

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

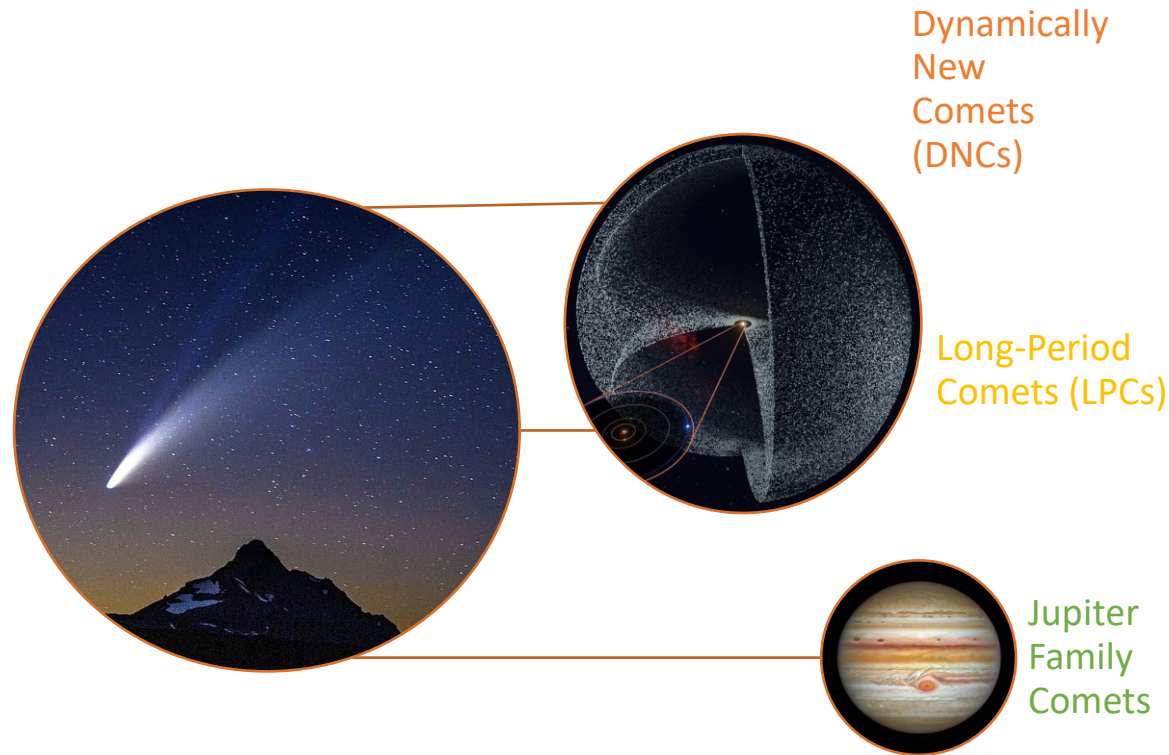
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

***Relazione per la prova finale
«La missione spaziale Comet
Interceptor verso una cometa
dinamicamente nuova»***

Tutor universitario: Prof. Monica Lazzarin

Laureando: *Susanna Simula*

Padova, 29/09/2023



Comete che entrano nel Sistema Solare per la prima volta

Comete passate una sola volta per il Sistema Solare

Comete dal breve periodo (SPCs) la cui orbita è gravitazionalmente influenzata da Giove

L'obiettivo è osservare il Sistema Solare da un punto di vista lontano nel tempo, ma come?

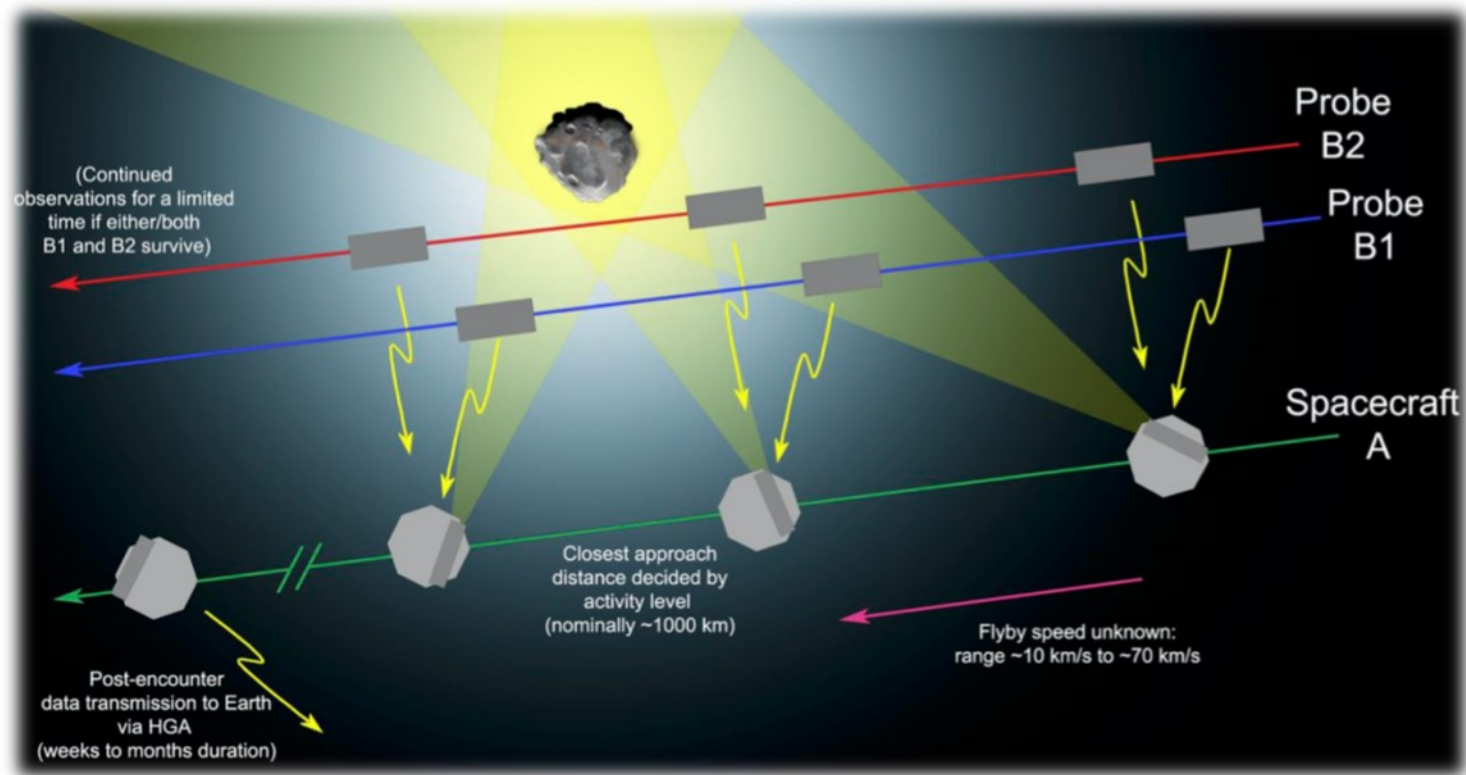
Studio del Nucleo di una cometa	Misurare la grandezza, la forma e la velocità di rotazione
	Inviare immagini della superficie per ricavarne la morfologia
	Osservare tramite telerilevamento la composizione del nucleo
	Misurare direttamente le proprietà termiche tramite infrarossi

Studio della Chioma	Connessione chioma-nucleo
	Attività cometaria



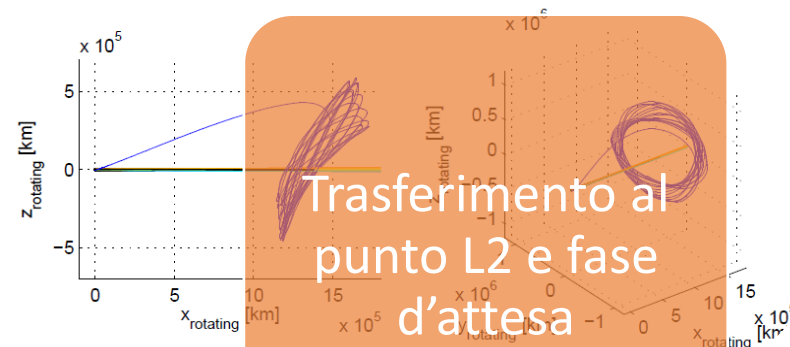
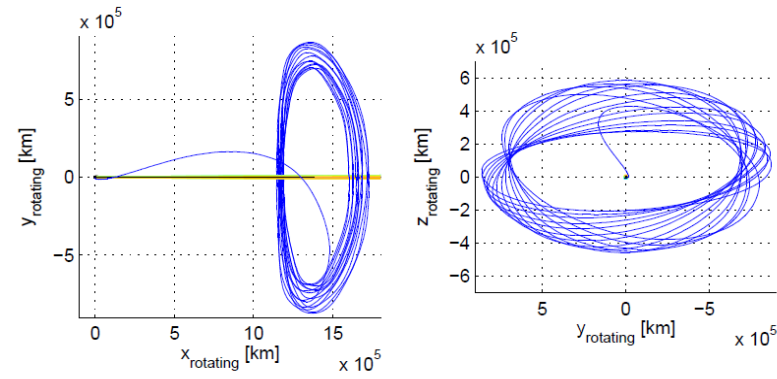
Soluzione: Fly by con prospettiva a tre corpi

Il metodo scelto per l'approccio ad una cometa sconosciuta è quello del fly-by singolo che, come suggerisce il termine, è un volo ravvicinato e sarà effettuato da tre diversi spacecraft di cui uno madre (S/C A) e due sonde ausiliarie (B1 e B2).

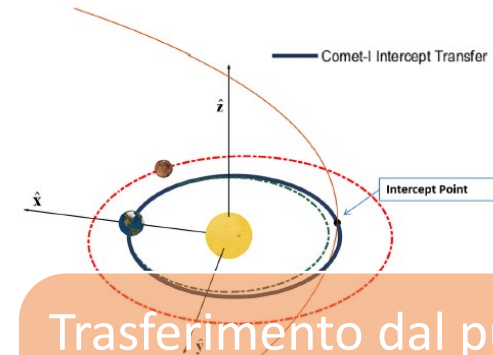




Lancio:
passeggero di
Ariane 62 assieme
alla missione
ARIEL
(fine 2029)



Trasferimento al
punto L2 e fase
d'attesa

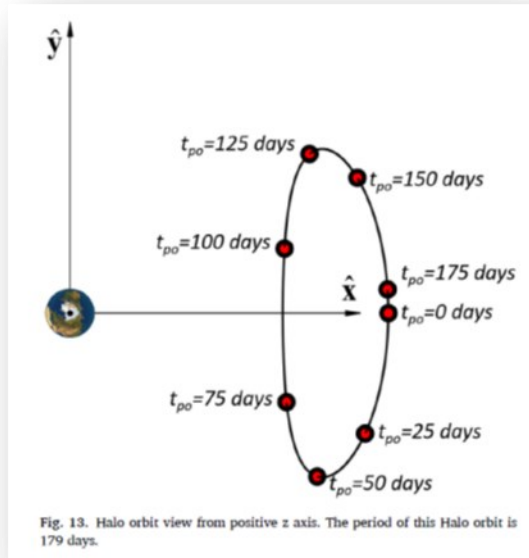


Trasferimento dal punto
L2 al target

Fig. 4. Example of Comet Intercept Transfer for a hypothetical LPC.

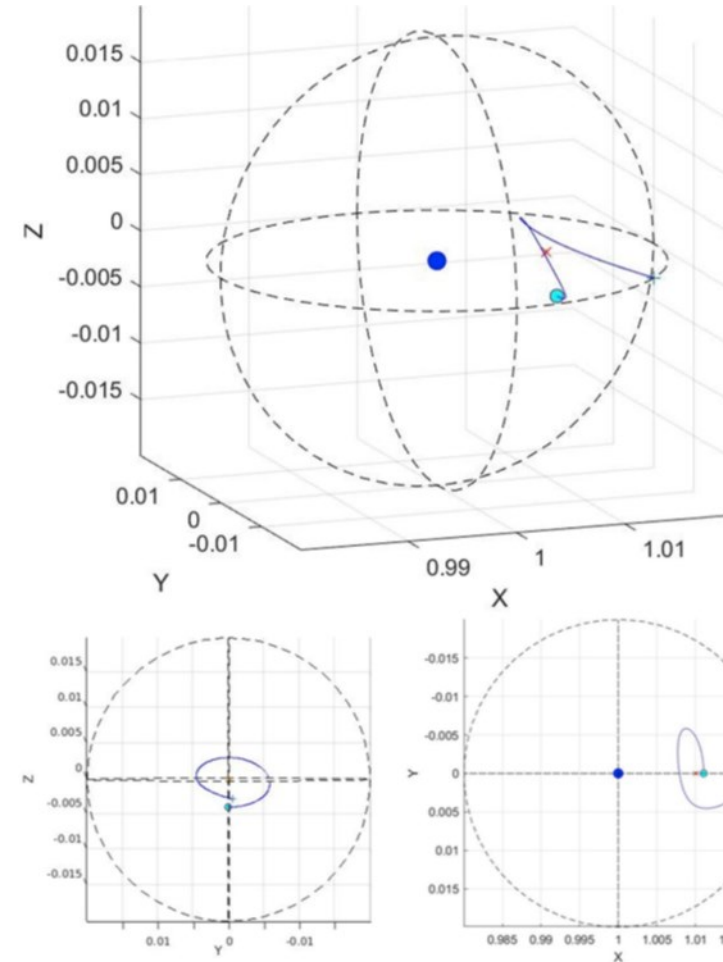
- Fuga dalla sfera di influenza terrestre (modello a 3 corpi)
- Trasferimento eliocentrico (modello a 2 corpi)

- Trasferimento diretto

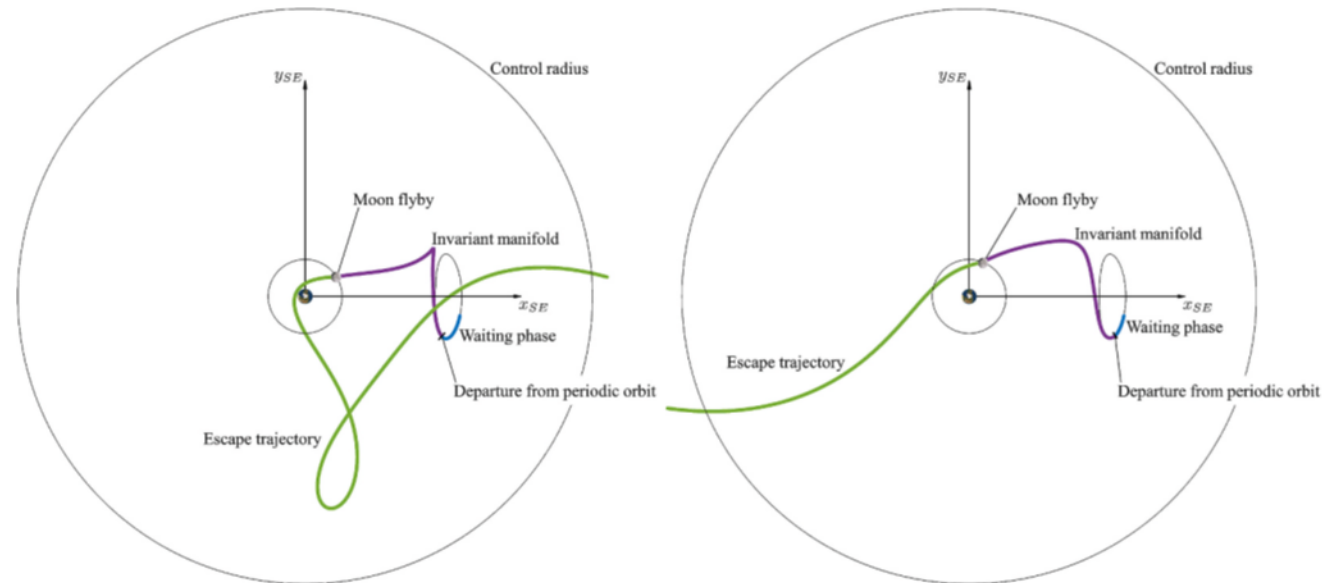


Per la simulazione è stato scelto il modello del Circular Restricted Three-Body Problem e il tempo di fuga è stato definito come quello per raggiungere la distanza di 0.2 au dalla Terra.

Periodo orbita Halo	0.5y
Dimensioni orbita Halo	850,000x600,000 km sul piano yz
Velocità di fuga	800 m/s
Δv	10 m/s (200 m/s se da L1)



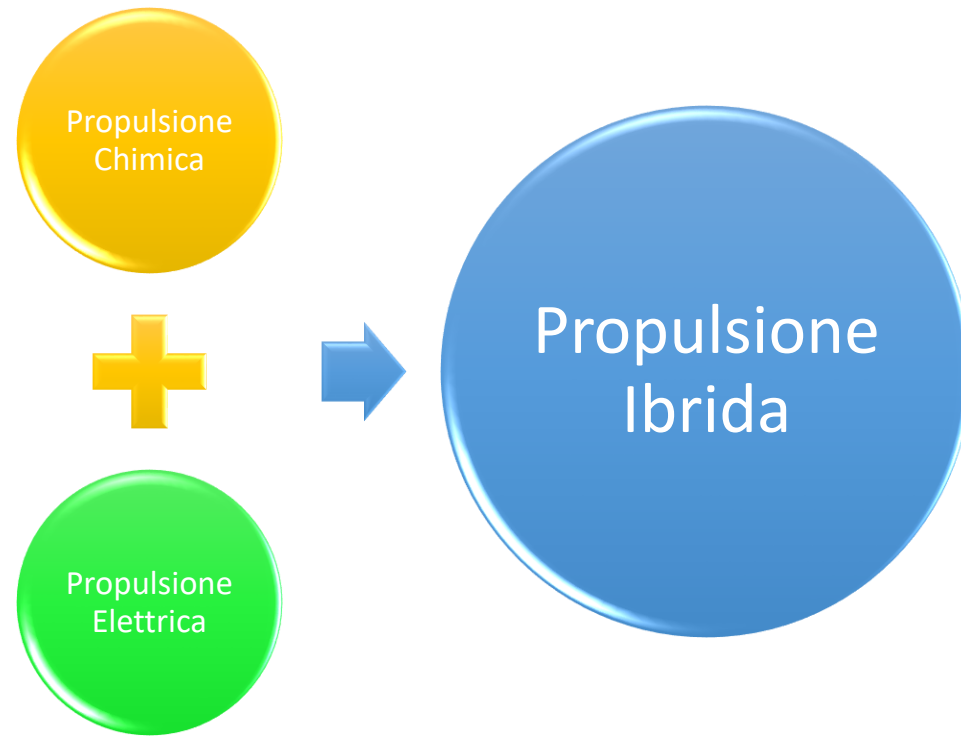
- **Swing-by lunare:** modello a due corpi del tipo "patched conic"



Per conoscere le rispettive posizioni orbitali dello spacecraft e della Luna nel momento specifico in cui viene scoperto l'oggetto obiettivo della missione, verrà utilizzata una distribuzione di variabili random.

Analisi di Monte Carlo

Il problema di progettazione della traiettoria eliocentrica è stato affrontato tramite un Optimal Control Problem OCP, il cui scopo è minimizzare il Δv di manovra richiesto. Il modello è sempre quello dei due corpi tramite un'approssimazione "patched conic".



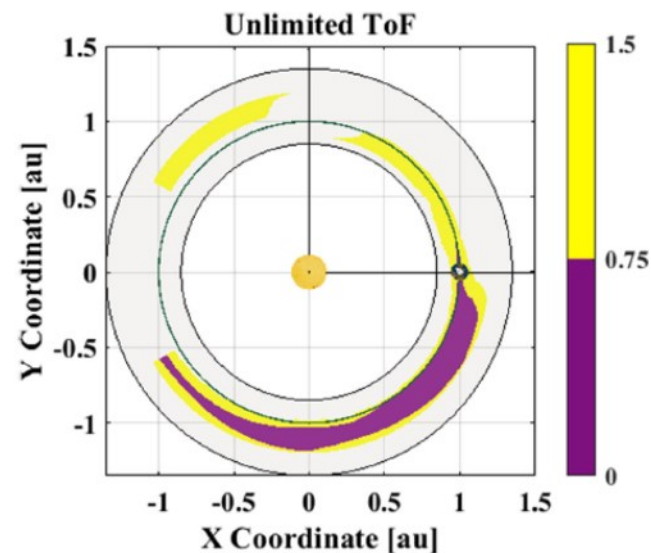
Dati di input

- le rivoluzioni complete attorno al Sole devono essere al massimo tre.
- la partenza considerata è solamente quella dal punto L2
- il tempo di volo non è stato vincolato

Risultati voluti (regione accessibile)

- $\Delta v < 750$ m/s
- intervallo angolare da -150° a 150°
- Intervallo in termini di distanza da 1 a 1.18 au

N.B.: non è stato ancora considerata la possibilità di partire da L1, il che non richiederebbe spese di Δv



Opzione 2

- Considero la partenza da L1
- Impongo 3 differenti limiti di tempo
- Tolgo il vincolo legato al Sole

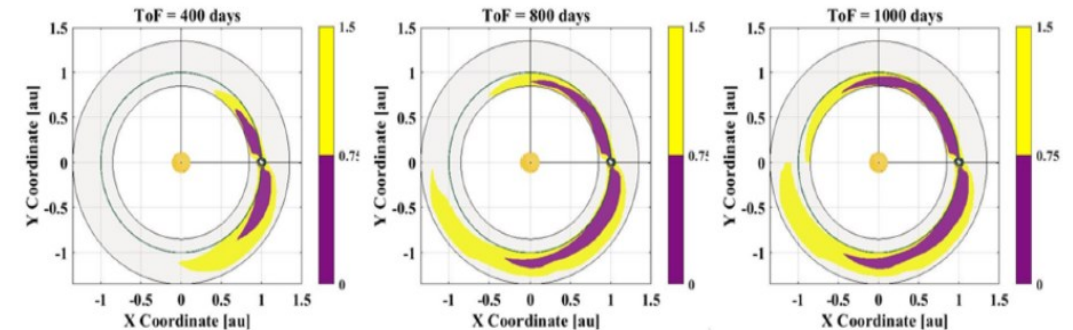


Fig. 7. Accessible regions for chemical propulsion (Lambert arc) in Earth synodic reference frame. The colour map represent the Δv budget in km/s. Earth is scaled to the size of its classical sphere of influence. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the Web version of this article.)

Dati di input

- le rivoluzioni complete attorno al Sole devono essere al massimo tre.
- la partenza sia da L2 sia da L1
- Vincoli sul tempo di volo

Risultati voluti (regione accessibile)

- limite superiore 72.74 kg di massa di propellente consumato per un impulso specifico Isp stimato di 1500s per una sonda di 750 kg
- intervallo angolare da -150° a 150°
- Intervallo in termini di distanza da 0.85 a 1.35 au

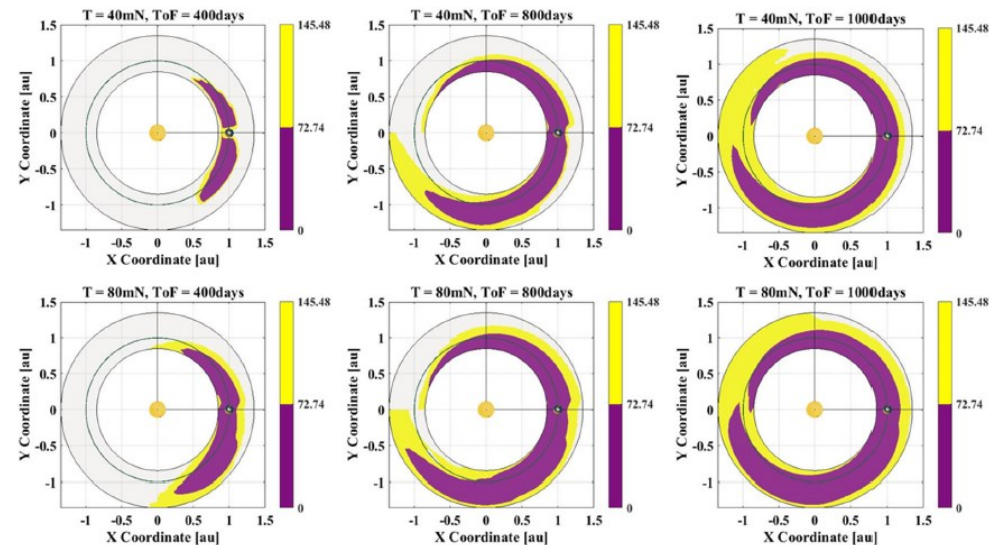
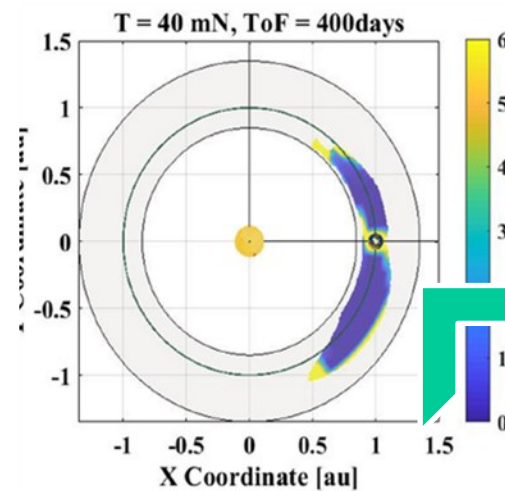


Fig. 9. Accessible regions for electric propulsion. The colour map represent the propellant mass in kg. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the Web version of this article.)

- Combinazione delle due modalità per i medesimi dati di input, con massa di propellente ridotta fino a 60 kg



Il sistema ibrido è stato messo a confronto con quello elettrico a 40 mN per un periodo di volo di 400 giorni, in modo da mettere in evidenza il carburante risparmiato.

A causa dei vincoli imposti dall'ambiente, dei limiti delle ruote di reazione dello spacecraft e dalle loro possibili falle, è necessario introdurre un algoritmo in grado di riorientare la strumentazione necessaria alla raccolta dati, in modo che il target rimanga in ogni fase del fly-by nel field of view.

Vincoli

- L'angolo tra \vec{v} e \vec{r}_c , θ_{vmax} per le fotocamere ottiche e θ_{imax} per quelle a infrarossi, dev'essere mantenuto al di sotto della metà dell'angolo massimo di field of view
- L'angolo tra v ed r_{sun} deve risultare maggiore di θ_{sun} per proteggere la strumentazione
- NO manovre impulsive attuate da thrusters in quanto contaminerebbero la raccolta dati

Utilizzo il metodo Convex

Non trascura la dinamica dello spacecraft quali la rigidità giroscopica e il momento immagazzinato dalle ruote di reazione

Non è di tipo repulsivo, e ciò rende difficile l'implementazione di vincoli più complessi tramite funzioni di controllo

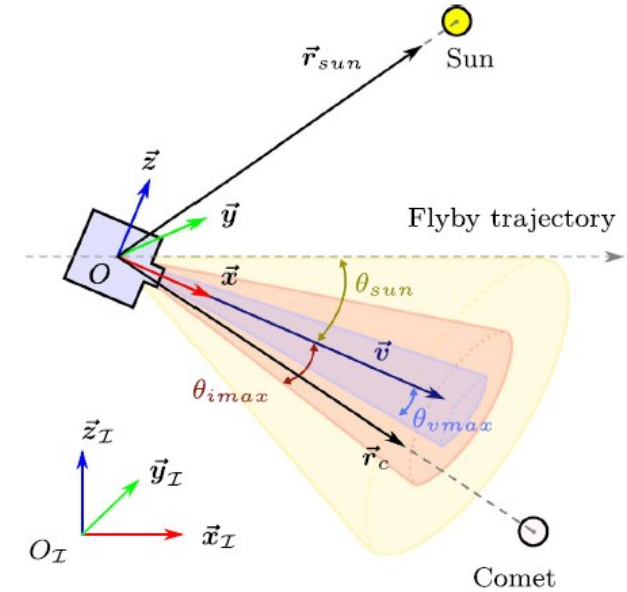


Fig. 1 Illustration of the instrument pointing \vec{v} , comet pointing \vec{r}_c and sun pointing \vec{r}_{sun} unit vectors as well as the various field of view constraints for the Comet Interceptor mission. Note: In this diagram \vec{v} is assumed to be aligned with the \vec{x} body axis

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{q}(t) \otimes \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = [J\boldsymbol{\omega}(t) + L\mathbf{h}(t)] \times \boldsymbol{\omega}(t) - L\boldsymbol{\tau}(t)$$

$$\dot{\mathbf{h}}(t) = \boldsymbol{\tau}(t)$$

Modellizzazione della
rotazione nello spazio
tramite quaternioni

Costruzione del
programma sequenziale
di tipo Convex

$$\min_{\substack{x_k, u_k, \\ \gamma_k, \zeta_k, \eta_k, \\ \rho_k, \delta_{x,k}, \delta_{u,k}, \\ k \in \{0, \dots, N-1\}}} \sum_{k=0}^{N-1} \beta \left[\frac{\gamma_k}{\varepsilon + \gamma_k} \frac{\zeta_k}{\varepsilon + \zeta_k} \eta_k \rho_k \delta_{x,k} \delta_{u,k} \right]^T$$

subject to $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{init}$;
for $k \in \{0, \dots, N-2\}$:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k^- \mathbf{u}_k + \mathbf{B}_k^+ \mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{s}_k;$$

for $k \in \{0, \dots, N-1\}$:

$$\|\mathbf{M}_k \mathbf{q}_k\|_2 \leq \sqrt{1 + \cos \theta_{sum}};$$

$$\|\mathbf{N}_k \mathbf{q}_k\|_2 \leq \sqrt{1 - \cos \theta_{vmax}} + \gamma_k; \quad \gamma_k \geq 0;$$

$$\|\mathbf{N}_k \mathbf{q}_k\|_2 \leq \sqrt{1 - \cos \theta_{imax}} + \zeta_k; \quad \zeta_k \geq 0;$$

$$\|\mathbf{N}_k \mathbf{q}_k\|_2 \leq \eta_k; \quad \|\mathbf{u}_k\|_2 \leq \rho_k;$$

$$|\boldsymbol{\tau}_k| \leq \boldsymbol{\tau}_{max}; \quad |\mathbf{h}_k| \leq \mathbf{h}_{max}; \quad |\boldsymbol{\omega}_k| \leq \boldsymbol{\omega}_{max};$$

$$\|\bar{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k\|_2 \leq \delta_{x,k}; \quad \|\bar{\mathbf{u}}_k - \mathbf{u}_k\|_2 \leq \delta_{u,k};$$

$$\delta_{x,k} \leq \delta_{xmax}; \quad \delta_{u,k} \leq \delta_{umax}$$

Discretizzazione

Definizione dei limiti Superiore e
Inferiore

Linearizzazione

Algoritmo finale

$$\min_{\substack{x, u, \gamma, \\ \zeta, \eta, \rho}} \int_0^{t_f} \beta [\text{card}(\boldsymbol{\gamma}(t)) \text{card}(\boldsymbol{\zeta}(t)) \boldsymbol{\eta}(t) \boldsymbol{\rho}(t)]^T dt$$

subject to $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t));$
 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_{init};$

$$\|\mathbf{M}(\mathbf{r}_{sum}(t), \mathbf{v}) \mathbf{q}(t)\|_2 \leq \sqrt{1 + \cos \theta_{sum}};$$

$$\|\mathbf{N}(\mathbf{r}_c(t), \mathbf{v}) \mathbf{q}(t)\|_2 \leq \sqrt{1 - \cos \theta_{vmax}} + \boldsymbol{\gamma}(t);$$

$$\|\mathbf{N}(\mathbf{r}_c(t), \mathbf{v}) \mathbf{q}(t)\|_2 \leq \sqrt{1 - \cos \theta_{imax}} + \boldsymbol{\zeta}(t);$$

$$\|\mathbf{N}(\mathbf{r}_c(t), \mathbf{v}) \mathbf{q}(t)\|_2 \leq \boldsymbol{\eta}(t); \quad \|\mathbf{u}(t)\|_2 \leq \boldsymbol{\rho}(t);$$

$$|\boldsymbol{\tau}(t)| \leq \boldsymbol{\tau}_{max}; \quad |\mathbf{h}(t)| \leq \mathbf{h}_{max}; \quad |\boldsymbol{\omega}(t)| \leq \boldsymbol{\omega}_{max}$$

$$\boldsymbol{\gamma}(t) \geq 0; \quad \boldsymbol{\zeta}(t) \geq 0$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \approx \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{s}(t) \quad \text{with}$$

$$\mathbf{A}(t) := \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{qq}(t) & \mathbf{A}_{q\omega}(t) & \mathbf{0}_{4 \times n_w} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{A}_{\omega\omega}(t) & \mathbf{A}_{\omega h}(t) \\ \mathbf{0}_{n_w \times 4} & \mathbf{0}_{n_w \times 3} & \mathbf{0}_{n_w} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{qq}(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -[\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)]^\times & \bar{\boldsymbol{\omega}}(t) \\ -\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)^T & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{q\omega}(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{q}}_s(t) \mathbf{I}_3 + [\bar{\mathbf{q}}_v(t)]^\times \\ -\bar{\mathbf{q}}_v(t)^T \end{bmatrix} \mathbf{W}_\omega^{-1},$$

$$\mathbf{A}_{\omega\omega}(t) = \mathbf{J}^{-1} \left([\mathbf{J}\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)]^\times - [\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)]^\times \mathbf{J} + [\mathbf{L}\bar{\mathbf{h}}(t)]^\times \right),$$

$$\mathbf{A}_{\omega h}(t) = -\mathbf{W}_\omega \mathbf{J}^{-1} [\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)]^\times \mathbf{L} \mathbf{W}_h^{-1},$$

$$\mathbf{B} := \nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{4 \times n_w} \\ -\mathbf{W}_\omega \mathbf{J}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{W}_u^{-1} \\ \mathbf{W}_h \mathbf{W}_u^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{q}}(t) \\ \mathbf{W}_\omega \bar{\boldsymbol{\omega}}(t) \\ \mathbf{W}_h \bar{\mathbf{h}}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s}(t) = -\mathbf{A}(t)\bar{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}\bar{\mathbf{u}}(t)$$

Algorithm 1: Flyby Optimization using Sequential Convex Programming

Input: initial linearization trajectories
 $\bar{x}_k, \bar{u}_k, \bar{\gamma}_k, \bar{\zeta}_k \forall k \in \{0, \dots, N-1\}$
Output: final spacecraft trajectory and control inputs
 x_k, u_k

- 1 compute the static parts of the matrices used in the convex solver call using eqs. (2.21) and (2.22)
- 2 for $i \leftarrow 1$ to n_{iter} do
- 3 compute linearization variables A_k, B_k^-, B_k^+, s_k using \bar{x}_k, \bar{u}_k and (2.15)
- 4 update the parameters that depend on the linearization trajectory used in the convex solver call
- 5 for $j \leftarrow 1$ to n_{sol} do
- 6 update the parameters that depend on the trust region size used in the convex solver call
- 7 solve optimization (2.16) to obtain $x_k, u_k, \gamma_k, \zeta_k, \delta_{x,k}, \delta_{u,k}$
- 8 compute the true state trajectory x_k^* by integrating the input u_k using eqs. (2.1) and (2.12)
- 9 calculate the solution quality metric ϵ_x using x_k, x_k^* and (2.17)
- 10 if $\epsilon_x \leq \epsilon_{max}$ then
- 11 expand trust region limits
 $\delta_{x,max}, \delta_{u,max} \leftarrow \kappa^+ \delta_{x,max}, \kappa^+ \delta_{u,max}$
- 12 accept new linearization trajectories
 $\bar{x}_k, \bar{u}_k, \bar{\gamma}_k, \bar{\zeta}_k \leftarrow x_k^*, u_k, \gamma_k, \zeta_k$
- 13 break
- 14 else contract trust region limits
 $\delta_{x,max}, \delta_{u,max} \leftarrow \kappa^- \delta_{x,max}, \kappa^- \delta_{u,max}$
- 15 if *time limit exceeded* or $j = n_{sol}$ then
return \bar{x}_k, \bar{u}_k
- 16 end
- 17 end
- 18 if $\sum_{k=0}^{N-1} (\delta_{u,k} + \delta_{x,k}) \leq \delta_{convergence}$ then
- 19 return \bar{x}_k, \bar{u}_k
- 20 end
- 21 if *time limit exceeded* or $i = n_{iter}$ then return \bar{x}_k, \bar{u}_k
- 22 end

- [1] ESA European Space Agency. Comet interceptor: Visiting a pristine comet. 2022.
- [2] Valentin Preda, Andrew Maxwell Hyslop, and Samir Bennani. Optimal sciencetime reorientation policy for the comet interceptor flyby via sequential convex programming. CEAS Space Journal, 14:173–186, 2021.
- [3] Joan Pau S’anchez, David Morante, Pablo Hermosin, Daniel Ranuschio, Alvaro Estalella, Dayana Viera, Simone Centuori, Geraint H. Jones, Colin Snodgrass, Anny Chantal Levasseur-Regourd, and Cecilia Tubiana. Esa f-class comet interceptor: Trajectory design to intercept a yet-to-be-discovered comet. 2021.