UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

**Dipartimento di Filosofia, Sociologia,
Pedagogia e Psicologia Applicata (FISPPA)**

**Corso di laurea Magistrale in Psicologia
Clinico-Dinamica**

Tesi di laurea Magistrale

La significanza: spunti per lo studio dello sviluppo della conoscenza scientifica.

Meaningfulness: ideas for the study of the development of scientific knowledge.

Relatore
Prof. Luca Stefanutti

Laureando: Guglielmo Manildo
Matricola: 2015612

Anno Accademico 2023/2024

Indice:

Capitolo 1: introduzione alla misura, alla significanza e alla dinamica della conoscenza scientifica.

1.1 Ippaso da Metaponto: uno spunto per la descrizione delle questioni fondamentali della conoscenza scientifica.

Nel suo libro sulla storia del pi greco, il giornalista scientifico Pietro Greco (2016) racconta un interessante aneddoto (una "[…] leggenda [...]" - *ibidem*, pp. 33) che ha come protagonista il filosofo e matematico Pitagora nelle vesti di un omicida. Non è sicuramente quello che normalmente ci si potrebbe aspettare da un filosofo. Per capire quindi questo aneddoto fino in fondo è necessario fare un passo indietro e una sintesi. Grande matematico dei suoi tempi, il suo pensiero è caratterizzato da due caratteristiche principali: (i) è alquanto eclettico, nel senso che egli fonda una scuola a Crotone, la quale si presenta parimenti con carattere politico, religioso e filosofico (Narens, 2014; Greco, 2016); (ii) egli considera il numero come essenza universale: "L'ordine cosmico è un ordine matematico" (Greco, 2016 - pp. 30). Pitagora insomma insegna e recluta adepti al tempo stesso: lega la conoscenza a dei saldi principi di vita pratica che al giorno d'oggi verrebbero interpretati come propri di una setta o di un culto (Narens, 2014). La conoscenza, la vita quotidiana e la dimensione numerica risultano quindi saldamente collegate: il tutto si presenta quindi come un sistema ampio tenuto assieme da (ii), dal potere che il numero esercita sulla realtà. In questo clima di forte connessione tra la visione del mondo e il suo modo corretto di abitarci, Pietro Greco racconta come la vittima del gesto efferato sia proprio un discepolo del filosofo di Samo: Ippaso di Metaponto. La sua colpa? Un numero: egli muore, ucciso dai suoi compagni e dal suo stesso maestro per aver provato l'esistenza 'impensabile' di un numero, $\sqrt{2}$. Ma in che senso 'impensabile'? Pitagora sosteneva sì che l'essenza del mondo fosse il numero, ma la 'sua' matematica non era la stessa che oggi viene insegnata e applicata. Il suo concetto di numero infatti verrebbe oggi identificato con l'insieme dei numeri razionali: il suo mondo era descrivibile tramite numeri naturali (*N*, ad esempio, 0, 1, 2, 3 eccetera) e rapporti tra di essi (ad esempio, $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{3}$, $\frac{5}{4}$ eccetera), i numeri razionali (*Q*) appunto, non oltre. L'insieme dei numeri di cui Ippaso prova l'esistenza è invece oggi chiamato l'insieme dei numeri irrazionali (*I*): perché gli elementi di questo insieme non possono essere ottenuti da nessun rapporto tra numeri interi (i.e. $\sqrt{2} \neq \frac{x}{y}$, con $x,\ y\ \in\ N$). Dal punto di vista di Pitagora quindi non esiste, né è pensabile, un numero che non sia razionale. Per quanto incongruente con il pensiero pitagorico, è però innegabile ed evidente la realtà di un tale numero: $\sqrt{2}$ è infatti il valore della diagonale di un quadrato con lato 1, e, ironia della sorte, si ottiene proprio applicando il teorema di Pitagora[1].

Per quanto la dinamica e il movente possano risultare chiari, è possibile comunque chiedersi: che pericolo pone l'esistenza di questo numero per il sistema pitagorico? Si potrebbe dire che, semplicemente, Ippaso avesse messo in dubbio la filosofia del maestro e che per evitare di doverlo modificare, o trasfigurare completamente, il filosofo di Samo abbia preferito mettere a tacere il discepolo e con lui la scomoda scoperta. Per quanto questa lettura sia convincente, è possibile osservare come, da un simile evento[2], possano emergere alcune interessanti considerazioni sulla conoscenza scientifica in generale: se infatti non ci si interessa più direttamente a Pitagora e ci si concentra invece sulla visione del mondo che egli propone, è possibile delineare delle questioni inedite riguardo a come poter concepire, in modo generale, la conoscenza scientifica. Se si astrae e si prova a vedere l'accaduto in un modo estremamente semplificato, si potrebbe dire che l'aggiunta di un elemento (per esempio, $\sqrt{2}$) all'interno di un certo sistema (per esempio, il pensiero pitagorico) ha la possibilità di sconvolgerlo completamente, con risvolti imprevisti e imprevedibili (per esempio, la morte di un uomo). Eppure, nella vita di tutti i giorni, è possibile che un certo sistema (per esempio, un dialogo tra due persone) rimanga invariato in conseguenza dell'aggiunta di un certo elemento (per esempio, al posto di dire una volta 'ciao', lo si dice due volte per concludere la conversazione). E' necessaria quindi una distinzione: per esempio, è possibile infatti ipotizzare che alcuni elementi, entrando in contatto con un dato sistema, abbiano la possibilità di modificarlo, mentre altri no. Comprendiamo quindi che, se ci limitiamo a inferire motivi e moventi nel comportamento di Pitagora, perdiamo l'occasione di interrogarci su cosa sostenga l'essenziale differenziazione tra gli elementi che entrando a contatto con un certo sistema lo modificano e quelli che invece ne vengono assorbiti senza alterarne la struttura. L'aneddoto di Pitagora insomma, per quanto leggenda, permette comunque di interrogarsi sulla delicata questione della conoscenza scientifica. Questa interrogazione potrebbe essere riassunta dalle due seguenti domande:

1. Dato un certo stato di cose (per esempio, la descrizione di un certo fenomeno), cosa è possibile modificare (per esempio, aggiungere così come togliere) senza alterarne

[1] È sufficiente infatti considerare un quadrato di lato 1 e scomporre il quadrato in due triangoli la cui ipotenusa è la diagonale del quadrato stesso. Fatto questo, per teorema di Pitagora sappiamo che il quadrato dell'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui due lati del triangolo. Lasciamo la dimostrazione dell'emersione dei numeri irrazionali a chi legge.

[2] Ci teniamo a far presente che le analisi che faremo da qui in poi non vogliono essere analisi storiche sui moventi di Pitagora: se questo parrà al lettore si tenga a mente che l'aneddoto di Pitagora è qui usato come pretesto per affrontare alcune dinamiche nel panorama della conoscenza, nulla di più.

l'identità? Ovvero, fin dove ci si può spingere nel descrivere e trattare un certo stato di cose, senza perderne di vista l'identità?
2. Cosa accade invece se si va oltre, se si trasforma l'identità? E soprattutto: come avviene questa trasformazione?

Queste domande permettono di introdurre una dimensione essenziale della conoscenza scientifica: ovvero il collegamento che esiste tra la descrizione che un ricercatore fa di un fenomeno e la traduzione di questa in misura. Vedremo infatti che, affinché si possa dire che sia avvenuta una misurazione, è necessario dotarsi di un sistema formale che risponde a regole e limiti precisi: questi permettono infatti di riproporre in maniera invariata la descrizione del fenomeno da cui si parte e di non generare dubbi quando vengono prodotte affermazioni su quel che si misura. Usando queste regole e questi limiti è così possibile rispondere alla domanda 1. Lo scenario nel quale invece queste regole non vengono rispettate si presenta come una frammentazione della descrizione iniziale del fenomeno d'interesse: a ogni mancato rinnovo delle regole e dei limiti di partenza è infatti possibile osservare una divergenza dal sistema iniziale. Il momento in cui questo accade è pertanto il dominio della domanda 2. Questo è propriamente il tema della *significanza*: un tema matematico, formale, che verrà affrontato in maniera approfondita nel terzo capitolo. L'interesse di questa introduzione è invece quello di rendere più comprensibile quanto verrà detto in seguito: chi scrive è infatti convinto che la trattazione di un argomento matematico-formale sia maggiormente fruibile se la si presenta e la si accompagna con una visione non-matematica, di supporto. Davanti a un concetto matematico c'è quindi bisogno di raccontare una storia: una narrazione che offra strumenti per leggere i numeri e le loro relazioni, per poterli usare e comprenderne la portata. Non è un caso che l'invenzione del numero, come sostiene Vincent (2022), coincida con la nascita della misurazione[3]. Il numero nasce infatti per contare, per tenere traccia di quanto si possiede, per mediare gli scambi eccetera: non nasce propriamente

[3] Parlando dei sistemi di conteggio propri dell'antica civiltà sumera egli afferma: "[…] they began using separate symbols for '*what the thing is*' and '*how much of it there is*'. With this change, you have not only the beginning of formal number systems and writing, but also the beginning of measurement" (Vincent, 2022 – pp. 33, corsivo nostro).
Traduzione: cominciarono a usare simboli diversi per indicare 'cos'è' [l'identità di una certa cosa] e 'quant'è'. Grazie a questo cambiamento, non solo abbiamo l'inizio dei sistemi numerici formali e della scrittura, ma anche l'inizio della misurazione. Anche Stevens (1958) è di questo avviso: "In the beginning, mathematics and measurement were so closely bound together that no one seemed to suspect that two quite different disciplines were involved" (*ibidem* - pp. 384).
Traduzione: All'inizio, la matematica e la misurazione erano così legate che nessuno sospettava che due discipline molto diverse fossero coinvolte.
Facciamo qui presente che tutte le traduzioni presentate in questo lavoro sono fatte da chi scrive, il quale si assume tutte le responsabilità per la traduzione ed è aperto a possibili revisioni delle stesse.

in un contesto astratto. Non a caso, nell'ambito della misurazione, la sua funzione è esplicita soltanto quando al numero si affianca qualcosa di non prettamente numerico, i.e. la qualità che si vuole misurare (per esempio, l'unità di misura). Questa sua origine permette di spiegare come la matematica storicamente farà molta fatica a separarsi dalla dimensione legata alla realtà concreta e quotidiana (come testimonia il dibattito avvenuto attorno al concetto di infinito - Narens, 2014). La volontà di rendere la matematica maggiormente fruibile, segue pertanto questo filone di pensiero: ovvero, quello di mostrare il suo utilizzo e la sua natura in ambiti il più concreti possibili. Ci si propone quindi, in questo Capitolo, di raccontare senza formalismi, ma sempre a fianco del formalismo: affinché la dimensione numerica si presenti in tutta la sua utilità e non si trasformi, alla vista di chi legge, in un universo chiuso e di poco interesse pratico. Questo verrà fatto seguendo i percorsi che le due domande fatte sopra ci permettono di tracciare: tramite l'aneddoto di Pitagora, ma non solo[4], verranno affrontati brevemente i temi dell'identità e della trasformazione; tutto questo affinché risulti chiara l'idea intuitiva della *significanza* e si possano osservare alcuni risvolti di questo concetto. Quanto verrà esposto nei prossimi paragrafi di questo Capitolo, avrà quindi una funzione d'introduzione alla trattazione formale della *significanza* (e della proposta della *significanza ordinata* - si veda il Capitolo 4). I concetti di identità e trasformazione, come anche gli aneddoti proposti, per come verranno trattati qui, non hanno una natura formale e definita, bensì 'intuitiva': sono da considerare quindi metafore, immagini offerte per snellire la complessità formale.

Si vuole infine evidenziare come il collegamento tra la *significanza* e il tema della conoscenza, nasca proprio dalle similitudini che si possono tracciare tra questi due elementi: la *significanza* è infatti in grado di rappresentare la conoscenza scientifica e la sua trattazione formale è in grado di illuminare, con un alto grado di precisione, alcuni aspetti centrali delle dinamiche conoscitive.

[4] Vorremmo qui sostenere come non sia da condannare l'eclетticità degli esempi portati. Ci rendiamo conto infatti che è molto probabile che, durante la lettura, gli aneddoti appaiano come completamente slegati gli uni dagli altri. Ma questo capita soltanto se ci limitiamo a considerarli come eventi singoli: se invece li osserviamo in maniera trasversale, cogliendo gli elementi comuni che ritornano in ognuno di loro, siamo in grado di capirne il valore. Invitiamo pertanto a mantenere fisso il focus, a cercare insistentemente il *come* del collegamento: *come* l'aneddoto appena letto si può inserire nel discorso che si sta qui sviluppando, composto anche di, e grazie ad, altri aneddoti?

1.2 L'identità.

Rifacendoci alle domande presentate nel paragrafo precedente, la prima permette di ragionare sul tema dell'identità, generalmente intesa. Ma cosa intendiamo con identità? In questo lavoro, essa sarà definita come: a partire da un certo stato di cose, l'identità è l'insieme delle regole che permettono di individuare proprio quello stato di cose[5].

Proponiamo un esempio del tutto speculativo. Consideriamo un test sull'intelligenza: l'identità di questo si potrebbe presentare sotto forma della descrizione del concetto di intelligenza che sorregge il nostro test. Qualora, per assurdo, fossimo convinti sostenitori che l'intelligenza sia data esclusivamente dalle abilità matematiche (chiameremo questa posizione *M*) questo aspetto sarà presente lungo tutto il test: la sua costruzione, lo scoring, la restituzione, le decisioni che si prenderanno eccetera. Sarà appunto la sua identità, il suo carattere distintivo. Per avere un test sull'intelligenza proprio come *M* (i.e. con identità *M*), è quindi necessario non perdere mai di vista la centralità della dimensione matematica.

Notiamo quindi come sia possibile concepire l'identità alla stregua di una delimitazione: un confine in grado di identificare quali elementi siano contenuti (e contenibili) in esso (per esempio, considerando *M*: item sulla risoluzione di equazioni differenziali, ma anche domande che il ricercatore si può porre - del tipo: quale abilità matematica è più importante? - sono tutti elementi che entrano a far parte di diritto dell'identità *M*) e quali elementi invece ne siano esclusi (per esempio, sempre considerando *M*: item sulle capacità di memorizzazione, sullo stile di attaccamento eccetera).

Tornando quindi, per un momento, all'aneddoto esposto in apertura, si potrebbe dire che l'azione del filosofo di Samo era volta al mantenimento di una certa identità. Ma attenzione: non dobbiamo limitare questa affermazione al mantenimento dello *status quo* inteso come l'insieme delle pratiche quotidiane (per esempio, vegetarianismo - Narens, 2014) e delle ideologie (per esempio, il governo autoritario di Pitagora - *ibidem*) che la sua visione del mondo proponeva. Questi insiemi sono infatti contenitori di elementi che le regole dell'identità rendono possibili. Il mantenimento di queste regole è infatti la condizione necessaria e sufficiente affinché esista lo spazio nel quale Pitagora sviluppa la propria visione sulla religione, sulla filosofia, sulla politica, sulla matematica, sulle pratiche settarie eccetera; affinché insomma esista proprio quel sistema di pensiero. Le regole con cui si identifica una certa identità non si limitano a generare un spazio utile a includere gli elementi che già sono

[5] Vedremo poi come, all'interno della *Teoria rappresentazionale della misura*, questo ruolo sarà ricoperto dai concetti di *sistema relazionale*, di *admissible transformation* e quindi di *significanza*. Si argomenterà come non sia possibile considerare uno di questi elementi senza poter disporre immediatamente degli altri.

conosciuti: il rispetto dell'identità pitagorica permetteva infatti anche l'emersione di nuove idee, di nuove considerazioni; permetteva insomma di tenere le porte aperte per tutta una serie di conclusioni alle quali Pitagora e i suoi discepoli non erano, ancora, giunti. Per come la leggenda viene raccontata, è possibile infatti aspettarsi che, qualora Ippaso avesse proposto una scoperta matematica in armonia con la visione pitagorica, non solo avrebbe avuto salva la vita, ma avrebbe anche ricevuto il favore del proprio maestro. In quest'ottica Pitagora, col suo atto oscurantista, salvaguarda (col sangue) uno spazio animato, non solo abitato ma indefinitamente abitabile, in grado di accogliere in armonia, al suo interno, elementi già pensati con elementi nuovi.
Il problema col quale Ippaso si scontra non è quindi dire qualcosa che non era mai stato detto. Il problema in cui egli si imbatte è voler dire qualcosa che non risponde più alle regole dalle quali si è partiti: l'introduzione di elementi che interrompono l'armonia condivisa dagli elementi fino ad allora presenti. Per la precisione: Ippaso non mette assolutamente in pericolo la visione che 'tutto è numero'; egli mette in dubbio la stessa nozione di numero. Da qui il rischio che si presenta è quello di dislocare altrove (senza sapere con certezza dove) tutti gli elementi che erano stati raccolti nello spazio pitagorico, indipendentemente che trattassero il tema della religione, della politica eccetera. Ragionando per estreme conseguenze, questa cesura avrebbe potuto impedire a chiunque di continuare a vivere secondo la filosofia pitagorica, di praticarla per come essa era intesa al tempo, poiché ne modificava profondamente l'identità, rendendone così imprevedibili i risvolti.

1.3 Un esempio d'identità e la riproducibilità.

Poniamoci ora in uno spazio di confine: tra il mantenimento di un'identità e la sua trasformazione per cominciare a comprenderne le dinamiche che si instaurano tra questi due concetti. In linea generale siamo qui interessati a evidenziare quale sia il risultato di una trasformazione di una certa identità: questo per rispondere alla prima parte della domanda 2 (i.e. semplificata, cosa accade se si trasforma un'identità?). Un utile aneddoto lo si può trovare in Winchester (2019) e nella sua ricostruzione storica dell'importanza del concetto di precisione. Egli racconta, per esempio, che, durante il 1700, per esempio, i moschetti usati dagli eserciti europei erano prodotti a mano da artigiani specializzati. Questo, oltre a rendere la loro produzione molto lenta e a impedire una rapida riparazione, rendeva utopica l'intercambiabilità dei prodotti dei vari artigiani. Non era possibile infatti produrre, per esempio, una quantità enorme di grilletti da sostituire a quelli rotti: ogni moschetto era infatti

sui generis e richiedeva un trattamento personalizzato, poiché era stato prodotto da un particolare artigiano. Per quanto, quindi, alla vista di una serie di questi moschetti, una persona qualunque avrebbe potuto dire che, effettivamente, si trattava di un gruppo omogeneo, avente quindi la medesima identità, essi in realtà presentavano enormi variazioni nelle dimensioni e nella forma delle varie componenti. Una soluzione a questo problema fu proposta da Honoré Blanc nel XVIII secolo. Il suo obiettivo era quello di "[…] ensuring that all the component part of a flintlock [il meccanismo che incendiava la polvere da sparo] be made as *exact and faithful copies of one perfectly made master*[6]" (*ibidem* - pp. 89). In tal modo, nel concreto della produzione e riparazione, ogni moschetto poteva essere considerato (ovviamente, entro certi limiti di precisione) come medesimo a qualsiasi altro.
Si potrebbe quindi riassumere l'aneddoto storico operando una divisione temporale: un pre-Blanc e un post-Blanc.

- Nel primo periodo, l'identità condivisa dei moschetti era composta da una regola generale del funzionamento (per esempio, il lock serve a incendiare la polvere da sparo), ma al di fuori di questo spazio stava un accordo sulle misure delle varie componenti, indipendente dall'artigiano e dalla sua esperienza.
- Nel secondo periodo invece notiamo come le proporzioni tra due moschetti qualsiasi siano stabili e pertanto entrino di diritto all'interno dell'identità comune dei 'moschetti-in-generale', assieme alla possibilità di una maggiore precisione nella misurazione delle componenti (i.e. una diminuzione nella diversità dei risultati della calibrazione degli strumenti degli artigiani). Se infatti nel pre-Blanc, preso un moschetto, questo avrebbe condiviso con pochi altri le caratteristiche specifiche della propria identità, nel post-Blanc la condivisione aumenta in maniera considerevole.

Se si dovesse ora rispondere alla domanda proposta in apertura a questo paragrafo si potrebbe dire: il risultato di una trasformazione è sempre un'altra identità. Questo ci permette di confrontare identità differenti tra di loro: i.e. considerandone una come la trasformazione dell'altra. Ma come avviene una trasformazione? Per rispondere alla presente questione facciamo una specifica. Per quanto nel saggio storico di Winchester (2019) non venga mai detto in maniera esplicita, osservando gli eventi storici che l'autore racconta emerge come le possibilità aperte da un affinamento della precisione ruotino attorno alla capacità di

[6] Traduzione: [...] assicurare che ogni componente del flintlock fosse un'esatta e fedele copia di un perfetto [flintlock di] riferimento.

riprodurre[7] in maniera estremamente simile un certo fenomeno: ovvero, di avvicinarsi al controllo completo di quelle regole che garantiscono la riproduzione proprio di quel fenomeno, i.e. la sua identità. Questa caratteristica così evidente nell'esempio di Blanc è quello che ci ha portato a scegliere di esporre la sua storia: essa infatti è esemplificativa del fatto che un'identità (i.e. un preciso insieme di regole) genera e rende possibile una certa ricorsività. Possiamo concludere quindi che la forza di un'identità stia proprio nella possibilità di rendere sé stessa e tutti gli elementi che regola riproducibili in maniera estremamente simile: ovvero in grado di generare una serie temporale all'interno della quale le differenze siano minime. Notiamo però che, se questo fosse effettivamente il caso, sarebbe difficile concepire come, a partire da una certa identità, questa sia succeduta da un'altra, diversa dalla prima. Se vogliamo considerare quindi il fatto che le teorie sulla conoscenza scientifica si modifichino dobbiamo cominciare a ragionare in un'ottica diversa. Facciamo un esempio. Narens (2014), esponendoci il pensiero Kepleriano, racconta come egli considerasse due tipologie di conoscenza: quella certa e quella che invece è confusa e contraddittoria; ovvero le conoscenze descrivibili grazie e tramite la matematica e quelle ottenibili usando soltanto i sensi. La partizione offerta da questo sistema risulta essenziale per sapere dove e cosa cercare: ci dice infatti che non ci si può affidare ai sensi, poiché ingannevoli; piuttosto, è necessario osservare le regolarità formali presenti nel mondo poiché esso "[...] *is a world of quantitative characteristics only; its differences are differences of number alone*[8]" (*ibidem* - pp. 18). Senza interessarci alla validità di un tale pensiero, proviamo a immaginarci un ipotetico momento in cui decada la riproducibilità di questo sistema: un attimo prima i dati sensoriali non erano presi in considerazione, un momento dopo questi potrebbero essere considerati elementi integranti, irrinunciabili della conoscenza scientifica. Siamo così in grado di descrivere un certo ordine di successione tra identità diverse: ovvero, per analizzare una qualsiasi trasformazione dobbiamo essere in grado, inizialmente, di segmentare una certa serie ordinata (per esempio, il susseguirsi delle visioni riguardanti cosa è appropriato per la

[7] Questa ri-produzione, in ambito ingegneristico e fisico, è resa possibile dall'uso dell'unità di misura. Come afferma Vincent (2022): "[…] a unit of measure that represents *nothing but its own value* and provides a convenient medium for transferring information from one domain to another [per esempio, dai disegni di un architetto alla realizzazione effettiva del progetto]" (*ibidem* - pp. 8, corsivo nostro).
Traduzione: [...] un'unità di misura che rappresenta soltanto sé stessa e offre un comodo mezzo per trasferire informazioni da un dominio a un altro.
Il fatto che essa rappresenti soltanto sé stessa (ovvero che rapportata a sé stessa ci dia un rapporto del tipo 1:1) ci permette di utilizzarla come garanzia del confronto tra oggetti differenti (per esempio, la mia casa è altra 5 x 1 metro e la tua 7 x 1 metro) ma anche come garanzia del mantenimento dell'identità di medesimi oggetti (per esempio, *tutti* i fogli A4, non considerando l'incertezza nella misura, misurano 21 x 1 centimetro in larghezza e 29,7 x 1 centimetro in altezza).
[8] Traduzione: [...] è un mondo composto unicamente da caratteristiche quantitative; le sue differenze sono soltanto differenze numeriche.

ricerca scientifica) e di considerare ogni suo momento come riproducibile, in via teorica, in maniera indefinita; dobbiamo infine interrogarci sul motivo per il quale questa riproducibilità, in un dato momento smetta di essere indefinita, lasciando spazio a una successiva. Saremo così in grado di considerare un'identità come un sequenza limitata di riproduzioni di sé stessa e una trasformazione come l'avvento di un cambiamento in questa riproduzione limitata.

Delineato questo generale e ipotetico panorama delle dinamiche d'identità, notiamo i collegamenti con il caso di Pitagora. La possibilità di ri-produrre la sua visione era infatti determinata dal rispetto di certe regole[9]:

(i) il numero è l'essenza del mondo;

(ii) il numero deve essere considerato come intero o rapporto tra interi.

Fintanto che queste venivano rispettate era possibile la riproduzione della (nostra) identità pitagorica. Ippaso invece mette in discussione la regola (ii), generando una trasformazione nel modo di concepire l'essenza primaria del mondo pitagorico (il numero). Questo movimento tellurico, per quanto apparentemente sottile, scardina pertanto le regole pitagoriche dislocandone i vari elementi che prima ne erano attratti. È la fine di una visione del mondo poiché, d'ora in avanti, questa verrà riprodotta in maniera diversa da prima, per esempio sotto forma di resoconto storico di una filosofia ormai superata; non più come un sistema stabile al quale potersi affidare perché capace di riprodursi in maniera indefinita. Non si frutterà più allo stesso modo quello spazio che la filosofia pitagorica metteva a disposizione. Ecco che, volendo imparare qualcosa dalla storia, una domanda sorge spontanea: se questo è accaduto per la visione pitagorica, cosa ci dice che non accadrà per una qualsiasi altra identità? Come possiamo, insomma, gestire l'indefinita serie delle trasformazioni che avvengono a livello della nostra conoscenza del mondo? Questa è l'esigenza che spinge dall'interno il presente lavoro.

1.4 La trasformazione.

In queste pagine si è tentato di descrivere, in modo preciso e con l'aiuto di aneddoti, il concetto della trasformazione. La descrizione più accurata che abbiamo trovato, durante i nostri studi, la offre Foucault, ne L'archeologia del sapere: "[…] *aggiungere un enunciato a una serie preesistente di enunciati*, significa fare *un gesto complicato e costoso*" (1980, pp. 272 – corsivo nostro). Andando oltre alla definizione di enunciato, risulta chiaro quello che il

[9] Non si vuole qui fare una disamina della filosofia pitagorica, soltanto asservire gli elementi esposti sopra all'esemplificazione di alcune dinamiche identitarie della conoscenza (quel che si vedrà poi essere la *significanza*). Le regole sopra esposte non sono da considerarsi come effettive per il pensiero pitagorico, almeno non da sole (per esempio, si veda l'importanza del concetto di armonia – Narens, 2014).

filosofo di Poitiers intenda dire: un cambiamento (quell'aggiunta di "un enunciato a una serie preesistente", *ibidem* - pp. 272), come per esempio quello avanzato da Ippaso, anche se può apparire come banale, porta con sé un costo, una possibile profonda ferita in quello che un attimo prima era un'affermata riproducibilità. In quest'ottica Ippaso rappresenta l'ampliamento dello *status quo*, la sua trasformazione, la seconda domanda: egli è in grado di proporre un'identità nuova, in grado di affrontare la realtà che viviamo in modo diverso e in grado riprodurre i propri elementi. Pitagora invece rappresenta il persistente fondatore, nell'atto di offrire quella "[…] serie preesistente di enunciati" (*ibidem* - pp. 272) in maniera precisa, consapevole delle regole che sorreggono la propria posizione.

In questo lavoro ci si concentrerà su questo secondo aspetto e quindi sulla prima domanda: l'identità, quella che potremmo chiamare una 'dimensione statica', è un ottimo punto di partenza per poi affrontare la questione trasformazione, la 'dimensione dinamica', proprio perché la prima è il risultato della seconda. Per poter capire infatti come avviene una certa trasformazione dobbiamo essere in grado di descrivere quelli che sono il punto di partenza e il punto di arrivo. Raccontare la vicenda di Ippaso illumina così un momento di trasformazione e può essere usato per stimolare l'interesse verso la ricerca di quello che separa due identità, ovvero due spazi conoscitivi delimitati da regole diverse. Ecco che il tema di questo elaborato sarà quello della *significanza* all'interno della Teoria rappresentazionale della misura (d'ora in poi Trm), un perfetto rappresentante della 'dimensione statica'. Come presto ci si potrà accorgere però, la *significanza* non è in grado di parlarci dei passaggi da un'identità all'altra. Essa è infatti un dispositivo matematico utile a evidenziare e descrivere quelle regole che, se seguite, permettono l'armonizzazione di possibili affermazioni che vogliamo fare riguardo una misura: essa quindi descrive quali sono i limiti formali all'interno dei quali un ricercatore può sviluppare la propria ricerca. Limiti che però un giorno potrebbero necessitare una modifica, quando, per esempio, lo spazio offerto dall'identità descritta sarà esaurito o se ne troverà uno 'più ampio'. È quindi necessario anche affrontare il discorso di come un'identità si possa trasformare in un'altra e cosa accade in questi casi: la seconda domanda, l'importanza di Ippaso. Il concetto di trasformazione ci permette di operare un cambiamento nel come noi consideriamo le identità: non più come entità separate, ognuna definita da specifiche regole, al di fuori delle quali si può dire soltanto che quelle regole non sono più valide; quanto come punti in uno spazio più ampio, una serie di identità, grazie alla quale è possibile tracciare delle linee che rendano conto dei vari cambiamenti che hanno luogo a partire da una data identità di partenza.

Ci proponiamo quindi di descrivere approfonditamente la questione della *significanza*, come punto di partenza: se un giorno si vorrà approfondire come avvenga una certa trasformazione, lo studio della *significanza* sarà certamente utile come punto di partenza, come delimitazione di quelle che sono le condizioni iniziali e quelle d'arrivo. Nel Capitolo 4, durante le conclusioni, verranno avanzate alcune considerazioni riguardo la trasformazione: degli utili elementi, si spera, da cui cominciare a ragionare in maniera formale sull'argomento.

1.5 Un'anticipazione della significanza.

Ora che abbiamo offerto un supporto speculativo e narrativo al tema di questo lavoro, possiamo cominciare a entrare nel merito dello stesso. Sempre per accompagnare il formalismo, in questo breve paragrafo proveremo a trattare il tema della *significanza* da un punto di vista più narrativo che formale. Come descrivere quindi la *significanza*, senza numeri e formule? Iniziamo con una definizione semplificata, per quanto utile e generale: all'interno di quella che è la Trm, la *significanza* si occupa di determinare, data una descrizione di un certo fenomeno, quali ulteriori specificazioni possono essere fatte senza che queste distorcano la descrizione di partenza. Esemplificando, qualora il campo della Trm si trasformasse nel campo discorsivo, questo concetto si potrebbe tradurre nella seguente domanda: a partire da un certo discorso, cos'altro si può dire senza che se ne perda l'identità? Un esempio storico di questa domanda è senz'altro quello delle eresie che hanno interessato la religione cristiana. Nel saggio di Grundmann (Capitani, 1971) emerge come la problematica eretica, presentasse, da un punto di vista teologico, diverse problematiche interessanti per la nostra trattazione. Partiamo infatti dal presupposto che, per San Paolo, "Oporteret et haereses esse[10]" (*ibidem* - pp. 23): l'eresia è infatti necessaria perché ci permette di capire "quali di voi sono i retti, i sicuri, i provati (oi docimoi)" (*ibidem* - pp. 23). Partendo infatti dal medesimo testo[11], il testo sacro (i.e., fuor di metafora, la medesima descrizione del fenomeno), il confronto tra i retti e gli eretici è giocato nel campo dell'interpretazione: si gioca ovvero in quello che viene detto dopo, a fianco, a commento delle sacre scritture (i.e. la partita, tra quel che è significante - da *significanza* - e quel che non lo è, si gioca nel campo di quel che viene detto a fianco del, a partire dall'iniziale descrizione del fenomeno). Riassunto: cos'altro si può dire a partire dalla lettura delle sacre

[10] Traduzione: E' opportuno che esistano le eresie.

[11] Asserisce Tertulliano, giudice e apologeta cristiano: "Non esito ad asserire (ovvero: non corro alcun pericolo nel dire) che le Sacre Scritture medesime sono redatte, per volontà di Dio, *in tal modo da offrire materia anche agli eretici*, dacché io leggo esser necessario che esistano eresie, le quali esser non possono senza le Scritture medesime" (Capitani, 1971, pp. 27 – corsivo nostro). Le eresie infatti "[…] non potrebbero esistere se non fosse possibile intendere anche erroneamente le Sacre Scritture" (*ibidem* - pp. 28).

scritture senza incappare in un'eresia, ovvero senza trasfigurare il significato dei testi di riferimento? Troviamo un'incredibile corrispondenza di questa linea di pensiero leggendo la domanda che guida l'incredibile lavoro di Narens (2014) che vuole fare ordine nel panorama della *significanza*:

"*If certain concepts are meaningful* […]*, then* <u>*what other*</u> *concepts are meaningful* […]*?*[12]" (*ibidem* - pp. 1, sottolineatura nostra).

Ci si chiede qui "[...] *what other* [...]" (*ibidem* - pp. 1), quali altri, a indicare che nell'indagine dei limiti, all'interno dei quali certi concetti si possono dire *significanti*, è necessario osservare in quali casi l'identità da cui si parte si riproduce e in quali casi invece questa ne esce modificata[13]. È necessario ricercare dei confini che non sono immediatamente osservabili, altrimenti quel *what other* sarebbe semplicemente un *what*, un 'cosa è possibile dire': è necessario chiedersi quindi cosa manchi all'immediata apparenza, ma che non può più nascondersi se chiamato in causa. È un test, per verificare se si sta parlando e si continua a parlare della stessa cosa, reso possibile dal fatto che si conoscono i limiti del fenomeno in questione. Tornando all'esempio dell'eresia: dettate certe regole riguardo alla corretta interpretazione delle sacre scritture, l'incontro con l'eretico si presenta come un dialogo nel quale non si sta parlando più della stessa cosa, nonostante entrambi gli interlocutori partano dal medesimo testo. Non a caso, durante il periodo della scolastica medievale, si dice che eretico "[…] è colui che *con le parole della Legge combatte la Legge* [...]: nelle sue parole, cioè, ricerca sostegno e riferimento per difendere la sua *ostinatezza*, per confermarsi nella depravazione della sua mente con l'autorità della Scrittura" (Capitani, 1971, pp. 34 – corsivi nostri). L'eretico è l'ostinato che non cambia idea: colui che continua a non riconoscere i limiti posti dalla *significanza*, quella *significanza* descritta a partire da una certa concezione del fenomeno in analisi. Di nuovo: non è soltanto il fatto che due persone danno un significato diverso, per esempio, a una parola; è proprio il fatto che le regole che permettono a questa parola di esistere sono, nei due casi, diverse. Questa è la *significanza*, descritta senza formalismi, nella sua dimensione di domanda (quel *what other*) e non solo nella sua dimensione di affermazione riguardante la misurazione.

[12] Traduzione: Se alcuni concetti sono significanti [da non confondere con significativi statisticamente] quali altri concetti lo sono?

[13] Per certi versi la *significanza* può essere concepita come uno 'stress test iterativo' operato su una certa descrizione di un fenomeno. La domanda che propone Narens (2014) potrebbe infatti essere riformulata nel seguente modo: partendo da un insieme di concetti significanti, quali altri concetti lo sono e quali altri non lo sono?

Se dovessimo ora fare un riassunto di quanto fino a qui detto, si potrebbe dire che:

i. la *significanza* si occupa di determinare una certa identità della descrizione di un fenomeno;
ii. essa è così in grado di determinare se due elementi qualsiasi condividono la medesima identità…
iii. … e anche di determinare se preso un elemento a caso, esso può o meno entrare a far parte dell'identità descritta dalla *significanza*;
iv. in conclusione quindi, si potrebbe dire che la *significanza* è un dispositivo per assicurarsi la possibilità di riprodurre la descrizione di un fenomeno: accogliendo quegli elementi che condividono le regole dell'identità ed escludendo quelli che invece non ne risultano uniformi.

Concretamente quindi, quel che la *significanza* può garantire all'interno di un certo campo è la possibilità di confrontare le conclusioni che emergono da diverse ricerche ma all'interno dello studio del medesimo fenomeno. È un confronto che avviene a un livello diverso da quello dei risultati effettivi: non si preoccupa primariamente di confrontare la congruenza numerica o la verità/falsità di una certa affermazione (per esempio, può benissimo capitare che durante una misurazione un ricercatore ottenga come risultato 18 e un altro 9 e che, nonostante questo, entrambe le misure risultino significanti). Permette infatti di confrontare se i risultati ottenuti ci dicono qualcosa o meno dello stesso fenomeno (i.e. a partire dalla stessa descrizione del fenomeno). Nuovamente, la *significanza* non è primariamente interessata ai risultati numerici (per quanto questi siano essenziali e inseparabili dalla descrizione della *significanza* stessa): è piuttosto interessata a comprendere quali relazioni possono governare questi valori (per esempio, maggiore-di, se-sommati-uguali-a eccetera), nel rispetto, sempre, di una certa descrizione del fenomeno. È proprio lo spazio senza perdita d'identità che interessa alla e la *significanza*.

Capitolo 2: la *Teoria rappresentazionale della misura*.

1.1 Contesto storico e teorico.

Per comprendere al meglio lo stato dell'arte delle considerazioni che vengono proposte attorno al tema della misurazione (i.e. la Trm), può risultare utile inquadrare il contesto nel quale Stevens, nel 1946, pubblica il suo rivoluzionario articolo sulla misurazione.

Non si entrerà qui nel merito della storia completa e generale della misurazione: si è interessati infatti soltanto a sottolineare come venisse concepita la misurazione in ambito scientifico prima di Stevens. Prendiamo come esempio di questa concezione il report della British Association per lo sviluppo della scienza (Science, 1938). In questo testo, famoso tra chi si occupa di misurazione[14], l'argomento trattato è quello della sensazione psicofisica: è possibile misurarla scientificamente? La risposta di Guild all'interno del report è secca: no[15].

Per quanto non sostenuta da tutti coloro che hanno contribuito alla stesura del report, la posizione di Guild è vicina all'immagine della misurazione che si è formata nel tempo all'interno della fisica, alla quale storicamente hanno contribuito fisici del calibro di Helmholtz e matematici come Hödler (Swistak, 1990; Suppes & Zinnes, 2002). Questa posizione può essere riassunta come segue:

i. il mondo matematico e quello empirico esistono separati l'uno dall'altro, senza nessun collegamento necessario: "there is nothing inherently numerical in the structure of the phenomenal world[16]" (Science, 1938 - pp. 297); "[…] there is no *a priori* connection between phenomenal structure and number[17]" (*ibidem* - pp. 297). Questa posizione vuole sottolineare come la misurazione non sia una questione prettamente numerica. Essa infatti si fonda piuttosto su certe relazioni e le loro proprietà. Guild comincia asserendo l'indipendenza delle relazioni dagli elementi: "Relations are themselves things which can be classified in virtue of certain characteristics irrespective of the kind of things related by them [i.e.

[14] Se ne parla infatti in Stevens (1946), Finkeistein & Leaning (1984) e Luce & Supper (2002); mentre la posizione incarnata da Guild e da Campbell (si veda sopra) è trattata da Stevens (1958), Luce (1959), da Rozeboom (1966) e da Roberts (2009).

[15] Egli conclude la sua esposizione con le seguenti parole: "We must conclude therefore that sensation intensity is not measurable either as an *A* magnitude or as a *B* magnitude. It is not measurable in any sense of the term" (Science, 1938 - pp.328).
Traduzione: Dobbiamo concludere quindi che l'intensità della sensazione non è misurabile né come una grandezza A, né come una grandezza B. Non è misurabile in nessun senso del termine.
Non entreremo qui nel merito dei due tipi di grandezza qui citati (*A* e *B*) in quanto non sono strettamente necessari per la presente argomentazione.

[16] Traduzione: non c'è nulla di intrinsecamente numerico nella struttura del mondo fenomenico.

[17] Traduzione: [...] non c'è alcuna connessione *a priori* tra la struttura di un fenomeno e il [concetto di] numero.

numeri o elementi propri di un certo fenomeno][18]" (*ibidem* - pp. 297). Le relazioni sono pertanto indipendenti dagli elementi che mettono in relazione: per esempio, l'uguaglianza non è una proprietà riscontrabile soltanto tra due gocce d'acqua identiche, è una proprietà trasversale agli elementi. Guild poi specifica: "[...] it is these properties of relations themselves, and not any specific properties of the things related by them, which confer relational similarity or dissimilarity on classes defined by relations[19]" (*ibidem* - pp. 297). L'indipendenza delle relazioni permette così di considerare queste ultime come garanti della connessione tra il mondo matematico e quello fenomenico: qualora ci si affidasse infatti alle proprietà esclusive di un certo insieme di elementi fenomenici, il risultato sarebbe un sistema di misurazione descrivibile soltanto facendo riferimento a quel particolare fenomeno. Si capisce che una simile conseguenza porterebbe all'incomunicabilità tra sistemi di misurazione diversi tra di loro. Se, per esempio, si volesse misurare la lunghezza partendo dal bambù, si svilupperebbe un sistema proprio del bambù, incapace di tradursi nel sistema per misurare la lunghezza sviluppato a partire, per esempio, dalla pietra. Affinché entrambi questi sistemi possano tradursi l'uno nell'altro è infatti necessario sviluppare un certo sistema che non appartenga a nessuno dei due in maniera esclusiva: che sia indipendente dagli elementi propri di un qualsiasi sistema. E' pertanto necessario mantenere separato il sistema di misurazione da quel che viene misurato: in questo modo è infatti possibile affidarsi a un qualsiasi sistema di misurazione particolare (per esempio, il bambù), proprio perché abbiamo la certezza di poterlo tradurre in un qualunque altro (per esempio, la roccia).

ii. Guild espone poi quali sono le regole di questa traduzione: sono le relazioni di equivalenza e di addizione. Egli afferma infatti che, affinché sia possibile collegare il mondo empirico a quello matematico "[…] we must artificially associate a phenomenal criterion with *numerical equality* and a phenomenal operation with *numerical addition*[20]" (*ibidem* - pp. 298, corsivi nostri).

[18] Traduzione: Le relazioni sono oggetti [della conoscenza] che possono essere classificate di per sé tramite certe caratteristiche indipendenti dalla tipologia di oggetti che mettono in relazione.
[19] Traduzione: [...] sono queste proprietà delle relazioni, e non delle qualsiasi specifiche proprietà degli elementi che queste mettono in relazione, che conferiscono [i.e. permettono di parlare di] somiglianza o non somiglianza relazionale alle classi definite dalle relazioni.
[20] Traduzione: [...] dobbiamo associare artificialmente un criterio fenomenico con l'uguaglianza numerica e un'operazione fenomenica con l'addizione numerica.

Ma cosa si intende con uguaglianza? Guild descrive il processo empirico di misurazione come condurre certe operazioni a partire da un insieme di elementi rappresentanti di una certa grandezza: i campioni (intesi qui con un significato vicino a quello che questa parola presenta in statistica). Dice: "[…] we adjust these samples until they *fulfil our experimental criterion of equality*. In this way we obtain any required number of 'equal' quantities of the magnitude [i.e. le unità di misura][21]" (*ibidem* - pp. 299, corsivo nostro). L'uguaglianza è quindi una relazione che si propone tra i vari campioni di uguale grandezza ed è costantemente riproposta anche tra quei campioni di grandezza diversa. In che modo? Nel caso di due campioni uguali è abbastanza evidente: essi infatti intrattengono una relazione di equivalenza proprio perché uguali. Ma campioni diversi? Essi rispettano l'equivalenza poiché possono essere scomposti (e quindi anche composti) in campioni uguali (i.e. unità di misura). E questi ultimi presentano necessariamente, tra di loro, una relazione di equivalenza.

Essa permette di poter sempre confrontare due campioni qualsiasi e di asserire quanto una certa grandezza è presente in un singolo campione: questo perché ognuno di essi è componibile da campioni che tra di loro intrattengono una relazione di equivalenza.

iii. L'ultima specificazione riguardo alla posizione di Guild è la seguente: "All other arithmetical operations, subtraction, multiplication or division, involution or evolution, etc., ultimately derive their significance from the operation of addition[22]" (*ibidem* - pp. 297). Qualora quindi non fosse possibile disporre della relazione additiva, non ci si dovrebbe neanche scomodare nel parlare di aritmetica. La maternità dell'operazione di addizione è, in questa visione, talmente forte da determinare cosa si può dire numero e cosa no. Tornando al punto (i), quando si affermava che il mondo fenomenico e quello matematico erano separati, non è stato necessario definire il mondo fenomenico per esporre la visione di Guild. È stato necessario invece esporre cosa si intendesse per mondo matematico: *equivalenza* e *somma*, poiché sono queste due, secondo Guild, le relazioni che fungono da fondamenta di quel che sappiamo sul numero. Quindi, se queste sono

[21] Traduzione: [...] prepariamo questi campioni finché non raggiungono il nostro criterio sperimentale di uguaglianza. In questo modo otteniamo un qualsiasi numero di uguali quantità della grandezza [che stiamo misurando].

[22]Traduzione: Tutte le altre operazioni aritmetiche, la sottrazione, la moltiplicazione, la divisione, l'involuzione e l'evoluzione eccetera, derivano il loro significato, in ultima istanza, dall'operazione dell'addizione.

riscontrabili nel mondo fenomenico si può procedere alla misurazione: altrimenti questa risulta completamente preclusa.

Ecco perché la sua risposta è un deciso no. Egli usa le due relazioni fondamentali (equivalenza e addizione) per definire e delimitare la misurazione al campo aritmetico. Tutti quei fenomeni che non presentano relazioni d'addizione non possono dirsi compiutamente misurabili: perché, si argomenta qui[23], quella che viene usata per descriverli non è propriamente aritmetica. Una simile argomentazione è riscontrabile anche in Campbell, un noto fisico ed epistemologo del 1900: egli sostiene che l'*extensive measurement* sia l'unica vera forma di misura (Swistak, 1990; Suppes & Zinnes, 2002). Riassumendo la natura di questa tipologia di misurazione: "The two fundamental concepts […] is[24] a binary operation $\circ$ of combination [la relazione additiva di Guild] and an ordering relation $\gtrsim$" (Luce & Suppes, 2002 - pp. 6). L'*extensive measurement* condivide quindi con la posizione di Guild la centralità dell'addizione come *conditio sine qua non* della misurazione. Questo paradigma in ambito metrologico è rimasto invariato per lungo tempo: la semplice intuizione che sta alla base (i.e. i campioni equivalenti da poter sommare tra di loro) ha infatti accompagnato la pratica della misura per molto tempo e ha sostenuto la fisica nel suo successo e sviluppo (Vincent, 2022). Comprendiamo quindi come davanti alla pretesa psicologica di operare misurazioni psicofisiche (per esempio, si veda la legge di Weber, i tentativi di Fechner o Thurstone – Luce & Suppes, 2002), la comunità scientifica del tempo si fosse opposta fortemente. Le difficoltà nella misurazione psicofisica infatti ruotavano attorno alla difficoltà di trovare una certa unità di misura (relazione d'equivalenza - per come intesa da Guild) che permettesse la concatenazione di sé stessa (relazione d'addizione). Per quanto riguarda la misura di una sensazione era necessario trovare un *quantum* minimo d'incremento che permettesse di rendere conto dei vari intervalli nelle sensazioni: per esempio, quanto dista la sensazione di luce molto intensa da quella di luce fioca? Uno dei primi psicologi a occuparsi di questo problema, Fechner lavorava in questa direzione: "The question was: What are the small equal increments to be added?[25]" (Luce & Suppes, 2002 - pp. 11). La risposta che egli architetta è quella delle JND (i.e. *just noticeable differences* - tradotto: differenze appena percepibili): intervalli costanti che permettono di misurare la distanza tra le varie sensazioni. Il problema di questa proposta era che "[...] he treated without [empirical] proof that a

[23] Tale posizione non è infatti mai sostenuta da Guild durante la sua esposizione, ma risulta evidente dalla costruzione della sua argomentazione, riassunta sopra.

[24] Riportiamo il testo per come è stato scritto, pur rendendoci conto che, grammaticalmente, si dovrebbe sostituire *is* con *are*.

[25] Traduzione: La domanda era: quali sono i piccoli incrementi equivalenti da sommare [tra di loro]?

sequence of JNDs forms a standard sequence[26]" (*ibidem* - pp. 11). Con *standard sequence* si intende qui una sequenza aritmetica, ovvero un insieme ordinato di valori che presentano un valore costante tra uno qualsiasi di questi e il suo successivo, come anche il suo precedente (i.e. 1, 3, 5, 7… è una sequenza aritmetica poiché la distanza x tra due qualsiasi valori è costante, $x = 2$). Senza quindi la prova empirica che la sensazione era rappresentabile da una sequenza aritmetica, i.e. senza la prova dell'esistenza di un'effettiva unità di misura, comprendiamo come fosse difficile giustificare il proprio lavoro di ricerca in un ambiente nel quale la misura estensiva regnava.

Risulta ora chiaro per quale motivo la comunità scientifica del primo novecento si spaccasse attorno alla questione della misura in psicologia. Si potrebbe infatti riassumere la posizione dei fisici del tempo con il motto: senza addizione, senza misura[27]; e in psicologia non si riusciva a concatenare i fenomeni d'interesse.

Tutto questo comincia a cambiare quando Stevens (1946) apre la discussione attorno al punto (iii) sopra descritto: egli promuove una visione che disloca la relazione di addizione come centrale per l'aritmetica. Egli si fa portatore della possibilità di costruire diverse matematiche, ognuna con la propria coerenza interna; di dislocare la nozione di quantità dalla necessità della somma ("The novelty […] is […] extending the notion of quantity to systems which do not possess a concatenation operation[28]" – Swistak, 1990 - pp. 5). Questo permette di poter ampliare le connessioni tra matematica e mondo empirico: se prima queste erano infatti costrette al rispetto delle relazioni d'addizione (e di equivalenza), ora queste possono, virtualmente prendere qualsiasi forma che la costruzione di diverse matematiche permette.

La sua posizione può essere riassunta come segue:

i. innanzitutto egli descrive la matematica come principalmente "a game of signs and rules, man-made and arbitrary, like the game of chess[29]" (Stevens, 1958 - pp. 383) e condivide con Guild la visione dell'indipendenza della matematica dal

[26] Traduzione: [...] stabilì, senza prove [empiriche], che una sequenza di JND formasse una sequenza standard.
[27] Non consideriamo qui volontariamente la presenza di quel che Campbell chiama "*B* magnitude" (Science, 1938 - pp. 298) o che normalmente va sotto il nome di "derived measurement" (Luce & Suppes, 2002 - pp. 8). Per quanto in questa forma, la misura non abbia la possibilità di descrivere delle relazioni di addizione, la sua presenza non ha svalutato il primato delle stesse e pertanto riteniamo la sua trattazione non essenziale ai fini di questo lavoro. Nei documenti consultati non è stata infatti trovata nessuna argomentazione svalutativa della relazione di addizione: piuttosto è presente una classificazione diversa (grandezze *A* e *B*; misure estensive/fondamentali e misure derivate) che permette di delineare una gerarchia (i.e. le grandezze *B* sono derivate da due o più grandezze *A*) che propone nuovamente la somma come principio fondamentale della misurazione.
[28] Traduzione: La novità [...] è [...] quella di estendere la nozione di quantità a sistemi che non possiedono l'operazione della concatenazione.
[29] Traduzione: un gioco di segni e di regole, fatto dall'uomo e arbitrario, come il gioco degli scacchi.

mondo empirico ("Nowhere […] is there any reference to the empirical objects[30]", *ibidem* - pp. 383). A differenza di Guild però egli non promuove nessuna predilezione di certe relazioni su altre: egli si concentra infatti molto di più sulla dimensione astratta della matematica e sulla storia che l'ha portata a separarsi dal suo bacino natio empirico, nel quale era un *unicum* con la misurazione. Per Stevens la matematica ha infatti, per natura, la capacità di superare i limiti imposti dalla dimensione empirica e concreta: l'astrazione è quindi, secondo lui, quel che caratterizza la matematica ("[…] it [mathematics] took off into the realm of pure abstraction, *where it properly belonged in the first place*[31]", *ibidem* - pp. 383, corsivo nostro). Grazie a questa visione, egli è in grado di slegarsi dalla supremazia delle relazioni di equivalenza e di additività, arrivando a considerare ogni relazione come in grado di supportare la misurazione (vedi punto successivo). Egli infatti, commentando il report della commissione di cui sopra, sorvola la questione dell'addizione e arriva a individuare la questione principale della misurazione in un'altra caratteristica: "It is plain […] that the real issue is the *meaning of measurement*. This, to be sure, is *a semantic issue*[32]" (Stevens, 1946 - pp. 677, corsivi nostri). Apre pertanto la possibilità di interessarsi alla misurazione non come qualcosa che è necessariamente in un certo modo (per esempio, la misura estensiva come modello di come si dovrebbe misurare), quanto più come qualcosa che può essere in base a come lo si descrive. Considerare quindi la matematica come un'entità astratta che può prendere diverse forme nell'ambito della misurazione e considerare quest'ultima come una questione interpretabile, una questione semantica, sono le prime mosse (nella nostra argomentazione) che permettono a Stevens di far vacillare l'assoluta autorità dei modelli metrologici che hanno sorretto la ricerca fisica fino a quel momento[33].

ii. Coerentemente con quanto detto sopra, l'idea di partenza di Stevens (derivata da Campbell) è quella che "[...] measurement, in the broadest sense, is defined as the

---

[30] Traduzione: Da nessuna parte [...] c'è un riferimento agli oggetti empirici.

[31] Traduzione: [...] questa [la matematica] partì verso il reame dell'astrazione pura, il suo vero luogo d'appartenenza.

[32] Traduzione: E' chiaro [...] che la vera questione è quella del significato della misura. Questa, ovviamente, è una questione semantica.

[33] Con questo non si vuole dire che la rivoluzione cominciata con Stevens abbia portato l'abbattimento della metrologia in fisica. Al contrario: le ha offerto un bacino teorico più ampio. Il successo di Stevens sta infatti nell'aver proposto un sistema teorico che permettesse di inglobare i risultati e le metodologie proprie della fisica, ma al tempo stesso che permettesse anche ad altre metodologie e discipline, di dire la propria in ambito della misura: con o senza concatenazione empirica.

assignment of numerals to objects or events according to rules[34]" (Stevens, 1946 - pp. 677). O detta più semplicemente ancora: "[...] the business of pinning numbers on things[35]" (Stevens, 1958 - pp. 384). Per avere una misurazione è necessario pertanto disporre di una o più regole: queste, come per Guild, sono derivate dall'osservazione di una certa similarità (i.e. *isomorfismo* - si veda il paragrafo 1.2.3) tra le relazioni empiriche di un fenomeno che si vuole studiare e quelle proprie del campo matematico. È questa similarità che permette di costruire dei modelli "[...] to represent aspects of the empirical world[36]" (Stevens, 1946 - pp. 677): delle rappresentazioni numeriche, delle misure di un certo fenomeno. È proprio in questo frangente che egli si slega dalla visione classica: per quanto egli riconosca l'importanza delle operazioni e relazioni empiriche per determinare il sistema di misura, egli non si limita a considerare quelle di equivalenza e di addizione come le principali. Nella visione di Stevens, anche la sussistenza della sola relazione di equivalenza, permette di poter assegnare dei numeri a degli oggetti empirici, così come ogni qualsiasi altra relazione può produrre una certa scala di misura, caratterizzata da specifiche regole. Si arriva pertanto a cambiare la massima della misurazione: da 'senza addizione, senza misura', ad 'a ogni relazione la sua misura'.

iii. Nel processo di misurazione pertanto, si individuano delle relazioni empiriche e le si trasforma in relazioni matematiche. Ma come definire queste relazioni matematiche? Si ponga il caso di avere un serie di pareti rocciose e di osservarne una relazione ordinata (del tipo maggiore-di) che ne descrive l'altezza. Una volta messe in ordine si è interessati a dare loro un'identità numerica e per semplicità si decide di numerarle in ordine crescente con un intervallo fisso: i.e. 1, 2, 3, 4 eccetera. Ora, un'altra persona è interessata a fare lo stesso, ma usando un'altra regola: al posto dell'intervallo fisso egli, per ragioni ignote, vuole usare intervalli decrescenti nel tempo: 7, 12, 16, 19 eccetera. Ecco che, i numeri differiscono tra di loro ma entrambe le rappresentazioni del fenomeno empirico sono valide, poiché entrambe rispettano la relazione d'ordine che si voleva osservare[37]. Si apre

[34] Traduzione: [...] la misurazione, in senso ampio, è definita come l'assegnazione di numerali a oggetti o eventi secondo [certe] regole.
[35] Traduzione: [...] l'operazione di assegnare numeri alle cose.
[36] Traduzione: [...] per rappresentare aspetti del mondo empirico.
[37] Questo vale anche per quanto riguarda le misure estensive o la metrologia classica: prima dell'avvento del sistema metrico infatti era possibile osservare una grande quantità di diverse unità di misura per la rappresentazione delle grandezze fisicamente fondamentali, i.e. la lunghezza, la massa eccetera (Vincent, 2022). Questa pluralità è più una problematica a livello pratico, in quanto a livello teorico esiste sempre una funzione

così la possibilità di individuare un gruppo di funzioni che permetta *in primis* di passare da una rappresentazione numerica del fenomeno a un'altra e quindi, in secondo luogo, di definire formalmente, con una funzione matematica generale, l'identità della relazione di nostro interesse (nel caso dell'esempio, la relazione d'ordine è descritta dal gruppo delle funzioni monotone crescenti). Con questa formula siamo quindi in grado, a partire da una certa relazione empirica, di identificare tutti i possibili valori numerici che possono essere assegnati a un certo elemento empirico senza modificarlo. Nelle parole di Stevens (1958): "How can we transform the numbers on the scale with no loss of empirical information?[38]" (*ibidem* - pp. 384). Siamo in grado quindi di descrivere lo spazio formale all'interno del quale si possono muovere i vari elementi di nostro interesse: uno spazio composto da una serie di punti predeterminati (i.e. una serie di valori numerici regolati da una funzione matematica generale) sui quali possiamo far coincidere (rappresentare) i vari elementi empirici.

iv. Stevens poi affronta il problema delle statistiche permesse: i.e. quali operazioni statistiche si possono condurre sui dati ottenuti da una certa rappresentazione? Cosa si può dire della distribuzione dei valori della rappresentazione? Questa questione è strettamente legata al tema della *significanza* di cui parleremo dopo: qui ci basti sapere che, nella visione di Stevens (1946), "[...] the statistical manipulations that can legitimately be applied to empirical data *depend upon the type of scale*[39]" (*ibidem* - pp. 677). La tipologia di scala racchiude quindi al suo interno tutte le regole affinché una certa relazione empirica non venga deformata sia nella sua rappresentazione formale, sia nell'analisi della stessa (il tema dell'analisi sarà approfondito più avanti, sia quando parleremo del *teorema della rappresentazione*, sia quando parleremo della *significanza*).

v. C'è da fare un'ultima specifica: per quanto Stevens si affranchi dalla visione esemplificata sopra da Guild e da Campbell, egli continua a riconoscere una certa gerarchia tra le varie tipologie di scala. Osservando la Tabella 1 (riportata qui direttamente dall'articolo di Stevens, 1946) è infatti possibile notare come le varie tipologie di relazioni empiriche, e conseguentemente di scala, presentino un certo

che permetta di tradurre un certo sistema (per esempio, metrico) in un altro (per esempio, imperiale), a patto che entrambi si interessino del medesimo fenomeno e lo descrivano a partire dalle stesse relazioni.

[38] Traduzione: Come possiamo trasformare i numeri di una scala senza perdere informazioni empiriche?

[39] Traduzione: [...] le manipolazioni statistiche che possono essere applicate in modo legittimo ai dati empirici dipendono dalla tipologia di scala.

ordine: dalla scala nominale alla scala rapporto. Tale ordine rappresenta il fatto che:

(a) le relazioni che determinano una scala sono contenute all'interno di tutte le scale successive (per esempio, la relazione d'equivalenza è presente nella scala nominale come in tutte le altre), andando verso un limite superiore di coincidenza con le relazioni che caratterizzano l'aritmetica *tout court*;

(b) il gruppo di funzioni di una certa scala è contenuto in tutte quelle precedenti (per esempio, il gruppo di funzioni proprio della scala rapporto è una possibilità che una scala nominale può prendere in considerazione per la determinazione dei valori della propria rappresentazione – non vale il contrario);

(c) le *permissible statistics* funzionano come (a).

Nelle parole di Stevens (1958): "In general, the richer the experimental operations [le relazioni empiriche], the greater is the isomorphism between them and the formal model of arithmetic [i.e. ci si avvicina alla matematica *tout court*], and the more restricted is the range of invariant transformations [il gruppo delle trasformazioni, quindi maggiore è il numero delle statistiche permesse][40]" (*ibidem* - pp. 384).

Scale	Basic Empirical Operations	Mathematical Group Structure	Permissible Statistics (invariantive)
NOMINAL	Determination of equality	*Permutation group* $x' = f(x)$ $f(x)$ means any one-to-one substitution	Number of cases Mode Contingency correlation
ORDINAL	Determination of greater or less	*Isotonic group* $x' = f(x)$ $f(x)$ means any monotonic increasing function	Median Percentiles
INTERVAL	Determination of equality of intervals or differences	*General linear group* $x' = ax + b$	Mean Standard deviation Rank-order correlation Product-moment correlation
RATIO	Determination of equality of ratios	*Similarity group* $x' = ax$	Coefficient of variation

Tabella 1: le scale proposte dall'impostazione di Stevens (1946).

[40] Traduzione: In generale, quanto più ricche sono le operazioni empiriche, tanto più grande è l'isomorfismo tra queste e il modello formale dell'aritmetica e tanto più ristretto il range delle trasformazioni invarianti.

Questa descrizione è stata guidata dall'obiettivo di:

- rendere il più chiare possibili le fondamenta della Trm: per quanto essa si distacchi da Guild e in parte dalla proposta di Stevens (si veda il paragrafo 1.2), è sicuramente debitrice verso quest'ultimo per aver ricevuto uno spazio discorsivo e teorico dove fosse presente la possibilità di parlare di misurazione in un senso più ampio rispetto a quello classico;
- introdurre il lettore all'attuale concezione della misura, diversa da quella *mainstream* a cui siamo solitamente abituati (per esempio, il sistema metrico, rappresentante della misura estensiva);
- sottolineare l'importanza delle relazioni come componenti fondamentali della matematica e della loro capacità di formare diverse matematiche, ognuna governata da una certa coerenza interna. Per esempio: un sistema matematico che è governato soltanto da relazioni di equivalenza, ha infatti la possibilità di esistere teoricamente e poter produrre dei risultati coerenti alle proprie regole e, possibilmente, utili alla causa di chi lo utilizza.

1.2 La Teoria rappresentazionale della misura[41].

Cosa si intende per *rappresentazionale*? "The modern form of measurement theory is *representational* - numbers assigned to objects/events must represent the perceived relations between the properties of those objects/events[42]" (Finkelstein & Leaning, 1984 - pp. 26, corsivo nostro). Come esposto sopra, la natura rappresentazionale è una caratteristica costante nella concezione della misura: l'astrazione matematica, come esposto da Guild (Science, 1938) e da Stevens (1958), è infatti da tempo quella caratteristica che permette di separare la natura formale della misurazione da quella empirica. È quanto permette di dire che, per esempio, il numero '3' rappresenta sempre la stessa quantità, indipendentemente dal fatto che rappresenti atomi o carote. Ecco, la natura separata di formalismo e dimensione empirica è proprio quello che permette di operare la rappresentazione: qualora infatti i numeri fossero

[41] Di questo argomento e del successivo (la *significanza*) verranno descritte le caratteristiche principali, senza entrare nel merito di tutte le sfaccettature che si possono trovare studiando questi argomenti: non si parlerà pertanto, in maniera approfondita, di visioni *descrittive* o *normative* della *Trm* (Roberts, 2009) o della varie teorie della significanza (Narens, 2014). Il nostro interesse verte infatti sulla descrizione generale, sull'identificazione di quelle caratteristiche trasversali che permeano questi argomenti: vogliamo infatti avanzare una proposta per l'analisi della *dinamica* della conoscenza scientifica (vedi il Capitolo 3) e per fare questo siamo interessati, primariamente, a comprendere le invarianze che tutte le diverse posizioni sugli argomenti sopra citati condividono.

[42] Traduzione: La forma moderna della teoria della misurazione è rappresentazionale - i numeri assegnati a oggetti/eventi devono rappresentare le relazioni percepite [empiriche] tra le proprietà di questi oggetti/eventi.

inestricabilmente legati a quel che rappresentano, non ci sarebbe più questa distinzione tra empirico e astratto[43]. Il fatto che sono slegati ci permette di usare più volte il formalismo: per rappresentare, appunto, più casi empirici. Riaffermando così i punti (i) di Guild e di Stevens, necessaria conseguenza è che la dimensione formale presenti un percorso di sviluppo diverso da quello dello studio dei fenomeni empirici. Questo è un punto estremamente centrale che ci permette di cogliere al meglio l'idea alla base della Trm: la coesistenza formale di sistemi formali descrivibili a partire dal medesimo linguaggio.

Ora, per descrivere la separazione tra matematica e mondo empirico con un esempio, è possibile usare un punto nello spazio come origine comune (Stevens, 1958; Vincent, 2022) e due segmenti di lunghezza indefinita, che da questo partono, per distinguersi sempre di più nel tempo. Questa semplificazione permette di visualizzare la matematica e la dimensione empirica come due strutture geometriche che, per quanto diverse, possono comunque presentare delle sezioni estremamente simili: è quando si osserva questa similitudine che è possibile usare la conoscenza matematica per descrivere l'empirico. Per esempio: quando ci si accorge che la somma di due bastoni permette di considerare il risultato come un terzo bastone, avente la lunghezza dei due precedenti sommata tra di loro. Quel che permette tutto questo è da ricercarsi nel fatto che sicuramente la matematica non è adiacente[44] alla realtà empirica che si può osservare quotidianamente, ma che, proprio per questo, ha la possibilità di descriverla. Il controllo scientifico consiste allora nell'individuare quali sezioni della matematica possono essere utilizzate nella descrizione di un certo fenomeno empirico. Ma non tutte le sezioni della matematica, o l'intera matematica, possono descrivere tutte le strutture empiriche con cui veniamo a contatto: per esempio, per quanto datata, la critica di Guild rimane valida nel suo affermare che in psicofisica non si possono operare delle misure estensive. Comprendiamo quindi come la descrizione del sistema empirico sia l'essenziale

[43] Per quanto si ipotizzi che questa distinzione all'inizio non esistesse (Vincent, 2022). A supporto di tale tesi si possono osservare le difficoltà dei matematici del passato ad accettare un concetto come quello dell'infinito (Narens, 2014), di cui non si conosce, con certezza, alcun riferimento empirico; o la stessa distinzione osservabile nei nomi dati agli insiemi di numeri: tra tutti, i numeri *reali* e quelli *immaginari*.

[44] Si consideri a questo riguardo il contributo di Suppes (1969), nell'articolo "Foundational aspetcs of theories of measurement". In questo paper egli individua nella nozione di infinito e di continuo un problema formale non indifferente: potendo infatti la matematica disporre di insiemi di numeri continui e grandezze infinite, essa entra in contrasto con la realtà empirica, nella quale non siamo in grado di considerare né l'una né l'altra. Egli quindi afferma che "[...] among the morass of all possible numerical relational systems only a very few are of any computational value" (*ibidem* - pp. 50), a indicare come l'estensione della matematica ecceda la nostra capacità di descrivere la realtà empirica che conosciamo e come questo eccesso non abbia pertanto potere di *rappresentare* le nostre descrizioni del reale.
Traduzione: [...] davanti alla palude di tutti i possibili sistemi relazionali numerici soltanto una manciata di questi presenta un qualche valore computazionale [i.e. sono d'interesse metrologico].

punto di partenza operativo per capire quale rappresentazione numerica sia la più adeguata per quel particolare fenomeno empirico.

Ora, sottolineata l'importanza delle condizioni iniziali (i.e. la descrizione del sistema empirico) e della necessità di trovare un sistema matematico, *ad hoc*, che rispetti tali condizioni (i.e. che ne rispecchi le caratteristiche principali), possiamo entrare nel merito di quelli che sono i due problemi principali della Trm.

1.2.1 Il problema della rappresentazione.

Questo primo problema si occupa di trovare una giustificazione logica all'assegnazione di numeri a certi oggetti propri di un fenomeno. Suppes e Zinnes (1963) lo descrivono nel seguente modo: "The first problem for a theory of measurement is to show how various features of [...] arithmetic [...] may be applied in a variety of empirical situations[45]" (*ibidem* - pp. 3). Se infatti sono presenti, come esposto poco sopra, 'diverse matematiche', utilizzabili ai fini della misurazione dei fenomeni empirici, è necessario individuare quelle proprie del fenomeno empirico di nostro interesse; pena concepire la misura in maniera esclusiva: i.e. alcuni oggetti non possono essere misurati (come è accaduto nella visione classica dell'*extensive measurement*). "This is done by showing that certain aspects of [...] arithmetic [...] have the same structure as the empirical situation investigated[46]" (*ibidem* - pp. 3-4): è pertanto da ricercare una certa corrispondenza, in grado di giustificare l'uso del mondo matematico nella rappresentazione dei fenomeni di nostro interesse. E' quindi necessario descrivere, *in primis*, la struttura numerica e quella empirica allo stesso modo, con la stessa forma. La soluzione a quest'operazione di 'traduzione', è identificabile nella nozione di *sistema relazionale*. Concetto introdotto per primo da Tarksi (*ibidem*), composto da un insieme non-vuoto di elementi A e da una serie di relazioni tra questi elementi R: formalmente, $\alpha = \{A, R_1, R_2, ...\}$. Con questo concetto è possibile distinguere tra *sistemi relazionali numerici*, dove A è un l'insieme dei numeri reali *Re*, ed *empirici*, dove A è un insieme di oggetti, appunto, empirici (*ibidem*, pp. 10). Verrà esposta ora, tramite la trattazione di Roberts (2009), il tema delle relazioni.

[45] Traduzione: Il primo problema di una teoria della misurazione è quello di mostrare come alcune caratteristiche [...] dell'aritmetica [...] possono essere applicate a varie situazioni empiriche.

[46] Traduzione: Questo avviene mostrando come alcuni aspetti [...] dell'aritmetica [...] hanno la stessa struttura della situazione empirica investigata.

1.2.2 Teoria delle relazioni[47].

Per comprendere questo argomento è necessario partire dalla nozione di prodotto cartesiano. Dati due insiemi A e B, un prodotto cartesiano è definito come AxB: i.e. un nuovo insieme nel quale $a \in A$ e $b \in B$ sono coppie ordinate, formalmente indicate con (a, b) e possono prendere la forma $\left(a_n b_n\right)$ in base a che valori di A e di B sono stati utilizzati per ottenere il prodotto cartesiano. Una *relazione binaria*[48] R è quindi formalmente indicata come *aRb* e indica un certo sottoinsieme del prodotto cartesiano AxB, tale che $R \subset AxB,\ aRb \subset R$. Tale relazione binaria comprende una rosa di possibili identità: in base a come un elemento si rapporta con l'altro abbiamo un tipo di relazione (per esempio, <, >). Queste tipologie possibili di relazione sono state formalizzate dai matematici in base alle proprietà che descrivono, come riportato in Tabella 2 (Roberts, 2009 - pp. 15). Queste proprietà non saranno qui trattate, basti sapere che esse presentano una precisa identità dalla quale è possibile costruire tutte le relazioni generalmente presenti in matematica. Notiamo come, per la forma con cui è descritta una certa relazione, non è necessario che gli elementi di A e di B (e quindi di R) siano dei numeri. In generale, è infatti sempre necessario definire l'insieme degli elementi in quanto "The properties of a relation are not clearly defined without giving its underlying set[49]" (*ibidem* - pp. 16): i.e. per fare in modo che, durante una certa misurazione, una relazione sia in grado di descrivere proprio quell'insieme di fenomeni è necessario che gli elementi del prodotto cartesiano siano definiti in maniera precisa affinché sia possibile definire a loro volta le proprietà proprie della relazione. Per esemplificare si propone un esempio presente in Roberts (2009 - pp. 16):

- $R = \{(a, b) \in AxA\text{: } a \text{ è } fratello\ di\ b\}$ - dove A è l'insieme di tutti gli abitanti dell'Italia.
- $R' = \{(a, b) \in BxB\text{: } a \text{ è } fratello\ di\ b\}$ - dove A è l'insieme di tutti gli abitanti di sesso maschile dell'Italia.

Ecco che, la definizione dell'insieme permette di descrivere in maniera molto precisa le proprietà della relazione in questione: per esempio, *R'* presenta una certa proprietà simmetrica che non è necessariamente presente per tutti gli elementi di R (i.e. $aR'b \leftrightarrow bR'a$). A parità di descrizione non-formale di R (per esempio, 'fratello di') è possibile, in base a che

[47] Quanto qui riassunto è illustrato nel capitolo 1.2 di Roberts (2009).
[48] Diciamo relazione *bi*-naria per comodità, ma in base a quanti elementi sono presi in considerazione nel *prodotto cartesiano* abbiamo una relazione *n*-aria. Per esempio: se abbiamo la terna (a, b, c) e una certa relazione che ne descrive i rapporti, R, allora *aRbRc* e *aRbc* descrivono una relazione *ter*-naria.
[49] Traduzione: Le proprietà di una relazione non sono definite in modo preciso senza esplicitarne l'insieme d'appartenenza.

elementi descrivono A, osservare una descrizione formale differente di R (i.e. composta da differenti proprietà). La definizione non-formale di A è pertanto essenziale per riuscire a comprendere come descrivere in maniera formale R: ecco perché si parla di *sistemi relazionali* (A, R) e non semplicemente di *relazioni* (R) - non si può prescindere dalla descrizione non-formale degli elementi dal momento che questa ha un ruolo centrale nella precisazione delle proprietà delle *relazioni*.

A Binary Relation (A, R) Is:	Provided That:
Reflexive	aRa, all $a \in A$
Nonreflexive	it is not reflexive
Irreflexive	$\sim aRa$, all $a \in A$
Symmetric	$aRb \Rightarrow bRa$, all $a, b \in A$
Nonsymmetric	it is not symmetric
Asymmetric	$aRb \Rightarrow \sim bRa$, all $a, b \in A$
Antisymmetric	aRb & $bRa \Rightarrow a = b$, all $a, b \in A$
Transitive	aRb & $bRc \Rightarrow aRc$, all $a, b, c \in A$
Nontransitive	it is not transitive
Negatively transitive	$\sim aRb$ & $\sim bRc \Rightarrow \sim aRc$, all $a, b, c \in A$; equivalently: $xRy \Rightarrow xRz$ or zRy, all $x, y, z \in A$
Strongly complete	for all $a, b \in A$, aRb or bRa
Complete	for all $a \neq b \in A$, aRb or bRa
Equivalence relation	it is reflexive, symmetric and transitive

Tabella 2: le proprietà delle relazioni *n*-arie (Roberts, 2009 - pp. 15).

1.2.3 Isomorfismo e omomorfismo.

E’ ora possibile entrare maggiormente nel merito del *problema della rappresentazione*. Esso si presenta come segue: quali sono le condizioni (necessarie e) sufficienti per dire che due *sistemi relazionali,* empirico e numerico, sono equivalenti? Queste condizioni sono solitamente chiamate assiomi e il teorema che ne definisce la sufficienza è chiamato *teorema della rappresentazione* (Roberts, 2009). L’enunciazione degli assiomi è condotta dalle proprietà che R presenta: se per esempio un *sistema relazione* propone (A, >), allora un altro *sistema relazionale* (B, R), che vuole rappresentare il primo (o esserne rappresentato), dovrà godere di proprietà transitiva, in quanto essa è propria della relazione >. La rappresentazione quindi può avvenire partendo dal *sistema relazionale numerico* come anche da quello *empirico*: è infatti sufficiente che si definiscano le proprietà dalle *relazioni*. Grazie a questi assiomi quindi, si è in grado di dare una certa stabilità, un certo fondamento, all’operazione di misura: si delinea, via via, un percorso che parte da un certo fenomeno, dalla sua descrizione non-empirica, passando per una sua prima formalizzazione logica (i.e. le proprietà) e arriva infine alla sua propria rappresentazione matematica. Sorge però spontanea una domanda:

come giustificare il passaggio da una descrizione non-formale a una formale? Cosa permette l'equivalenza tra le proprietà delle *relazioni* dei due *sistemi relazionali*? Questo ruolo è ricoperto dall'isomorfismo e dall'omomorfismo: esse sono delle funzioni che legano un sistema relazionale empirico con uno numerico, in modo che le relazioni del primo siano equivalenti a quelle del secondo. Nello specifico:

- con omomorfismo si intende una f(x) che collega più elementi del sistema relazionale empirico a un unico elemento di quello numerico.
- con isomorfismo si intende invece una $f(x)$ che collega un unico elemento del sistema relazionale empirico a un unico elemento di quello numerico ("Unlike an isomorphism, *which is one to one*, an omomorphism is *many to one*"[50], *ibidem* - pp.3).

1.2.4 Riassunto.

Il primo scoglio per poter dire di disporre di una misura rappresentazionale è il *problema della rappresentazione*. Esso può essere descritto come una sequenza di passaggi:

a. Descrizione non-formale: individuare il fenomeno di interesse, descrivendone gli elementi e le *relazioni* che interessano questi ultimi.
b. Descrizione del *sistema relazionale empirico* (α): offrire una prima formalizzazione del fenomeno, identificando quali sono le proprietà delle *relazioni* che descrivono gli elementi interessati.
c. Descrizione del *sistema relazionale numerico* (β): grazie a, $f(x)$, un -morfismo (che sia iso- od omo-) tra le proprietà delle *relazioni* del *sistema relazionale empirico* (i.e. gli assiomi di Roberts, 2009), descrivere un *sistema relazionale numerico* che sia corrispondente a quello *empirico*.
d. Il risultato finale è una terna, chiamata *scala*, (α, β, f), che riassume tutti i passaggi precedenti.

In poche parole, questo *problema* si occupa del delicato passaggio dal mondo empirico a quello formale: questo viene fatto cercando di mappare il mondo empirico in quello formale, utilizzando le coordinate offerte da quest'ultimo - dopotutto, se la misurazione non è altro se non l'assegnazione di numeri a oggetti tramite regole (Stevens, 1946), gli elementi empirici per essere rappresentati formalmente devono, tautologicamente, essere rappresentati tramite elementi formali (i.e. numeri) che rispondono a certe regole (i.e. le proprietà delle relazioni e, conseguentemente, le *admissible transformations,* di cui si parlerà nel paragrafo successivo).

[50] Traduzione: Diversamente da un isomorfismo, che è una relazione di uno-a-uno, un isomorfismo è una relazione molti-a-uno.

In chiusura, è possibile notare come non si abbia ancora chiamato in causa i numeri. Per quanto infatti la risoluzione del *problema della rappresentazione* sia essenziale essa non dice nulla di preciso sui numeri da usare nella rappresentazione. Non dice (almeno ancora) nulla di preciso su quali regole deve seguire l'*assegnazione numerica*: ovvero quel processo che permette di passare da un *sistema relazionale numerico* del tipo $\alpha = (Re, >)$ all'esplicitazione di quale specifica classe di valori di *Re* può essere presa in considerazione. Per α infatti è possibile che $Re = \{1, 2, 3\}$, ma anche che $Re = \{0.001, 10000, 10001\}$, senza che in nessuno dei due casi si vada a screditare le soluzioni proposte per il *problema della rappresentazione*. Questo è il *problema dell'unicità*: i.e. come definire precisamente *f* nella *scala* (α, β, f) ?

1.2.5 Il problema dell'unicità.

Come descritto nel paragrafo precedente, la risoluzione del *problema della rappresentazione* permette di descrivere quali sono le regole della rappresentazione: esse sono di una precisa natura formale, raggiunta grazie alla definizione, in termini di proprietà, di un *sistema relazionale*.

Ora, il *problema dell'unicità*, in letteratura, si presenta come segue:

- già Stevens (1946) lo affronta: "What are the rules, if any, under which numerals are assigned? [...] In most cases a formulation of the rules of assignment discloses directly the kind of measurement and hence the kind of scale involved[51]" (*ibidem* - pp. 680). Da qui egli propone una domanda che centra il cuore della questione: "*In what ways can we transform its values and still have it serve all the functions previously fulfilled?*[52]" (*ibidem* - pp. 680 - corsivi nostri).
- per Suppes & Zinnes (1963) il *problema dell'unicità* è "determine the scale type of the measurements resulting from the procedure [...] from a mathematical standpoint the determination of the scale type [...] *is the determination of the way in which any two numerical systems are related which use the same numerical relations and are homomorphic to the given empirical system*[53]" (*ibidem* - pp. 14, corsivi nostri).

[51] Traduzione: Quali sono le regole, se ce ne sono, grazie alle quali avviene l'assegnazione numerica? [...] Nella maggior parte dei casi la definizione delle regole dell'assegnazione evidenzia in maniera diretta la tipologia di misurazione e quindi la tipologia di scala coinvolta.
[52] Traduzione: In che modi possiamo trasformare i suoi valori [della scala di misura] e comunque soddisfare tutte le funzioni precedentemente assolte [dalla scala misura]?
[53] Traduzione: determinare la tipologia di scala di misura risultante dalla procedura [...] da un punto di vista matematico la determinazione della tipologia di scala [...] è la definizione del modo in cui due sistemi numerici qualunque, che presentano le medesime relazioni numeriche e che sono omomorfe a una precisa struttura empirica, sono in relazione.

- secondo Adams (1966) “Any given kind of measurement system determines the numerical measures to be assigned in it *only with a specified degree of uniqueness, and the remaining arbitrariness of the measurement determines the scale type of the system, and its class of permissible transformations*[54]” (*ibidem* - pp. 126, corsivi nostri).
- Finkelstein & Leaning (1984) definiscono il problema come la determinazione della classe delle trasformazioni ammissibili: “[...] the class of admissible transformations, also known as the uniqueness condition[55]” (*ibidem* - pp. 26).
- per quanto riguarda Luce & Suppes (2002) essi asseriscono che “There is usually a formal difference between the kind of assignment of numbers arising from different procedures of measurement [...]. We may [...] describe the second fundamental problem [...] as that of determining the scale type [...] resulting from a given procedure[56]” (*ibidem* - pp. 4-5).
- secondo Roberts (2009): “How unique is the homomorphism f? [...] a uniqueness problem tells us what kind of scale *f* is [...] In particular [...] *puts limitations on the mathematical manipulations that can be performed on the numbers arising as scale values*[57]” (*ibidem* - pp. 55, corsivi nostri).

E’ possibile notare sin da subito come il panorama in letteratura si mostri compatto: si parla infatti di (i) procedure di misurazione, di (ii) assegnazioni numeriche, di (iii) trasformazioni ammesse o permesse e di (iv) tipologia o classe della *scala*.

Entriamo ora nel merito di questi elementi. Per quanto riguarda (i), le procedure di misurazione, queste sono il collegamento necessario che tiene unito il *problema della rappresentazione* con quello dell’*unicità*: la formalizzazione che conduce alla rappresentazione numerica (i.e. alla misurazione) prevede un percorso che inanella varie istanze, tra non-formali e formali, risultando in un processo che permette di descrivere la *scala* di misura in modo via via più preciso. Ma come avviene questo collegamento tra i due *problemi*? Ecco che entra in gioco il punto (ii): le *assegnazioni numeriche*. La risoluzione del

---

[54] Traduzione: Ogni tipologia di sistema di misurazione determina le assegnazioni numeriche sue proprie con un certo grado di unicità, l’arbitrarietà restante determina la tipologia di scala del sistema e la sua classe di trasformazioni permesse.

[55] Traduzione: [...] la classe delle trasformazioni ammesse, conosciuta anche come condizione di unicità.

[56] Traduzione: Solitamente c’è una differenza formale tra le assegnazioni numeriche che emergono da differenti procedure di misurazione [...]. Possiamo [...] descrivere il secondo problema fondamentale [...] come quello di determinare la tipologia di scala [...] che emerge da una certa procedura.

[57] Traduzione: In che modo l’omomorfismo *f* è unico? [...] il problema dell’unicità ci dice la tipologia di scala propria di *f* [...] In particolare [...] pone delle limitazioni alle manipolazioni matematiche che possono essere operate sui numeri determinati come valori della scala.

problema della rappresentazione ci permette di avere delle regole su cui fondare l'*assegnazione numerica*. Fintanto che si usano le regole generate a partire dall'identificazione delle proprietà delle *relazioni* proprie di un certo fenomeno, si è in grado di generare una sequenza di *rappresentazioni* numeriche dello stesso. Per fare questo è necessario riprendere la nozione di *-morfismo*: infatti la $f(x)$ che collega, '-morficamente', un *sistema relazionale empirico* (α) e uno *numerico* (β) può assumere diverse identità. Proprio il rispetto delle proprietà del *sistema relazionale* ci permette quindi di avere a disposizione una grande quantità di possibili rappresentazioni numeriche del fenomeno di nostro interesse. Un esempio pratico, sotto gli occhi di tutti, è quello delle varie unità di misura. Se si confrontano il sistema metrico (oggi inglobato nel SI) e il sistema imperiale si può osservare che, nel caso della lunghezza, entrambi siano in grado di offrire una rappresentazione numerica di un qualsiasi oggetto. Una persona alta 1.76 metri equivale circa a 5 piedi e 9 pollici: per quanto questi valori numerici siano differenti sono entrambi validi nel loro rappresentare numericamente l'altezza della persona in questione: proprio perché entrambi rispettano le proprietà descritte nel *sistema relazionale empirico*, in questo caso, dell'altezza. Allo stesso modo, quando per esempio in psicologia si vuole rappresentare numericamente l'accordo con una certa affermazione, è possibile farlo usando scale Likert del tipo 1-2-3-4-5, ma nulla vieta di usarne altre, per assurdo, del tipo 7-14-21-28-29: nuovamente perché entrambe queste *assegnazioni numeriche* sono in completo accordo con il fenomeno che si vuole *rappresentare*. Ora possiamo estrapolare due questioni dalla trattazione di questo punto:

1. Se entrambe le *assegnazioni numeriche* sono valide, è possibile descrivere il gruppo di *assegnazioni numeriche* che contiene tutte quelle provenienti da un certo *sistema relazionale empirico*?
2. Dati i due esempi, i.e. la rappresentazione del fenomeno della lunghezza e quella del fenomeno dell'accordo, rispondono alle stesse regole? Ovvero, sono descrivibili a partire dal medesimo *sistema relazionale*?

Riassumiamo brevemente i punti (i) e (ii) per fare chiarezza, rispondere alle domande appena poste e affrontare i punti (iii) e (iv):

- il punto (i) ci dice che il *problema dell'unicità* è una diretta conseguenza del *problema della rappresentazione*.
- il punto (ii) ci dice che esistono più *assegnazioni numeriche* in grado di rappresentare la risoluzione del *problema della rappresentazione* (tramite l'esplicitazione delle proprietà delle relazioni che il *sistema* presenta).

Rispondiamo ora alla prima domanda: è possibile descrivere un insieme che contiene tutte le possibili *assegnazioni numeriche*? La risposta è chiaramente affermativa e si può rendere operativa nel seguente modo. Prima di tutto si identificano le varie *assegnazioni numeriche* e le si raggruppa secondo una certa regola, come esemplificato da Adams, Fagot e Robinson (1965) "Weight measurements, for example, can be made using different units; this is represented formally by *a class of numerical assignments* (the pound-function, the ounce-function, the ton-function, etc.). In dealing with measurement in general we shall take as a basic notion that of a *class of numerical assignments*[58]" (*ibidem* - pp. 101, corsivi nostri). La regola che tiene assieme una *classe di assegnazioni numeriche* è proprio il punto (iii): le *trasformazioni ammesse* (d'ora in avanti *t.a.* per semplificare). Queste sono rappresentate da una particolare tipologia di funzioni, chiamata generalmente come *gruppo di trasformazioni* (per esempio, trasformazioni lineari positive - formalmente: $f(x) = ax + b$) che se applicate a una certa *assegnazione numerica* ne generano una ulteriore, senza che le proprietà del *sistema relazionale* vengano modificate ("Permissible transformations are transformations of a scale of measurement that preserve the relevant relationships of the measurement process[59]", Searle (1997) - pp. 4). Formalmente questa operazione viene chiamata funzione composta e si esprime come: $g \cdot f = h$, dove tutti i simboli rappresentano funzioni - nel nostro caso un'*assegnazione numerica*[60]. Esemplificando con la nozione di lunghezza: la classe delle *t.a.* in questo caso è quella della "similarity transformation" (Suppes & Zinnes, 1963 - pp. 16): formalmente $f(x) = ax$. Il caso della conversione metro-piede risulta come segue: con $x = 1\,metro$ e la $f(x)$, appartenente al gruppo delle "similarity transformation", che trasforma i metri in piedi, abbiamo $f(1) = 3.281 \times 1$, ovvero $1\,metro = 3.281\,piedi$. Comprendiamo quindi, come affermano Roberts & Roberts (1987), che "Corresponding to a scale of measurement f is a class of admissible transformations, functions ϕ so that ϕ composed on f is again an acceptable scale[61]" (*ibidem* - pp. 384). Ovvero ogni *scala* possiede una specifica classe di *t.a.* (i.e. un *gruppo di*

[58] Traduzione: Per esempio, la misurazione del peso [i.e. della massa] può essere fatta utilizzando diverse unità; questo formalmente è rappresentato da una classe di assegnazioni numeriche (la funzione-pound, la funzione-oncia, la funzione-tonnellata eccetera). Quando abbiamo a che fare con la misurazione in generale, utilizzeremo come nozione fondamentale quella della classe delle assegnazioni numeriche.

[59] Traduzione: Le trasformazioni permesse sono trasformazioni di una scala di misurazione che preservano le relazioni rilevanti del processo di misura.

[60] Questa infatti è a tutti gli effetti una funzione che come immagine ha il *sistema relazionale empirico* e come controimmagine ha quello *numerico*. Ora quando si opera una composizione di funzioni quel che si fa è collegare le controimmagini delle due funzioni prese in considerazione, i.e. i due *sistemi relazionali numerici*, tramite un'ulteriore funzione, identificabile come facente parte delle *t.a.*

[61] Traduzione: Corrispondente a una scala *f* esiste una classe di trasformazioni ammesse, [rappresentata dal]la funzione *phi* tale che *phi* composta con *f* è ancora una scala accettabile.

trasformazioni) che ne descrive tutte le possibili *assegnazioni numeriche*: ecco che questo è quello che ci permette di definire il punto (iv), la classe della *scala*. Questo punto è stato affrontato per primo da Stevens (1946): egli descrive le caratteristiche di una classe di *scale* come "[...] the mathematical transformations which leave the *scale-form* invariant[62]" (*ibidem* - pp. 678, corsivo nostro). La forma della scala, da mantenere invariata, emerge propriamente dalle proprietà delle relazioni del *sistema relazionale* con cui si descrive il fenomeno d'interesse: è da qui che tutto il processo di rappresentazione prende piede. Una classe di *scale* è pertanto un insieme di funzioni che rispettano le condizioni iniziali descritte nel *sistema relazionale empirico* e sono pertanto tra loro intercambiabili senza il rischio di perdere o deformare le informazioni che una certa rappresentazione può offrire da un punto di vista matematico-formale. Possiamo ora rispondere propriamente alla domanda 2: è possibile infatti affermare che i due esempi proposti sopra differiscono nel descrivere una diversa classe di *scale* e che questa differenza è riconducibile alla presenza di diversi *sistemi relazionali*. Si rimanda alla Tabella 1 e a Luce & Suppes (2002) l'elenco delle possibili tipologie di *scale* che si possono incontrare durante un processo di rappresentazione. Non verranno né elencate, né affrontate qui, poiché si è interessati esclusivamente ai principi che le rendono possibili, non tanto alla loro effettiva attuazione.

Riassumendo quindi i punti (iii) e (iv):

- le *t.a.* formano un gruppo grazie al quale è possibile descrivere tutte le possibili *assegnazioni numeriche* proprie di una certa *scala*.
- la tipologia di *scala* è individuabile formalmente proprio grazie alle *t.a.*: questo dà vita alla possibilità di trasformare e tradurre a piacimento una certa *assegnazione numerica* in un'altra.

Presentiamo infine brevemente, per completezza, il concetto di *interpretazione*. Questo viene proposto da Rozeboom (1966) nei termini di "[...] what a proposition about formal scales signifies in terms of the natural variables to which these scales correspond[63]" (*ibidem* - pp. 182). Se sostituiamo il concetto di 'variabile naturale' con quello di *sistema relazionale empirico*, ci si rende presto conto che l'interpretazione si presenta come il processo inverso e complementare della *rappresentazione*: ovvero, il passaggio dal *sistema relazionale numerico* a quello *empirico*. Da qui si ha quindi la possibilità di arricchire il processo di misurazione

[62] Traduzione: [...] le trasformazioni matematiche che lasciano la forma della scala invariata.
[63] Traduzione: [...] cosa ci dice una proposizione riguardo le scale formali nei termini della variabile naturale alla quale queste corrispondono.

con un ulteriore momento: non quindi unidirezionale, ma anche bidirezionale, *rappresentazione-interpretazione*.

In chiusura di questo paragrafo, si fa notare che:

1. “[...] the notion of representation, the translation of "qualitative" [...] into *appropriate* "quantitative"[64]” (Roberts, 2009 - pp. 56, corsivo nostro), è l’idea che sta alla base di tutta la Trm. Questo permette di evidenziare come, ancora una volta, tra i due *problemi* trattati in questi paragrafi vi sia un fortissimo collegamento: e che questo collegamento è molto preciso, tanto da offrire come risultato un utilissimo e altissimo grado di specificazione (si vedrà poi nel capitolo successivo, quando parleremo di *significanza*). Grazie a tutto questo processo e agli strumenti che esso mette a disposizione (i.e. le *t.a.*) siamo infatti in grado di distinguere, a parità di numeri (per esempio, $x = 1$ e $y = 1$) come questi contribuiscano a scale diverse (per esempio, una scala che ha come relazione soltanto >[65] e una scala che ha invece come relazione soltanto =[66]).
2. Questa stretta connessione permette di rendere utili i risultati numerici che otteniamo grazie alla rappresentazione: “[…] it is from a representation that we can learn about empirical phenomena, *by applying the concepts and theories that have been developed for the representing relations to the represented ones*[67]” (Roberts, 2009 - pp. 56, corsivi nostri) - i.e. la dinamica *rappresentazione-interpretazione*. La rappresentazione permette infatti, una volta attuata, di applicare retroattivamente su quel che è stato rappresentato tutte le possibilità matematiche e statistiche rese disponibili dalla particolare tipologia di scala. Questo è il nucleo della *significanza*: si rimanda però al prossimo capitolo per una trattazione più approfondita. Per ora infatti si vuole soltanto far notare come, una volta definito un *sistema relazionale empirico* i passaggi della *rappresentazione* e dell’*unicità* seguano un percorso sicuramente specifico e particolare, in grado di descrivere le varie differenze tra le varie classi di

[64] Traduzione: la nozione di rappresentazione, la traduzione del “qualitativo” in un appropriato “quantitativo”.
[65] In questo caso il valore di $x = 1$ si relazionerebbe con gli altri possibili valori secondo relazioni di maggiore/minore: è proprio quindi dire che $x > z$, dove $z = 3$. Questa tipologia di scala si chiama *ordinale* ed è usata, per esempio, per rappresentare l’accordo osservato tramite una scala Likert.
[66] In quest’altro caso invece il valore di y =1 non può essere usato per una relazione del tipo ‘>’ con $a = 4$. Può solo intrattenere relazioni del tipo ‘y non è uguale ad a’ o ‘y è uguale ad a’. Questa tipologia di scala si chiama *nominale* ed è usata, per esempio, per rappresentare numericamente il genere di un possibile rispondente a un questionario (per esempio, maschio, femmina e altro, possibili risposte a cui possiamo assegnare arbitrariamente i valori numerici 1, 2, 3 - limitati però, nelle possibilità matematiche e statistiche che mettono in campo, dalla relazione che essi si propongono di rappresentare).
[67] Traduzione: è grazie alla rappresentazione che possiamo apprendere nozioni sul fenomeno empirico, applicando alle relazioni rappresentate i concetti e le teorie sviluppati per le relazioni che le rappresentano.

scale, ma nondimeno necessario. Se infatti si prende in considerazione quello che è stato detto fino a ora, è possibile, per quanto con qualche riserva[68], accorgersi che, definito il *sistema relazionale empirico*, la risoluzione dei problemi di *rappresentazione* e *unicità* sia estremamente determinata. Se, per esempio, si definissero la lunghezza e la massa tramite il classico concetto di *extensive measurement*[69], per quanto i due fenomeni siano diversi, si otterrebbe, per entrambi, la stessa classe di *scale* e pertanto il medesimo gruppo di *t.a.*: questo perché, a livello di *sistema relazionale empirico* essi si presentano al medesimo modo. Le operazioni che vengono compiute sulla lunghezza e le sono proprie (vedi capitolo successivo sulla *significanza*) sono parimenti spendibili anche nello studio della massa. Questo per dire che, di fronte alla diversità dei fenomeni che studiamo, la *rappresentazione* ci permette di raccoglierli già a partire dalla definizione delle proprietà delle loro relazioni: letti in quest'ottica i vari fenomeni non sono distinguibili. Nel formalismo della Trm, la distinzione tra fenomeni avviene qualora siano presenti diverse proprietà delle relazioni (si veda l'esempio di Roberts, 2009, pp. 16 citato nel paragrafo 1.2.2). La forza della Trm starebbe quindi nel creare un ampio spazio teorico in grado di distribuire i vari fenomeni empirici all'interno di 'caselle' determinate in grado di guidare l'approccio scientifico (e, conseguentemente, quotidiano). La variabilità in queste 'caselle' non è però eliminata[70]: essa è però controllata dal sistema delle *t.a.* che nuovamente propone uno spazio ben preciso all'interno del quale accogliere come simile, come familiare, una certa *assegnazione numerica*; ma anche grazie al quale relegare altrove un'*assegnazione numerica* che non sia traducibile in un'altra già presente, grazie alla mediazione delle *t.a.* In altre parole, l'utilità che la Trm mette in campo, che la *rappresentazione* propone, è quella di definire in maniera molto precisa un fenomeno, sia in quello che si può dire, sia in quello che non si può dire a suo riguardo, tramite una sequenza di passaggi estremamente precisi e prevedibili nel loro susseguirsi. Proprio per questo è possibile notare il fatto che, risolto il *problema della rappresentazione*, quello dell'*unicità* abbia a disposizione delle soluzioni determinate

[68] Si veda a riguardo la distinzione che viene fatta tra *scale regolari* e *irregolari* proposta nell'articolo di Roberts & Franke (1976).
[69] Ma possiamo usare anche la nozione di scala a rapporto proposta da Stevens (1946): non cambia il fatto che lo scenario che ci si apre davanti, in quanto a possibilità matematico-formali, è il medesimo.
[70] Per rendersene conto basta consultare Cock-Starkey (2023) e osservare come nella storia umana la quantità di unità di misura per le grandezze quali la massa e la lunghezza sia immensa. Precisiamo come: (i) il saggio nello specifico si concentra sulla varietà dei sistemi di misura che sono stati usati nei paesi anglofoni; (ii) non sia un saggio strutturato, quanto più un elenco di aneddoti, nondimeno utile per rendersi conto della grande sfaccettatura che ha interessato l'operazionalizzazione della misura nella storia dell'uomo.

(i.e. le classi di *scale* che possono descrivere tutte le *assegnazioni numeriche* proprie della *rappresentazione*).

Capitolo 3: la significanza.

3.1 L'esigenza della stabilità.

3.1.1 Premessa.

Durante l'esposizione della Trm e della precisione che è in grado di mettere in campo, descritta, nel capitolo precedente, dalla diade *rappresentazione-interpretazione*, non è stato affrontato un problema centrale. Di tutto questo impianto, capace di fotografare con elementi e relazioni numeriche uno scenario altrimenti relegato alla sola speculazione linguistica e filosofica, non è stato infatti ancora detto nulla su come utilizzare i numeri che si ottengono: una volta che si è entrati di diritto nel regno della matematica pura, è possibile appoggiarsi a questa in tutto e per tutto? Oppure è necessario tenere conto di come si è arrivati a poter rappresentare numericamente un fenomeno empirico? Insomma, ora che è possibile tracciare questo ponte tra empirico e formale, come lo si può usare? Roberts (1984) offre un ottimo spunto dal quale cominciare a ragionare su queste domande: "One of the goals of measurement theory has been to understand *what statements we can meaningfully make using a numerical scale of measurement*[71]" (*ibidem* - pp. 35, corsivo nostro). Da questa affermazione, è possibile notare come sia possibile porre una distinzione: da una parte delle affermazioni, prodotte in seno alla misurazione, che significano[72] qualcosa e, dall'altra invece delle affermazioni che non presentano un significato, almeno per quanto riguarda il contesto della misurazione. Come scrive infatti Searle (1997): "Measurement theory helps us to avoid making meaningless statements[73]" (*ibidem* - pp. 2). Ma cosa vuol dire, per un'affermazione proveniente da una *rappresentazione*, significare qualcosa? Il problema di fondo da cui nasce questa dicotomia (*meaningless*-*meaningful*) è, semplificando, quello di dover giudicare un qualche oggetto come appartenente o meno a un certo gruppo.

3.1.2 Il problema di Delo.

Si propone ora una breve digressione per rendere più chiaro quanto si sta dicendo. Nel suo magistrale lavoro, Narens (2014) parla del problema di Delo[74]: la duplicazione del volume del cubo. Questo problema divenne particolarmente critico per i matematici greci che erano infatti convinti che tutto poteva essere detto, geometricamente parlando, a partire dal

[71] Traduzione: Uno degli obiettivi della teoria della misurazione è stato capire quali affermazioni che hanno senso possiamo fare quando usiamo una scala di misura numerica.

[72] Abbiamo qui deciso di attenerci, per il momento, a una traduzione di *meaningful* più letterale possibile: i.e. avere un significato, avere senso. Solitamente invece l'aggettivo di *meaningfulness*, sostantivo con cui solitamente si indica la *significanza*, è tradotto come *significante* in italiano. La nostra scelta è indirizzata a esprimere, in questo primo momento, la domanda che funge da fondamento all'intero discorso sulla *significanza*: cosa ha senso dire a partire da una certa rappresentazione?

[73] Traduzione: La teoria della misurazione ci aiuta a evitare di fare affermazioni che non hanno senso.

[74] Come riporta Narens (2014), si racconta che durante la peste di Atene del 427 a.C., la popolazione avesse mandato una delegazione per interrogare l'oracolo di Delo. Questo avrebbe risposto che per placare la pestilenza era necessario raddoppiare il volume dell'altare di Apollo: questo presentava la forma geometrica del cubo. La delegazione allora, tornata in patria, diede l'ordine di raddoppiare i lati del cubo: ma la peste non si placò. Questo perché la duplicazione dei lati dell'altare aveva generato un altare che occupava un volume otto volte più grande rispetto al precedente.

semplice utilizzo di due strumenti: il compasso e il righello, i.e. le figure geometriche della circonferenza e della retta. Incredibilmente per l'epoca, il problema venne risolto usando tutta una serie di concetti diversi da quelli di cerchio e retta. Non si entrerà nel merito della dimostrazione della risoluzione di questo problema: si è infatti interessati a osservare come sia possibile, in questo frangente della storia geometrica e matematica, tracciare una distinzione tra quanto è considerabile geometrico e quanto invece esula da questo dominio. Il problema di Delo confuse infatti per così tanto tempo i matematici greci da essere considerato irrisolvibile: i.e., da un certo punto di vista, talmente difficile da non risultare nemmeno più un problema geometrico, ma un mistero irrisolvibile. Questo però perché la geometria al tempo era considerabile come riconducibile, in ogni suo punto, proprio a un cerchio e a una retta. Se si fosse infatti chiesto di giudicare la duplicazione del cubo come un'operazione propria o meno del gruppo delle operazioni geometriche le risposte sarebbero state altamente discordanti, proprio in virtù del fatto che l'impostazione geometrica non era allora in grado di accogliere quest'evenienza. Ecco, volendo capire il nucleo di questo problema, non è necessario tanto interrogarsi sul motivo per cui la retta e il cerchio fossero da considerare necessariamente la base di tutte le forme geometriche: quanto invece è bene interrogarsi sul ruolo che essi ricoprivano all'interno della geometria. Essi non erano infatti alcune forme geometriche: esse erano le uniche forme geometriche possibili, o almeno le uniche due possibili riduzioni di una qualsiasi forma che volesse dirsi geometrica. Ci interessa quindi capire le condizioni di possibilità che permettono a degli oggetti qualsiasi di essere chiamati geometrici: "Given that certain objects are proper geometric constructions, then what other objects are?[75]" (*ibidem* - pp. 13). In altre parole il problema che ci interessa è "[...] knowing where to stop including types of object as being geometric[76]" (*ibidem* - pp. 14). Il sistema geometrico greco rispondeva a questa questione, come già esposto, offrendo il ruolo di giudice alle forme geometriche della retta e del cerchio: ma il perimetro che questa operazione aveva generato attorno alla nozione di geometria non riusciva a includere alcune forme che intuitivamente non avrebbero avuto nessun problema a entrarvi di diritto (per esempio, il risultato della duplicazione del cubo). Questo 'ruolo del giudice' non è, ovviamente, esclusiva della dimensione geometrica: è infatti una caratteristica trasversale di una qualsiasi *rappresentazione*. Anche qui si è infatti interessati a tutelare una misura da tutto quello che può essere definito come tale, perché ci assomiglia (per esempio, il valore numerico 5), ma non lo è propriamente (per esempio, poiché manca, per esempio, dell'unità di misura e quindi di un rimando a un qualche *sistema relazionale*). Il rischio che si vuole infatti evitare, nel caso della Trm, è quello di ignorare l'*unicità* propria di una certa *rappresentazione*. Sotto quest'ottica comprendiamo quindi come, per esempio, la distinzione che il paradigma dell'*extensive measurement* poneva, ovvero misurabile-non misurabile, sia stata considerata storicamente troppo stretta e pertanto sostituita con una teoria di più ampio respiro, la quale però non elimina del tutto il problema dell'inclusione-esclusione, piuttosto lo sposta.
Riassumendo in modo essenziale, è possibile quindi descrivere il problema di Delo come segue: esistono delle regole, delle limitazioni nella possibilità di introdurre un certo oggetto

[75] Traduzione: Dato il presupposto che certi oggetti sono propriamente delle costruzioni geometriche, quali altri oggetti lo sono?
[76] Traduzione: [...] sapere dove fermarsi nel definire certi oggetti come geometrici.

all'interno di un certo gruppo. Queste limitazioni non possono essere eliminate del tutto: vengono piuttosto relegate in un diverso spazio teorico, ma la loro funzione essenziale rimane uguale. Si usa 'essenziale' in quanto non si vuole che passi l'idea che le limitazioni imposte da un certo impianto teorico (per esempio, la geometria greca) debbano essere giudicate negativamente. La loro funzione è infatti di tutela: esse sono in grado di stabilire molto precisamente un certo ambito, scientifico nel presente caso, e di sfruttarlo internamente per studiare ulteriori possibili regole, osservabili però a patto che siano perimetrate entro certi confini. Tutto questo è possibile osservarlo anche quando si parla di *significanza*, intesa come la dicotomia *meaningless-meaningful*.

3.1.3 L'invarianza come modello: l'analisi dimensionale e il problema delle geometrie non-euclidee.

Se nel paragrafo precedente è stato esposto come certe limitazioni possano, in un momento, scuotere le fondamenta di una conoscenza scientifica (per esempio, il problema di Delo), in questo paragrafo si vuole far notare come l'uso di questi limiti possa essere alquanto utile. Esponiamo brevemente la branca fisica dell'analisi dimensionale: questa affronta lo stesso problema che man mano si sta delineando in questo Capitolo (la *significanza*), all'interno di una conoscenza diversa dalla Trm. Una cosa di cui i fisici si accorsero molto presto fu infatti che le varie grandezze con cui avevano a che fare erano misurabili in modi differenti: "[...] for example, length is measured in centimeters, meters, inches, yards, and so forth[77]" (Narens, 2014 - pp. 30). A partire da questa consapevolezza i fisici svilupparono un principio[78] per armonizzare questa pluralità: "[...] (dimensional invariance [principle]) a numerical relation that expresses a valid physical relationship between physical variables has the same mathematical form no matter what proper measurements are used to measure the physical variables[79]" (*ibidem* - pp. 30). L'analisi dimensionale si occupa pertanto di fare in modo che, per esempio, le leggi fisiche (per esempio, $E = mc^2$) valgano al di là dell'*assegnazione numerica* che ci si propone di utilizzare. Narens (2014) continua: "[...] different measurements of the basic physical quantities produce relatively minor changes in the physical relationships - ones that result in multiplications by positive reals[80]" (*ibidem* - pp. 30). Notiamo quindi come la fisica fosse interessata ad andare oltre alla pluralità delle possibilità di misurazione: essa si è infatti occupata di definire delle regole che potessero essere usate trasversalmente alle *assegnazioni numeriche*. Ma ha anche garantito comunque a queste ultime la possibilità di esistere, creando dei ponti tra le varie *assegnazioni numeriche*: i.e. la moltiplicazione per numeri reali positivi. Quest'ultima caratteristica è estremamente simile a quella che ci permette di definire le varie tipologie di *scale*: nel caso dell'analisi dimensionale infatti la traduzione da una scala all'altra è governata da una funzione che

[77] Traduzione: [...] per esempio, la lunghezza è misurata in centimetri, metri, pollici, yard e così via.
[78] In realtà due (Narens, 2014 - pp. 30) ma a noi, per la presente trattazione, interessa solo il secondo.
[79] Traduzione: ([principio di] invarianza dimensionale) una relazione numerica, che esprime una valida relazione fisica tra variabili fisiche, ha la stessa forma matematica al di là di quali sono i procedimenti condotti per misurare le variabili in questione.
[80] Traduzione: [...] misurazioni differenti delle quantità fondamentali della fisica producono piccoli cambiamenti nelle relazioni fisiche [tra gli oggetti fisici] - quelli [cambiamenti] che risultano dalla moltiplicazione per i numeri reali positivi.

permette di descrivere diversi valori numerici i quali però contribuiscono allo stesso modo alla *rappresentazione* poiché appartenenti alla medesima classe di riferimento (formalmente: $F: Re^+ \rightarrow Re^+$, con $f(x) = ax$, dove $a \in Re^+$ e può assumere come valore il rapporto costante che esiste tra le varie *assegnazioni numeriche* - per esempio, 1 $chilo \simeq 2.2\ libbre$, quindi $a \simeq 2.2$ e pertanto, se abbiamo $F: chilo \rightarrow libbra$, $f(10\ chili) \simeq 2.2 \times 10$ da cui $10\ chili \simeq 22\ libbre$). Questa funzione, come esposto nel capitolo precedente, ha una forma generale identificabile come un *gruppo di trasformazioni* (i.e. il gruppo delle *t.a.*) e, non a caso, l'uso di questo dispositivo matematico è alla base del concetto di *invarianza* sviluppatosi in ambito geometrico. Riassumendo Narens (2014): la storia del concetto di *invarianza* parte dallo stato dell'arte in cui versava la matematica tra il periodo successivo al superamento del pitagorismo e alla risoluzione dei paradossi eleatici e il XIX secolo. In questo periodo la dimensione geometrica è essenziale: ogni numero è infatti rappresentato da una forma geometrica. Secondo questa concezione, per esempio, la lunghezza della diagonale di un quadrato non era descrivibile grazie alla presenza dei numeri irrazionali, quanto il contrario: era proprio la diagonale la garanzia dell'esistenza di questo insieme di numeri. La presenza geometrica (euclidea) permise quindi di stabilire le fondamenta matematiche su solide basi e permise di concepire il rapporto matematica-realtà fisica come isomorfo, in quanto mediato dalla geometria riscontrabile nello studio delle forme degli oggetti fisici. Tutto questo venne a mancare nell'800, con l'introduzione della geometria non-euclidea[81]. Gli anelli della catena sopra descritta cominciarono quindi a saltare: il rapporto tra fisica e geometria non era infatti più così chiaro e, sincronicamente, saltava anche quello tra geometria e matematica. Emerse quindi la necessità di un'inversione di tendenza: tramite quella che viene chiamata "[...] aritmetization of analysis[82]" (*ibidem* - pp. 23-24), la matematica (fondata ora sull'aritmetica e non più sulla geometria euclidea) prese il posto della geometria alla quale offrì, *tout court* (i.e. che si trattasse di geometria euclidea o di geometrie non euclidee), un fondamento formale. Da qui però emerse un problema non da poco: dai presupposti aritmetici non emergeva infatti una chiara distinzione tra i concetti geometrici e quelli non-geometrici. Come poter quindi distinguere un concetto geometrico da uno non-tale? A questo ci pensò Felix Klein: "Klein identified geometries with groups of transformations and the concept "geometrical" with *invariance under transformation groups*[83]" (*ibidem* - pp. 24, corsivo nostro). Riassumendo: davanti al problema di dover giudicare un oggetto come appartenente o meno a un certo gruppo, il concetto di *invarianza*, utilizzato in diversi ambiti scientifici e momenti di ricerca e teorizzazione, si è rivelato estremamente utile. Si potrebbe descrivere il suo operato come segue: essa permette di affidarci a una regola diffusa (un gruppo di trasformazioni), piuttosto che a una descritta univocamente (una particolare trasformazione). La sua forza sta quindi nel considerare come

[81] Riassumendo e semplificando: tramite la geometria non-euclidea, era concepibile una geometria nella quale la distanza tra due rette qualsiasi fosse costante per certi segmenti dello spazio e non per altri. Questo in chiaro disaccordo con i principi della geometria euclidea, secondo i quali se la lunghezza del segmento tra due rette era uguale per una porzione dello spazio bidimensionale (sviluppandosi su un due dimensioni, quindi non un punto, monodimensionale) doveva esserlo anche per tutto lo spazio bidimensionale occupato dalle rette.
[82] Traduzione: [...] l'aritmetizzazione dell'analisi.
[83] Traduzione: Klein identificò le geometrie [le forme geometriche] con i gruppi di trasformazioni e il concetto di "geometrico" con l'invarianza tra gruppi di trasformazione [nel senso che la descrizione di un oggetto si poteva dire "geometrica" se non veniva modificata dalle funzioni proprie di un certo gruppo di trasformazione].

invariante un oggetto che, sottoposto a tutta una serie di trasformazioni è comunque in grado di presentare sempre certe caratteristiche: una legge fisica può infatti cambiare a piacimento l'*assegnazione numerica* che le permette di definire numericamente i suoi elementi, senza dover cambiare la sua forma; una figura geometrica rimane tale anche se la si sottopone a tutte le possibili traslazioni nello spazio geometrico; una *scala* non varia nella sua tipologia anche se i valori numerici che la descrivono variano. L'*invarianza* quindi permette di riconoscere sempre alcune caratteristiche di un oggetto anche se questo, a prima vista risulta modificato dalla prima volta che è stato osservato: come dice Saint-Mont (2012), "At the heart of any "change of unit" or appropriate transformation lies the idea of *invariance* [...][84]" (*ibidem* - pp. 471). E' proprio questo quindi che permette di giudicare questo elemento come appartenente o meno a un certo gruppo. Riassumendo, il cuore del concetto che l'*invarianza* propone emerge grazie a due condizioni:

1. è necessario scegliere un riferimento, un punto di partenza: nel nostro caso, della Trm, esso è ricoperto dal *sistema relazionale empirico* descritto nel capitolo precedente. Usando la metafora degli oggetti e del gruppo, è necessario cominciare da un certo oggetto per definire un certo gruppo: i.e. è necessaria la presenza di una certa *relazione* (con le sue proprietà) che si presti, sì a essere riprodotta in diversi modi, tramite diverse *assegnazioni numeriche*, ma che non si modifichi durante questo processo.
2. Questo riferimento deve appunto essere sottoposto a diverse trasformazioni affinché sia in grado di esprimersi in tutte le sue possibilità, senza però che emergano elementi unici a una particolare trasformazione. Questi ultimi hanno la funzione di avviso: se compaiono significa infatti, non tanto che la trasformazione operata era errata, quanto che è proprio cambiato il gruppo e pertanto il riferimento.

Nella Trm questa seconda condizione è rispettata grazie alla possibilità di: (i) raggruppare a priori le varie trasformazioni all'interno di un unico gruppo (il gruppo delle *t.a.*), avente una forma matematica generale[85]; (ii) valutare di volta in volta se il risultato di una 'qualsiasi' trasformazione è in grado di presentarsi invariato se sottoposto proprio alla trasformazione del gruppo di riferimento: i.e. se il *sistema relazionale* che emerge è in accordo con quello di riferimento.

Proviamo ora a spiegare l'enfasi posta su quel 'qualsiasi' e in generale a spiegare il punto (ii). Se si concepisce ogni valore numerico e ogni relazione numerica alla stregua di un *sistema relazionale numerico*, e questo come rappresentabile da un certo gruppo di trasformazioni suo proprio, è possibile comprendere come una qualsiasi trasformazione debba appartenere necessariamente a un certo gruppo e come questo gruppo sia interpretabile come un *sistema relazionale empirico*. Da qui possiamo allora utilizzare, all'interno della Trm, il gruppo di trasformazioni proprio del *sistema relazionale numerico* di riferimento per valutare l'armonia che esso presenta con altri *sistemi relazionali*. Proponiamo, per fare chiarezza, un esempio non-formale. Mettiamo caso che siamo dei grandi critici d'arte, in grado di identificare, lo stile di un unico, determinato pittore T., con un grado di precisione impareggiabile e invidiato

[84] Traduzione: Alla base di un qualsiasi"cambio di unità" o trasformazione appropriata appare l'idea di invarianza [...].

[85] Per esempio, $f(x) = ax$: quello che viene chiamato il gruppo di trasformazioni (funzioni) similari.

dai nostri colleghi critici e specifichiamo che la nostra bravura sta proprio nel riconoscere certe ricorrenze (per esempio, nei colori, nei soggetti, nei tratti eccetera) presenti in tutte le opere di quell'autore (i.e. conosciamo il gruppo delle *t.a.* e quindi la classe a cui appartiene la *scala*). Un giorno, alcuni colleghi invidiosi della nostra bravura ci mettono alla prova: vogliono che valutiamo quali, tra un certo numero di sculture, ognuna con uno stile diversissimo dalle altre, avrebbe potuto essere scolpita da T. La difficoltà quindi non sta solo nel fatto che siamo davanti a delle sculture (i.e. delle *trasformazioni* target diverse da quella di riferimento), opere che esulano dall'occupazione del pittore; ma anche che queste presentato degli stili estremamente diversi (i.e. a indicare, oltre alla diversità dalla *trasformazione* di riferimento, anche la diversità tra queste *rappresentazioni*). Essendo noi i migliori critici di T. non abbiamo alcun problema e indichiamo quali sono quelle opere che avrebbero potuto essere scolpite da lui e quelle invece che non presentano caratteristiche proprie dello stile di T. In quel momento però ci accorgiamo che chi ci ha proposto la sfida non ha la minima idea di confermare o meno se le nostre valutazioni sono valide o meno (i.e. non hanno a disposizione il *sistema relazionale* di riferimento e tutto quello che ne consegue), così, in uno slancio di gentilezza, condividiamo con i nostri sfidanti i nostri metodi di indagine e arriviamo tutti a concordare con le valutazioni che abbiamo fatto (i.e. a riprova del fatto che l'uso delle *t.a.* per la determinazione dell'*invarianza* - della *significanza* - presenta certe regole ben precise, condivisibili e formali: riproducibili quindi da chiunque). Un altro esempio classico, questa volta formale, è invece quello del confronto tra le medie: immaginiamo di avere una relazione d'ordine tra i vari elementi di un insieme descrivibile da due *scale*, α=(*Re*, >, *f*) e β=(*Re*, >, *g*) (i.e. una scala con due *assegnazioni numeriche* differenti). Si vuole sapere se il *sistema relazionale* proprio dell'operazione di confronto tra le medie sia compatibile per descrivere un rapporto tra α e β. Prendiamo allora due *assegnazioni numeriche* qualsiasi, una di α e una di β, (i) $f\{3, 4, 5\}$ e (ii) $g\{10, 11, 12\}$ e facciamo la media: otterremo $\overline{x}_f = 4$ e $\overline{x}_g = 11$. Ora, se confrontiamo le due medie, ci accorgiamo che $\overline{x}_f < \overline{x}_g$. Ma questo risultato è *invariante* alle *t.a.*? Se utilizziamo le *t.a.* che emergono dalla relazione '>'[86] (i.e. 'maggiore di') notiamo quanto segue: (i) può essere trasformato in $f'\{1, 98, 99\}$ e (ii) in $g'\{11, 12, 13\}$[87]. Da qui le medie prendono la seguente forma, $\overline{x}_{f'} = 66$ e $\overline{x}_{g'} = 9$ e il loro confronto apparirà pertanto invertito: i.e. $\overline{x}_{g'} < \overline{x}_{f'}$. Comprendiamo quindi come, nel caso di una relazione '>', il confronto tra medie non sia *invariante* alle *t.a.* proprie della relazione in questione: in un caso infatti il risultato ci portava a dire che $\overline{x}_\alpha < \overline{x}_\beta$ mentre nell'altro esattamente l'opposto, $\overline{x}_\beta < \overline{x}_\alpha$. L'inconciliabilità di questi due risultati ci porta ad affermare che questa operazione non è un prodotto che la

[86] Secondo la classificazione di Stevens (1946) questa *scala* è di tipo *ordinale*, ovvero avente come gruppo di *t.a.* tutte le funzioni monotone crescenti - ovvero tutte le *f* che rispettano la seguente regola: se abbiamo x>y, allora anche *f*(x)>*f*(y).

[87] Una trasformazione così radicale della *rappresentazione* ci è permessa senza il timore di deformare quanto stiamo misurando proprio perché il *sistema relazionale empirico* da cui partiamo ci permette di descrivere soltanto la relazione d'ordine. Detto questo possiamo osservare come, prendendo a esempio *f* e *f'*, 3/1 < 4/98 < 5/99. Notiamo quindi come la relazione d'ordine sia rimasta invariata, al di là della particolare *assegnazione numerica* che decidiamo di adottare, ottenuta grazie all'uso delle *t.a.*

relazione ‘>’ è in grado di accogliere: è piuttosto una rosa di risultati che emerge esclusivamente da particolari scelte di *assegnazione numerica*.
E’ quindi presente una profonda esigenza di stabilità nella Trm (per esempio, come anche nella fisica - vedi analisi dimensionale). Questa deriva dal fatto che, *in primis*, vi sono plurime possibilità di rappresentare un certo fenomeno (i.e. varie possibili *assegnazioni numeriche*) e, in secondo luogo, dal fatto che il processo di formalizzazione, dall’empirico al matematico, apre una grande quantità di possibilità nella manipolazione del fenomeno in analisi. Infatti, nel momento in cui si descrive numericamente un certo fenomeno, entriamo di diritto nell’ambito matematico: un ambito che, se preso autonomamente, funziona secondo certe regole e che presenta certi oggetti che esulano dalla dinamica rappresentazionale (per esempio, i numeri complessi[88]). Emerge allora spontanea la seguente domanda, già in parte affrontata all’interno di questo lavoro: è possibile appoggiarsi completamente alla dimensione matematica oppure bisogna limitarne l’uso tramite delle regole definite? Come esposto sopra con l’esempio sul confronto tra le medie, la scelta che la Trm opera è quella di regolare l’uso della matematica: se questo non avvenisse, necessaria conseguenza sarebbe quella di considerare ogni fenomeno empirico come appartenente alla medesima classe di *scale*, i.e. considerare ogni singolo fenomeno come descrivibile dalla e descritto nel medesimo *sistema relazionale*. Se si dovesse adottare questa prospettiva un qualsiasi fenomeno fisico non differirebbe da un qualsiasi fenomeno psicologico nella descrizione delle sue proprietà: questo scenario, per quanto un giorno potrebbe essere possibile, non è ad oggi in grado di essere sostenuto scientificamente. Come afferma infatti Roberts (2009): “A major difference between a "well-developed" science such as physics and some of the less "well-developed" sciences such as psychology or sociology *is the degree to which things are measured*[89]” (*ibidem* - pp. 1, corsivo nostro). Dello stesso avviso sono anche Luce & Suppes (2002): “[...] the theory of representational measurement was the response of some psychologists and other social scientists who [...] understand how to modify [...] the classical models of [...] measurement to be better suited to psychological issues[90]” (*ibidem* - pp. 1). D’altro canto, se così non fosse non ci sarebbe stato bisogno di ideare la Trm e, molto probabilmente, la psicologia non sarebbe come la si studia oggi. Ecco che quindi, limitare l’uso della matematica permette di essere molto precisi nel descrivere certi fenomeni e nel differenziarli da altri, permettendo a ognuno di questi di avere una propria ‘dignità formale’: questo però non è possibile se non si adotta come fondamento il nucleo dell’*invarianza*, descritto sopra dalle condizioni 1 e 2. In altre parole, quello che un concetto come l’*invarianza* permette di fare è di stabilire delle regole grazie alle quali sia possibile riconoscere un certo oggetto, un certo *sistema relazionale* sottoponendolo, in maniera ricorsiva, a tutta una serie di possibili modificazioni di natura matematica. La *significanza*, per quanto ancora qui non definita

[88] Solitamente quando si tratta di risolvere il *problema della rappresentazione* si traduce formalmente l’insieme degli elementi con l’insieme dei numeri reali (Re). Ma esiste anche un insieme, che contiene Re, e che non viene utilizzato in ambito rappresentazionale: l’insieme dei numeri complessi. I motivi per i quali non vengono utilizzati i numeri complessi per descrivere certe *rappresentazioni* non verranno qui trattati poiché esulano dagli obiettivi di questo lavoro.
[89] Traduzione: Una grande differenza tra una scienza “sviluppata” come la fisica e alcune “meno sviluppate” come la psicologia e la sociologia è il grado [il modo] in cui gli oggetti vengono misurati.
[90] Traduzione: [...] la Trm è stata la risposta di alcuni psicologi e scienziati sociali che [...] compresero come modificare [...] il modello classico [...] della misurazione affinché fosse adatto alle questioni psicologiche.

formalmente, ricopre esattamente questo ruolo all'interno della Trm: è garante della possibilità di continuare a parlare della descrizione che è stata scelta per un certo fenomeno. Prima di darle una forma precisa, verrà descritta una diatriba, sviluppatasi durante il secolo scorso tra statistici e psicologi matematici, riguardo all'uso statistico che si può fare dei numeri propri di una certa *rappresentazione*. L'obiettivo qui è proprio quello di mostrare cosa possa comportare la scelta di ignorare la provenienza rappresentazionale dei numeri che usiamo quando misuriamo: i.e. i risultati dell'allentamento delle utili maglie della *significanza*.

3.2 La critica: statisticamente, i numeri non si ricordano da dove vengono.

Durante il XX secolo, una frangia di statistici adotta una visione critica nei confronti della Trm. Essi sono contrari alle limitazioni che le classi di *scale* e, più precisamente, il requisito di *invarianza* imposto dalla classe delle *t.a.*, ponga in sede di analisi statistica. Gaito (1980) afferma che "[...] measurement scales are not related to statistical techniques[91]" (*ibidem* - pp. 564) e che "[...] the numbers assigned by the measurement operation is a measurement problem and not a statistical one[92]" (*ibidem* - pp. 565). Questa posizione ha avuto una discreta risonanza: la si può infatti osservare dalle posizioni, affini a quella di Gaito (1980), di autori che egli cita a sostegno della propria tesi, e dalla presenza del suo nome e di quello di Lord in vari articoli che prendono parte alla discussione. Ma entriamo più nello specifico di come nasce questa discussione tra statistici e matematici. Tutto parte da un articolo di un paio di pagine di Lord (1953), nel quale egli propone un esperimento mentale: un professore in pensione vende numeri per i calciatori del college, così che essi possano essere riconosciuti facilmente durante le loro partite. Egli è profondamente convinto che "Test scores are ordinal numbers, not cardinal numbers. Ordinal numbers cannot be added[93]" (*ibidem* - pp. 750): questo perché i numeri ordinali sono la *rappresentazione* di un fenomeno fondato sulla relazione '>' (i.e. 'maggiore-di') e, come esposto nel paragrafo precedente, affinché questa identità della *rappresentazione* si mantenga è necessario che certe regole vengano rispettate (i.e. i risultati di una qualsiasi operazione, per esempio, la somma, devono essere invarianti all'applicazione delle *t.a.*). Il suo lavoro di venditore di numeri consiste quindi nell'inserire 10^{17} numeri di due cifre in una macchina che li distribuisce in maniera casuale: essendo però numeri ordinali egli non si pone il problema che ci sono per esempio " [...] 2,681,793,401,686,191 pieces of cloth bearing the number "69," but there were only six pieces of cloth bearing the number "68," [...][94]" (*ibidem* - pp. 750). Non si pone quindi il problema di calcolare la media e la deviazione standard dei numeri presenti nella macchina: questo perché, come afferma Stevens (1946) le *scale ordinali* (Tabella 1) possono disporre di una statistica di tipo non-parametrico (i.e. moda, mediana, percentili eccetera) e la media, come la deviazione standard, fanno invece parte della statistica parametrica. Quel che

[91] Traduzione: [...] le scale di misura non hanno collegamenti con le tecniche statistiche.
[92] Traduzione: [...] l'assegnazione numerica delle operazioni di misura non è un problema della misura e non un problema statistico.
[93] Traduzione: I punteggi dei test sono numeri ordinali [secondo la classificazione di Stevens (1946)], non cardinali. I numeri ordinali non possono essere sommati tra di loro.
[94] Traduzione: [...] 2,681,793,401,686,191 pezzi di stoffa che riportano il numero "69" ma solo sei per il numero 68 [...].

succede è che la squadra di calcio del primo anno lamenta dei numeri più bassi rispetto a quelli assegnati alla squadra del secondo anno. Il professore allora si rivolge a uno statistico: vuole sapere se il fatto che la squadra del primo anno abbia ottenuto numeri più bassi, sia un caso o meno. Questi accetta, operando sui numeri senza preoccuparsi del fatto che essi sono ordinali e calcolandone così la media e la deviazione standard. Questo fa sorgere dei dubbi nel professore: "But these numbers are not cardinal numbers," the professor expostulated. "You can't add them." "Oh, can't I? [...] I just did [...][95]" (*ibidem* - pp. 751). Lo statistico risponde esponendo il nocciolo della critica di Lord: "Since the numbers don't remember where they came from, *they always behave just the same way, regardless*[96]" (*ibidem* - pp. 751, corsivo nostro). I risultati dell'analisi dello statistico mostrano come vi sia un bias nella macchina che distribuisce i numeri e come, pertanto, questi non siano distribuiti in maniera veramente casuale.

Il fulcro di questa critica sta proprio in quanto enfatizzato con il corsivo: i numeri, statisticamente parlando, funzionano sempre alla stessa maniera. Essi non ricordano da dove provengono: per esempio, il contributo del numero 2 a una qualsiasi somma sarà sempre lo stesso (i.e. $2 + 4 = 6$ e $2 + 6 = 8$), a discapito del contesto in cui questo valore viene usato. Il comportamento numerico insomma non può variare: se questo accadesse, sembra dire Lord, e con lui il fronte critico della Trm, si perderebbe proprio quell'*invarianza* propria dei numeri che li rende tanto utili nella loro applicazione. Lord sembra pertanto invertire la posizione della Trm: non è il numero che deve sottostare a delle regole d'*invarianza* per dirci qualcosa di statistico rispetto a un certo fenomeno, quanto sono queste regole che devono rispettare, statisticamente parlando, la natura immutabile dei numeri. Nelle parole di Gaito (1980): "In the statistical procedures and especially in the tests of null hypotheses, differences and relatedness of numbers are of concern. *Thus, meaning of numbers does not enter the picture* [...][97]" (*ibidem* - pp. 566, corsivo nostro). Il significato dei numeri non appare minimamente d'interesse per i critici perché esso è dato per stabile e incontestabile. Questa posizione si potrebbe pertanto riassumere come segue:

1. in via teorica, i numeri, statisticamente parlando, non hanno bisogno di essere interpretati nel loro *significato* poiché questo è trasversale a qualsiasi loro utilizzo statistico.
2. nel pratico, le analisi statistiche slegate dalle regole stringenti della Trm proposte dai vari autori offrono dei risultati (i.e. lo statistico nell'esempio di Lord prova infatti che la macchina che distribuisce i numeri possiede un bias): la retorica del "Oh, can't I? [...] I just did [...]" (Lord, 1953 - pp. 751), ci mostra infatti come operare statisticamente, senza tener conto del significato dei numeri, sia un'operazione propria poiché si ottengono comunque dei risultati. Qualora quindi le regole della *rappresentazione* avessero impedito di ottenere dei risultati rigorosi o utili, la frangia critica della Trm, molto probabilmente, avrebbe dichiarato la sconfitta e si sarebbe omologata. Ma questo, a sentire i sostenitori di questa posizione, non accade.

[95] Traduzione: "Ma questi non sono numeri cardinali," protesta il professore. "Non puoi sommarli" "Oh, non posso? [...] L'ho appena fatto [...]".
[96] Traduzione: Dal momento che i numeri non si ricordano da dove provengono, agiscono sempre allo stesso modo, indipendentemente [da qualsiasi altra cosa].
[97] Traduzione: Nelle procedure statistiche e specialmente nei test dell'ipotesi nulla, le differenze e i legami tra i numeri sono d'interesse. Per questo il significato dei numeri non viene preso in considerazione [...].

3.3 La risposta: statisticamente, le misure devono ricordarsi da dove vengono.

"When we measure something, the resulting numbers are usually, to some degree, arbitrary. [...] [per esempio,] We choose to use Fahrenheit instead of Celsius. [...] The conclusions of a statistical analysis should not depend on these arbitrary decisions, because we could have made the decisions differently. We want the statistical analysis to say something about reality, not simply about our whims [...][98]" (Searle, 1997 - pp. 2). Questo è il fulcro della risposta dei sostenitori della Trm i quali sostengono che, se le analisi statistiche vogliono dire qualcosa che abbia un senso (i.e. *meaningful*) su una qualche *rappresentazione*, esse devono rispettare le proprietà del *sistema relazionale empirico* che viene rappresentato numericamente. I numeri non sono infatti 'consapevoli' della loro origine e dell'influenza che questa può avere sulle loro trasformazioni: ma non per questo quel che dicono della *rappresentazione* è sempre qualcosa di interessante e utile. Townsed & Ashby (1984) analizzano quindi l'esperimento mentale di Lord, affermando come tutta la questione fosse una mala interpretazione dell'accadimento. Propongono quindi una 'morale' dei fatti raccontati da Lord: "Perhaps a generous interpretation of the above contention would be to question whether a statistical analysis is ever of interest without reference to an empirical system[99]" (*ibidem* - pp. 397). Se infatti i numeri sono slegati dalla scala di misura in analisi, derivata dalle caratteristiche della struttura empirica, le asserzioni che vengono fatte a partire da essi non varranno per la scala in analisi e pertanto neanche per la struttura empirica che si sta studiando. Esse rimangono quindi validissime ma solo da un punto di vista statistico: ai fini di una ricerca che abbia come obiettivo lo studio di una certa struttura empirica sono inutili. Dello stesso parere sono anche Roberts & Roberts (1987): "It is always appropriate to calculate [...] statistics. *The key point, however, is whether or not it is appropriate to make certain statements using these statistic*[100]" (*ibidem* - pp. 386, corsivo nostro). La Trm non impone quindi limiti alla possibilità di condurre certe operazioni statistiche, o di qualsiasi altro tipo, sui valori di una qualsiasi *rappresentazione*: come esposto al punto 2 dell'argomentazione dei detrattori della Trm, è infatti sempre possibile ottenere dei risultati, indipendentemente dalla *rappresentazione* sulla quale si sta lavorando. Essa però impone limitazioni al *significato* che queste possono avere: se infatti quello che si sta dicendo non rimane invariato se sottoposto al gruppo delle trasformazioni proprio della *scala* in questione, i risultati ottenuti saranno sicuramente veri, ma propri esclusivamente della particolare *assegnazione numerica* utilizzata per ottenerli. Questo vale sia per il test delle ipotesi sia per le statistiche descrittive (Roberts & Roberts, 1987). E' soprattutto il punto 1 dell'argomentazione dei detrattori a essere contrastato dai sostenitori della Trm: il valore di un numero è infatti dipendente dal suo *significato rappresentazionale* e questo non varia nelle possibili *assegnazioni numeriche* che descrivono un certo fenomeno. Usando le tipologie di scala introdotte da Stevens per

[98] Traduzione: Quando misuriamo qualcosa, i numeri che utilizziamo sono spesso, per una certa parte, arbitrari. [...] [per esempio] Scegliamo di usare i Fahrenheit al posto dei Celsius. [...] Le conclusioni delle analisi statistiche non dovrebbero dipendere da queste decisioni arbitrarie, perché avremo potuto decidere in modo diverso. Vogliamo che le analisi statistiche ci dicano qualcosa della realtà, non semplicemente dei nostri capricci [i.e. le nostre scelte arbitrarie].

[99] Traduzione: Forse un'interpretazione generosa del conteso di cui sopra, sarebbe quella di chiedersi se un'analisi statistica è mai d'interesse senza il riferimento a un qualsiasi sistema empirico.

[100] Traduzione: E' sempre corretto calcolare [...] statistiche. Il punto centrale è però se sia corretto o meno fare certe affermazioni usando queste statistiche.

esemplificare quanto si sta dicendo: il numero 2 su una *scala nominale* non ha lo stesso *significato* del numero 2 su una *scala intervallo*[101]. La caratteristica essenziale, ancora una volta, non è tanto il valore numerico che si ottiene tramite una *rappresentazione* quanto qualcosa ancora più a monte: una rigorosa, e il più precisa possibile, descrizione del fenomeno che si vuole studiare. Se questo non viene fatto e si procede nell'applicazione di operazioni matematiche e statistiche senza l'accortezza di rinnovare la descrizione di partenza, il rischio è quello di perdersi e di giungere a delle conclusioni sostenute soltanto da una certa *assegnazione numerica* e non da tutte le altre possibili. Per renderci conto di questo si presenta ora l'articolo di Scholten & Borsboom (2009): in questo paper i due autori riprendono l'esperimento immaginario di Lord, lo analizzano e, tramite una serie di presupposti concludono che, nella storia, le analisi condotte dallo statistico sono assolutamente proprie ma che non si basano su una scala che tratta numeri ordinali (più propriamente nominali) ma, ipotizzano, numeri a intervallo. Essi partono dall'ipotesi che la macchina che distribuisce i numeri sia stata manomessa dalla squadra del secondo anno, in modo che quella del primo anno ottenesse dei numeri mediamente più bassi: questo è il vero *sistema relazionale* da *rappresentare*, tant'è che il professore, quando decide di consultare lo statistico, è interessato a sapere con che probabilità la macchina assegna mediamente numeri bassi. Gli autori infatti propongono che le analisi dello statistico siano corrette poiché il vero oggetto dell'analisi non sono i numeri nominali, ma la quantità di bias che la macchina esibisce: la media dei valori contenuti nella macchia, i.e. un ottimo modo per sapere, approssimativamente, quali e quanti numeri sono stati eliminati dall'interno della macchina dalla squadra del secondo anno. Essi giustificano infatti la propria posizione come segue: "[...] the numbers in the machine are numbers, not representations, and therefore *relations between these numbers can be used* [...] *to make up empirical relational systems that are subsequently represented by a separate numerical relational system*[102]" (*ibidem* - pp. 73, corsivo nostro). Essi pertanto fanno un buon uso della dinamica *rappresentazione-interpretazione* per trattare certi numeri come l'oggetto di interesse (i.e. il bias) e pertanto generarne una rappresentazione formale, una nuova scala. In questo caso (ma lo vedremo anche nel paragrafo 3.5 di questo capitolo) l'*interpretazione* dell'*assegnazione numerica* ci permette di ideare un diverso *sistema relazionale empirico* rappresentabile in maniera rigorosa, tramite la Trm, su di una scala diversa da quella di partenza[103] ("Our

[101] Rimandiamo a Stevens (1946), a Suppes & Zinnes (1963), a Searle (1997) e a Luce & Suppes (2002) per una trattazione approfondita delle diverse tipologie di *scala*.

[102] Traduzione: [...] i numeri nella macchina sono [semplicemente] numeri, non rappresentazioni, e perciò le relazioni tra questi numeri possono essere usate [...] per creare dei sistemi relazionali empirici che sono a loro volta rappresentati da un sistema relazionale numerico separato.

[103] In questo caso si passa da una scala nominale, postulata da Lord, a una scala intervallo, dimostrata dal fatto che sommando il contenuto di due macchine otterremo una nuova macchina la cui media di valori (i.e. il bias) sarà la media delle due medie proprie delle macchine prese singolarmente. Il risultato che otterremo non dipende inoltre dai precisi valori numerici presenti all'interno di una macchina (i.e. dalla particolare *assegnazione numerica*). Questo perché nel *sistema relazionale empirico* interpretato dagli autori è centrale il fatto che questi valori presentino relazioni d'ordine e che possano essere sommati tra di loro (questo poiché l'introduzione del bias è volto a ottenere dei numeri mediamente più bassi per la squadra di calcio del primo anno): i.e. le condizioni d'esistenza di una scala a intervallo (non è a rapporto perché nella descrizione di questo *sistema relazionale empirico* non è necessaria la presenza di uno zero assoluto). Fintanto che quindi le macchine presentano lo stesso ordine e la stessa capacità di somma, soltanto un gruppo di trasformazioni lineari (il gruppo delle *t.a.* proprio delle scale intervallo) potrà descrivere l'*invarianza*, tra le *assegnazioni numeriche,* di questo nuovo *sistema*.

analysis relies on the assumption that a single set of numbers may have *multiple representational purposes*[104]", *ibidem* - pp. 73, corsivo nostro). Se si adottano questi presupposti si è in grado di comprendere come le analisi condotte dallo statistico abbiano un senso (i.e. siano *invarianti*): ma, subito, ci si accorge anche che, per avere senso, i numeri devono appartenere a una certa *rappresentazione*. Devono insomma ricordarsi da dove vengono. O meglio: "[...] The numbers don't have to know where they came from; *researchers have to know where they came from, since they assigned them in the first place*[105]" (*ibidem* - pp. 74, corsivo nostro).
In conclusione è possibile affermare che l'importanza delle condizioni d'*invarianza* sia la chiave affinché l'analisi di una *rappresentazione* possa dirci qualcosa di proprio riguardo a quella specifica *rappresentazione*. L'idea che i numeri possano essere trattati indipendentemente dal loro contesto d'uso, almeno nella Trm e pertanto nell'ambito della misurazione, assomiglia pericolosamente a un'idea romantica della matematica, non allineata con la richiesta di rigore e di attenzione che essa stessa avanza nel suo utilizzo rappresentazionale. Quest'ultimo infatti si rivela in tutte le sue possibilità soltanto nel momento in cui non smette di rappresentare proprio il fenomeno che si vuole misurare.

3.4 La significanza.

Introdotti l'esigenza, il fulcro della *significanza* e i rischi che si possono correre se la si ignora, ne esponiamo l'identità formale. Si precisa come, nei documenti consultati, emerga la presenza di una pluralità di queste identità formali: esistono infatti più visioni su come dovrebbe essere descritta formalmente la *significanza* (tant'è che nel tempo è emerso un filone di ricerca esclusivo di questo tema: "Theories of meaningfulness [...]", Narens & Luce, 1990 - pp. 140). Una trattazione rigorosa esula dagli obiettivi di questo lavoro: si è infatti interessati a osservare l'argomento dall'alto, identificando le caratteristiche centrali e le idee di fondo.
Narens & Luce (1990) aprono il loro articolo affermando che un condiviso interesse della comunità scientifica è quello di produrre considerazioni e risultati che abbiano senso: i.e. l'obiettivo è dire qualcosa di "[...] verifiable or falsifiable about the qualitative, empirical situation under discussion[106]" (*ibidem* - pp. 140). La nozione di 'senso', come brevemente affrontata nel paragrafo 3.1.1 e 3.3, torna quindi anche in questo articolo, identificata come la possibilità di confermare o falsificare una certa posizione su di un certo fenomeno. Proviamo quindi a tradurre, in quest'ottica, l'esigenza che ha spinto la Trm e altre teorie scientifiche ad adottare l'approccio normativo dell'*invarianza*: si possono sostenere diverse posizioni su di un argomento, ma quali sono quelle che rimangono e ritornano, che sono trasversali? La *significanza* ci chiede infatti se quello che abbiamo appena detto ha senso all'interno della *rappresentazione* che abbiamo adottato. Questo problema, chiamato da Suppes & Zinnes (1963) il *problema della significanza*, viene affrontato da questi autori in un modo intuitivo e ancora oggi riscontrabile nella sua idea di fondo in diversi libri di testo che affrontano

[104] Traduzione: La nostra analisi si fonda sull'assunto che un singolo insieme di numeri possa avere più fini rappresentazionali.
[105] Traduzione: I numeri non devono sapere da dove vengono; i ricercatori devono saperlo, dal momento che anzitutto sono loro ad averli assegnati.
[106] Traduzione: [...] verificabile o falsificabile a proposito la situazione qualitativa, empirica d'interesse.

l'argomento. Essi propongono quella che potremmo chiamare una funzione di verità: ovvero, a partire da una certa affermazione su di una *rappresentazione* essa è *significante* (i.e. ha senso) se essa è valida anche al variare dell'*assegnazione numerica*. Si potrebbe pertanto esprimere l'idea di fondo della *significanza* come segue[107]:

- S è l'insieme di tutte le possibili affermazioni su di una *scala* $\Sigma = (\alpha, \beta, f)$, e quindi $s_n \in S$ - ci teniamo a precisare che con affermazioni su di una scala intendiamo i risultati di una certa operazione (per esempio, $x + y$) e, dal momento che una qualsiasi operazione è descrivibile tramite una relazione (per esempio, *xRy*), descriviamo le affermazioni come una certa relazione tra elementi;
- sottoponendo la relazione, identificata con s_n, alle *t.a.* proprie della scala Σ è possibile osservare due eventi opposti: (i) s_n rimane invariato al variare delle *assegnazioni numeriche* delle *t.a.* proprie di Σ (i.e. non si contraddice); oppure (ii) s_n è valido solo per alcune *assegnazioni numeriche* delle *t.a.* proprie di Σ (i.e. presenta una coerenza e una contraddizione locali, ovvero solo per alcune possibilità messe in campo dalle *t.a.*).

Con questa formulazione si vuole evidenziare che la significanza ha natura binaria (Suppes & Zinnes, 1963). Infatti la domanda che guida il processo della *significanza* è: quest'affermazione ha senso? Ci si chiede infatti se una certa relazione riesce ad armonizzarsi con il *sistema relazionale empirico* dal quale si è partiti: la risposta a questa domanda, per come essa è posta, può assumere soltanto la forma binaria del sì-no (i.e. 1-0). Questo aspetto verrà approfondito nel paragrafo 3.5, ci si accontenta ora di affermare che, come abbiamo visto nel lavoro di Scholten & Borsboom (2009), con i giusti presupposti, nulla vieta di considerare una certa *assegnazione numerica* come propria di più *scale*: questo a significare che, in via teorica, è possibile considerare una certa affermazione (i.e. una certa relazione) come non *significante* per un *sistema relazionale* ma per altri sì.
Riassumendo: la *significanza* è un dispositivo matematico utilissimo per valutare la concordanza tra un certo riferimento (il quale è *significante* di per sé, proprio perché è stato scelto come riferimento) e una possibile aggiunta (quel *what other* di cui si parlava nel paragrafo 1.5). Non ricopre però, per la presente teorizzazione, il ruolo di dispositivo utile a esprimere il senso (i.e. i possibili significati) che un'aggiunta può presentare: i.e. non ci dice cosa significa, soltanto se significa. Questo, a prima vista non pare un grande problema. La *significanza* infatti si fonda, come tutta la Trm, sulla descrizione delle proprietà delle relazioni che caratterizzano un *sistema relazionale*: questo vuol dire che è interessata alla particolare descrizione e lettura che si adotta del fenomeno empirico. In una simile visione, il processo di controllo che ne deriva è volto a identificare e stringere i limiti attorno alla scelta fatta, affinché non sia possibile perderla di vista: i.e. affinché non venga deformata dall'uso, improprio, delle possibilità matematico-statistiche *tout court*. Sorge pertanto spontanea una domanda: è possibile concepire e formalizzare, un visione diversa che non debba,

[107] Ci teniamo a far presente che, durante i nostri studi, la seguente formalizzazione non è mai apparsa. La proponiamo comunque poiché non ci sembra entrare in contraddizione con quello che abbiamo fino a ora detto e con la letteratura consultata.

necessariamente, dipendere completamente da una scelta iniziale per descrivere il fenomeno d'interesse?

3.5 E' possibile il passaggio dal chiedersi se un'affermazione abbia senso, al domandarsi cosa un'affermazione voglia dire?

Partiamo dalla seguente affermazione di Searle (1997): "Measurement theory helps us to avoid making meaningless statements[108]" (*ibidem* - pp. 2). In base a tutto quello che è stato detto in questi capitoli non si può che essere d'accordo: ma questo accade soltanto se i presupposti da cui si è partiti vengono mantenuti stabili. Si parla in questo caso di una caratteristica molto sottile e sfuggente, eppure fondamentale e che precede l'avvio di una qualsiasi *rappresentazione*. Quando infatti ci approcciamo a costruire un *sistema relazionale empirico* partiamo da una visione intuitiva del fenomeno che vogliamo rappresentare: questo primo passo risulta critico (nel senso etimologico - da κϱινω, decidere, scegliere[109]). In questo momento non-formale è necessario infatti operare una scelta: da quale descrizione non-formale partiamo? Sicuramente quindi la Trm, col suo impianto teorico e formale, ci permette di fare affermazioni *significanti*, ma queste sono tali limitatamente a una certa descrizione del fenomeno. Per quanto quindi la *significanza* sia un concetto assoluto, è assoluto relativamente a una certa descrizione iniziale del fenomeno. Infatti, non si troverà mai un'affermazione del genere: 'quando si rappresenta il fenomeno empirico *x* le seguenti operazioni non sono *significanti*'. Si troverà piuttosto: 'le seguenti operazioni non sono *significanti* per la *scala x*'. Questo a riprova che un certo fenomeno è legato a una certa *scala* soltanto per quello che si sa, in un dato momento, di quel fenomeno. L'esempio più lampante di questa considerazione è il fatto che, al giorno d'oggi, coesistono visioni sulla temperatura che appartengono a due tipologie di *scala* diverse: Fahrenheit e Celsius sono descrivibili come *scale intervallo*, mentre invece Kelvin è considerata una *scala rapporto*. La loro differenza sta nel fatto che, seguendo la notazione introdotta da Stevens (1946), esse sono descritte da gruppi di *t.a.* diversi che permettono diverse operazioni (anche statistiche). Eppure a prima vista, si sta parlando dello stesso fenomeno: la temperatura. La possibilità di descrivere un fenomeno in modi diversi, assieme all'accadere storico di questa evenienza, permette di cominciare a ragionare riguardo a una possibile alternativa al risultato dicotomico del *problema della significanza*. Se infatti un'affermazione non è *significante* per una certa *rappresentazione* potrebbe esserlo per un'altra: calcolare il coefficiente di variazione non è *significante* per la scala Celsius, ma lo è per la scala Kelvin (vedi Tabella 1 e Stevens, 1946). Questo significa che una qualsiasi affermazione non-*significante*, teoricamente, può corrispondere a una certa descrizione alternativa del fenomeno che si sta studiando. In questo modo si sarebbe in grado di allargare l'output dicotomico che abbiamo descritto fino a ora. La descrizione di partenza infatti, 'volendo' riprodursi, col supporto della dinamica *rappresentazione-unicità* e la risoluzione del *problema della significanza*, lavora in ogni momento per escludere certe descrizioni che non siano congruenti con sé stessa: come Pitagora col suo discepolo, Ippaso. Ma quel che viene escluso non scompare nel nulla: dove

[108] Traduzione: La teoria della misurazione ci aiuta a evitare di fare affermazioni non significanti [i.e. che non hanno senso].
[109] Fonte: https://www.etimo.it/?term=critico.

finisce? Ha uno spazio al quale appartiene? Se non ne avesse uno, ci accorgeremo presto che esistono certe affermazioni che sono a priori non-*significanti*: ma questo non è possibile, dal momento che, seguendo l'impianto della Trm, ogni *sistema relazionale* ha la possibilità di esistere (i.e. nel senso che basta descriverla affinché possa essere accolta dalla Trm). Sicuramente quello che è non-*significante* è inutile, almeno rispetto agli obiettivi di una certa ricerca o per dire qualcosa di nuovo su di un certo fenomeno. Nondimeno può essere estremamente interessante per immaginare il fenomeno a cui siamo interessati in maniera alternativa: ripercorrendo infatti al contrario il processo di *rappresentazione-unicità* siamo in grado, a partire da un'affermazione non-*significante*, di descrivere una nuova versione del fenomeno di partenza, un nuovo, possibile, *sistema relazionale empirico*. Questa sarebbe la risposta alla domanda 'cosa significa?': i.e. significa qualcosa per una certa descrizione del fenomeno (un diverso *sistema relazionale empirico*). Ma tutto questo è possibile? Sono questi quindi i giusti presupposti per passare dal chiedersi se una certa affermazione ha senso, al chiedersi cosa significhi?

3.5.1 Rozeboom e il problema dell'interpretazione.

Per approfondire quanto appena detto, esponiamo il pensiero di Rozeboom (1966) e la sua visione sull'*interpretazione*. Nel suo lavoro infatti emerge un interessante tentativo formale di modificare la *significanza*, intesa in senso dicotomico. Egli parte dal criticare il cuore del sistema stevensoniano: "I strongly suspect that admissible transformation strictures are grounded upon an unconscious belief that a given natural relation [*R*] can be represented by *at most* one numerical scale relation [*Q*][110]" (*ibidem* - pp. 192, corsivo nostro). La questione chiamata in causa è proprio quella della definizione delle proprietà delle relazioni di un *sistema relazionale empirico*: essa non sarebbe, secondo l'autore, in grado di offrire un risultato certo e immediato al problema della *rappresentazione*. Quel che viene proposto è quindi che una certa relazione empirica, *R*, possa essere rappresentata da diverse relazioni numeriche, *Q*. Questo andrebbe pertanto a modificare il *problema della rappresentazione* il quale prenderebbe la forma di *problema dell'interpretazione*. Come abbiamo già visto in conclusione del capitolo 2, l'*interpretazione* è il processo inverso della *rappresentazione* e nella visione classica della Trm esso è assolutamente complementare a quest'ultima, proprio perché non c'è differenza formale tra i due processi. Rozeboom (1966) però afferma che questo non è il caso: i.e. egli ipotizza che una certa *R* sia rappresentabile da più *Q*. Questo apre a cascata tutto uno spazio prima non considerato: a partire da una certa *R* esistono più *rappresentazioni* possibili e pertanto più *significanze*, poiché esisterebbero diversi gruppi di *t.a.* in grado di descrivere l'*invarianza* delle *rappresentazioni* di un stessa *R*. L'appoggio teorico che l'autore usa sembra essere quello delle scale irregolari, oggetto rappresentazionale di cui anche Roberts & Franke (1976) si accorgeranno: ovvero scale diverse che nascono da *rappresentazioni numeriche*, inconciliabili in un unico gruppo di *t.a.* La proposta che allora Rozeboom (1966) avanza è quella di concepire le tipologie di *scale* in maniera diversa: ovvero tramite il concetto delle "*boundary restriction*" (*ibidem* - pp. 185). Formalmente quindi egli propone che l'*interpretazione* sia una terna del genere (*B*, *R*, *Q*), dove *B* e *R* sono

---

[110] Traduzione: Credo fortemente che i limiti imposti dalle *t.a.* siano fondati sulla convinzione inconscia che una certa relazione naturale [*R*] possa essere rappresentata al massimo da una relazione della scala numerica [*Q*].

insiemi che contengono le relazioni empiriche, mentre Q rappresenta le relazioni descritte dal *sistema relazionale numerico*. In questo sistema $R \in B$, dove R è l'insieme delle relazioni proprie di un certo fenomeno, mentre B è l'insieme sovraordinato che contiene anche altre relazioni che possono essere descritte per il fenomeno, ma che non sono state prese in considerazione: sia perché alcune relazioni empiriche sono, in un certo momento, di maggior interesse rispetto ad altre o perché alcune relazioni interessanti funzionano soltanto per un certo insieme di elementi empirici. Non a caso l'autore afferma: "[...] study of [...] [a] representation may reveal things about R^k which are much less discernible in terms of the unscaled data[111]" (*ibidem* - pp. 184). Questo però avviene soltanto se accettiamo (e proviamo in maniera consistente) che una certa relazione empirica ha più possibili rappresentazioni e una relazione numerica ha, conseguentemente, più possibili interpretazioni: questo è lo scoglio da superare qualora si volesse adottare la visione dell'autore[112]. In questo caso allora B, il concetto di *boundary restrictions* si traduce come un insieme che contiene tutte le possibili relazioni empiriche, le quali, se integrate, si trasformeranno poi in combinazioni empirico-numeriche di un certo fenomeno. Una simile posizione, qualora fosse provata, aprirebbe uno spazio di revisione del *problema dell'unicità*: non si sarebbe infatti più in grado di descrivere l'*unicità* tramite un unico gruppo di *t.a.*, ma ci si dovrebbe affidare a più gruppi di trasformazioni. Tutto questo potrebbe, se confermato, trasformare il *problema dell'unicità* in un *problema della pluralità*, nel quale l'obiettivo sarebbe quello di descrivere i plurali gruppi di trasformazione che garantiscono l'*invarianza* delle *rappresentazioni* possibili a partire da un unico *sistema relazionale empirico*. In quest'ottica, secondo Rozeboom, il procedimento stevensoniano ci obbligherebbe a scegliere una particolare Q, tra quelle possibili a partire da una certa R, e quindi un particolare gruppo di *t.a*. L'autore però argomenta come questo sia estremamente parziale per rendere conto di tutte le possibili *rappresentazioni* di cui R può godere: non solo, questa scelta influenza anche la nostra risoluzione al *problema della significanza*. Ecco infatti che Rozeboom (1966) propone un diverso approccio: non siano più le *t.a.* (chiamate gQ dall'autore) a gestire il giudizio di *significanza*, quanto invece sia una *funzione d'interpretazione* (g^*Q). Questa funzione permetterebbe di trasformare una particolare *rappresentazione* di una certa R (i.e. Q) in un'altra *rappresentazione* di R (i.e. un'altra Q), senza dover passare per gQ, ovvero le *t.a.*, che emergono necessariamente dall'adozione di una certa Q, la quale determina i valori numerici (tramite le *assegnazioni numeriche*) in grado di rappresentare il fenomeno empirico. In questo modo si potrebbe quindi disporre sincronicamente di più *t.a.* per giudicare se una certa affermazione ha senso o meno, allargando così le possibilità di *significanza* che una certa *rappresentazione* può avere. Riassumendo: l'invito di Rozeboom è quello di non fermarsi a una particolare risoluzione del *problema dell'unicità*, ma di esplorare anche tutte le altre possibili e di tenerle sempre in considerazione durante l'uso che si fa della *rappresentazione* stessa. Metaforicamente: è come se la formalizzazione di un certo fenomeno presentasse diverse sfaccettature e la *rappresentazione* avesse il compito di tenerle

[111] Traduzione: [...] lo studio di [...] [una] rappresentazione potrebbe rivelarci caratteristiche di *Rk* che sono molto meno distinguibili nei dati che non sono stati assegnati a una scala [che non sono stati rappresentati].
[112] Qui non affronteremo una simile prova: ci interessa soltanto esporre il pensiero dell'autore per mostrare come vi siano degli spunti dai quali partire per poter superare la visione dicotomica della *significanza*.

a mente e in considerazione tutte, anche qualora i diversi gruppi delle *t.a.* non fossero traducibili gli uni negli altri.

Notiamo però, in chiusura, come Rozeboom (1966) non presenti delle dimostrazioni e degli esempi consistenti a riprova delle sue posizioni: nondimeno egli si infila, anticipandolo per certi versi, nel filone della distinzione tra *scale regolari* e *irregolari* (Roberts & Franke, 1976), avanzando ipotesi su come risolvere la pluralità di *unicità* che si possono descrivere a partire da un certo *sistema relazionale empirico*. L’assenza di forti prove a suo favore ci fa tendere verso l’accettazione della versione dicotomica della *significanza*, in attesa di una maggiore elaborazione del problema dell’irregolarità delle scale.

Capitolo 4: conclusioni.

4.1 Riassunto.

Nel Capitolo 1 abbiamo parlato:

- del fatto che la conoscenza scientifica si possa concepire in modo statico e in modo dinamico: la prima esemplificata come un sistema nel quale esiste una totale coerenza interna e un moto di esclusione verso tutto quello che non è coerente; la seconda come quel che rende possibile il passaggio, storico, da un sistema a un altro;
- del fatto che, in questo lavoro sarebbe stato indagato il primo modo, tramite il concetto di *significanza*, il quale si presta in tutto e per tutto alla rappresentazione della dimensione statica.
- del fatto che questo lavoro si presenta con carattere introduttivo: ci proponiamo di esporre il concetto di *significanza* in modo che possa essere usato poi per definire il punto di partenza e il punto di arrivo che coinvolgono la dimensione dinamica sopracitata.

Nel Capitolo 2 abbiamo quindi esposto che:

- la concezione contemporanea della misura, slegata ormai da una concezione mono-normativa (i.e. l'egemonia dell'*extensive measure* e quindi, semplificando, della relazione additiva), ha promosso una visione etero-normativa (i.e. la possibilità di slegare la concezione di quantità da quella di *extensive measure* e di generare *sistemi relazionali*, internamente coerenti, caratterizzati da relazioni non necessariamente additive);
- questa etero-normità permette di tracciare il percorso molto preciso che parte da una descrizione di un fenomeno per giungere alla sua formalizzazione: se si è in grado di superare il *problema della rappresentazione* si innesca infatti un inarrestabile processo in grado di offrire un'identità formale a una descrizione empirica (tramite la diade *rappresentazione-unicità*);
- la stabilità di questa identità formale è descrivibile dalla dinamica *rappresentazione*/*interpretazione*: i.e. dalla possibilità di percorrere il processo dalla descrizione alla formalizzazione (*rappresentazione*) come anche il contrario (*interpretazione*), senza, in nessuno dei due casi, perdere informazioni. Questo, di conseguenza, ci permette, in via teorica, di poter sempre estrarre una descrizione da una qualsiasi formalizzazione.

Infine, nel Capitolo 3:

- la risoluzione del *problema dell'unicità* ci collega, in maniera necessaria, alla nozione di trasformazioni permissibili e quindi a quella di *significanza*: le une fungono da rosa di possibilità formali che il *sistema relazionale empirico* può assumere nel dominio di quello *numerico* (o in generale *formale*); l'altra, in ogni sua forma, è garante del fatto che le possibili aggiunte alla *rappresentazione* non deformino l'oggetto d'interesse, i.e. la descrizione empirica da cui si parte;
- ancora una volta, il processo di formalizzazione proposto dalla Trm è estremamente solido. C'è infatti accordo sul fatto che ogni misura di un *sistema relazionale* presenta una propria identità: questa offre delle regole e seguendole è possibile rinnovare, in ogni momento, la descrizione di partenza; è possibile quindi dire che sì, si sta ancora parlando della stessa descrizione, nonostante questa sia stata rappresentata in un certo modo e la rappresentazione sia stata sfruttata in tutte le possibilità formali che mette a disposizione.
- è stata esposta la visione di Rozeboom (1966) e ci si è interrogati sulla possibilità di passare da una visione dicotomica della *significanza* a una visione più larga. I risultati della nostra ricerca bibliografica ci hanno portato a sostenere una posizione critica, dal momento che mancano prove concrete della sua possibilità.

4.2 Spunti per lo studio dello sviluppo della conoscenza scientifica.

In generale quindi quel che emerge è un sistema incredibilmente preciso nel mantenimento di una certa descrizione. Questa precisione è data proprio dal fatto che il *problema della rappresentazione* e quello *dell'unicità* possono considerarsi, se non in particolari casi (si veda la distinzione tra *scale regolari* e *irregolari*), simultanei nel loro definire univocamente un *sistema relazionale numerico* a cui appoggiarsi per rappresentare un certo fenomeno. Se seguiamo questa prospettiva, siamo in grado di osservare come a ogni aggiunta non-*significante*, a ogni tentativo di deformazione di una certa *rappresentazione*, corrisponda l'emersione di un nuovo *sistema relazionale* che provvede ad assorbire la deformazione, per quanto questo possa esulare dall'interesse del ricercatore e dall'utilità per la sua ricerca. Anche nell'errore, anche nella trasformazione, c'è quindi identità (non si vuole qui affrontare il discorso se questa sia utile o meno).

Se questo risulta chiaro, esponiamo alcuni spunti utili per chi, appoggiandosi ai concetti di *sistema relazionale* e di *significanza*, volesse approcciarsi allo studio formale dello sviluppo della conoscenza scientifica:

1. Il fatto che nell'evoluzione della concezione della misura siano state allentate le maglie di quel che si poteva considerare quantità, permette di avanzare un'ipotesi: questi movimenti storici nella concezione della misura sostengono l'idea che non è più tanto il fenomeno in sé che viene misurato, che si può dire di conoscere, quanto la descrizione empirica che si sceglie del fenomeno. Se infatti non è presente una gerarchia nella *rappresentazione* (esistono molteplici sfaccettature di quel che chiamiamo *quantità*) ed è sempre possibile descrivere un *sistema relazionale* a partire da una qualsiasi affermazione empirica (a patto che questa venga tradotta nei termini delle proprietà delle relazioni che la interessano), non abbiamo limiti nel rendere una qualsiasi descrizione empirica formalmente consistente, al di là di qualsiasi giudizio sull'utilità di queste.
2. Tutto questo torna utile qualora si volesse osservare come si susseguono le diverse descrizioni che incontriamo quando studiamo la storia di un certo concetto. Se per esempio si volesse studiare il concetto formale della temperatura nel suo procedere storico, adottare questo punto di vista permetterebbe di non occuparci della validità delle varie teorie con cui si entrerà in contatto, poiché l'interesse della ricerca sarebbe concentrato nel comprendere come si è arrivati da una certa concezione a una successiva (i.e. comprendere come avvenga la trasformazione, come la conoscenza si muova nella sua dimensione dinamica). Se infatti non ci si preoccupa in prima istanza della bontà empirica assoluta che una certa teoria può avere, ma ci si occupa invece di studiare cosa ha reso possibile una certa trasformazione, siamo in grado di utilizzare le sequenze di concetti a nostra disposizione per creare dei modelli di sviluppo conoscitivo basati sullo studio dei legami che si possono instaurare tra un'identità (i.e. un *sistema relazionale*) e un'altra. Sicuramente la ricerca della teoria o del modo migliore per studiare un certo fenomeno è un programma di ricerca oltremodo utile ed interessante: al tempo stesso però si vuole sottolineare come un simile proponimento, durante la storia della conoscenza non sia stato rispettato: nel senso che, per quanto si partisse da questo obiettivo, la declinazione della ricerca (per esempio, cosa si intende quando si parla di temperatura?) non sia risultata in un fronte comune e compatto. Basti infatti prendere in considerazione la ricerca metodologica di Foucault (1980) e le critiche mosse da Feyerabend (2016) contro le filosofie popperiana, kuhniana e

lakatosiana, tutte impegnate nel dimostrare come lo sviluppo della conoscenza avvenga o per accumulo o per la presenza di un pensiero razionale come garante del progresso scientifico[113]. Lo spunto che qui si sta delineando è pertanto quello di analizzare il formarsi e lo sviluppo della conoscenza nella maniera meno pre-costituita possibile, senza utilizzare la diade razionale-irrazionale: senza arrogarsi insomma il diritto di escludere certi elementi e accoglierne altri a priori. Questo è il motivo per il quale crediamo che, per approcciarsi allo studio formale dello sviluppo storico della conoscenza scientifica, sia necessaria una visione nella quale non è possibile escludere nulla e allo stesso tempo si è in grado di considerare solo quello che si ritiene necessario. Se infatti si adotta come nostro spazio d'azione i *sistemi relazionali*, non troveremo mai un'assenza di questi: questo impedirà di applicare e tramandare una visione nella quale certi elementi sono importanti mentre di altri se ne può fare a meno. Si potrà dire sicuramente che, risolto il *problema della significanza*, certe affermazioni non significano nulla per la *rappresentazione* che si sta analizzando: ma la prospettiva storica costringe a limitare questa considerazione a un dato momento. Infatti, la descrizione empirica di un certo fenomeno potrebbe rivelarsi un giorno parziale, donando senso a delle affermazioni che prima non ne avevano. Al tempo stesso, proprio questa caratteristica costringerebbe a rimanere in una dimensione di analisi parziale: non potendo prevedere lo sviluppo storico della conoscenza scientifica (e non potendo neanche ripercorrerlo tutto fino ai suoi albori) ci si limiterebbe a considerare oggetto di analisi una sua particolare sezione (i.e. un periodo storico definito da un inizio e da una fine).

3. Se i primi due spunti, per lo studio formale della storia della conoscenza scientifica, si presentano, rispettivamente, come 'non preoccuparsi della bontà empirica di un certo *sistema relazionale*' e 'le analisi che si possono fare sono, necessariamente, limitate a sezioni della storia', il terzo interessa il modo in cui si potrebbe rappresentare queste sezioni. Se infatti si concepisce la storia come una sequenza di eventi, forse la forma più adeguata per rappresentare formalmente questa è proprio una sequenza temporale, lungo la quale si alternino *sistemi relazionali empirici* (con le loro rappresentazioni) diversi.

[113] Buona parte del saggio di Feyerabend (2016) è incentrato sulla dimostrazione di come il successo di Galileo Galilei, padre del metodo scientifico, non sia tanto dovuto soltanto alla bontà delle sue teorie, quanto in gran parte anche all'uso propagandistico che egli faceva delle stesse. L'autore infatti evidenzia come la teoria galileiana presentasse grandissimi errori e inesattezze note anche già ai suoi coevi, adombrate però grazie a un sapiente uso della retorica: Feyerabend argomenta quindi come sia anche l'abilità retorica e propagandistica, la bravura a far attecchire il proprio discorso a quelli esistenti, garante del successo di una teoria.

4. Ma come avviene la trasformazione? Questa domanda, purtroppo, rimarrà lasciata in sospeso. L'osservazione della sequenza temporale del punto 3 permette di comprendere come la risoluzione dei *problemi di rappresentazione*, *unicità* e *significanza* non sia sufficiente a descrivere il cambiamento temporale che i vari *sistemi relazionali empirici*: nel senso che non riesce a contenere al suo interno tutte le trasformazioni che la descrizione del fenomeno ha subito storicamente. Al momento non è emersa, da parte di chi scrive, un'idea precisa, ma si confida che sia possibile trovare un modo formale per analizzare le relazioni che descrivono il susseguirsi temporale di vari *sistemi relazionali empirici* (e delle loro rappresentazioni).

4.3 Conclusioni.

Giungiamo così alla fine di questo lavoro. Siamo partiti da alcune domande generali sulla conoscenza scientifica, ci siamo accorti come queste fossero condivise, in parte, dalle nozioni che la teoria della misurazione mette in campo per rendersi operativa: abbiamo quindi approfondito queste ultime e ci siamo lasciati ispirare da loro. Infine le abbiamo usate per proporre alcuni spunti di riflessione per ragionare attorno allo studio della storia della conoscenza scientifica. Non nascondiamo, a questo punto, che questo tema ci sta estremamente a cuore. Durante questo percorso di studi in psicologia, ho infatti avuto modo di osservare una grande quantità di teorie, diversissime tra di loro, e di chiedermi cosa permettesse questa grande varietà di posizioni teoriche. Inizialmente vedevo infatti queste sfaccettature come un motivo di vergogna, ma col tempo e gli studi (anche di altre discipline, la fisica e la matematica su tutte), mi sono reso conto di come la regola nello sviluppo della conoscenza scientifica non sia tanto la coerenza, i.e. l'identità, quanto proprio la trasformazione, in grado di comprendere al suo interno l'identità come risultato del suo procedere. Per quanto quindi mi stupirei, qualora il pluralismo teorico venisse a mancare in psicologia, ritengo comunque che questo vada gestito a livello di comunità scientifica. E spero che questo lavoro possa ispirare chiunque voglia rendere più compatto il fronte della disciplina psicologica, studiandone i movimenti storici. Questo però, senza dover sacrificare il suo eclettismo: un ottimo propulsore di idee e soluzioni.
Concludiamo così questo lavoro, con una poesia di Wisława Szymborska (2021), nella quale viene esposto con grande eleganza il rapporto, problematico per l'essere umano, tra quello

che è detto (i.e. la dimensione statica) e quello che si può ancora dire (i.e. la dimensione dinamica).

In lode a mia sorella

Mia sorella non scrive poesie,
né penso che si metterà a scrivere poesie.
Ha preso dalla madre, che non scriveva poesie,
e dal padre, che anche lui non scriveva poesie.
Sotto il tetto di mia sorella mi sento sicura:
suo marito mai e poi mai scriverebbe poesie.
E anche se ciò suona ripetitivo come una litania,
nessuno dei miei parenti scrive poesie.
Nei suoi cassetti non ci sono vecchie poesie,
né ce n'è di recenti nella sua borsetta.
E quando mia sorella mi invita a pranzo,
so che non ha intenzione di leggermi poesie.
Fa minestre squisite senza secondi fini,
e il suo caffè non si rovescia su manoscritti.
In molte famiglie nessuno scrive poesie,
ma se accade - è raro che sia uno solo.
A volte la poesia scende a cascate per generazioni,
creando gorghi pericolosi nel mutuo sentire.
Mia sorella pratica una discreta prosa orale,
e tutta la sua opera scritta consiste in cartoline
il cui testo promette la stessa cosa ogni anno:
che al ritorno delle vacanze
tutto quanto
tutto
tutto racconterà (*ibidem* - pp 375).

Bibliografia.

Adams, E. W. (1966). On the nature and purpose of measurement. *Synthese*, *16*(2), 125–169. https://doi.org/10.1007/BF00485355

Adams, E. W., Fagot, R. F., & Robinson, R. E. (1965). A theory of appropriate statistics. *Psychometrika*, *30*(2), 99–127. https://doi.org/10.1007/BF02289443

Capitani, O. (1971). *L'eresia medievale*. Il Mulino. https://books.google.it/books?id=rywfMwEACAAJ

Cock-Starkey, C. (2023). *The curious history of weights & measures*. Bodleian Library.

Feyerabend, P. K., Giorello, G., & Sosio, L. (2016). *Contro il metodo: Abbozzo di una teoria anarchica della conoscenza* (7. ed). Feltrinelli.

Finkelstein, L., & Leaning, M. S. (1984). A review of the fundamental concepts of measurement. *Measurement*, *2*(1), 25–34. https://doi.org/10.1016/0263-2241(84)90020-4

Foucault, P.-M. (s.d.). *L'archeologia del sapere* (1980[a] ed.). Rizzoli Editore.

Gaito, J. (1980). Measurement scales and statistics: Resurgence of an old misconception. *Psychological Bulletin*, *87*(3), 564–567. https://doi.org/10.1037/0033-2909.87.3.564

Greco, P. (2016). *Storia di [pi greco]* (1a edizione). Carocci editore.

Lord, F. M. (1953). On the Statistical Treatment of Football Numbers. *American Psychologist*, *8*(12), 750–751. https://doi.org/10.1037/h0063675

Luce, R. D., & Suppes, P. (2002). Representational Measurement Theory. In *Stevens' Handbook of Experimental Psychology*. John Wiley & Sons, Ltd. https://doi.org/10.1002/0471214426.pas0401

Marcus-Roberts, H. M., & Roberts, F. S. (1987). Meaningless Statistics. *Journal of Educational Statistics*, *12*(4), 383. https://doi.org/10.2307/1165056

Narens, L. (2014). *Theories of meaningfulness* (1. issued in paperback). Psychology Press.

Narens, L., & Luce, R. D. (1990). Meaningfulness and Invariance. In J. Eatwell, M. Milgate, & P. Newman (A c. Di), *Time Series and Statistics* (pp. 140–148). Palgrave Macmillan UK. https://doi.org/10.1007/978-1-349-20865-4_19

Planck, M., Bellone, E., & Persico, E. (2022). *La conoscenza del mondo fisico*. Bollati Boringhieri.

Roberts, F. S. (2009). *Measurement theory: With applications to decisionmaking, utility and the social sciences* (Digitally printed version). Cambridge University Press.

Roberts, F. S., & Franke, C. H. (1976). On the theory of uniqueness in measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, *14*(3), 211–218. https://doi.org/10.1016/0022-2496(76)90002-X

Rozeboom, W. W. (1966). Scaling theory and the nature of measurement. *Synthese*, *16*(2), 170–233. https://doi.org/10.1007/BF00485356

Saint-Mont, U. (2012). What measurement is all about. *Theory & Psychology*, *22*(4), 467–485. https://doi.org/10.1177/0959354311429997

Sarle, W. S. (1997). *Measurement theory: Frequently asked questions*. ftp://ftp.sas.com/pub/neural/measurement.html

Science, B. A. for the A. of. (1938). *Report of the British Association for the Advancement of Science* (Vol. 1938). London,. https://www.biodiversitylibrary.org/item/96145

Stevens, S. S. (1946). On the Theory of Scales of Measurement. *Science*, *103*(2684), 677–680. https://doi.org/10.1126/science.103.2684.677

Stevens, S. S. (1958). Measurement and Man. *Science*, *127*(3295), 383–389. https://doi.org/10.1126/science.127.3295.383

Suppes, P. (1969). *Studies in the Methodology and Foundations of Science*. Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-3173-7

Suppes, P., & Zinnes, J. (1963). Basic Measurement Theory. In D. Luce & R. Bush (A c. Di), *Handbook of mathematical psychology, Volume I* (Fascicolo 2, pp. 1–76). John Wiley & Sons.

Swistak, P. (1990). Paradigms of measurement. *Theory and Decision*, *29*(1), 1–17. https://doi.org/10.1007/BF00134102

Szymborska, W. (2021). *La gioia di scrivere: Tutte le poesie (1945-2009)* (18. ed). Adelphi.

Townsend, J. T., & Ashby, F. G. (1984). Measurement scales and statistics: The misconception misconceived. *Psychological Bulletin*, *96*(2), 394–401. https://doi.org/10.1037/0033-2909.96.2.394

Vincent, J. (2022). *Beyond measure: The hidden history of measurement*. Faber & Faber.

WINCHESTER, S. (2019). *EXACTLY: How precision engineers created the modern world*. WILLIAM COLLINS.

Zand Scholten, A., & Borsboom, D. (2009). A reanalysis of Lord's statistical treatment of football numbers. *Journal of Mathematical Psychology*, *53*(2), 69–75. https://doi.org/10.1016/j.jmp.2009.01.002