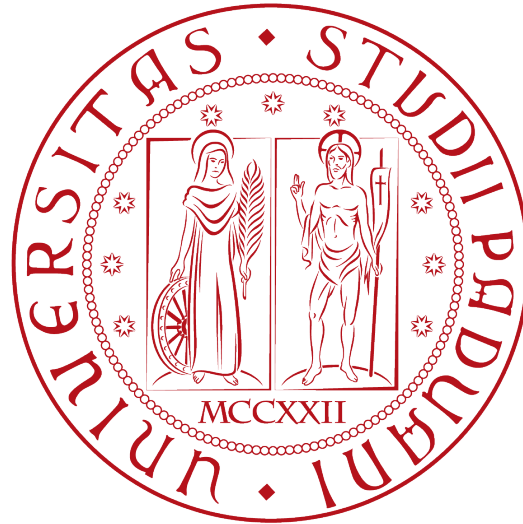


Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA “TULLIO LEVI-CIVITA”

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA



**Un modello di programmazione stocastica
per il dimensionamento di un sistema di produzione
di energia elettrica operante in un mercato a due fasi**

Tesi di Laurea Magistrale

Relatore

Prof. Luigi De Giovanni

Laureando

Francesco Giovanni Gomiero

Matricola 2005755

ANNO ACCADEMICO 2021/2022

23 SETTEMBRE 2022

“Complicare è facile, semplificare è difficile. Per complicare basta aggiungere, per semplificare bisogna togliere e per togliere bisogna sapere cosa togliere. Tutti sono capaci di complicare, pochi di semplificare. La semplificazione è il segno dell’intelligenza.”

Bruno Munari - Lezioni di Creatività

Indice

Introduzione	1
1 Il problema della produzione e vendita dell'energia	5
1.1 Descrizione del problema	5
1.1.1 Assunzioni e notazione	6
1.1.2 Il processo decisionale e la natura stocastica del problema . .	8
1.2 Il mercato dell'energia	9
2 Elementi di ottimizzazione	13
2.1 Programmazione matematica	13
2.1.1 Programmazione lineare	15
2.2 Programmazione matematica e condizioni di incertezza	20
2.3 Modelli per l'incertezza	27
2.3.1 Ottimizzazione robusta	27
2.3.2 Programmazione stocastica	30
2.3.3 Modelli di programmazione stocastica	32
2.3.4 Criteri di accuratezza	36
3 Stato dell'arte	39
4 Il modello	43
4.1 Costruzione del modello nominale	43
4.2 Giornate fattorizzanti	48
4.3 Rappresentazione dell'incertezza	49
4.4 Generazione degli scenari	51

4.5	Costruzione del modello stocastico	54
5	Soluzione del problema	67
5.1	Raccolta dei dati	68
5.2	Implementazione e risoluzione del modello	76
6	Conclusioni	81
A	Codice AMPL	83
	Riferimenti	91

Introduzione

La transizione dai combustibili fossili verso forme rinnovabili di energia è una delle azioni più importanti per ridurre le emissioni di CO_2 . A tal fine, molti governi stanno promuovendo politiche di incentivo verso l'utilizzo di risorse di energia rinnovabile, le cosiddette *Renewable Energy Sources* (RES), anche per uso domestico o locale, tramite aggregazione degli utenti in comunità energetiche [14]. Tuttavia, queste risorse rinnovabili, come l'energia solare o eolica, sono variabili e, se non propriamente gestite, possono creare notevoli problemi all'affidabilità dell'intera rete elettrica principale. Per garantire l'equilibrio fra la produzione di energia e la domanda al fine di assicurare la stabilità della rete, i mercati dell'energia gestiscono la programmazione e la distribuzione di tutta l'energia. Il mercato dell'energia si suddivide in due fasi principali: il mercato del giorno prima (*day-ahead*) e il mercato di bilanciamento (*balancing*). Nel *day-ahead electricity market* (DA Market), le quantità di energia da acquistare e vendere vengono programmate in anticipo rispetto al momento dell'effettiva acquisizione o cessione. Le compagnie di produzione e i rivenditori devono tenere in considerazione l'aleatorietà associata alle RES quando decidono la loro strategia ottima per massimizzare i loro profitti. Quindi, le previsioni sulle RES date da scenari stocastici possono aiutare i rivenditori a determinare le migliori quantità di energia da acquistare nel DA Market. D'altro canto, il *balancing market* (BM) consente di effettuare scambi di energia nel giorno previsto per l'operazione vera e propria, per correggere eventuali variazioni di produzione o errori di stima rispetto alle quantità programmate il giorno precedente tramite il DA Market.

Obiettivo di questa tesi è presentare un problema di progettazione di un sistema energetico da parte di un produttore/fornitore che deve scegliere dapprima la struttura,

ossia la dimensione dei suoi impianti produttivi, e successivamente la sua strategia ottima sul mercato dell'energia, in entrambe le fasi che lo compongono, tenendo in considerazione l'incertezza data dalle risorse rinnovabili. Gli approcci principali seguiti in letteratura per l'ottimizzazione di questi sistemi energetici soggetti a incertezza sono la Programmazione Stocastica (PS) e l'Ottimizzazione Robusta (OR) [14]. Analizzeremo nel corso della trattazione le caratteristiche dei due diversi approcci, per poi stabilire il metodo che utilizzeremo per la definizione di un modello matematico per la risoluzione del problema, ossia la programmazione stocastica.

Contenuti e contributi

Per avere una visione d'insieme del percorso che seguiremo per arrivare a costruire e a risolvere il modello, vediamo in sintesi il contenuto di ciascun capitolo.

A partire da un lavoro presentato in letteratura e relativo a un problema dell'energia [14], nel Capitolo 1 viene definito il problema, tramite la descrizione della sua struttura e del processo decisionale che lo caratterizzano. Analizziamo le scelte che il produttore deve compiere e in quale momento esse avvengono. Infine illustriamo brevemente il funzionamento del mercato dell'energia, le sue fasi e la sua suddivisione in DA Market e BM, essendo due componenti fondamentali per il problema e per la determinazione della strategia ottima da parte del fornitore di energia.

Nel Capitolo 2 elenchiamo gli strumenti di cui avremo bisogno per lo sviluppo di questi modelli, definendo in particolare i modelli stocastici, le loro controparti deterministiche e le diverse formulazioni tramite programmazione matematica e stocastica, con l'obiettivo di definire la struttura dei modelli a più stadi con ricorso, fulcro di questa tesi.

Il Capitolo 3 è dedicato allo stato dell'arte dei modelli di programmazione stocastica proposti dalla letteratura nell'ambito di interesse. Saranno descritti i modelli utilizzati nei lavori inerenti a temi simili, riconoscendo però la necessità di formalizzare in modo più rigoroso dal punto vista teorico la relazione esistente tra i diversi elementi del problema.

Nel Capitolo 4, a partire dai lavori citati, si analizzano i modelli a livello teorico, arrivando alla formalizzazione di un problema di programmazione stocastica a tre

stadi, che rappresenta uno dei principali contributi di questa tesi. L'obiettivo è ottenere un modello esteso per il problema del produttore di energia: a partire da alcune iniziali semplificazioni necessarie a comprendere la struttura del problema, si procede ad affinare l'efficacia del modello attraverso formulazioni che permettono di gestire l'incertezza generata dalle risorse rinnovabili. Vedremo come generare gli scenari stocastici e come questi permettano di costruire un modello stocastico e il suo equivalente deterministico per la soluzione del problema tramite risolutori standard di programmazione matematica.

Il Capitolo 5 tratta l'applicazione del modello teorico discusso. Dalla raccolta dei dati per i parametri di modello, disponibili per la maggior parte in [14], siamo in grado di stabilire un numero plausibile di scenari da generare. Procediamo successivamente all'implementazione al calcolatore del modello nel linguaggio di modellazione algebrica AMPL, con l'obiettivo di ottenere una soluzione del problema in esame, della quale forniamo un'analisi preliminare.

Nel Capitolo 6 trarremo le conclusioni e discuteremo la portata delle scelte fatte dal punto di vista modellistico, suggerendo qualche spunto per sviluppi futuri.

Capitolo 1

Il problema della produzione e vendita dell'energia

1.1 Descrizione del problema

Il problema che vogliamo modellare riguarda un processo di produzione di energia da parte di un fornitore, con i costi e i ricavi connessi alle operazioni di produzione, approvvigionamento, acquisto e vendita, così come presentato in [14]. Per la produzione di energia, il fornitore ha a disposizione una superficie da destinare ad impianto fotovoltaico e un motore a combustione interna *Internal Combustion Engine* - ICE. La prima decisione che deve prendere è determinare il dimensionamento ottimo dell'impianto a pannelli solari, tenendo in considerazione sia il costo per il loro acquisto, posa e mantenimento, sia le quantità di energia che esso sarà in grado di produrre in relazione al livello di irraggiamento solare nella zona considerata per il periodo di tempo in cui si intende ottimizzare il profitto del fornitore. Per superare ad eventuali carenze di energia prodotta rispetto alla domanda da soddisfare giornalmente, egli può operare sul mercato dell'elettricità per acquistarne le quantità di cui ha bisogno per soddisfare la domanda dell'utente finale. Come accennato nell'introduzione e come sarà evidenziato nel dettaglio nella successiva Sezione 1.2, il mercato dell'energia è composto da due momenti successivi. Nel DA o *mercato del giorno prima*, il fornitore, in veste di acquirente, può acquistare la quantità di energia che ritiene migliore per soddisfare le sue necessità per il giorno successivo,

CAPITOLO 1. IL PROBLEMA DELLA PRODUZIONE E VENDITA DELL'ENERGIA

compiendo una scelta che potrà successivamente essere corretta nel *mercato del bilanciamento* BM, in cui egli può rivendere l'energia che si trova ad avere in eccesso a causa di errate valutazioni o di un surplus nella produzione dei suoi impianti, oppure può acquistare dell'ulteriore energia qualora la domanda fosse più alta rispetto alle aspettative o in seguito a una sovrastima della produzione. Naturalmente, i prezzi di acquisto e vendita nel mercato del bilanciamento sono meno vantaggiosi, quindi compito del produttore/fornitore di energia è prendere delle decisioni quanto più oculate possibili nelle fasi precedenti, per ridurre al minimo le correzioni nell'ultima fase del mercato.

Il problema si riconduce quindi alla minimizzazione della spesa che il fornitore deve sostenere, data dalla differenza fra le sue uscite e le sue entrate.

Fra i costi troviamo quelli per la costruzione dell'impianto fotovoltaico per la produzione di energia, produzione che è fortemente influenzata dal valore dell'irraggiamento in ogni particolare giorno dell'anno e ad ogni particolare ora del giorno, oltre ai costi che sostiene giorno per giorno per il funzionamento del motore alimentato a gas, per l'acquisto dell'energia nel mercato del giorno prima e nel mercato del bilanciamento se necessario.

I ricavi che egli genera sono dati giorno per giorno dalla vendita nel mercato del bilanciamento di eventuali rimanenze e surplus di energia e dalla vendita dell'energia al cliente finale a soddisfazione della sua domanda.

1.1.1 Assunzioni e notazione

Entriamo nel dettaglio dei parametri che compongono il modello tramite alcune assunzioni preliminari, facendo riferimento a [14]. Si assume che il fornitore sia *price-taker*, ossia un produttore senza il potere di influenzare il prezzo sul mercato tramite le sue offerte e posizioni. Egli quindi opera allo stesso modo di tutti gli altri agenti sul mercato e acquista l'energia nel DA Market al cosiddetto *clearing price*, il prezzo di equilibrio fra la curva della domanda e la curva dell'offerta, che dipende dallo step temporale t e dal giorno g . Indichiamo tale prezzo con $c_{DAg,t}$. In Figura 1.1 (a) e (b) sono rappresentati i profili del prezzo medio in €/KWh nel mercato del giorno prima (DA) in inverno e in estate in Italia nel 2019 [19].

1.1. DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

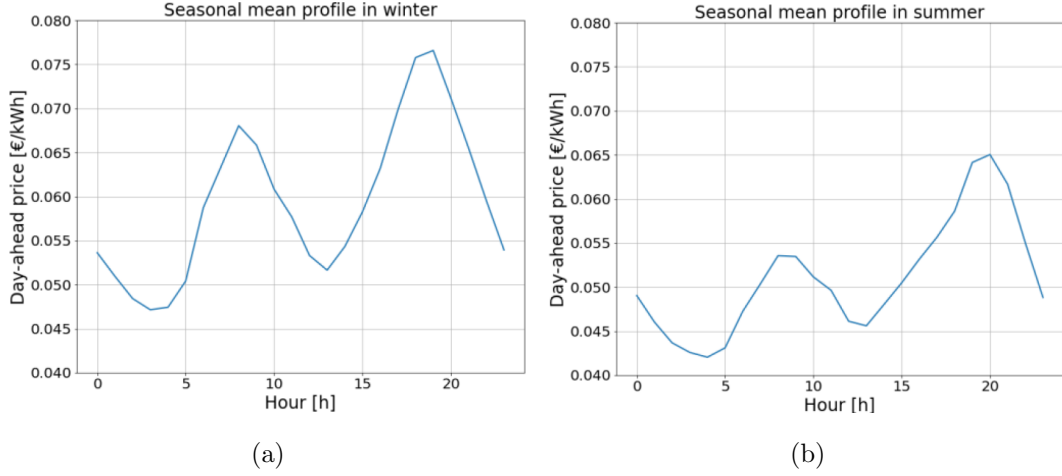


Figura 1.1: Profili del prezzo medio nel DA in inverno (a) e estate (b) [14].

Nel BM invece i prezzi da considerare sono due, quello di acquisto e quello di vendita, che, come in [14], leghiamo al *clearing price* per ogni tempo t tramite due fattori di scala fissati ψ^- e ψ^+ . Questi parametri rendono l'acquisto e la vendita di energia nel BM meno vantaggiosi, avendo $\psi^- > 1$ e $\psi^+ < 1$. Il prezzo di acquisto di energia nel BM è dunque $c_{DAg,t} \cdot \psi^-$, mentre quello di vendita è $c_{DAg,t} \cdot \psi^+$.

La domanda di energia corrisponde alla quantità che il fornitore vende all'utente finale, che può essere un complesso residenziale, un centro direzionale o una comunità energetica. Il prezzo di vendita di tale quantità di energia è fissato al valore $c_{mean,g}$ e dipende dal giorno g in cui avviene la vendita. La domanda da soddisfare non sarà un parametro noto a priori all'interno del nostro modello, ma comparirà come parametro stocastico. Per evidenziare come la domanda sia dipendente da fattori come la stagione, il periodo dell'anno, l'ora del giorno e le condizioni atmosferiche, in Figura 1.2 (a) e (b) sono riportati, a titolo di esempio, i profili della domanda media di energia elettrica in una stagione invernale ed estiva per un centro residenziale e commerciale [14].

Infine, per il funzionamento del motore, il produttore/fornitore paga dei costi fissi per mantenerlo acceso per ogni sezione temporale t e dei costi variabili a seconda della quantità di energia che intende produrre. Da ultimo, egli sostiene il costo del gas $c_{gas,g}$ per unità di energia consumata per l'alimentazione del motore. Come in [14], consideriamo tale parametro come deterministico.

CAPITOLO 1. IL PROBLEMA DELLA PRODUZIONE E VENDITA DELL'ENERGIA

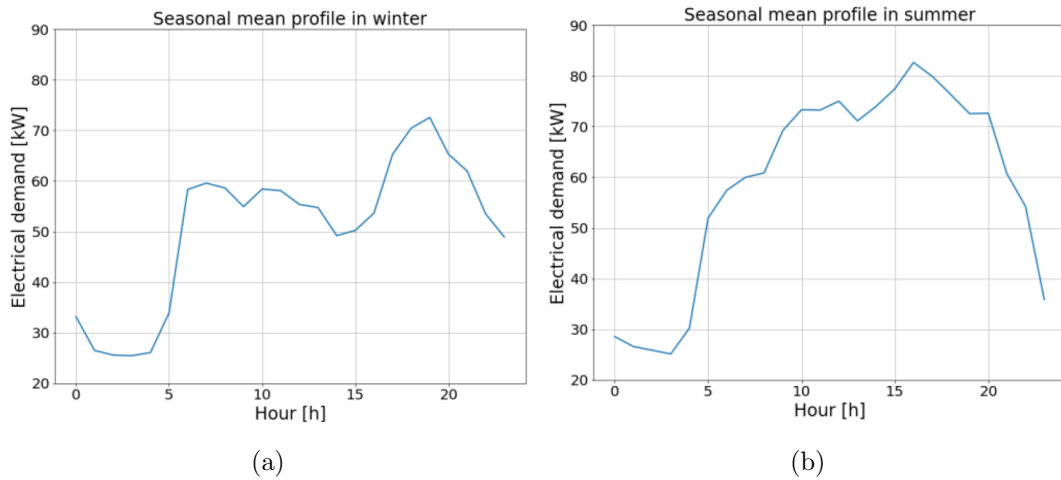


Figura 1.2: Profili del livello medio di domanda in inverno (a) e estate (b) [14].

1.1.2 Il processo decisionale e la natura stocastica del problema

Dalle assunzioni espresse, notiamo che il processo decisionale è composto da una scelta da effettuare all'inizio del periodo di ottimizzazione, parliamo anche di dieci o venti anni, ossia quella del dimensionamento dell'impianto fotovoltaico, scelta che determinerà poi in larga parte la capacità produttiva del fornitore di energia. Le successive decisioni vengono invece prese giorno per giorno e riguardano i diversi scambi di energia sui mercati e la quantità di energia da produrre con il motore a combustione interna a disposizione. Il modello che costruiremo e discuteremo dovrà tenere in considerazione questi diversi aspetti e la sequenza delle diverse operazioni di scelta del fornitore al fine di minimizzare i suoi costi, massimizzando così il suo profitto.

Naturalmente, è impensabile poter conoscere a priori il livello di domanda di ogni giorno per diversi anni, così come per quanto riguarda il livello di irraggiamento, fortemente dipendente dalla stagione, dal periodo dell'anno e dalle condizioni atmosferiche che, per quanto sempre più affidabili nei giorni immediatamente successivi, nelle previsioni di lungo periodo spesso si sono dimostrate poco affidabili. Per tutti questi motivi, pensare al problema in oggetto come a un problema totalmente deterministico non è realizzabile, in quanto il modello risulterebbe del tutto inattendibile. Vedremo quindi nei prossimi capitoli come possiamo rappresentare nel modello l'incertezza generata da questi parametri e come la tecnica della generazione di scenari e

clustering proposta, ad esempio, in [9], [13] e opportunamente inquadrata ed estesa, sia una valida strada da percorrere.

1.2 Il mercato dell'energia

In questa sezione, tratta da [14], descriviamo il mercato dell'energia elettrica. Esso è un mercato di breve termine, il cui andamento dipende da svariati fattori fra i quali la quantità di fonti di energia rinnovabile per la produzione, le caratteristiche dei partecipanti al mercato, ossia i *players*, il controllo della congestione e il bilanciamento in tempo reale della rete.

Come evidenziato in [16], l'introduzione di meccanismi di mercato nel settore elettrico è condizionata dalle sue caratteristiche tecniche e, in particolare, da:

- La necessità di utilizzare un'infrastruttura di rete condivisa che presenta limiti strutturali alla quantità di energia elettrica trasportabile;
- la necessità di mantenere stabile il livello della tensione e della frequenza sulla rete di trasmissione entro livelli predefiniti, anche attraverso il bilanciamento in tempo reale tra immissioni e prelievi di energia elettrica;
- l'impossibilità di controllare in tempo reale i flussi di energia elettrica, da e verso, i singoli utenti della rete tramite il distacco selettivo e proporzionato degli utenti medesimi;
- l'impossibilità di immagazzinare l'energia elettrica (se non in misura limitata).

Il mercato può essere di due tipi, regolamentato o deregolamentato [23]. Nel *mercato regolamentato*, tutto il processo dalla produzione dell'energia alla distribuzione all'utente finale è in mano ad un'unica società di pubblica utilità, che possiede le infrastrutture e le linee di trasmissione. Tale società vende direttamente il prodotto ai clienti e negli stati regolamentati devono essere rispettate le tariffe stabilite dalle varie commissioni statali. Questo tipo di mercato è spesso considerato un monopolio a causa dei limiti nella scelta imposti al consumatore consumatore. D'altro canto, fra i vantaggi troviamo la stabilità dei prezzi e una buona affidabilità a lungo termine.

CAPITOLO 1. IL PROBLEMA DELLA PRODUZIONE E VENDITA DELL'ENERGIA

Nel *mercato deregolamentato*, invece, partecipano diversi concorrenti all'acquisto e vendita di energia elettrica, consentendo agli operatori di mercato di investire in centrali elettriche e linee di trasmissione. I produttori poi vendono l'elettricità all'ingrosso ai fornitori al dettaglio che fissano i prezzi per i consumatori, consentendo a questi ultimi di confrontare le diverse tariffe a vantaggio della libertà di concorrenza che tende a far scendere i prezzi. Inoltre, nei mercati deregolamentati, c'è maggiore disponibilità di fonti di energia rinnovabile.

Mentre gli Stati Uniti rimangono ancora abbastanza divisi sui mercati dell'elettricità, lasciando libertà di scelta ai singoli stati per quanto riguarda la regolamentazione del proprio mercato, negli stati dell'Unione Europea, a partire dai primi anni 2000, si sono fatti sempre più strada i mercati deregolamentati, aperti a partire dagli anni 90 [18].

I mercati di breve termine deregolamentati dei paesi europei sono molto simili fra di loro e le loro fasi principali, come accennato, fanno riferimento al mercato del giorno prima (*Day-Ahead Market*, DA) e al mercato di bilanciamento (*Balancing Market*, BM). Nel DA Market, i grandi consumatori e i produttori presentano le loro offerte al *Independent Market Operator* (IMO), indicando la quantità e il prezzo a cui sono disposti ad acquistare o vendere l'energia. Ad esempio, in Italia, l'ente IMO "GME" [19] gestisce la fase di DA Market, la cui sessione apre alle 08:00 del nono giorno precedente la data di consegna dell'energia, ossia la data effettiva dell'operazione di compravendita, e chiude alle 12:00 del giorno precedente la data di consegna.

La Figura 1.3 mostra un esempio delle curve di domanda (*demand*) e di offerta (*supply*) di energia costruite dall'IMO che raccoglie le quotazioni ricevute per ogni intervallo orario e ordina in modo decrescente quelle relative all'acquisto e in modo crescente quelle relative alla vendita [7]. L'intersezione di queste due curve determina il *DA Market Clearing Price* (MCP) per ogni ora, ossia il prezzo di equilibrio per gli scambi (indicato con $c_{DAg,t}$ secondo la notazione della Sezione 1.1). Vengono quindi rifiutati tutti gli ordini di acquisto a un prezzo inferiore al MCP e tutti gli ordini di vendita a un prezzo superiore al MCP. Infatti il mercato del giorno prima non è un mercato a contrattazione continua, ma un mercato ad asta, in cui le offerte vengono accettate dopo la chiusura della seduta, in relazione al merito economico

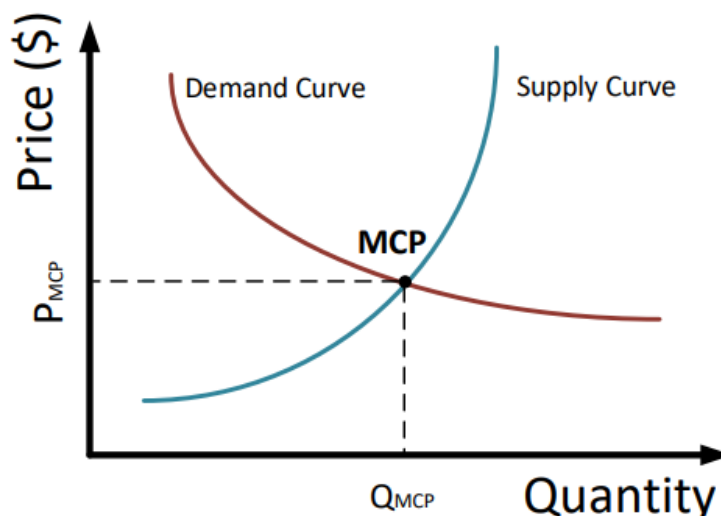


Figura 1.3: Determinazione oraria del *clearing price* nel DA Market [7]

(le offerte migliori vengono accettate prima) e nel rispetto dei limiti di transito delle quantità di energia sulla rete. Ad esempio, in Italia, la comunicazione degli esiti avviene entro le 12:55 del giorno precedente al giorno di consegna [16] (indicativamente entro un'ora dopo la chiusura del mercato).

Nella fase del Mercato di Bilanciamento, i *players* presentano le offerte di acquisto e vendita al *Independent System Operator* (ISO), in seguito all'eventuale sovrastima o sottostima dell'energia prodotta al tempo effettivo dell'operazione di scambio rispetto a quanto contrattato nella fase precedente del DA Market. Ad esempio, in Italia, il *Transmission System Operator* (TSO) "TERNA" controlla le sessioni del BM, che apre alle 22:30 del giorno precedente la consegna e chiude un'ora prima dell'ora fissata per la consegna (*real-time operation*). Le quantità di energia acquistate e vendute in questa fase hanno dei prezzi meno convenienti rispetto al *clearing price* della fase precedente, infatti i fornitori e rivenditori vendono l'energia in eccesso a un prezzo inferiore a $c_{DAg,t}$, mentre sono costretti ad acquistare eventuali ammanchi ad un prezzo superiore a quello di equilibrio stabilito al termine della prima fase di mercato.

Capitolo 2

Elementi di ottimizzazione

In questo capitolo presentiamo i concetti principali relativi all'ottimizzazione, alle tecniche di modellazione e risoluzione di un problema, analizzando nel dettaglio ogni componente di un modello, con particolare attenzione a quei modelli che presentano parametri affetti da incertezza, illustrando i principali metodi utilizzati per rappresentarla e gestirla all'interno del modello, a seconda dell'obiettivo che ci si pone nel processo di ottimizzazione. Introdurremo alcuni concetti di Programmazione Matematica, in particolare la Programmazione Lineare, per poi passare all'Ottimizzazione Robusta e alla Programmazione Stocastica. La trattazione si basa su [5] e [6].

2.1 Programmazione matematica

Obiettivo di un problema di ottimizzazione è determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse e/o requisiti di performance. Alcuni esempi sono:

- mix ottimo di produzione;
- livelli di sicurezza ottimali delle scorte;
- pianificazione di produzione, scheduling di processi;
- dimensionamento di servizi (es. code e server) con vincoli di qualità del servizio;

- determinazione di percorsi ottimali;
- pianificazione e gestione operativa di reti di trasporto;
- configurazione di reti di distribuzione elettrica.

I modelli di programmazione matematica, come riportato in [5], hanno l'obiettivo di descrivere le caratteristiche della soluzione ottima di un problema di ottimizzazione attraverso relazioni matematiche. Gli elementi che compongono un modello di programmazione matematica sono:

- Insiemi: raggruppano gli elementi del sistema;
- Parametri: sono i dati del problema, rappresentano le quantità "note" in qualche senso che dipendono dai diversi elementi del sistema;
- Variabili decisionali o di controllo: grandezze da determinare (assimilabili a delle incognite) sulle quali è possibile agire per determinare diverse soluzioni alternative del problema;
- Vincoli: relazioni matematiche che descrivono le condizioni di ammissibilità delle soluzioni. Determinano combinazioni di valori delle variabili che rappresentano soluzioni accettabili;
- Funzione obiettivo: quantità da massimizzare o minimizzare, espressa come funzione delle variabili decisionali.

Possiamo quindi definire un modello di programmazione matematica nel modo seguente:

$$\begin{array}{ll}
 \min (\text{o } \max) & f(x) \\
 \text{soggetto a} & g_i(x) = b_i \quad (i = 1, \dots, k) \\
 & g_i(x) \leq b_i \quad (i = k + 1, \dots, l) \\
 & g_i(x) \geq b_i \quad (i = l + 1, \dots, m) \\
 & x_i \in \mathbb{R} (\text{o } \mathbb{Z} \text{ o } \{0; 1\}) \quad (i = 1, \dots, n)
 \end{array} \quad (2.1)$$

dove:

• $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ è un vettore (colonna) di n variabili reali o intere o binarie;

• f e g_i sono funzioni $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$;

• $b_i \in \mathbb{R}$.

Per quanto riguarda l'utilizzo di questi modelli matematici possiamo distinguere fra valenza descrittiva e valenza operativa.

Il modello ha valenza descrittiva in quanto dichiara le caratteristiche di una soluzione ottima del problema. Una soluzione ottima è una combinazione di valori che, assegnati alle variabili decisionali, permettono di rispettare tutti i vincoli inclusi quelli di dominio e di ottimizzare (massimizzare o minimizzare) il valore della funzione obiettivo.

Il modello ha anche valenza operativa in quanto esistono algoritmi "standard" in grado di risolvere il modello, ossia trovare una combinazione di valori ammissibili per le variabili che ottimizza il valore della funzione obiettivo. Gli algoritmi più efficienti considerano f e g_i lineari e questo è un compromesso, quando possibile, tra potenza espressiva della modellazione e velocità di soluzione. gli algoritmi di soluzione sono disponibili in software di ottimizzazione (*Mathematical Programming Solver*) in grado di accettare la descrizione del modello e calcolare una soluzione ottima. Fra i principali utilizzati troviamo il linguaggio AMPL [15] e il solver Cplex [20].

2.1.1 Programmazione lineare

I modelli di programmazione matematica con $f(x)$ e $g_i(x)$ funzioni lineari del vettore di variabili x sono chiamati modelli di programmazione lineare (PL). Possiamo quindi riscrivere il modello (2.1) tenendo in considerazione la struttura lineare della

funzione obiettivo e dei vincoli, ottenendo il modello qui riportato:

$$\begin{aligned}
 \min (\text{o } \max) \quad & c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
 \text{soggetto a} \quad & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i \quad (i = 1, \dots, k) \\
 & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \leq b_i \quad (i = k + 1, \dots, l) \quad (2.2) \\
 & a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n \geq b_i \quad (i = l + 1, \dots, m) \\
 & x_i \in \mathbb{R} \text{ (o } \mathbb{Z} \text{ o } \{0; 1\}) \quad (i = 1, \dots, n)
 \end{aligned}$$

Sulla base dei valori che le variabili decisionali di tali modelli di programmazione lineare possono assumere, essi si classificano in:

- modelli di programmazione lineare (in senso stretto), indicati con l'acronimo PL: tutte le variabili devono assumere valori reali;
- modelli di programmazione lineare intera (PLI): tutte le variabili devono assumere valori interi;
- modelli di programmazione lineare intera mista (PLIM): alcune variabili devono assumere valori reali e altre valori interi.

Alcuni esempi

Riportiamo ora alcuni esempi noti di problemi di Programmazione Lineare, descrivendo brevemente gli elementi che li compongono e presentando il relativo modello di PL, PLI o PLIM, come presentati in [5].

Esempio 2.1.1 - mix ottimo di produzione

Si hanno a disposizione delle risorse, con le quali è possibile produrre una certa gamma di prodotti. Sono note le disponibilità delle risorse e la quantità di ciascuna risorsa necessaria a produrre una unità di ciascun prodotto. La vendita di ciascun tipo di prodotto genera un certo profitto che è noto. Si vuole determinare la quantità ottima dei diversi prodotti che deve essere prodotta per massimizzare il profitto. I dati del problema sono dunque:

- I , l'insieme delle risorse;

- J , l'insieme dei prodotti;
- D_i , i parametri della disponibilità della risorsa $i \in I$;
- P_j , i parametri del profitto unitario della vendita del prodotto $j \in J$;
- Q_{ij} , i parametri della quantità della risorsa $i \in I$ necessaria per produrre ciascuna unità del prodotto $j \in J$;
- x_j , le variabili della quantità di prodotto $j \in J$.

Il modello risulta quindi:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{j \in J} P_j x_j \\
 \text{s. a.} \quad & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i && \forall i \in I \\
 & x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) && \forall j \in J
 \end{aligned}$$

Esempio 2.1.2 - copertura di costo minimo o problema della dieta

Si hanno delle richieste minime da soddisfare attraverso l'acquisto di risorse. Sono noti il costo di ogni unità di risorsa, le quantità minime da soddisfare e la quantità di ciascuna delle richieste che è soddisfatta da una unità di ciascuna risorsa. Si vuole determinare la quantità ottima di ciascuna risorsa che deve essere acquistata per minimizzare il costo complessivo, garantendo però la copertura delle richieste. I dati del problema sono dunque:

- I , l'insieme delle risorse disponibili;
- J , l'insieme delle richieste;
- C_i , i parametri del costo unitario della risorsa $i \in I$;
- R_j , i parametri della quantità richiesta di $j \in J$;
- A_{ij} , i parametri della quantità della richiesta $j \in J$ soddisfatta da una unità della risorsa $i \in I$;
- x_i , le variabili della quantità di risorsa $i \in I$ acquistata.

Il modello risulta quindi:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in I} C_i x_i \\
 \text{s. a.} \quad & \sum_{i \in I} A_{ij} x_i \geq R_j & \forall j \in J \\
 & x_i \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) & \forall i \in I
 \end{aligned}$$

Esempio 2.1.3 - problema dei trasporti

Si ha un insieme di origini e uno di destinazioni. Sono note la capacità di ciascuna origine, la domanda di ciascuna destinazione e il costo unitario per il trasporto da una certa origine ad una certa destinazione. Si vuole determinare il piano di trasporto ottimo che minimizza il costo complessivo, garantendo però il soddisfacimento della domanda per ogni destinazione. I dati del problema sono dunque:

- I , l'insieme delle origini;
- J , l'insieme delle destinazioni;
- O_i , i parametri della capacità dell'origine $i \in I$;
- D_j , i parametri della domanda della destinazione $j \in J$;
- C_{ij} , i parametri del costo unitario per il trasporto dall'origine $i \in I$ alla destinazione $j \in J$;
- x_{ij} , le variabili della quantità trasportata dall'origine $i \in I$ alla destinazione $j \in J$.

Il modello risulta quindi:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij} \\
 \text{s. a.} \quad & \sum_{i \in I} x_{ij} \geq D_j & \forall j \in J \\
 & \sum_{j \in J} x_{ij} \leq O_i & \forall i \in I \\
 & x_{ij} \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) & \forall i \in I, \forall j \in J
 \end{aligned}$$

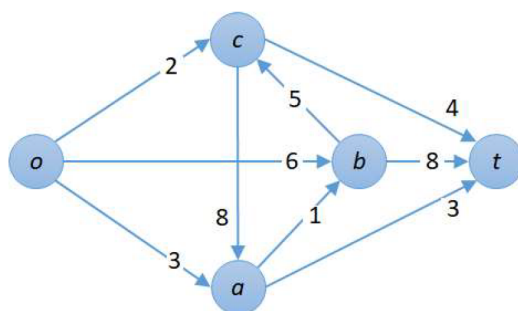


Figura 2.1: Grafo orientato G con il costo c_{ij} di ogni arco

Esempio 2.1.4 - problema del cammino minimo

Dato un grafo orientato $G = (N, A)$, ad esempio quello in Figura 2.1, con un costo c_{ij} associato ad ogni arco $(i, j) \in A$, vogliamo determinare un cammino di costo minimo dal nodo *origine* $o \in N$ a un nodo *terminazione* $t \in N$, dove per cammino intendiamo una opportuna selezione di archi adiacenti che connettono o con t .

Oltre al costo c_{ij} associato ad ogni arco, unico dato del problema, il modello contiene le variabili decisionali x_{ij} definite come segue:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se l'arco } (i, j) \text{ è sul cammino minimo;} \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Il modello per il problema del cammino minimo sul grafo G risulta quindi:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{(i,v) \in A} x_{iv} - \sum_{(v,j) \in A} x_{vj} = \begin{cases} -1, & v = o; \\ +1, & v = t; \\ 0, & v \in N \setminus \{o, t\}. \end{cases} \\ & x_{ij} \in \{0; 1\} \quad \forall (i, j) \in A \end{aligned}$$

In tutti gli esempi visti finora, i parametri si considerano sempre come deterministici e noti a priori. Naturalmente ciò non sempre è possibile, in particolare quando alcuni parametri sono soggetti ad incertezza e si realizzano, ad esempio, come distribuzioni di probabilità, come scenari multipli, in intervalli etc. Nella prossima sezione vediamo come la Programmazione Matematica si possa adattare alla rappresentazione delle condizioni di incertezza che potrebbero interessare uno o più parametri.

2.2 Programmazione matematica e condizioni di incertezza

Come esposto in [5], supponiamo ora che alcuni parametri non siano noti, ma che siano soggetti a incertezza e, in particolare, consideriamo il caso in cui tali parametri si presentano sotto forma di scenari ai quali può anche essere associata una probabilità a priori di realizzazione. Questi parametri soggetti a incertezza possono agire sulla funzione obiettivo, modificando il suo valore a seconda dello scenario che si realizza, ma possono anche far variare la regione ammissibile del problema, ponendo un problema di ammissibilità per alcune soluzioni che potrebbero essere accettabili in alcuni scenari ma non in altri.

Ad esempio, se nel caso del problema del mix ottimo di produzione dell'esempio 2.1.1, fossero incerti i parametri P_j relativi al profitto generato dalla vendita di una unità del prodotto j , si avrebbe incertezza nella funzione obiettivo $\sum_{j \in J} P_j x_j$ in dipendenza degli scenari possibili.

Ma nello stesso problema si potrebbe avere incertezza nelle risorse disponibili, a causa di difficoltà di approvvigionamento per esempio. Se fossero infatti incerti i parametri D_i , si avrebbe una variazione dell'insieme ammissibile per ogni realizzazione dei diversi scenari. Anche qui sarà importante definire che obiettivo ci si pone nell'ottimizzazione e come si definisce l'ammissibilità di una soluzione, per individuare la tecnica più adatta a gestire tali condizioni di incertezza.

Incerteza nella funzione obiettivo

Riprendiamo l'esempio del Mix Ottimo di Produzione:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{j \in J} P_j x_j \\
 \text{s. a.} \quad & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i && \forall i \in I \\
 & x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) && \forall j \in J
 \end{aligned}$$

Supponiamo che i parametri P_j relativi al profitto della vendita del prodotto $j \in J$ siano incerti e caratterizzati dalla realizzazione di n scenari. Sia P_j^k il profitto generato dalla vendita di una unità del prodotto j nello scenario $k = 1, \dots, n$. Fissato

2.2. PROGRAMMAZIONE MATEMATICA E CONDIZIONI DI INCERTEZZA

uno scenario k , la funzione obiettivo del problema risulta dunque $\sum_{j \in J} P_j^k x_j$.

A questo punto diventa fondamentale definire il criterio con cui ottimizzare il modello per determinare la configurazione che massimizza (in questo caso) il profitto, tenendo conto della sua definizione incerta.

Potremmo scegliere un criterio conservativo, pessimistico, decidendo di massimizzare il minimo dei profitti che possiamo generare nei diversi scenari. Questo criterio prende il nome di criterio max-min e intende dunque massimizzare il minimo dei valori che la funzione obiettivo assume nelle diverse realizzazioni dei parametri. Avendo definito la funzione obiettivo per ogni particolare scenario k , si vuole ora risolvere il seguente problema:

$$\max \min \left\{ \sum_{j \in J} P_j^1 x_j; \sum_{j \in J} P_j^2 x_j; \dots; \sum_{j \in J} P_j^n x_j \right\} \quad (2.3)$$

$$s. a. \quad \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i \quad \forall i \in I \quad (2.4)$$

$$x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) \quad \forall j \in J \quad (2.5)$$

Si noti che la funzione obiettivo (2.3) non è lineare, ma può essere resa lineare tramite un procedimento noto, che prevede l'aggiunta di una nuova variabile y . Indicata con R la regione ammissibile definita dai vincoli (2.4) e (2.5) e con $\bar{x} = (x_1, \dots, x_j)$ il vettore delle variabili, possiamo riscrivere il problema del caso max-min come segue:

$$\begin{aligned} \max \quad & y \\ s. a. \quad & y \leq \sum_{j \in J} P_j^k x_j \quad \forall k = 1, \dots, n \\ & \bar{x} \in R \\ & y \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Nel caso di un problema di minimizzazione, in cui la funzione obiettivo rappresenta un costo, come nell'esempio 2.1.2 del Problema della Dieta di costo minimo, il criterio max-min che abbiamo appena esposto diventa *min-max* con le opportune modifiche al problema con la variabile aggiunta y .

Se ad ogni scenario k è associata una probabilità a priori λ_k , con $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, possiamo optare per dei criteri che sfruttino questa informazione.

Un esempio è il *criterio di massima verosimiglianza*, il quale prevede di identificare lo scenario più probabile fra gli n possibili, ossia di determinare

$$k^* = \operatorname{argmax}_k \lambda_k$$

ed effettuare successivamente l'ottimizzazione considerando solo lo scenario più probabile. Tale criterio risolve dunque il seguente problema:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j \in J} P_j^{k^*} x_j & \text{con } k^* &= \operatorname{argmax}_k \lambda_k \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i & & \forall i \in I \\ & x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) & & \forall j \in J \end{aligned}$$

Se siamo interessati a considerare tutti gli scenari possibili, possiamo determinare la configurazione che massimizza il profitto medio, tramite il *criterio del valore atteso*. Il problema che vogliamo risolvere diventa dunque:

$$\max \quad \sum_{k=1}^n \lambda_k \cdot \sum_{j \in J} P_j^k x_j \tag{2.6}$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i \quad \forall i \in I \tag{2.7}$$

$$x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) \quad \forall j \in J \tag{2.8}$$

Incertezza nella regione ammissibile

Sempre in riferimento al problema del Mix Ottimo di Produzione dell'esempio 2.1.1, supponiamo ora che l'incertezza sia legata alla quantità di una o più delle risorse disponibili e che questa incertezza sia rappresentata tramite n scenari. Di conseguenza, il parametro D_i , relativo alla quantità della risorsa $i \in I$ disponibile, assumerà valori differenti a seconda del particolare scenario che si verifica. Sia $\mathcal{I} \subseteq I$ l'insieme delle risorse la cui disponibilità è soggetta ad incertezza. Per $i \in \mathcal{I}$ sia D_i^k la quantità della risorsa i disponibile nello scenario $k = 1, \dots, n$. Per le risorse $i \in I \setminus \mathcal{I}$, la disponibilità rimane indicata con D_i .

In questo caso, la funzione obiettivo del problema mantiene la sua struttura originale

2.2. PROGRAMMAZIONE MATEMATICA E CONDIZIONI DI INCERTEZZA

mentre è la regione ammissibile a subire delle variazioni sulla base dello scenario. In particolare, ci troviamo di fronte ad un problema di analisi di ammissibilità, in quanto la soluzione ottima in uno scenario potrebbe non essere ammissibile in un altro. Sarà quindi fondamentale definire cosa vogliamo ottimizzare e stabilire il criterio che permetta di massimizzare il profitto. In questo caso, utilizziamo il modello matematico per rappresentare tutte le soluzioni che rimangono ammissibili secondo il criterio scelto e fra queste selezioniamo quella migliore.

Il primo metodo che analizziamo è il criterio di robustezza assoluta, la cui caratteristica principale è richiedere che le soluzioni soddisfino i vincoli di tutti gli scenari, ossia ogni soluzione ottima è ammissibile in tutti gli scenari. La funzione obiettivo rimane quella del problema originale, che ora risulta della forma:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & \sum_{j \in J} P_j x_j \\
 \text{s. a.} \quad & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i && \forall i \in I \setminus \mathcal{I} \\
 & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^k && \forall i \in \mathcal{I}, \forall k = 1, \dots, n \\
 & x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) && \forall j \in J
 \end{aligned}$$

Naturalmente, a seconda dei valori di D_i^k nei diversi scenari, alcuni vincoli saranno ridondanti e potranno essere eliminati. In particolare, fissata una risorsa $i \in \mathcal{I}$, le realizzazioni del suo parametro di disponibilità saranno $D_i^1, D_i^2, \dots, D_i^n$, generando quindi n vincoli differenti. Per ciascuna delle $m = |\mathcal{I}| \leq |I|$ risorse con incertezza, questa nuova formulazione produce n vincoli sulla disponibilità del tipo

$$\sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^k$$

quindi $m \cdot n$ vincoli complessivamente, oltre agli $|I| - m$ vincoli relativi alle risorse prive di incertezza, per un totale di $|I| - m + mn$ vincoli sulla disponibilità, contro gli $|I|$ vincoli del problema originale.

Tuttavia, per la particolare formulazione presa in esame, poiché a variare è soltanto il termine noto D_i^k dei diversi vincoli relativi alla risorsa $i \in \mathcal{I}$ fissata, è possibile eliminare $n - 1$ degli n vincoli, semplicemente prendendo il più stringente. Nel nostro caso, essendo vincoli del tipo $ax \leq b$, l'intero gruppo di n vincoli per la disponibilità

della risorsa $i \in \mathcal{I}$ può essere sostituito dal vincolo

$$\sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^{k^*}$$

dove

$$D_i^{k^*} = \min \{D_i^1; D_i^2; \dots; D_i^n\} = \min_{k=1, \dots, n} D_i^k$$

ossia

$$k^* = \operatorname{argmin}_k D_i^k$$

Notiamo che se i vincoli fossero del tipo $ax \geq b$, si avrebbe $k^* = \operatorname{argmax}_k D_i^k$.

In questo modo per ogni risorsa, sia quelle prive di incertezza che quelle soggette alla variazione di scenario, è sufficiente un vincolo per la disponibilità di tale risorsa, mentre gli altri possono essere eliminati in quanto ridondanti, riportando i vincoli al numero del problema originario, ottenendo quindi un problema computazionalmente equivalente a quello originale. Possiamo quindi riscrivere il problema ottenuto:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j \in J} P_j x_j \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i & \forall i \in I \setminus \mathcal{I} \\ & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^{k^*} & \forall i \in \mathcal{I}, k^* = \operatorname{argmin}_{k=1, \dots, n} D_i^k \\ & x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) & \forall j \in J \end{aligned}$$

Se ad ogni scenario k è associata una probabilità a priori λ_k , con $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1$, possiamo optare per dei metodi che ne tengano conto.

Un secondo approccio che ora sarà esposto prende il nome di *criterio di robustezza parametrica* e ha come obiettivo determinare la configurazione che massimizza il profitto, rimanendo ammissibile con probabilità pari o superiore a una certa soglia $\sigma \in [0; 1]$. Naturalmente la soluzione sarà tanto più robusta quanto più grande sarà scelto il valore di σ .

2.2. PROGRAMMAZIONE MATEMATICA E CONDIZIONI DI INCERTEZZA

Per poter modellare questo nuovo problema, introduciamo n nuove variabili binarie z_1, \dots, z_n una per ogni scenario, che indicano se decidiamo di soddisfare i vincoli dello scenario k ($z_k = 1$) oppure no ($z_k = 0$).

Ci chiediamo ora come possiamo, all'interno del modello, utilizzare tali nuove variabili per scrivere vincoli che possano essere soddisfatti o meno a seconda del valore scelto per z_k . La risposta la otteniamo grazie all'utilizzo del parametro "Big M " M , inteso quindi come un numero sufficientemente grande. Fissata quindi la risorsa con incertezza $i \in \mathcal{I}$, il suo vincolo sulla disponibilità del tipo

$$\sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i$$

si modifica tenendo conto della disponibilità variabile in base allo scenario, introducendo nuovamente la notazione D_i^k , unita a un nuovo termine che include la nuova variabile z_k e il termine M . In particolare, fissato lo scenario k , il vincolo della disponibilità per una risorsa $i \in \mathcal{I}$ diventa

$$\sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^k + (1 - z_k)M$$

In questo modo, se nella soluzione ottima la variabile z_k avrà valore 1, ciò significa che il termine $(1 - z_k)M$ avrà valore 0 e dunque il vincolo dello scenario k sarà stato rispettato, altrimenti, nel caso $z_k = 0$, il vincolo diventa

$$\sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^k + M$$

e risulta quindi un vincolo ridondante per il modello, scegliendo

$$M > \max_{i,k} \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j - D_i^k.$$

Il vincolo effettivamente operante per la risorsa i sarà quello relativo ad un altro scenario.

Va considerato, infine, un ultimo vincolo, relativo proprio alla robustezza parametrica e all'obiettivo posto, ossia che la configurazione scelta, cioè l'insieme dei valori della nuove variabili z_1, \dots, z_n che rappresentano quali scenari sono assicurati e quali no, garantisca una probabilità totale di realizzarsi maggiore o uguale a σ , per rispettare il vincolo di ammissibilità. Ricordando che ogni scenario si realizza con

probabilità a priori λ_k , deve valere:

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k z_k \geq \sigma$$

Dalle osservazioni fatte, ricordando che I è l'insieme delle risorse e \mathcal{I} l'insieme delle risorse con incertezza, possiamo concludere che per determinare la soluzione ottima con robustezza parametrica, dobbiamo risolvere il seguente problema:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j \in J} P_j x_j \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i && \forall i \in I \setminus \mathcal{I} \\ & \sum_{j \in J} Q_{ij} x_j \leq D_i^k + (1 - z_k)M && \forall i \in \mathcal{I}, \forall k = 1, \dots, n \\ & \sum_{k=1}^n \lambda_k z_k \geq \sigma \\ & x_j \in \mathbb{R}_+ \text{ (o } \mathbb{Z}_+ \text{ o } \{0; 1\}) && \forall j \in J \\ & z_k \in \{0; 1\} && \forall k = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Concludiamo quindi che la programmazione matematica è uno strumento, naturalmente non l'unico come vedremo, che permette di considerare diverse modalità di rappresentazione dell'incertezza e diversi criteri di robustezza e/o ottimalità.

Vedremo nella prossima sezione come la gestione dell'incertezza può essere ulteriormente evoluta per considerare ulteriori tecniche di modellazione in relazione a differenti obiettivi di ottimizzazione da raggiungere. L'incertezza può infatti riguardare lo stato corrente del problema, gli stati futuri, alcuni eventi imprevedibili o l'eccessiva complessità del sistema. L'incertezza può essere semplicemente trascurata, quando si ritiene che i benefici derivanti dalla sua formalizzazione non giustifichino la complessità dei modelli e delle tecniche richieste. In alternativa, si può risolvere il problema con la struttura e i parametri più probabili o attesi. Infine, è possibile includere l'incertezza nei modelli matematici e negli algoritmi di ottimizzazione, come abbiamo in parte fatto nei casi precedenti e in parte svilupperemo nella prossima sezione.

2.3 Modelli per l'incertezza

A partire da quanto illustrato in [6], consideriamo due tipologie di modello:

- Ottimizzazione Robusta dove si considera un insieme esplicito di possibili *scenari*, senza ipotesi di natura probabilistica;
- Programmazione Stocastica, ossia ottimizzazione stocastica con programmazione matematica, in cui si sfrutta la conoscenza delle *distribuzioni di probabilità* associate ai parametri incerti.

Per questi modelli è importante considerare:

- la definizione del caso nominale, ossia il modello privo di alcun tipo di incertezza, completo di funzione obiettivo, vincoli, dominio e parametri, che si considerano tutti come noti a priori senza alcun tipo di aleatorietà;
- la modalità di rappresentazione dell'incertezza. Tra le diverse possibilità, vedremo i casi degli scenari e degli intervalli. Rappresentare l'incertezza mediante scenari significa avere k possibili realizzazioni dei parametri incerti, ciascuna delle quali rappresenta uno scenario s . In particolare si ha $\mathcal{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$. Se l'incertezza è data per intervalli, è come avere infiniti scenari in quanto ciascun parametro incerto a è definito da un minimo e un massimo, $a \in [a^-, a^+]$, ma può assumere uno qualsiasi degli infiniti valori dell'intervallo.

2.3.1 Ottimizzazione robusta

In un modello di ottimizzazione robusta non si hanno informazioni di tipo probabilistico ma *scenari*, ossia diverse realizzazioni, ad esempio domanda alta o bassa, disponibilità ampia o scarsa, o diverse situazioni, ad esempio giorno e notte, inverno ed estate. Una soluzione è robusta se è valida e di valore *ragionevole* con ogni scenario. Per meglio formalizzare tale definizione, si sceglie un criterio di *conservativismo*, ossia il livello di robustezza che vogliamo abbia la soluzione (ad esempio il valore del parametro σ nell'ultimo modello della sezione precedente). Tale criterio è un compromesso fra robustezza e valore della soluzione in assenza di incertezza. Infatti, richiedere un livello di robustezza eccessivamente elevato, porta a grossi

peggioramenti nel valore ottimo della funzione obiettivo, diventando dunque poco ragionevole, mentre, al contrario, indebolire tale livello di robustezza in favore di un valore ottimo migliore, porta a soluzioni che potrebbero avere un'ammissibilità molto ristretta nei diversi scenari.

Per un problema di ottimizzazione robusta, oltre al caso nominale e alla rappresentazione dell'incertezza, è fondamentale considerare il *criterio di robustezza*, che stabilisce la ragionevolezza della soluzione robusta ottenuta. Nel seguito, daremo una definizione di *controparte robusta*, robustezza in *senso assoluto* (S.A.) con incertezza nella funzione obiettivo, nella regione ammissibile oppure definita tramite parametro di controllo e robustezza in *senso relativo* o (*“regret”*). Fissiamo il caso nominale per un generico problema di minimo, ossia

$$\min \{c(x) : x \in F\}.$$

La sua controparte robusta è il modello con incertezza su un vettore α di n fra i parametri che definiscono la funzione obiettivo c o la regione ammissibile F .

Vediamo alcuni esempi di criteri per la robustezza in senso assoluto, prima nel caso di incertezza nella funzione obiettivo poi nella regione ammissibile.

Supponiamo di avere incertezza data da scenari, dove \mathcal{S} è l'insieme dei possibili scenari s relativi alla realizzazione dei parametri nel vettore α . Sia F la regione ammissibile, $c(x)$ la funzione obiettivo che dipende da α e sia infine $c^s(x)$ la funzione obiettivo con le realizzazioni di α nello scenario $s \in \mathcal{S}$.

Un criterio molto conservativo è il criterio min-max, già visto in precedenza, che prevede di determinare la soluzione che minimizza la funzione obiettivo nel peggiore dei casi.

La robustezza in questo caso è data dal *Worst Case Scenario*, ossia dalla soluzione che restituisce il miglior valore della funzione obiettivo nelle scenario peggiore. Più formalmente, si risolve

$$\min_x \{ \max_s [c^s(x) : s \in \mathcal{S}] : x \in F \}.$$

Abbiamo visto che, in questo caso, si può applicare anche la programmazione matematica per impostare un modello che formalizzi il problema, avendo l'accortezza di definire il criterio min-max o max-min a seconda che il problema di minimo o di

massimo rispettivamente.

Sia ora $c(x)$ la funzione obiettivo, indipendente da α , e $F(s)$ la regione ammissibile che dipende da α e dalla sua realizzazione nello scenario $s \in \mathcal{S}$. In questo caso, la robustezza in senso assoluto richiede di determinare la soluzione ottima fra quelle che sono sempre ammissibili in ogni scenario. Scegliamo quindi

$$F^* = \bigcap_{s \in \mathcal{S}} F(s)$$

la porzione di regione che rimane ammissibile per ogni realizzazione di α . Il problema che vogliamo risolvere ora è dunque:

$$\min_x \{c(x) : x \in F^*\}$$

Anche questo criterio risulta particolarmente conservativo, in quanto il livello di robustezza richiesto potrebbe limitare in maniera decisa il valore ottimo della funzione obiettivo.

La robustezza in senso assoluto con un parametro di controllo si definisce tramite un parametro intero Γ , con $0 \leq \Gamma \leq n$. $\mathcal{S}(\Gamma)$ è il sottoinsieme di scenari di \mathcal{S} in cui al più Γ componenti di α (su n) differiscono dal valore nominale [6]. Il parametro Γ controlla il livello di conservativismo, infatti:

- se $\Gamma = 0$, il problema si riduce al problema nominale, quindi privo di incertezza;
- se $\Gamma = n$, il problema coincide con la controparte robusta in senso assoluto.

Nell'ipotesi in cui il parametro α riguardi solo la funzione obiettivo, la controparte robusta con parametro di controllo Γ risulta:

$$\min_x \{\max_s [c^s(x) : s \in \mathcal{S}(\Gamma)] : x \in F\}.$$

Consideriamo ora il criterio di robustezza in senso relativo, nel caso di incertezza a livello di funzione obiettivo. Sia

$$c_s^* = \min_x [c^s(x)]$$

il costo minimo in corrispondenza dello scenario $s \in \mathcal{S}$. Definiamo il *regret* di x in s come la differenza $c^s(x) - c_s^*$.

Il criterio ora cerca di determinare la soluzione che “*fa meno pentire*” in ogni circostanza. Tale criterio è meno conservativo dei precedenti e può essere formalizzato come segue:

$$\min_x \{ \max_s \{ [c^s(x) - c_s^*] : s \in \mathcal{S} \} : x \in F \}.$$

2.3.2 Programmazione stocastica

Abbiamo definito in precedenza i modelli di Programmazione Stocastica come dei modelli di programmazione matematica che integrano l’incertezza nota come distribuzione di probabilità dei parametri coinvolti. Ne illustriamo una possibile applicazione, attraverso il seguente esempio, che introduce quanto verrà utilizzato per il problema della gestione della produzione e del mercato dell’energia.

Esempio 2.3.1 - Un problema di pianificazione della produzione

All’inizio della settimana bisogna decidere il piano di utilizzo di un certo numero di macchine per evadere ordini settimanali per diverse quantità di alcuni prodotti. Sono note tali quantità e il costo di ciascuna macchina per produrre un certo prodotto. Sappiamo inoltre che se la produzione non dovesse essere sufficiente, si possono acquistare i prodotti all’esterno a un prezzo maggiorato, mentre un eventuale eccesso di produzione può essere rivenduto. Le macchine possono produrre inoltre un altro tipo di prodotto, non richiesto negli ordini, ma che può essere esportato o venduto localmente a prezzi differenti ed entro una quantità massima di prodotto. Il livello della produzione può essere stimato ma è soggetto a incertezza, assumendo in particolare alcuni valori con certe probabilità. Si vuole determinare il piano produttivo che massimizza il profitto. Le fasi del processo in questo caso sono decidere la destinazione delle diverse macchine ai diversi prodotti (variabili decisionali x), soddisfare la domanda, integrare la capacità produttiva in difetto con forniture dall’esterno (variabili decisionali y), usare la capacità produttiva in eccesso per vendite ulteriori di prodotto o per produzioni alternative (variabili decisionali w). Sapendo che la produttività è sottoposta ad incertezza, possiamo prima effettuare la produzione e successivamente decidere sulle forniture esterne e le vendite delle rimanenze.

Per gestire la variabile aleatoria della produttività, possono essere adottate diverse strategie:

- modellare e risolvere una controparte deterministica del modello, assegnando ai parametri aleatori un valore fissato (ad esempio i valori medi) e utilizzando le decisioni successive per aggiustare la soluzione. L'accuratezza del modello potrebbe, tuttavia, portare ad avere costi e ricavi svantaggiosi in fase di aggiustamento;
- applicare tecniche di analisi decisionale [6], che permettono di confrontare diverse soluzioni, disponibili in modo esogeno, ad esempio ottenute, nel caso di incertezza per scenari, risolvendo controparti deterministiche corrispondenti alle diverse realizzazioni dei parametri stocastici, valutando il profitto generato in ciascuno dei diversi scenari e applicando regole che permettano di scegliere l'alternativa migliore secondo diversi criteri;
- utilizzare metodi di ottimizzazione stocastica, che permette di integrare, in modo implicito, le due fasi del generare alternative e successivamente valutarle, ottimizzando in base a informazioni probabilistiche. Se da un lato questo approccio permette di evitare di enumerare esplicitamente tutte le soluzioni, di contro genera modelli di programmazione matematica di dimensione e complessità risolutiva piuttosto elevata.

Nel nostro caso, un possibile modello di programmazione stocastica si basa sulle seguenti considerazioni:

- alcune decisioni sono indipendenti dallo scenario s e vengono prese prima. Queste corrispondono alle variabili x ;
- altre decisioni vengono prese dopo e dipendono da come si realizzano i parametri aleatori. Queste corrispondono alle variabili y e w . In particolare, queste variabili di “secondo livello” dipendono dalla realizzazione s dei parametri aleatori. Otteniamo quindi le variabili y^s e w^s ;
- associamo una distribuzione di probabilità ai parametri aleatori (che nel caso di scenari sarà una distribuzione discreta);

- ottimizziamo infine il valore atteso, calcolato sulle variabili x , y^s , w^s e i parametri deterministici e stocastici.

L'ottimizzazione stocastica suppone quindi di avere una distribuzione di probabilità come stima degli eventi incerti e la soluzione ottima viene stabilita tramite criteri probabilistici. Nel caso dell'esempio, si parla di *ottimizzazione con ricorso* in quanto si prende una prima decisione e poi, visto lo stato del sistema, si opera un *ricorso*, ossia una correzione, ottimizzando poi il valore atteso.

Fra i possibili svantaggi dell'approccio di ottimizzazione stocastica, troviamo la necessità di avere informazioni statistiche per stimare la distribuzione, che potrebbero non essere disponibili o costose da reperire, una probabilità non nulla che la soluzione proposta sia inammissibile, in quanto non sempre vale la possibilità di fare il ricorso e infine la trattabilità del problema, a causa della dimensione dei modelli che vengono generati.

2.3.3 Modelli di programmazione stocastica

Proviamo a definire, per il momento ancora in maniera astratta, un modello di Programmazione (Lineare) Stocastica PLS. Sia ω un evento aleatorio in uno spazio continuo o discreto e siano $c(\omega)$, $T(\omega)$ e $h(\omega)$ parametri incerti, ossia matrici o vettori di variabili aleatorie continue o discrete. Definiamo un modello di PLS come:

$$\min \quad c^T(\omega) \cdot x \quad (2.9)$$

$$s.a. \quad T(\omega) \cdot x = h(\omega) \quad (2.10)$$

$$x \in X \quad (2.11)$$

L'espressione (2.9) rappresenta la funzione obiettivo che vogliamo in questo caso minimizzare, mentre in (2.10) troviamo i vincoli stocastici del problema e in (2.11) quelli deterministici, indipendenti dal valore di ω . Due questioni, tuttavia, sembrano non essere immediatamente chiare. Da un lato cosa significa minimizzare (o massimizzare) una funzione obiettivo stocastica, dipendente quindi da parametri aleatori, dall'altro come possiamo soddisfare dei vincoli di tipo stocastico e cosa intendiamo per vincolo stocastico soddisfatto.

Dato il seguente modello generale di Programmazione Stocastica

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x, c^T(\omega)) \\ \text{s.a.} \quad & g(x, T(\omega)) = h(\omega) \\ & x \in X \end{aligned}$$

possiamo definire la sua controparte deterministica come il modello deterministico ottenuto sostituendo i parametri stocastici con un valore numerico, ad esempio il valore medio o atteso (*Expected Value EV*). Si ottiene dunque il modello

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x, E[c^T(\omega)]) \\ \text{s.a.} \quad & g(x, E[T(\omega)]) = E[h(\omega)] \\ & x \in X. \end{aligned}$$

Per la minimizzazione della funzione obiettivo, i criteri sono quelli illustrati nella Sezione 2.2, come la scelta del caso peggiore o del valore atteso, il più usato. Si potrebbero usare altre misure probabilistiche, ad esempio includendo la *varianza*, perdendo però con tale scelta le proprietà di linearità, utile per ridurre i tempi di calcolo su problemi di grandi dimensioni.

Per soddisfare i vincoli stocastici, potremmo tentare l'approccio della controparte deterministica utilizzando i valori medi dei parametri stocastici, definiti da una qualche distribuzione di probabilità. La soluzione ottima x^* così ottenuta potrebbe tuttavia non essere ammissibile per alcune (o addirittura tutte le) realizzazioni dei parametri. Un'altra ipotesi è il criterio *Wait and See*, che risulta essere il caso ideale con *perfetta informazione*. Con questo criterio, infatti, si risolve il modello con tutte le realizzazioni dei parametri e infine si determina il valore medio della funzione obiettivo, mediata dalle diverse probabilità. In questo caso però ciascuna soluzione potrebbe non essere ammissibile con probabilità non nulla.

Si rende quindi necessario ridefinire il concetto di ammissibilità, tramite la definizione di un nuovo tipo di modello.

Modelli a più stadi con ricorso

Vediamo la struttura e le caratteristiche principali dei modelli a più stadi con ricorso, concentrandoci, per semplicità di trattazione, sul caso a due stadi (*two stages with*

recourse - 2SwR). Le assunzioni che facciamo, che dipendono dallo schema per fasi *i*) “decido x ”, *ii*) “osservo ω ”, *iii*) “decido y ”, sono le seguenti:

- presenza di decisioni anticipative: sono le scelte fatte prima di conoscere la realizzazione di ω e sono rappresentate dalle variabili decisionali di primo stadio x ;
- presenza di decisioni di ricorso: sono le scelte fatte dopo la realizzazione dell'evento aleatorio ω e sono rappresentate dalle variabili decisionali di secondo stadio y ;
- le variabili di secondo stadio vengono utilizzate per correggere le decisioni di primo stadio e per rendere ammissibili i vincoli stocastici;
- le correzioni sono pagate con *penalità* nella funzione obiettivo.

Il modello generale per un problema a due stadi con ricorso è dunque il seguente:

$$\min \quad c^T \cdot x + E[Q(x, \omega)] \quad (2.12)$$

$$\text{s. a.} \quad A \cdot x = b \quad (2.13)$$

$$x \in X \quad (2.14)$$

dove $Q(x, \omega)$ è la soluzione del problema di secondo stadio, ossia vale:

$$Q(x, \omega) = \min \quad q(\omega)^T \cdot y \quad (2.15)$$

$$\text{s. a.} \quad T(\omega) \cdot x = h(\omega) - W(\omega) \cdot y \quad (2.16)$$

$$y \in Y \quad (2.17)$$

Dunque, nel problema di primo stadio (2.12-2.14) si minimizza il costo atteso del ricorso, mentre il problema di secondo stadio (2.15-2.17) ha come obiettivo la minimizzazione del costo del ricorso. In particolare, si ha:

- x sono le variabili del primo stadio;
- c è il vettore dei coefficienti dei costi nel primo stadio;
- ω è un evento casuale nel secondo stadio;
- $q(\omega)$ è la funzione costo nel secondo stadio, ovvero la penalità per il ricorso;

- y sono le variabili decisionali del secondo stadio;
- A è la matrice dei vincoli deterministici nel primo stadio;
- $T(\omega)$ è la matrice dei coefficienti nel secondo stadio;
- $W(\omega)$ è la matrice del ricorso e il termine $W \cdot y$ è il valore della correzione per ammissibilità;
- $h(\omega)$ è un vettore nel secondo stadio;
- X è il dominio di esistenza delle variabili x ;
- Y è il dominio di esistenza delle variabili y .

Se i parametri sono variabili aleatorie discrete, dunque scenari, allora tutte le quantità dipendenti dall'evento ω sono variabili aleatorie discrete con un numero finito di realizzazioni. Assumiamo quindi di avere un numero n di scenari e sia p_k la probabilità di realizzazione dello scenario $k = 1, \dots, n$. Siano inoltre y_k le variabili di ricorso nello scenario k . Possiamo ottenere allora un modello deterministicamente equivalente al modello 2SwR generale:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c^T \cdot x + \sum_{k=1}^n p_k \cdot q_k^T \cdot y_k \\
 \text{s. a.} \quad & A \cdot x = b \\
 & x \in X \\
 & T_k \cdot x = h_k - W_k \cdot y_k & \forall k = 1, \dots, n \\
 & y_k \in Y & \forall k = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Possiamo definire due classi particolari di problemi a due stadi con ricorso, sulla base della struttura della matrice $W(\omega)$. Diciamo che il problema presenta *ricorso fisso* se la matrice è $W(\omega) = W$, ossia è nota e non aleatoria, mentre è un problema con *ricorso fisso semplice* se in particolare $W = \pm I$, la matrice identità. In particolare, si avrà che i coefficienti di y sono soltanto 1 se il modello è espresso in “*forma standard*”, ossia con soli vincoli di uguaglianza e tutte le variabili decisionali non negative [6].

2.3.4 Criteri di accuratezza

Definiamo ora dei criteri per analizzare l'accuratezza e il valore dei modelli stocastici così determinati, in modo da osservare come varia il valore ottimo della soluzione a seconda del criterio scelto per l'ottimizzazione. In corrispondenza dei criteri, introduciamo i seguenti valori.

- $z^*(WS)$: valore del criterio *Wait and See*, ossia ottenibile se tutte le informazioni fossero disponibili subito (perfetta informazione). In particolare:

1. Si risolvono le controparti deterministiche in tutti gli n scenari, utilizzando i parametri di scenario che si realizzano in ciascuno.
2. Si calcola la media delle funzioni obiettivo ottenute, pesate con le probabilità di realizzazione p_n di ciascuno scenario.

$z^*(WS)$ fornisce il migliore valore medio ottenibile con incertezza, dunque è un bound per il problema.

- $z^*(RP)$: valore del *Recourse Problem*, ossia risolvendo il modello a due stadi con ricorso;

- $z^*(EEV)$: valore Atteso ottimo con primo stadio fissato secondo il valore medio, utilizzando dunque il criterio *Expected result using Expected Value*. In particolare:

1. si risolve la controparte deterministica con il valore medio dei parametri stocastici e si fissano le variabili decisionali del primo stadio al valore ottenuto;
2. si risolvono le controparti deterministiche in tutti gli scenari con le variabili di primo stadio fissate come sopra, utilizzando i parametri di scenario in base alle diverse realizzazioni;
3. si calcola la media delle funzioni obiettivo ottenute, pesate con le probabilità di realizzazione p_k di ciascuno scenario.

Si osserva che i valori di $z^*(RP)$ e $z^*(EEV)$ cambiano al variare dei criteri scelti per il ricorso, in particolare delle variabili che sono considerate ai diversi stadi decisionali.

Si può inoltre dimostrare che, fissata la politica di ricorso, per un problema di minimo vale:

$$z^*(WS) \leq z^*(RP) \leq z^*(EEV) \quad (2.18)$$

a testimonianza che il valore atteso ottimo *Wait and See* fornisce la migliore soluzione possibile. Nella pratica però questo è un approccio utopistico e difficilmente applicabile nella maggior parte delle situazioni, a meno che non sia possibile in qualche modo anticipare al primo stadio tutte le informazioni sulla realizzazione della variabile aleatoria.

Naturalmente, nel caso di un problema di massimo, nell'equazione 2.18 valgono le relazioni inverse.

Possiamo infine definire il VAPI, Valore Atteso della Perfetta Informazione (per un problema di minimo) come

$$VAPI = z^*(RP) - z^*(WS)$$

e il VSS, Valore della Soluzione Stocastica come

$$VSS = z^*(EEV) - z^*(RP).$$

In generale, dunque, i problemi di programmazione stocastica risultano normalmente più complessi delle loro controparti deterministiche e sono difficili da risolvere, ad esempio, a causa delle dimensioni elevate dei modelli e della presenza di componenti non lineari o non convesse. Per la definizione di approcci risolutivi, si cerca di sfruttare quando possibile la struttura stessa del modello e decomporlo in sottoproblemi di dimensioni ridotte. Per ridurre i tempi di calcolo, è possibile in alcuni casi applicare delle euristiche oppure risolvere problemi deterministici equivalenti se questi possono garantire un'accuratezza accettabile.

Capitolo 3

Stato dell'arte

Dopo aver illustrato nel capitolo precedente gli aspetti principali dell'ottimizzazione, con particolare riferimento ai casi con incertezza, in questo capitolo saranno riportati i riferimenti allo stato dell'arte attuale per la risoluzioni di problemi simili a quello oggetto della tesi.

Per problemi di ottimizzazione riguardanti sistemi energetici basati sulle risorse rinnovabili, i principali approcci in letteratura sono la Programmazione Stocastica (PS) e l'Ottimizzazione Robusta (OR) [11]. Modelli di PS sono utilizzati prevalentemente per problemi di scheduling e distribuzione di energia nei mercati del giorno prima e del bilanciamento [4], in cui le decisioni di primo stadio sono associate alle quantità acquistate nel DA Market mentre quelle di secondo stadio, dipendenti dagli scenari stocastici, si riferiscono alle operazioni nel BM.

Daneshvar et al. [3] hanno formulato un modello di PS a due stadi per lo scheduling ottimo nel DA Market e la distribuzione di energia nel BM per un sistema che comprende centrali idroelettriche, impianti termici e turbine eoliche. L'ottimizzazione stocastica con scenari di incertezza sulla velocità e la domanda di energia elettrica hanno mostrato una maggiore accuratezza nella determinazione dei costi con parametri aleatori, con incremento dei costi contenuto entro il 12.5% rispetto all'ottimizzazione nel caso senza incertezza. Dadashi et al. [2] hanno proposto un modello a due stadi per massimizzare il profitto di un rivenditore che al primo stadio acquista energia nel DA Market e stipula contratti tipo *futures*, mentre al secondo stadio scambia energia nel BM. Si è considerata l'incertezza dei prezzi del mercato,

dell'irraggiamento solare e della velocità del vento.

In molti lavori, la generazione degli scenari stocastici è realizzata indipendentemente in ciascun intervallo temporale, tralasciando la correlazione esistente fra intervalli temporali consecutivi. In questo modo, ciascun parametro stocastico può essere rappresentato da una funzione di densità di probabilità, definita per ciascun *timestep* e ricavata dai dati storici o sperimentalmente. Questo approccio, tuttavia, in molti casi produce un numero molto elevato di scenari e richiede quindi delle tecniche a posteriori di riduzione del numero di scenari [10] per rendere computazionalmente accettabile il numero di variabili e parametri nei modelli.

D'altra parte è possibile generare gli scenari stocastici dalle serie storiche, in modo da preservare la correlazione temporale fra ore consecutive. Le tecniche di *clustering* [13] aggregano serie storiche simili nello stesso gruppo, il cluster appunto, e per ciascun cluster identificano un rappresentante significativo che possa essere utilizzato come scenario stocastico nel modello di PS.

Al-Lawati et al.[1] hanno modellato l'ottimizzazione della partecipazione nei diversi mercati tramite quattro modelli a due stadi che includono scenari giornalieri di prezzi di mercato ottenuti tramite *k-means clustering*, ossia il partizionamento di n osservazioni in k cluster, ciascuno individuato da un rappresentante significativo. Nobis et al. [12] hanno formulato un modello a due stadi per per ottimizzare le operazioni di grossi impianti energetici su larga scala nelle diverse fasi del mercato dell'energia, generando gli scenari stocastici con simulazioni Montecarlo seguite da *k-clustering*.

Dall'analisi della letteratura condotta in [14], si nota che le probabilità degli scenari stocastici sono spesso stimate sulla base delle sole frequenze di ogni singolo cluster, ossia in riferimento alla percentuale di serie storiche che racchiudono. C'è dunque in letteratura scarsità di metodi di generazione di scenari che includono una ulteriore correlazione temporale fra i profili stocastici giornalieri che avvengono nel DA Market e nel BM, con la definizione delle probabilità di scenario.

In letteratura, pochi lavori considerano modelli di programmazione stocastica a tre stadi. Golmohamadi [8] ha presentato un modello di PS a tre stadi per minimizzare i costi di riscaldamento per utenti residenziali forniti di pompa di calore e operativi nel DA Market, Intra-day Market e BM, con l'incertezza nei prezzi della corrente

elettrica, della temperatura dell'ambiente e del consumo di acqua calda.

Si potrebbe dunque formulare un modello a tre stadi per l'ottimizzazione del problema riguardante la progettazione di un sistema energetico con le conseguenti operazioni nei diversi mercati di riferimento, con le condizioni di incertezza sulle risorse rinnovabili a disposizione e sul livello di domanda di energia da parte dei clienti del fornitore.

Questa tesi, a partire da alcuni spunti riportati in [14], vuole formalizzare un modello a tre stadi per il problema descritto nel Capitolo 1, analizzando in ogni fase del processo decisionale le variabili di ciascuno stadio e il ricorso associato a ciascuna. Il maggiore contributo di questa tesi sarà dunque, attraverso un rigoroso inquadramento delle relazioni tra gli scenari stocastici e i gruppi di giornate ottenuti con la tecnica di *clustering* descritta in [14], la formulazione di un modello a tre stadi con ricorso per il problema del produttore di energia, formulazione esposta nel prossimo capitolo.

Capitolo 4

Il modello

Contenuto di questo capitolo è lo sviluppo di un modello di programmazione stocastica per il problema della progettazione di un sistema energetico composto da un impianto fotovoltaico da dimensionare e un motore a combustione interna. Il produttore inoltre agisce sul mercato dell'energia per acquistare o vendere le quantità di cui necessita per soddisfare la domanda di elettricità del cliente. A partire dal modello nominale e aggiungendo successivamente i parametri stocastici relativi all'irraggiamento solare e al livello di domanda, determiniamo un modello a più stadi che è ispirato a quello presentato in [14] e ne costituisce una formalizzazione e un'espansione, dal momento che nel modello presentato in questo capitolo, saranno analizzati e discussi tutti i parametri e le loro dipendenze dai fattori in gioco per arrivare a modellare tutti e tre gli stadi del problema.

4.1 Costruzione del modello nominale

Per la costruzione del modello nominale, dobbiamo assumere alcune ipotesi. Il modello è deterministico, quindi siamo in grado di conoscere giorno per giorno il livello di irraggiamento per i prossimi venti anni, la domanda che il cliente chiede di soddisfare e le quantità di energia che verranno scambiate nei mercati dell'energia ogni giorno per tutto il periodo di ottimizzazione.

Pur essendo queste ipotesi molto forti e difficilmente realizzabili dal punto di vista pratico, esse ci servono per poter formalizzare il modello teorico. Vedremo nel seguito come gestire tutte le informazioni che ora supponiamo note ma che con lo

sviluppo del modello non lo saranno più. Iniziamo con il fissare due insiemi entro i quali variano i parametri e le variabili del modello:

Sia \mathcal{G} l'insieme dei giorni del periodo temporale in cui avviene l'ottimizzazione, i cui elementi sono indicati con g e sia \mathcal{T} l'insieme dei tempi (in ore) del giorno, i cui elementi sono indicati con t .

Le variabili

Le variabili del problema in esame, a partire da quelle proposte in [14], sono:

- A_{PV} , la superficie dell'impianto fotovoltaico, indipendente dal giorno e dall'ora in quanto il dimensionamento dell'impianto fotovoltaico è il primo passo del processo decisionale e viene definito all'inizio del periodo di ottimizzazione;
- $e_{DAg,t}$, l'energia acquistata nel giorno g al tempo t nel DA Market;
- $e_{BMg,t}^+$ e $e_{BMg,t}^-$, l'energia rispettivamente venduta e acquistata nel giorno g e al tempo t nel BM;
- $\delta_{ICEg,t}$, la variabile binaria che indica lo stato on/off del motore ICE a disposizione nel giorno g al tempo t ;
- $P_{ICEg,t}$, la quantità di energia prodotta dal motore ICE nel giorno g al tempo t ;
- $F_{ICEg,t}$, la quantità di gas necessaria ad alimentare il motore ICE nel giorno g e al tempo t , che dipende dalla quantità di energia prodotta dal motore stesso;
- $P_{PVg,t}$, la quantità di energia prodotta dall'impianto fotovoltaico nel giorno g e al tempo t , che dipende dalla dimensione dell'impianto, dalla sua efficienza e dal livello di irraggiamento nel giorno g e al tempo t .

I parametri

Nel modello compaiono i seguenti parametri:

- c_{PV} , il costo per unità di superficie dell'impianto fotovoltaico, inteso come spesa complessiva per tutta la durata del processo di ottimizzazione e comprensiva di acquisto e manutenzione. Il costo totale dell'impianto è quindi $c_{PV} \cdot A_{PV}$;

- η_{PV} , il coefficiente di efficienza dell'impianto fotovoltaico;
- $I_{g,t}$, il livello di irraggiamento nel giorno g al tempo t ;
- k_F , il costo fisso per tenere acceso il motore ICE. Si paga dunque questo costo tutti i giorni in cui il motore ICE viene effettivamente utilizzato;
- k_P , il costo per la produzione di una unità di energia tramite l'utilizzo del motore ICE;
- $c_{gas,g}$, il costo unitario del gas per alimentare il motore ICE. Il costo del motore ICE è dunque $c_{gas,g} \cdot F_{ICEg,t}$;
- $c_{DAg,t}$, il prezzo di acquisto dell'energia nel DA Market (clearing price) nel giorno g al tempo t . La spesa nel DA Market vale dunque $c_{DAg,t} \cdot e_{DAg,t}$.
- ψ^+ e ψ^- , i fattori di scala rispetto al clearing price $c_{DAg,t}$ per i prezzi rispettivamente di vendita e di acquisto dell'energia nel BM. In particolare si ha $\psi^+ < 1$ e $\psi^- > 1$. L'energia nel BM al tempo t viene quindi venduta al prezzo $c_{DAg,t} \cdot \psi^+$, con un guadagno di $c_{DAg,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMg,t}^+$ e acquistata al prezzo $c_{DAg,t} \cdot \psi^-$, con una spesa complessiva di $c_{DAg,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMg,t}^-$;
- $P_{ELg,t}$, la quantità di energia venduta al cliente finale al tempo t nel giorno g . Rappresenta la domanda di energia che il produttore deve soddisfare;
- $c_{mean,g}$, il prezzo unitario di vendita dell'energia al cliente nel giorno g . Il prezzo di vendita dell'energia dipende naturalmente dal mercato e quindi dal periodo dell'anno in cui avviene la vendita, che al tempo t nel giorno g genera un ricavo di $c_{mean,g} \cdot P_{ELg,t}$;
- P_{ICEmax} la quantità di energia massima che il motore ICE è in grado di produrre.

I vincoli

Le variabili e i parametri sopra descritti sono legati dai seguenti vincoli, che adattano quelli presenti in [14]:

- l'energia generata dall'impianto fotovoltaico nel giorno g e al tempo t è:

$$P_{PVg,t} = \eta_{PV} \cdot A_{PV} \cdot I_{g,t}$$

- l'energia consumata per il funzionamento del motore ICE nel giorno g e al tempo t è:

$$F_{ICEg,t} = k_F \cdot \delta_{ICEg,t} + k_P \cdot P_{ICEg,t}$$

- vincolo di bilancio energetico: il produttore/fornitore non può avere disavanzo di energia da accumulare e naturalmente non può avere ammanchi di energia per poter soddisfare la domanda. Deve quindi risultare il bilancio fra l'energia complessivamente prodotta dall'impianto PV, dal motore ICE e acquistata nel DA Market e quella venduta all'utente finale e scambiata nel BM. Si ha dunque:

$$P_{ICEg,t} + P_{PVg,t} + e_{DAg,t} = P_{ELg,t} + e_{BMg,t}^+ - e_{BMg,t}^-$$

- vincolo logico: l'attivazione del motore a combustione ICE obbliga lo stato su on per poter produrre energia. In questo modo, se la variabile binaria δ_{ICE} ha valore 0 allora il motore non può produrre energia. Se invece è impostato su on ($\delta_{ICE} = 1$) allora il motore può produrre energia fino al massimo possibile. Dobbiamo quindi imporre:

$$P_{ICEg,t} \leq \delta_{ICEg,t} \cdot P_{ICEmax}$$

La funzione obiettivo

La funzione obiettivo del modello è la funzione costo totale che il venditore sostiene nella produzione, vendita e acquisto dell'energia nell'arco di tempo dal dimensionamento dell'impianto e per tutto il successivo periodo di osservazione. Si deve tenere conto della spesa per l'impianto, una tantum al momento del dimensionamento e delle spese per l'acquisto dell'energia nel DA Market, della spesa per la produzione di energia con il motore ICE e della spesa per l'acquisto di ulteriore energia nel BM, sostenute ogni giorno g ad ogni tempo t . Contribuiscono invece ai ricavi la vendita di energia nel BM e la vendita di energia al cliente finale per soddisfare la domanda,

anch'esse per ogni giorno g e ogni tempo t .

Si avrà dunque una funzione obiettivo composta da un termine fisso $f(\cdot)$ e uno variabile, dato dalla somma sugli elementi degli insiemi \mathcal{G} e \mathcal{T} di un termine $g(\cdot)$. In particolare, la funzione obiettivo $z(\cdot)$ sarà della forma:

$$z(\cdot) = f(\cdot) + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} g(\cdot)$$

Essendo la funzione obiettivo z una funzione costo, le quantità associate alle spese vi compaiono con segno positivo, mentre quelle riferite ai ricavi hanno segno negativo. Si ottiene dunque:

$$\begin{aligned} z = c_{PV} \cdot A_{PV} + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{DAg,t} \cdot e_{DAg,t} + F_{ICEg,t} \cdot c_{gas} + \\ + c_{DAg,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMg,t}^- - c_{DAg,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMg,t}^+ - P_{ELg,t} \cdot c_{mean,g}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Il modello nominale

Riassumendo quanto sopra presentato e considerando che si vuole minimizzare la funzione obiettivo z , si ottiene il seguente modello nominale:

$$\begin{aligned} \min \quad c_{PV} \cdot A_{PV} + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{DAg,t} \cdot e_{DAg,t} + F_{ICEg,t} \cdot c_{gas} + \\ + c_{DAg,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMg,t}^- - c_{DAg,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMg,t}^+ - P_{ELg,t} \cdot c_{mean,g}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s. a. \quad P_{PVg,t} &= \eta_{PV} \cdot A_{PV} \cdot I_{g,t} && \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \mathcal{G} \\ F_{ICEg,t} &= k_F \cdot \delta_{ICEg,t} + k_P \cdot P_{ICEg,t} && \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \mathcal{G} \\ P_{ICEg,t} + P_{PVg,t} + e_{DAg,t} &= P_{ELg,t} + e_{BMg,t}^+ - e_{BMg,t}^- && \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \mathcal{G} \\ P_{ICEg,t} &\leq \delta_{ICEg,t} \cdot P_{ICEmax} && \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \mathcal{G} \\ A_{PV}, \quad e_{DAg,t}, \quad e_{BMg,t}^+, \quad e_{BMg,t}^-, \quad P_{ICEg,t} &\geq 0 && \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \mathcal{G} \\ \delta_{ICEg,t} &\in \{0; 1\} && \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \mathcal{G} \end{aligned}$$

4.2 Giornate fattorizzanti

Il modello generato è valido e affidabile dal punto di vista teorico, ma una sua implementazione e risoluzione risulta difficilmente gestibile anche per solutori molto efficienti, a causa dell'elevato numero di variabili e parametri, considerando il numero di giorni e ore di tutto il periodo di analisi delle decisioni del produttore che, come visto nella Sezione 1.1, potrebbe essere di diversi anni.

Dall'osservazione delle diverse giornate e dallo studio di quanto accaduto negli anni precedenti tramite serie storiche, possiamo supporre che le giornate non siano tutte significativamente differenti, ma anzi potremmo raggrupparle in classi di somiglianza secondo alcuni criteri da stabilire [9] [13]. Entro una certa tolleranza, possiamo infatti assumere che molte giornate, in particolare nello stesso periodo dell'anno, abbiano un profilo di irraggiamento pressoché identico e una domanda di energia molto simile, con consumi compatibili con la stagione e senza troppe variazioni.

Possiamo dunque partizionare l'insieme \mathcal{G} in tali classi, considerando per ciascuna classe un rappresentante che chiameremo *giornata fattorizzante*. Naturalmente, la cardinalità di ciascuna classe rappresenta la frequenza con cui ciascuna giornata fattorizzante si realizza nel periodo di ottimizzazione in analisi.

In questo modo, si ottiene una importante riduzione del numero di parametri e variabili di modello, evitando di ripetere valori pressoché identici per un numero considerevole di giornate. Il modello risulta quindi, entro la tolleranza scelta per la fattorizzazione, più semplice e gestibile dal punto di vista computazionale.

Consideriamo quindi $\bar{\mathcal{G}}$ l'insieme di tali giornate fattorizzanti e ad ogni elemento $g \in \bar{\mathcal{G}}$ associamo la frequenza w_g con cui la giornata fattorizzante g si ripete nel periodo di osservazione. In particolare, sfruttando questa fattorizzazione, la funzione obiettivo (4.1), nella forma

$$z = c_{PV} \cdot A_{PV} + \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{t \in \mathcal{T}} f(g, t),$$

assume la seguente struttura:

$$z = c_{PV} \cdot A_{PV} + \sum_{g \in \bar{\mathcal{G}}} w_g \sum_{t \in \mathcal{T}} f(g, t).$$

Con queste osservazioni, volte a ridurre il numero di variabili e parametri del model-

lo, questo può essere riscritto come segue, considerando l'insieme $\bar{\mathcal{G}}$, di cardinalità decisamente più contenuta rispetto al precedente \mathcal{G} , con le relative frequenze di realizzazione w_g :

$$\begin{aligned}
\min \quad & c_{PV} \cdot A_{PV} + \sum_{g \in \bar{\mathcal{G}}} w_g \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{DAg,t} \cdot e_{DAg,t} + F_{ICEg,t} \cdot c_{gas} + \\
& + c_{DAg,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMg,t}^- - c_{DAg,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMg,t}^+ - P_{ELg,t} \cdot c_{mean,g}) \\
s. a. \quad & P_{PVg,t} = \eta_{PV} \cdot A_{PV} \cdot I_{g,t} & \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \bar{\mathcal{G}} \\
& F_{ICEg,t} = k_F \cdot \delta_{ICEg,t} + k_P \cdot P_{ICEg,t} & \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \bar{\mathcal{G}} \\
& P_{ICEg,t} + P_{PVg,t} + e_{DAg,t} = P_{ELg,t} + e_{BMg,t}^+ - e_{BMg,t}^- & \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \bar{\mathcal{G}} \\
& P_{ICEg,t} \leq \delta_{ICEg,t} \cdot P_{ICEmax} & \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \bar{\mathcal{G}} \\
& A_{PV}, \quad e_{DAg,t}, \quad e_{BMg,t}^+, \quad e_{BMg,t}^-, \quad P_{ICEg,t} \geq 0 & \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \bar{\mathcal{G}} \\
& \delta_{ICEg,t} \in \{0; 1\} & \forall t \in \mathcal{T}, \forall g \in \bar{\mathcal{G}}
\end{aligned}$$

4.3 Rappresentazione dell'incertezza

Nel modello nominale finora considerato, abbiamo assunto tutti i parametri come noti a priori, mentre, per come è definito il problema, è evidente che non è possibile conoscere a priori i valori di tutti i parametri del modello. In particolare, in questa tesi ci concentriamo su alcuni di essi e consideriamo non noti deterministicamente la domanda di energia per tutti i giorni dell'anno per tutto il periodo in analisi e il livello di irraggiamento.

Per modellare il problema in maniera più realistica, quindi, si rende necessario pensare al problema non più come totalmente deterministico, ma comprensivo di una componente stocastica non trascurabile. Le difficoltà diventano quelle di capire come modificare il modello per includere l'incertezza data da questi parametri e la scelta di come rappresentare tale aleatorietà dei parametri.

La scelta che faremo è quella di un modello a più stadi con ricorso. Tale scelta, suggerita anche in [14], è motivata dalla natura stessa del problema, in cui il processo decisionale è sequenziale e dopo una prima scelta iniziale relativa al dimensionamento dell'impianto, le successive scelte avvengono in relazione al verificarsi di eventi che

corrispondono alla realizzazione dei diversi parametri incerti. Risulta quindi utile un modello su più livelli per tenere conto delle possibili realizzazioni che portano a scelte differenti da parte del produttore/fornitore di energia.

Una volta individuate e definite le componenti stocastiche del modello, che nel nostro particolare caso sono il parametro di irraggiamento per ogni giorno e tempo e il parametro di domanda del cliente finale per ogni giorno e tempo, dobbiamo ora stabilire come rappresentare l'incertezza dei diversi parametri.

Dal momento che l'azione sul mercato dell'energia si sviluppa in due momenti successivi, uno al giorno d e uno al giorno $d + 1$, è utile stabilire delle relazioni fra le possibili realizzazioni dei parametri nei due giorni successivi, in quanto sia il profilo di irraggiamento quanto la domanda da soddisfare alla giornata successiva $d + 1$ influenzano in maniera consistente l'azione sul mercato del giorno prima al giorno d . Non è più sufficiente quindi parlare di giornate fattorizzanti con le relative frequenze, ma è necessario un nuovo approccio, tramite la generazione di scenari. Definiremo uno *scenario* come una realizzazione dei parametri di irraggiamento e domanda al giorno d con delle date probabilità di transizione a tutti i possibili altri scenari al giorno $d + 1$, così come fatto in [14]. In sostanza, gli scenari sono elementi delle classi dell'insieme $\bar{\mathcal{G}}$, ossia giornate fattorizzanti, ma a differenza di queste ultime ora teniamo in considerazione la natura stocastica di alcuni dei parametri ad esse associati e, inoltre, la correlazione temporale fra due giornate successive, in quanto la previsione per il giorno successivo risulta di fondamentale importanza.

Quello che faremo, dopo aver determinato come definire operativamente uno scenario, sarà determinare per ogni coppia di possibili scenari i e j , la probabilità che al giorno $d + 1$ si verifichi lo scenario j , sapendo che al giorno d si è realizzato lo scenario i [14].

Sfruttando le considerazioni precedenti relative al raggruppamento deterministico in giornate fattorizzanti, ci proponiamo quindi di individuare una tecnica per ridurre il numero degli scenari possibili ad un numero ridotto di situazioni tipo, ricavando poi la frequenza e la probabilità che ciascuna di esse ha di verificarsi.

4.4 Generazione degli scenari

Per definire le classi di scenario per il problema in esame, è necessario ricavare i dati relativi ai parametri di irraggiamento e di domanda, che consideriamo come parametri stocastici. Questo è possibile, come mostrato in [9] e [13], consultando i dati storici per un determinato luogo e per un lungo periodo di tempo, in modo che sia possibile ottenere una storicità ed un ripetersi di valori simili in periodi simili, e quindi delle classi di giornate con profilo di irraggiamento confrontabili o domande di energia simili e che, a meno di una certa tolleranza, possiamo considerare identici. Per ogni classe, scegliamo quindi il profilo più rappresentativo e consideriamo questo rappresentante come scenario. La classificazione può essere ottenuta con tecniche di clustering e permette di generare un numero ridotto di scenari, limitando dunque il numero di variabili e parametri che compaiono nel modello.

Seguendo lo schema proposto, ad esempio, in [14], e tenendo conto che, nel nostro caso, la stocasticità è associata non solo ai livelli di irraggiamento, ma anche ai livelli di domanda, possiamo procedere come segue:

- suddividiamo tutte le giornate del periodo di analisi del problema in l classi per quanto riguarda il profilo di irraggiamento, raggruppando quelle giornate che presentano caratteristiche e profili compatibili e per ciascuna classe consideriamo un suo rappresentante. Abbiamo quindi l profili di irraggiamento indicizzati da $i = 1, \dots, l$;
- suddividiamo tutte le giornate del periodo di analisi del problema in m classi relativamente al profilo di domanda di energia da parte del cliente finale, associando quelle con valori molto simili entro un certo margine di tolleranza e per ciascuna classe consideriamo un rappresentante. Si ottengono quindi m profili di domanda indicizzati da $j = 1, \dots, m$;
- definiamo ora lo scenario s come la coppia (i, j) ossia una giornata rappresentativa che presenta profilo di irraggiamento di tipo i e profilo di domanda di tipo j . Otteniamo dunque $n = l \cdot m$ scenari di tipo s , che formano l'insieme \mathcal{S} .

Definiti gli scenari, a partire dai dati storici relativamente ai parametri di interesse, siamo in grado di calcolare innanzitutto la probabilità che ciascuno scenario ha di realizzarsi, questo semplicemente come frequenza relativa al totale delle giornate in \mathcal{G} , come già fatto in precedenza con le giornate fattorizzanti. Seguendo lo schema proposto in [14], il passo ulteriore che vogliamo fare è cogliere le relazioni fra i diversi scenari, calcolando le probabilità di transizione dallo scenario al giorno d a quello relativo al giorno successivo $d + 1$. Questo passo ha lo scopo di permettere, nel modello a più stadi proposto, di avere parametri più accurati che rappresentino le previsioni meteorologiche per il giorno successivo che saranno considerate quando si opererà sul mercato DA. Per fare questo ci serviamo della probabilità condizionata, determinata attraverso la seguente procedura, che espande alla nuova definizione degli scenari quella proposta in [14]. In particolare:

- sia $\#(ij, \dots)$ il numero di giorni in cui si realizza lo scenario $s = (i, j)$ al giorno d indipendentemente da cosa succede il giorno successivo, calcolabile tramite frequenza dello scenario s rispetto al totale delle giornate;
- sia $\#(ij, hk)$ il numero di coppie di giorni $(d, d + 1)$ in cui si realizza lo scenario (i, j) al giorno d e lo scenario (h, k) al giorno $d + 1$, calcolabile come frequenza delle coppie $(d, d + 1)$ sul totale delle coppie di giornate consecutive;

Possiamo definire la probabilità di transizione da uno scenario all'altro in due giornate consecutive come:

$$p(hk | ij) = \frac{\#(ij, hk)}{\#(ij, \dots)} \quad (4.2)$$

Essere in grado di calcolare queste probabilità permette, sapendo che al giorno d si realizza un certo scenario, di prevedere quale scenario potrebbe realizzarsi al giorno successivo e adattare quindi le conseguenti decisioni sulla base dei possibili scenari possibili, ciascuno pesato con la sua probabilità.

Dato \mathcal{S} , con $|\mathcal{S}| = n$, l'insieme di tutti gli scenari di tipo s , siamo in grado di ricavare una tabella di transizione dallo scenario $s_a \in \mathcal{S}$ allo scenario $s_b \in \mathcal{S}$, $\forall a, b \in \{1, \dots, n\}$. La tabella ha la struttura mostrata in Tabella 4.1, dove consideriamo gli scenari s_1, \dots, s_n all'inizio di ogni riga come gli $s_a = (i, j)$ al giorno d e gli scenari s_1, \dots, s_n all'inizio di ogni colonna come gli $s_b = (h, k)$ al giorno $d + 1$.

4.4. GENERAZIONE DEGLI SCENARI

	s_1	s_2	\dots	s_n
s_1	$p(s_1 s_1)$	$p(s_2 s_1)$	\dots	$p(s_n s_1)$
s_2	$p(s_1 s_2)$	$p(s_2 s_2)$	\dots	$p(s_n s_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
s_n	$p(s_1 s_n)$	$p(s_2 s_n)$	\dots	$p(s_n s_n)$

Tabella 4.1: Probabilità condizionate $p(s_b|s_a)$

In particolare, al giorno d il fornitore/produttore, conoscendo ciascuna delle probabilità con cui al giorno successivo si presenteranno i valori di irraggiamento e domanda di energia, può andare ad operare nel mercato del giorno prima (DA Market) acquistando la quantità di energia che meglio permette di soddisfare la domanda tenendo conto della sua contemporanea produzione di energia. Al giorno successivo, potrà eventualmente correggere la sua scelta operando nel mercato di bilanciamento, acquistando l'eventuale energia per raggiungere la domanda richiesta, o rivendendo eventuali quantità in eccesso.

Il processo decisionale oggetto del nostro problema di ottimizzazione può quindi essere riassunto come segue nei termini degli scenari sopra definiti:

- all'inizio del periodo di analisi il produttore sceglie la dimensione del suo impianto fotovoltaico, ossia quanti metri quadrati destinare alla produzione di energia solare;
- ogni giorno d , per ciascuno dei giorni nel periodo di analisi, sulla base dello scenario che si realizza, in termini del valore di irraggiamento e del livello di domanda da parte del cliente, conoscendo le probabilità di realizzazione di ciascuno scenario per il giorno successivo $d + 1$, egli decide la quantità di energia da acquistare nel DA Market in modo da ottimizzare i costi che sostiene cercando allo stesso tempo di soddisfare la domanda per il giorno successivo, assieme con la produzione di energia che prevede di avere;
- ogni giorno successivo $d + 1$, sulla base dello scenario che effettivamente si è realizzato, egli può eventualmente correggere la sua sottostima o sovrastima operando nel BM e/o agendo sui livelli di energia prodotti tramite ICE.

Da questa sequenza di decisioni che quotidianamente vengono prese sulla base della realizzazione giorno per giorno dei due parametri stocastici $I_{g,t}$ e $P_{ELg,t}$ che determinano lo scenario s , si cerca di ottimizzare i costi su tutto il periodo in oggetto, per poter così ricavare il dimensionamento ottimo dell'impianto, sulla base delle quantità di energia ottime che si prevede di scambiare nelle diverse fasi del mercato e alla quantità di energia da produrre attraverso il motore.

Come accennato all'inizio di questo capitolo, è la struttura stessa del problema e i diversi momenti con cui si prendono le decisioni in conseguenza alla realizzazione degli scenari tramite i parametri stocastici a suggerire quale struttura adottare per la soluzione del problema, scegliendo quindi un modello stocastico a tre stadi con ricorso, la cui struttura teorica verrà brevemente illustrata nella prossima sezione.

Per la notazione adottata nello sviluppo del modello, facciamo notare che, dal momento che abbiamo definito lo scenario s come la realizzazione della coppia (I, P_{EL}) e che d'ora in poi faremo riferimento a questi scenari, per indicare i valori di irraggiamento e di domanda di energia che si realizzano nello scenario s e al tempo t utilizzeremo la notazione $I_{s,t}$ e $P_{ELs,t}$.

4.5 Costruzione del modello stocastico

Dalle considerazioni fatte finora, la scelta più naturale sembra essere quella di un modello di ottimizzazione a tre stadi con ricorso. Tenuto conto della struttura del problema discussa nella Sezione 1.1 e delle sue relazioni con la definizione degli scenari nella Sezione 4.4, lo schema dei diversi stadi e del conseguente ricorso è il seguente:

1. al primo stadio si decide la dimensione dell'impianto fotovoltaico, intesa come superficie coperta da pannelli in grado di produrre energia; questo è il primo livello di ottimizzazione, non ancora interessato dal ricorso. Nel modello, infatti, i termini relativi a questo stadio compaiono nella stessa forma in cui sono stati inseriti nel modello nominale iniziale;
2. al secondo stadio si sceglie, ottimizzando nel senso visto in precedenza, la quantità di energia da acquistare nel DA Market. Sulla base dello scenario

corrente s al giorno d , si valuta, per ogni tempo t , quanta energia comprare per il giorno $d + 1$ sulla base delle possibili realizzazioni di scenari per il giorno successivo. A questo livello, si nota già la componente di ricorso, in quanto la scelta al secondo livello dipende dalla realizzazione dello scenario s nella giornata “oggi” con le conseguenti, vista la correlazione osservata nella Sezione 4.4, diverse probabilità di realizzazione degli scenari per la giornata “domani”;

3. al terzo e ultimo stadio si decidono, una volta realizzatosi lo scenario s al giorno d e lo scenario r al giorno $d + 1$, la quantità ottima di energia da produrre tramite il motore ICE per ogni tempo t del giorno $d + 1$, e le operazioni nel mercato BM, in cui si può acquistare o rivendere le quantità di energia eventualmente in difetto o eccesso per ogni tempo t del giorno $d + 1$. Queste scelte dipendono evidentemente dalle realizzazioni dei parametri stocastici (in relazione allo scenario r) e come conseguenza ed eventuale correzione delle decisioni prese nello stadio precedente, che vede la realizzazione dello scenario s . Si ottiene quindi un altro livello di ricorso per le scelte di terzo stadio.

Come già illustrato, questa scelta nasce dalla precisa suddivisione in tre momenti distinti del processo di produzione e approvvigionamento dell’energia, con differenti decisioni che avvengono in momenti distinti e anche molto distanti fra loro, in particolare si pensi alla decisione relativa al dimensionamento, che vincola tutte le decisioni per tutto il successivo periodo di tempo di analisi del problema (si parla di almeno dieci o venti anni). Ribadiamo che questa struttura introduce un elemento di novità rispetto a modello presentato in [14], dove soltanto il secondo e terzo stadio vengono considerati nel modello stocastico. Questo porta ad alcune significative modifiche sia dal punto di vista della costruzione e implementazione del modello che nella sua interpretazione in chiave stocastica, come vedremo in seguito.

Individuata la struttura a tre livelli per il problema, con i tre stadi di ottimizzazione da considerare in momenti diversi, in particolare la scelta del dimensionamento dell’impianto all’inizio, l’acquisto di energia nel DA Market ogni giorno e lo scambio di energia nel BM nel giorno successivo, illustriamo ora come si modifica la struttura del modello stocastico rispetto a quello nominale, con l’inserimento della componen-

te stocastica data dagli scenari s , come definiti nella Sezione 4.4.

Analizziamo ora le variabili, suddivise per livello, i parametri, distinguendo fra quelli deterministici e quelli stocastici. Da ultimo, riportiamo i vincoli e la determinazione della nuova funzione obiettivo per presentare il nuovo modello stocastico così ottenuto.

Le variabili

Elenchiamo prima tutte le variabili che compongono il modello per darne una panoramica, per poi discutere il ruolo di ciascuna all'interno dei tre livelli del processo decisionale del modello stocastico:

- A_{PV} , la dimensione dell'impianto fotovoltaico, intesa come superficie destinata ai pannelli;
- $e_{DA_s,t}$, la quantità di energia acquistata nel DA Market al tempo t del giorno d che realizza lo scenario s per il giorno successivo;
- $e_{BM_s,r,t}^+$, la quantità di energia venduta nel BM per ogni tempo t del giorno $d + 1$ che realizza lo scenario r in seguito a un giorno d dello scenario s ;
- $e_{BM_s,r,t}^-$, la quantità di energia acquistata nel BM per ogni tempo t del giorno $d + 1$ che realizza lo scenario r in seguito a un giorno d dello scenario s ;
- $\delta_{ICE_s,r,t}$, la variabile binaria per lo stato on/off del motore ICE per ogni tempo t del giorno $d+1$ che realizza lo scenario r in seguito a un giorno d dello scenario s ;
- $P_{ICE_s,r,t}$, la quantità di energia prodotta con il motore ICE per ogni tempo t del giorno $d + 1$ che realizza lo scenario r in seguito a un giorno d dello scenario s ;
- $F_{ICE_s,r,t}$, la quantità di gas necessaria ad alimentare il motore ICE per ogni tempo t del giorno $d + 1$ che realizza lo scenario r in seguito a un giorno d dello scenario s ;
- $P_{PV_r,t}$, la quantità di energia prodotta dall'impianto fotovoltaico per ogni tempo t del giorno $d + 1$ che realizza lo scenario r .

Riconosciamo quindi tre tipi di variabili a seconda dello stadio di ottimizzazione a cui si riferiscono:

1. variabili di primo livello: al primo stadio si ottimizza il dimensionamento e quindi la superficie dell'impianto fotovoltaico, che indichiamo con A_{PV} . Si noti che questa è esattamente la stessa variabile, con lo stesso significato e funzione quindi, che compariva nel modello nominale. Al primo livello, infatti, non si presenta ancora il ricorso;
2. variabili di secondo livello: al secondo stadio si realizza lo scenario s relativo al giorno del DA market, e quindi al giorno d corrispondente al "day ahead". Ricordiamo che, come discusso nella Sezione 4.4, le probabilità associate agli scenari si riferiscono al giorno del BM (giorno $d + 1$) e sono condizionate dallo scenario che si realizza nel giorno del DA market (giorno d). Al secondo stadio, pertanto, si realizza il condizionamento degli scenari tramite il giorno d , e, di conseguenza, il condizionamento delle probabilità associate allo scenario r per la realizzazione dei parametri stocastici della domanda $P_{ELr,t}$ e di irraggiamento $I_{r,t}$ per il giorno $d + 1$ del BM, sapendo che si è realizzato un particolare tipo di giorno d (scenario s) nel "day ahead". In relazione a questo, al secondo stadio si ottimizza la quantità di energia che si intende acquistare nel DA Market nel giorno d al tempo t per il giorno successivo $d + 1$, quantità che indichiamo con $e_{DA s,t}$. Da quanto osservato, questa variabile assumerà valori che tengono conto di ciò che si prevede possa succedere al giorno $d + 1$ come sarà ulteriormente chiarito nella discussione della funzione obiettivo che segue. Infatti, pur essendo acquistata al giorno d , l'energia scambiata nel DA Market dipende dalle probabilità che ciascuno scenario r ha di realizzarsi al giorno successivo, probabilità che però dipendono dalla realizzazione dello scenario s nel giorno d , osservata al secondo stadio. Alla luce delle diverse ipotesi di scenario valutate nel giorno "day ahead" d per il giorno $d + 1$, viene poi determinata la quantità ottima di energia da acquistare nel DA Market;
3. variabili di terzo livello: al terzo e ultimo stadio si realizza lo scenario r nel giorno $d + 1$, di conseguenza si osservano i valori dei parametri di domanda $P_{ELr,t}$ e di irraggiamento $I_{r,t}$ del giorno $d + 1$. A questo livello, si ottimizza

la quantità di energia scambiata nel BM nel giorno $d + 1$, al tempo t e nello scenario r per correggere eventuali errori di stima al giorno precedente. Le variabili, pertanto, dipendono anche da quanto è successo nel giorno precedente, quindi dallo scenario s osservato al secondo stadio. Indichiamo con $e_{BM,s,r,t}^+$ la quantità di energia venduta nel BM e con $e_{BM,s,r,t}^-$ la quantità di energia acquistata nel BM. Queste sono variabili di terzo livello. Inoltre, per ottimizzare l'utilizzo del motore ICE, ci serviamo di una variabile binaria on/off per indicare lo stato acceso/spento del motore stesso, al tempo t e nello scenario r preceduto da un giorno dello scenario s , che indichiamo con $\delta_{ICES,r,t}$ e una variabile $P_{ICES,r,t}$ che indica quanta energia produrre con il motore ICE, al tempo t e nello scenario r preceduto da s . Fra le variabili di terzo livello, rientrano anche $F_{ICES,r,t}$, la quantità di gas necessaria per alimentare il motore, al tempo t e nello scenario r , che dipende dallo stato on/off del motore stesso e dalla quantità di energia prodotta e $P_{PV,r,t}$, ossia la quantità di energia generata dall'impianto fotovoltaico, al tempo t e nello scenario r e che dipende dalla dimensione dell'impianto, dalla sua efficienza e dal livello di irraggiamento nel giorno $d + 1$ con scenario r . Si noti che quest'ultima variabile, pur essendo di terzo stadio, può essere considerata non dipendente dallo scenario realizzato al secondo stadio, ma solo da quello realizzato al terzo stadio, r , in quanto, di fatto, è legata a parametri stocastici che dipendono solo da r , come vedremo nello sviluppo del modello. Dal punto di vista fisico, infatti, la quantità di energia prodotta dall'impianto fotovoltaico nello scenario r è variabile, ma è conseguenza del solo scenario di irraggiamento del giorno del BM (terzo stadio) e non dello scenario del giorno del DA Market o delle decisioni prese nel secondo stadio.

I parametri

I parametri del modello sono gli stessi che abbiamo analizzato nel caso del modello nominale, con alcune differenze. Alcuni parametri ora vengono assunti come non noti a priori e quindi stocastici, in questo caso il profilo di domanda di energia da parte del cliente e il livello di irraggiamento che determina la produzione di energia dell'impianto fotovoltaico. Inoltre, alcuni parametri, pur rimanendo deterministici

e noti a priori, saranno dipendenti dallo scenario che si realizza, in quanto possono dipendere dal particolare periodo dell'anno, dall'andamento del mercato in giorni e orari specifici e in base alla domanda e offerta di energia, e altre informazioni che sono contenute nella realizzazione e costruzione degli scenari. Infine, dalla costruzione degli scenari stessi, abbiamo introdotto le probabilità condizionate di transizione da uno all'altro e le probabilità di realizzazione del singolo scenario s , che, nell'equivalente deterministico (vedi Sezione 2.3), ora diventano parametri noti del problema, una volta calcolati con la tecnica vista in precedenza.

Parametri deterministici

Riportiamo qui tutti i parametri che assumiamo essere deterministici e quindi noti a priori che compariranno nel modello finale (per comodità di lettura, riportiamo nuovamente anche parametri già definiti nelle sezioni precedenti):

- c_{PV} , il costo per unità di superficie dell'impianto fotovoltaico, inteso come spesa complessiva per tutta la durata del processo di ottimizzazione. Il costo dell'impianto è quindi $c_{PV} \cdot A_{PV}$;
- η_{PV} , il coefficiente di efficienza dell'impianto fotovoltaico;
- k_F , il costo fisso per tenere acceso il motore ICE. Si paga dunque questo costo tutti i giorni in cui il motore ICE viene effettivamente utilizzato;
- k_P , il costo per la produzione di una unità di energia tramite l'utilizzo del motore ICE;
- ψ^+ e ψ^- , i fattori di scala rispetto al clearing price $c_{DAs,t}$ per i prezzi rispettivamente di vendita e di acquisto dell'energia nel BM. In particolare si ha $\psi^+ < 1$ e $\psi^- > 1$. L'energia nel mercato del bilanciamento al tempo t e nello scenario s viene quindi venduta al prezzo $c_{DAs,t} \cdot \psi^+$, con un ricavo netto di $c_{DAs,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BM,s,r,t}^+$, mentre viene acquistata al prezzo $c_{DAs,t} \cdot \psi^-$, con una spesa complessiva di $c_{DAs,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BM,s,r,t}^-$;
- P_{ICEmax} la quantità di energia massima che il motore ICE è in grado di produrre;

- p_s , la probabilità di realizzazione dello scenario s , indipendentemente dallo scenario che si realizzerà il giorno successivo. Utilizzando la notazione della formula 4.2, detto $|\mathcal{G}|$ il numero di giorni del periodo di osservazione e $\#(ij, \cdot)$ il numero di giorni in cui si realizza lo scenario $s = (i, j)$, possiamo definire p_s come:

$$p_s = \frac{\#(ij, \cdot)}{|\mathcal{G}|}$$

- $p(r|s)$, la probabilità di transizione da uno scenario all'altro, ossia la probabilità condizionata che al giorno $d + 1$ si realizzi lo scenario r sapendo che al giorno d si è verificato lo scenario s . Esattamente come determinato in precedenza tramite (4.2), definiamo $p(r|s)$ come:

$$p(r|s) = \frac{\#(ij, hk)}{\#(ij, \cdot)}$$

dove lo scenario r è definito dalla coppia di parametri di irraggiamento e domanda $r = (h, k)$, mentre lo scenario s è definito da $s = (i, j)$.

Parametri stocastici del modello

Riportiamo qui i parametri stocastici, che dipendono quindi dalla realizzazione degli scenari al secondo o al terzo stadio:

- $c_{DA_s,t}$, il prezzo di acquisto dell'energia nel DA Market (clearing price) nello scenario s e al tempo t . Così come il prezzo del gas, anche quello per l'energia sul mercato è variabile e dipende da diversi fattori fra cui la domanda e offerta sul mercato, il periodo dell'anno e le condizioni atmosferiche. Quindi ha una dipendenza dallo scenario s nel giorno in cui viene acquistata. La spesa nel DA Market vale dunque $c_{DA_s,t} \cdot e_{DA_s,t}$;
- $c_{gas,r}$, il costo unitario del gas nello scenario r per alimentare il motore ICE. Il costo del motore ICE è dunque $c_{gas,r} \cdot F_{ICEr,t}$. Il prezzo del gas è variabile nei diversi periodi dell'anno e può subire aumenti o riduzioni a seconda del clima, del livello di domanda della materia prima e altri fattori contingenti, quindi assumiamo che dipenda dallo scenario che si realizza;
- $c_{mean,r}$, il prezzo di vendita dell'energia all'utente finale nello scenario r . Il prezzo di vendita dell'energia dipende naturalmente dal mercato e dal periodo

dell'anno in cui avviene la vendita, quindi dallo scenario r . In particolare, al tempo t , la vendita di energia produce un guadagno di $c_{mean,r} \cdot P_{ELr,t}$;

- $P_{ELr,t}$, la quantità di energia venduta all'utente finale al tempo t e nello scenario r . Questa rappresenta la domanda di energia del cliente finale. Tale parametro si realizza al terzo stadio dell'ottimizzazione e in seguito alla sua realizzazione si operano le scelte di produzione con il motore ICE e di acquisto o vendita nel BM;
- $I_{r,t}$, il livello di irraggiamento al tempo t e nello scenario r . Questo parametro stocastico del modello si realizza al terzo stadio dell'ottimizzazione e il suo valore porta alle decisioni di terzo livello quali le operazioni nel BM e la scelta di utilizzo o meno del motore ICE.

I vincoli

Sia \mathcal{S} l'insieme degli scenari, \mathcal{T} l'insieme dei tempi t e \mathcal{G} l'insieme di tutti i giorni del periodo di ottimizzazione del problema. Nel seguito, se non diversamente specificato, indicheremo con s lo scenario che si realizza al secondo stadio, e con r lo scenario che si realizza al terzo stadio.

Le variabili e i parametri descritti sopra sono legati dai seguenti vincoli:

- deve essere rispettato il bilancio energetico per ogni scenario e per ogni tempo. Non è possibile avere un disavanzo di energia che rimarrebbe inutilizzata e dovrebbe quindi essere immagazzinata tramite strutture apposite di cui, si assume, non si dispone e non è possibile che la quantità di energia prodotta e acquistata sia inferiore a quella poi venduta, dal momento che il fornitore non può vendere energia che non possiede. Rientrano nel bilancio dell'energia in entrata quella prodotta tramite l'impianto fotovoltaico, quella prodotta dal motore ICE e quella acquistata nel DA Market. Questo totale va bilanciato dall'energia in uscita determinata dal soddisfacimento della domanda di energia venduta al cliente e dall'energia scambiate nel Mercato di Bilanciamento, intesa come differenza fra energia venduta ed energia acquistata. Si ottiene

quindi la seguente equazione:

$$P_{ICES,r,t} + P_{PVr,t} + e_{DAs,t} = P_{EL,r,t} + e_{BMs,r,t}^+ - e_{BMs,r,t}^- \quad \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T}$$

- la quantità di gas necessaria per il funzionamento del motore ICE al tempo t e nello scenario r dipende dallo stato on/off del motore stesso nei diversi tempi, dalla quantità di energia prodotta e dai costi fissi e variabili per la produzione secondo la relazione:

$$F_{ICES,r,t} = k_F \cdot \delta_{ICES,r,t} + k_P \cdot P_{ICES,r,t} \quad \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T}$$

- il vincolo logico per l'attivazione del motore ICE obbliga lo stato su *on* per poter produrre energia. In questo modo, se la variabile binaria δ_{ICE} ha valore 0 allora il motore non può produrre energia. Se invece è acceso allora il motore può produrre energia fino al massimo P_{ICEmax} . Dobbiamo quindi imporre, per ogni scenario realizzato al terzo stadio e per ogni tempo, il seguente vincolo:

$$P_{ICES,r,t} \leq \delta_{ICES,r,t} \cdot P_{ICEmax} \quad \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T}$$

- l'energia generata dall'impianto fotovoltaico al tempo t e nello scenario r dipende dalla sua superficie, dall'efficienza dell'impianto stesso e dal livello di irraggiamento tramite la formula seguente:

$$P_{PVr,t} = \eta_{PV} \cdot A_{PV} \cdot I_{r,t} \quad \forall r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T}$$

Si noti che, pur essendo questo vincolo proprio dello scenario che si realizza al terzo stadio, esso non dipende, come invece i precedenti, dallo scenario s realizzato al secondo stadio, in quanto tutte le grandezze in gioco sono indipendenti da s .

La funzione obiettivo

La funzione obiettivo del modello è la funzione costo totale da sostenere durante le fasi di produzione, approvvigionamento, acquisto e vendita dell'energia nell'arco di tempo che inizia con il dimensionamento dell'impianto e prosegue fino al termine del periodo di osservazione. Naturalmente, l'ottimizzazione vuole minimizzare

tale costo, composto da una parte indipendente dagli scenari che si realizzano, in particolare la spesa per l'acquisto e il mantenimento dell'impianto fotovoltaico, e una componente invece strettamente connessa agli scenari che si verificano in ogni particolare giorno. In particolare, una componente della funzione obiettivo è rappresentata dal valore medio del ricorso al terzo stadio, ossia della funzione costo derivante dall'utilizzo del motore ICE, dai ricavi generati dalla vendita all'utente finale e dalla spesa o ricavo dell'acquisto o vendita di energia nel BM al terzo stadio dell'ottimizzazione. Infine, una parte dei costi dipende, al secondo stadio, dallo scenario di ogni giorno in relazione ai possibili scenari del giorno seguente, in quanto l'acquisto di energia nel DA Market dipende dallo scenario che si prevede di avere al giorno successivo, che, a sua volta, dipende, nel nostro modello, dallo scenario che si realizza nel giorno stesso. Anche in questo caso, rappresenteremo i costi come valore medio del costo per l'acquisto di tale quantità di energia.

Formalizziamo, termine per termine, le componenti della funzione obiettivo z , riconoscendo nella sua costruzione i tre successivi stadi dell'ottimizzazione così come definito nel modello che stiamo determinando, in particolare:

- al primo stadio si hanno i costi relativi alla costruzione dell'impianto, indipendenti dal tempo e dallo scenario, che indichiamo con $l(A_{PV})$;
- da qui in poi i termini dipendono dallo scenario e dal tempo t . In particolare, per i costi relativi all'acquisto di energia nel DA Market, dobbiamo tenere conto dello scenario s che si realizza al giorno "oggi" (calcoleremo quindi una funzione valore medio). Pertanto, indicando sinteticamente con $f(s, t)$ i costi di acquisto dell'energia nel DA Market in corrispondenza dello scenario s nel giorno del DA market stesso per il tempo t del giorno successivo, otteniamo un termine della forma:

$$h(s, t) = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \cdot f(s, t)$$

ossia il valore medio del costo sostenuto per l'energia nello scenario odierno s mediato con le probabilità (o frequenze) che nell'arco di tutte le giornate si verifichi una giornata con scenario s ;

- infine, il termine relativo all'ultima fase del processo decisionale, dipendente dallo scenario r del giorno del BM, oltre che da quello già realizzato nel giorno del DA Market, è composto da tutti i costi e ricavi per ogni tempo derivanti dalla produzione di energia tramite motore e impianto fotovoltaico nel giorno del BM, vendita e acquisto di energia nel BM e vendita al cliente finale nello scenario di riferimento. Indicando l'insieme di questi costi per tutti i tempi con $g(s, r, t)$, e ricordando che sono disponibili le probabilità dello scenario r condizionate dalla transizione dallo scenario s realizzatosi nel giorno precedente del DA market, otteniamo un termine della forma:

$$q(s, r, t) = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \cdot \left(\sum_{r \in \mathcal{S}} p(r|s) \cdot g(s, r, t) \right)$$

Tenuto conto che il primo termine $l(A_{PV})$ fa riferimento al costo complessivo per tutto il periodo di ottimizzazione, è necessario che i termini $h(s, t)$ e $q(s, r, t)$, essendo delle funzioni valore medio per una giornata, vengano moltiplicati per il numero di giornate che compongono il periodo in analisi, ossia $|\mathcal{G}|$, cioè il numero totale di giorni.

Otteniamo quindi una funzione obiettivo della forma:

$$z = l(A_{PV}) + |\mathcal{G}| \cdot [h(s, t) + q(s, r, t)] \quad (4.3)$$

che possiamo riscrivere come:

$$z = l(A_{PV}) + |\mathcal{G}| \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \left[f(s, t) + \left(\sum_{r \in \mathcal{S}} p(r|s) \cdot g(s, r, t) \right) \right]$$

Dalle relazioni fra le variabili e i parametri del modello analizzati in precedenza nel modello nominale, e dopo l'illustrazione del significato di ciascun termine, possiamo esplicitare le funzioni utilizzate nella definizione di z :

- $l(A_{PV})$: questo termine dipende dalla variabile di primo livello A_{PV} attraverso la relazione seguente:

$$l(A_{PV}) = c_{PV} \cdot A_{PV}$$

- $f(s, t)$: al secondo stadio, f dipende dalla variabile di secondo livello $e_{DAs,t}$ tramite l'equazione:

$$f(s, t) = \sum_{t \in \mathcal{T}} c_{DAs,t} \cdot e_{DAs,t}$$

- $g(s, r, t)$: al terzo e ultimo stadio del processo decisionale, la funzione g dipende dalle variabili di terzo livello viste in precedenza. Vale in particolare:

$$g(s, r, t) = \sum_{t \in \mathcal{T}} (F_{ICES,r,t} \cdot c_{gas,r} + c_{DAs,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMs,r,t}^- + \\ - c_{DAs,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMs,r,t}^+ - P_{ELr,t} \cdot c_{mean,r})$$

In conclusione, la funzione obiettivo z da minimizzare nel modello così costruito risulta essere:

$$z = c_{PV} \cdot A_{PV} + |\mathcal{G}| \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \left[\sum_{t \in \mathcal{T}} (c_{DAs,t} \cdot e_{DAs,t}) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{r \in \mathcal{S}} p(r|s) \cdot \right. \\ \left. \cdot (F_{ICES,r,t} \cdot c_{gas,r} + c_{DAs,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMs,r,t}^- - c_{DAs,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMs,r,t}^+ - P_{ELr,t} \cdot c_{mean,r}) \right]$$

da cui, raccogliendo la sommatoria per $t \in \mathcal{T}$, otteniamo:

$$z = c_{PV} \cdot A_{PV} + |\mathcal{G}| \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[c_{DAs,t} \cdot e_{DAs,t} + \sum_{r \in \mathcal{S}} p(r|s) \cdot (F_{ICES,r,t} \cdot c_{gas,r} + \right. \\ \left. + c_{DAs,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMs,r,t}^- - c_{DAs,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMs,r,t}^+ - P_{ELr,t} \cdot c_{mean,r}) \right]$$

Il modello

A conclusione del capitolo, riportiamo il modello stocastico a tre stadi con ricorso che abbiamo ottenuto. Nella definizione della regione ammissibile, aggiungiamo i vincoli di non negatività per tutte le variabili del modello in quanto, trattandosi di superficie e quantità di energia scambiata, non possono assumere valori negativi. Le variabili per le quali non imponiamo la condizione sul segno sono positive dalla loro definizione tramite i vincoli, in particolare P_{PV} e F_{ICE} .

In definitiva, si vuole risolvere il seguente problema di minimo:

$$\begin{aligned} \min \quad & c_{PV} \cdot A_{PV} + |\mathcal{G}| \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[c_{DAs,t} \cdot e_{DAs,t} + \sum_{r \in \mathcal{S}} p(r|s) \cdot \left(F_{ICES,r,t} \cdot c_{gas,r} + \right. \right. \\ & \left. \left. + c_{DAs,t} \cdot \psi^- \cdot e_{BMs,r,t}^- - c_{DAs,t} \cdot \psi^+ \cdot e_{BMs,r,t}^+ - P_{ELr,t} \cdot c_{mean,r} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s. a. \quad & P_{PVr,t} = \eta_{PV} \cdot A_{PV} \cdot I_{r,t} && \forall r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \\ & F_{ICES,r,t} = k_F \cdot \delta_{ICES,r,t} + k_P \cdot P_{ICES,r,t} && \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \\ & P_{ICES,r,t} + P_{PVr,t} + e_{DAs,t} = P_{ELr,t} + e_{BMs,r,t}^+ - e_{BMs,r,t}^- && \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \\ & P_{ICES,r,t} \leq \delta_{ICES,r,t} \cdot P_{ICEmax} && \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \\ & A_{PV}, \quad e_{DAs,t}, \quad e_{BMs,r,t}^+, \quad e_{BMs,r,t}^-, \quad P_{ICES,r,t} \geq 0 && \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \\ & \delta_{ICES,r,t} \in \{0; 1\} && \forall s, r \in \mathcal{S}, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned}$$

Capitolo 5

Soluzione del problema

Obiettivo principale di questo capitolo è l'applicazione del modello definito nella trattazione precedente per determinare, se esiste, una soluzione. A differenza di quanto fatto nella letteratura di riferimento [14], in cui l'obiettivo era la minimizzazione dei costi con la superficie destinata a pannelli solari fissata, in questa applicazione, avendo come fine ultimo la determinazione del dimensionamento ottimo dell'impianto, il processo di ottimizzazione parte dal primo stadio, motivo per cui abbiamo definito A_{PV} come variabile e non come parametro noto. L'evoluzione rispetto ai modelli precedentemente analizzati in letteratura, con particolare riferimento al modello di partenza [14], sta nella risoluzione del modello in tutti e tre gli stadi previsti e non soltanto dei due stadi conclusivi, considerando come noto un parametro che nel nostro caso si chiede di ottimizzare.

Sarà illustrata una panoramica dei dati necessari per l'applicazione del modello, e della sua implementazione tramite software AMPL, che verrà in seguito riportata e commentata. Si noti che per motivi legati alle limitate risorse di calcolo disponibili, ricorreremo ad alcune semplificazioni nei dati, che in ogni caso non alterano la validità teorica del modello proposto e l'analisi, almeno dal punto di vista qualitativo, della soluzione ottenuta.

Considereremo un unico periodo di riferimento della durata di venti anni, considerata come la vita attesa dell'impianto stesso. A questo proposito, notiamo che dovranno essere considerati nello stesso modello i dati relativi a diverse stagioni, mentre faremo riferimento, per il reperimento dei dati stessi, a quanto riportato

in [14], dove le analisi riguardano solo le operazioni sui mercati DA e BM e sono condotte separatamente per il periodo estivo e il periodo invernale. Pertanto, nel nostro modello metteremo insieme i dati estratti dalle analisi estive e quelli estratti dalle analisi invernali, con l'obiettivo di ottenere il valore ottimo per la superficie da destinare ai pannelli fotovoltaici operanti per un periodo di due decenni.

5.1 Raccolta dei dati

I dati che saranno utilizzati per implementare il modello sono per la maggior parte forniti dal materiale a disposizione [14] e riguardano principalmente i valori di irraggiamento nei diversi scenari ottenuti dopo il *clustering*, l'andamento dei prezzi nel DA Market, i costi per l'acquisto del gas, il prezzo di vendita dell'energia, i livelli di domanda ed alcune costanti di modello relative ai fattori di scala del mercato e alle specifiche dell'impianto fotovoltaico e del motore a combustione a disposizione.

Analizziamo i parametri che compongono il modello, in modo da associare a ciascuno il valore corrispondente. Tenendo in considerazione che, per motivi legati alle risorse computazionali disponibili, abbiamo deciso di non lavorare con 24 *timestep* giornalieri di un'ora ciascuno, accorpriamo i dati in intervalli di tre ore, ottenendo così otto fasce orarie per ogni giornata. Ciò significa che per i parametri che dipendono dal tempo t , il valore che utilizzeremo sarà la media, nell'intervallo di tre ore considerato, dei valori tratti da [14].

Parametri del sistema produttivo

Il sistema produttivo si compone di due strutture, l'impianto fotovoltaico e il motore a combustione interna a gas. I parametri che determinano il loro funzionamento sono:

- c_{PV} : è il costo per unità di superficie dell'impianto. Per determinarlo, utilizziamo il costo medio di un impianto per la produzione di 1 KWatt, pari a circa €2500 [17] e la dimensione media per un impianto da 1 KWatt, che risulta di circa 11.15 m^2 [21]. Possiamo ottenere il valore di c_{PV} come

$$c_{PV} = 2500 \frac{\text{€}}{\text{KW}} : 11.15 \frac{\text{m}^2}{\text{KW}} \approx 224 \frac{\text{€}}{\text{m}^2}$$

5.1. RACCOLTA DEI DATI

- $I_{r,t}$: è il parametro stocastico di irraggiamento al tempo t e nello scenario r . I dati sono ricavati in [14] e fanno riferimento al database del *Photovoltaic Geographical Information System* (PVGIS) [22]. Sono stati estratti per Padova e raccolgono i valori orari di irraggiamento solare negli anni dal 2005 al 2016. A questi dati viene poi applicato il *clustering* per ottenere i diversi scenari [9]. Sono stati così ricavati 10 scenari, dei quali 6 per il periodo invernale e 4 per il periodo estivo, ciascuno con differenti valori orari. Per una descrizione più approfondita sulla generazione degli scenari, si veda la Sezione 4.4. In Figura 5.1, sono riportati i profili di irraggiamento nei diversi scenari (detti anche “*cluster*”) mentre la Tabella 5.1 contiene i valori nelle ore t del giorno nel cluster/scenario s , calcolati in Watt/m^2 . Dopo la suddivisione delle 24 ore giornaliere in otto *timestep*, riportiamo in Tabella 5.2 i valori che saranno utilizzati nel modello vero e proprio, ossia le medie per fasce orarie nei diversi intervalli T01, \dots , T08, negli scenari invernali ed estivi;
- η_{PV} : è l’efficienza dell’impianto fotovoltaico. Dai dati disponibili in [14], il suo valore è fissato a 0.11. Dall’analisi dimensionale dei parametri, poichè tutte le grandezze relative ad energie sono date in KWh (KiloWattora), mentre il valore dell’irraggiamento è dato in W/m^2 , è necessario riscalare il parametro η_{PV} di un fattore 10^{-3} . Inoltre, poichè il valore medio di I irraggia per tre ore (ciascuna fascia oraria nel modello è di tre ore) è necessario che esso sia moltiplicato per 3. Alternativamente, moltiplichiamo il valore di η_{PV} per 3. Otteniamo quindi $\eta_{PV} = 0.11 \cdot 10^{-3} \cdot 3 = 3.3 \cdot 10^{-4}$;
- k_F : è la quantità di energia consumata per mantenere acceso il motore a combustione per un’ora di utilizzo, indipendentemente dalla quantità di energia prodotta (costo fisso). Si paga soltanto negli intervalli t in cui si utilizza il motore. Il suo valore è fissato in 20 kWh;
- k_P : è il fattore di produzione per una unità di energia tramite il motore a combustione. Rappresenta il rendimento del motore stesso, in quanto per produrre un KWh di energia elettrica grazie al motore, sono necessari k_P KWh di energia. Il suo valore è fissato a 1.2;

- $P_{ICE_{max}}$: è la quantità massima di energia che è possibile produrre con il motore in un timestep temporale. La sua potenza massima nominale è fissata in 200 KW [14], quindi l'energia massima che è possibile produrre, considerando intervalli temporali di tre ore, sarà pari a $200 \text{ KW} \cdot 3\text{h} = 600 \text{ KWh}$.

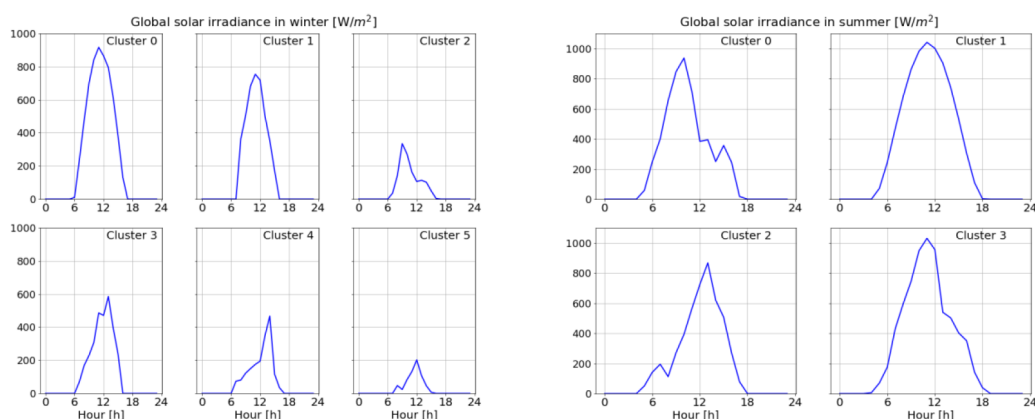


Figura 5.1: Profili di Irraggiamento nei diversi *cluster* nel periodo invernale ed estivo in W/m^2 [14].

Parametri economici e di mercato

I parametri più strettamente legati al mercato dell'energia e delle materie prime necessarie alla sua produzione sono, sempre in base a [14], i seguenti:

- $c_{DAs,t}$: è il *market clearing price* nel DA Market, ossia il prezzo di equilibrio a cui si può acquistare l'energia nel mercato del giorno prima. Nonostante nella trattazione precedente sia emerso come questo parametro dipenda dal particolare scenario che si realizza, per questioni di semplificazione modellistica e di implementazione, ricaviamo i valori di $c_{DAs,t}$ nelle diverse fasce orarie, distinguendo solo fra scenari invernali ed estivi, senza che tale parametro abbia un'ulteriore dipendenza dallo scenario. I profili del prezzo medio in €/KWh di vendita dell'energia nel DA Market in inverno e in estate sono rappresentati in Figura 1.1 (a) e (b) [14]. La Tabella 5.3 mostra i valori ad ogni ora t del giorno del valore di $c_{DAs,t}$, mentre i valori utilizzati nel modello, relativi quindi alle fasce orarie T01, ..., T08, sono consultabili nella Tabella 5.4;

5.1. RACCOLTA DEI DATI

- ψ^+ : è il fattore di scala del prezzo di vendita dell'energia nel mercato di bilanciamento rispetto al clearing price del DA Market. Vendere nel BM è meno conveniente che farlo nel mercato del giorno precedente, infatti $\psi^+ < 1$. In particolare, il suo valore è fissato a 0.8 [14];
- ψ^- : è il fattore di scala del prezzo di acquisto dell'energia nel mercato di bilanciamento rispetto al clearing price del DA Market. Acquistare nel BM è meno conveniente che farlo nel mercato del giorno precedente, infatti $\psi^- > 1$. In particolare, il suo valore è fissato a 1.2 [14];
- $c_{mean,r}$: è il prezzo a cui il fornitore vende l'energia elettrica al cliente finale. Anche qui, per ragioni modellistiche, indeboliamo la dipendenza dallo scenario r , considerando un unico prezzo fisso per tutti i giorni dell'anno. Tale valore è fissato a 0.19 €/KWh [14];
- $c_{gas,r}$: è il prezzo della materia prima gas, necessario per alimentare il motore a combustione. Come per il costo dell'energia per l'utente finale, indeboliamo la dipendenza di tale parametro dallo scenario che si realizza, mantenendo due valori, uno per il prezzo del gas negli scenari invernali e uno per quelli estivi in cui tipicamente il costo si riduce del 30% circa. Il prezzo del gas vale dunque, come discusso in [14], 0.055 €/KWh nel periodo invernale e 0.040 €/KWh in quello estivo;
- $P_{ELr,t}$: è il valore della domanda di energia da parte del cliente che il produttore/fornitore deve soddisfare. La domanda di energia subisce delle variazioni fra il periodo invernale e quello estivo ed è variabile in base al momento della giornata, pertanto, seguendo quanto fatto in [14], per semplificare l'applicazione del modello, manteniamo la dipendenza temporale di tale parametro, slegandolo allo stesso tempo dallo scenario s che si realizza, distinguendo soltanto fra gli scenari del periodo invernale e di quello estivo. La Figura 1.2 (a) e (b), tratta da [14] e riportata nel Capitolo 1, mostra i profili in inverno e in estate del livello di domanda di energia per ogni ora t del giorno. Tali valori sono consultabili nella Tabella 5.5, mentre, a causa dell'accorpamento in fasce di tre ore, per determinare il livello di domanda negli intervalli T01, ..., T08,

calcoliamo la media di potenza richiesta (in KW) in tale intervallo di tempo, moltiplicando poi tale media per il tempo complessivo (3 h). I valori così ottenuti, che realizzano il parametro $P_{ELr,t}$ nell'implementazione, sono riportati in Tabella 5.6 e sono calcolati in KWh.

Parametri di scenario e di modello

Vediamo infine i parametri legati agli scenari e alle loro probabilità condizionate, nonché le probabilità di realizzazione di ciascuno scenario s e il numero di giornate totali nell'arco temporale analizzato.

- $|\mathcal{G}|$: il numero totale delle giornate nel periodo di osservazione, fissato in 20 anni. Considerando i 5 anni bisestili, i giorni totali in 20 anni sono 7305. Dall'analisi sui *cluster* realizzata in [14], si è rilevato come la proporzione di giorni con scenari invernali e con scenari estivi è di 1080/1128, ossia il 49% e il 51% rispettivamente. Questo significa che le giornate nei 20 anni saranno ripartite come 3573 giornate di tipo “invernale” e 3732 giornate di tipo “estivo”;
- p_s : le probabilità a priori di realizzazione di ciascuno scenario, indipendentemente quindi da quale scenario si avvera il giorno seguente o precedente. Nei due casi, inverno ed estate, grazie ai diversi cluster [14], si calcolano le p_s che sono riportate in Tabella 5.7. Si noti come le probabilità sono state calcolate separatamente nei due periodi dell'anno, in quanto, grazie alle frequenze dei due gruppi di giornate, date dai valori di $|\mathcal{G}|$ come sopra esplicitato, risultano le frequenze relative di ogni scenario, pesate con il proprio periodo di riferimento;
- $p(r|s)$: le probabilità condizionate di transizione dallo scenario s al giorno d allo scenario r nel giorno $d + 1$, ossia la probabilità che domani si realizzi lo scenario r , sapendo che oggi si è verificato lo scenario s . Riportiamo da [14] i valori di $p(r|s)$ nel caso invernale in Tabella 5.8 e nel caso estivo nella Tabella 5.9. Vale l'osservazione fatta sopra: i due periodi dell'anno sono gestiti in due casi separati, che saranno poi uniti nel processo di ottimizzazione pesati con le loro frequenze nel corso del periodo di analisi del problema.

5.1. RACCOLTA DEI DATI

Tabelle dei dati

A conclusione della sezione, riportiamo le tabelle con i dati calcolati e ricavati in buona parte da [14] che saranno utilizzati nell'implementazione del modello.

	Inverno						Estate			
scen. r	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S0	S1	S2	S3
$t = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	15	0	0	0	0	0	100	65	60	70
6	25	0	0	0	0	0	260	265	150	200
7	190	0	30	65	80	0	420	480	200	450
8	440	350	150	160	90	50	670	680	110	600
9	700	500	340	230	130	30	850	900	300	750
10	840	680	270	300	150	90	930	980	400	940
11	930	750	150	480	175	150	700	1060	580	1040
12	870	700	100	460	200	200	390	1000	730	950
13	775	475	120	590	350	150	410	900	875	540
14	600	300	70	350	450	65	265	700	640	500
15	375	120	40	200	100	20	350	530	500	410
16	300	0	0	0	50	0	250	300	250	350
17	0	0	0	0	0	0	30	100	80	130
18	0	0	0	0	0	0	0	20	0	50
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabella 5.1: Irraggiamento negli scenari invernali S0-S5 e negli scenari estivi S0-S3.

CAPITOLO 5. SOLUZIONE DEL PROBLEMA

timestep orario	Inverno						Estate			
	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S0	S1	S2	S3
T01 (00 - 03)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T02 (03 - 06)	10	0	0	0	0	0	90	83	53	68
T03 (06 - 09)	340	213	130	114	75	20	550	581	190	500
T04 (09 - 12)	835	658	215	368	165	118	718	985	503	920
T05 (12 - 15)	655	400	83	400	275	109	354	783	686	600
T06 (15 - 18)	170	30	10	50	40	5	158	238	208	235
T07 (18 - 21)	0	0	0	0	0	0	0	5	0	13
T08 (21 - 00)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabella 5.2: Valori di $I_{r,t}$ negli scenari S0-S5 e S0-S3 per ciascun timestep orario.

Inverno								
ora t	0	1	2	3	4	5	6	7
$c_{DAs,t}$	0,054	0,051	0,049	0,047	0,048	0,051	0,059	0,064
ora t	8	9	10	11	12	13	14	15
$c_{DAs,t}$	0,068	0,066	0,061	0,058	0,053	0,052	0,054	0,059
ora t	16	17	18	19	20	21	22	23
$c_{DAs,t}$	0,064	0,071	0,076	0,077	0,071	0,065	0,060	0,054
Estate								
ora t	0	1	2	3	4	5	6	7
$c_{DAs,t}$	0,049	0,046	0,044	0,043	0,042	0,043	0,046	0,050
ora t	8	9	10	11	12	13	14	15
$c_{DAs,t}$	0,054	0,054	0,051	0,050	0,046	0,046	0,050	0,053
ora t	16	17	18	19	20	21	22	23
$c_{DAs,t}$	0,055	0,057	0,059	0,064	0,065	0,062	0,055	0,049

Tabella 5.3: Market Clearing Price (MCP) nel periodo invernale ed estivo all'ora t .

5.1. RACCOLTA DEI DATI

timestep	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
Inverno	0,050	0,051	0,064	0,060	0,054	0,067	0,072	0,058
Estate	0,045	0,043	0,051	0,050	0,049	0,056	0,062	0,054

Tabella 5.4: Valori di $c_{DA_s,t}$ per ciascun timestep orario in inverno e in estate.

Inverno												
ora t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$P_{el,t}$	33	27	26	26	26	34	59	60	59	55	59	58
ora t	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$P_{el,t}$	56	55	49	50	54	65	71	73	65	62	53	49
Estate												
ora t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$P_{el,t}$	29	27	26	25	30	52	57	60	60	69	73	73
ora t	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$P_{el,t}$	75	71	74	77	82	81	76	72	72	60	54	36

Tabella 5.5: Livello di domanda di energia nel periodo invernale ed estivo all'ora t .

timestep	T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
Inverno	84	108	174	171	159	180	204	147
Estate	78	123	186	219	222	237	210	132

Tabella 5.6: Valori di $P_{ELr,t}$ per ciascun timestep orario in inverno e in estate.

	Inverno						Estate			
scen. s	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S0	S1	S2	S3
$p(s)$	0.32	0.24	0.14	0.13	0.09	0.08	0.10	0.66	0.10	0.14

Tabella 5.7: Probabilità p_s per gli scenari invernali S0-S5 ed estivi S0-S3.

Inverno						
$p(r s)$	$s = S0$	$s = S1$	$s = S2$	$s = S3$	$s = S4$	$s = S5$
$r = S0$	0.53	0.16	0.20	0.35	0.32	0.16
$r = S1$	0.13	0.42	0.22	0.22	0.19	0.28
$r = S2$	0.11	0.16	0.24	0.14	0.12	0.08
$r = S3$	0.12	0.12	0.10	0.13	0.22	0.15
$r = S4$	0.05	0.06	0.10	0.13	0.11	0.15
$r = S5$	0.06	0.08	0.14	0.03	0.04	0.18

Tabella 5.8: Probabilità condizionate $p(r|s)$ degli scenari invernali S0-S5.

Estate				
$p(r s)$	$s = S0$	$s = S1$	$s = S2$	$s = S3$
$r = S0$	0.16	0.08	0.18	0.09
$r = S1$	0.47	0.73	0.49	0.56
$r = S2$	0.16	0.08	0.18	0.11
$r = S3$	0.21	0.11	0.15	0.24

Tabella 5.9: Probabilità condizionate $p(r|s)$ degli scenari estivi S0-S3.

5.2 Implementazione e risoluzione del modello

Riportiamo in questa sezione l'implementazione del modello sviluppato nel Capitolo 4. Come esplicitato in precedenza, avendo scelto di ottimizzare in tutto il periodo di analisi del problema, dunque sia nei periodi invernali che in quelli estivi, è necessario includere nello stesso modello la funzione obiettivo e i vincoli sia degli scenari invernali che di quelli estivi, mantenendo unica soltanto la variabile relativa alla superficie dell'impianto fotovoltaico A_{PV} , dal momento che la dimensione una volta fissata rimane fissa per tutti i venti anni del processo. Utilizzando la notazione dell'equazione 4.3, per la funzione obiettivo otteniamo la seguente struttura:

$$z = l(A_{PV}) + |\mathcal{G}_W| \cdot [h_W(s, t) + q_W(s, r, t)] + |\mathcal{G}_S| \cdot [h_W(s, t) + q_W(s, r, t)]$$

dove il pedice W indica le quantità relative al periodo invernale e il pedice S quelle relative agli scenari estivi. Il termine iniziale riguarda la spesa per i pannelli fotovoltaici, in particolare quindi $l(A_{PV}) = c_{PV} \cdot A_{PV}$. Si veda il Capitolo 4 per la definizione di tutte le funzioni che compaiono nella funzione obiettivo.

Anche nei file contenenti il codice AMPL si è utilizzata la notazione con i due pedici per indicare il periodo dell'anno cui i dati, i parametri, le variabili e vincoli si riferiscono. L'implementazione in AMPL consiste di tre file:

- il file `.mod` definisce la struttura del modello. In esso vengono dichiarati i parametri e le variabili, gli insiemi in cui essi sono indicizzati, le dipendenze e il dominio di ciascuna variabile. Viene definita anche la funzione obiettivo con i relativi vincoli;
- il file `.dat` contiene tutti i dati numerici del modello, ossia tutti i valori dei parametri, eventualmente indicizzati sugli elementi dei diversi insiemi, che compongono il problema. Tali dati sono stati ricavati e riportati nella sezione precedente. Ricordiamo che, come specificato nella sezione precedente, per motivi di contenimento del numero di variabili e vincoli, qualche dipendenza di alcuni parametri dallo scenario s che si realizza è stata indebolita, limitandosi, nella maggior parte dei casi, a una suddivisione dei parametri fra periodo invernale e periodo estivo. Inoltre, utilizzando otto fasce orarie di tre ore ciascuna invece di ventiquattro di un'ora, come già illustrato, alcuni dati sono in realtà la media nell'intervallo orario di riferimento;
- il file `.run` richiama la struttura del modello e i dati dai file `.mod` e `.dat` precedenti e applica il processo di ottimizzazione, grazie al solver scelto. Si dichiara in tale file quali variabili della soluzione ottima visualizzare a schermo e il grado di arrotondamento. Per questioni stilistiche, ci accontentiamo di leggere i risultati arrotondati alle unità.

Per la risoluzione di tale modello si è utilizzato il solver *Cplex* versione 20.1.0.0, su un PC con processore AMD Ryzen 7 5700U da 2.35 GHz e 8 GB di RAM.

Riportiamo in Appendice A i tre file con il codice AMPL utilizzato nell'implementazione.

Dalle statistiche che leggiamo dall'output di soluzione, ricaviamo che il modello così implementato consta di 2208 variabili, di cui 416 binarie e 1792 reali, e di 1295 vincoli, tutti lineari, dei quali 416 definiti da disuguaglianza e i restanti 879 da equazioni.

Il solver determina la soluzione ottima del problema dopo un tempo di calcolo di 0.0312 secondi. Il solver produce dunque la soluzione ottima, in particolare

$$z^* = -1303115$$

ottenendo dunque un profitto (costo negativo) di €1303115 nell'arco temporale di venti anni. Inoltre

$$A_{PV}^* = 674$$

fissando la dimensione ottima dell'impianto fotovoltaico in 674 m^2 .

I valori ottimi delle principali variabili del modello sono riportati in Tabella 5.10 per il caso invernale e in Tabella 5.11 per il caso estivo. Tali valori sono stati ottenuti come media dei valori ottimi nei diversi scenari per ogni fascia oraria T01, . . . , T08. In particolare, i valori ottimi delle variabili $e_{BM_{s,r,t}}^+$ e $e_{BM_{s,r,t}}^-$ sono le medie dei valori ottimi con scenario r fissato.

Osservando i valori delle variabili della soluzione, possiamo verificare come l'impianto fotovoltaico produca energia in quantità elevate soltanto durante le ore centrali della giornata, come previsto in base ai livelli di irraggiamento, e con valori più alti durante il periodo estivo. Rispetto alle quantità di energia necessarie a soddisfare la domanda, il produttore/fornitore si avvale del DA Market per l'acquisto in tutte quelle fasce orarie in cui è più conveniente acquistare l'energia piuttosto che produrla con il motore ICE. Si noti come nel periodo invernale le quantità acquistate nel DA Market sono maggiori rispetto a quelle acquistate nel periodo estivo, come conseguenza della minore capacità produttiva dell'impianto fotovoltaico a causa del minore livello di irraggiamento solare. In estate, inoltre, la strategia ottima del fornitore è acquistare energia nel DA Market soprattutto nelle fasce orarie ad inizio giornata, in cui l'impianto a pannelli solari non è ancora in grado di produrre abbastanza energia per soddisfare la domanda. Con il passare delle ore e il conseguente incremento della produzione grazie ad un maggiore irraggiamento, la necessità di ac-

5.2. IMPLEMENTAZIONE E RISOLUZIONE DEL MODELLO

		Inverno							
timestep		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
$P_{PVr,t}$		0	0	33	88	71	11	0	0
$e_{DAs,t}$		84	108	128	42	61	167	0	147
$P_{ICES,r,t}$		0	0	0	0	0	0	204	0
$e_{BMs,r,t}^+$		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
r = S0		0	2	30	57	38	25	0	0
S1		0	0	6	21	0	0	0	0
S2		0	0	0	0	0	0	0	0
S3		0	0	0	0	0	2	0	0
S4		0	0	0	0	0	1	0	0
S5		0	0	0	0	0	0	0	0
$e_{BMs,r,t}^-$		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
r = S0		0	0	0	0	0	0	0	0
S1		0	0	5	4	10	6	0	0
S2		0	0	17	81	80	11	0	0
S3		0	0	19	47	10	5	0	0
S4		0	0	20	92	37	5	0	0
S5		0	0	41	103	74	12	0	0

Tabella 5.10: Valori ottimi delle principali variabili nella stagione invernale.

quistare energia nelle fasi del mercato si riduce notevolmente. Nei timestep in cui il *clearing price* non rende conveniente l'acquisto dell'energia, si accentua l'utilizzo del motore per produrre energia sia per la soddisfazione della domanda che per rivendere il surplus energetico generato nel mercato del bilanciamento, garantendosi un buon margine di profitto. La soluzione mostra come l'utilizzo del motore aumenta nella stagione estiva e questo è dovuto a due motivi principali: da un lato il minor costo del gas in estate rende più economica la produzione energetica, dall'altro il produttore ha tutto l'interesse a produrre un surplus di energia che poi può rivendere nel BM, realizzando un profitto. Si può notare, infatti, come le quantità di energia rivenduta nel BM siano maggiori in estate di quanto non siano nel periodo

		Estate							
timestep		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
$P_{PVr,t}$		0	16	101	174	135	47	1	0
$e_{DAs,t}$		78	105	57	0	48	0	0	132
$P_{ICES,r,t}$		0	0	22	27	24	191	600	0
$e_{BMs,r,t}^+$		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
r = S0		0	2	0	0	0	0	390	0
S1		0	0	0	0	0	0	391	0
S2		0	0	0	0	0	0	390	0
S3		0	0	0	0	0	2	393	0
$e_{BMs,r,t}^-$		T01	T02	T03	T04	T05	T06	T07	T08
r = S0		0	0	7	59	0	0	0	0
S1		0	0	0	0	0	0	0	0
S2		0	7	0	0	22	0	0	0
S3		0	3	18	14	41	0	0	0

Tabella 5.11: Valori ottimi delle principali variabili nella stagione estiva.

invernale, quando invece risultano elevate le quantità di energia che il produttore deve acquistare nel mercato del bilanciamento per soddisfare la domanda di energia. I valori ottenuti permettono dunque al produttore/fornitore di applicare la sua strategia ottima a livello di produzione di energia e di operatività nel mercato dell'energia, stabilendo le quantità da produrre, acquistare e vendere, in relazione alle caratteristiche della stagione, come discusso, per massimizzare il profitto nel periodo di vita dell'impianto fotovoltaico.

Capitolo 6

Conclusioni

La tesi è incentrata su un problema di ottimizzazione per un produttore/fornitore di energia che affronta il problema del dimensionamento dell'impianto fotovoltaico con cui egli può produrre energia, da affiancare a un impianto tradizionale di tipo ICE. Si è scelto di formulare questo problema come modello di programmazione stocastica a tre stadi, in particolare per considerare l'incertezza data dal livello di irraggiamento e dalla domanda di energia da parte del cliente finale, rappresentato in questo caso da un piccolo centro residenziale o direzionale. Il primo stadio di ottimizzazione riguarda il dimensionamento dell'impianto, i successivi due rispondono all'esigenza del fornitore di operare sul mercato dell'energia per acquistare o vendere le quantità di cui necessita per far fronte alla domanda: il secondo stadio riguarda dunque il Mercato del Giorno Prima (DA Market), il terzo è collegato alle operazioni nel Mercato di Bilanciamento (BM).

Questo lavoro, a partire dai risultati presentati in [14] in relazione a un modello a due stadi con dimensione dell'impianto fissata, vuole ricercare il dimensionamento ottimo dell'impianto, al fine di ottenere il maggior profitto possibile nell'arco di venti anni in cui questo impianto, assieme a un motore a combustione interna, viene utilizzato.

La modellazione a più stadi è data dalla necessità di rappresentare nella formulazione le strategie di partecipazione alle sessioni di mercato, anche con molti anni di anticipo, senza conoscere a priori i valori dei parametri stocastici che figurano nel problema.

La possibilità di limitare le dimensioni del modello è basata su tecniche di clustering, come quelle presentate in [9], [13] e [14], che permettono di evitare di rappresentare tutti i giorni di operatività attraverso la definizione di un numero limitato di *scenari* a partire da una serie di dati storici relativi agli anni precedenti, in modo da ottenere un ridotto numero di “giornate rappresentative”, ossia giornate con parametri di irraggiamento e domanda simili, in modo da ridurre il numero di casi possibili e dunque il numero di variabili, parametri e vincoli. I dati ottenuti in [14] grazie all’applicazione di queste tecniche, sono stati utilizzati nell’implementazione e nel test del modello a tre stadi sviluppato nella tesi.

I contributi teorici apportati da questa tesi partono dalla discussione dello schema di decisione adottato nel contesto in esame e delle sue relazioni con i parametri disponibili e le leve decisionali a disposizione del produttore/fornitore. Questo ha portato a una nuova formulazione di programmazione stocastica, tramite lo sviluppo di un nuovo modello a tre stadi, che espande quello proposto in letteratura, in particolare in [14]. Dal punto di vista applicativo, la tesi contribuisce con l’implementazione del modello e la sua applicazione a un caso di studio derivato dai dati disponibili in letteratura. I risultati computazionali mostrano che il modello, nell’esempio considerato, può essere risolto in tempi brevi, fornendo indicazione della dimensione dell’impianto fotovoltaico e, attraverso l’analisi della soluzione, delle caratteristiche delle strategie di ricorso da adottare in diversi scenari.

Gli sviluppi futuri di questo lavoro potrebbero comprendere un aumento nel numero dei test effettuati in diverse condizioni, ad esempio in diverse aree geografiche o in relazione a diversi profili di utenza di energia. Inoltre, il tempo di calcolo registrato, se confermato dagli ulteriori test, suggerisce la possibilità di aumentare le dimensioni del modello per una rappresentazione più fine dei parametri stocastici, ad esempio tramite una ripartizione delle giornate in un numero maggiore di scenari, per migliorare la precisione della soluzione. Infine, rimane aperto il problema della validazione dei risultati attraverso misure del valore dell’approccio stocastico proposto, ad esempio tramite il confronto con i bound forniti dalla soluzione del modello nominale con un approccio *Wait and See*.

Appendice A

Codice AMPL

Riportiamo in questa appendice i codici AMPL utilizzati nell'implementazione del modello.

File modello-energia-WS.mod

```
set TEMPO;  
set SCEN_W;  
set SCEN_S;  
  
param c_PV;  
param n_PV;  
param I_W{TEMPO, SCEN_W};  
param I_S{TEMPO, SCEN_S};  
param k_F;  
param k_P;  
param c_gas_W;  
param c_gas_S;  
param c_DAst_W{TEMPO};  
param c_DAst_S{TEMPO};  
param psi_piu;  
param psi_meno;
```

APPENDICE A. CODICE AMPL

```
param P_el_W{TEMPO};
param P_el_S{TEMPO};
param c_mean_W;
param c_mean_S;
param P_ICEmax;
param p_s_W{SCEN_W};
param p_s_S{SCEN_S};
param p_rs_W{SCEN_W, SCEN_W};
param p_rs_S{SCEN_S, SCEN_S};
param G_W;
param G_S;

var A_PV >= 0;

var e_DAst_W{t in TEMPO, s in SCEN_W} >= 0;
var e_piu_BM_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W} >= 0;
var e_meno_BM_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W} >= 0;
var P_ICEsrt_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W} >= 0;
var F_ICEsrt_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W} >= 0;
var P_PV_W{t in TEMPO, r in SCEN_W} >= 0;
var delta_ICEsrt_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W}
    binary;

var e_DAst_S{i in TEMPO, j in SCEN_S} >= 0;
var e_piu_BM_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S} >= 0;
var e_meno_BM_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S} >= 0;
var P_ICEsrt_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S} >= 0;
var F_ICEsrt_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S} >= 0;
var P_PV_S{i in TEMPO, k in SCEN_S} >= 0;
var delta_ICEsrt_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S}
    binary;
```

```

minimize z: c_PV * A_PV +
G_W * sum{s in SCEN_W} p_s_W[s] * sum{t in TEMPO}
    ((c_DAst_W[t] * e_DAst_W[t,s]) +
sum{r in SCEN_W} p_rs_W[r,s] * (F_ICEsrt_W[t,s,r] * c_gas_W
    + c_DAst_W[t] * psi_meno * e_meno_BM_W[t,s,r] -
c_DAst_W[t] * psi_piu * e_piu_BM_W[t,s,r] - P_el_W[t] *
    c_mean_W)) +
G_S * sum{j in SCEN_S} p_s_S[j] * sum{i in TEMPO}
    ((c_DAst_S[i] * e_DAst_S[i,j]) +
sum{k in SCEN_S} p_rs_S[k,j] * (F_ICEsrt_S[i,j,k] * c_gas_S
    + c_DAst_S[i] * psi_meno * e_meno_BM_S[i,j,k] -
c_DAst_S[i] * psi_piu * e_piu_BM_S[i,j,k] - P_el_S[i] *
    c_mean_S));

subject to ppv_W{t in TEMPO, r in SCEN_W}: P_PV_W[t,r] =
    n_PV*A_PV*I_W[t,r];
subject to fice_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W}:
    F_ICEsrt_W[t,s,r] = k_F*delta_ICEsrt_W[t,s,r] +
    k_P*P_ICEsrt_W[t,s,r];
subject to costi_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in SCEN_W}:
    P_ICEsrt_W[t,s,r] + P_PV_W[t,r] + e_DAst_W[t,s] =
    P_el_W[t] + e_piu_BM_W[t,s,r] - e_meno_BM_W[t,s,r];
subject to attivazione_W{t in TEMPO, s in SCEN_W, r in
    SCEN_W}: P_ICEsrt_W[t,s,r] <=
    delta_ICEsrt_W[t,s,r]*P_ICEmax;

subject to ppv_S{i in TEMPO, k in SCEN_S}: P_PV_S[i,k] =
    n_PV*A_PV*I_S[i,k];
subject to fice_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S}:
    F_ICEsrt_S[i,j,k] = k_F*delta_ICEsrt_S[i,j,k] +
    k_P*P_ICEsrt_S[i,j,k];

```

APPENDICE A. CODICE AMPL

```
subject to costi_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in SCEN_S}:  
    P_ICEsrt_S[i,j,k] + P_PV_S[i,k] + e_DAst_S[i,j] =  
    P_el_S[i] + e_piu_BM_S[i,j,k] - e_meno_BM_S[i,j,k];  
subject to attivazione_S{i in TEMPO, j in SCEN_S, k in  
    SCEN_S}: P_ICEsrt_S[i,j,k] <=  
    delta_ICEsrt_S[i,j,k]*P_ICEmax;
```

File dati-energia-WS.dat

```
set SCEN_W := S0 S1 S2 S3 S4 S5;  
set TEMPO := T01 T02 T03 T04 T05 T06 T07 T08;  
set SCEN_S := S0 S1 S2 S3;  
  
param c_PV := 224;  
param n_PV := 0.00033;  
  
param k_F := 20;  
param k_P := 1.2;  
param P_ICEmax := 600;  
  
param psi_piu := 0.8;  
param psi_meno := 1.2;  
  
param G_W := 3573;  
param G_S := 3732;  
  
param c_mean_W := 0.19;  
param c_mean_S := 0.19;  
  
param c_gas_W := 0.055;  
param c_gas_S := 0.04;
```

```
param I_W(tr): T01 T02 T03 T04 T05 T06 T07 T08 :=  
S0 0 10 340 835 655 170 0 0  
S1 0 0 213 658 400 30 0 0  
S2 0 0 130 215 83 10 0 0  
S3 0 0 114 368 400 50 0 0  
S4 0 0 75 165 275 40 0 0  
S5 0 0 20 118 109 5 0 0;
```

```
param: P_el_W c_DAst_W :=  
T01 84 0.050  
T02 108 0.051  
T03 174 0.064  
T04 171 0.060  
T05 159 0.054  
T06 180 0.067  
T07 204 0.072  
T08 147 0.058;
```

```
param p_rs_W : S0 S1 S2 S3 S4 S5:=  
S0 0.53 0.16 0.20 0.35 0.32 0.16  
S1 0.13 0.42 0.22 0.22 0.19 0.28  
S2 0.11 0.16 0.24 0.14 0.12 0.08  
S3 0.12 0.12 0.10 0.13 0.22 0.15  
S4 0.05 0.06 0.10 0.13 0.11 0.15  
S5 0.06 0.08 0.14 0.03 0.04 0.18;
```

```
param p_s_W :=  
S0 0.32  
S1 0.24  
S2 0.14  
S3 0.13
```

APPENDICE A. CODICE AMPL

S4 0.09

S5 0.08;

param I_S(tr): T01 T02 T03 T04 T05 T06 T07 T08 :=

S0 0 90 550 718 354 158 0 0

S1 0 83 581 985 783 238 5 0

S2 0 53 190 503 686 208 0 0

S3 0 68 500 920 600 235 13 0;

param: P_el_S c_DAst_S :=

T01 78 0.045

T02 123 0.043

T03 186 0.051

T04 219 0.050

T05 222 0.049

T06 237 0.056

T07 210 0.062

T08 132 0.054;

param p_rs_S : S0 S1 S2 S3 :=

S0 0.16 0.08 0.18 0.09

S1 0.47 0.73 0.49 0.56

S2 0.16 0.08 0.18 0.11

S3 0.21 0.11 0.15 0.24;

param p_s_S :=

S0 0.10

S1 0.66

S2 0.10

S3 0.14;

File modello-WS.run

```
reset;

model modello-energia-WS.mod;
data dati-energia-WS.dat;

option solver cplex;
solve;

option reset_initial_guesses 1;
option display_round 4;
option show_stats 1;

display _ampl_time;
display _total_solve_time;

option display_round 0;

display z;
display A_PV;
display P_PV_W;
display e_DAst_W;
display P_ICEsrt_W;
display e_piu_BM_W;
display e_meno_BM_W;
display P_PV_S;
display e_DAst_S;
display P_ICEsrt_S;
display e_piu_BM_S;
display e_meno_BM_S;
```

Output di soluzione

Riportiamo, in maniera sintetica, anche le prime righe del file di output, dove sono evidenziate statistiche sui tempi di calcolo e sul numero di iterazioni, oltre al valore ottimo della funzione obiettivo.

```
AMPL: include modello-WS.run
```

```
CPLEX 20.1.0.0: optimal integer solution within mipgap or  
  absmipgap; objective -1303115.422  
835 MIP simplex iterations 0 branch-and-bound nodes  
  absmipgap = 122.623, relmipgap = 9.40999e-05
```

```
Presolve eliminates 33 constraints and 33 variables.
```

```
Adjusted problem:
```

```
2208 variables:
```

```
  416 binary variables
```

```
 1792 linear variables
```

```
1295 constraints, all linear; 4076 nonzeros
```

```
  879 equality constraints
```

```
  416 inequality constraints
```

```
1 linear objective; 1329 nonzeros.
```

```
_ampl_time = 0.0312
```

```
_total_solve_time = 6.0469
```

```
z = -1303115
```

```
A_PV = 674
```

Riferimenti

Riferimenti Bibliografici

- [1] R.A. Al-Lawati, J.L. Crespo-Vazquez, T.I. Faiz, X. Fang, M. Noor-E-Alam, *Two-stage stochastic optimization frameworks to aid in decision-making under uncertainty for variable resource generators participating in a sequential energy market*. Applied Energy 292, online 116882, 1-15 (2021).
- [2] M. Dadashi, S. Haghifam, K. Zare, M.-R. Haghifam, M. Abapour, *Short-term scheduling of electricity retailers in the presence of Demand Response Aggregators: A two-stage stochastic Bi-Level programming approach*. Energy 205, online 117926, 1-33 (2020).
- [3] M. Daneshvar, B. Mohammadi-Ivatloo, K. Zare, S. Asadi, *Two-stage stochastic programming model for optimal scheduling of the wind-thermal-hydropower-pumped storage system considering the flexibility assessment*. Energy 193, online 116657, 1-26 (2020).
- [4] G. De, Z. Tan, M. Li, L. Huang, X. Song, *Two-stage stochastic optimization for the strategic bidding of a generation company considering wind power uncertainty*. Energies 11(12), online 11123527, 1-21 (2018).
- [5] L. De Giovanni, *Introduzione ai modelli di programmazione matematica e programmazione lineare*. Materiale del corso di Ottimizzazione Stocastica, Università di Padova (2021).
- [6] L. De Giovanni, G. Andreatta, *Ottimizzazione in condizioni di incertezza*. Materiale del corso di Ottimizzazione Stocastica, Università di Padova (2021).

- [7] M.H. Fouladfar, A. Loni, M. Tookanlou, M. Marzband, R. Godina, A. Al-Sumaiti, E. Pouresmaeil, *The impact of demand response programs on reducing the emissions and cost of a neighborhood home microgrid*. Applied Sciences 9(10), online 9102097, 1-27 (2019).
- [8] H. Golmohamadi, *Stochastic energy optimization of residential heat pumps in uncertain electricity markets*. Applied Energy 303, online 117629, 1-18 (2021).
- [9] M. Hoffmann, L. Kotzur, D. Stolten, M. Robinius, *A review on time series aggregation methods for energy system models*. Energies 13(3), online 13030641, 1-61 (2020).
- [10] Z. Li, *Linear programming based scenario reduction using transportation distance*. Computers and Chemical Engineering 88, 50-58 (2016).
- [11] G. Mavromatidis, K. Orehounig, J. Carmeliet, *A review of uncertainty characterisation approaches for the optimal design of distributed energy systems*. Renewable and Sustainable Energy Reviews 88, 258-277 (2018).
- [12] M. Nobis, C. Schmitt, R. Schemm, A. Schnettler, *Pan-European CVaR-constrained stochastic unit commitment in day-ahead and intraday electricity markets*. Energies 13(9), online 13092339, 1-35 (2020).
- [13] H. Teichgraeber, A.R. Brandt, *Clustering methods to find representative periods for the optimization of energy systems: An initial framework and comparison*. Applied Energy 239, 1283-1293 (2019).
- [14] G. Volpato, G. Carraro, L. De Giovanni, G. Andreatta, A. Lazzaretto, E. Dal Cin, P. Danieli, *A Stochastic Programming Optimization Framework to design an Energy System and face Market Stages*. Proceedings of ECOS 2022 - 35th International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy System, Copenhagen, 3-7 luglio 2022.

Riferimenti Sitografici

- [15] AMPL Modeling Language.
<https://ampl.com>
- [16] Come funziona il Mercato Elettrico in Italia.
<https://quifinanza.it/green/mercato-elettrico-come-funziona-quello-italiano>
- [17] Costo Impianto Fotovoltaico: una guida semplice e veloce.
<https://www.allenergya.com/news/guida-costo-impianto-fotovoltaico>
- [18] Energy Deregulation Around the World.
<https://www.electricchoice.com/blog/energy-deregulation-world>
- [19] Gestore Mercati Energetici.
<https://www.mercatoelettrico.org/en/default.aspx>
- [20] IBM Cplex Optimizer.
<https://www.ibm.com/it-it/analytics/cplex-optimizer>
- [21] Le dimensioni dei Pannelli Fotovoltaici.
<https://www.fotovoltaiconorditalia.it/idee/dimensioni-pannelli-fotovoltaici-2>
- [22] Photovoltaic Geographical Information System (PVGIS).
<https://ec.europa.eu/jrc/en/pvgis>
- [23] Regulated vs. Deregulated Electricity Markets.
<https://watchwire.ai/regulated-vs-deregulated-electricity-markets>