



Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE DII
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

MODELLAZIONE DELLE AZIONI AERODINAMICHE DI FUSOLIERA PER UN ELICOTTERO CIVILE

Relatore:
Ch.mo Prof. Emanuele Luigi de Angelis

Candidato:
Marco Lorenzi
Matricola 2014681

Anno Accademico 2021/2022

Ringrazio i miei genitori che sono le fondamenta delle mie ambizioni. Questa tesi è per loro e a loro dedico la gioia che provo nel tagliare il traguardo della laurea.

Ringrazio la mia compagna che è stata capace di capirmi e sostenermi nei momenti difficili di questo percorso.

Ringrazio infine il mio relatore Emanuele Luigi de Angelis che mi ha seguito con grande disponibilità e pazienza in ogni passo della realizzazione dell'elaborato, fin dalla scelta dell'argomento.

Sommario

Questo elaborato propone un modello aerodinamico di fusoliera di un elicottero di nuova concezione nella classe Robinson R22, per il quale si dispone di una grande quantità di dati derivanti da analisi CFD. Tale modello ne descrive il comportamento aerodinamico, ossia l'andamento delle forze e dei momenti agenti sulla stessa, in funzione degli angoli di attacco e scivolata laterale.

La prima iterazione viene condotta implementando nell'ambiente di simulazione un modello matematico derivato da Peter D. Talbot. Questo descrive in maniera dettagliata l'andamento delle azioni aerodinamiche per angoli di attacco e scivolata laterale compresi tra meno e più quindici gradi, mentre descrive la rimanente porzione dell'intervallo in maniera meno accurata.

Appurata l'inadeguatezza del modello matematico nella descrizione del comportamento aerodinamico nell'intervallo di grande angoli, viene sviluppato un modello numerico basato su di operazioni di dati derivanti dall'analisi computazionale e, per tale motivo, intrinsecamente accurato.

Il modello di fusoliera così sviluppato viene, quindi, implementato in un simulatore dell'elicottero posto sotto studio, sviluppato dall'*Università di Bologna*. Infine, viene effettuata un'analisi di stabilità statica che si propone di valutare l'impatto del sotto-sistema di fusoliera, in termini di derivate di stabilità, sulla dinamica dell'elicottero nel suo complesso.

Abstract

This paper proposes an aerodynamic model of a new concept, Robinson R22 class helicopter fuselage, for which a large amount of data coming from a CFD analysis is available. This model describes its aerodynamic behaviour, namely the aerodynamic forces trend as a function of the angle of attack and the sideslip angle.

The first iteration is carried out through the implementation of a mathematical model developed by Peter D. Talbot, in the simulation environment. This uses a detailed representation over a nominal angle of attack and sideslip range that goes from minus fifteen to plus fifteen degrees, and it uses a simplified curve fit at larger angles.

Proven the mathematical model to be unsuitable in the accurate description of the aerodynamic behaviour in the large angles range, a numerical model based on the best fitting of the data, coming from the computational simulation and therefore intrinsically accurate, is developed.

The fuselage numerical model is then implemented in a complete simulator of the helicopter under investigation, developed by the *University of Bologna*. A static stability analysis is then performed in order to evaluate the impact of the fuselage sub-system, in terms of stability derivatives, on the helicopter dynamics.

Indice

1	Introduzione	1
2	Modello matematico di riferimento	4
2.1	Notazione e Sistemi di riferimento	4
2.1.1	Notazione	4
2.1.2	Sistema di riferimento assoluto	6
2.1.3	Sistema di riferimento assi corpo	7
2.1.4	Sistema di riferimento assi vento	8
2.2	Modellazione matematica	11
2.2.1	Influsso del rotore principale	11
2.2.2	Approssimazione per piccoli angoli	12
2.2.3	Approssimazione per grandi angoli	14
2.2.4	Transizione dai piccoli ai grandi angoli	16
2.2.5	Proiezione delle azioni aerodinamiche in assi corpo	18
2.3	Esempio numerico - Elicottero militare	19
2.4	Esempio numerico - Elicottero civile	24
2.4.1	Calcolo dei parametri del modello matematico	31
2.4.2	Confronto Modello matematico - Dati CFD	42
3	Modello numerico proposto	46
3.1	Interpolazione dei dati CFD	46
3.2	Verifica della continuità di funzione	50
3.3	Confronto Modello numerico - Dati CFD	52

<i>INDICE</i>	ii
4 Studio di stabilità statica	57
4.1 Considerazioni preliminari	57
4.2 Linearizzazione del modello	58
4.3 Risultati numerici	59
5 Conclusioni e sviluppi futuri	67
Appendice A: Codice di caricamento dei dati per la simulazione	70

Elenco delle figure

2.1	Sistema di riferimento assoluto	7
2.2	Sistema di riferimento assi corpo	8
2.3	Sistema di riferimento assi vento	9
2.4	Angoli aerodinamici	9
2.5	Logica di Transizione	17
2.6	Contributo percentuale dei sistemi di equazioni in funzione degli angoli aerodinamici	17
2.7	Schema <i>Simulink</i> ® del modello matematico di fusoliera	19
2.8	Andamento di $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpo	21
2.9	Andamento di $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo	21
2.10	Andamento di $F_z(\alpha)$ nel SdR corpo	22
2.11	Andamento di $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	22
2.12	Andamento di $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	23
2.13	Andamento di $M_z(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	23
2.14	Andamento di $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpo	25
2.15	Andamento di $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo	26
2.16	Andamento di $F_z(\alpha)$ nel SdR assi corpo	27
2.17	Andamento di $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	28
2.18	Andamento di $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	29
2.19	Andamento di $M_z(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	30
2.20	Andamento di $D(\alpha)$	36
2.21	Andamento di $D(\beta)$	37
2.22	Andamento di $Y(\beta)$	37
2.23	Andamento di $L(\alpha)$	38

2.24	Andamento di $l(\beta)$ con polo di riduzione baricentrico	38
2.25	Andamento di $M(\alpha)$ con polo di riduzione baricentrico	39
2.26	Andamento di $N(\beta)$ con polo di riduzione baricentrico	39
2.27	Confronto su $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpo	42
2.28	Confronto su $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo	43
2.29	Confronto su $F_z(\alpha)$ SdR assi corpo	43
2.30	Confronto su $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	44
2.31	Confronto su $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	44
2.32	Confronto su $M_z(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	45
3.1	Esempio di interpolazione monodimensionale - distribuzione piatta	47
3.2	Esempio di interpolazione monodimensionale - distribuzione cosinusoidale	48
3.3	Andamento di $F_x(\alpha)$ nel SdR assoluto	50
3.4	Confronto tra derivate prime di $F_x(\alpha = \pi)$ nel SdR assoluto	51
3.5	Schema <i>Simulink</i> ® del modello numerico di fusoliera	53
3.6	Confronto su $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpo	54
3.7	Confronto su $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo	54
3.8	Confronto $F_z(\alpha)$ nel SdR assi corpo	55
3.9	Confronto su $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	55
3.10	Confronto su $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	56
3.11	Confronto su $M_z(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	56

Elenco delle tabelle

2.1	Notazione	6
2.2	Parametri di funzionamento - Intervallo di piccoli angoli	14
2.3	Parametri di funzionamento - Intervallo di grandi angoli	15
2.4	Parametri aerodinamici Bell AH-1G Cobra	21
2.5	Valori di F_x nel SdR assi corpo	25
2.6	Valori di F_y nel SdR assi corpo	26
2.7	Valori di F_z nel SdR assi corpo	27
2.8	Valori di M_x nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	28
2.9	Valori di M_y nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	29
2.10	Valori di M_z nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico	30
2.11	Valori di D nel SdR assi vento	32
2.12	Valori di Y nel SdR assi vento	32
2.13	Valori di L nel SdR assi vento	33
2.14	Valori di l nel SdR assi vento con polo di riduzione baricentrico	33
2.15	Valori di M nel SdR assi vento con polo di riduzione baricentrico	34
2.16	Valori di N nel SdR assi vento con polo di riduzione baricentrico	34
2.17	Parametri di funzionamento ulteriori	40
2.18	Parametri aerodinamici elicottero civile	41
3.1	Valori di $F_x(\alpha)$ nel SdR assoluto	49
3.2	Valori di $F_y(\beta)$ nel SdR assoluto	49
3.3	Valori di $F_z(\alpha)$ nel SdR assoluto	49
3.4	Valori di $M_x(\beta)$ nel SdR assoluto con polo di riduzione coincidente con l'origine della terna	49

3.5	Valori di $M_y(\alpha)$ nel SdR assoluto con polo di riduzione coincidente con l'origine della terna	49
3.6	Valori di $M_z(\beta)$ nel SdR assoluto con polo di riduzione coincidente con l'origine della terna	50
4.1	Derivate di stabilità per il caso di hover	63
4.2	Derivate di stabilità per il caso di crociera	65

Introduzione

Da diversi anni, un numero sempre crescente di compagnie aeronautiche è impegnato nello sviluppo della mobilità aerea urbana (UAM, Urban Air Mobility) [1]. In questo ambito, l'aumento della congestione, unito alla crescente domanda di movimentazione di persone e cose in tempi rapidi, ha dato un'ulteriore spinta all'utilizzo dello spazio verticale, per il quale si stima un aumento annuo del traffico aereo che oscilla tra il 3% e il 6% [2]. I voli a corto raggio a velocità, quote e pesi ridotti permettono l'elettrificazione completa, ambito nel quale gli elicotteri e i velivoli multi-rotore si prestano in maniera ottimale, anche a fronte della limitata densità energetica delle batterie oggi disponibili [3], [4]. In tutto ciò, la possibilità di dronizzazione gioca un ruolo fondamentale.

In questo settore, lo sviluppo di nuove tecnologie, la realizzazione di materiali sempre più leggeri e prestazionali, e l'innovazione in generale avanzano a ritmi molto sostenuti. Ciò obbliga le aziende a utilizzare metodi di progettazione dei velivoli in grado di limitare il numero di iterazioni necessarie per passare dal concept al modello fisico (ridotto rapporto "buy-to-fly"). Un'ottima strategia in tal senso è co-

stituita dagli approcci di tipo *Model-Based*, poiché consentono la rappresentazione virtuale di insiemi complessi costituiti da sotto-sistemi tra loro interagenti. Nel caso di un elicottero, per esempio, è possibile realizzare i modelli di sotto-sistemi quali il rotore principale, il rotore di coda o gli impennaggi, il cui comportamento aerodinamico simula accuratamente quello reale. Si rivela, dunque, possibile analizzare in maniera approfondita le caratteristiche di un progetto prima della sua effettiva realizzazione. Tuttavia, la difficoltà di definizione dei vari sotto-sistemi rappresenta un fattore limitante; per quanto efficace, il *Model-Based Design* necessita di relazioni analitiche o approcci numerici capaci di descrivere il comportamento del componente considerato. Nel caso della fusoliera di un elicottero, sorgono ulteriori difficoltà. La quasi totalità della letteratura si concentra, infatti, sulla caratterizzazione del rotore principale, essendo questo il componente che incide maggiormente sulla dinamica del velivolo. Inoltre, la forma relativamente tozza del corpo limita o preclude completamente l'utilizzo delle relazioni analitiche derivate per la descrizione dei corpi propriamente aerodinamici.

Nonostante ciò, la fusoliera di un velivolo ad ala rotante rimane un sotto-sistema critico e, per tale motivo, è necessario caratterizzarne il comportamento in maniera quanto più accurata possibile, in particolare in condizioni di volo nominali. In questo elaborato, ci si pone l'obiettivo di modellare la fusoliera di un elicottero italiano di classe Robinson R22, attraverso l'impiego dell'ambiente di simulazione *Simulink*® di *Matlab*®. Di tale velivolo, si hanno a disposizione una grande quantità di dati derivanti dalle analisi CFD effettuate dal costruttore, che possono essere utilizzati come parametri di confronto per operazioni di validazione.

Una prima iterazione è effettuata sulla base di una parte delle equazioni elaborate nel 1982 da Peter D. Talbot. Queste sono frutto di una semplificazione matematica, operata su di un modello più complesso, messo a punto dalla *Bell Helicopter Company* per lo *U.S Army Air Mobility Research and Development Laboratory (USAAMRDL)*. Il programma originale, denominato *C81*, mira allo sviluppo di un simulatore di volo versatile, in grado di riprodurre il comportamento aerodinamico di diverse classi di velivoli [5–7]. L'universalità del modello matematico può essere considerata tanto un pregio quanto un difetto; se da un lato consente di caratteriz-

zare l'aerodinamica di corpi tra loro molto diversi, dall'altro potrebbe risultare non sufficientemente accurata da poter essere utilizzata in un simulatore.

A partire da questo modello, viene elaborata tutta la trattazione. Nella prima parte del Capitolo 2, si introducono la notazione e i sistemi di riferimento utilizzati da Peter D. Talbot. Successivamente, le equazioni semplificate sviluppate dall'autore sono implementate in ambiente *Simulink*® e accompagnate da due esempi applicativi. Nel primo di essi, il modello matematico viene applicato all'elicottero militare per il quale questo è stato originariamente sviluppato. Nel secondo esempio, lo stesso modello viene applicato per la caratterizzazione del comportamento aerodinamico della fusoliera di un elicottero civile. I risultati ottenuti vengono, quindi, confrontati con dati derivanti dall'analisi CFD forniti dall'azienda sopra citata. Nel Capitolo 3, alla luce di quanto ottenuto nel Capitolo 2, si discute la possibilità di sostituire il modello matematico con un modello numerico più accurato, realizzato *ad hoc*, frutto di particolari operazioni di interpolazione. Nel Capitolo 4, il sottosistema di fusoliera sviluppato viene implementato in un simulatore completo dell'elicottero posto sotto studio, disponibile presso l'*Università di Bologna*. Viene, quindi, effettuata un'analisi di stabilità statica per due differenti condizioni di volo. Quest'ultima permette di valutare l'impatto dell'aerodinamica di fusoliera sulle derivate di stabilità dell'elicottero nel suo complesso. Infine, nel Capitolo 5, vengono riassunti i risultati ottenuti e discusse le eventuali possibilità di miglioramento.

Modello matematico di riferimento

Lo scopo di questo capitolo è l'analisi del modello matematico di fusoliera sviluppato da Peter D. Talbot, attualmente uno dei principali riferimenti in letteratura [8]. Nella trattazione viene utilizzata la medesima nomenclatura e gli stessi sistemi di riferimento.

2.1 Notazione e Sistemi di riferimento

Di seguito, vengono riportati la notazione e i sistemi di riferimento.

2.1.1 Notazione

Notazione		
ID	Grandezza	Unità
α	Angolo di attacco	[rad]
β	Angolo di scivolata laterale	[rad]
u_B	Vel. di flusso longitudinale del velivolo nel SdR assi corpo	[m/s]
v_B	Vel. di flusso laterale del velivolo nel SdR assi corpo	[m/s]
w_B	Vel. di flusso laterale del velivolo nel SdR assi corpo	[m/s]
w_B	Vel. di flusso verticale del velivolo nel SdR assi corpo	[m/s]
u_F	Vel. di flusso longitudinale della fusoliera nel SdR assi corpo	[m/s]

Tabella 2.1 continua dalla pagina precedente

v_F	Vel. di flusso laterale della fusoliera nel SdR assi corpo	[m/s]
w_F	Vel. di flusso verticale della fusoliera nel SdR assi corpo	[m/s]
p	Vel. angolare di beccheggio	[rad/s]
q	Vel. angolare di imbardata	[rad/s]
r	Vel. angolare di rollio	[rad/s]
θ	Angolo di Eulero di beccheggio	[rad]
ϕ	Angolo di Eulero di rollio	[rad]
ψ	Angolo di Eulero di imbardata	[rad]
δ_c	Comando di collettivo principale	[rad]
δ_e	Comando di ciclico longitudinale	[rad]
δ_a	Comando di ciclico laterale	[rad]
δ_p	Comando di collettivo di coda	[rad]
x_E	Coordinata longitudinale nel SdR assi terra	[m]
y_E	Coordinata laterale nel SdR assi terra	[m]
z_E	Coordinata verticale nel SdR assi terra	[m]
w_{IF}	Velocità indotta dal rotore principale	[m/s]
D	Resistenza	[N]
L	Portanza	[N]
Y	Forza laterale	[N]
M	Momento di beccheggio	[Nm]
N	Momento di imbardata	[Nm]
l	Momento di rollio	[Nm]
q_f	Pressione dinamica	[Pa]
C_T	Coefficiente di trazione del rotore principale	~
T	Trazione del rotore principale	[N]
λ	Rapporto di influsso del rotore principale	~
μ	Rapporto di avanzamento del rotore principale	~
Ω	Velocità angolare del rotore principale	[rad/sec]
R	Raggio del rotore principale	[m]
D0	Resistenza adimensionale, $\alpha = \beta = 0^\circ$	[m ²]

Tabella 2.1 continua dalla pagina precedente

D1	Resistenza adimensionale, variazione con α	$[m^2]$
D2	Resistenza adimensionale, variazione con α^2	$[m^2]$
D3	Resistenza adimensionale, variazione con β^2	$[m^2]$
D4	Resistenza adimensionale, $\alpha = 90^\circ$	$[m^2]$
D5	Resistenza adimensionale, $\beta = 90^\circ$	$[m^2]$
XL0	Portanza adimensionale, $\alpha = 0^\circ$	$[m^2]$
XL1	Portanza adimensionale, variazione con α	$[m^2]$
Y0	Forza laterale adimensionale, $\beta = 0^\circ$	$[m^2]$
Y1	Forza laterale adimensionale, variazione con β	$[m^2]$
YL0	Momento di rollio adimensionale, $\beta = 0^\circ$	$[m^3]$
YL1	Momento di rollio adimensionale, variazione con β	$[m^3]$
YL2	Momento di rollio adimensionale, $\beta = 90^\circ$	$[m^3]$
XM0	Momento di beccheggio adimensionale, $\alpha = 0^\circ$	$[m^3]$
XM1	Momento di beccheggio adimensionale, variazione con α	$[m^3]$
XM2	Momento di beccheggio adimensionale, $\alpha = 90^\circ$	$[m^3]$
XN0	Momento di imbardata adimensionale, variazione con β	$[m^3]$
XN1	Momento di imbardata adimensionale, variazione con β	$[m^3]$
XN2	Momento di imbardata adimensionale, $\beta = 90^\circ$	$[m^3]$

Tabella 2.1: Notazione

2.1.2 Sistema di riferimento assoluto

La terna assoluta, o sistema di riferimento assi strutturali, viene utilizzata per localizzare la posizione assoluta, rispetto a un riferimento arbitrario, di componenti e punti caratteristici di un velivolo.

L'origine degli assi è tipicamente posizionata in un punto situato di fronte al muso del velivolo, appartenente al suo piano di simmetria longitudinale.

Nel sistema di riferimento assoluto, la *stationline*, la *buttline* e la *waterline* identificano la coordinata longitudinale, laterale e verticale rispettivamente. La prima è orientata positivamente verso la coda del velivolo, la seconda è orientata positivamente verso la destra del pilota, mentre l'ultima è orientata positivamente verso l'alto.

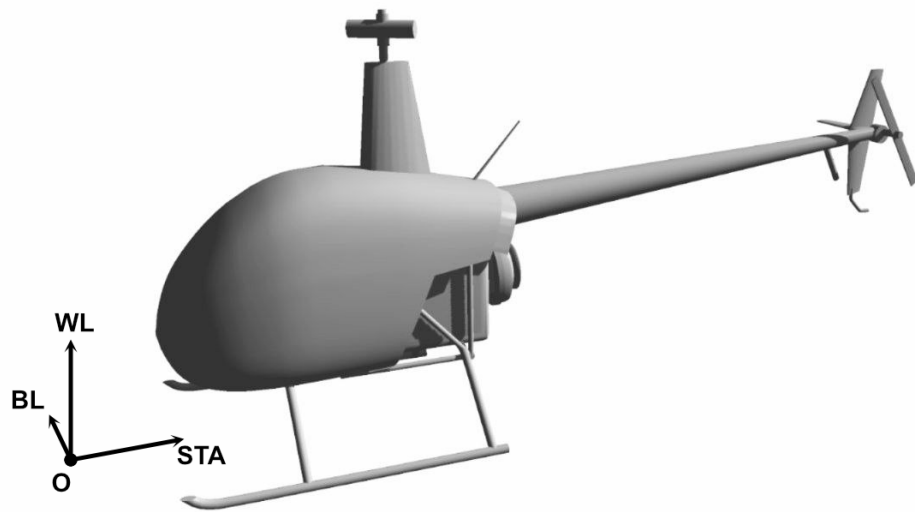


Figura 2.1: Sistema di riferimento assoluto

2.1.3 Sistema di riferimento assi corpo

L'origine del sistema di riferimento è coincidente con il baricentro del corpo. L'asse longitudinale X è contenuto nel piano di simmetria del velivolo ed è orientato positivamente verso la prua dello stesso. L'asse laterale Y è, invece, normale al piano di simmetria del velivolo e orientato positivamente verso la destra del pilota. Come per l'asse longitudinale, l'asse verticale Z è contenuto nello stesso piano di simmetria, ma orientato positivamente verso il basso. Intorno a questi assi, vengono definite rispettivamente le rotazioni di rollio, beccheggio e imbardata, secondo la sequenza 3-2-1 del teorema di Eulero.

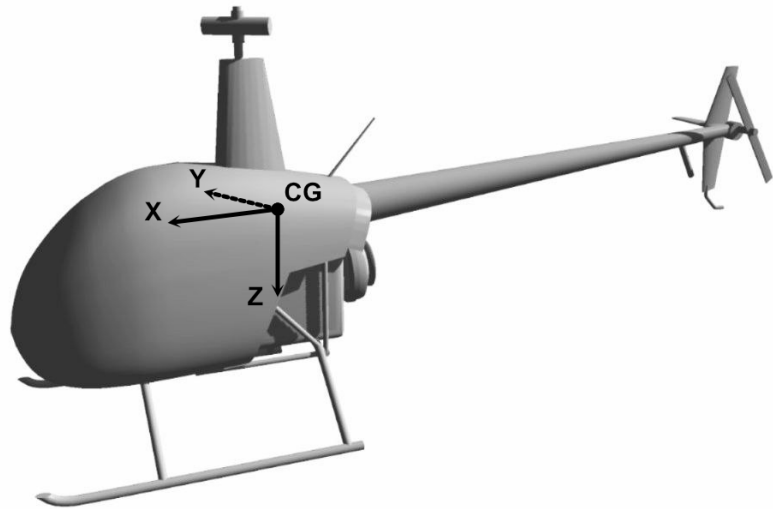


Figura 2.2: Sistema di riferimento assi corpo

2.1.4 Sistema di riferimento assi vento

La terna di riferimento assi vento viene tipicamente utilizzata per la sua predisposizione alla rappresentazione delle azioni aerodinamiche agenti su di un velivolo.

Anche in questo sistema di riferimento, l'origine degli assi è coincidente con il baricentro del corpo, ma la loro orientazione dipende dalla direzione relativa del flusso. In particolare, l'asse X' coincide con la direzione del flusso asintotico ed è orientato positivamente nel senso di moto, mentre l'asse Y' , perpendicolare all'asse X' , è orientato positivamente verso la destra del pilota. Infine, l'asse Z' è determinato dall'intersezione tra il piano ortogonale alla direzione del flusso e il piano verticale locale nel quale esso è contenuto. Quest'ultimo è orientato positivamente verso il basso.

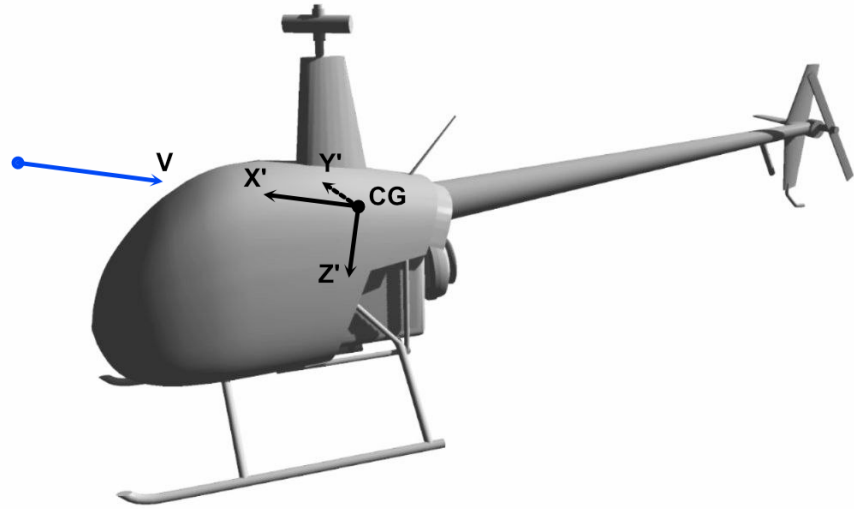


Figura 2.3: Sistema di riferimento assi vento

Utilizzando le terne di riferimento assi corpo e assi vento (e quindi la direzione del vento relativo), è possibile definire gli angoli di attacco e di scivolata laterale, particolarizzati per la fusoliera [8]:

$$\alpha = \arctan 2 \left(\frac{w_F}{u_F} \right) \quad \beta = \arcsin \left(\frac{v_F}{V_F} \right) \quad [rad] \quad (2.1)$$

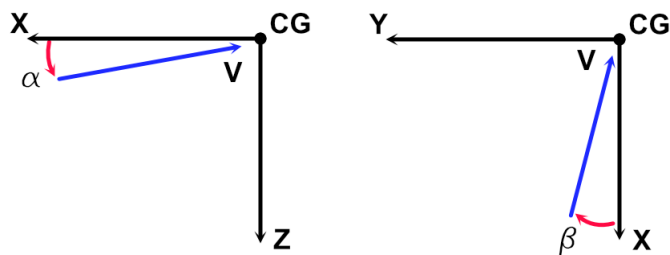


Figura 2.4: Angoli aerodinamici

Per fini legati all'implementazione del modello in ambiente ®Simulink, la funzione trigonometrica arcotangente, originariamente utilizzata da Peter D. Talbot nel-

la definizione dell'angolo di attacco, viene sostituita dalla funzione arcotangente², in luce della sua capacità di distinguere angoli diametralmente opposti.

Le velocità di riferimento relative alla fusoliera vengono definite, a partire dalle velocità del velivolo, attraverso le seguenti relazioni:

$$u_F = u_B \quad [m/s] \quad (2.2)$$

$$v_F = v_B \quad [m/s] \quad (2.3)$$

$$w_F = w_B + w_{IF} \quad [m/s] \quad (2.4)$$

$$V_F = \sqrt{u_F^2 + v_F^2 + w_F^2} \quad [m/s] \quad (2.5)$$

Dove la grandezza w_{IF} identifica la componente di velocità del flusso indotta dal rotore principale, discussa in seguito.

2.2 Modellazione matematica

Vengono ora riportate e discusse le equazioni semplificate derivate da Peter D. Talbot che consentono di modellare il comportamento aerodinamico della fusoliera del velivolo.

2.2.1 Influsso del rotore principale

L'aerodinamica di un elicottero è intrinsecamente complessa, principalmente a causa dell'interazione tra il flusso asintotico e il flusso indotto dal rotore principale [9]. Per tale motivo, è essenziale la caratterizzazione della distribuzione del campo di velocità indotto w_{IF} che, come si osserva nei riferimenti [10] e [11], risulta difficile e necessita di prove sperimentali effettuate su larga scala. Un'analisi preliminare indica, però, la possibilità di approssimare la media della velocità indotta, calcolata lungo la direzione radiale del rotore, con la velocità indotta, calcolata sul piano longitudinale di un rotore caricato uniformemente [11].

Quanto detto consente, quindi, di definire matematicamente w_{IF} attraverso la relazione:

$$w_{IF} = \left(\frac{w_{IF}}{v_I} \right) v_I \quad [m/s] \quad (2.6)$$

$$\left(\frac{w_{IF}}{v_I} \right) = 1.299 + 0.671\chi - 1.172\chi^2 + 0.351\chi^3 \quad (2.7)$$

dove la grandezza χ rappresenta l'angolo di scia, definito da:

$$\chi = \arctan \left(\frac{\mu}{-\lambda} \right) \quad [rad] \quad (2.8)$$

I parametri λ e μ rappresentano rispettivamente il rapporto di influsso e il rapporto di avanzamento del rotore. Questi sono definiti dalle relazioni:

$$\lambda = \frac{w_H}{\Omega} - \frac{C_T}{2(\mu^2 + \lambda^2)^{0.5}} = \frac{w_H}{\Omega} - \frac{T}{\rho(\pi R^2)(\Omega R)^2} \frac{1}{2(\mu^2 + \lambda^2)^{0.5}} \quad (2.9)$$

$$\mu = \frac{\sqrt{u_H^2 + v_H^2}}{\Omega R} \quad (2.10)$$

Dove Ω e R rappresentano, rispettivamente, la velocità angolare e il raggio del rotore principale. Si osserva come il rapporto di influsso venga definito attraverso una relazione implicita, particolarità che implica la necessità di una tecnica di risoluzione iterativa di tipo Newton-Raphson [12].

2.2.2 Approssimazione per piccoli angoli

La condizione di piccoli angoli, associata all'intervallo $\alpha, \beta \in [-15^\circ; 15^\circ]$, è tipicamente raggiunta in condizioni di crociera a elevato rapporto di avanzamento. In questo regime di moto, il comportamento aerodinamico della fusoliera viene approssimato in maniera molto accurata, attraverso una formulazione polinomiale del tipo [8]:

$$D = D(\alpha) + D(\beta) \quad [N] \quad (2.11)$$

$$D(\alpha) = q_f \left(\frac{D|_{\alpha=\beta=0^\circ}}{q_f} + \frac{dD/q_f}{d\alpha} \alpha + \frac{d^2D/q_f}{d\alpha^2} \alpha^2 \right) \quad [N] \quad (2.12)$$

$$D(\beta) = q_f \left(\frac{d^2D/q_f}{d\beta^2} \beta^2 \right) \quad [N] \quad (2.13)$$

$$Y(\beta) = q_f \left(\frac{dY/q_f}{d\beta} \beta \right) \quad [N] \quad (2.14)$$

$$L(\alpha) = q_f \left(\frac{L|_{\alpha=0^\circ}}{q_f} + \frac{dL/q_f}{d\alpha} \alpha \right) \quad [N] \quad (2.15)$$

$$l(\beta) = q_f \left(\frac{dl/q_f}{d\beta} \beta \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.16)$$

$$M(\alpha) = q_f \left(\frac{M|_{\alpha=0^\circ}}{q_f} + \frac{dM/q_f}{d\alpha} \alpha \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.17)$$

$$N(\beta) = q_f \left(-\frac{dN/q_f}{d\beta} \beta \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.18)$$

Dove il termine q_f identifica la pressione dinamica.

Le relazioni sopra riportate consentono il calcolo delle azioni aerodinamiche, nel sistema di riferimento assi vento, in funzione di α , β e di un numero limitato di parametri di funzionamento. Questi sono ricavabili attraverso l'interpolazione dei dati ottenuti nello svolgimento di prove sperimentali oppure in simulazioni CFD.

Nella loro formulazione emerge un'ipotesi semplificativa di fondamentale importanza; le forze e i momenti aerodinamici sono dipendenti esclusivamente da α o β , fatta eccezione per la resistenza, che dipende da entrambe.

Di seguito, si riporta la definizione relativa ai parametri di piccoli angoli, adottata nel riferimento [9].

Parametri di funzionamento per $\alpha, \beta \in [-15^\circ; 15^\circ]$		
Parametro	Definizione	Unità
D0	$\frac{D _{\alpha=\beta=0^\circ}}{q_f}$	[m ²]
D1	$\frac{dD/q_f}{d\alpha}$	[m ² /rad]
D2	$\frac{d^2D/q_f}{d\alpha^2}$	[m ² /rad ²]
D3	$\frac{d^2D/q_f}{d\beta^2}$	[m ² /rad ²]
XL0	$\frac{L _{\alpha=0^\circ}}{q_f}$	[m ²]
XL1	$\frac{dL/q_f}{d\alpha}$	[m ² /rad]
Y1	$\frac{dY/q_f}{d\beta}$	[m ² /rad]
YL1	$\frac{dY/q_f}{d\beta}$	[m ³ /rad]
XM0	$\frac{M _{\alpha=0^\circ}}{q_f}$	[m ³]
XM1	$\frac{dM/q_f}{d\alpha}$	[m ³ /rad]

Tabella 2.2 continua dalla pagina precedente

XN1	$\frac{dN/q_f}{d\beta}$	[m ³ /rad]
-----	-------------------------	-----------------------

Tabella 2.2: Parametri di funzionamento - Intervallo di piccoli angoli

2.2.3 Approssimazione per grandi angoli

Nel caso in cui sia verificata la condizione $\alpha, \beta \notin [-15^\circ; 15^\circ]$, il comportamento aerodinamico della fusoliera viene approssimato dalle relazioni:

$$D = D(\alpha) + D(\beta) \quad [N] \quad (2.19)$$

$$D(\alpha) = q_f \left(\frac{D|_{\alpha=90^\circ}}{q_f} |\sin \alpha| \sin^2 \alpha \right) \quad [N] \quad (2.20)$$

$$D(\beta) = q_f \left(\frac{D|_{\beta=90^\circ}}{q_f} |\sin \beta| \sin^2 \beta \right) \quad [N] \quad (2.21)$$

$$Y(\beta) = q_f \left(\frac{-D|_{\beta=90^\circ}}{q_f} |\sin \beta| \sin \beta \cos \beta \right) \quad [N] \quad (2.22)$$

$$L(\alpha) = q_f \left(\frac{D|_{\alpha=90^\circ}}{q_f} |\sin \alpha| \sin \alpha \cos \alpha \right) \quad [N] \quad (2.23)$$

$$l(\beta) = q_f \left(\frac{l|_{\beta=90^\circ}}{q_f} |\sin \beta| \sin \beta \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.24)$$

$$M(\alpha) = q_f \left(\frac{M|_{\alpha=90^\circ}}{q_f} |\sin \alpha| \sin \alpha \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.25)$$

$$N(\beta) = q_f \left(\frac{N|_{\beta=90^\circ}}{q_f} |\sin \beta| \sin \beta \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.26)$$

Il sistema di equazioni consente di calcolare gli andamenti delle azioni aerodinamiche agenti sulla fusoliera del velivolo, nel sistema di riferimento assi vento. Le

forze e i momenti esterni vengono approssimati attraverso l'utilizzo di funzioni trigonometriche, decisamente meno accurate se paragonate alle polinomiali riportate nella Sezione 2.2.2.

Dunque, il modello matematico di riferimento consente una buona approssimazione del comportamento aerodinamico della fusoliera per angoli α e β pari $\pm 90^\circ$, grazie alla presenza dei parametri di funzionamento riportati nella Tabella 2.3. Tale approssimazione risulta, tuttavia, decisamente grossolana nella rimanente porzione dell'intervallo. In riferimento a quanto appena detto, è necessario precisare che la maggior parte delle manovre effettuate da un elicottero di tipo civile, quali il decollo, l'atterraggio o l'hover, avviene in condizioni per le quali $\alpha, \beta \notin [-15^\circ; 15^\circ]$. Per tale motivo, risulta necessario verificare la capacità del modello matematico di approssimare accuratamente il comportamento aerodinamico del corpo quando $|\alpha|, |\beta| > 15^\circ$ [9].

Di seguito, si riporta la nomenclatura relativa ai parametri di grandi angoli adottata nel riferimento [8].

Parametri di funzionamento per $\alpha, \beta \notin [-15^\circ; 15^\circ]$		
Parametro	Definizione	Unità
D4	$\frac{D _{\alpha=90^\circ}}{q_f}$	$[m^2]$
D5	$\frac{D _{\beta=90^\circ}}{q_f}$	$[m^2]$
YL2	$\frac{l _{\beta=90^\circ}}{q_f}$	$[m^3]$
XM2	$\frac{M _{\alpha=90^\circ}}{q_f}$	$[m^3]$
XN2	$\frac{N _{\beta=90^\circ}}{q_f}$	$[m^3]$

Tabella 2.3: Parametri di funzionamento - Intervallo di grandi angoli

2.2.4 Transizione dai piccoli ai grandi angoli

La transizione dal sistema di equazioni per piccoli angoli al sistema di equazioni per grandi angoli è funzione dell'angolo di fase π_{FUS} , definito dalla relazione:

$$\pi_{FUS} = \arccos\left(\frac{u_F}{V_F}\right) \quad [rad] \quad (2.27)$$

Il passaggio da un gruppo di equazioni all'altro non avviene in maniera istantanea, in corrispondenza dell'angolo di fase $\pi_{FUS} = 15^\circ$, ma linearmente nell'intervallo $15^\circ < |\pi_{FUS}| < 30^\circ$.

Nell'ambiente di simulazione, la transizione è implementata sfruttando una *Lookup Table* o tabella di interpolazione. Una tabella di interpolazione è costituita da una matrice di dati e consente, attraverso una semplice operazione di consultazione, di associare un determinato valore di output al corrispondente valore di input. Nell'eventualità che, per un determinato valore di input, la tabella non contenga il relativo valore di output, il sistema procede a una stima dello stesso, utilizzando strategie di interpolazione, estrapolazione o approssimazione [13].

Operativamente, la transizione è realizzata attraverso due tabelle di interpolazione i cui output, variabili nell'intervallo [0%-100%], vengono utilizzati come moltiplicatori per gli output forniti dai sistemi di equazioni riportati nelle Sezioni 2.2.2 e 2.2.3. La prima tabella, relativa all'intervallo di piccoli angoli, restituisce un valore pari al 100% quando $|\pi_{FUS}| < 15^\circ$ che decresce linearmente, fino ad annullarsi, in corrispondenza di $\pi_{FUS} = \pm 30^\circ$. La seconda tabella, invece, relativa all'intervallo di grandi angoli, restituisce un valore pari al 100% quando $|\pi_{FUS}| > 30^\circ$ che decresce linearmente, fino ad annullarsi, in corrispondenza di $\pi_{FUS} = \pm 15^\circ$. Per maggiore chiarezza, si riporta di seguito lo schema logico utilizzato:

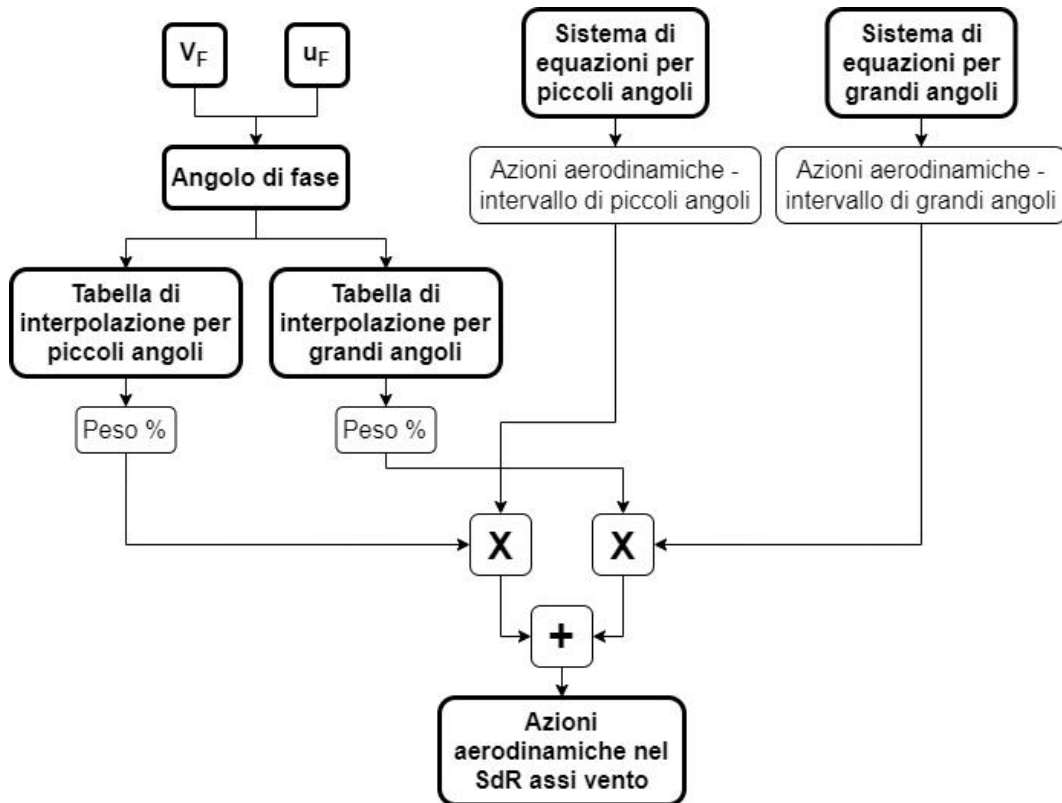


Figura 2.5: Logica di Transizione

Il cui risultato è visibile nella figura seguente:

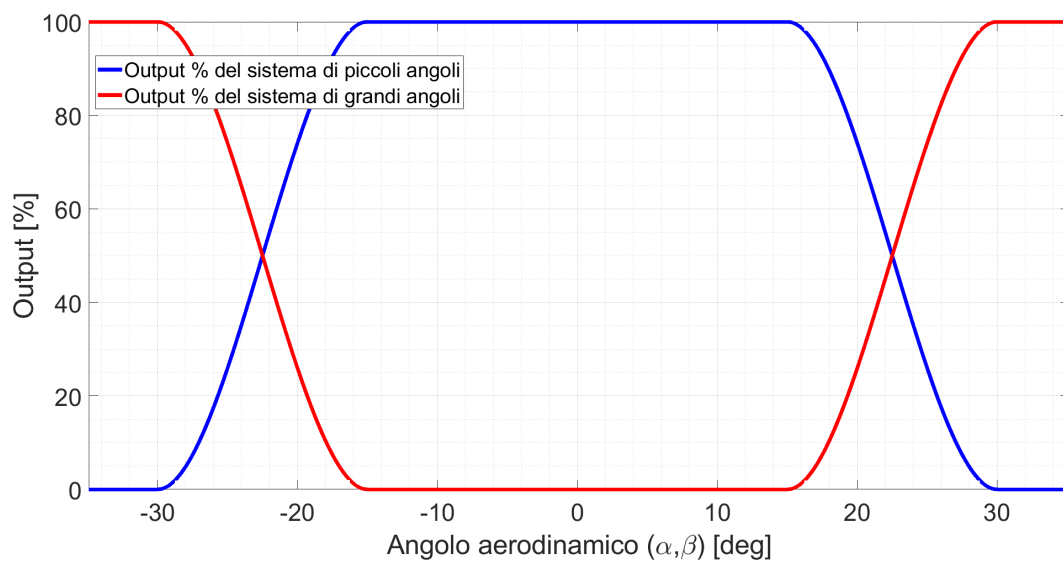


Figura 2.6: Contributo percentuale dei sistemi di equazioni in funzione degli angoli aerodinamici

2.2.5 Proiezione delle azioni aerodinamiche in assi corpo

Le azioni aerodinamiche valutate nel sistema di riferimento assi vento, attraverso le equazioni riportate nelle Sezioni 2.2.2 e 2.2.3, vengono successivamente ruotate nel sistema di riferimento assi corpo. Nel caso delle forze, la rotazione è data dalle relazioni [8]:

$$F_x = -D \cos \beta \cos \alpha - Y \sin \beta \cos \alpha + L \sin \alpha \quad [N] \quad (2.28)$$

$$F_y = -D \sin \beta + Y \cos \beta \quad [N] \quad (2.29)$$

$$F_z = -D \cos \beta \sin \alpha - Y \sin \beta \sin \alpha - L \cos \alpha \quad [N] \quad (2.30)$$

Nel caso dei momenti, si ha:

$$M_x = l \cos \beta \cos \alpha - M \sin \beta \cos \alpha - N \sin \alpha \quad [N \cdot m] \quad (2.31)$$

$$M_y = l \sin \beta + M \cos \beta \quad [N \cdot m] \quad (2.32)$$

$$M_z = l \cos \beta \sin \alpha - M \sin \beta \sin \alpha + N \cos \alpha \quad [N \cdot m] \quad (2.33)$$

Essendo questi riferiti a un polo di riduzione arbitrario P , risulta necessario applicare la *Legge di cambiamento del polo* [14] per poterli riportare sul baricentro:

$$\begin{bmatrix} M_x(CG) \\ M_y(CG) \\ M_z(CG) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x(P) \\ M_y(P) \\ M_z(P) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} STA(P) - STA(CG) \\ BL(P) - BL(CG) \\ WL(P) - WL(CG) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Dove $M_x(P)$, $M_y(P)$ e $M_z(P)$ vengono calcolati attraverso le relazioni 2.27, 2.28 e 2.29 rispettivamente.

2.3 Esempio numerico - Elicottero militare

Come precedentemente accennato, il modello matematico di riferimento è stato sviluppato per la caratterizzazione del comportamento aerodinamico di un elicottero militare Bell AH-1G Cobra. A scopo illustrativo, si procede all'implementazione di tale modello in ambiente *Simulink*®, il cui schema logico è riportato in seguito:

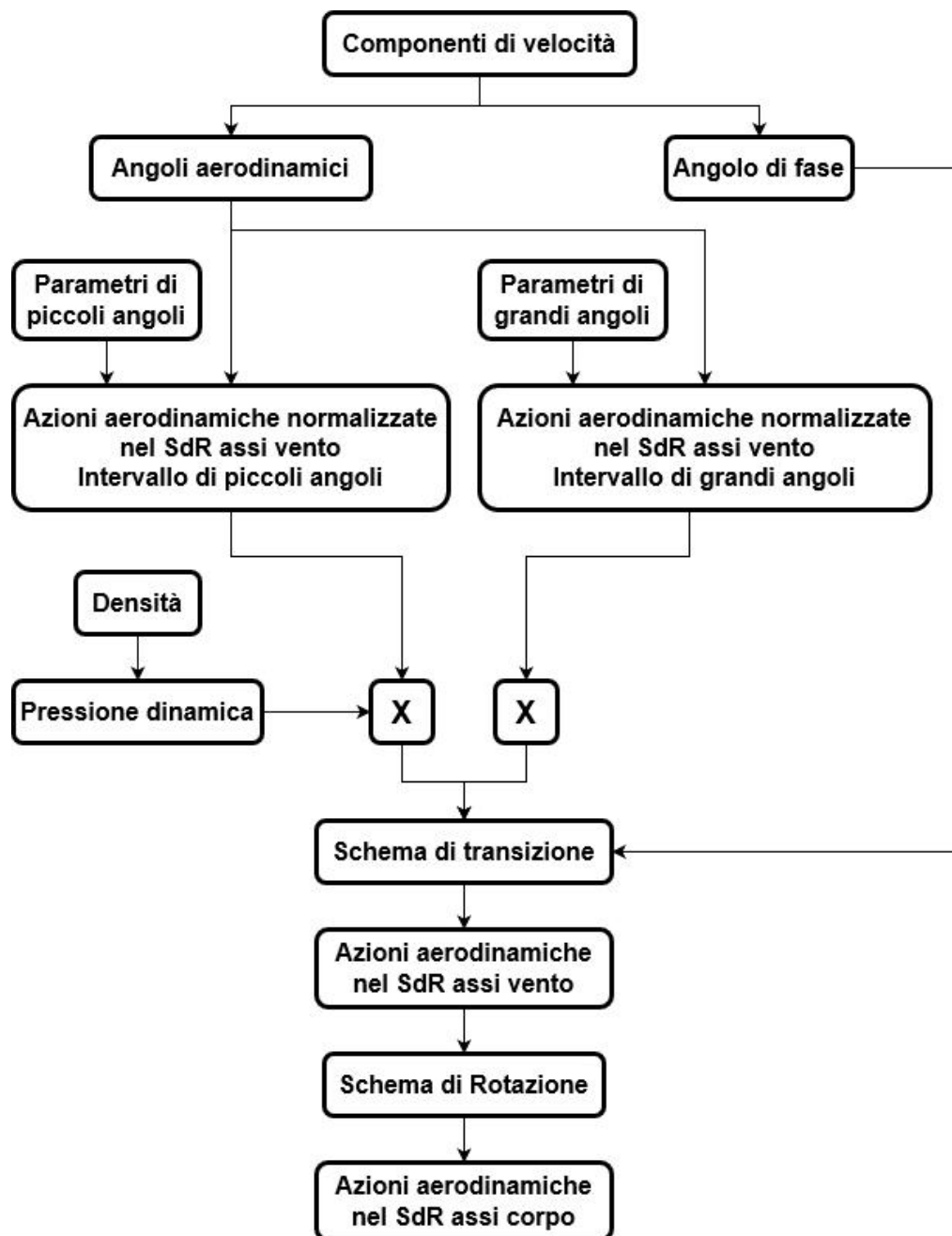


Figura 2.7: Schema *Simulink*® del modello matematico di fusoliera

Utilizzando i parametri sotto riportati, originariamente ricavati dall'autore, vengono generati gli andamenti delle azioni aerodinamiche del velivolo, relativi a una *True Air Speed [TAS]* di 30 [ft/s] e una quota di volo di 165 [ft].

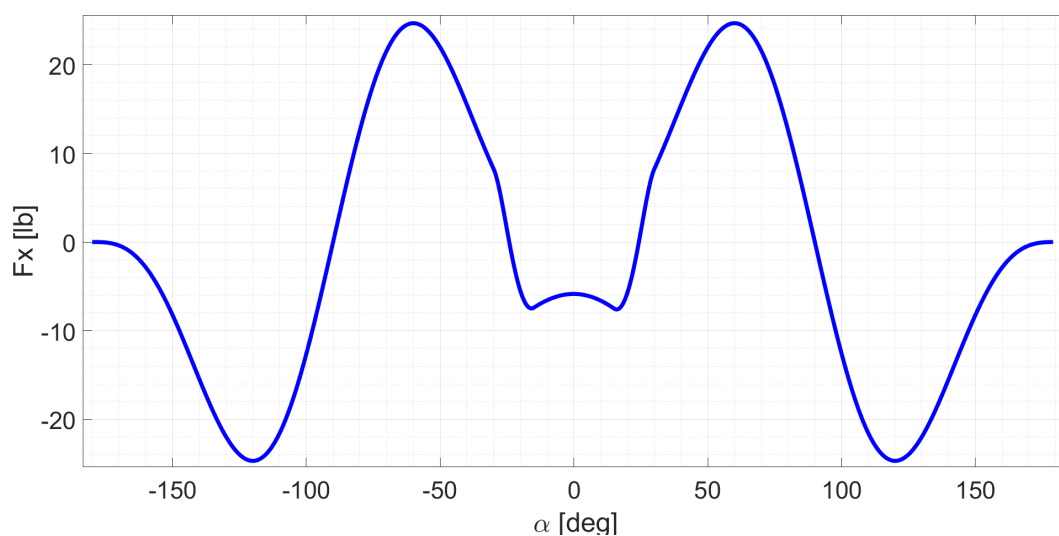
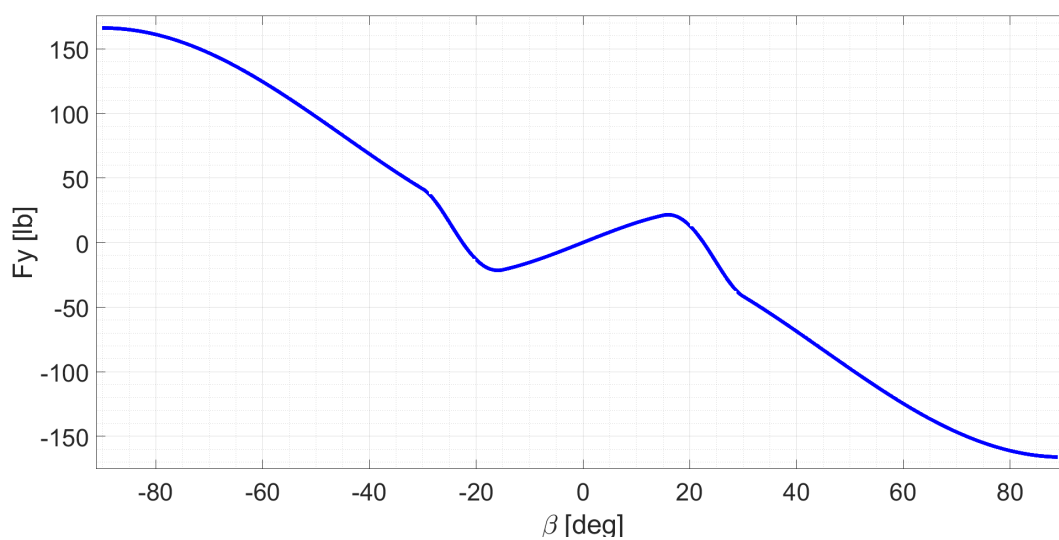
Per evitare qualsiasi incomprensione, si precisa che F_x, F_z e M_y sono state diagrammate in corrispondenza di $\beta = 0^\circ$, mentre F_y, M_x e M_z sono state diagrammate in corrispondenza di $\alpha = 0^\circ$.

Parametri aerodinamici Bell AH-1G Cobra		
Parametro	Valore	Unità
STA(ACF)	200	[in]
BL(ACF)	0	[in]
WL(ACF)	54	[in]
STA(CG)	196	[in]
BL(CG)	0	[in]
WL(CG)	73	[in]
D1	5.50	[ft ²]
D1	5.50	[ft ²]
D2	-4.01	[ft ² /rad]
D3	41.56	[ft ² /rad ²]
D4	141.16	[ft ² /rad ²]
D5	84.70	[ft ²]
D6	156.10	[ft ²]
XL0	-4.11	[ft ²]
XL1	15.64	[ft ² /rad]
Y1	93.85	[ft ² /rad]
YL1	246.31	[ft ² /rad]
YL2	0.00	[ft ³]
XM0	-6.90	[ft ³]
XM1	280.41	[ft ³ /rad]
XM3	300.00	[ft ³]

Tabella 2.4 continua dalla pagina precedente

XN1	-913.30	[ft ³ /rad]
XN2	-600.00	[ft ³]

Tabella 2.4: Parametri aerodinamici Bell AH-1G Cobra

Figura 2.8: Andamento di $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpoFigura 2.9: Andamento di $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo

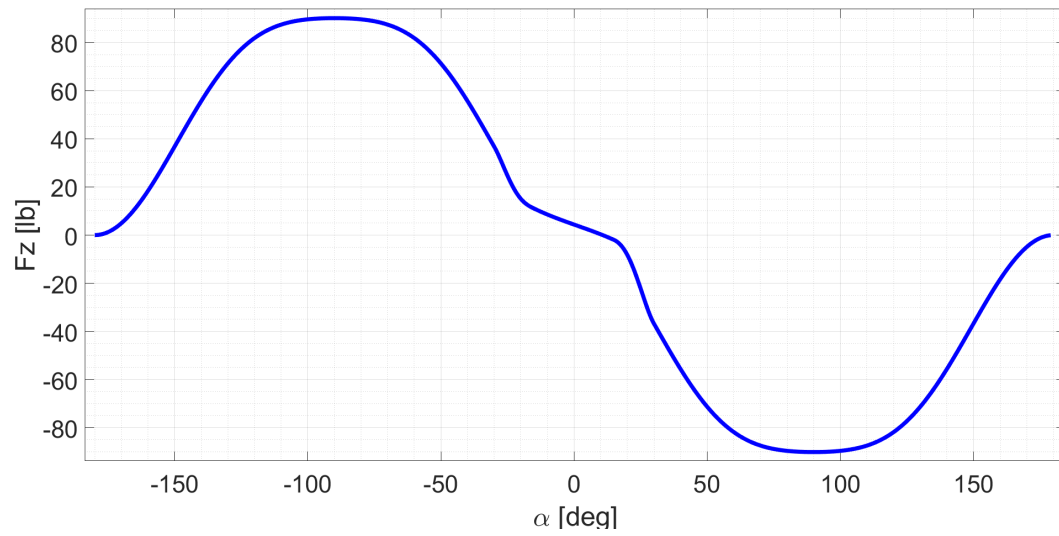


Figura 2.10: Andamento di $F_z(\alpha)$ nel SdR corpo

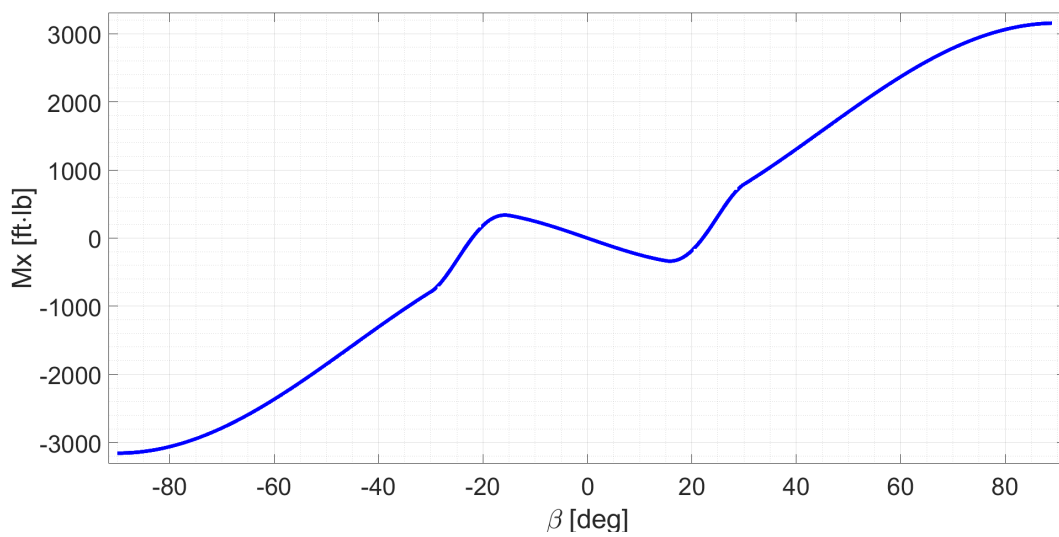


Figura 2.11: Andamento di $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

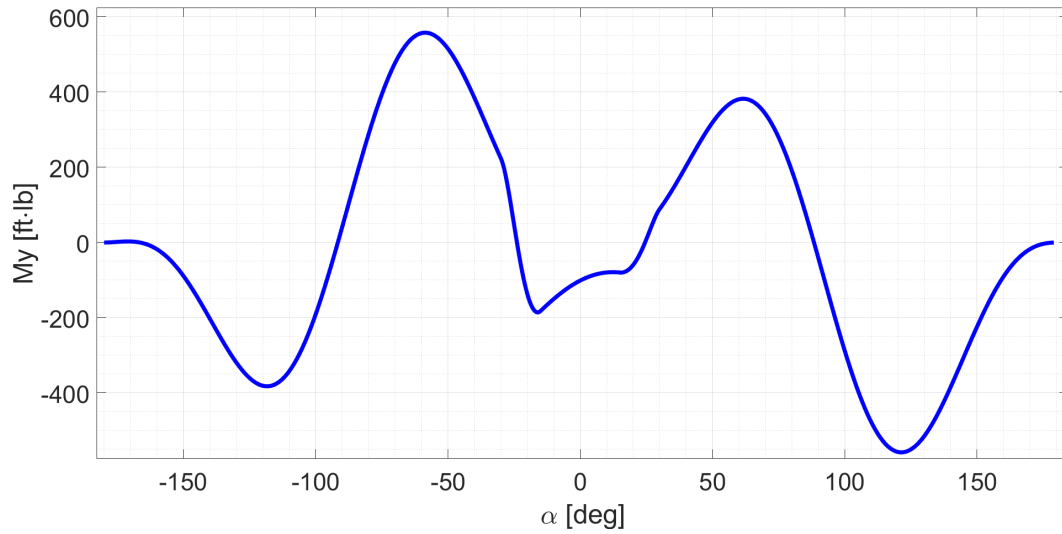


Figura 2.12: Andamento di $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

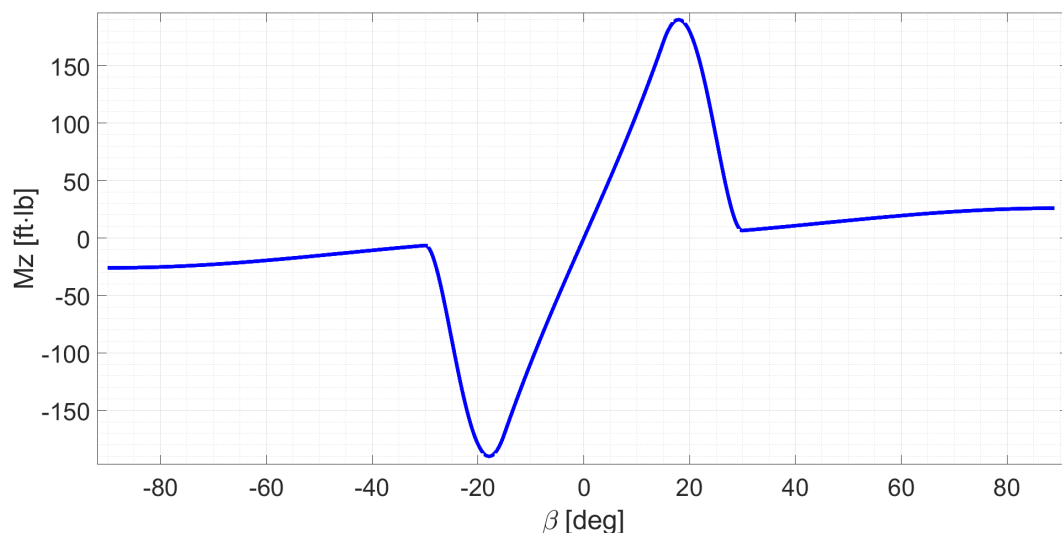


Figura 2.13: Andamento di $M_z(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

Quanto appena riportato è da considerarsi un semplice esercizio applicativo; infatti, non avendo a disposizione informazioni reali relative all'elicottero militare in questione, non è possibile effettuare valutazioni di alcun tipo.

2.4 Esempio numerico - Elicottero civile

Si vuole ora valutare l'accuratezza del modello matematico sviluppato da Peter D. Talbot, nella riproduzione del comportamento aerodinamico della fusoliera di un elicottero civile di classe Robinson R22, progettato da un'azienda aerospaziale italiana. Per poter effettuare tale valutazione, viene utilizzata una notevole quantità di dati, ottenuti attraverso un'analisi CFD. Questa riporta i valori delle forze e dei momenti aerodinamici nel sistema di riferimento assoluto, agenti sulla fusoliera del velivolo, per diverse orientazioni α e β della stessa.

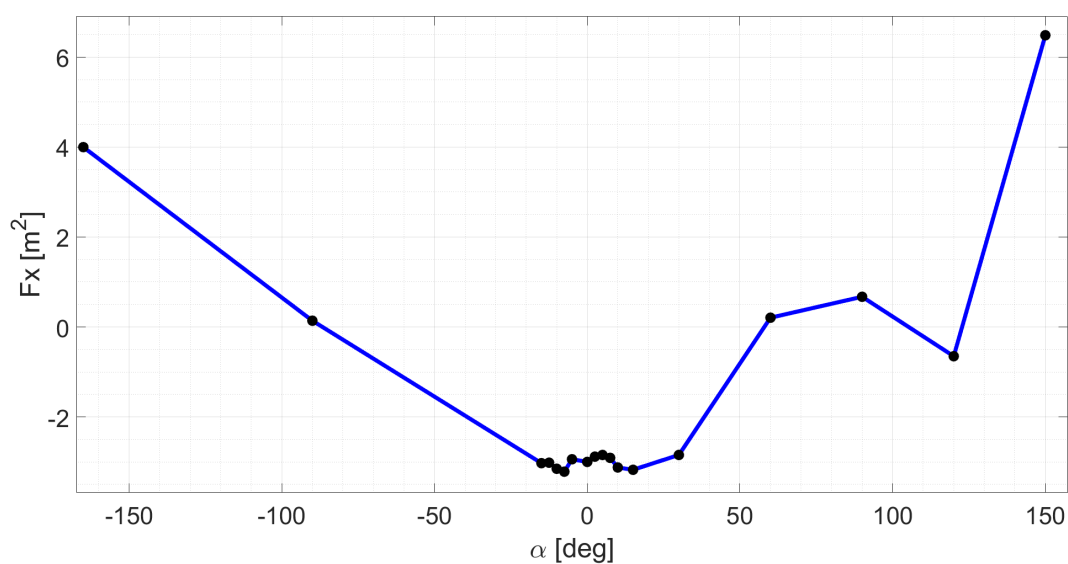
Per ragioni legate al segreto aziendale, viene omesso qualsiasi riferimento all'impresa appena citata. Inoltre, tutti i valori relativi all'analisi computazione d'ora in poi riportati, sono moltiplicati per un coefficiente numerico incognito al lettore.

Il modello matematico viene considerato adeguato alla relativa applicazione, solamente nel momento in cui si rivela capace di emulare in maniera accurata i dati derivanti dall'analisi CFD in tutto l'intervallo $\alpha, \beta \in [0^\circ; 360^\circ]$.

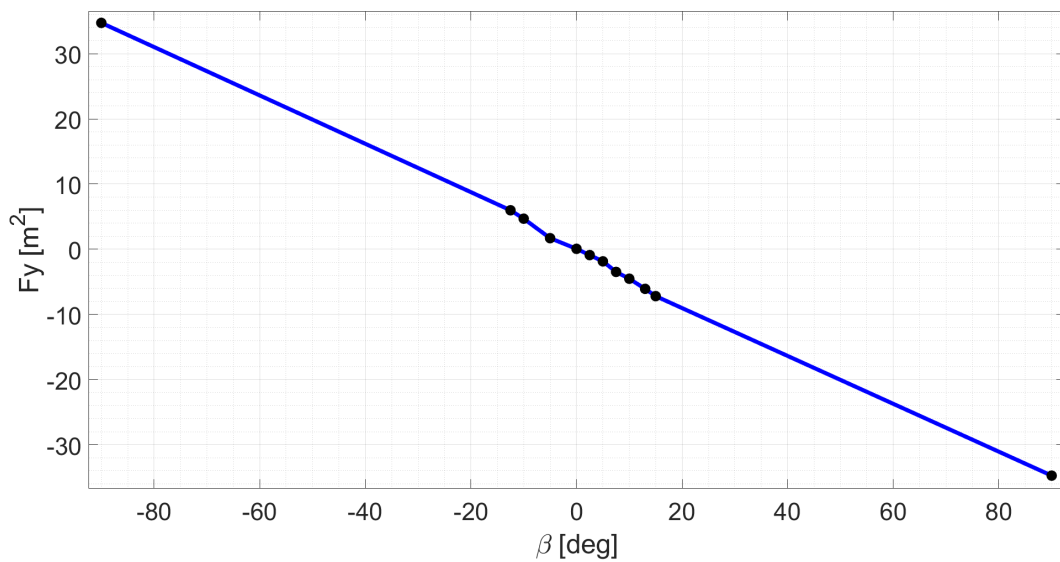
Poiché tutte le valutazioni sono condotte nel sistema di riferimento assi corpo, i valori delle azioni aerodinamiche forniti dall'azienda vengono previamente riportati nella relativa terna; inoltre, attraverso l'utilizzo della *Legge di cambiamento del polo* [14], il polo di riduzione dei momenti viene traslato in corrispondenza del baricentro.

Di seguito, vengono riportati i risultati ottenuti. Per evitare qualsiasi incomprensione, si precisa che F_x, F_z e M_y sono state diagrammate in corrispondenza di $\beta = 0^\circ$, mentre F_y, M_x e M_z sono state diagrammate in corrispondenza di $\alpha = 0^\circ$.

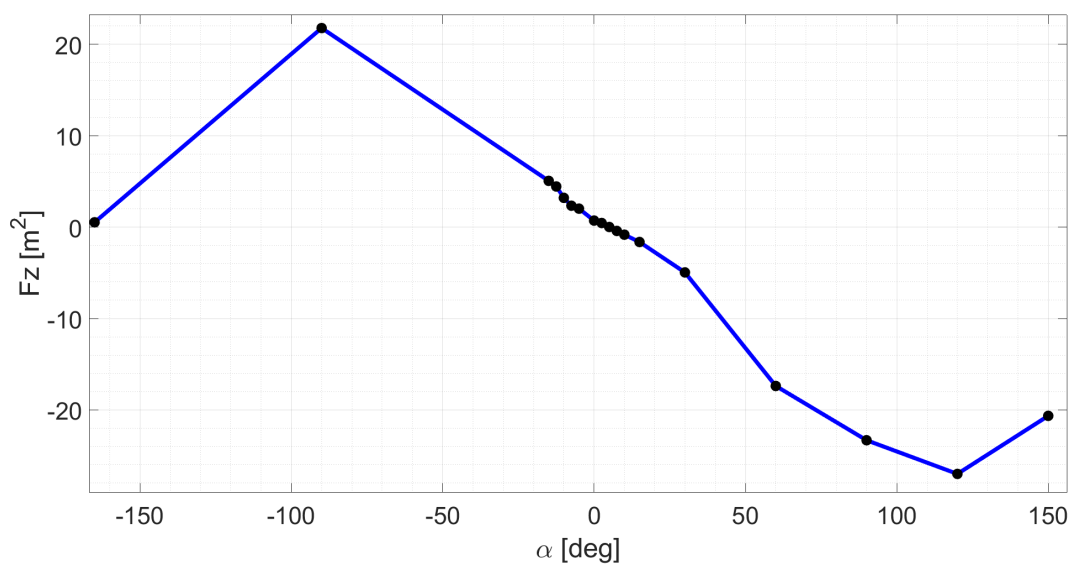
		$F_x \text{ [m}^2\text{]}$											
		$\beta \text{ [deg]}$											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
$\alpha \text{ [deg]}$	-165					3.998							
	-90					0.139							
	-15					-3.028							
	-12.5					-3.018							
	-10					-3.153							
	-7.5					-3.218							
	-5					-2.942							
	0	9.769	-4.467	-4.219	-3.227	-3.000	-2.672	-3.246	-3.823	-4.045	-4.481	-4.804	9.769
	2.5					-2.883							
	5					-2.846							
	7.5					-2.910							
	10					-3.125							
	15					-3.176							
	30					-2.846							
	60					0.206							
	90					0.671							
	120					-0.651							
	150					6.485							

Tabella 2.5: Valori di F_x nel SdR assi corpoFigura 2.14: Andamento di $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpo

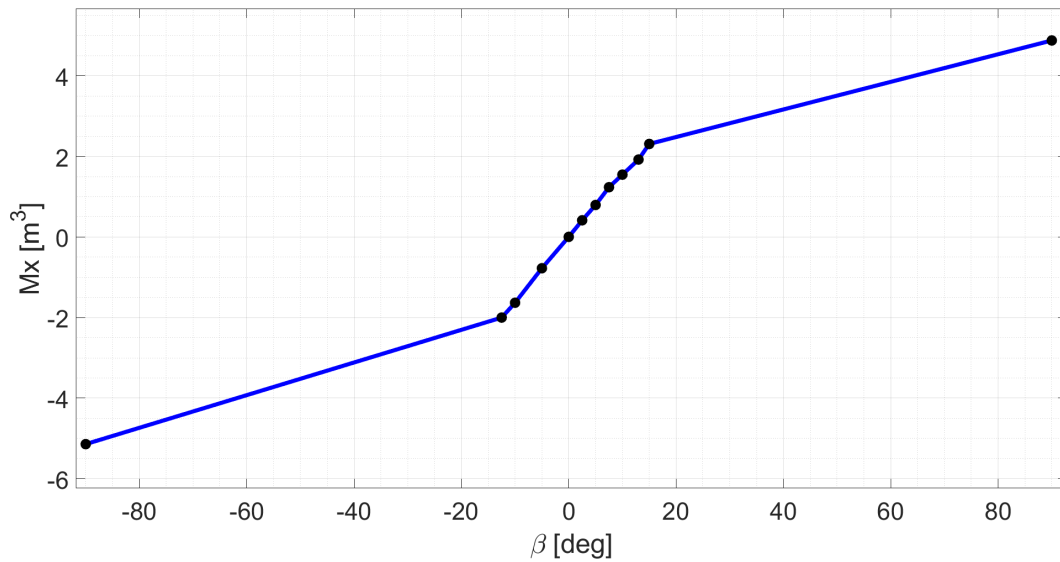
		$F_y \text{ [m}^2\text{]}$											
		$\beta \text{ [deg]}$											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
$\alpha \text{ [deg]}$	-165					-1.109							
	-90					-0.295							
	-15					0.093							
	-12.5					-0.011							
	-10					-1.151							
	-7.5					-0.249							
	-5					0.020							
	0	34.735	5.979	4.691	1.700	0.067	-0.895	-1.857	-3.477	-4.523	-6.079	-7.193	-34.735
	2.5					0.059							
	5					0.022							
	7.5					0.012							
	10					0.027							
	15					-0.133							
	30					-0.140							
	60					-1.945							
	90					-0.634							
	120					-1.330							
	150					5.143							

Tabella 2.6: Valori di F_y nel SdR assi corpoFigura 2.15: Andamento di $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo

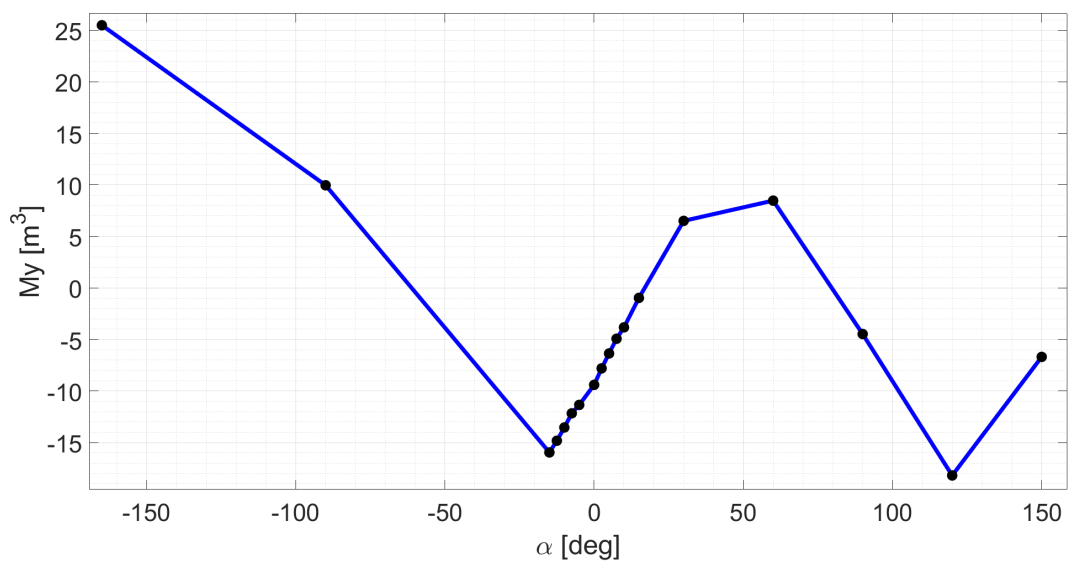
		$F_z \text{ [m}^2\text{]}$											
		$\beta \text{ [deg]}$											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
$\alpha \text{ [deg]}$	-165					0,525							
	-90					21,778							
	-15					5,060							
	-12.5					4,445							
	-10					3,200							
	-7.5					2,340							
	-5					2,019							
	0	14,269	3,144	2,595	1,165	0,713	0,742	1,207	1,230	2,980	2,217	5,066	14,269
	2.5					0,449							
	5					0,012							
	7.5					-0,419							
	10					-0,828							
	15					-1,631							
	30					-4,957							
	60					-17,378							
	90					-23,320							
	120					-27,001							
	150					-20,649							

Tabella 2.7: Valori di F_z nel SdR assi corpoFigura 2.16: Andamento di $F_z(\alpha)$ nel SdR assi corpo

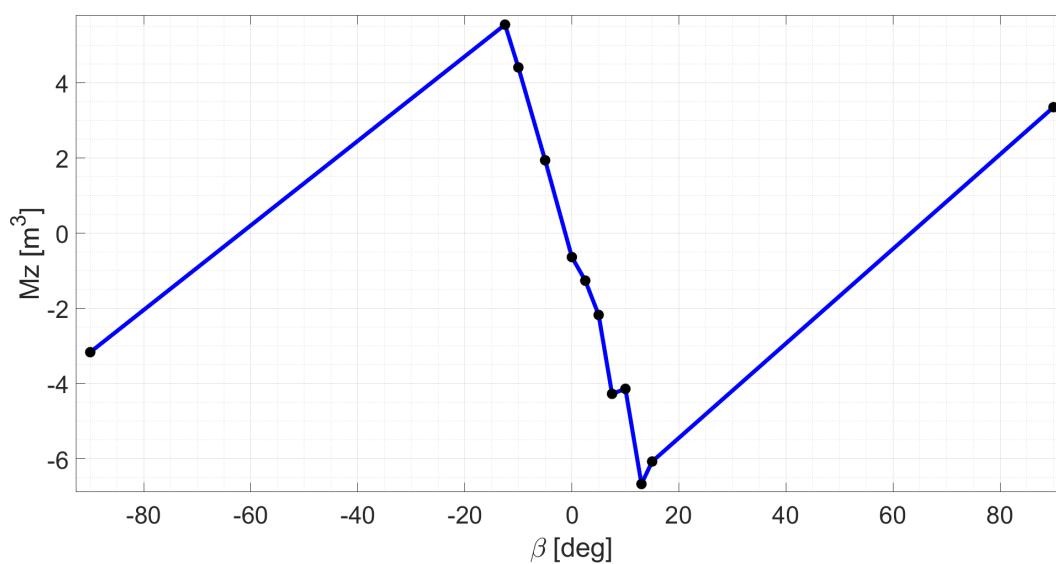
		$M_x [m^3]$											
		$\beta [deg]$											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
$\alpha [deg]$	-165					-2,746							
	-90					-0,128							
	-15					-0,067							
	-12.5					-0,047							
	-10					0,022							
	-7.5					-0,006							
	-5					-0,042							
	0	-5,141	-2,000	-1,632	-0,775	0,004	0,414	0,795	1,236	1,548	1,923	2,310	4,879
	2.5					-0,041							
	5					-0,012							
	7.5					-0,036							
	10					-0,014							
	15					0,010							
	30					0,088							
	60					0,138							
	90					0,213							
	120					0,256							
	150					-0,694							

Tabella 2.8: Valori di M_x nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentricoFigura 2.17: Andamento di $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

		$M_y [m^3]$											
		$\beta [deg]$											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
$\alpha [deg]$	-165					25,491							
	-90					9,964							
	-15					-15,955							
	-12.5					-14,821							
	-10					-13,538							
	-7.5					-12,161							
	-5					-11,343							
	0	-0,345	-8,212	-8,450	-9,190	-9,398	-9,156	-9,897	-9,010	-8,274	-8,601	-7,601	-0,345
	2.5					-7,799							
	5					-6,355							
	7.5					-4,926							
	10					-3,823							
	15					-0,964							
	30					6,510							
	60					8,476							
	90					-4,470							
	120					-18,192							
	150					-6,686							

Tabella 2.9: Valori di M_y nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentricoFigura 2.18: Andamento di $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

		$M_z [m^3]$											
		$\beta [deg]$											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
$\alpha [deg]$	-165					-1,489							
	-90					-0,136							
	-15					-0,007							
	-12.5					-0,065							
	-10					0,554							
	-7.5					-0,191							
	-5					-0,104							
	0	-3,168	5,543	4,405	1,937	-0,640	-1,265	-2,178	-4,276	-4,144	-6,674	-6,077	3,348
	2.5					0,067							
	5					0,015							
	7.5					0,026							
	10					0,017							
	15					0,338							
	30					0,116							
	60					2,539							
	90					0,182							
	120					3,090							
	150					5,969							

Tabella 2.10: Valori di M_z nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentricoFigura 2.19: Andamento di $M_z(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

2.4.1 Calcolo dei parametri del modello matematico

Il calcolo di una parte dei parametri necessari al funzionamento del modello matematico, come osservabile nelle Tabelle 2.2 e 2.3, richiede un'operazione di *best fitting* dei dati forniti dall'azienda, prelieve opportune manipolazioni [8]. Queste consistono nella rotazione di tali dati nel sistema di riferimento assi corpo e successiva proiezione nel sistema di riferimento assi vento. Essendo l'origine di queste terne coincidente, risultano necessarie due sole rotazioni elementari: una relativa all'angolo di attacco e una relativa all'angolo di scivolata laterale. Le componenti nella terna assi corpo $[C_{x,B}, C_{y,B}, C_{z,B}]$, ricavate nella sezione precedente, vengono ruotate nella terna assi vento $[C_{x,W}, C_{y,W}, C_{z,W}]$, attraverso la matrice DCM (Direction Cosine Matrix) [15]:

$$\begin{bmatrix} C_{x,W} \\ C_{y,W} \\ C_{z,W} \end{bmatrix} = DCM \begin{bmatrix} C_{x,B} \\ C_{y,B} \\ C_{z,B} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

$$\begin{bmatrix} C_{x,W} \\ C_{y,W} \\ C_{z,W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{x,B} \\ C_{y,B} \\ C_{z,B} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Si riportano quindi i valori delle azioni aerodinamiche nel sistema di riferimento assi vento:

		D [m ²]											
		β [deg]											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
α [deg]	-15					4,235							
	-12.5					3,908							
	-10					3,660							
	-7.5					3,495							
	-5					3,107							
	0	34,735	5,655	4,970	3,363	3,000	2,709	3,395	4,244	4,769	5,734	6,502	34,735
	2.5					2,861							
	5					2,834							
	7.5					2,940							
	10					3,221							
	15					3,489							
	90					23,320							

Tabella 2.11: Valori di D nel SdR assi vento

		Y [m ²]											
		β [deg]											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
α [deg]	-15					0,093							
	-12.5					-0,011							
	-10					-1,151							
	-7.5					-0,249							
	-5					0,020							
	0	9,769	4,870	3,887	1,413	0,067	-0,778	-1,567	-2,949	-3,752	-4,915	-5,705	-9,769
	2.5					0,059							
	5					0,022							
	7.5					0,012							
	10					0,027							
	15					-0,133							
	90					-0,634							

Tabella 2.12: Valori di Y nel SdR assi vento

L [m ²]													
		β [deg]											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
α [deg]	-15					-4,104							
	-12.5					-3,687							
	-10					-2,604							
	-7.5					-1,900							
	-5					-1,755							
	0	-14,269	-3,144	-2,595	-1,165	-0,713	-0,742	-1,207	-1,230	-2,980	-2,217	-5,066	-14,269
	2.5					-0,574							
	5					-0,260							
	7.5					0,035							
	10					0,273							
	15					0,753							
	90					0,671							

Tabella 2.13: Valori di L nel SdR assi vento

l [m ³]													
		β [deg]											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
α [deg]	-15					-0,063							
	-12.5					-0,032							
	-10					-0,074							
	-7.5					0,018							
	-5					-0,033							
	0	0,345	-0,175	-0,140	0,029	0,004	0,015	-0,070	0,050	0,088	-0,061	0,264	-0,345
	2.5					-0,038							
	5					-0,010							
	7.5					-0,032							
	10					-0,011							
	15					0,098							
	90					0,182							

Tabella 2.14: Valori di l nel SdR assi vento con polo di riduzione baricentrico

M [m ³]													
		β [deg]											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
α [deg]	-15					-15,955							
	-12.5					-14,821							
	-10					-13,538							
	-7.5					-12,161							
	-5					-11,343							
	0	-5,141	-8,451	-8,605	-9,223	-9,398	-9,165	-9,929	-9,095	-8,417	-8,813	-7,940	-4,879
	2.5					-7,799							
	5					-6,355							
	7.5					-4,926							
	10					-3,823							
	15					-0,964							
	90					-4,470							

Tabella 2.15: Valori di M nel SdR assi vento con polo di riduzione baricentrico

N [m ³]													
		β [deg]											
		-90	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	90
α [deg]	-15					-0,024							
	-12.5					-0,074							
	-10					0,550							
	-7.5					-0,190							
	-5					-0,107							
	0	-3,168	5,543	4,405	1,937	-0,640	-1,265	-2,178	-4,276	-4,144	-6,674	-6,077	3,348
	2.5					0,069							
	5					0,016							
	7.5					0,031							
	10					0,019							
	15					0,324							
	90					-0,213							

Tabella 2.16: Valori di N nel SdR assi vento con polo di riduzione baricentrico

Si osserva come la maggior parte dei valori riportati nelle precedenti tabelle sia volta alla caratterizzazione dell'intervallo di piccoli angoli; ciò consente di calcolare accuratamente i parametri di funzionamento del modello nell'intervallo $\alpha, \beta \in [-15^\circ; 15^\circ]$. Di contro, la limitata quantità di valori relativi all'intervallo di grandi angoli comporta una caratterizzazione decisamente più grossolana.

Ciò detto, si procede ora al calcolo dei parametri di cui sopra.

Nell'intervallo di grandi angoli, questi identificano i valori delle azioni aerodinamiche agenti sulla fusoliera in corrispondenza di specifiche orientazioni della stessa, ossia, per angoli di attacco e scivolata laterale pari a 90° . Nell'intervallo di piccoli angoli, essi possono essere suddivisi in due categorie: una definisce, come nel caso precedente, i valori delle azioni aerodinamiche per angoli α e β nulli, mentre la rimanente ne definisce l'andamento in funzione di α , α^2 , β e β^2 , nel relativo intervallo. Il computo di quest'ultima tipologia di parametri richiede l'utilizzo del *Curve Fitting Toolbox*TM di *Matlab*®, strumento che consente di approssimare un gruppo di dati attraverso curve e superfici, impiegando diverse tipologie di funzioni, lineari o non lineari. Il modello matematico sviluppato da Peter D. Talbot richiede un'approssimazione polinomiale, pertanto viene applicata una funzione di interpolazione del tipo [16]:

$$y = \sum_{i=1}^{n+1} p_i x^{n+1-i} \quad (2.37)$$

Il *Curve Fitting Toolbox*TM consente, inoltre, di minimizzare il contributo di eventuali valori anomali attraverso diversi metodi di regressione. Sono disponibili, in particolare, il metodo *LAR*, acronimo di *Least Absolute Residuals*, e il metodo *Bisquare*. Il primo effettua l'approssimazione dei valori di interesse minimizzando le differenze dei residui e, di conseguenza, l'influenza di valori estremi, comunemente definiti *outliers*. Il secondo minimizza la somma ponderata dei quadrati, dove il peso è assegnato a ciascuno dei valori, in funzione della distanza che questi hanno dalla curva che approssima il loro andamento. Ai valori prossimi a tale curva viene assegnato il peso massimo, mentre ai più distanti il peso minimo. Nella maggior parte dei casi è preferibile utilizzare la regressione *Bisquare*, poiché consente di ottenere un andamento che approssima accuratamente i valori di interesse e, contemporaneamente, minimizza l'effetto degli *outliers* [17]. Per tale ragione, quest'ultima metodologia di ottimizzazione viene utilizzata nell'approssimazione dell'andamento delle azioni aerodinamiche.

A titolo esemplificativo, si considera ora il termine di Resistenza (D) riportato nella Tabella 2.11. Coerentemente con quanto riportato nell'articolo di riferimento,

l'andamento in funzione dell'angolo di attacco viene approssimato da un polinomio quadratico, definito dalla relazione:

$$y = p_1 x^2 + p_2 x + p_3 \quad (2.38)$$

Che, declinata al caso particolare, assume la forma:

$$D(\alpha) = D2\alpha^2 + D1\alpha \quad (2.39)$$

Si osserva la presenza dei parametri aerodinamici D2 e D3, la cui definizione è riportata nella Tabella 2.1. Il termine p_3 viene tralasciato, poiché non richiesto per il funzionamento del modello matematico.

Si riportano quindi i risultati delle interpolazioni eseguite sui valori delle azioni aerodinamiche nel sistema di riferimento assi vento, nell'intervallo di piccoli angoli.

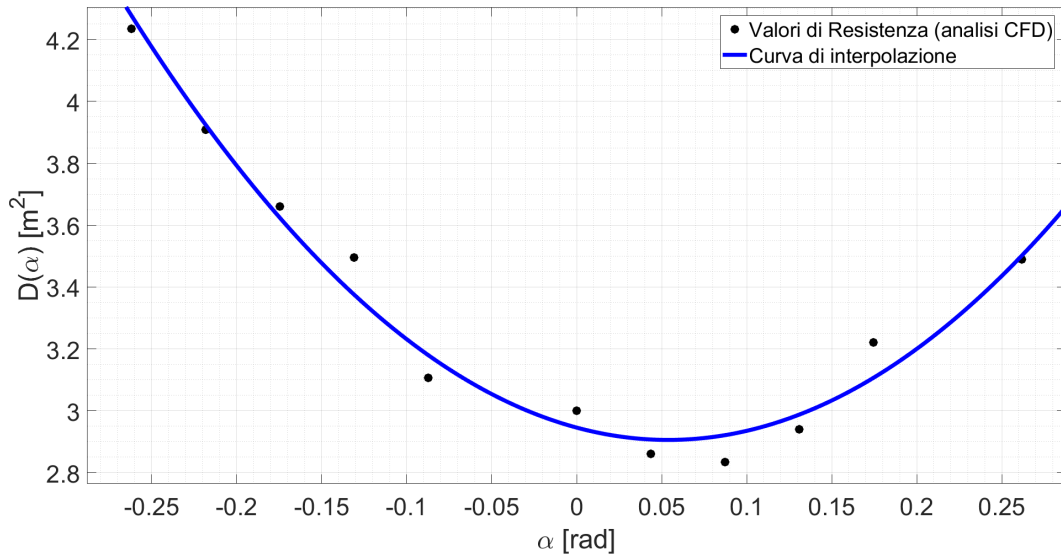
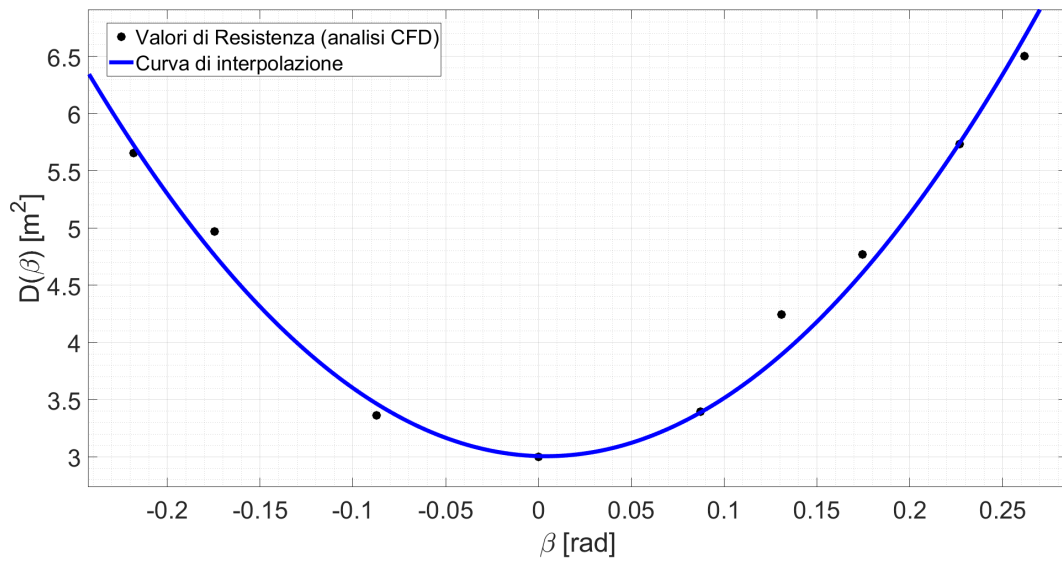
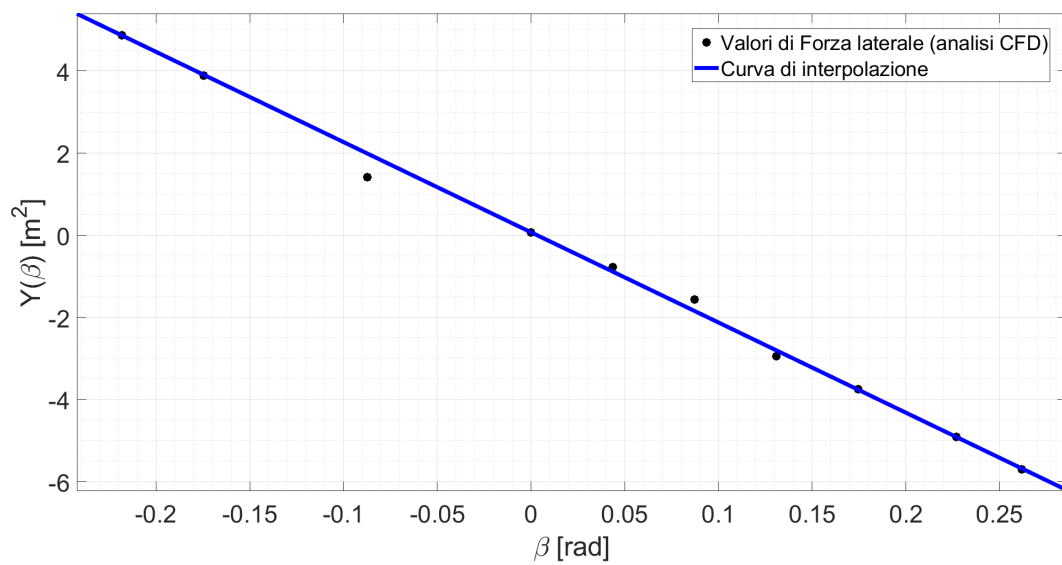
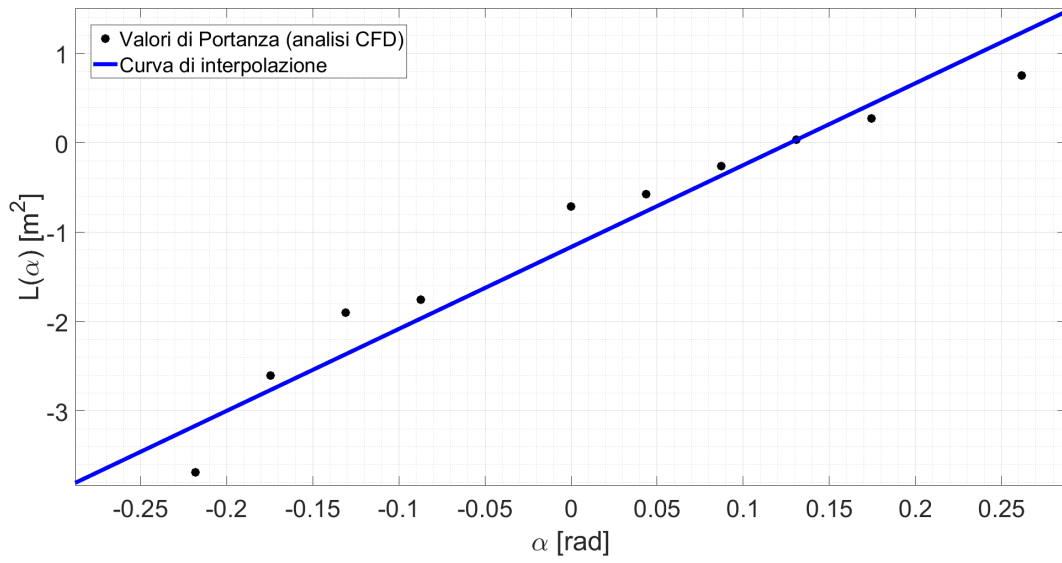
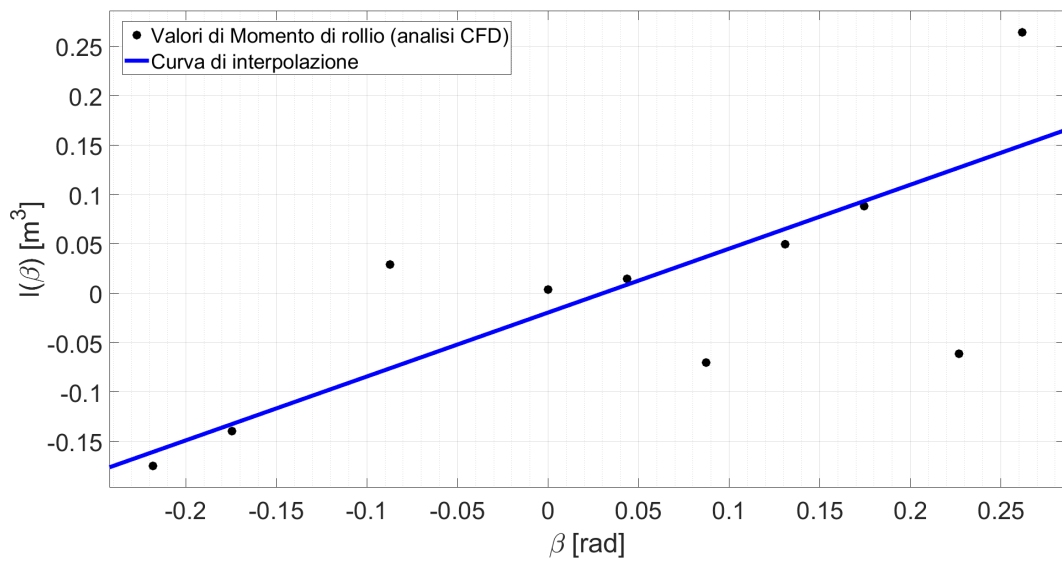


Figura 2.20: Andamento di $D(\alpha)$

Figura 2.21: Andamento di $D(\beta)$ Figura 2.22: Andamento di $Y(\beta)$

Figura 2.23: Andamento di $L(\alpha)$ Figura 2.24: Andamento di $I(\beta)$ con polo di riduzione baricentrico

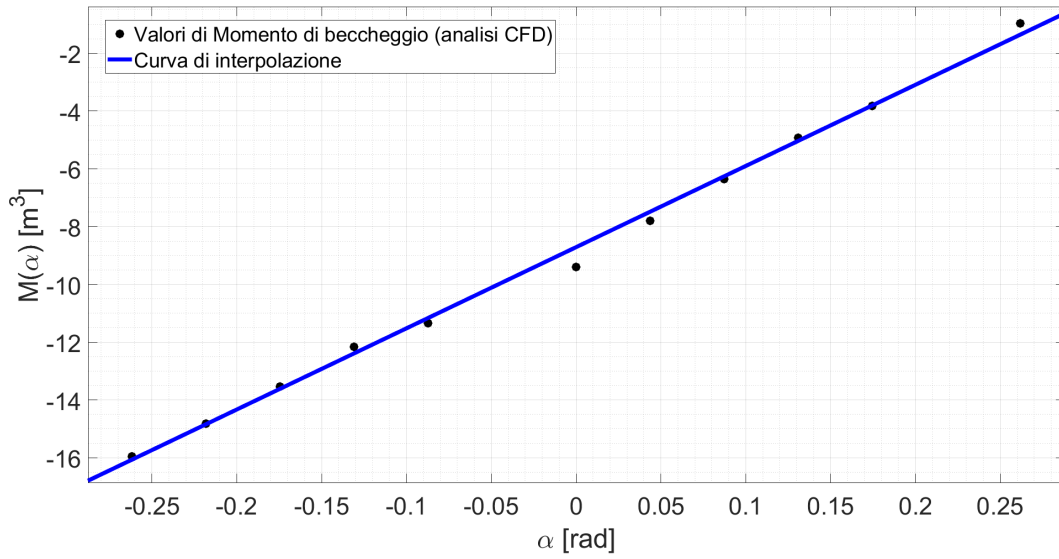


Figura 2.25: Andamento di $M(\alpha)$ con polo di riduzione baricentrico

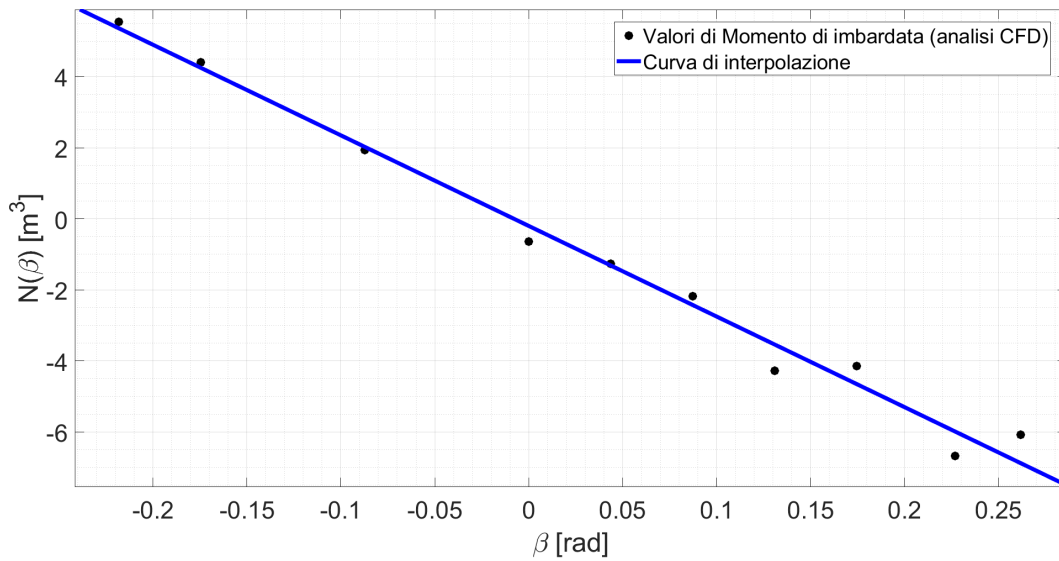


Figura 2.26: Andamento di $N(\beta)$ con polo di riduzione baricentrico

Dai diagrammi sopra riportati si nota che, come riportato nell'articolo di riferimento, l'andamento di D [m²] e delle rimanenti azioni aerodinamiche viene descritto, con buona approssimazione nell'intervallo considerato, da polinomi del secondo e del primo ordine, rispettivamente.

Tuttavia, la quantità di parametri definita dal modello si è rivelata insufficiente per una completa approssimazione del comportamento aerodinamico di fusoliera;

per tale motivo, si è optato per il calcolo di ulteriori parametri e, in particolare, di $Y0$, $YL0$, e $XN0$. Questi consentono di includere componenti di forze e momenti, in corrispondenza di $\alpha, \beta = 0^\circ$, originariamente trascurate.

La presenza di un ulteriore contributo richiede la ri-formulazione di alcune delle relazioni riportate nella Sezione 2.2.2; in particolare:

$$Y(\beta) = q_f \left(\frac{Y|_{\beta=0^\circ}}{q_f} + \frac{dY/q_f}{d\beta} \beta \right) \quad [N] \quad (2.40)$$

$$l(\beta) = q_f \left(\frac{l|_{\beta=0^\circ}}{q_f} + \frac{dl/q_f}{d\beta} \beta \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.41)$$

$$N(\beta) = q_f \left(\frac{N|_{\beta=0^\circ}}{q_f} - \frac{dN/q_f}{d\beta} \beta \right) \quad [N \cdot m] \quad (2.42)$$

Dove:

Parametri di funzionamento ulteriori		
Parametro	Definizione	Unità
Y0	$\frac{Y _{\beta=0^\circ}}{q_f}$	[m ²]
YL0	$\frac{l _{\beta=0^\circ}}{q_f}$	[m ³]
XN0	$\frac{N _{\beta=0^\circ}}{q_f}$	[m ³]

Tabella 2.17: Parametri di funzionamento ulteriori

Si riportano, dunque, i valori dei parametri di funzionamento sopra discussi:

Parametri aerodinamici elicottero civile		
Parametro	Valore	Unità
D0	3.000	[m ²]

Tabella 2.18 continua dalla pagina precedente

D1	-1.486	[m ²]
D2	13.770	[m ²]
D4	23.320	[m ²]
D3	55.090	[m ²]
D5	34.735	[m ²]
XL0	-0.713	[m ²]
XL1	9.163	[m ²]
Y0	0.067	[m ²]
Y1	-21.980	[m ²]
YL0	0.004	[m ²]
YL1	0.647	[m ²]
YL2	-0.345	[m ²]
XM0	-9.398	[m ²]
XM1	28.100	[m ²]
XM2	-4.470	[m ²]
XN0	-0.640	[m ²]
XN1	-25.500	[m ²]
XN2	3.348	[m ²]

Tabella 2.18: Parametri aerodinamici elicottero civile

2.4.2 Confronto Modello matematico - Dati CFD

Con i risultati ottenuti nella fase di simulazione, si procede alla valutazione dell'accuratezza del modello matematico, quando applicato a un elicottero di classe Robinson R22. A tal fine, vengono diagrammati e sovrapposti gli andamenti delle azioni aerodinamiche agenti sulla fusoliera del velivolo, nel sistema di riferimento assi corpo, ottenuti sia attraverso l'applicazione del modello matematico, sia attraverso l'analisi CFD.

Si ricorda che F_x, F_z e M_y , dipendenti esclusivamente da α , sono stati diagrammati in corrispondenza di $\beta = 0^\circ$, mentre F_y, M_x e M_z , dipendenti esclusivamente da β , sono stati diagrammati in corrispondenza di $\alpha = 0^\circ$.

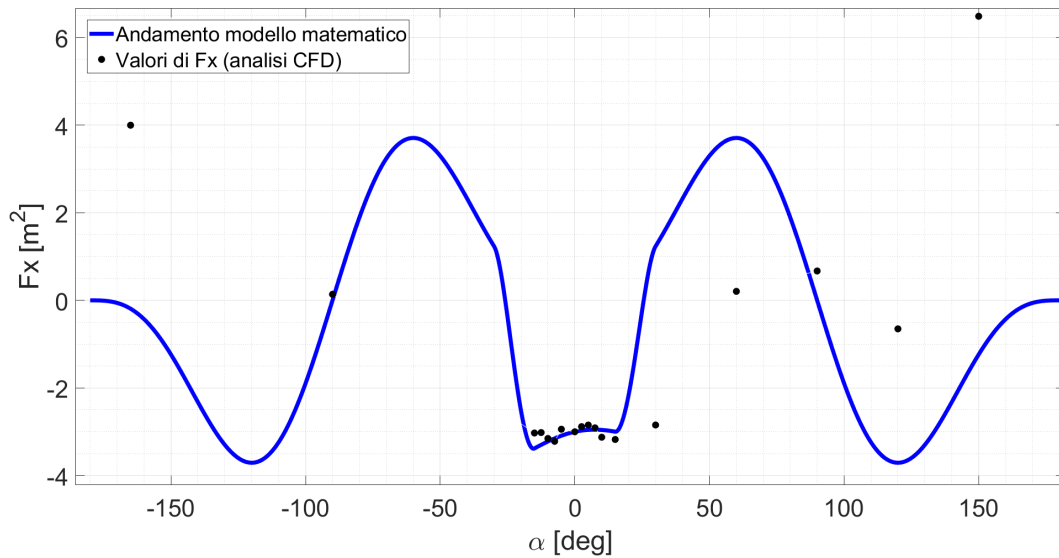
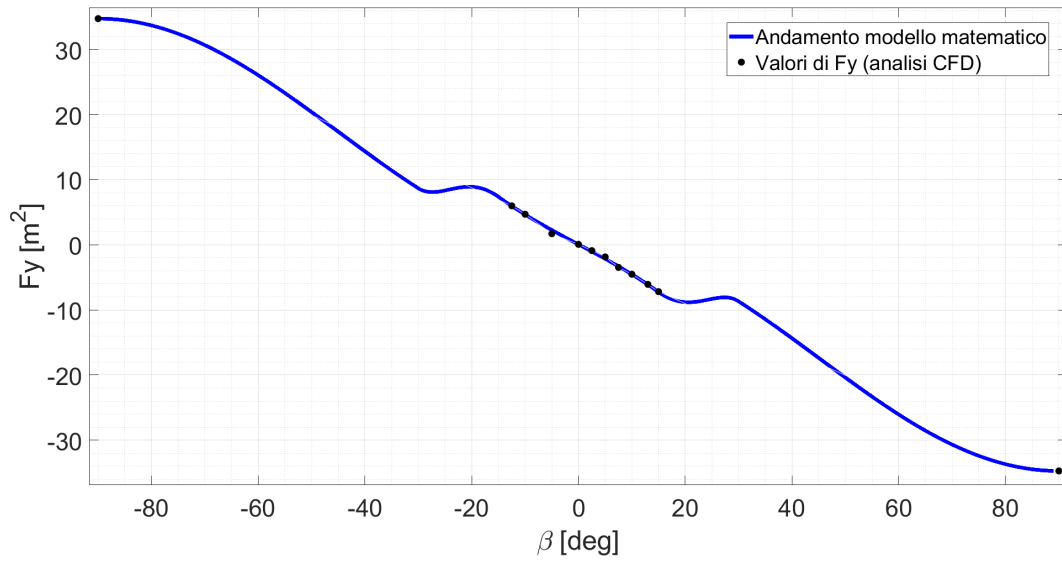
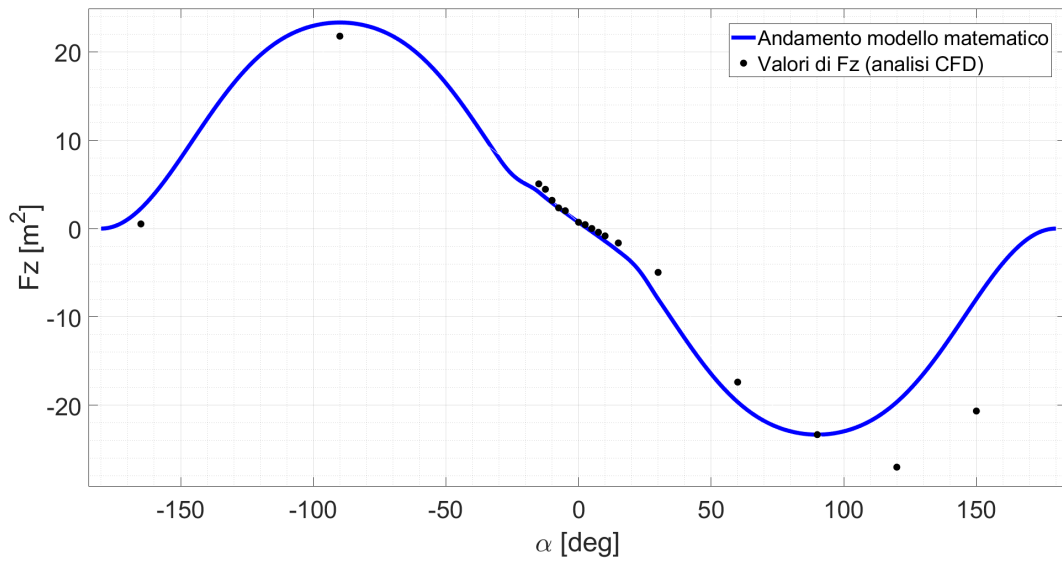


Figura 2.27: Confronto su $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpo

Figura 2.28: Confronto su $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpoFigura 2.29: Confronto su $F_z(\alpha)$ SdR assi corpo

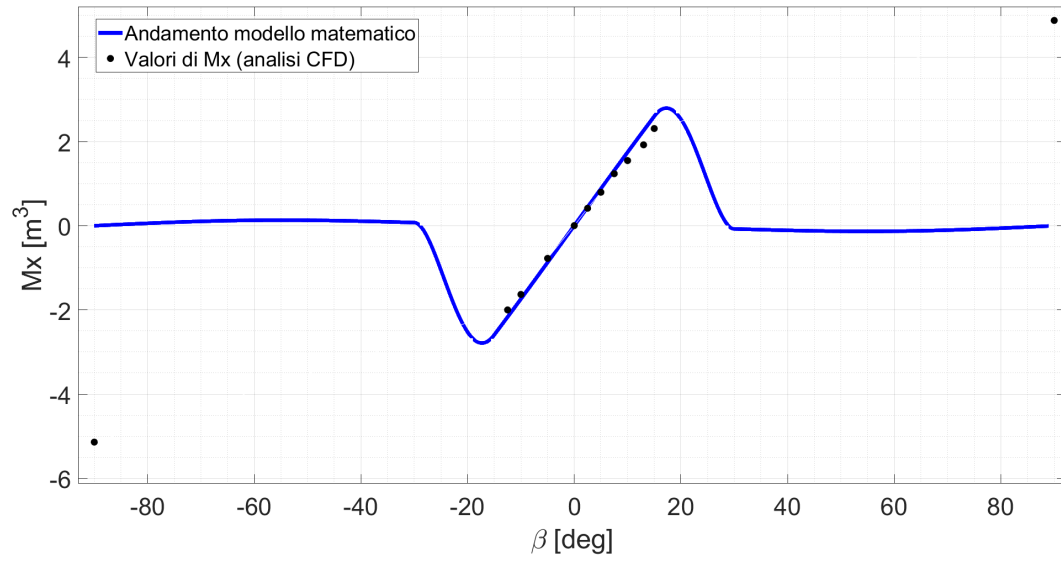


Figura 2.30: Confronto su $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

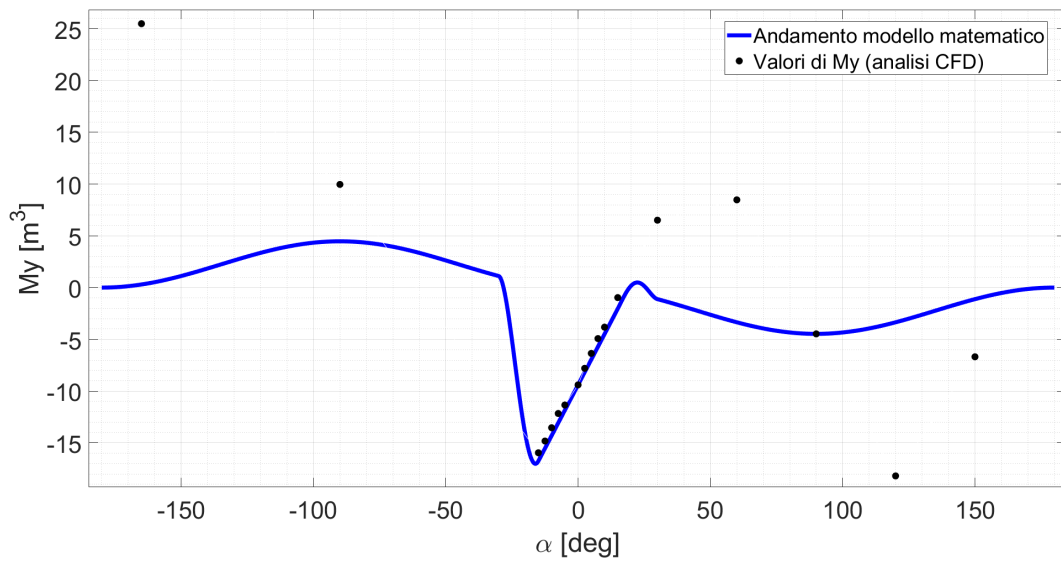


Figura 2.31: Confronto su $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

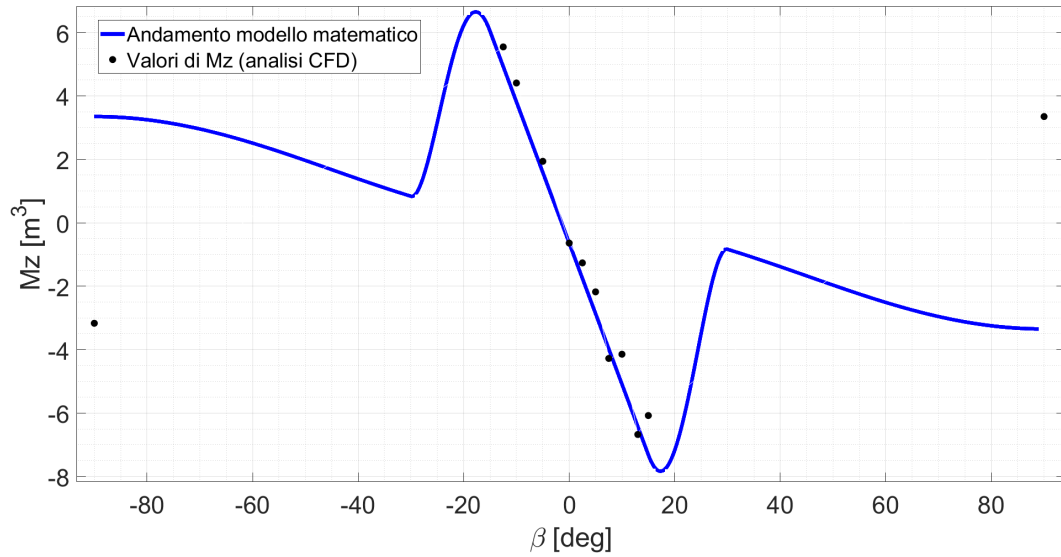


Figura 2.32: Confronto su $M_z(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

Come si può notare, nell'intervallo di piccoli angoli, il modello matematico è in grado di approssimare in maniera relativamente accurata l'andamento delle azioni aerodinamiche derivanti dall'analisi CFD. Questo è da attribuirsi alla grande quantità di parametri di funzionamento, utilizzabili dai sistemi di equazioni derivati da Peter D. Talbot, nel caso $\alpha, \beta \in [-15^\circ; 15^\circ]$.

Per contro, nell'intervallo di grandi angoli e nell'intervallo di transizione, l'approssimazione risulta molto imprecisa, se non del tutto errata. Si ritiene che tale inaccuratezza possa essere attribuita al numero limitato di parametri aerodinamici utilizzabili nell'intervallo in questione, ma anche a causa dell'ipotesi semplificativa con la quale vengono considerate le azioni aerodinamiche agenti sulla fusoliera, variabili in funzione del solo angolo di attacco o del solo angolo di scivolata laterale.

Per tale motivo, il capitolo seguente viene dedicato allo sviluppo di un modello più accurato, da poter utilizzare come sotto-sistema per il modello dell'elicottero complessivo.

Modello numerico proposto

Nel capitolo precedente, il modello matematico sviluppato da Peter D. Talbot è stato implementato nell'ambiente *Simulink*® di *Matlab*®. Questo, per poter operare correttamente, necessita di un insieme di parametri, calcolabili attraverso un'operazione di *best fitting* dei dati forniti dall'analisi computazionale. Dopo aver riportato un'applicazione puramente esemplificativa, il modello matematico viene applicato alla fusoliera di un elicottero civile di tipo Robinson R22, allo scopo di caratterizzarne il comportamento dinamico. Infine, nella Sezione 2.4.2, si dimostra che tale modello risulta non idoneo alla particolare applicazione, in quanto incapace di approssimare accuratamente i dati sperimentali.

Nel tentativo di ottenere un'approssimazione più accurata, si è optato per lo sviluppo di un nuovo modello.

3.1 Interpolazione dei dati CFD

Nel modello di fusoliera qui sviluppato, i valori delle azioni aerodinamiche vengono interpolati in maniera diretta, attraverso l'utilizzo delle tabelle di interpolazione introdotte nella Sezione 2.2.4. Tale soluzione, meno elegante rispetto alla precedente, consente di caratterizzare eccellentemente il comportamento aerodinamico del corpo; tuttavia, essa deve garantire alcune caratteristiche fondamentali. In primo luogo, è desiderabile che il nuovo modello risulti semplice e computazionalmente poco gravoso. Inoltre, l'analisi di stabilità statica condotta nel Capitolo 4 neces-

sita che, gli andamenti delle azioni aerodinamiche generati dal modello numerico risultino "morbidi" e, soprattutto, privi di discontinuità.

Nel tentativo di garantire tali peculiarità, sono state esaminate diverse metodologie di interpolazione monodimensionale a disposizione dello strumento *InterpI*TM di *Matlab*® [18], quali *pchip* (Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial) [19], [20], *spline* (Cubic Spline Interpolation) [21] e *makima* (Modified Akima Piecewise Cubic Hermite Interpolation) [22], [23]. Queste implementano la spline cubica di Hermite in forme differenti, condizione che porta ai diversi comportamenti dell'interpolante, visibili nelle figure sottostanti [24]. Si riportano, dunque, a titolo puramente esplicativo, due esempi nei quali le funzioni sopra citate vengono applicate, con lo scopo di interpolare due gruppi di dati aventi diversa distribuzione: pseudo-piatta la prima, oscillante la seconda.

Come si può notare nella Figura 3.1, *pchip* e *makima*, tra loro molto simili, approssimano accuratamente e senza oscillazioni la distribuzione di dati con andamento a tratti piatto, contrariamente alla funzione *spline*. Di contro, la distribuzione oscillante riportata nella Figura 3.2 viene meglio approssimata dalle funzioni *spline* e *makima*, mentre *pchip* risulta meno accurata, se non del tutto errata [25].

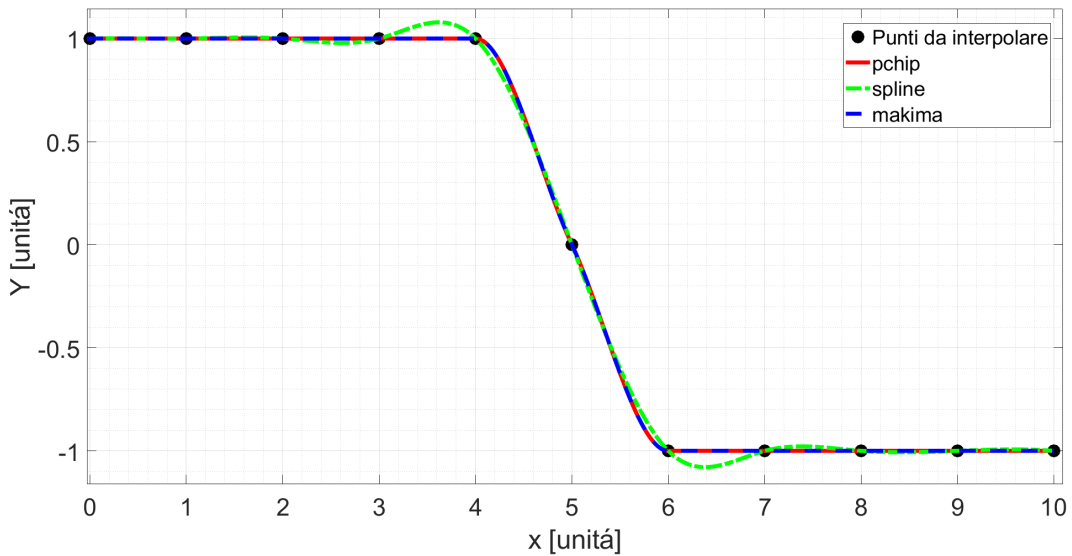


Figura 3.1: Esempio di interpolazione monodimensionale - distribuzione piatta

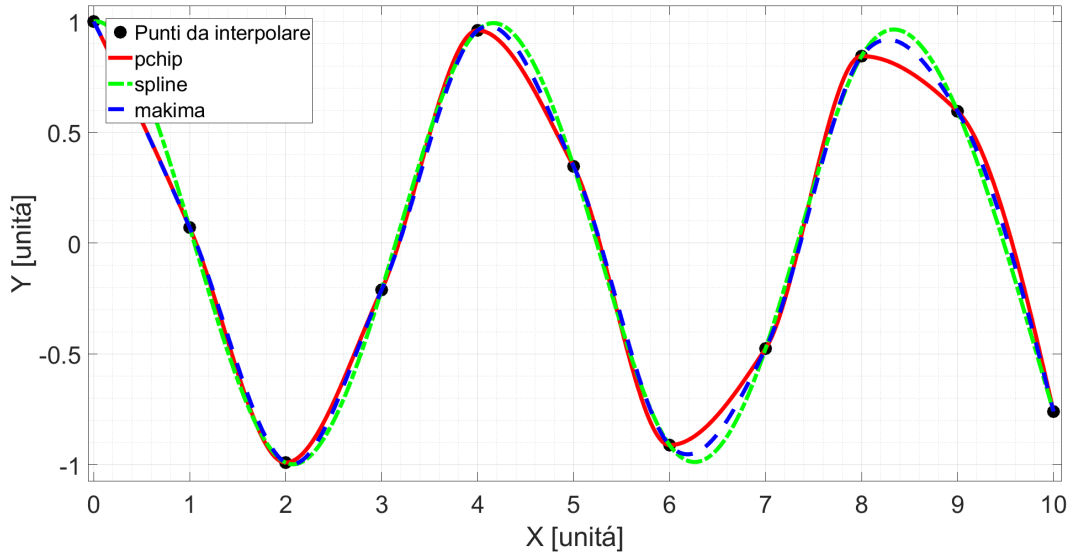


Figura 3.2: Esempio di interpolazione monodimensionale - distribuzione cosinusoidale

Data la versatilità della funzione *makima*, essa viene scelta per le operazioni di interpolazione necessarie alla realizzazione del modello di fusoliera proposto. L'accuratezza con la quale questa approssima i valori derivanti dall'analisi CFD aumenta all'aumentare del numero di valori stessi. Come si può notare nelle tabelle riportate nel Paragrafo 2.4, la quantità di dati disponibili è limitata a un numero ristretto di orientazioni della fusoliera nel flusso asintotico. Per dare maggiore supporto alla funzione dei interpolazione, si è optato per il calcolo del valore delle azioni aerodinamiche, anche per orientazioni intermedie del corpo rispetto a quelle già fornite dall'analisi computazionale. Si consideri, per esempio, la forza F_x ; il valore che essa assume in corrispondenza di $\alpha = 180^\circ$, originariamente non fornito, è calcolato ipotizzando lineare l'andamento della forza tra gli angoli $\alpha = 150^\circ$ e $\alpha = -165^\circ$.

In seguito, si riportano i valori delle forze e dei momenti aerodinamici, calcolati e utilizzati nella generazione del modello di fusoliera, esclusivamente in funzione dell'angolo rispetto al quale sono dipendenti. In particolare, si considerano F_x, F_z e M_y , α -dipendenti e calcolati in corrispondenza di β nulli, mentre si considerano F_y, M_x e M_z , β -dipendenti e calcolati in corrispondenza di α nulli.

Si ricorda che questi sono normalizzati rispetto alla pressione dinamica e moltiplicati per un fattore numerico incognito al lettore.

$F_x [m^2]$														
$\alpha [deg]$														
-165	-90	-15	-10	-5	0	5	15	30	60	90	120	150	165	180
-4.00	-0.14	3.03	3.15	2.94	3.00	2.85	3.18	2.85	-0.21	-0.67	0.65	-6.49	-5.66	-4.83

Tabella 3.1: Valori di $F_x(\alpha)$ nel SdR assoluto

$F_y [m^2]$														
$\beta [deg]$														
-90	-60	-30	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	15	30	60	90
34.74	23.60	12.47	5.98	4.69	1.70	0.07	-0.89	-1.86	-3.48	-4.52	-7.19	-12.70	-23.72	-34.74

Tabella 3.2: Valori di $F_y(\beta)$ nel SdR assoluto

$F_z [m^2]$														
$\alpha [deg]$														
-165	-90	-15	-10	-5	0	5	15	30	60	90	120	150	165	180
-0.53	-21.78	-5.06	-3.20	-2.02	-0.71	-0.01	1.63	4.96	17.38	23.32	27.00	20.65	13.591	6.53

Tabella 3.3: Valori di $F_z(\alpha)$ nel SdR assoluto

M _x [m ³]															
α [deg]															
-90	-60	-30	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	30	60	90
-40.10	-26.81	-13.54	-5.79	-4.48	-1.44	-0.10	0.74	1.61	3.27	4.30	5.95	6.99	13.61	26.86	40.10

Tabella 3.4: Valori di $M_x(\beta)$ nel SdR assoluto con polo di riduzione coincidente con l'origine della terna

$M_y [m^3]$														
$\alpha [deg]$														
-165	-90	-15	-10	-5	0	5	15	30	60	90	120	150	165	180
21.49	59.02	-0.58	-2.21	-2.96	-3.89	-2.63	-0.53	-1.00	-31.08	-58.07	-78.40	-61.80	-34.04	-6.27

Tabella 3.5: Valori di $M_y(\alpha)$ nel SdR assoluto con polo di riduzione coincidente con l'origine della terna

M_z [m ³]															
β [deg]															
-90	-60	-30	-12.5	-10	-5	0	2.5	5	7.5	10	13	15	30	60	90
81.79	53.20	24.61	7.93	6.16	1.88	0.76	-0.78	-2.02	-3.62	-6.12	-7.11	-10.23	-24.54	-53.17	-81.79

Tabella 3.6: Valori di $M_z(\beta)$ nel SdR assoluto con polo di riduzione coincidente con l'origine della terna

Prendendo ora in considerazione l'andamento della forza longitudinale in assi strutturali, si osserva come l'approssimazione dei dati derivanti dall'analisi CFD, ottenuta attraverso il modello numerico, risulti decisamente migliore rispetto a quanto ottenuto nella Sezione 2.4.2.

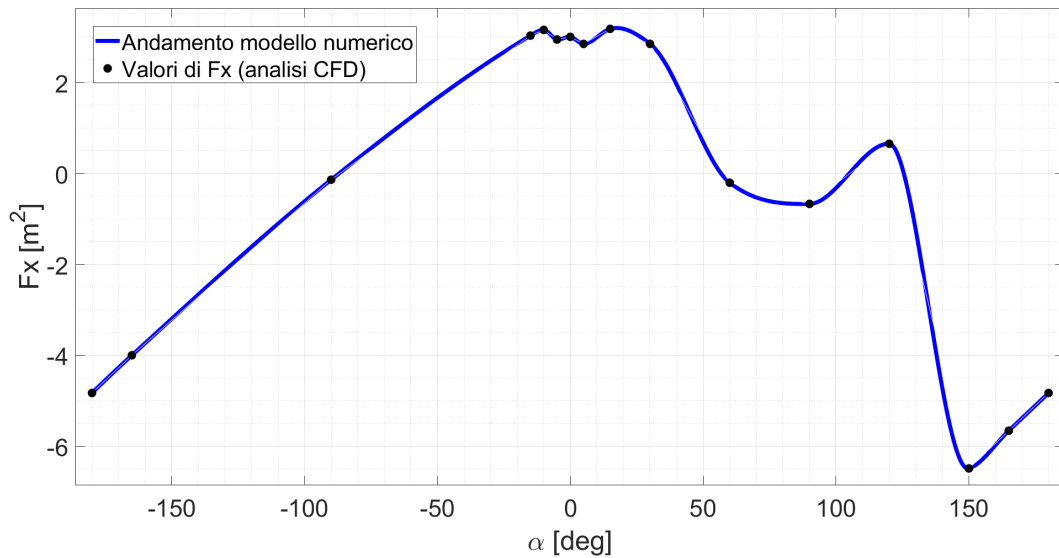


Figura 3.3: Andamento di $F_x(\alpha)$ nel SdR assoluto

3.2 Verifica della continuità di funzione

Si vuole ora verificare che le curve ottenute attraverso l'applicazione del modello risultino continue. Ancora in relazione a F_x e, attraverso la funzione *diff* di *Matlab*®, viene diagrammato l'andamento della relativa derivata prima, calcolata rispetto all'angolo di attacco [26]. Come confermato dalla curva blu presente nella figura sottostante, in corrispondenza di $\alpha = \pi$, si riscontra una discontinuità di prima specie attribuibile alla presenza della funzione *arctangente2*, con la quale è definito

l'angolo di attacco stesso (Sezione 2.1.4). Nello stesso diagramma, la curva rossa rappresenta il modo in cui la discontinuità viene risolta.

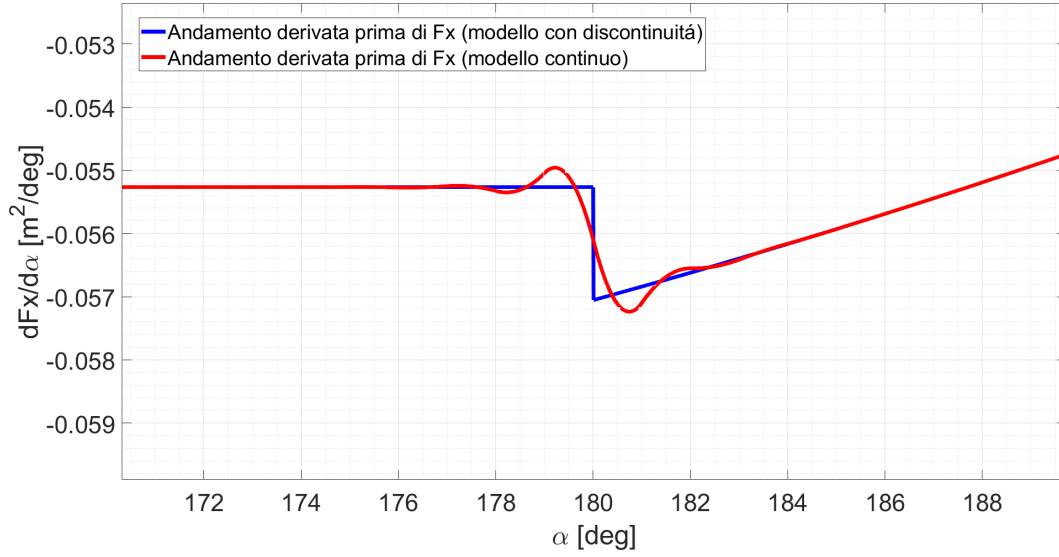


Figura 3.4: Confronto tra derivate prime di $F_x(\alpha = \pi)$ nel SdR assoluto

La curva priva di discontinuità è ottenuta intergendo il modello di fusoliera con un codice *Matlab*®, riportato in Appendice 5, che esegue tre operazioni principali; nella prima di esse, i valori dell'azione aerodinamica riportati nella Tabella 3.1 vengono interpolati attraverso la funzione *makima*. L'output generato in questa fase è costituito da 360 valori per la forza aerodinamica, uno per ogni α intero compreso nell'intervallo $[-180^\circ; 180^\circ]$.

Nella seconda operazione, il risultato viene ulteriormente manipolato attraverso l'applicazione di un filtro Savitzky-Golay, che consente di regolarizzare la curva ottenuta senza distorcerne l'andamento [27]. Nell'ultima operazione, attraverso l'utilizzo delle differenze finite, vengono calcolati i valori della derivata destra e sinistra rispetto al punto $\alpha = \pi$, come anche il valore medio tra le due.

$$\left. \frac{dF_x(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi^-} \simeq \frac{F_x(-180^\circ) - F_x(-179^\circ)}{-180^\circ - (-179^\circ)} = -0.0569 \quad [m^2/deg] \quad (3.1)$$

$$\left. \frac{dF_x(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi^+} \simeq \frac{F_x(180^\circ) - F_x(179^\circ)}{180^\circ - (179^\circ)} = -0.0553 \quad [m^2/deg] \quad (3.2)$$

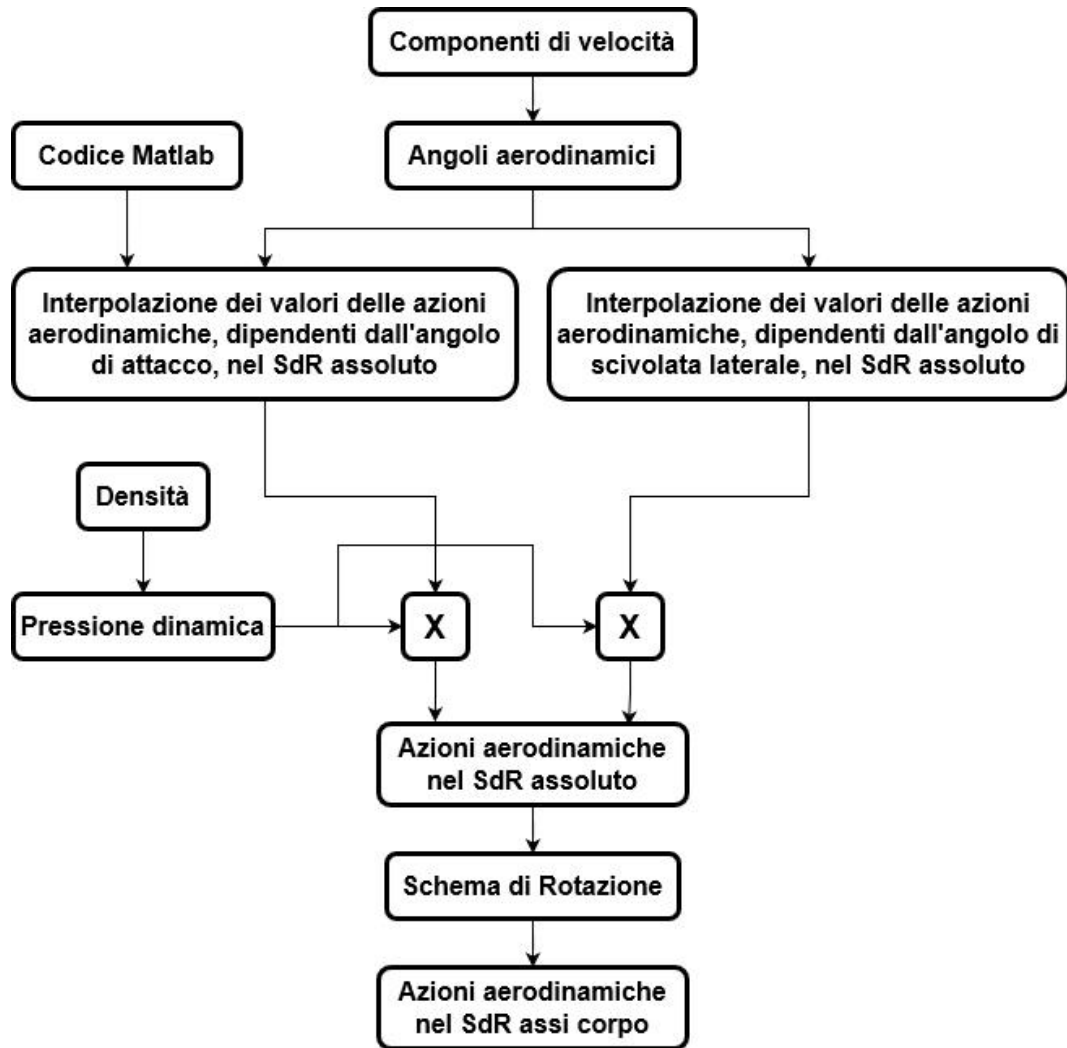
$$\left. \frac{dF_x(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi} = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{dF_x(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi^-} + \left. \frac{dF_x(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\pi^+} \right) = -0.0561 \quad [m^2/deg] \quad (3.3)$$

Gli attuali 360 valori della forza aerodinamica considerata, insieme al valore della media delle derivate appena calcolato, vengono utilizzati dal modello *Simulink*® di fusoliera per un'ulteriore operazione di interpolazione. In questo caso, tuttavia, la funzione *makima* viene sostituita dalla funzione *spline*. Tale funzione, se utilizzata in una particolare configurazione, permette di generare curve di classe C_∞ , risolvendo, di fatto, la discontinuità.

Si vuole far notare come quanto appena discusso venga applicato esclusivamente alle azioni aerodinamiche α -dipendenti, a causa della presenza della funzione arcotangente². Nel caso delle azioni aerodinamiche dipendenti dall'angolo di scivolata laterale, il relativo andamento viene generato interpolando direttamente i valori forniti nelle precedenti tabelle, utilizzando una funzione di tipo *makima*.

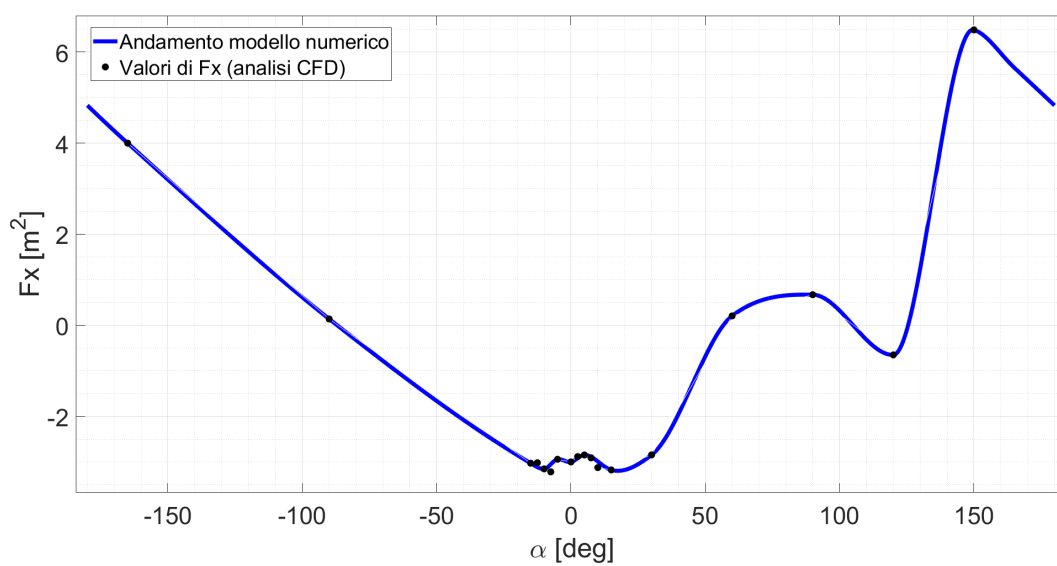
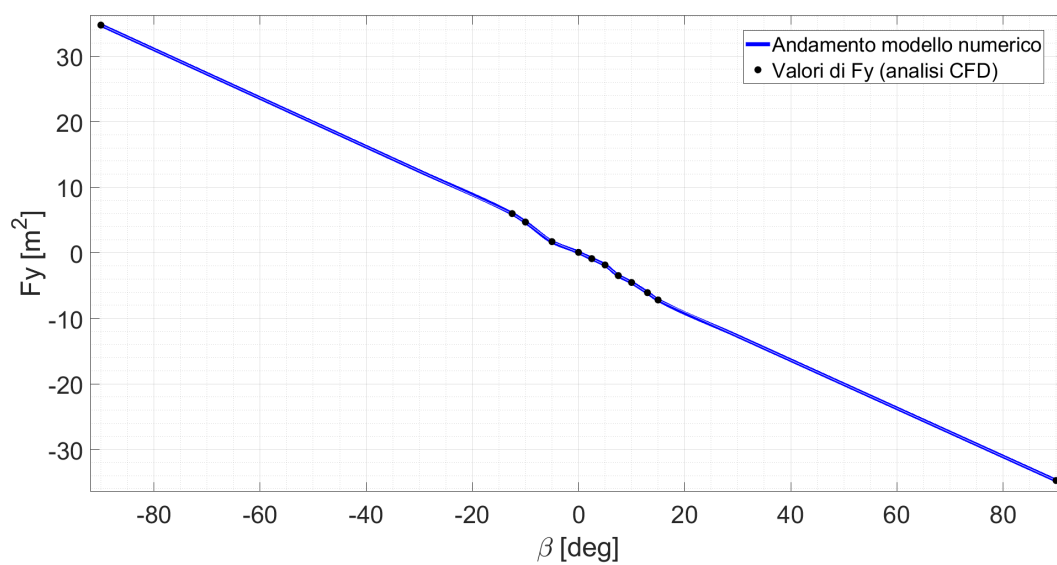
3.3 Confronto Modello numerico - Dati CFD

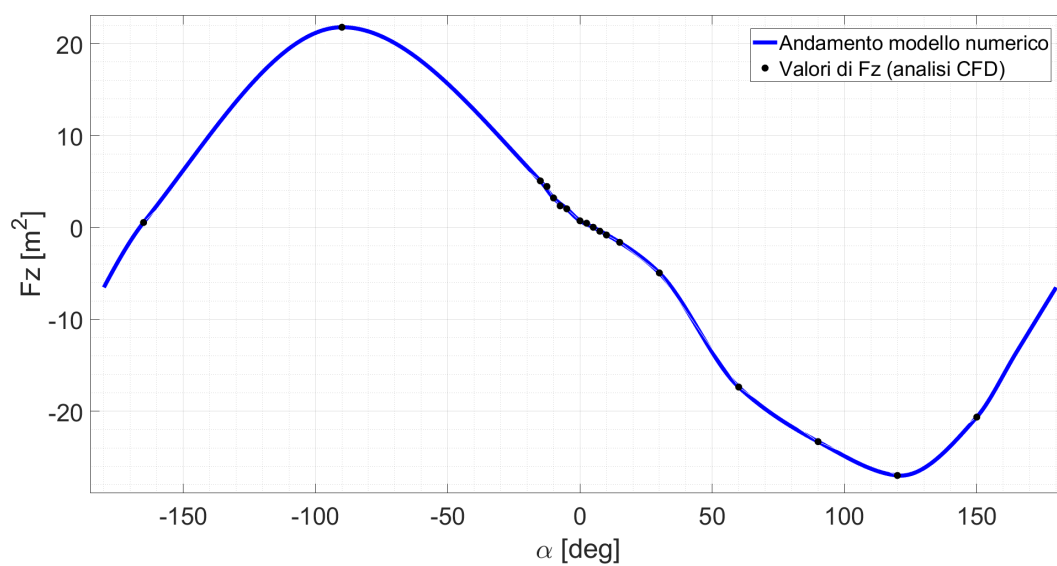
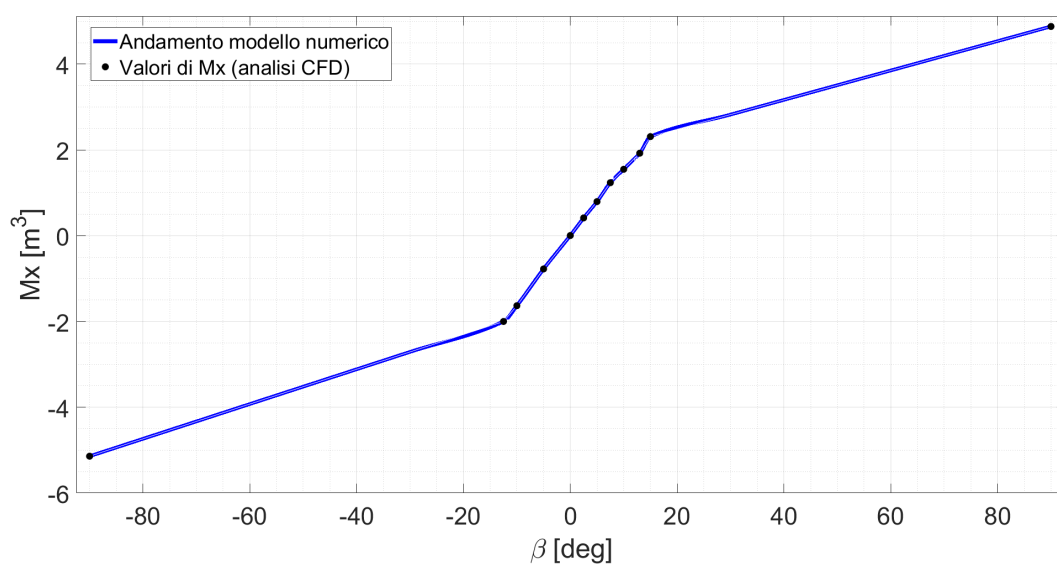
Una volta effettuate le operazioni di interpolazione, il modello *Simulink*® procede alla rotazione dei risultati in assi corpo e alla traslazione del polo di riduzione in corrispondenza del baricentro. Per una migliore comprensione, si riporta lo schema logico con il quale il modello appena sviluppato viene implementato nell'ambiente di simulazione.

Figura 3.5: Schema *Simulink*® del modello numerico di fusoliera

In seguito, vengono diagrammati e sovrapposti gli andamenti delle azioni aerodinamiche agenti sulla fusoliera del velivolo, ottenuti sia attraverso l'applicazione del modello numerico appena sviluppato, sia attraverso l'analisi CFD.

Si ricorda che F_x, F_z e M_y , dipendenti esclusivamente da α , sono stati diagrammati in corrispondenza di $\beta = 0^\circ$, mentre F_y, M_x e M_z , dipendenti esclusivamente da β , sono stati diagrammati in corrispondenza di $\alpha = 0^\circ$.

Figura 3.6: Confronto su $F_x(\alpha)$ nel SdR assi corpoFigura 3.7: Confronto su $F_y(\beta)$ nel SdR assi corpo

Figura 3.8: Confronto $F_z(\alpha)$ nel SdR assi corpoFigura 3.9: Confronto su $M_x(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

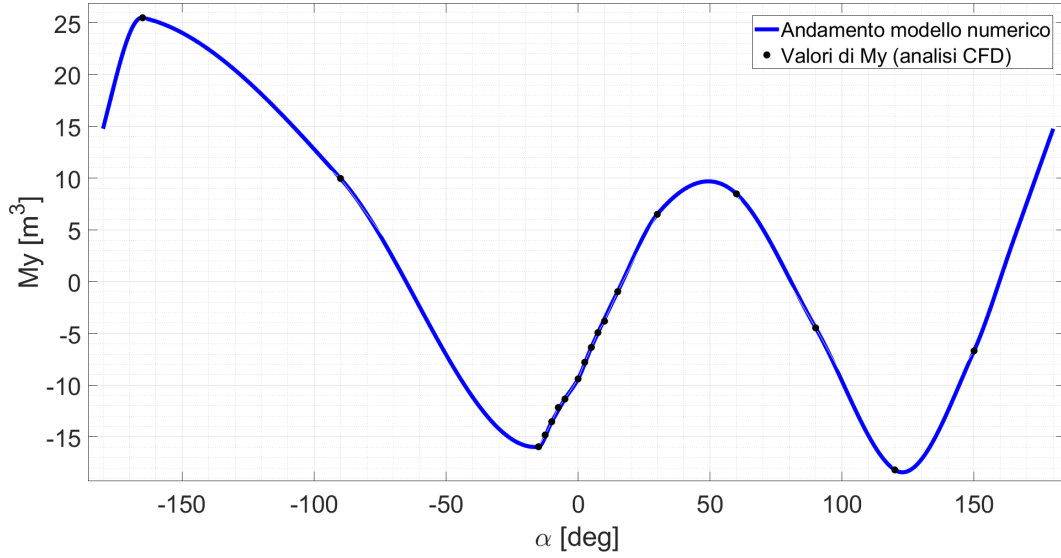


Figura 3.10: Confronto su $M_y(\alpha)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

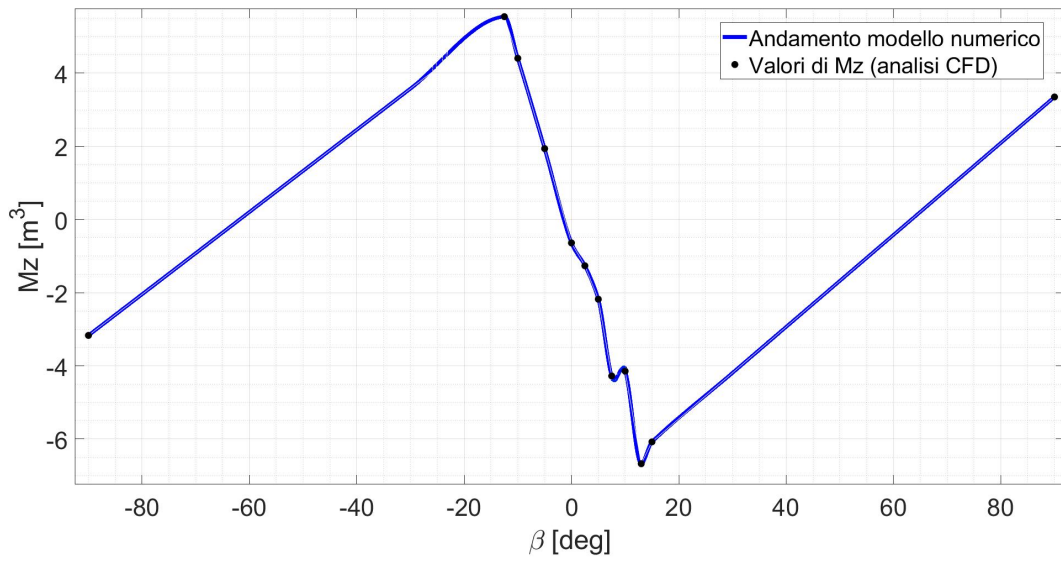


Figura 3.11: Confronto su $M_z(\beta)$ nel SdR assi corpo con polo di riduzione baricentrico

Nonostante le piccole oscillazioni introdotte dalla funzione *spline* in corrispondenza di $\alpha = \pi$, si ritiene che il modello numerico, realizzato appositamente per la fusoliera dell'elicottero civile, sia molto accurato nella rappresentazione del comportamento aerodinamico della stessa.

Studio di stabilità statica

4.1 Considerazioni preliminari

Lo studio di stabilità statica di un velivolo permette, attraverso la risoluzione delle equazioni del moto, di valutare la capacità dello stesso di recuperare un precedente assetto di equilibrio, una volta esaurito l'effetto di un disturbo. Quando la posizione di equilibrio viene perturbata, a seguito di una raffica di vento che varia l'angolo di attacco o di scivolata laterale, le azioni aerodinamiche agenti sul corpo variano a loro volta. Qualora la nuova configurazione di volo comportasse un'ulteriore variazione degli angoli aerodinamici, il velivolo si allontanerebbe progressivamente dall'assetto di equilibrio iniziale risultando, perciò, *staticamente instabile*. Nel caso in cui, invece, a seguito di una perturbazione, sul corpo si generassero forze e momenti tali da riportarlo nella configurazione di equilibrio precedenti la perturbazione, questo si definirebbe *staticamente stabile* [28].

La caratterizzazione del comportamento aerodinamico risulta quindi di fondamentale importanza in questa tipologia di analisi, sia essa derivata da equazioni analitiche, che da approssimazioni numeriche. In genere, le forze e i momenti agenti su di un corpo in volo sono funzioni non semplici della configurazione di moto; in un dato istante, esse possono essere calcolate in maniera approssimativa, previa conoscenza dei valori istantanei della velocità del vento relativo e degli angoli di assetto. Le equazioni del moto di un velivolo soggetto a tali azioni sono non lineari e accoppiate; per tale motivo, possono essere risolte solamente numericamente.

Le operazioni di linearizzazione del sistema sono di notevole aiuto, ma risultano valide solamente in condizioni di piccole perturbazioni intorno a una data condizione di equilibrio.

Dal punto di vista operativo, l'analisi di stabilità statica dell'elicottero considerato nell'elaborato è stata possibile grazie a un simulatore messo a disposizione dall'*Università di Bologna*, all'interno del quale sono contenuti i modelli *Simulink*® di tutti i sotto-sistemi necessari all'operatività del velivolo, dalla sua aerodinamica fino al controllo. Nel simulatore viene implementato anche il modello relativo all'aerodinamica di fusoliera sviluppato nel Capitolo 3.

4.2 Linearizzazione del modello

Il sistema di equazioni lineari che descrive il moto di corpo rigido del velivolo, per un'assegnata condizione di equilibrio, può quindi essere scritto nella forma [8]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (4.1)$$

Il vettore di stato \mathbf{x} e il vettore di controllo \mathbf{u} sono generalmente scritti nella forma:

$$\mathbf{x} = [u_B, w_B, q_B, \theta, v_B, p_B, \phi, r_B]^T, \quad \mathbf{u} = [\delta_c, \delta_e, \delta_a, \delta_p]^T \quad (4.2)$$

Considerata la condizione di volo avanzato stazionaria e rettilinea in direzione del Nord, l'evoluzione temporale di x_E, y_E, z_E e ψ generalmente presente nel vettore di stato, può essere omessa. Le componenti del vettore di controllo rappresentano, invece, il contributo del collettivo principale, del ciclico longitudinale, del ciclico laterale e del collettivo di coda, rispettivamente.

Le derivate di stabilità vengono quindi calcolate utilizzando la *teoria delle piccole perturbazioni* [29]. Questa ipotizza che il moto complessivo del corpo sia il ri-

sultato di un contributo stazionario relativo al velivolo equilibrato e di un contributo di perturbazione:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_e + \delta \mathbf{x}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_e + \delta \mathbf{u} \quad (4.3)$$

dove il vettore di stato e di controllo in condizioni di *trim* sono definiti come:

$$\mathbf{x}_e = [U_e, W_e, Q_e, \Theta_e, V_e, P_e, \Phi_e, R_e]^T, \quad \mathbf{u}_e = [\Delta_c, \Delta_e, \Delta_a, \Delta_p]^T \quad (4.4)$$

Dal punto di vista computazionale, le derivate aerodinamiche vengono calcolate numericamente attraverso l'applicazione delle differenze finite, approccio forzato dalla complessità del sistema. Le relazioni analitiche presenti in letteratura descrivono, per la maggior parte, il comportamento del rotore principale, essendo questo il componente che influenza maggiormente la dinamica di un elicottero.

Tuttavia, il velivolo è costituito da molteplici sotto-sistemi, quali il rotore principale, il rotore di coda, la fusoliera e le superfici di controllo. Il comportamento aerodinamico di ognuno di essi viene descritto da uno specifico modello, ma le derivate di stabilità vengono calcolate in relazione al sistema complessivo. Sviluppare una formulazione analitica per quest'ultimo caso risulta difficoltoso, se non del tutto infattibile, fattore che esclude la possibilità di effettuare operazioni di derivazione; l'utilizzo delle differenze finite permette di aggirare il problema.

4.3 Risultati numerici

Una volta implementato il sotto-sistema di fusoliera, si procede allo svolgimento della simulazione. Assegnate le condizioni di volo in atmosfera standard, il simulatore utilizza il sotto-sistema di controllo per ricavare i vettori di stato e controllo in condizioni di *trim*. Tale sotto-sistema agisce sul vettore di controllo, variando i comandi di collettivo principale e ciclico longitudinale, fino a quando la velocità istantanea risulta pari alla velocità imposta, o meglio, quando la differenza tra le

due raggiunge un valore arbitrariamente piccolo che, nel caso studio, è stato scelto pari a circa 10^{-7} . Lo stesso dicasi per la quota. Al tendere dei residui al valore nullo, viene raggiunta la condizione di equilibrio e, in corrispondenza di quest'ultima, il simulatore ricava \mathbf{x}_e e \mathbf{u}_e .

Le componenti dei vettori di stato e controllo nella condizione di equilibrio vengono quindi perturbate numericamente una ad una, di una quantità pari a 0.02 [m/s] se si tratta di velocità, [rad/s] se si tratta di velocità angolari, [rad] se si tratta di angoli o controlli. È possibile ora applicare il metodo delle differenze finite.

Le derivate di stabilità vengono valutate per due diverse configurazioni; una nella quale si considera l'elicottero nel suo complesso e una nella quale viene considerato solamente il sotto-sistema di fusoliera. In tal modo, è possibile valutare l'impatto di quest'ultima sull'aerodinamica del velivolo.

Viene calcolato un totale di 60 derivate di stabilità in forma semi-normalizzata, della quale si riportano alcuni esempi:

$$X_u = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial u} \quad (4.5)$$

$$L'_p = \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial L}{\partial p} + \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{xz} - I_{xz}^2} \frac{\partial N}{\partial p} \quad (4.6)$$

$$N'_r = \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial L}{\partial r} + \frac{I_{zz}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \frac{\partial N}{\partial r} \quad (4.7)$$

I risultati dell'analisi sono riportati nelle tabelle sottostanti per la condizione di hover e per una condizione di crociera a elevata velocità; nel primo caso viene imposta una velocità di avanzamento nulla, mentre nel secondo caso viene imposta una velocità di avanzamento pari alla massima velocità di crociera del velivolo considerato, fissato a circa 180 [km/h].

Derivate di stabilità - Condizione di hover			
Derivata	Fusoliera	Elicottero	Unità
X_u	-1.4902	-15.5642	$[s^{-1}]$
Y_u	0.0515	15.3515	$[s^{-1}]$
Z_u	16.7213	2.9017	$[s^{-1}]$
L'_u	0.0032	3.1623	$[(m \cdot s)^{-1}]$
M_u	-0.5804	23.8174	$[(m \cdot s)^{-1}]$
N'_u	-0.4963	-68.8952	$[(m \cdot s)^{-1}]$
X_v	0.0105	-1.2514	$[s^{-1}]$
Y_v	-12.4797	-32.9898	$[s^{-1}]$
Z_v	1.8194	-3.7166	$[s^{-1}]$
L'_v	5.4796	-8.8651	$[(m \cdot s)^{-1}]$
M_v	0.8269	13.5067	$[(m \cdot s)^{-1}]$
N'_v	-12.1461	26.4202	$[(m \cdot s)^{-1}]$
X_w	-0.0277	-6.5724	$[s^{-1}]$
Y_w	-0.0146	-6.7464	$[s^{-1}]$
Z_w	-4.7940	-224.9908	$[s^{-1}]$
L'_w	-9.048e-04	-0.9952	$[(m \cdot s)^{-1}]$
M_w	-2.1791	-8.7877	$[(m \cdot s)^{-1}]$
N'_w	0.1408	-1.1652	$[(m \cdot s)^{-1}]$
X_p	0.0114	-123.8589	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
Y_p	0.0060	-324.8277	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
Z_p	1.9679	-2.7099	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
L'_p	3.714e-04	-377.7703	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
M_p	0.8945	156.2653	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
N'_p	-0.0578	-195.9939	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
X_q	-0.1068	331.460	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
Y_q	-0.0563	-166.2522	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
Z_q	-18.4683	-20.5794	$[(rad \cdot s)^{-1}]$
L'_q	-0.0035	-155.3353	$[(rad \cdot s)^{-1}]$

Tabella 4.1 continua dalla pagina precedente

M_q	-8.3944	-432.7657	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_q	0.5423	462.4849	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_r	0.0017	-2.3076	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Y_r	9.1002e-04	71.9450	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Z_r	0.2987	6.2871	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
L'_r	5.638e-05	7.4777	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_r	0.1358	23.9890	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_r	-0.0088	-314.8574	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_{u_1}	6.5995	-1.9123e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_1}	3.4759	-1.0576e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_1}	1.1411e+03	-5.6737e+04	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_1}	0.2154	-251.3836	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_1}	518.6669	424.2702	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_1}	-33.5062	1.7146e+04	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
X_{u_2}	-0.0047	6.7915e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_2}	-0.0025	0.7538	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_2}	-0.8128	40.4128	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_2}	-1.5341e-04	0.1797	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_2}	-0.3695	-7.820e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_2}	0.0239	126.0781	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
X_{u_3}	-2.5639e-06	7.4097e-01	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_3}	-1.3510e-06	6.7900e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_3}	-4.4351e-04	0.0221	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_3}	-8.3706e-08	7.8200e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_3}	-2.016e-04	-1.6240e-04	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_3}	1.3023e-05	-284.8843	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
X_{u_4}	0	-21.5341	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_4}	0	2.7980e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_4}	0	38.5505	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_4}	0	237.7744	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$

Tabella 4.1 continua dalla pagina precedente

M_{u_4}	0	-133.4845	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_4}	0	-1.2448e+04	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$

Tabella 4.1: Derivate di stabilità per il caso di hover

Derivate di stabilità - Condizione di crociera			
Derivata	Fusoliera	Elicottero	Unità
X_u	-14.8228	-36.3355	$[\text{s}^{-1}]$
Y_u	0.3111	3.0014	$[\text{s}^{-1}]$
Z_u	8.3718	-25.6255	$[\text{s}^{-1}]$
L'_u	0.0330	4.5014	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_u	-54.6947	16.0676	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_u	-3.2900	-36.1680	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_v	-0.0397	-0.5523	$[\text{s}^{-1}]$
Y_v	-54.3099	-133.4271	$[\text{s}^{-1}]$
Z_v	0.1325	-16.8885	$[\text{s}^{-1}]$
L'_v	23.8409	3.7801	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_v	-0.2918	2.6604	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_v	-53.1335	236.4032	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_w	8.0298	-29.4006	$[\text{s}^{-1}]$
Y_w	-0.0447	-19.2637	$[\text{s}^{-1}]$
Z_w	-34.9286	-557.6651	$[\text{s}^{-1}]$
L'_w	-0.0047	-14.5859	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_w	69.6571	62.0880	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_w	0.4728	-76.6001	$[(\text{m} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_p	-0.3357	-144.7651	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Y_p	0.0019	-432.0169	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Z_p	1.4693	-210.9266	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$

Tabella 4.2 continua dalla pagina precedente

L'_p	1.9936e-04	-474.1017	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_p	-2.9261	138.1763	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_p	-0.0199	-342.2619	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_q	-0.2673	402.8097	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Y_q	0.0015	-120.6355	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Z_q	1.1701	1.4544	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
L'_q	1.5876e-04	-148.5214	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_q	-2.3303	-608.6466	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_q	-0.0158	871.5515	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_r	0.0049	-1.4727	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Y_r	-2.7564e-05	316.1577	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
Z_r	-0.0215	-2.5543	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
L'_r	-2.9216e-06	27.6132	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
M_r	0.0429	-13.4347	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
N'_r	2.9150e-04	-1.3783e+04	$[(\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}]$
X_{u_1}	-117.6563	-7.6300e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_1}	0.6660	-2.4667e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_1}	520.2034	-7.3186e+04	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_1}	0.0706	-1.4603e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_1}	-1.0337e+03	5.1990e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_1}	-7.0435	9.3801e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
X_{u_2}	34.8828	8.7647e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_2}	-0.1962	824.6557	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_2}	-153.2682	2.1594e+04	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_2}	-0.0208	542.3149	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_2}	304.9804	-9.0362e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_2}	2.0750	3.7710e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
X_{u_3}	0.0183	0.7815	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_3}	-1.0277e-04	7.2003e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_3}	-0.0803	11.3254	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$

Tabella 4.2 continua dalla pagina precedente

L'_{u_3}	-1.0893e-05	8.2923e+03	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_3}	0.1599	-0.3454	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_3}	0.0011	-300.2062	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
X_{u_4}	0	-205.6618	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Y_{u_4}	0	3.1430e+03	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
Z_{u_4}	0	-80.9545	$[\text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
L'_{u_4}	0	308.6096	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
M_{u_4}	0	-460.2791	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$
N'_{u_4}	0	-1.4076e+04	$[\text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$

Tabella 4.2: Derivate di stabilità per il caso di crociera

Tra le derivate di stabilità sopra riportate, se ne trovano alcune di particolare interesse. Le derivate X_u, Y_v e Z_w caratterizzano la variazione delle forze aerodinamiche F_x, F_y e F_z , quando le componenti di velocità u, v e w rispettivamente sono perturbate. Come è intuibile anche dal segno, possono essere considerate direttamente legate alla resistenza aerodinamica del corpo, alle caratteristiche di trazione del rotore principale e, in particolare, all'influsso generato dallo stesso. Nel passaggio dalla condizione di hover a quella di crociera, il contributo della fusoliera sulla dinamica complessiva aumenta dal 9.57% al 40.79% nel caso di X_u , dal 2.13% al 6.26% nel caso di Z_w , mentre rimane circa costante al 40% nel caso di Y_v . All'aumentare della velocità di avanzamento, infatti, la direzione del flusso asintotico si orienta parallelamente all'asse corpo X e aumenta in intensità. Ciò comporta un aumento della resistenza sia nella direzione longitudinale che in quella verticale.

Tra le derivate di maggiore interesse relative ai momenti, si riportano M_u, L'_v, M_q, L'_p e, infine, N'_r . In questo caso, risulta complicato stabilire a priori il segno delle derivate aerodinamiche e futile il calcolo del contributo percentuale della fusoliera sul sistema complessivo. Tuttavia, è possibile fornire un'interpretazione fisica della grandezza considerata. Nel caso di M_u , per esempio, un disturbo sulla velocità negativo nel SdR assi corpo e pari a u comporta la generazione di un momento

di beccheggio a cabrare, che tende a smorzare il disturbo stesso. Un momento di beccheggio a cabrare è positivo nel SdR assi corpo, coerentemente con quanto riportato nelle tabelle 4.1 e 4.2. Anche nel caso di N'_r , un disturbo sulla velocità angolare r positivo genera un momento di imbardata negativo, che tende a smorzare il disturbo.

Ragionamenti analoghi possono essere fatti per ognuna delle derivate di stabilità riportate nelle tabelle precedenti.

Conclusioni e sviluppi futuri

Come accennato nella sezione introduttiva, lo scopo dell'elaborato è lo sviluppo del modello aerodinamico del sotto-sistema di fusoliera di un elicottero civile, da implementare in un simulatore dinamico.

Il primo tentativo di modellazione è stato eseguito sulla base di un modello matematico sviluppato da Peter D. Talbot per un elicottero militare, costituito da 2 sistemi di equazioni semplificate. Uno di essi caratterizza il comportamento aerodinamico del corpo per piccoli angoli di incidenza, mentre il rimanente assolve la stessa funzione per grandi angoli di incidenza. La transizione da un sistema di equazioni all'altro avviene in maniera lineare all'interno di un intervallo di 30° .

Implementato il modello di riferimento in ambiente *Simulink*®, sono stati ricavati tutti i parametri relativi all'elicottero posto sotto studio, necessari al corretto funzionamento del modello matematico. Tuttavia, la quantità di tali parametri si è rivelata insufficiente per una completa approssimazione del comportamento aerodinamico di fusoliera; per tale motivo, si è deciso di calcolare ulteriori parametri. Questi hanno consentito di includere componenti di forze e momenti, in corrispondenza di $\alpha, \beta = 0^\circ$, originariamente trascurate.

I risultati derivanti dal modello appena sviluppato sono stati poi confrontati con quelli derivanti dall'analisi fluidodinamica. Il modello computazionale riesce a descrivere in maniera discretamente accurata l'intervallo di piccoli angoli, mentre risulta approssimativo, se non del tutto errato, nell'intervallo di grandi angoli. Questo è da attribuirsi alla quantità di parametri aerodinamici utilizzati nella risoluzione

dei sistemi di equazioni derivati da Talbot. Nell'intervallo di piccoli angoli, infatti, è presente una grande quantità di parametri che descrive sia i valori delle azioni aerodinamiche, per determinate orientazioni del flusso asintotico, sia il loro andamento al variare di α e β . Per contro, gli intervalli di transizione e di grandi angoli sono descritti da un numero decisamente minore di parametri, fattore che limita un'adeguata caratterizzazione del comportamento aerodinamico di fusoliera.

Data l'inadeguatezza del modello analitico, si è proceduto allo sviluppo di una proposta numerica. Questa è il risultato di operazioni di interpolazione dei dati derivanti dall'analisi aerodinamica e, per tale motivo, intrinsecamente accurata. Ciononostante, il modello numerico dev'essere in grado di garantire alcuni requisiti fondamentali, ovvero, la continuità e la derivabilità degli andamenti da esso generati. In caso contrario, tutte le operazioni di linearizzazione delle equazioni del moto e il calcolo delle derivate di stabilità risulterebbero, in alcune condizioni di moto, compromesse. Lo studio dell'andamento delle azioni aerodinamiche α -dipendenti generate dal modello numerico ha evidenziato la presenza di una discontinuità di prima specie in corrispondenza di $\alpha = \pi$. La successiva implementazione del codice di caricamento *Matlab*® ha permesso di risolvere completamente tutte le problematiche legate alla continuità. Quanto appena detto è dimostrato dal confronto tra l'andamento delle curve generate dal modello e l'andamento dei dati derivanti dall'analisi CFD.

Attraverso l'utilizzo del simulatore dell'elicottero posto sotto studio, proprietà dell'*Università di Bologna*, è poi stato possibile effettuare l'analisi di stabilità statica più volte citata. Il simulatore è costituito dai modelli di tutti i sotto-sistemi necessari al funzionamento del velivolo. Una volta affiancato il sotto-sistema di fusoliera, sono state calcolate in maniera numerica le derivate aerodinamiche per due diverse condizioni di volo, sia per la sola fusoliera, sia per l'elicottero nel suo complesso. In questo modo, è stato possibile valutare l'impatto della prima sulla dinamica di quest'ultimo. Dai dati riportati, si nota come l'aerodinamica di fusoliera influenzi in maniera non sempre trascurabile la dinamica del velivolo.

Quanto descritto nell'elaborato presenta ampi margini di miglioramento. Nell'analisi computazionale svolta in azienda, infatti, sono stati ottenuti valori di F_z in

funzione di β non trascurabili. Una soluzione più raffinata potrebbe consistere nello sviluppo di un modello di fusoliera capace di implementare la dipendenza di tutte le azioni aerodinamiche, sia dall'angolo di attacco che dall'angolo di scivolata laterale. Infine, un ulteriore aspetto da considerare riguarda la possibilità di applicazione del modello appena sviluppato anche ad altri sotto-sistemi. Infatti, essendo frutto di operazioni di interpolazione di dati sperimentali o CFD, questo è indipendente dal sotto-sistema al quale viene applicato.

Appendice A: Codice di caricamento dei dati per la simulazione

```
1 %% DATA INPUT
2 % INSERT DATA COMING FROM CFD ANALISYS - ABSOLUTE FOR
3 dynamic_pressure = xxx;
4 density = xxx;
5
6 Fx_control_points = [.....];
7 Fx_values = [.....];
8
9 Fz_control_points = [.....];
10 Fz_values = [.....];
11
12 My_control_points = [.....];
13 My_values = [.....];
14
15 %% CFD ANALISYS DATA NORMALIZATION
16 Fx_normalized = Fx_values/dynamic_pressure;
17 Fz_normalized = Fz_values/dynamic_pressure;
18 My_normalized = My_values/dynamic_pressure;
19
20 %% SPACE ALLOCATION
21 Fx = zeros(1,360);
22 Fz = zeros(1,360);
23 My = zeros(1,360);
24 alpha = zeros(1,360);
25
```



```

26 %% MAKIMA INTERPOLATION
27 % GENERATING 360 VALUES FOR Fx, Fz, My AND ANGLE OF ATTACK
28 for i = 1:361
29     alpha(i) = i-181;
30     Fx(i) = makima(Fx_breakpoints, Fx_normalized, alpha(i));
31     Fz(i) = makima(Fz_breakpoints, Fz_normalized, alpha(i));
32     My(i) = makima(My_breakpoints, My_normalized, alpha(i));
33 end
34
35 %% DERIVATIVES CALCULATION
36 dFx_sx = (Fx(2) - Fx(1))/(alpha(2) - alpha(1));
37 dFx_dx = (Fx(end) - Fx(end-1))/(alpha(end) - (end-1));
38 dFz_sx = (Fz(2) - Fz(1))/(alpha(2) - alpha(1));
39 dFz_dx = (Fz(end) - Fz(end-1))/(alpha(end) - (end-1));
40 dMy_sx = (My(2) - My(1))/(alpha(2) - alpha(1));
41 dMy_dx = (My(end) - My(end-1))/(alpha(end) - (end-1));
42
43 %% THE FOLLOWING RESULTS WILL GO INTO SLX MODEL
44 % SAVITZKY-GOLAY FILTERING
45 Fx_smoothed = smooth(alpha, Fx, 'sgolay', 4);
46 Fz_smoothed = smooth(alpha, Fz, 'sgolay', 4);
47 My_smoothed = smooth(alpha, My, 'sgolay', 4);
48
49 % MEAN DERIVATIVES CALCULATION
50 dFz_mean = mean([dFz_sx dFz_dx]);
51 dFx_mean = mean([dFx_sx dFx_dx]);
52 dMy_mean = mean([dMy_sx dMy_dx]);

```

Bibliografia

- [1] Sharan Srinivas Suchithra Rajendran. «Air taxi service for urban mobility: A critical review of recent developments, future challenges, and opportunities». In: *Transportation Research Part E* (2020).
- [2] Onder Altuntas. «Designation of Environmental Impacts and Damages of Turbojet Engine: A Case Study with GE-J85». In: *Atmosphere* (2014).
- [3] Teresa Donateo et al. «Off-line and on-line optimization of the energy management strategy in a Hybrid Electric Helicopter for urban air-mobility». In: *Aerospace Science and Technology* (2021).
- [4] Elif Koruyucu. «Energy and exergy analysis at different hybridization factors for hybrid electric propulsion light utility helicopter engine». In: *Energy* (2019).
- [5] John M. Davis et al. *Rotorcraft Flight Simulation with Aeroelastic Rotor and Improved Aerodynamic Representation. Volume I. Engineer's Manual*. Rapp. tecn. Bell Helicopter Company, 1974.
- [6] John M. Davis et al. *Rotorcraft Flight Simulation with Aeroelastic Rotor and Improved Aerodynamic Representation Volume II. User's Manual*. Rapp. tecn. Bell Helicopter Company, 1974.
- [7] John M. Davis et al. *Rotorcraft Flight Simulation with Aeroelastic Rotor and Improved Aerodynamic Representation. olume III. Programmers's Manual*. Rapp. tecn. Bell Helicopter Company, 1974.
- [8] William A. Decker Peter D. Talbot Bruce E. Tinling e Robert T. N. Chen. *A mathematical model of a single main rotor helicopter for piloted simulation*. Rapp. tecn. 1982.

- [9] Fabrizio De Gregorio. «Flow field characterization and interactional aerodynamics analysis of a complete helicopter». In: *Aerospace Science and Technology* (2011).
- [10] Harry H. Heyson. *Preliminary results from flow-field measurements around single and tandem rotors in the Langley full-scale tunnel*. Rapp. tecn. 1954.
- [11] S. Katzoff Harry H Heyson. *Induced velocities near a lifting rotor with nonuniform disk loading*. Rapp. tecn. 1957.
- [12] Amparo Gil, Javier Segura e Nico Temme. *Numerical Methods for Special Functions*. SIAM, 2007.
- [13] MATLAB. *About Lookup Table Blocks*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [14] Luisa Arlotti Vittorino talamini. *Corso di meccanica razionale*. Forum Edizioni, 1998.
- [15] MATLAB. *Direction Cosine Matrix Body to Wind*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [16] MATLAB. *Curve Fitting Toolbox*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [17] MATLAB. *Least-Squares Fitting*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [18] MATLAB. *InterpI*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [19] F. N. Fritsch e R. E. Carlson. «Monotone Piecewise Cubic Interpolation». In: *SIAM Journal on Numerical Analysis* 17.2 (1980), pp. 238–246.
- [20] David Kahaner. «Numerical Methods and Software». In: (1988).
- [21] Carl de Boor. *A Practical Guide to Splines*. Springer New York, NY, 1978.
- [22] Hiroshi Akima. «A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures». In: *Journal of the ACM (JACM)* 17.4 (1970), pp. 589–602.

- [23] Hiroshi Akima. «A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting based on local procedures». In: *Communications of the ACM* 17.1 (1974), pp. 18–20.
- [24] Edwin E. Catmull e Raphael Rom. «A class of local interpolating splines». In: *Computer Aided Geometric Design* (1974), pp. 317–326.
- [25] MATLAB. *Makima*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [26] MATLAB. *Differences and approximate derivatives*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2022.
- [27] Ronald W. Schafer. «What Is a Savitzky-Golay Filter? [Lecture Notes]». In: *IEEE Signal Processing Magazine* 28.4 (2011), pp. 111–17.
- [28] W.F. Phillips. *Mechanics of Flight*. Wiley, 2010.
- [29] Gareth D. Padfield. *Helicopter Flight Dynamics*. Blackwell Pub, 2nd Edition, Oxford, 2007. Cap. 3.