



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Binarie di buchi neri massicci in ammassi stellari densi

Relatore

Prof.ssa Michela Mapelli

Correlatore

Dr. Marco Dall’Amico

Laureando

Filippo Simonato

Anno Accademico 2021/2022

Indice

1	Binarie di buco nero: evidenze sperimentali ed evoluzione dinamica	7
1.1	Introduzione	7
1.2	Evoluzione dinamica	9
1.2.1	Interazione gravitazionale	9
1.2.2	Incontro a tre corpi	10
1.2.3	Hardening	11
1.2.4	Scambi dinamici	13
2	Formazione gerarchica di buchi neri di massa intermedia	15
3	Codice semi-analitico e risultati dell'analisi	19
3.1	Presentazione dei grafici	20
3.1.1	Analisi dello spin	20
3.1.2	Analisi dei tempi scala	20
3.1.3	Analisi istogrammi bidimensionali	20
	Conclusioni	25
	Bibliografia	27

Abstract

Le osservazioni di LIGO e Virgo mostrano l'esistenza di buchi neri binari, alcuni dei quali con masse apparentemente impossibili da formare sulla base delle moderne teorie di evoluzione stellare. Questi buchi neri si possono formare attraverso modelli alternativi, per esempio lo scenario di evoluzione dinamica. In questo elaborato ho studiato l'evoluzione dinamica di buchi neri binari in ammassi stellari densi, descrivendo i fenomeni di incontro a tre corpi, hardening e scambio dinamico. Ho poi approfondito lo scenario di formazione gerarchica per buchi neri di massa intermedia, analizzando i risultati di un nuovo set di simulazioni dinamiche.

Capitolo 1

Binarie di buco nero: evidenze sperimentali ed evoluzione dinamica

1.1 Introduzione

Circa cento anni dopo la previsione fatta da Albert Einstein, il 14 Settembre 2015, gli interferometri LIGO hanno rilevato il primo segnale di onda gravitazionale (*Gravitational Wave*, GW): ciò ha fornito prove sperimentali per la teoria generale della relatività e nuovi strumenti agli astrofisici per studiare e comprendere con maggiore dettaglio il nostro Universo.

Questo segnale, chiamato GW150914, è stato la prima osservazione diretta di due buchi neri (*Binary Black Holes*, BBHs) che si fondono in uno solo e più massiccio: le masse iniziali erano $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$ e $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$, mentre la massa finale era $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$. Come è facile vedere, la massa del buco nero (*Black Hole*, BH) finale non è data dalla somma delle masse dei due iniziali: una parte viene, infatti, convertita ed emessa sotto forma di onde gravitazionali ($3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$).

Dall'analisi dei dati ottenuti dagli interferometri, è possibile ottenere informazioni anche riguardo la distanza di luminosità ed il *redshift*: la distanza di luminosità è compresa tra 230 Mpc e 570 Mpc; mentre il *redshift* è circa 0.09 (Figura 1.1). [2]

I risultati ottenuti furono completamente inaspettati, perché i valori delle masse ottenuti fino a quel momento erano $\leq 20 M_{\odot}$ e nella maggior parte dei modelli utilizzati nel 2015 non se ne prevedevano $> 30 M_{\odot}$. Misure di questo tipo sono continuate negli ultimi anni e, grazie agli interferometri LIGO e Virgo, sono state rilevate GWs dalla fusione di dieci BBHs e uno dalla fusione di una binaria di stelle di neutroni in due diverse *run*.

Recentemente, è stato osservato un nuovo segnale chiamato GW190521: è il primo evento registrato con massa totale $> 100 M_{\odot}$. Le due componenti avevano massa $85 M_{\odot}$, un valore che si trova nel *pair-instability mass gap*, e $66 M_{\odot}$. Il BH finale, invece, aveva massa di circa $140 M_{\odot}$: si tratta quindi di un buco nero di massa intermedia (IMBH, un BH la cui massa si trova nel range $10^2 - 10^5 M_{\odot}$). [3] Per *pair-instability mass gap* si intende il range di masse in cui, dopo l'esplosione di una supernova, il residuo ha massa nulla. Infatti, quando una stella raggiunge una temperatura centrale di 10^9 K, il fenomeno di produzione di coppia positrone-elettrone acquista importanza e crea una disparità tra pressione centrale e forza gravitazionale. Ciò porta ad una contrazione del nucleo che, collassando in una supernova, distrugge il *core* oppure a pulsazioni che comportano una rapida perdita di massa.

Una rianalisi mostra che in realtà le masse in gioco potrebbero essere diverse [4]: $170 M_{\odot}$ (IMBH) e $16 M_{\odot}$. Ciò permette di evitare di considerare BHs con masse nel *pair-instability mass gap*, ma significa che sono necessari studi più approfonditi per capire come possa formarsi un IMBH (Figura 1.2). Al momento, vengono considerati due possibili scenari di formazione: nel primo, le BBHs sono studiate come oggetti isolati e non influenzati dal contesto esterno; nell'altro, invece, si studia la formazione in ammassi stellari densi (o in generale ambienti dinamicamente attivi, come approfondito nelle sezioni successive).

Anche se è possibile la formazione di un IMBH dal collasso diretto di una stella estremamente massiccia

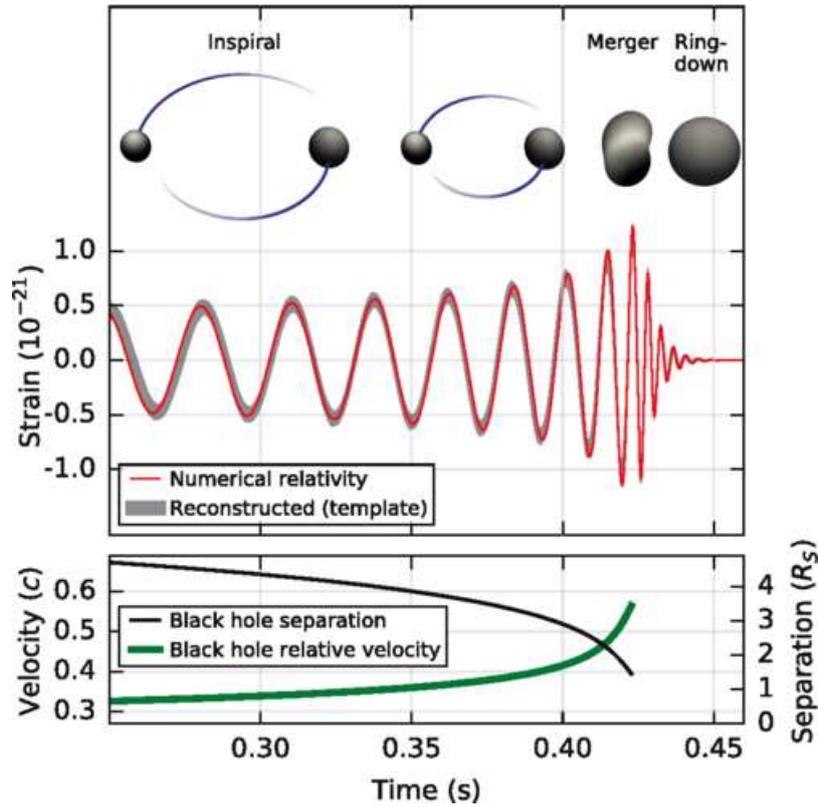


Figura 1.1: Pannello superiore: rappresentazione schematica della coalescenza di due buchi neri che mostra le fasi di spiraleggiamento (spiral in), fusione (merger) e ring-down. In rosso, forma d'onda associata al processo di coalescenza in funzione del tempo. In grigio, ricostruzione del segnale associato a GW150914. Pannello inferiore: velocità relativa tra i due buchi neri (in verde, asse di sinistra) e separazione orbitale (in nero, asse di destra) in funzione del tempo, riferiti al primo evento GW150914 [2].

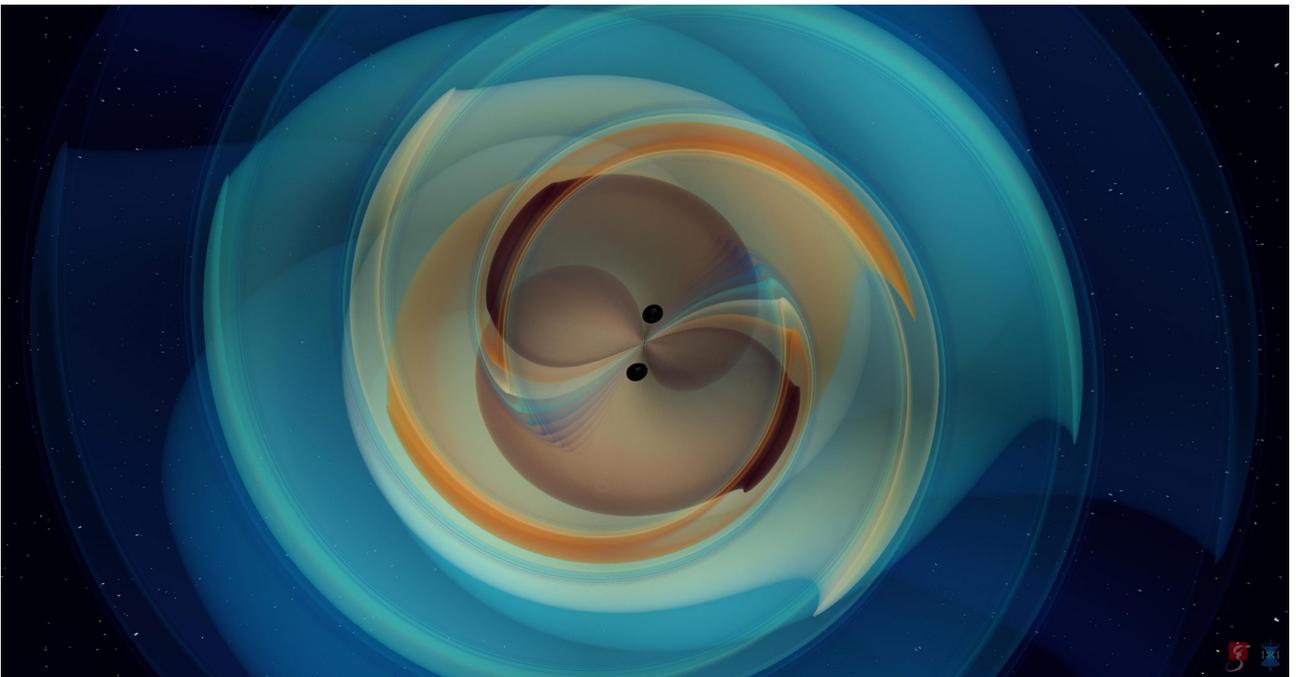


Figura 1.2: Simulazione della fusione di una binaria di buchi neri con emissione di onde gravitazionali. L'evento simulato è confrontabile con il segnale GW190521. Crediti: N. Fischer, H. Pfeiffer, A. Buonanno (Max Planck Institute for Gravitational Physics), Simulating eXtreme Spacetimes (SXS) Collaboration.

e povera di metalli [5], in questa tesi analizzerò solo lo scenario dinamico.

Sono stati presi in considerazione molti canali di formazione, ma due in particolare posso essere complementari: la formazione da collisioni multiple si può verificare in ammassi stellari giovani, mentre in quelli più vecchi si possono generare tramite la fusione di BHs più piccoli. La formazione gerarchica di BBHs sarà approfondita nel Capitolo 2.

Dagli interferometri LIGO e Virgo possiamo ottenere anche informazioni riguardanti il tasso di fusione (*merger rate*) e spin. Si possono definire due tipi di spin, lo spin effettivo χ_{eff} e lo spin di precessione χ_p , definiti come segue:

$$\chi_{eff} = \frac{(m_1\chi_1 + m_2\chi_2) \mathbf{L}}{(m_1 + m_2) L}, \quad (1.1)$$

dove gli indici indicano le componenti della binaria, m_i le loro masse, χ_i i parametri adimensionali di spin e \mathbf{L} è il vettore momento angolare. I χ_i sono definiti come: $\chi_i = \frac{S_i c}{Gm_i^2}$, dove c è la velocità della luce, G la costante di gravità e S_i l'ampiezza del vettore di spin;

$$\chi_p = \frac{c}{B_1 G m_1^2} \max(B_1 S_{1\perp}, B_2 S_{2\perp}), \quad (1.2)$$

dove $B_1 = 2 + \frac{3q}{2}$, $B_2 = 2 + \frac{3}{2q}$, $q = \frac{m_2}{m_1} \leq 1$, e $S_{i\perp}$ sono le componenti perpendicolari del vettore di spin.

1.2 Evoluzione dinamica

In questa sezione tratterò gli aspetti ed i fenomeni più generali che caratterizzano lo scenario di formazione dinamica. Sarà quindi necessario comprendere il ruolo dell'interazione gravitazionale e quando questa diventi fondamentale, per poi approfondire l'incontro a tre corpi ed in particolare lo scambio dinamico e l'*hardening*.

1.2.1 Interazione gravitazionale

Nell'evoluzione dinamica gioca un ruolo fondamentale la forza di gravità e quindi l'interazione gravitazionale tra i corpi. L'incontro gravitazionale a due corpi porta a fluttuazioni locali del potenziale e comporta grandi cambiamenti nella struttura dell'ammasso stellare. Si può stimare il tempo di rilassamento, ovvero il tempo necessario affinché il sistema perda memoria delle velocità iniziali a causa dell'incontro a due corpi, come segue:

$$t_{rlx} = 0.34 \frac{\sigma^3}{G^2 \langle m \rangle \rho \ln \Lambda}, \quad (1.3)$$

dove σ è la velocità locale di dispersione, G la costante di gravità, $\langle m \rangle$ la massa media delle stelle nell'ammasso, ρ la densità di massa locale e $\ln \Lambda$ è il logaritmo di Coulomb (il cui valore è circa 10). Altri fenomeni dovuti alla forza di gravità sono la frizione dinamica e il conseguente collasso del nucleo. In generale, con frizione dinamica si intende il rallentamento dovuto alle particelle più leggere (in questo caso, stelle più piccole) che esercitano una forza di frenamento (*drag force*) sul corpo. Questo fenomeno ha un tempo caratteristico dato dalla seguente equazione:

$$t_{DF} = \frac{3}{4(2\pi)^{1/2} G^2 \ln \Lambda} \frac{\sigma^3}{M \rho} \simeq \frac{\langle m \rangle}{M} t_{rlx}. \quad (1.4)$$

Ciò porta ad una separazione della massa ed al collasso del nucleo dell'ammasso stellare. [9]

Perché questi fenomeni diventino importanti e giochino un ruolo nell'evoluzione delle binarie è necessario che l'ammasso (*cluster*) stellare sia abbastanza denso ($\rho > 10^3$ stelle/pc³).

Ci sono molti tipi di *star clusters*, ma, per i temi trattati, è utile approfondirne tre [6–8] (Figura 1.3):

- gli ammassi globulari (*globular cluster*, GC) sono ammassi stellari vecchi (~ 12 Gyr), molto massicci ($M_{tot} > 10^4 M_\odot$) e sede di intensi processi dinamici;

- gli ammassi stellari giovani (*young star clusters*, YSC) sono appunto giovani ($\lesssim 100$ Myr), abbastanza densi ($\rho > 10^3 M_\odot/\text{pc}^3$) e sono il luogo dove principalmente si possono trovare stelle massicce, che sono le progenitrici dei buchi neri;
- gli ammassi nucleari (*nuclear star clusters*, NSC) sono solitamente più densi e massicci dei GC e possono coesistere con BHs super massicci (*super-massive black holes*, SMBHs). Si trovano nelle galassie e i BHs formati nelle regioni più interne di esse possono essere intrappolati nel disco di accrescimento del SMBHs favorendone la fusione; questi ambienti diventano allora di fondamentale importanza per la formazione gerarchica di buchi neri che, come detto, verrà trattata nel Capitolo 2.



Figura 1.3: Da sinistra: ammasso globulare chiamato NGC 104, comunemente conosciuto come 47 Tucanae in quanto fa parte della costellazione del Tucano (Crediti: NASA, ESA, and the Hubble Heritage (STScI/AURA)-ESA/Hubble Collaboration); un ammasso stellare giovane situato nella Via Lattea, precisamente nella regione NGC 3603 (Crediti: NASA, ESA and the Hubble Heritage (STScI/AURA)-ESA/Hubble Collaboration); foto ad infrarossi dell'ammasso nucleare più massiccio della Via Lattea (Crediti: NASA/ESA/Hubble Heritage Team/STScI/AURA/T. Do, A. Ghez, UCLA/V. Bajaj, STScI).

1.2.2 Incontro a tre corpi

Dopo aver visto il ruolo ricoperto dalla forza di gravità in ammassi stellari densi, è possibile analizzare gli effetti che influenzano la dinamica delle BBHs.

Generalmente, si parla di incontro a tre corpi (*three-body encounter*) quando una stella singola si avvicina ad una binaria ad una distanza pari a poche volte la distanza orbitale della binaria stessa. Affinché ciò possa avvenire con frequenza, è necessario che essa si trovi in un ammasso denso, perché il tasso di incontro a tre corpi aumenta con l'aumentare della densità.

Le binarie hanno un proprio serbatoio di energia, che è la loro energia interna, in cui è presente un contributo cinetico ed un contributo gravitazionale:

$$E_{int} = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{Gm_1m_2}{r} \quad (1.5)$$

dove μ è la massa ridotta del sistema ($\mu = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$), m_i sono le masse delle componenti della binaria, v è la loro velocità relativa ed r la distanza reciproca.

Dalla legge di Keplero, si conosce anche l'energia di legame E_b :

$$E_{int} = -E_b = -\frac{Gm_1m_2}{2a} \quad (1.6)$$

dove a è il semi-asse maggiore della binaria.

Durante un incontro a tre corpi, questa energia può essere scambiata con la stella singola e comportare una modifica nei parametri orbitali della binaria con esiti molto vari: può rimanere intatta, ma avere diversa eccentricità e diverso semi-asse maggiore; una delle componenti iniziali può essere scambiata con la stella singola; può essere ionizzata e lasciare tre stelle singole.

In ammassi molto densi, come GC e NSC, ci possono essere binarie di stelle che incontrano una terza

stella. Le velocità in tali ambienti possono essere così elevate che l'incontro slega la binaria (*direct three-body encounter*); si tratta di un fenomeno di soglia, ovvero la velocità relativa tra la binaria e la stella singola deve essere maggiore di un valore minimo dato da:

$$v_{min} = \sqrt{\frac{G m_{tot} \mu_{12}}{a m_3}} \quad (1.7)$$

dove m_{tot} è la somma delle tre masse in gioco, μ_{12} è la massa ridotta della binaria ed a il semi-asse maggiore. [12]

In questi *clusters*, ci si aspetta che molti buchi neri si formino dal collasso del nucleo delle stelle in seguito ad un incontro diretto a tre corpi a causa della frizione dinamica. [13] Il tempo di formazione di una BBH da incontro diretto a tre corpi è:

$$t_{3bb} = 0.1 Myr \left(\frac{n}{10^6 pc^{-3}} \right)^{-2} \left(\frac{\sigma}{30 km s^{-1}} \right)^9 \left(\frac{m_{BH}}{30 M_{\odot}} \right)^{-5} \quad (1.8)$$

dove n è la densità stellare locale, σ è la velocità locale di dispersione delle stelle nel *cluster* e m_{BH} è la massa tipica di un BH nell'ammasso stellare. [9, 14]

Le BBHs nate dall'incontro di tre stelle singole hanno le seguenti caratteristiche:

- sono mediamente più dense delle BBHs isolate;
- inizialmente hanno una eccentricità molto elevata, che può diminuire nel tempo se la BBH entra in regime di emissione di GW;
- hanno spin disallineato; infatti, le interazioni dinamiche tendono a distribuire isotropicamente le direzioni degli spin rispetto al piano orbitale.

1.2.3 Hardening

Come detto, un generico incontro a tre corpi può modificare i parametri orbitali di una binaria. Una conseguenza è che il semi-asse maggiore si restringa e questo fenomeno prende il nome di *hardening* (indurimento).

Se l'energia di legame E_b è maggiore dell'energia cinetica media delle stelle nel *cluster*, allora si parla di una binaria stretta (*hard binary*); al contrario, quindi se l'energia di legame è minore, si ha una binaria larga (*soft binary*).

Secondo la legge di Heggie, durante un incontro binaria-stella singola, la binaria tende ad indurirsi: una parte dell'energia interna della binaria viene trasferita sotto forma di energia cinetica all'intruso ed al centro di massa della binaria; la perdita di energia interna fa sì che il semi-asse maggiore diminuisca, ottenendo una binaria stretta.

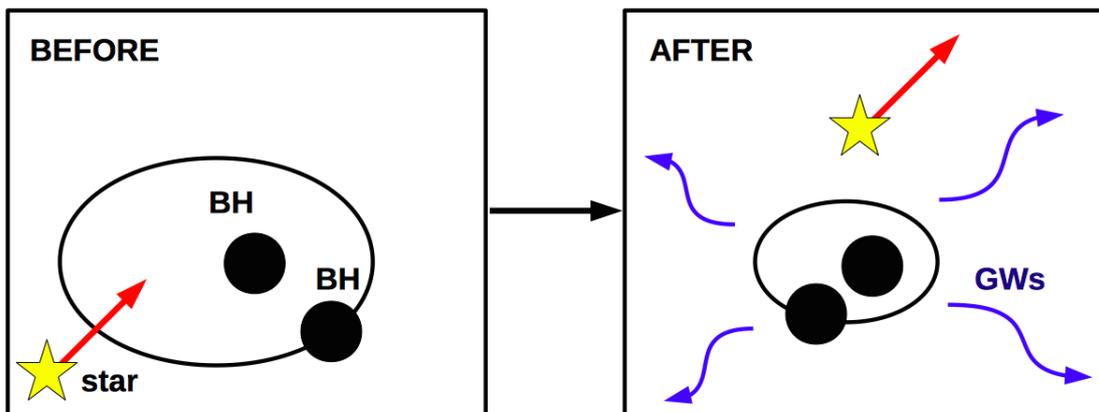


Figura 1.4: Cartoon che rappresenta un incontro a tre corpi con conseguente emissione di onde gravitazionali. Immagine di Michela Mapelli.

Dal momento che i buchi neri sono gli oggetti più massicci negli *star clusters*, ci si aspetta che le

binarie siano strette e che, in seguito ad un incontro a tre corpi, tendano a stringersi ulteriormente. Il processo di *hardening* è di fondamentale importanza per i fenomeni che si stanno studiando: anche le binarie che inizialmente sono troppo larghe per fondere possono entrare in regime di emissione di GW (Figura 1.4) per via dell'indurimento dovuto all'interazione dinamica.

Se la binaria è stretta, si può stimare il tasso di *hardening* nel seguente modo:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right) = 2\pi G \xi \frac{\rho}{\sigma}, \quad (1.9)$$

dove a è il semi-asse maggiore, ρ la densità di massa locale di stelle, σ è la velocità locale di dispersione, G è la costante di gravità e ξ è il parametro adimensionale di *hardening*. [10] Il valore di ξ è stato stimato attraverso esperimenti numerici ed è $\sim 0.1 - 10$. [16] L'equazione 1.9 può essere riscritta anche come:

$$\frac{da}{dt} = -2\pi G \xi \frac{\rho}{\sigma} a^2, \quad (1.10)$$

notando che $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right) = -\frac{1}{a^2} \frac{da}{dt}$. La presenza del termine $-a^2$ sta ad indicare che più larga è la binaria e più è efficace l'*hardening*; lo si può spiegare facilmente considerando la sezione d'urto di un incontro a tre corpi che anch'essa scala come a^2 . Quando il semi-asse è abbastanza piccolo da permettere l'emissione di GW, la sua variazione a seguito di tale fenomeno può essere stimata tramite la seguente equazione:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{64 G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{5 c^5 (1 - e^2)^{7/2}} a^{-3}, \quad (1.11)$$

dove m_i sono le masse delle componenti della binaria, G la costante di gravità, c la velocità della luce ed e l'eccentricità. Poiché il semi-asse scala come a^{-3} indica che l'emissione diventa dominante quando i BHs sono molto vicini tra loro; l'equazione è un'approssimazione al primo ordine calcolata da Peters. [11]

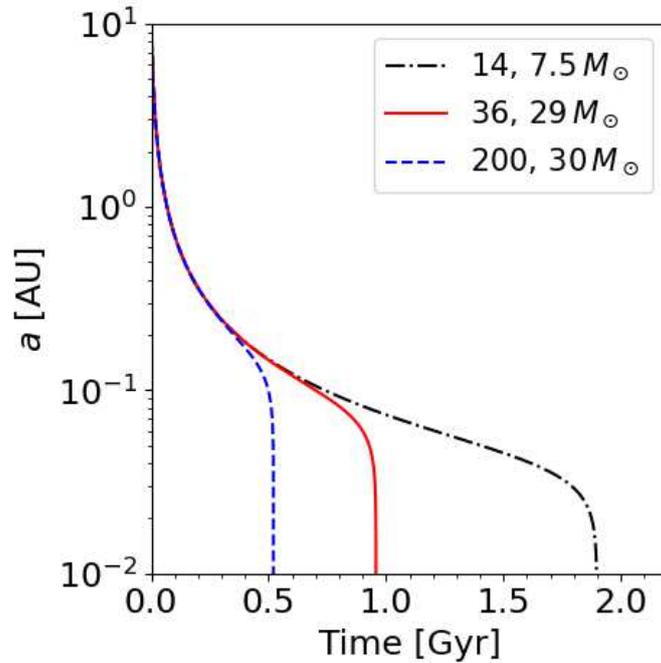


Figura 1.5: Grafico che rappresenta l'evoluzione del semi-asse maggiore a (in unità arbitrarie) in funzione del tempo, stimata attraverso l'equazione 1.12. La linea blu tratteggiata corrisponde ad una BBH con masse $m_1 = 200 M_\odot$ ed $m_2 = 30 M_\odot$; la linea rossa continua ad una con masse $m_1 = 36 M_\odot$ ed $m_2 = 29 M_\odot$; la linea nera tratteggiata ad una con masse $m_1 = 14 M_\odot$ ed $m_2 = 7.5 M_\odot$. Per tutte le BBHs si sono assunti i seguenti valori dei parametri: $\xi = 1$; $\rho = 10^5 M_\odot \text{pc}^{-3}$; $\sigma = 10 \text{ km s}^{-1}$; $e = 0$; $a = 10 \text{ AU}$ come valore iniziale. Inoltre i parametri ξ, ρ, σ, e sono stati assunti costanti. [9]

Unendo le equazioni 1.10 e 1.11, si ottiene una stima analitica dell'evoluzione del semi-asse maggiore

che considera sia il contributo dovuto all'incontro a tre corpi sia quello dovuto all'emissione di onde gravitazionali:

$$\frac{da}{dt} = -2\pi G \xi \frac{\rho}{\sigma} a^2 - \frac{64 G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{5 c^5 (1 - e^2)^{7/2}} a^{-3}. \quad (1.12)$$

Questa equazione è valida sotto le seguenti ipotesi: la binaria è stretta; la massa totale della binaria è maggiore della massa media delle stelle nell'ammasso, in modo che gli scambi dinamici siano sfavoriti (vedi sottosezione successiva); gli incontri a tre corpi hanno parametro d'impatto piccolo.

In Figura 1.5, l'equazione 1.12 è stata risolta numericamente per tre valori diversi di massa totale e sono evidenti tre diversi regimi nell'evoluzione del semi-asse:

- nella prima fase domina l'*hardening* dovuto all'incontro a tre corpi;
- nella fase centrale l'evoluzione rallenta perché l'*hardening* diventa meno efficiente, ma la binaria è ancora troppo larga per emettere GWs;
- nella fase finale si entra nel regime di emissione di GWs ed il semi-asse maggiore ricomincia a diminuire.

1.2.4 Scambi dinamici

Se durante un incontro a tre corpi una delle componenti della binaria viene sostituita dall'intruso (ovvero l'oggetto con il quale avviene l'incontro), allora si parla di scambio dinamico (*dynamical exchange*).

Perché si possa formare una BBH, è necessario che avvenga uno scambio tra una binaria BH-stella poco massiccia e un altro BH (Figura 1.6). Ciò può avvenire con una certa frequenza se il buco nero singolo si trova al centro di un ammasso stellare, perciò gli scambi dinamici sono meno importanti se si considera lo scenario di formazione isolato.

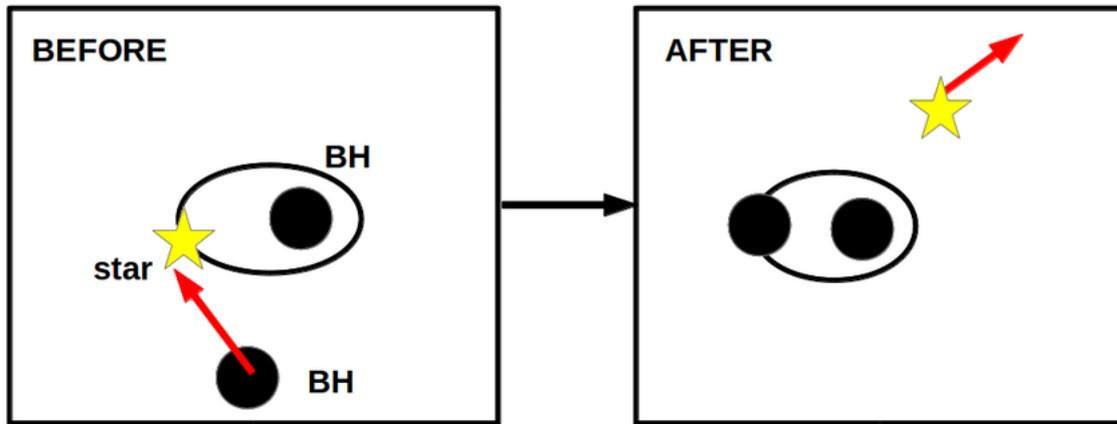


Figura 1.6: Cartoon che rappresenta ciò che avviene in uno scambio dinamico: una binaria composta da un buco nero e una stella interagisce con un altro buco nero che scalza la stella prendendone il posto. Immagine di Michela Mapelli.

Se l'intruso è meno massiccio delle componenti della binaria, è molto improbabile che avvenga uno scambio; invece, se l'intruso è più massiccio, la probabilità diventa ~ 1 : poiché i BHs sono tra gli oggetti più massicci, questo fa di loro degli ottimi candidati per prendere parte ad uno scambio dinamico.

Si ritiene che questo sia lo scenario di formazione più comune negli *young star clusters*: a seguito di simulazioni ad N-corpi, si è visto che in questi ammassi più del 90% delle BBHs si forma per scambio. Diversamente, gli incontri diretti a tre corpi sono più usuali in *globular clusters* e *nuclear star clusters*. [7, 13]

Le binarie formatesi in seguito a scambio dinamico hanno caratteristiche molto simili a quelle viste in precedenza per quanto riguarda gli incontri a tre corpi: sono più massicce di quelle isolate; hanno alta eccentricità; hanno spin disallineati.

In particolare, le informazioni sullo spin possono aiutare a capire il canale di formazione delle binarie:

quando un sistema binario isolato dà origine ad una BBH per collasso diretto delle sue componenti, lo spin delle componenti sarà allineato; invece, in seguito ad un incontro a tre corpi, quindi ad un processo dinamico, lo spin sarà distribuito isotropicamente, poiché non ci sono direzioni preferenziali. Gli interferometri LIGO e Virgo sono in grado di misurare lo spin, ma non forniscono stime accurate. Tuttavia, molti degli eventi registrati nella seconda *run* hanno χ_{eff} coerente con zero e ciò indica disallineamento (o valori di spin molto bassi) e, per il segnale GW190521, ci sono anche indicazioni per un χ_p significativamente diverso da zero: tutto ciò supporta uno scenario di formazione dinamico. Ulteriore differenza tra lo scenario isolato e quello in ammassi stellari densi è la massa totale delle BBHs che fondono: per le prime è $\sim 80 M_\odot$, per le seconde è $\sim 130 M_\odot$, dato importante se si vogliono studiare gli IMBHs.

Comparando i dati di diverse simulazioni, si nota un numero ridotto di BHs con massa minore di $10 M_\odot$ che fondono tra di loro: lo si può spiegare con il fatto che gli scambi tendono a distruggere le binarie composte da BHs leggeri. [15]

Capitolo 2

Formazione gerarchica di buchi neri di massa intermedia

In questo capitolo approfondirò come gli IMBHs possano formarsi per via gerarchica partendo dalla fusione di BHs inizialmente poco massicci e via via sempre più grandi; infatti, come già anticipato nella sezione introduttiva, si ritiene che sia uno scenario comune nei *clusters* più vecchi. [17]

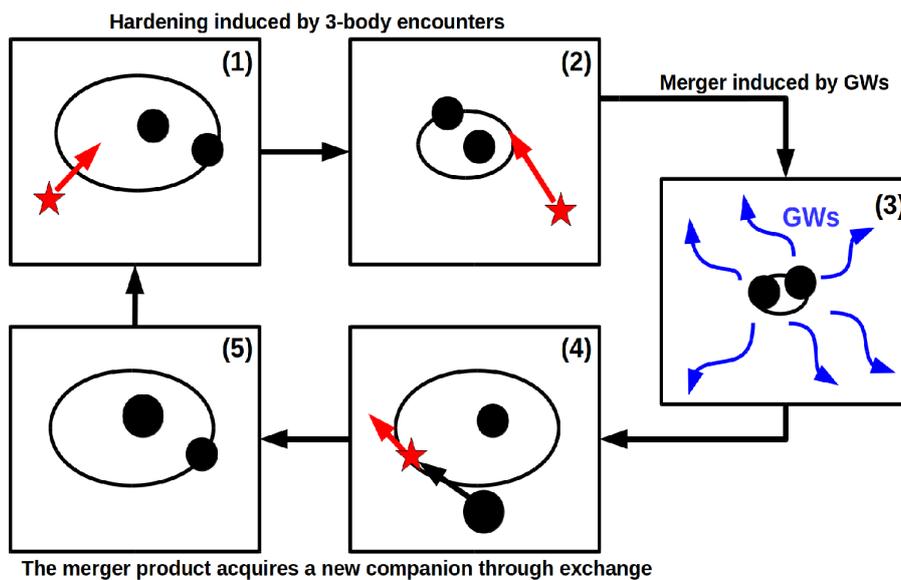


Figura 2.1: Cartoon che rappresenta lo scenario di fusione ripetuta in ammassi stellari vecchi. Da sinistra a destra seguendo le frecce: una BBH è sottoposta ad un incontro a tre corpi; la binaria comincia a restringersi per via dell'*hardening*; la binaria entra in regime di emissione di GWs; il BH ottenuto dalla fusione della BBH acquisisce un compagno per scambio dinamico; la nuova binaria si restringe in seguito ad incontro a tre corpi. Dopodiché il ciclo ricomincia. [9]

L'idea di base di questo processo è abbastanza semplice e tutti i fenomeni visti nel capitolo precedente giocano un ruolo. Se una BBH si forma in un ammasso stellare denso, allora nella maggior parte dei casi sarà una binaria stretta e le varie fasi sono le seguenti:

- la binaria comincia a stringersi ulteriormente per effetto dell'*hardening* in seguito ad un incontro a tre corpi;
- entra nel regime in cui l'emissione di GWs diventa efficace;
- i due BHs si fondono, formandone uno più massiccio;

- il nuovo BH, essendo più massiccio, tende ad acquisire un nuovo compagno per scambio dinamico e formare una BBH;
- la binaria, in seguito ad un incontro a tre corpi, torna a stringersi e può ricominciare il ciclo.

Se questo processo viene ripetuto più volte, allora, partendo da due BHs poco massicci, può portare alla formazione di un IMBH (Figura 2.1).

Il vantaggio di considerare questo scenario è principalmente che permette di non considerare l'evoluzione stellare; quindi se il BH formatosi in seguito alla fusione rimane nel *cluster*, la sua massa può continuare a crescere fino a diventare un IMBH.

Il principale svantaggio è proprio il fatto che non è detto rimanga all'interno del *cluster*. A causa dell'incontro a tre corpi, la BBH può essere espulsa ricevendo un rinculo dinamico che è più forte quanto più la binaria è stretta. Infatti, durante l'incontro una parte dell'energia interna della binaria viene trasferita sotto forma di energia cinetica al centro di massa e questo fa sì che sia la binaria che l'intruso rinculino. Generalmente, la velocità di fuga è di pochi km s^{-1} , ma può raggiungere anche centinaia di km s^{-1} poiché diventa sempre più grande al diminuire della separazione dei due BHs (vedi equazione 2.1). Di conseguenza, sia la binaria che l'intruso possono essere espulsi dall'ammasso di cui facevano parte; se ciò avviene, ovviamente non possono più prendere parte all'evoluzione dinamica dell'ammasso.

Se la massa totale della binaria è molto maggiore della massa media delle stelle nell'ammasso, allora si può stimare la velocità di rinculo come:

$$v_{rec} \sim \frac{\langle m \rangle}{(m_1 + m_2)} \sqrt{\frac{2\xi}{(m_1 + m_2 + \langle m \rangle)}} E_b, \quad (2.1)$$

con lo stesso significato dei simboli già utilizzato in precedenza.

Invertendo questa espressione, è possibile stimare l'energia di legame necessaria affinché la binaria venga espulsa:

$$E_{b,min} \sim \frac{(m_1 + m_2)^3}{2\xi \langle m \rangle^2} v_{esc}^2. \quad (2.2)$$

Una BBH può fondere solo se $E_{b,min} > E_{b,GW}$, dove $E_{b,GW}$ è l'energia di legame minima per raggiungere la coalescenza tramite emissione di GW. [17]

A causa della fusione dei BHs, la binaria può subire anche un *kick* relativistico, che può essere di centinaia di km s^{-1} e portare all'espulsione dall'ammasso stellare interrompendo la catena di fusioni. [18, 19]

L'espressione per stimare la velocità del *kick* è:

$$v_{kick} = (1 + e)[(v_m + v_{\perp} \cos \zeta) \hat{x} + v_{\perp} \sin \zeta \hat{y} + v_{\parallel} \hat{z}], \quad (2.3)$$

dove

$$v_m = A \frac{q^2(1-q)}{(1+q)^5} \left[1 + B \frac{q}{(1+q)^2} \right], \quad (2.4)$$

$$v_{\perp} = H \frac{q^2}{(1+q)^5} (\alpha_2^{\parallel} - q\alpha_1^{\parallel}), \quad (2.5)$$

$$v_{\parallel} = K \cos(\Theta - \Theta_0) \frac{q^2}{(1+q)^5} (\alpha_2^{\perp} - q\alpha_1^{\perp}), \quad (2.6)$$

ed $A = 1.2 \times 10^4 \text{ km s}^{-1}$, $B = -0.93$, $H = (7.3 \pm 0.3) \times 10^3 \text{ km s}^{-1}$, $K = (6.0 \pm 0.1) \times 10^4 \text{ km s}^{-1}$ sono delle costanti ottenute con dei fit, $q = \frac{m_2}{m_1}$ è il rapporto delle masse delle componenti della binaria, $\alpha = \frac{S_i}{m_i^2}$ il parametro di spin ridotto (dove S_i è il momento angolare di spin della componente i), Θ l'angolo tra le componenti nel piano dato da $\vec{\Delta} = (m_1 + m_2)(\frac{\vec{S}_2}{m_2} - \frac{\vec{S}_1}{m_1})$ e la direzione di caduta durante la fusione, Θ_0 l'angolo tra $\vec{\Delta}$ e la direzione iniziale del moto e ζ l'angolo tra la direzione del contributo relativo alle masse e quello di spin al rinculo nel piano orbitale; si assume che i versori (\hat{x}, \hat{y}) descrivano il piano orbitale iniziale ed i simboli \perp e \parallel sono riferiti al momento angolare orbitale. [19]

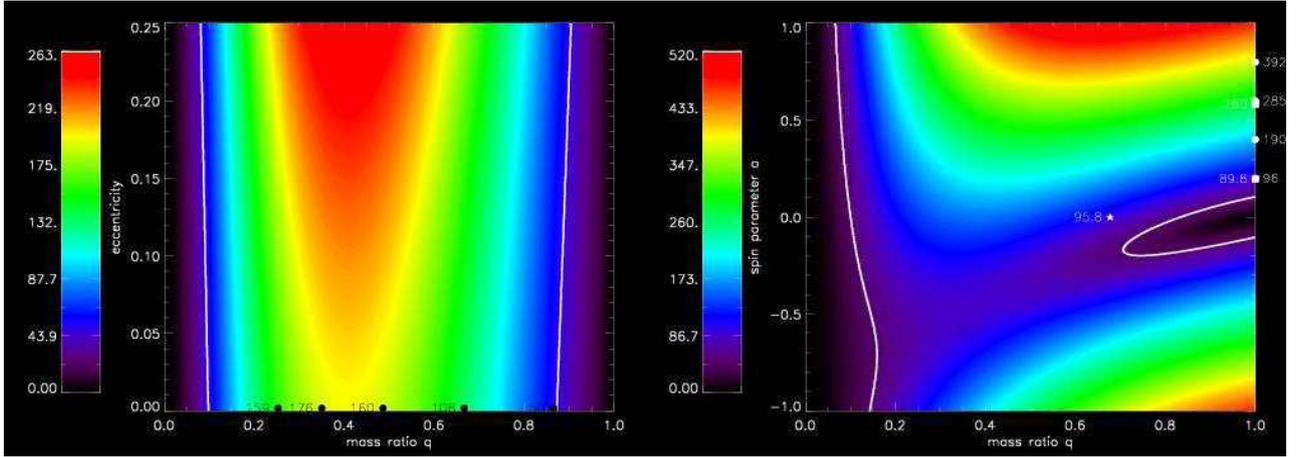


Figura 2.2: Due *heat maps* che rappresentano l'andamento della velocità dovuta al *kick* relativistico: a sinistra la velocità in funzione del rapporto delle masse q (asse orizzontale) e dell'eccentricità e (asse verticale) dovuta alla fusione di BHs con spin nullo; a destra la velocità in funzione del rapporto delle masse q (asse orizzontale) e del parametro di spin ridotto α (asse verticale) di buchi neri con spin. Le linee bianche indicano la velocità di fuga tipica degli ammassi globulari ($\sim 50 \text{ km s}^{-1}$). In entrambi i grafici sono sovrapposti alcuni valori ottenuti da simulazioni numeriche. [19]

In entrambi i casi la BBH può evitare di essere espulsa se è abbastanza massiccia: $\sim 50 M_{\odot}$ per gli ammassi globulari. [20] La Figura 2.2 mostra inoltre che gli IMBHs possono rimanere all'interno del *cluster* solo se il valore dello spin è basso e c'è un rapporto alto tra le masse.

Questo permette di ricollegarci a quanto detto nel capitolo precedente: la formazione dinamica di una BBH comporta una distribuzione isotropica dello spin, che si riscontra proprio in bassi valori di spin; inoltre, i buchi neri massicci tendono ad acquisire un compagno per scambio dinamico, favorendo un alto rapporto tra le masse.

Tuttavia, anche quando un il BH formatosi in seguito alla fusione rimane all'interno dell'ammasso, questo processo è molto inefficiente: per un BH di massa $\sim 50 M_{\odot}$ sono richiesti molti Gyr per giungere alla formazione di un IMBH di massa $\sim 500 M_{\odot}$. [17]

Si dirà dunque che un BH è di prima generazione se formatosi in seguito alla fusione di una binaria, di seconda generazione se formatosi dalla fusione di una binaria in cui un BH si è a sua volta formato dalla fusione di una binaria e così via.

Varie simulazioni Monte Carlo mostrano che sia lo scenario di formazione da collisioni multiple e sia quello da fusioni ripetute possono verificarsi in un ammasso stellare: il primo avviene nei primi Myr di vita del *cluster* e porta ad una crescita di massa del BH in modo molto efficace, mentre gli IMBH da fusioni ripetute cominciano a formarsi molto più tardi e la loro crescita è molto meno efficiente. [21]

Capitolo 3

Codice semi-analitico e risultati dell'analisi

In questo capitolo vengono riportati alcuni istogrammi da me realizzati per una analisi dei dati più personale ed originale. I dati sono stati simulati con FASTCLUSTER, un codice numerico semi-analitico sviluppato dal gruppo di ricerca in cui ho condotto questo lavoro e scritto in linguaggio Python per studiare la formazione dinamica delle BBHs [1].

Il codice permette di simulare la fusione di un milione di BBHs in 12-24 ore utilizzando un unico core, in base al tipo di *cluster* nel quale si trovano (in particolare *nuclear star cluster*, *young star cluster* e *globular star cluster*) fornendo informazioni sulle masse delle componenti delle binarie, eccentricità della binaria, angolo di tilt, ampiezza del vettore di spin e sui tempi-scala dei principali fenomeni dinamici in precedenza analizzati.

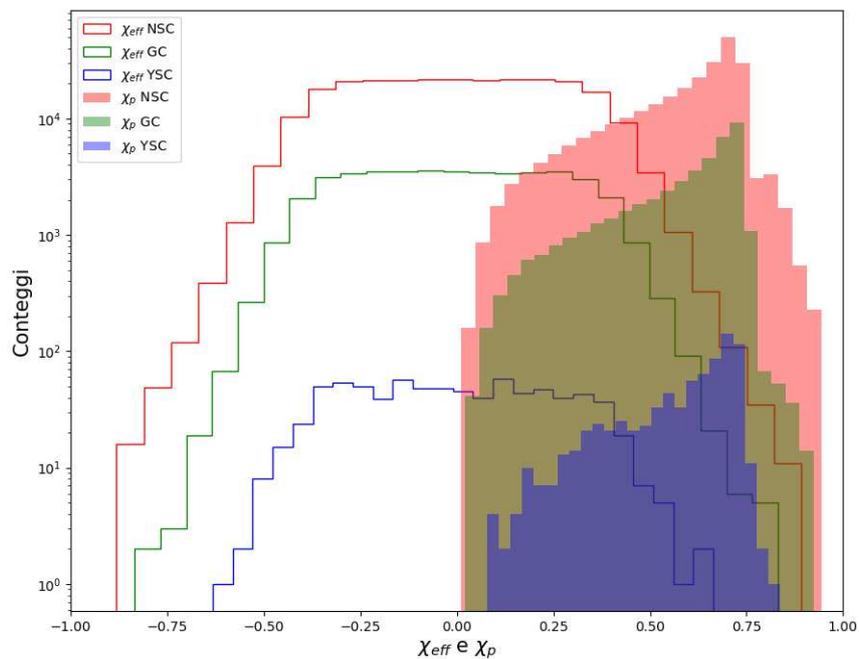


Figura 3.1: Istogramma raffigurante le distribuzioni di χ_{eff} e χ_p . Le colonne vuote si riferiscono al χ_{eff} , mentre quelle piene al χ_p ; si è usato il colore rosso per i *nuclear star clusters*, il verde per i *globular star clusters* ed il blu per gli *young star clusters*. Nell'asse verticale sono riportati i conteggi e nell'asse orizzontale i valori di χ_{eff} e di χ_p .

3.1 Presentazione dei grafici

I seguenti istogrammi sono stati realizzati in Python e permettono di visualizzare la distribuzione dei valori di alcune grandezze caratteristiche su un grande campione di dati. Gli istogrammi monodimensionali rappresentano χ_{eff} , χ_p , i tempi-scala della frizione dinamica, dell'incontro a tre corpi e dello scambio dinamico e il tempo di formazione di una binaria di n-esima generazione. Invece, negli istogrammi bidimensionali è possibile vedere come varia la velocità di fuga ed il tempo di formazione di una binaria di generazione successiva alla seconda in funzione della massa totale della binaria e come tale massa vari in base alla massa del *cluster*.

3.1.1 Analisi dello spin

In figura 3.1 è rappresentata la distribuzione di χ_{eff} e χ_p in scala logaritmica e si può vedere come l'istogramma confermi quanto già detto nel capitolo introduttivo. Infatti, per una binaria di generazione n-esima formata in seguito ad evoluzione dinamica in ammassi densi ci si aspetta valori di χ_{eff} distribuiti in maniera simmetrica intorno allo zero e valori di χ_p preferibilmente vicini ad 1: questo è proprio ciò che si vede, poiché il χ_{eff} ha il profilo di una distribuzione uniforme per valori compresi tra -0.7 e 0.7, mentre i valori di χ_p sono piccati in 0.7 con delle code vicino a 1.

3.1.2 Analisi dei tempi scala

In figura 3.2 sono riportati i diversi tempi scala caratteristici per ogni *cluster* in scala logaritmica. Per quanto riguarda *globular cluster* e *nuclear star cluster*, si può notare che il tempo perché avvenga un incontro a tre corpi varia su molti ordini di grandezza raggiungendo il picco per $t_{3bb} = (10^4 - 10^5)$ yr per i GC e $t_{3bb} \sim 10$ Myr per i NSC. Sono evidenti in entrambi i *cluster* delle code non trascurabili per eventi con tempi < 1 yr e > 10 Gyr; questo secondo caso sta ad indicare che l'incontro a tre corpi può non essere avvenuto. Lo scambio dinamico, invece, ha in media valori compresi tra $t_{12} = (10^2 - 10^3)$ Myr nei GC e $t_{12} \sim 10^4$ Myr nei NSC. La distribuzione dei tempi di frizione dinamica è molto simile tra GC e NSC, ed in media $t_{DF} \sim 10^2$ Myr. Negli YSC, come si vede dalla figura 3.2, poiché la densità è relativamente alta e la velocità locale di dispersione molto minore rispetto ai NSC, t_{3bb} risulta molto breve e raggiunge il picco per $t_{3bb} \sim 10$ yr e non si registrano eventi per $t_{3bb} > 1$ Myr. Questa informazione risulta molto utile, perché, vista la forte discrepanza tra i valori, può voler dire che la formula per calcolare t_{3bb} vada rivista in questo regime. Per gli altri due tempi scala considerati, risulta in media $t_{DF} \sim t_{12} \sim 4$ Myr. Sommando t_{DF} al minimo tra t_{12} e t_{3bb} è possibile ottenere una stima del tempo di formazione dinamica di una binaria.

Nella colonna destra di figura 3.2 è riportato il tempo di formazione della binaria di n-esima generazione comprensivo anche del tempo di fusione dei due BHs. Per i GC si può notare il picco attorno a (1 – 2) Gyr, mentre per i NSC attorno a (400 – 500) Myr. Per gli YSC, il picco è attorno ad 1 Gyr, ma la distribuzione non è regolare come nei GC e NSC. Da notare che, come aspettato, nei NSC si contano molti più eventi (a riguardo, si può vedere anche la colonna destra della figura 3.3).

3.1.3 Analisi istogrammi bidimensionali

Negli istogrammi bidimensionali l'attenzione è stata principalmente concentrata sulla massa totale della binaria. In particolare, in figura 3.4 si può facilmente notare come il numero di buchi neri di seconda generazione o successive dipenda molto dal tipo di ammasso. Per quanto riguarda gli *young star cluster* ne risultano poche centinaia con massa totale $M_{BBH} = (50 - 200) M_{\odot}$ e per lo più concentrati nella regione con massa totale del *cluster* $M_{cluster} < 2 \times 10^5 M_{\odot}$. Nei *globular star cluster* e nei *nuclear star cluster*, invece, le BBHs sono molto più numerose e non si nota una particolare correlazione tra $M_{cluster}$ ed M_{BBH} ; tuttavia, la maggior parte delle binarie nei NSC hanno massa $M_{BBH} = (20 - 60) M_{\odot}$ e si trovano in corrispondenza di $M_{cluster} = (1 - 2) \times 10^6 M_{\odot}$ e nei GC hanno massa $M_{BBH} = (50 - 100) M_{\odot}$ e si trovano in corrispondenza ad $M_{cluster} = (0.5 - 1) \times 10^6 M_{\odot}$. In entrambi i casi, ci sono comunque un numero non trascurabile di BBH con $M_{BBH} \sim 150 M_{\odot}$ oppure in corrispondenza di $M_{cluster} > 3 \times 10^6 M_{\odot}$ (anche se in questo caso $M_{BBH} < 50 M_{\odot}$).

Nella colonna sinistra della figura 3.3 si è studiata la relazione tra la massa totale della binaria e la

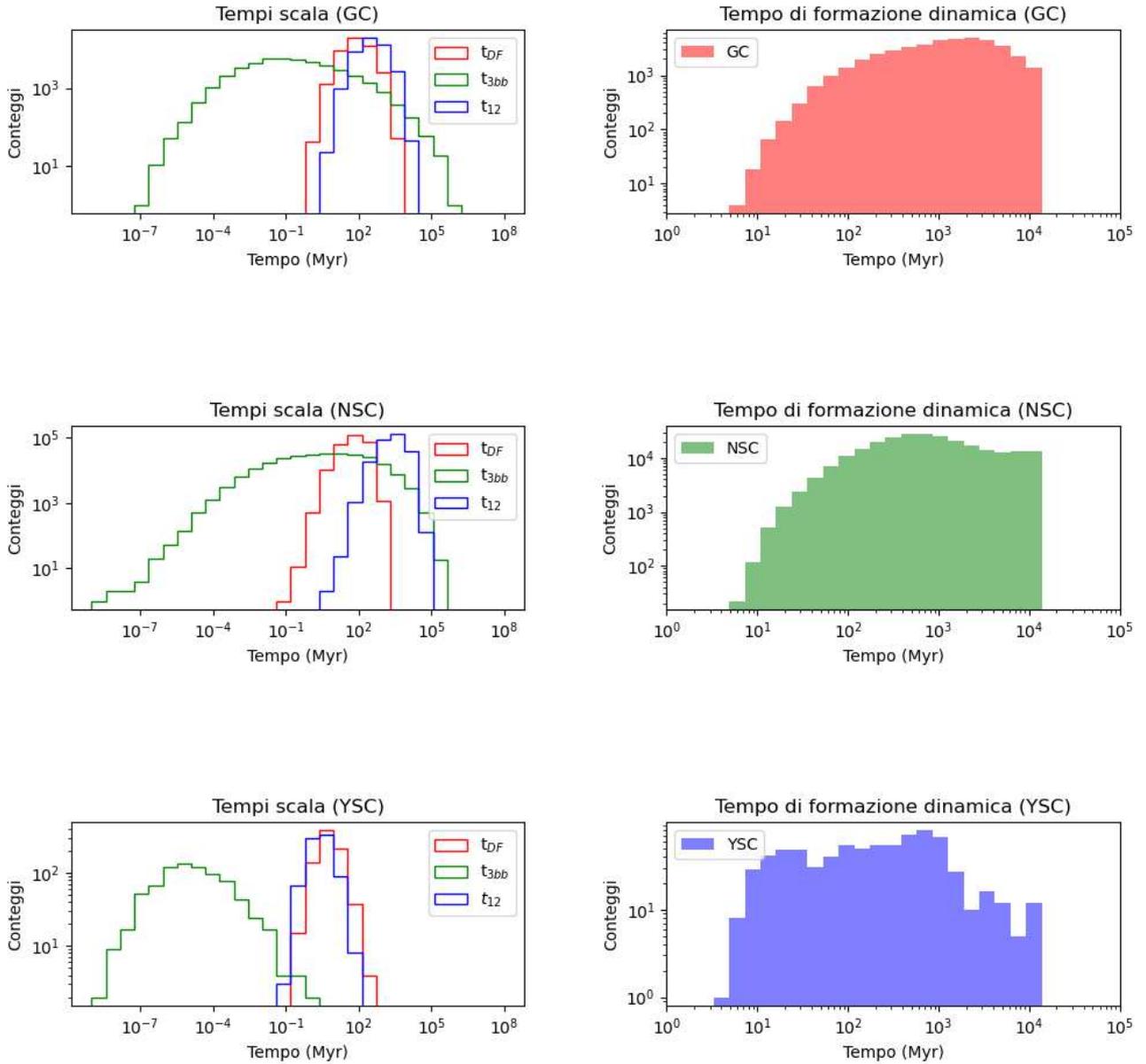


Figura 3.2: I tre istogrammi a sinistra riportano la distribuzione dei tempi scala di frizione dinamica (in rosso), di incontro a tre corpi (in verde) e di scambio dinamico (in blu) per i tre diversi *clusters* considerati (dall'alto verso il basso: *globular star cluster*, *nuclear star cluster*, *young star cluster*); a destra, invece, viene riportato il tempo di formazione dinamica di BBH per generazioni successiva alla prima, comprensivo anche del tempo di fusione dei due buchi neri. Nell'asse verticale sono riportati i conteggi e nell'asse orizzontale il tempo in Myr; entrambi gli assi sono in scala logaritmica.

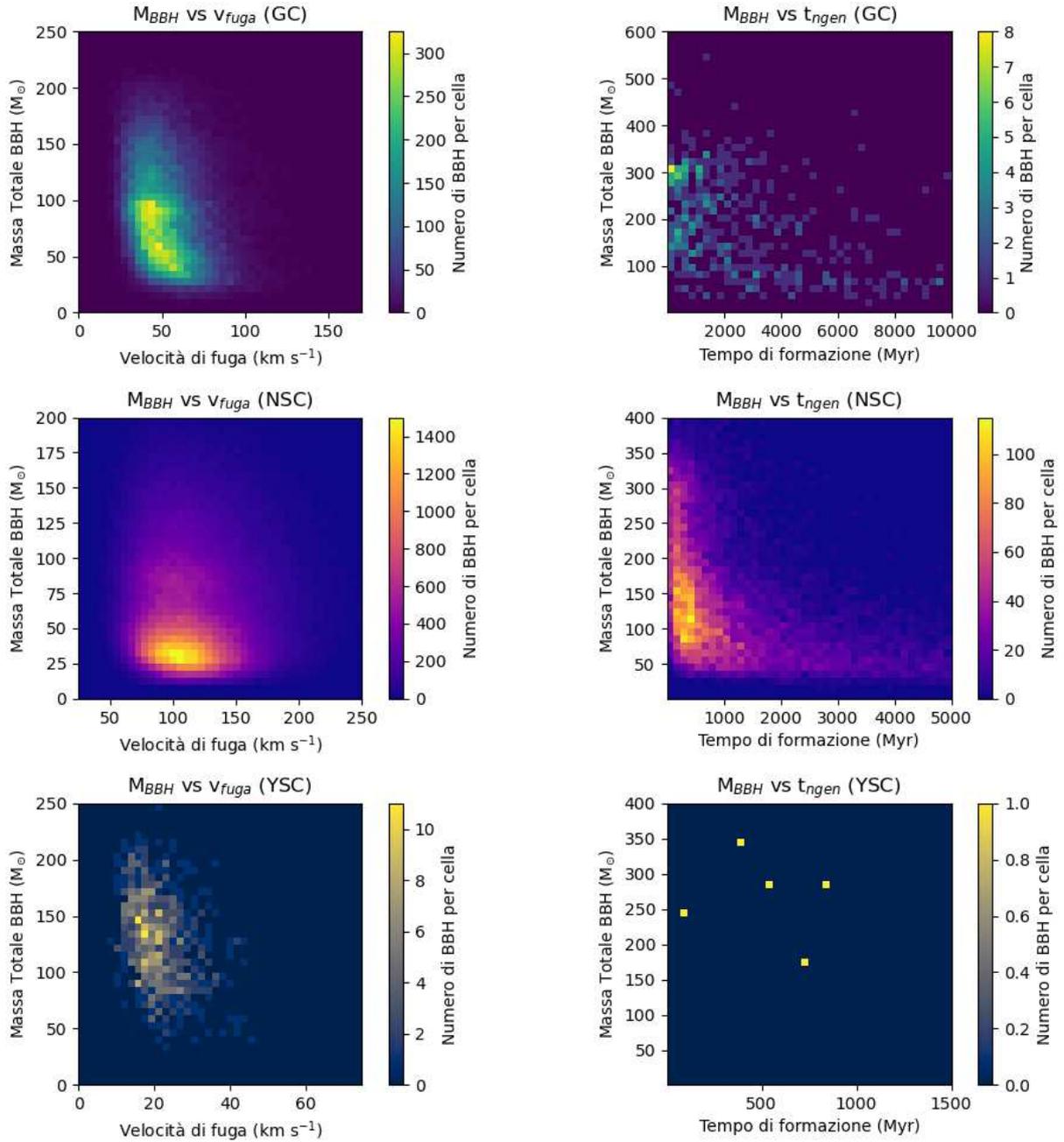


Figura 3.3: Nell'asse orizzontale degli istogrammi bidimensionali a sinistra è riportata la velocità di fuga in km s^{-1} e comprendono binarie di seconda generazione e superiore; mentre sull'asse orizzontale di quelli a destra è riportato il tempo di formazione dell' n -esima generazione con $n > 2$. In entrambi i casi sull'asse verticale è riportata la massa totale della binaria. Le barre colorate a lato indicano il numero di eventi contati all'interno del pixel. Dall'alto al basso: *globular star cluster*, *nuclear star cluster* e *young star cluster*.

velocità di fuga. Per i GC si ritrova il valore tipico della velocità già indicato anche in figura 2.2, ovvero $v_{esc} \sim 50 \text{ km s}^{-1}$; per i NSC, che sono sede di fenomeni dinamici molto intensi, la velocità di fuga media risulta molto maggiore: $v_{esc} \sim (100 - 150) \text{ km s}^{-1}$; per gli YSC, invece, è molto minore e si ha $v_{esc} \sim 20 \text{ km s}^{-1}$ (con qualche eccezione in cui $v_{esc} \sim 40 \text{ km s}^{-1}$). Si nota chiaramente come velocità di fuga più basse nei GC e negli YSC siano associate a maggiori masse dei BH di n-esima generazione. La ragione principale è che i buchi neri progenitori di massa più bassa sono espulsi direttamente dal calcio della supernova nei sistemi con velocità di fuga più bassa. Invece, negli ammassi nucleari non si osserva questa tendenza: la velocità di fuga è sufficientemente elevata da trattenere nel cluster tutti i buchi neri di prima generazione, inclusi i meno massicci.

Nella colonna destra, invece, è stata riportata la massa totale delle binarie di generazione superiore alla seconda in funzione del proprio tempo di formazione. Negli YSC sopravvivono pochissime binarie (appena 5) e tutte con $M_{BBH} > 150 M_{\odot}$. Nei NSC è ben visibile una certa correlazione: le BBH con masse maggiori ($M_{BBH} = (100 - 300) M_{\odot}$) sono quelle che in genere hanno tempi di formazione minori $t_{ngen} \sim 500 \text{ Myr}$; mentre per $M_{BBH} \sim 50 M_{\odot}$ si hanno lunghe code nella distribuzione anche per tempi $t_{ngen} > 5 \text{ Gyr}$ (dove, invece, non si contano più BBH maggiormente massicce). Anche se il numero di eventi è molto minore, nei GC viene riprodotto questo stesso andamento (con qualche rara eccezione di BBH con $M_{BBH} \sim 450 M_{\odot}$ che hanno tempi di formazione di $t_{ngen} \sim 8 \text{ Gyr}$), ma la correlazione è meno evidente.

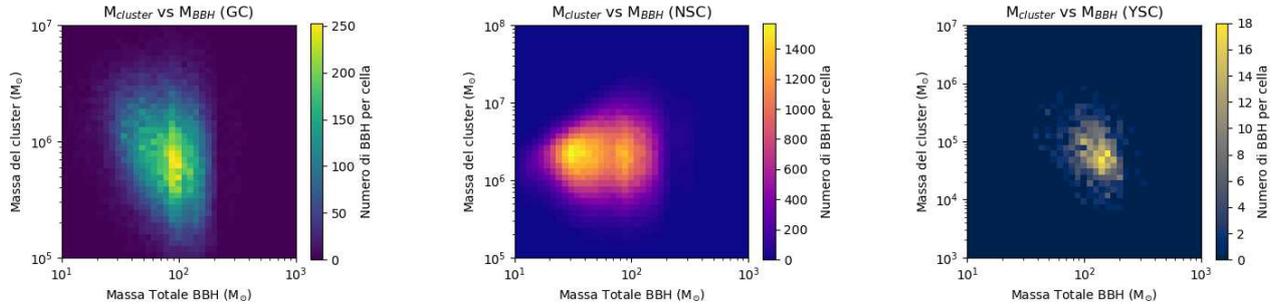


Figura 3.4: Istogrammi bidimensionali in cui nell'asse verticale è riportata la massa totale del *cluster* e nell'asse orizzontale la massa totale della binaria. La barra colorata a lato indica il numero di eventi contati all'interno del pixel. Da sinistra a destra, rispettivamente: *globular star cluster*, *nuclear star cluster* e *young star cluster*. L'asse orizzontale e verticale sono entrambi in scala logaritmica.

Conclusioni

Grazie alle osservazioni effettuate a partire dal 2015 dagli interferometri LIGO e Virgo, è stato possibile provare l'esistenza di binarie di buchi neri. Proprio queste sono state l'argomento affrontato nella mia tesi, nella quale ho discusso lo scenario di formazione dinamica in ammassi stellari densi dando particolare risalto a come si possano formare buchi neri di massa intermedia tramite formazione gerarchica di binarie.

La principale interazione tra questi oggetti è di tipo gravitazionale, che porta a fenomeni di incontro a tre corpi, scambio e frizione dinamica. Si parla di incontro a tre corpi quando un altro corpo scambia energia con le componenti della binaria e questo può comportare una modifica del semi-asse maggiore della binaria stessa; in questo caso si parla di *hardening*, ovvero la binaria risulta via via più legata, quindi più stretta, diminuendo il proprio semi-asse maggiore e ciò può portare alla fusione. Se l'incontro a tre corpi avviene con un altro buco nero che prende il posto di una delle componenti della binaria, il fenomeno prende il nome di scambio dinamico; questo risulta di particolare importanza durante la formazione gerarchica di una binaria e per spiegare come possano formarsi buchi neri di massa intermedia. Se la binaria si trova in ammassi stellari particolarmente densi (come *nuclear star clusters*, *young star clusters* o *globular star clusters*), l'interazione con gli altri oggetti dell'ammasso (frizione dinamica) porta le componenti della binaria a rallentare fino a che l'interazione gravitazionale diventa talmente forte da portare i due buchi neri in regime di emissione di GWs e quindi a fondere tra loro.

Quando si studia la formazione gerarchica di una binaria, tutti e quattro questi fenomeni (incontri a tre corpi, *hardening* delle binarie, scambi dinamici e frizione dinamica) vanno considerati. Infatti, se la binaria subisce un incontro a tre corpi, tende a diventare più stretta e via via a fondere. Il risultato è un buco nero con massa maggiore dei due iniziali (non esattamente la somma delle loro masse, perché una parte viene convertita in energia ed emessa sotto forma di onde gravitazionali). Essendo il buco nero risultante molto massiccio, diventa un buon candidato per acquisire un nuovo compagno tramite scambio dinamico e formare una nuova binaria. Se quest'ultima subisce nuovamente un incontro a tre corpi, l'intero processo può ripetersi e portare alla formazione di un buco nero ancor più massiccio. In base al numero di fusioni che hanno portato alla formazione del BH, esso potrà essere di prima generazione, seconda generazione e così via. Inoltre, in seguito ai processi dinamici sopra menzionati, la binaria può subire dei *kick* tali da farla uscire dall'ammasso in cui si trova. Questo è il principale motivo per cui la catena di formazione si può interrompere, poiché, se la binaria esce dall'ammasso, non potrà più prendere parte a tali processi; tuttavia, se la binaria è abbastanza massiccia, la velocità di fuga dovuta al *kick* può non essere particolarmente elevata e permettere la continuazione della catena gerarchica.

Infine, ho analizzato dei dati prodotti con il codice semi-analitico FASTCLUSTER, con cui è stata simulata l'evoluzione di una popolazione di un milione di binarie in tre diversi tipi di ammassi stellari. I grafici riportano alcuni risultati già noti riguardanti le distribuzioni di χ_{eff} e χ_p (figura 3.1) e le velocità di fuga medie nei diversi ammassi. Si evidenzia, inoltre, che il numero di binarie capaci di sopravvivere oltre la seconda generazione varia enormemente in base al *cluster*: nei *nuclear star cluster* ne risultano molte migliaia, negli *young star cluster* alcune unità (figura 3.3).

Le simulazioni dimostrano che lo scenario di formazione gerarchica è in grado produrre buchi neri con massa ($10^2 - 10^5$) M_{\odot} , ovvero nell'intervallo di masse di cui fanno parte i buchi neri di massa intermedia, oggetto di studio della tesi.

Bibliografia

- [1] M. Mapelli, M. Dall’Amico, Y. Bouffanais, N. Giacobbo, M. Arca Sedda, M. C. Artale, A. Ballone, Hierarchical black hole mergers in young, globular and nuclear star clusters: the effect of metallicity, spin and cluster properties. *MNRAS*, 505:339, Jul 2021.
- [2] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, and et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys. Rev. Lett.*, 116:061102, Feb 2016.
- [3] R. Abbott, T. D. Abbott, S. Abraham, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, R. X. Adhikari, V. B. Adya, C. Affeldt, M. Agathos, K. Agatsuma, N. Aggarwal, O. D. Aguiar, A. Aich, L. Aiello, A. Ain, P. Ajith, and et al. GW190521: A Binary Black Hole Merger with a Total Mass of 150 M . *Physics Review Letters*, 125(10):101102, September 2020.
- [4] Alexander H. Nitz and Collin D. Capano. GW190521 May Be an Intermediate-mass Ratio Inspiral. *Astrophysical Journal Letter*, 907(1):L9, January 2021.
- [5] M. Spera and M. Mapelli. Very massive stars, pair-instability supernovae and intermediate-mass black holes with the sevn code. *MNRAS*, 470:4739–4749, October 2017.
- [6] Raffaele Gratton, Angela Bragaglia, Eugenio Carretta, Valentina D’Orazi, Sara Lucatello, and Antonio Sollima. What is a globular cluster? An observational perspective. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 27(1):8, November 2019.
- [7] B. M. Ziosi, M. Mapelli, M. Branchesi, and G. Tormen. Dynamics of stellar black holes in young star clusters with different metallicities - II. Black holeblack hole binaries. *MNRAS*, 441:3703–3717, July 2014.
- [8] Alister W. Graham and Lee R. Spitler. Quantifying the coexistence of massive black holes and dense nuclear star clusters. *MNRAS*, 397(4):2148–2162, August 2009.
- [9] M. Mapelli. Formation channels of single and binary stellar-mass black holes. June 2021.
- [10] D. C. Heggie. Binary evolution in stellar dynamics. *MNRAS*, 173:729–787, December 1975.
- [11] P. C. Peters. Gravitational Radiation and the Motion of Two Point Masses. *Physics Review*, 136:1224–1232, November 1964.
- [12] S. Sigurdsson and E. S. Phinney. Dynamics and Interactions of Binaries and Neutron Stars in Globular Clusters. *Astrophysical Journal Supplement*, 99:609, August 1995.
- [13] Meagan Morscher, Bharath Pattabiraman, Carl Rodriguez, Frederic A. Rasio, and Stefan Ubreit. The Dynamical Evolution of Stellar Black Holes in Globular Clusters. *Astrophysical Journal*, 800(1):9, February 2015.
- [14] F. Antonini and F. A. Rasio. Merging Black Hole Binaries in Galactic Nuclei: Implications for Advanced-LIGO Detections. *Astrophysical Journal*, 831:187, November 2016.

- [15] M. Zevin, C. Pankow, C. L. Rodriguez, L. Sampson, E. Chase, V. Kalogera, and F. A. Rasio. Constraining Formation Models of Binary Black Holes with Gravitational-wave Observations. *Astrophysical Journal*, 846:82, September 2017.
- [16] Gerald D. Quinlan. The dynamical evolution of massive black hole binaries I. Hardening in a fixed stellar background. *New Astronomy*, 1(1):35–56, July 1996.
- [17] M. C. Miller and D. P. Hamilton. Production of intermediate-mass black holes in globular clusters. *MNRAS*, 330:232–240, February 2002.
- [18] Carlos O. Lousto and Yosef Zlochower. Modeling gravitational recoil from precessing highly spinning unequal-mass black-hole binaries. *Physics Review D*, 79(6):064018, March 2009.
- [19] Kelly Holley-Bockelmann, Kayhan Gültekin, Deirdre Shoemaker, and Nicolas Yunes. GravitationalWave Recoil and the Retention of Intermediate-Mass Black Holes. *Astrophysical Journal*, 686(2):829–837, October 2008.
- [20] M. Colpi, M. Mapelli, and A. Possenti. Probing the Presence of a Single or Binary Black Hole in the Globular Cluster NGC 6752 with Pulsar Dynamics. *Astrophysical Journal*, 599:1260–1271, December 2003.
- [21] M. Giersz, N. Leigh, A. Hypki, N. Lützgendorf, and A. Askar. MOCCA code for star cluster simulations - IV. A new scenario for intermediate mass black hole formation in globular clusters. *MNRAS*, 454:3150–3165, December 2015.