

### UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

## Dipartimento di Ingegneria Industriale DII

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

## Progetto di un motore a reazione di piccole dimensioni

Relatore: Ernesto Benini

Fabio Pinarello

matricola 2027100

Anno Accademico 2022/2023

Si ringraziano quanti hanno messo a disposizione il loro tempo aiutandomi nella realizzazione di questo progetto, in particolare il professor Ernesto Benini senza il quale questo lavoro non sarebbe stato possibile.

## Sommario

In questo testo viene presentata una procedura di progettazione di un motore a reazione di piccole dimensioni, adatto a essere utilizzato come propulsore per un aeromodello radiocomandato.

Sono presentate nel dettaglio le metodologie di progetto relative alle due turbomacchine principali, ovvero il compressore e la turbina. Per entrambe è dapprima illustrato il progetto basato su calcoli manuali, cui segue una verifica basata sull'impiego di metodi di fluidodinamica computazionale (CFD). È presentata infine una progettazione di massima della camera di combustione.

## Indice

1.	Introduzione	1
	1.1. Spinta propulsiva e spinta specifica	1
	1.2. Rendimento termico, propulsivo e globale	4
	1.3. Campi d'impiego dei motori a reazione di piccole dimensioni	
2.	Ciclo termodinamico e scelta dei relativi parametri	11
3.	Compressore	25
	3.1. Girante	
	3.2. Diffusore	38
	3.3. Simulazioni	48
	3.4. Considerazioni sul diffusore e possibilità di ottimizzazione	70
4.	Camera di combustione	73
5.	Turbina	89
	5.1. Statore	90
	5.2. Rotore	96
	5.3. Ugello di scarico	98
	5.4. Simulazioni	99
6.	Velocità critiche dell'albero	113
7.	Motore completo e Conclusioni	121
Bi	bliografia	127

# Capitolo 1 Introduzione

#### 1.1 Spinta propulsiva e spinta specifica

Lo scopo di un motore a reazione è produrre una spinta e questo è possibile in base al principio della variazione della quantità di moto, i cui effetti pratici sembra fossero conosciuti già nel IV secolo A.C., periodo in cui si dice che un filosofo greco di nome Archita abbia costruito una colomba di legno in grado di volare grazie ad un getto di vapore [11].

Si consideri ora il principio della variazione della quantità di moto, che nella sua forma più generale si scrive come

$$\Sigma F_i = \frac{d}{dt} (m * C_i)$$
(1.1.1)

Il pedice "i" indica la direzione nello spazio ovvero x, y, z; sicché per un generico volume di controllo l'equazione si traduce in una terna di equazioni.

Se si considera un flusso monodimensionale e un regime stazionario è possibile dimostrare che la formula si riduce a

$$F_{Rx} = \dot{m} * (C_{x \text{ uscita}} - C_{x \text{ ingresso}})$$
(1.1.2)

con  $F_{Rx}$  la risultante delle forze in x.

Quindi se il motore deve produrre una spinta questo deve espellere una qualche portata di massa m ad una velocità C non nulla [13].

Viene riportata qui di seguito una dimostrazione presente nel testo "Aircraft Propulsion" [13], che consente di ricavare un'equazione per calcolare la spinta propulsiva di un motore a getto non installato.

Si consideri un volume di controllo che racchiude il motore come schematizzato in figura :



Figura 1.1.1: Volume di controllo [13]

Si consideri un motore che aspiri una portata d'aria  $\dot{m}_0$ . Delle molte possibili scelte per il volume di controllo si può considerarne uno che condivida lo stesso piano di uscita dell'ugello di scarico del motore e il cui ingresso sia posto molto a monte del motore in modo che non risenta di disturbi dovuti alla presenza dello stesso, l'area trasversale è invece costante.

Si assuma anche che la pressione statica sulle pareti del volume di controllo sia costante e pari alla pressione ambiente  $P_0$ , ad eccezione che nell'area corrispondente allo scarico dove si ha la pressione  $P_9$ .

Si considera ora l'equazione della portata e la si applica al volume di controllo ottenendo

$$(\rho_0 V_0 A) + \dot{m}_s + \dot{m}_f = (\dot{m}_0 + \dot{m}_f) + \rho_0 V_0 (A - A_9)$$
(1.1.3)

in cui  $\rho_0 V_0 A$  rappresenta l'intera portata di massa d'aria che passa per l'area frontale A del volume di controllo,  $\dot{m}_s$  la portata che passa per le pareti laterali del volume,  $\dot{m}_f$ la portata di combustibile mentre  $\dot{m}_0$  è la portata d'aria aspirata dal motore. Infine A9 è l'area dell'ugello di scarico.

Questa equazione (1.1.3) si semplifica e diventa

$$\dot{\mathbf{m}}_{s} = \dot{\mathbf{m}}_{0} - \rho_{0} \mathbf{V}_{0} \mathbf{A}_{9}$$
 (1.1.4)

Si può ora applicare il bilancio di variazione della quantità di moto del fluido in ingresso e di quello in uscita, scrivendo quindi

$$\Sigma (\dot{m}V_x)_{\text{uscita}} - \Sigma (\dot{m}V_x)_{\text{ingresso}} = \Sigma (F_x)_{\text{fluido}}$$
(1.1.5)

Ora esprimendo i vari contributi si ottiene

$$\Sigma (\dot{m}V_{x})_{\text{uscita}} = (\dot{m}_{0} + \dot{m}_{f})V_{9} + [\rho_{0}V_{0}(A - A_{9})]V_{0}$$
(1.1.6)

$$\Sigma (\dot{m} V_x)_{\text{ingresso}} = (\rho_0 V_0 A) V_0 + \dot{m}_s V_0$$
(1.1.7)

$$\Sigma (F_x)_{\text{fluido}} = -F_{\text{fluido}} - (P_9 - P_0) V_0 \tag{1.1.8}$$

L'equazione (1.1.5) risulta quindi

$$(\dot{m}_{0} + \dot{m}_{f}) V_{9} + \rho_{0} V_{0} (A - A_{9}) V_{0} - \rho_{0} V_{0} A V_{0} - \dot{m}_{0} - (\rho_{0} V_{0} A_{9}) V_{0} =$$
  
= -F<sub>fluido</sub> - (P\_{9} - P\_{0}) V\_{0} (1.1.9)

la quale semplificando diventa

$$(\dot{m}_0 + \dot{m}_f) V_9 - \dot{m}_0 V_0 = -F_{\text{fluido}} - (P_9 - P_0) V_0$$
(1.1.10)

Infine, essendo la spinta S pari a (-F)fluido si ottiene

$$S = (-F)_{\text{fluido}} = (\dot{m}_0 + \dot{m}_f) * V_9 - \dot{m}_0 * V_0 + (P_9 - P_0) * A_9$$
(1.1.11)

Nel caso particolare del motore in esame, supponendo l'ugello di scarico di tipo convergente non soffocato, vale che  $P_9 = P_0$ . Si trascuri inoltre la portata di massa di combustibile  $\dot{m}_f$ ,che in effetti è molto piccola rispetto alla portata d'aria. In queste condizioni si ottiene

$$S = \dot{m}_0 * (V_9 - V_0) \tag{1.1.12}$$

che è la spinta sviluppata dal motore.

Si consideri infine la spinta specifica  $S_{sp}$  che per definizione è pari a  $\frac{S}{\dot{m}0}$  .

Se si considera valida la formula precedente (1.1.12) si ottiene

$$S_{sp} = (V_9 - V_0) \tag{1.1.13}$$

La spinta specifica è un indice delle dimensioni del motore; infatti, se si considera nota la spinta S, più la spinta specifica sarà alta più la portata di massa sarà bassa e quindi il motore potrà avere dimensioni più contenute [13].

La compattezza è una caratteristica molto apprezzata nei motori per aeromodellismo e in genere in tutti i motori destinati a velivoli di piccole dimensioni perché consente una maggiore libertà nell'installazione del propulsore; inoltre consente di lasciare maggiore spazio per installare serbatoi di carburante più capienti o per posizionare quei dispositivi che rientrano nel generico termine di *payload*. Infine un motore più piccolo sarà in genere anche più leggero è consente quindi di ridurre il peso complessivo, fatto di primaria importanza per un velivolo di dimensioni ridotte.

Qualora invece il propulsore fosse installato in una gondola esterna alla fusoliera un motore di dimensioni ridotte consentirebbe di ridurre la resistenza aerodinamica con evidenti vantaggi in particolare per modelli in scala.

Bisogna notare però dalla formula (1.1.13) che avere una spinta specifica elevata significa avere una velocità allo scarico V<sub>9</sub> cospicua e, come si vedrà nelle prossime pagine, questo penalizza il rendimento complessivo del motore.

#### 1.2 Rendimento termico, propulsivo e globale [13]

Un motore a reazione è un dispositivo che converte una certa quantità di energia termica in energia cinetica, che viene fornita ai gas in uscita dall'ugello.

Si definisce quindi il rendimento termico come

$$\Pi_{\rm th} = \frac{\Delta \dot{\rm E}k}{P_{\rm termica}}$$
(1.2.1)

In cui  $\Delta \dot{E}_k$  è la potenza che il motore fornisce ai gas di scarico in forma di energia cinetica e vale che

$$\Delta \dot{E}_{k} = \dot{m}_{9} * \frac{V_{9}^{2}}{2} - \dot{m}_{0} * \frac{V_{0}^{2}}{2}$$
(1.2.2)

Si consideri che, essendo la portata di combustibile  $\dot{m}_c$  trascurabile,  $\dot{m}_9 \approx \dot{m}_0$ 

Considerando anche che la potenza termica è ottenuta dalla conversione in calore dell'energia chimica del combustibile, si ottiene quindi

$$P_{\text{termica}} = \dot{m}_{c} * H_{u} \tag{1.2.3}$$

in cui Huè il potere calorifico inferiore del combustibile. Risulta quindi che

$$\Pi_{\rm th} = \frac{\dot{m}_0 * \frac{(V_9^2 - V_0^2)}{2}}{\dot{m}_c * H_{\rm u}} = \frac{\frac{(V_9^2 - V_0^2)}{2}}{f * H_{\rm u}}$$
(1.2.4)

Con  $f = \dot{m}_c / \dot{m}_0$ , f essendo il rapporto di dosatura.

Il rendimento termico misura quindi l'efficienza con cui l'energia chimica del combustibile viene convertita in energia cinetica.

I parametri che influenzano maggiormente il valore del rendimento termico sono il rapporto di compressione  $\pi_c$  e la temperatura massima del ciclo. Come si vedrà più avanti, nei motori di piccole dimensioni entrambi questi valori sono modesti e questo fa sì che il rendimento che si ottiene sia basso: tra 0.1 e 0.2.

Si introduce ora il rendimento propulsivo che per definizione si scrive come

$$\eta_p = \frac{S * V_0}{\Delta \dot{E} k} \tag{1.2.5}$$

Questo valore misura quanta della potenza cinetica dei gas di scarico si traduce in potenza utile al moto del velivolo; infatti, il valore  $S*V_0$  rappresenta la potenza meccanica generata dalla forza di spinta S.

Considerando ora le equazioni (1.1.12) e (1.2.2) e introducendole nell'equazione (1.2.5) si ottiene

$$\Pi_{p} = \frac{2 V_{0}}{(V_{9} + V_{0})} = \frac{2}{1 + \frac{V_{9}}{V_{0}}}$$
(1.2.6)

ossia l'equazione di Froude. Tale equazione permette di fare due considerazioni e cioè che se esiste una spinta non nulla, allora dall'equazione (1.1.12) si ha che  $V_9 > V_0$  e quindi il rendimento propulsivo è minore di uno.

Inoltre più la spinta specifica è alta, dall'equazione (1.1.13) si nota che in proporzione anche V<sub>9</sub> deve essere elevata e di conseguenza il rendimento propulsivo sarà basso.

Si considera infine il rendimento globale, che per definizione si calcola come

$$\Pi_{g} = \frac{S * V_{0}}{\dot{m}_{c} * H_{u}}$$
(1.2.7)

ossia come potenza meccanica utile rapportata alla potenza assorbita.

Dalle equazioni (1.2.1) e (1.2.5) si ricava immediatamente che

$$\Pi_{g} = \Pi_{th} * \Pi_{p} \tag{1.2.8}$$

Ora, dalla definizione del rendimento globale si nota che più  $\Pi_g$  è elevato più il motore avrà un consumo minore di carburante a parità di prestazioni, ma dall'equazione (1.2.8) si nota che il valore di  $\Pi_g$  dipende direttamente da  $\Pi_{th}$  e da  $\Pi_p$ . Come già accennato, il valore di  $\Pi_{th}$  è basso e questo è dovuto principalmente al fatto che, a causa degli ingombri ridotti, si ricerca il massimo della semplicità costruttiva, limitando così il numero di stadi di compressore e turbina a uno e abolendo di fatto ogni forma di raffreddamento delle pale della turbina ponendo di conseguenza seri limiti alla temperatura massima in camera di combustione.

A tal proposito si veda la figura (1.2.1), che mostra come per superare i mille gradi centigradi siano necessari materiali con grani orientati; non avendo reperito alcun indizio che faccia pensare all'utilizzo di materiali monocristallini o ceramici nei motori per aeromodellismo, i mille gradi centigradi rappresentano di fatto una barriera insuperabile.



Figura 1.2.1: Temperatura di ingresso in turbina e materiali da impiegare [13]

A questo si aggiunge che, ricercando alti valori della velocità allo scarico per avere alte spinte specifiche, si ottiene un valore del rendimento globale modesto, il che si traduce in consumi di carburante elevati [13].

Questo è un aspetto critico per questi piccoli motori perché i piccoli velivoli in cui vengono installati non possono trasportare grandi quantità di carburante, il che si traduce nella pratica in una scarsa autonomia di volo che negli aerei radiocomandati per scopo ricreativo è dell'ordine delle decine di minuti.

#### 1.3 Campi d'impiego dei motori a reazione di piccole dimensioni

Si conclude questa parte introduttiva segnalando alcuni casi applicativi di motori a getto di dimensioni paragonabili a quelli impiegati nell'aeromodellismo.

Il primo esempio è quello del Colomban MC-15 CRI CRI. Questo aereo monoposto raffigurato nell'immagine qui sotto è veramente minuscolo. La sua apertura alare non raggiunge i 5 metri e, sebbene sia normalmente propulso da due eliche mosse da altrettanti motori monocilindrici a due tempi, può in alternativa essere dotato di due motori a reazione che forniscono una spinta di 210N ciascuno [17].



Figura 1.3.1 : Aereo Colomban MC-15 CRI CRI [15]

Alcuni alianti, d'altro canto, utilizzano un piccolo motore a reazione come propulsore ausiliario. Questo motore normalmente si trova in un vano all'interno della fusoliera dell'areo e in caso di necessità viene estratto e avviato per consentire all'aliante di rimanere in volo più a lungo o per facilitare l'atterraggio. Nella foto qui in basso si vede un esempio di questo motore e del tipo di installazione [18].



Figura 1.3.2. Piccolo motore a reazione installato su un aliante.[18]

Questi piccoli motori, infine, trovano il loro impiego più comune nell'aeromodellismo. Il primo volo di un aeromodello propulso da un motore a reazione si è svolto in Inghilterra nella primavera del 1983 e in quell'occasione fu usato un motore appositamente progettato e costruito capace di una spinta di 38 N.

Sembra però che motori a reazione di queste dimensioni già esistessero e fossero intesi come propulsori di missili o di droni bersaglio. Non è stato possibile però verificare questa informazione [19].

# Capitolo 2 Ciclo termodinamico e scelta dei relativi parametri

In questo capitolo viene descritto il ciclo termodinamico, cioè quell'insieme di trasformazioni che l'aria compie all'interno del motore. Vengono riportati anche i criteri utilizzati per la scelta dei relativi parametri e delle prestazioni del motore.

Di seguito vengono riportate due tabelle contenenti i dati relativi ad alcuni motori in commercio.

La prima tabella (2.1) si riferisce a valori dichiarati dal produttore, mentre nella seconda tabella (2.2) si trovano dei parametri che sono stati dedotti a partire dai dati forniti. Unica eccezione è la colonna dei valori del motore UNIPD che provengono tutti da un articolo intitolato "Design, manufacturing and operation of a small turbojet-engine for research purposes" [3].

Modello	Pegasus	Olympus	Titan	P160	P300	UNIPD
	[20]	[20]	[20]	[19]	[19]	[3]
Spinta massima	167	230	392	158	300	200
[N]						
Massimi giri al	118	112 000	100 000	122 000	106 000	60 000
minuto	000					
Minimi giri al	37 000	36 000	30 000	33 000	35 000	40 000
minuto						
Consumi	500	640	1020	468	#	480
[g/min]						
$\pi_{ m c}$	3	3.3	3.8	3.5	3.55	2.66
Portata d'aria	398	450	660	380	500	530
[g/s]						
Temperatura	750 :	750 : 600	875 :	750 :	750 :	574
allo scarico	650		825	520	480	
[°C]						
Spinta specifica	420	510	590	420	600	377
[N/(kg/s)]						
Consumo	0.021	0.023	0.025	0.021	#	0.015
specifico						

Tabella (2.1) caratteristiche di alcuni motori in commercio

$\eta_{ m is\ compressore}$	0.73	0.76	0.68	0.70	0.78	0.78
$\eta_{\text{combustione}}$	0.84	0.76	0.88	0.80	0.80	0.94
$\pi_{ m cc}$	0.85	0.90	0.93	0.83	0.90	0.90
$\eta_{\mathrm{is\ turbina}}$	0.75	0.80	0.75	0.79	0.85	0.80
T <sup>0</sup> 4	937	937	1227	927	1047	677
T9 calcolata	701	650	850	657	702	#

Tabella (2.2) caratteristiche di alcuni motori in commercio

Per ricavare i valori della tabella (2.2) si è seguita la procedura di calcolo del ciclo termodinamico che viene mostrata nelle prossime pagine cercando di variarne i valori dei rendimenti e della temperatura  $T^{0}_{4}$  fino a ottenere i valori di spinta e di temperatura allo scarico che sono riportati tra i dati forniti dal produttore.

È bene ribadire che i valori che si ottengono in questo modo sono di fatto delle ipotesi e l'insieme dei valori proposti non rappresenta l'unica soluzione possibile, ma è utile a dare un'indicazione sui valori più probabili da assegnare alle variabili che poi determineranno le prestazioni del motore che viene descritto in questo elaborato.

Si scelgono quindi le prestazioni che si desidera ottenere dal motore: si sceglie quindi una spinta di 177 N e si desidera ottenerla con un rapporto di compressione  $\pi_c$  pari a 3.2 e una temperatura massima in camera di combustione T<sup>0</sup><sub>4</sub> di 800 °C, sebbene la valutazione dei motori esistenti suggerisca valori poco superiori ai 900 °C.

Quest'ultima scelta, a differenza delle altre che rappresentano dei valori intermedi, è dettata da considerazioni pratiche ed economiche: limitare la temperatura massima del ciclo a questo valore consente infatti di utilizzare materiali meno costosi e soprattutto più facili da reperire.

Si ritengono inoltre plausibili i seguenti valori dei rendimenti:

 $\eta$  is compressore =0.76  $\pi_{cc}$  =0.90  $\eta$  is turbina =0.80

Nei prossimi capitoli i risultati delle simulazioni al computer forniranno valori più attendibili dei rendimenti e il ciclo termodinamico effettivo varierà di conseguenza.

Per descrivere le trasformazioni e i processi che avvengono in un motore a reazione si fa riferimento al piano entalpia-entropia, in seguito indicato come piano h-s.

La numerazione dei punti nel piano h-s, riportato in figura (2.2), corrisponderà a quella delle posizioni nella figura (2.1) che rappresenta in modo schematico l'interno del motore.



Figura (2.1) schema dell'interno del motore e numerazione dei punti di interesse



Figura (2.2) rappresentazione nel piano h-s del ciclo termodinamico

Si trascuri per il momento il fatto che a valle della camera di combustione nella realtà ci siano dei gas combusti e quindi in questo paragrafo tutto il ciclo termodinamico viene svolto da aria, che a sua volta, viene considerata come un gas perfetto avente un rapporto tra i calori specifici  $\gamma$  pari a 1.4, una costante del gas R pari a 287 J/(kgK) e un calore specifico a pressione costante c<sub>p</sub> pari a 1004.5 J/(kgK).

Si consideri ora il punto 0 a monte del motore. In questo punto l'aria si trova nelle condizioni ambientali.

Si deve valutare il valore di V<sub>0</sub> cioè della velocità relativa tra il motore e l'aria che lo circonda e per farlo bisogna ipotizzare un possibile impiego. Si è accennato nel sommario che questo motore deve essere adatto a essere installato in un aeromodello. In base alla normativa ENAC, che regolamenta il volo dei velivoli radiocomandati di peso inferiore ai 25 kg, si definisce aeromodello *"un dispositivo aereo a pilotaggio remoto […] non dotato di equipaggiamenti che ne permettano il volo autonomo e che vola sotto il controllo visivo diretto e costante dell'aeromodellista senza l'ausilio di aiuti visivi"*. Si legge inoltre che il volo è consentito fino ad un'altezza massima di 150 metri dal terreno [16].

Si può quindi concludere che le condizioni ambientali sono quelle al livello del mare e la velocità di volo V<sub>0</sub> sarà bassa. Si scelga ad esempio V<sub>0</sub> pari a 33.3m/s, che corrispondono a 120 km/h; in tali condizioni la pressione ambiente sia P<sub>0</sub> pari a 101350 Pa e la temperatura ambientale T<sub>0</sub> sia di 295 K che corrispondono a 22°C.

Le equazioni dalla (2.1) alla (2.16) provengono dal libro "Aircraft propulsion "[13]

Si calcola la velocità del suono in 0 tramite

$$a_0 = \sqrt{\gamma * R * T} \tag{2.1}$$

Si calcola quindi il numero di Mach che risulta essere

$$M_0 = V_0 / a_0$$
 (2.2)

Si può calcolare inoltre l'entalpia h<sub>0</sub> tramite

$$h_0 = c_{p^*} T_0$$
 (2.3)

Mentre per definizione l'entalpia totale h<sup>0</sup><sub>0</sub> vale

$$h^{0}_{0} = h_{0} + V_{0}^{2}/2 \tag{2.4}$$

Infine si calcola la pressione totale P<sub>0</sub> tramite l'espressione

$$P_{0}^{0} = P_{0*}(1 + (\gamma - 1)/2 * M_{0}^{2})^{\gamma/(\gamma - 1)}$$
(2.5)

E nel punto 0 risulta

$a_0 = 344 \text{ m/s}$ $M_0 =$	= 0.1 h <sub>0</sub> = 296328 J/kg	h <sup>0</sup> <sub>0</sub> = 296881 J/kg	$P^0_0 = 102061 Pa$
---------------------------------	------------------------------------	---	---------------------

L'aria si avvicina ora al motore ma se si ipotizza un tubo di flusso cilindrico tra il punto 0 e il punto 1 si ottiene che le condizioni nel punto 1 sono le stesse che nel punto 0.

Il primo componente che si incontra subito dopo la posizione 1 è la presa d'aria del motore. In un motore comune la presa d'aria ha il compito di rallentare il flusso d'aria dal Mach di volo  $M_0$  a un Mach  $M_2$  pari a circa 0.5 e nel farlo viene aumentata la pressione statica dell'aria. Nel motore che si sta analizzando, invece, essendo il Mach di volo molto basso questo processo di conversione dell'energia cinetica in pressione non è necessario. La presa d'aria in questi motori ha il solo scopo di presentare un bordo arrotondato in modo che il flusso entri nel motore senza subire brusche deviazioni. Per caratterizzare il comportamento termodinamico di questa presa è sufficiente introdurre un coefficiente di perdita di pressione totale

$$\pi_{1-2} = P_2^0 / P_1^0 \tag{2.6}$$

Se per ipotesi questo coefficiente vale 0.995 si ottiene la pressione totale  $P_2^0$ , non essendoci scambio di lavoro, l'entalpia totale tra 0 e 2 si conserva.

Nel punto 2 risulta quindi

h <sup>0</sup> <sub>2</sub> =296881 J/kg	P <sup>0</sup> <sub>2</sub> =101551 Pa
11 2 20 000 1 0 Mg	1 2 10100110

Il componente successivo è il compressore, il quale è caratterizzato da due parametri: il rapporto di compressione che è scelto pari a 3.2 e che si esprime come

$$\pi_{\rm c} = P_{3}^{0} / P_{2}^{0} \tag{2.7}$$

e il rendimento isoentropico di compressione che per definizione vale

$$\eta_{\rm is\ c} = (h^0_{3\ \rm is\ } -h^0_2)/(h^0_{3} - h^0_2) \tag{2.8}$$

Si calcola ora  $P_{3}^{0}$  dalla definizione  $\pi_{c}$  e tramite l'equazione (2.9) riportata qui sotto si calcola  $h_{3 is}^{0}$ 

$$h^{0}_{3 is} = h^{0}_{2^{*}} (\pi_{c})^{\gamma - 1/\gamma}$$
(2.9)

Si fissa un valore di  $\eta_{is c}$  pari a 0.76 e dall'equazione (2.8) è possibile ricavare  $h^{0}_{3}$ . Si osserva infine che il lavoro specifico svolto dal compressore è pari a

$$\Delta h^{0} = h^{0}_{3} - h^{0}_{2} \tag{2.10}$$

Nel punto 3 risulta quindi

h <sup>0</sup> <sub>3 is</sub> = 413915 J/kg	$h_{3}^{0} = 450873 \text{ J/kg}$	$\Delta h^{0}_{2-3} = 153992 \text{ J/kg}$	P <sup>0</sup> <sub>3</sub> =324963 Pa
--	-----------------------------------	--	--

Si osservi che il valore di  $\pi_c$  è quello su cui si ha maggiore libertà: dei vari valori che caratterizzano il ciclo termodinamico, infatti, i rendimenti e i coefficienti di perdita di pressione totale sono in larga parte dettati dall'esperienza. Se è vero che essi dipendono dalla qualità del progetto delle varie componenti è anche vero che le turbomacchine di piccole dimensioni non riescono a raggiungere efficienze elevate. La temperatura massima in camera di combustione è dettata dalla resistenza dei materiali impiegati, di cui si è già accennato nel capitolo precedente. La turbina deve estrarre la potenza meccanica richiesta dal compressore, mentre il rapporto di compressione è un parametro indipendente del ciclo termodinamico.

Si potrebbe quindi scegliere in teoria quel valore di  $\pi_c$  che consente di massimizzare la spinta specifica. Se si esegue il calcolo del ciclo termodinamico per vari valori di  $\pi_c$  si ottiene l'andamento della spinta specifica descritto dal grafico (2.1).



Grafico 2.1 Andamento della spinta specifica al variare di  $\pi_c$ 

Questo grafico mostra che si otterrebbe il massimo della spinta specifica se  $\pi_c$  valesse all'incirca 4. Tuttavia come si vedrà nel capitolo dedicato al compressore un rapporto di compressione così elevato è molto difficile da raggiungere. Esistono invero stadi di compressore centrifugo che raggiungono questi rapporti di compressione, ma sono caratterizzati da: i) elevate velocità di rotazione, che determinano grandi sollecitazioni meccaniche nella girante e da ii) numeri di Mach all'uscita della girante superiori a uno, il che rende difficile rallentare l'aria nel diffusore in modo efficiente. Si preferisce per questi motivi limitare il rapporto di compressione a quei valori riportati nella tabella (2.1) all'inizio del capitolo.

Vale la pena giustificare l'andamento del valore della spinta specifica che si vede nel grafico. Se il rapporto di compressione è molto basso come nel lato sinistro del grafico allora il ciclo termodinamico si sta svolgendo tra due isobare molto vicine tra di loro. Bisogna ricordare che la spinta è data da un'espansione fino alla pressione ambiente dell'aria che è uscita dalla turbina. Questa espansione è possibile perché a causa della divergenza delle isobare nel piano h-s, una volta che la turbina ha estratto il lavoro da fornire al compressore, la pressione è ancora superiore a quella atmosferica, se però il rapporto di compressione è molto basso allora la pressione

massima del ciclo e quella ambiente sono molto simili tra loro e questo comporta una spinta molto bassa.

Al limite quando il rapporto di compressione è unitario tutto il ciclo termodinamico si svolge lungo un'isobara e non si ottiene alcun lavoro né una spinta.

Viceversa se il rapporto di compressione è molto elevato significa che la turbina deve estrare una grande quantità di lavoro dai gas combusti e questo fa sì che all'uscita della turbina si riesca ad espandere meno i gas producendo una spinta inferiore. Il ciclo cioè si svolge tra due isoterme tra loro vicine e il salto entalpico che si genera in camera di combustione diventa piccolo in confronto a quello che si ha nel compressore che finisce per eguagliare la differenza di entalpia che si ha tra l'uscita della camera di combustione e lo scarico a pressione ambiente, non lasciando possibilità di espandere ulteriormente i gas.

Aumentare ulteriormente il valore del rapporto di compressione porta, dal punto di vista matematico, ad un assurdo: cioè che la temperatura di uscita dal compressore è più alta della temperatura massima del ciclo, la quale è a sua volta la temperatura di ingresso in turbina motivo per cui il grafico termina a destra con un valore negativo.

Nei normali motori aeronautici, grazie all'alta temperatura in camera di combustione, questa condizione si verifica per rapporti di compressione così alti da essere praticamente irraggiungibili, ma in questo motore a causa delle basse temperature il fenomeno avviene per rapporti di compressione relativamente bassi.

A valle del compressore si trova la camera di combustione. Dal punto di vista termodinamico sono due i parametri che caratterizzano il suo funzionamento e cioè la temperatura totale  $T^{0}_{4}$  che si ottiene all'uscita della camera e il suo coefficiente di perdita di pressione totale  $\pi_{cc}$  definito come

$$\pi_{\rm cc} = P^0_4 / P^0_3 \tag{2.11}$$

entrambi questi valori sono noti e dalla formula (2.11) si ricava immediatamente  $P^{0_4}$ , mentre dal valore di  $T^{0_4}$  applicando la formula (2.3) si ottiene  $h^{0_4}$  Nel punto 4 i valori risultano quindi

$T^0_4 = 1073 \text{ K}$	h <sup>0</sup> <sub>4</sub> =1077829 J/kg	Δh <sup>0</sup> <sub>3-4</sub> =626955 J/kg	P <sup>0</sup> <sub>4</sub> =292467 Pa

Si entra ora nella turbina. Affinché il motore funzioni, la potenza netta fornita dalla turbina deve essere esattamente pari a quella richiesta dal compressore. Ma essendo il numero di giri e la portata d'aria identici per entrambi (avendo trascurato l'influenza del rapporto di dosatura), si conclude che il salto entalpico in turbina è pari al salto entalpico nel compressore ovvero  $\Delta h_{2-3}^0 = \Delta h_{4-5}^0$  e essendo noto  $h_4^0$  si ricava immediatamente  $h_5^0$ .

L'altra caratteristica che determina il comportamento della turbina è il suo rendimento isoentropico, che si definisce come

$$\eta_{ist} = (h^0_4 - h^0_5) / (h^0_4 - h^0_{5is})$$
(2.12)

Si noti che  $h_{5 is}^0$  non è una grandezza reale; infatti, il salto entalpico è definito indipendentemente dal rendimento della turbina.  $h_{5 is}^0$  è il valore dell'entalpia totale che si otterrebbe se la turbina operasse un'espansione isoentropica dalla pressione  $P_4^0$ alla pressione  $P_5^0$  effettiva. Quello che avviene nella realtà è che, a causa delle inefficienze, la turbina è costretta ad espandere il gas fino ad una pressione totale più bassa rispetto a quella che si otterrebbe se  $\eta_{ist}$  valesse uno.

Dalla formula (2.12), una volta fissato  $\eta_{is t}$ =0.8 si ricava  $h^{0}_{5 is}$  mentre la pressione effettiva  $P^{0}_{5}$  si calcola da

$$P^{0}{}_{5} = P^{0}{}_{4} * (h^{0}{}_{5 \text{ is}} / h^{0}{}_{4})^{\gamma / \gamma - 1}$$
(2.13)

I valori nel punto 5 sono quindi

h <sup>0</sup> 5=923837 J/kg	h <sup>0</sup> 5 is =885339 J/kg	P <sup>0</sup> <sub>5</sub> =146905 Pa
------------------------------	----------------------------------	--

Si entra infine nell'ugello di scarico che ha il compito di espandere l'aria fino alla pressione ambientale. Si introduce per comodità il rendimento isoentropico dell'ugello

$$\eta_{is n} = (h^0_5 - h_9)/(h^0_5 - h_{9 is})$$
(2.14)

Si assume che questo rendimento valga 0.98.

È noto ora che, essendo l'ugello per ipotesi del tipo convergente non soffocato, la pressione P<sub>9</sub> è pari alla pressione P<sub>0</sub> ed è possibile quindi calcolare h<sub>9 is</sub> tramite

$$h_{9 is} = h_{5*}^{0} (P_{9}/P_{5})^{\gamma - 1/\gamma}$$
(2.15)

mentre dalla formula (2.14) si ricava il valore di h<sub>9</sub>.

Ora bisogna riconoscere che, non essendoci scambio di lavoro nell'ugello, la differenza tra l'entalpia totale  $h_5^0$  e l'entalpia  $h_9$  è rappresentata dall'energia cinetica allo scarico. Si scrive quindi

$$h_{5}^{0} - h_{9} = V_{9}^{2}/2$$
 (2.16)

da cui è possibile ricavare la velocità allo scarico V<sub>9</sub>.

Adesso è possibile calcolare la spinta specifica dall'equazione (1.1.13) e, conoscendo la spinta desiderata dall'equazione (1.1.12), si ricava la portata di massa d'aria  $\dot{m}_0$ .

Se si riconosce inoltre che la potenza termica introdotta è pari al salto entalpico in camera di combustione  $\Delta h^{0}_{3.4}$  e se si trascura il rendimento di combustione è anche possibile dall'equazione (1.2.4) ricavare il rendimento termico del motore. I risultati sono i seguenti

h <sub>9</sub> =832732 J/kg V <sub>9</sub> =427 m/s S specifica=394 m/s $\dot{m}_0$ =0.450 kg/s $\eta_{th}$ =0.14	
---	--



Come conclusione di questo capitolo si consideri l'influenza del valore di  $\pi_c$  sui rendimenti.

Grafico 2.2 Andamento dei rendimenti al variare di  $\pi_c$ 

Si osservi il lato sinistro. Si è già detto che se il rapporto di compressione è unitario la velocità allo scarico V<sub>9</sub> sarà nulla e il rendimento termico sarà negativo per via del termine  $V_0$  non nullo, mentre il rendimento propulsivo tenderà all'unità. Il rendimento globale, essendo un rapporto tra i due, sarà negativo.

Se il rapporto di compressione cresce e si avvicina al valore 4, che fornisce la massima spinta specifica, si hanno due fenomeni: in primo luogo la velocità V<sub>9</sub> aumenta e questo fa calare il valore del rendimento propulsivo. In secondo luogo la temperatura in uscita dal compressore cresce e quindi si consuma sempre meno combustibile per raggiungere la temperatura massima del ciclo. Questo fa sì che il rendimento termico cresca più in fretta di quanto non cali quello propulsivo e quindi il rendimento globale cresce.

Quando il rapporto di compressione supera il valore 4 la velocità allo scarico inizia a diminuire, ma fino al valore 6 la riduzione del consumo di combustibile prevale e il rendimento termico continua a crescere; inoltre a causa della riduzione di V<sub>9</sub> anche il rendimento propulsivo inizia a crescere.

Oltre il valore 6, il calo di velocità allo scarico diventa il fattore predominante e il rendimento termico inizia a calare ma, essendo che il rendimento propulsivo continua a crescere, il rendimento globale rimane circa costante finché non si raggiunge il valore 12. Oltre questo valore il calo del rendimento termico è troppo rapido e quindi il rendimento globale inizia a calare: ci si avvicina infatti a quei valori di  $\pi_c$  per i quali il motore non genera spinta.

# Capitolo 3 Compressore

#### 3.1 Girante

Il primo componente ad essere stato progettato e che viene qui descritto è la girante del compressore.

Nel capitolo precedente si è scelto un rapporto di compressione pari a 3.2; per realizzarlo esistono due possibilità. La prima consiste nello scegliere un compressore di tipo assiale, ma un singolo stadio di compressore assiale è in grado di fornire un rapporto di compressione pari a circa 1.3. Servirebbe quindi un compressore a cinque stadi. La seconda possibilità consiste nell'utilizzare un compressore di tipo centrifugo, in questo caso un singolo stadio sarebbe in grado di fornire il salto di pressione desiderato.[13]

Dal punto di vista pratico un singolo stadio di compressore centrifugo è più compatto e meno complesso rispetto a cinque stadi di compressore assiale. Per questo motivo si utilizza una girante di tipo centrifugo.

Il primo passo nel dimensionamento della girante è la definizione del condotto meridiano, il quale è a sua volta caratterizzato da cinque dimensioni principali: il raggio interno all'ingresso  $R_{2i}$ , il raggio esterno all'ingresso  $R_{2e}$ , il raggio all'uscita  $R_{2A}$ , la larghezza della girante all'uscita  $b_{2A}$  e la profondità dell'intera girante  $b_{tot}$ . Queste dimensioni vengono indicate nell'immagine (3.1.1), che rappresenta in maniera schematica il profilo meridiano della girante.



Figura 3.1.1 Profilo meridiano e relative dimensioni principali

Si definisce ora il raggio interno all'ingresso R<sub>2i</sub>.

Questo raggio deve essere il più piccolo possibile, per ridurre le perdite fluidodinamiche dovute alla brusca restrizione dell'area di passaggio tra la presa d'aria e l'ingresso della girante, ma deve anche essere sufficientemente grande da garantire la resistenza meccanica del mozzo della girante.

Nel testo "Vademecum per disegnatori e tecnici" [9] si consigliano determinate proporzioni tra il diametro del mozzo e il diametro dell'albero su cui questo viene montato. Si deve quindi calcolare il diametro dell'albero, ma per farlo è necessario stabilire il numero di giri del compressore. Questo deve essere il più alto possibile perché ciò consente di progettare una girante dal diametro minore al fine di ottenere quella compattezza che viene richiesta a questi motori e di cui si è già detto nel primo capitolo.

Il massimo numero di giri che si può ottenere dipende dai cuscinetti impiegati e dal tipo di lubrificazione scelta. In un cuscinetto di piccole dimensioni ciò che determina il massimo regime di rotazione concesso è il calore che si genera per attrito. Questo, a sua volta, è determinato dalla velocità tangenziale al diametro medio del cuscinetto e da quanto efficacemente si riesce ad asportare il calore prodotto [14].

In sintesi più il cuscinetto è piccolo e più lo si raffredda tramite il sistema di lubrificazione, più il numero di giri che si potrà raggiungere sarà elevato.

Si consideri a tal proposito la tabella 3.1.1



In questa tabella sono riportati alcuni dati relativi a tre diversi cuscinetti a sfere obliqui "super precision" tratti dal catalogo della ditta SKF. Si consideri a titolo di esempio l'ultima riga: il valore più alto del numero di giri si riferisce a una lubrificazione del tipo aria-olio ed è in linea con i valori riportati nella tabella (2.1.1).

In questo tipo di lubrificazione l'olio viene nebulizzato all'interno di un getto d'aria che poi colpisce la corona di sfere del cuscinetto raffreddandolo e lubrificandolo. Il valore più basso è relativo invece a una lubrificazione eseguita con grasso apposito: si può considerare questo valore come il massimo numero di giri che il compressore potrà raggiungere.[14]

Scelto quindi un regime di rotazione di 80000 giri al minuto si valuta ora la potenza richiesta per eseguire la compressione e che dovrà essere fornita all'albero. Questa si può calcolare tramite

$$P_{2-3} = \Delta h_{2-3} * \dot{m}_a * 1.25 \tag{3.1.1}$$

e risulta essere pari a 86621 W.

Nell'equazione (3.1.1) la portata di massa d'aria è stata maggiorata di un fattore 1.25. Questo perché nel libro "Centrifugal Compressor Design and Performance" [2] viene spiegato che non tutta la portata d'aria aspirata dalla girante viene inviata al diffusore, ma una parte si infiltra nel gioco tra cassa e girante e ricircola tra l'ingresso e l'uscita di quest'ultima. La percentuale di questa portata di ricircolo, rispetto alla portata principale, dipende da diversi fattori e viene qui stimata pari al 25%. Questo significa che, per inviare una data portata al diffusore, la girante dovrà elaborarne una 1.25 volte più grande [2].

Ora dal punto di vista dell'albero la potenza da trasmettere è pari a [9]

$$P_{2-3} = M_t * \omega$$
 (3.1.2)

in cui  $M_t$  è il momento torcente all'albero e  $\omega$  è la velocità di rotazione angolare, calcolata tramite [9]

$$\omega = 2 * \pi * N/60$$
 (3.1.3)

e che risulta essere pari a 8373 rad/s.

Dall'equazione (3.1.2) si ricava quindi un momento torcente Mt pari a 10.3 Nm.

Si considera inoltre uno sforzo assiale sull'albero pari a 2400 N: questo valore corrisponde a una pressione di 304000 Pa che agisce su un'area circolare di raggio pari a 50 mm. Lo scopo è quello di considerare, in modo molto approssimato, l'effetto della forza esercitata dall'aria, che attraversa la girante e si infiltra nello spazio tra il retro di quest'ultima e la parete che supporta il diffusore causando in quest'area un aumento di pressione.

Nella realtà questa forza dipenderà da diverse componenti. Nel libro "Centrifugal Compressor Design and Performance" [2] questa forza è suddivisa in otto contributi, che vengono elencati qui di seguito: uno è dovuto alla variazione della quantità di moto in direzione assiale e gli altri sette dipendono dalla pressione dell'aria.
$$\mathbf{m}\mathbf{C}_{\mathrm{m}1}\sin\Phi_1 - \mathbf{m}\mathbf{C}_{\mathrm{m}2}\sin\Phi_2 \tag{3.1.4}$$

$$P_{1h} \pi r_{1h}^2 \tag{3.1.5}$$

$$\frac{P_{1h} + P_{1t}}{2} \pi \left( r_{1t}^2 - r_{1h}^2 \right) \tag{3.1.6}$$

$$\frac{\pi}{2} A_{\rm f} \left( r_{2t}^4 - r_{1t}^4 \right) \qquad \text{dove } A_{\rm f} = \left( \rho/2 \right) \left( 1 - F_f^2 \right) (2 \, \pi \omega)^2 \qquad (3.1.7)$$

$$\pi B_{\rm f} \left( r_{2t}^2 - r_{1t}^2 \right) \qquad \text{dove } B_{\rm f} = \rho'_1 - \left( \rho/2 \right) \left( 1 - F_f^2 \right) {\rm U'}_1^2 \qquad (3.1.8)$$

$$\frac{\pi}{2} A_r \left( r_{2h}^4 - r_{8h}^4 \right) \qquad \text{dove } A_r = (\rho/2) \left( 1 - F_r^2 \right) (2 \pi \omega)^2 \qquad (3.1.9)$$

$$-\pi \operatorname{B}_{\mathrm{r}} \left( r_{2h}^2 - r_{8t}^2 \right) \qquad \text{dove } \operatorname{B}_{\mathrm{r}} = \rho'_8 - \left( \rho/2 \right) \left( 1 - F_r^2 \right) \operatorname{U'}_8{}^2 \qquad (3.1.10)$$

$$-p2\pi(r_{2t}^2 - r_{2h}^2)$$
(3.1.11)

Di questi sette, però, quattro vengono definiti in base a delle costanti empiriche, stimate a partire da precedenti esperienze e che di conseguenza sono ignote.[2]

I simboli presenti in queste otto equazioni si riferiscono alla figura (3.1.2)



Figura 3.1.2 Rappresentazione dei contributi della forza assiale [2]

Definiti quindi gli sforzi sull'albero se ne ipotizza un diametro  $\Phi$  che sarà pari in questo caso a 6 mm.

È ora possibile calcolare lo sforzo di taglio  $\tau_t$  dovuto alla torsione

$$\tau_t = (M_t * 16) / (\pi * \Phi^3) \tag{3.1.12}$$

Mentre lo sforzo assiale  $\sigma_n$  si calcola come

$$\sigma_n = (N*4)/(\pi*\Phi^2) \tag{3.1.13}$$

Infine applicando il criterio di Von Mises si calcola la tensione equivalente  $\sigma_{id}$ 

$$\sigma_{\rm id} = \sqrt{3 * \tau_{\rm t}^2 + \sigma_{\rm n}^2} \tag{3.1.14}$$

E risulta quindi

$\tau_t = 243 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_n = 85 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{id}$ =427 N/mm <sup>2</sup>
-------------------------------	--------------------------------	--------------------------------------

Diversi acciai presentano una tensione di snervamento superiore al valore di  $\sigma_{id}$  appena calcolato: si consideri a titolo di esempio l'acciaio 34 Cr Mo 4, che presenta una tensione di snervamento pari a 800 N/mm<sup>2</sup> e che quindi è in grado di sopportare gli sforzi sopra calcolati. Il coefficiente di sicurezza statico v<sub>stat</sub> risulterebbe quindi pari a 1.9. Si può considerare per il momento che questo valore sia sufficiente a garantire anche la resistenza a fatica del componente. Si osservi a tal proposito che i carichi dinamici sono dovuti al peso delle giranti del compressore e della turbina: questi pesi sono di lieve entità e uniti alla lunghezza contenuta dell'albero danno luogo a sollecitazioni dinamiche piuttosto basse.

Si sceglie ora di utilizzare una linguetta 3x3 per trasmettere il moto tra l'albero e la girante. Questa linguetta necessita di una cava di 1.8 mm da realizzare sull'albero il cui diametro viene quindi aumentato da 6 a 8 mm, la cava sul mozzo misura invece 1.4 mm.

Il raggio al mozzo deve essere tale da garantire al di sopra della cava della linguetta la presenza di uno spessore di metallo pari al raggio dell'albero che è pari a 4 mm.[9]

È quindi possibile calcolare il raggio al mozzo: ai 4 mm del foro per l'albero vengono sommati 1.4 mm della cava e altri 4 mm di metallo, ottenendo quindi un raggio  $R_{2i}$  pari a circa 9.5 mm.

Si può ora definire il raggio all'apice della pala nella sezione di ingresso R<sub>2e</sub>. Questo raggio viene scelto in modo da minimizzare la velocità relativa all'apice della pala. Si ipotizza che all'ingresso, subito prima del compressore, la temperatura sia ancora pari a quella ambientale T<sub>0</sub>. Questa ipotesi consente di calcolare, a partire dal valore della pressione totale P<sup>0</sup><sub>2</sub> in ingresso al compressore e calcolato nel capitolo 2, i valori della velocità del suono a<sub>2</sub> e del numero di Mach M<sub>2</sub> tramite le equazioni (2.1) e (2.2) e, quindi, dall'equazione (2.5) di calcolare il valore della pressione P<sub>2</sub>. Noti quindi P<sub>2</sub> e T<sub>2</sub> dall'equazione di stato del gas (3.1.15) è possibile calcolare la densità  $\rho_2$ 

$$P_2 = \rho_{2*} R_* T_2 \tag{3.1.15}$$

E risultano i seguenti valori

Sono ora noti tutti i valori che consentono di calcolare le componenti di velocità ortogonale e tangenziale all'ingresso, rappresentate in figura (3.1.3)



Figura 3.1.3 triangolo di velocità all'ingresso

L'area di ingresso essendo una corona circolare è pari a

$$A_2 = \pi * (R_{2e}^2 - R_{2i}^2) \tag{3.1.16}$$

La componente assiale di velocità si calcola come

$$C_{m2} = (\dot{m}_{a*} 1.25) / (\rho_{2*} A_2)$$
(3.1.17)

La componente tangenziale è invece definita dalla velocità di rotazione della pala e si calcola come

$$U=\omega R_{2e} \tag{3.1.18}$$

Infine la velocità relativa si ricava dal teorema di Pitagora applicato al triangolo di figura (3.1.3) ovvero

$$W^2 = C_m^2 + U^2 \tag{3.1.19}$$

Come detto sopra, si desidera minimizzare il valore di W [4]: fissato il raggio al mozzo e variando il raggio all'apice si segue la procedura di calcolo appena descritta e si ricava per tentativi che il minimo della velocità relativa si ottiene con un raggio all'apice  $R_{2e}$  pari a 31 mm.

Una volta calcolati i raggi all'ingresso si passa quindi a calcolare il raggio esterno della girante R<sub>2A</sub> e per farlo si considera la formula di Eulero

$$\Delta h^{0}_{2-3} = U_{2A} * C_{u2A} - U_{2} * C_{u2}$$
(3.1.20)

Se si considera che, in assenza di palette predistributrici, il flusso all'ingresso non presenta componenti tangenziali di velocità, allora  $C_{u2} = 0$  e l'equazione (3.1.20) si riduce a

$$\Delta h^{0}_{2-3} = U_{2A} * C_{u2A} \tag{3.1.21}$$

In cui U<sub>2A</sub> rappresenta la velocità periferica della girante al diametro esterno.

Si considera ora che le palette abbiano, nella sezione di uscita, direzione radiale. Questa scelta serve a semplificare la geometria della girante; per contro una girante a pale radiali statisticamente presenta un rendimento isoentropico relativamente più basso rispetto ad una configurazione con pale curve all'indietro [2]. La componente di velocità Cu2A si può calcolare dalla seguente equazione

$$C_{u2A} = U_{2A} + C_{m2A} * \tan(\beta_{2A}) - C_{slip}$$
(3.1.22)

Nel caso in esame, poiché le pale sono radiali,  $\beta_{2A}$  vale 0 e quindi la formula (3.1.22) si riduce a

$$C_{u2A} = U_{2A} - C_{slip}$$
(3.1.23)

con Cslip che rappresenta una velocità di scorrimento definita tramite

$$C_{slip} = U_{2A} * (1 - \sigma)$$
 (3.1.24)

In cui  $\sigma$  è un coefficiente di scorrimento che può essere calcolato tramite la formula di Wiesner, ovvero

$$\sigma = 1 - \sqrt{\cos \beta_{2A}} / Z^{0,7}$$
(3.1.25)

dove Z è il numero di pale: se scelgo di usare 22 pale ottengo  $\sigma = 0.885$  [2].

Se nell'equazione (3.1.21) si introducono le equazioni (3.1.23) e (3.1.24) semplificando si ottiene

$$\Delta h^{0}_{2-3} = U_{2A}^{2} * \sigma \tag{3.1.26}$$

Da cui è possibile ricavare il valore della velocità tangenziale, all'uscita della girante,  $U_{2A}$ , che risulta essere pari a 417m/s. Questo valore è un indice delle sollecitazioni dovute alla forza centrifuga a cui sarà sottoposta la girante. Una prima verifica di resistenza meccanica può essere fatta seguendo la tabella (3.1.2) la quale indica il massimo valore ammissibile della velocità tangenziale in funzione del materiale impiegato [10].

Materiale	Massimo valore di U <sub>2A</sub> [m/s]
Leghe di alluminio	450-560
Leghe di acciaio	350-500
Leghe di titanio	500-700

Tabella 3.1.2 : Massima velocità tangenziale in funzione del materiale [10]

Ora che è noto il valore di  $U_{2A}$  è possibile tramite l'equazione (3.1.18) ricavare il valore del raggio  $R_{2A}$  che risulta essere pari a 49,5 mm.

Per calcolare la velocità meridiana all'uscita della girante si impone un rapporto  $\frac{C_{m2A}}{U_{2A}}$ il quale è stato scelto in base al grafico (3.1.4)





Questo grafico, tratto dal libro "Radial Flow Turbocompressors" [10], mostra come il valore di  $\frac{C_{m2A}}{U_{2A}}$  sia entro certi limiti una scelta progettuale. Si è scelto un valore pari a 0.3 in quanto intermedio.

Per calcolare l'area di scarico, e quindi il valore di  $b_{2A}$ , bisogna conoscere temperatura, pressione e densità nel punto 2A. Poiché nel diffusore non ci sono parti mobili, non si ha scambio di lavoro e quindi la temperatura totale nel punto 3 è la stessa che nel punto 2A.

È possibile calcolare il valore della temperatura  $T_{2A}$  tramite la seguente equazione [2]

$$T_{2A} = T_{2A}^{0} - \frac{\gamma - 1}{2\gamma R} \left( U_{2A}^{2} + C_{m2}^{2} \right)$$
(3.1.27)

e risulta  $T_{2A} = 352$  K.

La pressione totale all'uscita della girante viene posta per ipotesi pari a  $P_{3}^{0}$ . Questa approssimazione è necessaria perché non si è ancora progettato il diffusore.

Ora dall'equazione (2.1) è possibile calcolare  $a_{2A}$  e quindi il numero di Mach  $M_{2A}$  tramite [2]

$$M_{2A} = (C_{u2A}^{2} + C_{m2}^{2}) / a_{2A}$$
(3.1.28)

Quindi dall'equazione (2.5) si calcola la pressione statica all'uscita  $P_{2A}$ .

Infine dall'equazione (3.1.15) si ricava la densità  $\rho_{2A}$ 

L'ultimo passaggio consiste nell'utilizzare l'equazione (3.1.17) per calcolare l'area di uscita dalla girante  $A_{2A}$ , che risulta essere pari a 265000 mm<sup>2</sup>.

Se si considera infine che l'area  $A_{2A}$  è la superficie di un cilindro di raggio  $R_{2A}$ , dall'equazione

$$A_{2A} = 2\pi R_{2A} * b_{2A} \tag{3.1.29}$$

è possibile ricavare la larghezza allo scarico b<sub>2A</sub> che risulta pari a 8,5mm.

Bisogna ora definire il profilo meridiano al mozzo e all'apice.

Per il profilo al mozzo si è scelto di usare un quarto di circonferenza che avesse il più grande raggio possibile, che nello specifico significa un arco di raggio 40 mm. Questo definisce anche la grandezza b<sub>tot</sub> che vale appunto 40 mm. Inizialmente si è adottato lo stesso criterio anche per il profilo all'apice della pala, che quindi era formato da un tratto orizzontale rettilineo e da un arco di cerchio avente un raggio di 19 mm. Tuttavia a seguito della prima serie di simulazioni il profilo all'apice è stato sostituito da una curva di Bézier, il profilo al mozzo è invece rimasto invariato.

Definito il condotto meridiano rimane ora da definire la geometria delle pale.

Una prima considerazione è che in base a quanto già fatto per il motore descritto nell'articolo intitolato "Design, manufacturing and operation of a small turbojetengine for research purposes" [3] le 22 pale saranno distribuite tra 11 pale complete e 11 pale parziali o *splitter*. Questo ha lo scopo di ridurre l'ostruzione palare all'ingresso della girante ma allo stesso tempo consente di mantenere invariato il numero di pale all'uscita per non modificare il valore del coefficiente di scorrimento.

Si valutano quindi gli angoli di ingresso della corrente all'apice e al mozzo: imponendo un'incidenza nulla questi saranno anche gli angoli costruttivi delle pale.

Nota quindi la velocità meridiana  $C_{m2}$  all'ingresso tramite l'equazione (3.1.18) si calcola la velocità tangenziale U<sub>2</sub> all'apice e al mozzo. Quindi si ricavano gli angoli di ingresso

$$\beta_2 = \arctan\left(U/C_{\rm m}\right) \tag{3.1.30}$$

ottenendo i seguenti valori

U2i=80 m/s	U2e=260 m/s	β <sub>2i</sub> =25°	$\beta_{2e}=57^{\circ}$

L'angolo di uscita  $\beta_{2A}$  è invece scelto pari a 0°.

Per definire concretamente la geometria delle pale conviene ricorrere a una loro rappresentazione nel piano conforme.

Si consideri la geometria della pala descritta in coordinate cilindriche r- $\theta$ -z, in cui r è il raggio del generico punto p, z è la sua posizione lungo l'asse di rotazione e  $\theta$  è la distanza angolare rispetto a un riferimento prefissato.

La trasformazione conforme prevede di definire una nuova coordinata m' tramite [22]

$$m' = \int \frac{\sqrt{dr^2 + dz^2}}{r}$$
(3.1.31)

laddove m' di fatto rappresenta la coordinata curvilinea che segue il profilo meridiano della pala, rapportata al raggio locale r. Questo integrale si calcola in forma numerica conoscendo la forma nel piano meridiano r-z della curva che si sta descrivendo e definendo quindi r come funzione della coordinata assiale z.

Il piano conforme sarà quindi descritto dalla coordinata  $\theta$  e dalla coordinata m'.

Questa trasformazione matematica consente di descrivere una geometria tridimensionale tramite due rappresentazioni bidimensionali, una sul piano r-z e una sul piano m'-  $\theta$ , con l'importante proprietà che gli angoli geometrici non vengono alterati dalla trasformazione.

Ora, noti gli angoli di ingresso e quelli di uscita, e noto lo sviluppo della coordinata m', si deve scegliere una geometria che la pala dovrà avere nel piano conforme. Il libro "Theory and design of gas turbines and jet engines" [9] presenta un confronto tra tre diverse geometrie, ovvero ad arco di cerchio, parabolica ed ellittica, specificando che la geometria meno efficiente è quella ad arco di cerchio mentre le restanti due danno risultati simili.

Si è scelto inizialmente la geometria parabolica ma, una volta inseriti i dati nel programma di modellazione geometrica "BladeGen" che si trova all'interno del software "ANSYS", ci si è accorti che questa scelta equivale a imporre un andamento lineare del valore dell'angolo  $\beta$  lungo la coordinata m'. Si è quindi imposto questa legge lineare e si è lasciato che il programma calcolasse la forma della pala prima in coordinate m'- $\theta$  e poi in coordinate cilindriche.

La pala splitter è stata definita della stessa forma della pala completa ma privata del tratto che va da 0 al 50% del valore di m'.

L'ultimo parametro mancante è lo spessore della pala. L'unica indicazione che si è riusciti a trovare è tratta dal libro "Theory and design of gas turbines and jet engines" [4], il quale afferma che giranti di grandi dimensioni hanno uno spessore palare che varia tra 1/4 e 5/6 di pollice, mentre giranti di piccole dimensioni hanno uno spessore che si aggira tra 3/32 e 1/8 di pollice. Si dovrebbe quindi scegliere un valore di 3/32 di pollice che corrispondono a circa 2.5 mm ma, a causa di un errore di impostazione, i risultati delle simulazioni sono stati ricavati con uno spessore palare di 1.2 mm, valore quest'ultimo giudicato insufficiente a garantire la necessaria rigidità e resistenza.

La girante che si ottiene da questa procedura è una girante assolutamente convenzionale. L'unico grande pregio di questa geometria è che essendo relativamente semplice facilita la costruzione della girante e ne riduce il costo.

Nelle immagini che seguono si può vedere un disegno della geometria che si ottiene.



Figura 3.1.5 : Rappresentazione grafica della girante

## 3.2 Diffusore

La necessità di realizzare un motore dal diametro contenuto che fosse almeno dello stesso ordine di grandezza di quelli riportati in tabella (2.1) ha portato alla scelta di un diffusore di tipo insolito. Lo scopo del diffusore è quello di ridurre la velocità dell'aria in uscita dalla girante per consentire un aumento di pressione statica. In un motore a reazione si aggiunge l'ulteriore requisito di raddrizzare l'aria prima del suo ingresso in camera di combustione per consentire un funzionamento stabile della stessa.

Inizialmente si era pensato di progettare un diffusore radiale palettato seguito da una schiera di pale raddrizzatrici, in linea quindi con quello che normalmente si riscontra nelle varie applicazioni in cui si utilizza un compressore centrifugo, motori a reazione compresi.

La progettazione di questo tipo di diffusore si può riassumere in estrema sintesi nei seguenti passaggi:

si inserisce un tratto di diffusore senza palette a valle della girante per un diametro massimo del 110% e si calcolano le condizioni del flusso in questo diametro

si definisce un coefficiente di recupero del diffusore radiale palettato tramite

$$c_p = (P_{out} - P_{in})/(0.5*\rho_{in}*C_{in}^2)$$
 (3.2.1)

e lo si impone pari a 0.55. Si ricava quindi in questo modo la pressione all'uscita del diffusore radiale.

Conoscendo la temperatura totale  $T^{0}_{3}$  si calcolano quindi le condizioni termodinamiche dell'aria in uscita dal diffusore. Questo è possibile grazie all'imposizione del valore della pressione statica P<sub>out</sub> e alla conoscenza del valore della pressione totale P<sup>0</sup><sub>3</sub> all'uscita del diffusore.

Si ricava poi la velocità assoluta allo scarico e, dalla conservazione della portata, si ricava la velocità meridiana. L'angolo di uscita che si ottiene è all'incirca di 73°.

Il raggio esterno può essere definito o riducendo in scala il diffusore di un motore già esistente o seguendo le indicazioni fornite dal libro "Radial flow Turbocompressors" [10]. Questo valore a seconda del metodo scelto oscilla tra 1.4 e 1.5 volte il raggio della girante, che significa un diametro del tratto radiale tra i 140 e i 150 mm a cui si devono aggiungere ulteriori 15 mm per tenere conto dello spazio dedicato alle palette raddrizzatrici.

In sintesi, nel migliore dei casi il diametro esterno risulta di 155 mm mentre l'angolo di uscita dal diffusore radiale è attorno ai 73°.

Purtroppo non esistono singole schiere palari per compressore, che quindi generano un aumento di pressione, in grado di deviare la corrente di 70°.

Si rende quindi necessario un approccio alternativo che consenta di raddrizzare la corrente e possibilmente di ridurre il diametro esterno del motore.

Si osserva quindi il triangolo di velocità all'uscita della girante rappresentato qui in figura



Figura 3.2.1 Triangolo di velocità allo scarico della girante

La velocità meridiana  $C_{m2A}$  vale 125 m/s mentre la velocità tangenziale  $C_{u2A}$  differisce dalla velocità periferica della girante  $U_{2A}$  del coefficiente di scorrimento  $\sigma$  e vale quindi 369 m/s.

Dal teorema di Pitagora applicato al triangolo di velocità della figura (3.2.1) si ricava la velocità assoluta allo scarico  $C_{2A}$  che vale 390 m/s.

Tramite l'equazione (3.1.27) si è calcolata la temperatura allo scarico  $T_{2A}$  pari a 352 K e tramite l'equazione (3.1.28) si è calcolato il numero di Mach  $M_{2A}$  che vale 1.04.

La conclusione di questo ragionamento è che la velocità assoluta allo scarico della girante è leggermente supersonica e serve quindi un tratto di diffusore che la rallenti fino a ottenere un numero di Mach pienamente subsonico.

Dal libro "Radial flow Turbocompressors" [10], si apprende che un diffusore senza palette non è soffocato fin tanto che la velocità meridiana rimane subsonica.

Questa è una caratteristica importante perché se il diffusore si comporta come un condotto non soffocato non ci sarà formazione di onde d'urto e il campo operativo del compressore non verrà influenzato.

Si introduce quindi un tratto di diffusore radiale senza palette il cui diametro massimo viene scelto pari a 1.35 volte il diametro della girante e avrà quindi un valore di 134 mm, questo sarà anche il diametro medio delle successive schiere palari.

Si impone anche una larghezza all'uscita di questo tratto di diffusore pari a 7 mm. Questo per cercare di aumentare la velocità meridiana e ottenere quindi una riduzione dell'angolo di uscita senza però creare una forte strozzatura che introdurrebbe grandi perdite.

Ci si appresta al calcolo delle condizioni del flusso a valle del tratto di diffusore radiale nel punto che in seguito sarà indicato come 2B.

Tramite l'equazione (3.1.29) è possibile ricavare l'area A<sub>2B</sub> che vale 294500 mm<sup>2</sup>.

Si ipotizza un valore di primo tentativo della densità allo scarico, ad esempio  $\rho_{2B}$ =1.9 kg/m<sup>3</sup>, e per quanto si è potuto vedere la scelta del valore iniziale non influenza il risultato finale.

Si calcola quindi la velocità meridiana tramite

$$C_{m2B} = \dot{m}_a / \rho_{2B^*} A_{2B} \tag{3.2.2}$$

In cui la portata d'aria  $\dot{m}_a$  vale 0.450 kg/s perché all'interno del diffusore non è presente quella quota che corrisponde alla portata di ricircolo.

Tramite l'equazione del vortice libero indicata qui sotto si ricava il valore di Cu2B

$$C_{u2A} R_{2A} = C_{u2B} R_{2B}$$
(3.2.3)

Questo valore dipende solo dal raggio  $R_{2B}$  e quindi rimane costante durante tutta la procedura di calcolo.  $C_{u2B}$  vale quindi 272 m/s.

Dall'equazione (3.1.19) si ricava quindi il valore della velocità assoluta C<sub>2B</sub>.

Poiché tra l'uscita della girante e il punto 2B la temperatura totale  $T^{0}_{2A}$  si è conservata, è possibile utilizzare la seguente equazione per calcolare la temperatura statica  $T_{2B}$ 

$$T_{2B} = T_{2A}^{0} - \frac{\gamma - 1}{2\gamma R} * C_{2B}^{2}$$
(3.2.4)

Da cui, tramite l'equazione (2.1), è possibile calcolare la velocità del suono  $a_{2B}$  e quindi tramite l'equazione (3.1.28) si calcola il numero di Mach  $M_{2B}$ 

Quindi ipotizzando che anche la pressione totale si conservi tra l'uscita della girante e il punto 2B è possibile applicare l'equazione (2.5) per calcolare la pressione statica  $P_{2B}$ .

Infine applicando l'equazione (3.1.15) è possibile calcolare un nuovo valore della densità  $\rho_{2B}$  il quale va reinserito all'inizio di questa procedura di calcolo, ripetendola fin tanto che le variazioni sul valore della densità risultino trascurabili.

È anche possibile calcolare l'angolo della corrente attraverso la seguente equazione

$$\beta_{2B} = \arctan\left(C_{u2B}/C_{m2B}\right) \tag{3.2.5}$$

I risultati sono i seguenti

$C_{m2B} = 76 \text{ m/s}$	$C_{u2B} = 272 \text{ m/s}$	T <sub>2B</sub> = 406 K	a <sub>2B</sub> =404 m/s
$M_{2B} = 0.70$	Р <sub>2В</sub> = 235779 Ра	$\rho_{2B}$ =2.02 kg/m <sup>3</sup>	β <sub>2B</sub> = 74°

Il prossimo passaggio è progettare un tratto di diffusore assiale in grado di raddrizzare la corrente, il quale sarà dotato di più schiere di pale. Grazie al tratto radiale, il numero di Mach della corrente è sceso a 0.7: negli statori dei compressori assiali, quando il numero di Mach è subsonico, si impiegano comunemente dei profili NACA serie 65 per deviare il flusso. Si fa quindi riferimento ad un documento prodotto dalla NACA intitolato "Systematic two-dimensional cascade test of NACA 65-series compressor blades at low speed" [8] che in seguito verrà indicato come documento NACA. Come indica il titolo si tratta di una raccolta di risultati sperimentali relativi a test in galleria del vento di schiere di profili NACA-65 in diverse configurazioni.

Il grafico che segue è tratto dalla pagina 213 di questo documento ed è relativo alla deviazione angolare che si può ottenere con diverse schiere dotate di un rapporto corda/passo pari a 1.5 e angolo di ingresso della corrente pari a 70°.



Figura 3.2.2 Deviazione angolare in funzione del tipo di profilo e dell'angolo della corda del profilo rispetto all'asse [8].

Si osserva come un profilo 65-810 con un angolo della corda di 12° sia in grado di deviare la corrente di 12°. La corrente esce quindi dalla schiera con un angolo  $\beta_{2C}$  di 62°.

Ora per ipotesi si considera che la velocità meridiana sia costante e pari a 76 m/s. Si ricava quindi la velocità assoluta  $C_{2C}$  in uscita dalla schiera tramite

$$C_{2C} = C_{m2C} / \cos(\beta_{2C}) \tag{3.2.6}$$

che risulta essere pari a 161 m/s.

Tramite l'equazione (3.2.4) è quindi possibile calcolare la temperatura  $T_{2C}$ , dall'equazione (2.1) si calcola la velocità del suono  $a_{2C}$  e infine dall'equazione (2.2) si calcola il numero di Mach  $M_{2C}$ .

A questo punto ci si deve discostare dai risultati del documento NACA perché essendo ottenuti a basse velocità non sono utili al calcolo della pressione totale in uscita dalla schiera. Si deve invece imporre un coefficiente di perdita  $\omega_{2B-2C}$  pari a 0,05 e definito come [13]:

$$\omega_{2B-2C} = P^{0}{}_{2B} - P^{0}{}_{2C} / (0.5 * \rho_{2B} * C_{2B})$$
(3.2.7)

da cui è possibile ricavare il valore della pressione totale in uscita dalla schiera  $P_{2C}^0$  che in questo caso vale 322443 Pa.

È ora possibile tramite l'equazione (2.5) ricavare la pressione  $P_{2C}$  che avrà un valore di 290950 Pa. Infine, tramite l'equazione (3.1.15) si calcola il valore della densità  $\rho_{2C}$ che risulta essere pari a 2.34 kg/m<sup>3</sup>. Dall'equazione (3.2.2) si ricava ora il valore dell'area di passaggio che consente di avere una velocità meridiana costante come ipotizzato inizialmente: questa area  $A_{2C}$  vale 254200 mm<sup>2</sup> e se si esprime l'area tramite

$$A_{2C} = \pi * 134 * b_{2C} \tag{3.2.8}$$

Si ricava un'altezza del condotto in uscita della prima schiera b<sub>2C</sub>, pari a 6 mm.

Ora seguendo il grafico a pagina 210 del documento NACA, il quale è del tutto simile al grafico (3.2.1), solo relativo a un angolo di ingresso di 60°, si nota che un profilo 65-(18)10 con un angolo della corda pari a 23° genera una deviazione del flusso di 32°.

L'angolo in uscita da questa seconda schiera è quindi di 30° e, ripetendo i passaggi descritti per la prima schiera di pale, si ha che il numero di Mach in uscita dalla seconda schiera  $M_{2D}$  è di 0.207, la pressione  $P^{0}_{2D}$  è pari a 320924 Pa, la densità  $\rho_{2D}$  risulta 2.454 kg/m<sup>3</sup> e infine la larghezza del condotto  $b_{2C}$  è ancora pari a 6 mm.

L'ultima schiera viene scelta esattamente come le precedenti, dal grafico a pagina 200 del documento NACA si sceglie un profilo 65-(12)10 con un angolo della corda di 17°, questo produrrà una deviazione della corrente di 30° raddrizzandola completamente.

A questo punto, grazie al basso numero di Mach in ingresso alla terza schiera è possibile utilizzare i risultati del documento NACA per ricavare le condizioni del flusso in uscita dal diffusore.



Figura 3.2.3 Variazione del rapporto tra pressioni dinamiche attraverso la schiera [8]

La pressione dinamica q è definita tramite [8]

$$q = 0.5 * \rho * C^2 \tag{3.2.9}$$

questo valore valutato all'ingresso della terza schiera è pari a 9360 Pa.

Dal grafico il rapporto  $q_2/q_1$  vale 0.77, quindi il valore di q in uscita dalla schiera è pari a 7207 Pa.

Introducendo l'equazione (3.2.2) della portata di massa nella definizione di q (3.2.9) si ottiene la seguente relazione

$$q = 0.5 * C * \dot{m} / A$$
 (3.2.10)

da cui, imponendo che l'area di passaggio non cambi rispetto alla seconda schiera, è possibile ricavare la velocità all'uscita del diffusore C<sub>3</sub> che risulta essere pari a 78 m/s. Dall'equazione (2.1) si calcola la velocità del suono a<sub>3</sub> e infine dall'equazione (2.2) si calcola il numero di Mach M<sub>3</sub> che risulta pari a 0.18. Dall'equazione (3.2.4) si ricava quindi la temperatura T<sub>3</sub> che vale 443 K , dalla definizione di q (3.2.9) si ricava la densità  $\rho_3$  che risulta 2.387 kg/m<sup>3</sup> e infine dall'equazione di stato del gas (3.1.15) si ricava il valore della pressione P<sub>3</sub> che risulta essere di 303547 Pa.

Una volta definiti i profili si sceglie un numero di pale, nel caso specifico ciascuna schiera è formata da 21 pale. Il passo tra le pale viene calcolato tramite

$$Passo = \pi * \phi_{medio} / N^{\circ}_{pale}$$
(3.2.11)

e risulta pari a 20 mm.

Ora poiché è noto il rapporto corda/passo si ottiene che la corda è 1.5 volte il passo, cioè vale 30 mm. L'ultimo parametro da scegliere riguarda la posizione reciproca tra le pale. Si è scelto di far coincidere la coordinata assiale del bordo di uscita della prima schiera con quella del bordo di ingresso della seconda, il quale a sua volta è posizionato in direzione circonferenziale a metà del passo dal bordo di uscita della prima schiera. La terza schiera è disposta in maniera analoga.

Questa vicinanza tra i profili dovrebbe favorire il corretto funzionamento delle tre schiere, ostacolando il distacco della corrente dal profilo, in analogia con quanto avviene per gli ipersostentatori nelle ali degli aerei. Si riporta di seguito un'immagine del diffusore nella sua forma definitiva. Per chiarezza la copertura esterna non è rappresentata.



Figura 3.2.4 Diffusore

In conclusione si osserva che tre schiere di pale per compressore riescono a raddrizzare il flusso in uscita dalla girante e sono inoltre in grado di rallentarlo notevolmente. Si osservi infatti che il diffusore nel suo complesso è in grado di portare il numero di Mach della corrente da 1.04 a 0.18 e riesce a farlo con un'efficienza accettabile. In più questa soluzione presenta una riduzione del 10% diametro esterno del diffusore rispetto al risultato migliore che ci si aspettava dal diffusore radiale. Questi risultati verranno in parte confermati e meglio descritti nei prossimi paragrafi grazie ai risultati delle simulazioni.

## 3.3 Simulazioni

La mancanza di dati relativi al comportamento di una girante di tipo radiale accoppiata a un diffusore del tipo descritto nel precedente paragrafo ha determinato la necessità di eseguire una serie di simulazioni al fine di determinare la mappa del compressore ovvero l'andamento del rapporto di compressione effettivo in funzione della portata di massa a diversi regimi di rotazione. Per impostare una simulazione CFD bisogna prima considerare la geometria dei componenti e disegnare dei modelli solidi che definiscano lo spazio d'aria che si intende simulare e che si indica con il nome di dominio fluido. Nel caso specifico questo dominio è formato da tre elementi: un ingresso che contiene l'ogiva della girante, una porzione di girante che contiene una pala completa e una pala parziale e una porzione di diffusore che contiene due pale per ciascuna schiera.

Nel definire il dominio fluido si devono adottare alcuni accorgimenti: il primo consiste nel prevedere delle aree prive di discontinuità geometriche a monte e a valle della geometria di interesse, il secondo consiste nel definire il dominio in modo che le interfacce tra i vari elementi abbiano tra loro una dimensione angolare simile.

Il motivo del primo requisito dipende dal modo in cui si applicano le condizioni al contorno, all'ingresso e all'uscita del dominio. Queste condizioni sono di fatto distribuzioni uniformi di pressione o di velocità: se queste aree di pressione uniforme si trovassero vicino alla geometria di interesse, influenzerebbero il campo di moto che si sta cercando di calcolare e il risultato finale risulterebbe quindi diverso dal campo di moto reale. Inoltre se il solutore ad un certo punto proponesse la presenza di vortici vicino alle aree di ingresso o di uscita ci si ritroverebbe che in una porzione dell'ingresso il flusso esce dal dominio oppure in una porzione di uscita il flusso rientra.

Il solutore in questo caso reagisce annullando quelle componenti di velocità che hanno segno opposto a quanto richiesto dalla condizione al contorno e questo in genere causa seri errori di calcolo.

Il motivo per cui si desidera che le interfacce tra i vari componenti del dominio siano tra loro almeno simili è dovuto al fatto che, quando nel dominio fluido si presenta una discontinuità nell'area di passaggio, il solutore copia i valori di pressione, velocità e temperatura del lato a monte dell'interfaccia sul lato a valle e nel farlo adatta il campo di moto in modo che si adegui ad una superficie diversa. In questo modo però si introducono degli errori di calcolo ma se la discontinuità è piccola questi sono trascurabili.[6]

Le immagini che seguono mostrano il dominio di calcolo definitivo che è stato impiegato.



Figura 3.3.1 Tre viste del dominio fluido impiegato

Una volta definito il dominio di calcolo, questo va discretizzato in modo che il solutore possa calcolare il campo di moto in un numero finito di punti. Più punti si impiegano più il risultato sarà in generale accurato.

L'insieme dei punti utilizzati si chiama griglia di calcolo o, più comunemente, *mesh*. In generale si può dire che la mesh deve essere più fitta in quelle aree in cui si prevede una variazione delle condizioni del moto, il che significa in prossimità di ogni parete, mentre può essere più larga dove il campo di moto è verosimilmente uniforme. Sulla superficie di ciascuna parete si deve inoltre prevedere una mesh particolare che a volte viene chiamata strato limite.

Questa porzione di mesh serve a simulare l'andamento del profilo di velocità all'interno del vero strato limite ed è formata da una serie di strati di punti tutti disposti su una griglia ortogonale alla superficie. La distanza tra questi punti aumenta gradualmente allontanandosi dalla parete. In questo modo si crea una mesh molto fitta e ordinata che quindi agevola il calcolo [6].

Di seguito vengono riportati alcuni esempi della mesh nella sua forma definitiva.



Figura 3.3.3 Mesh del tratto di ingresso realizzata tramite il programma

"ANSYS mesh"



Figura 3.3.2 Mesh della girante realizzata tramite il programma "Turbo Grid"



Figura 3.3.4 Dettaglio della mesh nel tratto curvo del diffusore realizzata tramite il programma "ANSYS mesh"



Figura 3.3.5 Dettaglio della mesh nel diffusore realizzata tramite il programma "ANSYS mesh"



Figura 3.3.6 dettaglio dello strato limite nel diffusore

Una volta realizzata la mesh si devono definire le condizioni al contorno.

Per ricavare la linea operativa del compressore si opera nel seguente modo: si fissa un regime di rotazione della girante, si impone quindi la pressione totale all'ingresso del dominio che in questo caso viene posta per semplicità pari a 101500 Pa e si deve imporre anche la temperatura totale all'ingresso che in questo caso vale 295 K.

Si impone infine la pressione statica all'uscita. Il primo valore imposto è stato pari a 200000 Pa. Si aumenta quindi la pressione statica all'uscita e si registra la portata di massa, la pressione totale all'uscita e il rendimento, nonché altri valori di interesse come ad esempio la temperatura totale all'uscita. Oltre un certo valore della pressione il calcolatore non riesce a trovare una soluzione e questo significa che ci si è avvicinati al valore massimo della pressione che il compressore riesce a fornire. Si cambia quindi condizione all'uscita imponendo la portata di massa, la si cala gradualmente e si torna a registrare i valori di interesse. Quando il calcolatore non trova alcuna soluzione al di sotto di una certa portata si è ricavato il limite dello stallo del compressore.

Inizialmente si era utilizzata una mesh piuttosto larga affinché si potesse eseguire il calcolo tramite la licenza studenti del programma ANSYS.

Queste prime simulazioni non erano precise e non consideravano il gioco che si ha tra cassa e girante, motivo per cui i risultati erano poco attendibili. Mostravano però un importante fenomeno che accadeva a numeri di giri inferiori a quello di progetto.

A partire dall'80% del numero di giri si riscontrava che durante tutto il campo operativo del compressore la portata non variava, chiaro indice questo che il compressore era soffocato.

Una semplice osservazione delle linee di flusso e del grafico del numero di Mach riportati nell'immagine (3.3.7) e nell'immagine (3.3.8) ha consentito di comprendere il motivo di questo fenomeno.

54



Figura 3.3.7 Linee di flusso nel diffusore e velocità all'80% del numero di giri di progetto (primo tentativo)



Figura 3.3.8 Andamento del numero di Mach nel diffusore all'80% del numero di giri di progetto (primo tentativo)

L'immagine (3.3.8) mostra che in corrispondenza della prima schiera di pale sul lato che dovrebbe trovarsi in sovrappressione si ha un numero di Mach unitario. Questo è indice che l'angolo di incidenza della prima schiera di pale è negativo, questo sospetto viene confermato dall'andamento delle linee di flusso rappresentate in figura (3.3.7) che mostrano anche come le prime pale, essendo quasi simmetriche, deviino il flusso dal lato opposto a quello desiderato.

La conclusione di questo ragionamento è che l'angolo di ingresso calcolato secondo la procedura descritta nel paragrafo precedente è errato. Sono tre i fattori che contribuiscono a un errore della stima dell'angolo della corrente: il primo è la mancanza di informazioni sulla portata che effettivamente transita attraverso la girante e quindi nel diffusore, la quale dipende principalmente dalle effettive aree di passaggio. Il secondo fattore è l'errata stima della pressione totale che si ha nella sezione che precede il tratto palettato e che dipende dall'effettivo rapporto di compressione che la girante fornisce. La terza causa di errore, sebbene meno influente delle due precedenti, risiede in una valutazione approssimativa dello scorrimento della corrente in uscita dalla girante. Nella figura che segue si osserva inoltre un'altra problematica che riguarda questa volta la girante





Quello che si vede in figura (3.3.9) è un distacco dello strato limite dal lato corona con seguente formazione di un vortice.

L'interpretazione di questo fenomeno è meno immediata ma si può dire con certezza che non può essere causato da un flusso secondario dovuto alla portata di trafilamento tra cassa e girante, visto che non si sta simulando il relativo gioco. In generale un distacco dello strato limite è dovuto ad un gradiente di pressione avverso eccessivamente elevato, la soluzione potrebbe essere la riduzione dell'area di scarico della girante oppure la variazione del profilo meridiano all'apice della pala.

Si è quindi deciso di modificare la girante in questo senso portando la larghezza allo scarico da 8.5 a 7 mm, inoltre il numero di pale è passato da 22 a 24. Si è anche uniformata l'altezza delle pale del diffusore portandole a 7 mm; infatti, si è giudicato che un restringimento di 1 mm sul raggio fosse una complicazione geometrica inutile.

Le simulazioni mostravano anche un leggero distacco della corrente a valle della curva che collega il tratto radiale con quello assiale, si è quindi deciso di inserire un piccolo rigonfiamento che andasse a occupare l'area interessata dal distacco.

A questo punto si è eseguita una nuova serie di simulazioni volte a misurare l'angolo della corrente in ingresso nel diffusore e che considerassero questa volta un gioco di 0.25 mm all'apice. Si è visto che, quando la girante opera al massimo numero di giri, questo angolo varia tra 59° alla massima portata e 69° nel punto di massimo rendimento.

Si è quindi variato l'angolo delle palette del diffusore sempre seguendo le indicazioni del documento NACA come mostrato nel paragrafo precedente e la configurazione definitiva è riassunta nella seguente tabella

profilo	Angolo di ingresso	incidenza della	Angolo della	Angolo di
	dell'aria	corda	corda	uscita dell'aria
65-810	69°	13°	56°	57°
65-(18)10	57°	21°	36°	26°
65-(12)10	26°	15°	26°	0°

Tabella 3.3.1 configurazione definitiva del diffusore palettato

Si è quindi ricavata la mappa del compressore che viene riportata qui di seguito. Sono state inoltre eseguite una serie di simulazioni della sola girante privata del tratto di diffusore palettato con lo scopo di valutare l'effetto dell'aggiunta di questo componente.

In figura (3.3.10) si possono vedere i valori della pressione totale in uscita dal compressore. In nero sono rappresentati i valori che riguardano il compressore completo mentre in rosso quelli che riguardano la sola girante. I valori corrispondenti a queste curve sono riportati in tabella 3.3.2.



Figura 3.3.10 Pressione totale in uscita in funzione della portata di massa per diversi regimi di rotazione

Cor	Compressore con diffusore 80 000 giri		
portata	Pressione totale	rendimento	
0.529	212496	0.461	
0.530	250467	0.587	
0.528	268483	0.639	
0.517	287637	0.642	
0.515	289851	0.688	
0.494	297771	0.703	
0.473	299294	0.705	
0.452	300507	0.706	
0.431	303098	0.709	
0.410	301652	0.706	
0.399	300323	0.703	
0.389	298703	0.698	

Tabella 3.3.2 Valori simulati delle prestazioni del compressore completo parte I

portata	Pressione totale	rendimento
0.490	186179	0.558
0.488	192870	0.594
0.482	199554	0.632
0.470	207890	0.676
0.431	215435	0.716
0.420	214853	0.718
0.408	215972	0.728
0.397	216623	0.733
0.390	216757	0.734
0.378	216774	0.735
0.357	216134	0.730
0.336	217205	0.731
0.315	215983	0.726
0.294	215034	0.723
0.284	208744	0.693
0.273	205609	0.676
C	ompressore con diffusore 48 000	) giri
portata	Pressione totale	rendimento
0.391	138938	0.485
0.379	147863	0.588
0.363	155636	0.673
0.315	159958	0.730
0.294	161456	0.751
0.273	161199	0.752
0.252	161428	0.757
0.231	160763	0.751
0.210	159179	0.736
0.189	155673	0.690
0.179	154965	0.677

Le figure (3.3.11) e (3.3.12) si riferiscono invece al valore del rendimento in funzione della portata di massa. Anche in questo caso in nero sono rappresentati i valori che riguardano il compressore completo mentre in rosso quelli che riguardano la sola girante.



Figura 3.3.11 Rendimento isoentropico in funzione della portata di massa a 80000 rpm



Figura 3.3.12 Rendimento isoentropico in funzione della portata di massa a 64000 rpm

Questo campo operativo è stato giudicato soddisfacente e, per mancanza di tempo, non si è proceduto oltre nel miglioramento delle prestazioni del compressore. Ad ogni modo è utile osservare il campo di moto che si ottiene durante il funzionamento a pieno regime. Le immagini che seguono si riferiscono tutte a un numero di giri al minuto pari a 80000.

Si consideri inizialmente il funzionamento del compressore al massimo della sua portata e si osservi il grafico del numero di Mach riportato in figura (3.3.12)





Questa immagine mostra come il massimo del numero di Mach si abbia nella parte frontale della girante dove la velocità relativa è più alta. Quindi al massimo numero di giri è la girante a determinare la condizione di soffocamento, e non il diffusore, che in questo caso funziona correttamente. Tuttavia la linea operativa a 48000 giri rappresentata in figura (3.3.10) mostra come in quest'ultimo caso sia ancora il diffusore a determinare il soffocamento del compressore, in maniera analoga a quanto avveniva nella prima serie di simulazioni. Tuttavia l'effetto non è tale da pregiudicare il funzionamento complessivo del compressore e questo fenomeno, sebbene indesiderato, viene tollerato. Un altro aspetto che si nota da questo grafico è che il numero di Mach all'uscita del diffusore è dello stesso ordine di grandezza di quello che si era calcolato nel paragrafo precedente. Il massimo numero di Mach che si registra all'uscita è di 0.29 mentre in prossimità del punto di massimo rendimento il Mach all'uscita vale 0.17.



Figura 3.3.13 Linee di flusso nel diffusore alla massima portata : portata 0.528 kg/s, pressione totale all'uscita 268483 Pa, rendimento 0.639

Anche le linee di flusso rappresentate in figura (3.3.13) mostrano che il diffusore sta funzionando correttamente e che effettivamente raddrizza la corrente. Si può quindi passare a valutare il numero di Mach nella girante.



Figura 3.3.14 Numero di Mach nella girante su un piano laterale alla massima portata: portata 0.528 kg/s, pressione totale all'uscita 268483 Pa, rendimento 0.639



Figura 3.3.15 Numero di Mach nella girante in una vista frontale alla massima portata : portata 0.528 kg/s, pressione totale all'uscita 268483 Pa, rendimento 0.639
Le figure (3.3.14) e (3.3.15) mostrano come sia ancora presente un distacco dello strato limite sulla superficie esterna della girante, questo è però meno esteso rispetto a quanto avveniva nella girante originale. Non è detto che sia possibile eliminarlo completamente, nel libro "Centrifugal compressor design and performance" si legge che "questo tipo di stallo è stazionario [...], non impone un carico non stazionario sulle pale e viene considerato una normale condizione di funzionamento" [2].

Si considera ora l'andamento del numero di Mach nel punto di massimo rendimento.





Nella figura (3.3.16) si vede come, in questa condizione, il diffusore stia ancora lavorando correttamente ma si osserva un aumento delle dimensioni della scia a valle della prima e della seconda schiera di pale. Questo perché essendosi ridotta la portata l'incidenza è aumentata e ci si avvicina al punto di stallo della palettatura.



Figura 3.3.17 Numero di Mach nella girante nel punto di massimo rendimento : portata 0.431 kg/s, pressione totale all'uscita 303098 Pa, rendimento 0.709

Come mostrato dall'immagine (3.3.17) anche il distacco dello strato limite nella girante è più esteso. Questo perché il gradiente di pressione è aumentato, infatti la girante sta fornendo un rapporto di compressione più elevato rispetto al caso precedente.



Figura 3.3.18 linee di flusso nel compressore nel punto di massimo rendimento : portata 0.431 kg/s, pressione totale all'uscita 303098 Pa, rendimento 0.709

Le linee di flusso rappresentate in figura (3.3.18) mostrano inoltre che la seconda schiera di pale è ormai in condizioni di stallo ma il vortice che tende a formarsi viene in parte ridotto dalla presenza della terza schiera e nel complesso il diffusore continua a funzionare anche se non in modo ottimale.





Le linee di flusso nella girante che si vedono sia nella figura (3.3.18) che nella figura (3.3.19) mostrano che la portata di trafilamento attraverso il gioco tra cassa e girante comincia ad essere importante e dà luogo a dei moti secondari non trascurabili che comportano una perdita di efficienza. Purtroppo questa è una caratteristica delle turbomacchine di piccole dimensioni, in cui il gioco all'apice della pala è in proporzione più grande rispetto alle macchine di grandi dimensioni e le portate di trafilamento sono di conseguenza grandi in proporzione alla portata della macchina.

Si osservino infine le linee di flusso nel diffusore in prossimità del punto di stallo verso cioè le portate più basse.



Figura 3.3.20 linee di flusso nel diffusore in prossimità dello stallo : portata 0.389 kg/s, pressione totale all'uscita 298703 Pa, rendimento 0.698

Si vede dalla figura (3.3.20) che nel diffusore sia la prima schiera che la seconda schiera di pale sono ormai in condizioni di stallo, questo è reso evidente dalla formazione di vortici, anche di grandi dimensioni, a ridosso delle pale. Questa condizione condizione di funzionamento non rappresenta una stabile, indipendentemente dal diffusore impiegato, perché coincide con la portata di stallo della girante. Si osserva tuttavia che per questo valore della portata il diffusore non funziona correttamente e la corrente viene rallentata ma non raddrizzata. La terza schiera di pale comunque contribuisce ancora a ridurre la turbolenza generata dalle prime due schiere senza però riuscire ad eliminarla del tutto.



Figura 3.3.21 Numero di Mach nella girante in condizioni prossime allo stallo : portata 0.389 kg/s, pressione totale all'uscita 298703 Pa, rendimento 0.698

Osservando il grafico del numero di Mach nella girante rappresentato in figura (3.3.21) si osserva come la separazione dello strato limite interessi una porzione sempre maggiore del condotto palare, si osserva inoltre dalla figura (3.3.22) che anche i moti secondari sono aumentati di intensità .



Figura 3.3.22 Linee di flusso nella girante in condizioni prossime allo stallo : portata 0.389 kg/s, pressione totale all'uscita 298703 Pa, rendimento 0.698

Questi due fenomeni fanno si che si verifichi lo stallo della palettatura della girante e determinano il limite di funzionamento del compressore.

### 3.4 Considerazioni sul diffusore e possibilità di ottimizzazione

È quindi possibile trarre delle conclusioni riguardo al comportamento del diffusore.

In primo luogo si noti che ai numeri di giri parziali la presenza del diffusore non penalizza le prestazioni della girante e non determina una perdita significativa di pressione totale. Queste considerazioni valgono anche per la metà di destra del campo di funzionamento a pieno numero di giri mentre se si osservano portate più basse caratterizzate quindi da angoli di incidenza maggiori il diffusore introduce una perdita che verso il limite sinistro della curva non è più trascurabile.

Inoltre si riscontra una certa difficoltà da parte della prima schiera di pale a sopportare angoli di ingresso diversi da quelli di progetto, mentre la seconda schiera di pale è invece la più propensa allo stallo. La terza schiera lavora invece correttamente in ogni condizione.

Migliorare il progetto del diffusore è un compito che richiede molto tempo, sono molti infatti i parametri che lo caratterizzano e che vengono qui brevemente elencati: il diametro medio del tratto palettato, la larghezza del canale palare, il numero di pale, la solidità di ciascuna schiera, l'angolo di calettamento delle pale, la posizione relativa tra il bordo di uscita di una pala e il bordo di ingresso della pala successiva, sia in termini di distanza assiale che in termini di distanza angolare e infine il tipo di profilo adottato per ciascuna schiera. È molto probabile che esista una o più combinazioni dei valori di questi parametri che garantiscono un funzionamento ottimale del diffusore ma come accennato la ricerca di questo ottimo richiede molto tempo.

Anche migliorare il comportamento della girante non è un compito immediato ma è possibile individuare alcune linee guida tratte dal libro "Centrifugal compressor design and performance" [2].

Qualsiasi discontinuità nell'area di attraversamento della girante o del diffusore può portare a delle perturbazioni del campo di moto e quindi ad un distacco dello strato limite.

70

Un modo rapido per aumentare la stabilità del flusso nella girante è introdurre un'inclinazione della pala in direzione posteriore (il testo originale recita "to use a backward leaning blades").

Un aumento dello spessore della pala può in alcuni casi portare a un aumento della stabilità del flusso.

Riprogettare la girante secondo questi criteri potrebbe portare a dei miglioramenti in termini di aumento dell'efficienza e di estensione del range operativo. Entrambi questi miglioramenti si rifletteranno in un aumento generale delle prestazioni del motore.

## Capitolo 4 Camera di combustione

Una volta che l'aria lascia il compressore entra nella camera di combustione, nella quale il combustibile brucia e fornisce energia termica all'aria al fine di aumentarne la temperatura e consentire al motore di produrre la spinta come già spiegato nel secondo capitolo.

Per meglio caratterizzare il comportamento di questo componente si considerino le seguenti condizioni dell'aria in uscita dal diffusore: la temperatura totale  $T^{0}_{3}$  sia di 446 K e la pressione totale  $P^{0}_{3}$  sia pari a 297771 Pa. Queste condizioni sono un risultato delle simulazioni del compressore svolte a 80000 rpm e corrispondono a una portata d'aria simulata pari a 0.493 kg/s.

Queste scelte definiscono il punto in cui si desidera che il compressore operi e avranno conseguenze anche sul progetto della turbina.

Si introduce ora un'ipotesi e cioè che il 2% della portata d'aria del compressore venga utilizzata per quella lubrificazione aria-olio di cui si è accennato nel capitolo precedente.

La portata che effettivamente viene inviata alla camera di combustione è quindi pari a 0.484 kg/s.

Ad ogni modo fissate le condizioni di ingresso nella camera di combustione e note le condizioni di uscita dal ciclo termodinamico è possibile applicare il primo principio della termodinamica alla camera di combustione per determinare la quantità di combustibile necessaria.

Risulta quindi un'equazione del tipo

$$\dot{m}_a * h^0_3 + \dot{m}_c * H_u * \eta_{cc} = (\dot{m}_a + \dot{m}_c) * h^0_4$$
(4.1)

in cui  $H_u$  è il potere calorifico inferiore del combustibile mentre  $\eta_{cc}$  è un rendimento di combustione che serve a tenere conto dei prodotti parziali della combustione che si formano come idrocarburi incombusti e monossido di carbonio [13].

In base all'articolo "Design, manufacturing and operation of a small turbojet-engine for research purposes" questo valore viene scelto pari a 0.94 [3].

Dall'equazione (4.1), dividendo tutto per  $\dot{m}_a$  e introducendo il rapporto di dosatura f=  $\dot{m}_c/\dot{m}_a$ , si ottiene

$$h^{0}_{3} + f * H_{u} * \eta_{cc} = (1 + f) * h^{0}_{4}$$
(4.2)

ora è possibile esprimere  $h^{0}_{3}$  come  $c_{p aria} * T^{0}_{3}$  e similmente  $h^{0}_{4}$  è pari a  $c_{p fumi} * T^{0}_{4}$ .

Il valore di  $c_{p \text{ aria}}$  è noto e vale 1004.5 J/ kg K. Invece il valore di  $c_{p \text{ fumi}}$  dipende principalmente da due parametri che sono la temperatura statica T<sub>4</sub> e il rapporto di dosatura f.

Questa dipendenza è espressa da un grafico riportato in appendice al libro "axial flow turbines" [7], questo grafico viene riportato nella figura 4.1.



Figura 4.1 Andamento del valore di cp al di sopra dei 1000 K in funzione del rapporto di dosatura [7]

Il valore di  $H_u$  dipende invece dal combustibile impiegato. In questi motori il combustibile è solitamente cherosene, il cui potere calorifico vale all'incirca 43.5\*10<sup>6</sup> J/kg. Lo stesso valore si ha per il combustibile diesel, che a volte si utilizza in alternativa al cherosene.

Esprimendo l'incognita f dall'equazione (4.2) si ottiene

$$f = (c_{p \text{ fumi}} * T^{0}_{4} - c_{p \text{ aria}} * T^{0}_{3}) / (H_{u} * \eta_{cc} - c_{p \text{ fumi}} * T^{0}_{4})$$
(4.3)

da cui è possibile, ipotizzando un valore iniziale di  $c_{p \text{ fumi}}$  pari ad esempio a 1100 J/ kg K, calcolare un valore di f. Si ottiene quindi il valore di  $c_{p \text{ fumi}}$  leggendolo dal grafico in figura (4.1) e lo si reintroduce nell'equazione (4.3). In questo modo si ricava per tentativi che f vale 0.020 e di conseguenza  $c_{p \text{ fumi}}$  vale 0.283 C.H.U./(lb°C), che corrispondono a circa 1185 J/(kgK). Nel prossimo capitolo si discuterà ulteriormente di questo valore e di come influenzerà il comportamento della turbina.

Si osserva quindi un importante caratteristica della camera di combustione che si sta progettando, e cioè che la portata di combustibile è 48 volte più piccola della portata d'aria. Questo avviene in ogni camera di combustione per motori a reazione e rende necessari alcuni accorgimenti progettuali.



Figura 4.2 limite di infiammabilità della miscela omogenea aria benzina [13]

Come si vede dalla figura (4.2) tratta dal libro "Aircraft Propulsion" [13], indipendentemente dalla pressione dell'aria in camera di combustione, non è possibile ottenere una combustione per miscele uniformi aria-combustibile caratterizzate da rapporti di dosatura attorno al valore 0.02.

Inoltre la progettazione della camera di combustione è resa ancora più complicata da un'altra caratteristica della combustione che è la velocità del fronte di fiamma. Se la fiamma è di tipo laminare, cioè simile a quella di una candela, questa velocità raggiunge al massimo un valore di 0.5 m/s. Fortunatamente nelle fiamme di tipo turbolento questo valore è molto più grande e varia, a seconda della turbolenza, da 1 m/s fino a 20 m/s e oltre.[5] Tuttavia l'aria dal diffusore esce a una velocità prossima ai 90 m/s, quindi troppo elevata per consentire una combustione stabile.

La soluzione a questi due problemi esiste e consiste nel dividere la camera di combustione in due porzioni principali, una più interna è una più esterna separate da una parete traforata chiamata tubo di fiamma. Questo tubo di fiamma è a sua volta diviso in tre zone che sono chiamate primaria, secondaria e di miscelamento.

Nel libro "Gas Turbine Combustion" si legge che "la funzione principale della zona primaria è quella di ancorare la fiamma e di fornire tempo, temperatura e turbolenza sufficienti per ottenere una combustione essenzialmente completa della miscela aria-combustibile in ingresso.[...] Si impiegano molte diverse configurazioni di flusso ma una caratteristica comune a tutte è la creazione di un vortice toroidale che trattiene e ricircola una porzione dei gas caldi combusti per fornire una continua accensione della miscela aria combustibile in ingresso".[1]

La zona intermedia ha lo scopo di fornire ulteriore aria ai gas caldi affinché si completi la combustione in modo da ridurre le emissioni di monossido di carbonio e la formazione di fuliggine. Sebbene la zona intermedia sia quindi utile non sempre è presente. "Nei primi modelli di camera di combustione era pratica comune inserire una zona intermedia. Con l'aumento del rapporto di compressione veniva richiesta più aria per la combustione e per il raffreddamento delle pareti, di conseguenza la quantità di aria disponibile per la zona intermedia si ridusse.

Successivamente al 1970 la forma tradizionale di zona intermedia era pressoché scomparsa. Tuttavia la presenza di una zona intermedia rimane ancora una caratteristica desiderabile; quindi, si potrebbe considerare la possibilità di reinserirla" [1].

"Il ruolo della zona di miscelamento è quello di raccogliere l'aria che rimane dopo che sono stati soddisfatti i requisiti di combustione e raffreddamento delle pareti, nonché di fornire un flusso in uscita caratterizzato da un profilo di temperatura accettabile per la turbina.[...] La quantità della portata di miscelamento è di solito tra il 20 e il 40 per cento del totale. Questa portata viene inserita nel flusso dei gas caldi attraverso una o più serie di fori praticati sul tubo di fiamma" [1].

Una volta definite le caratteristiche che si richiedono alla camera di combustione se ne deve scegliere una configurazione. Nei motori a reazione di piccole dimensioni la ricerca della semplicità costruttiva fa si che tutte le camere di combustione siano del tipo anulare. Una camera di questo tipo è inoltre più leggera rispetto a una camera di combustione di tipo tubolare la quale, presentando una maggiore superficie interna, è anche caratterizzata da una perdita di pressione totale maggiore. Per questo motivo anche nei motori a reazione di normali dimensioni si preferisce una configurazione anulare.

Si osserva ora che nei motori a reazione per modellismo la configurazione più comune è quella a flusso diretto, cioè l'aria che esce dal compressore entra nella camera di combustione e quindi, senza subire cambi di direzione, entra nella turbina.

Tuttavia si può leggere dal libro "Gas Turbine Combustion" che "nei piccoli motori le alte velocità dell'albero rendono necessario un accoppiamento ravvicinato tra il compressore e la turbina in modo da ridurre i problemi di vibrazione dell'albero. Questa richiesta, specialmente quando viene combinata con la necessità di una bassa area frontale ha portato all'utilizzo quasi universale di camere di combustione anulari a flusso inverso [...]. I principali vantaggi di questa configurazione sono, in aggiunta a una lunghezza dell'albero molto ridotta, un'efficiente utilizzo del volume di combustione disponibile e un più facile accesso agli iniettori del combustibile" [1].

In questo motore si è quindi scelto di utilizzare una camera di combustione del tipo a flusso inverso, la quale presenta la caratteristica di deviare il flusso d'aria due volte, come rappresentato nella figura (4.3), che mostra appunto una tipica camera di combustione di questo tipo.



Figura 4.3 Configurazione di una camera di combustione a flusso inverso [1]

Il primo passo per progettare la camera di combustione è valutare lo spazio che si ha a disposizione. Il raggio massimo disponibile Re in questo caso corrisponde al raggio massimo del diffusore ovvero 70.5 mm, mentre il raggio minimo Ri è definito dal condotto di scarico e vale 31 mm. Questo valore è in realtà un risultato della progettazione della turbina, che verrà descritta nel prossimo capitolo.

Si decide di sfruttare tutto lo spazio disponibile: si calcola quindi l'area di riferimento A <sub>ref</sub> definita da questi due raggi tramite [1]

$$A_{ref} = \pi^* (Re^2 - Ri^2) \tag{4.1}$$

Il valore di  $A_{ref}$  è di 12589 mm<sup>2</sup>.

A questo punto si deve scegliere la percentuale di quest'area occupata dal tubo di fiamma. Un tubo di fiamma caratterizzato da una grande area di passaggio dà luogo a una ridotta velocità dell'aria che lo attraversa e di conseguenza facilita la stabilità della combustione e ne migliora anche il rendimento.

Tuttavia, se una grande porzione della superficie disponibile è occupata dal tubo di fiamma si riduce l'area di passaggio al suo esterno con conseguente aumento della velocità e quindi di perdite fluidodinamiche.[1]

Si introduce quindi il valore k<sub>opt</sub> che definisce la percentuale ottimale dell'area trasversale del tubo di fiamma rispetto all'area disponibile: questo valore si calcola tramite [1]

$$k_{opt} = 1 - \left[ \frac{(1 - \dot{m}_{sn})^2 - \lambda}{\frac{\Delta P_{3-4}}{q_{ref}} - \lambda r^2} \right]^{1/3}$$
(4.2)

in cui  $\dot{m}_{sn}$  rappresenta la portata d'aria che si avrebbe negli iniettori se questi fossero del tipo "airblast" o del tipo "premix-prevaporize" che sono degli iniettori che assieme al combustibile iniettano anche una portata d'aria per creare una miscela migliore. In questo motore non è previsto l'utilizzo di questi particolari iniettori e quindi  $\dot{m}_{sn}$  vale 0.

 $\lambda$  è invece un coefficiente di perdita di pressione nel diffusore che precede il tubo di fiamma nella camera di combustione. Si è scelto  $\lambda$ =0.45 in quanto questo valore è normalmente associato ai "dump diffuser", i quali sono diffusori caratterizzati da un brusco aumento dell'area di passaggio. Si osservi che, anche nella camera di combustione che si sta realizzando, c'è un brusco aumento dell'area trasversale tra l'uscita del diffusore del compressore e la camera di combustione.

Il gruppo  $\frac{\Delta P_{3-4}}{q_{ref}}$  vale all'incirca 20 in una tipica camera di combustione anulare.

Non è possibile conoscere questo valore a priori a meno di non realizzare una complessa simulazione numerica che consideri l'effetto della presenza della fiamma,

la quale, alterando il campo di moto introduce delle perdite ulteriori rispetto alla camera di combustione semplicemente attraversata dall'aria [1].

Infine il valore r rappresenta il rapporto tra l'area definita dal raggio massimo del combustore e l'area A <sub>ref</sub>. In questo caso r vale 1.24.

Inseriti quindi questi valori nell'equazione (4.2) si ottiene un valore di k $_{opt}$  pari a 0.70.

L'area occupata dal tubo di fiamma  $A_L$  è quindi 0.7 volte l'area  $A_{ref}$ . Si ottiene quindi  $A_L=8812 \text{ mm}^2$ .

Il tubo di fiamma potrebbe quindi avere un raggio esterno di 64 mm e un raggio interno di 36 mm.

Una volta definite le dimensioni radiali che caratterizzano la camera di combustione bisogna considerarne la lunghezza.

In un combustore la lunghezza del tubo di fiamma deve essere tale da soddisfare due requisiti: fornire sufficiente spazio affinché la fiamma possa svilupparsi completamente e dare modo all'aria di miscelarsi con i gas caldi in modo accettabile. Di solito quest' ultima richiesta dà luogo a lunghezze maggiori di quelle richieste dalla sola reazione chimica.

Si introduce quindi un valore denominato "pattern factor" e indicato come  $\frac{T_{max}-T_4}{T_4-T_3}$ , il quale rappresenta l'uniformità del profilo di temperatura in ingresso nella turbina:  $T_{max}$  è infatti il valore del picco di temperatura in questo profilo.

È possibile calcolare questo valore tramite la relazione

$$\frac{T_{\text{max}} - T_4}{T_4 - T_3} = 1 - e^{\left(-0.050 * \frac{L_L}{D_L} * \frac{\Delta P_L}{q_{\text{ref}}}\right)^{-1}}$$
(4.3)

Il valore del "pattern factor" è stato scelto pari a 0.25. In base al grafico in figura (4.4) riportato qui sotto , 0.25 è il valore più comune [1].



Figura 4.4 Andamento del "pattern factor" in base alle dimensioni del combustore [1] Si è scelto quindi di approssimare il valore del gruppo  $\frac{\Delta P_L}{q_{ref}}$  a 18, che è come affermare che il 90 per cento delle perdite di pressione è dovuto alla presenza del tubo di fiamma. Ancora una volta non è possibile conoscere a priori questo valore a meno di non realizzare delle simulazioni dettagliate.

Il valore di  $D_L$  rappresenta invece la differenza tra raggio esterno e raggio interno del tubo di fiamma e in questo caso vale 28 mm.

Accettando queste ipotesi e in mancanza di ulteriori informazioni si passa a ricavare il valore di  $L_L$  inserendo i dati nell'equazione (4.3). Risulta quindi che il tubo di fiamma deve essere lungo 108 mm.

In questo modo si sono ricavate le dimensioni principali della camera di combustione, resta da definire la disposizione dei fori sul tubo di fiamma.

Prima di questo però è bene dichiarare esplicitamente le ipotesi che sono state fatte in relazione alla distribuzione delle pressioni nella camera di combustione. Come detto in precedenza il 90 % della perdita di pressione viene associato al passaggio dell'aria attraverso i fori del tubo di fiamma. Il restante 10% viene invece associato al brusco

aumento di sezione che segue l'uscita del compressore, non si associa nessuna perdita alla curva che devia i gas combusti prima del suo ingresso in turbina.

Un'ulteriore ipotesi riguarda l'omogeneità delle pressioni. La pressione all'interno del tubo di fiamma è omogenea e pari alla pressione di uscita dalla camera di combustione  $P_{4}^{0}= 267994$  calcolata come nel capitolo 2 imponendo cioè un coefficiente di perdita di pressione totale pari a 0.9. La pressione esterna al tubo di fiamma è anch'essa omogenea e vale 294793 Pa. Quest'ultimo valore è stato calcolato nel seguente modo:

se la pressione  $P_3^0$  vale 297771 Pa e il rapporto  $P_4^0/P_3^0$  vale per ipotesi 0.9, si veda il capitolo 2, allora la differenza di pressione  $P_3^0-P_4^0$  è pari a 29777 Pa. Il 10% di questo valore è pari a 2978 Pa; quindi, la pressione esterna al tubo di fiamma è pari per ipotesi a  $P_3^0$ -2978 Pa ovvero 294793 Pa.

Queste ipotesi di omogeneità delle pressioni non sono realistiche e nemmeno l'ipotesi riguardante le perdite è del tutto esatta ma vengono accettate in mancanza di ulteriori informazioni.

Si introduce ora l'equazione della portata che transita attraverso un foro, la quale risulta [1]

$$\dot{m} = C_d * A * (2 * \rho_3 * P_{in} - P_j)$$
 (4.4)

In questa equazione  $P_{in}$  è la pressione dell'aria in ingresso nel foro e  $P_J$  è la pressione a valle del foro: poiché in quell'area si trova un getto d'aria, creato appunto dalla portata che scorre attraverso il foro,  $P_j$  è la pressione che si incontra all'interno di questo getto.

 $\rho_3$  è invece la densità dell'aria in uscita dal compressore, la quale, secondo i risultati delle simulazioni, vale 2.29 kg/m<sup>3</sup>.

A è l'area geometrica del getto e  $C_d$  è un coefficiente che tiene conto dell'effettiva geometria del getto a valle del foro.

Il valore di  $C_d$  dipende da tutti quei fattori che influenzano il campo di moto a valle del foro ma principalmente dipende dal salto di pressione che si ha tra monte e valle dello stesso.

Questo salto di pressione viene espresso tramite il parametro adimensionale k, il quale a sua volta dipende principalmente dall'angolo che il getto forma con la parete del tubo di fiamma. La definizione di quest'angolo viene riportata in modo schematico in figura (4.5) e l'andamento di k in funzione dell'angolo  $\theta$  è riportato nel grafico di figura (4.6)



Figura 4.5 Rappresentazione schematica del flusso attraverso il foro [1]



Figura 4.6 andamento del coefficiente k in funzione dell'angolo  $\theta$  [1]

Se fosse quindi noto  $\theta$  l'angolo del getto sarebbe quindi possibile ricavare il valore di k e dal grafico in figura (4.7) si potrebbe ricavare il valore di C<sub>d</sub> che è necessario per il calcolo della portata.



Figura 4.7 Andamento del valore di C<sub>d</sub> in funzione di k [1]

Purtroppo con le conoscenze che si hanno a questo punto della progettazione non è possibile valutare l'angolo  $\theta$ .

L'unico modo sarebbe quello di considerare una camera di combustione simile, per dimensioni e portata d'aria, a quella che si sta progettando e della quale si conosce il valore di quest'angolo, ma non è questo il caso.

Si è quindi costretti a fissare un valore di  $C_d$  pari a 0.5 e si dovrà verificare in seguito che il valore del coefficiente di pressione k sia pari a 6 o superiore. La pressione di ingresso al foro è pari a quella esterna al tubo di fiamma, cioè pari a 294793 Pa. La pressione in uscita dal foro è pari per ipotesi a quella all'uscita dalla camera di combustione. Introducendo questi valori nell'equazione (4.4) è possibile ricavare il valore dell'area di passaggio del foro in funzione della portata di massa che deve attraversarlo. Risulta quindi

$$\dot{m}_{h}=175^{*}A$$
 (4.5)

Si consideri per un momento la portata di combustibile che deve essere immessa nella camera di combustione: questa vale 0.02 volte la portata d'aria, ovvero 0.01 kg/s. Si consideri quindi che il rapporto stechiometrico vale 14.5 o, in altre parole, che la portata d'aria deve essere 14.5 volte più grande della portata di combustibile [5]. Se nella zona primaria si deve ottenere un rapporto di dosatura stechiometrico assieme agli 0.01 kg/s di combustibile si devono introdurre anche 0.145 kg/s d'aria.

Inserendo questo valore nell'equazione (4.5) si ricava un'area di passaggio di 8.28\*10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup> che corrispondono a 828 mm<sup>2</sup>. Quindi nella zona primaria della camera di combustione, in prossimità degli iniettori del carburante devono essere ricavati dei fori che complessivamente presentano un'area di 828 mm<sup>2</sup>. A titolo di esempio se si utilizzano fori del diametro di 3 mm ne servono 117 in totale. Questi fori devono essere disposti in modo tale da creare un vortice stazionario in prossimità dell'iniettore di carburante per ottenere quella continua accensione della miscela aria/combustibile di cui si è accennato in precedenza.

A tal proposito si riporta qui una frase dal libro "Gas Turbine Combustion"[1]: "Nelle camere di combustione anulari, a flusso inverso l'aria che scorre attraverso i fori sulla parete esterna del tubo di fiamma si avvicina a questi fori da una direzione opposta a quella seguita dall'aria che entra nella zona della combustione dai fori praticati sulla parete interna. Inoltre[...] l'aria che scorre nell'anello interno soffre di una perdita di pressione maggiore, a causa del percorso più lungo che compie, rispetto all'aria nell'anello esterno. Per queste ragioni è impossibile bilanciare i getti d'aria che provengono dalle pareti interna ed esterna del tubo di fiamma in termini di angolo iniziale, profondità di penetrazione e quantità di moto. Di conseguenza [...] si utilizza in genere un'immissione dell'aria da un singolo lato che produca un singolo vortice di ricircolo nella zona primaria" [1].

Si passa ora a considerare la zona secondaria, che in questo motore ha lo scopo di fornire ulteriore aria per completare la combustione. Il limite inferiore all'accensione si ha per un rapporto aria/combustibile pari a 21 [5], il quale corrisponde a una portata d'aria di 0.210 kg/s. Di questi, 0.145 sono già stati forniti nella zona primaria

e se ne devono fornire altri 0.065 kg/s. Applicando ancora la relazione (4.5) si ottiene un'area di 371 mm<sup>2</sup>. Se si utilizzano fori dal diametro di 4 mm ne servono 30.

La portata d'aria che rimane da inserire all'interno del tubo di fiamma è pari a 0.274 kg/s e questa è la portata che deve transitare attraverso la zona di miscelamento. Applicando un'ultima volta l'equazione (4.5) si ricava un'area pari a 1566 mm<sup>2</sup>.

Esistono dei metodi che consentono di ricavare il numero ottimale di fori da assegnare alla zona di miscelamento per ottenere il migliore profilo di temperatura all'uscita. Si legge infatti che "se l'area di attraversamento è distribuita in un grande numero di fori la penetrazione [del getto] sarà inadeguata e un nucleo caldo persisterà attraverso la zona di miscelamento. Viceversa l'utilizzo di un ridotto numero di fori avrà come risultato un nucleo caldo dovuto a una sovra penetrazione a uno scarso miscelamento" [1].

Purtroppo questi metodi richiedono la conoscenza delle condizioni del flusso attraverso i fori. A titolo di esempio si riporta il metodo NASA [1], che si traduce nella seguente equazione

$$N^{\circ}_{opt} = \pi (2J)^{0.5} / C \tag{4.6}$$

In cui C è una costante sperimentale che si può considerare pari a 1.25, J è invece definito come [1]

$$J = \rho_j * U_j / \rho_g * U_g \tag{4.7}$$

dove  $\rho_j e U_j$  sono rispettivamente la densità e la velocità dell'aria nel getto mentre  $\rho_g e U_g$  sono i valori relativi al flusso dei gas combusti che sta lasciando la zona secondaria e entra nella zona di miscelamento. Queste grandezze non possono essere note a priori, se non altro perché non si è ancora definito il numero dei fori. Se per ipotesi però il valore di J fosse pari a 26, che ne libro "Gas Turbine Combustion" [1] viene considerato un valore intermedio, si otterrebbe N°<sub>opt</sub>= 18 fori.

Un'ultima considerazione riguarda l'iniezione del carburante: in questi motori si preferisce di gran lunga utilizzare un'iniezione per evaporazione.

Questa, in estrema sintesi, avviene immettendo del combustibile in tubi posti all'interno della camera di combustione. Questi tubi sono immersi nei gas caldi e il carburante che scorre al loro interno evapora, fuoriuscendo quindi dagli iniettori in forma gassosa. Questi iniettori consentono di impiegare pressioni di iniezione relativamente basse che si traducono in un minore consumo di energia da parte della pompa del carburante. Tuttavia bisogna considerare che "non è stato ancora realizzato nessun metodo di iniezione completamente soddisfacente per motori di piccole dimensioni. Il cuore del problema è che le richieste di alte efficienze di combustione, basse emissioni e un buon "pattern factor" richiedono l'utilizzo di un grande numero di iniettori del carburante. Tuttavia, più grande è il numero, più le dimensioni sono ridotte e l'esperienza ha mostrato che piccoli condotti e orifizi, sotto gli 0.5 mm, sono afflitti da erosione e da ostruzioni" [1].

Durante l'avvio del motore, poiché la camera di combustione è ancora fredda, il combustibile non riesce ad evaporare per questo serve un sistema di iniezione secondario che consenta il riscaldamento della camera. Nei motori per modellismo il metodo di accensione tradizionale consiste nell'avviare il motore con un gas combustibile, ad esempio propano, e poi una volta raggiunta una temperatura adeguata sostituire l'alimentazione a propano con quella a cherosene.

Un'altra caratteristica di questo tipo di iniezione è che un eccessivo e rapido aumento della portata di combustibile può raffreddare i condotti, provocando una mancata evaporazione e un conseguente pessimo funzionamento della camera di combustione [1].

Come conclusione si deve ricordare che per considerare completa la progettazione della camera di combustione è necessario effettuare delle simulazioni al computer così da ottenere almeno delle indicazioni sul comportamento della camera di combustione reale e dare delle indicazioni di possibili migliorie.

88

# Capitolo 5 Turbina

L'ultima macchina che rimane da progettare è la turbina. Questa ha lo scopo di fornire l'energia necessaria al compressore e lo fa estraendola dai gas caldi che escono dalla camera di combustione.

Si considerano quindi le condizioni di ingresso nella turbina ovvero la temperatura totale pari a 1073 K e la pressione totale pari a 267994 Pa, valore questo già introdotto nel capitolo precedente.

Bisogna ora calcolare il salto entalpico che si deve realizzare in turbina e per farlo si considera che la potenza assorbita dal compressore è pari a quella fornita dalla turbina. Questo bilancio delle potenze si esprime come [13]

$$\dot{m}_{a \text{ compressore}} * \Delta h_{2-3} = 0.99 * \dot{m}_{a \text{ turbina}} * \Delta h_{4-5}$$
(5.1)

La portata d'aria  $\dot{m}_{a \text{ compressore}}$  è un risultato delle simulazioni del compressore e vale nel punto di progetto scelto nel capitolo precedente 0.494 kg/s, il salto entalpico  $\Delta h_{2-3}$ risulta, sempre da simulazione, pari a 151680 J/kg. Dall'altro lato della formula la portata  $\dot{m}_{a \text{ turbina}}$  risulta essere pari a 0.484 kg/s per via dell'ipotesi di sfruttare il 2% della portata del compressore per la lubrificazione. Infine 0.99 rappresenta un rendimento meccanico che serve a tener conto dell'attrito nei cuscinetti.

Si ricava quindi che il salto entalpico in turbina ∆h<sub>4-5</sub> deve essere pari a 156377 J/kg.

Nota quindi l'entalpia in ingresso alla turbina  $h_4^0 = 1271505$  J/kg si ricava l'entalpia allo scarico della turbina che risulta  $h_5^0 = 1115128$  J/kg si ricava infine che la temperatura totale allo scarico risulta pari a 941 K. L'unico dettaglio che rimane da definire è il nuovo valore di  $\gamma$ .

Se si considera [13]

$$C_{p} = \gamma R / \gamma - 1 \tag{5.2}$$

ipotizzando invariato il valore di R ovvero 287 J/(kgK), e accettando il valore di  $c_p$  1185 J/(kgK) si ottiene che il valore di  $\gamma$  è pari a 1.32.

Sono state progettate e simulate diverse turbine prima di arrivare a quella definitiva. Di seguito viene riportato il progetto della turbina che si è rivelata essere la migliore e che è quindi stata adottata per questo motore.

#### 5.1 Statore

Avendo scelto una configurazione a inversione di flusso per la camera di combustione, la turbina viene a trovarsi a ridosso della girante nello spazio libero all'interno del tratto assiale del diffusore. La configurazione scelta è quella di una turbina a flusso assiale a diametro costante. Questa configurazione presenta dei vantaggi in termini di semplicità geometrica e in più come mostrato dalle simulazioni consente di ottenere una elevata efficienza.

Si considera quindi che all'interno del diffusore, una volta prevista una parete di adeguato spessore che ne sostenga le palette, il massimo raggio disponibile è pari a 59 mm. Se si considera un canale di passaggio per l'aria dell'altezza di 15 mm, indicativamente il doppio dell'altezza del diffusore, si ottiene il massimo raggio disponibile per l'installazione della turbina che vale quindi 44 mm.

Il raggio interno viene scelto per ipotesi pari a 30 mm, questo dà luogo ad un'altezza della pala di 14 mm. La media aritmetica dei due raggi definisce infine il raggio medio  $R_m$  che in questo caso vale 37 mm. L'area di passaggio A vale invece  $\pi(\text{Re}^2-\text{Ri}^2) = 3253 \text{ mm}^2$  ed è costante lungo l'asse.

Poiché turbina e compressore sono calettati sullo stesso albero il loro numero di giri N è lo stesso e quindi la turbina nel punto di progetto ruota a 80000 rpm. È quindi possibile calcolare  $\omega$  tramite

$$\omega = 2\pi \,\mathrm{N/60} \tag{5.1.1}$$

ottenuto il valore di  $\omega$  si calcola la velocità tangenziale al diametro medio tramite

$$U_m = \omega R_m \tag{5.1.2}$$

Che risulta essere pari a 310 m/s. Bisogna ora controllare il valore del coefficiente di lavoro  $\Psi$  definito come

$$\Psi = \Delta h / U_m \tag{5.1.3}$$

Che risulta essere pari a 1.64. questo valore è pienamente compatibile con le capacità di una turbina assiale. [7]

Si considera ora l'equazione di Eulero [7]

$$\Delta h = U * (C_{u \text{ in}} - C_{u \text{ out}})$$
(5.1.4)

In cui  $C_u$  in rappresenta la velocità tangenziale in ingresso al rotore della turbina mentre  $C_u$  out rappresenta quella all'uscita del rotore. Si sceglie quindi di impiegare una turbina a scarico assiale ovvero il valore di  $C_u$  out è 0. Questa scelta deriva dalla considerazione che qualsiasi componente di velocità allo scarico che non ha direzione assiale, non contribuisce alla spinta del motore e rappresenta una perdita di energia cinetica. Quindi la formula (5.1.4) si riduce a

$$\Delta h = U * C_{u in} \tag{5.1.5}$$

Essendo noti i valori di U e di  $\Delta$ h è possibile ricavare il valore di C<sub>u</sub> al raggio medio che vale quindi 504 m/s. Utilizzando la legge del vortice libero è anche possibile ricavare il valore di Cu all'apice e al mozzo, ovvero da [7]

$$R*C_u = \text{costante} = R_m * C_{u m}$$
(5.1.6)

Dalla quale si ricava che all'apice Cu vale 424 m/s e al mozzo vale 622 m/s. Per definire correttamente gli angoli dello statore manca da calcolare la velocità meridiana all'uscita dallo stesso.

Si considera quindi il seguente grafico tratto dal libro "Axial Flow Turbines" che descrive l'andamento del coefficiente di perdita di pressione totale Y in funzione della solidità qui espressa dal valore passo/corda.[7]



Figura 5.1.1 Coefficiente di perdita di pressione totale in funzione della solidità [7] Dal grafico in figura (5.1.1) si sceglie un valore di  $Y_p$  pari a 0.06 in quanto si tratta di un valore cautelativo.

Y<sub>p</sub> è definito come [7]

$$Y_{p} = \frac{P_{in}^{0} - P_{out}^{0}}{P_{out}^{0} - P_{out}}$$
(5.1.7)

È quindi possibile calcolare le condizioni dei gas in uscita dallo statore nel seguente modo:

- si ipotizza un valore iniziale della densità  $\rho$  in uscita dallo statore della turbina ad esempio  $\rho$  =0.6 kg/m<sup>3</sup>.
- si calcola una velocità meridiana C<sub>m</sub> tramite l'equazione della portata di massa ovvero

$$\dot{m}_{a \text{ turbina}} = \rho * A * C_m$$
 (5.1.8)

 Poiché è nota la velocità tangenziale al raggio medio C<sub>u</sub>, il cui valore è di 504 m/s, si ricava la velocità in uscita dallo statore al raggio medio tramite

$$C = \sqrt{C_m^2 + C_u^2}$$
(5.1.9)

 Quindi essendo nota la temperatura totale T<sup>0</sup><sub>4</sub> e poiché questa si conserva nello statore si ricava la temperatura a valle di quest'ultimo tramite [13]

$$T = T^{0}_{4} - \frac{C^{2}}{2 * c_{p \text{ fumi}}}$$
(5.1.10)

 Ora si considera che il valore di Y<sub>p</sub> è stato ricavato da prove in galleria del vento a bassa velocità, per questo motivo si può scrivere che [13]

$$P_{out}^0 - P_{out} \approx \frac{1}{2} \rho_{out} C_{out}^2$$
(5.1.11)

- Si sostituisce l'espressione (5.1.11) nell'equazione (5.1.7) ed essendo note tutte le variabili è possibile ricavare dall'equazione (5.1.7) il valore della pressione totale all'uscita degli ugelli.
- Si calcola quindi il numero di Mach tramite [13]

$$\mathbf{M} = \mathbf{C} / \sqrt{\mathbf{\gamma} * \mathbf{R} * \mathbf{T}} \tag{5.1.12}$$

• E quindi si ricava la pressione statica all'uscita degli ugelli tramite [13]

$$P = P^{0} / \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} * M^{2}\right)^{\gamma / \gamma - 1}$$
(5.1.13)

• E infine il nuovo valore della densità tramite [13]

$$\rho = \frac{P}{R*T} \tag{5.1.14}$$

E si ripete il procedimento appena descritto finché le variazioni sul valore della densità sono trascurabili. Si ottengono quindi i seguenti risultati

<i>ρ</i> =0.555	C <sub>m</sub> =268	T=935	M= 0.96	$P^{0}_{out} = 262565$	Pout=149041
kg/m <sup>3</sup>	m/s	Κ		Ра	Ра

Ora poiché si è calcolato il valore della velocità meridiana, se questa è costante lungo il raggio, è possibile calcolare il valore degli angoli della corrente all'apice e al mozzo dello statore. All'ingresso questi angoli sono nulli mente all'uscita si calcolano tramite

$$\beta = \arctan\left(\frac{Cu}{Cm}\right) \tag{5.1.15}$$

e risulta un angolo di uscita all'apice di 58°, al raggio medio di 62° e al mozzo di 67°. Bisogna ora definire la geometria delle pale.

Per prima cosa si sceglie la geometria del profilo della pala, negli statori per turbina si impiega comunemente il profilo  $A_3K_7$  il quale, "è adatto a palettature [a reazione] in cui vi è un'accelerazione [del flusso] attraverso la schiera. La forma della *camber line* dà una rapida deviazione nella parte anteriore della pala, dove il numero di Mach è basso" [7].

Scelto il profilo se ne può scegliere la corda assiale, cioè la distanza assiale tra bordo di ingresso e bordo di uscita. Si è visto che un buon valore iniziale per la scelta di questo parametro è porre la corda assiale pari all'altezza della pala, che in questo caso vale 14 mm.

È quindi possibile definire il numero di pale, inizialmente si era deciso di applicare il criterio di solidità ottimale di Zweifel che, nel caso specifico, si esprime come [7]

Passo/corda assiale = 
$$\Psi$$
/ sin (2  $\beta$ ) (5.1.16)

In cui  $\Psi$  è un coefficiente che dipende dal tipo di pala e che il libro "Axial Flow Turbines" suggerisce essere pari a 0.84. [7] Applicando quindi l'equazione (5.1.16) al raggio medio si ottiene un passo pari a 14.2 mm. La circonferenza al raggio medio è pari a 232.4 mm, si ottiene quindi un numero di pale pari a 16. Questo numero è plausibile ma le simulazioni mostrano che i migliori risultati si ottengono con un numero di pale dello statore pari a 14.

Per avere un'idea della corda del profilo si consideri per un momento che gli angoli della pala corrispondano con gli angoli della corrente. Questo significherebbe, al raggio medio, un angolo della corda pari a 49° e quindi una corda della lunghezza di 21mm. La procedura di calcolo di questi valori verrà specificata più avanti.

È ora possibile calcolare lo scorrimento d applicando la formula di Carter, che si esprime come [7]

$$d = m^* \theta^* \sqrt{passo/corda}$$
(5.1.17)

in cui m si ricava dal grafico in figura (5.1.2) e  $\theta$  rappresenta la deviazione angolare espressa dalla pala.



Figura 5.1.2 Andamento del valore di m [7]

Se si considera m pari a 0.07 e la corda è indicativamente pari a 21 mm applicando la formula (5.1.17) al raggio medio si ottiene uno scorrimento pari a 3.5°.

Gli angoli costruttivi all'uscita dello statore saranno quindi pari a 62° all'apice e 66° al mozzo.

Infine si definisce il coefficiente di lift C<sub>1</sub> della pala e di conseguenza l'angolo della corda.

Nel profilo A<sub>3</sub>K<sub>7</sub> l'angolo della linea media all'ingresso si calcola come [7]

$$a_{in} = \arctan\left(\frac{0.397}{0.5} * C_l\right)$$
 (5.1.18)

e similmente l'angolo all'uscita si ottiene tramite [7]

$$a_{\text{out}} = \arctan\left(\frac{0.801}{5} * C_l\right) \tag{5.1.19}$$

Si considera un angolo di incidenza nullo e si ottiene che la somma degli angoli di ingresso e di uscita della pala deve essere pari alla somma della deviazione e dello scorrimento ovvero

$$\mathbf{a}_{\rm in} + \mathbf{a}_{\rm out} = \mathbf{\theta} + \mathbf{d} \tag{5.1.20}$$

Quindi si introducono le equazioni (5.1.18) e (5.1.19) nell'equazione (5.1.20) e si ricava per tentativi il valore di C<sub>1</sub>. Infine si sottrae l'angolo di uscita della pala alla somma deviazione scorrimento e si ricava così l'angolo della corda che in questo specifico caso coincide anche con l'angolo a<sub>in</sub>. La lunghezza della corda si calcola invece dividendo la corda assiale per il coseno di quest'angolo.

Si ottengono quindi i seguenti risultati

Apice	$\theta + d = 62^{\circ}$	$C_l = 1.45$	a <sub>corda</sub> =49°	Corda= 21 mm
Mozzo	$\theta + d = 66^{\circ}$	$C_1 = 1.59$	a <sub>corda</sub> =51°	Corda= 22 mm

### 5.2 Rotore

Si passa ora a progettare il rotore. Le condizioni di uscita dallo statore sono anche quelle di ingresso nel rotore ma per definire gli angoli della pala bisogna prima ricavare le velocità tangenziali relative all'apice e al mozzo.

Dall'equazione (5.1.2) si ricava che la velocità tangenziale del rotore vale 368 m/s all'apice della pala e 251 m/s al mozzo. Per ricavare le velocità tangenziali relative  $W_u$  si sottrae il valore di U al corrispondente valore della componente  $C_u$ . Essendo che U vale 368 m/s all'apice e 251 m/s al mozzo risulta quindi che  $W_u$  vale 56 m/s all'apice e 371 m/s al mozzo. È quindi possibile definire l'angolo della corrente in ingresso nel rotore applicando l'equazione (5.1.15) in cui si sostituisce il valore di  $C_u$  con  $W_u$ .

Risulta quindi che la corrente relativa entra nel rotore con un' angolo di 12° all'apice e di 54° al mozzo. Ancora una volta si impone che l'incidenza sia nulla e si definiscono quindi gli angoli di ingresso della pala.

Bisogna ora definire le condizioni di uscita dal rotore.

Si è già calcolato che la temperatura totale all'uscita T<sup>0</sup><sub>5</sub> è pari a 941 K

Se il processo di estrazione del lavoro nella turbina fosse isoentropico si ricaverebbe la pressione totale all'uscita tramite [13]

$$P_{5 \text{ is}}^{0} = P_{\text{out statore}}^{0} * \left(\frac{T_{5}^{0}}{T_{4}^{0}}\right)^{\gamma/\gamma - 1}$$
(5.2.1)

E il valore di  $P_{5 is}^0$  risulta pari a 152156 Pa.

È quindi possibile utilizzare la definizione di  $Y_p$  (5.1.7) per stimare l'effettiva pressione in uscita dal rotore solo inserendo il valore di  $P^{0}_{5 \text{ is}}$  al posto del valore  $P_{\text{in}}$  e adottando la semplificazione fatta tramite l'equazione (5.1.11). Si segue quindi il procedimento visto per lo statore adottando il valore di  $Y_p$  pari a 0.12.

Questo serve a tenere conto in maniera indiretta dell'effetto del gioco che si ha all'apice della pala e che da luogo a dei trafilamenti che a loro volta generano vortici che sono causa di ulteriori perdite. Si ricavano infine i seguenti valori all'uscita dal rotore

<i>ρ</i> =0.481	C <sub>m</sub> =309	T=901	M= 0.53	$P^{0}_{5} = 149400$	P <sub>5</sub> =124705
kg/m <sup>3</sup>	m/s	K		Ра	Ра

Ora se si vuole che i gas escano assialmente si deve fare in modo che la velocità tangenziale relativa  $W_u$  sia pari alla velocità tangenziale della pala U.

Ottenuti quindi i valori di  $W_u$  all'apice e al mozzo e conoscendo il valore di  $C_m$  si ricavano tramite l'equazione (5.1.15) gli angoli relativi della corrente in uscita dal rotore che risultano essere di 50° all'apice e di 39° al mozzo. Analogamente a quanto fatto per lo statore si sceglie una corda assiale che in questo caso è di 16 mm. Si

calcola quindi la solidità ottimale tramite il criterio di Zweifel che in questo caso si esprime come [7]

Passo/corda assiale = 
$$\Psi/(2 * (\tan(a_{in}) + \tan(a_{out})) * \cos^2(a_{out}))$$
 (5.2.2)

E in questo caso, se  $\Psi$ =0.85, applicando l'equazione (5.2.2) all'apice della pala si ricava un passo di 12 mm, che porta a un numero di pale nel rotore pari a 23.

Anche in questo caso il valore ottenuto è realistico, tuttavia nella configurazione finale si sono ottenuti migliori prestazioni adottando 19 pale.

È quindi possibile stimare un valore della corda applicando le equazioni (5.1.18), (5.1.19) e (5.1.20) all'apice della pala e imponendo momentaneamente d = 0, si ottiene una corda stimata di 20 mm. Applicando la formula di Carter (5.1.17) si ricava uno scorrimento pari a 3°, quindi seguendo la stessa procedura vista per le pale dello statore si ricava la forma delle pale del rotore, ottenendo i seguenti risultati

Apice	a <sub>in</sub> =12°	a <sub>out</sub> =50°	θ=62°	
Mozzo	a <sub>in</sub> =54°	a <sub>out</sub> =39°	θ=93°	
Apice	$\theta + d = 65^{\circ}$	$C_1 = 1.56$	a <sub>corda</sub> =39°	Corda= 21 mm

È anche possibile calcolare il grado di reazione della turbina che è definito come [7]

$$R = \frac{\Delta h_{rotore}}{\Delta h_{4-5}^o}$$
(5.2.3)

Essendo quindi che  $\Delta h$  rotore vale C<sub>p</sub>\*(T <sub>out statore</sub> - T <sub>out rotore</sub>)=40290 J/kg si ottiene che R vale 0.26.

#### 5.3 Ugello di scarico

L'ultimo passaggio è calcolare l'area dell'ugello di scarico. Sono noti i valori della pressione totale all'uscita della girante  $P^{0}_{5}=149400$  Pa, e della corrispettiva

temperatura totale  $T_{5}^{0}$  =941 K. Si deve quindi creare un ugello che espanda i gas fino ad una pressione ambiente di 101400 Pa. Si può fare un calcolo approssimato della temperatura allo scarico considerando l'espansione isoentropica e calcolare quindi T<sub>9</sub> tramite [13]

$$T_9 = T_{5*}^{0} (P_{atm}/P_{5}^{0})^{\gamma - 1/\gamma}$$
(5.3.1)

che risulta essere pari a 857 K.

Ora si considera che, non essendoci scambio di lavoro, l'entalpia totale si conserva nell'ugello del motore e quindi l'entalpia totale in 9 eguaglia quella in 5.

Da questa uguaglianza e dalla definizione di entalpia totale si ricava che

$$h^{0}{}_{5} = h^{0}{}_{9} = h_{9} + C_{9}^{2}/2 \tag{5.3.2}$$

dividendo l'equazione (5.25) per C<sub>p</sub> si ottiene

$$T_{5}^{0}=T_{9}+C_{9}^{2}/2*C_{p}$$
(5.3.3)

Da cui si ricava il valore della velocità allo scarico C<sub>9</sub> che vale quindi 446 m/s.

Inoltre dall'equazione di stato dei gas (5.1.14) si ricava la densità  $\rho$ 9 che risulta pari a 0.412 kg/m<sup>3</sup>. Infine, tramite l'equazione della portata di massa (5.1.8) si ricava l'area dell'ugello di scarico, che risulta pari a 2634 mm<sup>2</sup>. Di conseguenza il diametro allo scarico risulta di 58 mm.

#### 5.4 Simulazioni

Definita quindi la geometria si passa alle simulazioni al computer. A seguito dei risultati delle prime simulazioni si è visto che sarebbero state necessarie molte prove per progettare una turbina che desse esattamente le prestazioni richieste. Si è creato quindi un dominio fluido di piccole dimensioni che comprendesse solo una pala del rotore e una pala dello statore. Il dominio nel concreto è formato da quattro parti: un ingresso a sezione costante, lo statore, il rotore e un tratto conico all'uscita che simula l'ugello di scarico del motore.



Figura 5.4.1 Vista laterale del dominio fluido



Figura 5.4.2 Vista dall'alto del dominio fluido

Anche la definizione della griglia di calcolo è stata fatta contenendo il numero dei nodi con lo scopo di velocizzare il calcolo e consentire di testare numerose configurazioni in breve tempo.



Figura 5.4.3 Mesh dello statore


Figura 5.4.4 Mesh del rotore e del cono allo scarico

Definita quindi la griglia di calcolo e applicate le condizioni al contorno si è proceduto a modificare la geometria originale per ottenere i risultati desiderati.

Inizialmente ci si è concentrati sullo spessore delle pale. In generale ridurre lo spessore delle pale comporta un aumento della portata di massa e allo stesso tempo un aumento del lavoro scambiato. Infatti se la pala dello statore impone una certa deviazione angolare più la portata di massa è elevata più la velocità assiale sarà elevata, ma la deviazione è pressoché costante, quindi la velocità tangenziale crescerà consentendo un maggiore scambio di lavoro.

Si veda a tal proposito il triangolo di velocità in figura (5.4.5)



Figura 5.4.5 Rappresentazione delle componenti di velocità in uscita dallo statore per due diversi valori della portata

Questo aumento delle prestazioni ottenuto tramite la riduzione degli spessori è inizialmente elevato ma se si riduce lo spessore massimo della pala oltre un certo limite non si ottiene più alcun miglioramento. La turbina nella sua configurazione definitiva presenta uno spessore massimo della pala di circa 3 mm e questo valore corrisponde al minimo di cui si è appena detto. Bisogna notare tuttavia che questo spessore è più basso rispetto a quanto previsto per il profilo A<sub>3</sub>K<sub>7</sub>.

Parallelamente si è ridotto il numero di pale sia dello statore che del rotore. Se il numero di pale originale è molto alto una sua riduzione comporta un aumento sia della portata che del lavoro scambiato, nonché del rendimento della turbina. Ad un certo punto si nota però che ad un aumento della portata non corrisponde più un aumento del lavoro scambiato. Questo è indice del fatto che lo scorrimento sta aumentando a causa della riduzione della solidità della schiera. Questo fenomeno è in linea con quanto previsto dalla formula di Carter (5.1.17) e quando ci si trova in questa condizione significa che si è vicini al numero ottimale di pale. Se da questa condizione si riduce ulteriormente il numero di pale ad un certo punto non si ottiene più un aumento della portata, ma si ottiene invece un calo del lavoro scambiato e questo è indice del fatto che la schiera non guida più il flusso correttamente. Si arriva ad un certo punto in cui la simulazione non converge, perché le pale non guidano più il flusso.

Nella turbina in questione questo fenomeno avviene quando si scende sotto le 8 pale dello statore. I migliori risultati si sono invece ottenuti con 14 pale dello statore e 19 pale del rotore. Si osservi che impiegare 14 pale del rotore significa un valore della solidità prossimo a 0.8 che secondo il grafico in figura (5.1.1) corrisponde a un minimo delle perdite di profilo.

Si è anche valutato l'effetto di una variazione della corda assiale. Un aumento o una riduzione della corda assiale hanno lo stesso effetto di un aumento o un calo del numero di pale. Entrambe queste azioni in effetti agiscono allo stesso modo sul valore della solidità della schiera, ma in questo caso le variazioni delle prestazioni sono in qualche modo più contenute. I valori della corda descritti in precedenza sono anche quelli della configurazione definitiva.

Si è quindi agito sui valori degli angoli delle pale. In generale un aumento degli angoli di uscita dello statore o del rotore comporta un aumento dello scambio di lavoro, a spese però di una riduzione della portata di massa. Si deve quindi trovare un equilibrio tra i valori degli angoli di uscita che consenta di ottenere le prestazioni richieste. La configurazione definitiva si discosta da quella calcolata in precedenza e non rispetta nemmeno la legge del vortice libero. La motivazione risiede nella constatazione che gli angoli dello statore calcolati rispettando la legge del vortice libero, danno luogo a velocità al mozzo supersoniche con conseguente formazione di onde d'urto e perdita di efficienza. Si deve quindi cercare di contenere l'angolo al mozzo ma allo stesso tempo si deve ottenere lo scambio di lavoro richiesto.

L'angolo di ingresso della pala invece deve essere tale da dare un'incidenza nulla, in quanto si è visto che questo comporta un aumento dell'efficienza della turbina.

	statore				rotore			
	Cı	a <sub>in</sub>	a <sub>out</sub>	acorda	Cı	a <sub>in</sub>	aout	acorda
apice	1.56	0°	65°	51.0°	2.41	16°	67.5°	46.4°
mozzo	1.72	0°	69°	53.5°	3.01	55°	38°	12.3°

La configurazione finale presenta i seguenti angoli

Si è quindi passati a una valutazione dell'influenza del valore del raggio esterno sulle prestazioni. Si è pertanto ridotto il raggio esterno mantenendo però costante l'area di attraversamento. Questo in generale comporta una lieve riduzione dello scambio di lavoro che è probabilmente dovuta ad una riduzione del valore medio della velocità tangenziale U. Si è quindi cercato di aumentare il raggio esterno sempre a parità di area frontale e di angoli dello statore. Questo però ha avuto lo spiacevole effetto di aumentare la velocità tangenziale all'apice del rotore facendo si che diventasse più alta della velocità tangenziale in uscita dallo statore. Come conseguenza la porzione più esterna della turbina forniva lavoro ai gas anziché estrarlo e di conseguenza l'intera macchina ha smesso di funzionare correttamente. Questa considerazione fa ritenere che, dato un certo numero di giri e data una certa portata, esista un valore ottimale del coefficiente di flusso  $\phi$  che consente di massimizzare lo scambio di lavoro.

Questo coefficiente è definito da [7]

$$\phi = \frac{c_{\rm m}}{U} \tag{5.4.1}$$

all'ingresso del rotore le simulazioni mostrano una velocità meridiana che mediamente è pari a 206 m/s, mentre la velocità U valutata al raggio medio della configurazione definitiva vale 299 m/s. Il corrispettivo valore di  $\phi$  è 0.69.

Si è quindi valutata l'influenza del valore dell'ara di passaggio. Se si parte da un'area troppo bassa aumentandola si ottiene un aumento della portata di massa e anche del lavoro scambiato, ma dopo un certo limite la portata di massa aumenta molto poco e di conseguenza la velocità meridiana inizia a calare con l'aumentare dell'area di passaggio. Questo comporta un calo della velocità tangenziale e quindi del lavoro scambiato. La configurazione definitiva della turbina prevede un raggio al mozzo di 27 mm e un raggio all'apice di 44.5 mm. Questo dà luogo a un'area di passaggio di 3929 mm<sup>2</sup>.

Infine si è valutato l'effetto del gioco all'apice della pala sullo scambio di lavoro. Inizialmente questo gioco era stato posto pari a 0.5 mm. Questo valore rifletteva una determinata scelta progettuale, consentiva cioè di installare la girante all'interno di un semplice tubo in lamiera semplificando così la costruzione, La turbina che si otteneva però non estraeva abbastanza lavoro dai gas.

Il grafico della temperatura totale all'uscita dalla girante, figura (5.4.6), mostra la presenza di un'area in cui la temperatura è più alta. Questo è un indice del fatto che una parte della corrente scambia meno lavoro del previsto.



Figura 5.4.6 Temperatura totale in uscita dalla girante

Inoltre anche il grafico della temperatura statica in figura (5.4.7) evidenzia un corrispondente aumento di temperatura.



Figura 5.4.7 Andamento della temperatura statica all'uscita della girante

Un'elevata temperatura totale poteva essere associata ad un'elevata velocità, ma se nella stessa area si ha anche un aumento della temperatura statica l'ipotesi più probabile è che in quella parte del flusso ci siano delle forti perdite di energia che si traducono in calore. Questa condizione è verosimilmente creata dalla presenza di un vortice che si crea a causa della portata di trafilamento che si ha in corrispondenza del gioco all'apice della pala. Il diagramma dei vettori della velocità di figura (5.4.8) ha confermato definitivamente questo sospetto.



Figura 5.4.8 Vettori di velocità all'apice della pala del rotore

Si è quindi deciso di ridurre il gioco all'apice ottenendo in questo modo una riduzione del vortice e quindi un aumento dello scambio di lavoro. Si è imposto un gioco pari a 0.1 mm. Questo richiede però due accortezze costruttive, la prima è quella di inserire la girante all'interno di un anello saldato allo statore e rettificato, la seconda è quella di tener conto delle dilatazioni termiche che l'assieme della turbina subirà durante il suo funzionamento.



Figura 5.4.9 Temperatura statica in uscita dalla girante con gioco ridotto

Il grafico della temperatura all'uscita della girante, figura (5.4.9), mostra ora un andamento più uniforme e una decisa riduzione del vortice sopra descritto. Si è inoltre visto che la riduzione del gioco da 0.5 a 0.1 mm ha comportato una diminuzione della temperatura totale media allo scarico di 5 K con conseguente aumento dello scambio di lavoro. Anche il diagramma dei vettori di velocità in figura (5.4.10) mostra come il vortice da trafilamento si sia considerevolmente ridotto.



Figura 5.4.10 Vettori di velocità all'apice della pala del rotore con gioco ridotto

L'ultimo passo è stato quello di allargare l'area dell'ugello di scarico. Indipendentemente dagli altri parametri più l'area allo scarico è grande più la portata aumenta e aumenta lo scambio di lavoro, inoltre poiché si riduce la pressione a valle della girante si riduce la densità del gas dando luogo a velocità localmente più elevate.

Come conseguenza di questo aumento se il rotore dà luogo a delle componenti tangenziali di velocità negative, ovvero opposte al verso di rotazione, si ottiene un ulteriore aumento del lavoro. Tutti questi vantaggi però corrispondono a una riduzione della velocità allo scarico del motore con conseguente perdita di spinta.

La configurazione finale prevede un raggio allo scarico di 31 mm. Questo fa sì che la portata di massa sia pari a 0.476 kg/s, quindi molto vicina agli 0.484 previsti, e lo scambio di lavoro è esattamente quanto richiesto: la temperatura totale media allo scarico è infatti di 941 K. La velocità allo scarico vale invece 381 m/s, che corrispondono a una spinta pari a 181 N. Si osservi che questo risultato corrisponde alla spinta di progetto.

Il simulatore inoltre propone un rendimento isoentropico di espansione dell'88 % : valore quest'ultimo considerato più che adeguato viste le piccole dimensioni. Si noti infine che il grado di reazione ricavato dai risultati delle simulazioni è pari a 0.49.

Per descrivere le altre caratteristiche del campo di moto si osservi ora l'andamento del numero di Mach nello statore in un piano passante per l'asse di rotazione.



Figura 5.4.11 Numero di Mach nello statore

In figura (5.4.11) si evidenzia la presenza di celle soniche alla base della pala. Sebbene queste non siano particolarmente intense, impattando sullo strato limite ne comportano l'ingrossamento senza però portare ad un suo distacco.

Questo fenomeno è meglio evidenziato dall'andamento del numero di Mach all'interfaccia tra statore e rotore.



Figura 5.4.12 Andamento del numero di Mach a valle del rotore.

È qui ben visibile in figura (5.4.12) lo spessore dello strato limite rispetto all'altezza della pala. Questo ingrossamento dello stato limite comporta una riduzione della portata di massa che attraversa la turbina e disturba leggermente il campo di moto all'ingresso del rotore. Tuttavia per eliminarlo si dovrebbe ridurre l'angolo in uscita al mozzo del rotore, al fine di ridurre la velocità tangenziale e il numero di Mach, ma in questo modo si riduce anche lo scambio di lavoro e si è deciso quindi di non procedere con questa modifica. Infine l'andamento del numero di Mach sulla circonferenza mostra che la posizione del punto di ristagno sulla pala del rotore è molto vicina al bordo di ingresso e questo è un indice del fatto che l'incidenza è circa nulla.



Figura 5.4.13 Numero di Mach sulla circonferenza

Un'ultima considerazione va fatta sulle condizioni al contorno. Per quanto riguarda la temperatura totale in ingresso della turbina le simulazioni hanno mostrato che più questa è bassa più la portata è alta, verosimilmente questo avviene a causa di un' aumento della densità. Non è stata valutata completamente invece l'influenza del valore di  $C_p$  ma si nota che più questo è basso più la temperatura totale allo scarico è bassa. Questo però non significa automaticamente uno scambio di lavoro maggiore perché se il valore di  $C_p$  cala allora, a parità di temperatura totale in ingresso T<sup>0</sup><sub>4</sub>, cala anche il valore dell'entalpia dei gas in ingresso nella turbina. Il valore di  $C_p$  di 1185 J/(kgK),che si è utilizzato nella simulazione, è compatibile con la temperatura statica

dei gas in ingresso nello statore, ma il grafico (4.1) nel capitolo precedente mostra che questo valore dipende linearmente dalla temperatura e quindi cambia attraverso la turbina, il simulatore non tiene conto di questa caratteristica. Quando la turbina verrà utilizzata nella realtà, il motore tenderà a regolarsi e a mantenere un funzionamento stabile nel seguente modo: se lo scambio di lavoro nella turbina fosse troppo basso allora la temperatura in camera di combustione verrà ridotta, affluirà una maggiore portata d'aria e lo scambio di lavoro aumenterà di conseguenza. Viceversa se lo scambio di lavoro fosse troppo elevato la temperatura in camera di combustione dovrà salire, la portata diminuirà e di conseguenza anche lo scambio di lavoro. Questa capacità di adattamento sarà tanto maggiore quanto più ampia sarà la linea operativa del compressore, potrebbe essere infatti che la portata d'aria che consente alla turbina di estrarre lavoro a sufficienza si trovi o a destra della portata di soffocamento del compressore o a sinistra del valore massimo del rapporto di compressione, nell'area che corrisponde a un funzionamento instabile. In questi due casi il motore non funzionerà e il numero di giri dovrà cambiare.

Per mancanza di tempo non è stato possibile valutare il comportamento della turbina a numeri di giri diversi. Per farlo infatti bisognerebbe imporre diversi valori della temperatura totale in ingresso e valutare se per qualcuno di questi valori la potenza estratta dalla turbina coincide con quella richiesta dal compressore e in più che la portata di massa sia la stessa per entrambi. Se questo non si verificasse mai si concluderebbe che il motore non può funzionare a quel determinato numero di giri.

## Capitolo 6 Velocità critiche dell'albero

Questo capitolo si discosta dagli altri nel senso che, invece di trattare di una progettazione fluidodinamica, descrive una verifica meccanica di un componente. Quanto segue è tratto dal libro "Costruzione di Macchine"[12]

La velocità critica di un albero è quella velocità di rotazione che coincide con una sua pulsazione naturale ovvero con una frequenza alla quale l'albero può vibrare.

Se per un qualche motivo ciò avvenisse, basterebbe una qualunque perturbazione esterna o un qualunque sbilanciamento dei carichi per dare luogo a delle vibrazioni di ampiezza elevata che si trasmetterebbero alle giranti, provocando nel caso peggiore la collisione di queste ultime con le loro sedi con conseguente rottura delle palette. È quindi necessario calcolare almeno in modo approssimato la prima velocità critica dell'albero e assicurarsi che questa sia di molto superiore alla velocità di rotazione.

Una volta definita la geometria della turbina è possibile ipotizzarne l'installazione nel motore e definire quindi la geometria dell'albero. La figura (6.1) rappresenta una sezione di parte del motore, questo assieme è formato da: la girante del compressore, il diffusore del compressore a cui è collegato il mozzo centrale, la turbina col suo statore, l'albero che la sostiene e una parete divisoria che serve a isolare il compressore dai gas caldi che entrano in turbina. Non sono invece rappresentati i cuscinetti che andranno inseriti in quelle due sedi ricavate tra il centro dell'albero e le giranti.



Figura 6.1 Sezione del gruppo turbina-compressore

La lunghezza complessiva dell'albero, compresi i tratti filettati alle estremità, è pari a 160 mm e la sua forma è rappresentata in figura (6.2).



Figura 6.2 Albero

Al fine di calcolare la prima pulsazione naturale si introduce a partire dal disegno reale uno schema numerico semplificato che consenta di eseguire manualmente i calcoli. Il risultato finale non sarà esatto ma quello che in realtà interessa non è tanto il valore quanto il suo ordine di grandezza. Si trascurano quindi le cave per linguetta e gli smussi, inoltre si trascurano i pesi degli elementi di fissaggio. Gli estremi filettati, essendo scarichi, vengono ignorati. Si sono infine schematizzati i cuscinetti come dei vincoli di tipo cerniera applicati in corrispondenza degli spallamenti interni, questa semplificazione consente di agevolare di molto il calcolo. Infine la massa dell'albero è pensata come una massa concentrata applicata al centro della zona a spessore maggiore. Per quanto riguarda le giranti la loro massa e il loro momento di inerzia vengono pensati come parametri concentrati, applicati al centro delle zone a diametro intermedio. Lo schema di calcolo è rappresentato nell'immagine (6.3), in cui i valori di massa e inerzia sono stati calcolati dal programma di modellazione geometrica Solidworks.



Figura 6.3 Schema di calcolo

Poiché si pensa di applicare la formula di Dunkerley bisogna calcolare i valori delle pulsazioni naturali associati a ciascun grado di libertà. In questo caso i gradi di libertà sono cinque: tre traslazioni verticali delle masse e due rotazioni ortogonali all'asse delle due giranti. Bisogna quindi risolvere cinque sottosistemi.

Il primo sottosistema rappresentato in figura (6.4) considera la sola massa  $m_1$  che rappresenta la massa della girante del compressore. La sua traslazione in senso verticale si calcola come la somma di due componenti. La prima è la traslazione che si ottiene applicando una generica forza F all'estremo di una trave incastrata, che viene calcolata tramite

$$\eta_{I}^{I} = \frac{\frac{1}{3} * F * b^{3}}{E * J_{f}^{I}}$$
(6.1)

La seconda è la traslazione dovuta all'applicazione di un momento flettente del valore F\*b in corrispondenza della cerniera di sinistra e si calcola tramite

$$\eta_{I}^{II} = \frac{F * b * 2a}{3E * J_{f}^{II}}$$

$$(6.2)$$

Nelle equazioni (6.1) e (6.2) a e b sono le quote riportate in figura (6.4).



Figura 6.4 Sottosistema I

La lettera E rappresenta il modulo di Young del materiale dell'albero, per l'acciaio vale 205000 x  $10^6$  N/m<sup>2</sup>; invece, J<sub>f</sub> è il momento di inerzia flessionale della sezione e si calcola tramite

$$J_{f} = \pi_{*} \phi^{4} / 64 \tag{6.3}$$

La traslazione complessiva  $\eta_I$  sarà la somma delle due componenti appena calcolate ovvero

$$\Pi_{I} = \frac{\frac{1}{3} * F * b^{3}}{E * J_{f}} + \frac{F * b * 2a}{3E * J_{f}}$$
(6.4)

Infine si calcola la rigidità alla traslazione tramite

$$K_{\eta I} = F/\eta_I \tag{6.5}$$

E inserendo l'equazione (6.4) nell'equazione (6.5) si ricava che

$$K_{\eta I} = \frac{3E*J_f}{b^3} + \frac{3E*J_f}{2a*b^2}$$
(6.6)

Quindi, noti i diametri  $\varphi$  pari a 0.008 m nel tratto di lunghezza b e a 0.014 m nel tratto di lunghezza 2a, si ricava un valore della rigidezza K<sub>n</sub><sub>1</sub>pari a 6.1208x10<sup>8</sup> N/m.

È quindi possibile ricavare la pulsazione naturale  $\omega_I$  associata a questo grado di libertà tramite

$$\omega^2 = m/K_{\eta} \tag{6.7}$$

e essendo che m<sub>1</sub> vale 0.168 kg si ricava che  $\omega_1^2$  vale 3.6433 x 10<sup>9</sup> rad<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>.

Il sottosistema II ha la stessa forma del sottosistema I ma considera la sola inerzia  $I_1$  associata alla girante del compressore.



Figura 6.5 sottosistema II

L'angolo di rotazione che si crea all'estremo sinistro a causa del generico momento M si calcola, in maniera analoga a quanto fatto per la traslazione, tramite due componenti. La prima si ottiene da

$$\varphi_{\mathrm{II}}{}^{\mathrm{I}} = \frac{\mathrm{M} \ast \mathrm{b}}{\mathrm{E} \ast \mathrm{J}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{I}}} \tag{6.8}$$

mentre la seconda si ottiene tramite

$$\varphi_{\mathrm{II}}^{\mathrm{II}} = \frac{\mathrm{M} \ast 2a}{\mathrm{3E} \ast \mathrm{J}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{II}}} \tag{6.9}$$

e ancora l'angolo complessivo risulta

$$\varphi_{\rm I} = \frac{E * J_{\rm f}^{\rm I}}{b} + \frac{3E * J_{\rm f}^{\rm II}}{2a} \tag{6.10}$$

infine si calcola la rigidezza alla rotazione tramite

$$\mathbf{K}_{\mathbf{\phi}\mathbf{I}\mathbf{I}} = \mathbf{M}/\mathbf{\phi}_{\mathbf{I}\mathbf{I}} \tag{6.11}$$

risulta quindi

$$K_{\phi II} = \frac{E * J_{f}^{I}}{b} + \frac{3E * J_{f}^{II}}{2a}$$
(6.12)

In cui i valori delle variabili sono gli stessi che nel sottosistema I. Si calcola quindi che  $K_{\phi II}$  vale 4.4315 x 10<sup>5</sup> Nm/rad

Introducendo quindi un inerzia  $I_1 = 0.9150 \ x \ 10^{-4} \ kg \ m^2$  si calcola la seconda pulsazione naturale  $\omega_{II}$  tramite

$$\omega^2 = \mathbf{K}_{\varphi} / \mathbf{I} \tag{6.13}$$

e risulta un valore di  $\omega_{\rm II}{}^2$  pari a 4.8432 x 109 rad²/s²

Il sottosistema III considera la sola massa dell'albero  $m_3$  a cui è associata la traslazione  $\eta_{III}$  come riportato in figura (6.5)



Figura 6.5 Sottosistema III

La traslazione verticale della massa m3 si calcola tramite

$$\Pi_{\rm III} = \frac{F * a^3}{6E * J_{\rm f}^{\rm II}} \tag{6.13}$$

Similmente a quanto già fatto in precedenza si calcola  $K_{\eta III}$  tramite l'equazione (6.5) e risulta quindi  $K_{\eta III} = 5.0071 \text{ x } 10^8 \text{ N/m}$ . Di conseguenza dall'equazione (6.7) risulta un valore di  $\omega_{III}^2 = 5.1093 \text{ x } 10^9 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ .

Il sottosistema IV si presenta speculare al sottosistema I e il calcolo si svolge nello stesso identico modo, solo utilizzando la lunghezza c al posto della lunghezza b e utilizzando la massa m<sub>2</sub> di 0.241 kg, tutti gli altri parametri non cambiano. Risulta infine un valore  $\omega_{IV}^2 = 6.4452 \times 10^9 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ .

Anche il sottosistema V si presenta speculare al sottosistema II e valgono le considerazioni appena fatte. L'inerzia da utilizzare è in quest'ultimo caso  $I_2 = 0.9160 \text{ kg m}^2$ . Si ottiene quindi un valore  $\omega_V^2 = 4.8477 \text{ x } 10^9 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ .

La formula di Dunkerley (6.14) prevede quindi di sommare i reciproci dei quadrati delle pulsazioni che si sono appena calcolati considerando però i valori di  $\omega^2$  relativi alle inerzie delle giranti con segno negativo.

$$\frac{1}{\omega_{cr}^2} = \sum \frac{1}{\omega_i^2} \tag{6.14}$$

Questo perché l'effetto dell'inerzia è quello di contrastare le vibrazioni innalzando in questo modo il valore della velocità critica. Si ottiene quindi  $\omega_{cr}^2=4.7038 \times 10^9$  rad<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>, che corrisponde a una velocità critica  $\omega_{cr}$  di 68584 rad/s. Si ricorda che la velocità di rotazione dell'albero è data da

$$\omega = 2\pi * N/60 \tag{6.15}$$

e vale 8373 rad/s.

Si osserva infine che la velocità critica è otto volte più grande della velocità di rotazione e non si incorre quindi in problemi di risonanza. Questa caratteristica è dovuta alla ridotta lunghezza dell'albero, conseguenza della configurazione scelta per il motore.

## Capitolo 7 Motore completo e Conclusioni

Una volta terminata la progettazione fluidodinamica dei componenti è possibile disegnare l'intero motore.

Questo motore potrebbe essere costituito da due assiemi principali tra loro indipendenti: l'assieme anteriore comprenderebbe il compressore e la turbina ed è pensato per essere completamente smontabile, per consentire delle operazioni di verifica ed eventualmente di riparazione. L'assieme posteriore invece sarebbe costituito dalla camera di combustione e dall'ugello di scarico che formerebbero tra loro un corpo unico, i soli componenti sostituibili sarebbero gli iniettori del carburante. Questa caratteristica è mostrata nelle figure (7.1) e (7.2)



Figura 7.1 Aspetto esterno del motore completo



Figura 7.2 Rappresentazione dei due assiemi principali disgiunti

Si riporta inoltre una vista in sezione in figura (7.4) che consente di visualizzare la geometria interna di questo turbogetto nonché i principali ingombri in figura (7.3). La figura (7.5) dà invece un'idea di come si presentino le varie componenti e di come sia possibile assemblarle



Figura 7.3 Ingombri



Figura 7.4 Vista in sezione del motore



Figura 7.5 Principali componenti del motore

Si è quindi visto come sia possibile progettare un motore a reazione di piccole dimensioni a partire dalla definizione delle sue caratteristiche funzionali tramite l'analisi del ciclo termodinamico.

Nei vari capitoli si osserva inoltre come quasi mai un approccio teorico monodimensionale dia luogo a una geometria in grado di fornire le prestazioni richieste e di volta in volta si è stati costretti a adattare il progetto in base ai risultati delle simulazioni al computer.

Bisogna però ricordare che la progettazione non è ancora conclusa. Rimane infatti da definire il sistema di iniezione del carburante e il sistema di lubrificazione dei cuscinetti. Entrambi questi sistemi costituiscono delle componenti ausiliarie del motore e solo il sistema del carburante attingerà l'energia necessaria da una fonte esterna. Un altro importante passo sarà la verifica meccanica delle varie componenti, prime tra tutte le due giranti.

Questo testo in conclusione non presenta un progetto finito pronto per la produzione di serie ma piuttosto fornisce una base da cui partire per ulteriori sviluppi e miglioramenti. In tal senso, anche quando si fosse costruito un prototipo funzionante basato su questo elaborato, sarebbe possibile migliorarne le prestazioni aumentando il rapporto di compressione o la temperatura massima di ciclo, valutando anche l'impiego di materiali ceramici o metalli solidificati direzionalmente. Inoltre, come già affermato, il compressore si presta a essere ottimizzato al fine di ottenere un aumento del rendimento e del range operativo con conseguente miglioramento delle prestazioni globali. Un ulteriore possibile sviluppo riguarda la ricerca della leggerezza dei componenti che richiederanno quindi un attenta progettazione meccanica.

## Bibliografia

- [1] Arthur H.Lefebvre. "Gas Turbine Combustion. Second Edition". Taylor & Francis Ltd. 1999. Printed by Edwards Brothers, ISBN: 1-56032-673-5
- [2] David Japikse. "Centrifugal Compressor Design and Performance". Concepts ETI, Inc 1996. ISBN: 978-0-933283-03-9
- [3] Ernesto Benini, Stefano Giacometti. "Design, manufacturing and operation of a small turbojet-engine for research purposes". Elsevier 2007.
   www.elsevier.com/locate/apenergy
- [4] E.T. Vincent. "The Theory and Design of Gas Turbines and Jet Engines". McGraw-Hill Book company, Inc. 1950
- [5] Giancarlo Ferrari. "Motori a combustione interna". Società Editrice Esculapio s.r.l. Ristampa 2020. ISBN : 978-88-7488-971-6
- [6] H K Versteeg and W Malalasekera. "An Introduction to Computational Fluid dynamics. The Finite Volume Method. Second Edition". Pearson Education Limited 2007. ISBN : 978-0-13-127498-3
- [7] J.H. Horlock. "Axial Flow Turbines : Fluid Mechanics and Thermodynamics".
   Robert E. Krieger Publishing Co. Original Edition 1966. Reprint with corrections 1973, 1982. ISBN: 0-88275-097-6
- [8] L. Joseph Herrig, James C. Emery, and John R. Erwin. "NACA. Research Memorandum. Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA 65-Series Compressor Blades at Low Speeds". National Advisory Committee for Aeronautics. Washington September 14, 1951
- [9] Luigi Baldassini, Lorenzo Fiorineschi, Francesco Saverio Frillici, Fabio Piccioli.
   *"Vademecum per Disegnatori e Tecnici. 21<sup>a</sup> Edizione"*. Ulrico Hoepli Milano 2014. ISBN : 978-88-203-6266-9
- [10] Michael Casey and Chris Robinson. "Radial Flow Turbocompressors : Design, Analysis, and Applications". Cambridge University Press 2021.
   ISBN:978-1-108-41667-2. DOI:10.10179781108241663

- [11] O. E. Lancaster "Jet Propulsion Engines" Volume XII High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion. Princeton University Press 1959
- [12] Prof. B. Atzori "Appunti di Costruzione di Macchine. 2<sup>a</sup> Edizione" tratti dal corso del prof. B. Atzori. Edizioni Libreria Cortina 2005. ISBN : 978-88-7784-219-0
- [13] Saeed Farokhi, PhD. "Aircraft Propulsion. Second Edition". John Wiley & Sons Ltd 2014. ISBN: 978-1-118-80677-7
- [14] Catalogo SKF https://www.skf.com/binaries/pub44/Images/09425d8ee138eeef-Rolling-bearings---17000\_1-IT\_tcm\_44-121486.pdf
- [15] https://pilotweb.aero/aircraft/flight-tests/flight-test-colomban-jet-cri-cri-6303028
- [16] https://www.enac.gov.it/sites/default/files/allegati/2020-Lug/Regolamento\_APR\_Ed\_3\_Emend\_1.pdf
- [17] https://en.wikipedia.org/wiki/Colomban\_Cri-cri
- [18] https://en.wikipedia.org/wiki/Glider\_(sailplane)
- [19] http://modelaircraftcompany.com
- [20] http://amtjets.com
- [21] https://www.rcuniverse.com/articles/uncatecorized/twenty-years-of-microturbojet-engines/
- [22] Appunti del corso "advanced methods of machine thermo fluido dynamics optimisation" professor Ernesto Benini UNIPD 2021