

Università degli studi di Padova
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Spettroscopia di regioni HII

Relatore:
Prof. Carraro Giovanni

Presentata da:
Canton Valentina
Matricola:
1143308

Sessione primaverile 27 Marzo 2020
Anno Accademico 2019/2020

Indice

Abstract	2
1 Le regioni HII	3
1.1 La formazione delle regioni HII	3
1.2 La frazione di ionizzazione dell'H	4
1.3 Il raggio di Strömngren	7
2 Caratteristiche spettroscopiche delle regioni HII	9
2.1 L'atomo di Bohr	9
2.1.1 La struttura fine e le regole di selezione	10
2.1.2 Le serie spettrali dell'atomo di H	11
2.2 Transizioni radiative	11
2.3 Transizioni collisionali	13
2.3.1 Linee di eccitazione collisionale: le <i>CELS</i>	14
2.3.2 Densità elettronica n_e calcolata con le <i>CELS</i>	14
2.4 Righe di ricombinazione: le <i>RLs</i>	15
2.4.1 Densità elettronica n_e calcolata con le <i>RLs</i>	16
2.5 Abbondanze chimiche	16
2.5.1 Abbondanze ricavate dalle <i>CELS</i>	17
2.5.2 Abbondanze calcolate tramite le <i>RLs</i>	17
2.5.3 L'ADF: abundance discrepancy factor	18
2.5.4 L'abbondanza dell'elio e dei metalli	18
2.6 Le righe risonanti nell'UV e nebulari nell'IR	19
2.7 I processi nel continuo	21
2.7.1 Transizioni <i>bound-free</i>	21
2.7.2 Transizioni <i>free-free</i> : il <i>Bremsstrahlung</i>	22
3 Le regioni HII in radio	23
3.1 Radiazione termica: la funzione di Planck	23
3.2 Il trasporto radiativo	24
3.3 Lo spettro radio di una regione HII	25
Bibliografia	28

Abstract

La tesi che presento si concentra sullo studio delle regioni HII, discutendone in particolare le caratteristiche spettroscopiche. Nel primo capitolo introduco le nebulose gassose, descrivendo brevemente il processo di ionizzazione, essenziale per la formazione delle stesse. Successivamente dimostro, mediante l'assunzione che il gas sia composto esclusivamente da idrogeno, come la loro composizione sia costituita prevalentemente da atomi ionizzati. Nella sezione finale determino l'estensione di una regione HII, ovvero il *raggio di Strömgren*, eguagliando il numero di ricombinazioni e il flusso di fotoni ionizzanti emesso dalla stella eccitatrice. Il secondo capitolo è dedicato a tutti i processi che causano la formazione delle righe spettrali. Dopo un'introduzione riguardo il modello atomico e le regole di selezione, descrivo nel dettaglio le transizioni radiative, le righe collisionali (*CELS*) e quelle di ricombinazione (*RLs*). Inoltre mostro alcuni esempi pratici a proposito del loro utilizzo in ambito scientifico, come il calcolo delle densità elettroniche. La sezione successiva è dedicata alle abbondanze chimiche e all'*ADF*, la cui origine non è ancora ben chiara. Nell'ultima parte del capitolo espongo i due processi principali responsabili dello spettro continuo: le transizioni *bound-free* e *free-free*. La tesi si conclude con l'analisi dello spettro radio di una regione HII approfondendone l'emissione in riga e il continuo.

1 Le regioni HII

1.1 La formazione delle regioni HII

Il mezzo interstellare, ossia il gas e le polveri all'interno di una galassia, riceve energia dalle stelle tramite onde d'urto. L'energia irradiata sotto forma di radiazione elettromagnetica ultravioletta ionizza la regione circostante, generando le nebulose gassose ad emissione. Queste si dividono in due diverse tipologie: le regioni HII e le nebulose planetarie.

Le regioni HII sono formate da atomi di idrogeno ionizzato e si trovano nelle zone di formazione stellare, per cui non verranno osservate in galassie ellittiche ma saranno presenti in quelle a spirale o irregolari. La stella eccitatrice è una stella massiccia superiore a $10 M_{\odot}$, dei primi tipi spettrali O-B e con una temperatura che varia dai 20 000 K ai 50 000 K.

Le nebulose planetarie invece circondano stelle di massa intermedia, compresa tra $0.8 M_{\odot}$ e $8 M_{\odot}$, aventi temperature tra i 30 000 K e i 200 000 K. Entrambe le nebulose gassose permettono la determinazione delle abbondanze, grazie alle quali è possibile verificare i modelli di evoluzione stellare ed evoluzione chimica delle galassie vicine e lontane.

La regione HII è situata in corrispondenza delle stelle di tipo O e B, poiché, avendo una temperatura efficace elevata, in base alla legge di Wien, $\lambda_{\max} \cdot T = \text{cost}$, la maggior parte della loro radiazione è emessa nella parte ultravioletta dello spettro ed è in grado di ionizzare una quantità significativa di H. La ionizzazione dell'idrogeno si verifica quando un fotone con un'energia $h\nu$ maggiore dell'energia di ionizzazione, $E_{\text{H}} = 13.6 \text{ eV}$, colpisce un atomo di idrogeno neutro H, privandolo di un elettrone. La differenza tra l'energia del fotone e l'energia di ionizzazione, $h\nu - E_{\text{H}}$ dove $h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ è la costante di Planck, viene convertita in energia cinetica dell'elettrone liberato. Una volta separato dall'atomo, l'elettrone può subire urti anelastici con i protoni provocando il fenomeno della ricombinazione, processo inverso della ionizzazione. Urti ripetuti portano all'equilibrio di ionizzazione, dove il numero delle foto-ionizzazioni equipara il numero delle ricombinazioni. Grazie a questa condizione di equilibrio è possibile determinare sia il grado di ionizzazione che la sfera di Strömgen, ovvero l'estensione massima della regione HII.



Figura 1.1: Immagine della nebulosa di Orione M42, una delle più famose regioni HII.

1.2 La frazione di ionizzazione dell'H

Lo studio delle regioni HII si basa sull'assunzione dell'equilibrio tra ionizzazioni e ricombinazioni. Entro quest'ipotesi la stella eccitatrice sarà circondata da un ampio volume di gas ionizzato delimitato a sua volta da una stretta zona di transizione, dove il gas passa dall'essere quasi completamente ionizzato a quasi completamente neutro. Un'ulteriore semplificazione è quella di considerare la regione formata esclusivamente da H, in questo modo la densità dei protoni n_p è uguale a quella degli elettroni. La frazione di ionizzazione del gas sarà definita come:

$$x = \frac{n_p}{n} \quad (1.1)$$

dove $n = n_p + n_H$ è la somma del numero di atomi neutri n_H e del numero di protoni n_p . La densità n avrà un valore costante e pari a 10^2 cm^{-3} , poiché l'ambiente in cui si originano le regioni HII è la parte più densa delle nubi molecolari. Infine consideriamo popolato solo il livello fondamentale dell'idrogeno e trascuriamo l'assorbimento della radiazione da parte delle polveri.

Per stimare la frazione di H ionizzato è necessario calcolare i tassi di ionizzazione e ricombinazione e successivamente imporre la condizione di equilibrio. Indicando con J_ν l'intensità media della radiazione ad una frequenza ν , l'energia incidente per unità di angolo solido è $4\pi J_\nu$, mentre il numero di fotoni sarà $\frac{4\pi J_\nu}{h\nu}$ ossia il rapporto tra l'energia totale e quella del singolo fotone. Le foto-ionizzazioni per cm^3 e per secondo sono:

$$r_i = n_H \int_{\nu_0}^{\infty} \alpha(\nu) \frac{4\pi J_\nu}{h\nu} d\nu \quad (1.2)$$

dove $\alpha(\nu)$ è la sezione d'urto dallo stato fondamentale a quello libero, vale a dire l'area entro la quale due particelle interagiscono tra loro, mentre ν_0 è la frequenza di soglia calcolata al limite di Lyman, quando $\lambda_0 = 912\text{\AA}$, pari a $3.29 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Poiché $\alpha(\nu)$ è proporzionale a $\frac{\nu_0^3}{\nu^3}$, un'approssimazione ragionevole è quella di considerare la sezione d'urto costante,

prendendone il valore valutato alla frequenza di soglia:

$$\alpha(\nu) \approx \alpha(\nu_0) = 6.8 \cdot 10^{-18} \text{cm}^2 \quad (1.3)$$

In questo modo è possibile riscrivere il tasso di ionizzazione:

$$r_i = n_H \cdot \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{4\pi J_\nu}{h\nu} \alpha(\nu_0) d\nu \quad (1.4)$$

Necessario per la trattazione del problema è esplicitare la dipendenza di r_i da x . Dalla 1.1 si può ricavare n_H nel seguente modo:

$$\begin{aligned} x(n_p + n_H) &= n_p \\ x \cdot n_H &= n_p - x \cdot n_p = n_p(1 - x) \\ n_H &= \frac{n_p}{x}(1 - x) \\ &= n(1 - x) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Sostituendo la 1.5 nella 1.4 risulta:

$$r_i = n(1 - x) \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{4\pi J_\nu}{h\nu} \alpha(\nu_0) d\nu \quad (1.6)$$

Prendendo un punto a 5pc dalla stella, poiché il flusso J_ν varia con l'inverso del quadrato della distanza, il valore dell'integrale è circa 10^{-8}s^{-1} e di conseguenza il tasso di ricombinazioni è uguale a:

$$r_i = n(1 - x)10^{-8} \quad (1.7)$$

A differenza della ionizzazione il fenomeno della ricombinazione può avvenire in un qualsiasi livello energetico avente numero quantico principale n . Definendo come $\beta_j(T)$ la probabilità che, ad una certa temperatura T , uno ione e un elettrone si ricombinino sul livello j -esimo, il tasso di ricombinazione è:

$$r_r = \sum_j n_p n_e \beta_j(T) \quad (1.8)$$

nel quale la sommatoria viene considerata su tutti i livelli j dell'atomo di idrogeno. Ora è necessario fare alcune considerazioni energetiche per capire i reali estremi della somma. Il fotone emesso avrà l'energia totale pari a:

$$h\nu = E_c + \frac{E_H}{n^2} \quad (1.9)$$

$$E_c = \frac{3kT}{2}$$

dove il secondo termine è il potenziale del livello legato all'atomo e $k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{erg} \cdot \text{K}^{-1}$ la costante di Boltzmann. Per stimare l'energia cinetica E_c basta porre $T = 10^4$, temperatura tipica delle regioni HII, e si ottiene:

$$E_c = 1.36 \text{eV} \quad (1.10)$$

sostituendo la 1.9 nella 1.8 si ricava:

$$h\nu = 1.36 + \frac{E_H}{n^2} \quad (1.11)$$

con $n = 1$ risulta $h\nu = 14.96 \text{ eV} > E_H$, mentre con $n = 2$ il valore è $h\nu < E_H$. Da questa considerazione si deduce che solo i fotoni emessi nella ricombinazione al livello fondamentale riescono a ionizzare un'altra volta l'idrogeno, di conseguenza si può ritenere il primo livello localmente bilanciato. L'ipotesi introdotta viene chiamata *on the spot*, poiché il fotone emesso viene immediatamente riassorbito. La somma nel tasso di ricombinazioni pertanto partirà dal secondo livello energetico:

$$\begin{aligned} r_r &= n_p n_e \sum_{j>1} \beta_j(T) \\ &= x^2 n^2 \beta^{(2)} \end{aligned} \quad (1.12)$$

la seconda eguaglianza è valida nell'ipotesi in cui il gas sia composto esclusivamente da H, di conseguenza la densità di protoni coincide con quella degli elettroni e sfruttando la 1.1 si ricava $n_p n_e = x^2 n^2$. Inoltre un'espressione di $\beta^{(2)}$ è la seguente:

$$\beta^{(2)} \approx 10^{-10} T^{-\frac{3}{4}} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (1.13)$$

la quale, calcolata a $T = 10^4 \text{ K}$ risulta 10^{-13} . Mettendo insieme tutte le approssimazioni fatte l'equazione 1.12 diventa:

$$r_r = x^2 n^2 \cdot 10^{-13} \quad (1.14)$$

Determinati i tassi di ionizzazione e ricombinazione si può imporre la condizione di equilibrio:

$$\begin{aligned} r_i &= r_r \\ n(1-x)10^{-8} &= x^2 n^2 \cdot 10^{-13} \\ \frac{x^2}{1-x} &= 10^3 \gg 1 \end{aligned} \quad (1.15)$$

Ri-arrangiando il primo membro si ha:

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{1-x} &= \frac{x^2 + 1 - 1}{1-x} \\ &= \frac{1}{1-x} + \frac{x^2 - 1}{1-x} = \frac{1}{1-x} - \frac{(1-x)(1+x)}{1-x} \\ &= \frac{1}{1-x} - (1+x) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Il grado di ionizzazione x indica quanti atomi di idrogeno sono ioni rispetto al totale, per cui sarà per definizione $x \leq 1$, ne consegue che il termine $\frac{1}{1-x}$ domina l'equazione 1.16, dalla quale si ricava:

$$x \approx 1 \quad (1.17)$$

ciò significa una quasi completa ionizzazione del gas, in accordo con le osservazioni sulle regioni HII.

1.3 Il raggio di Strömngren

L'esistenza della sfera di Strömngren è dovuta alla ricombinazione degli elettroni con gli ioni, la quale limita la ionizzazione degli atomi di idrogeno da parte del flusso ultravioletto della stella. La condizione da imporre per determinare l'estensione di questa regione è:

$$\begin{aligned} Q(H^0) &= \int n_p n_e \beta^{(2)} dV \\ &= \int_0^R 4\pi r^2 n^2 \beta^{(2)} dr \end{aligned} \quad (1.18)$$

dove la prima equazione indica che il flusso di fotoni ionizzanti emesso $Q(H^0)$ deve eguagliare il tasso di ricombinazioni entro il volume dV .¹ Integrando la 1.18 si ottiene:

$$Q(H^0) = \frac{4\pi}{3} r_s^3 n^2 \beta^{(2)} \quad (1.19)$$

Ora è necessario esplicitare r_s per determinare il raggio di Strömngren:

$$r_s = \left(\frac{3Q(H^0)}{4\pi n^2 \beta^{(2)}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.20)$$

Dall'equazione si nota chiaramente la dipendenza di r_s dal numero di fotoni emessi dalla stella centrale $Q(H^0)$, di conseguenza l'estensione della sfera di Strömngren dipenderà anche dal tipo spettrale, stelle di tipo O emettono un flusso maggiore e dunque avranno un'estensione superiore del raggio. Di seguito riporto una tabella in cui vengono calcolati i diversi valori di r_s al variare delle caratteristiche spettrali.

Tipo spettrale	T _{eff} (K)	Q(H ⁰)(s ⁻¹)	r _s (pc)
-	52 500	2 · 10 ⁵⁰	9.6
-	51 300	1.4 · 10 ⁵⁰	8.5
-	47 900	7.5 · 10 ⁴⁹	6.9
O5V	41 200	5.6 · 10 ⁴⁹	6.3
O8V	36 300	5.0 · 10 ⁴⁸	2.8
B0V	33 500	1.6 · 10 ⁴⁸	1.9
B3V	25 000	1.0 · 10 ⁴⁶	0.3

Tabella 1.1: Raggio di Strömngren al variare del tipo spettrale della stella eccitatrice, i valori sono stati calcolati assumendo una densità costante $n = 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

La *Tabella 1.1* è stata stimata con una densità costante per tutte le stelle, per correggerla al variare di n è opportuno moltiplicare i dati per $\left(\frac{n}{10^2}\right)^{-\frac{2}{3}}$. Come accennato nella *sezione 1.3* oltre la sfera di Strömngren si trova una zona di transizione, determinata dall'assorbimento, dove il gas passa da uno stato di quasi completa ionizzazione

¹In spettroscopia vengono utilizzati due formalismi diversi per indicare il grado di ionizzazione dell'atomo. Ad esempio per l'idrogeno neutro si può utilizzare sia H⁰ che HI, mentre se è ionizzato una volta si scriverà H⁺ o HII. Nel corso della tesi userò entrambe le notazioni.

ad uno di quasi completa neutralità. Per trovarne l'ampiezza si calcola il cammino libero medio dei fotoni:

$$l = \frac{1}{n_{\text{H}} \cdot \sigma} \approx \frac{1}{(1-x)n \cdot \alpha(\nu_0)} \quad (1.21)$$

dove σ è la sezione d'urto efficace approssimata con $\alpha(\nu_0)$. Prendendo $x = 0.5$, il valore medio tra 0 in cui il gas è neutro e 1 in cui è ionizzato, e $n = 10^2 \text{ cm}^{-3}$ si ricava:

$$l = 0.001 \text{ pc} \quad (1.22)$$

che è una distanza molto piccola se paragonata all'ampiezza della sfera di Strömgren, dunque è lecito considerare la stella centrale circondata da una vasta regione di gas ionizzato e da una stretta zona di transizione.

2 Caratteristiche spettroscopiche delle regioni HII

Lo spettro di una nebulosa ionizzata è caratterizzato da un debole continuo e forti linee di emissione, tra le principali ci sono: $[OII]\lambda 3727$, $[OIII]\lambda 4363$, H_β , H_γ , H_δ , nella parte blu dello spettro, mentre H_α , $[NII]\lambda 6548$, $[SiII]\lambda 6717$ e $[ArIII]\lambda 7135$ nella parte più rossa. In questo capitolo spiegherò i fenomeni fisici responsabili delle righe in emissione e in assorbimento e tramite queste calcolerò l'abbondanza dei principali elementi chimici. Oltre ad un'introduzione sulle caratteristiche dell'atomo, gli argomenti trattati saranno: le transizioni radiative e collisionali, la ricombinazione, le righe risonanti nell'ultravioletto e le nebulari nell'infrarosso, ed infine i processi nel continuo.

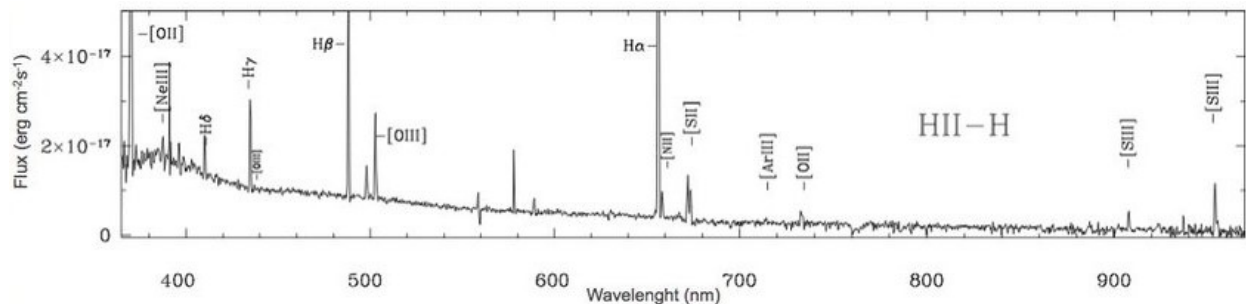


Figura 2.1: Spettro ottenuto con il VLT (*Very Large Telescope*) di una regione HII nella galassia Sestante B. Si possono notare le righe delle serie di Balmer e alcune linee proibite.

2.1 L'atomo di Bohr

Il modello atomico di Bohr descrive la struttura di un atomo idrogenoide, nel quale viene considerato il moto di un elettrone in un potenziale centrale avente origine nel nucleo. I livelli energetici, stazionari e quantizzati, si derivano dall'equazione agli autovalori di Schrödinger indipendente dal tempo:

$$H\psi(r) = E\psi(r) \quad (2.1)$$

dove H è l'Hamiltoniana, $\psi(r)$ la funzione d'onda e E l'autovalore dell'energia. Esprimendo $\psi(r)$ in coordinate sferiche, grazie alla simmetria del potenziale a cui è soggetto l'elettrone, si ottiene:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (2.2)$$

nella quale la parte radiale e quelle angolari sono state separate essendo tra loro indipendenti. Ora risolvendo la 2.1 con la funzione d'onda della 2.2 si ottengono tre dei numeri quantici che

caratterizzano i livelli quantizzati dell'energia, i quali sono riportati in una tabella riassuntiva. Il primo numero quantico della *Tabella 2.1* viene chiamato numero quantico principale e

Numero quantico e della funzione d'onda	Componente della funzione d'onda valori assunti	valori assunti
n	r	$1, \dots, \infty$
l	θ	$0, \dots, n-1$
m_l	ϕ	$0, \dots, \pm 1$

Tabella 2.1: Tabella riassuntiva dei tre numeri quantici ricavati dall'equazione di Schrödinger

descrive la quantizzazione dei livelli energetici, l è quello orbitale o azimutale e si riferisce al momento angolare dell'orbita e all'eccentricità, mentre m_l è il numero quantico magnetico, il quale caratterizza la componente del momento angolare lungo una direzione preferenziale. Lo spin m_s dell'elettrone è il quarto numero quantico necessario per tracciare la struttura dell'atomo di idrogeno, definisce il momento angolare intrinseco e non deriva dall'equazione di Schrödinger. I valori che può assumere sono $\pm 1/2$.

Insieme questi parametri delineano gli orbitali, inoltre sommando tra loro i valori di l e m_l e considerando lo spin, si ottengono $2n^2$ orbitali aventi la stessa energia, ossia la degenerazione di ogni livello.

2.1.1 La struttura fine e le regole di selezione

L'interazione tra il campo magnetico, generato dal moto circolare dell'elettrone attorno al nucleo, e il momento di dipolo totale origina la struttura fine dell'atomo. L'accoppiamento del momento angolare orbitale e dello spin causa una perturbazione del campo centrale, di conseguenza i livelli energetici vengono separati in *termini*, a loro volta suddivisi in *livelli*. Un termine è caratterizzato dai valori di $L = \sum_i l_i$, $S = \sum_i s_i$ e dalla parità π :

$${}^{2S+1}L^{\pi}$$

mentre nei livelli si tiene conto anche del momento angolare totale $J = L + S$:

$${}^{2S+1}L_J^{\pi}$$

Pertanto un termine può essere visto come un gruppo di livelli aventi lo stesso valore del momento angolare totale e della molteplicità. Transizioni tra i livelli danno origine a righe spettrali, mentre quelle tra i termini a multipletti. J infine assume tutti i valori compresi tra $|L - S|$ e $|L + S|$.

La trattazione quantistica dell'atomo esclude o meno alcune transizioni che portano alla formazione delle righe spettrali. Di seguito riporto una tabella contenente le *regole di selezione* in approssimazione di dipolo.

Le righe proibite sono quelle che non rispettano le regole di selezione e si indicano con [], mentre le righe semi-proibite o di intercombinazione avvengono tra stati di molteplicità diversa e si indicano con]. Transizioni tra stati con lo stesso multipletto sono chiamate linee di struttura fine.

Δn	qualsiasi
$\Delta l = \pm 1$	regola di Laporte
$\Delta J = 0, \pm 1$	transizione da $J=0$ a $J=0$ proibita
$\Delta M_J = 0, \pm 1$	
$\Delta L = 0, \pm 1$	transizione da $L=0$ a $L=0$ proibita
$\Delta S = 0$	ricombinazioni tra livelli con molteplicità diversa sono proibite

Tabella 2.2: Tabella riassuntiva delle principali regole di selezione in approssimazione di dipolo.

2.1.2 Le serie spettrali dell'atomo di H

Il fenomeno dell'emissione o dell'assorbimento ha luogo quando c'è una transizione elettronica tra due livelli energetici. L'energia quantizzata di uno stato legato è:

$$\epsilon_n = -\frac{Z^2}{n^2} R_M \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.3)$$

dove R_M è la costante di Rydberg per un atomo di massa M e carica Z . Per l'idrogeno $Z = 1$ perciò il numero d'onda di una riga di emissione è espresso dalla formula di Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda_{n_1, n_2}} = \Delta \epsilon_{n_1, n_2} \quad (2.4)$$

$$= \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] R_H \quad n_2 > n_1 \quad (2.5)$$

con $R_H = 109,677.581 \text{ cm}^{-1}$. A seconda del valore di n_1 ci sono due serie principali: la serie di Lyman, con $n_1 = 1$ nell'UV, e la serie di Balmer, con $n_1 = 2$ nell'ottico. Le lettere greche che seguono il nome della riga indicano il salto energetico, ad esempio ad α corrisponde $\Delta n = 1$, mentre per β Δn vale 2.

2.2 Transizioni radiative

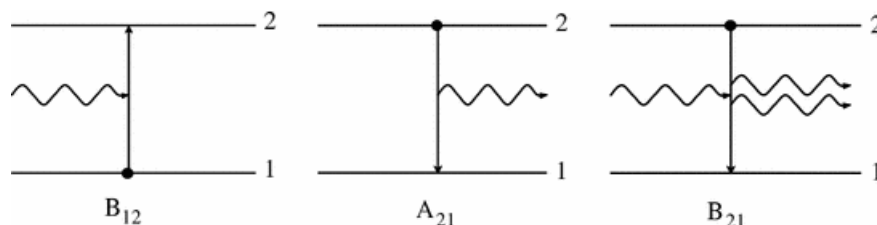


Figura 2.2: Schema dell'atomo a due livelli con i coefficienti di Einstein

I processi radiativi vengono descritti con il modello teorico dell'atomo a due livelli, mediante il quale è possibile ricavare i coefficienti di Einstein, fondamentali per lo studio delle righe in emissione e assorbimento. Chiamando i due livelli 1 e 2 essi avranno rispettivamente energia E_1 e E_2 , con $E_1 < E_2$ e densità n_1 e n_2 . Le transizioni che possono verificarsi tra i

due sono di tre tipi: emissione spontanea, emissione stimolata e assorbimento, ognuna delle quali è definita da un diverso coefficiente di Einstein misurato in $\frac{1}{s}$: A_{21} , B_{21} e B_{12} .

Le emissioni spontanee avvengono quando una particella, che inizialmente si trova nel secondo livello, decade nel primo emettendo un fotone di energia $h\nu_{12}$. La probabilità per secondo che avvenga la transizione è data da A_{21} , mentre il numero di emissioni spontanee per unità di volume e tempo è $N_{e,sp} = A_{21} \cdot n_2$.

L'emissione stimolata, al contrario, per verificarsi necessita la presenza di un campo di radiazione con densità energetica $\rho(\nu_{12}) = \frac{4\pi J\nu}{c}$. Anche qui viene emesso un fotone avente energia uguale a $E_2 - E_1$, la probabilità questa volta dipenderà anche dal campo di radiazione e sarà $B_{21}\rho(\nu_{12})$, mentre il numero di emissioni stimolate è $N_{e,st} = B_{21} \cdot n_2 \cdot \rho(\nu_{12})$.

Infine può avvenire che un fotone, con frequenza ν_{12} e proveniente dal campo di radiazione, venga assorbito causando una transizione dal primo al secondo livello energetico. In questo caso la probabilità sarà $B_{12}\rho(\nu_{12})$ pertanto il numero di assorbimenti è $N_{abs} = B_{12} \cdot n_1 \cdot \rho(\nu_{12})$. Per trovare una relazione che lega tra loro i coefficienti di Einstein si ricorre al *principio del bilancio dettagliato*, il quale afferma che in equilibrio termodinamico il tasso di transizioni dal primo al secondo livello deve eguagliare quelle dal secondo al primo. In formule si ha:

$$A_{21}n_2 + B_{21}\rho(\nu_{12})n_2 = B_{12}\rho(\nu_{12})n_1 \quad (2.6)$$

Esplicitando il campo di radiazione dalla precedente si ottiene:

$$\rho(\nu_{12}) = \frac{A_{21}}{B_{12}\left(\frac{n_1}{n_2}\right) - B_{21}} \quad (2.7)$$

Poiché siamo in condizioni di equilibrio termodinamico la popolazione dei livelli viene determinata dall'equazione di Boltzmann:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{g_1}{g_2} e^{\frac{h\nu}{kT}} \quad (2.8)$$

dove g_1 e g_2 sono la degenerazione corrispondente a ciascun livello energetico. Ora sostituendo la 2.3 nella 2.2 si ricava:

$$\begin{aligned} \rho(\nu_{12}) &= \frac{A_{21}}{B_{12}\left(\frac{g_1}{g_2}\right)e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{21}} \\ &= \frac{A_{21}}{B_{21}\left(\frac{g_2}{g_1}\right)e^{\frac{h\nu}{kT}} - B_{21}} = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Per passare dalla prima alla seconda uguaglianza è stata imposta la condizione $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$, essenziale per poter eguagliare il campo di radiazione con l'emissione Planckiana, espressione valida nel caso di equilibrio termodinamico. Questa è la prima relazione tra i coefficienti di Einstein, per trovare la seconda basta porre:

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu_{12}^3}{c^3} \quad (2.10)$$

infatti se la sostituiamo nella 2.4 si ottiene esattamente la relazione di Planck:

$$\rho(\nu_{12}) = \frac{8\pi h\nu_{12}^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2.11)$$

Infine è utile calcolare i tempi di vita degli stati eccitati. Ad esempio per il secondo livello energetico si avranno risultati diversi a seconda che venga o meno considerato il campo di radiazione:

$$\tau_2 = \frac{1}{A_{21}} \text{ senza radiazione} \quad \tau_2 = \frac{1}{A_{21} + B_{21} \cdot \rho(\nu_{12})} \text{ con radiazione} \quad (2.12)$$

2.3 Transizioni collisionali

Le righe in emissione e assorbimento, oltre che con i processi radiativi, possono formarsi anche tramite collisioni. Infatti quando un atomo urta altre particelle può essere eccitato o diseccitato, passando dal primo al secondo livello o viceversa. I coefficienti di Einstein corrispondenti alle transizioni collisionali sono: C_{12} per l'eccitazione e C_{21} per la dis-eccitazione. Una riga di emissione si presenta solamente se l'energia cinetica dell'elettrone incidente soddisfa la diseuguaglianza $\frac{1}{2}mv^2 > E_2 - E_1$.

Un elemento rilevante delle transizioni è la sezione d'urto collisionale σ_{12} , la quale è inversamente proporzionale all'energia, pertanto particelle più veloci avranno meno probabilità di impatto. Il tasso di collisioni, ossia il numero di urti per secondo, considerando un elettrone con velocità v e densità n_e , è:

$$\begin{aligned} C &= n_e \frac{\int_0^\infty v\sigma(v)f(v)dv}{\int_0^\infty f(v)dv} \\ &= n_e \langle v\sigma(v) \rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

dove $\langle v\sigma(v) \rangle$ è il valore di $v\sigma(v)$ mediato sulla di distribuzione della velocità Maxwelliana $f(v)$. Grazie alla 2.7 è possibile scrivere C_{12} e C_{21} come:

$$\begin{aligned} C_{12} &= n_e \langle v\sigma_{12}(v) \rangle \\ &= n_e q_{12} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} C_{21} &= n_e \langle v\sigma_{21}(v) \rangle \\ &= n_e q_{21} \end{aligned} \quad (2.15)$$

nelle quali q_{12} e q_{21} , misurati in cm^3s^{-1} , sono i coefficienti di eccitazione e diseccitazione. Ora è possibile applicare la condizione di equilibrio dei due livelli e trovare la relazione che lega tra loro i coefficienti collisionali:

$$n_1 C_{12} = n_2 C_{21} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} C_{12} &= \frac{n_2}{n_1} C_{21} \\ &= \frac{g_2}{g_1} C_{21} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

dove per ricavare la 2.11 è stata sostituita l'equazione di Boltzmann. Mettendo insieme sia le transizioni collisionali che le radiative e trascurando il campo di radiazione, vale:

$$\begin{aligned} n_1 C_{12} &= n_2 C_{21} + n_2 A_{21} \\ \frac{n_2}{n_1} &= \frac{C_{12}}{C_{21} + A_{21}} \end{aligned} \quad (2.18)$$

ed infine usando la 2.11 si ha:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{e^{-\frac{E}{kT}}}{1 + \frac{A_{21}}{q_{21}n_e}} \quad (2.19)$$

Quest'ultima equazione si riduce alla relazione di Boltzmann se si pone $A_{21} \ll q_{21}n_e$, dunque significa che l'influenza delle transizioni collisionali sulle righe spettrali sarà determinata da un valore di densità critica n_{crit} definito da:

$$n_{\text{crit}} = \frac{A_{21}}{q_{21}} \quad (2.20)$$

se $n_e > n_{\text{crit}}$ allora le righe saranno sempre più deboli, poichè a causa delle elevate collisioni una gran parte degli elettroni verrà rimossa dal livello eccitato. Le regioni HII hanno densità tipiche di $10^2 - 10^3 \text{cm}^{-3}$, valore minore di n_{crit} , pertanto la diseccitazione collisionale ha meno probabilità di avvenire rispetto alle nebulose planetarie, aventi densità di 10^7cm^{-3} .

2.3.1 Linee di eccitazione collisionale: le *CELS*

Le *CELS* (collisionally excited lines) sono prodotte quando gli atomi, già eccitati attraverso le collisioni, decadono attraverso transizioni radiative. La probabilità che si verifichi la transizione è esigua, nonostante ciò, è possibile osservarle grazie alle densità relativamente basse delle regioni HII. Principalmente sono causate dagli elementi metallici che sono una piccola percentuale delle nebulose gassose. Le righe prodotte nella parte ottica dello spettro, $4000 \text{Å} < \lambda < 7000 \text{Å}$, sono proibite a causa della regola di selezione della parità o semiproibite per la violazione della regola di spin. Considerando un'eccitazione collisionale prodotta dal decadimento radiativo tra il secondo e il primo livello, il coefficiente di emissione è:

$$j_{21} = \frac{h\nu_{21}}{4\pi} f_2 A_{21} n(X^{+i}) \quad (2.21)$$

dove f_2 è la frazione degli ioni X^{+i} nel livello 2. Pertanto per calcolare j_{21} è necessario conoscere la popolazione del livello eccitato, ricavabile tramite il principio del bilancio dettagliato:

$$\sum_{l \neq k} f_l \cdot n_e \cdot q_{lk} + \sum_{l > k} f_l A_{kl} = \sum_{l \neq k} f_k \cdot n_e \cdot q_{kl} + \sum_{l < k} f_k A_{kl} \quad (2.22)$$

nella quale q_{kl} e q_{lk} sono i coefficienti di eccitazione e diseccitazione collisionale trattati nella *sezione 2.2*. Le *CELS* sono uno dei principali fattori di raffreddamento del gas nelle regioni HII, inoltre la presenza di queste righe dipende dalla presenza di livelli energetici a pochi eV al di sotto dello stato fondamentale, condizione verificata nei metalli.

2.3.2 Densità elettronica n_e calcolata con le *CELS*

La densità elettronica, vale a dire il numero di elettroni all'interno della regione HII per unità di volume, può essere ricavata dal rapporto dell'intensità di due righe originate dallo stesso ione e con all'incirca la stessa energia di eccitazione. Infatti se le linee hanno diverse probabilità di transizione o differenti coefficienti di diseccitazione, dipenderanno molto da n_e . Alcune delle righe più usate sono: $[OII]\lambda 3726/\lambda 3729$, $[SII]\lambda 6717/\lambda 6731$, $[ClIII]\lambda 5518/\lambda 5538$, $[ArIV]\lambda 4711/\lambda 4740$. Nel caso di regioni poco dense, il rapporto dell'intensità delle linee è proporzionale a C_{12} , mentre ad alte densità, sopra n_{crit} , le collisioni dominano e il quoziente è legato ad A_{21} .

2.4 Righe di ricombinazione: le *RLs*

La ricombinazione, a differenza dell'eccitazione collisionale, è un fenomeno molto importante per l'idrogeno poiché i livelli eccitati sono separati da quello fondamentale da un grande salto energetico, corrispondente a 13.6 eV. Le *RLs* sono tipicamente permesse pertanto soddisfano le regole di selezione in approssimazione di dipolo. Considerando il sistema in uno stato stazionario e trascurando le transizioni collisionali, la popolazione del livello n-esimo è regolata dalle ricombinazioni e dalle emissioni spontanee per ciò le condizioni di equilibrio sono:

$$n_n \sum_{m=1}^{n-1} A_{nm} = \sum_{m=n+1}^{\infty} n_m A_{mn} + n_e n_p \alpha_n(T) \quad \text{Caso A} \quad (2.23)$$

$$n_n \sum_{m=2}^{n-1} A_{nm} = \sum_{m=n+1}^{\infty} n_m A_{mn} + n_e n_p \alpha_n(T) \quad \text{Caso B} \quad (2.24)$$

dove il *Caso A* si riferisce ad una nebulosa otticamente sottile mentre il *Caso B* si definisce quando la dimensione della regione è tale che si possa trascurare la frazione dei fotoni di Lyman che fuoriescono. $\alpha_n(T)$ è il coefficiente di ricombinazione del livello n-esimo definito come $\int \sigma_n v f(v) dv$. Il tempo tipico tra due ricombinazioni per atomo è:

$$t_r = \frac{1}{n_e \alpha_A} \approx 7.6 \cdot 10^4 \text{ anni} \quad (2.25)$$

in cui $\alpha_A = \sum_n \alpha_n(T)$, ovvero la somma su tutti i livelli energetici dei coefficienti di ricombinazione, il quale calcolato alle temperature tipiche di una regione III risulta:

$$\alpha_A = 4.18 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad (2.26)$$

Stimando τ_2 dell'equazione 2.7 in assenza di radiazione circa 10^{-8} e confrontandolo con t_r si deduce che gli atomi neutrali, una volta ricombinati, possono essere assunti al livello fondamentale.

Nella descrizione delle *RLs* è utile definire anche il coefficiente di ricombinazione efficace α_{mn}^{eff} come il numero di eventi per secondo che portano all'emissione di una specifica linea proveniente dalla transizione dal livello m-esimo al n-esimo:

$$\alpha_{mn}^{\text{eff}} = \frac{n_n A_{mn}}{n_p n_e} \quad (2.27)$$

Il fattore di emissione volumetrica integrato sull'intero profilo di riga è:

$$j_{mn} = \frac{h\nu_{mn}}{4\pi} n_e n_p \alpha_{mn}^{\text{eff}} \quad (2.28)$$

I valori di j_{mn} vengono tabulati a seconda della temperatura, infatti $j_{mn} \propto T^{-0.96}$. Nella *Tabella 2.3* riporto le intensità della serie di Balmer relative al *Caso B*.

L'intensità di una riga spettrale in emissione viene calcolata usando l'equazione del trasporto radiativo in assenza di assorbimento da parte del gas interstellare:

$$\frac{dI_\lambda}{ds} = j_{mn} \quad (2.29)$$

integrandola lungo lo spessore della regione HII si otterrà:

$$\begin{aligned}
 I_\lambda &= \int j_{mn} ds \\
 &= \int \frac{h\nu_{mn}}{4\pi} n_e n_p \alpha_{mn}^{\text{eff}}
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

per cui l'intensità di una linea di ricombinazione è proporzionale a $n_e n_p \sim n_e^2$. Dalla *Tabella 2.3* si nota un diminuzione del fattore $I/I(\text{H}_\beta)$ spostandosi verso numeri più elevati delle serie dell'idrogeno, questo andamento viene chiamato il *decremento di Balmer*. Il paragone tra la decrescita di Balmer osservata e quella teorica fornisce una stima dell'estinzione causata dalle polveri.

Riga	$\lambda(\text{\AA})$	$I/I(\text{H}_\beta)$
H $_\alpha$	6563	2.87
H $_\beta$	4861	1.00
H $_\gamma$	4340	0.466
H $_\delta$	4101	0.256
H $_\epsilon$	3970	0.158
H $_\zeta$	3889	0.105

Tabella 2.3: Intensità delle serie di Balmer relative a $I(\text{H}_\beta) = 1$, i valori sono stati calcolati assumendo un coefficiente di emissione $\alpha_{\text{H}_\beta}^{\text{eff}} = 3.03 \cdot 10^{-14}$.

2.4.1 Densità elettronica n_e calcolata con le *RLs*

Le *Rls* offrono due metodi per il calcolo della densità elettronica: lo stato metastabile 2^3S dell' HeI, corrispondente ad un livello eccitato avente una bassa probabilità di diseccitazione e di conseguenza un tempo di vita lungo, e il multipletto 1 dell'OII.

Il primo modo sfrutta la ricombinazione dell'He $^+$, infatti lo spin dell'elettrone con il quale si ricombina potrà essere parallelo o antiparallelo a quello già presente nell'atomo, vengono così create due categorie di He 0 . Quella formatasi con lo spin antiparallelo decade velocemente nello stato fondamentale, mentre il caso parallelo riesce ad arrivare fino al livello 2^3S dove può rimanerci per un'ora. Le collisioni che avvengono con l'elio nello stato metastabile eccitano l'atomo e incidono in modi diversi sulle righe che causano, con un'efficienza proporzionale a n_e .

Il secondo metodo consiste nel ricavare il rapporto tra le righe del multipletto 1 dell'OII, il quale ha una forte dipendenza dalla densità elettronica. L'equazione che le lega è la seguente:

$$\left[\frac{I(4649)}{I(\text{somma})} \right]_{\text{oss}} = 0.397 - \frac{0.269 \pm 0.010}{1 + n_e/2800}
 \tag{2.31}$$

dalla quale si ricava $n_e = 2800 \pm 500 \text{ cm}^{-3}$ per una regione HII.

2.5 Abbondanze chimiche

Le abbondanze chimiche servono per capire quanti ioni di un determinato elemento sono presenti in una zona dell'universo. Nelle aree dove avviene la fotoionizzazione, come le regioni

HII, gli ioni di idrogeno H^+ sono circa il 90%, di conseguenza è il più abbondante. Questo è il motivo per cui l'abbondanza di un elemento X^{+i} viene misurata relativa all'H, usando la notazione $[X^{+i}/H^+]$. Un'altra convenzione è quella di trasformare tutto in scala logaritmica e sottrarre il valore relativo al sole, pertanto la formula comunemente usata è:

$$[X^{+i}/H^+] = \log_{10} \frac{N_{X^{+i}}}{N_{H^+}} - \log_{10} \left(\frac{N_{X^{+i}}}{N_{H^+}} \right)_{\odot} \quad (2.32)$$

Molti dei processi fisici che hanno luogo nelle regioni HII sono proporzionali a n_e^2 , per cui se il gas è omogeneo si riesce a ricavare l'abbondanza totale di un elemento.

2.5.1 Abbondanze ricavate dalle *CELS*

La maggior parte delle righe di emissione derivanti dalle collisioni avvengono nel caso di una nube otticamente sottile o trasparente, perciò le loro intensità saranno proporzionali all'abbondanza dello ione che emette la linea. Nel caso delle *CELS* c'è anche una forte dipendenza dalla temperatura elettronica T_e , di conseguenza per una corretta stima si dovranno prima ricavare le condizioni fisiche del gas.

Il rapporto tra una *CEL* e l' H_β è:

$$\begin{aligned} \frac{I(\lambda)}{I(H_\beta)} &= \frac{j_\lambda}{j_{H_\beta}} \\ &= [X^{+i}/H^+] \frac{\nu_\lambda}{\nu_{H_\beta}} \frac{A_{nm} \cdot f_k}{n_e \alpha_{H_\beta}^{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Dopo aver misurato l'intensità delle righe e averne trovato il rapporto è possibile calcolare l'abbondanza dalla seguente equazione:

$$\left[\frac{X^{+i}}{H^+} \right] = \frac{\epsilon_{H_\beta}}{\epsilon_\lambda} \frac{I(\lambda)}{I(H_\beta)} \quad (2.34)$$

dove le emissività, ovvero il quoziente tra energia irradiata da una riga e quella irradiata da un corpo nero, ϵ_λ e ϵ_{H_β} si ricavano dall'equilibrio statistico dei livelli energetici. Una semplificazione per il calcolo dell'abbondanza è assumere che la regione HII sia descritta da un unico valore della densità e della temperatura elettronica.

2.5.2 Abbondanze calcolate tramite le *RLs*

Le righe di ricombinazione in prima approssimazione dipendono da $\frac{n_e \cdot n(X^{+i})}{T_e}$ per densità che arrivano fino a 10^{10}cm^{-3} . Inoltre sono proporzionali anche all'abbondanza ionica, perciò le *RLs* intense sono quelle originate dagli ioni presenti in quantità maggiore. Le righe di ricombinazione dell'elio sono le più utilizzate perché, a differenza dell'idrogeno, sono presenti molte più linee ed inoltre non sono affette da degenerazione. Il miglior modo per determinare l'abbondanza dell' He^{++} è usare la *He II* $\lambda 4686$, che è la riga più intensa dell'elio osservata in ottico. Elementi più pesanti, come i metalli, hanno *RLs* molto deboli, pertanto quelle disponibili sono poche, alcuni esempi sono il doppietto del *C II* $\lambda 4267$ e il multipletto del *O II* $\lambda 4650$. La *C II* $\lambda 4267$ è la riga di ricombinazione più brillante prodotta da metalli ed è l'unico modo per determinare l'abbondanza del carbonio, mentre il multipletto dell'*O II* $\lambda 4650$ viene impiegato per misurare l'*ADF* (*Abundance Discrepancy Factor*).

2.5.3 L'ADF: abundance discrepancy factor

I risultati delle abbondanze dello stesso ione ricavate con le *CELS* e con le *RLs* non danno mai risultati compatibili tra loro, infatti quelle derivate con le righe di ricombinazione sono più alte rispetto alle collisionali. L'ADF è definito così:

$$ADF(X^{+i}) = \frac{X^{+i}_{RLs}}{X^{+i}_{CELS}} > 1 \quad (2.35)$$

Poiché di solito le abbondanze vengono calcolate in scala logaritmica, esiste la seguente formula alternativa:

$$ADF^* = \log_{10} [ADF(X^{+i})] = \log_{10} \frac{X^{+i}_{RLs}}{H^+} - \log_{10} \frac{X^{+i}_{CELS}}{H^+} \quad (2.36)$$

qui i valori saranno compresi tra 0.2 e 0.8. Nelle regioni HII si trova $1.5 \leq ADF \leq 3.0$, mentre per le nebulose planetarie $2 \leq ADF \leq 5$. La presenza di questo fattore indica che i modelli più semplici, dove composizione chimica, temperatura e densità sono omogenee, non sono adeguati per rappresentare le regioni fotoionizzate. L'origine dell'ADF non è ancora stata completamente compresa, si suppone che l'abbondanza ricavata con le *CELS* in realtà non sia esatta ma sia solo un limite inferiore rispetto a quella reale.

2.5.4 L'abbondanza dell'elio e dei metalli

La *HeI*λ5876 è una riga di ricombinazione osservata in ottico e insieme all'*H*_β permette di ricavare l'abbondanza dell'elio. Dal rapporto tra le due linee si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{I(\lambda 5876)}{I(H_\beta)} &= \frac{j_{5876}}{j_{H_\beta}} \\ &= \frac{n_{He^+} 4\pi \alpha_{5876}^{eff} \mathcal{K}\nu_{5876}}{n_H 4\pi \alpha_{H\beta}^{eff} \mathcal{K}\nu_{H\beta}} \\ &= \frac{n_{He^+} \alpha_{5876}^{eff} \phi}{n_p \alpha_{H\beta}^{eff} 5876 \phi} \end{aligned} \quad (2.37)$$

per passare dalla seconda alla terza uguaglianza è stata usata la relazione tra la frequenza e la lunghezza d'onda $\nu = c/\lambda$, inoltre poiché in una regione HII l'idrogeno è quasi completamente ionizzato $n_H = n_{H^+} = n_p$. Un'equazione simile alla 2.32, ma calcolata con la *He II*λ4686, fornirà l'abbondanza dell'*He*⁺⁺. Infine è possibile derivare l'abbondanza totale dell'elio usando la relazione:

$$\frac{n_{He}}{n_H} = \frac{n_{He^+} + n_{He^{++}}}{n_{H^+}} \quad (2.38)$$

Per i metalli bisogna considerare il coefficiente di emissione di una riga proibita:

$$\begin{aligned} j^L &= \frac{A_{mn}}{4\pi} n_m h\nu_{mn} \\ &= \frac{n_n}{4\pi} C_{nm} h\nu_{mn} \\ &= \frac{n_n}{4\pi} n_e q_{nm} h\nu_{mn} \end{aligned} \quad (2.39)$$

dove l'ultima relazione è stata trovata assumendo che a basse densità valga $n_n C_{nm} = n_m A_{mn}$. Vista la dipendenza di q_{nm} da $T_e^{-1/2}$ è necessario misurare la temperatura elettronica per derivare j^L .

Prendendo l'esempio della riga proibita $[OIII]\lambda 5007$ si può calcolare la densità dell'ossigeno:

$$\begin{aligned} \frac{I(\lambda 5007)}{I(H_\beta)} &= \frac{j_{5007}}{j_{H\beta}} \\ &= \frac{n_{O^{++}}}{n_p} \frac{q_{5007}}{\alpha_{h\beta}^{\text{eff}}} \frac{4861}{5007} \end{aligned} \quad (2.40)$$

$n_{O^{++}}$ è la densità di atomi di O^{++} nel livello energetico più basso, che equivale sostanzialmente al numero totale di atomi di O^{++} . Usando un'altra riga proibita, la $[OII]\lambda 3727$ si può ricavare la densità di O^+ ed infine l'abbondanza totale mediante:

$$\frac{O}{H} = \frac{O^+ + O^{++}}{H^+} \quad (2.41)$$

2.6 Le righe risonanti nell'UV e nebulari nell'IR

La transizione di un elettrone da uno stato eccitato allo stato fondamentale dà luogo al fenomeno della risonanza. Inoltre poiché il primo livello energetico è il più popolato, le righe risonanti sono le più intense nello spettro delle nebulose. La finestra osservabile va da 912\AA , sotto il limite di Lyman il mezzo interstellare diventa opaco, a 3000\AA . Alcune delle linee più importanti sono:

- Il doppietto del $C IV \lambda 1550$. La configurazione del carbonio neutro è $1s^2 2s^2 2p^2$, dopo tre ionizzazioni si ottiene una struttura simile ai metalli alcalini, con un elettrone nell'orbitale più esterno, $1s^2 2s^1$. Le due righe di risonanza sono:

$$\begin{aligned} 1548.2\text{\AA} & \quad 2s^2 S_{1/2} - 2p^2 P_{3/2} \\ 1550.8\text{\AA} & \quad 2s^2 S_{1/2} - 2p^2 P_{1/2} \end{aligned}$$

queste possono essere sia in emissione che in assorbimento. Il rapporto $C IV \lambda 1550 / He II \lambda 1640$ viene usato per determinare la temperatura.

- Il doppietto del $C III \lambda 1908$. La transizione dal primo stato eccitato, che si trova 6.5eV sopra lo stato fondamentale, causa la formazione delle due righe:

$$\begin{aligned} [CIII]1906.68\text{\AA} & \quad 2s^2 {}^1S_0 - 2s2p^3 P_2 \quad A = 0.005 \text{s}^{-1} \\ CIII]1908.73\text{\AA} & \quad 2s^2 {}^1S_0 - 2s2p^3 P_1 \quad A = 114 \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

la prima è una riga proibita poiché $\Delta J = 2$, mentre la seconda è di intercombinazione, ovvero deriva da una transizione tra stati di molteplicità diversa. Facendo il rapporto tra le due si ricava la densità.

- Il doppietto del $Mg II \lambda 2800$. Il magnesio ionizzato una volta diventa un metallo alcalino con la seguente configurazione elettronica $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$, le sue righe di risonanza sono:

$$\begin{aligned} 2795.5\text{\AA} & \quad 3s^2 S_{1/2} - 3p^2 P_{3/2} \\ 2802.7\text{\AA} & \quad 3s^2 S_{1/2} - 3p^2 P_{1/2} \end{aligned}$$

questo doppietto è molto importante nello studio delle abbondanze chimiche del mezzo interstellare in assorbimento.

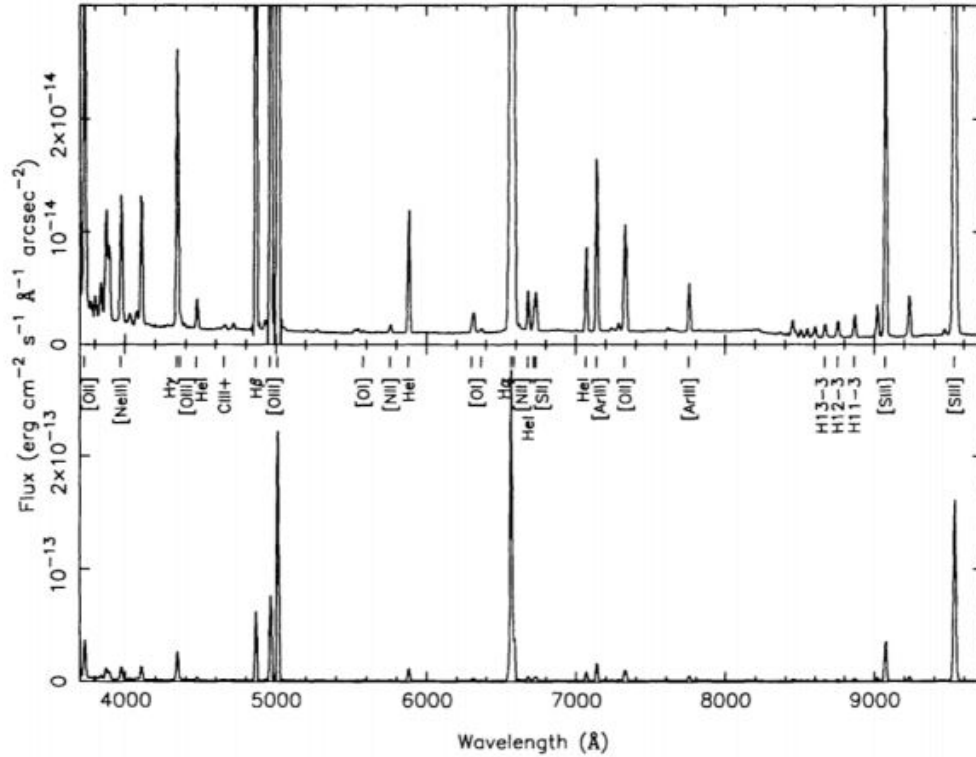


Figura 2.3: Spettro in ottico e UV della nebulosa di Orione, è facile notare le numerose righe proibite in emissione.

Lo spettro infrarosso di una regione HII è caratterizzato dalle righe di ricombinazione dell'idrogeno e dell'elio nel vicino-IR a $1 - 5 \mu m$, mentre quelle dei metalli si trovano nel medio-IR, $5 - 30 \mu m$ e nel lontano-IR $30 - 100 \mu m$. Il continuo è dominato dall'emissione delle polveri. Un esempio sono le righe $[OIII]\lambda\lambda 52, 88$ derivanti da transizioni a livello della struttura fine e all'interno della configurazione $2p^2$ dello stato fondamentale:

$$\begin{aligned} 51.8\mu m & \quad 2p^2\ ^3P_1 - ^3P_2 \\ 88.4\mu m & \quad 2P^2s\ ^3P_0 - ^3P_1 \end{aligned}$$

le due linee insieme alle $[OIII]\lambda\lambda 4959, 5007$ permettono il calcolo sia della densità che della temperatura elettronica.

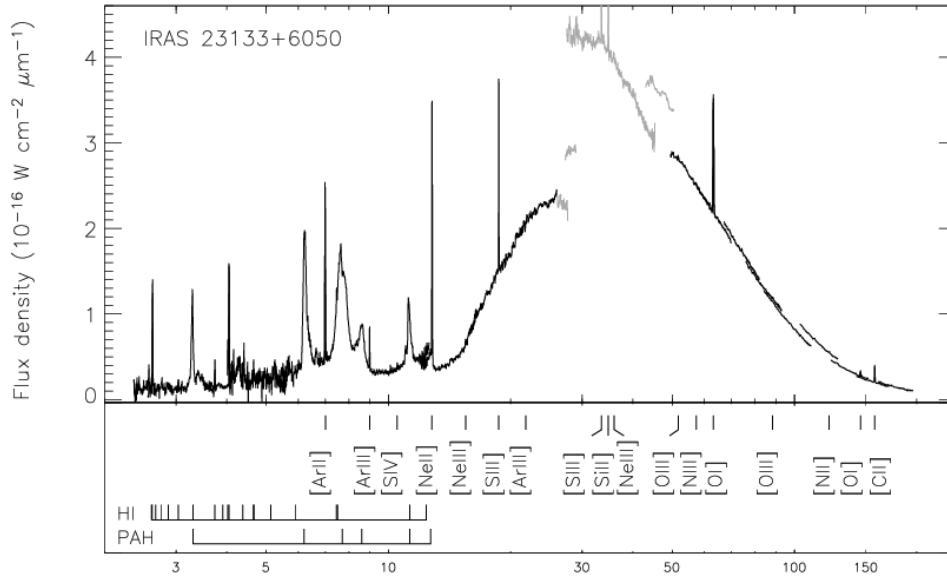


Figura 2.4: Spettro IR tipico di una regione HII ottenuto da *SWS* (*Short Wave Spectrometer*) e *LWS* (*Long Wave Spectrometer*). L'emissione continua è dominata dall'assorbimento delle polveri e dai Polycyclic Aromatic Hydrocarbons (PAHs).

2.7 I processi nel continuo

Le transizioni discusse finora riguardavano livelli energetici legati, i quali generavano righe in assorbimento o in emissione; lo spettro continuo, invece, è prodotto da fenomeni che coinvolgono elettroni liberi. I due principali sono: i processi *bound-free*, come foto-ionizzazione e ricombinazione radiativa, e quelli *free-free*, chiamati anche *Bremsstrahlung*.

2.7.1 Transizioni *bound-free*

I processi *bound-free* interessano due elettroni, uno si trova nel livello j -esimo di un atomo eccitato e l'altro è libero. Le transizioni vengono solitamente rappresentate come:

$$A_j + h\nu \leftrightarrow A^+ + e^- + \frac{mv^2}{2} \quad (2.42)$$

La doppia freccia indica che il fenomeno può avvenire in entrambi i sensi, infatti da sinistra a destra viene descritta la foto-ionizzazione, mentre l'altro verso illustra la ricombinazione radiativa. L'energia del fotone può essere espressa anche introducendo il potenziale di ionizzazione χ :

$$h\nu = \chi - E_j + \frac{mv^2}{2} \quad (2.43)$$

Le sezioni dei due processi complementari, foto-ionizzazione e ricombinazione, sono legati dalla relazione di Milne, che può essere vista come l'analogo della relazione funzionale tra i coefficienti di Einstein:

$$\frac{\sigma_\nu}{\alpha_\nu} = \frac{(h\nu)^2}{(m_e c v)^2} \frac{g_i}{g_{i+1}} \quad (2.44)$$

dove v e i sono rispettivamente la velocità dell'elettrone e lo stato di ionizzazione. La 2.44 particolarmente utile poiché α_ν è facilmente misurabile sperimentalmente a differenza di σ_ν .

2.7.2 Transizioni *free-free*: il *Bremsstrahlung*

Il termine *Bremsstrahlung* può essere tradotto come radiazione di frenamento, infatti quando una carica si muove all'interno di un campo Coulombiano subisce un'accelerazione, pertanto irradierà una parte della propria energia rallentando così il moto. La dinamica di un sistema composto da due particelle che subiscono un campo elettrico è governata da:

$$\mu\ddot{r} = F = \frac{e_1 \cdot e_2}{4\pi r^2} \quad (2.45)$$

con e_1, e_2 le cariche delle particelle e μ la massa ridotta. Poiché la forza di Coulomb è centrale e simmetrica le orbite relative sono ellissi, iperboli o parabole. Se l'energia totale del sistema $E = E_{\text{cinetica}} + E_{\text{potenziale}}$ è negativa, allora l'orbita è un'ellisse data dall'equazione:

$$r(\phi) = \frac{(1 - e^2)a}{1 + e \cdot \cos \phi} \quad (2.46)$$

dove r e ϕ sono le coordinate sferiche, mentre a e e sono il semiasse maggiore e l'eccentricità, minore di uno nel caso ellittico. Se $E > 0$ il moto è iperbolico ed è descritto da:

$$r(\phi) = \frac{(e^2 - 1)a}{\pm 1 + e \cdot \cos \phi} \quad (2.47)$$

nella quale il segno $+$ corrisponde ad un potenziale attrattivo, mentre il segno $-$ ad uno repulsivo. Nel caso iperbolico l'eccentricità è maggiore di uno. Infine è utile conoscere la potenza totale emessa dalla particella che irradia, la quale è espressa dalla *formula di Larmor* in approssimazione di dipolo elettrico:

$$\begin{aligned} W &= \frac{|\ddot{D}|^2}{6\pi c^3} \\ &= \frac{e^2 \ddot{r}^2}{6\pi c^3} \end{aligned} \quad (2.48)$$

dove \ddot{D} è la derivata seconda del momento di dipolo e e la carica dell'elettrone pari a $-1.602 \cdot 10^{19}$ C.

3 Le regioni HII in radio

3.1 Radiazione termica: la funzione di Planck

In equilibrio termodinamico la radiazione diffusa dalla materia è approssimata con la emissione di corpo nero descritta dalla funzione di Planck:

$$I_\nu(T) = B_\nu(T) \equiv \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.1)$$

dove I_ν è l'intensità specifica ad una precisa frequenza, chiamata anche brillantezza in radio astronomia, definita come l'energia per unità di area, tempo e angolo solido e misurata in $[\text{ergs}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{ster}^{-1}\text{Hz}^{-1}]$. L'utilizzo della Planckiana è vantaggioso poiché dipende unicamente dalla temperatura T , di conseguenza ogni sorgente sarà caratterizzata da una diversa funzione, inoltre, vista l'indipendenza dall'angolo solido, la radiazione B_ν è isotropa. Facendo il seguente cambio di variabile $x = h\nu/kT$ nella 3.1 si ottiene:

$$B_\nu(T) = \frac{2k^3T^3}{c^2h^2} \frac{x^3}{e^x - 1} \quad (3.2)$$

Ora il picco della radiazione di Planck si verifica ad una frequenza specifica ν_{\max} e pertanto ad una certa x . Per determinarla è necessario trovare il valore in cui la derivata della 3.2 rispetto a x si annulla:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_\nu}{\partial x} &= 0 \\ &= \frac{3x^2(e^x - 1) - x^3e^x}{(e^x - 1)^2} = 0 \\ &= 3x^2e^x - 3x^2 - x^3e^x = x^2(3e^x - 3 - x \cdot e^x) = 0 \\ &\quad 3(e^x - 1) = x \cdot e^x \\ &\quad 3(1 - e^{-x}) = x \end{aligned} \quad (3.3)$$

Tramite il metodo grafico si ricava $x = 2.82$ e di conseguenza $h\nu_{\max} = 2.82 kT$. Trasformando tutto in lunghezze d'onda si arriva alla *legge degli spostamenti di Wien*:

$$\lambda_{\max}T = 0.29 \text{ cm deg} \quad (3.4)$$

I limiti della funzione di Planck sono due e riguardano gli estremi dello spettro elettromagnetico. Alle basse energie, ovvero quando $h\nu \ll kT$, si entra nel regime di *Rayleigh-Jeans*

e il termine esponenziale viene approssimato con lo sviluppo di Taylor, $e^{h\nu/kT} \approx 1 + h\nu/kT$, pertanto la 3.1 diventa:

$$\begin{aligned} B_\nu(T) &\approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\chi + \frac{h\nu}{kT} - \chi} \\ &\approx \frac{2\nu^2}{c^2} kT \end{aligned} \quad (3.5)$$

Esplicitando T dalla 3.5 si ottiene la temperatura di brillantezza T_b , definita come la temperatura di un corpo nero che coincide con l'intensità osservata I_ν :

$$T_b = \frac{c^2}{2\nu^2 k} I_\nu \quad (3.6)$$

Mentre alle alte energie, $h\nu \gg kT$, si parla di *limite di Wien*. L'esponenziale al denominatore prevale e la Planckiana diventa:

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (3.7)$$

Il regime di *Rayleigh-Jeans* sarà utile durante la trattazione dello spettro radio di una regione III.

3.2 Il trasporto radiativo

L'equazione del trasporto radiativo discussa nella sezione 2.4 riguardava il caso di pura emissione, considerando anche l'assorbimento k_ν si trova:

$$\begin{aligned} \frac{dI_\nu}{ds} &= -k_\nu I_\nu + j_\nu \\ \frac{dI_\nu}{ds k_\nu} &= -I_\nu + S_\nu \end{aligned} \quad (3.8)$$

dove k_ν è il coefficiente di assorbimento espresso in [$\text{ergs}^{-1} \text{cm}^{-3} \text{ster}^{-1} \text{Hz}^{-1}$]. Per ricavare la 3.7 si è ricorsi al principio di Kirchoff:

$$\frac{j_\nu}{k_\nu} = S_\nu \quad (3.9)$$

nel quale S_ν è la funzione sorgente, approssimata con B_ν in condizioni di equilibrio termodinamico.

Una quantità fondamentale quando si parla di trasferimento della radiazione è la profondità ottica τ_ν del mezzo attraverso il quale viaggiano i fotoni. Si definisce così:

$$\tau_\nu = \int k_\nu ds \quad (3.10)$$

dunque è l'integrale lungo lo spessore della nube gassosa del coefficiente di assorbimento. L'intensità iniziale I_0 della radiazione subirà così un calo esponenziale dopo aver attraversato il mezzo:

$$I_\nu = e^{-\tau_\nu} I_0 \quad (3.11)$$

In termini di profondità ottica l'equazione del trasporto radiativo diventa:

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu \quad (3.12)$$

Concludendo, una regione è definita otticamente sottile se $\tau < 1$, ossia quando la radiazione originale diminuisce di un fattore minore di e^{-1} , mentre è otticamente spessa nel caso in cui $\tau > 1$. Nel mezzo interstellare a bassa densità dove $n_e < 10^6 \text{cm}^{-3}$, come nel caso delle regioni HII, il gas è generalmente otticamente sottile, mentre quando $n_e \sim 10^{12-15} \text{cm}^{-3}$ diventa otticamente spesso.

3.3 Lo spettro radio di una regione HII

Alle lunghezza d'onda radio, $\lambda > 1 \text{ mm}$, lo spettro di una nebulosa gassosa è caratterizzato da una parte discreta in emissione e da un continuo originato dal *Bremsstrahlung*. Lo studio delle righe viene fatto considerando una transizione tra i livelli n_2 e n_1 , aventi energia molto alta. La frequenza corrispondente è data dalla 2.5, che può essere riscritta come:

$$\begin{aligned} \nu_{n_1, n_2} &= R_H \frac{n_2^2 - n_1^2}{n_2^2 n_1^2} \\ &= R_H \frac{(n_2 + n_1)(n_2 - n_1)}{n_2^2 n_1^2} \\ &= \frac{2R_H \Delta n}{n_2^3} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Infine ponendo $\Delta n = 1$, $n_2 = 100$ si ottiene una frequenza di $6.6 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ corrispondente ad una lunghezza d'onda di 4.5 cm .

L'analisi della componente continua dello spettro viene fatta sfruttando l'equazione del trasporto radiativo. Durante le transizioni *free-free* i coefficienti di j_ν e k_ν sono legati dalla 3.9, che in condizioni di equilibrio termodinamico diventa:

$$\frac{j_\nu}{k_\nu} = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.14)$$

Moltiplicando la 3.12 per e^{τ_ν} si ottiene:

$$e^{\tau_\nu} \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = (-I_\nu + B_\nu) e^{\tau_\nu}$$

e sfruttando la regola di derivazione di Leibniz:

$$\begin{aligned} \frac{d(I_\nu e^{\tau_\nu})}{d\tau_\nu} &= \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} e^{\tau_\nu} + I_\nu e^{\tau_\nu} \\ \Rightarrow \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} e^{\tau_\nu} &= \frac{d(I_\nu e^{\tau_\nu})}{d\tau_\nu} - I_\nu e^{\tau_\nu} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Ora sostituendo la 3.14 nella 3.13, assumendo $B_\nu(T)$ costante, integrando e moltiplicando per $e^{-\tau\nu}$ si ricava l'intensità della radiazione dopo aver attraversato il mezzo interstellare:

$$\begin{aligned}\frac{d(I_\nu e^{\tau\nu})}{d\tau\nu} &= B_\nu e^{\tau\nu} \\ \Rightarrow I_\nu e^{\tau\nu} &= \int_0^{\tau\nu} B_\nu e^{\tau\nu'} d\tau\nu' \\ \Rightarrow I_\nu &= B_\nu(1 - e^{-\tau\nu})\end{aligned}\quad (3.16)$$

Per arrivare all'ultima equazione è stata imposta la condizione iniziale $I_\nu = 0$ per $\tau\nu = 0$ giustificata dal fatto che non ci sono altre sorgenti.

I casi limite dell'intensità finale sono:

$$I_\nu \propto \tau\nu B_\nu(T) \quad \text{se } \tau\nu \ll 1 \quad (3.17)$$

$$I_\nu \propto B_\nu(T)T \quad \text{se } \tau\nu \gg 1 \quad (3.18)$$

Inoltre la profondità ottica è espressa anche come:

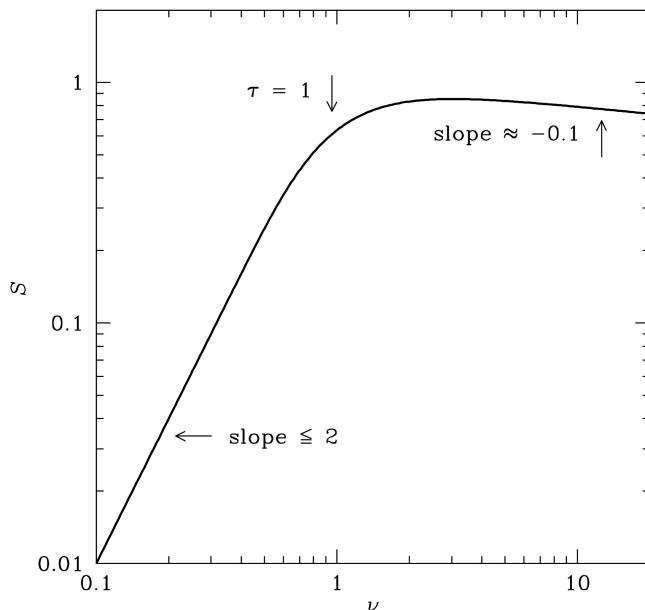
$$\tau\nu = A\nu^{-2.1}T^{-1.35}n_e^2L \quad (3.19)$$

dove A è costante e L è la lunghezza del cammino attraverso la regione III. Alle frequenze radio siamo nel regime di *Rayleigh-Jeans*, pertanto B_ν si approssima con la 3.5, in questo modo I_ν dipenderà diversamente dalla frequenza a seconda che la regione sia otticamente sottile o spessa:

$$I_\nu \propto \nu^{0.1} \quad \text{se } \tau\nu \ll 1 \quad (3.20)$$

$$I_\nu \propto \nu^2 \quad \text{se } \tau\nu \gg 1 \quad (3.21)$$

Sostituendo nella 3.18 $\tau = 1$ e $\nu = \nu_0$ si può stimare la densità elettronica conoscendo T .



Il grafico a lato rappresenta l'intensità della radiazione in funzione della frequenza. Inizialmente l'andamento è quello di un corpo nero, avente pendenza uguale a 2 solamente nel caso di mezzo omogeneo, altrimenti sarà < 2 . Procedendo verso frequenze maggiori la dipendenza da ν cambia a causa della diminuzione di $\tau\nu$. Infatti per un mezzo otticamente sottile si ha $\nu^{0.1}$.

La figura seguente mostra lo spettro continuo di una regione III in radio (linea *continua*) e in IR (linea *tratteggiata*). Si può notare il picco a $100 \mu m$ dovuto alle polveri, mentre alle frequenze radio si osserva l'andamento mostrato in *Figura 3.1*.

Figura 3.1: Spettro teorico radio di una regione III.

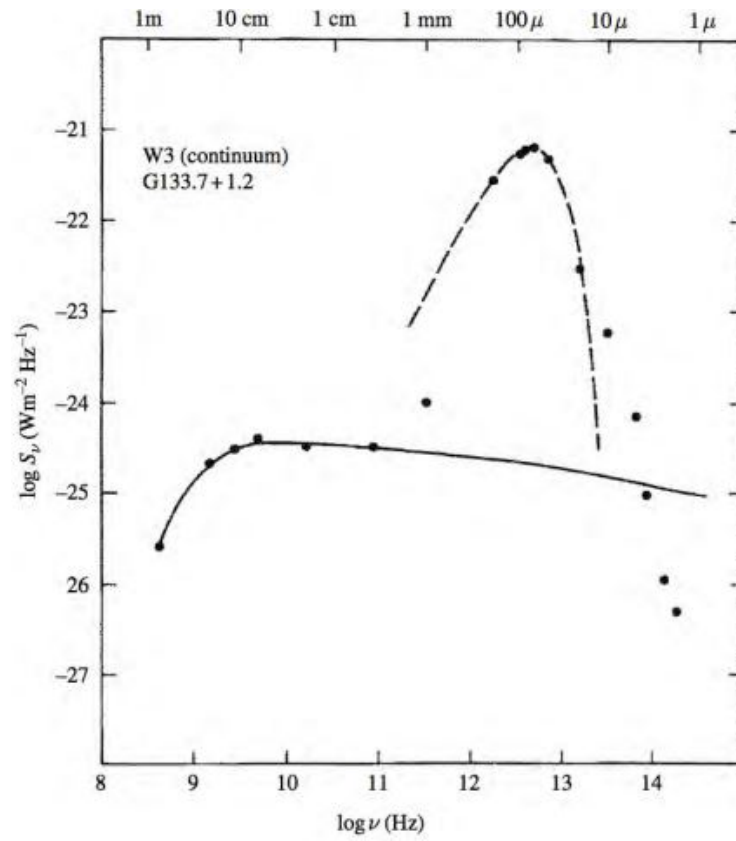


Figura 3.2: Spettro osservato in radio (linea *continua*) e infrarosso (linea *tratteggiata*) di una regione HII.

Bibliografia

- [1] Barbaro, Guido, *Dispense del corso di astrofisica del mezzo interstellare*.
- [2] Bresolin, Fabio (2018), *Astronomical spectroscopy*.
- [3] Lechner, Kurt (2014), *Elettrodinamica classica, teoria e applicazioni*, Springer-Verlag Italia, Milano.
- [4] Peimbert et al. (2017), *Nebular Spectroscopy: a guide on HII regions and planetary nebulae*.
- [5] Peimbert & Peimbert (2005), *Oxygen recombination line abundances in gaseous nebulae*.