#### ALBERTO MARCAZZAN

## CONTROLLO PID DI UN SERVOMOTORE: ANALISI E GESTIONE DEGLI EFFETTI DELL'ATTRITO STATICO



## CONTROLLO PID DI UN SERVOMOTORE: ANALISI E GESTIONE DEGLI EFFETTI DELL'ATTRITO STATICO

PID Control of a Servomotor: Analysis and Handling of the Effects of Static Friction

Candidato: Alberto Marcazzan, mat. 1156702 Relatore: Ch.mo Prof. Roberto Oboe

Università degli Studi di Padova Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali Scuola di Ingegneria, Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica

7 Dicembre 2018

Alberto Marcazzan: Controllo PID di un Servomotore: Analisi e Gestione degli Effetti dell'Attrito Statico, *PID Control of a Servomotor: Analysis and Handling of the Effects of Static Friction*, © 7 Dicembre 2018

### INTRODUZIONE

La presenza di forze di attrito costituisce uno dei principali antagonisti dei sistemi meccatronici: a livello meccanico, è la prima causa di dissipazione energetica e dell'abbassamento dell'efficienza complessiva del sistema, nonchè diretto responsabile dei fenomeni di usura e rumore nei meccanismi; a livello di controllo, l'attrito è fonte di errori di inseguimento, cicli limite e di una degradazione generale delle performance dinamiche del sistema soggetto a servocontrollo. Sia in ambito meccanico che controllistico, si è reso dunque indispensabile lo sviluppo di tecniche e strategie atte a contrastare le problematiche indotte dalle forze di contatto tra superfici: la presente tesi è volta ad analizzare una delle tecniche di controllo proposte recentemente in letteratura basate sui controllori PID ibridi e al successivo confronto con una tecnica affine (in termini di approccio al problema e di difficoltà implementativa) quale il disturbance observer.

La prima parte della tesi fornirà i contenuti teorici necessari alla comprensione del problema in un contesto controllistico; segue una descrizione del setup sperimentale su cui verranno valutate le soluzioni proposte; infine, a seguito di una procedura di identificazione del sistema da controllare, viene presentata la parte sperimentale del progetto in cui verranno esposti i risultati ottenuti dall'impiego del controllore ibrido e dall'osservatore del disturbo, con successiva analisi dei dati raccolti.

#### ELEMENTI DI TEORIA CONTENUTI TEORICI 1 3 1.1 L'Attrito nei Sistemi Meccatronici 3 Approccio Model Based 1.1.1 4 Approccio Non-Model Based 6 1.1.2 1.2 PID Controller 7 Sistemi Ibridi e Reset PID Controller 1.3 9 II SETUP SPERIMENTALE E IDENTIFICAZIONE DEL SISTEMA SETUP SPERIMENTALE 19 2 IDENTIFICAZIONE DEL SISTEMA 3 23 3.1 Il Sistema 23 3.2 Procedura di Identificazione 24 Iniezione di Rumore Bianco 3.2.1 24 Costruzione Diagramma di Bode 3.2.2 28 Risposta al Gradino 3.2.3 29 Risposta all'Impulso di Tensione 3.2.4 31 Risultati dell'Identificazione 32 3.3 **III APPLICAZIONE SPERIMENTALE** IMPLEMENTAZIONE E DESIGN DEI CONTROLLORI 4 4.1 Realizzazione del Controllore 37 4.2 Scelta dei Coefficienti del PI-D Classico 40 4.3 Scelta dei Coefficienti del Reset PI-D 40 4.4 Realizzazione del Disturbance Observer 41 VALIDAZIONE SPERIMENTALE: RESET PI-D 5 45 5.1 Reset PI-D 45 5.1.1 Metodo del Margine di Fase 45 5.1.2 Metodo di Allocazione dei Poli 47 5.2 Osservatore del Disturbo 48 6 VALIDAZIONE SPERIMENTALE: RESET DOB 55 6.1 Reset DOB 55 6.2 Extended Reset DOB 60 6.3 Extended Reset PI-D 66 IV APPENDICE A APPLICAZIONE AI CONTROLLORI PID/PD 77 A.1 Reset PID 78 A.2 Osservatore del Disturbo 82 A.3 Reset DOB 87 A.4 Extended Reset DOB 91 A.5 Extended Reset PID 95

37

A.6 Conclusioni (2) 97

Parte I

## ELEMENTI DI TEORIA

#### 1.1 L'ATTRITO NEI SISTEMI MECCATRONICI

La presenza di attrito nei sistemi meccanici rappresenta attualmente uno dei principali fattori che ostacolano le performance di questo tipo di sistemi, con effetti negativi che vanno ripercuotendosi sia sulla parte meccanica che controllistica. Con riferimento all'ambito meccanico, gli effetti delle forze di attrito possono dimostrarsi utili (se non indispensabili) nelle applicazioni in cui sia richiesta un'azione frenante; tuttavia nella maggior parte dei casi queste forze portano in dote delle problematiche non indifferenti che vanno a minare l'efficienza e l'integrità dell'intero sistema. Le forze di attrito assorbono infatti parte della coppia utile fornita al sistema, diminuendone di conseguenza l'efficienza energetica; le forze di contatto causano inoltre l'usura dei componenti coinvolti e coaudivano lo sviluppo di stridii particolarmente fastidiosi. Va infine tenuto in considerazione che l'energia sottratta dalle forze di attrito viene spesso dissipata sottoforma di calore, ponendo il problema del successivo smaltimento al fine di mantenere il sistema in condizioni di temperatura ottimali.

Le soluzioni adottabili in questo campo vanno dall'ingrassaggio alla lubrificazione, dall'utilizzo di dissipatori di calore ad una manutenzione periodica e costante del sistema coinvolto, con un generale aumento dei costi di mantenimento.

Anche in un contesto controllistico, con particolare riferimento ai sistemi servocontrollati, le forze di attrito introducono delle complicazioni notevoli: in prima istanza, le forze di contatto presenti tra i vari componenti del sistema ne degradano le capacità di movimento, causando di conseguenza degli errori di inseguimento delle traiettorie imposte; in secondo luogo, l'attrito statico può favorire l'insorgenza dei cosiddetti cicli limite (*hunting limit cycles*) [15] che spesso comportano un moto irregolare caratterizzato da un continuo susseguirsi di fasi di *stick* e *slip*, Figura 1.1; terzo punto, nonchè il più rilevante in chiave controllistica, è la natura discontinua e non lineare di questi fenomeni.

A causa dei transitori lenti e dei lunghi tempo di assestamento indotti dall'attrito, la portata di tutti questi effetti diventa tanto più rilevante quanto più alta deve essere la precisione del posizionamento, rendendo di conseguenza indispensabile lo sviluppo di tecniche di controllo capaci di annullare, o almeno arginare, gli effetti tribologici.

Le strategie di compensazione dell'attrito finora sviluppate si pos-



Figura 1.1: Ciclo limite verificatosi durante la sperimentazione.

sono essenzialmente dividere in due macro-categorie: *model based* e *non-model based*.

#### 1.1.1 Approccio Model Based

Col primo approccio si cerca di ottenere un modello matematico dell'attrito per quindi attuarne una compensazione in feedforward. Il più semplice di questi modelli è stato definito da Morin [12] e Reynolds [17] (entrambi partirono dalle osservazioni fatte da Leonardo da Vinci in materia di attrito [7] sviluppate successivamente da Coulomb [6]). Esso tiene conto di attrito statico e viscoso, Figura 1.2a, cioè

$$F_{fr} = F_{stat} sign(\dot{x}) + B\dot{x}$$

dove  $F_{stat}$  è la forza di attrito statico, *B* il coefficiente di attrito viscoso,  $\dot{x}$  la velocità del corpo soggetto all'attrito; tuttavia un modello del genere può risultare molto approssimativo nei sistemi in cui l'effetto Stribeck [18], Figura 1.2b, sia molto accentuato. Anche qualora si riuscissero ad identificare i parametri descriventi le curve della Figura 1.2, il modello ottenuto non riuscirebbe a spiegare come l'attrito influenzi il comportamento dinamico (i.e. cicli limite, fasi di stick e slip) del sistema.

La principale limitatezza di questo primo modello consiste nella mancata conoscenza della topografia delle superfici a contatto: modelli accurati necessitano in primo luogo di una conoscenza parimenti accurata delle cause dei fenomeni di attrito. Le forze di attrito sono notoriamente generate dalle asperità superficiali, Figura 1.3, che si oppongono al moto relativo tra i corpi a contatto; una modelizzazione spesso adottata è quella del *bristle model* (Figura 1.4a), dove la relazione tra due superfici a contatto è pensata al pari di due corpi rigidi ricoperti da setole: una volta individuate le proprietà fisiche di queste metaforiche appendici (elasticità, distanza tra setole,

5



Figura 1.2: Semplici modelli di attrito: (a) attrito statico e attrito viscoso, (b) attrito statico e viscoso con effetto Stribeck.

massima deflessione raggiunta etc., Figura 1.4b) è possibile ottenere un modello dinamico dell'attrito abbastanza accurato. Il modello Dahl [8], il modello LuGre [5], il modello Leuven [20] e il modello generalizzato di Maxwell [1] sono alcuni dei più noti modelli d'attrito dinamico presenti in letteratura che fanno riferimento a questo tipo di convenzione.



Figura 1.3: Rappresentazione tridimensionale delle asperità superficiali [29].

Si intuisce facilmente come l'identificazione di tali modelli, semplici o complessi che siano, risulta un'attività non facile e talvolta laboriosa, senza contare che questi possano essere tempo varianti: se quindi la strategia di contrasto dell'attrito si basa su di un modello errato, l'azione di controllo potrebbe dare origine a sottocompensazioni o sovracompensazioni (che in questo ultimo caso puo portare il sistema alla stabilità semplice o addirittura all'instabilità [16]) mancando di fatto il raggiungimento dell'obiettivo proposto. Il problema legato alla tempo-varianza dei coefficienti di attrito può essere risolto tramite pro-



Figura 1.4: Rappresentazione schematica delle asperità superficiali secondo il *bristle model* [19]: le caratteristiche della forza di attrito sono riconducibili alle proprietà elastiche delle setole.

cedure di identificazione online dei parametri, alzando sensibilmente l'onere computazionale legato all'azione di controllo. Le strategie di compensazione soffrono inoltre del rumore di misura a basse velocità, situazione in cui risulta notoriamente difficile stabilirne il segno: questo tipo di problemi vengono in genere arginati introducendo una zona morta (banda di Karnopp [10], Figura 1.5), tuttavia una soluzione di questo tipo abbassa le prestazioni della compensazione proprio nel punto in cui la precisione diventa fondamentale vista la vicinanza al punto di non linearità.



Figura 1.5: Banda di Karnopp: introduzione di una *dead zone* per velocità con valore assoluto minore di  $\eta$ .

#### 1.1.2 Approccio Non-Model Based

Appurato dunque che la strada model based risulta poco agevole, sono stati concepiti degli espedienti che contrastano gli effetti dell'attrito senza che questo venga analizzato e modellizzato. Le strategie che impiegano questo tipo di approccio sono essenzialmente tre:

- tecniche basate sull'utilizzo di controllori PID;
- controllo impulsivo;
- dithering.

La larga diffusione dei controllori PID e la semplicità realizzativa delle soluzioni implementabili in ambito tribologico hanno fatto del PID lo strumento preferenziale di cui avvalersi per contrastare gli effetti dell'attrito. Con riferimento ad un controllo di posizione tramite un classico regolatore PID, si possono ridurre gli errori di posizionamento a regime aumentando il termine proporzionale, consci che tale soluzione intacca la stabilità del sistema; spesso si introduce quindi un termine integrale, il quale permette di annullare gli errori di posizionamento; tuttavia la presenza di un integratore coadiuva la nascita dei già citati cicli limite a causa della carica e scarica del buffer integrale, con prestazioni del sistema che degradano tanto più è basso l'errore da colmare. Un metodo recentemente ideato utilizza dei controllori PID ibridi per migliorare le prestazioni del sistema attraverso una azione di reset dell'integratore [4] bypassando i tempi di attesa legati alla carica-scarica del buffer integrale di cui sopra. Capacità e limiti di questa tecnica non sono ancora stati studiati: il presente elaborato è volto ad approfondire le potenzialità offerte da questa strategia.

Gli altri approcci presentati (controllo impulsivo [22] e dithering [21]) utilizzano controllori non lineari e introducono delle armoniche capaci di eccitare le risonanze ad alta frequenza del sistema meccanico, una conseguenza poco gradita nel contesto del controllo di sistemi meccanici/meccatronici.

Una strategia intermedia tra i metodi model based e quelli non model-based affianca al controllore PID un osservatore del disturbo (*disturbance observer*) [13], il quale stima l'entità della forza di attrito per attuarne poi una compensazione<sup>1</sup>. Data la semplicità realizzativa di questo ultimo metodo, si intende confrontare le prestazioni offerte dal controllore PID ibrido con quelle dell'osservatore del disturbo.

#### 1.2 PID CONTROLLER

Il controllore PID è l'elemento che sottende l'azione di controllo in un sistema retroazionato, nonchè la tipologia di controllore più diffusa in ambito industriale. Con riferimento ad un anello di controllo di posizione, il controllore PID genera una segnale u(t) a partire dall'errore di posizionamento e(t) tale per cui

In questo tipo di applicazione non è necessario conoscere il modello dell'attrito bensì quello del sistema da controllare.

$$u(t) = K_p \ e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) \ d\tau + K_d \ \frac{de(t)}{dt}$$

dove  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  sono i coefficienti (rispettivamente proporzionale, integrale e derivativo) che caratterizzano le proprietà del controllore e dunque quelle del sistema da controllare. Spesso si utilizza anche la notazione

$$u(t) = K_p\left(e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt}\right)$$

con

$$T_i = \frac{K_i}{K_p}, \quad T_d = \frac{K_d}{K_p}$$

Ogni coefficiente impatta in maniera diversa sulle singole caratteristiche del sistema retroazionato: se si considera la risposta del sistema ad un riferimento a gradino, si ha che

- l'aumento di K<sub>p</sub> si traduce in un allargamento della banda passante e ad una conseguente diminuzione del margine di fase della funzione d'anello aperto: elevati valori del termine proporzionale rendono quindi il sistema più veloce ma meno robusto, favorendo l'insorgenza di oscillazioni e/o saturazioni;
- l'aumento di K<sub>i</sub> permette di raggiungere il riferimento imposto in un tempo minore al costo di una sovraelongazione maggiore: in altre parole, un termine integrale elevato riduce il tempo di assestamento a spese dello smorzamento; va inoltre ricordato che la presenza di un integratore riduce il margine di fase di 90°;
- *K<sub>d</sub>* assume invece un ruolo duale a quello di *K<sub>i</sub>*: l'aumento del termine derivativo allunga il tempo di assestamento portando benifici in termini di smorzamento e margine di fase (aumento di 90°).

In gran parte delle applicazioni può essere sufficiente l'impiego di due (o anche solo una) delle tre componenti del controllore: l'azione proporzionale, la cui presenza è imprescindibile, può essere infatti affiancata dalla sola componente derivativa o integrale, dando vita alle accezioni denominate rispettivamente PD e PI.

Si vuole ricordare infine che la struttura del controllore sopra riportata (detta configurazione parallela), è una delle tante possibili forme in cui il regolatore può presentarsi: esistono infatti delle versioni modificate del controllore PID, ognuna ideata per arginare le problematiche legate a questo tipo di struttura (i.e. controllori PI-D e I-PD) o per applicare particolari azioni di controllo (i.e. controllori a due gradi di libertà come il PI-PD e il PID-PD). Per approfondimenti e peculiarità di questi regolatori, si rimanda alla letteratura specializzata (ad esempio [3] e [14]).

#### 1.3 SISTEMI IBRIDI E RESET PID CONTROLLER

I controllori PID con reset dell'azione integrale conferiscono lo status di sistema ibrido al processo in cui vengono inseriti, in quanto esso diviene un sistema dinamico in cui convivono comportamenti continui e discreti [9]. Elementi necessari alla definizione di un sistema ibrido sono essenzialmente quattro:

- la mappa di flusso (*flow map*) f(x), ovvero la funzione che descrive il comportamento del sistema quando questo evolve in maniera continua ('scorre');
- l'insieme di flusso (*flow set*) *C*, insieme che specifica per quali stati il sistema si comporta in modo continuo ;
- la mappa di salto (*jump map*) g(x) descrivente il comportamento del sistema quando questo evolve in maniera discreta ('salta');
- l'insieme di salto (*jump set*) *D*, insieme che indica per quali stati il sistema si comporta in modo discreto.

Data quindi la variabile di stato x di un sistema ibrido, la sua evoluzione viene descritta da

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) & \text{se } x \in C \\ x^+ = g(x) & \text{se } x \in D \end{cases}$$

Un esempio tipico di sistema ibrido è la traiettoria di una palla rimbalzante: la sua evoluzione è continua fintantochè questa non raggiunge il suolo, momento in cui la velocità cambia istantaneamente segno provocando quindi un 'salto' nelle variabili di stato, Figura 1.6.

Come anticipato, il controllore proposto introduce un salto nella componente integrale al verificarsi di determinate condizioni al fine di migliorare la risposta del sistema a fronte del riferimento imposto, arginando così le già citate problematiche introdotte dall'attrito. Sia dunque dato un sistema ad un grado di libertà quale una massa traslante su un piano in cui siano presenti delle forze di attrito  $F_{fr}$ , Figura 1.7, e sia inoltre presente una forza *u* proveniente da un'azione di controllo atta a muovere tale massa al fine di farle raggiungere una posizione di riferimento *r*. Le variabili di stato del sistema sono date da posizione ( $z_1$ ) e velocità ( $z_2$ ); viene infine definita una terza variabile di stato  $z_3$  come

$$\dot{z}_3 = r - z_1$$

pertanto, le equazioni dinamiche descriventi il sistema sono



Figura 1.6: Posizione e velocità di una palla rimbalzante: nel momento in cui la palla urta il terreno (evidenziato con degli asterischi), la velocità subisce una variazione istantanea.



Figura 1.7: Schematizzazione del sistema in esame: massa traslante.

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = \frac{1}{m}(u - F_{fr}) \\ \dot{z}_3 = r - z_1 \end{cases}$$

La strategia presentata in [4] utilizza un controllore PI-D: ipotizzando che l'entità di u sia dovuta ad un regolatore di questi tipo, vale

$$u = K_p(r - z_1) + K_i z_3 - K_d z_2$$

Si ricordi la formulazione di  $F_{fr}$  in presenza delle sole componenti di attrito statico e viscoso definita precedentemente; l'equazione di stato di  $z_2$  diventa

$$\dot{z}_{2} = \frac{1}{m} \left( K_{p}(r - z_{1}) + K_{i}z_{3} - K_{d}z_{2} - F_{stat}sign(z_{2}) - Bz_{2} \right)$$

Per snellire e semplificare la notazione utilizzata, si utilizzano i coefficienti normalizzati, ovvero

$$K_{p,n} = \frac{K_p}{m}, \quad K_{i,n} = \frac{K_i}{m},$$
$$K_{d,n} = \frac{K_d + B}{m}, \quad F_{stat,n} = \frac{F_{stat}}{m}$$

così da poter scrivere

$$\dot{z}_2 = K_{p,n}(r - z_1) + K_{i,n}z_3 - K_{d,n}z_2 - F_{stat,n}sign(z_2)$$

Al fine di comprendere più facilmente le condizioni innescanti l'azione di reset, risulta utile attuare un cambio di coordinate definendo una nuova serie di variabili di stato:

$$x := \begin{bmatrix} \sigma \\ \phi \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{i,n}(r-z_1) \\ K_{p,n}(r-z_1) + K_{i,n}z_3 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

In particolare, la variabile  $\phi$  rappresenta la somma delle componenti integrale e proporzionale del controllo, nonchè le uniche componenti dell'azione di controllo a non essere nulle quando il corpo si ferma in una posizione diversa da quella di riferimento a causa della forza di attrito. Situazioni di questo genere, dette fasi di *stick*, sono le principali responsabili della degradazione delle performance del sistema, in quanto questa fase di stallo termina solamente nel momento in cui il valore di  $\phi$  sovracompensa la forza di disturbo, permettendo alla massa di rimettersi in moto. Questa ultima osservazione suggerisce una prima condizione su cui costruire il jump set del controllore, ovvero l'entrata in una fase di stick.

Il tempo che intercorre tra l'inizio dello stato di stick e la fine di questa fermata indesiderata è ovviamente tanto maggiore quanto è ampia la differenza tra il valore attuale di  $\phi$  e la grandezza che questa componente deve assumere per superare la forza di attrito: da questo punto di vista, l'entrata in una fase di stick a seguito di una sovraelongazione può rappresentare il peggior scenario verificabile. Si prenda ad esempio il grafico di Figura 1.8 relativo alla simulazione della risposta al gradino di un sistema in cui è presente una forza di attrito  $F_{stat,n}$  pari a 1 N: quando si instaura una condizione di stick a seguito di una sovraelongazione, il parametro  $\phi$  assume un valore positivo prossimo a quello della forza di attrito; la capacità di potersi muovere nuovamente per avvicinarsi al riferimento imposto verrà acquisita solo una volta superato il valore di  $-F_{stat,n}$ . In maniera analoga, si osserva un valore di  $\phi$  negativo vicino a -1 N quando il corpo entra in una fase di stick a seguito di una sottoelongazione: la



fase di slip sopraggiunge solo nel momento in cui viene superata la soglia di 1 *N*.

Figura 1.8: Simulazione: andamento di posizione, velocità e varibile  $\phi$  nel controllo di posizione di una massa traslante in presenza di attrito; le fasi di stick sono evidenziate in rosso.

In conclusione, l'azione di reset deve avvenire in corrispondenza di una fase di stick a seguito di un overshoot (sia in termini di sovraelongazione che sottoelongazione), intervenendo sul valore del parametro  $\phi$ . Dal momento che l'insieme dei punti di stick è dato da

$$S_{stick} = \{ x \in \mathbb{R}^3 \mid v = 0, \ |\phi| < F_{stat,n} \}$$

una condizione che verifica l'ingresso in una fase di stick è data da

$$\phi v \leq 0$$

che, rispetto al semplice vincolo v = 0, è meno sensibile al problema del rumore di misura a basse velocità.

In relazione a quanto detto in precedenza, dopo una sovra(o sotto)elongazione, il termine integrale conserva spesso un segno discorde da quello necessario a far muovere il sistema verso il riferimento imposto: un vincolo capace di individuare una situazione di overshoot è rappresentato da

$$\phi \sigma \leq 0$$

A questo punto si dispongono di tutti gli elementi per costruire il flow set *D* del controllore ibrido:

$$D:=\left\{x\in \mathbb{R}^3\mid \phi v\leq 0, \; \phi\sigma\leq 0, \; |\phi\sigma|\geq \epsilon
ight\}$$

Si è aggiunta la condizione  $|\phi\sigma| \ge \epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ) per evitare che si verifichi il cosiddetto effeto Zeno [9, p. 17], una problematica che affligge i sistemi ibridi e che causa l'insorgenza di molteplici salti in un piccolo lasso di tempo.

Come già anticipato, al momento del salto si inverte il segno di  $\phi$ :

$$\phi^+ = -lpha \phi$$

dove il parametro  $\alpha \in [0;1]$  esprime in che percentuale scalare la componente integrale dopo il reset <sup>2</sup>. L'introduzione di questo parametro risulta utile nel caso di sistemi con attrito asimmetrico; in genere, più  $\alpha$  è vicino all'unità, migliori sono le perfomance ottenibili dal sistema.

La simulazione riportata in Figura 1.9, relativa allo stesso sistema di Figura 1.8, illustra i miglioramenti apportati dall'impiego del controllore ibrido: l'azione di reset accorcia notevolemente le fasi di stick riducendo drasticamente il tempo di assestamento rispetto al PI-D classico, Figura 1.10. Si nota che il reset avviene nel momento in cui la componente  $\phi$  raggiunge il valore assoluto di circa 1 *N*, ovvero il valore di *F*<sub>stat,n</sub>: in questo senso, il controllore ibrido è altresì in grado di fornire una stima della forza di attrito statico che affligge il sistema.

In definitiva, la dinamica del sistema ibrido è descritta da

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -K_{i,n}v \\ \sigma - K_{p,n}v \\ \phi - K_{d,n}v - F_{stat,n}sign(v) \end{bmatrix}, & x \in C \\ x^{+} = \begin{bmatrix} \sigma \\ -\alpha\phi \\ v \end{bmatrix}, & x \in D \end{cases}$$

con

,

$$D := \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \phi v \le 0, \ \phi \sigma \le 0, \ |\phi \sigma| \ge \epsilon \right\}$$
$$C := \overline{\mathbb{R}^3/D}$$

La trattazione appena esposta presuppone tuttavia di conoscere le variabili di stato associate ad x, situazione non sempre applicabile

<sup>2</sup> Ad esempio, con  $\alpha = 0.7$  la componente integrale viene invertita di segno e il suo modulo è il 70% del suo valore assoluto prima dell'inversione.



Figura 1.9: Simulazione: andamento di posizione, velocità e varibile  $\phi$  nel controllo di posizione di una massa traslante in presenza di attrito con l'utilizzo del controllore ibrido.

nel caso non si conosca la massa m o il coefficiente di attrito viscoso B del sistema da controllare; per ottenere le prestazioni offerte dal controllore ibrido si possono allora definire le grandezze

$$\varphi := m\phi = K_p(r - z_1) + K_i z_3$$
$$\varsigma := m\sigma = K_i(r - z_1)$$

che andranno a sostituire rispettivamente  $\phi$  e  $\sigma$  nell'azione di controllo; il flow set viene quindi ridefinito come

$$D^* := \left\{ (\varsigma, \varphi, v)' \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi v \le 0, \ \varphi \varsigma \le 0, \ |\varphi \varsigma| \ge \varepsilon \right\}$$

con  $\varepsilon > 0$ . Tale notazione verrà utilizzata anche nella parte sperimentale della presente tesi.



Figura 1.10: Simulazione: confronto dell'andamento di posizione e varibile  $\phi$  con utilizzo di controllore PI-D classico e ibrido.

Parte II

## SETUP SPERIMENTALE E IDENTIFICAZIONE DEL SISTEMA

Così come esposto in precedenza, lo scopo primario di questa tesi è volto alla validazione sperimentale della soluzione proposta in [4]. L'efficacia del reset PI-D verrà dunque confrontata con le performance ottenute dall'impiego di tecniche di compensazione dell'attrito basate sull'osservatore del disturbo. Entrambe le soluzioni verranno testate implementando un controllo di posizione in catena chiusa di un motore lineare trifase *GHC S120Q* [23], cui parametri salienti sono riassunti in Tabella 2.1. Il motore muove una slitta vincolata al piano tramite due guide lineari a sfere *THK LS1077* [26], Figura 2.1; complessivamente la massa del sistema è di 0.420 kg.

Tabella 2.1: Parametri	principali	motore linear	e GHC S120Q
			$\sim$

Parametro	Valore	Unità di Misura
Forza Nominale	8.9	Ν
Corrente Nominale	0.4	$A_{rms}$
Constante di Forza	22	N/A
Lunghezza Cursore	50	mm
Massa Cursore	0.100	kg



Figura 2.1: Motore GHC S120Q utilizzato per la fase sperimentale.

Il controllo del sistema è realizzato tramite l'utilizzo del programma *Simulink Desktop Real-Time* di *MATLAB*, il quale permette l'attuazione

del segnale di controllo grazie alla mediazione di due dispositivi, ovvero

- scheda di acquisizione *National Intruments NI PCIe-6321* [27], nodo centrale nello scambio di segnali tra motore, azionamento e *Simulink*;
- azionamento *MOVO2 SVFM1-F3-DSP* [24] della *Servoland*, Figura 2.2.



Figura 2.2: Azionamento MOVO2 SVFM1-F3-DSP utilizzato nella fase sperimentale.

Il segnale di controllo viene fornito sottoforma di tensione dallo schema *Simulink* (Figura 2.5) e quindi inviato alla scheda di acquisizione tramite l'apposito blocco *Analog Output* di interfaccia; a sua volta la scheda di acquisizione reindirizzerà tale segnale all'ingresso analogico dell'azionamento: a questo punto il segnale di tensione è tradotto in un riferimento di corrente  $i_q^*$  che viene infine erogato grazie al controllo di corrente *dq* interno all'azionamento. L'anello di controllo è chiuso dall'encoder ottico *Renishaw RGH24 X30DooA* [25] (risoluzione 1  $\mu$ m) che legge la posizione della slitta e la trasmette al programma *Simulink* tramite il canale *Programmable Function Input* (*PFI*) della scheda di acquisizione. Il sistema nel suo insieme è raffigurato in Figura 2.3 e schematizzato in Figura 2.4.



Figura 2.3: Setup sperimentale: in alto a sinistra l'azionamento *MOVO2 SVFM1-F3-DSP*, in basso a destra il motore lineare *GHC S120Q*.



Figura 2.4: Schematizzazione del setup sperimentale.



Figura 2.5: Esempio di schema Simulink utilizzato nella parte sperimentale.

#### 3.1 IL SISTEMA

Dal punto di vista controllistico, il sistema è raffigurabile in maniera semplice e sufficientemente accurata con il diagramma a blocchi di Figura 3.1.



Figura 3.1: Diagramma a blocchi del sistema in studio.

La relazione che intercorre tra l'ingresso in tensione  $V_{ref}$  e l'uscita in posizione  $z_1$  è data dunque da

$$P(s) = \frac{K_v K_\tau}{s(sm+B)}$$

dove  $K_v$  è la transconduttanza dell'azionamento, ovvero la relazione esistente tra il segnale di tensione e il riferimento di corrente  $i_q^*$ ,  $K_\tau$  è la costante di forza del motore, *m* la massa della slitta (già nota) e infine *B* è il coefficiente di attrito viscoso delle guide lineari. Si osserva fin da subito che la BIBO-stabilità del sistema è garantita dalla presenza dell'attrito viscoso, tuttavia tale caratteristica di stabilità è alquanto *labile* visti i bassi valori che spesso sono associati a questo parametro. Una formulazione alternativa di P(s) può essere data da

$$P(s) = \frac{K}{s(s\tau+1)}$$

con

$$K = \frac{K_v K_\tau}{B}, \qquad \tau = \frac{m}{B}$$

in cui  $\tau$  è la cosiddetta costante di tempo del polo meccanico.

Il primo passo necessario all'implementazione di un controllore consiste nell'individuazione dei parametri *K* e  $\tau$  caratterizzanti il sistema P(s); l'entità dell'attrito statico  $F_{stat}$  non è oggetto di indagine visto che verranno utilizzati degli approcci non-model based. Purtroppo, i manuali dell'azionamento e del motore sono poco esaustivi: la documentazione che accompagna il driver MOVO2 non contiene nessuna informazione circa la transconduttanza  $K_v$ , mentre il datasheet del motore *GHC S120Q* riporta una costante di coppia  $K_\tau$  pari a 22 *N/A*, ma non vi è alcun riferimento riguardo all'attrito viscoso. Tale parametro non è presente neppure nel manuale delle slitte lineari, ma vista la tipologia di guida si può presupporre che le grandezze associate agli attriti assumano dei valori contenuti.

Preso dunque atto della scarsità di dati contenuti nella documentazione tecnica, diviene opportuno compensare tale mancanza di informazioni ricorrendo ad una procedura di identificazione dei parametri del sistema.

#### 3.2 PROCEDURA DI IDENTIFICAZIONE

Le tecniche di identificazione utilizzano solitamente dei segnali particolari come gradini, impulsi e/o rumore bianco per eccitare il sistema in studio: la conseguente evoluzione prodotta da quest'ultimo, se analizzata tramite appositi strumenti di interpolazione e algoritmi di identificazione (i.e. le funzioni etfe, spa, arx offerte pacchetto System Identification Toolbox [28] di MATLAB), fornisce una stima abbastanza precisa dei parametri in gioco. Anche delle semplici misure di grandezze associate al comportamento dinamico del sistema, quali tempo di salita, sovraelongazioni ed errori di inseguimento a regime in risposta ad alcuni segnali canonici, possono offrire delle stime sufficientemente accurate e utili alla sintesi di un controllore. Occorre però tener conto che la particolare conformazione del motore in esame ne rende difficoltoso il processo di identificazione: la lunghezza estremamente ridotta della corsa del cursore (circa 45 mm) pone dei limiti importanti sui segnali iniettati, i quali devono eccitare adeguatamente il sistema senza che questo arrivi a fine corsa, realizzando di conseguenza una condizione di saturazione che potrebbe facilmente falsare l'esito della procedura di estrapolazione parametrica.

#### 3.2.1 Iniezione di Rumore Bianco

La prima tecnica di identificazione utilizzata contempla l'iniezione di rumore bianco in ingresso al sistema e la misura della posizione; successivamente i campioni vengono elaborati tramite alcune delle varie funzioni di identificazione contenute nel pacchetto *System Identification Toolbox* di *MATLAB*, ovvero

 funzioni non-parametriche basate sulla stima della funzione di trasferimento empirica (funzione etfe) o sull'analisi spettrale (funzione spa) dei segnali coinvolti; • funzioni parametriche basate sulla stima ai minimi quadrati (funzioni arx e rarx).

A causa della labile BIBO-stabilità del sistema risulta conveniente adottare anche una procedura che contempli la stabilizzazione in feedback del processo, pertanto vengono eseguite delle prove sia in catena aperta (Figura 2.5) che chiusa (Figura 3.2).



Figura 3.2: Schema Simulink per l'iniezione di rumore bianco in catena chiusa.

L'ampiezza del segnale del rumore bianco è scelta in modo tale che la tensione in ingresso al sistema non superi (in valore assoluto) gli 0.5 V: si è infatti osservato che è questo il valore massimo che il segnale può assumere e che al contempo impedisca alla slitta di arrivare a fine corsa durante la fase di identificazione. La frequenza di campionamento viene posta pari a 500 *Hz*.

I risultati da questa prima serie di prove, illustrati in Figura 3.3 e 3.4, sembrano in apparenza coerenti tra loro; tuttavia questi collocano il polo meccanico ( $1/\tau$ ) in una pulsazione che varia dai 6 ai 18 radianti al secondo (Tabella 3.1), una forbice troppo ampia per ritenere attendibile l'esito dell'analisi; nondimeno, valori di questa entità implicherebbero un coefficiente di attrito viscoso compreso tra i 2.6 e i 7.6 *Ns/m*, un valore insolitamente alto per questo parametro. L'origine di questa discrepanza tra i risultati raccolti può essere imputabile alla presenza della già citata blanda BIBO-stabilità, ad un segnale inadeguato a stimolare appieno la dinamica del sistema e alla presenza dell'integratore. Alla luce di queste considerazioni, risulta necessario adottare delle strategie di identificazione differenti.



Figura 3.3: Risultati identificazione con iniezione di rumore bianco in catena aperta.

Metodo	Catena	$1/\tau [rad/s]$
etfe	aperta	18.18
spa	aperta	18.07
arx	aperta	13.79
rarx	aperta	6.14
etfe	chiusa	13.99
etfe2	chiusa	13.69

Tabella 3.1: Identificazione del polo meccanico di P(s).



Figura 3.4: Risultati identificazione con iniezione di rumore bianco in catena chiusa: i due metodi restituiscono lo stesso risultato.

#### 3.2.2 Costruzione Diagramma di Bode

Per ovviare ai problemi riscontrati nella sezione precedente, si utilizza una strategia che escluda l'integratore dall'analisi e che possa conferire allo stesso tempo una maggiore libertà nella scelta del valore del segnale di ingresso: una soluzione che permette di coniugare queste esigenze è la costruzione per punti del diagramma di Bode relativo al controllo in catena chiusa di velocità, Figura 3.5. Anche in questa situazione, l'utilizzo di una retroazione è necessaria per aggirare il problema della blanda BIBO-stabilità.



# Figura 3.5: Schema Simulink per la costruzione del diagramma di Bode di velocità.

Le funzioni di trasferimento in gioco sono:

$$\frac{Z_2(s)}{R(s)} = \frac{K_{vel}K_vK_\tau}{sm + B + K_{vel}K_vK_\tau}, \quad \frac{V_{ref}(s)}{R(s)} = \frac{K_{vel}(sm + B)}{sm + B + K_{vel}K_vK_\tau},$$
$$\frac{Z_2(s)}{V_{ref}(s)} = \frac{K_vK_\tau}{sm + B + K_{vel}K_vK_\tau}$$

dove  $V_{ref}$ ,  $Z_2(s)$  e R(s) sono, rispettivamente, le Laplace-trasformate dei segnali di ingresso, uscita in velocità e riferimento, mentre  $K_{vel}$  è il guadagno proporzionale utilizzato per la stabilizzazione.

Si noti come per un valore del guadagno proporzionale  $K_{vel}$  pari all'unità ( $K_{vel} = 1$ ) le relazioni riferimento-uscita e ingresso-uscita coincidano: viene scelto dunque questo valore al fine di disporre di uno strumento di ulteriore verifica della bontà dei risultati ottenuti. Sono inoltre tutte funzioni di trasferimento del primo ordine con un polo in

$$\tau_v = \frac{B + K_{vel} K_v K_\tau}{m}$$
che nelle ipotesi di un coefficiente di attrito B plausibilmente trascurabile e  $K_{vel}$  unitario diventa semplicemente

$$\tau_v \simeq \frac{K_v K_\tau}{m}$$

Vengono analizzate delle pulsazioni-campione comprese tra i 5 e gli 800 *rad/s;* le Figure 3.6 e 3.7 illustrano i dati ottenuti dalle prove sperimentali.



Figura 3.6: Diagramma di Bode delle funzioni di trasferimento riferimentouscita e riferimento-ingresso.

In questo caso, i risultati sono concordi nell'individuare un valore di  $\frac{1}{\tau_v}$  pari a circa 13.75 *rad/s*; sempre la Figura 3.7 conferma che, così come pronosticato, le relazioni riferimento-uscita e ingresso-uscita sono praticamente identiche, pertanto si ritengono attendibili i risultati ottenuti.

# 3.2.3 Risposta al Gradino

A questo punto vengono svolte ulteriori indagini circa la validità del dato ottenuto dalla lettura dei diagrammi di Bode: a tal scopo si ricorre all'analisi della risposta del sistema ad un segnale a gradino. Sempre con riferimento al diagramma di Figura 3.5, vengono imposti dei gradini di velocità di ampiezza  $z_{2,ref}$  variabile dai 0.1 ai 0.5 m/s e viene misurato il tempo impiegato dalla velocità a raggiungere il



Figura 3.7: Sopra, diagramma di Bode della funzione di trasferimento ingresso-uscita; sotto, confronto tra le funzioni di trasferimento ingresso-uscita e riferimento-uscita.

63% del valore di riferimento (il valore misurato corrisponde per definizione alla costante di tempo di velocità  $\tau_v$  di cui sopra); gli esiti delle prove, raccolti in Tabella 3.2, suggeriscono un valore medio di  $\tau_v$  pari a 77.4 *ms*, il che colloca il polo della funzione di trasferimento in 12.91 *rad/s*, un risultato in linea col valore trovato nella sezione precedente.

Tabella 3.2: Costante di tempo di velocità del sistema retroazionato.

$z_{2,ref} \left[m/s\right]$	$ au_v \ [ms]$
0.1	77
0.2	76
0.3	77
0.4	78
0.5	79

Si procede infine con un'ultima verifica osservando la risposta del sistema a catena aperta in termini di posizione a fronte di un riferimento a gradino di tensione  $V_{ref}$  variabile dai 75 ai 95 mV: sempre sotto l'ipotesi di forze di attrito trascurabili, dalla seconda legge di Newton si ha che

$$F = m\ddot{z}_1 \quad \rightarrow \quad V_{ref}K_vK_\tau = m\ddot{z}_1$$

per cui

$$\frac{\ddot{z}_1}{V_{ref}} = \frac{K_v K_\tau}{m}$$

Il valore di  $V_{ref}$  è imposto e dunque noto, mentre il valore dell'accelerazione è ottenuto a partire dall'interpolazione lineare della risposta in posizione, assimilabile ad una parabola; i risultati ottenuti, riportati in Tabella 3.3 e rappresentati in Figura 3.8, identificano un rapporto  $\ddot{z}_1$ su  $V_{ref}$  di circa 14.85  $m/s^2V$ , un valore molto vicino a quelli precedenti e che rafforza di conseguenza la consistenza del dato ottenuto.

$V_{ref} [mV]$	$\ddot{z}_1 \left[m/s^2\right]$
75	0.653
78	0.672
80	0.715
85	0.728
88	0.829
90	0.878
95	0.938

Tabella 3.3: Valori dell'accelerazione del sistema a fronte di un gradino di tensione.

I tre esperimenti appena presentati hanno prodotto dei risultati coerenti tra loro, e si ritengono pertanto significativi i dati ottenuti; in definitiva si sceglie di adottare il valore medio dei valori ricavati, ovvero

$$\frac{K_v K_\tau}{m} \simeq 13.84 \; \frac{m}{s^2 V}$$

### 3.2.4 Risposta all'Impulso di Tensione

I parametri finora ottenuti non contengono nessuna informazione riguardo il coefficiente di attrito viscoso in quanto presupposto trascurabile rispetto alle altre grandezze che partecipano alla dinamica del sistema. Questa lacuna viene colmata attraverso l'analisi dell'evoluzione della velocità del sistema a catena aperta in risposta ad un impulso di tensione. Un segnale impulsivo mette in moto istantaneamente il cursore, e nel momento in cui tale segnale smette di eccitare il sistema la velocità decresce in maniera esponenziale con una costante di tempo pari a quella del polo meccanico  $\tau = \frac{m}{B}$ , Figura 3.9. Vengono svolte 3 prove con un impulso di ampiezza 150 *mV* con durata  $\Delta t$  di 100 *ms* e



Figura 3.8: Risultati sperimentali della risposta al gradino di tensione; la pendenza della retta è di 14.85  $m/s^2V$ .

3 prove con un impulso di 1 *V* di durata  $\Delta t$  di 15 *ms*, Tabella 3.4: la costante di tempo meccanica media è di circa 330 *ms*, di conseguenza il polo meccanico si posiziona ad una frequenza di 3 *rad/s*.

$V_{ref}$ $[V]$	$\Delta t \ [ms]$	$\tau \ [ms]$
1.00	15	322
1.00	15	361
1.00	15	328
0.150	100	343
0.150	100	320
0.150	100	302

Tabella 3.4: Valori misurati della costante di tempo meccanica.

### 3.3 RISULTATI DELL'IDENTIFICAZIONE

La particolare conformazione dell'apparato sperimentale, abbinata alla scarsità di informazioni dei dispositivi coinvolti, hanno reso necessario l'abbandono di tecniche di analisi rigorose a favore di metodi di identificazione più approssimativi; nonostante questo, le prove hanno restituito dei valori coerenti e ragionevoli delle grandezze in gioco. Data la massa della slitta (0.420 kg) e i risultati delle prove svolte, si



Figura 3.9: Risposta in velocità del sistema a fronte di un impulso di tensione: al cessare dell'impulso, la velocità decresce in maniera esponenziale con costante di tempo caratteristica del polo meccanico (in questo caso circa 328 *ms*).

ha che

$$B \simeq 1.27 \; rac{Ns}{m}, \quad K_v K_\tau \simeq 5.81 \; rac{N}{V}$$

A questo punto, si dispongono di tutte le informazioni utili alla sintonizzazione del controllore.

Parte III

APPLICAZIONE SPERIMENTALE

# 4

# IMPLEMENTAZIONE E DESIGN DEI CONTROLLORI

Ottenuti i parametri caratteristici del sistema, è ora possibile modellare il controllore PID seguendo delle tecniche canoniche di design al fine di realizzare un controllo di posizione in catena chiusa che presenti determinate proprietà dinamiche e/o di robustezza. Si procederà quindi con la verifica sperimentale dell'insieme di soluzioni basate sull'impiego di questa tipologia di regolatore per contrastare i fenomeni tribologici. Dapprima verranno analizzate le potenzialità dei controllori ibridi, le cui prestazioni verranno confrontate con quelle offerte da un regolatore abbinato ad un osservatore del disturbo; successivamente, con lo scopo di ottenere un ulteriore miglioramento delle performance del sistema, verranno proposte e validate sperimentalmente delle tecniche innovative in grado di affinare le strategie sopraelencate. Le valutazioni in merito all'efficacia delle tecniche sotto esame verranno effettuate in base alla risposta del sistema a fronte di un ingresso a gradino di ampiezza 5 mm: tempo di salita e tempo di assestamento svolgeranno dunque un ruolo fondamentale nel confronto degli esiti delle prove sperimentali.

Per rimanere in linea con le indicazioni contenute in [4], verranno esposti i risultati relativi all'utilizzo di un controllore PI-D/P-D; i test sono stati comunque ripetuti utilizzando dei controllori PID/PD, cui esiti e conseguenti osservazioni sono riportati in Appendice A. Durante ogni sessione sperimentale si è adottata una frequenza di campionamento pari a 5 kHz.

### 4.1 REALIZZAZIONE DEL CONTROLLORE

I controllori PI-D si interfacceranno col sistema fisico tramite *Simulink Desktop Real-Time*, Figura 4.1.

L'integrazione dell'errore viene realizzata attraverso un blocco *MA*-*TLAB Function*, il quale replica il comportamento di un integratore continuo discretizzato tramite la formula di Tustin. Il termine derivativo è invece ottenuto dalla derivata filtrata di posizione: il relativo blocco *MATLAB Function* emula infatti un filtro passa-alto discretizzato sempre secondo la formula di Tustin; la frequenza di taglio è posta a 300 *rad*/*s*. Nella realizzazione del controllore ibrido, Figura 4.2, si sono raggruppati i termini integrale e proporzionale del controllore in un unico blocco: all'interno dello stesso verranno verificate le condizioni di reset esposte nelle sezione 1.3 attuando inoltre l'inversione del termine  $\varphi$ .



Figura 4.1: Schema Simulink del controllore PI-D classico.



Figura 4.2: Schema Simulink del controllore PI-D ibrido (Reset PI-D).

Durante la fase sperimentale, si è sostituto il vincolo di reset legato all'effetto Zeno

 $|\varphi \zeta| \ge \varepsilon$ 

con

$$|\varphi| \geq \eta_1, \quad |\varsigma| \geq \eta_2, \quad \eta_1, \eta_2 > 0$$

così da poter avere un jump set:

$$D^* := \left\{ (\zeta, \varphi, v)' \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi v \le 0, \ \varphi \zeta \le 0, \ |\varphi| \ge \eta_1, \ |\zeta| \ge \eta_2 \right\}$$

Questa modifica permette di disporre di un maggiore controllo circa le condizioni di reset in quanto:

 il parametro η<sub>1</sub> indica il valore minimo di φ da invertire: ricordando la capacità del controllore di stimare la forza di attrito statico, questo grado di libertà aggiuntivo permette di ritardare l'azione di reset qualora  $\varphi$  presenti un valore insufficiente a muovere il motore;

• il parametro  $\eta_2$  vincola l'azione di reset all'errore: dal momento che  $\varsigma = K_i(r - z_1)$ , è possibile inibire l'inversione del buffer integrale qualora si sia raggiunto un posizionamento soddisfacentemente accurato.

Il blocco centrale dello schema di Figura 4.2 gestisce tutte le operazioni sul parametro  $\varphi$ : innanzitutto ne calcola il valore a partire dalla relativa trasformata di Laplace  $\Phi(s)$ :

$$\Phi(s) = K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s}, \quad E(s) = R(s) - Z_1(s)$$

che se discretizzata tramite la formula di Tustin restituisce

$$\varphi(k) = \varphi(k-1) + K_p(e(k) - e(k-1)) + \frac{1}{2}K_iT_s(e(k) + e(k-1))$$

dove  $T_s$  è il periodo di campionamento; successivamente vengono verificate le condizioni di reset utilizzando i valori istantanei di  $\varsigma$  e velocità:

- $\varphi(k)v(k) \leq 0$  (entrata in una fase di stick)
- $\varphi(k)\zeta(k) \leq 0$  (sovraelongazione)
- $|\varphi(k)| \ge \eta_1$ ,  $|\varsigma(k)| \ge \eta_2$  (effetto Zeno)

Nel caso il reset non avvenga, il valore di  $\varphi(k)$  viene passato direttamente all'azionamento, ovvero

$$\varphi_{out}(k) = \varphi(k)$$

altrimenti, nel caso si inneschi l'inversione, il segnale di controllo sarà

$$\varphi_{out}(k) = -\alpha \varphi(k)$$

Infine, il segnale  $\varphi_{out}(k)$  erogato viene salvato come

$$\varphi(k-1) = \varphi_{out}(k)$$

così da poter calcolare il valore di  $\varphi(k)$  dell'istante successivo.

### 4.2 SCELTA DEI COEFFICIENTI DEL PI-D CLASSICO

La prima serie di prove impiegheranno dei controllori sintetizzati tramite il metodo del margine di fase: i coefficienti  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  dovranno restituire un controllo in retroazione di posizione che abbia

- margine di fase della funzione di anello aperto pari a 60°;
- rapporto  $\frac{T_i}{T_d} = 12;$
- banda passante del controllo  $\omega_{bw} = \{10, 30, 60, 100\} rad/s.$

Scopo della validazione sperimentale è dunque quello di osservare il comportamento del controllore ibrido all'aumentare della banda passante del sistema. Al fine di conferire ai risultati che si otterranno una connotazione di generalità, verrà eseguita una seconda tranche di prove proponendo un metodo di design differente basato sull'allocazione dei poli della funzione di trasferimento in catena chiusa del sistema: in particolare si desidera che il sistema retroazionato si comporti come un filtro di Butterworth del terzo ordine cui banda passante vari ancora tra i 10 e i 100 *rad/s*.

### 4.3 SCELTA DEI COEFFICIENTI DEL RESET PI-D

I parametri caratterizzanti il controllore ibrido sono  $\alpha \in [0; 1]$ ,  $\eta_1$  e  $\eta_2$ . Alla luce delle osservazioni fatte nelle sezioni precedenti, i primi due coefficienti sono fortemente legati alle caratteristiche dell'attrito che affligge il sistema: vista la natura non-model based dell'approccio utilizzato, è impossibile definire a priori un metodo di design capace di garantire una prestazione ottimale del controllore; si suggerisce pertanto di inserire come valori di primo tentativo  $\alpha = 1$  e un  $\eta_1$  di ordine di grandezza ridotto. Questi valori devono poi essere affinati sulla base di alcuni test di prova, in particolare:

- il parametro α, legato all'asimmetria dell'attrito, se di valore troppo elevato favorisce l'insorgenza di cicli limite: occorre ridimensionarne l'entità fino alla scomparsa di questi effetti indesiderati;
- un  $\eta_1$  esiguo può innescare delle commutazioni della componente  $\varphi$  anche qualora questa presenti un valore modesto, con chiare ripercussioni sul tempo di carica-scarica del buffer integrale: in virtù della capacità del controllore ibrido di stimare la forza di attrito statico, è consigliabile porre  $\eta_1$  uguale al valore stimato in modo tale da invertire una componente  $\varphi$  capace di muovere il motore.

Il parametro  $\eta_2$  invece, essendo legato all'errore di posizione, può essere istituito tramite specifiche sull'errore relativo o assoluto: nelle prove svolte si è scelto di porre

$$\eta_2 = K_i \cdot 10^{-6}$$

così da poter sfruttare l'azione di reset fintantochè l'errore è superiore alla risoluzione dell'encoder (appunto 1  $\mu m$ ). Il valore di  $\eta_1$  è stato posto pari a 20 mV: è questa infatti, in media, l'entità equivalente in tensione della forza di attrito statico stimata tramite il controllore ibrido, Figura 4.3. Infine, in base alle evidenze sperimentali, si è ritenuto conveniente adottare  $\alpha = 0.7$ .



Figura 4.3: Particolare del segnale di controllo  $V_{ref}$  durante le prove sperimentali. L'innesco del reset (evidenziato dai cerchi rossi) avveniva in corrispondenza di valori di tensione compresi tra i 6 e i 30 mV: si sceglie un valore di soglia  $\eta_1$  intermedio a 20 mV; la stessa immagine rivela un'assimetria nelle forze di attrito.

### 4.4 REALIZZAZIONE DEL DISTURBANCE OBSERVER

L'osservatore del disturbo (abbreviato *DOB*) è una tecnica che permette di annullare gli effetti delle forze di attrito tramite una stima di queste ultime per attuarne poi una compensazione, Figura 4.4: gli errori a regime introdotti dall'attrito saranno dunque annullati tramite la compensazione del distubo, rendendo di conseguenza superflua la presenza della componente integrale del controllore: pertanto il disturbance observer si affiancherà ad un semplice controllore P-D, Figura 4.6.

Il DOB è implementato tramite uno stimatore a stato aumentato in cui il disturbo, presupposto di ordine zero [11], viene aggiunto alle variabili di stato: la stima che se ne ottiene risulta tuttavia essere una versione filtrata del disturbo, il cui grado di accuratezza dipende dalla larghezza di banda del filtro passa-basso che esegue la stima. Lo stimatore è costruito nello spazio di stato: il suo funzionamento può



Figura 4.4: Schema generico di un osservatore del disturbo: il disturbo  $x_{dist}$  viene incorporato alle variabili di stato e dunque stimato; la stima  $\hat{x}_{dist}$  che se ne ottiene viene poi utilizzata per la compensazione del disturbo stesso.



Figura 4.5: Schema Simulink dell'osservatore del disturbo.

essere descritto attraverso lo schema Simulink di Figura 4.5. L'implementazione viene eseguita a partire dalle matrici di stato del sistema: se si indicano con z,  $V_{ref}$  e y le variabili di stato, ingresso e uscita del sistema in studio, vale

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{V}_{dist} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{m} & -\frac{K_v K_\tau}{m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_v K_\tau}{m} \\ 0 \end{bmatrix} V_{ref} := F z + G V_{ref}$$
$$y = [1 \ 0 \ 0]z := H z$$

dove *F*, *G* e *H* sono, rispettivamente, le matrici di stato, ingresso ed uscita del sistema. Le forze di attrito sono state incorporate nelle equazioni di stato sottoforma di un disturbo equivalente in tensione  $V_{dist}$  che, come anticipato, viene presupposto di ordine zero ( $\dot{V}_{dist} = 0$ ); il segnale  $V_{dist}$  viene poi aggiunto a  $V_{ref}$  per la compensazione<sup>1</sup>. Nella costruzione dello stimatore si è inoltre posto nella matrice *F* un valore di *B* nullo così da poter compensare anche l'attrito viscoso. Le matrici

<sup>1</sup> D'ora in avanti si indicherà con  $V_{comp}$  la componente di compensazione del disturbo, dove  $V_{comp} = V_{dist}$ .

 $F_{es}$  e  $G_{es}$  dello stimatore si ottengono dalle matrici  $F_d$ ,  $G_d$  e  $H_d$ , ovvero dalle versioni discretizzate delle matrici F, G e H:

$$F_{es} = F_d - LH_d, \quad G_{es} = \begin{bmatrix} G_d \\ L \end{bmatrix}$$

La matrice *L* permette di allocare gli autovalori degli errori di stima, determinando quindi la banda passante del filtro.

Le performance offerte dall'osservatore del disturbo verranno confrontate con quelle del reset PI-D a parità di margine di fase e banda passante di posizione del sistema retroazionato: saranno questi dunque i due parametri che andranno a definire i valori  $K_p$  e  $K_d$  del regolatore P-D. Il valore di *L* sarà scelto in modo tale da imporre al filtro che esegue la stima del disturbo una certa frequenza di taglio  $\omega_{LPF}$ .



Figura 4.6: Schema Simulink del controllore P-D con osservatore del disturbo.

In questa Sezione verranno esposti i risultati sperimentali derivanti dall'utilizzo del Reset PI-D per evidenziare come l'inversione del buffer integrale possa migliorare le prestazioni di un classico controllore PI-D; si presenteranno anche le prove concernenti l'impiego dell'osservatore del disturbo al fine di commisurare l'efficacia del controllore ibrido.

## 5.1 RESET PI-D

# 5.1.1 Metodo del Margine di Fase

Vengono ora riportati gli esiti delle prove sperimentali relative all'impiego dei controllori ibridi, confrontando i risultati ottenuti con quelli relativi ad un controllore PI-D classico avente gli stessi coefficienti  $K_p$ ,  $K_i \in K_d$ . La tecnica di design utilizzata è quella del margine di fase; le seguenti Figure illustrano le performance relative ad una banda passante di posizione di 10 (Figura 5.1), 30 (Figura 5.2) e 60 *rad/s* (Figura 5.3).



Figura 5.1: Metodo del margine di fase,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .

Dalla Figura 5.1 risulta evidente come una banda passante di controllo ristretta risenta notevolmente della presenza della forza di attrito, cui sintomo è lo sviluppo di un moto molto irregolare. Il controllore ibrido ha portato comunque a dei miglioramenti notevoli circa il tempo di assestamento, portandosi nella posizione di riferimento in meno di 4 *s* (il controllore classico nella sua prestazione migliore non impiegava meno di 1 minuto). Tuttavia si vuole sottolineare che le preformance presentate sono state le migliori ottenute nella fase di test di questo controllore: sia il regolatore classico che quello ibrido portavano di norma a dei cicli limite; si è voluto comunque riportare il risultato migliore al fine di poter illustrare le potenzialità del controllore reset. Dalle altre due immagini, si evince che l'azione di reset porta a dei benefici per bande passanti inferiori ai 30 *rad/s* e che a 60 *rad/s* il controllore ibrido non interviene: di fatto, i controllori cui viene richiesta una banda passante di almeno 40 *rad/s* riescono ad erogare un segnale di controllo sufficientemente elevato e tale per cui non si verifichi mai una condizione stick, inibendo di conseguenza una delle due condizioni fondamentali di reset.



Figura 5.2: Metodo del margine di fase,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 5.3: Metodo del margine di fase,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

Si cerca conferma circa le osservazioni fatte ripetendo le prove a diverse bande passanti di controllo cambiando il metodo di design del controllore.

### 5.1.2 Metodo di Allocazione dei Poli

Un'ulteriore verifica dei risultati appena ottenuti viene svolta applicando un metodo di sintonizzazione del controllore allocando i poli della funzione di trasferimento in catena chiusa in modo tale che il sistema si comporti come un filtro di Butterworth del terzo ordine. Anche in questo caso si riportano le risposte del sistema relative ad una banda passante di posizione di 10, 30 e 60 *rad/s*.



Figura 5.4: Metodo di allocazione dei poli,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .

Questo secondo metodo di design restituisce, a parità di banda passante, dei guadagni proporzionali più elevati: il controllo con  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ , Figura 5.4, non presenta più un'evoluzione anomala; inoltre, utilizzando il controllore ibrido, l'incidenza dei cicli limite si è notevolmente ridotta, risolvendo dunque una delle problematiche principali che intaccano il servocontrollo dei sistemi con attrito. Più in generale, le prove confermano i risultati ottenuti in precedenza: si riscontrano miglioramenti notevoli fino ai 30 rad/s, Figura 5.5; il controllore si eclissa a partire dai 40 rad/s (Figura 5.6) sempre a causa di una legge di controllo che permette di aggirare le fasi di stick.



Figura 5.5: Metodo di allocazione dei poli,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 5.6: Metodo di allocazione dei poli,  $\omega_{hw} = 60 \ rad/s$ .

In conclusione, il reset PI-D si è rivelato un controllore capace di migliorare le prestazioni offerte da un classico regolatore PI-D per contrastare gli effetti negativi introdotti dall'attrito: se ben tarato, il controllore ibrido riduce enormemente i tempi di assestamento, rivelandosi inoltre uno strumento efficace nel contrastare l'insorgenza dei cicli limite. Tuttavia, il suo campo di intervento rimane circostritto ai regolatori che presentano una banda passante di controllo modesta, situazione nella quale gli effetti dell'attrito sono maggiormente sentiti: da questo punto di vista, il controllore ibrido riesce ad eliminare gli effetti collaterali associati all'uso di un PI-D classico.

### 5.2 OSSERVATORE DEL DISTURBO

Dimostrata l'efficacia del controllore ibrido, se ne confrontano le prestazioni con quelle ottenute da un controllore P-D classico abbinato ad un DOB a parità di margine di fase e banda passante del sistema retroazionato. Il filtro passa-basso associato all'osservatore del disturbo ha una frequenza di taglio  $\omega_{LPF}$  pari a 400 *rad/s*.

Il metodo di design basato sul margine di fase ha restituito ovviamente delle funzioni d'anello con margine di fase di 60°: le prime prove riguarderanno un controllore P-D soddisfacente tale specifica. Le Figure 5.7 e 5.8 illustrano i risultati per le bande passanti di 10 e 30 *rad/s*; viene proposta anche una prova con  $\omega_{bw} = 40 \text{ rad/s}$  (Figure 5.9) per coprire lo stesso intervallo di bande passanti entro il quale avveniva l'azione di reset del controllore PI-D.



Figura 5.7: Confronto tra Reset PI-D e DOB: margine di fase 60°,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura 5.8: Confronto tra Reset PI-D e DOB: margine di fase 60°,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 5.9: Confronto tra Reset PI-D e DOB: margine di fase 60°,  $\omega_{bw} = 40 \ rad/s$ .

Le differenze tra i due approcci sono evidenti, specialmente in termini di sovraelongazione e tempo di assestamento; nondimeno, l'osservatore del disturbo presenta raramente il verificarsi di cicli limite. Le cause di tali divergenze ruotano attorno al termine integrale: l'introduzione di una parte integrativa è infatti l'espediente utilizzato per annullare gli errori a regime associati alle forze di attrito, nonchè principale oggetto di interesse dell'azione di reset; d'altra parte il disturbance observer è stato concepito per superare le problematiche di stabilità e sovraelongazione dovute alla presenza di un integratore, facendo dell'assenza del termine integrale un pregio. Si vuole comunque estendere l'indagine ai risultati ottenuti dai controllori PI-D disegnati tramite il metodo di allocazione dei poli (in cui il margine di fase assumeva un valore di circa  $40^{\circ}$  per ogni banda passante) per osservare il comportamento del DOB anche in presenza di sovraelongazioni. Vengono riportare le prestazioni offerte dal P-D/DOB con banda passante di controllo pari a 10, 30 e 40 rad/s.



Figura 5.10: Confronto tra Reset PI-D e DOB: margine di fase 40°,  $\omega_{bw} = 10 \text{ rad/s}$ .

Ancora una volta, le risposte al gradino presentano delle sovraelongazioni contenute rispetto a quelle ottenute dal controllore ibrido e dei tempi di assestamento di molto inferiori: in conclusione dunque, l'osservatore del disturbo permette di coniugare velocità e robustezza del controllo senza rinunciare all'eliminazione degli errori di posizionamento. Proprio per questa ragione, l'utilizzo di questo strumento è apprezzabile anche per bande passanti superiori ai 40 *rad/s*: a titolo di esempio si riporta in Figura 5.13 il confronto di prestazioni tra un regolatore PI-D classico e un P-D/DOB in presenza di una banda passsante di 60 *rad/s*.



Figura 5.11: Confronto tra Reset PI-D e DOB: margine di fase 40°,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 5.12: Confronto tra Reset PI-D e DOB: margine di fase 40°,  $\omega_{bw} = 40 \text{ rad/s.}$ 



Figura 5.13: Confronto tra PI-D e P-D/DOB: margine di fase 40°,  $\omega_{bw} = 60 \text{ rad/s}$ .

Il disturbance observer non è comunque esente da difetti: l'efficacia della compensazione dipende molto dalla larghezza di banda del filtro passa-basso e quindi dalla qualità della stima del disturbo che se ne ottiene. Come in ogni stimatore è inoltre necessario trovare il compromesso tra stime veloci e stime precise. Sono state allora svolte delle prove aggiuntive per osservare l'efficacia della compensazione al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso, di cui si sono adottati i valori di  $\omega_{LPF}$  pari a 40, 100 e 400 *rad/s*. I test sono stati eseguiti per diversi valori di banda passante del sistema retroazionato in cui il controllore P-D conserva sempre un margine di fase di 40°. I risultati sono illustrati in Figura 5.14 ( $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ ), Figura 5.15 ( $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ ), Figura 5.16 ( $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ ), Figura 5.17 ( $\omega_{bw} = 100 \ rad/s$ ).



Figura 5.14: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura 5.15: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .

Le proprietà del controllo, specialmente in termini di tempo di assestamento, di norma migliorano all'aumentare della frequenza di taglio del filtro passa-basso; tuttavia il design di questo elemento è spesso realizzato seguendo dei criteri di ottimo (i.e. Filtro di Kalman),



Figura 5.16: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .



Figura 5.17: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 100 \ rad/s$ .

pertanto le frequenze di taglio che se ne ottengono potrebbero offrire delle prestazioni inferiori rispetto a quelle potenzialmente ottenibili con filtri a larghezza di banda maggiore. Si vuole dunque proporre una soluzione che possa perfezionare le performance ottenute dagli osservatori del disturbo con filtri passa-basso con piccole frequenze di taglio così da non dover rinunciare ad un criterio di ottimalità.

Dimostrata l'efficacia e i limiti del Reset PI-D e dell'osservatore del disturbo, si apre ora la parte innovativa della tesi: in questa Sezione verranno infatti presentate e validate sperimentalmente delle strategie basate sui controllori PI-D/P-D capaci di superare le performance ottenute nella Sezione precedente.

# 6.1 RESET DOB

Così come riscontrato nei controllori PI-D (sia classici che ibridi), le fasi di stick influenzano negativamente le prestazioni del sistema anche in presenza dell'osservatore del disturbo, specialmente quando banda passante del controllo e del filtro passa-basso del DOB presentano entrambe dei valori contenuti. Si potrebbe quindi pensare di applicare la stessa logica utilizzata nel PI-D ibrido per attuare il reset della stima del disturbo: in altre parole, si vuole creare un Reset DOB. Trasponendo quanto fatto nell'azione integrale del PI-D, nel momento in cui il motore entra in una fase di stick a seguito di un sovra(o sotto)elongazione, viene effettuata un'inversione di segno della compensazione  $V_{comp}$  qualora questa possegga un segno discorde a quello necessario a muovere il motore nella giusta direzione. In maniera più formale, il jump set dell'osservatore ibrido sarà del tipo

$$D := \{(z_1, z_2, V_{comp})' \in \mathbb{R}^3 | V_{comp} z_2 \le 0, V_{comp}(r - z_1) \le 0, |V_{comp}| \ge \eta_1, |r - z_1| \ge \eta_2\}$$

il quale innescherà il reset della stima del disturbo tale per cui

$$V_{comp}^+ = -\alpha V_{comp}$$

Adottando una struttura di questo genere, il Reset DOB opera in maniera simmetrica al Reset PI-D, in quanto:

- la condizione  $V_{comp}z_2 \leq 0$  identifica l'inizio di una fase di stick;
- la condizione  $V_{comp}(r z_1) \leq 0$  riconosce gli overshoot;
- i parametri  $\eta_1$  e  $\eta_2$  bloccano l'insorgenza dell'effetto Zeno;
- il parametro *α* indica in che percentuale invertire la componente di compensazione.

Valgono inoltre le stesse indicazioni di design dei parametri:

- η<sub>1</sub> stabilisce una soglia minima di compensazione da invertire; anche in questo caso si consiglia di innalzarne il valore fino alla scomparsa dell'effetto Zeno o comunque circoscrivere il reset a componenti V<sub>comp</sub> di valore significativamente elevato;
- $\eta_2$  lega l'azione di reset all'errore di posizionamento;
- valori di  $\alpha$  troppo elevati innescano cicli limite: occorre abbassarne il valore per evitare l'insorgenza di questo effetto collaterale.

L'implementazione in Simulink è attuata a partire dallo schema di Figura 4.5, il quale viene opportunamente modificato al fine di inserire un blocco adibito al controllo delle condizioni di reset e all'inversione di segno della stima del disturbo, Figura 6.1.



Figura 6.1: Schema Simulink dell'osservatore del disturbo ibrido.

Così come visto nel controllore PID ibrido, le condizioni di reset sono verificate utilizzando i valori istantanei di errore di posizionamento e velocità:

- $V_{comp}(k)v(k) \le 0$  (entrata in una fase di stick)
- $V_{comp}(k)e(k) \le 0$  (sovraelongazione)
- $|V_{comp}(k)| \ge \eta_1$ ,  $|e(k)| \ge \eta_2$  (effetto Zeno)

Nel caso il reset non venga innescato, il valore di  $V_{comp}(k)$  viene passato direttamente all'azionamento e restituito allo stimatore senza alcuna modifica, ovvero

$$V_{comp,out}(k) = V_{comp}(k)$$

In caso contrario, esso viene reindirizzato ad azionamento e stimatore solo dopo averne invertito il segno:

$$V_{comp,out}(k) = -\alpha V_{comp}(k)$$



Vengono riportati i test effettuati per sondare l'efficacia di questa soluzione al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso dell'osservatore del disturbo e per diverse bande passanti di controllo.

Figura 6.2: Effetti del Reset DOB a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura 6.3: Effetti del Reset DOB a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 6.4: Effetti del Reset DOB a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

Le osservazioni che derivano dai risultati raccolti sono molto vicine a quelle fatte nel caso del confronto tra PI-D classico e PI-D ibrido: l'azione di reset impatta in maniera tanto più positiva quanto è più stretta la banda passante del controllo, e apporta dei miglioramenti significativi fino ad una  $\omega_{bw}$  di 30 *rad/s*; soprattutto, si rivela una strategia adatta a migliorare le prestazioni dei DOB con filtri a basse frequenze di taglio, risolvendone i limiti circa i tempi di assestamento. Viste comunque le proprietà di robustezza e velocità offerte dall'osservatore del disturbo ibrido, si desidera ricercare un metodo per estendere l'utilizzo del Reset DOB anche a controllori più aggressivi.

### 6.2 EXTENDED RESET DOB

L'impiego di strumenti di controllo ibridi si è rilevato un espediente capace di apportare dei benefici significativi per superare le problematiche legate all'attrito (si vedano in particolare i tempi di assestamento), sia che venga applicato ad un controllore PI-D che ad un osservatore del disturbo. Si è tuttavia appurato che il suo intervento rimane confinato a contesti che presentano valori esigui di banda passante di controllo e, nel caso del DOB, di filtri passa-basso con  $\omega_{LPF}$  contenute. Da un lato quindi, l'azione di reset porta dei miglioramenti notevoli nelle situazioni che più risentono degli effetti tribologici, dall'altro il suo ruolo diviene marginale qualora si impiegassero controllori capaci di realizzare prestazioni più performanti. Si vuole dunque proporre una strategia di reset che migliori la risposta del sistema a prescindere dal regolatore utilizzato.

Nei sistemi retroazionati a banda passante elevata il motore entra difficilmente in una fase di stick, pertanto si vuole introdurre una soluzione che allarghi il campo di intervento dell'azione di reset: in base alla prima assunzione, si elimina la condizione di reset legata alla fase di stick per innescare quindi l'inversione di segno in corrispondenza della sola sovraelongazione. Sempre con riferimento all'osservatore del disturbo di Figura 6.1, il jump set è ora definito da

$$D := \{ (z_1, z_2, V_{comp})' \in \mathbb{R}^3 | V_{comp}(r - z_1) \le 0, | V_{comp}| \ge \eta_1, |r - z_1| \ge \eta_2 \}$$

il che riduce le operazioni di verifica a

- $V_{comp}(k)e(k) \le 0$  (sovraelongazione)
- $|V_{comp}(k)| \ge \eta_1$ ,  $|e(k)| \ge \eta_2$  (effetto Zeno)

L'inversione di segno riguarderà sempre la stima del disturbo in modo tale che

$$V_{comp,out}(k) = -\alpha V_{comp}(k)$$

I parametri  $\alpha$ ,  $\eta_1$  e  $\eta_2$  conservano lo stesso ruolo e valgono le stesse tecniche di design enunciate precedentemente in Sezione 6.1, ma si raccomanda di adottare un valore di  $\alpha$  non superiore a 0.7: dalle prove sperimentali emerge infatti che valori prossimi all'unità di tale parametro conferiscono un carattere oscillatorio alla risposta del sistema con continue oscillazioni di piccola entità attorno al punto di riferimento.



Figura 6.5: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura 6.6: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 6.7: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .


Figura 6.8: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 100 \ rad/s$ .

I miglioramenti sono evidenti e riscontrabili in qualsiasi combinazione  $\omega_{bw}$ - $\omega_{LPF}$ : ancora una volta i cambiamenti sono notevoli nei casi particolarmente svantaggiosi, ma gli effetti si protraggono in maniera sensibile anche nei controllori più aggressivi; in generale, si osserva un abbassamento della sovraelongazione e un ulteriore contenimento del tempo di assestamento.

#### 6.3 EXTENDED RESET PI-D

Alla luce dei risultati ottenuti nel disturbance observer dal miglioramento della logica di reset, si vuole estenderne l'applicazione al controllore PI-D: il jump set è allora ridefinito come

$$D^* := \left\{ (\varsigma, \varphi, v)' \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi\varsigma \leq 0, \ |\varphi| \geq \eta_1, \ |\varsigma| \geq \eta_2 \right\}$$

così da dover verificare solo

•  $\varphi(k)\zeta(k) \leq 0$  (sovraelongazione)

• 
$$|\varphi(k)| \ge \eta_1$$
,  $|\varsigma(k)| \ge \eta_2$  (effetto Zeno)

Si consiglia anche in questo caso di contenere il valore di  $\alpha$  associato al reset della variabile  $\varphi$ . Vengono ripetuti i test relativi alle bande passanti di controllo entro le quali interveniva il controllore ibrido precedente (10 ÷ 30 *rad/s*), Figure 6.9 e 6.10. Il metodo di design utilizzato è quello del margine di fase a 60°.



Figura 6.9: Effetti dell'Extended Reset PI-D,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .

Gli effetti non sono così eclatanti come nell'osservatore del disturbo: sebbene la sovraelongazione si riduca sensibilmente, il reset causa delle sottoelongazioni maggiori rispetto a quelle riscontrate nella Sezione 5.1, con ovvie ripercussioni sul tempo di assestamento. L'azione



Figura 6.10: Effetti dell'Extended Reset PI-D,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .

di reset è infatti precoce rispetto alla versione originale, pertanto la componente integrale possiede un valore di entità maggiore, che una volta ribaltato scosta di molto il motore dalla posizione riferimento. Si potrebbe pensare di aggirare il problema diminuendo la percentuale di  $\varphi$  soggetta all'inversione, tuttavia valori contenuti di  $\alpha$  allungano i tempi di assestamento<sup>1</sup>; inoltre si è già osservato come piccole bande passanti di controllo diano origine a moti irregolari, rendendo di conseguenza impossibile fare previsioni sul valore assunto dalla componente integrale al momento del reset. Una strada percorribile a riguardo potrebbe essere l'implementazione di un *gain scheduling* del parametro  $\alpha$  a seconda dell'entità di  $\varphi$ . Va però tenuto conto che al momento del reset è presente anche la parte derivativa del controllo, il che rende attuabile questo tipo di accorgimento solo dopo un debito studio della correlazione tra  $\alpha$ ,  $\varphi$  e componente derivativa.

Ciononostante, l'assenza di un vincolo sull'entrata in una fase di stick permette di applicare l'Extended Reset PI-D a controlli con banda passante maggiore: si riportano le prove eseguite con  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$  (Figura 6.11) e  $\omega_{bw} = 90 \ rad/s$  (Figura 6.12).

<sup>1</sup> Nele prove qui riportate,  $\alpha$  presentava valori compresi tra 0.1 e 0.3



Figura 6.11: Effetti dell'Extended Reset PI-D,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .



Figura 6.12: Effetti dell'Extended Reset PI-D,  $\omega_{bw} = 90 \ rad/s$ .

Anche in questo caso i benefici sono evidenti in termini di sovraelongazione e non si riscontrano peggioramenti nel tempo di assestamento, che rimane tutt'al più uguale a quello del controllore classico; in conclusione, nell'utilizzo di controllore PI-D la logica pesentata in [4] rimane la soluzione migliore nei casi in cui si verifichino delle fasi di stick, ma il suo utilizzo può essere affiancato a controlli più performanti innescando il reset in corrispondenza della sola sovra(o sotto)elongazione.

# CONCLUSIONI

La panoramica offerta sulle strategie di avversione degli effetti negativi dell'attrito basate sui controllori PI-D ha confermato l'efficacia delle alternative proposte e dimostrato quanto l'impiego di regolatori ibridi potenzi ulteriormente la loro azione arginando le problematiche tipicamente associate a questo tipo di controllore in materia di tempo di assestamento e cicli limite.

Il meccanismo di reset migliora l'azione di controllo dei regolatori PI-D, sebbene il campo di azione rimanga confinato a sistemi retroazionati con bande passanti contenute; l'osservatore del disturbo ne è una valida alternativa specialmente in termini di robustezza (vista l'assenza di un termine integrale) e comportamento dinamico (sovraelongazioni meno accentuate, moto più regolare grazie alla compensazione). Tuttavia le prestazioni del DOB dipendono molto dalla frequenza di taglio del filtro passa-basso che esegue la stima del disturbo; la sua implementazione presuppone inoltre la conoscenza del modello del processo controllato, mentre il Reset PI-D può essere semplicemente incorporato ad un controllore preesistente.

Le prove sperimentali hanno portato all'abbinamento delle due tecniche per coniugarne gli aspetti positivi, conducendo alla creazione del Reset DOB: così come osservato nei controllori PI-D, la riduzione dei tempi di assestamento è notevole, tuttavia l'azione di reset rimane circostritta a contesti con bande passanti di controllo modeste. L'allentamento delle condizioni di reset permette di superare questo limite apportando degli ulteriori miglioramenti sull'entità delle sovraelongazioni e dei tempi di assestamento.

L'applicazione delle stesse condizioni di reset su di un controllore PI-D non porta a delle migliorie significative a meno di non realizzare una tecnica che regoli il parametro  $\alpha$  a seconda del valore della componente da invertire: le condizioni di reset originali sono più efficaci nel caso di piccole bande passanti di controllo, mentre il secondo approccio può comunque essere impiegato nel caso di tarature più aggressive.

In ultima istanza, si vogliono evidenziare i progressi apportati con la strategia di reset estesa confrontando la risposta del sistema con un controllore PI-D classico (punto di partenza della validazione sperimentale) con quella ottenuta grazie all'Extended Reset DOB per le diverse bande passanti di controllo.



Figura 6.13: Punto di partenza ed arrivo della fase sperimentale,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura 6.14: Punto di partenza ed arrivo della fase sperimentale,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura 6.15: Punto di partenza ed arrivo della fase sperimentale,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

Parte IV

APPENDICE



A seguito dei risultati ottenuti nei controllori PI-D/P-D, si è ritenuto doveroso svolgere delle prove aggiuntive su dei regolatori PID/PD per sondare gli effetti delle strategie di reset quando abbinate a questa categoria di controllore, senz'altro più diffusa della versione adottata nella validazione sperimentale precedente. Le tecniche di design dei controllori (sia classici che ibridi) e dell'osservatore del disturbo sono le stesse illustrate nella Sezione 4.1; verrà seguito inoltre lo stesso percorso logico adottato per i regolatori PI-D/P-D, ovvero

- indagine sugli effetti del Reset PID all'aumentare della banda passante di controllo e convalida dei risultati sperimentali tramite diverse tecniche di desigin del controllore;
- confronto delle prestazioni ottenute al punto precedente con quelle di un osservatore del disturbo a parità di margine di fase e banda passante del controllo di posizione;
- implementazione del Reset DOB e dell'Extended Reset DOB;
- realizzazione dell'Extended Reset PID.

Le prove hanno lo scopo di evidenziare gli effetti delle varie strategie in base alla risposta del sistema ad un gradino di posizione di ampiezza 5 *mm*; la frequenza di campionamento è pari a 5 kHz.



Figura A.1: Schema Simulink del controllore PID classico.

#### A.1 RESET PID

Le prove relative al controllore sono state svolte grazie allo schema Simulink di Figura A.2, che realizza la stessa logica di reset presentata nella Sezione 5.1.



Figura A.2: Schema Simulink del controllore PID ibrido.

I primi test sono stati eseguiti su controllori disegnati tramite il metodo del margine di fase; sono riportati i risultati relativi alle bande passanti di 10 (Figura A.3), 30 (Figura A.4) e 60 rad/s (Figura A.5).



Figura A.3: Metodo del margine di fase,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura A.4: Metodo del margine di fase,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura A.5: Metodo del margine di fase,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

Il comportamento è simile a quello osservato nel controllore PI-D: bande passanti ristrette presentano dei moti molto irregolari e sviluppano quasi sempre dei cicli limite (la Figura A.3 riporta alcuni dei rari casi in cui questi fenomeni collaterali non si presentavano); l'azione di reset apporta dei miglioramenti significativi fino ad una banda passante di circa 60 *rad/s*: oltre questa soglia, l'innesco del reset è inibito in quanto non si verificano fasi di stick.

Anche il metodo di allocazione dei poli per ottenere un filtro di Butterworth del terzo ordine restituisce dei risultati in linea con le osservazioni precedenti: sistemi con piccole bande passanti di controllo presentano una evoluzione anomala (Figure A.6 e A.7), tuttavia il controllore ibrido riesce a portare il motore nel punto di riferimento in tempi rapidi e tali da annullare a volte il verificarsi di cicli limite; il controllore ibrido diviene ininfluente per bande passanti superiori ai 60 *rad/s* in quanto non sopraggiungono fasi di stick, Figura A.8.



Figura A.6: Metodo di allocazione dei poli,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura A.7: Metodo di allocazione dei poli,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura A.8: Metodo di allocazione dei poli,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

#### A.2 OSSERVATORE DEL DISTURBO

Comprovata l'efficacia del PID ibrido, se ne confrontano le prestazioni con quelle ottenute da un controllore PD classico abbinato ad un DOB (Figura A.9) a parità di margine di fase e banda passante del sistema retroazionato. Il filtro passa-basso associato all'osservatore del disturbo ha una frequenza di taglio  $\omega_{LPF}$  pari a 400 *rad/s*.

Il metodo di design basato sul margine di fase ha restituito ovviamente delle funzioni d'anello con margine di fase pari a  $60^{\circ}$ : il controllore PD soddisfa tale specifica. Le Figure A.10 e A.11 illustrano i risultati per le bande passanti di 10 e 30 *rad/s* per comparare le stesse bande di intervento del controllore ibrido.

La compensazione riesce a far evolvere il sistema in maniera regolare già con  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ : di fatto la prestazione che si ottiene ricalca quella nominale; in entrambe le prove la forza di attrito gioca a favore del Reset PID per quanto riguarda la sovraelongazione, ma i tempi di assestamento non sono minimamente comparabili.



Figura A.9: Schema Simulink del controllore PD con osservatore del disturbo.



Figura A.10: Confronto tra Reset PID e DOB: margine di fase 60° ,  $\omega_{bw}=10~rad/s.$ 



Figura A.11: Confronto tra Reset PID e DOB: margine di fase 60°,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .

La risposta ottenuta dal sistema dipende nondimeno dalla qualità della stima del disturbo su cui basare la compensazione, che a sua volta è legata alla frequenza di taglio  $\omega_{LPF}$  del filtro passa-basso del DOB. Nelle prove sperimentali precedenti si è adottato un valore arbitrario pari a 400 *rad/s*, tuttavia il design di questo elemento è spesso demandato a criteri più rigorosi basati sulla ricerca di un filtro ottimo. Adottando uno di questi metodi, il valore di  $\omega_{LPF}$  potrebbe assumere valori più contenuti, influenzando la prestazione del sistema. Si prendano ad esempio le Figure A.12, A.13 e A.14 rappresentanti la risposta del sistema a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso per varie bande passanti di controllo: la compensazione gioca infatti un ruolo fondamentale nel caso di bande passanti ristrette, e il valore di  $\omega_{LPF}$  incide non di poco sulla prestazione.



Figura A.12: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .

Sebbene le differenze vadano appianandosi a partire da  $\omega_{bw}$  = 60 *rad/s*, si osserva che, entro certi limiti, a frequenze di taglio del filtro passa-basso maggiori corrispondono prestazioni migliori. Si vuole dunque ricercare una strategia capace di perfezionare le prestazioni ottenute da filtri passa-basso a banda ristretta applicando gli stessi concetti visti per il Reset PID.



Figura A.13: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura A.14: Prestazioni del disturbance observer a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso;  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

## A.3 RESET DOB

L'implementazione del Reset DOB vede la diretta trasposizione della strategia adottata nel reset del buffer integrale adattandola alla stima del disturbo: in altre parole, qualora insorgesse una fase di stick a seguito di un overshoot, si attua una inversione di segno della compensazione nel caso in cui questa sia discorde alla direzione da far seguire al motore (cfr. Sez. 6.1). Le prove vengono svolte sul DOB della Sezione precedente all'aumentare della banda passante di controllo e al variare della frequenza di taglio  $\omega_{LPF}$  del filtro passa-basso.

Quello che si osserva dalle Figure A.15 e A.16 è che il Reset DOB conferisce un carattere maggiormente oscillatorio ai sistemi che presentano piccole bande passanti, tanto che nella configurazione particolarmente sfortunata  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s - \omega_{LPF} = 40 \ rad/s$  è impossibile non innescare dei cicli limite; nonostante questo, vi sono dei miglioramenti in termini di tempo di assestamento. All'aumentare della banda passsante di controllo, l'azione di reset può a volte ostacolare le performance del sistema (come evidente in Figura A.16). Così come visto nel caso del Reset PID, il meccanismo di reset non influenza in maniera significativa la dinamica del sistema se quest'ultimo presenta una banda passante di controllo elevata (Figura A.17), intervenendo eventualmente nella fase di rifinizione del posizionamento.



Figura A.15: Effetti del Reset DOB a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura A.16: Effetti del Reset DOB a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura A.17: Effetti del Reset DOB a seconda della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

## A.4 EXTENDED RESET DOB

L'impiego della logica di reset all'osservatore del disturbo ha confermato la limitatezza del campo di intervento dello stimatore ibrido e restituito dei risultati non pienamente soddisfacenti dato il carattere oscillatorio conferito al sistema a seguito dell'azione di reset. Si vogliono quindi allentare le condizioni di inversione del segno della compensazione al fine di ottenere delle risposte più regolari ed estendere l'utilizzo del DOB ibrido anche a controllori più performanti. A tal proposito, si conserva la sola condizione legata alla sovraelongazione.

I miglioramenti sono evidenti: nelle Figure A.18 e A.19 si assiste infatti all'eliminazione delle oscillazioni e dei cicli limite, nonchè ad un abbattimento della sovraelongazione e ad una riduzione dei tempi di assestamento; l'Extended Reset DOB perfeziona in maniera minore (ma ancora sensibile) sistemi con banda passante di ordine più elevato, Figura A.20, smussando gli overshoot e velocizzando il posizionamento.



Figura A.18: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura A.19: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare della frequenza di taglio del filtro passa-basso: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura A.20: Effetti dell'Extended Reset DOB al variare: sopra  $\omega_{LPF} = 40 \ rad/s$ , al centro  $\omega_{LPF} = 100 \ rad/s$ , sotto  $\omega_{LPF} = 400 \ rad/s$ ;  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

## A.5 EXTENDED RESET PID

Le condizioni di reset proposte nell'Extended Reset DOB vengono replicate anche sul controllore PID ibrido per trarne delle prestazioni migliori rispetto alla logica proposta originariamente. I test riguardano il regolatore ottenuto tramite metodo di design del margine di fase di 60°; i risultati sono riportati nelle Figure che seguono.



Figura A.21: Effetti dell'Extended Reset PID,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura A.22: Effetti dell'Extended Reset PID,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .

Ancora una volta, la precocità dell'azione di reset comporta l'inversione di una componente integrale tale da scostare molto il motore dalla posizione di riferimento con tempi di assestamento che si allungano anche oltre quelli stabiliti dal controllore PID classico; uniche note positive sono una riduzione delle sovraelongazioni e la scompar-



Figura A.23: Effetti dell'Extended Reset PID,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s$ .

sa dei cicli limite. Valgono inoltre le stesse considerazioni fatte circa il parametro  $\alpha$ : abbassarne il valore per contenere l'allontanamento del motore dal riferimento al momento del reset risolve parzialmente questo problema. L'idea originale rimane l'alternativa preferenziale, tuttavia questa seconda strategia presenta senz'altro dei margini di miglioramento (ad esempio un parametro  $\alpha$  adattativo a seconda del valore della componente da invertire, che deve però tener conto anche della componente derivativa del controllo) ed un utilizzo che può prolungarsi a bande di controllo più estese.

## A.6 CONCLUSIONI (2)

Sia che si tratti di un controllore PI-D che PID, l'intervento dei controllori ibridi rimane circoscritto a sistemi retroazionati che presentano delle modeste bande passanti di controllo, risolvendo in parte i problemi legati all'iregolarità del moto e dei cicli limite. Da questo punto di vista, l'impiego di un osservatore del disturbo (anche se male implementato) elimina le problematiche sopraelencate grazie anche all'assenza dell'integratore. Le prestazioni di questo strumento possono essere ulteriormento migliorate a partire dalle strategie di reset utilizzate nel controllore PI-D ibrido allentando le condizioni che innnescano l'inversione della componente di compensazione.



Figura A.24: Punto di partenza ed arrivo della fase sperimentale,  $\omega_{bw} = 10 \ rad/s$ .



Figura A.25: Punto di partenza ed arrivo della fase sperimentale,  $\omega_{bw} = 30 \ rad/s$ .



Figura A.26: Punto di partenza ed arrivo della fase sperimentale,  $\omega_{bw} = 60 \ rad/s.$ 

- F. Al-Bender, V. Lampaert, and J. Swevers, *The generalized Maxwell-slip model: A novel model for friction simulation and compensation*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 50, no. 11, pp.1883–1887, 2005.
- [2] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. Canudas de Wit, A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, Automatica, vol. 30, no. 7, pp. 1083–1138, 1994.
- [3] K. J. Åström, T. Hagglung, *Advanced PID Control*, International Society of Automation, 2005.
- [4] R. Beerens, A. Bisoffi, L. Zaccarian, W.P.M.H. Heemels, H. Nijmeijer and N. van de Wouw, *Hybrid PID control for transient performance improvement of motion systems with friction*, Annual American Control Conference, 2018.
- [5] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J. Åström, and P. Lischinsky. New model for control of systems with friction, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 40, no. 3, pp. 419–425, 1995.
- [6] C. A. Coulomb, Théorie des machines simples, enayant égard au frottement de leurs parties, et a la roideurdews cordages, in Mem. Math. Phys., vol. X, pp. 161-342, 1785.
- [7] L. Da Vinci, The Notebooks (1519), Dover, NY.
- [8] P. Dahl, A solid friction model. Technical Report TOR-0158(3107–18)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, CA, 1968.
- [9] R. Goebel, R. G. Sanfelice, and A. R. Teel, *Hybrid Dynamical Systems:* modeling, stability, and robustness, Princeton University Press, 2012.
- [10] D. Karnopp, Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems in ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 107, no. 1, pp. 100-103, 1985.
- [11] J.S. Meditch and G.H. Hostetter, Observers for systems with unknown and inaccessible inputs, Int. J. Control, vol.9, n.3, pp. 473-480, 1974.
- [12] A. Morin, New friction experiments carried out at Metz in 1831-1833, in Proceedings of the French Royal Academy of Sciences, vol. 4, pp. 1–128, 1833.

- [13] M. Nakao, K. Ohnishi and K. Miyachi, A Robust decentralized joint control based on interference estimation, Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 326-331.
- [14] K. Ogata, Modern Control Engineering, Prentice Hall, 2010.
- [15] H. Olsson, K. J. Åström, Friction generated limit cycles, IEEE Transaction on control system technology, vol. 9, no. 4, pp. 629-636, 2001.
- [16] D. Putra, H. Nijmeijer, and N. van de Wouw, Analysis of undercompensation and overcompensation of friction in 1DOF mechanical systems, Automatica, vol. 43, no. 8, pp. 1387–1394, 2007.
- [17] O. Reynolds, On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil, Phil. Trans. Royal Soc., no. 177, pp. 157-234, 1886.
- [18] R. Stribeck, Die Wesentlichen Eigenschaften der Gieit- und Rollenlager - the key qualities of sliding androller bearings, in Zeitschrift des Vereines SeutscherIngenieure, 46(38), 1342-1348, 46(39), 1432-1437, 1902.
- [19] Y. Sun, T. Chen, C. Q. Wu, C. Shafai, *Comparison of Four Friction Models: Feature Prediction*, in Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, no. 11, 2015.
- [20] J. Swevers, F. Al-Bender, C.G. Ganseman, and T. Prajogo An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 4, pp.675–686, 2000.
- [21] J. Thomsen, Using fast vibrations to quench friction-induced oscillations, Journal of Sound and Vibration, vol. 228, no. 5, pp. 1079–1102, 1999.
- [22] N. van de Wouw and R. Leine, Robust impulsive control of motion systems with uncertain friction, Int. J. of Robust and Nonlinear Control, vol. 22, pp. 369–397, 2012.
- [23] Datasheet motore lineare GHC S120Q, http://www.hhstc.com. tw/images/Catalog/GHC/GHC%20Catalog(EN).pdf
- [24] Datasheet azionamento MOVO2 SVFM1-F3-DSP, http://www. servoland.co.jp/reference/SV51-11-en.pdf
- [25] Datasheet encoder Renishaw RGH24-X30DooA, http://uma.it/wp-content/uploads/2016/07/ Datasheet-Lettori-RGH24-italiano.pdf
- [26] Datasheet guide lineari a sfere THK LS1077, https://tech.thk. com/en/products/pdfs/en\_a09\_010.pdf
- [27] Datasheet scheda di acquisizione NI PCIe-6321, http://www.ni. com/pdf/manuals/374461b.pdf
- [28] Pagina web del pacchetto *System Identification Toolbox* di *MATLAB*, https://it.mathworks.com/products/sysid.html
- [29] Immagine delle asperità superficiali, https://commons. wikimedia.org/w/index.php?curid=58745249