Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Relazione per la prova finale «Scambi di energia nelle turbomacchine a flusso incomprimibile: approfondimenti teorici»

Tutor universitario: Prof. Ernesto Benini

Laureando*: Simone Binotto*

Padova, 13/11/2024

www.dii.unipd.it

OBIETTIVI DEL LAVORO

www.dii.unipd.it

→ Analisi del primo principio della termodinamica

→ Definizione di flusso incomprimibile ed equazioni di Navier-Stokes

→ Approfondimento riguardo l’equazione di Bernoulli nei casi ideali

→ Dimostrazione del legame tra il primo principio della termodinamica e l’equazione di Bernoulli generalizzata

ENERGIA INTERNA

www.dii.unipd.it

Contributi microscopici di energia interna:

I. Energia cinetica delle particelle
   - Energia traslazionale, rotazionale e vibrazionale delle particelle

II. Energia di interazione tra particelle
   - Energia derivante dalle forze intermolecolari

III. Energia intrinseca delle particelle
   - Energia associata alla struttura interna della particella

Otteniamo un’espressione di questo tipo: $U = U(K) + U(I) + U(P)$

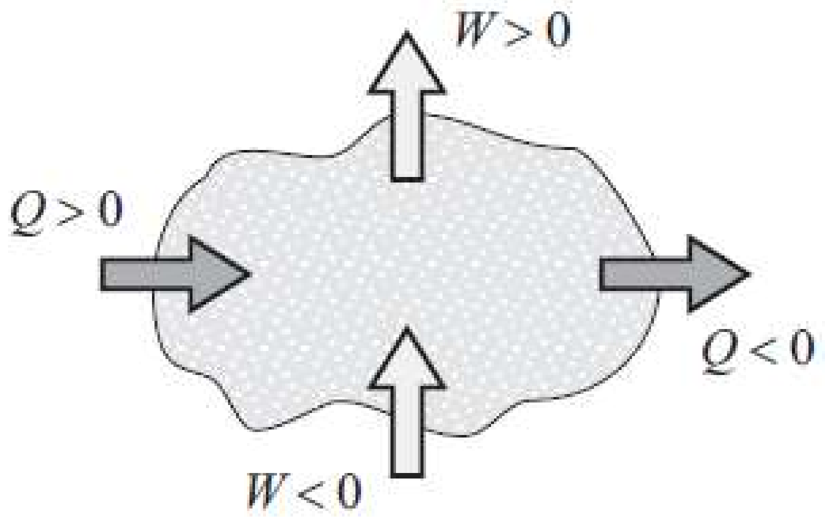
www.dii.unipd.it

Il primo principio della termodinamica afferma che:

«L'energia interna di un sistema termodinamico isolato è costante.»

L'equazione che rappresenta il primo principio è la seguente:

$\Delta U(K) + \Delta U(I) + \Delta U(P) = Q - W$



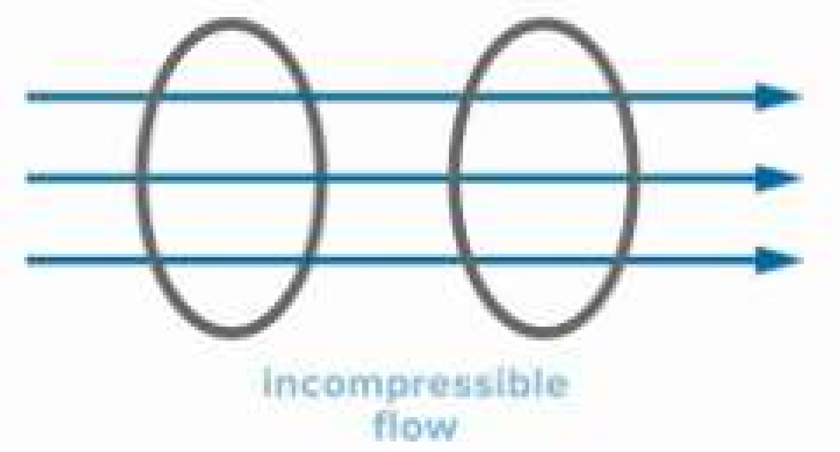
FLUSSO INCOMPRIMIBILE

www.dii.unipd.it

La legge della conservazione della massa afferma che «Nulla si crea, nulla si distrugge, tutto si trasforma».

Partendo da quest'ultima legge otteniamo l'equazione di continuità: $\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{U}$

Nel caso di flusso incomprimibile la densità è costante e quindi si può riscrivere l'equazione come: $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$



EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES

www.dii.unipd.it

Partendo dalla seconda legge di Newton, possiamo ottenere l'equazione di quantità di moto:

$$\rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = \rho\, \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

Le equazioni di Navier-Stokes che descrivono il moto di un fluido incomprimibile sono:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$$
$$\rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = \rho\, \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

È possibile adimensionalizzare tali equazioni, in modo da apprezzare l'influenza dei fenomeni viscosi:

$$\nabla * \cdot \mathbf{U*} = 0$$
$$\rho \frac{D\mathbf{U}^*}{Dt^*} = - \nabla^* p^* + \mathbf{f*} + \frac{1}{Re} \nabla^{2^*} \mathbf{u*}$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI

Le equazioni di Eulero derivano dalla semplificazione delle equazioni di Navier-Stokes, trascurando gli effetti della viscosità del fluido. Si ottiene:

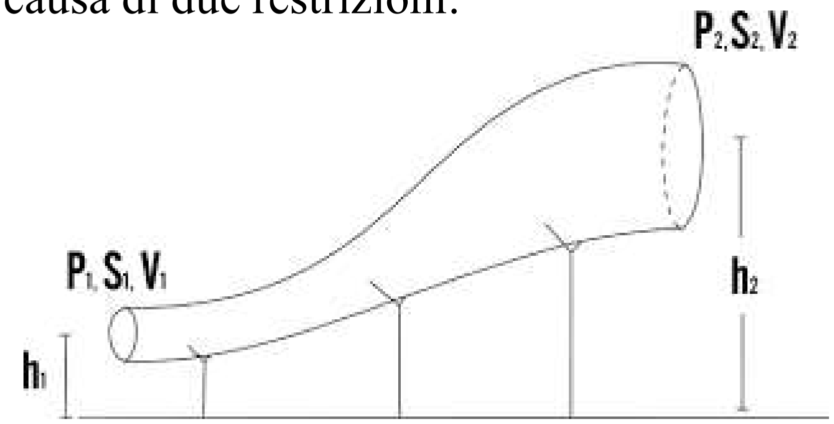
$$\nabla^* \cdot \mathbf{U}^* = 0$$
$$\rho \frac{D\mathbf{U}^*}{Dt^*} = -\nabla^* p^* + \mathbf{f}^*$$

Sviluppando l'equazione di Eulero, si può scrivere l'equazione di Bernoulli:

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho U_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho U_1^2 + \rho g z_1$$

L'applicazione dell'equazione di Bernoulli non è possibile in sistemi reali a causa di due restrizioni:

I. La viscosità del fluido non viene considerata
II. Non è ammesso che venga fatto lavoro sul fluido



PRIMO PRINCIPIO APPLICATO A UN LIQUIDO

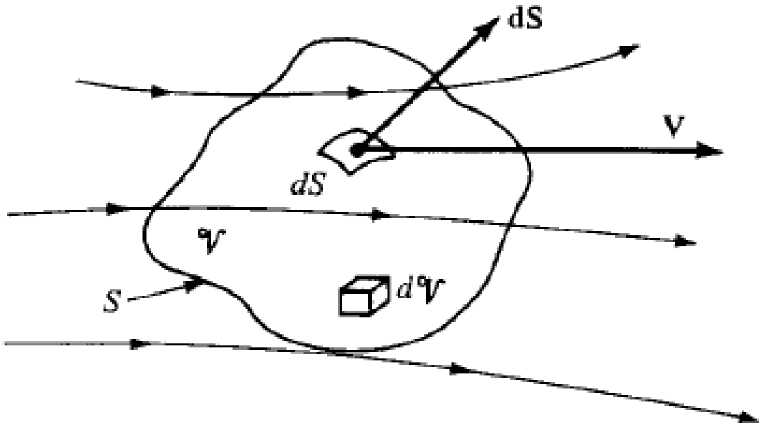
www.dii.unipd.it

Il primo principio della termodinamica per un sistema aperto è definito dall'equazione:

$\Delta U + \Delta E_k = Q - W$

L'equazione dell'energia che otteniamo è:

$$\oiint_S (\rho\,\mathbf{U} \cdot \mathbf{dS})\left(e + \frac{\bar{U}^2}{2}\right) + \frac{\delta}{\delta t}\oiiint_V \rho\left(e + \frac{\bar{U}^2}{2}\right)dV = \dot{Q} + |\dot{W}_s| - \oiint_S (p\,\mathbf{U}) \cdot \mathbf{dS} + \oiiint_V (\rho\,\mathbf{f}\,dV) \cdot \mathbf{U} + |\dot{W}_{shear}| + |\dot{W}_{other}|$$



PRIMO PRINCIPIO APPLICATO A UN LIQUIDO

www.dii.unipd.it

Ipotesi da tenere in considerazione:

- Regime stazionario
- Flusso incomprimibile
- Energia interna e pressione uniformi nelle sezioni di entrata e uscita
- Sezione del volume di controllo perpendicolari al vettore velocità
- Nessuna forma particolare di energia esterna al sistema

Tenendo conto di tali ipotesi, l'equazione può essere sviluppata:

$$\dot{Q} + |\dot{W}_s| = \dot{m}\,(e_2 - e_1) + \int_{A_2} \frac{U_2^{\,2}}{2}\,\rho\,U_2\,dA_2 - \int_{A_1} \frac{U_1^{\,2}}{2}\,\rho\,U_1\,dA_1 + \dot{m}\left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho}\right) + \dot{m}\,g\,(z_2 - z_1)$$

Introduciamo il coefficiente di energia cinetica e rielaboriamo l'equazione, in modo da ottenere:

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1\,\overline{U_1}^2}{2g} + z_1\right) + \frac{|\dot{W}_s|}{g\,\dot{m}} = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2\,\overline{U_2}^2}{2g} + z_2\right) + \frac{e_2 - e_1}{g} - \frac{\dot{Q}}{g\,\dot{m}}$$

ANALISI DELLE PERDITE DI ENERGIA

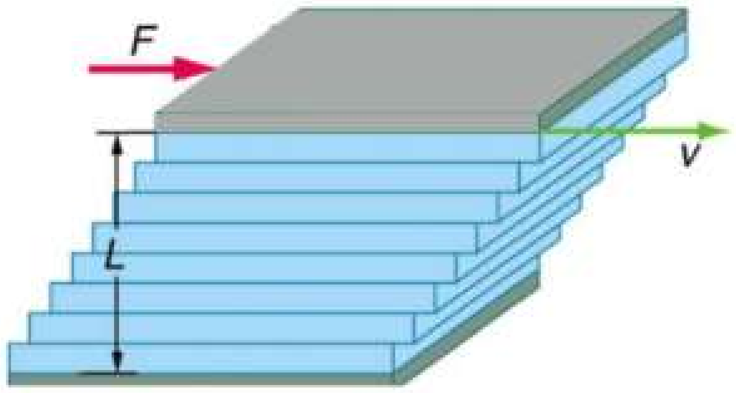
www.dii.unipd.it

Il gruppo di termini che rappresentano una perdita di energia può essere denominato come: $H_l = \frac{e_2 - e_1}{g} - \frac{\dot{Q}}{g\,\dot{m}}$

L'effetto della viscosità può essere interpretato come un attrito interno e questo porta a una serie di conseguenze:

i. Diminuzione di E_k a livello macroscopico
ii. Aumento dell'energia termica
iii. L'aumento di energia termica corrisponde a un aumento di U
iv. L'aumento di U porta a un aumento della T del fluido
v. L'aumento di T porta a un flusso di calore uscente dal sistema

→ $H_l > 0$



PREVALENZA E LAVORO DELLA POMPA

www.dii.unipd.it

Il termine relativo al lavoro della pompa rappresenta la prevalenza teorica: $H_t = |\dot{W}_s|/g\,\dot{m}$

L'equazione può essere riscritta come:

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 \overline{U_1}^2}{2g} + z_1\right) + H_t = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 \overline{U_2}^2}{2g} + z_2\right) + H_l$$

È necessario considerare la differenza tra prevalenza e prevalenza teorica di una pompa:

$H_t = H + H_{ins,p}$

$H_l = H_{ins,p} + H_r$

→ $H_t - H_l = H - H_r$

Otteniamo l'equazione di Bernoulli generalizzata:

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 \overline{U_1}^2}{2g} + z_1\right) + H = \left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 \overline{U_2}^2}{2g} + z_2\right) + H_r$$