

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

---

---

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Energia Elettrica

# **PROGETTAZIONE E ANALISI DI TRASFORMATORI ROTANTI AD ALTA FREQUENZA**

Relatore:  
Egregio Prof. Nicola Bianchi

Kevin Carollo  
Matricola n. 1242048

Anno accademico 2022-2023



*Un sentito grazie al professor Nicola Bianchi per la sua infinita disponibilità e tempestività ad ogni mia richiesta. Ringrazio di cuore la mia famiglia e i miei amici, mi avete sempre sostenuto moralmente durante la mia carriera universitaria. Infine, vorrei dedicare questo traguardo ai miei cari che non ci sono più, ma continuano a volermi bene da lassù.*



## Sommario

La crescita del mercato dei veicoli elettrici incentiva la ricerca di nuove tecnologie che possono rendere più economica e sostenibile la transizione verde. La maggior parte dei veicoli elettrici sono equipaggiati con motori elettrici sincroni a magneti permanenti, una possibile alternativa è rappresentata dai motori sincroni ad eccitazione elettrica. Questi motori offrono caratteristiche simili senza l'utilizzo delle terre rare, materiali costosi e ad alto impatto ambientale per via dei loro metodi di estrazione; tuttavia, necessitano di un sistema che alimenti l'avvolgimento rotante di eccitazione. L'obiettivo di questa tesi è di offrire un'alternativa al più tradizionale sistema di alimentazione a spazzole ed anelli progettando un trasformatore rotante che riesca a fornire la stessa potenza e abbia gli stessi ingombri. Sono stati progettati trasformatori per diverse frequenze di alimentazione del convertitore e ne sono state analizzate le caratteristiche. Infine, sono stati confrontati i pregi e i difetti dei trasformatori ottenuti, così il committente può selezionare il trasformatore rotante che ha le caratteristiche più congeniali.



# Indice

## Sommario

<b>1. Introduzione</b> .....	9
<b>2. Componenti del sistema</b> .....	13
2.1 Trasformatore rotante .....	14
2.1.1 Traferro .....	16
2.2 Convertitore a ponte intero.....	17
2.2.1 Controllo del duty cycle.....	18
2.2.2 Phase-shift control .....	21
<b>3. Progettazione del trasformatore rotante</b> .....	25
3.1 Teoria dei circuiti magneticamente accoppiati .....	25
3.2. Progettazione del nucleo magnetico.....	28
<b>4. Analisi circuitale</b> .....	37
4.1. Circuito equivalente.....	37
4.2 Induttanze .....	39
4.2.1. Induttanza magnetizzante .....	39
4.2.2. Induttanza di dispersione .....	41
4.3. Resistenza degli avvolgimenti.....	43
4.3.1. Resistenza in corrente continua .....	43
4.3.2. Resistenza in corrente alternata .....	45
4.4. Perdite.....	52
4.4.1 Perdite per effetto Joule .....	52
4.4.2 Perdite nel ferro .....	52
<b>5. Analisi termica</b> .....	57
5.1. Rete termica.....	57
5.2 Risoluzione del circuito.....	62
5.3 Sovraccarico .....	63
<b>6. Analisi meccanica</b> .....	67
<b>7. Simulazione e confronto</b> .....	73
7.1. Programmazione e simulazione agli elementi finiti .....	73

7.2. Confronto di trasformatori rotanti .....	80
7.2.1. Perdite in funzione della frequenza e della geometria .....	80
7.2.2. Sovratemperatura in funzione della geometria e della frequenza .....	82
7.2.3. Sforzi di trazione in funzione della geometria .....	83
<b>8. Conclusioni.....</b>	<b>85</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>87</b>

# Capitolo 1

## Introduzione

L'Unione Europea ha fissato l'obiettivo della neutralità climatica entro il 2050 e per raggiungerlo sta adottando misure per ridurre le emissioni delle automobili, poiché il trasporto su strada rappresenta un quinto delle emissioni di CO<sub>2</sub> dell'UE. Nel 2023 il Parlamento europeo ha ratificato un accordo che espone le misure per raggiungere entro il 2035 l'obiettivo di zero emissioni per auto e furgoni nuovi [1].

La soluzione più praticabile è quella di spostare la motorizzazione degli attuali veicoli con motori a combustione interna verso quelli con motorizzazione elettrica.

Il mercato dei veicoli elettrici è in netta crescita negli ultimi anni e alimenta nuovi studi per lo sviluppo di motori elettrici che siano economici, leggeri, compatti, efficienti e abbiano un'elevata densità di potenza. I motori maggiormente utilizzati nella trazione elettrica sono principalmente di tre tipi: asincroni, sincroni a magneti permanenti e i motori sincroni ad eccitazione elettrica.

I motori asincroni sono semplici e hanno un basso costo perché non utilizzano magneti, ma hanno un'efficienza minore e una caratteristica coppia-velocità (Fig.1.1) che non è ideale per l'autotrazione.

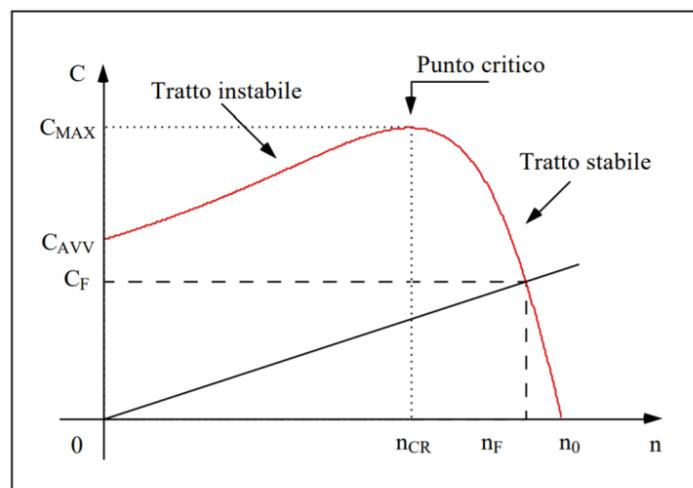


Figura 1.1 - Caratteristica meccanica del motore asincrono

I motori sincroni a magneti permanenti sono quelli più utilizzati grazie alla loro elevata efficienza, compattezza e presentano una caratteristica meccanica ideale (Fig.1.2), ma sono i più costosi perché i magneti utilizzati sono composti da terre rare, materiali costosi e la cui estrazione comporta notevoli impatti ambientali.

I motori sincroni ad eccitazione elettrica presentano una caratteristica meccanica simile a quella dei motori sincroni a magneti permanenti senza l'utilizzo di magneti, ma l'efficienza è minore per le perdite nell'avvolgimento di eccitazione.

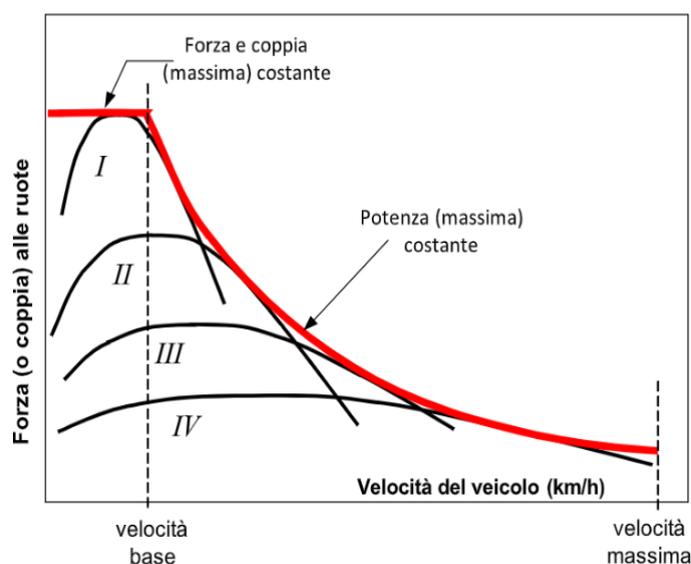


Figura 1.2 - Coppia fornita da un motore a combustione di un veicolo tradizionale attraverso l'utilizzo delle marcie (nero) e coppia fornita da un motore sincrono (rosso)

I motori sincroni ad eccitazione elettrica richiedono un adeguato sistema di alimentazione dell'avvolgimento di eccitazione. Il principale sistema è quello a spazzole ed anelli, ma presenta una serie di svantaggi considerevoli come la manutenzione delle spazzole che si degradano col tempo e lo sviluppo per attrito di polveri che possono causare scintille.

L'obiettivo di questa tesi è proporre una soluzione senza spazzole ed anelli attraverso un sistema di trasferimento dell'energia senza contatto costituito da un trasformatore rotante.

Attraverso l'utilizzo di nuclei in ferrite e un appropriato convertitore elettronico si riescono a trasferire potenze elevate attraverso un traferro mantenendo ingombri ridotti. Questo sistema è adatto quando è richiesta la separazione fisica tra due circuiti con una parte fissa e una rotante come l'alimentazione di un avvolgimento di eccitazione di una macchina sincrona.

Lo schema tipico prevede: una sorgente in corrente continua, un inverter e il trasformatore rotante seguito da un raddrizzatore che alimenta l'avvolgimento di eccitazione (Fig.1.3).

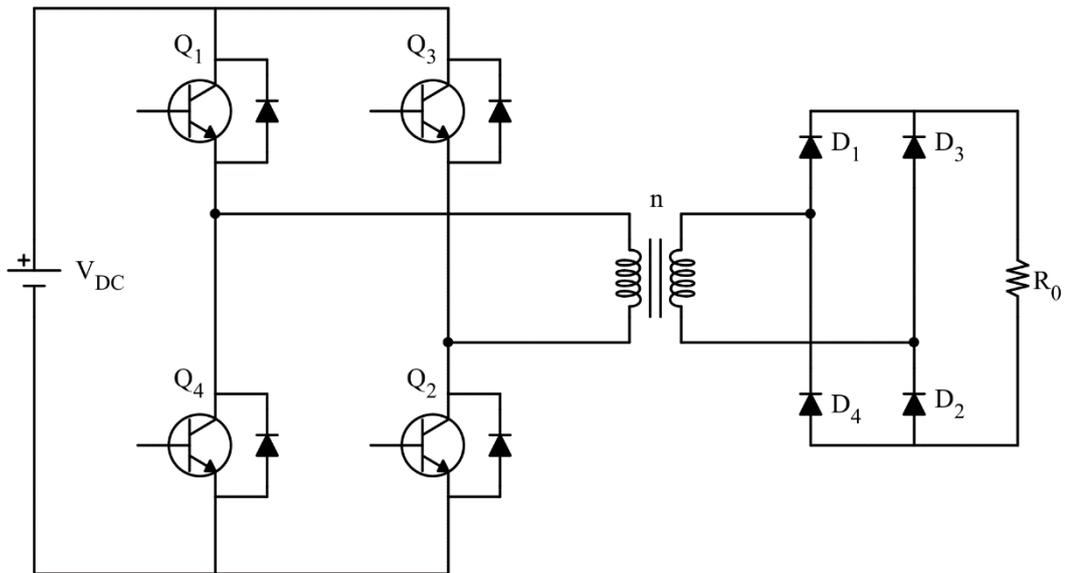


Figura 1.3 - Schema elettrico con ponte convertitore ad H, trasformatore rotante e ponte raddrizzatore



## Capitolo 2

### Componenti del sistema

Uno schema a blocchi semplificato di un sistema di trasferimento di potenza induttivo è riportato in figura 2.1. È costituito da un convertitore DC/AC nel lato trasmettente, due bobine magneticamente accoppiate e un raddrizzatore AC/DC al secondario (Fig. 2.1).

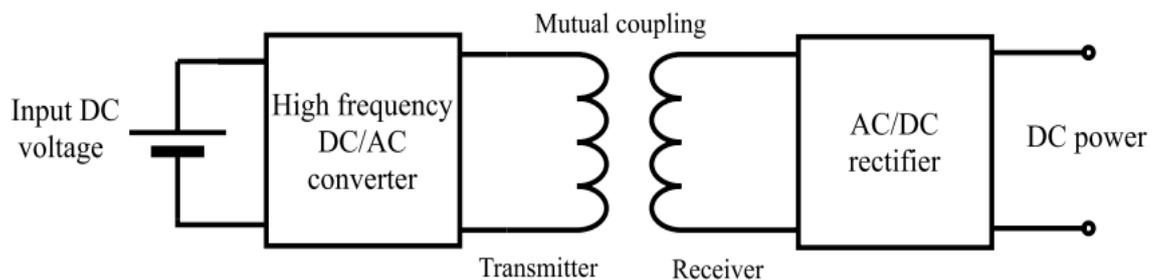


Figura 2.1 - Schema a blocchi di un trasferimento di potenza induttivo

Il funzionamento di un trasformatore rotante è la stessa dei più comuni trasformatori e può essere così descritto: una tensione continua in ingresso è convertita in una tensione alternata ad alta frequenza che eccita la bobina trasmittente e genera una corrente alternata, per la legge di Ampère questa genera un campo magnetico alternato. Per la legge di Faraday si induce una forza contro-elettromotrice nella bobina ricevente e questa genera una corrente alternata che viene raddrizzata e poi convertita in una corrente continua dal carico.

I componenti fondamentali del sistema sono quindi rappresentati dal trasformatore rotante e il convertitore a ponte intero che gli fornisce la tensione alternata necessaria partendo dalla tensione continua della batteria.

## 2.1 Trasformatore rotante

Il trasformatore rotante è un particolare trasformatore monofase in cui è presente un traferro che divide in due parti il nucleo magnetico. Il traferro assicura il disaccoppiamento meccanico tra le due parti del nucleo permettendo quindi la rotazione di uno di essi senza influenzare in modo apprezzabile la distribuzione delle linee di flusso e la potenza trasmessa.

Esistono due tipi di trasformatori rotanti e vengono distinti dalla direzione in cui le linee di flusso attraversano il nucleo del trasformatore: configurazione a flusso assiale (pot core) (Fig. 2.2) e configurazione a flusso radiale (Fig. 2.3).

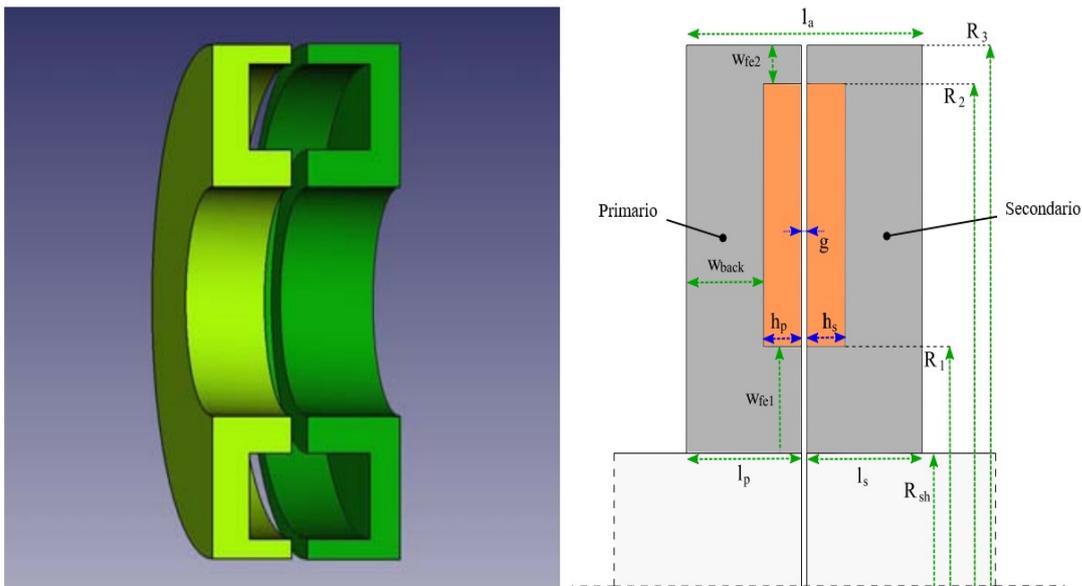


Figura 2.2 - Geometria a flusso assiale

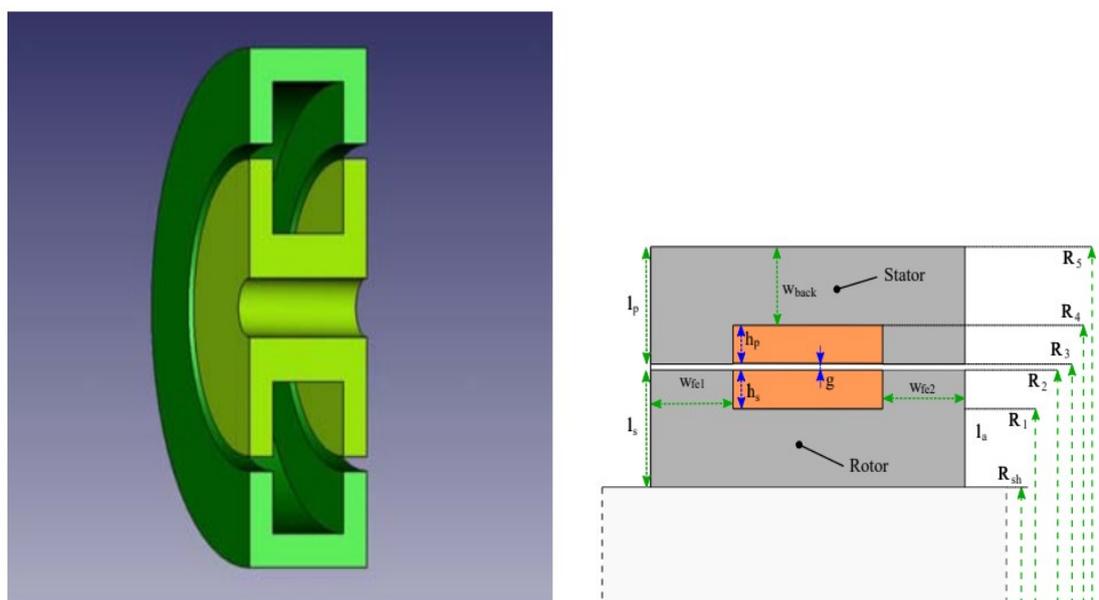


Figura 2.3 - Geometria a flusso radiale

Gli avvolgimenti del trasformatore rotante si distinguono invece nel modo in cui vengono distribuiti l'avvolgimento primario e secondario in tipologia: coassiali e adiacenti (Fig. 2.4).

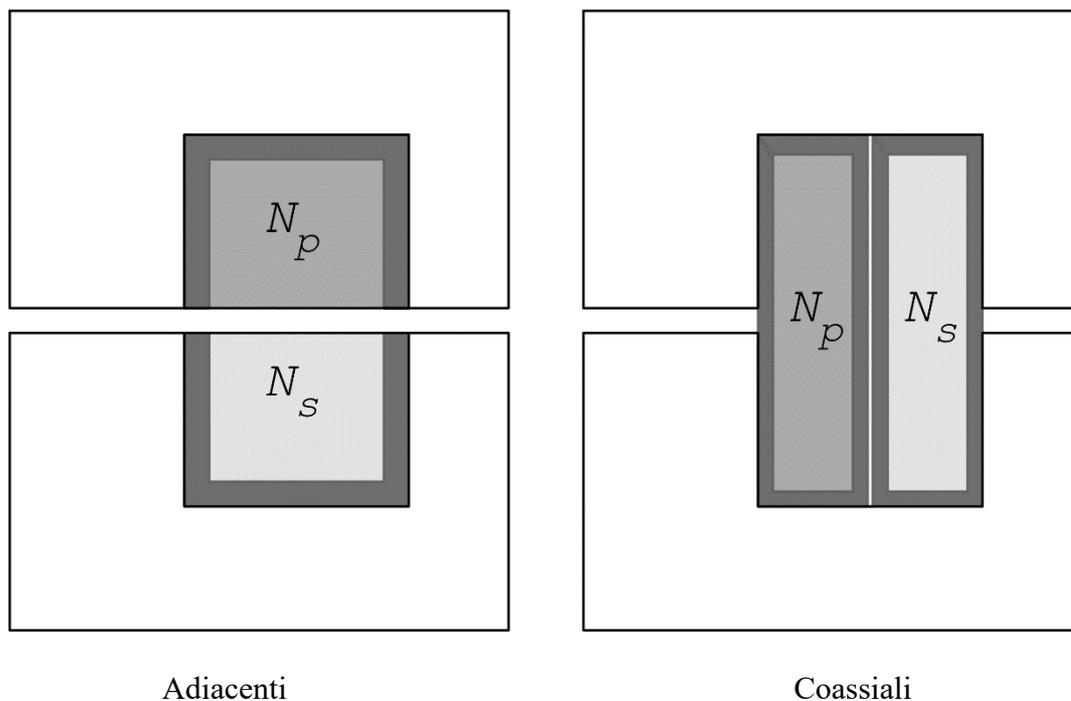


Figura 2.4 - Tipologia di avvolgimenti

Gli avvolgimenti coassiali permettono un miglior accoppiamento magnetico e riducono quindi il valore dell'induttanza di dispersione, ma sono difficili da posizionare ed avvolgere per via del traferro.

In questa tesi verranno trattati avvolgimenti adiacenti, essi presentano un peggior accoppiamento, ma presentano il vantaggio che è più semplice avvolgere i conduttori.

### 2.1.1 Traferro

La presenza del traferro è fondamentale poiché permette la rotazione del secondario del trasformatore; tuttavia, si modificano anche le caratteristiche elettromagnetiche della macchina.

Il traferro influisce su due parametri fondamentali del trasformatore:

- Induttanza magnetizzante  $L_m$ : il traferro diminuisce il coefficiente di accoppiamento del trasformatore rotante. A causa di questo fenomeno una parte dell'energia trasmessa è immagazzinata all'interno del traferro perché la permeabilità magnetica dell'aria è inferiore rispetto all'elevata permeabilità magnetica del nucleo. L'induttanza magnetizzante di un trasformatore rotante è di conseguenza inferiore rispetto a quella di un trasformatore convenzionale, in particolare può essere confrontata con l'induttanza di dispersione. Per magnetizzare il trasformatore è richiesto un valore di corrente magnetizzante più elevato e deve essere sostenuto dalle spire dell'avvolgimento primario. Questo causa perdite per effetto Joule più elevate rispetto ad un normale trasformatore e di conseguenza maggiori criticità per l'elettronica di potenza ed il sistema di raffreddamento.
- Induttanza di dispersione  $L_{lk}$ : il traferro separa meccanicamente il nucleo primario e secondario del trasformatore, causando un'elevata induttanza di dispersione. Il traferro aumenta i percorsi disponibili per il flusso magnetico, con conseguente aumento delle perdite e del flusso disperso. A quest'ultimo è legato il valore dell'induttanza di dispersione, essa infatti dipende dal flusso generato da un avvolgimento che non si concatena con l'altro avvolgimento. L'elevato valore dell'induttanza di dispersione richiede la progettazione di un sistema che rilasci l'energia immagazzinata durante la conduzione quando avviene la commutazione, altrimenti si rischia di danneggiare il convertitore elettronico di potenza. Infine, l'induttanza di dispersione presenta ai suoi capi un'elevata caduta di tensione che non può essere trascurabile e che diminuisce la tensione fornita ai capi del carico.

## 2.2 Convertitore a ponte intero

Si consideri il circuito elettrico che include l'elettronica di potenza (Fig. 2.5).

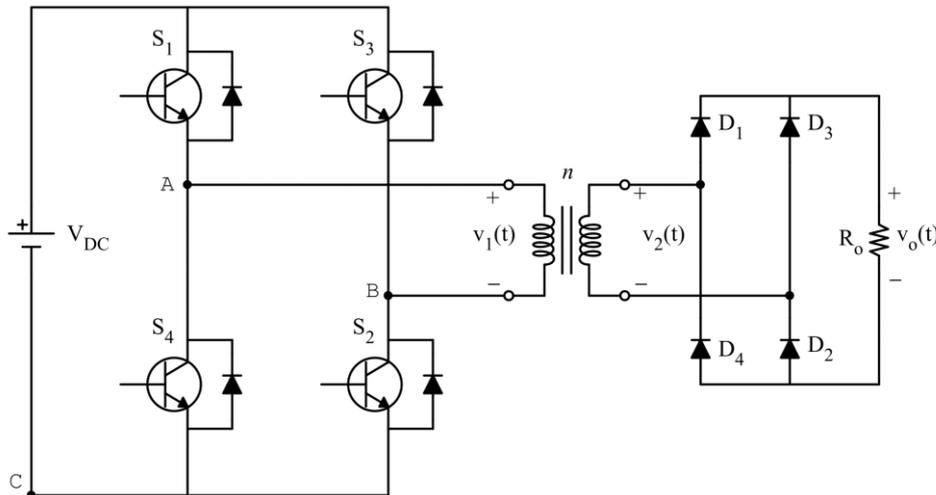


Figura 2.5 - Convertitore DC-DC

Nel lato trasmittente è presente un ponte convertitore, detto anche ponte ad H (H-bridge). Il convertitore comprende due gambe e ognuna ha due interruttori. Nella gamba di sinistra si trovano gli interruttori  $S_1$  e  $S_4$  e nella gamba di destra gli interruttori  $S_3$  e  $S_2$ . In ogni interruttore è presente un diodo di ricircolo (free wheeling), in modo da permettere all'energia magnetica accumulata dal trasformatore rotante di circolare verso la sorgente di alimentazione quando tutti e quattro gli interruttori sono aperti.

Gli interruttori lavorano alla frequenza di commutazione  $f$ . Durante la commutazione è importante verificare che i due interruttori della stessa gamba non siano chiusi contemporaneamente in modo da evitare il cortocircuito dell'alimentazione.

Sul lato secondario, dopo il trasformatore, è presente un raddrizzatore a ponte di Graetz, composto da due gambe e quattro diodi. Il carico è connesso all'uscita del raddrizzatore, ma è possibile interporre un filtro  $L - C$ .

La tensione di alimentazione è la tensione continua  $V_{DC}$ . La tensione e corrente di uscita sono  $V_o$  e  $I_o$  rispettivamente.

Il trasformatore rotante possiede  $N_1$  spire al primario e  $N_2$  spire al secondario. Il rapporto spire è pari a  $n = N_1 / N_2$ .

Si considerino ideali i componenti del convertitore, questa ipotesi permette di trascurare le relative perdite e cadute di tensione.

Esistono due principali strategie di controllo degli interruttori:

### 2.2.1 Controllo del duty cycle

Gli interruttori  $S_1$  e  $S_2$  possiedono lo stesso segnale di accensione; lo stesso vale per gli interruttori  $S_3$  e  $S_4$ . Quando gli interruttori  $S_1$  e  $S_2$  sono chiusi, la tensione  $V_{AB}$  è uguale alla tensione  $V_{DC}$ . Quando  $S_3$  e  $S_4$  sono chiusi, la tensione  $V_{AB}$  è pari a  $-V_{DC}$ . È possibile impostare la tensione di uscita  $V_{AB}$  a zero quando la coppia di interruttori  $S_1$  e  $S_3$ , o  $S_2$  e  $S_4$ , sono chiusi. Si noti che la tensione  $V_{AB}$  (Fig. 2.6) è la tensione di alimentazione del trasformatore  $V_1$ .

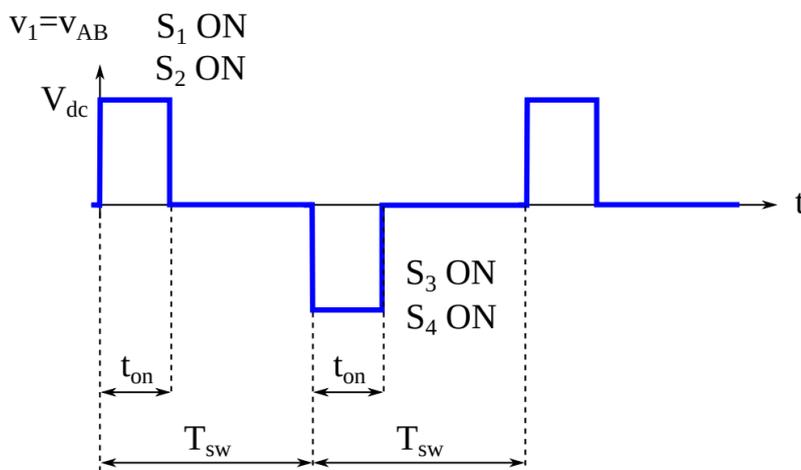


Figura 2.6 - Tensione al primario del trasformatore rotante

La grandezza fondamentale del convertitore è il duty cycle  $D$ , esso rappresenta quanto tempo le coppie di interruttori rimangono chiusi ( $t_{ON}$ ) rispetto al periodo di commutazione degli interruttori  $T_{sw}$ . Secondo la sua definizione il duty cycle può variare all'interno dell'intervallo tra 0 e 1. La sua espressione è:

$$D = \frac{t_{ON}}{T_{sw}} \quad (2.1)$$

In questo convertitore le coppie di interruttori devono lavorare seguendo lo stesso duty cycle  $D$ , altrimenti una componente media di tensione continua è applicata al trasformatore, causando un aumento della corrente magnetizzante del trasformatore e la saturazione del nucleo ferromagnetico.

Si considerino le forma d'onda delle correnti e delle tensioni del trasformatore rotante (Fig. 2.7). Si può notare che la corrente al primario e la tensione al secondario variano in funzione della tensione applicata al primario. La corrente aumenta quando

è applicata una tensione positiva, diminuisce quando è applicata una tensione negativa e rimane costante quando la tensione è nulla, in corrispondenza con la variazione del flusso magnetico. La forma d'onda della tensione al secondario è uguale a quella della tensione al primario, ma il suo valore è diviso per il rapporto spire.

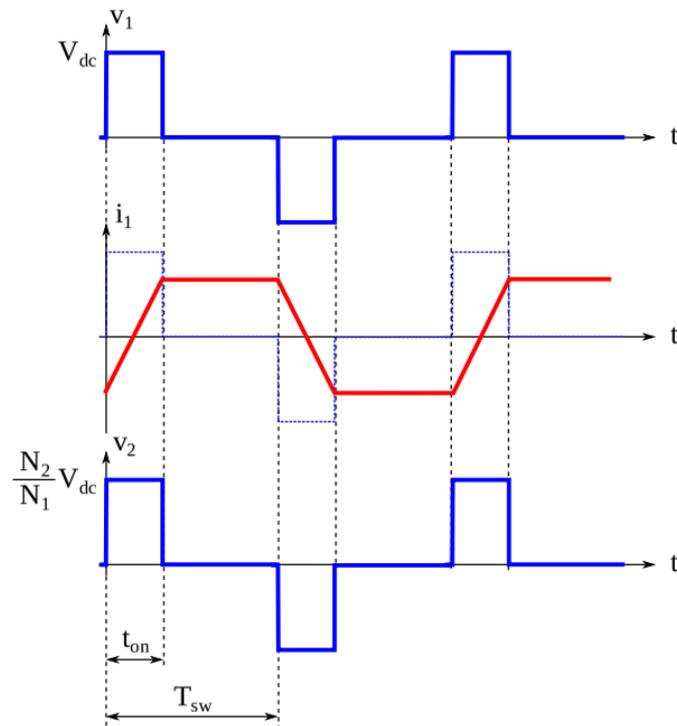


Figura 2.7 - Corrente al primario e tensione al secondario del trasformatore rotante

Il ruolo del raddrizzatore è di applicare al carico una tensione che abbia solamente valori positivi, ovvero applica il modulo della forma d'onda della tensione di uscita al secondario del trasformatore (Fig. 2.8). La tensione di uscita del ponte di Graetz è quella applicata al carico  $v_o$ .

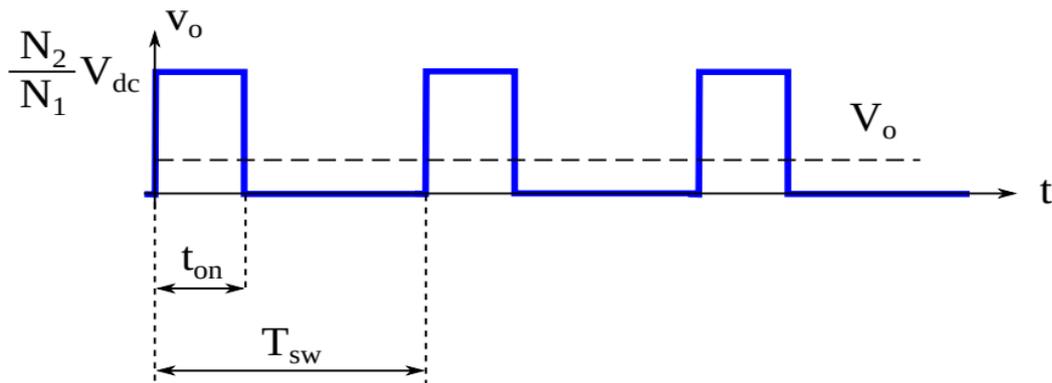


Figura 2.8 - Tensione all'uscita del raddrizzatore

In sintesi, la relazione fondamentale del convertitore a ponte DC-DC è la seguente:

$$V_o = D \frac{N_2}{N_1} V_{dc} \quad (2.2)$$

La tensione applicata al carico  $v_o$  può essere resa costante utilizzando un opportuno sistema di filtraggio, ad esempio un filtro  $L - C$  collegato all'uscita del ponte raddrizzatore.

## 2.2.2 Phase-shift control

In questa strategia di controllo gli interruttori appartenenti alla stessa gamba vengono controllati con un segnale ad onda quadra ovvero  $D = 0.5$ . In un periodo della forma d'onda d'uscita l'interruttore superiore conduce per metà periodo ( $180^\circ$  considerando gli angoli elettrici) mentre quello inferiore per l'altra metà. Si ottengono così due forme d'onda, una per gamba, che possono essere sfasate l'una rispetto all'altra. La forma d'onda della tensione applicata al primario del trasformatore rotante è la somma delle due forme d'onda. Il principio di funzionamento è chiarito in figura 2.9.

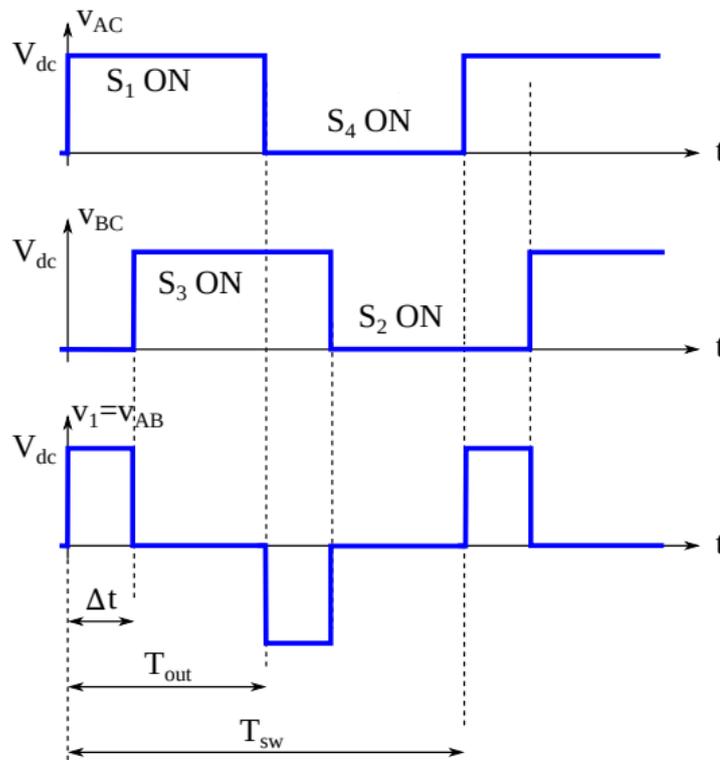


Figura 2.9 Tensione al primario del trasformatore

L'onda quadra che regola il funzionamento della seconda gamba viene generata con uno sfasamento di  $180-\alpha$ , dove  $\alpha$  è l'angolo di sovrapposizione delle due onde.

La strategia di controllo dell'angolo  $\alpha$  permette di determinare l'intervallo di tempo in cui le due onde sono sovrapposte e quindi in cui il valore della tensione in uscita del convertitore  $v_{OUT}$  è nulla, essa è data dalla relazione:

$$v_{OUT} = v_{AN} - v_{BN} \quad (2.3)$$

Regolando l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  è possibile variare il valore di picco dell'armonica fondamentale e il contenuto armonico senza modificare la frequenza di commutazione.

Si considerino le forma d'onda delle tensioni nello phase-shift control (Fig. 2.10). I ragionamenti sulla forma d'onda della tensione al secondario e della corrente assorbita rimangono le stesse della strategia del controllo del duty cycle. La corrente aumenta quando è applicata una tensione positiva, diminuisce quando è applicata una tensione negativa e rimane costante quando la tensione è nulla, in corrispondenza con la variazione del flusso magnetico. La forma d'onda della tensione al secondario è uguale a quella della tensione al primario, ma il suo valore è diviso per il rapporto spire.

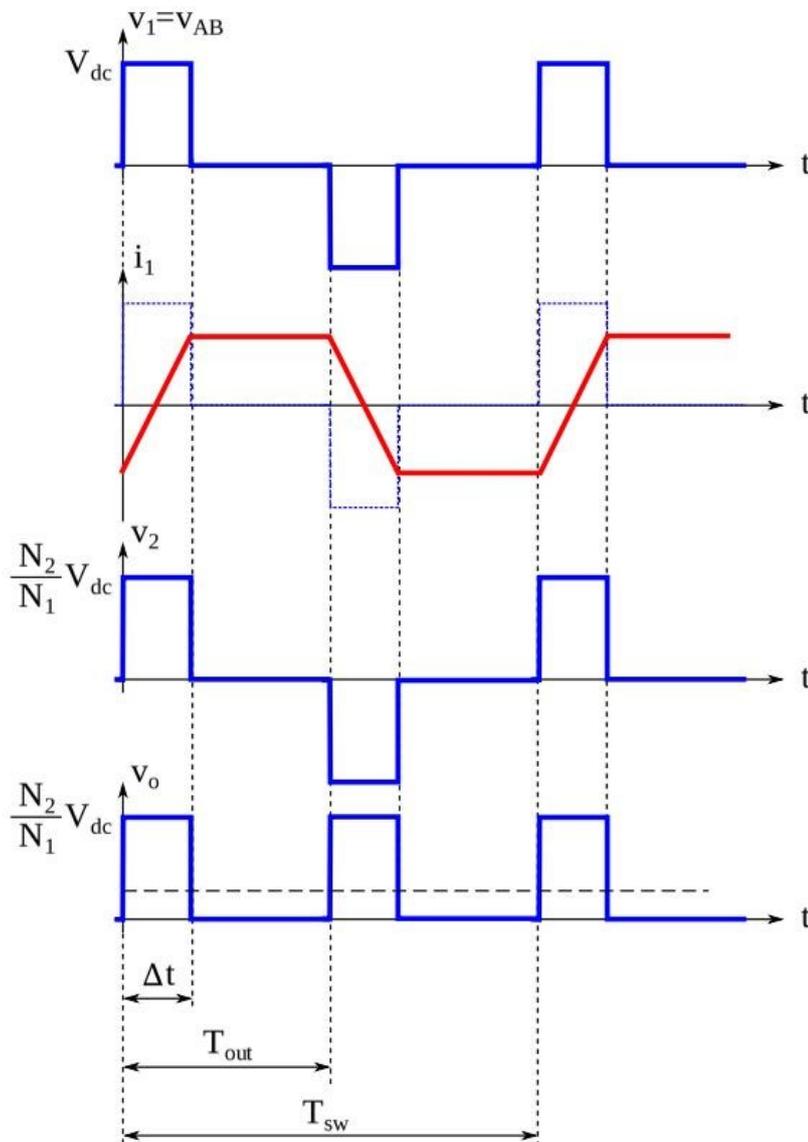


Figura 2.10 – Tensioni e correnti del trasformatore nel phase-shift control

La differenza che si può notare rispetto al controllo del duty cycle è che nel phase-shift control il periodo della tensione dopo il raddrizzatore è la metà rispetto al periodo di switching  $T_{sw} = T_{out} / 2$ .

Nel phase-shift control si definisce con il rapporto  $D$ :

$$D = \frac{\Delta t}{T_{out}} \quad (2.4)$$

Il valore medio della tensione applicata al carico è:

$$V_o = D \frac{N_2}{N_1} V_{dc} \quad (2.5)$$



## Capitolo 3

# Progettazione del trasformatore rotante

Al fine di progettare il trasformatore rotante, si riportano alcune nozioni di base sulla teoria dei trasformatori in modo da esplicitare alcuni aspetti cruciali ed equazioni matematiche fondamentali.

### 3.1 Teoria dei circuiti magneticamente accoppiati

Come menzionato nel capitolo 2, il funzionamento di un trasformatore rotante è basata su un campo magnetico che collega due circuiti accoppiati, un lato trasmittente e uno ricevente.

Il lato trasmittente del trasformatore rotante è più comunemente chiamato primario, mentre ci si riferisce al lato ricevente come secondario.

Il circuito in figura 3.1 rappresenta due bobine magneticamente accoppiate. Vi sono riportate la mutua induttanza  $M$  e le autoinduttanze  $L_1$  e  $L_2$ . La tensione indotta nel secondario può essere relazionata alla corrente che circola nel primario grazie alla mutua induttanza  $M$ .

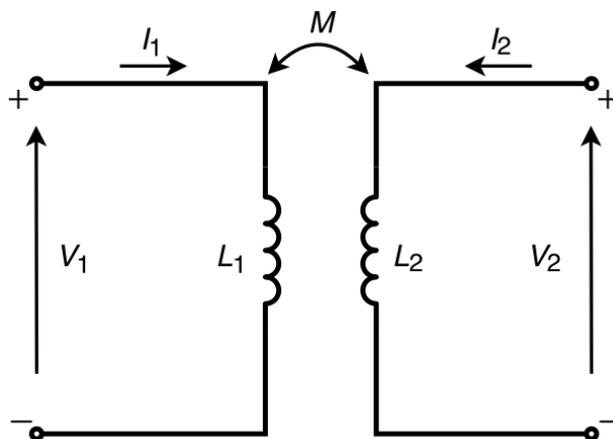


Figura 3.1 – Circuito elettrico di due bobine magneticamente accoppiate

Il coefficiente di accoppiamento magnetico è collegato alla mutua induttanza attraverso la seguente equazione:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (3.1)$$

Il coefficiente di accoppiamento  $k$  è un parametro adimensionale che descrive l'intensità del mutuo accoppiamento tra due bobine. Maggiore è la separazione tra le due bobine, minore sarà  $k$  e viceversa. In generale, i dislocamenti laterali e longitudinali e gli orientamenti delle due bobine influiscono sull'accoppiamento magnetico.

Si consideri lo schema elettrico del trasformatore rotante (Fig.3.2).

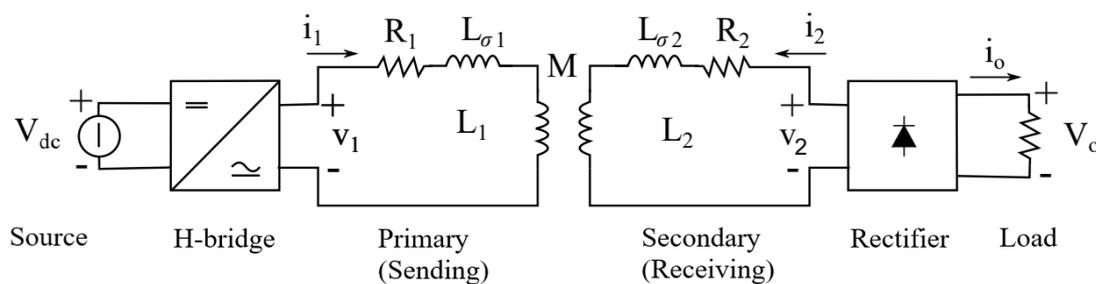


Figura 3.2 – Schema elettrico completo del trasformatore rotante

Il trasformatore rotante include un convertitore a ponte sul lato trasmittente e un ponte raddrizzatore al secondario, connesso direttamente al carico.

In base al tipo di operazione richiesta il convertitore può operare sia a frequenza fissa che variabile.

La tensione di uscita del ponte convertitore  $v_1$  energizza il primario del trasformatore e il ponte a diodi raddrizza la tensione di uscita AC del trasformatore  $v_2$ .

Le equazioni dei due circuiti mutuamente accoppiati sono:

$$v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (3.2)$$

$$v_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (3.3)$$

Il carico è l'avvolgimento di eccitazione di un motore sincrono e può essere caratterizzato da un resistore legato al valore di resistenza dell'avvolgimento e da un induttore caratterizzato dall'induttanza magnetizzante necessaria per il corretto funzionamento del motore sincrono. Considerando conclusi i transitori il carico può essere considerato solamente resistivo e la relazione tra la tensione e la corrente assorbita dal carico diventa:

$$v_2 = R_e i_2 \quad (3.4)$$

Rappresentando le tensioni e le correnti come fasori, in variabili complesse, si può ricavare un circuito equivalente in funzione dell'armonica.

Questo tipo di approccio permette di rappresentare correnti e tensioni sinusoidali come vettori complessi facilitando l'analisi in regime stazionario.

Con l'assunzione di carico resistivo costante (Fig.3.3) e utilizzando la legge di Kirchhoff delle tensioni, le equazioni di tensione di armonica fondamentale sono:

$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + j\omega L_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \quad (3.5)$$

$$\bar{V}_2 = R_2 \bar{I}_2 + j\omega L_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 + R_o \bar{I}_2 \quad (3.6)$$

Le equazioni delle correnti:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 (R_o + R_2 + j\omega L_2)}{(R_1 + j\omega L_1)(R_o + R_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} \quad (3.7)$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_1 (-j\omega M)}{(R_1 + j\omega L_1)(R_o + R_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} \quad (3.8)$$

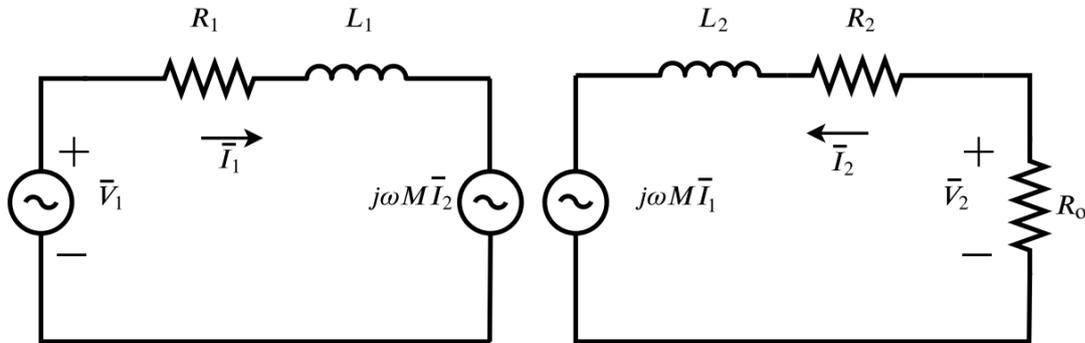


Figura 3.3 – Circuito equivalente con carico resistivo

Trascurando le cadute di tensione resistive, possono essere approssimate in:

$$\bar{I}_1 \approx \frac{\bar{V}_1(R_o + j\omega L_2)}{j\omega L_1(R_o + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} \quad (3.9)$$

$$\bar{I}_2 \approx \frac{\bar{V}_1(-j\omega M)}{j\omega L_1(R_o + j\omega L_2) + \omega^2 M^2} \quad (3.10)$$

La potenza attiva trasferita al carico è data da:

$$P_{out} = |\bar{I}_2|^2 R_o \quad (3.11)$$

## 3.2. Progettazione del nucleo magnetico

La progettazione del trasformatore rotante consiste nel corretto dimensionamento del nucleo magnetico e dell'avvolgimento con l'obiettivo di soddisfare i vincoli del committente. Le caratteristiche richieste al progettista riguardano i limiti geometrici sulle dimensioni del trasformatore e il valore di potenza nominale e in sovraccarico, nonché la velocità massima di rotazione sostenibile in esercizio continuativo.

In tabella 3.4 sono riassunti tutti i valori forniti dal committente, i valori ricavati dai datasheet dei materiali [2] [3] e alcuni valori assunti in fase di progetto che sono tipici per queste tipo di applicazioni.

Tabella 3.4 Parametri di progetto del trasformatore rotante

Simbolo	Quantità	Valore	Unità
$P_n$	Potenza nominale	5	<i>kW</i>
$P_{max}$	Potenza massima in sovraccarico	12	<i>kW</i>
$R_{sh}$	Raggio dell'albero	9	<i>mm</i>
$R_{max}$	Raggio massimo del trasformatore rotante	74	<i>mm</i>
$l_{a,max}$	Lunghezza massima assiale	17	<i>mm</i>
$g$	Spessore del traferro	1	<i>mm</i>
$V_{DC}$	Tensione del link DC	800	<i>V</i>
$D_{max}$	Duty cycle massimo	0.85	
$B_{max}$	Induzione massima del nucleo magnetico	0.3	<i>T</i>
$N_1$	Numero di spire del primario	20	
$N_2$	Numero di spire del secondario	22	
$d_{litz}$	Diametro di singolo trefolo	0.1	<i>mm</i>
$k$	Numero di trefoli del filo Litz	120	
$\hat{J}_{lim}$	Densità massima di corrente sostenibile dal filo Litz	20	<i>A/mm<sup>2</sup></i>
$k_{fill}$	Fattore di riempimento complessivo in cava	0.4	

Nella progettazione del nucleo magnetico si deve tenere conto che la tensione di alimentazione del trasformatore rotante non ha una forma sinusoidale come la tensione di rete [2]. Il convertitore elettronico genera una tensione in uscita caratterizzata da una forma d'onda ad impulsi (Fig.3.5).

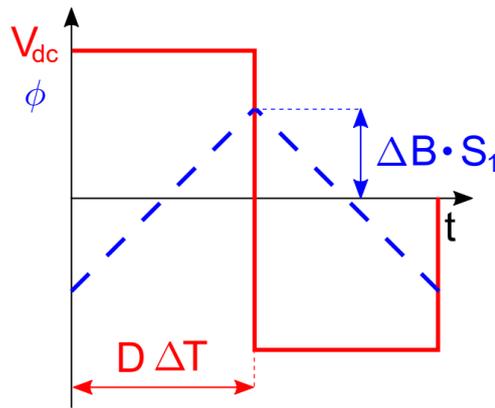


Figura 3.5 – Tensione al primario e flusso del trasformatore

La tensione al primario del trasformatore è legata al flusso concatenato attraverso la legge di Faraday-Lenz:

$$E_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (3.12)$$

La variazione di flusso concatenato  $\Delta\phi$  in un dato intervallo di tempo può essere calcolata integrando la tensione  $E_1$ :

$$\int_{dt} E_1 dt = N_1 \Delta\phi \quad (3.13)$$

Se la forma d'onda della tensione è un'onda quadra può essere riscritta come:

$$V_{DC} \frac{D T}{2} = N_1 \Delta\phi \quad (3.14)$$

La variazione di flusso concatenato alimentando il trasformatore rotante con un convertitore a ponte intero può essere calcolata come:

$$\Delta\phi = 2\Delta B \cdot S_1 = 2B_{max} \cdot S_1 \quad (3.15)$$

La superficie della ferrite  $S_1$  che compone il nucleo magnetico del trasformatore rotante può essere quindi calcolata come:

$$S_1 = \frac{V_{DC} D}{4 N_1 f B_{max}} \quad (3.16)$$

Dove  $f$  è la frequenza di commutazione,  $N_1$  il numero di spire del primario,  $B_{max}$  il valore massimo di induzione di magnetica al fine di evitare la saturazione del nucleo in ferrite e  $D$  il duty cycle della tensione di alimentazione.

La corrente al secondario prima del raddrizzatore  $i_2(t)$  è la corrente che il trasformatore deve fornire al carico resistivo  $i_0(t)$ . Nell'ipotesi di carico ohmico con un'elevata componente induttiva, la corrente  $i_0(t)$  può essere assunta costante e di ampiezza imposta dal carico pari a:  $i_0(t) = I_0$ .

La corrente  $i_2(t)$  deve invece avere una forma triangolare (Fig. 3.6). Questa forma d'onda è dovuta alla tensione ad onda quadra applicata dal secondario del trasformatore.

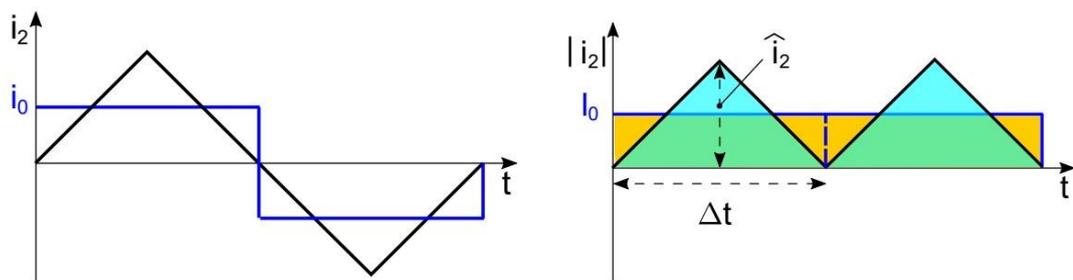


Figura 3.6 – Corrente al secondario e del carico

Sotto queste ipotesi il criterio delle aree può essere utilizzato per dimostrare che la corrente  $I_0$  ha ampiezza pari al valore medio della corrente  $i_2(t)$ . Questo implica che la due aree devono essere uguali:

$$\begin{aligned} Area_{\Delta} &= Area_{\square} \\ \frac{1}{2} \Delta t \cdot \hat{I}_2 &= \Delta t \cdot I_0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Si ottiene che  $\hat{I}_2 = 2I_0$ .

Nota la corrente richiesta per l'eccitazione  $I_0$  è possibile quindi calcolare il valore di picco della corrente al secondario del trasformatore rotante ed attraverso la seguente equazione determinare la sezione dell'avvolgimento secondario:

$$S_{slot2} = \frac{\hat{I}_2 N_2}{\hat{J}_{lim} k_{fill}} \quad (3.18)$$

Dove  $k_{fill}$  è il fattore di riempimento cava,  $\hat{J}_{lim}$  è il valore di picco della densità di corrente sostenibile dall'avvolgimento e  $N_2$  è il numero di spire al secondario.

$\hat{J}_{lim}$  e  $N_2$  sono valori che dipendono principalmente dalla sezione del conduttore che il progettista sceglie di utilizzare, dopo essere stati ricavati è possibile determinare il numero di spire al primario attraverso  $N_1 = n N_2$ .

Per la progettazione del trasformatore a flusso assiale è possibile partire dall'equazione (3.14). Si può ricavare la massima variazione del flusso concatenato riscrivendola come segue:

$$\Delta\phi = \frac{V_{DC} D}{2N_1 f} \quad (3.19)$$

Secondo la legge di Gauss, il flusso  $\phi$  che attraversa il nucleo magnetico è costante in ogni sua sezione, ne consegue che le superfici  $S_1, S_2, S_3$  devono essere uguali per progettare una geometria ideale per il nucleo del trasformatore rotante; infatti, in questo modo l'induzione  $B$  all'interno del nucleo è costante. Una volta determinata la sezione del nucleo. è possibile ricavare  $R_1, R_2$  e la larghezza  $w_{back}$ . Questi valori richiedono di conoscere il raggio esterno  $R_3$  e il raggio dell'albero  $R_{sh}$ .

La superficie del nucleo può essere calcolata:

$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{\Delta\phi}{B_{max}} \quad (3.20)$$

Il raggio  $R_1$  può essere calcolato come:

$$R_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi} + R_{sh}^2} \quad (3.21)$$

Ed  $R_2$  come:

$$R_2 = \sqrt{R_3^2 - \frac{S_3}{\pi}} \quad (3.22)$$

La larghezza  $w_{back}$  è data da:

$$w_{back} = \frac{S_2}{\pi(R_2 + R_1)} \quad (3.23)$$

Una volta note queste grandezze, è possibile determinare tutte le altre dimensioni che sono di interesse, l'altezza delle cave  $h_p$  e  $h_s$  e le lunghezze  $l_p$  e  $l_s$ .

L'altezza dello slot secondario  $h_s$  è data da:

$$h_s = \frac{S_{slot2}}{(R_2 - R_1)} \quad (3.24)$$

Il primario e il secondario sono simmetrici e quindi hanno le stesse misure del nucleo magnetico:

$$h_p = h_s \quad (3.25)$$

Dalla geometria in figura 2.2 si possono ricavare:

$$\begin{aligned} l_p &= h_p + w_{back} \\ l_s &= h_s + w_{back} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Sono stati quindi determinati tutti i parametri geometrici del trasformatore ricordando che la progettazione deve soddisfare le richieste di  $V_0$ ,  $I_0$  e i parametri  $f$ ,  $N_1$ ,  $\hat{J}_{lim}$ ,  $k_{fill}$  e  $g$ .

I vincoli geometrici del sistema sono rappresentati da una massima lunghezza assiale  $l_{a,max}$  e raggio  $R_{3,max}$ .

$$\begin{aligned} l_p + l_s + g &\leq l_{a,max} \\ R_3 &\leq R_{max} \end{aligned} \quad (3.27)$$

La relazione (3.2) rimane valida anche per la progettazione del trasformatore a flusso radiale:

$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{\Delta\phi}{B_{max}}$$

Anche in questo caso il raggio  $R_1$  sarà dato da:

$$R_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi} + R_{sh}^2} \quad (3.28)$$

Nella configurazione radiale le grandezze  $R_2$ ,  $h_s$  e  $w_{fe1}$  possono essere ricavate risolvendo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} S_{slot1} = h_s(R_2 - R_1) \\ S_1 = 2\pi R_2 w_{fe1} \\ l_{a,max} = w_{fe1} + h_s + w_{fe2} \end{cases} \quad (3.29)$$

Assumendo uno spessore della ferrite costante ovvero  $w_{fe1} = w_{fe2}$ , il sistema può essere risolto e poi si possono ricavare gli altri parametri attraverso le seguenti equazioni:

$$h_p = h_s \quad (3.30)$$

$$R_3 = g + R_2 \quad (3.31)$$

$$R_4 = R_3 + (R_2 - R_1) \quad (3.32)$$

$$R_5 = R_4 + (R_1 - R_{sh}) \quad (3.33)$$

Dove i parametri  $l_{a,max}$  e  $R_{sh}$  sono imposti. Si ricorda che anche in questa configurazione la progettazione deve soddisfare le richieste di  $V_0$ ,  $I_0$  e i parametri  $f$ ,  $N_1$ ,  $\hat{J}_{lim}$ ,  $k_{fill}$  e  $g$ , nonché rispettare il vincolo geometrico:

$$R_5 \leq R_{max} \quad (3.34)$$

Il seguente diagramma di flusso rappresentato in figura 3.7 descrive la procedura di progettazione del trasformatore rotante sia per la configurazione a flusso assiale che radiale:

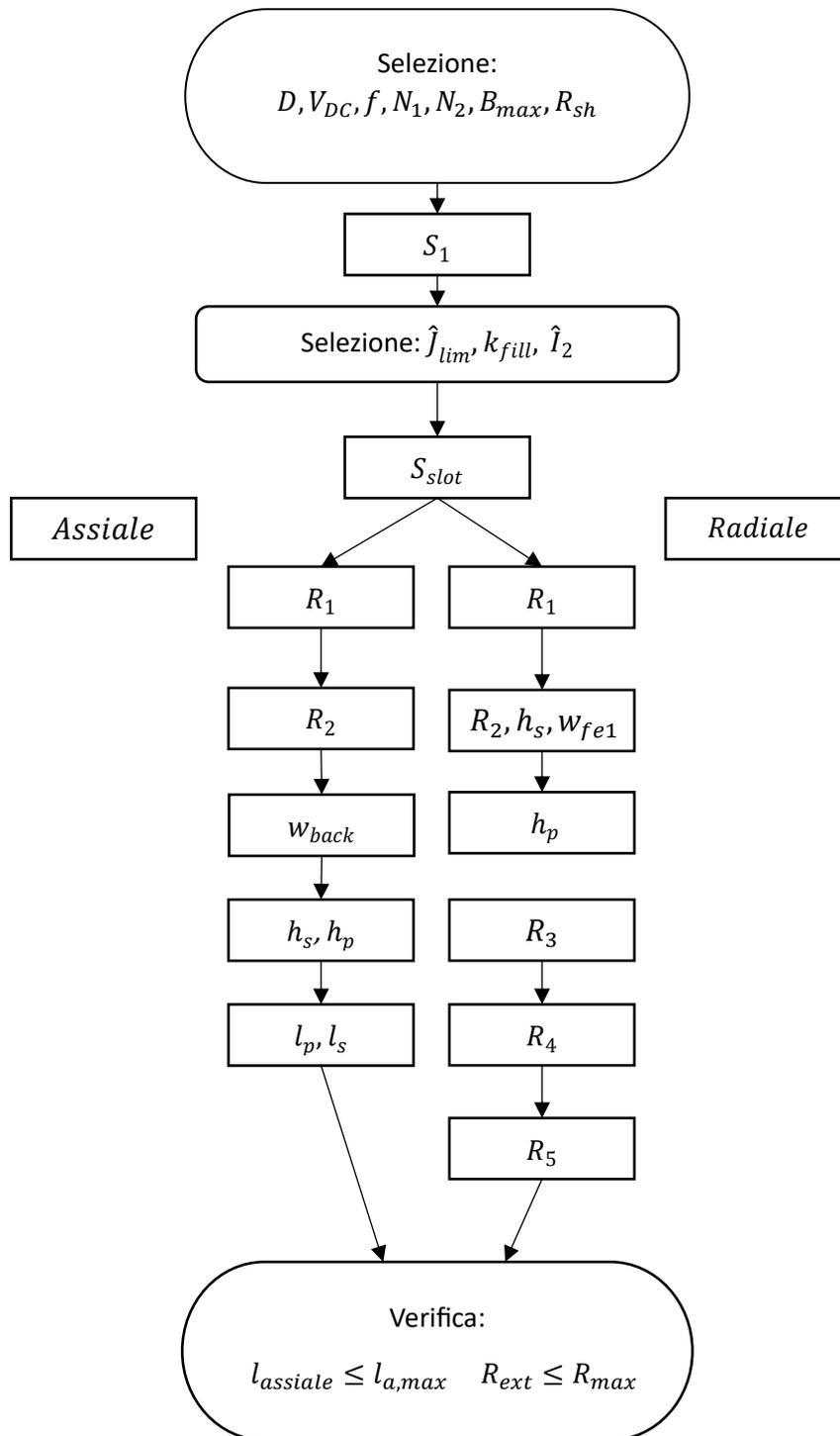


Figura 3.7 - Diagramma di flusso della progettazione del trasformatore rotante



## Capitolo 4

### Analisi circuitale

L'analisi circuitale è fondamentale dopo aver effettuato la progettazione del trasformatore rotante perché permette di determinare i valori delle resistenze dell'avvolgimento primario e secondario e i valori di induttanza magnetizzante e di dispersione. Calcolando questi parametri si può ottenere una buona stima delle perdite e dell'efficienza del trasformatore e raggiungere così un design ottimale.

#### 4.1. Circuito equivalente

Essenzialmente il trasformatore rotante può essere assimilato come un componente induttivo a due porte, specificatamente come un trasformatore monofase in cui è presente un traferro e può essere rappresentato tramite un circuito elettrico equivalente (Fig.4.1).

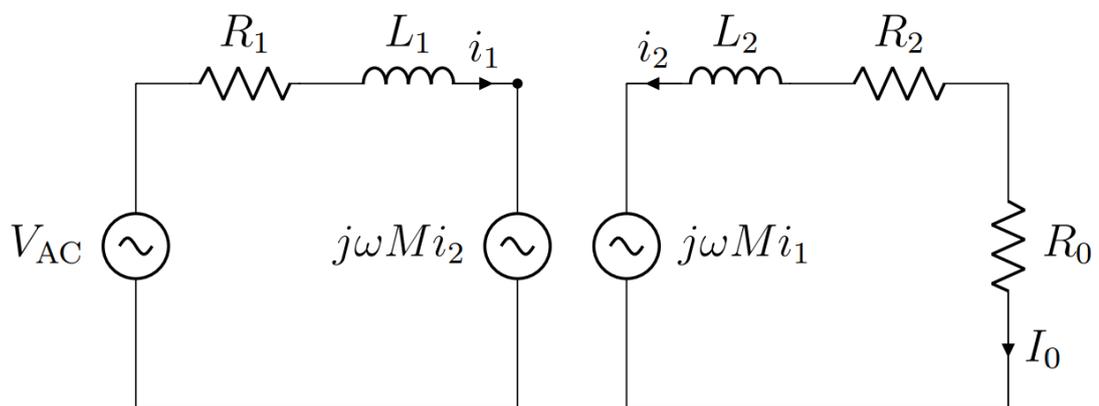


Figura 4.1 – Circuito elettrico equivalente del trasformatore monofase

Nell'ipotesi di trascurare le perdite del ferro e gli effetti della saturazione magnetica, le equazioni delle tensioni ai terminali delle due porte sono:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad (4.1)$$

Dove  $L_1$  e  $L_2$  sono rispettivamente le autoinduttanze dell'avvolgimento primario e secondario e  $M$  la mutua induttanza tra i due avvolgimenti.

$\lambda_1$  e  $\lambda_2$  sono i flussi concatenati e possono essere espressi come:

$$\begin{cases} \lambda_1 = L_1 i_1 + M i_2 \\ \lambda_2 = M i_1 + L_2 i_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

Le due autoinduttanze possono essere suddivise in due componenti. Un componente, denominato come  $L_\sigma$ , caratterizza l'induttanza di dispersione dovuta al flusso disperso che non si concatena con l'altro avvolgimento. L'altro componente è l'induttanza magnetizzante (o principale)  $L_m$  legata alla quantità di energia magnetica richiesta per magnetizzare il nucleo del trasformatore. La suddivisione è quindi la seguente:

$$\begin{cases} L_1 = L_{\sigma 1} + L_{m1} \\ L_2 = L_{\sigma 2} + L_{m2} \end{cases} \quad (4.3)$$

In particolare,  $L_{m1}$  e  $L_{m2}$  soddisfano la seguente relazione:

$$L_{m1} \cdot L_{m2} = M^2 \quad (4.4)$$

Si assume che  $L_{\sigma 1}$  e  $L_{m1}$  siano rispettivamente l'induttanza di dispersione e magnetizzante al primario; invece,  $L_{\sigma 2}$  e  $L_{m2}$  sono l'induttanza di dispersione e magnetizzante al secondario. Sotto queste ipotesi il trasformatore può essere rappresentato come in figura 4.2.

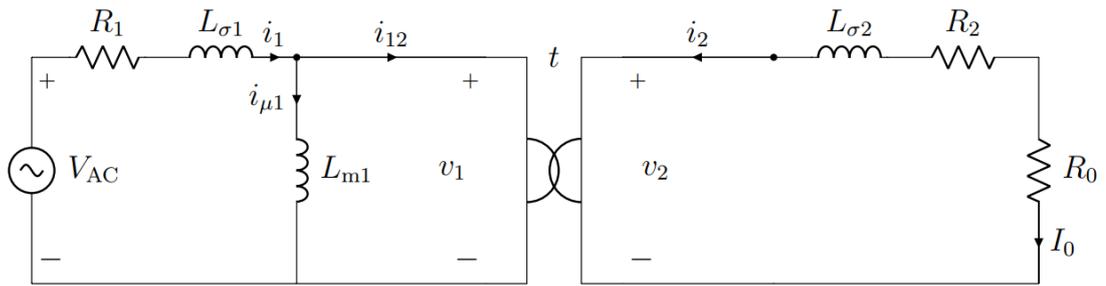


Figura 4.2 – Modello completo del trasformatore

Dove con  $t$  si rappresenta il rapporto di trasformazione ideale:

$$t = \frac{L_{m1}}{M} = \frac{M}{L_{m2}} \quad (4.5)$$

Si noti che la relazione  $L_{m1} \cdot L_{m2} = M^2$  è ancora valida anche in questa rappresentazione del trasformatore.

## 4.2 Induttanze

Si riportano i procedimenti per il calcolo analitico delle induttanze.

### 4.2.1. Induttanza magnetizzante

In un trasformatore rotante l'induttanza magnetizzante può essere calcolata facendo riferimento al circuito magnetico equivalente del trasformatore rotante [3] (Fig. 4.3).

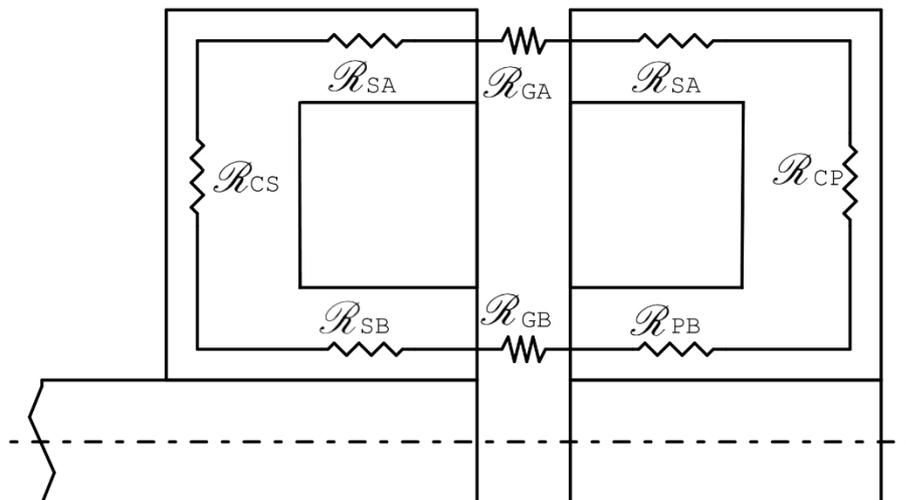


Figura 4.3 – Circuito magnetico equivalente del trasformatore a flusso assiale

I valori di riluttanza magnetica di ogni sezione del nucleo magnetico sono stati calcolati attraverso la nota formula  $\mathfrak{R} = \int_{\partial S} \frac{dl}{\mu S} = \frac{l}{\mu S}$ , dove  $S$  è la sezione attraversata dal flusso magnetico,  $l$  la lunghezza del materiale e  $\mu$  il valore della sua permeabilità magnetica.

Si riportano le formule delle riluttanze magnetiche del circuito:

$$\mathfrak{R}_{CS} = \frac{1}{2\pi\mu(l_s - h_s)} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (4.6)$$

$$\mathfrak{R}_{CP} = \frac{1}{2\pi\mu(l_p - h_p)} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (4.7)$$

$$\mathfrak{R}_{SB} = \frac{l_s}{\pi\mu(R_1^2 - r_s^2)} \quad (4.8)$$

$$\mathfrak{R}_{PB} = \frac{l_p}{\pi\mu(R_1^2 - R_{sh}^2)} \quad (4.9)$$

$$\mathfrak{R}_{SA} = \frac{l_s}{\pi\mu(R_3^2 - R_2^2)} \quad (4.10)$$

$$\mathfrak{R}_{PA} = \frac{l_p}{\pi\mu(R_3^2 - R_2^2)} \quad (4.11)$$

$$\mathfrak{R}_{GA} = \frac{g}{\pi\mu_0(R_3^2 - R_2^2)} \quad (4.12)$$

$$\mathfrak{R}_{GB} = \frac{g}{\pi\mu_0(R_1^2 - R_{sh}^2)} \quad (4.13)$$

L'induttanza magnetizzante può essere calcolata attraverso la seguente formula:

$$L_m = \frac{N_1^2}{\sum \mathfrak{R}} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_{CS} + \mathfrak{R}_{CP} + \mathfrak{R}_{SB} + \mathfrak{R}_{PB} + \mathfrak{R}_{SA} + \mathfrak{R}_{PA} + \mathfrak{R}_{GA} + \mathfrak{R}_{GB}} \quad (4.14)$$

### 4.2.2. Induttanza di dispersione

Le induttanze magnetiche possono essere calcolate attraverso l'energia magnetica accumulata nel volume dei conduttori e del traferro, che è la stessa energia accumulata all'interno delle induttanze di dispersione. Per la loro determinazione si trascurino le linee di flusso che escono dal volume del trasformatore e si faccia riferimento al trasformatore a flusso assiale in figura 4.4.

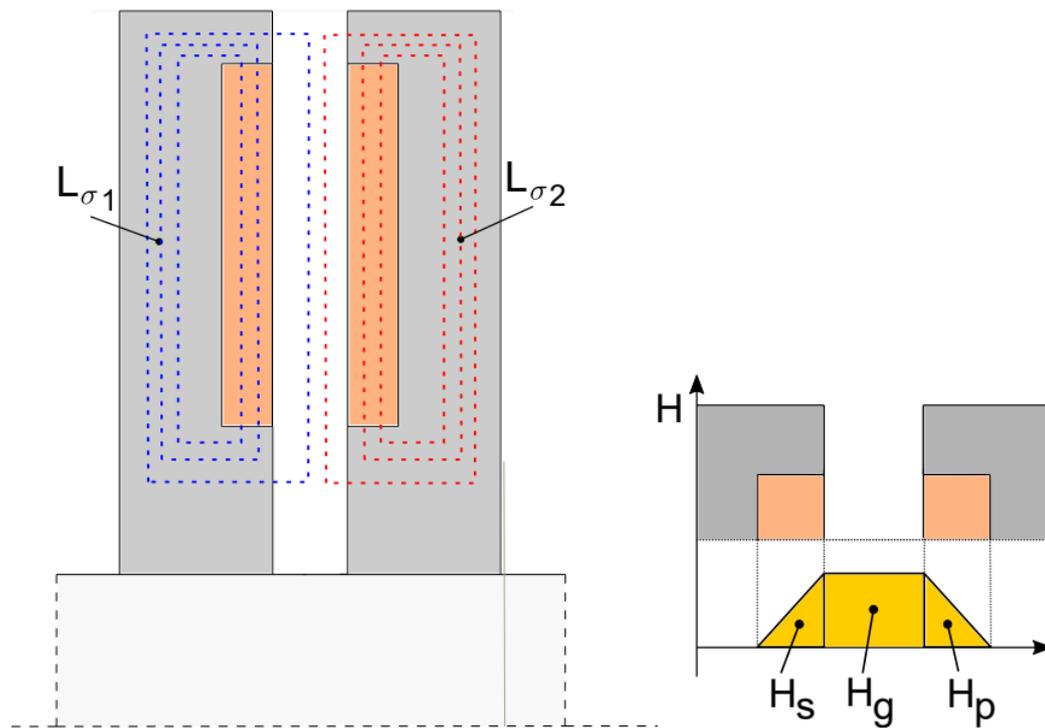


Figura 4.4 - Linee di flusso nel trasformatore assiale (sinistra) e variazione del campo magnetico lungo la direzione assiale (destra)

L'energia magnetica può essere calcolata attraverso la seguente:

$$W_m = \int_V \frac{1}{2} H \cdot B \, dv = \frac{1}{2} L_{lk} I^2 \quad (4.15)$$

Negli avvolgimenti il campo magnetico varia linearmente lungo la direzione assiale degli avvolgimenti, nel primario vale:

$$H_p = \frac{N_1 \cdot I_1}{R_2 - R_1} \cdot \frac{z}{h_p} \quad (4.16)$$

Nel traferro:

$$H_g = \frac{N_1 \cdot I_1}{g} \quad (4.17)$$

Analogamente al primario, per il secondario:

$$H_s = \frac{N_1 \cdot I_1}{R_2 - R_1} \cdot \frac{z}{h_s} \quad (4.18)$$

Sapendo che:

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 Vol = \frac{1}{2} L_{lk} I^2 \quad (4.19)$$

Il valore medio del flusso nell'avvolgimento primario può essere calcolato attraverso:

$$\langle H_p^2 \rangle = \frac{N_1^2 \cdot I_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \cdot \frac{1}{h_p} \int_0^{h_p} \frac{z^2}{h_p^2} dz = \frac{N_1^2 \cdot I_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \cdot \frac{1}{3} \quad (4.20)$$

La stessa espressione, con gli opportuni accorgimenti, può essere usata per calcolare il flusso medio nell'avvolgimento secondario:

$$\langle H_s^2 \rangle = \frac{N_1^2 \cdot I_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \cdot \frac{1}{h_s} \int_0^{h_s} \frac{z^2}{h_p^2} dz = \frac{N_1^2 \cdot I_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \cdot \frac{1}{3} \quad (4.21)$$

Sostituendo i tre valori di  $H^2$  in (4.15) si ottiene:

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N_1^2 \cdot I_1^2}{(R_2 - R_1)^2} \left( \frac{h_p}{3} L_{mean} + \frac{h_s}{3} L_{mean} + g L_{mean} \right) \quad (4.22)$$

Dove  $L_{mean}$  è la lunghezza media di una spira.

L'equazione dell'induttanza di dispersione è quindi la seguente:

$$L_{lk} = \mu_0 N_1^2 \frac{L_{mean}}{R_2 - R_1} \left( g + \frac{h_p + h_s}{3} \right) \quad (4.23)$$

### 4.3. Resistenza degli avvolgimenti

Gli avvolgimenti del trasformatore rotante sono sede di perdite per effetto Joule dovute alla conduzione di corrente. Le perdite all'interno dell'avvolgimento possono essere suddivise in perdite in corrente continua e perdite in corrente alternata. Le perdite in corrente continua sono solamente legate al valore di resistenza in corrente continua dell'avvolgimento, mentre le perdite in corrente alternata si dividono a loro volta in perdite per effetto pelle e di prossimità. I due fenomeni dipendono dalla frequenza e alterano la densità di corrente all'interno della sezione del conduttore.

Per ridurre le perdite in corrente alternata si è scelto di realizzare l'avvolgimento del trasformatore utilizzando fili litz. Questi cavi sono composti da trefoli di fili sottili, isolati singolarmente e attorcigliati o intrecciati insieme.

#### 4.3.1. Resistenza in corrente continua

La resistenza in corrente continua di un avvolgimento costituito da cavi di sezione circolare è data dalla seguente:

$$R_{O,DC} = \frac{4\rho_w l_w}{\pi d^2} = \frac{4\rho_w l_{mean} N}{\pi d^2} \quad (4.24)$$

Dove  $\rho_w = 1/\sigma_w$  è la resistività del conduttore,  $d$  il diametro del filo,  $l_w$  la lunghezza totale dell'avvolgimento,  $N$  il numero di spire e  $l_{mean} = \pi(R_2 + R_1)$  la lunghezza media di una spira.

L'avvolgimento del trasformatore rotante è realizzato in filo litz, il quale è composto da trefoli attorcigliati tra loro, ne consegue che la lunghezza dei singoli trefoli è maggiore della lunghezza dell'avvolgimento stesso (Fig.4.5).

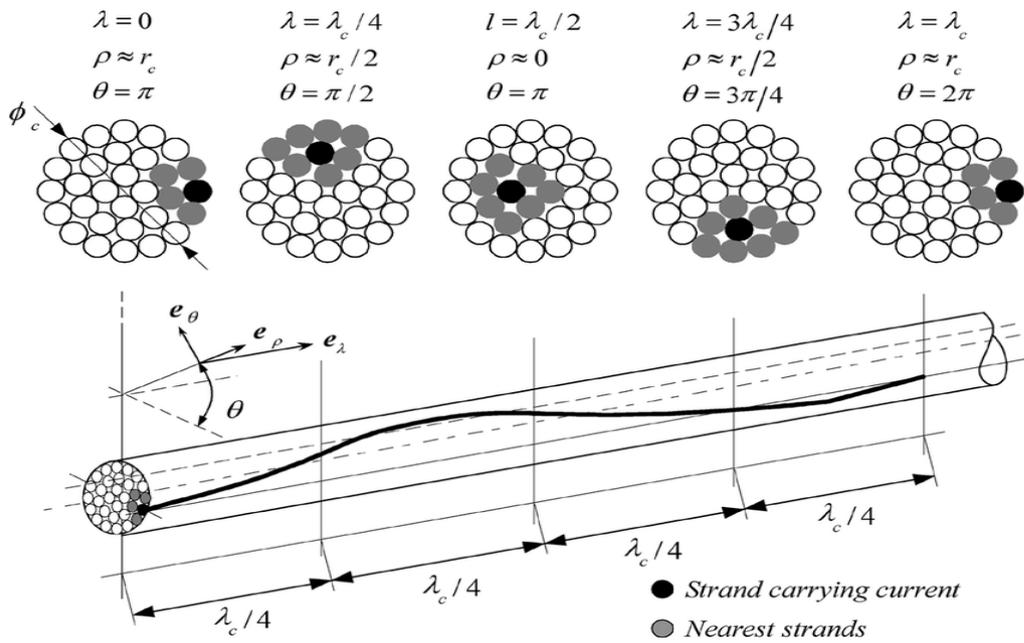


Figura 4.5 – Distribuzione del trefolo lungo il filo litz

Si definisce con il parametro  $M_t$  il numero di giri che i trefoli compiono lungo la circonferenza del filo litz per ogni metro lineare di avvolgimento, valori tipici per questo tipo di applicazioni sono 50 – 100 giri ogni metro [4].

La lunghezza reale di una spira può essere ottenuta attraverso il teorema di Pitagora (Fig. 4.6):

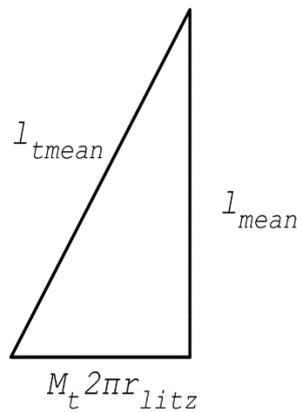


Figura 4.6 – Lunghezza reale di una spira

$$l_{tmean} = l_{mean} \sqrt{1 + (2\pi r_{litz} M_t)^2} \quad (4.25)$$

La resistenza in corrente continua di un avvolgimento in filo litz sarà quindi data da:

$$R_{litz,DC} = \frac{4\rho_w l_w}{k\pi d_{str}^2} = \frac{4\rho_w l_{tmean} N}{k\pi d_{str}^2} \quad (4.26)$$

Dove  $k$  è il numero fili sottili che costituiscono il cavo e  $d_{str}$  il loro diametro.

### 4.3.2. Resistenza in corrente alternata

Per ricavare l'equazione del fattore di resistenza in corrente alternata e ottenere le perdite per effetto Joule di un avvolgimento in filo litz è necessario prima di tutto effettuare alcune considerazioni partendo da una situazione più semplice.

Si consideri un conduttore di sezione rettangolare inserito all'interno di un materiale ferromagnetico (Fig. 4.7).

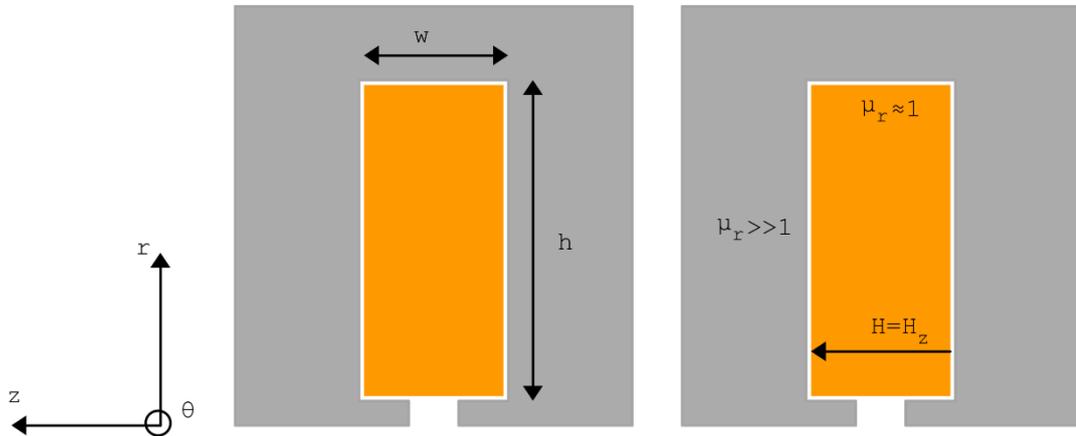


Figura 4.7 – Conduttore massiccio dentro una cava

Il problema è definito dalle equazioni di Ampère e di Faraday-Lenz:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \end{cases} \quad (4.27)$$

Dove:

$$\begin{cases} \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \end{cases} \quad (4.28)$$

Si assume che  $\mathbf{J}$  abbia solo componente lungo l'asse  $\theta$ , quindi per l'equazione (4.27) anche il campo elettrico  $\mathbf{E}$  ha solo componente lungo l'asse  $\theta$  e per l'equazione (4.28) è ortogonale rispetto l'induzione magnetica  $\mathbf{B}$ . Il campo magnetico  $\mathbf{H}$  è ortogonale rispetto alla densità di corrente  $\mathbf{J}$ . Quindi:

$$\begin{cases} \mathbf{J} = (0, 0, J_\theta \mathbf{u}_\theta) \\ \mathbf{E} = (0, 0, E_\theta \mathbf{u}_\theta) \\ \mathbf{H} = (H_r \mathbf{u}_r, H_z \mathbf{u}_z, 0) \\ \mathbf{B} = (B_r \mathbf{u}_r, B_z \mathbf{u}_z, 0) \end{cases} \quad (4.29)$$

Basandosi sulle precedenti considerazioni, le equazioni possono essere riscritte come segue:

$$\begin{cases} J_\theta = -\frac{\partial H_r}{\partial z} + \frac{\partial H_z}{\partial r} \\ \frac{\partial J_\theta}{\partial r} = \frac{\partial B_z}{\partial t} \\ \frac{\partial J_\theta}{\partial z} = -\frac{\partial B_r}{\partial t} \end{cases} \quad (4.30)$$

Ipotizzando che le quantità abbiano un andamento sinusoidale nel tempo, la derivata parziale dell'induzione magnetica risulta:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = j\omega (B_r \mathbf{u}_r + B_z \mathbf{u}_z) \quad (4.31)$$

Dove  $\omega = 2\pi f$ . Si ottiene così:

$$\begin{cases} J_\theta = -\frac{\partial H_r}{\partial z} + \frac{\partial H_z}{\partial r} \\ \frac{\partial J_\theta}{\partial r} = j\omega \sigma \mu H_z \\ \frac{\partial J_\theta}{\partial z} = -j\omega \sigma \mu H_r \end{cases} \quad (4.32)$$

Per risolvere il sistema di equazioni si è assunto che il campo magnetico sia nullo lungo la direzione  $r$ . L'assunzione è valida poiché la permeabilità magnetica del nucleo in ferrite è molto maggiore di quella del conduttore. Quindi, le equazioni del sistema (4.32) portano a:

$$\frac{\partial^2 J_\theta}{\partial r^2} - j\omega\sigma\mu J_\theta = 0 \quad (4.33)$$

Ponendo  $j\omega\sigma\mu = a^2$ , la soluzione dell'equazione differenziale è:

$$J_\theta = c_1 e^{ar} + c_2 e^{-ar} \quad (4.34)$$

Le seguenti condizioni al contorno sono imposte per determinare le costanti  $c_1$  e  $c_2$ :

- In fondo cava ( $r=0$ ) il campo magnetico è nullo.
- La corrente di cava  $I_{slot}$  è pari all'integrale della densità di corrente  $J_\theta$ :

$$I_{slot} = w \int_0^h J_r dr$$

La prima condizione al contorno implica che  $c_1 = c_2$ , mentre risolvendo la seconda si ottiene:

$$c_1 = \frac{a I_{slot}}{w} \frac{1}{e^{ah} - e^{-ah}} = \frac{a I_{slot}}{2w} \frac{1}{\sinh(ah)} \quad (4.35)$$

Sostituendo le costanti in (4.34), l'espressione della densità di corrente è la seguente:

$$J_\theta = \frac{a I_{slot}}{w} \frac{\cosh(ah)}{\sinh(ah)} = J_{\theta h} \frac{\cosh(ah)}{\sinh(ah)} \quad (4.36)$$

Dove  $J_{\theta h}$  è la densità di corrente nella cima della cava ( $r=h$ ).

Il parametro  $a^2 = j\omega\sigma\mu$  può essere riscritto in funzione dello spessore di penetrazione  $\delta$ :

$$a = \sqrt{j\omega\sigma\mu} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}} = \frac{(1+j)}{\delta} \quad (4.37)$$

La densità di corrente  $J_\theta$  può essere riscritta dall'equazione (4.36) in funzione del parametro altezza ridotta  $\xi$ , che è definito dal rapporto:

$$\xi = \frac{h}{\delta} \quad (4.38)$$

$$J_\theta = \frac{\cos\left(\xi \frac{r}{h}\right) \cosh\left(\xi \frac{r}{h}\right) + j \sin\left(\xi \frac{r}{h}\right) \sinh\left(\xi \frac{r}{h}\right)}{\cos(\xi) \cosh(\xi) + j \sin(\xi) \sinh(\xi)} \quad (4.39)$$

Il rapporto tra la resistenza in corrente alternata e corrente continua  $F_R$  può essere calcolato partendo dalle seguenti considerazioni sulle perdite per effetto Joule:

$$P_{ac} = R_{ac} |I_{slot}|^2 = \frac{1}{\sigma} \int_0^h |J_\theta|^2 dr \quad (4.40)$$

La resistenza in corrente alternata è data da:

$$\begin{aligned} R_{ac} &= \frac{2}{\sigma \omega \delta^2} \int_0^h \frac{\cos^2\left(\xi \frac{r}{h}\right) \cosh^2\left(\xi \frac{r}{h}\right) + j \sin^2\left(\xi \frac{r}{h}\right) \sinh^2\left(\xi \frac{r}{h}\right)}{\cos^2(\xi) \cosh^2(\xi) + j \sin^2(\xi) \sinh^2(\xi)} dr \\ &= \frac{1}{\sigma h \omega} \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Ricordando che la resistenza in corrente continua è pari a:

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma h \omega} \quad (4.42)$$

Il rapporto  $F_R$  è dato quindi dalla seguente espressione:

$$F_R = \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.43)$$

Le considerazioni trattate sono relative ad un singolo conduttore massiccio inserito all'interno di una cava, se invece all'interno della cava sono presenti più conduttori in serie, ciascuno di sezione  $S_{wire}$ , l'addensamento della densità di corrente in un conduttore non dipende esclusivamente dalle sue dimensioni, ma è anche influenzato dalla corrente che attraversa gli altri conduttori. Questa situazione è mostrata in figura 4.8 dove  $N_l$  è il numero di strati e  $N_{wl}$  è il numero di spire per strato.

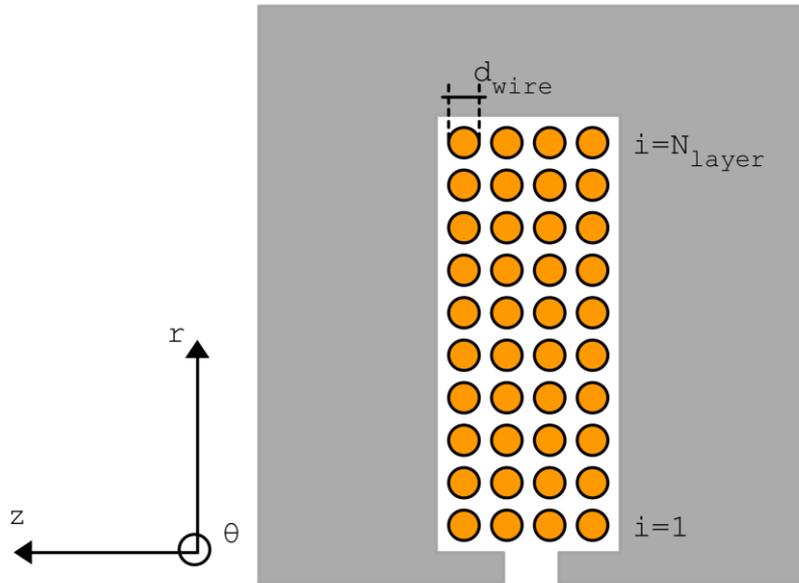


Figura 4.8 - Avvolgimento costituito da fili inseriti in cava

Nell'esempio in figura l'altezza ridotta  $\xi$  può essere calcolata attraverso la seguente equazione:

$$\xi = \frac{d_{wire}}{\delta} \sqrt{\frac{N_{wl} d_{wire}}{w}} \quad (4.44)$$

L'effetto dei conduttori vicini è espresso attraverso il fattore:

$$\psi = 2\xi \frac{\sinh(\xi) - \sin(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)} \quad (4.45)$$

Il fattore di resistenza in corrente alternata  $F'_R$ , valore ottenuto calcolando la media di quello per ogni singolo strato, è determinato attraverso la seguente espressione:

$$F'_R = \sum_{i=1}^{N_l} \frac{F_R + \psi(i^2 - i)}{N_l} \quad (4.46)$$

Si richiamano le seguenti proprietà notevoli sulle sommatorie:

$$\sum_{z=1}^n z^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \sum_{z=1}^n z = \frac{n(n+1)}{2} \quad (4.47)$$

Applicando le proprietà in (4.47) si ottiene:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_l} (i^2 - i) &= \frac{N_l(N_l+1)(2N_l+1)}{6} - \frac{N_l(N_l+1)}{2} \\ &= \frac{N_l(N_l+1)}{2} \left( \frac{2N_l+1}{3} - 1 \right) = \frac{N_l(N_l^2-1)}{3} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Sostituendo si ottiene l'espressione del fattore di resistenza in corrente alternata:

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{R_{AC}}{R_{DC}} = \xi F_s + \xi \frac{2(N_l^2-1)}{3} F_p \\ &= \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} + \xi \frac{2(N_l^2-1)}{3} \frac{\sinh(\xi) - \sin(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)} \end{aligned} \quad (4.49)$$

L'equazione è relativa ad un avvolgimento realizzato con conduttori di sezione circolare, per ricavare l'espressione per fili litz si può ricavare il diametro equivalente del conduttore che ha la stessa superficie di rame [5]:

$$\begin{aligned} A_o &= A_{o,Litz} \\ \frac{\pi d_{wire}^2}{4} &= \frac{k\pi d_{str}^2}{4} \\ d &= \sqrt{k} d_{str} \end{aligned} \quad (4.50)$$

L'espressione dell'altezza ridotta di un filo litz è data quindi sostituendo il diametro equivalente:

$$\xi_o = \frac{d_{wire}}{\delta} \sqrt{\frac{N_{wl} d_{wire}}{w}} \Rightarrow \xi_{litz} = \frac{\sqrt{k} d_{str}}{\delta} \sqrt{\frac{N_{wl} \sqrt{k} d_{str}}{w}} \quad (4.51)$$

L'espressione del fattore di resistenza in corrente alternata (4.49) è un'equazione che consiste in funzioni iperboliche e trigonometriche. A causa della sua complessità si può adottare un'approssimazione numerica per ricavare un'espressione analitica. Espandendo nello sviluppo in serie di Maclaurin e considerando solo i primi termini è possibile ottenere un'approssimazione polinomiale.

L'effetto pelle può essere così approssimato:

$$F_s = \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \approx \frac{1}{\xi} + \frac{4}{45}\xi^3 \quad (4.52)$$

L'effetto di prossimità:

$$F_{P=} = \frac{\sinh(\xi) - \sin(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)} \approx \frac{1}{3}\xi^3 \quad (4.53)$$

L'approssimazione del rapporto tra resistenza in corrente alternata e corrente continua risulta:

$$F_R \approx \xi \left( \frac{1}{\xi} + \frac{4}{45}\xi^3 + \frac{N_l^2 - 1}{3} \frac{\xi^3}{3} \right) = 1 + \frac{5N_l^2 - 1}{45}\xi^4 \quad (4.54)$$

Confrontando i due modelli in figura 4.9 è possibile notare che per un avvolgimento in filo litz il numero di strati è influenzato dal numero di trefoli che lo compongono.

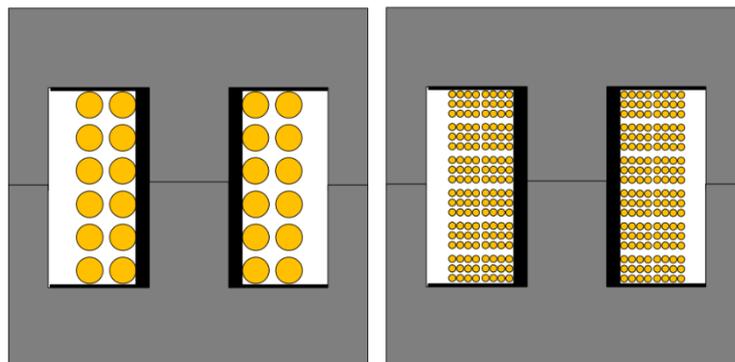


Figura 4.9 – Avvolgimento costituito da fili (sinistra) e avvolgimento costituito da fili litz (destra)

Il numero effettivo di strati è dato da:

$$N_{ll} = N_l \sqrt{k} \quad (4.55)$$

L'equazione per calcolare il rapporto tra resistenza in corrente alternata e resistenza in corrente continua di un filo litz è quindi la seguente:

$$F_{R,litz} = 1 + \frac{5N_{ll}^2 - 1}{45} \xi_{litz}^4 \quad (4.56)$$

## 4.4. Perdite

Una volta dimensionati il nucleo magnetico e gli avvolgimenti del trasformatore rotante e calcolati i parametri elettrici è possibile stimare le perdite.

### 4.4.1 Perdite per effetto Joule

Una volta ricavata l'equazione del rapporto di resistenza in corrente alternata è possibile determinare le perdite per effetto Joule negli avvolgimenti del trasformatore rotante. Le espressioni di tali perdite sono:

$$P_{j1} = F_{R,litz1} R_{1litz,DC} I_1^2 = \left( 1 + \frac{5N_{ll1}^2 - 1}{45} \xi_{litz}^4 \right) \frac{4\rho_w l_{tmean1} N_1}{k\pi d_{str}^2} I_1^2 \quad (4.57)$$

$$P_{j2} = F_{R,litz2} R_{2litz,DC} I_2^2 = \left( 1 + \frac{5N_{ll2}^2 - 1}{45} \xi_{litz}^4 \right) \frac{4\rho_w l_{tmean2} N_2}{k\pi d_{str}^2} I_2^2 \quad (4.58)$$

### 4.4.2 Perdite nel ferro

Le perdite all'interno del nucleo magnetico si dividono in perdite per isteresi e perdite per correnti parassite.

Per forme d'onda sinusoidali le perdite per isteresi possono essere calcolate attraverso l'espressione:

$$p_{hy} = \frac{P_{hy}}{Vol} = k_{hy} f B_m^\varepsilon \quad (4.59)$$

Dove  $k_{hy}$  e  $\varepsilon$  sono costanti determinate empiricamente, mentre  $B_m$  è il valore massimo dell'induzione magnetica.

Le perdite per correnti parassite sono invece date da:

$$p_{ec} = \frac{P_{ec}}{Vol} = k_{ec} \frac{1}{\rho(f)} f^2 B_m^2 \quad (4.60)$$

Dove  $\rho$  è la resistività elettrica del materiale di cui è composto il nucleo magnetico e si considera dipendente dalla frequenza.

La formula approssimata delle perdite nel nucleo è quindi:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = k_{hy} f B_m^\varepsilon + k_{ec} \frac{1}{\rho(f)} f^2 B_m^2 \quad (4.61)$$

L'equazione di Steinmetz semplifica l'espressione delle perdite riducendo il numero di parametri da estrarre sperimentalmente:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = k_{fe} f^\alpha B_m^\beta \quad (4.62)$$

Dove i parametri  $k_{fe}$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  sono generalmente forniti nel catalogo del costruttore.

Nel capitolo 3.2 si è trattato che la sorgente di alimentazione del trasformatore rotante non è sinusoidale; infatti, la forma d'onda della tensione in ingresso è rettangolare. Si deve quindi ricercare un'espressione semplice come quella di Steinmetz che sia valida per la tensione erogata dal convertitore elettronico [6].

Per forme d'onda non sinusoidali le perdite per correnti parassite possono essere riscritte in funzione del valore efficace dell'induzione:

$$p_{ec} = \frac{P_{ec}}{Vol} = k_E \frac{1}{\rho(f)} B_{rms}^2 \quad (4.63)$$

Le perdite per isteresi rimangono invece espresse in funzione della variazione di ampiezza dell'induzione magnetica e ricordando che in queste applicazioni la forma d'onda dell'induzione è simmetrica  $\Delta B = 2B_m$ , si ottiene:

$$p_{hy} = \frac{P_{hy}}{Vol} = k_H f \left( \frac{\Delta B}{2} \right)^\varepsilon \quad (4.64)$$

Le perdite totali possono essere riscritte come:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = k_E \frac{1}{\rho(f)} B_{rms}^2 + k_H f \left( \frac{\Delta B}{2} \right)^\varepsilon \quad (4.65)$$

Introducendo una semplificazione come nell'equazione di Steinmetz si ottiene:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = k_G f^\nu B_{rms}^\zeta \left( \frac{\Delta B}{2} \right)^\alpha \quad (4.66)$$

Il limite dell'equazione (4.66) è che per frequenze non sinusoidali si può utilizzare solamente un singolo valore di frequenza per calcolare le perdite.

Per superare questo limite si definisce la frequenza equivalente come:

$$f_{eq} = \frac{|B|_{av}}{2\Delta B} \quad (4.67)$$

Si ottiene così:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = k_m B_{rms}^\gamma \left( \frac{\Delta B}{2} \right)^\xi |B|_{av}^\epsilon \quad (4.68)$$

L'equazione si presenta in una forma simile a quella di Steinmetz, ma è generalizzata per forme d'onda non sinusoidali, dipende solamente da  $dB/dt$  ed è quindi funzione di  $B$ .

Imponendo che l'equazione generalizzata dia gli stessi risultati dell'equazione classica di Steinmetz si possono corrispondere i valori delle costanti.

$$\begin{aligned} k_s &= k_m (\sqrt{2}\pi)^\gamma 4^\varepsilon \\ \alpha &= \gamma + \varepsilon \\ \beta &= \gamma + \xi + \varepsilon \end{aligned} \quad (4.69)$$

Sostituendo i parametri ottenuti da (4.69), l'espressione risulta:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = \frac{k_s}{(\sqrt{2}\pi)^\alpha \left(\frac{\sqrt{8}}{\pi}\right)^\varepsilon} B_{rms}^{\alpha-\varepsilon} \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{\beta-\alpha} |B|_{av}^\varepsilon \quad (4.70)$$

L'equazione (4.70) presenta il vantaggio di essere espressa in funzione dei classici parametri di Steinmetz reperibili dal catalogo del costruttore, con l'eccezione di un parametro  $\varepsilon$ , determinabile sperimentalmente variando il duty cycle.

Il parametro è influenzato dal valore di  $\alpha$ , in particolare per  $1.1 < \alpha < 1.7$  si può assumere:

$$\varepsilon = 2 - 0.86\alpha \quad (4.71)$$

Adottando la (4.71) si può riscrivere:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = \frac{1.234}{(4.863)^\alpha} k_s B_{rms}^{1.86\alpha-2} \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{\beta-\alpha} |B|_{av}^{2-0.86\alpha} \quad (4.72)$$

Considerando che:

$$\frac{B_{rms}}{|B|_{av}} = \frac{V_{rms}}{|V|_{av}} = f_{fv} \quad (4.73)$$

Dove  $f_{fv}$  è il fattore di forma della tensione che alimenta il primario del trasformatore.

Nell'operazione trattata la forma d'onda della tensione al primario del trasformatore è rettangolare; quindi, il fattore di forma coincide con il duty cycle  $D$ . Adottando questo parametro l'espressione è:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = \frac{1.234}{(4.863)^\alpha} k_s f_{fv}^{0.86\alpha-2} B_{rms}^{1.86\alpha-2} \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{\beta-\alpha} \quad (4.74)$$

Dividendo l'equazione precedente per l'equazione di Steinmetz (assumendo  $\Delta B = B_m$ ) si ottiene:

$$\frac{p_{fe}}{p_{stm}} = \frac{1.234}{(4.863)^\alpha} f_{fv}^{0.86\alpha-2} B_{rms}^\alpha \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{\beta-\alpha} f^{-\alpha} \quad (4.75)$$

Ricordando che:

$$B_{rms} = \frac{V_{rms}}{N_1 S_{FE}} \quad (4.76)$$

$$\Delta B = \frac{|V|_{av}}{2N_1 S_{FE}} \quad (4.77)$$

Sostituendo si ottiene la seguente espressione analitica:

$$\frac{p_{fe}}{p_{stm}} = 1.234 \cdot 0.82254^\alpha (f_{fv})^{(1.86\alpha-2)} \quad (4.78)$$

Il costruttore fornisce la seguente formula per il calcolo delle perdite specifiche nel nucleo in ferrite in regime sinusoidale:

$$p_{fe} = Cm \cdot f^x \cdot B^y \cdot (C_{t2}T^2 - C_{t1}T + C_t)/1000 \quad (4.79)$$

L'espressione è nella forma dell'equazione di Steinmetz a cui è aggiunto un fattore dipendente dalla temperatura.

L'equazione generale per calcolare le perdite specifiche è quindi la seguente:

$$p_{fe} = \frac{P_{fe}}{Vol} = 1.234 \cdot 0.82254^\alpha (f_{fv})^{(1.86\alpha-2)} \cdot Cm \cdot f^x \cdot B^y \cdot (C_{t2}T^2 - C_{t1}T + C_t)/1000 \quad (4.80)$$

Una volta calcolate le perdite specifiche attraverso (4.80), le perdite nel nucleo in ferrite sono date da:

$$P_{fe} = p_{fe} V_{fe} \quad (4.81)$$

# Capitolo 5

## Analisi termica

Le perdite elettriche del trasformatore rotante sono fonti di calore che aumentano la temperatura dei materiali.

Come riportato nel capitolo 4.3 le perdite elettriche all'interno del trasformatore rotante sono costituite da quelle per effetto Joule dovute alla corrente che attraversa gli avvolgimenti e da quelle all'interno del nucleo in ferrite.

Una volta stimate le perdite è necessario effettuare un'analisi termica del trasformatore per verificare che il calore generato sia sufficientemente dissipato in modo tale che le temperature raggiunte dai materiali siano inferiori ai valori limiti per cui ne è garantito il corretto funzionamento.

### 5.1. Rete termica

Per effettuare l'analisi termica [7] si consideri la seguente rete termica (Fig. 5.1). Le perdite nel nucleo in ferrite sono state suddivise in sei regioni distinte ed è stata rappresentata la resistenza termica dello strato di isolante che separa il nucleo dagli avvolgimenti. La cava che contiene gli avvolgimenti è caratterizzata dal suo fattore di riempimento, ovvero il rapporto tra la sezione di rame in essa contenuto e quello della cava stessa. Per facilitare l'analisi termica è stato assunto che tutta la cava sia composta da rame e le è stata assegnata una conducibilità termica equivalente molto inferiore a quella del rame per tener conto dello spazio vuoto.

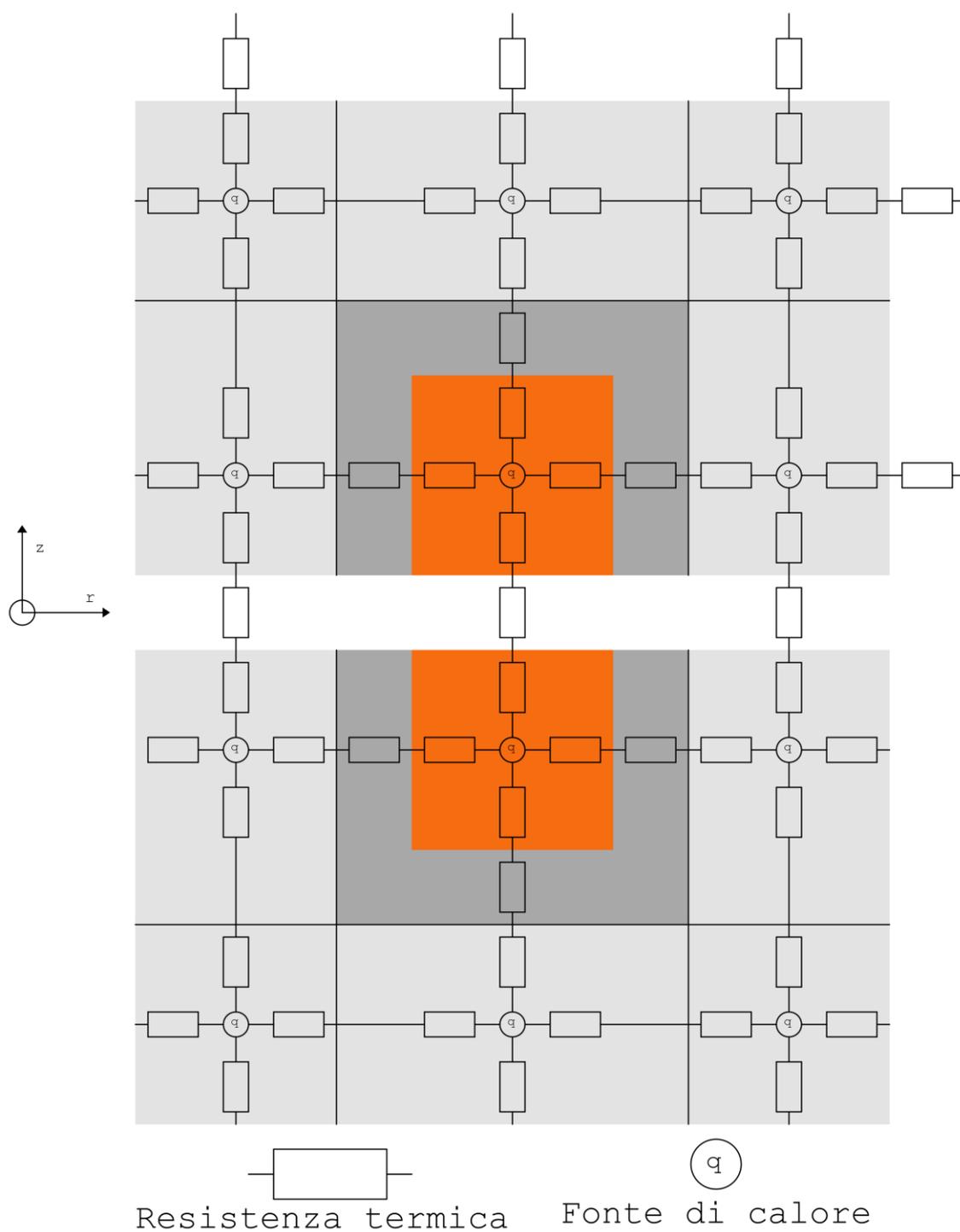


Figura 5.1 – Rete termica del trasformatore rotante

In tabella 5.2 sono riportati i limiti di temperatura dei materiali, le proprietà e le costanti principali necessari per effettuare l'analisi termica:

Tabella 5.2 – Proprietà dei materiali

Simbolo	Quantità	Valore	Unità
$T_{air}$	Temperatura ambiente	60	$^{\circ}C$
$\nu_{air60}$	Viscosità cinematica dell'aria a $60^{\circ}C$	$1.896 \cdot 10^{-6}$	$m^2/s$
$k_{air60}$	Conducibilità termica dell'aria a $60^{\circ}C$	0.028	$\frac{W}{m \cdot K}$
$Pr$	Numero di Prandtl dell'aria	0.7	
$T_{core\_max}$	Temperatura massima sostenibile dalla ferrite 3C97	140	$^{\circ}C$
$k_{fe}$	Conducibilità termica della ferrite 3C97	4.25	$\frac{W}{m \cdot K}$
$C_{fe}$	Calore specifico della ferrite 3C97	750	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$\gamma_{fe}$	Densità della ferrite 3C97	4800	$kg/m^3$
$T_{winding\_max}$	Temperatura massima sostenibile dagli avvolgimenti (Classe H)	180	$^{\circ}C$
$k_{winding}$	Conducibilità termica equivalente degli avvolgimenti	0.5	$\frac{W}{m \cdot K}$
$C_{cu}$	Calore specifico del rame	385	$\frac{J}{kg \cdot K}$
$\gamma_{cu}$	Densità del rame	8900	$kg/m^3$
$k_{iso}$	Conducibilità termica dell'isolante	0.2	$\frac{W}{m \cdot K}$

Osservando la tabella 5.2 si può notare che la temperatura massima sostenibile in esercizio continuativo dal nucleo in ferrite è inferiore alla temperatura massima sostenibile dagli avvolgimenti, questo è dovuto in parte al degrado delle proprietà magnetiche del nucleo con l'aumento della temperatura. Nell'analisi termica il limite massimo di temperatura del trasformatore rotante che deve essere soddisfatto sarà quindi la temperatura massima sostenibile dal nucleo magnetico.

La soluzione della rete termica è stata ottenuta ricorrendo all'analogia elettrica della conduzione termica, ottenuta facendo le seguenti considerazioni:

A regime il flusso di potenza termica attraverso un corpo è riconducibile ad un'espressione del tipo:  $R \cdot Q = \Delta T$

In cui  $Q$  è la potenza termica trasmessa e  $\Delta T$  la differenza di temperatura agli estremi della sezione di controllo del flusso. È facilmente notabile che l'espressione è formalmente identica alla legge di Ohm:  $R \cdot I = \Delta V$

Utilizzando l'analogia elettrotermica, la rete termica è stata convertita in un circuito elettrico costituito da generatori di corrente che rappresentano le fonti di calore e da resistori che rappresentano le resistenze termiche dei materiali. Il valore dei potenziali ai nodi rappresenta la differenza di temperatura tra quel punto e la temperatura ambiente.

Per risolvere la rete termica è necessario calcolare i valori di resistenza termica degli elementi del circuito [8]. Per calcolare le resistenze termiche si distinguono i tre modi attraverso cui avviene la trasmissione del calore: conduzione, convezione e irraggiamento.

### conduzione

La trasmissione di calore avviene all'interno di un materiale solido in presenza di un gradiente di temperatura. Le resistenze termiche per conduzione possono essere calcolate attraverso la seguente formula:

$$R_{th} = \frac{l}{\lambda_{cond} \cdot A} \quad (5.1)$$

Dove  $l$  è lo spessore del materiale,  $A$  la sua superficie e  $\lambda$  la conducibilità termica.

### convezione

La trasmissione di calore avviene attraverso un fluido, in questo caso l'aria ambiente ed è accompagnato da spostamento di materia. Le resistenze termiche per convezione possono essere calcolate attraverso la seguente formula:

$$R_{th} = \frac{1}{h \cdot A} \quad (5.2)$$

Dove  $A$  è la superficie a contatto con il fluido e  $h$  il coefficiente di scambio termico per convezione.

Il valore del coefficiente di convezione  $h$  è dato da:

$$h = \frac{Nu \lambda_{air}}{L} \quad (5.3)$$

$L$  è lunghezza caratteristica,  $\lambda_{air}$  la conducibilità termica dell'aria e  $Nu$  il numero di Nusselt.

Determinare il numero di Nusselt è complesso a causa dei fenomeni fisici legati a questo tipo di scambio termico, per tanto si ricorre a formule determinate empiricamente.

Negli scambi termici per convezione si possono determinare alcune costanti dipendenti dalla geometria dei materiali e dalle caratteristiche del fluido:

$$\begin{aligned}
 G_r &= \frac{g}{T_{air}} \Delta T \frac{L^3}{\nu_{air}^2} \\
 R_a &= G_r P_r \\
 G &= \frac{g}{D} \\
 Re &= \frac{\omega R^2}{\nu_{air}}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

La superficie laterale del trasformatore può essere equiparata con quella di un cilindro, mentre la superficie inferiore e superiore a dei dischi.

Il primario del trasformatore rotante è fermo, quindi le sue superfici scambiano calore con l'aria per convezione naturale, con eccezione per quella a contatto con il traferro. In realtà la rotazione del secondario genera dei moti d'aria convettivi che aumentano lo scambio termico del primario, ma questi vengono trascurati in quanto di difficile determinazione e in più sottostimando la convezione termica si ottiene un valore di temperatura superiore e quindi più cautelativo.

Per determinare il coefficiente di convezione naturale si utilizzano le seguenti relazioni:

$$Nu_r = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \cdot R_a^{1/6}}{[1 + (0.559 / P_r)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \tag{5.5}$$

$$Nu_z = 0.59 (G_r P_r)^{1/4} \tag{5.6}$$

$$h = \frac{Nu \lambda_{air}}{L} \tag{5.7}$$

Il secondario del trasformatore ruota alla velocità angolare  $\omega$ , tuttavia si trascura il contributo del suo scambio termico per convezione perché esso è racchiuso all'interno di una struttura per aumentare la sicurezza.

All'interno del traferro, nonostante questo sia di spessore poco elevato, la rotazione del trasformatore genera un flusso d'aria che lambisce le due superfici e sottrae calore. La determinazione del numero di Nusselt per le superfici dei traferri è particolarmente complessa ed è ambito di ricerca in numerosi studi. Per calcolarlo si è fatto riferimento agli studi [9] e [10] che lo determinano empiricamente. Senza entrare troppo nel dettaglio poiché non è l'obiettivo di questa tesi, ci si limita a notare che nelle conclusioni di entrambi li studi il numero di Nusselt dipende dal rapporto  $G = g/D$  e dal numero di Reynolds:

$$Nu_g = f(G, Re) \quad (5.8)$$

### Irraggiamento

Il calore viene emesso sottoforma di radiazione elettromagnetica. In questa analisi viene trascurato questa forma di trasmissione sovrastimando quindi le temperature raggiunte al fine di ottenere un risultato più cautelativo.

## 5.2 Risoluzione del circuito

La rete termica è stata risolta attraverso il metodo del potenziale ai nodi utilizzando la matrice delle conduttanze; per semplicità si faccia riferimento alle seguenti considerazioni effettuate su un nodo generico K, le quali valgono per l'intera rete termica (Fig. 5.3).

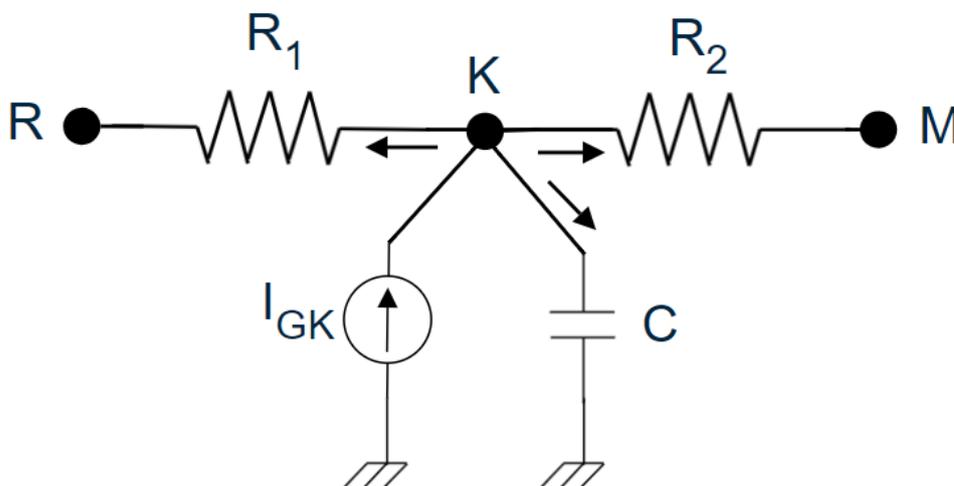


Figura 5.3 – Rete elettrica nodo generico K

Nell'analisi termica effettuata a regime si considerano conclusi i transitori di temperatura e le temperature vengono assunte costanti, si trascurano quindi i condensatori che rappresentano le capacità termiche dei materiali.

Equazione al nodo K:

$$\begin{aligned} \frac{V_K - V_N}{R_1} + \frac{V_K - V_M}{R_2} &= I_{GK} \\ V_K \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_N}{R_1} - \frac{V_M}{R_2} &= I_{GK} \end{aligned} \quad (5.9)$$

L'equazione può essere riscritta nella forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \dots & -\frac{1}{R_1} & \dots & \dots \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ \dots & -\frac{1}{R_2} & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_N \\ V_K \\ V_M \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ I_{GK} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{G}] \bar{\mathbf{V}} = \bar{\mathbf{I}} \rightarrow [\mathbf{G}] \bar{\mathbf{T}} = \bar{\mathbf{Q}} \quad (5.10)$$

$$\bar{\mathbf{V}} = [\mathbf{G}]^{-1} \bar{\mathbf{I}} \rightarrow \bar{\mathbf{T}} = [\mathbf{G}]^{-1} \bar{\mathbf{Q}}$$

La matrice delle conduttanze è realizzata attraverso le seguenti considerazioni sui suoi elementi:

L'auto-conduttanza di un nodo è data dalla somma delle conduttanze che confluiscono nel nodo.

La conduttanza reciproca tra due nodi è data dal valore negativo della conduttanza di collegamento tra i due nodi se essa è presente, altrimenti è nulla.

## 5.3 Sovraccarico

Il trasformatore rotante è progettato per essere sovraccaricato per brevi periodi, in particolare il committente richiede che dalla potenza nominale di 5 kW si possa raggiungere una potenza trasmessa pari a 12 kW.

Durante il sovraccarico si verifica un transitorio di temperatura dovuto all'aumento delle perdite all'interno del trasformatore e per analizzarlo è necessario considerare le capacità termiche dei materiali.

Si considerino le equazioni effettuate sul generico nodo K, le quali sono valide per l'intera rete termica.

Equazione del condensatore:

$$i_c = \frac{dv}{dt} C \rightarrow \frac{1}{C} I_C \Delta t = V_{K(i)} - V_{K(i-1)} \quad (5.11)$$

Equazione del potenziale al nodo K:

$$\begin{aligned} \frac{V_K - V_N}{R_1} + \frac{V_K - V_M}{R_2} &= I_{GK} - I_{C(i)} \\ \frac{V_K - V_N}{R_1} + \frac{V_K - V_M}{R_2} &= I_{GK} - \frac{C}{\Delta t} [V_{K(i)} - V_{K(i-1)}] \\ V_{K(i)} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C}{\Delta t} \right) - \frac{V_N}{R_1} - \frac{V_M}{R_2} &= I_{GK} + \frac{C}{\Delta t} V_{K(i-1)} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Equazione matriciale:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dots & -\frac{1}{R_1} & \dots & \dots \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{C}{\Delta t} & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ \dots & -\frac{1}{R_2} & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{N(i)} \\ V_{K(i)} \\ V_{M(i)} \\ \dots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dots \\ I_{GK} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta t} \begin{bmatrix} \dots \\ C \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{N(i-1)} \\ V_{K(i-1)} \\ V_{M(i-1)} \\ \dots \end{bmatrix} \\ [\mathbf{G}_C] \bar{\mathbf{V}}_{(i)} &= \bar{\mathbf{I}} + \frac{\bar{\mathbf{C}}}{\Delta t} \bar{\mathbf{V}}_{(i-1)} \\ \bar{\mathbf{V}}_{(i)} &= [\mathbf{G}_C]^{-1} \left( \bar{\mathbf{I}} + \frac{\bar{\mathbf{C}}}{\Delta t} \bar{\mathbf{V}}_{(i-1)} \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Approssimando l'equazione differenziale del condensatore con il rapporto incrementale è possibile risolvere la rete termica introducendo il vettore delle capacità termiche e considerando i valori di temperatura nell'istante precedente.

In figura 5.4 è riportato l'incremento di sovratemperatura all'interno del nucleo magnetico durante il sovraccarico di un trasformatore progettato per lavorare ad una frequenza di alimentazione di 40000 Hz. Si può notare che il trasformatore può essere sovraccaricato per qualche minuto aumentando lievemente la sovratemperatura.

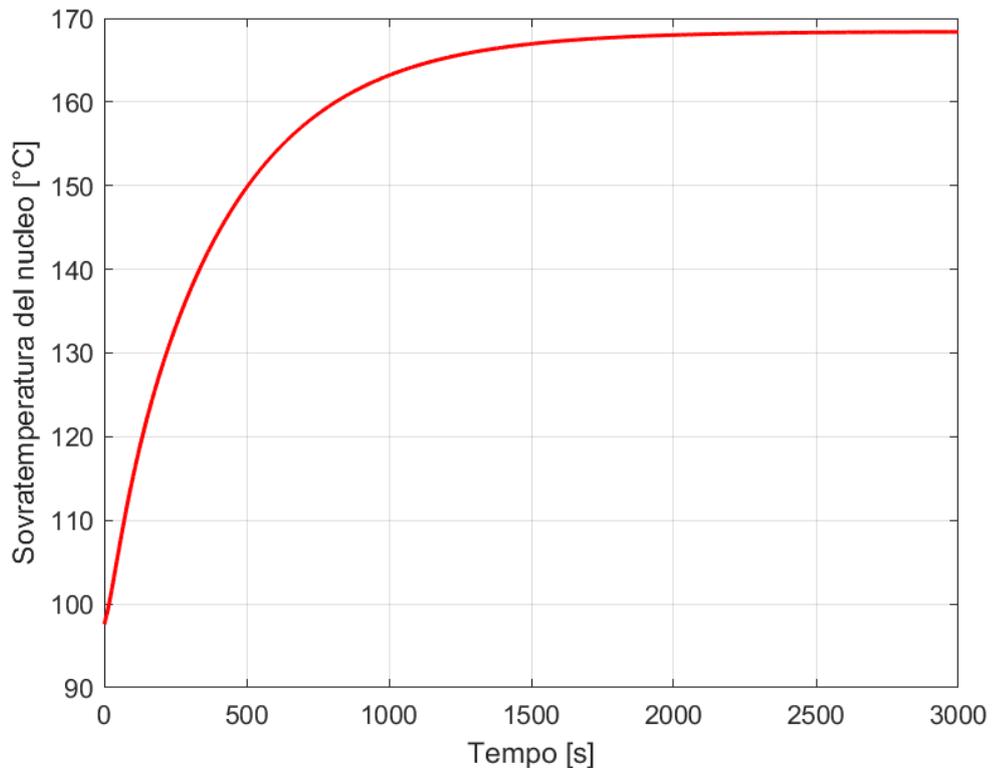


Figura 5.4 – Sovratemperatura del nucleo magnetico durante il sovraccarico



## Capitolo 6

### Analisi meccanica

Il secondario del trasformatore ruota a velocità particolarmente elevate, si ricorda che il committente richiede che la velocità massima sostenibile sia di ventimila giri al minuto.

È quindi fondamentale effettuare l'analisi meccanica durante la progettazione per garantire la stabilità dei materiali. Durante la rotazione i materiali che compongono il trasformatore rotante sono sottoposti ad uno sforzo di trazione dovuto alla forza centrifuga che ne causa la deformazione e deve essere verificato che lo sforzo esercitato sui diversi componenti risulti inferiore al carico di rottura dei materiali (Fig.6.1).

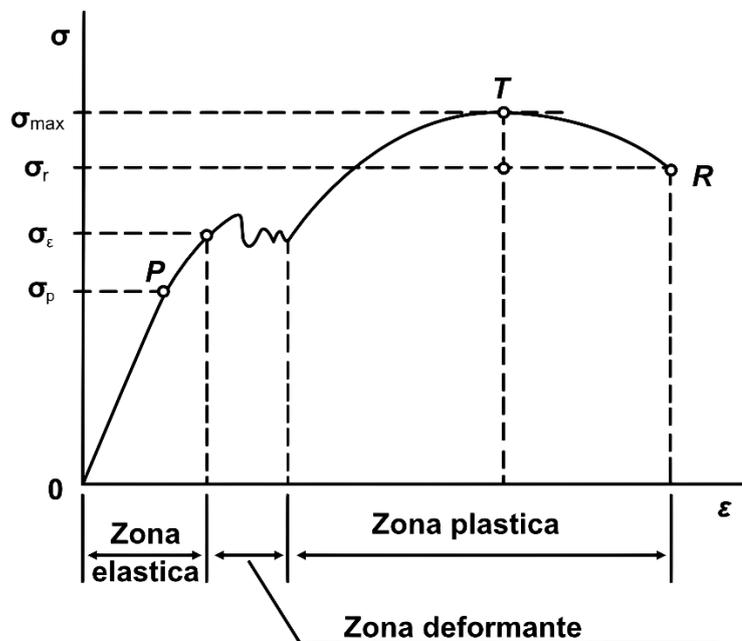


Figura 6.1 - Diagramma sforzo-deformazione tipico di un metallo

Le proprietà dei materiali che interessano l'analisi meccanica [11] sono riportate in tabella 6.2:

Tabella 6.2 – Proprietà meccaniche

Simbolo	Quantità	Valore	Unità
$\rho_{fe}$	Densità della ferrite 3C97	4800	$kg/m^3$
$\sigma_{Max,fe}$	Carico di rottura della ferrite 3C97	20 – 65	$MPa$
$\nu$	Coefficiente di Poisson	0.3	
$\rho_{cu}$	Densità del rame	8900	$kg/m^3$
$\sigma_{Max,cu}$	Carico di rottura del rame	210	$MPa$

Osservando i valori riportati in tabella si nota che il carico di rottura della ferrite che costituisce il nucleo magnetico è inferiore a quello del rame degli avvolgimenti. È sufficiente quindi verificare che gli sforzi all'interno del nucleo magnetico siano inferiori allo sforzo di rottura per garantire la stabilità meccanica del trasformatore rotante.

Il nucleo magnetico del trasformatore rotante è di geometria complessa; tuttavia, può essere suddiviso in tre dischi cavi distinti (Fig.6.3). In questo modo l'analisi meccanica può essere effettuata su ciascuno di essi.

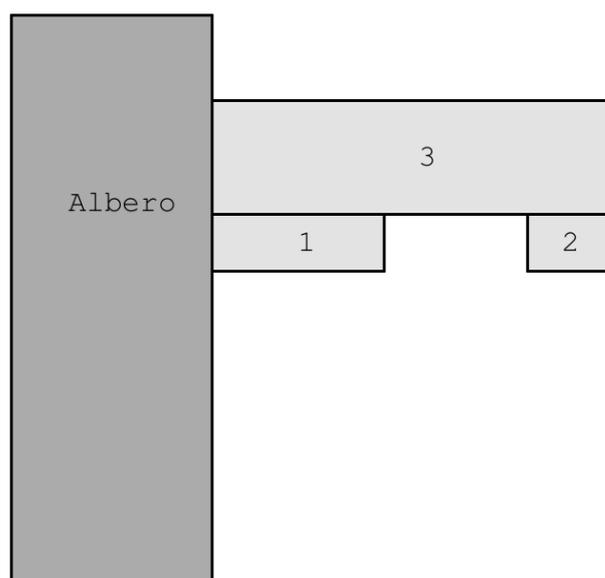


Figura 6.3 – Suddivisione del trasformatore rotante in tre dischi cavi

Si considerino gli sforzi meccanici all'interno di un disco cavo dovuti alla sua rotazione. Le tre principali componenti dello sforzo meccanico saranno lungo le direzioni radiale, tangenziale e assiale. Si assume che la componente assiale dello sforzo meccanico sia nulla, questa ipotesi è valida perché il disco ha una dimensione assiale trascurabile rispetto al suo diametro.

Le equazioni degli sforzi radiali e tangenziali lungo il raggio di un disco cavo in funzione della velocità di rotazione [12] sono le seguenti:

$$\sigma_r(r) = (3 + \nu) \frac{\rho \omega_m^2}{8} \left( r_{sh}^2 + R_3^2 - \frac{r_{sh}^2 R_3^2}{r^2} - r^2 \right) \quad (6.1)$$

$$\sigma_t(r) = \frac{\rho \omega_m^2}{8} \left[ (3 + \nu) \left( r_{sh}^2 + R_3^2 + \frac{r_{sh}^2 R_3^2}{r^2} \right) - (1 + 3\nu)r^2 \right] \quad (6.2)$$

Dove  $\rho$  è la densità del materiale,  $\omega_m$  la velocità di rotazione in [rad/s] e  $\nu$  il coefficiente di Poisson del materiale.

Lo sforzo di trazione esercitato su un generico punto all'interno del nucleo del trasformatore rotante è dato dalla somma vettoriale della componente radiale e tangenziale:

$$\sigma_{tot}(r) = \sqrt{\sigma_r^2(r) + \sigma_t^2(r)} \quad (6.3)$$

Osservando le equazioni (6.1) e (6.2), si può notare che la componente radiale e tangenziale dello sforzo dipendono dal quadrato della velocità di rotazione. In figura 6.4 è riportato lo sforzo di trazione lungo il disco tre in un trasformatore progettato per lavorare ad una frequenza di alimentazione di 40000 Hz e che ruota alla velocità di 5000, 10000 e 20000 giri al minuto. In figura 6.5 sono invece riportati i grafici relativi agli sforzi lungo il disco, si noti che per la caratteristica dell'equazione (6.1) lo sforzo radiale è nullo agli estremi del disco, mentre lo sforzo tangenziale decresce lungo il raggio del disco. Lo sforzo risultante presenta una caratteristica simile allo sforzo tangenziale. Il fenomeno fisico in cui lo sforzo di trazione è massimo nel raggio inferiore del disco cavo è dato dal fatto che le fibre più vicine al raggio esterno esercitano a loro volta un'azione di trazione su quelle più vicine al centro.

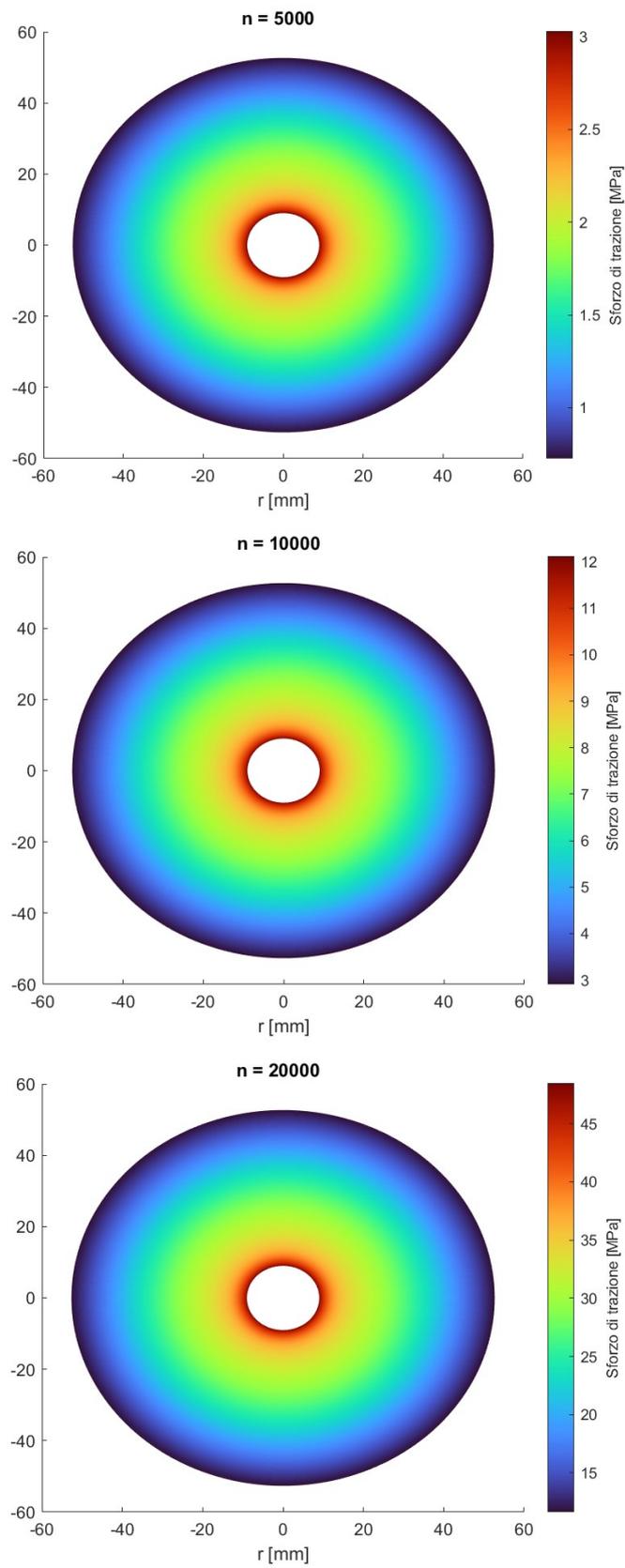


Figura 6.4 - Sforzo di trazione lungo la superficie del disco tre rotante a diverse velocità

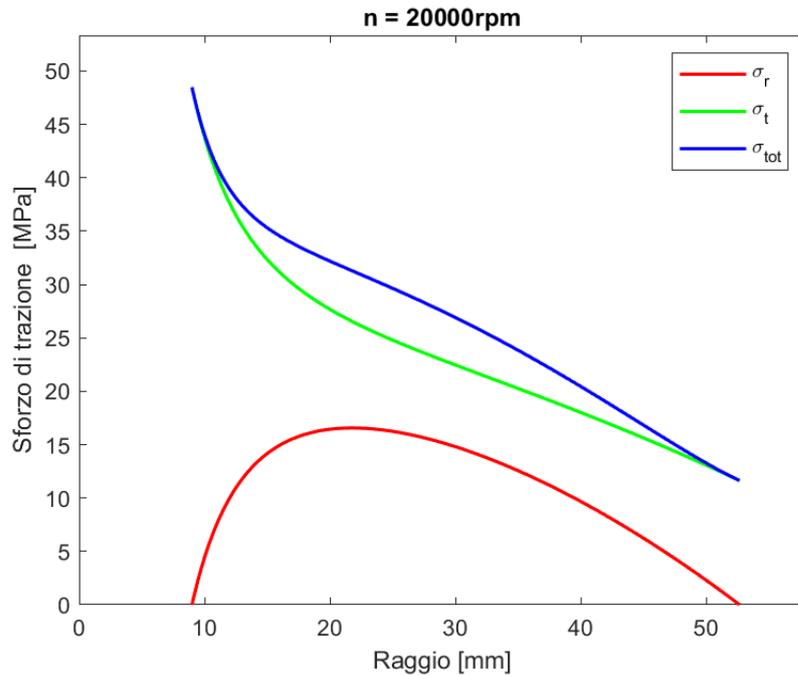


Figura 6.5 - Sforzi lungo il raggio del disco tre

Analizzando il disco uno, ovvero quello più interno, si può notare che la componente tangenziale è superiore rispetto a quella radiale (Fig.6.6). Gli sforzi che agiscono sulle fibre del disco sono inferiori rispetto a quelle agenti sul disco tre quindi il disco interno non costituisce un elemento critico per l'analisi meccanica del trasformatore.

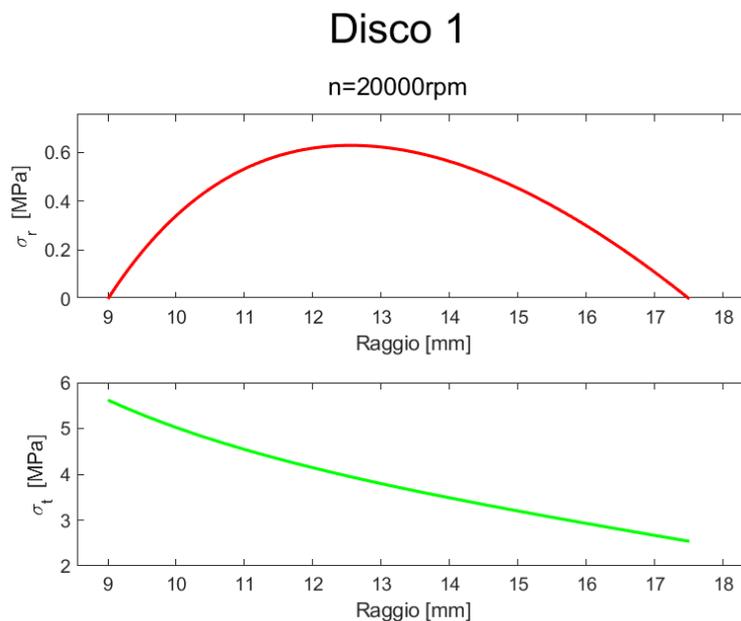


Figura 6.6 – Componenti dello sforzo lungo il raggio del disco uno

Analizzando il disco due, ovvero quello più esterno, si può notare che la componente radiale è trascurabile rispetto a quella tangenziale (Fig.6.7). Gli sforzi massimi che agiscono sulle fibre del disco sono superiori rispetto a quelle agenti sul disco tre quindi il disco esterno costituisce un elemento critico per l'analisi meccanica del trasformatore.

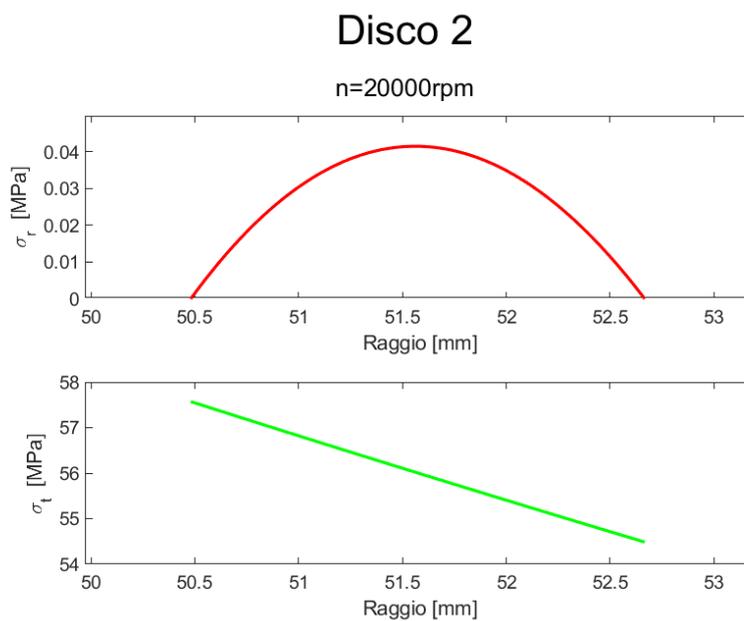


Figura 6.7 – Componenti dello sforzo lungo il raggio del disco due

## Capitolo 7

### Simulazione e confronto

Partendo dai dati contenuti in tabella 3.4 e dall'equazione fondamentale (3.16) si può osservare che per ogni frequenza di alimentazione è possibile ottenere una geometria del trasformatore rotante che è in grado di erogare la potenza richiesta del committente.

#### 7.1. Programmazione e simulazione agli elementi finiti

Si è utilizzato il programma Matlab per realizzare un codice che attraverso un ciclo "for" ricava le geometrie ideali del trasformatore a flusso assiale partendo da una frequenza di alimentazione di 20000 Hz e arrivando a 60000 Hz con incrementi di 1000 Hz.

Dopo aver ricavato i dati geometrici del trasformatore, il programma effettua l'analisi circuitale del trasformatore rotante per ricavarne i parametri e poi calcolare le perdite e l'efficienza.

Le perdite del trasformatore sono utilizzate per effettuare l'analisi termica del trasformatore risolvendo la rete termica in figura 5.1.

Nota la geometria del trasformatore rotante, è possibile effettuare anche l'analisi meccanica del trasformatore a diverse velocità di rotazione.

Una volta conclusa l'analisi analitica, il codice avvia l'analisi agli elementi finiti. Quest'ultima permette di ottenere valori più realistici perché l'analisi analitica non tiene conto di alcuni fenomeni fisici che sono invece considerati nell'analisi agli elementi finiti. Per esempio, si ottengono valori delle induttanze più vicini alla realtà perché si tiene conto anche delle linee di flusso che escono dal trasformatore a differenza dell'analisi analitica.

Il software utilizzato per effettuare l'analisi agli elementi finiti è FEMM, un programma gratuito che può essere implementato nel codice Matlab [13].

Il tipo di analisi che FEMM permette di effettuare e che sono di interesse in questa tesi sono quelle magnetostatiche e termiche a regime.

Per configurare le simulazioni è necessario prima di tutto assegnare i dati del problema.

Per l'analisi magnetostatica si sfrutta la simmetria geometrica del trasformatore rotante per impostare una simulazione in due dimensioni e in simmetria assiale. La formulazione usata di default è quella che lega il vettore potenziale magnetico  $\mathbf{A}$  e il potenziale elettrico scalare  $V$ . Le due grandezze sono definite da:

$$\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (7.1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (7.2)$$

Il problema assialsimmetrico è definito nel sistema di riferimento  $(r, z, \theta)$ . In questo sistema, il campo magnetico varia lungo il piano  $(r, z)$ , mentre il vettore della densità di corrente varia lungo  $\theta$ . Ridefinendo le equazioni (7.1), (7.2) e quelle di Maxwell nel sistema si ottiene:

$$\begin{cases} \mathbf{B} = (B_r \mathbf{u}_r, B_z \mathbf{u}_z, 0) \\ \mathbf{A} = (0, 0, A_\theta \mathbf{u}_\theta) \\ \mathbf{J} = (0, 0, J_\theta \mathbf{u}_\theta) \end{cases} \quad (7.3)$$

Si noti che tutti i campi dipendono solamente da  $(r, z)$ :  $B_r = B_r(r, z)$ ,  $B_z = B_z(r, z)$ ,  $A_\theta = A_\theta(r, z)$ ,  $J_\theta = J_\theta(r, z)$ .

I dati geometrici ottenuti all'interno del codice Matlab durante la progettazione vengono utilizzati per disegnare il trasformatore rotante e tramite le opportune funzioni il processo è stato completamente automatizzato. Per avviare la simulazione non è sufficiente realizzare la geometria del trasformatore rotante, si devono assegnare le proprietà necessarie per l'analisi magnetostatica.

È necessario assegnare ad ogni figura il materiale che la compone. I materiali utilizzati sono i seguenti:

- Nucleo magnetico: Ferroxcube 3C97  
Parametri: curva B-H di magnetizzazione  
permeabilità magnetica relativa
- Avvolgimenti: Rame  
Parametri: litz wire, diametro e numero di trefoli  
permeabilità magnetica relativa
- Ambiente esterno: Aria  
Parametri: permeabilità magnetica relativa

Si è creato un contorno esterno in cui assegnare le proprietà potenziale magnetico nullo  $A_\theta = 0$ , questa condizione al contorno implica che non escono linee di flusso dal contorno esterno.

Infine, è necessario assegnare il numero di spire dell'avvolgimento primario e secondario e il valore della corrente che li percorre.

Per realizzare la simulazione agli elementi finiti il programma suddivide il trasformatore rotante in triangolini realizzando una mesh (Fig. 7.1) e calcola i valori puntuali di interesse in ogni vertice dei triangolini per poi effettuare un'interpolazione e ricavare i valori dei campi in ogni punto. Più è fitta la mesh, ovvero maggiore il numero di triangolini, maggiore sarà la precisione, tuttavia sarà anche più elevato l'onere di calcolo per la macchina.

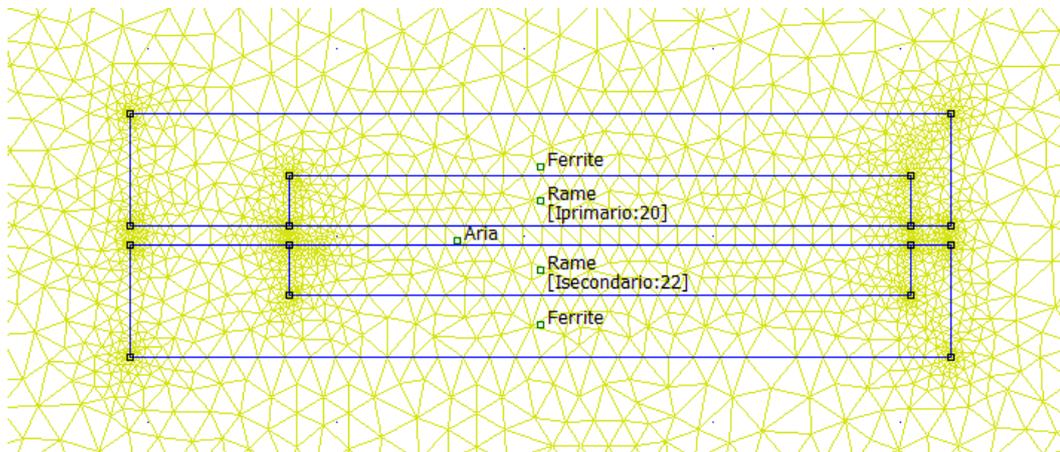


Figura 7.1 – Mesh del trasformatore rotante

Una volta conclusa la simulazione si avvia la fase di post processing, in cui si elaborano i risultati ottenuti. Per esempio, è possibile verificare che i valori di induzione magnetica all'interno del nucleo del trasformatore rotante siano inferiori a quello massimo ammissibile (Fig. 7.2).

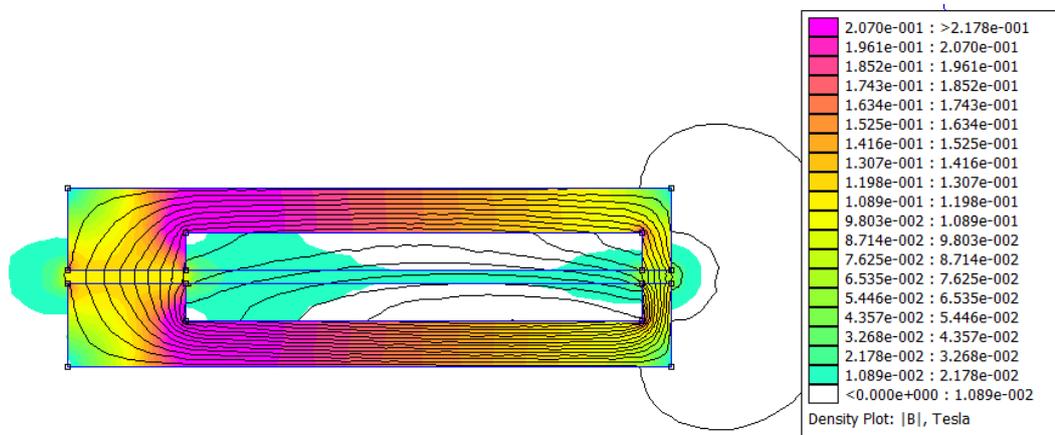


Figura 7.2 – Induzione all'interno del trasformatore rotante

In questa fase è possibile calcolare l'induttanza dell'avvolgimento primario attraverso il metodo energetico. Integrando si ottiene:

$$W = \frac{1}{2} \int_V B \cdot H \, dv \quad (7.4)$$

Ricordando che:

$$W = \frac{1}{2} L i^2 \quad (7.5)$$

Si può ricavare il valore dell'autoinduttanza:

$$L = \frac{2W}{i^2} \quad (7.6)$$

In tabella 7.3 si confrontano i valori di induttanza ottenuti dall'analisi agli elementi finiti con quelli del calcolo analitico in un trasformatore progettato per lavorare ad una frequenza di alimentazione di 40000 Hz. Si può notare che i valori dell'induttanza di dispersione sono molto simili, confermando l'efficacia dell'equazione (4.24); tuttavia, i valori dell'induttanza magnetizzante sono diversi perché l'equazione (4.14) trascura delle linee di flusso che invece vengono considerate nell'analisi agli elementi finiti.

Tabella 7.3 - Induttanze analitiche e FEMM

Simbolo	Analitico	FEMM	Unità
$L_{m1}$	$1.85 \cdot 10^{-4}$	$2.94 \cdot 10^{-4}$	$H$
$L_{lk}$	$8.79 \cdot 10^{-6}$	$8.87 \cdot 10^{-6}$	$H$

Anche la simulazione termica è definita in un problema assialsimmetrico. Dopo aver realizzato la geometria del trasformatore rotante è fondamentale anche in questo caso assegnare le proprietà necessarie per l'analisi termica.

Alle figure sono stati attribuiti i seguenti materiali:

- Nucleo magnetico: Ferroxcube 3C97  
Parametri: conducibilità termica  
calore specifico generato
- Avvolgimenti: Rame  
Parametri: conducibilità termica  
calore specifico generato
- Isolante: Parametri: conducibilità termica
- Ambiente esterno: Aria  
Parametri: conducibilità termica

Il calore specifico generato dal nucleo e dagli avvolgimenti coincide con le perdite specifiche. Dopo aver attribuito i materiali è importante assegnare ai bordi delle superfici che scambiano calore il loro coefficiente di convezione.

Una volta assegnate le proprietà è possibile avviare la simulazione agli elementi finiti e analizzare le temperature ottenute (Fig. 7.4).

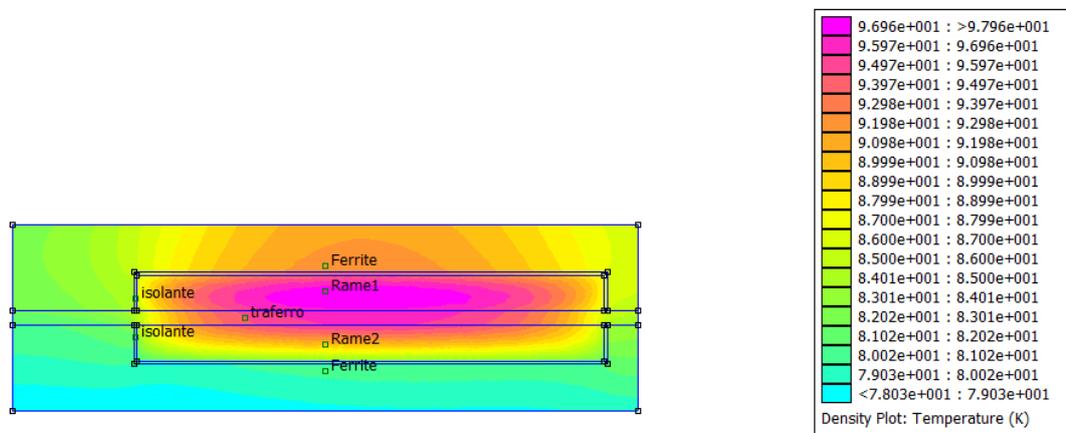


Figura 7.4 – Sovratemperature del trasformatore agli elementi finiti

In tabella 7.5 sono riportate le sovraturetemperature ottenute durante la simulazione agli elementi finiti e risolvendo la rete termica, per un trasformatore rotante progettato per lavorare con una frequenza di alimentazione di 40000 Hz. Le temperature non sono molto differenti e confermano la validità della rete termica sviluppata, in particolare le temperature ottenute nella simulazione agli elementi finiti sono minori; quindi, la rete termica sovrastima le temperature ed è più cautelativa.

Tabella 7.5 – Sovratemperature analitiche e FEMM

Simbolo	Analitico	FEMM	Unità
$T_{fe1}$	97.6	88.9	°C
$T_{cu1}$	105.9	94.6	°C
$T_{fe2}$	89.1	89	°C
$T_{cu2}$	70.9	77.9	°C

Quando si è concluso il ciclo for, il codice Matlab utilizza i risultati per fare un confronto tra i trasformatori a diverse condizioni di lavoro e infine salva i dati ottenuti per renderli accessibili successivamente senza ripetere la simulazione.

In figura 7.6 è rappresentato il diagramma di flusso delle operazioni che il codice Matlab svolge.

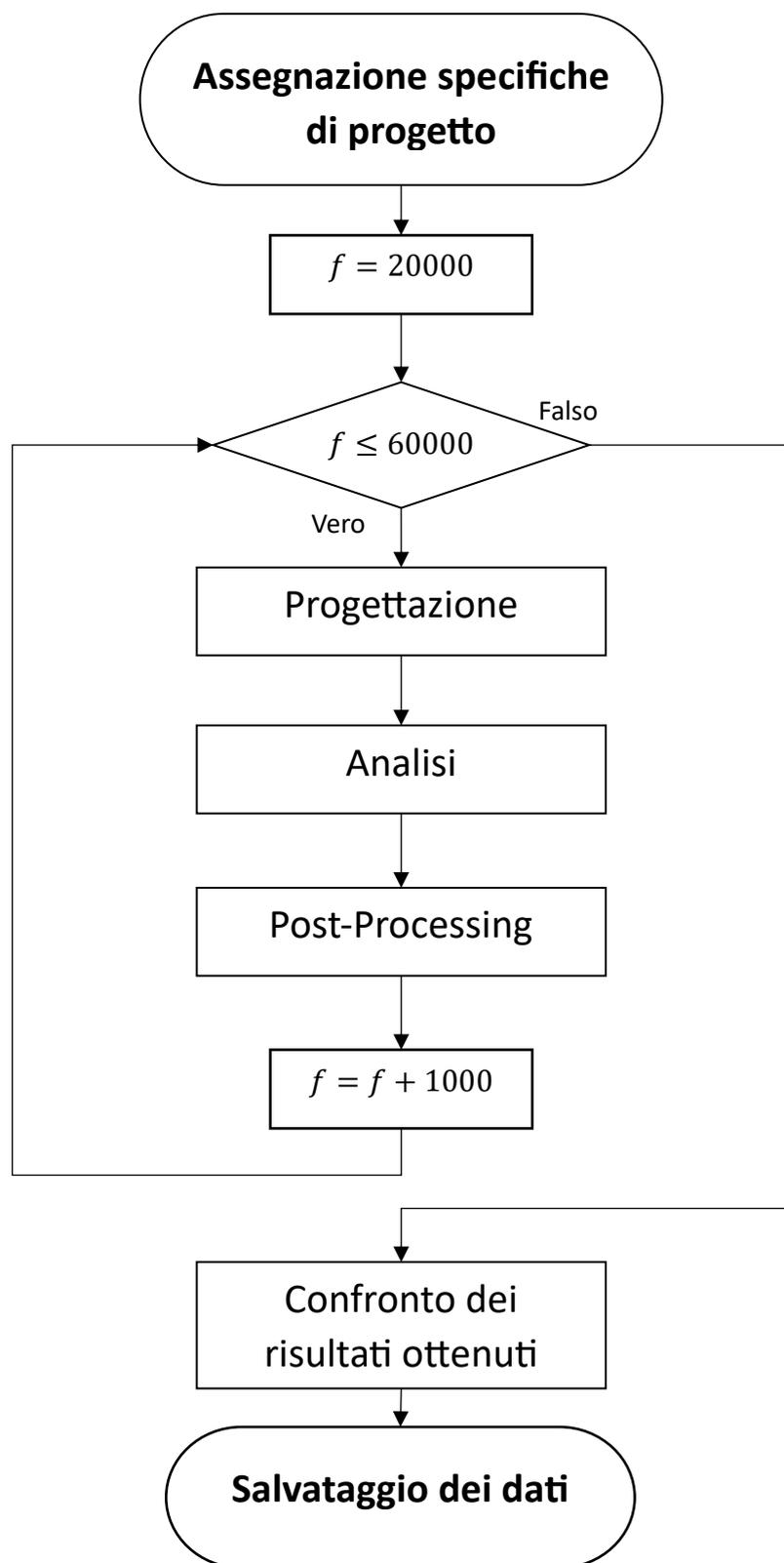


Figura 7.6 – Diagramma di flusso codice Matlab

## 7.2. Confronto di trasformatori rotanti

Nei capitoli precedenti sono stati trattati i metodi di progettazione e analisi dei trasformatori rotanti; tuttavia, oltre che soddisfare le richieste del committente, può essere di interesse confrontare le proprietà dei trasformatori ottenuti. Le caratteristiche non dipendono solamente dalla geometria, ma anche da altri fattori come la velocità di rotazione, frequenza di alimentazione e potenza trasmessa.

In questo paragrafo si confrontano i valori e grafici ottenuti durante le simulazioni dei vari trasformatori rotanti per mettere in risalto le dipendenze dei parametri.

### 7.2.1. Perdite in funzione della frequenza e della geometria

Per ogni valore di frequenza di alimentazione sono state ricavate le dimensioni geometriche del trasformatore che soddisfa le richieste del committente.

Dall'equazione (3.16) si può notare che all'aumentare della frequenza diminuisce la sezione di ferrite necessaria e quindi anche le dimensioni del trasformatore rotante (Fig. 7.7).

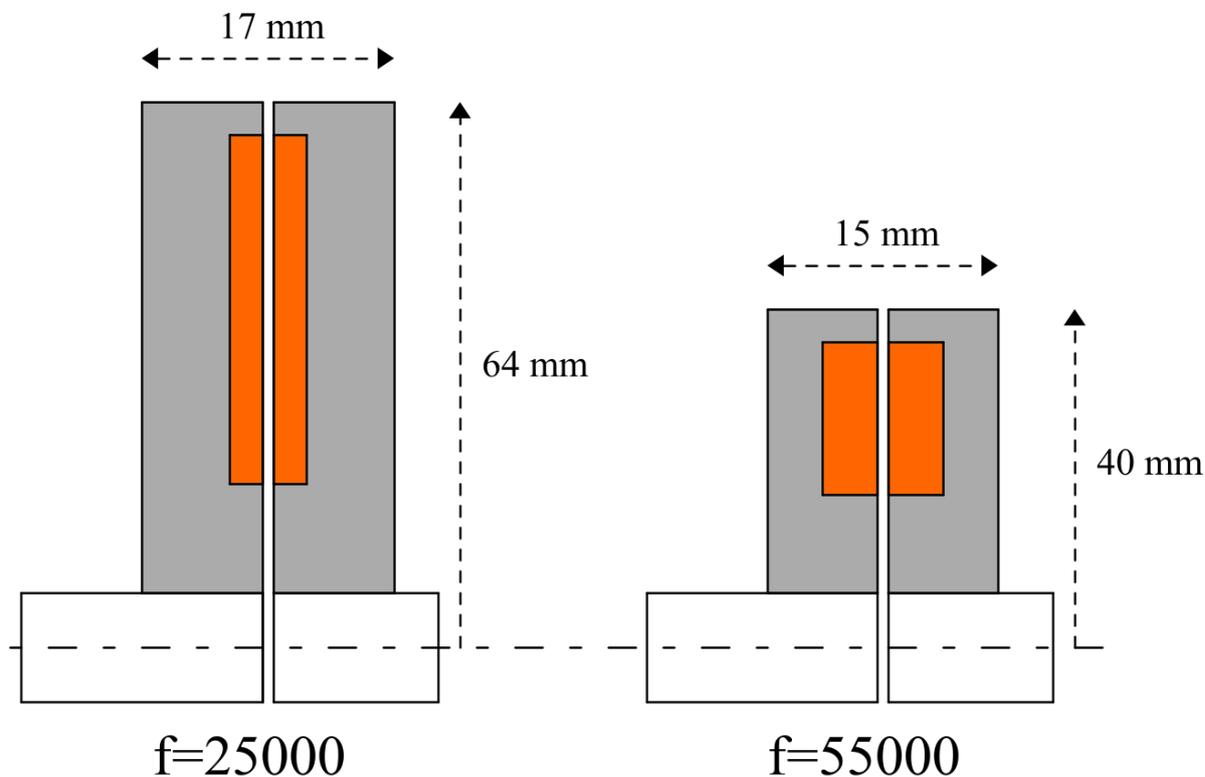


Figura 7.7 – Dimensioni trasformatore rotante a  $f=25000$  e  $f=50000$

Nei grafici in figura 7.8 e 7.9 sono riportate le perdite elettriche dei trasformatori ottenuti. Le perdite per effetto Joule sono funzione della frequenza (4.56) e ci si dovrebbe aspettare quindi che aumentino nei trasformatori che lavorano a frequenze più elevate; tuttavia, per valori di frequenza maggiori diminuiscono le dimensioni degli avvolgimenti e quindi le perdite diminuiscono complessivamente.

Le perdite nel nucleo in ferrite sono anch'esse dipendenti dalla frequenza (4.80), ma le minori dimensioni del nucleo magnetico implicano un volume di ferrite minore e quindi pure le perdite nel nucleo diminuiscono.

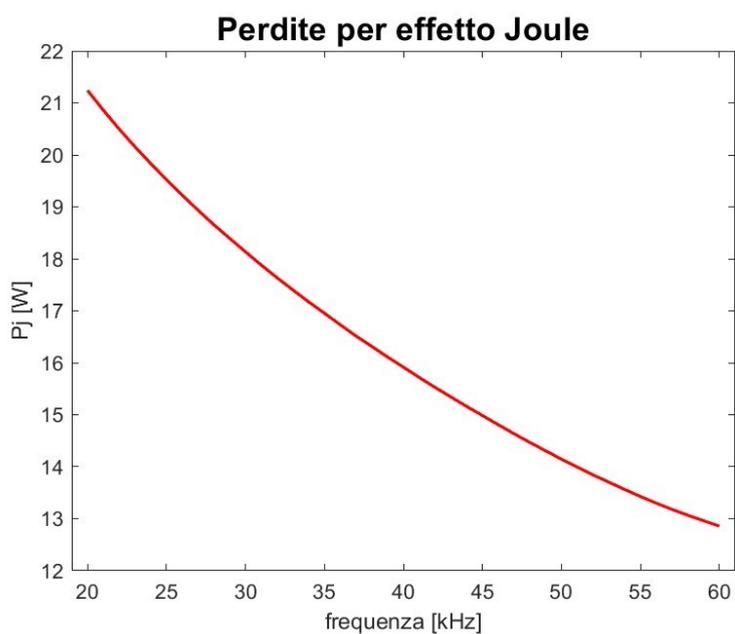


Figura 7.8 – Perdite per effetto Joule dei trasformatori

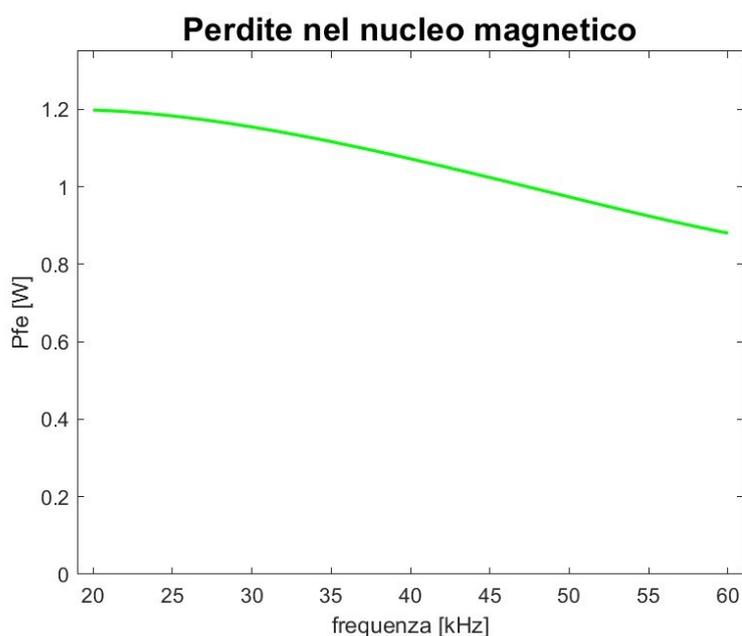


Figura 7.9 – Perdite nel nucleo dei trasformatori

## 7.2.2. Sovratemperatura in funzione della geometria e della frequenza

In figura 7.10 è riportato il valore della sovratemperatura nel nucleo per i trasformatori in ogni frequenza. Nonostante le perdite siano minori come appena trattato, le dimensioni minori dei trasformatori che lavorano a frequenze più elevate implicano superfici ridotte per dissipare il calore, per cui complessivamente risulta un aumento della sovratemperatura.

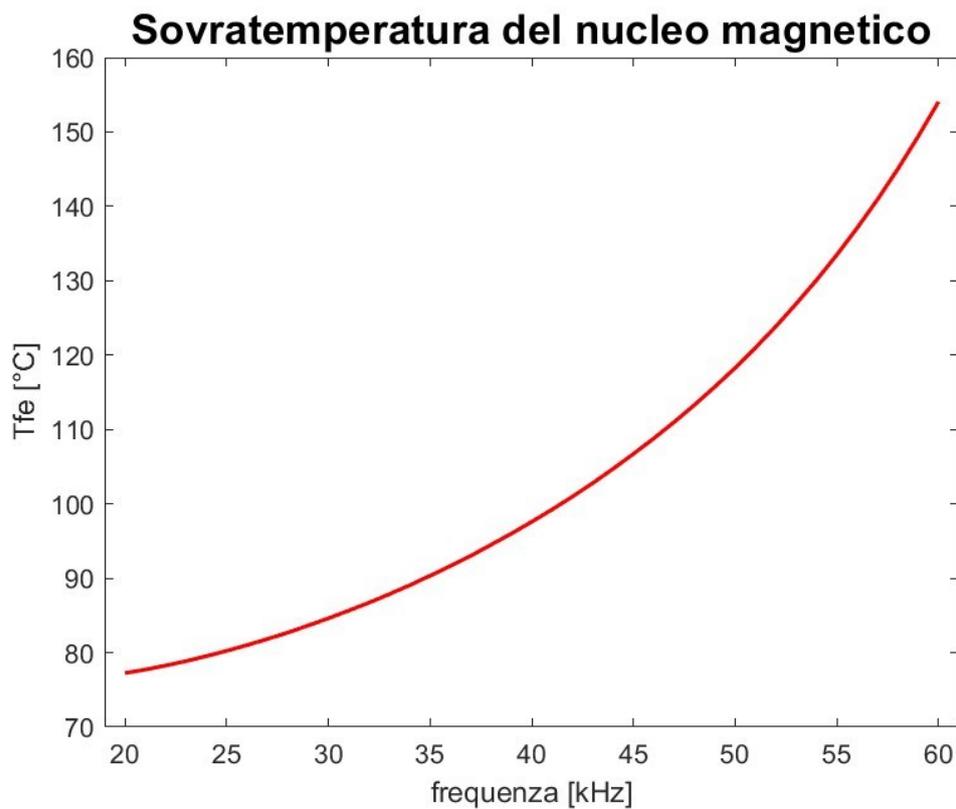


Figura 7.10 – Sovratemperatura dei trasformatori

### 7.2.3. Sforzi di trazione in funzione della geometria

Le equazioni (6.1) e (6.2) dimostrano una dipendenza quadratica dalla velocità; quindi, è possibile notare che per velocità inferiori gli sforzi di trazione sono inferiori ai carichi di rottura dei materiali. Per velocità di 20000 giri al minuto come richiesto dal committente è necessario avvolgere il secondario del trasformatore con dei bendaggi in fibra di carbonio, questo materiale possiede un'elevata resistenza allo sforzo di trazione; infatti, il carico di rottura della fibra di carbonio per uso comune è nell'intervallo 750-1000 Mpa. Questa esigenza è maggiore per i trasformatori che lavorano a frequenze più basse perché hanno dimensioni maggiori; quindi, gli sforzi di trazione sono più elevati (Fig. 7.11).

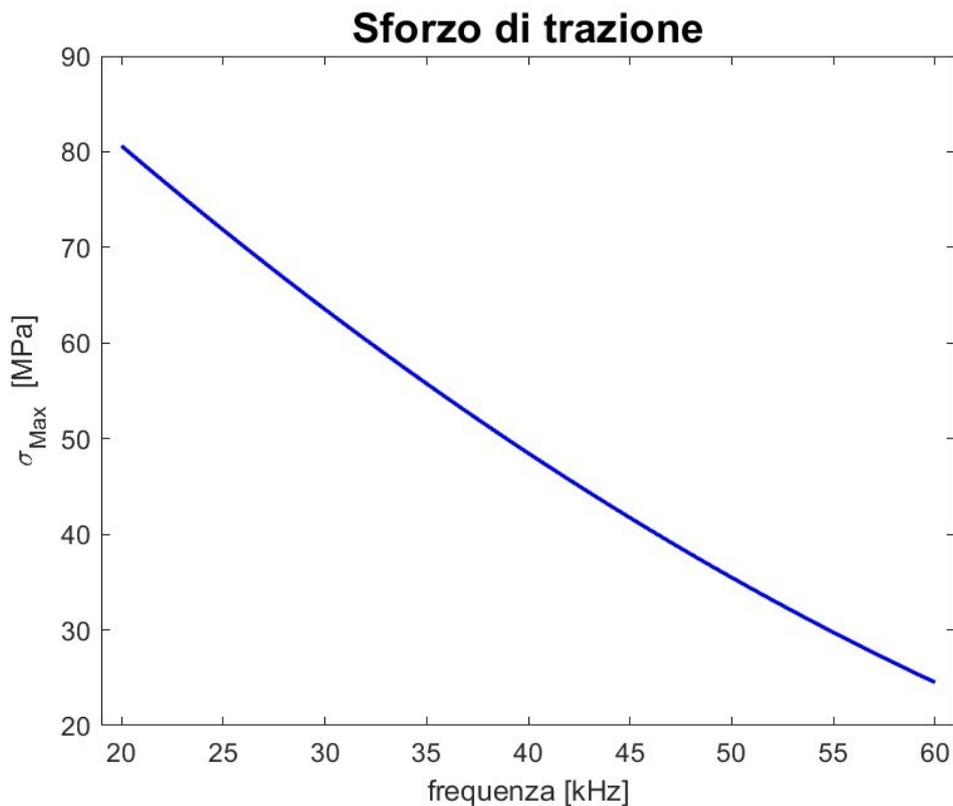


Figura 7.11 - Sforzo di trazione massimo dei trasformatori



## Capitolo 8

### Conclusioni

I trasformatori rotanti progettati in questa tesi sono stati tutti in grado di soddisfare i requisiti di potenza trasmessa.

Analizzando i risultati ottenuti dalle analisi termica e meccanica si possono fare alcune considerazioni. I requisiti di temperatura dipendono dalla temperatura ambiente di lavoro e in generale potrebbe essere necessario un sistema di raffreddamento ausiliare nei trasformatori più piccoli che lavorano ad alta frequenza, per esempio si può sfruttare il sistema di raffreddamento del motore sincrono per abbassare le temperature. Invece, i trasformatori più grandi che lavorano a frequenze più basse devono essere bendati con delle fibre resistenti alla trazione se devono lavorare a velocità elevate.

È evidente quindi che non esiste un trasformatore rotante che è migliore dell'altro, ma sarà il committente che dovrà valutare le caratteristiche a lui più congeniali in base ai risultati ottenuti dalle analisi e al campo di applicazioni.

In generale, dai risultati ottenuti durante le analisi, si possono invece fare alcune considerazioni generiche che sono valide per ogni trasformatore rotante. L'induttanza di magnetizzazione e le induttanze di dispersione influenzano fortemente le caratteristiche del trasformatore. Un valore piccolo dell'induttanza magnetizzante richiede l'assorbimento di una corrente di magnetizzazione elevata, causando un aumento delle perdite per effetto Joule. Un valore grande delle induttanze di dispersione causa un aumento della caduta di tensione nel trasformatore, riducendo la tensione applicata al carico. Per limitare questi effetti si dovrebbe ridurre al minimo possibile fisicamente le dimensioni del traferro.

I valori di efficienza ottenuti sono più elevati rispetto ad un tradizionale sistema a spazzole ed anelli; tuttavia, non sono state considerate le perdite nel convertitore elettronico, un elemento fondamentale per il funzionamento del trasformatore rotante. Le perdite nel convertitore si dividono in quelle per conduzione e commutazione. Quest'ultime aumentano all'aumentare della frequenza, quindi saranno più elevate nei trasformatori più piccoli e si dovrà cercare di attuare tecniche per limitarle.

---

Concludendo è stato dimostrato che i trasformatori rotanti progettati soddisfano i vincoli geometrici forniti dal committente e sono quindi una valida alternativa al più tradizionale sistema a spazzole ed anelli, inoltre presentano il vantaggio di essere più affidabili perché non ci sono attriti e non richiedono manutenzioni frequenti.

## Bibliografia

- [1] “Regolamento (UE) 2023/851 del Parlamento Europeo e del Consiglio”, Gazzetta ufficiale dell’Unione Europea, aprile 2023.
- [2] “Ferroxcube Datasheet”, agosto 2018
- [3] Electrisola datasheet litz wire.
- [4] L. Cinti, “Aisin: Rotor Trasformer for electric-excited synchronous motor”, Technical report, Università degli Studi di Padova, 2023.
- [5] Mattia Tosi, “Rotary Transformer Design for Brushless Electrically Excited Synchronous Machines”, Università degli Studi di Padova, 2014.
- [5] D. Sinha, P. K. Sadhu, N. Pal e A. Bandyopadhyay, "Computation of inductance and AC resistance of a twisted litz-wire for high frequency induction cooker," *2010 International Conference on Industrial Electronics, Control and Robotics*, pp. 85-90, Rourkela, India, 2010.
- [6] R. P. Wojda and M. K. Kazimierczuk, "Winding Resistance and Power Loss of Inductors With Litz and Solid-Round Wires," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 54, no. 4, pp. 3548-3557, agosto 2018.
- [7] H. Tacca, “Extended Steinmetz Equation”, Report of posdoctoral research, Thayer School of engineering, pp. 9-15, ottobre 2002.
- [8] J. P. C. Smeets, D. C. J. Krop, J. W. Jansen, M. A. M. Hendrix and E. A. Lomonova, "Optimal design of a pot core rotating transformer," *2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Atlanta, GA, USA, 2010, pp. 4390-4397.
- [9] D. A. Howey, P. R. N. Childs and A. S. Holmes, "Air-Gap Convection in Rotating Electrical Machines", in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 3, pp. 1367-1375, marzo 2012.
- [10] J. Daily e R. Nece, “Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks”, *ASME J. Basic Eng*, vol. 82, no. 1, pp. 217–232, 1960.
- [11] E. Cobb e O. Saunders, “Heat transfer from a rotating disk”, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 236, no. 1206, pp. 343–351, 1956.
- [12] “Soft Ferrites Ferrite materials survey, settembre 2008.

- 
- [13] “Rotating disk and cylinders”,  
[https://roymech.org/Useful\\_Tables/Mechanics/Rotating\\_cylinders.html](https://roymech.org/Useful_Tables/Mechanics/Rotating_cylinders.html) , 2020.
- [14] D. Meeker, “Finite Element Method Magnetics: OctaveFEMM”, User’s Manual, ottobre 2010