



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione

Corso di laurea Magistrale in Psicologia Clinica dello Sviluppo

Tesi di laurea magistrale

**Ansia per la matematica e resilienza in bambini della scuola primaria:
gli effetti (contrapposti) sulla prestazione scolastica**

**Mathematical anxiety and resiliency in primary school children: (opposite)
effects on academic achievement**

Relatrice:

Prof.ssa Sara Caviola

Correlatrice:

Dott.ssa Alice Masi

Laureanda: Elena Romagnoli

Matricola: 2052330

Anno accademico 2022/2023

INDICE

INTRODUZIONE	5
CAP. 1 – L’APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA	7
1.1 Premesse	7
1.2 Dalle conoscenze numeriche preverbalì al conteggio	8
1.3 Le abilità di calcolo	10
1.3.1 Il calcolo a mente	12
1.3.2 Il calcolo scritto	13
1.4 Le abilità dominio-generalì e dominio-specifiche	14
1.5 La valutazione delle abilità matematiche	16
CAP. 2 – I FATTORI EMOTIVI	19
2.1 Ansia generale e ansia per la matematica	19
2.1.1 Definizioni e caratteristiche	20
2.1.2 Ansia e performance matematica	22
2.2 Evitamento della prestazione	23
2.2.1 Definizione e caratteristiche	24
2.2.2 Evitamento ed effetti negativi sulla performance matematica	24
2.3 Resilienza	25
2.3.1 Definizioni e caratteristiche	26
2.3.2 Resilienza ed effetti positivi sulla performance matematica	27
2.4 Fattori di rischio e di protezione	27
CAPITOLO 3 – LA RICERCA	30
3.1 Le ipotesi e gli obiettivi di ricerca	30
3.2 Il campione	31

3.3 La procedura	32
3.4 Gli Strumenti	34
3.4.1 Le prove di matematica	34
3.4.2 I questionari	38
CAPITOLO 4 – I RISULTATI	43
4.1 Analisi descrittive	43
4.2 Analisi fattoriali confermate	45
4.2.1 Evitamento della matematica	46
4.2.2. Resilienza	47
4.2.3 Buoyancy	48
4.3 Correlazioni bivariate	49
4.4 Regressioni lineari gerarchiche	50
DISCUSSIONI	52
BIBLIOGRAFIA	57

INTRODUZIONE

La matematica al giorno d'oggi viene classificata come una tra le discipline scolastiche più complesse da apprendere a causa dell'intreccio delle diverse abilità ad essa sottostanti sia di tipo dominio-generalista che dominio-specifiche (Cornoldi, 2019).

Negli ultimi anni diversi studiosi hanno cercato di analizzare il ruolo dei possibili fattori che influenzano le abilità in tale disciplina: da quelli cognitivi, contestuali, sino ai fattori emotivo-motivazionali. Questi ultimi, nello specifico, possono a loro volta essere categorizzati sulla base degli effetti che esercitano sulla prestazione; i fattori negativi come l'ansia o il timore di commettere errori e l'evitamento della disciplina possono contribuire ad un calo della prestazione, mentre i fattori positivi come la resilienza possono invece facilitare il superamento delle difficoltà e delle sfide in matematica, sostenendo la prestazione stessa (Donolato et al. 2020, Choe et al. 2019).

La presente ricerca si è quindi proposta di analizzare nello specifico le relazioni tra alcuni dei fattori emotivi positivi e negativi studiati in letteratura, e la prestazione matematica in bambini delle classi 4^a e 5^a della scuola primaria, cercando di individuarne i predittori maggiormente significativi.

Nel primo capitolo verranno esposti a livello teorico le conoscenze e i meccanismi di base che contraddistinguono l'apprendimento della matematica. In particolare, verrà affrontato dal punto di vista evolutivo il passaggio dalle abilità pre-verbali al conteggio, fino all'acquisizione delle abilità di calcolo a mente e scritto attraverso l'esposizione dei principali modelli teorici di riferimento. Infine, verrà definita la distinzione tra abilità dominio-generalista e dominio specifiche e le caratteristiche principali della valutazione di tali abilità.

Nel secondo capitolo saranno esposti i fattori emotivi in grado di influenzare la prestazione matematica. In particolare, verranno considerate diverse forme di ansia, quali ansia generalizzata e ansia per la matematica; la tendenza all'evitamento della prestazione e diverse forme di resilienza accademica. Oltre a dare una definizione di ciascun costrutto, si analizzeranno le loro relazioni e implicazioni sulla prestazione matematica, operando una distinzione tra fattori di rischio e fattori protettivi.

Il terzo capitolo, relativo allo studio sperimentale, sarà invece fornita una descrizione dettagliata delle ipotesi e degli obiettivi della ricerca, del campione di riferimento, degli strumenti utilizzati e della procedura utilizzata.

Nel quarto capitolo verranno esposti i risultati delle analisi sui dati raccolti, riportando le analisi descrittive, i risultati delle analisi fattoriali confermative, le correlazioni tra le varie variabili e le regressioni lineari, funzionali ad individuare i predittori significativi della prestazione in matematica.

Infine, verranno discussi i risultati ottenuti e riportati nel capitolo quarto alla luce della letteratura già esistente, analizzando i limiti dello studio e le possibili prospettive future di sviluppo e miglioramento.

CAPITOLO 1. L'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

In questo primo capitolo sarà presentata una descrizione dei meccanismi alla base dell'apprendimento matematico e di come evolvono nel corso dello sviluppo. In particolare, verrà approfondito il passaggio dalle conoscenze preverbalali al conteggio, le abilità di calcolo e le relative strategie, oltre che i precursori cognitivi dominio-generalis e dominio-specifici. Infine, verranno trattati i principali strumenti di valutazione delle abilità matematiche.

1.1 Premesse

L'apprendimento della matematica è uno tra i più studiati e complessi fra gli apprendimenti disciplinari, e si presenta come una tipologia di apprendimento multifattoriale, essendo il risultato di una combinazione di apprendimenti specifici e distinti ma in interazione tra loro (Bolondi & Pinilla, 2008). Per apprendere la matematica, infatti non basta acquisire le competenze specifiche relative alla conoscenza e alla rappresentazione dei concetti numerici, ma occorre apprendere strategie di elaborazione funzionali allo svolgimento di calcoli e alla risoluzione degli esercizi (Bolondi & Pinilla, 2008). Data la complessità di questo tipo di apprendimento, è possibile individuare almeno 5 differenti tipologie di apprendimenti riconducibili a diversi ambiti cognitivi, ma che sono ugualmente coinvolti in quello matematico: l'apprendimento concettuale che fa riferimento alle abilità di costruzione dei significati dei concetti di base matematici; l'apprendimento algoritmico relativo ai processi di calcolo; l'apprendimento di strategie relativo ai metodi di risoluzione; l'apprendimento comunicativo, relativo alle capacità di argomentare, validare, e dimostrare i processi; l'apprendimento e la gestione delle trasformazioni semiotiche, di trattamento e di conversione (Bolondi & Pinilla, 2008).

Per quanto riguarda lo sviluppo dei processi di apprendimento matematico, sono state individuate una serie di componenti innate e precoci che assieme all'esposizione ambientale strutturata e al potenziamento di abilità specifiche giocano un ruolo fondamentale per lo sviluppo dei processi e l'acquisizione delle conoscenze matematiche (Wynn, 1992; Butterworth, 2005).

A questo proposito, alcune evidenze dimostrano come i neonati presentino una predisposizione innata e una specifica sensibilità al numero che consente loro fin dalla nascita di discriminare tra differenti numerosità (Xu e Spelke, 2000). Con il susseguirsi delle tappe di sviluppo e l'esposizione ambientale in contesti scolastici, si assiste ad un consolidamento dei processi cognitivi di base e all'emergere di nuove capacità specifiche, tra cui le abilità di calcolo e l'acquisizione di strategie che consentono di progredire nell'apprendimento matematico (Butterworth, 2005).

Avere buone competenze in matematica al giorno d'oggi è di fondamentale importanza sia perché funzionale alla vita quotidiana di ciascun individuo, ad esempio in termini di meccanismi di compravendita o altre attività domestiche, ma anche in ambito accademico e lavorativo (De Vita, Pellizzoni & Passolunghi, 2018). Nello specifico è stato riscontrato come le competenze matematiche, assieme ad una serie di fattori emotivi e motivazionali influenzino le scelte formative e occupazionali, in particolare un maggiore interesse e una maggiore importanza percepita del valore di utilità della matematica (Wigfield ed Eccles, 2002; Wang, 2012), la percezione di competenza, la motivazione all'apprendimento matematico (Prast et al., 2018) sono tutti fattori che possono condurre ad un maggior investimento e/o persistenza verso le attività matematiche. Tali attitudini di conseguenza possono tradursi in risultati di successo accademico, i quali possono a loro volta influenzare significativamente le scelte occupazionali future (Foley et al., 2017). Allo stesso modo, esistono però anche fattori emotivi di tipo negativo come, ad esempio, forme di ansia generalizzata o specifica e forme di evitamento che possono fungere da fattori di rischio per la prestazione matematica influenzandone negativamente la prestazione.

In virtù dell'importanza e della complessità della abilità matematiche e dei fattori che possono influenzarla, ne consegue come lo studio e l'approfondimento di tali variabili sia necessario per contribuire efficacemente alla letteratura esistente e dunque meglio comprendere le relazioni che sussistono tra ognuna di esse (Cornoldi, 2019).

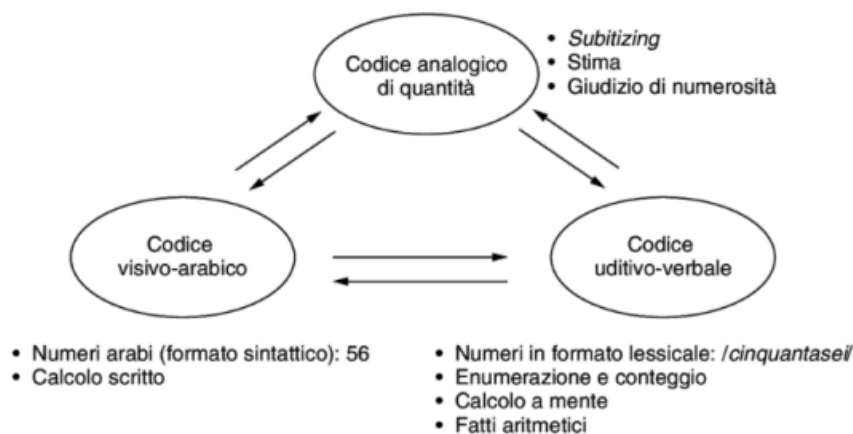
1.2 Dalle conoscenze numeriche preverbalì al conteggio

In letteratura sono stati individuati una serie di modelli teorici in riferimento allo sviluppo dell'apprendimento matematico. In particolare, un modello che tenta di spiegare il rapporto tra cognizione numerica e abilità di calcolo, prendendo in considerazione le componenti non verbali e verbali del numero e l'associazione tra processi cognitivi e substrati neurali connessi è il Modello del triplo codice di Dehaene (1992) (Figura 1.1). Questo modello prevede l'esistenza di tre codici che corrispondono a tre diverse forme di rappresentazione del numero: il codice visivo-arabico, il codice verbale, il codice analogico di quantità. Nello specifico, il codice visivo-arabico, responsabile della manipolazione dei numeri in formato arabico, è coinvolto nei processi di scrittura e lettura del numero e risulta essere associato ai substrati neurali delle aree occipito-temporali inferiori ventrali. Il codice analogico invece, consente la rappresentazione della numerosità non-verbale ed è attivato durante i compiti non verbali di stima e subitizing. Le aree connesse al sistema analogico si trovano nel solco intraparietale. Infine, il codice verbale che permette la rappresentazione dei numeri dal punto di vista lessicale, fonologico e sintattico, è connesso ai meccanismi linguistici e dunque anche i substrati

neurali risultano essere quelli deputati al linguaggio come il giro angolare dell'emisfero sinistro (Cornoldi, 2019).

Il modello teorizzato da Dehaene, dunque, prevede l'esistenza di un modulo numerico innato che permette di riconoscere la numerosità e sostiene che l'acquisizione di competenze numeriche precoci non siano basate su aspetti linguistici o simbolici, ma solamente su aspetti di tipo analogico quantitativo. Inoltre, le conoscenze non verbali innate che permettono il riconoscimento di numerosità sono indipendenti da aspetti linguistici o simbolici, tuttavia ogni codice è in interazione bidirezionale e additiva, in quanto le modifiche apportate da un codice su un input numerico vengono tramandate a quello successivo.

Figura 1.1 Modello del Triplo codice di Dehaene (1992)



Questo modello si propone come un modello innovativo ed in contrapposizione con quanto teorizzato da Piaget riguardo lo sviluppo delle conoscenze numeriche. A questo proposito, Piaget sosteneva come le conoscenze numeriche non fossero innate, ma emergessero a seguito dello sviluppo del pensiero operatorio all'età di 6-7 anni (Piaget e Szeminska, 1941). L'ipotesi piagetiana, è stata smentita da una serie di evidenze empiriche che dimostrano invece come i processi di comprensione e rappresentazione del numero siano innati e che alla base presentino delle componenti simboliche e non-verbali (Dehaene, 1992).

Per quanto riguarda le abilità di conteggio invece, queste iniziano a svilupparsi a partire dai 3 anni e si suddividono in abilità di conteggio verbale e non verbale. L'abilità di conteggio pre-verbale è funzionale all'acquisizione di quello verbale, infatti per poter effettuare il passaggio al conteggio

verbale è necessario saper mettere in relazione i concetti-numero con le parole-numero, andando a ricercare tra i vari significati acquisiti quello corretto (Wynn et al., 1990; Gelman & Gallistel, 1978).

A questo proposito, Gelman e Gallistel sostengono che il passaggio da una conoscenza pre-verbale di calcolo ad un'abilità di conteggio effettiva avvenga attraverso l'acquisizione di 5 principi (Gelman & Gallistel, 1978):

- il principio della corrispondenza biunivoca, secondo cui ad ogni elemento viene associato un solo numero;
- il principio dell'ordine stabile, per cui sia le parole-numero che gli oggetti possiedono un ordine preciso nel momento del conteggio;
- il principio della cardinalità, secondo cui l'ultima parola-numero espressa durante il conteggio indica la numerosità totale;
- il principio di astrazione che fa riferimento alla possibilità di contare qualsiasi cosa;
- il principio di irrilevanza dell'ordine, per cui non esiste un ordine prestabilito e l'ordine non è importante.

Nel paragrafo successivo vengono descritte nello specifico le abilità di calcolo e viene presentato un ulteriore modello neuropsicologico a testimonianza di una diversa concezione dei processi che regolano la comprensione dei numeri e il loro utilizzo nei processi di calcolo.

1.3 Le abilità di calcolo

Le abilità di calcolo comprendono tutti quei processi che permettono di operare sui numeri attraverso le operazioni aritmetiche e implicano quindi, l'acquisizione di una serie di capacità e competenze relative alla comprensione e alla produzione di numeri, procedure e strategie (Dehaene & Cohen, 1995).

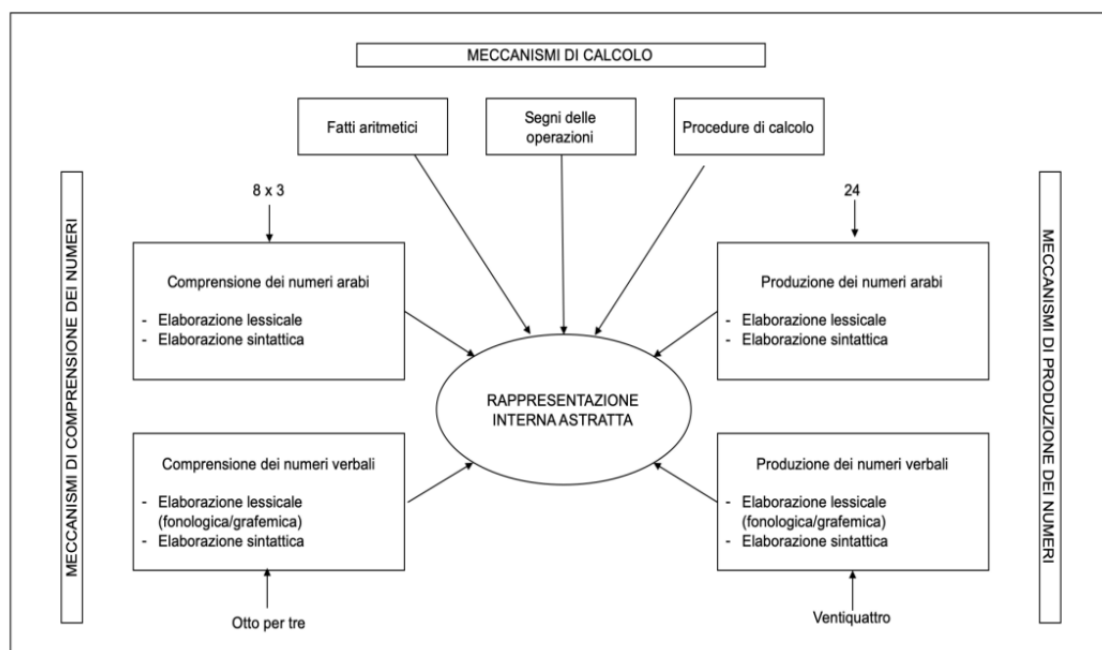
Il modello neuropsicologico che meglio spiega lo sviluppo delle abilità di calcolo è il modello di comprensione e calcolo aritmetico di McCloskey, Caramazza e Basili del 1985 (Figura 1.2), che a differenza del modello di Dehaene descritto nel paragrafo precedente, è stato teorizzato a partire da studi di neuropsicologia sull'adulto e dallo studio di pazienti con acalculia e propone un'architettura di tipo modulare, considerando la conoscenza numerica come un modulo indipendente dagli altri domini cognitivi. Gli autori infatti distinguono due sistemi indipendenti: il sistema del numero e il sistema del calcolo.

Il sistema del numero è un sistema simbolico e astratto che riguarda la capacità di discriminare le quantità e le loro trasformazioni, tra cui comprendere il significato dei numeri, conoscerne il lessico

e i processi di lettura e scrittura al fine di eseguire i calcoli aritmetici. Pertanto, il sistema del numero comprende a sua volta due sotto-sistemi: il sistema di comprensione che trasforma la struttura formale del numero (codice verbale o arabo) in una rappresentazione astratta di quantità e il sistema di produzione, il quale rappresenta l'output del sistema di calcolo (McCloskey, Caramazza & Basili, 1985). Il sistema del calcolo, invece fa riferimento alla capacità di operare sui numeri attraverso operazioni aritmetiche e riguarda ad esempio gli automatismi di calcolo, l'utilizzo di strategie e la conoscenza di routine procedurali del calcolo (McCloskey, Caramazza & Basili, 1985).

I sistemi considerati dal modello di McCloskey funzionano grazie a meccanismi di varia natura. In particolare, si identificano tre sistemi grazie ai quali è possibile apprendere e padroneggiare meccanismi del calcolo più complessi: processi semantici, i quali regolano la comprensione di diverse quantità numeriche; processi lessicali, i quali regolano la nomenclatura dei numeri e infine processi sintattici, relativi alle modifiche grammaticali dei numeri in base alla posizione delle cifre.

Figura 1.2 – Modello di McCloskey, Caramazza e Basili, 1985



Questi tre processi cognitivi sono, quindi, alla base delle abilità di calcolo e si sviluppano progressivamente; inizialmente, si sviluppano i processi semantici, seguiti da quelli lessicali e sintattici. Una volta che questi tre meccanismi sono appresi, si passa al consolidamento del conteggio; il bambino è, quindi, in grado di svolgere calcoli aritmetici abbastanza semplici che se eseguiti con regolarità si consolidano nella memoria a lungo termine e diventano fatti aritmetici (Cornoldi et al, 2020). Successivamente, il bambino inizia a svolgere calcoli a mente sulla quale poggiano le conoscenze procedurali per lo svolgimento dei calcoli scritti (Cornoldi et al, 2020).

Nei sotto-paragrafi successivi, verranno approfondite nel dettaglio le caratteristiche e i principali meccanismi alla base del calcolo, che risultano essere prevalentemente aspetti di tipo strategico in riferimento alle abilità di calcolo a mente e di tipo procedurale in riferimento alle abilità di calcolo scritto.

1.3.1 Il calcolo a mente

Le abilità di calcolo mentale si sviluppano e si perfezionano nel corso degli anni: durante l'età pre-scolare e all'inizio dell'età scolare il bambino utilizza delle strategie di conteggio, mentre solo successivamente emergono strategie di recupero mnemonico dei risultati dei calcoli e delle procedure (Aschraft, 1982). Le strategie usate nel calcolo a mente costituiscono infatti un raggiungimento importante per il successivo sviluppo delle strategie e delle procedure del calcolo scritto. Siegler e Robinson a questo proposito, hanno rilevato come i bambini di scuola per l'infanzia fanno uso di quattro strategie per svolgere delle addizioni mentali: il conteggio con le dita esplicito, la strategia delle dita senza evidente conteggio, il conteggio verbale ad alta voce senza il supporto delle dita e infine la mancanza di una strategia desumibile dal comportamento (Siegler & Robinson, 1982). Inizialmente il bambino utilizza la procedura del "counting all", che prevede il conteggio sulle dita di ciascun addendo (ad esempio per eseguire $6+3$ sollevano sei dita, poi tre, poi contano il totale). Dopo il primo anno di scuola primaria si passa all'utilizzo della strategia del "counting on", che prevede l'aggiunta all'addendo maggiore di un'unità alla volta di quello minore. Una strategia più evoluta del "counting on" consiste nel recuperare direttamente la risposta guardando le dita senza contarle. L'iniziale utilizzo delle dita per acquisire le rappresentazioni numeriche risulta essere funzionale in quanto le dita sono sempre disponibili e forniscono degli input multisensoriali (ad esempio, visivi e propriocettivi). Inoltre, le dita sono facili da manipolare e al contrario delle parole numeriche o delle cifre arabe, supportano la rappresentazione di un significato ordinale e cardinale. Tuttavia, essendo le dita entità concrete e limitate, quest'ultimo vantaggio vale soltanto per piccoli intervalli numerici (fino a 10). Tale utilizzo delle dita viene poi gradualmente sostituito da strategie di conteggio più evolute (Siegler & Robinson, 1982). Un esempio di strategie più evolute del calcolo a mente è la proprietà "dissociativa" relativa alle addizioni e sottrazioni, la quale consente di scomporre un addendo, un minuendo o un sottraendo, in due o più addendi più piccoli, procedendo così con calcoli più semplici o la scomposizione di fattori o divisori in numeri più piccoli e facili da elaborare (Beishuizen, 1993). Per quanto riguarda invece il calcolo a mente di numeri elevati, sono state individuate due strategie: la prima chiamata "1010", che divide entrambi i numeri dell'operazione in decine e unità e poi li somma o sottrae separatamente, la seconda "N10", ritenuta

più evoluta ed efficace, che invece scompone solo il secondo operatore in decine e unità e le somma poi al primo separatamente (Beishuizen, 1993).

La scelta delle strategie per il calcolo a mente non sembrerebbe essere consapevole ma guidata dal “livello di fiducia”, che indica una soglia sotto cui il bambino non si sente sicuro di poter svolgere il calcolo correttamente. Inizialmente viene fissato il “livello di fiducia” relativo alla strategia di recupero e se il bambino è sufficientemente sicuro allora tenta di recuperare la risposta in memoria, altrimenti ricorre ad altre forme di rappresentazione degli addendi, contando sulle dita o attraverso immagini mentali (Siegler & Robinson, 1982).

Secondo Baroody anche nel calcolo mentale è presente una conoscenza procedurale, in grado di rendere più efficace il calcolo. Egli teorizza il passaggio da procedure lente di conteggio, ad una serie di automatismi che permettono di alleggerire la memoria dichiarativa, risultando quindi più efficaci rispetto alla memorizzazione delle operazioni di base (Baroody, 1983 in Cornoldi, 2019).

1.3.2. Il calcolo scritto

L'abilità di calcolo scritto emerge successivamente nel corso dello sviluppo, all'inizio dell'età scolare, e diviene sempre più automatica nel corso del tempo (Cornoldi et al. 2012).

A partire dalle abilità di calcolo a mente si sviluppano in seguito le abilità di calcolo scritto, attraverso una serie di processi intermedi. Un primo processo comprende le abilità di comprensione dei simboli aritmetici e la loro memorizzazione, la capacità di incolonnarli sul foglio e la conoscenza di specifiche procedure di calcolo a seconda dell'operazione da svolgere (Cornoldi et al., 2012).

Il calcolo scritto a differenza di quello mentale sfrutta una serie di strategie di tipo procedurale utili alla messa in ordine della forma grafica dell'operazione e la direzione spazio/temporale delle azioni. Durante l'esecuzione di calcolo scritti di fatto sono messe in atto le seguenti procedure: riconoscimento dei simboli aritmetici e dei numeri; la suddivisione delle cifre in unità, decine, centinaia, ecc. in relazione alla posizione, sia per la procedura di incolonnamento, sia per la scrittura del risultato; l'ordine di risoluzione da sinistra verso destra; l'accesso diretto e automatico alle regole di prestito e riporto (Cornoldi et al. 2012).

Queste strategie non sono innate, ma vengono apprese a scuola e attraverso l'esercizio costante diventano poi automatizzate. L'automatizzazione consente l'acquisizione dei fatti numerici e la velocità di esecuzione necessarie anche alla riuscita di compiti matematici complessi, oltre che delle strategie di calcolo (Cornoldi, 2019).

1.4 Le abilità dominio-generalì e dominio-specifiche

L'apprendimento matematico è un processo complesso che aumenta di complessità con l'età scolare e le abilità matematiche coinvolte tendono a basarsi maggiormente sulle risorse cognitive dei bambini. Il loro sviluppo dipende da una serie di precursori cognitivi dominio-generalì e dominio-specifici (Cornoldi, 2019).

Le abilità dominio-generalì sono alla base di diverse forme di apprendimento, compreso quello della matematica (Fuchs et al. 2014 in Cornoldi, 2019). Tra queste abilità rientrano ad esempio abilità di tipo cognitivo come la memoria di lavoro, le funzioni esecutive (FE) e la velocità di elaborazione (VE).

Nel dettaglio, la memoria di lavoro è un magazzino di memoria a breve termine, che consente di immagazzinare e contemporaneamente elaborare un numero limitato di informazioni visuo-spaziali o verbali durante lo svolgimento di compiti cognitivi (Baddeley, 1992). In letteratura diverse evidenze mostrano come entrambe le componenti della memoria di lavoro siano dei precursori significativi delle abilità di calcolo: la componente verbale risulta coinvolta nelle prime fasi di apprendimento, per quanto riguarda il conteggio e la verbalizzazione dei fatti aritmetici, mentre la componente visuo-spaziale è implicata maggiormente nelle manipolazioni ed elaborazioni mentali (Mammarella, 2019; Caviola et al. 2014).

Le FE, invece, fanno riferimento ad una serie di abilità cognitive che consentono di controllare e regolare pensieri e azioni in situazioni nuove o complesse (Miyake, Friedman 2012). Le principali funzioni esecutive sono: l'inibizione (inhibition), ossia la capacità di sopprimere gli impulsi e le informazioni irrilevanti; la flessibilità cognitiva (shifting) che fa riferimento all'abilità di modificare i comportamenti in base ai cambiamenti di regole o di compito, e l'aggiornamento della memoria di lavoro (updating), ovvero la capacità di aggiornare continuamente le informazioni immagazzinate, sostituendo quelle precedenti inutilizzate con delle nuove, funzionali allo svolgimento di un determinato compito (Miyake, Friedman 2012). Le FE risultano essere correlate alle prestazioni matematiche e in particolare si riscontra come l'updating abbia un ruolo fondamentale nella memorizzazione, nel recupero di risultati parziali e di informazioni nei problemi matematici (Passolunghi et al., 2008).

Infine, la velocità di elaborazione indica il tempo di svolgimento di un determinato compito cognitivo ed è strettamente connessa alla capacità di elaborare in modo rapido ed efficiente le informazioni spaziali, visive e verbali (Lichtenberger and Kaufman, 2012). Alcuni studi dimostrano l'esistenza di

una relazione tra velocità di elaborazione e apprendimento matematico, in particolare sembrerebbe che una scarsa velocità di elaborazione influisca sul consolidamento di abilità matematiche come l'automatizzazione della sequenza di conteggio e dei fatti aritmetici; mentre, maggiore è la VE, migliore sarà l'elaborazione e la rapidità nello svolgimento di un determinato compito (Passolunghi et al. 2015).

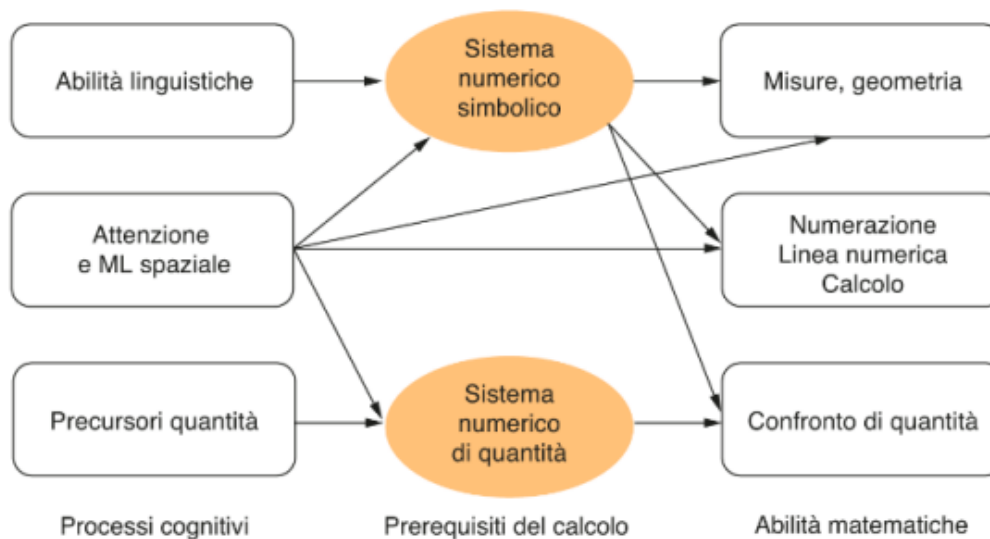
Allo stesso tempo, alcune evidenze mostrano come non solo tra le abilità dominio generali ricadano i fattori cognitivi, ma anche fattori emotivo-motivazionali e più in generale l'atteggiamento dell'individuo nei confronti della matematica. Quest'ultimi, di fatto possono influenzare alcuni domini di base funzionali all'ottenimento di buoni risultati in matematica (Cornoldi, 2019). In particolare, la Processing efficiency theory (PET) sostiene come ad esempio, durante l'esecuzione di compiti matematici, forme di ansia specifica per la matematica tendano ad interferire nell'elaborazione della memoria di lavoro dell'individuo, la quale non risulterebbe più in grado di ignorare ed inibire i pensieri negativi intrusivi, compromettendo le risorse mnestiche necessarie allo svolgimento del compito stesso (Eysenck and Calvo, 1992). Inoltre, aspetti quali l'autostima scolastica, la percezione di autoefficacia e fattori contestuali quali l'apprendimento informale, lo stato socio-economico, l'attitudine genitoriale alla matematica, gli stereotipi di genere, possono allo stesso tempo contribuire nell'influenzare le prestazioni cognitive relative all'apprendimento matematico (Levine & Pantoja, 2021).

Oltre alle abilità dominio-generaliste e ai fattori emotivi e contestuali, è possibile individuare delle abilità dominio-specifiche, definite come le competenze precoci numeriche simboliche e non, che influenzano lo sviluppo dell'apprendimento matematico (Cornoldi, 2019). Le abilità dominio-specifiche relative alla matematica fanno riferimento al concetto di "number sense", una capacità innata e non verbale presente sia negli esseri umani che in alcune specie animali, che permette fin dalla nascita di percepire, rappresentare e manipolare le informazioni numeriche in diversi contesti in modo implicito (Mou e van Marle, 2014). Le principali abilità dominio-specifiche funzionali all'acquisizione di abilità matematiche più complesse come il conteggio sono: l'abilità di discriminare grandezze numeriche differenti, di effettuare stime, di compiere trasformazioni numeriche, di muoversi in modo flessibile tra diversi formati numerici, di riconoscere i simboli numerici e saperli abbinare alle corrispondenti quantità non simboliche, le abilità di conteggio e i relativi principi, le abilità di ordinamento, la capacità di eseguire semplici calcoli aritmetici (Cornoldi, 2019).

Un modello neuropsicologico che mette in relazione le abilità dominio-generaliste e le abilità dominio-specifiche è il Modello delle relazioni di LeFevre (2010). Questo modello teorizza la presenza di tre precursori cognitivi: le abilità linguistiche, l'attenzione spaziale e le competenze quantitative. Questi

tre processi operano in maniera indipendente nel favorire i prerequisiti del calcolo; in particolare le abilità linguistiche risultano coinvolte nell'apprendimento del sistema simbolico (ad esempio nella scrittura dei numeri), l'attenzione spaziale è coinvolta nel sistema numerico simbolico e di quantità e infine le competenze quantitative sono responsabili delle operazioni sulle quantità (Figura 1.3).

Figura 1.3 Modello delle relazioni (Lefevre, 2010)



La peculiarità di questo modello sta nel fatto che è un modello evolutivo, in quanto considera i cambiamenti nel corso dello sviluppo e non individua dei fattori predittivi in assoluto della prestazione matematica, ma sostiene che ciascun precursore cognitivo sia predittivo di determinanti compiti matematici e non di altri, a seconda della necessità di ricorrere al sistema numerico simbolico, piuttosto che del sistema numerico di quantità (Cornoldi, 2019).

La conoscenza delle abilità dominio-generalì e dominio-specifiche e il loro sviluppo appare dunque di fondamentale importanza in ottica di intervento e potenziamento, in quanto intervenire precocemente su queste abilità consente di potenziare l'apprendimento di capacità future e prevenire difficoltà o disturbi dell'apprendimento (Cornoldi, 2019).

1.5 La valutazione delle abilità matematiche

La valutazione delle abilità matematiche può essere definita come quel processo di misurazione dell'acquisizione di specifiche competenze matematiche fondamentale per definire il profilo funzionale del bambino sottostante. La valutazione può essere di tipo accademico o scolastico, che consente di definire il livello individuale di acquisizione delle competenze matematiche, o di tipo

clinico, per restituire una fotografia dei punti di forza e dei limiti in relazione all'acquisizione dei processi di base sottostanti l'apprendimento matematico (Cornoldi, 2019).

Per quanto riguarda la valutazione di tipo scolastico questa risulta particolarmente utile per verificare l'acquisizione da parte degli allievi, delle conoscenze, delle capacità e abilità indispensabili per procedere nell'attività didattica dal momento che, nel caso specifico della matematica, ogni nuovo argomento è concatenato con molti altri precedenti. Le prove utilizzate per questo tipo di valutazione vengono solitamente costruite ad hoc dall'insegnante sulla base dei livelli della classe e dunque, non sono standardizzate (Mundia, 2012), in quanto valutano il raggiungimento di obiettivi diversi e quindi sono costruite in base al programma svolto in classe.

La valutazione di tipo clinico delle abilità matematiche, invece, mira a restituire un profilo funzionale ed è caratterizzata da alcuni aspetti importanti da tenere in considerazione, tra cui la tipologia di competenza da valutare e le sue fasi di sviluppo. Ad esempio, in una valutazione clinica è opportuno valutare separatamente le abilità di calcolo a mente e di calcolo scritto in quanto presentano alla base dei meccanismi differenti e va tenuto conto della fascia di età dell'individuo da valutare (Cornoldi, 2012). La valutazione delle abilità matematiche può essere fatta già in età prescolare attraverso degli screening utili per identificare difficoltà e progettare interventi educativi precoci di potenziamento; tuttavia, la diagnosi di discalculia non può essere accertata prima del terzo anno di scuola primaria.

Un test utilizzato nella clinica per una valutazione delle prime abilità matematiche in età pre-scolare è la BIN 4-6 (*Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica*; Molin, Poli & Lucangeli, 2017). Nello specifico, questo strumento consente di valutare le componenti base dell'apprendimento numerico come i processi semantici, di conteggio, lessicali e presintattici. In età scolare invece tra le scale più diffuse vi sono l'AC-MT 6-11 (Cornoldi, Lucangeli & Bellina, 2012), l'AC-MT 3 11-14 (Cornoldi & Cazzola 2012) e l' AC-MT 3 6-14 (Cornoldi, Mammarella, Caviola, 2020), di più recente pubblicazione. Queste batterie comprendono una serie di prove a tempo e non, attraverso cui si valuta l'accuratezza, ossia quanto correttamente il bambino risponde; la velocità di risposta, indice del livello di automatizzazione delle procedure di calcolo e infine la conoscenza numerica, che si riferisce a capacità base quali comprendere e produrre aspetti lessicali, sintattici e semantici del numero.

Vi sono inoltre, prove più specifiche come il test ABCA (Baccaglini-Frank, Perona, Bettini, Caviola & Lucangeli, 2017) e la batteria BDE 2 (Biancardi, Bachmann & Nicoletti, 2022) che valutano i processi di elaborazione del numero e del calcolo e permettono la diagnosi di discalculia evolutiva.

Due aspetti da tenere in considerazione quando si tratta di valutazione delle abilità di calcolo riguardano gli automatismi e l'analisi degli errori. Per quanto riguarda la valutazione del livello di

acquisizione degli automatismi di calcolo, è possibile effettuarla attraverso misure di velocità o di fluency. Le misure di velocità valutano il tempo medio che il bambino impiega ad esempio nell'esecuzione del calcolo scritto, mentre le misure di fluency valutano la quantità di calcoli che l'alunno riesce a svolgere in un tempo limitato e prestabilito (Cornoldi et al., 2012). Per quanto riguarda l'analisi degli errori, questa risulta fondamentale per ipotizzare i meccanismi deficitari alla base di una difficoltà. Gli errori, infatti possono essere di vario tipo: semantici, sintattici, lessicali, del sistema di calcolo e visuo-spaziali (Cornoldi et al., 2012). Gli errori semantici testimoniano una difficoltà nel riconoscere e rappresentare delle grandezze, oltre che nel confrontare i numeri e nell'ordinamento numerico crescente o decrescente. Gli errori di tipo sintattico invece indicano una difficoltà nella struttura sintattica del numero e nel suo valore posizionale, ossia nell'attribuzione del valore corretto alle cifre in base alla loro posizione nel numero (es. al bambino è dettato il numero "508" e scrive "5108"). Invece, gli errori lessicali indicano delle difficoltà nella conoscenza dei nomi dei numeri (es. il bambino scrive o legge "6" al posto di "8"). Mentre, gli errori nel sistema del calcolo sono errori procedurali e di applicazione di strategie, per cui il bambino potrebbe applicare procedure errate o non idonee al compito e potrebbe non interiorizzarle. Quest'ultima tipologia di errori possono comportare un sovraccarico mnemonico e un dispendio di risorse cognitive. Infine, gli errori di tipo visuo-spaziali si riferiscono alle difficoltà nel riconoscimento dei segni delle operazioni, nella rappresentazione delle quantità numeriche, nella posizione delle cifre numeriche, nelle procedure di incolonnamento e nell'organizzazione spaziale dei numeri (Cornoldi et al. 2012).

Per concludere, una valutazione delle abilità di calcolo tanto più è precoce, tanto più può essere funzionale non solo ad un intervento specifico, laddove si riscontrino difficoltà conclamate, ma anche in un'ottica di promozione di abilità e prevenzione. Ad esempio, alla luce di una valutazione è possibile implementare programmi di training e potenziamento dei precursori dominio-generalisti e dominio-specifici dell'apprendimento matematico o individuare i marcatori di possibili difficoltà e costruire degli interventi finalizzati (Cornoldi, 2019). La precocità di una valutazione rappresenta una risorsa importante in quanto permette di intervenire tempestivamente, in modo specifico e individualizzato, riducendo così la possibilità che emergano difficoltà più importanti nel corso dello sviluppo (Cornoldi, 2019).

Nel prossimo capitolo verranno approfonditi alcuni dei fattori emotivi che secondo quanto riportato dalla letteratura, sembrano avere differenti effetti e conseguenze sulla prestazione in matematica.

CAPITOLO 2. I FATTORI EMOTIVI

In questo secondo capitolo verranno trattati gli aspetti teorici relativi ai fattori emotivi che sembrano influenzare la prestazione matematica. Nello specifico, verranno descritte le variabili emotive di ansia generalizzata, ansia specifica per la matematica, l'evitamento per la prestazione e la resilienza in ambito scolastico. Per ciascuna variabile, oltre a definirne le principali caratteristiche, verranno riportate le possibili implicazioni sulla prestazione in matematica. Infine, verrà approfondita la relazione tra tali variabili, definite come fattori di rischio e fattori protettivi dell'apprendimento matematico.

2.1 Ansia generale e ansia per la matematica

Nella sua accezione più generale, l'ansia viene definita come una reazione emotiva incontrollata caratterizzata da uno stato di preoccupazione, apprensione, tensione e continua vigilanza nei confronti di una minaccia futura, spesso associata ad un cluster di manifestazioni fisiche come, ad esempio, un senso di affanno, palpitazioni, tremori e nausea (Barlow, 2002).

La letteratura riporta come l'ansia presenti diverse componenti cognitive, somatiche, emotive e comportamentali. Nello specifico, le componenti cognitive si riferiscono ad aspettative, pensieri e bias cognitivi in merito alla situazione o a sé stessi; alcuni esempi sono la focalizzazione su aspetti percepiti come delle minacce o l'autosvalutazione del sé rispetto ad un compito. Le componenti somatiche si riferiscono alle manifestazioni fisiologiche che si configurano come una preparazione del corpo ad affrontare un pericolo; tra i sintomi più frequenti vi sono nausea, palpitazioni, sudorazione eccessiva e tremori. Le componenti emotive si riferiscono al vissuto emotivo di paura, che in casi estremi sfocia in terrore o panico. Infine, le componenti comportamentali comprendono tutte quelle azioni volontarie e non compiute dall'individuo in risposta all'arousal; ne sono un esempio le risposte di evitamento (Seligman, Walker & Rosenhan, 2001).

Alla luce delle manifestazioni fisiche ed emotive, spesso vi è la tendenza ad identificare l'ansia come uno stato emotivo negativo e, in quanto tale, da reprimere o eliminare. Tuttavia, è fondamentale considerare anche il valore adattivo dell'ansia; infatti, entro certi limiti – con funzione adattiva per l'individuo - è una risorsa che permette all'individuo di riconoscere anticipatamente le situazioni potenzialmente stressanti e di scegliere se predisporre ad affrontarle adeguatamente o evitarle perché troppo rischiose (Kring, Johnson et al., 2017). L'aspetto problematico dell'ansia emerge nel momento in cui il livello è elevato a tal punto da impedire all'individuo di svolgere normalmente alcune attività quotidiane, per cui si rientra nel caso specifico di uno stato disfunzionale di tipo ansioso. I disturbi

correlati all'ansia possono avere sfumature diverse e si distinguono a seconda dei contesti, degli stimoli responsabili di questa reazione emotiva e delle risposte comportamentali per fronteggiarla. (Kring, Johnson et al., 2017)

Nei prossimi sottoparagrafi saranno descritte più nello specifico due tipologie di ansia, quali l'ansia generale (GAD) e l'ansia specifica per la matematica (MA).

2.1.1 Definizioni e caratteristiche

In letteratura, numerosi studi hanno tentato di indagare le relazioni tra la prestazione scolastica e specifiche forme d'ansia, tra cui quelle maggiormente considerate rientrano l'ansia generale (*General Anxiety disorder*; GAD) e l'ansia specifica per la matematica (*Mathematics anxiety*; MA) (Barroso et al., 2021, Caviola et al., 2022).

Il GAD viene definito come uno stato persistente di preoccupazione spesso eccessivo, incontrollato e prolungato nel tempo associato a vari aspetti di vita quali le relazioni, la salute, la situazione economica ed altri aspetti di vita quotidiana (APA, 2013). La MA invece, si riferisce ad una tipologia di ansia più specifica che si configura come uno stato emotivo negativo e di apprensione sperimentato nel momento in cui si svolgono problemi matematici o calcoli numerici, sia in situazioni accademiche, sia nella vita di tutti i giorni (Aschraft, 2002). Sebbene GAD e MA facciano riferimento in modo più o meno pervasivo a due forme di ansia, per alcuni aspetti potrebbero risultare in parte sovrapponibili, tuttavia vanno considerati distintamente seppure vi siano moderate delle correlazioni tra le due (Donolato, 2020). Al fine di chiarire meglio la natura e il grado di sovrapposizione di questi costrutti e confermare l'influenza specifica di MA sui risultati in matematica è necessario svolgere ulteriori studi (Carey et al., 2017; Devine et al., 2012; Hill et al., 2016; Xie, Xin, Chen, & Zhang, 2019). Nonostante ciò, alcune meta-analisi di studi condotti su studenti delle scuole superiori e universitari hanno identificato una chiara distinzione tra MA e GAD; mentre la MA sembrava più strettamente associata all'ansia da test, la quale si presenta in condizioni di valutazione e verifica (Dew, Galassi, & Galassi, 1984; Hembree, 1988, 1990; Lauer, Esposito, & Bauer, 2018).

L'interesse della ricerca scientifica negli ultimi anni si è rivolto allo studio della MA, in quanto è un fenomeno che sembrerebbe emergere precocemente, sin dai primi anni di scuola primaria, ed è spesso associato ad una bassa prestazione e ad un disimpegno in questa materia (Mammarella, et al., 2019). Inoltre, prove empiriche a sostegno dell'effettiva esistenza di questa tipologia di ansia, rilevano l'attivazione di un diverso pattern neurale durante lo svolgimento di compiti matematici: in particolare, in individui con MA, si osserva un'iperattivazione dell'amigdala deputata al

processamento di emozioni negative ed un'ipoattivazione della corteccia dorsolaterale prefrontale e del lobo parietale posteriore, deputati alla memoria di lavoro e al processamento dei numeri (Maloney, Beilock, 2012). Inizialmente era stato ipotizzato che l'emergere della MA si verificasse parallelamente allo svolgimento di compiti algebrici di maggiore difficoltà, durante l'inizio delle scuole superiori. Recenti studi hanno smentito questa ipotesi affermando invece come la MA sia un fenomeno che sembrerebbe emergere precocemente, già a partire dall'inizio della scuola primaria durante i primi approcci all'apprendimento formale della disciplina matematica (Maloney, Beilock, 2012). Ricerche recenti hanno consentito di individuare i possibili fattori connessi all'insorgenza di questa tipologia di ansia, classificandoli in fattori di rischio cognitivi, emotivo-motivazionali, ambientali e sociali (Caviola et al., 2022; Maloney e Beilock 2012).

I fattori di rischio cognitivi, come ad esempio inferiori abilità numeriche di base o specifici bias attentivi, possono essere strettamente connessi ad uno stato di ansia nei confronti della matematica il quale, a sua volta, può incidere negativamente sulla memoria di lavoro, rendendo complicata la concentrazione e interferendo con la memorizzazione delle informazioni necessarie allo svolgimento del compito (Eysenck & Calvo, 1992). A questo proposito in letteratura si fa riferimento alla Teoria del Controllo attenzionale (ACT) secondo cui elevati livelli di ansia possono interferire con un funzionamento efficiente del sistema attentivo, riducendone la capacità di controllo e producendo un calo prestazionale o la necessità di ricorrere a maggiori sforzi cognitivi (Eysenck et al. 2007). Inoltre, alcune evidenze mostrano come un aumento della MA sia associato ad un aumento della risposta dell'amigdala durante i compiti di matematica, che si traduce in un evitamento attentivo per i simboli matematici con un successivo calo prestazionale (Maloney e Beilock, 2012). Già da queste prime evidenze è possibile riscontrare l'esistenza di una stretta relazione tra emozioni e aspetti cognitivi e, più nello specifico, del ruolo dell'ansia nell'influenzare i funzionamenti cognitivi di base tra cui la memoria di lavoro.

I fattori emotivo-motivazionali quali i pensieri di fallimento, una scarsa percezione delle proprie abilità in matematica, uno scarso livello di autostima, una scarsa motivazione al compito, oppure un atteggiamento negativo verso la matematica, hanno un ruolo chiave e possono influenzare sia i processi cognitivi alla base dello svolgimento della matematica, sia l'attitudine e la predisposizione verso la materia (Levine & Pantoja, 2021s). Ad esempio, alcuni studiosi hanno riscontrato come il livello di competenza matematica influenzi la prestazione e in particolare che abilità più elevate siano associate ad un maggiore senso di competenza, a sua volta associato a un maggiore uso della matematica nella vita di tutti i giorni (Jansen et al., 2016).

Infine, tra i fattori ambientali e sociali rientrano ad esempio la condizione socio-economica e culturale della famiglia, le esperienze scolastiche e il rapporto con gli insegnanti (Maloney e Beilock, 2012). Nello specifico, alcune evidenze mostrano come gli insegnanti, che manifestano ansia rispetto alle proprie abilità matematiche, possano trasmettere indirettamente tali vissuti negativi verso alcuni dei loro studenti, influenzandone a loro volta le attitudini. Inoltre, è interessante notare come questa trasmissione di vissuti matematici negativi sembra subire l'influenza di differenze e di stereotipi di genere. Di fatto, uno studio statunitense ha mostrato come nei corsi di matematica tenuti da insegnanti donne le quali manifestavano livelli di ansia, anche le studentesse presentavano maggiori livelli di ansia per la materia e tendevano ad avere risultati inferiori nella disciplina. Ciò sembrerebbe quindi confermare lo stereotipo secondo cui i maschi maggiormente tendano a riportare risultati migliori in matematica o nelle materie scientifiche, mentre le ragazze sino più prestazionali nelle materie umanistiche (Maloney, Beilock, 2012).

A fronte della possibile interferenza degli stereotipi di genere nei processi di apprendimento della matematica e nelle performance scolastiche, sono riportate inoltre in letteratura differenze di genere in relazione alla MA. L'indagine PISA del 2012 riporta come in Italia il 48,8% delle ragazze e il 37,8% dei ragazzi riportino elevati livelli di MA. Questi dati evidenziano la presenza di differenze di genere per quanto riguarda gli effetti riscontrati sia sulle prestazioni individuali in matematica, sia rispetto ai livelli di MA e alle loro possibili implicazioni a livello sociale, ad esempio in relazione alla minore scelta di intraprendere carriere STEM da parte delle donne.

2.1.2 Ansia e performance matematica

In letteratura sono presenti numerosi studi che indagano le implicazioni di vissuti emotivi negativi ansiosi sulla prestazione in matematica (Lukowski, 2019; Maloney & Beilock, 2012; Donolato et al. 2020).

A questo proposito, sembrerebbe effettivamente che le prestazioni matematiche, siano fortemente associate sia a forme di ansia generali che specifiche verso la disciplina stessa (Caviola et al., 2022). Studi piuttosto recenti indicano come queste diverse forme di ansia possano contribuire a generare un senso di preoccupazione e disagio nei confronti della matematica soggetto peraltro, a differenze individuali e di genere (Devine, Fawcett, Szűcs, & Dowker, 2012). Tuttavia, alcune evidenze riportano come la MA sembrerebbe essere responsabile di un effetto negativo di portata maggiore sulla prestazione rispetto alle altre forme di ansia (Donolato et al., 2020).

Oltre ad indagare la relazione tra MA e altre forme di ansia, ricerche in letteratura hanno cercato di osservare nello specifico la relazione tra la MA e la prestazione. Uno degli aspetti maggiormente studiati riguarda, nello specifico, la direzione della relazione tra MA e performance scolastica. In altre parole, diversi studiosi hanno cercato di comprendere se fosse la MA ad influenzare la prestazione o, al contrario, se fosse una scarsa prestazione scolastica responsabile di maggiori livelli di MA (Jansen et al., 2013; Carey et al. 2013; Maloney & Beilock, 2012). In merito alla direzione della relazione tra MA e prestazione scolastica, sono state individuate in letteratura tre differenti teorie. Una prima teoria è la Teoria del Deficit, secondo cui scarse prestazioni in matematica sono responsabili di maggiori livelli di ansia, affermando che le esperienze vissute e il ricordo di scarse prestazioni matematiche passate generano la MA (Carey et al., 2015). Una seconda teoria è quella dell'Ansia Debilitante, la quale prevede una direzione causale opposta a quella della teoria del Deficit. Secondo tale teoria, sarebbe la MA ad interferire con i processi di pre-elaborazione, elaborazione e recupero delle informazioni, riducendo così le prestazioni in matematica con la conseguente possibilità di mettere in atto atteggiamenti di evitamento verso la materia. Nello specifico la MA può influenzare le risorse della memoria di lavoro, fondamentali per l'elaborazione e il recupero di fatti e metodi matematici (Carey et al., 2015). Invece, la teoria più recente e accreditata dalla comunità scientifica è la Teoria Reciproca secondo cui scarse prestazioni possono innescare livelli di MA in alcuni individui, e a sua volta la MA può ridurre ulteriormente le loro prestazioni matematiche, creando così un circolo vizioso (Jansen et al., 2013). Dunque, secondo quest'ultimo modello la MA può svilupparsi sia da fattori non prestazionali, come la predisposizione biologica, sia da deficit di prestazione, e può causare a sua volta ulteriori deficit nella prestazione, attraverso l'evitamento e l'interruzione del funzionamento efficiente della memoria di lavoro (Ashcraft et al., 2007). La Teoria Reciproca evidenzia pertanto una relazione ed un'influenza bidirezionale tra MA e prestazione scolastica in matematica. Questa concezione sostiene la necessità e la possibilità di intervento su due fronti opposti ma complementari: il primo riguarda il versante emotivo, in cui il focus d'intervento è quello relativo ai vissuti emotivi negativi e di ansia, mentre il secondo è incentrato sui fondamenti e i processi dominio-generalisti alla base delle abilità matematiche (Cornoldi, 2019).

2.2 Evitamento della prestazione

Nei due sottoparagrafi che seguono verrà trattato l'evitamento della prestazione in matematica, considerato come un possibile fattore di rischio connesso alla MA; nello specifico verrà data una definizione del costrutto evidenziandone le caratteristiche principali e verranno analizzati gli effetti negativi sulla performance scolastica e le implicazioni a lungo termine.

2.2.1 Definizione e caratteristiche

L'evitamento della prestazione, noto in letteratura con il termine "math avoidance", si riferisce ad un'attitudine e ad una risposta comportamentale volta ad evitare lo svolgimento di compiti matematici, ad evitare di intraprendere corsi ed insegnamenti correlati alla matematica o, più sul lungo termine, ad evitare di intraprendere scelte accademiche e occupazioni lavorative connesse alla scienza, tecnologia, ingegneria e matematica (materie STEM) (Choe et al. 2019).

Alcuni studi considerano l'evitamento della prestazione come una risposta comportamentale correlata e conseguente ad alti livelli di MA sperimentati; più nel dettaglio, alcune evidenze fMRI riportano come anche dal punto di vista dell'attivazione neurale la MA risulti essere associata ad un evitamento dell'attenzione rivolta ai simboli matematici (Pizzie & Kraemer, 2017). Questo evitamento di tipo attentivo è specifico per gli stimoli matematici e si osserva come anche in presenza di una breve esposizione alla matematica si inneschi una risposta neurale correlata all' evitamento in individui con elevata MA (Pizzie & Kraemer, 2017).

Dunque, l'evitamento può essere sia di tipo implicito, a livello cognitivo per quanto riguarda i meccanismi attentivi rivolti a stimoli connessi alla matematica, sia esplicito per quanto riguarda la risposta comportamentale dettata da elevati livelli di ansia (Pizzie & Kramer, 2017; Choe et al. 2019). Nonostante l'importanza teorica dell'evitamento della matematica e delle conseguenze, tuttavia, sono ancora scarse le evidenze a sostegno del legame tra ansia ed evitamento della matematica (Choe et al. 2019).

2.2.2 Evitamento ed effetti negativi sulla performance matematica

La letteratura ha tentato di definire la relazione tra MA, l'evitamento della prestazione e le implicazioni sulla performance scolastica in matematica. A questo proposito, alcuni studi sostengono l'esistenza di un circolo vizioso per cui una scarsa pratica della matematica comporterebbe scarse prestazioni matematiche che genererebbero un aumento della MA rispetto al quale l'individuo tenderebbe a sua volta a rispondere con l'evitamento della materia stessa (Choe et al., 2019).

Le emozioni negative, infatti, possono indurre gli studenti ad evitare le attività inerenti alla matematica o a svolgerle in modo approssimativo; di conseguenza una minore pratica influisce negativamente sulle performance matematiche determinando ulteriormente una scarsa autostima e un rafforzamento della propria percezione di essere inadeguati per la materia (Choe et al., 2019). Il senso di inadeguatezza, di conseguenza, può comportare un aumento del disagio psicologico percepito innescando così un circolo vizioso, difficile da spezzare, definito "impotenza appresa" (Abramson, Seligman e Teasdale, 1978 in Cornoldi, 2019). L'impotenza appresa viene definita come una

specifica condizione per cui l'individuo, a seguito di molteplici insuccessi, impara e si convince di non essere capace e di non avere controllo sulle situazioni (Seligman, 1975). Questa sensazione di sfiducia verso sé stessi e le proprie capacità è persistente e totalizzante e può portare a desistere dall'affrontare un problema e a convincersi di essere incapaci in matematica (Cornoldi, 2019).

L'impotenza appresa può essere causata dal contesto e da fattori esterni: in alcune circostanze si può "apprendere" che la situazione non si può controllare e si ha la convinzione che l'esito non dipenda dal sé, con la conseguenza che non si prova ad affrontarla. Il credere che gli eventi accadano senza poter esercitare un controllo genera emozioni spiacevoli e pensieri di impotenza. Al contrario, vissuti emotivi positivi nei confronti dell'apprendimento matematico spingono gli studenti a ripetere l'esperienza alimentando l'interesse e la curiosità per tale disciplina, aumentando la pratica e dunque massimizzando la possibilità di ottenere buoni risultati (Donolato et al. 2020; Cassidy, 2016; Martin & Marsh, 2008).

Il vissuto emotivo positivo o negativo dipende, secondo la teoria del Flow di Csikszentmihalyi (1975), dal bilanciamento tra la percezione soggettiva della complessità del compito e la percezione delle proprie competenze necessarie ad affrontarlo. E' dunque possibile osservare un fattore che funge da mediatore nella relazione tra evitamento, MA e scarsi risultati, ossia la percezione del costo dell'impegno in matematica. Infatti, nel momento in cui un individuo percepisce soggettivamente un costo elevato dell'impegno in matematica e un non superamento dei benefici, assieme ad un elevato livello di MA, è più probabile che metta in atto dei comportamenti di evitamento verso la disciplina matematica. Inoltre, è possibile anche che individui con elevati livelli di MA evitino in maniera reattiva lo sforzo e l'impegno in matematica perché sentono il bisogno di fuggire, probabilmente a causa di esperienze passate negative o traumatiche con la matematica (ad esempio esperienze di fallimento, di umiliazione o di paura) (Choe et al 2019).

Infine, nonostante diverse evidenze mostrino come la MA e l'evitamento abbiano delle effettive implicazioni sulla prestazione scolastica, tuttavia non è possibile considerare un rapporto causale tra questi due fattori di rischio per spiegare delle prestazioni scolastiche sotto la media, ma occorre considerare una molteplicità di fattori cognitivi, emotivo-motivazionali e contestuali (Cornoldi, 2019).

2.3 Resilienza

In questo sottoparagrafo verrà trattato il costrutto di resilienza in relazione alla prestazione matematica, proponendo una differenziazione tra la resilienza in contesto scolastico e la buoyancy intesa come una forma specifica di proattività accademica. Nello dettaglio, verrà definito il possibile

ruolo di questi costrutti come fattori di protezione della performance accademica, sottolineandone l'effetto contrapposto rispetto alla MA e all'evitamento della prestazione.

2.3.1 Definizioni e caratteristiche

Tra i fattori che costituiscono delle risorse individuali per superare i vissuti stressanti o le situazioni di difficoltà in ambito scolastico e non, è possibile individuare il costrutto della resilienza.

Nello specifico, la resilienza, è definita come la capacità dell'individuo di affrontare degli eventi stressanti o traumatici e di riorganizzare in maniera positiva e proattiva la propria vita di fronte alle difficoltà. In altre parole, essere resilienti significa sapersi adattare e reagire alle avversità della vita di tutti i giorni (Windle, 2011).

La resilienza è una funzione presente potenzialmente in ciascun individuo, ma è soggetta a differenze individuali e a cambiamenti nel corso dello sviluppo in rapporto alle esperienze vissute e alle modifiche dei meccanismi mentali che la sottendono (Martin & Marsh, 2008; Cassidy, 2016). Tendenzialmente, le persone più resilienti presentano un maggiore impegno e coinvolgimento nelle attività, un locus of control interno - ovvero la convinzione di poter dominare gli eventi senza sentirsi in balia di questi - e il gusto per le sfide - ossia la predisposizione ad accettare positivamente i cambiamenti non vivendoli come problematici (Martin & Marsh, 2008). La resilienza è dunque una caratteristica positiva che ricopre un ruolo chiave per il successo dell'individuo in vari ambiti della vita. Nello specifico dell'ambito scolastico ed accademico la letteratura individua, oltre alla resilienza, il costrutto specifico della buoyancy, ossia una forma di proattività accademica intesa come la capacità degli studenti di affrontare con successo e determinazione le battute d'arresto e le sfide accademiche tipiche della quotidianità di un contesto scolastico, come ad esempio essere esposti alla pressione degli esami o a compiti scolastici difficili (Martin & Marsh, 2008).

La buoyancy si distingue dalla resilienza accademica, in quanto si focalizza su problematiche e difficoltà tipiche ma temporanee, relative alla vita scolastica di tutti i giorni che interessano la maggior parte degli studenti e che possono causare normali livelli di distress (Martin & Marsh, 2008).

La resilienza accademica si riferisce, invece, al dover affrontare avversità acute e croniche tipiche di una classe ristretta di studenti, con problematiche e difficoltà più di tipo clinico (Martin & Marsh, 2008). La buoyancy risulta maggiormente in linea con la visione della psicologia positiva e in particolare con la teoria dell'ampliamento e della costruzione delle emozioni positive secondo la quale le emozioni positive forniscono il potenziale per ampliare i repertori di pensiero-azione momentanei degli individui e aiutano ad aumentare e migliorare le proprie risorse personali (Fredrickson, 2001). Ne consegue che, concentrarsi sui principi chiave alla base della proattività

scolastica significherebbe contribuire a costruire risorse, enfatizzando un approccio proattivo piuttosto che reattivo nei confronti di ostacoli e difficoltà (Fredrickson, 2001; Martin & Marsh, 2008).

2.3.2 Resilienza ed effetti positivi sulla performance matematica

La resilienza, e più nello specifico la buoyancy, vengono classificate dalla letteratura come dei fattori protettivi in quanto sembrano avere effetti contrastanti rispetto alla MA e utili a favorire una buona performance a livello scolastico (Donolato et al., 2020). In particolare, è possibile osservare come la resilienza abbia un effetto positivo sulle prestazioni in matematica e sia associata negativamente a forme di GAD (Donolato et al., 2020).

Alcune evidenze dimostrano come bambini resilienti in contesti scolastici siano maggiormente in grado di affrontare situazioni potenzialmente stressanti, sfruttando le loro competenze e concentrando i loro sforzi quando sono sottoposti ad una valutazione (Martin & Marsh, 2006). Inoltre, alunni con maggiori livelli di resilienza generalmente tendono ad adattarsi più rapidamente, sono più flessibili nell'usare strategie di problem solving e mostrano una maggiore determinazione nel raggiungere i loro obiettivi accademici. Infine, un'elevata capacità di resilienza contribuisce anche alla riduzione delle problematiche internalizzanti e a minori livelli di ansia generale e di MA (Donolato, 2020). Quest'ultima evidenza mostra come, nonostante i bambini possano incontrare varie difficoltà emotive nell'apprendimento della matematica come l'ansia, possono però anche fare affidamento su strategie di resilienza per contrastare gli effetti di vissuti emotivi negativi e promuovere dei buoni risultati in ambito matematico.

L'importanza della promozione del benessere dei bambini attraverso fattori come la resilienza nell'ambito specifico dell'apprendimento della matematica implica la necessità di introdurre delle specifiche strategie di coping e di gestione dello stress associato a questa materia scolastica al fine di sostenere il rendimento scolastico e matematico dei bambini. Ad esempio, è stato osservato come incoraggiare l'utilizzo di strategie di coping attraverso sfide adeguate al livello di ciascuno studente aiuti a promuovere la motivazione, l'apprendimento e l'uso efficace di strategie metacognitive che favoriscono l'assimilazione dei concetti matematici (Trigueros et al., 2020).

2.4 La relazione tra i fattori di rischio e di protezione

Dalle evidenze sopra discusse, emerge come la performance scolastica in matematica non sia l'esito di un semplice rapporto causale con un singolo fattore, ma al contrario, è possibile individuare una molteplicità di diversi costrutti in grado di influenzarla sia in maniera positiva che negativa (Cornoldi,

2019). Tra questi fattori occorre distinguere i fattori cognitivi, responsabili dei processi cognitivi alla base delle abilità numeriche, dai fattori emotivi, legati invece alle emozioni che emergono durante l'apprendimento o le verifiche delle conoscenze.

Nei paragrafi precedenti sono state trattate due forme di ansia che rientrano tra i fattori di rischio a livello emotivo, quali GAD e MA. Nel dettaglio, GAD sembrerebbe essere un fattore di rischio per la MA, mentre MA è un fattore di rischio più diretto della prestazione scolastica in quanto è responsabile di effetti negativi sui processi di base, alimenta pensieri negativi sulla concezione di sé e le condotte di evitamento, generando di conseguenza un minore interesse, una minore motivazione e una minore pratica che si traduce in una minore competenza in matematica (Donolato et al., 2020). Un altro studio recente mostra invece come sia presente una relazione negativa solo tra GAD e abilità cognitive dominio-generalì e dominio-specifiche, e tra GAD e prestazione scolastica (Cargnelutti, Tomasetto & Passolunghi, 2017 in Cornoldi 2019). Queste evidenze portano alla luce risultati ancora poco chiari ed evidenziano la necessità di approfondire con ulteriori studi la relazione tra MA e altri tipi di ansia, tra cui GAD (Mammarella, Donolato et al. 2018).

Un costrutto strettamente connesso all'ansia risulta essere l'evitamento della prestazione. A questo proposito, è stato osservato come a fronte di ripetuti insuccessi in matematica è possibile che si verifichi un incremento dei livelli di MA, che a sua volta potrebbe comportare una più frequente messa in atto di atteggiamenti di evitamento della prestazione. Pertanto, anche il costrutto dell'evitamento risulta essere un potenziale fattore di rischio in quanto, oltre ad aumentare la probabilità di insuccessi in matematica, può anche disincentivare gli individui nel perseguire scelte accademiche ed occupazionali in ambito STEM. Tuttavia ad oggi l'evitamento risulta essere ancora un costrutto poco indagato sia per quanto riguarda la sua manifestazione tra le varie fasce d'età, sia rispetto alla sua relazione con gli altri aspetti emotivi e prestazionali (Choe et al., 2019).

Per quanto riguarda invece i fattori protettivi delle abilità matematiche, attualmente risultano meno studiati rispetto a quelli di rischio, ma potrebbero comunque rivelarsi delle risorse utili da sfruttare in ambito di intervento e di prevenzione (Martin & Marsh, 2006).

Tra i principali fattori protettivi per le situazioni stressanti in ambito accademico vi è la resilienza, la quale viene classificata come un fattore predittivo positivo della motivazione, delle strategie metacognitive, oltre che di un percorso scolastico positivo (Trigueros et al., 2020). Un altro costrutto in parte connesso alla resilienza è la buoyancy. Nello specifico, la buoyancy rientra in parte nel concetto più ampio di resilienza, per cui ne consegue che aiutare gli studenti a svilupparla può contribuire anche a facilitare la resilienza in altri contesti (Martin & Marsh, 2006 in Martin & Marsh 2008). Tuttavia, le differenze in merito alle sfide e alle esigenze che caratterizzano l'ambito

scolastico, determinano la necessità di trattarli come due costrutti distinti (Martin & Marsh, 2008). La relazione tra resilienza e buoyancy necessita di ulteriori approfondimenti, infatti, mentre diversi studi consentono una buona comprensione del costrutto di resilienza, sono ancora poche le evidenze che riconoscono nello specifico la buoyancy e i fattori che la determinano (Martin & Marsh, 2008).

Per quanto riguarda invece la relazione tra fattori protettivi e fattori di rischio della prestazione matematica, si osserva come la resilienza risulti essere correlata negativamente alla MA (Donolato et al. 2020). Uno studio ha dimostrato in particolare come studenti delle scuole primarie e secondarie con alti livelli di resilienza riescano a gestire situazioni stressanti in modo efficiente ed ad avere minor probabilità di sviluppare MA o di provare una forte ansia di fronte ad un esame (Johnston-Wilder et al., 2015).

Tutte le evidenze esposte finora si riferiscono per lo più a studi effettuati su campioni composti da alunni a partire dalla scuola secondaria di primo grado in poi. Ne consegue la necessità di approfondire ulteriormente le relazioni tra i fattori di rischio e di protezione della prestazione matematica, anche a campioni rappresentativi di popolazioni di alunni di scuola primaria al fine di comprendere al meglio come poter strutturare gli interventi volti alla promozione di competenze matematiche e alla prevenzione di difficoltà a livello emotivo e di autostima (Cornoldi, 2019).

Nel prossimo capitolo verranno descritti gli aspetti principali relativi alla ricerca sperimentale che ha visto il coinvolgimento di alcune classi di 4^a e 5^a; nello specifico verrà descritto il campione di riferimento, la procedura e gli strumenti utilizzati per la raccolta dei dati.

CAPITOLO 3. LA RICERCA

3.1 Le ipotesi e gli obiettivi di ricerca

L'ipotesi di ricerca è stata ideata a partire da un più ampio studio volto ad indagare gli aspetti emotivi e gli atteggiamenti, sia positivi che negativi, associati all'apprendimento della matematica nelle classi 4^a e 5^a della scuola primaria.

Oltre ad analizzare la prestazione matematica scolastica mediante specifiche prove standardizzate, sono state indagate e misurate nei bambini, attraverso dei questionari self-report, alcuni fattori emotivi e attitudini sia positive che negative nei confronti della matematica.

Tra i fattori emotivi che possono ostacolare la prestazione scolastica, vi possono essere diverse forme di ansia come, ad esempio, l'ansia generale (GAD) e forme più specifiche come l'ansia per la matematica (MA) (Donolato et al., 2020). Di conseguenza, la letteratura, riporta come elevati livelli di MA possano contribuire ad un peggioramento della prestazione scolastica e ad un aumento degli atteggiamenti di evitamento verso tale disciplina (Choe et al., 2019). Tuttavia, forme di resilienza invece, possono essere considerate un fattore di protezione sia nei confronti dell'ansia, sia per quanto riguarda una scarsa prestazione scolastica; di fatto, maggiore è la tendenza nel perseverare di fronte alle avversità e difficoltà matematica, migliore sarà la prestazione finale (Donolato et al., 2020).

Un primo obiettivo del presente studio è quello di contribuire alla validazione degli strumenti self-report che sono stati tradotti in italiano ed adattati per la scuola primaria, utilizzati al fine di indagare le variabili oggetto di studio. Una volta confermata la validità degli strumenti per la popolazione di scuola primaria, un secondo obiettivo che ci si pone consiste nell'approfondire la relazione tra la prestazione matematica e i fattori di rischio come GAD, MA e forme di evitamento, oltre che la relazione con fattori protettivi come la resilienza scolastica e la buoyancy. Quest'ultimo obiettivo di ricerca risulta particolarmente innovativo per due aspetti principali: il primo riguarda il coinvolgimento di un nuovo target di popolazione, quello costituito dai bambini delle classi 4^a e 5^a della scuola primaria, scarsamente investigato in letteratura; il secondo aspetto innovativo riguarda invece la volontà di indagare più costrutti assieme, ossia più variabili emotive in relazione alla prestazione matematica piuttosto che focalizzarsi sullo studio di un costrutto per volta. Nel caso specifico del presente studio ci si aspetta di osservare delle correlazioni negative tra i fattori di rischio e la prestazione scolastica e correlazioni positive tra i fattori protettivi come la resilienza e la proattività accademica e la performance in matematica (Donolato et al. 2020; Choe et al. 2019).

Infine, un terzo ed ultimo obiettivo è quello di indagare quali tra le variabili incluse possa costituire un predittore significativo della prestazione scolastica e quale tra essi ne costituisca il goal standard. Nello specifico, si ipotizza che GAD, MA ed evitamento risultino essere dei predittori significativi

negativi della prestazione matematica, mentre la resilienza costituisca un predittore positivo. In particolar modo, ci si aspetta che MA e l'evitamento rappresentino i goals standard in termini di predittori della performance in matematica (Donolato et al., 2020).

Nei paragrafi successivi verrà descritto nel dettaglio il campione di ricerca, la procedura attraverso la quale sono stati raccolti i dati e gli strumenti utilizzati per rilevare la prestazione matematica e i diversi fattori emotivi.

3.2 Il campione

Le scuole che hanno aderito alla ricerca sono state in totale sei, di cui tre in provincia di Trento ("C. Darwin", "San G. Bosco", "Cles") e tre in provincia di Ancona ("C.A. Dalla Chiesa", "E. Cialdini", "A. Scocchera"), per un totale di venti classi coinvolte (Tabella 3.1).

Il campione di ricerca si compone complessivamente da 277 alunni a sviluppo tipico, di cui 149 di genere maschile e 128 di genere femminile con età media del campione pari a 10,33 anni (DS=0,80). Più nello specifico, l'età media delle femmine è di 10,37 (DS=0,63), mentre l'età media dei maschi è di 10,30 (DS=0,92).

La numerosità campionaria finale è stata ottenuta escludendo coloro che non avevano aderito al progetto, i bambini che riportavano una disabilità intellettiva ed infine quei bambini che riportavano protocolli incompleti con un numero elevato di risposte mancanti (maggiori del 20%).

Tabella 3.1 – Scuole partecipanti alla ricerca e rispettive classi

Provincia	Comune	Scuola	Classi partecipanti
Trento	Trento	C. Darwin	4 ^A 4 ^B 4 ^C 4 ^D 5 ^A 5 ^B 5 ^C 5 ^D
		San G. Bosco	5 ^A 5 ^B
		Cles	4 ^C 4 ^D
Ancona	Castelfidardo	E. Cialdini	4 ^A 5 ^A 5 ^B
		A. Scocchera	5 ^A 5 ^B
		C.A. Dalla Chiesa	4 ^A 5 ^A 5 ^B

3.3 La procedura

A seguito dell'approvazione del progetto di ricerca da parte del Comitato etico dell'Università degli Studi di Padova, sono state contattate alcune scuole primarie situate in differenti aree geografiche di Italia. Inizialmente sono state divulgate agli insegnanti e ai Dirigenti Scolastici le lettere di presentazioni contenenti una breve descrizione degli scopi e delle modalità di svolgimento del progetto di ricerca.

La raccolta dei dati è stata svolta prevalentemente durante la seconda parte dell'anno scolastico, nel periodo compreso tra i mesi di Marzo e Maggio 2023. Per ogni classe sono stati programmati due incontri della durata di un'ora ciascuno e tra i due incontri è trascorso un tempo variabile, a seconda della disponibilità data dalle singole scuole.

Prima di procedere con le somministrazioni collettive sono stati distribuiti alle famiglie i consensi informati per partecipare al progetto di ricerca.

In seguito, una volta raccolte le adesioni, sono stati creati dei codici identificativi alfa-numeriche per garantire l'anonimato e poter associare ad ogni bambino i dati raccolti nelle due differenti somministrazioni collettive.

Successivamente, quindi si è proseguito con gli incontri, ciascuno dei quali prevedeva lo svolgimento di prove matematiche carta-matita e molteplici questionari self-report.

Le prove di matematica e i questionari sono stati proposti agli studenti seguendo un ordine controbilanciato tra le varie classi (ordine A e ordine B), per far sì che l'ordine di presentazione delle prove non influenzasse le risposte date dai bambini.

L'ordine A, relativo alla prima somministrazione collettiva, prevedeva le seguenti prove in successione:

- *Fluency* (AC-FL, Caviola et al., 2016),
- *Numerical Reasoning* (ACMT 3, Cornoldi et al., 2020),
- *Approximate Calculation* (ACMT 3, Cornoldi et al., 2020),
- *A revision of Academic Locus of Control Scale for College Students*; ACL-R (Curtis & Trice, 2013),
- *Perceived Control scale* (Putwain et al., 2021),
- *Math Avoidance Scale -Presented at MCLS 2022* (Conlon et al.),
- *Value Scale* (Putwain et al., 2021),
- *Academic Motivation Scale-AMS-I* (Alivernini & Lucidi, 2008),
- *Mathematics Motivation Questionnaire for Children- MMQC* (Prast et al., 2012),
- *Academic Buoyancy* (Martin & Marsh, 2008)

L'ordine A, della seconda somministrazione collettiva, prevedeva invece le seguenti prove:

- *The Academic Resilience Scale- ARS* (Cassidy, 2016),
- *Written Calculation* (ACMT 3, Cornoldi et al., 2020),
- *The Self-Perception Profile for Children - SPPC* (Harter, 1985),
- *Self-Description Questionnaire – SDQ* (Marsh,1999) + *Mathematics Motivation Questionnaire for Children- MMQC* (Prast et al., 2012),
- *Math Self-Efficacy* (Koponen et al., 2021) + *Mathematics Motivation Questionnaire for Children- MMQC* (Prast et al., 2012),
- AMAS (Caviola et al., 2017),
- RCMAS-2 (short-version; Reynolds & Richmond, 2012).

L'ordine B, sia per la prima che per la seconda somministrazione collettiva, prevedeva le medesime prove, ma con un ordine di comparsa opposto all'ordine A.

In particolare, per la prima collettiva dell'ordine B venivano presentate nell'ordine:

- *Academic Buoyancy* (Martin & Marsh, 2008),
- *Mathematics Motivation Questionnaire for Children- MMQC* (Prast et al., 2012),
- *Academic Motivation Scale-AMS-I* (Alivernini & Lucidi, 2008),
- *Value Scale* (Putwain et al., 2021),
- *Math Avoidance Scale -Presented at MCLS 2022* (Conlon et al.),
- *Perceived Control scale* (Putwain et al., 2021),
- *A revision of Academic Locus of Control Scale for College Students; ACL-R* (Curtis & Trice, 2013),
- *Approximate Calculation* (ACMT 3, Cornoldi et al., 2020),
- *Numerical Reasoning* (ACMT 3, Cornoldi et al., 2020),
- *Fluency* (AC-FL, Caviola et al., 2016).

Mentre, per la seconda collettiva compaiono le seguenti prove in tale ordine:

- RCMAS-2 (short-version; Reynolds & Richmond, 2012),
- AMAS (Caviola et al., 2017),
- *Math Self-Efficacy* (Koponen et al., 2021) + *Mathematics Motivation Questionnaire for Children- MMQC* (Prast et al., 2012),
- *Self-Description Questionnaire – SDQ* (Marsh,1999) + *Mathematics Motivation*

Questionnaire for Children- MMQC (Prast et al., 2012),

- *The Self-Perception Profile for Children - SPPC* (Harter, 1985),
- *Written Calculation* (ACMT 3, Cornoldi et al., 2020),
- *The Academic Resilience Scale- ARS* (Cassidy, 2016).

Prima di iniziare ogni prova, il somministratore si è occupato di leggere le consegne, chiarire eventuali dubbi e fornire degli esempi riguardanti le modalità di esecuzione delle varie prove e questionari. Infine, gli alunni sono stati invitati a svolgere le prove con impegno e concentrazione, chiarendo che non sarebbero state oggetto di valutazione scolastica.

3.4 Gli strumenti

Per ogni somministrazione sono state previste alcune prove di matematica, funzionali a restituire un quadro della prestazione matematica nei termini di fluenza delle abilità di calcolo a mente, di calcolo scritto e approssimato, oltre che ad abilità di ragionamento numerico.

Di seguito verranno fornite delle descrizioni approfondite delle prove di matematica, nello specifico dell'AC-FL (Caviola et al., 2016), dei sub-test del *Calcolo scritto*, *Ragionamento Numerico* e *Calcolo approssimato* contenuti nell' ACMT 3 (Cornoldi et al., 2020).

3.4.1 Prove di matematica

Prove AC-FL

Le prove AC-FL (Caviola et al., 2016) sono dei test di semplice e veloce somministrazione utilizzati per valutare la fluenza delle abilità di calcolo nei bambini di classe terza, quarta e quinta primaria. In particolare, queste prove restituiscono il livello di velocità e di accuratezza dei bambini durante lo svolgimento dei calcoli matematici. Le operazioni contenute in questa prova richiedono la conoscenza delle procedure del calcolo scritto (ad esempio di prestito e riporto) ed una buona automatizzazione dei fatti aritmetici.

Le AC-FL sono caratterizzate dalla presenza di tre diversi protocolli, ciascuno dei quali presenta 24 operazioni: nel primo protocollo sono contenute 24 addizioni, nel secondo 24 sottrazioni e nel terzo 24 moltiplicazioni. Ogni protocollo prevede un tempo di esecuzione di 2 minuti, per una durata complessiva della prova di 6 minuti.

Prima di iniziare la prova, il somministratore ha informato i bambini riguardo il tempo a disposizione per lo svolgimento di ogni protocollo e si è raccomandato loro di eseguire le operazioni procedendo riga per riga. Inoltre, essendo una prova a tempo, è stato consigliato agli studenti di tralasciare le operazioni ritenute troppo difficili da svolgere e proseguire con quelle successive. Infine, è stato fatto

Figura 3.3 – Esempi di operazioni della prova moltiplicazioni AC-FL

2	3	x				1	5	x				4	9	x				3	7	x	
	2	=					5	=					1	3	=				1	8	=
<hr/>						<hr/>						<hr/>						<hr/>			

Prove AC-MT 3

Le prove AC-MT 3 costituiscono uno strumento di valutazione delle abilità matematiche.

In particolare, queste prove tengono conto degli indici di rapidità e di accuratezza nel calcolo matematico. La batteria nella versione completa comprende delle prove base quali: *il dettato di numeri, fatti aritmetici, calcolo scritto e calcolo a mente* e delle prove con un limite definito di tempo come, ad esempio, *prove di ragionamento numerico* e di *calcolo approssimato*.

Di seguito, verranno descritti nel dettaglio soltanto i sub-test utilizzati nella presente ricerca quali *calcolo approssimato, ragionamento numerico e calcolo scritto*.

Calcolo approssimato

Questa prova valuta la capacità di compiere una stima rispetto al risultato plausibile di un'operazione, senza svolgere il calcolo esatto.

In questo subtest viene quindi richiesto ai bambini di individuare, tra tre alternative di numeri, quello che più si avvicina al risultato dell'operazione presentata in grassetto sul lato sinistro del foglio.

La prova, differenziata nella sua complessità tra la classe quarta e quinta primaria, comprende 15 operazioni tra addizioni, sottrazioni e moltiplicazioni, da svolgere nel tempo di un minuto e mezzo (Figura 3.4).

Lo scoring prevede l'assegnazione di 1 punto per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o non data.

Figura 3.4 – Esempio di item della prova di Calcolo approssimato dell'AC-MT 3 per classe 4^a

33 + 19	→	45	40	50
56 - 14	→	45	40	35

Ragionamento numerico

Questo subtest valuta la capacità di ragionamento sulle proprietà di sequenze di numeri.

In particolare, è richiesto all'alunno di individuare una regola implicita sottostante (es. "aggiungere

3”, “sottrarre 4”, ecc.) e quindi di scegliere, tra tre alternative, il numero in grado di completare correttamente la sequenza numerica.

La prova è composta da dodici item da svolgere nel tempo di due minuti la cui difficoltà varia tra classe quarta e quinta primaria (Figura 3.5).

Lo scoring prevede l’assegnazione di 1 punto per ogni risposta corretta e 0 punti per ogni risposta errata o non data.

Fig. 3.5 – Esempio di item della prova Ragionamento Numerico dell’AC-MT 3 per la classe 4[^]



Calcolo scritto

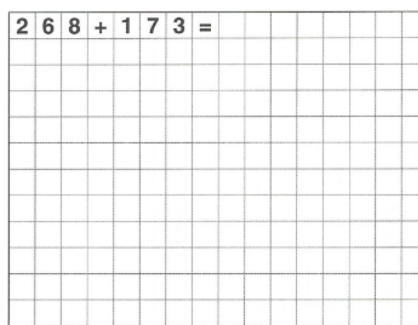
Questo subtest permette di valutare la capacità di incolonnare correttamente le operazioni, la conoscenza e la corretta applicazione delle procedure di calcolo.

In questa prova viene richiesto ai bambini di svolgere delle operazioni scritte in riga sullo spazio a quadretti sottostante, incolonnandole. Ai bambini non veniva specificato il tempo a disposizione per lo svolgimento di questa prova, ma si considerava conclusa quando il 90% della classe aveva terminato.

Questo test presenta due diverse versioni, una per la classe 4[^] e una per la classe 5[^], e presenta nell’ordine le seguenti operazioni: un’addizione, due sottrazioni, una moltiplicazione e due divisioni (Figura 3.6).

Lo scoring prevede l’assegnazione di 1 punto per ogni operazione svolta correttamente, 0 punti per ogni operazione sbagliata o non eseguita.

Figura 3.6 – Item di Esempio per la prova ACMT-3 di Calcolo scritto della classe 4[^]



3.4.2 Questionari

Tra i vari questionari self-report che sono stati fatti compilare ai bambini durante i due incontri, verranno considerati per la verifica dell'ipotesi di ricerca i seguenti: RCMAS-2 (short-version; Reynolds & Richmond, 2012), AMAS (Caviola et al., 2017), *Math Avoidance Scale* (Conlon et al.), l'ARS (Cassidy, 2016), *Academic Buoyancy Scale* (Martin & Marsh, 2008).

Per ogni questionario è stata letta alla classe la consegna e la prima frase come esempio. Successivamente, ogni bambino è stato invitato a leggere autonomamente ciascun item e scegliere l'alternativa di risposta per lui più adeguata. Agli alunni è stato raccomandato di rispondere a tutti gli item dei questionari cercando di non lasciarne nessuno in bianco e sono stati rassicurati del fatto che non vi erano risposte giuste o sbagliate, ma solo loro potevano sapere quale fosse la scelta più adeguata.

I questionari somministrati presentano tutti una scala Likert e sono stati tradotti dall'inglese all'italiano e adattati per un campione della scuola primaria.

Di seguito verranno descritti brevemente i costrutti e i relativi questionari, utili per verificare l'ipotesi di ricerca.

RCMAS-2

L'RCMAS-2 è un questionario self-report che valuta l'ansia generalizzata, ossia una forma pervasiva di ansia caratterizzata da uno stato di eccessiva preoccupazione o apprensione che scaturisce in diverse situazioni o attività quotidiane.

La RCMAS-2 è composta da 49 item, ma per il presente studio è stata utilizzata la versione ridotta di soli 10 item. Lo strumento nella versione originale è composto da 6 sotto-scale, due delle quali sono scale di validità per verificare se l'individuo ha falsato delle risposte e riguardano l'indice di *Incoerenza nelle Risposte* (INC) e l'*Atteggiamento difensivo* (DIF) mentre le restanti quattro indagano l'*Ansia totale* (TOT), l'*Ansia fisiologica* (FIS), la *Preoccupazione* (PRE), l'*Ansia sociale* (SOC); la versione ridotta presenta invece la sottoscala *Forma breve Ansia totale* (FB) (Reynolds & Richmond, 2012). Nello specifico la FIS restituisce l'eventuale presenza di preoccupazioni somatiche e le manifestazioni fisiologiche dell'ansia, la PRE indaga la presenza di preoccupazioni come ad esempio la paura di essere feriti o isolati emotivamente, la SOC valuta la presenza di ansia in situazioni sociali e performanti, infine la TOT considera tutti i precedenti tipi di ansia e la FB è strettamente correlata ad essa (Reynolds e Richmond, 2012).

Gli item contengono alcune frasi che fanno riferimento agli stati emotivi che si possono provare in vari contesti quotidiani (es. a scuola, a casa e con gli amici). Viene richiesto di segnare SI o NO a seconda se l'item descriva o meno il suo stato d'animo o i suoi comportamenti durante l'arco della

giornata (ad esempio: “Spesso ho mal di stomaco”, oppure “Spesso mi preoccupo per qualcosa di brutto che potrebbe accadermi”) (Figura 3.7).

Lo scoring prevede l’assegnazione di 1 punto per le risposte affermative (“SI”) e zero punti per le risposte negative (“NO”). Un alto punteggio corrisponde ad un elevato grado di ansia generalizzata, al contrario un punteggio basso testimonia bassi livelli di ansia.

Figura 3.7 – Esempi di item RCMAS-2

1. Spesso ho mal di stomaco	SI	NO
2. Mi sento nervoso	SI	NO

Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS)

L’AMAS è il questionario self-report con cui viene indagata nello specifico la MA.

La MA è un costrutto multidimensionale definito come uno stato di agitazione provato durante la manipolazione di numeri o la risoluzione di problemi matematici, caratterizzato da sentimenti di apprensione, preoccupazione, avversione e frustrazione che può emergere precocemente durante il percorso scolastico (Richardson & Suinn, 1972).

Il questionario nella sua versione abbreviata presenta 9 item che descrivono varie situazioni legate alla possibilità di provare preoccupazione durante lo svolgimento di compiti matematici (Figura 3.8).

La Scala è bifattoriale e considera due fattori distinti: la *Math learning anxiety* in riferimento all’ansia provata durante l’apprendimento a scuola o a casa e la *Math testing anxiety*, in relazione allo stato di agitazione che è possibile provare in situazioni di verifica o di assessment. La consegna chiede agli studenti di indicare quanta paura o preoccupazione provano di fronte alle situazioni descritte in ciascun item (Hopko et al. 2003, Caviola et al., 2017).

Le scala likert è a cinque punti con le seguenti alternative di risposta: “Molto poca= 1”, “Poca= 2”, “Moderata= 3”, “Abbastanza= 4”, “Molta= 5”. Un punteggio elevato in questa scala corrisponde ad elevati livelli di ansia specifica per la matematica, al contrario bassi punteggio testimoniano scarsa MA.

Figura 3.8 – Esempi di item AMAS

Situazione	Grado di paura				
1. Usare gli schemi e le tabelline riportate in fondo al libro di matematica	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta
2. Pensare alla verifica scritta di matematica che dovrai fare domani	Molto poca	Poca	Moderata	Abbastanza	Molta

Math avoidance Scale

La math avoidance scale rappresenta una scala self-report, presentata al congresso del Mathematical Cognition and Learning Society (MCLS) nel 2022, che indaga il costrutto dell'evitamento della matematica. Con il termine math avoidance si intende il comportamento di evitamento di un individuo nei confronti dello svolgimento e dell'apprendimento della matematica, spesso associato a vissuti emotivi negativi quali l'ansia. (Choe et al., 2019). Il questionario è composto da un totale di 10 item. La scala è monofattoriale per cui individua un unico fattore relativo all'evitamento per la matematica. La consegna richiede ai bambini di leggere attentamente ogni situazione descritta dagli item e indicare quante volte si verifica solitamente.

La scala è likert a 4 punti (Figura 3.9), in cui viene richiesto di scegliere un'alternativa di risposta tra: "quasi mai= 1", "qualche volta= 2", "il più delle volte= 3", "quasi sempre= 4".

Secondo tale scala, punteggi elevati rappresentano la presenza di una maggiore tendenza verso l'evitamento della matematica.

Figura 3.9 – Esempio di item della Math Avoidance Scale

Situazione	Quasi mai	Qualche volta	Il più delle volte	Quasi sempre
1. Quando posso, evito di fare matematica	Quasi mai	Qualche volta	Il più delle volte	Quasi sempre
2. Se so che devo fare i compiti di matematica, provo a fare qualcos'altro prima	Quasi mai	Qualche volta	Il più delle volte	Quasi sempre

Academic Resilience Scale (ARS)

L'ARS è un questionario self-report che indaga la resilienza accademica. La resilienza, nella sua accezione più generica, riguarda la capacità dell'individuo di riprendersi dalle avversità, di recuperare e ripristinare il funzionamento normale, pre-avverso (Smith et al., 2008). In questo senso è una modalità pro-attiva di reagire ad un evento negativo e avverso per ristabilire uno stato adattivo e funzionale. Nello specifico, la resilienza accademica fa riferimento alla capacità degli studenti di affrontare le sfide e fronteggiare delle situazioni di insuccesso in contesto scolastico (Martin & Marsh, 2006).

Nel dettaglio, l'Academic Resilience Scale è un questionario che considera la resilienza relativa al contesto accademico, ed è composto da una vignetta iniziale in cui viene descritta una possibile situazione di difficoltà scolastica quotidiana: l'alunno deve immaginare di aver preso un voto non positivo in matematica, in seguito del quale ha ricevuto dei consigli e dei feedback da parte dell'insegnante (Figura 3.10).

Oltre alla vignetta, sono presenti 30 item, alcuni dei quali sono reversed, ovvero item con frasi poste al negativo. La consegna prevede che gli alunni leggano e si immedesimino nella situazione descritta dalla vignetta e rispondano ai vari item, indicando la probabilità con la quale avrebbero messo in atto determinati comportamenti più o meno resilienti.

La scala è tri-fattoriale, pertanto presenta tre sottoscale: Perseveranza (*Perseverance*) che misura la capacità di persistere nonostante le avversità incontrate; la Capacità riflessiva e di richiesta d'aiuto adattiva (*Reflecting and adaptive help-seeking*) ovvero l'abilità di riflessione sulle proprie risorse e limiti e sull'auto-monitoraggio; l' Affetto negativo e la risposta emotiva (*Negative affect and emotional response*), ossia la capacità di controllare ed evitare risposte emotive negative e favorire quelle positive come l'ottimismo (Cassidy, 2016).

La scala di risposta è di tipo likert a 5 punti con le seguenti alternative di risposta: “Molto probabile= 1”, “Abbastanza probabile= 2”. “Nè probabile nè improbabile= 3”, “Poco probabile= 4”, “Improbabile= 5”.

Un elevato punteggio in questa scala testimonia elevati livelli di resilienza accademica.

Figura 3.10 – Situazione ed Esempio di item dell'ARS

“Hai ricevuto un voto insufficiente nella verifica di matematica. Anche nelle verifiche e interrogazioni scorse hai ricevuto dei voti bassi rispetto a quelli che avresti voluto ottenere. Il tuo obiettivo però è quello di prendere buoni voti in questa materia e non deludere i tuoi genitori. La tua insegnante ti dice che non hai ben compreso la consegna e che le tue abilità in matematica non sono buone. Inoltre, ti suggerisce delle modalità per aiutarti a migliorare. Hai ricevuto la stessa valutazione anche nelle verifiche precedenti.”

Situazione	Molto probabile	Abbastanza probabile	Né probabile né improbabile	Poco probabile	Improbabile
1. Non accetterei i giudizi/feedback dell'insegnante	Molto probabile	Abbastanza probabile	Né probabile né improbabile	Poco probabile	Improbabile

Academic Buoyancy Scale

L'Academic Buoyancy Scale è un questionario che indaga il livello di proattività individuale in ambito accademico. Tale forma di resilienza viene definita come la capacità degli studenti di affrontare efficacemente le battute d'arresto, le sfide, lo stress e la pressione che si verificano nel corso ordinario della vita scolastica (Martin & Marsh, 2008). La scala in questione è mono-fattoriale ed è composta da 4 item in totale.

La consegna prevede di leggere attentamente ogni item e successivamente, di scegliere l'alternativa di risposta più rappresentativa tra quelle presenti, rispondendo attraverso una scala likert a 7 punti

con le seguenti alternative di risposta: “Molto Falso= 1”, “Falso= 2”, “Qualche volta falso= 3”, “Né vero né falso= 4”, “Qualche volta vero= 5”, “Vero= 6”, “Molto Vero= 7” (Figura 3.11).

Un elevato punteggio a questa scala rappresenta un elevato livello di proattività scolastica.

Figura 3.11 – Esempio di item per l’academic buoyancy

Situazione	Molto Falso	Falso	Qualche volta falso	Né falso né vero	Qualche volta vero	Vero	Molto vero
1. Non permetto che l’agitazione mi influenzi quando svolgo matematica (ad es. durante i compiti scolastici e a casa)	Molto Falso	Falso	Qualche volta falso	Né vero né falso	Qualche volta vero	Vero	Molto Vero
2. Penso di essere bravo/a nel gestire l’agitazione di fronte a nuove richieste di matematica	Molto Falso	Falso	Qualche volta falso	Né vero né falso	Qualche volta vero	Vero	Molto Vero

CAPITOLO 4. I RISULTATI

Il presente studio ha l'obiettivo di indagare il ruolo di fattori emotivi negativi e positivi in relazione alla matematica, soffermandosi in particolare sul ruolo dell'ansia per la matematica e della resilienza accademica. Nello specifico, si è cercato di osservare in che modo queste variabili predicano la prestazione matematica in bambini delle classi 4^a e 5^a della scuola primaria.

Le abilità matematiche sono state valutate tramite diverse prove standardizzate matematiche (AC-MT; ACFL). Mentre le variabili emotive sono state valutate tramite dei questionari self-report riguardanti i seguenti costrutti: GAD, MA, evitamento per la matematica, e forme di resilienza accademica.

Ai fini della ricerca, dopo aver raccolto i dati, sono state eseguite delle analisi statistiche attraverso il software JASP e R. In particolare, sono state eseguite le CFA, utili per valutare la struttura fattoriale dei questionari; le correlazioni bivariate tra le variabili d'interesse per osservare l'esistenza e la tipologia delle relazioni; le regressioni lineari gerarchiche per individuare quali variabili costituiscono dei predittori significativi della prestazione matematica.

Nei paragrafi che seguono saranno riportate nel dettaglio le analisi statistiche effettuate.

4.1 Analisi descrittive

Di seguito nella tabella 4.1 sono riportate le statistiche descrittive come media e deviazione standard dell'età in mesi del campione totale, suddiviso per le classi 4^o e 5^o, e tra genere femminile e maschile.

Tabella 4.1 – Statistiche descrittive dell'età in mesi

Età in mesi	Campione totale	Classe 4^o	Classe 5^o	Femmine	Maschi
Media	123.97	116.38	128.54	124.40	123.60
Deviazione standard	9.55	3.88	9.03	7.54	11.00

Le analisi descrittive sono state effettuate sia per le prove matematiche (ACFL e AC-MT 3) che per i costrutti indagati mediante i questionari. Nel dettaglio sono riportate la media e la deviazione standard, oltre che ai punteggi minimi e massimi ottenuti per ogni prova.

Le statistiche descrittive per le prove di matematica riportate nella Tabella 4.2 sono state eseguite calcolando un punteggio totale medio per i tre protocolli delle AC-FL, mentre i punteggi delle prove di *Calcolo Approssimato*, *Ragionamento Numerico*, *Calcolo Scritto* delle AC-MT-3 sono stati effettuati sul totale di ogni sub-test. Inoltre, per le prove di matematica è stato calcolato un punteggio composito. Per fare questo, sono stati calcolati i punteggi standardizzati (punti z) delle prove di matematica eseguendo la differenza tra il punteggio grezzo e il punteggio medio del campione, diviso la deviazione standard del campione. La standardizzazione dei punteggi è stata eseguita tenendo conto del grado scolastico, considerando quindi la media e la deviazione standard suddivisa sia per le classi 4[^], sia per le classi 5[^]. Infine, il punteggio composito è stato poi ottenuto dalla media dei punti zeta di tutte le prove di matematica.

Tabella 4.2 - Statistiche descrittive delle prove di matematica riferite al campione totale

	Fluenze totale	Calcolo approssimato	Ragionamento numerico	Calcolo scritto
Media (M)	13.14	6.33	9.13	4.94
Deviazione Standard (DS)	3.92	3.06	2.80	1.16
Minimo (min.)	2.67	0.00	0.00	1.00
Massimo (max.)	23.00	15.00	12.00	6.00

Invece, le statistiche descrittive relative ai vari questionari riportate nella Tabella 4.3 sono stati effettuati sul totale di ogni scala.

Tabella 4.3 – Statistiche descrittive dei questionari riferite al campione totale

	GAD	MA	Evitamento	Resilienza	Buoyancy
Media (M)	3.19	21.39	17.47	113.22	20.16
Deviazione Standard (DS)	2.53	7.49	5.30	16.49	4.76
Minimo (min.)	1.00	9.00	10.00	42.00	4.00
Massimo (max.)	10.00	45.00	40.00	144.00	28.00

Note: *buoyancy*= *questionario academic buoyancy*

4.2. Analisi fattoriali confermative

L'analisi fattoriale confermativa (CFA) è un insieme di tecniche statistiche che consentono di identificare i fattori latenti a partire da una serie di variabili osservate, in altre parole permette di capire se tali variabili sono effettivamente adatte a spiegare un determinato concetto che per sua natura non è misurabile. La CFA è stata utilizzata principalmente per confermare la struttura fattoriale dei questionari adattati nel presente studio con l'intento di validarne la struttura anche in un campione italiano della scuola primaria. Le CFA presentate di seguito sono state effettuate grazie all'utilizzo del software R studio con il pacchetto statistico "lavaan package" (Rosseel, 2012) e dell'estimatore Pairwise Maximum Likelihood (PML), adeguato per i dati di tipo ordinale (Katsikatsou et al., 2012).

Per poter procedere allo svolgimento delle CFA, sono stati eseguiti tre test che hanno permesso di affermare l'adeguatezza dei dati a disposizione per effettuare le analisi.

Dopo essersi assicurati della presenza di adeguate correlazioni tra tutti gli item di ciascun questionario, il primo test condotto è stato il Kaiser Meyer Olkin Test (KMO), che restituisce una misura della proporzione di varianza tra le diverse variabili. Minore è il KMO, maggiore è l'adeguatezza dei dati per la l'analisi fattoriale. Nello specifico, si considerano ottimali i valori di $KMO > 0.8$; si considerano accettabili valori di $0.70 < KMO > 0.50$ mentre valori di $KMO < 0.50$ non sono considerabili accettabili (Keppel et al., 2001).

Infine, è stato eseguito un secondo test che prende il nome di Bartlett's Test, il quale permette di confrontare la matrice di correlazione con una matrice ipotetica (null model), in modo da poter escludere che le variabili non siano correlate tra loro. Per questo test è necessario riportare il p value, il quale è considerato significativo se < 0.05 (Keppel et al., 2001).

Successivamente, dopo aver testato l'adeguatezza dei dati, è stato possibile effettuare l'analisi fattoriale confermativa e l'analisi degli indici di fit, i quali forniscono il livello di significatività delle CFA. Gli indici di fit presi in considerazione sono stati: il Comparative Fit Index (CFI), il Nonnormed Fit Index (TLI), il Root-Mean-Square Error of Approximation (RMSEA), Standardized Root Mean Square Residual (SRMR), il χ^2/df e il p value.

Nello specifico, il CFI viene definito come la misura della differenza tra il modello in esame (target model) e il modello nullo (null model) ossia il modello in cui le variabili osservate sono tutte tra loro indipendenti.

Il TLI, analogamente al CFI, è un indice comparativo che misura la differenza tra modello target e modello nullo.

L'RMSEA invece, è un indice di adattamento che valuta quanto il modello ipotizzato si adatta ai dati, tenendo conto anche della numerosità campionaria.

L'SRMR, simile all'indice precedente, riassume la differenza tra la matrice di covarianza osservata (S) e la matrice riprodotta sulla base dei parametri del modello (Σ^{\wedge}).

Il χ^2/df è un indice che permette di verificare l'ipotesi che i dati corrispondano a quelli attesi e in particolare di confrontare i valori osservati nei dati e quelli attesi, qualora l'ipotesi nulla fosse vera. Infine, il p value indica il livello di significatività, ossia se la differenza tra il risultato osservato e quello ipotizzato sia dovuta alla casualità introdotta dal campionamento, oppure se tale differenza sia statisticamente significativa (Pastore, 2012).

Per interpretare l'adeguatezza o meno di ciascun indice di fit è necessario confrontare il valore ottenuto con dei valori soglia. In particolare, i valori degli indici di fit vengono considerati eccellenti quando (Keppel et al., 2001):

- $CFI \geq 0.95$
- $TLI \geq 0.95$
- $RMSEA \leq 0.06$
- $SRMR \leq 0.08$
- $\chi^2/df \leq 2$

I valori degli indici di fit sono considerati adeguati quando (Keppel et al., 2001):

- $CFI \geq 0.90$
- $TLI \geq 0.90$
- $RMSEA \leq 0.08$
- $SRMR \leq 0.10$
- $\chi^2/df \leq 5$

Di seguito verranno descritti per ciascuna variabile i pre-test e le analisi fattoriali confermativa. Per tutte le variabili considerate sono state riscontrate delle correlazioni significative e unidirezionali tra i vari item; pertanto, è stato possibile includere tutti gli item di ogni scala per l'analisi fattoriale.

4.2.1 Evitamento della matematica

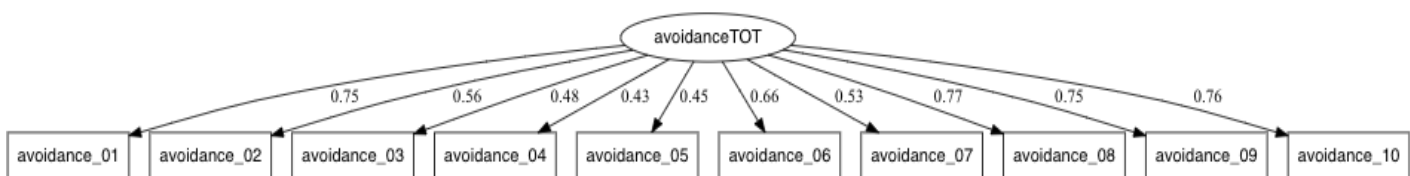
Per quanto riguarda l'evitamento della matematica è stato riscontrato un ottimo valore della proporzione di varianza tra le varie variabili ($KMO=.85$). Analogamente, anche il Bartlett's Test ha mostrato una buona significatività e le variabili risultano essere correlate tra loro: $22m\chi^2(45) = 684.63$

con un p value <.001. Dunque, i dati risultano essere tutti adeguati ed è stato possibile procedere con la CFA.

La CFA ha confermato la struttura monofattoriale dell'evitamento e in particolare sono stati osservati degli indici di CFI (= .97), TLI (= .96), SRMR (= .08) eccellenti e degli indici di RMSEA (= .07) e χ^2/df (= 2.28) adeguati. Inoltre, tale CFA ha riportato dei factor loadings significativi per i vari item con un valore > di 3 (Figura 4.1).

Infine, attraverso l'analisi fattoriale è stato calcolato l'indice dell'alpha di Cronbach, utile per verificare la coerenza tra i fattori e la variabile di riferimento. In questo caso, la scala presenta un'ottima affidabilità e validità interna ($\alpha = .85$).

Figura 4.1 – Grafico dei factor loadings per la Math avoidance Scale



Note: "avoidance_TOT" = punteggio totale per l'evitamento per la matematica; "avoidance_n" (es. avoidance_01) = item della Scala

4.2.2. Resilienza

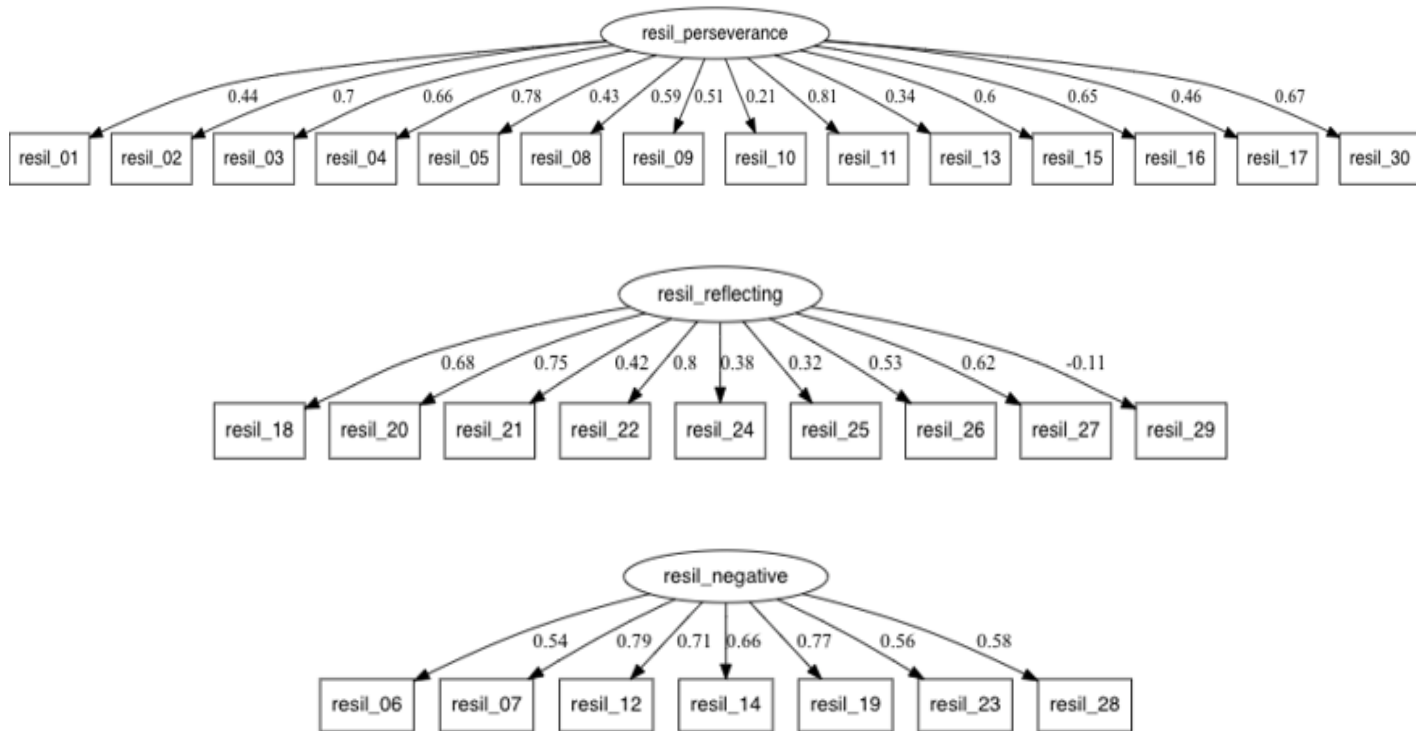
La seconda analisi relativa ai costrutti di resilienza, ha evidenziato una proporzione di varianza con le variabili di tipo ottimale (KMO=.87) e anche il Bartlett's Test riporta una buona significatività, dati i valori di $22m\chi^2(435) = 2656.47$ e un p value <.001. Pertanto, anche per la resilienza i risultati dei pre-test risultano essere adeguati.

La CFA ha confermato la struttura fattoriale a tre fattori della resilienza: *Perseverance*, *Reflecting*, *Negative affect*.

In particolare, si osserva che gli indici di CFI (= .91), TLI (= .90), SRMR (= .10), χ^2/df (= 3.45) risultano essere adeguati, mentre l'indice RMSEA (= .09) è al limite dell'accettabilità. I vari item della scala presentano degli item significativi rispetto ai tre fattori (Figura 4.2) e buoni livelli di affidabilità

interna sia delle sottoscale prese singolarmente, *Perseverance* ($\alpha=.86$), *Reflecting* ($\alpha=.72$), *Negative affect* ($\alpha=.82$), sia della scala totale ($\alpha \text{ TOT}=.87$).

Figura 4.2- Grafico factor loadings per l'ARS



Note: "resil_perseverance" = sub-scala Perseveranza; "resil_reflecting" = sub-scala Capacità riflessiva e richiesta d'aiuto; "resil_negative" = sub-scala Affetti negativi; "resil_n" (es. "resil_01") = item

4.2.3 Buoyancy

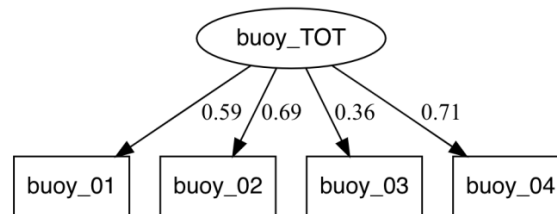
Per il costrutto della resilienza, inteso come buoyancy, si è proceduto allo stesso modo di quanto descritto sopra. Inizialmente è stato osservato il valore del KMO che risulta accettabile ($KMO=.67$) e il Bartlett's Test ha consentito di confermare la presenza di buone correlazioni tra variabili e un buon livello di significatività: $22m\chi^2(6)=161.05$, con un p value $<.001$.

La CFA ha confermato la struttura monofattoriale della proattività in ambito scolastico.

In particolare si osservano valori eccellenti per gli indici CFI ($=.99$), TLI ($=.97$), SRMR ($=.04$) e valori adeguati per l' RMSEA ($=.08$) e $\chi^2/df = 2.60$.

Gli item della scala presentano tutti un buon livello di significatività (Figura 4.3) e si osserva un'adeguata affidabilità interna ($\alpha=.67$).

Figura 4.3 - Grafico factor loadings per l'Academic Buoyancy Scale



Note: "buoy_TOT" = punteggio totale dell'Academic Buoyancy; "buoy_n" (es. buoy_01) = item

4.3 Correlazioni bivariate

Per riuscire ad osservare la presenza di eventuali associazioni tra le diverse variabili indagate sono state condotte delle correlazioni bivariate (Tabella 4.4). Nello specifico, sono stati usati i punteggi grezzi per i questionari, mentre per le prove di matematica è stato incluso un punteggio composto standardizzato (punti z).

I parametri presi in considerazione sono il coefficiente di correlazione r di Pearson ed il p-value. In particolare, affinché una correlazione sia significativa il p-value deve essere < 0.05 ; mentre il coefficiente di correlazione, che assume valori tra -1 e $+1$. Una correlazione si definisce "debole" con un effetto $r = +.1$ o $-.1$, "medio" un effetto con $r = +.3$ o $-.3$, e "forte" con un $r = +.5$ o $-.5$ (Keppel et al., 2001).

Dalle analisi, si osservano correlazioni negative significative e moderate tra le prove di matematica e le variabili negative di GAD ($r = -0.26$; $p < .001$), MA ($r = -0.28$; $p < .001$) ed evitamento ($r = -0.28$; $p < .001$), mentre si evidenzia una correlazione positiva forte con la buoyancy ($r = .31$; $p < .001$) e debole con la resilienza ($r = .19$; $p < .01$). Inoltre, MA mostra correlazioni forti e positive con GAD ($r = .47$; $p < .001$) e con l'evitamento ($r = .29$; $p < .001$); mentre si osservano correlazioni moderate ma negative con la resilienza ($r = -0.24$; $p < .001$) e la buoyancy ($r = -0.57$; $p < .001$). Allo stesso modo, anche GAD correla positivamente e moderatamente con l'evitamento ($r = .30$; $p < .001$), mentre si osserva una correlazione negativa con la resilienza ($r = -0.27$; $p < .001$) e con la buoyancy ($r = -0.38$; $p < .001$).

Per quanto riguarda l'evitamento, si osservano correlazioni forti negative con la resilienza ($r=-.044$; $p<.001$) e con la buoyancy ($r=-.042$; $p<.001$). Infine, le due variabili positive di resilienza e buoyancy correlano tra loro positivamente e in modo significativo ($r=.44$; $p<.001$).

Tabella 4.4 – Correlazioni bivariate delle variabili esaminate

Variabile	1	2	3	4	5	6	7
1. Età in mesi	-						
2. Composito matematica_z	0.044	-					
3. GAD	0.042	-0.257***	-				
4. MA	7.03e - 4	-0.284***	0.467***	-			
5. Evitamento	-0.064	-0.282***	0.296***	0.287***	-		
6. Resilienza	0.005	0.191**	-0.273***	0.243***	-0.440***	-	
7. Buoyancy	0.078	0.315***	-0.377***	0.562***	-0.417***	0.436***	-

Note: “composito matematica_z” = punteggi z prove di matematica; “Evitamento” = punteggi totali evitamento; “Resilienza” = punteggi totali resilienza; “Buoyancy” = punteggi totali ottimismo scolastico

4.4 Regressioni lineari gerarchiche

Le regressioni lineari sono dei modelli che individuano quali variabili indipendenti risultano essere dei predittori significativi della variabile dipendente. Nel caso specifico delle regressioni lineari gerarchiche, le variabili dipendenti prese in considerazione vengono classificate secondo un ordine gerarchico prestabilito e scelto sulla base della letteratura già esistente.

Gli indici presi in considerazione per verificare le misure di adattamento di ciascun modello sono stati: l' R^2 che indica la porzione di varianza della variabile dipendente spiegata da variabili indipendenti (un elevato valore di R^2 spiega meglio la variabilità); l'adjusted R^2 che fornisce la percentuale di varianza spiegata dal modello e infine l'RMSE, ossia la misura dell'errore (Keppel et al., 2001). Per quanto riguarda l'osservazione dei coefficienti del modello in relazione alla prestazione matematica sono stati utilizzati i seguenti indici: β che indica la direzione e l'intensità dell'effetto; l'SE ossia lo standard error che fa riferimento alla forza dell'effetto; t che indica quanto il coefficiente stimato è diverso da 0 e infine il p value, che indica il livello di significatività del predittore. (Keppel et al., 2001)

Nella presente ricerca le variabili indipendenti considerate sono state l'età dei bambini espressa in mesi, GAD, MA, evitamento, resilienza, buoyancy; mentre la variabile dipendente è costituita dalla prestazione matematica.

I modelli teorizzati per individuare i predittori significativi della prestazione matematica sono stati tre: il primo modello ha preso in considerazione le variabili dell'età in mesi e del GAD in modo da osservare in che modo l'età e l'ansia generale influiscano sulla prestazione matematica; il secondo modello ha considerato le relazioni tra le variabili negative di MA ed evitamento in quanto si ipotizzano relazioni negative con la prestazione matematica e infine, il terzo modello ha analizzato le associazioni tra le variabili positive quali resilienza scolastica e buoyancy con la performance matematica.

Nello specifico, è stato osservato come il primo modello spieghi il 6% della varianza, riportando una misura dell'errore pari a .72. Il secondo modello invece spiega il 12% della varianza e mostra un errore di .70. Infine, il terzo modello spiega il 13% della varianza con una misura dell'errore pari a .69 (Tabella 4.5).

Tabella 4.5 - Misure di adattamento dei modelli gerarchici di regressione

Modello	R²	Adjusted R²	RMSE
1	.07	.06	.72
2	.14	.12	.70
3	.15	.13	.69

Analizzando nello specifico i singoli predittivi, emerge come l'unica variabile che risulti essere un predittore significativo della prestazione matematica sia l'evitamento (p value <.05) (Tabella 4.6).

Tabella 4.6 Misure della regressione gerarchica

Predittore	β	SE	t	p
Intercetta	-0.03	0.74	-0.05	0.96
Età in mesi	0.00	0.00	0.48	0.63
GAD	-0.03	0.02	-1.62	0.11
MA	-0.01	0.00	-1,49	0.14
Evitamento	-0.02	0.00	-2.37	0.02
Resilienza	1.91 e -4	0.00	0.06	0.95
Buoyancy	0.02	001	1.93	0.05

DISCUSSIONI

La presente ricerca si è proposta di indagare alcuni dei fattori emotivi che possono influenzare la prestazione matematica e la loro interazione nei bambini del secondo ciclo della scuola primaria. Tra gli obiettivi dello studio, il primo riguardava la validazione degli strumenti self-report utilizzati per la valutazione degli aspetti emotivi connessi all'apprendimento della matematica in una popolazione italiana composta da alunni della scuola primaria. In seguito, un secondo obiettivo dello studio è stato quello di approfondire, rispetto al campione preso in esame, la tipologia delle relazioni esistenti tra i fattori emotivi di rischio associati alla prestazione matematica, tra cui MA, GAD ed evitamento, e tra i fattori protettivi come la resilienza, la buoyancy e la prestazione matematica. Infine, una volta approfondita la natura delle relazioni tra questi costrutti e la prestazione matematica, l'ultimo obiettivo è stato individuare i predittori maggiormente significativi e i goals standard della prestazione matematica, confrontandoli con le evidenze già presenti in letteratura.

Alcuni articoli scientifici riportano la presenza di relazioni tra la prestazione scolastica e forme di ansia generalizzata, di ansia da test e di ansia specifica per la matematica; in particolare quest'ultima viene riportata come quella che presenta la correlazione più significativa con la performance matematica (Donolato et al., 2020). Un ulteriore fattore che in letteratura è stato individuato come possibile fattore di rischio per la prestazione scolastica è l'evitamento della prestazione, il quale si configura come una conseguenza comportamentale della MA (Choe et al., 2019). Nonostante ci siano evidenze riguardo la relazione tra evitamento e MA, sono ancora pochi gli studi che hanno approfondito i meccanismi sottesi a questo legame, a causa della mancanza di misure di rilevazione affidabili (Choe et al., 2019). Oltre ai fattori di rischio, è stato osservato come la resilienza e più nello specifico la buoyancy, contribuiscono a contrastare gli effetti negativi della MA sulla prestazione scolastica in matematica e consentono di affrontare le sfide e di favorire un miglior adattamento a situazioni potenzialmente stressanti in ambito scolastico (Martin & Marsh, 2006).

Dalle analisi presentate nel precedente capitolo è stato possibile constatare come le CFA eseguite hanno tutte confermato la struttura fattoriale e la validità dei questionari relativi ai costrutti di evitamento, resilienza e buoyancy. Pertanto, gli strumenti utilizzati risultano essere affidabili anche in un campione italiano e della scuola primaria.

Inoltre, sono state osservate relazioni significative di diversa natura tra le variabili prese in esame, che confermano in gran parte i dati già esistenti in letteratura. In particolare, le correlazioni bivariate hanno mostrato come le variabili GAD, MA ed evitamento correlino tutte negativamente e in maniera significativa con la prestazione matematica. Pertanto, sembrerebbe che all'aumentare dei livelli di

ansia, e all'aumentare dell'evitamento della disciplina e la prestazione matematica diminuisca. Tali fattori possono essere considerati quindi dei fattori di rischio in grado di ostacolare la performance scolastica. Allo stesso modo, è stato possibile osservare come queste tre variabili correlino positivamente e in maniera significativa tra loro a testimonianza della loro interdipendenza, mentre correlino negativamente e in modo moderato con la resilienza, evidenziandone la contrapposizione in termini di effetti e conseguenze sulla prestazione matematica. Infine, la resilienza e la buoyancy possono essere considerati dei fattori protettivi in quanto correlano entrambe positivamente con la prestazione scolastica, e in particolar modo la buoyancy mostra una forte correlazione in quanto fa riferimento ad una forma specifica di resilienza associata al vissuto scolastico quotidiano.

Alla luce di questi dati che confermano la relazione tra le variabili e la prestazione evidenziata dalla letteratura, si è cercato di comprendere quale tra questi fattori predicesse in misura maggiore i risultati scolastici in matematica. Dalle regressioni lineari gerarchiche è emerso come il predittore significativo e negativo tra quelli considerati sia l'evitamento. Questo risultato conferma in gran parte le ipotesi iniziali e la letteratura già esistente (Choe et al., 2019). Tuttavia, ci si aspettava che, al pari dell'evitamento, anche la MA potesse rappresentare un predittore significativo negativo della prestazione matematica (Donolato et al., 2020). Questo risultato parzialmente completo si può spiegare alla luce del fatto che l'evitamento è un costrutto strettamente connesso alla MA, in quanto si configura come un possibile esito comportamentale conseguente ad un vissuto di ansia (Choe et al., 2019). Inoltre, visto il carattere evolutivo della MA, questa potrebbe non risultare un predittore significativo al pari dell'evitamento in quanto nel corso della scuola primaria potrebbe ancora non raggiungere livelli così rilevanti come in adolescenza o in età adulta (Maloney & Beilock, 2012). Per quanto riguarda invece la resilienza e la buoyancy, pur essendo correlate positivamente con la prestazione matematica, non vengono considerate dei predittori significativi al pari dell'evitamento, seppur spieghino un'elevata percentuale della varianza rispetto alla prestazione scolastica, a dimostrazione di come siano comunque dei fattori in grado di esercitare un'influenza positiva sull'andamento scolastico (Donolato et al. 2020, Martin & Marsh, 2008).

Limiti della ricerca e sviluppi futuri

Sebbene questo studio risulti essere innovativo per quanto riguarda la validazione di questionari self-report in un campione rappresentativo di una popolazione di 4^a e 5^a primaria, confermando l'importanza dei fattori protettivi e di rischio in grado di influenzare precocemente la prestazione matematica, tuttavia presenta anche dei limiti.

Tra i limiti riscontrati vi è la mancata considerazione di alcune variabili contestuali che potrebbero in qualche misura aver interferito e influenzato i risultati ottenuti e quindi le attitudini dei bambini stessi. Tra le variabili non incluse vi sono le caratteristiche della famiglia di provenienza e il rapporto con insegnanti e genitori, che possono influenzare le credenze del bambino e le esperienze scolastiche (Maloney & Beilock, 2012). In letteratura alcuni studi riportano come nei bambini, i vissuti emotivi, compresa la MA, dipendono e risentono dell'influenza del rapporto con le proprie figure adulte significative. In particolare, viene riportato come i genitori che sviluppano uno stato di ansia per la matematica, se coinvolti nelle pratiche educative della disciplina, ad esempio durante lo svolgimento dei compiti a casa, possono far emergere o intensificare l'ansia per la matematica anche nei figli (Daches et al. 2017 in Cuder, Pellizzoni, Devita, Passolunghi, 2020). Allo stesso modo, anche gli insegnanti che manifestano l'ansia per la matematica sembrerebbero essere in grado di modulare i comportamenti ansiogeni verso la matematica negli alunni, condizionandone l'intensità (Maloney & Beilock, 2012). Inoltre, elevati livelli di MA possano contribuire a far sentire gli insegnanti meno efficaci nel loro lavoro e questo li porterebbe a reazioni più ostili nei confronti delle difficoltà riscontrate dalla classe in questa disciplina, contribuendo così ad un aumento di esperienze negative in grado di influenzare i livelli di MA anche negli alunni (Ramirez, Shaw & Maloney, 2018).

Un altro limite può riguardare la mancanza della valutazione dell'ansia di stato. Infatti, per valutare la MA è stato utilizzato il questionario self-report dell'Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS, Hopko, Mahadevan, Bare, & Hunt, 2003), il quale presenta item che indagano esclusivamente l'ansia di tratto, ossia lo stato ansioso che emerge di fronte alla richiesta di eseguire calcoli o problemi di matematica a scuola. La mancata valutazione dell'ansia di stato, ossia dell'ansia contestualizzata allo svolgimento di un compito specifico o durante una lezione di matematica, è dovuta alla sua specificità per cui le procedure di rilevazione risultano ad oggi ancora di natura sperimentale (Mammarella, et al., 2019). Il limite che si riscontra valutando soltanto l'ansia di tratto risiede nel rischio di non comprendere a pieno il ruolo che svolge l'ansia nell'apprendimento matematico e le relazioni con le altre variabili prese in esame.

Un ulteriore limite riguarda le caratteristiche del campione considerato che sono state prese in considerazione durante le analisi. Tra le variabili considerate vi è l'età dei bambini, tuttavia altre variabili tra cui il genere o la nazionalità non sono state utilizzate durante lo studio. La letteratura dimostra invece come anche gli aspetti relativi agli stereotipi di genere e culturali siano associati ai risultati in matematica (Leslie, Cimpian, Meyer, & Freeland, 2015): in particolare, è stato osservato come le femmine mostrino livelli di MA più elevati rispetto ai maschi (Caviola et al., 2017).

Per compensare i limiti della presente ricerca sarebbe interessante quindi, negli studi futuri, approfondire parallelamente all'indagine sui vissuti emotivi connessi alla prestazione degli alunni, anche gli aspetti emotivi che interessano i genitori e gli insegnanti, i quali sono presenti e promuovono l'apprendimento dei bambini sin da piccoli. Si potrebbe a questo proposito pensare di somministrare anche agli adulti dei questionari per indagare i loro vissuti emotivi, per poi rapportarli a quelli dei figli e alla loro effettiva prestazione in matematica. Un altro aspetto che si potrebbe considerare in studi futuri potrebbe essere il genere e la nazionalità dei partecipanti per quanto riguarda la prevalenza e la distribuzione dell'ansia per la matematica e dei livelli di resilienza, in modo da comprendere meglio le possibilità di intervento per alleviare gli effetti di stati emotivi negativi sulle prestazioni in matematica e la partecipazione alle materie STEM.

Infine, in prospettiva futura sarebbe opportuno replicare lo studio a livello longitudinale, osservando se e come i risultati si modificano durante il percorso scolastico. Il vantaggio di condurre studi longitudinali, ossia studi che analizzano lo stesso campione ma in periodi temporali differenti, risiede nella possibilità di osservare le differenze individuali e le variabili responsabili di eventuali cambiamenti, consentendo così una maggiore generalizzazione dei dati raccolti (Trigueros et al., 2020).

Un ulteriore aspetto da considerare per futuri sviluppi riguarda l'analisi di ulteriori fattori di protezione oltre la resilienza, come ad esempio l'autoefficacia e l'autopercezione di competenza, la motivazione i quali secondo alcuni dati riportati dalla letteratura, sembrano avere anch'essi un'influenza positiva nella prestazione scolastica (Levine & Pantoja, 2021).

In conclusione, questa ricerca ha confermato il ruolo dei fattori emotivi nel modulare la prestazione matematica, evidenziando l'impatto sia di fattori di rischio legati all'ansia, individuando come predittore significativo l'evitamento della prestazione; sia di fattori protettivi come la resilienza e la buoyancy, in grado di contrastare e minimizzare gli effetti dei vissuti emotivi negativi. Alla luce di questi risultati, è possibile riflettere in merito alle implicazioni in campo educativo e di intervento. I dati ottenuti evidenziano la necessità, di fronte a difficoltà in matematica, di intervenire non solo a livello cognitivo con specifici training sulle funzioni esecutive mirati al potenziamento delle abilità matematiche, ma di focalizzarsi anche su aspetti metacognitivi e di regolazione emotiva, in modo da facilitare i processi di apprendimento della matematica e limitare le interferenze degli affetti negativi legati all'ansia. Questo potrebbe essere possibile ad esempio mediante lo sviluppo di test che riflettono i contenuti piuttosto che prove eccessivamente stressanti o, per quanto riguarda l'insegnamento della matematica, cercando il più possibile di renderlo piacevole e accattivante, estendendo l'apprendimento a situazioni e contesti diversi. Risulta fondamentale focalizzarsi oltre

che sulla prevenzione degli aspetti emotivi negativi, anche sulla promozione di risorse positive come la resilienza, ad esempio realizzando interventi formativi con gli insegnanti al fine di favorire un buon clima all'interno della classe, stimolando l'interesse, l'impegno, la motivazione degli alunni e promuovendo un ambiente di apprendimento supportivo e capace di favorire l'autodeterminazione e l'autonomia necessarie per superare le quotidiane difficoltà scolastiche (Trigueros et al., 2020).

BIBLIOGRAFIA

- Abramson, L. Y., Seligman, M. E., & Teasdale, J. D. (1978). Learned helplessness in humans: Critique and reformulation. *Journal of Abnormal Psychology*, 87(1), 49–74.
- Ashcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review*, 2(3), 213–236
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181–185
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007a). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review*, 14(2), 243–248.
- Barlow, David H. (2000). Unraveling the mysteries of anxiety and its disorders from the perspective of emotion theory. *American Psychologist*, 55(11), 1247–63.
- Baroody, A. J. (1988). Mental-addition development of children classified as mentally handicapped. *Educational Studies in Mathematics*, 19(3), 369–388.
- Beishuizen, M. (2023). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades. *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 7, Issue 1, 1997, Pages 87-106, ISSN 0959-4752.
- Bolondi G., Fandiño Pinilla M. I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. In: D'Amore B., Sbaragli S. (eds.) (2008). *Didattica della matematica e azioni d'aula*. Atti del XXII Convegno Nazionale: Incontri con la Matematica. Castel San Pietro Terme, 7-8-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 129-131.
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 455–467). Psychology Press.
- Carey, E., Hill, F., Devine, A., & Szücs, D. (2016). The Chicken or the Egg? The Direction of the Relationship Between Mathematics Anxiety and Mathematics Performance. *Frontiers in Psychology*, 6:1987.
- Cargnelutti, E., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2017). The interplay between affective and cognitive factors in shaping early proficiency in mathematics. *Trends in Neuroscience and Education*, Vol. 8–9, 28–36.
- Cassidy, S. (2016). The Academic Resilience Scale (ARS-30): A new multidimensional construct measure. *Frontiers in Psychology*, 7, Article 1787.

- Caviola, S., Gerrotto, G., Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (2016). AC-FL. Trento: Erickson
- Caviola, S., Mammarella, I. C., Lucangeli, D., & Cornoldi, C. (2014). Working memory and domain-specific precursors predicting success in learning written subtraction problems. *Learning and Individual Differences*, *36*, 92–100.
- Caviola, S., Primi, C., Chiesi, F., & Mammarella, I. C. (2017). Psychometric properties of the Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS) in Italian primary school children. *Learning and Individual Differences*, *55*, 174–182.
- Caviola, S., Toffalini, E., Giofrè, D., Ruiz, J. M., Szűcs, D., & Mammarella, I. C. (2022). Math Performance and Academic Anxiety Forms, from Sociodemographic to Cognitive Aspects: A Meta-analysis on 906,311 Participants. *Educational Psychology Review*, *34*(1), 363–399.
- Choe KW, Jenifer JB, Rozek CS, Berman MG, Beilock SL. Calculated avoidance: Math anxiety predicts math avoidance in effort-based decision-making. *Sci Adv*. 2019 Nov 20;5(11)
- Cornoldi, C. (2019). *I disturbi dell'apprendimento*. Bologna: il Mulino, 133-157, 333-344.
- Cornoldi, C., Lucangeli, D., & Bellina, M. (2012). *AC-MT 6-11*. Trento: Erickson.
- Cornoldi, C., Mammarella, I.C., Caviola, S. (2020). *AC-MT 3 6-14*. Trento: Erickson.
- Cuder A., Pellizzoni S., De Vita C., Passolunghi M.C. Fattori emotivi e apprendimento: l'ansia per la matematica e i suoi effetti sull'apprendimento disciplinare. *QuaderniCIRD* n. 20 (2020). 51.
- De Vita, C., Pellizzoni, S., & Passolunghi, M. C. (2018b). *I precursori dell'apprendimento matematico*. EUT Edizioni Università di Trieste. pp. 31-45
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *4*, 1–42. In Cornoldi, C. (2019). *I disturbi dell'apprendimento*. Bologna: il Mulino.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, *20*, 487–506. In Cornoldi, C. (2019). *I disturbi dell'apprendimento*. Bologna: il Mulino.
- Devine, A., Fawcett, K., Szűcs, D., & Dowker, A. (2012). Gender differences in mathematics anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. *Behavioral and Brain Functions*, *8*, Article 33.

- Dew, K. H., Galassi, J. P., & Galassi, M. D. (1984). Math anxiety: Relation with situational test anxiety, performance, physiological arousal, and math avoidance behavior. *Journal of Counseling Psychology, 31*(4), 580–583.
- Donolato, E., Toffalini, E., Giofrè, D., Caviola, S., & Mammarella, I. C. (2020). Going Beyond Mathematics Anxiety in Primary and Middle School Students: The Role of Ego-Resiliency in Mathematics. *Mind, Brain, and Education, 14*(3), 255–266.
- Eysenck, M. W., Derakshan, N., Santos, R., & Calvo, M. G. (2007). Anxiety and cognitive performance: Attentional control theory. *Emotion, 7*(2), 336–353
- Eysenck, M. W., & Calvo, M. G. (1992). Anxiety and performance: The processing efficiency theory. *Cognition and Emotion, 6*(6), 409–434.
- Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2017). The Math Anxiety-Performance Link: A Global Phenomenon. *Current Directions in Psychological Science, 26*(1), 52–58.
- Fredrickson BL. The role of positive emotions in positive psychology. The broaden-and-build theory of positive emotions. *Am Psychol.* 2001 Mar;56(3):218-26.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The Child Understanding of Number*. Cambridge, MA: Harvard University Press. In Cornoldi, C. (2019). *I disturbi dell'apprendimento*. Bologna: il Mulino.
- Hembree, R. (1990). The Nature, Effects, and Relief of Mathematics Anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(1), 33–46
- Hopko DR, Mahadevan R, Bare RL, Hunt MK. *The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS): construction, validity, and reliability. Assessment.* 2003 Jun;10(2):178-82.
- Jansen, B. R. J., Louwerse, J., Straatemeier, M., Van Der Ven, S. H. G., Klinkenberg, S., & Van Der Maas, H. L. J. (2013). The influence of experiencing success in math on math anxiety, perceived math competence, and math performance. *Learning and Individual Differences, 24*, 190–197.
- Jansen, T., Meyer, J., Wigfield, A., & Möller, J. (2022). Which student and instructional variables are most strongly related to academic motivation in K-12 education? A systematic review of meta-analyses. *Psychological Bulletin, 148*(1–2), 1–26.
- Johansson, B. S. (2005). Numeral Writing Skill and Elementary Arithmetic Mental Calculations. *Scandinavian Journal of Educational Research, 49*(1), 3–25.

- Johnston-Wilder, S., Lee, C., Brindley, J., & Garton, E. (s.d.). *Developing mathematical resilience in school students who have experienced repeated failure* in Conference ICER 2015.
- Keppel, G., Saurfley, W. H., & Tokunaga, H. (2001). *Disegno sperimentale e analisi dei dati in psicologia*. Napoli: Edises.
- Kring A. M. , Davison G. C., Neale J. M., Johnson S. L. (2017). *Psicologia clinica*. Zanichelli, 171-172.
- Levine S. C., Pantoja N., (2021). Development of children’s math attitudes: Gender differences, key socializers, and intervention approaches, *Developmental Review*, Volume 62, 100997, ISSN 0273-2297
- Lucangeli, D., & Tressoldi, P. E. (2002). Lo sviluppo della conoscenza numerica: alle origini del capire i numeri. *Giornale Italiano Di Psicologia*, 29(4), 701-723.
- Lukowski, S. L., DiTrapani, J., Jeon, M., Wang, Z., J.Schenker, V., Doran, M. M., Hart, S. A., Mazzocco, M. M. M., Willcutt, E. G., A.Thompson, L., & Petrill, S. A. (2019). Multidimensionality in the measurement of math-specific anxiety and its relationship with mathematical performance. *Learning and Individual Differences*, 70, 228–235.
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in Cognitive Sciences*, 16(8), 404–406.
- Mammarella I. C., Cardillo R., Caviola S. (2019). *La memoria di lavoro nei disturbi del neurosviluppo. Dalle evidenze scientifiche alle applicazioni cliniche ed educative*. Franco Angeli. 58-74
- Martin, A. J., & Marsh, H. W. (2006). Academic resilience and its psychological and educational correlates: A construct validity approach. *Psychology in the Schools*, 43(3), 267–281
- Miyake A, Friedman NP. The Nature and Organization of Individual Differences in Executive Functions: Four General Conclusions. *Curr Dir Psychol Sci*. 2012 Feb;21(1):8-14.
- Mundia, L. (2012). The Assessment of Math Learning Difficulties in a Primary Grade-4 Child with High Support Needs: Mixed Methods Approach. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 2012, 4(2), 347-366
- Passolunghi MC, Caviola S, De Agostini R, Perin C and Mammarella IC (2016) Mathematics Anxiety, Working Memory, and Mathematics Performance in Secondary-School Children. *Front. Psychol*. 7:42.

- Passolunghi, M. C., Lanfranchi, S., Altoè, G., & Sollazzo, N. (2015). Early numerical abilities and cognitive skills in kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *135*, 25–42.
- Passolunghi, M. C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development*, *22*(2), 165–184.
- Pastore M., *Modelli di equazioni strutturali per variabili osservate: una nota sugli indici di adattamento*. 2012
- Pizzie, R. G., & Kraemer, D. J. M. (2017). Avoiding math on a rapid timescale: Emotional responsivity and anxious attention in math anxiety. *Brain and Cognition*, *118*, 100–107
- Reynolds C.R., Richmond B.O. (2012). *RCMAS-2 Revised Children's Manifest Anxiety Scale Second Edition*, Giunti.
- Richardson, F., & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric Data. *Journal of Counseling Psychology*, *9*, 551-554.
- Rosseel, Y. (2012). lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling. *Journal of Statistical Software*, *48*(2), 1–36.
- Siegler, R. S., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. *Advances in Child Development and Behavior*, *16*, 241-312. In Cornoldi, C. (2019). *I disturbi dell'apprendimento*. Bologna: il Mulino.
- Smith BW, Dalen J, Wiggins K, Tooley E, Christopher P, Bernard J. The brief resilience scale: assessing the ability to bounce back. *Int J Behav Med*. 2008; *15*(3):194-200
- Stein MB, Sareen J. CLINICAL PRACTICE. Generalized Anxiety Disorder. *N Engl J Med*. 2015 Nov 19; *373*(21):2059-68.
- Trigueros, R., Aguilar-Parra, J. M., Mercader, I., Fernández-Campoy, J. M., & Carrión, J. (2020). Set the Controls for the Heart of the Maths. The Protective Factor of Resilience in the Face of Mathematical Anxiety. *Mathematics*, *8*(10), 1660.
- Wigfield, A., & Eccles, J. S. (2002). The development of competence beliefs, expectancies for success, and achievement values from childhood through adolescence. In A. Wigfield & J. S. Eccles (Eds.), *Development of achievement motivation* (pp. 91–120). Academic Press.
- Windle, G. (2011). What is resilience? A review and concept analysis. *Reviews in Clinical Gerontology*, *21*(2), 152–169.

Windle, G. (2011). What is resilience? A review and concept analysis. *Reviews in Clinical Gerontology, 21*(2), 152–169.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology, 24*(2), 220–251.

Xu F, Spelke ES. Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*. 2000 Jan 10;74(1):B1-B11.