianza V. Tra M e il titolo privo di rischio l'investitore andrà a scegliere come portafoglio ottimo il risk-free che avrà un guadagno maggiore rispetto al rendimento negativo del portafoglio M ed un rischio nullo.

Si riporta un esempio grafico per questi casi particolari:



Infine risulta importante andare a confrontare le FE con risk-free tra le varie finestre rolling. Si riporta un grafico completo di tutte le CML:



Dal grafico si può osservare come le CML si incrocino più volte risultando in certi tratti migliori e in certi peggiori rispetto alle altre.

La CML relativa alla FINESTRA1 è inizialmente migliore di tutte le altre ma all'aumentare del rischio diventa peggiore di quelle relative alla seconda, alla terza e alla quarta finestra (dall'immagine non si vede ma per una deviazione standard maggiore si può osservare); quella relativa alla FINESTRA4 invece sembra essere inizialmente la peggiore perché interseca l'asse delle ordinate nel punto più basso, ma all'aumentare del rischio risulta migliore di quelle relative alla settima, alla sesta, alla quinta e alla prima finestra e anche rispetto a quella relativa all'intero arco temporale. La CML corrispondente alla FINESTRA7 risulta essere l'unica al di sotto della CML calcolata considerando l'intero arco temporale.

Riassumendo quanto emerso dall'analisi grafica si può dire che le frontiere efficienti con titolo privo di rischio calcolate sulla base di finestre rolling relative ad un periodo ristretto (5 anni) risultano essere quasi tutte migliori della frontiera efficiente calcolata sull'intero arco di tempo (11 anni). L'unica che sembrerebbe peggiorare è la FE calcolata sulla base della settima finestra che corrisponde al periodo 30/09/2005 – 30/08/2010. Un'analisi più accurata rispetto a quella grafica verrà fatta nel prossimo paragrafo 4.4 in cui sarà preso in considerazione un indicatore per misurare la performance dei portafogli.

4.4 Performance di Sharpe sui portafogli significativi

Andiamo a condurre un'analisi più approfondita sulle performance dei portafogli a minima varianza V, dei portafogli con maggior trade-off rischio-rendimento E e dei portafogli M di tangenza per ogni finestra.

Utilizziamo la Performance di Sharpe, che indicheremo con ps , come indice per misurare la performance di un generico portafoglio. Indicando con μ_p il rendimento di un portafoglio generico, con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con σ_p il rischio del portafoglio in esame, si ricorda che la formula dell'indice ps risulta essere la seguente:

$$ps = \frac{\mu_p - r_0}{\sigma_p}$$

Si sa che più alto è il suo valore più alta sarà la performance del portafoglio e ciò ci permette di stabilire quale tra i portafogli è il migliore.

Per studiare quanto rende mediamente in termini di performance ciascuno dei portafogli V ed E andiamo a sfruttare la distribuzione asintotica dell'indice di Sharpe.

Il test \widehat{ps} che ci permette di verificare l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle singole performance si distribuisce nel seguente modo:

$$\widehat{ps} \sim_{app} N\left(ps, \frac{1}{T} \left(1 + \frac{ps^2}{2}\right)\right)$$

Per ogni finestra è stata calcolata la performance di Sharpe dei portafogli V, E ed M i rispettivi test per verificare se la ps è uguale a zero oppure corrisponde a quella calcolata. Sono stati ottenuti i seguenti risultati:

Periodo completo Portafoglio	1998-2009		
	V	E	M
Media	0,00279	0,00320	0,00634
Dev. Std.	0,00314	0,00337	0,01090
PS	0,10269	0,21820	0,35607
Dev. Std. PS	0,08727	0,08807	0,08976
Test di Sharpe	1,17675	2,47758	3,96711
P-value	0,23930	0,01323	0,00007
Intervallo estr. inf.	-0,06835	0,04559	0,18015
Intervallo estr. sup.	0,27373	0,39081	0,53199

Finestra	1			2			3			4		
	1999-2004			2000-2005			2001-2006			2002-2007		
	V	E	M	V	E	M	V	E	M	V	E	M
Media	0,00331	0,00380	0,00660	0,00322	0,00401	0,00728	0,00230	0,00302	0,01854	0,00244	0,00290	0,00730
Dev. Std.	0,00241	0,00259	0,00667	0,00234	0,00262	0,00639	0,00209	0,00239	0,02656	0,00186	0,00203	0,00875
PS	0,20527	0,38206	0,56772	0,26899	0,54441	0,73346	0,04846	0,34105	0,61542	0,12344	0,33846	0,58090
Dev. Std. PS	0,13045	0,13373	0,13911	0,13141	0,13833	0,14543	0,12918	0,13280	0,14079	0,12959	0,13275	0,13957
Test di Sharpe	1,57351	2,85698	4,08097	2,04687	3,93543	5,04342	0,37514	2,56812	4,37109	0,95252	2,54973	4,16219
P-value	0,11560	0,00428	0,00004	0,04067	0,00008	0,00000	0,70756	0,01023	0,00001	0,34083	0,01078	0,00003
Intervallo estr. inf.	-0,05041	0,11996	0,29506	0,01142	0,27328	0,44843	-0,20472	0,08076	0,33947	-0,13055	0,07829	0,30736
Intervallo estr. sup.	0,46095	0,64416	0,84037	0,52655	0,81554	1,01850	0,30164	0,60133	0,89137	0,37743	0,59864	0,85445

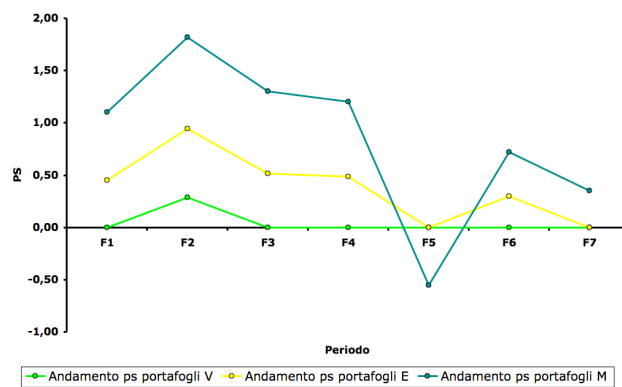
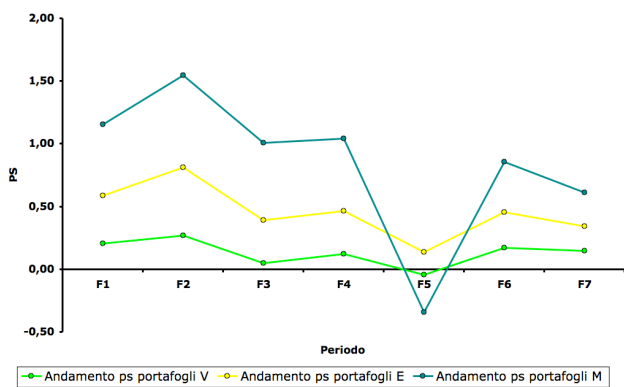
Finestra	5			6			7		
	2003-2008			2004-2009			2005-2010		
	V	E	M	V	E	M	V	E	M
Media	0,00236	0,00299	-0,01048	0,00302	0,00336	0,00517	0,00269	0,00287	0,00379
Dev. Std.	0,00257	0,00289	0,02703	0,00278	0,00294	0,00652	0,00305	0,00315	0,00571
PS	-0,04552	0,17957	-0,47942	0,17241	0,28006	0,40395	0,14403	0,19649	0,26962
Dev. Std. PS	0,12917	0,13014	0,13632	0,13006	0,13161	0,13426	0,12977	0,13034	0,13142
Test di Sharpe	-0,35239	1,37984	-3,51701	1,32565	2,12799	3,00868	1,10992	1,50753	2,05152
P-value	0,72454	0,16764	0,00044	0,18496	0,03334	0,00262	0,26703	0,13168	0,04022
Intervallo estr. inf.	-0,29868	-0,07550	-0,74660	-0,08250	0,02211	0,14080	-0,11031	-0,05897	0,01203
Intervallo estr. sup.	0,20764	0,43463	-0,21225	0,42731	0,53800	0,66710	0,39837	0,45195	0,52721

Analizzando i valori ottenuti per la performance di Sharpe, i portafogli con performance maggiore si trovano tutti nella FINESTRA2 mentre quelli con performance minore si trovano tutti nella FINESTRA5 dove la performance dei portafogli V e M è addirittura negativa (e lo si poteva dedurre già dai grafici della CML dove il portafoglio M aveva rendimento negativo).

È importante prendere in analisi anche la statistica test per verificare se effettivamente le performance sono diverse da zero. Per i portafogli V l'ipotesi di nullità viene rifiutata solo per la FINESTRA2 ed è quindi l'unico portafoglio a minima varianza che non ha reso mediamente quanto il tasso privo di rischio; lo stesso portafoglio risulta essere anche quello con Performance maggiore. Confrontando i portafogli V calcolati nelle finestre con quello calcolato nell'intero arco temporale il portafoglio della FINESTRA2 risulta perciò essere migliore in quanto ha una performance di Sharpe maggiore e inoltre rifiuta l'ipotesi di uguaglianza a zero.

Per i portafogli E e M l'ipotesi di nullità viene sempre rifiutata tranne nella FINESTRA5 e nella FINESTRA7 per il portafoglio E; tutti i portafogli E e M calcolati sulle finestre hanno performance di Sharpe maggiore rispetto al portafoglio calcolato sull'intero arco di tempo tranne nella FINESTRA5 e nella FINESTRA7 (che sono le stesse in cui si accetta l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero per i portafogli E). Si può perciò stabilire che i risultati ottenuti con il metodo rolling sono preferibili alla stima sull'intero arco temporale.

I grafici seguenti rappresentano l'andamento delle performance di Sharpe dei portafogli. Il primo non considera i risultati del test di Sharpe mentre il secondo li prende in considerazione:



Da questi grafici si può aggiungere che in tutte le finestre sono preferiti i portafogli di tangenza M tranne nella FINESTRA5 dove sappiamo che il portafoglio di tangenza ha rendimento negativo essendo il risk-free maggiore del rendimento del portafoglio a minima varianza.

In conclusione non sempre con le stime rolling si rilevano risultati migliori rispetto ad una stima completa del periodo di osservazione; solo nel caso in cui consideriamo una finestra rolling relativa ad un periodo negativo del mercato sarà conveniente considerare un periodo più ampio.

CAPITOLO 5: CAPM

5.1 Problemi del modello di Markowitz

Il modello di Markowitz visto in precedenza, presenta alcuni problemi:

1. all'aumentare del numero di titoli presi in considerazione il numero di calcoli necessari per stimare i parametri aumenta velocemente
2. l'applicazione "bruta" del modello di Markowitz conduce a portafogli poco plausibili

Una causa di questi problemi è stata individuata nell'effetto degli errori campionari degli stimatori delle medie e delle covarianze; un modo per risolvere questi problemi è utilizzare il CAMP (Capital Asset Pricing Model) per determinare quali sono le aspettative del mercato e determinare così un diverso vettore dei rendimenti attesi.

5.2 Ipotesi e formulazione

Il CAPM studia la relazione tra redditività e rischiosità di tutti i titoli finanziari sotto l'ipotesi di equilibrio fra domanda e offerta aggregate. Uno dei risultati principali consiste nel mostrare che non tutto il rischio di un titolo viene remunerato dal mercato sotto forma di un maggiore rendimento atteso, ma solo quella parte che non può essere eliminata attraverso la diversificazione. Il CAPM misura l'esposizione al rischio non diversificabile di un titolo attraverso il suo beta, un parametro collegato alla covarianza fra il rendimento del titolo e quello del mercato.

Il punto di partenza del CAMP è l'analisi media-varianza in presenza di un titolo non rischioso (vista nel capitolo 3 – paragrafo 3.3). Alla data 0 i risparmiatori decidono come investire la propria ricchezza fino alla data 1; a disposizione hanno un titolo non rischioso e n titoli rischiosi, con vettore di extra-rendimenti z di valore atteso μ e matrice di varianza Σ . Date le seguenti ipotesi:

- ◆ Non esistono costi di transizione
- ◆ Non ci sono limiti al frazionamento di titoli
- ◆ Non esistono tasse sul reddito
- ◆ Nessuno può condizionare il prezzo dei titoli con le proprie operazioni
- ◆ Gli operatori fanno le loro scelte solo sulla base dei rendimenti attesi e del rischio
- ◆ Si può prendere posizioni corte sui titoli
- ◆ Ci si può indebitare e si può investire nel titolo privo di rischio senza alcun limite
- ◆ Tutti gli investitori fissano l'orizzonte temporale nello stesso modo
- ◆ Tutti gli investitori hanno lo stesso set di input (rendimenti, volatilità e correlazioni)
- ◆ Tutte le attività sono negoziate sul mercato e hanno un prezzo

sappiamo che sono sufficienti per assicurare l'esistenza di una frontiera dei portafogli in senso media-varianza uguale per tutti i risparmiatori. Consideriamo un portafoglio e situato sulla frontiera teorica. La sua composizione rispetto ai titoli rischiosi è data da:

$$\omega_e \omega k \Sigma^{-1} \Sigma$$

con k coefficiente di proporzionalità. Premoltiplicando ambo i membri per Σ e dividendo per k si ottiene:

$$\Sigma \Sigma \frac{1}{k} \Sigma \Sigma_e$$

Questa formula stabilisce che gli extra-rendimenti attesi dei titoli rischiosi (μ) sono proporzionali alla covarianza fra z e l'extra-rendimento z_e del portafoglio e ; infatti:

$$Cov(z, z_e) = Cov(z, \omega_e' z) = \omega_e' Var(z) \omega_e$$

Si osserva che gli extra-rendimenti attesi di tutti i titoli sono proporzionali alla rispettiva covarianza con qualsiasi portafoglio sulla frontiera efficiente teorica. Inoltre, se p è un portafoglio qualsiasi composto da titolo non rischioso e titoli rischiosi, e ω_p indica la sua composizione rispetto a questi ultimi, premoltiplicando per ω_p' è possibile verificare che la stessa relazione vale anche fra il suo extra-rendimento atteso e la sua covarianza con il portafoglio e . Si ottiene infatti:

$$\omega_p' Cov(z, z_e) = \omega_p' Cov(z, \omega_e' z) = \omega_p' \omega_e' Var(z) \omega_e$$

Sostituendo si ottiene:

$$\omega_p' \beta_e \beta_e = \omega_p' \beta_e \frac{1}{\beta_e^2} \beta_e \beta_e$$

Per il generico titolo i si ottiene quindi:

$$\beta_i \beta_e = \beta_i \beta_e \frac{\beta_{ie}}{\beta_e^2}$$

Quest'ultima è una relazione lineare, senza intercetta, fra l'extra-rendimento atteso di qualsiasi titolo o portafoglio e il rispettivo β rispetto a un portafoglio efficiente qualsiasi. Questa relazione è valida per tutti i titoli, non solo quelli efficienti in senso media-varianza, e misura il rischio di un titolo con la sua covarianza rispetto a un portafoglio sulla frontiera efficiente teorica.

5.3 Stima dei beta

Utilizzando:

1. le serie storiche dei rendimenti dei titoli (r_{it})
2. le serie storiche del portafoglio di mercato o di una sua proxy (r_{im})
3. le serie storiche del titolo non rischioso (r_{if})

per ciascun titolo si può stimare il beta con la regressione

$$r_{it}-r_{if}=\alpha_i+\beta_i(r_{im}-r_{if})+\varepsilon_{it}$$

Per calcolare gli extra-rendimenti del mercato abbiamo bisogno di un indice che approssima un portafoglio di mercato, è stato scelto l'indice azionario mondiale S&P GLOBAL 100. Gli extra-rendimenti del titolo e di mercato di ogni indice sono visibili in appendice.

Tramite Gretl si stimano i β con il metodo dei minimi quadrati ordinari regredendo gli extra-rendimenti del titolo i sugli extra-rendimenti del mercato usando standard error robusti in maniera da evitare che i termini di errore siano tra loro correlati.

Di seguito si riporta la tabella dei coefficienti stimati:

Titoli		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Significatività
S&P 100	const	-0,000274	0,001131	-0,2421	0,8091	
	beta	1,023940	0,022031	46,48	7,43E-083	***
MSCI EMU	const	0,002233	0,002403	0,9292	0,3545	
	beta	1,025900	0,068009	15,08	2,40E-030	***
FTSE 100	const	-0,000084	0,001969	-0,0427	0,9660	
	beta	0,870003	0,051536	16,88	1,44E-034	***
NIKKEI 225	const	-0,001569	0,004092	-0,3834	0,7021	
	beta	0,739230	0,094249	8,175	2,30E-013	***
JPM US 1-3Y	const	0,000815	0,002753	0,2961	0,7676	
	beta	0,124861	0,049184	2,539	0,0123	**
JPM EMU 1-3Y	const	0,000639	0,000359	1,780	0,0774	*
	beta	-0,030946	0,007154	-4,326	0,00003	***
JPM UK 1-3Y	const	0,001024	0,001619	0,6327	0,5280	
	beta	0,079308	0,047884	1,656	0,1001	
JPM JAP 1-3Y	const	-0,000479	0,003180	-0,1507	0,8804	
	beta	0,049442	0,084002	0,5886	0,5572	
JPM US 10+Y	const	0,003289	0,003464	0,9496	0,3441	
	beta	-0,055096	0,064902	-0,8489	0,3975	
JPM EMU 10+Y	const	0,003084	0,001563	1,973	0,0506	*
	beta	-0,065220	0,030942	-2,108	0,0370	**
JPM UK 10+Y	const	0,000910	0,002287	0,3978	0,6914	
	beta	-0,004163	0,055724	-0,07471	0,9406	
JPM JAP 10+Y	const	0,001978	0,003548	0,5574	0,5782	
	beta	-0,022070	0,087224	-0,2530	0,8006	

Se il coefficiente β è superiore a 1 vuol dire che il titolo oscillerà in modo più che proporzionale rispetto all'indice di riferimento, sia in aumento che in diminuzione; se il coefficiente β è compreso tra 0 e 1 il valore del titolo oscillerà meno che proporzionalmente rispetto all'indice in entrambe le direzioni. Il segno meno (-) nel beta indica che il titolo oscilla in direzione opposta dell'indice.

Osserviamo che quasi tutti gli indici obbligazionari non sono significativi.

Vediamo come cambiano le stime usando altri due indici azionari mondiali:

– stime con S&P GLOBAL 1200

Titoli		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Significatività
S&P 100	const	-0,001958	0,001487	-1,316	0,1903	
	beta	1,017330	0,038838	26,19	1,06E-053	***
MSCI EMU	const	0,000682	0,002155	0,3166	0,7520	
	beta	1,058650	0,061417	17,24	2,20E-035	***
FTSE 100	const	-0,001376	0,001585	-0,8678	0,3871	
	beta	0,904470	0,045111	20,05	1,34E-041	***
NIKKEI 225	const	-0,002587	0,003770	-0,6863	0,4938	
	beta	0,791272	0,084000	9,420	2,22E-016	***
JPM US 1-3Y	const	0,000590	0,002767	0,2134	0,8314	
	beta	0,118432	0,062677	1,890	0,0610	*
JPM EMU 1-3Y	const	0,000683	0,000352	1,938	0,0548	*
	beta	-0,032851	0,007738	-4,246	0,00004	***
JPM UK 1-3Y	const	0,000914	0,001633	0,5600	0,5764	
	beta	0,084631	0,052523	1,611	0,1095	
JPM JAP 1-3Y	const	-0,000618	0,003185	-0,1941	0,8464	
	beta	0,032511	0,107936	0,3012	0,7637	
JPM US 10+Y	const	0,003367	0,003452	0,9753	0,3312	
	beta	-0,058617	0,068460	-0,8548	0,3943	
JPM EMU 10+Y	const	0,003192	0,001543	2,068	0,0406	**
	beta	-0,064660	0,030128	-2,146	0,0337	**
JPM UK 10+Y	const	0,000948	0,002285	0,4150	0,6788	
	beta	0,005017	0,054236	0,09250	0,9264	
JPM JAP 10+Y	const	0,001933	0,003526	0,5483	0,5844	
	beta	-0,045251	0,105351	-0,4295	0,6683	

– stime con MSCI WORLD

Titoli		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Significatività
S&P 100	const	-0,002639	0,002774	-0,9515	0,3431	
	beta	0,895956	0,097456	9,19	7,99E-016	***
MSCI EMU	const	0,000765	0,001593	0,4807	0,6316	
	beta	1,181720	0,050401	23,45	1,56E-048	***
FTSE 100	const	-0,001744	0,001820	-0,9582	0,3398	
	beta	0,871373	0,049630	17,56	4,10E-036	***
NIKKEI 225	const	-0,003057	0,004196	-0,7287	0,4675	
	beta	0,715854	0,099362	7,204	4,22E-011	***
JPM US 1-3Y	const	-0,000352	0,002664	-0,1321	0,8951	
	beta	-0,167198	0,084151	-1,987	0,0490	**
JPM EMU 1-3Y	const	0,000684	0,000353	1,939	0,0547	*
	beta	-0,035445	0,008605	-4,119	0,00007	***
JPM UK 1-3Y	const	0,000374	0,001979	0,1892	0,8502	
	beta	-0,077474	0,037890	-2,045	0,0429	**
JPM JAP 1-3Y	const	-0,001452	0,002916	-0,4979	0,6194	
	beta	-0,226755	0,139678	-1,623	0,1069	
JPM US 10+Y	const	0,002673	0,003104	0,8612	0,3907	
	beta	-0,282176	0,070568	-3,999	0,0001	***
JPM EMU 10+Y	const	0,003251	0,001543	2,107	0,0370	**
	beta	-0,051982	0,031225	-1,665	0,0984	*
JPM UK 10+Y	const	0,000567	0,002426	0,2338	0,8155	
	beta	-0,114491	0,050934	-2,248	0,0263	**
JPM JAP 10+Y	const	0,001237	0,003193	0,3873	0,6992	
	beta	-0,268517	0,131573	-2,041	0,0433	**

Osserviamo come utilizzando lo S&P GLOBAL 1200 la situazione non migliori di molto mentre con l'MSCI WORLD si ottengono stime significative per tutti gli indici eccetto il JPM GBI JAPAN 1-3Y. Queste differenze sono dovute alla diversa composizione degli indici: lo S&P GLOBAL 1200 è un indice ponderato che copre 31 paesi e circa il 70% della capitalizzazione del mercato azionario globale, è composto da 6 indici regionali e comprende imprese in tutti i dieci settori GICS (Global Industry Classification Standard); lo S&P GLOBAL 100 misura le prestazioni di 100 aziende multinazionali, comprende 100 società a grande capitalizzazione dello S&P GLOBAL 1200 selezionate da 29 mercati locali e ponderati dalla loro capitalizzazione di mercato; l'MSCI WORLD è un indice del mercato azionario composto da 1500 stocks di tutti i mercati sviluppati del mondo, comprende titoli provenienti da 24 paesi.

Analizzando i beta ottenuti con MSCI WORLD si nota che l'indice MSCI EMU è l'unico con $\beta > 1$ e quindi oscillerà in modo più che proporzionale rispetto all'indice di riferimento, sia in aumento che in diminuzione, gli altri indici azionari S&P 100, FTSE 100 e NIKKEI STOCK AVERAGE 225 hanno β compreso tra 0 e 1 quindi oscilleranno meno che proporzionalmente rispetto all'indice in entrambe le direzioni; gli indici obbligazionari hanno tutti β negativo compreso tra 0 e 1 questo indica che si muoveranno in direzione opposta al MSCI WORLD e meno che proporzionalmente. Se consideriamo i risultati ottenuti con S&P GLOBAL 100 e S&P GLOBAL 1200 osserviamo che sono molto simili; gli indici S&P 100 e MSCI EMU hanno β leggermente superiore a 1 che sta ad indicare che sono neutrali e replicano il mercato.

5.4 Stima rolling dei beta

Studiamo ora com'è l'andamento dei beta nel tempo. Utilizzando come indice azionario mondiale l'MSCI WORLD, che è quello che ci ha dato il maggior numero di beta significativi, procediamo ora a calcolare le stime in finestre rolling di ampiezza 5 anni. I risultati sono riportati nelle tabelle seguenti:

S&P 100							MSCI EMU						
		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.			Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.
	const	-0,000830	0,003977	-0,2086	0,8355				0,001020	0,002806	0,3636	0,7175	
FINESTRA 1	beta	1,19792	0,070724	16,94	4,01E-024	***	30/09/1999	FINESTRA 1	1,23444	0,081511	15,14	8,14E-022	***
	const	-0,006448	0,003744	-1,722	0,0904		30/08/2004		-0,000315	0,001765	-0,1787	0,8588	
FINESTRA 2	beta	1,09911	0,077120	14,25	1,32E-020	***	30/09/2000	FINESTRA 2	1,25652	0,071223	17,64	5,51E-025	***
	const	-0,007635	0,003350	-2,280	0,0263	**	30/08/2005		-0,001057	0,001509	-0,7006	0,4864	
FINESTRA 3	beta	1,02761	0,093735	10,96	9,22E-016	***	30/09/2001	FINESTRA 3	1,34543	0,054643	24,62	2,14E-032	***
	const	-0,007262	0,002817	-2,578	0,0125	**	30/08/2006		-0,001358	0,001587	-0,8556	0,3958	
FINESTRA 4	beta	1,00774	0,119938	8,402	1,30E-011	***	30/09/2002	FINESTRA 4	1,37419	0,065703	20,92	1,07E-028	***
	const	-0,006674	0,002934	-2,275	0,0266	**	30/08/2007		0,000215	0,001346	0,1599	0,8735	
FINESTRA 5	beta	0,873757	0,081188	10,76	1,90E-015	***	30/09/2003	FINESTRA 5	1,22998	0,053162	23,14	5,68E-031	***
	const	-0,005582	0,003536	-1,579	0,1199		30/08/2008		0,001512	0,001609	0,9400	0,3511	
FINESTRA 6	beta	1,00774	0,119938	8,402	1,30E-011	***	30/09/2004	FINESTRA 6	1,16300	0,0545913	21,30	4,15E-029	***
	const	-0,002423	0,003809	-0,6362	0,5271		30/08/2009		0,000100	0,001808	0,0556	0,9559	
FINESTRA 7	beta	0,67688	0,088400	7,657	2,31E-010	***	30/09/2005	FINESTRA 7	1,14252	0,051768	22,07	6,67E-030	***
	const	-0,002423	0,003809	-0,6362	0,5271		30/08/2010		0,000100	0,001808	0,0556	0,9559	

FTSE 100							NIKKEI 225													
	Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.			
FINESTRA 1	const	-0.002861	0,002498	-1,145	0,2568	30/09/1999	const	-0,005490	0,007771	-0,7064	0,4828	30/09/1999	const	0,857268	0,173442	4,943	6,91E-006	***	30/08/2004	
	beta	0,890135	0,044871	19,84	1,59E-027	***	30/08/2004	beta	0,857268	0,173442	4,943	6,91E-006	***	30/09/2000	const	-0,007432	0,007498	-0,9913	0,3257	30/08/2005
FINESTRA 2	const	-0,002550	0,002266	-1,125	0,2651	30/09/2000	const	0,746959	0,159666	4,678	1,78E-005	***	30/09/2000	beta	-0,000846	0,006535	-0,1294	0,8975	30/08/2005	
	beta	0,853816	0,050111	17,04	3,01E-024	***	30/08/2005	beta	0,746959	0,159666	4,678	1,78E-005	***	30/09/2001	const	0,745328	0,176596	4,223	8,62E-005	***
FINESTRA 3	const	-0,002243	0,002204	-1,018	0,3130	30/09/2001	const	-0,000846	0,006535	-0,1294	0,8975	30/09/2001	beta	-0,001990	0,005722	-0,3478	0,7293	30/08/2006		
	beta	0,877502	0,056500	15,53	2,51E-022	***	30/08/2006	beta	0,745328	0,176596	4,223	8,62E-005	***	30/09/2002	const	0,683405	0,225272	3,034	0,0036	30/08/2007
FINESTRA 4	const	-0,002537	0,002342	-1,083	0,2832	30/09/2002	const	-0,003945	0,004256	-0,9269	0,3578	30/09/2002	beta	-0,001990	0,005722	-0,3478	0,7293	30/09/2002		
	beta	0,924554	0,078557	11,77	5,28E-017	***	30/08/2007	beta	0,909393	0,117134	7,764	1,53E-010	***	30/08/2007	const	-0,001921	0,004322	-0,4445	0,6583	30/09/2003
FINESTRA 5	const	-0,002173	0,001979	-1,098	0,2766	30/09/2003	const	-0,003945	0,004256	-0,9269	0,3578	30/09/2003	beta	-0,001921	0,004322	-0,4445	0,6583	30/08/2008		
	beta	0,960163	0,081170	11,83	4,28E-017	***	30/08/2008	beta	0,909393	0,117134	7,764	1,53E-010	***	30/08/2008	const	-0,001921	0,004322	-0,4445	0,6583	30/09/2004
FINESTRA 6	const	-0,002996	0,002348	-1,276	0,2070	30/09/2004	const	-0,004388	0,004485	-0,9777	0,3225	30/09/2004	beta	0,645840	0,112551	5,738	3,67E-007	***	30/08/2009	
	beta	0,882579	0,092530	9,538	1,74E-013	***	30/08/2009	beta	-0,004388	0,004485	-0,9777	0,3225	30/09/2005	const	-0,001347	0,002524	-0,5336	0,5956	30/09/2005	
FINESTRA 7	const	-0,001142	0,002551	-0,4477	0,6560	30/09/2005	const	-0,004388	0,004485	-0,9777	0,3225	30/09/2005	beta	-0,001347	0,002524	-0,5336	0,5956	30/08/2010		
	beta	0,877092	0,081687	10,74	2,08E-015	***	30/08/2010	beta	-0,015168	0,042269	-0,3588	0,7210	30/08/2010	const	-0,015168	0,042269	-0,3588	0,7210	30/08/2010	

JPM US 1-3Y							JPM EMU 1-3Y												
	Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		
FINESTRA 1	const	-0,000328	0,003793	-0,0864	0,9315	30/09/1999	const	0,000630	0,000445	1,415	0,1624	30/09/1999	const	-0,041950	0,008643	-4,854	0,00011	***	30/08/2004
	beta	0,033118	0,066451	0,4984	0,6201	30/08/2004	beta	-0,041950	0,008643	-4,854	0,00011	***	30/08/2004	beta	0,001060	0,000433	2,445	0,0175	30/09/2000
FINESTRA 2	const	-0,004020	0,003699	-1,087	0,2816	30/09/2000	const	-0,048850	0,008078	-6,047	1,14E-007	***	30/08/2005	beta	0,000791	0,000434	1,824	0,0734	30/09/2001
	beta	-0,033744	0,077250	-0,4368	0,6639	30/08/2005	beta	-0,048850	0,008078	-6,047	1,14E-007	***	30/08/2005	const	-0,046961	0,007950	-5,907	1,94E-007	***
FINESTRA 3	const	-0,005168	0,003386	-1,526	0,1324	30/09/2001	const	0,000791	0,000434	1,824	0,0734	30/09/2001	beta	0,000687	0,000394	1,743	0,0867	30/09/2002	
	beta	0,015318	0,080044	0,1914	0,8489	30/08/2006	beta	-0,046961	0,007950	-5,907	1,94E-007	***	30/08/2006	const	-0,049087	0,011149	-4,403	4,65E-005	***
FINESTRA 4	const	-0,005071	0,003068	-1,653	0,1038	30/09/2002	const	0,000687	0,000394	1,743	0,0867	30/09/2002	beta	0,000333	0,000499	0,6671	0,5067	30/09/2003	
	beta	0,000271	0,102138	0,0027	0,9979	30/08/2007	beta	-0,049087	0,011149	-4,403	4,65E-005	***	30/08/2007	const	-0,033099	0,018474	-1,792	0,0784	30/08/2008
FINESTRA 5	const	-0,004016	0,003001	-1,338	0,1861	30/09/2003	const	0,000333	0,000499	0,6671	0,5067	30/09/2003	beta	-0,000573	0,000561	-1,021	0,3115	30/09/2004	
	beta	-0,049792	0,090217	-0,5519	0,5831	30/08/2008	beta	-0,033099	0,018474	-1,792	0,0784	30/08/2008	const	-0,038101	0,014319	-2,661	1,01E-002	**	30/08/2009
FINESTRA 6	const	-0,002103	0,003349	-0,628	0,5325	30/09/2004	const	0,000573	0,000561	1,021	0,3115	30/09/2004	beta	0,001347	0,002524	0,5336	0,5956	30/09/2005	
	beta	-0,299550	0,101633	-2,947	0,0046	***	30/08/2009	beta	-0,038101	0,014319	-2,661	1,01E-002	**	30/08/2009	const	-0,015168	0,042269	-0,3588	0,7210
FINESTRA 7	const	0,001941	0,003473	0,0559	0,9556	30/09/2005	const	0,001347	0,002524	0,5336	0,5956	30/09/2005	beta	-0,015168	0,042269	-0,3588	0,7210	30/08/2010	
	beta	-0,312093	0,091783	-3,400	0,0012	***	30/08/2010	beta	-0,015168	0,042269	-0,3588	0,7210	30/08/2010	const	-0,015168	0,042269	-0,3588	0,7210	30/08/2010

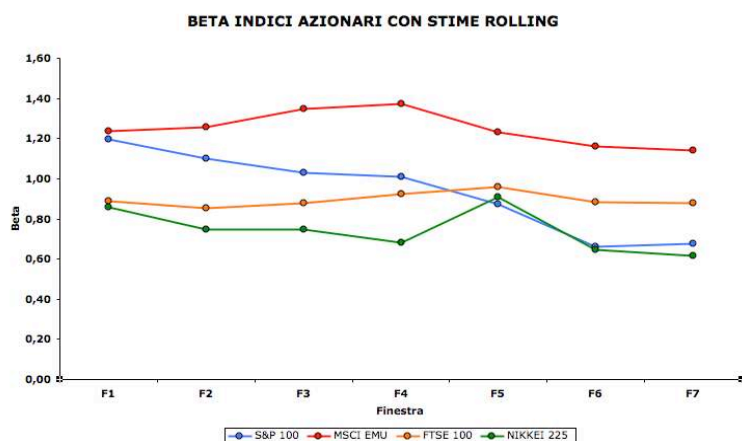
JPM UK 1-3Y							JPM JPN 1-3Y													
	Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.			
FINESTRA 1	const	0,001345	0,002540	0,5295	0,5985	30/09/1999	const	-0,003244	0,004125	-0,7864	0,4348	30/09/1999	const	0,151641	0,064423	2,354	0,0220	**	30/08/2004	
	beta	-0,038039	0,046681	-0,8149	0,4185	30/08/2004	beta	0,151641	0,064423	2,354	0,0220	**	30/08/2004	beta	-0,007399	0,003274	-2,260	0,0276	**	30/09/2000
FINESTRA 2	const	-0,000156	0,002228	-0,07019	0,9443	30/09/2000	const	-0,007399	0,003274	-2,260	0,0276	**	30/09/2000	beta	0,050702	0,062338	0,8133	0,4193	30/08/2005	
	beta	-0,091257	0,044062	-2,071	0,0428	**	30/08/2005	beta	0,050702	0,062338	0,8133	0,4193	30/08/2005	const	-0,007104	0,002418	-2,938	0,0047	***	30/09/2001
FINESTRA 3	const	0,000761	0,001973	0,3856	0,7012	30/09/2001	const	-0,007104	0,002418	-2,938	0,0047	***	30/09/2001	beta	0,012284	0,068578	0,1791	0,8585	30/08/2006	
	beta	-0,117047	0,043050	-2,719	0,0086	***	30/08/2006	beta	0,012284	0,068578	0,1791	0,8585	30/08/2006	const	-0,006637	0,002786	-2,383	0,0205	**	30/09/2002
FINESTRA 4	const	0,000984	0,001848	0,5323	0,5966	30/09/2002	const	-0,006637	0,002786	-2,383	0,0205	**	30/09/2002	beta	-0,023334	0,112531	-0,2074	0,8365	30/08/2007	
	beta	-0,100661	0,049460	-2,035	0,0464	**	30/08/2007	beta	-0,023334	0,112531	-0,2074	0,8365	30/08/2007	const	-0,004634	0,002050	-2,260	0,0276	**	30/09/2003
FINESTRA 5	const	-0,001105	0,001980	-0,5578	0,5791	30/09/2003	const	-0,004634	0,002050	-2,260	0,0276	**	30/09/2003	beta	-0,273551	0,108988	-2,510	0,0149	**	30/08/2008
	beta	-0,003693	0,060610	-0,6094	0,9516	30/08/2008	beta	-0,273551	0,108988	-2,510	0,0149	**	30/08/2008	const	-0,002112	0,003264	-0,6472	0,5200	30/09/2004	
FINESTRA 6	const	-0,002066	0,002945	-0,7014	0,4859	30/09/2004	const	-0,002112	0,003264	-0,6472	0,5200	30/09/2004	beta	-0,485420	0,179999	-2,697	0,0091	***	30/08/2009	
	beta	-0,067712	0,072654	-0,9320	0,3552	30/08/2009	beta	-0,485420	0,179999	-2,697	0,0091	***	30/08/2009	const	0,001483	0,003724	0,3983	0,6918	30/09/2005	
FINESTRA 7	const	-0,000855	0,003286	-0,2602	0,7956	30/09/2005	const	0,001483	0,003724	0,3983	0,6918	30/09/2005	beta	-0,517950	0,156522	-3,309	0,0016	***	30/08/2010	
	beta	-0,092025	0,069110	-1,332	0,1882	30/08/2010	beta	-0,517950	0,156522	-3,309	0,0016	***	30/08/2010	const	-0,517950	0,156522	-3,309	0,0016	***	30/08/2010

JPM US 10+Y							JPM EMU 10+Y													
	Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.		Coefficiente	Std. Err.	Test t	P-value	Sign.			
FINESTRA 1	const	0,001813	0,004000	0,4532	0,6521	30/09/1999	const	0,003013	0,001891	1,593	0,1165	30/09/1999	const	-0,100418	0,045433	-2,210	0,0310	**	30/08/2004	
	beta	-0,132175	0,076975	-1,717	0,0913	*	30/08/2004	beta	-0,100418	0,045433	-2,210	0,0310	**	30/08/2004	const	0,005222	0,002103	2,482	0,0160	**
FINESTRA 2	const	-0,0001267	0,003801	-0,3334	0,7400	30/09/2000	const	0,005222	0,002103	2,482	0,0160	**	30/09/2000	beta	-0,119549	0,046884	-2,550	0,0134	**	30/08/2005
	beta	-0,233603	0,084255	-2,773	0,0075	***	30/08/2005	beta	-0,119549	0,046884	-2,550	0,0134	**	30/08/2005	const	0,004766	0,002206	2,160	0,0349	**
FINESTRA 3	const	-0,002111	0,004102	-0,5147	0,6087	30/09/2001	const	0,004766	0,002206	2,160	0,0349	**	30/09/2001							

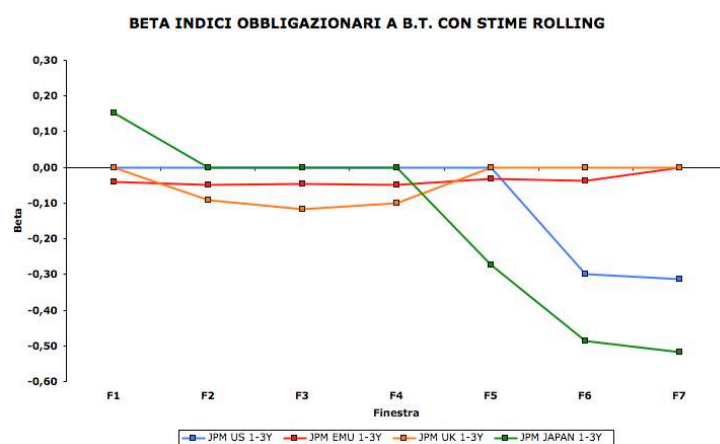
NIKKEI STOCK AVERAGE sono titoli difensivi in tutte le finestre.

Per quanto riguarda gli indici obbligazionari molte stime risultano non significative e quindi i β indicano che il titolo non è influenzato dal mercato, le stime che risultano significative non fanno che confermare i risultati visti nelle stime nell'intero arco temporale: gli indici obbligazionari risultano essere titoli difensivi con β negativi compresi tra 0 e 1, il β dell'indice JPM GBI JAPAN 1-3Y nella FINESTRA1 e dell'indice JPM GBI JAPAN 10+Y risulta sempre compreso tra 0 e 1 ma questa volta con segno positivo.

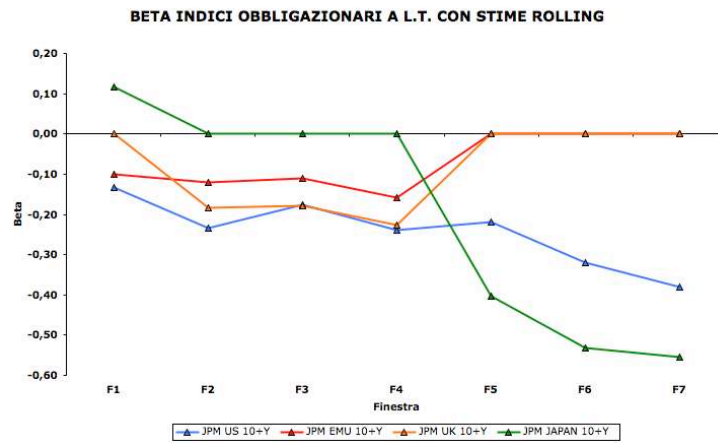
Per comprendere meglio l'andamento si riportano i grafici dei beta per ogni finestra tenendo conto dei risultati dei test di nullità:



I beta degli indici azionari hanno come già osservato un andamento lineare, l'indice MSCI EMU ha il beta più elevato in tutte le finestre mentre l'indice NIKKEI STOCK AVERAGE 225 è quello con beta più basso anche se nella FINESTRA5 si nota un picco che lo porta ad avere un beta maggiore dello S&P 100.



Si osserva come molte stime dei beta per gli indici obbligazionari a breve termine siano non significative mentre quelle che risultano significative sono tutte negative ad eccezione del beta relativo alla FINESTRA1 per l'indice JPM GBI JAPAN 1-3Y già osservato in precedenza.



Per gli indici obbligazionari a lungo termine le stime non significative sono meno, comunque si osserva che come per gli indici obbligazionari a lungo termine le stime sono tutte negative ad eccezione della stima per il beta relativo alla FINESTRA1 dell'indice JPM GBI JAPAN 10+Y. Si osserva che l'andamento dei beta per gli indici obbligazionari nel lungo termine è simile quello nel breve termine.

Visto il grande numero di stime non significative ottenute con le finestre rolling se ne deduce che è preferibile fare stime nell'intero arco temporale almeno per gli indici obbligazionari. Si nota anche come gli indici obbligazionari siano poco influenzati dal mercato a differenza degli indici azionari che in maniera più o meno marcata replicano il mercato.

CONCLUSIONI

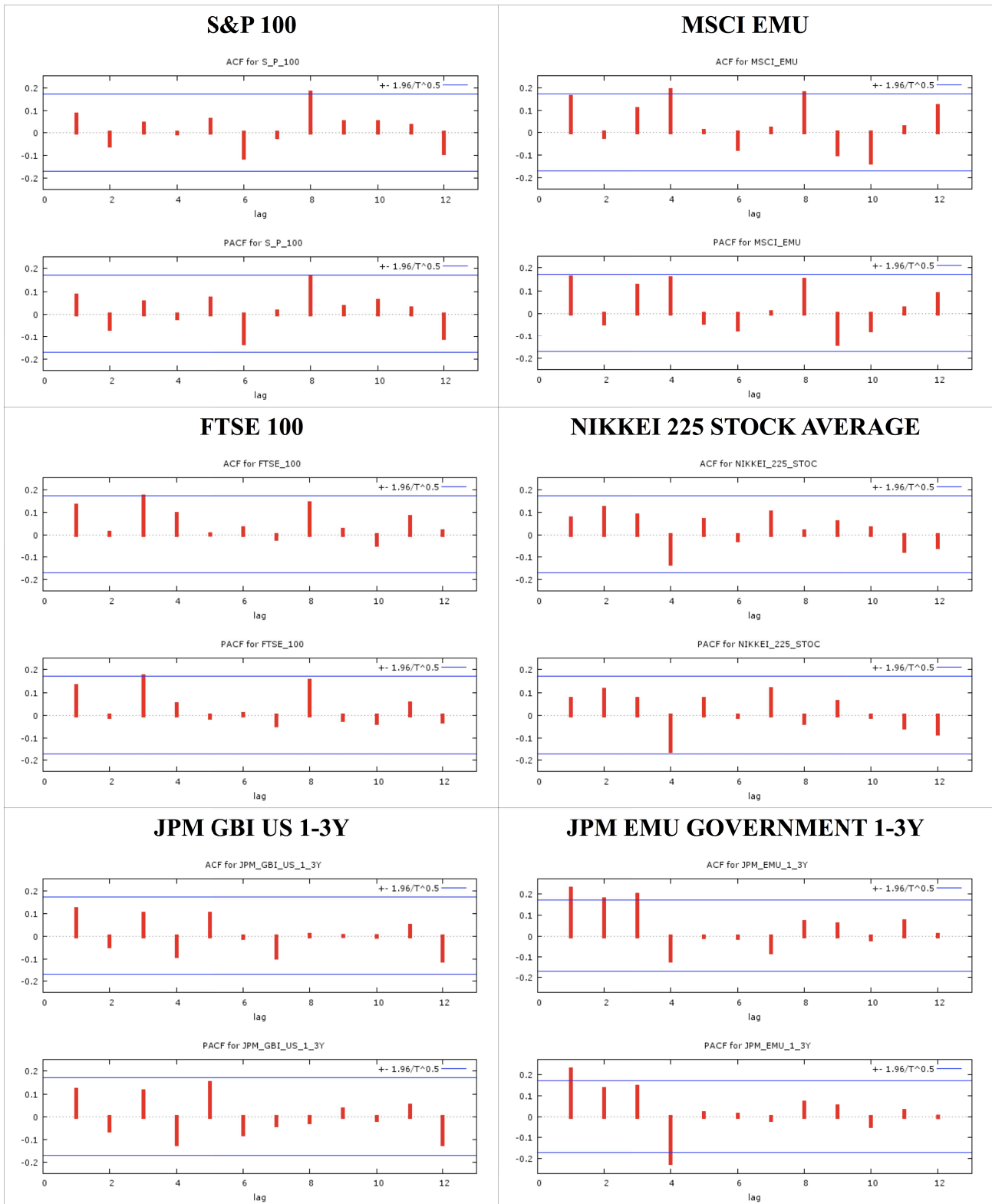
Dopo aver fatto un'analisi sulle serie degli indici presi in considerazione, abbiamo costruito e analizzato le frontiere efficienti senza e con titolo privo di rischio basandoci sulla teoria di Markowitz e considerando la stima dei rendimenti nell'intero arco temporale (che va dal 30 settembre 1999 al 30 agosto 2010). Successivamente è stata svolta un'analisi inferenziale sugli indici che vanno a formare i portafogli efficienti e sui portafogli più significativi (V, E ed M). Abbiamo confrontato la frontiera costruita sull'intero paniere di indici con una nuova frontiera senza titolo privo di rischio calcolata solo sugli indici obbligazionari; dal grafico e dalla performance di Sharpe la nuova frontiera sembra peggiore, questo a causa della minor diversificazione, ma effettuando il test di esclusione risulta che questo cambiamento non è significativamente importante.

Impostando dei vincoli sui pesi sono state costruite alcune frontiere efficienti vincolate che abbiamo notato essere limitate da un valore minimo e massimo, inoltre aumentando la restrizione la frontiera risulta spostata sempre più a destra della precedente.

È stata svolta anche un'analisi di confronto tra la frontiera costruita sull'intero arco temporale e quelle costruite su periodi di tempo limitati (finestre di 5 anni che partono dalla data iniziale e si spostano di anno in anno fino ad arrivare alla data finale). Il confronto è stato svolto sia graficamente, tra le frontiere prive di risk-free e con risk-free, sia con il calcolo della performance di Sharpe e l'analisi dei rispettivi test; questa analisi ci porta a concludere che le finestre rolling sembrano migliorare i risultati sia in termini grafici che di performance e quindi il metodo rolling è preferito al metodo di stima considerando l'intero arco temporale.

Nell'ultimo capitolo sono stati evidenziati i limiti del modello di Markowitz ed è stata proposta la teoria del CAPM. Anche qui sono state ottenute stime sia nell'intero arco di tempo che in finestre rolling, quello che è stato osservato è che le prime sono preferibili visto l'alto numero di stime non significative ottenute con il metodo rolling. È stato messo in evidenza anche come gli indici azionari seguano maggiormente l'andamento del mercato rispetto a quelli obbligazionari che hanno sempre beta negativo e compreso tra 0 e 1.

➤ CORRELOGRAMMI



SOFTWARE UTILIZZATI

DATASTREAM per il download delle serie storiche degli indici finanziari utilizzati;

GRETL per l'analisi numerica e grafica dei rendimenti per verificare la normalità, la correlazione e l'indipendenza delle serie e la stima dei beta e l'analisi diagnostica della regressione CAPM;

MICROSOFT EXCEL 2007 per il calcolo delle frontiere vincolate con il risolutore e i grafici;

OPEN OFFICE per il calcolo delle analisi descrittive, della matrice dei rendimenti, della matrice di varianza e covarianza, della matrice di correlazione, la determinazione delle frontiere efficienti, dei portafogli significativi V, E ed M, delle performance di Sharpe, i test statistici di significatività, di esclusione e di uguaglianza delle PS e la stesura della tesi.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- ✓ Lucidi del corso di “Econometria dei mercati finanziari” dei professori Nunzio Cappuccio e Massimiliano Caporin
- ✓ “Rischio e rendimento. Teoria finanziaria e applicazioni econometriche” di Sergio Pastorello, Il Mulino
- ✓ “Metodi quantitativi per i mercati finanziari” di Gallo Giampiero e Barbara Pacini, Carrocci
- ✓ “Principi di finanza aziendale” di Sandro Sandri e Marco Bigelli, McGraw-Hill