

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**Corso di laurea in Statistica e Gestione delle imprese**



**ANALISI DEGLI EVENTI PLUVIOMETRICI ESTREMI  
RELATIVE AI DATI FORNITI DALLE IDROVORE DI MAZZORE  
E BULGARELLO**

**RELATORE:** *Prof.ssa Monica Chiogna*

*Dipartimento di Scienze Statistiche*

**LAUREANDA:** *Letizia Pace*

Anno Accademico 2011/2012



*Ai miei cari*



## Indice

CAPITOLO 1: INTRODUZIONE .....	7
1.1. Lo scopo della tesi .....	8
CAPITOLO 2: ANALISI ESPLORATIVA DEI DATI PLUVIOMETRICI .....	9
2.1. Analisi giornaliera .....	10
2.2. Analisi mensile .....	13
2.3. Analisi stagionale .....	15
2.4. Comandi usati in R .....	18
2.4.1. Analisi giornaliera .....	19
2.4.2. Analisi mensile .....	20
2.4.3. Analisi stagionale .....	21
CAPITOLO 3: CENNI SULLA TEORIA DEI VALORI ESTREMI E APPLICAZIONI ALL'ANALISI PLUVIOMETRICA .....	23
3.1. Applicazione della teoria dei valori estremi all'analisi dei massimi pluviometrici .....	25
3.2. La distribuzione di Gumbel .....	29
3.3. Comandi usati in R .....	31
CAPITOLO 4: APPLICAZIONE DEL MODELLO DI GUMBEL AI DATI REALI .....	33
4.1. La carta probabilistica di Gumbel .....	36
4.2. Il tempo di ritorno .....	37
4.3. Curve di probabilità pluviometrica .....	43

4.4. Comandi usati in R .....	47
4.4.1 Curve di probabilità pluviometrica .....	54
CAPITOLO 5: CONCLUSIONI .....	61
5.1. Comandi usati in R .....	68
BIBLIOGRAFIA .....	73

## CAPITOLO 1: INTRODUZIONE

L'importanza dello studio delle precipitazioni deriva dal fatto che da esse dipendono i deflussi, i livelli dei corsi d'acqua, i livelli degli invasi naturali e delle falde, le portate di piena e di magra e quindi le disponibilità idriche superficiali e sotterranee. Le precipitazioni vengono rilevate con una opportuna rete di stazioni distribuite in maniera omogenea nel territorio. Normalmente, nelle stazioni pluviometriche dei vari servizi idrologici nazionali e internazionali, vengono raccolti i dati relativi alle precipitazioni giornaliere (misurate ogni 24 ore) e le registrazioni continue, dalle quali vengono ricavate le precipitazioni di varia durata. In seguito tali dati vengono rielaborati ottenendo i valori medi, i massimi e minimi giornalieri, mensili e annui. Le analisi pluviometriche più rilevanti sono quelle relative ai valori estremi: i valori delle precipitazioni di notevole intensità vengono sottoposti a specifiche analisi statistiche, al fine di determinare dei modelli probabilistici che permettono di formulare previsioni sui valori particolarmente intensi, in funzione della durata e per un prefissato tempo di ritorno  $T$ .

Le osservazioni vengono pubblicate negli annali dei servizi idrologici, invece le elaborazioni probabilistiche relative agli eventi estremi di precipitazione sono quasi sempre svolte da professionisti esterni che collaborano a diversi progetti.

Le precipitazioni vengono misurate con i pluviometri e i pluviografi. I pluviometri sono recipienti, in genere cilindrici, aperti nella parte superiore dove, attraverso una bocca di cattura, entra la precipitazione. Una volta al giorno, sempre alla stessa ora, l'acqua raccolta nel pluviometro viene versata in un recipiente graduato e viene così determinata l'altezza di precipitazione relativa alle 24 ore precedenti.

I pluviografi sono apparecchi che registrano continuamente, con una punta scrivente su apposita carta, le precipitazioni che si manifestano in un determinato arco di tempo (un giorno, una settimana o un tempo più lungo). La carta viene

fissata su un cilindro rotante a velocità costante e si sostituisce quando il cilindro ha compiuto una rotazione completa nel periodo di tempo prefissato. Il diagramma risultante viene detto pluviogramma: esso permette di misurare l'intensità di pioggia, ovvero quanti millimetri di pioggia sono caduti in periodi molto brevi (minuti o ore). Tali strumenti possono anche essere costruiti con apparecchiature tecnologiche tali da essere in grado di trasmettere i dati raccolti ad una centrale operativa situata ad una prefissata distanza.

### **1.1. Lo scopo della tesi**

La tesi inizia con una analisi esplorativa delle piogge giornaliere, mensili e stagionali, per valutare le variazioni tendenziali delle precipitazioni di anno in anno, facendo confronto tra le due località. L'analisi poi si concentra sui massimi mensili: l'obiettivo è quello di applicare la teoria dei valori estremi all'analisi pluviometrica, ovvero individuare una legge probabilistica che si adatti sufficientemente bene alle distribuzioni empiriche dei campioni dei massimi mensili in esame. In particolare lo studio si focalizza sulla distribuzione di Gumbel, ampiamente usata in ambito idrologico. Se tali modelli stimati sulla base dei dati campionari sono adeguati, essi possono essere usati a fini previsivi, permettendo di stimare il tempo di ritorno associato a ciascun valore di precipitazione e quindi la probabilità di accadimento dell'evento.

## CAPITOLO 2: ANALISI ESPLORATIVA DEI DATI PLUVIOMETRICI

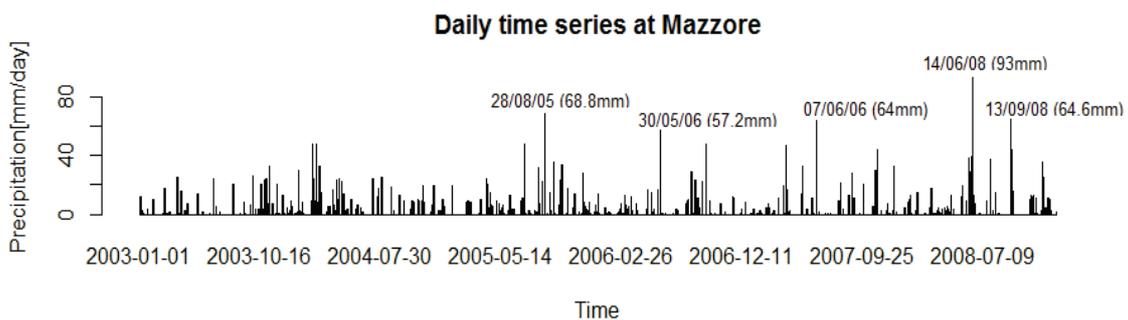
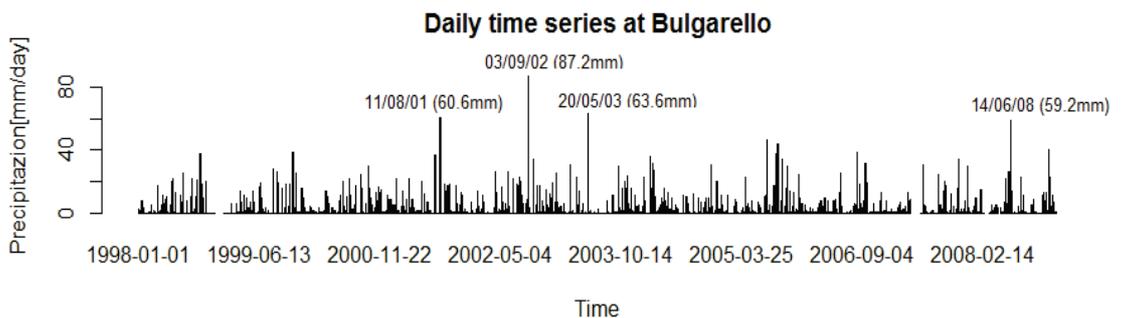
Si inizia con una analisi esplorativa preliminare dei dati che saranno oggetto di studio nella tesi. Si tratta di due dataset in cui sono stati raccolti i valori orari delle precipitazioni a Bulgarello e Mazzore, due aree a ridosso di Po di Volano. Po di Volano (o semplicemente Volano) è un ex-ramo deltizio (ora canale regolato) che si separa dal corso principale all'altezza di Stellata e , passando attraverso Ferrara, sfocia in mare con una foce ad estuario a est di Codigoro presso il Lido di Volano. Le due zone distano circa 6 km in linea d'aria, quindi sono piuttosto vicine.



I dati di Bulgarello riguardano i valori orari delle precipitazioni per un arco di tempo che va dal 1998 al 2008, invece i dati di Mazzore coprono l'arco temporale che va dal 2003 al 2008.

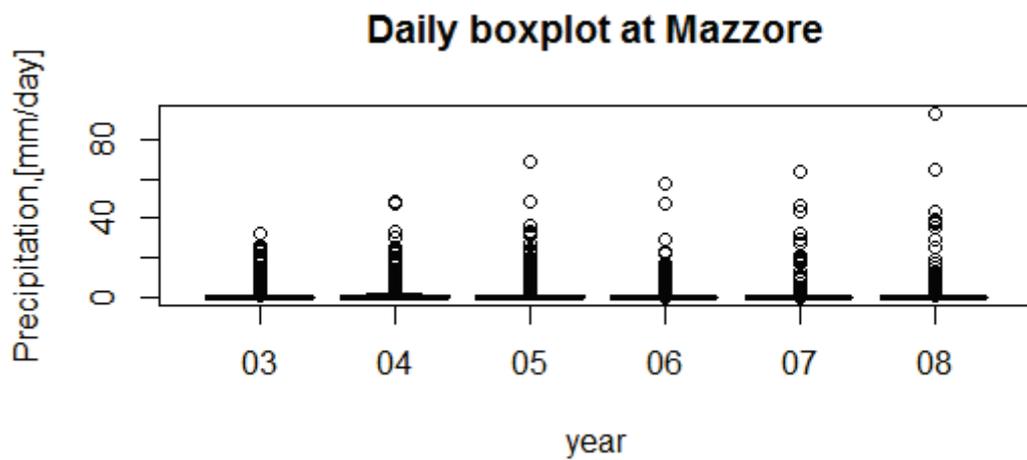
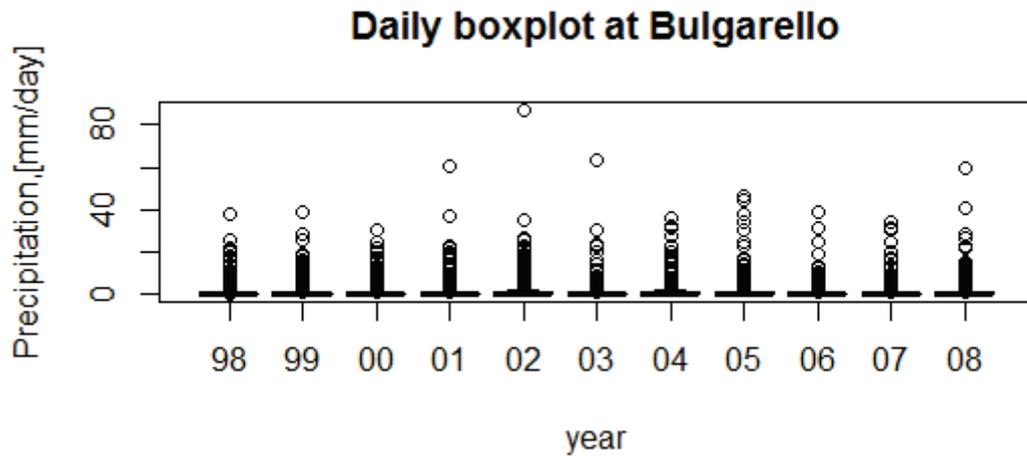
## 2.1. Analisi giornaliera

Sia per Mazzore che per Bulgarello, si sommano i valori orari delle piogge per ciascun giorno ottenendo i valori giornalieri. Quindi si creano i dataframe "mazzoreday" e "bulgarelloday" in cui vengono inseriti i valori giornalieri e le corrispondenti date.



Si tratta di due grafici a barre che mostrano l'andamento giornaliero delle piogge (mm al giorno) dal 1998 al 2008 nella zona Bulgarello, dal 2003 al 2008 a Mazzore. Si osserva che entrambi i grafici hanno una considerevole sistematicità. Per quanto riguarda Bulgarello, si nota che ci sono 4 valori superiori a 50 mm e, in particolare, il 3/09/2002 si è raggiunto un picco massimo di 87.2 mm. Invece, per quanto riguarda Mazzore, si hanno 5 valori superiori a 50 mm con un picco giornaliero massimo di 93 mm riscontrato il 14/06/2008.

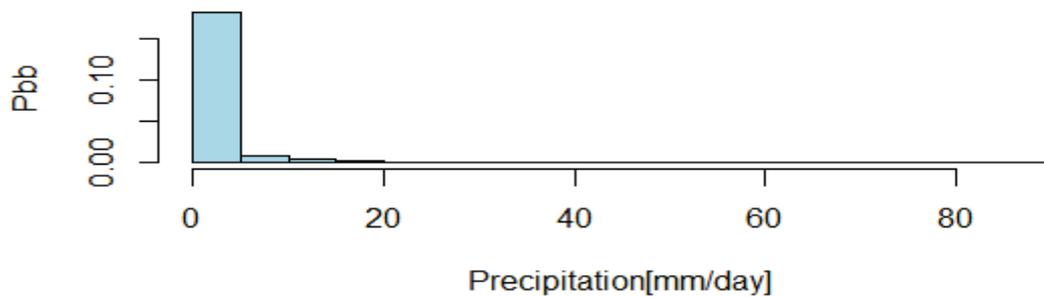
Notare che, nonostante siano 2 località molto vicine, i picchi massimi (valori superiori a 50 mm) si riscontrano principalmente in date diverse.



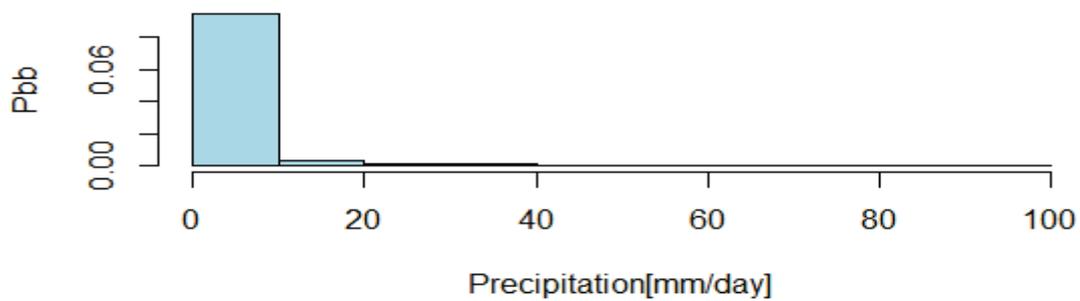
I diagrammi a scatola mostrano come si distribuiscono le precipitazioni giornaliere di ciascun anno. Tutti i diagrammi a scatola tendono a posizionarsi verso il basso, tra 0 e 40-50 mm, ad esclusione di alcuni valori anomali già riscontrati nei precedenti grafici.

Quindi, almeno per quanto riguarda i dati giornalieri, non sembrano esserci differenze sostanziali tra i diversi anni.

### Daily histogram at Bulgarello



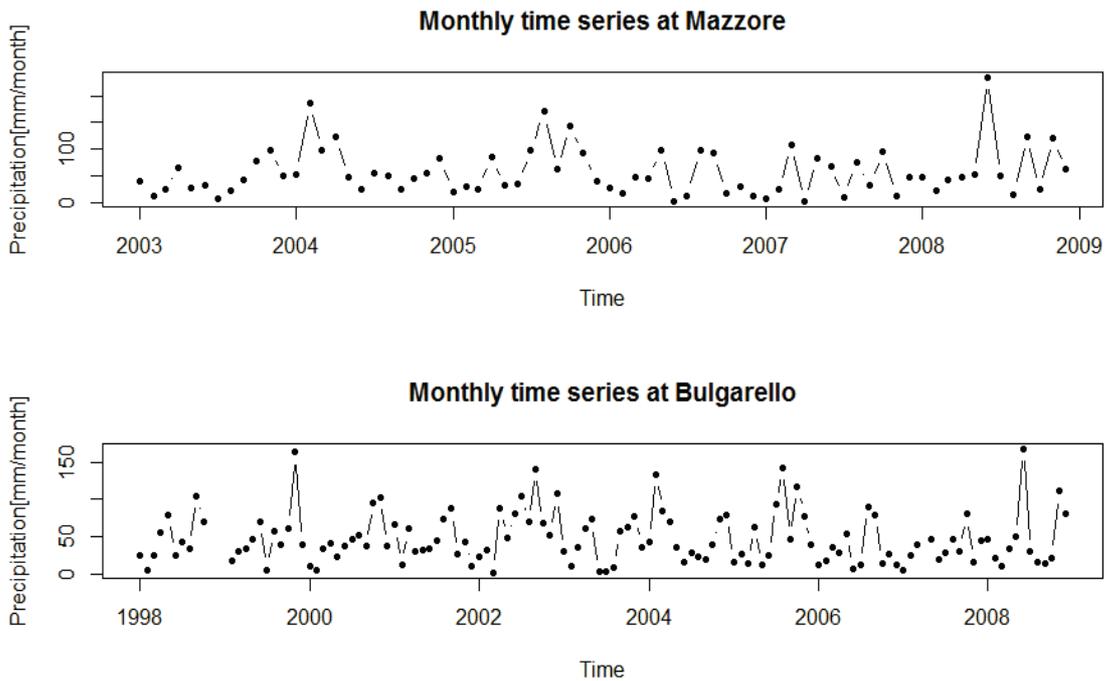
### Daily histogram at Mazzore



Per quanto riguarda l'istogramma dei dati giornalieri relativo a Bulgarello, si vede che circa l'88% delle osservazioni giornaliere assumono valori tra 0-5 mm. Invece, osservando l'istogramma dei dati giornalieri di Mazzore vediamo che ben il 95% circa delle piogge giornaliere sono inferiori ai 10 mm.

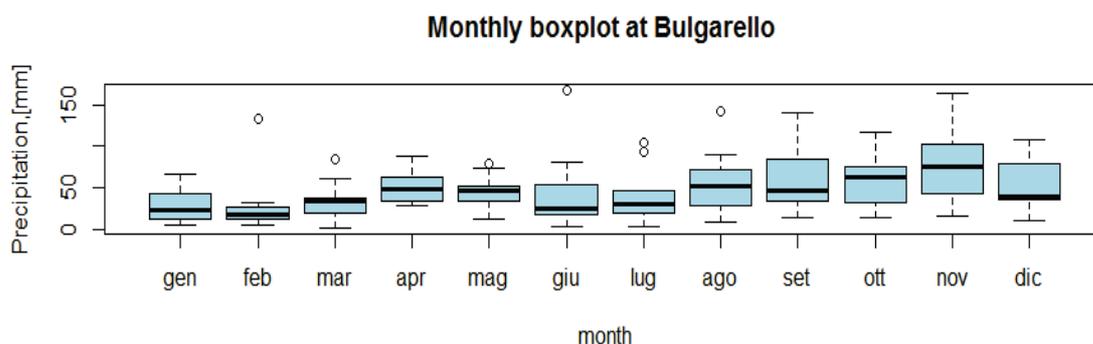
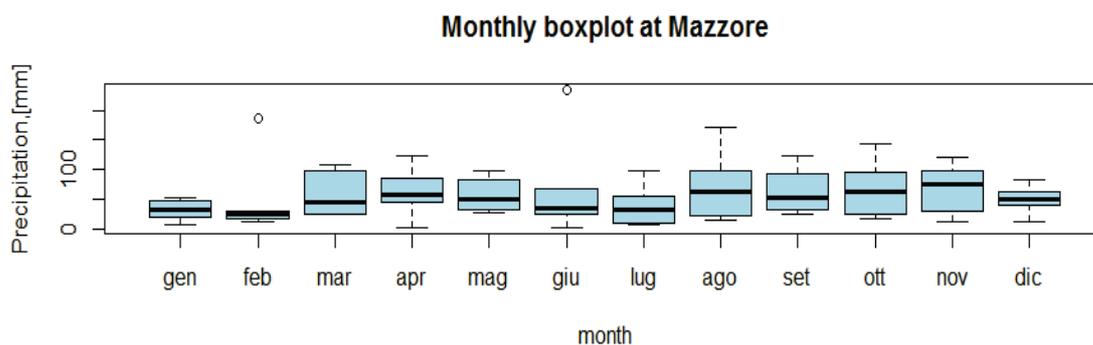
## 2.2. Analisi mensile

Si raggruppano i valori giornalieri in modo tale da ottenere i dataframe "bulgarellomonth" e "mazzoremmonth", contenenti i valori mensili di ciascun anno affiancati dal corrispondente mese ed anno.



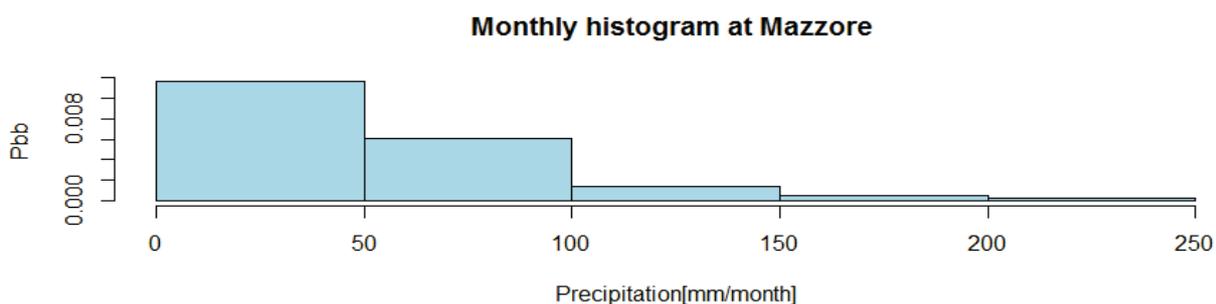
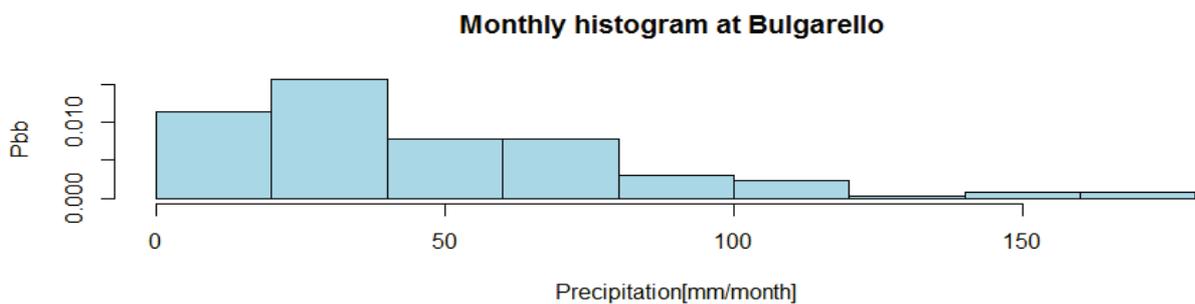
I due grafici mostrano l'andamento temporale delle precipitazioni mensili dal 1998-2008 a Bulgarello e dal 2003-2008 a Mazzore.

Si nota che, in entrambi i grafici, l'andamento mensile delle piogge sembra cambiare in modo significativo da un anno all'altro. Sia a Bulgarello che a Mazzore, la maggior parte delle precipitazioni mensili stanno sotto i 100 mm anche se c'è una notevole variabilità: si passa da mesi in cui la quantità di pioggia caduta è quasi nulla, a mesi in cui si superano i 160 mm, come nel novembre 1999 e giugno 2008 a Bulgarello e il giugno 2008 a Mazzore dove addirittura si sono misurati 234.8 mm.



I diagrammi a scatola mostrano come si distribuiscono le precipitazioni mensili nello stesso mese di anni diversi. Per quanto riguarda Mazzore, da Marzo a Novembre c'è una variabilità significativa tra le precipitazioni osservate nello stesso mese di anni diversi. Invece a gennaio, febbraio e Dicembre i valori rilevati nei diversi anni sono abbastanza simili.

Nel caso di Bulgarello, il mese di febbraio, marzo e maggio hanno una scarsa variabilità, negli altri mesi invece le variazioni sono più evidenti.



L'istogramma dei dati mensili di Bulgarello mostra che circa il 30% delle precipitazioni mensili cadono nella classe 20-40mm, il 24% circa sono inferiori a 20 mm e il

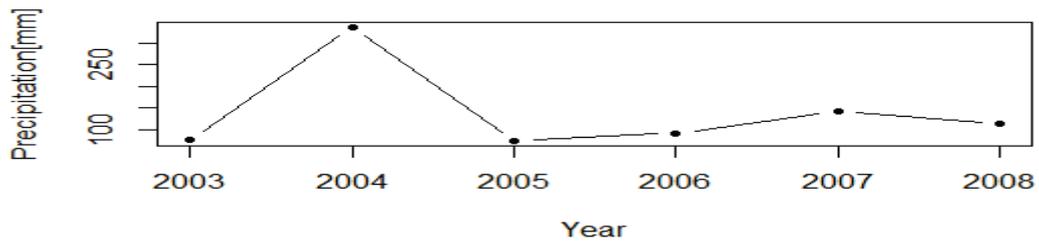
28% circa assume valori compresi tra 40-80 mm.

L'istogramma dei dati mensili di Mazzore mostra che circa il 60% delle precipitazioni mensili sono inferiori ai 50 mm e il 30% circa sono comprese tra 50-100 mm.

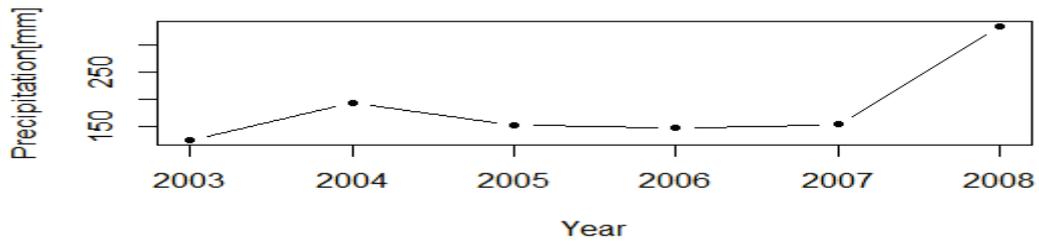
### 2.3. Analisi stagionale

Per effettuare una sorta di analisi a livello stagionale, si raggruppano i valori mensili delle piogge in trimestri (4 stagioni): inverno (gennaio, febbraio, marzo), primavera (aprile, maggio, giugno), estate (luglio, agosto, settembre), autunno (ottobre, novembre, dicembre).

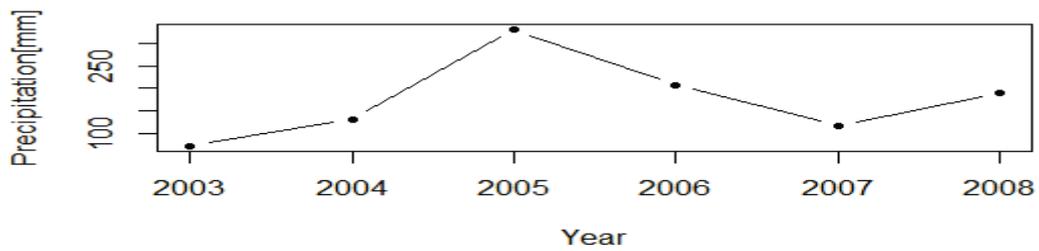
**WINTER at Mazzore**



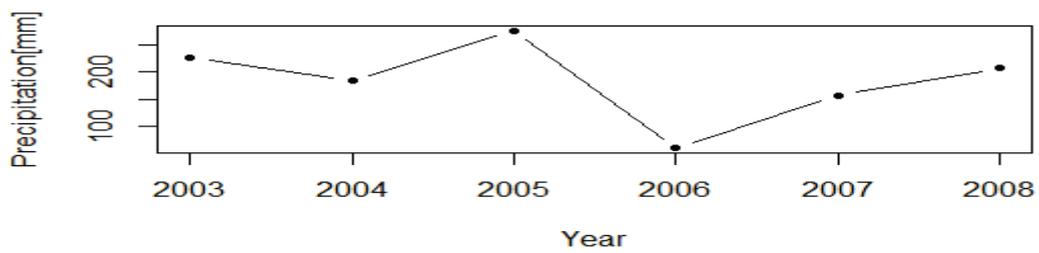
**SPRING at Mazzore**



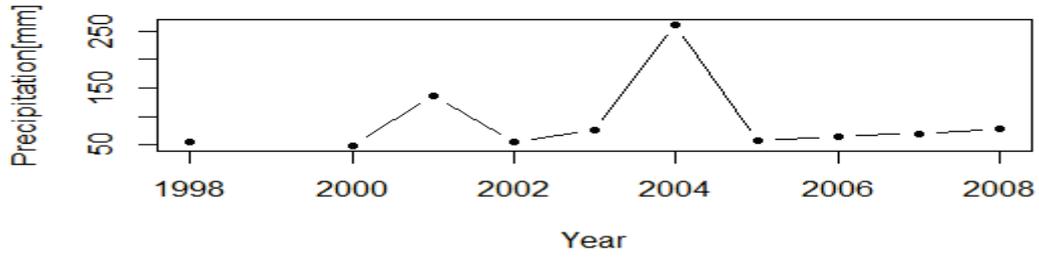
**SUMMER at Mazzore**



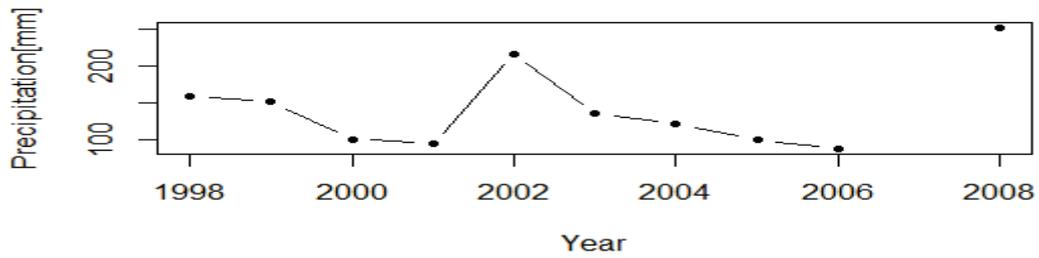
**AUTUMN at Mazzore**



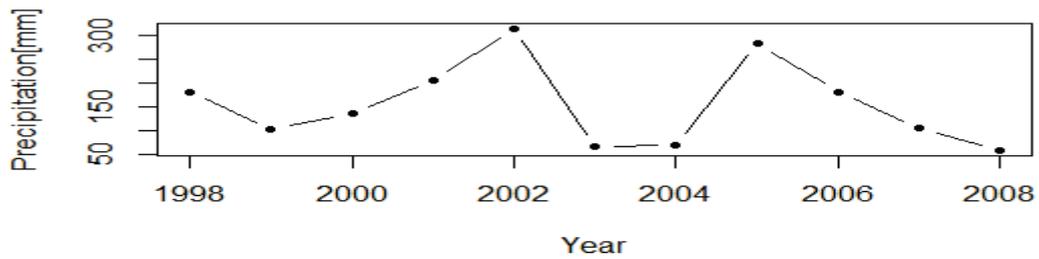
**WINTER at Bulgarello**



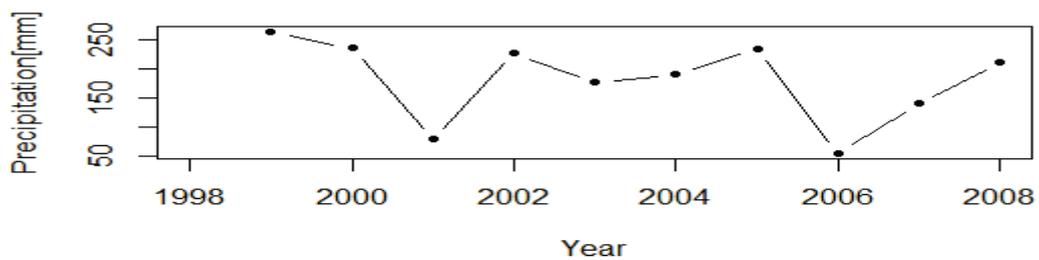
**SPRING at Bulgarello**



**SUMMER at Bulgarello**



**AUTUMN at Bulgarello**



I grafici hanno lo scopo di mostrare l'andamento tendenziale delle stagioni nei diversi anni. Sia a Mazzone che a Bulgarello, si nota un'elevata variabilità tra stesse stagioni di anni diversi: muovendosi da un anno all'altro si passa da valori molto bassi (per esempio inferiori a 50 mm) a valori molto alti (per esempio intorno ai 250-300 mm).

## 2.4. Comandi usati in R

```
bday1998<-read.table("bday1998.txt")
bday1999<-read.table("bday1999.txt")
bday2000<-read.table("bday2000.txt")
bday2001<-read.table("bday2001.txt")
bday2002<-read.table("bday2002.txt")
bday2003<-read.table("bday2003.txt")
bday2004<-read.table("bday2004.txt")
bday2005<-read.table("bday2005.txt")
bday2006<-read.table("bday2006.txt")
bday2007<-read.table("bday2007.txt")
bday2008<-read.table("bday2008.txt")
data<-read.table("date.txt",header=T)
precipitazioni<-c(bday1998[,2],bday1999[,2],bday2000[,2],bday2001[,2],
bday2002[,2],bday2003[,2],bday2004[,2],bday2005[,2],bday2006[,2],
bday2007[,2],bday2008[,2])
bulgarelloday<-data.frame(data,precipitazioni)
bulgarellomonth<-read.table("datibulga.txt",header=T,dec=",")
mday2003<-read.table("mday2003.txt")
mday2004<-read.table("mday2004.txt")
mday2005<-read.table("mday2005.txt")
mday2006<-read.table("mday2006.txt")
mday2007<-read.table("mday2007.txt")
```

```

mday2008<-read.table("mday2008.txt")
data<-read.table("date2.txt",header=T)
precipitazioni<-c(mday2003[,2],mday2004[,2],mday2005[,2],mday2006[,2],
mday2007[,2],mday2008[,2])
mazzoreday<-data.frame(data,precipitazioni)
mazzoremonth<-read.table("datimazzo.txt",header=T,dec=",")

```

### 2.4.1. Analisi giornaliera

```

attach(mazzoreday)
x1<-strptime(date,format="%d/%m/%y")
barplot(precipitazioni,names.arg=x1,xlab="Time",ylab="Precipitation[mm/day]
",main="Daily time series at Mazzore")
detach(mazzoreday)
attach(bulgarelloday)
x2<-strptime(date,format="%d/%m/%y")
barplot(precipitazioni,names.arg=x2,xlab="time",ylab="Precipitazioni[mm/day
]",main="Daily time series at Bulgarello")
detach(bulgarelloday)
attach(mazzoreday)
cyear<-format(x1,"%y")
cyear<-factor(cyear,levels=unique(cyear),ordered=T)
plot(precipitazioni~cyear,col="lightblue",main="Daily          boxplot          at
Mazzore",xlab="year",ylab="Precipitation,[mm/day]")
detach(mazzoreday)
attach(bulgarelloday)
cyear1<-format(x2,"%y")
cyear1<-factor(cyear1,levels=unique(cyear1),ordered=T)
plot(precipitazioni~cyear1,col="lightblue",main="Daily          boxplot          at
Bulgarello",xlab="year",ylab="Precipitation,[mm/day]")

```

```

detach(bulgarelloday)
par(mfrow=c(1,2))
attach(mazzoreday)
hist(precipitazioni,col="lightblue",main="Daily histogram at Mazzone",
,xlab="Precipitation[mm/day]",ylab="Pbb",freq=F)
detach(mazzoreday)
attach(bulgarelloday)
hist(precipitazioni,col="lightblue",main="Daily histogram at Bulgarello",
,xlab="Precipitation[mm/day]",ylab="Pbb",freq=F)
detach(bulgarelloday)

```

#### 2.4.2. Analisi mensile

```

par(mfrow=c(2,1))
attach(mazzoremonth)
x<-strptime(Periodo,format="%d/%m/%y")
x.order<-order(x$year,x$mon,x$mday)
plot(x[x.order],Precipitazioni[x.order],pch=20,type="b",xlab="Time",ylab="Pr
ecipitation[mm/month]",main="Monthly time series at Mazzone")
detach(mazzoremonth)
attach(bulgarellomonth)
y<-strptime(Periodo,format="%d/%m/%y")
y.order<-order(y$year,y$mon,y$mday)
plot(y[y.order],Precipitazioni[y.order],pch=20,type="b",xlab="Time",ylab="Pre
cipitation[mm/month]",main="Monthly time series at Bulgarello")
detach(bulgarellomonth)
attach(mazzoremonth)
cmonth<-format(x,"%b")
cmonth<-factor(cmonth,levels=unique(cmonth),ordered=T)
plot(Precipitazioni~cmonth,col="lightblue",main="Monthly boxplot at

```

```

Mazzore",xlab="month",ylab="Precipitation,[mm]")
detach(mazzoremonth)
attach(bulgarellomonth)
cmonth.1<-format(y,"%b")
cmonth.1<-factor(cmonth.1,levels=unique(cmonth.1),ordered=T)
plot(Precipitazioni~cmonth.1,col="lightblue",main="Monthly boxplot at
Bulgarello ",xlab="month",ylab="Precipitation,[mm] ")
detach(bulgarellomonth)
attach(bulgarellomonth)
hist(Precipitazioni,col="lightblue",main="Monthly histogram at Bulgarello
",xlab="Precipitation[mm/month]",ylab="Pbb",freq=F)
detach(bulgarellomonth)
attach(mazzoremonth)
hist(Precipitazioni,col="lightblue",main="Monthly histogram at Mazzore
",xlab="Precipitation[mm/month]",ylab="Pbb",freq=F)
detach(mazzoremonth)

```

### 2.4.3. Analisi stagionale

```

attach(mazzoremonth)
mat1<-matrix(Precipitazioni,nrow=3)
stag<-apply(mat1,2,sum)
winter1<-stag[c(1,5,9,13,17,21)]
spring1<-stag[c(2,6,10,14,18,22)]
summer1<-stag[c(3,7,11,15,19,23)]
autumn1<-stag[c(4,8,12,16,20,24)]
anni1<-c("2003","2004","2005","2006","2007","2008")
plot(anni1,winter1,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",ma
in="WINTER at Mazzore")
plot(anni1,spring1,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",ma

```

```

in="SPRING at Mazzone")
plot(anni1,summer1,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",m
ain="SUMMER at Mazzone")
plot(anni1,autumn1,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",m
ain="AUTUMN at Mazzone")
detach(mazzonemonth)
attach(bulgarellomonth)
mat2<-matrix(Precipitazioni,nrow=3)
stag1<-apply(mat2,2,sum)
winter2<-stag1[c(1,5,9,13,17,21,25,29,33,37,41)]
spring2<-stag1[c(2,6,10,14,18,22,26,30,34,38,42)]
summer2<-stag1[c(3,7,11,15,19,23,27,31,35,39,43)]
autumn2<-stag1[c(4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44)]
anni2<-
c("1998","1999","2000","2001","2002","2003","2004","2005","2006","2007","2
008")
plot(anni2,winter2,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",ma
in="WINTER at Bulgarello")
plot(anni2,spring2,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",ma
in="SPRING at Bulgarello")
plot(anni2,summer2,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",m
ain="SUMMER at Bulgarello")
plot(anni2,autumn2,pch=20,type="b",xlab="Year",ylab="Precipitation[mm]",m
ain="AUTUMN at Bulgarello")

```

### CAPITOLO 3: CENNI SULLA TEORIA DEI VALORI ESTREMI E APPLICAZIONI ALL'ANALISI PLUVIOMETRICA

In molte applicazioni si è interessati ai valori estremi di una variabile casuale: inondazioni, precipitazioni, vento, temperatura, sono variabili per le quali solo il massimo valore in una sequenza può risultare critico per parecchi sistemi ingegneristici. Per esempio, nei programmi di prevenzione delle inondazioni, interessa conoscere il massimo flusso di un fiume o la massima altezza delle onde o la massima altezza delle precipitazioni per determinare correttamente dimensione, altezza e resistenze di dighe e protezioni. Anche la progettazione di edifici deve essere fatta tenendo conto dei carichi massimi dovuti ad azioni eoliche e sismiche.

Sia  $x_1, \dots, x_n$  una successione di variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con una funzione di distribuzione comune  $F(\cdot)$ .

Si vuole determinare la distribuzione di:

$$M_n = \max \{x_1, \dots, x_n\}.$$

Ad esempio,  $x_1, \dots, x_n$  possono rappresentare le precipitazioni orarie, la concentrazione giornaliera di ozono, la temperatura media giornaliera, ecc...

Si cerca di ricavare la distribuzione di probabilità cumulata di  $M_n$ . Data l'indipendenza delle variabili  $x_1, \dots, x_n$  si ottiene:

$$P\{M_n \leq z\} = P\{x_1 \leq z, \dots, x_n \leq z\} = P\{x_1 \leq z\} \cdot \dots \cdot P\{x_n \leq z\} = \{F(z)\}^n$$

Problema: se  $F$  è sconosciuta, tale probabilità diventa difficile da stimare poiché piccole discrepanze di  $F$  portano a grandi errori nella stima di  $F^n$ .

Per questo conviene ricorrere alla teoria asintotica, cioè studiare il comportamento di  $M_n$  per  $n \rightarrow \infty$  e utilizzare tali modelli come approssimazione di  $M_n$  per  $n$  finito.

### Teorema 3.0.1

Se esiste una successione di costanti  $\{a_n > 0\}$  e  $\{u_n\}$  tale che

$$Pr\left\{\frac{M_n - u_n}{a_n} \leq z\right\} \rightarrow G(z) \text{ per } n \rightarrow \infty$$

dove  $G$  è una funzione di distribuzione non degenere, allora  $G$  ha legge descritta da una delle seguenti funzioni di ripartizione:

$$I^\circ \text{ Tipo Gumbel } G(z) = \exp\{-\exp[-\alpha \cdot (z-u)]\} \quad -\infty < z < \infty$$

$$II^\circ \text{ Tipo Frechet } G(z) = \begin{cases} 0, & z \leq u \\ \exp[-[\alpha \cdot (z-u)]^b], & z > u, b > 0 \end{cases}$$

$$III^\circ \text{ Tipo Weibull } G(z) = \begin{cases} \exp[-[-\alpha \cdot (z-u)]^b], & z < u, b < 0 \\ 1, & z \geq u \end{cases}$$

dove  $b$  è il parametro che descrive la forma della distribuzione.

Volendo si può definire un'unica distribuzione detta distribuzione generalizzata dei valori estremi (GEV), che racchiude tutti e tre i casi particolari precedentemente elencati

$$GEV(\mu, \sigma, \xi) \rightarrow G(z) = \exp\left\{-\left[1 + \xi \cdot \left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\}_+$$

dove  $y_+ = \max\{y, 0\}$ ,  $\mu > -\infty$ ,  $\xi < \infty$  e  $\sigma > 0$ .

Se  $\xi \rightarrow 0$  ci si riconduce alla distribuzione di Gumbel;

se  $\xi > 0$  ci si riconduce alla distribuzione di Frechet;

se  $\xi < 0$  ci si riconduce alla distribuzione di Weibull.

$\mu$  è il parametro di posizione,  $\sigma$  è il parametro di scala e  $\xi$  è il parametro di forma

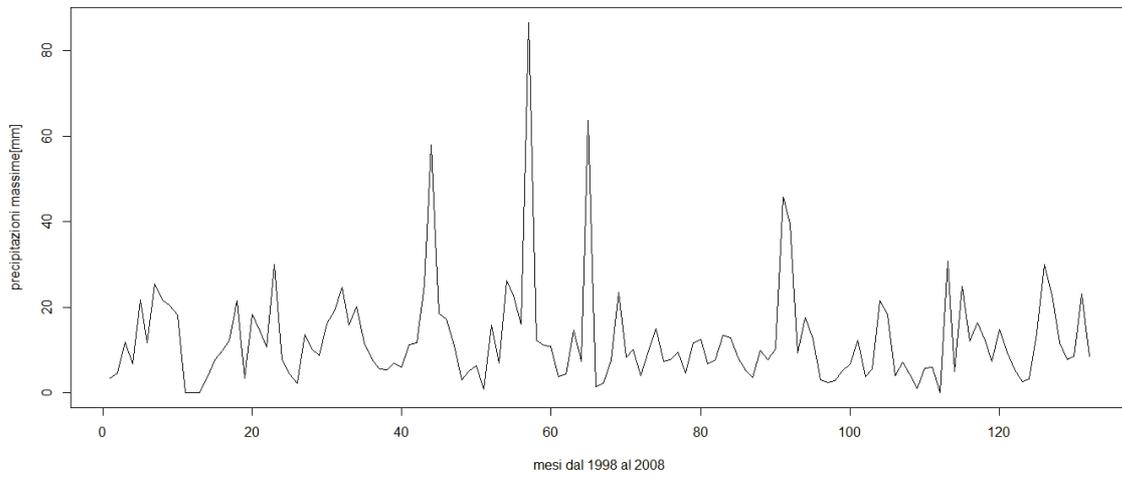
### **3.1. Applicazione della teoria dei valori estremi all'analisi dei massimi pluviometrici**

Lo scopo principale della tesi è cercare di analizzare l'andamento dei massimi di precipitazione opportunamente ricavati dai campioni di dati precedentemente esaminati. Tale analisi consisterà sostanzialmente nel scegliere una legge probabilistica dei valori estremi (nel nostro caso la distribuzione di Gumbel), per poi valutare se i modelli stimati in base a tale legge si adattano sufficientemente bene ai campioni di dati in esame e quindi rappresentano in modo adeguato l'evoluzione dei fenomeni estremi. La scelta dell'intervallo temporale su cui estrarre i massimi è arbitraria: generalmente si fissa l'anno, ma dato che in questo caso si hanno a disposizione i valori delle precipitazioni che vanno dal 1998 al 2008 per Bulgarello e dal 2003 al 2008 per Mazzore, conviene fare un'analisi a livello di mese.

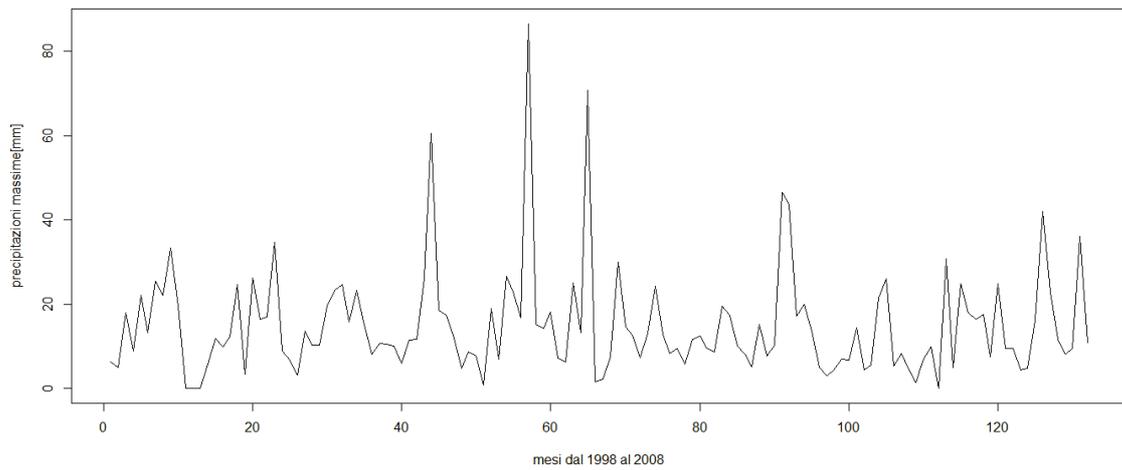
Quindi per prima cosa si determinano le serie dei massimi mensili per durate diverse  $t$  (3 ore, 6 ore, 12 ore, 24 ore). Tali serie si ottengono effettuando una somma cumulata delle precipitazioni orarie in relazione alle diverse durate  $t$  (3, 6, 12, 24), dopo di che si estraggono i massimi mensili di ciascun anno. Si ottengono otto serie di massimi mensili, quattro per Mazzore composte ognuna da 72 dati e quattro per Bulgarello composte ognuna da 132 dati. Se si considera l'altezza massima di precipitazione come una variabile casuale, allora è necessario scegliere un tipo di legge probabilistica che si presti bene a interpolare le osservazioni ed appare ragionevole scegliere lo stesso tipo di legge per tutte quattro le durate.

In pratica si assume che tutti i massimi pluviometrici di durata  $t$ , osservati in un certo luogo, siano realizzazioni indipendenti di un processo stocastico uguale per tutti gli anni considerati.

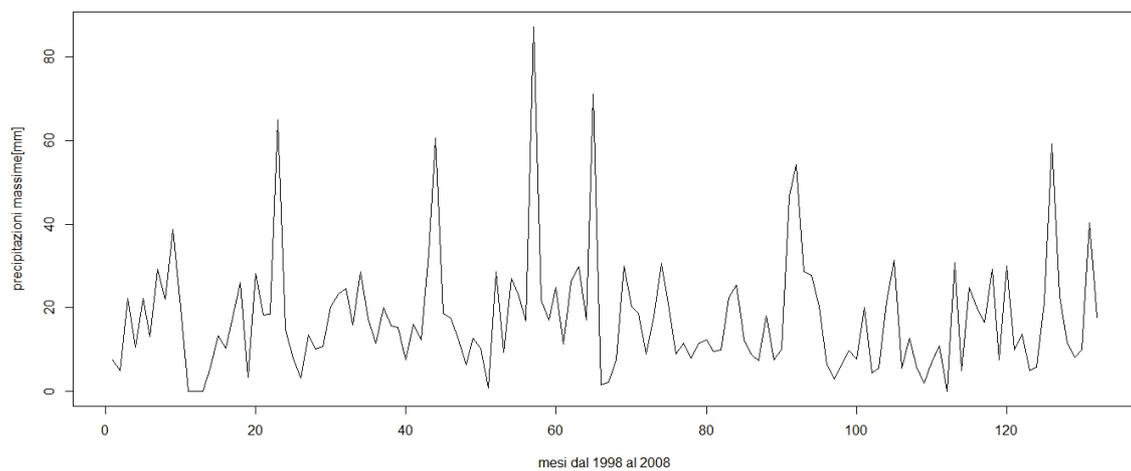
**Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 3 ore**



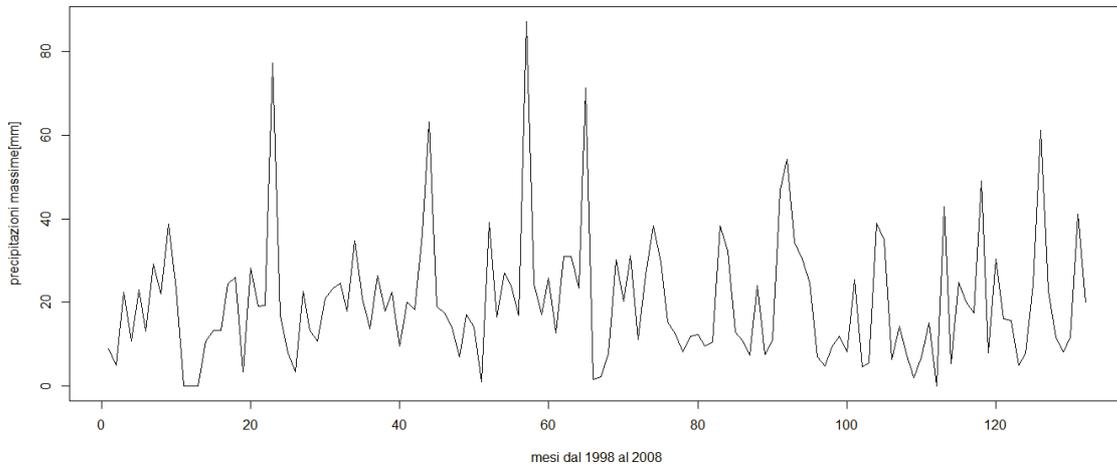
**Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 6 ore**



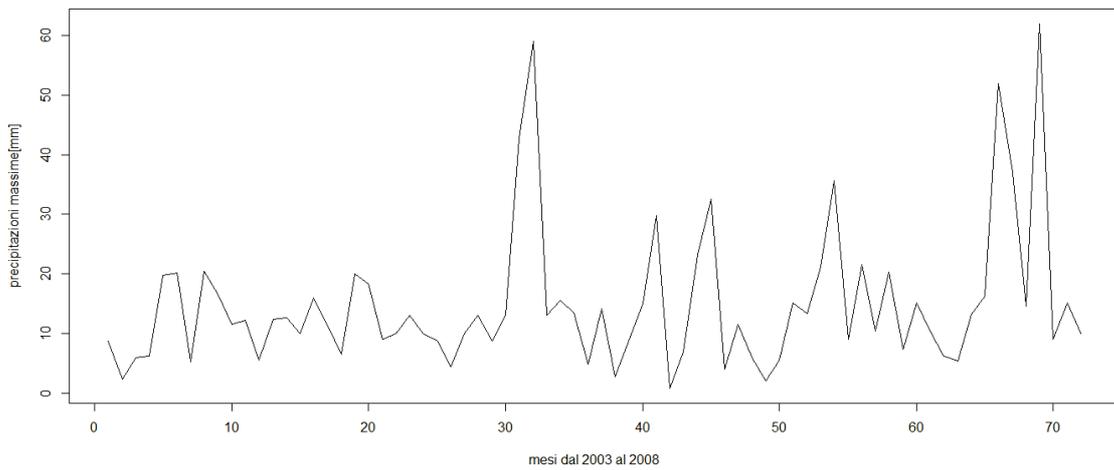
**Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 12 ore**



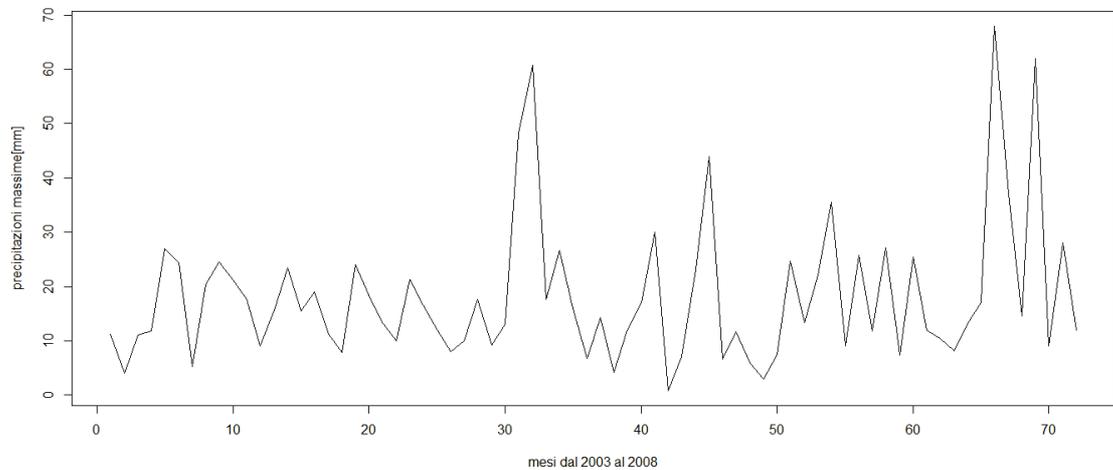
### Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 24 ore



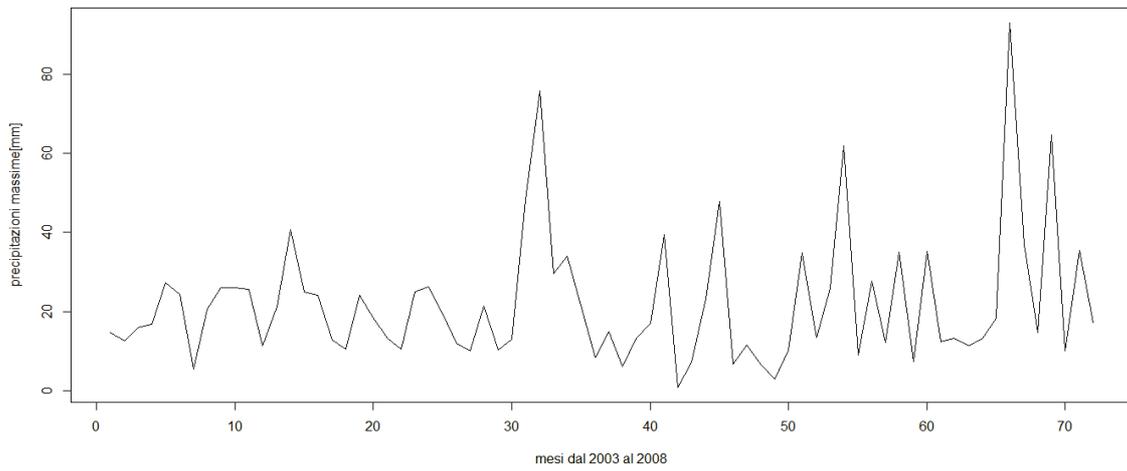
### Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 3 ore



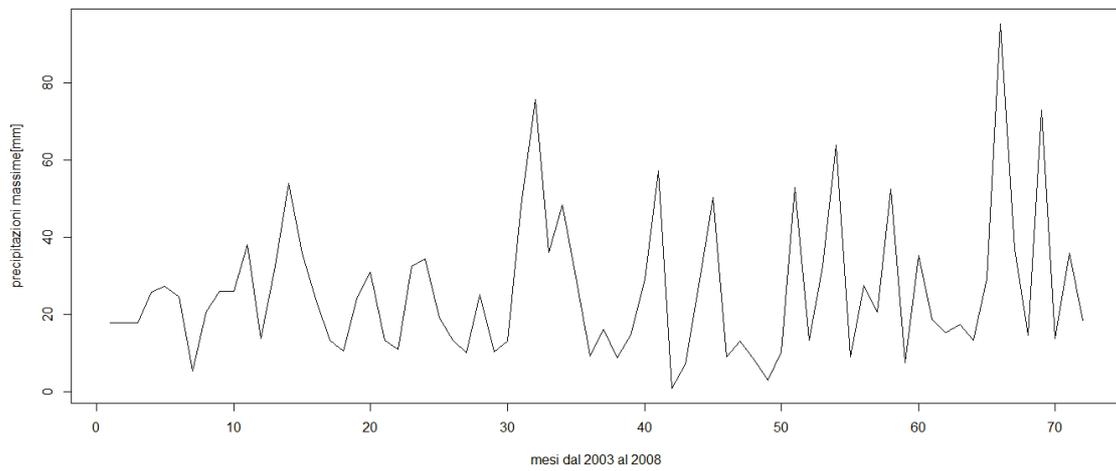
### Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 6 ore



**Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 12 ore**



**Serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 24 ore**



### 3.2. La distribuzione di Gumbel

Sia  $x$  la variabile casuale che esprime il fenomeno estremo di interesse, nel nostro caso rappresenta l'altezza massima delle precipitazioni mensili.

Ipotizziamo che la variabile  $x$  si distribuisca con una Gumbel, la quale rappresenta una delle leggi di probabilità che meglio si presta alle analisi pluviometriche.

- Funzione di densità della distribuzione di Gumbel:

$$f(x) = \alpha \cdot \exp\{-\alpha \cdot (x-u) - \exp[-\alpha \cdot (x-u)]\}.$$

- Funzione di ripartizione (o funzione di distribuzione cumulata) di Gumbel:

$$\Phi(x) = \exp\{-\exp[-\alpha \cdot (x-u)]\}.$$

Se si considera la variabile  $z = \alpha \cdot (x-u)$ , posto che  $z$  è funzione lineare di  $x$ , risulta:

$$\Phi(x) = \Phi(z) = \exp[-\exp(-z)]$$

$$x_\Phi = u + z_\Phi / \alpha = u + 1/\alpha \cdot \ln[\ln(1/\Phi)],$$

indicando con  $x_\Phi$  e  $z_\Phi$  i valori di  $x$  e di  $z$  che corrispondono ad uno stesso valore di  $\Phi$ . Mentre la funzione di ripartizione  $\Phi(x)$  è funzione, oltre che del valore assunto da  $x$ , anche dei valori assunti dai parametri  $u$  e  $\alpha$ , la funzione di ripartizione  $\Phi(z)$  è funzione soltanto del valore assunto da  $z$ , che assume quindi il significato di variabile ridotta. Dunque si indica con  $z$  la variabile ridotta e con  $x$  la variabile originaria, della quale si assume che i dati campionari siano delle realizzazioni. I parametri  $\alpha$  e  $u$  sono i parametri della distribuzione di Gumbel, in particolare  $\alpha$  è il parametro di intensità della distribuzione, mentre  $u$  è la moda della distribuzione e rappresenta il valore con massima frequenza probabile.

### 3.3. Comandi usati in R

bbbb.txt e mmmm.txt sono file ricavati da excell, dove sono state calcolate le cumulate di 3, 6, 12, 24 ore.

```
bbbb<-read.table("bbbb.txt",dec=",")
```

```
head(bbbb)
```

```
names(bbbb)<-c("a","b","c","d")
```

```
attach(bbbb)
```

```
B3<-matrix(a,nrow=730)
```

```
maxB3<-apply(B3,2,max)
```

```
B6<-matrix(b,nrow=730)
```

```
maxB6<-apply(B6,2,max)
```

```
B12<-matrix(c,nrow=730)
```

```
maxB12<-apply(B12,2,max)
```

```
B24<-matrix(d,nrow=730)
```

```
maxB24<-apply(B24,2,max)
```

```
maxBmese<-data.frame(maxB3,maxB6,maxB12,maxB24)
```

```
detach(bbbb)
```

maxBmese viene salvato in un file .txt chiamato maxmb.txt, la stessa cosa viene fatta con maxMmese che viene salvato in maxmm.txt

```
maxmb<-read.table("maxmb.txt")
```

```
names(maxmb)<-c("mese.anno","cIII","cVI","cXII","cXXIV")
```

```
head(maxmb)
```

```
attach(maxmb)
```

```

cIII<-ts(cIII)

cVI<-ts(cVI)

cXII<-ts(cXII)

cXXIV<-ts(cXXIV)

plot(cIII,xlab="mesi dal 1998 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 3 ore")

plot(cVI,xlab="mesi dal 1998 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 6 ore")

plot(cXII,xlab="mesi dal 1998 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 12 ore")

plot(cXXIV,xlab="mesi dal 1998 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 24 ore")

detach(maxmb)

mmmm<-read.table("mmmm.txt",dec=",")

head(mmmm)

names(mmmm)<-c("A","B","C","D")

attach(mmmm)

M3<-matrix(A,nrow=730)

maxM3<-apply(M3,2,max)

M6<-matrix(B,nrow=730)

maxM6<-apply(M6,2,max)

M12<-matrix(C,nrow=730)

maxM12<-apply(M12,2,max)

```

```

M24<-matrix(D,nrow=730)

maxM24<-apply(M24,2,max)

maxMmese<-data.frame(maxM3,maxM6,maxM12,maxM24)

detach(mmmm)

maxmm<-read.table("maxmm.txt")

names(maxmm)<-c("mese/anno","CIII","CVI","CXII","CXXIV")

head(maxmm)

attach(maxmm)

CIII<-ts(CIII)

CVI<-ts(CVI)

CXII<-ts(CXII)

CXXIV<-ts(CXXIV)

plot(CIII,xlab="mesi dal 2003 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 3 ore")

plot(CVI,xlab="mesi dal 2003 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 6 ore")

plot(CXII,xlab="mesi dal 2003 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 12 ore")

plot(CXXIV,xlab="mesi dal 2003 al 2008",ylab="precipitazioni massime[mm]",
main="serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di 24 ore")

detach(maxmm)

```

## CAPITOLO 4: APPLICAZIONE DEL MODELLO DI GUMBEL AI DATI REALI

### *Stima dei parametri della distribuzione di Gumbel*

A questo punto bisogna definire un criterio che permetta di stimare i parametri  $\alpha$  e  $u$  della distribuzione sulla base dei dati campionari. Gumbel applica in modo originale il metodo dei minimi quadrati misti. Il parametro  $\alpha$  viene stimato come il rapporto tra lo scarto quadratico medio della variabile ridotta  $\sigma_z(n)$ , funzione della numerosità campionaria  $n$ , e lo scarto quadratico medio della variabile originaria  $\sigma_x(n)$  calcolato sulla base dei dati campionari.

$$\alpha = \frac{\sigma_z(n)}{\sigma_x(n)},$$

dove

$$\sigma_x(n) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} .$$

Il parametro  $u$  è funzione della media sul campione  $\bar{x}$  della variabile originaria e del valore medio della variabile ridotta  $\mu_z(n)$ :

$$u = \bar{x} - \frac{1}{\alpha} \mu_z(n) .$$

I valori  $\sigma_z(n)$  e  $\mu_z(n)$  della variabile ridotta  $z$  si ottengono, in funzione della numerosità del campione  $n$ , dalla seguente tabella proposta da Gumbel.

**Tabella 4.0.1:** valori dello scarto quadratico medio della variabile ridotta  $\sigma_z(n)$  e della media  $\mu_z(n)$  in funzione della numerosità del campione  $n$  per la stima dei parametri  $\alpha$  e  $u$  della distribuzione di Gumbel

<b>n</b>	<b><math>\mu_z(n)</math></b>	<b><math>\sigma_z(n)</math></b>	<b>n</b>	<b><math>\mu_z(n)</math></b>	<b><math>\sigma_z(n)</math></b>	<b>n</b>	<b><math>\mu_z(n)</math></b>	<b><math>\sigma_z(n)</math></b>
8	0.48430	0.90430	35	0.54034	1.12847	64	0.55330	1.17930
9	0.49020	0.92880	36	0.54100	1.13130	66	0.55380	1.18140
10	0.49520	0.94970	37	0.54180	1.13390	68	0.55430	1.18340
11	0.49960	0.96760	38	0.54240	1.13630	70	0.55477	1.18536
12	0.50350	0.98330	39	0.54300	1.13880	72	0.55520	1.18730
13	0.50700	0.99720	40	0.54362	1.14132	74	0.55570	1.18900
14	0.51000	1.00950	41	0.54420	1.14360	76	0.55610	1.19060
15	0.51280	1.02057	42	0.54480	1.14580	78	0.55650	1.19230
16	0.51570	1.03160	43	0.54530	1.14800	80	0.55688	1.19382
17	0.51810	1.04110	44	0.54580	1.14990	82	0.55720	1.19530
18	0.52020	1.04930	45	0.54630	1.15185	84	0.55760	1.19670
19	0.52200	1.05660	46	0.54680	1.15380	86	0.55800	1.19800
20	0.52355	1.06283	47	0.54730	1.15570	88	0.55830	1.19940
21	0.52520	1.06960	48	0.54770	1.15740	90	0.55860	1.20073
22	0.52680	1.07540	49	0.54810	1.15900	92	0.55890	1.20200
23	0.52830	1.08110	50	0.54854	1.16066	94	0.55920	1.20320
24	0.52960	1.08640	51	0.54890	1.16230	96	0.55950	1.20440
25	0.53086	1.09145	52	0.54930	1.16380	98	0.55980	1.20550
26	0.53200	1.09610	53	0.54970	1.16530	100	0.56002	1.20649
27	0.53320	1.10040	54	0.55010	1.16670	150	0.56461	1.22534
28	0.53430	1.10470	55	0.55040	1.16810	200	0.56715	1.23598
29	0.53530	1.10860	56	0.55080	1.16960	250	0.56878	1.24292
30	0.53622	1.11238	57	0.55110	1.17080	300	0.56993	1.24786
31	0.53710	1.11590	58	0.55150	1.17210	400	0.57144	1.25450
32	0.53800	1.11930	59	0.55180	1.17340	500	0.57240	1.25880
33	0.53880	1.12260	60	0.55208	1.17467	750	0.57377	1.26506
34	0.53960	1.12550	62	0.55270	1.17700	1000	0.57450	1.26851
						$\infty$	0.57722	1.28555

Come si può notare dalla tabella, il metodo dei minimi quadrati di Gumbel per la stima dei parametri  $\alpha$  e  $u$  impone alla numerosità del campione un limite inferiore di applicabilità pari a otto, mentre non presenta alcun limite superiore.

Per campioni molto numerosi ( $n \rightarrow \infty$ ), si ha

$$\mu(z) \rightarrow \gamma = 0.57722,$$

$$\sigma(z) \rightarrow \frac{\pi}{\sqrt{6}} = 1.28255.$$

Di seguito sono fornite le stime dei parametri  $\alpha$  e  $u$  per le otto serie dei massimi mensili in questione ottenute usando il metodo dei minimi quadrati.

**Tabella 4.0.2:** *stime dei parametri  $\alpha$  e  $u$  relative alle serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di  $t$  ore osservate a Mazzore*

<b>Durata</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>u</math></b>
<b>t=3</b>	0.09798336	9.251926
<b>t=6</b>	0.08930414	11.97013
<b>t=12</b>	0.07139164	14.30943
<b>t=24</b>	0.06452307	17.33852

**Tabella 4.0.3:** *stime dei parametri  $\alpha$  e  $u$  relative alle serie dei massimi mensili delle precipitazioni cumulate di  $t$  ore osservate a Bulgarello*

<b>Durata</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>u</math></b>
<b>t=3</b>	0.1006337	6.940374
<b>t=6</b>	0.09442053	8.982995
<b>t=12</b>	0.08500098	11.08177
<b>t=24</b>	0.0788274	13.1138

## 4.1. La carta probabilistica di Gumbel

Individuare la legge di distribuzione di probabilità che meglio si adatta ad un campione di dati vuol dire individuare, tra le tante leggi teoriche, quella il cui andamento si avvicina maggiormente alla curva di frequenza empirica del campione. A tal fine si realizzano le carte probabilistiche, le quali sono specifiche per ogni tipo di funzione di probabilità (Gumbel, log-normale...) e vengono costruite in modo tale che le curve di probabilità della funzione corrispondente vengano rappresentate da rette (linearizzazione della distribuzione).

La carta probabilistica di Gumbel è particolarmente semplice da realizzare, in quanto la legge di Gumbel può essere facilmente "linearizzata" attraverso la relazione  $x(P) = u + 1/\alpha \cdot z(P)$ , dove  $x(P)$  rappresenta il valore della variabile originaria (massimo di precipitazione mensile) associato alla probabilità di non superamento  $P$ . ( $P = \frac{T-1}{T}$ , dove  $T$ =tempo di ritorno). La variabile ridotta  $z(P)$  è legata alla probabilità  $P$  tramite la relazione  $z(p) = -\ln(-\ln(P))$ .

Quindi, data la corrispondenza  $x \rightarrow z$  se solo se  $\Phi(x) = \Phi(z) = P$ , la legge teorica  $\Phi(x) = \exp(-\exp(-\alpha \cdot (x-u)))$  può essere rappresentata sulla carta probabilistica mediante la retta  $x = u + 1/\alpha \cdot z$ , una volta stimati i parametri  $\alpha$  e  $u$ .

A questo punto non rimane che stimare le frequenze empiriche di non superamento effettuando le seguenti operazioni:

- disporre le osservazioni del campione in ordine crescente  $x_1, \dots, x_n$
- associare ad ogni valore il numero d'ordine "i"
- per ogni dato  $x_i$  si stima la frequenza empirica di non superamento  $f_i$

Esistono diversi modi per stimare  $f_i$  uno dei più usati è l'espressione proposta da

Weibull:  $f_i = \frac{i}{n+1}$  con  $i=1, \dots, n$  dove  $n$  è la numerosità del campione.

Ricordando la relazione che lega la variabile ridotta alla probabilità di non superamento  $P$ , si intuisce un modo per stimare i valori empirici della variabile

$$\text{ridotta } z_i = -\ln\left(\ln\left(\frac{1}{f_i}\right)\right) \quad \text{con } i=1, \dots, n.$$

Infine si riportano sul piano cartesiano la retta  $x = u + 1/\alpha \cdot z$  che rappresenta la legge teorica e le coppie di punti di coordinate  $(z_i, x_i)$ . Se la distribuzione di frequenza empirica del campione ha un andamento che si può ben approssimare con la legge di Gumbel, allora i punti  $(z_i, x_i)$  riportati sulla carta si dovranno addensare adeguatamente intorno alla retta.

## 4.2. Il tempo di ritorno

Il concetto di periodo o tempo di ritorno è estremamente importante nell'analisi degli eventi estremi, in quanto permette di valutare l'intensità di un fenomeno in relazione alla sua "frequenza di accadimento". Il tempo di ritorno di un evento di assegnata intensità  $x$ , rappresenta l'intervallo di tempo (solitamente espresso in anni o mesi) che *in media* separa il verificarsi di due eventi di intensità uguale o superiore a quella assegnata. In questa definizione la parola chiave è *in media* : infatti, il manifestarsi di un evento T-ennale( cioè con periodo di ritorno  $T$ ) non implica che bisogna aspettare  $T$  anni/mesi affinché l'evento si ripeta (con certezza). La probabilità di tale evento rimane pari a  $1/T$  in ciascun momento, indipendentemente dal verificarsi di un simile evento in tempi recenti.

Il periodo di ritorno  $T$  di un evento che rappresenta l' accadimento di una grandezza di intensità maggiore o uguale ad un prefissato valore  $x_T$  è dato da:

$$T = \frac{1}{P[x \geq x_T]} = \frac{1}{1 - F(x_T)},$$

dove  $F(x_T)$  è la funzione di distribuzione cumulata della grandezza  $x$  in corrispondenza del valore  $x_T$ .

Quindi nel caso dell'analisi pluviometrica in esame si ha che:

$$T = \frac{1}{1 - \Phi(z)},$$

dove  $\Phi(z) = \exp(-\exp(-z)) = \exp(-\exp(-\alpha \cdot (x - u)))$  è la funzione di ripartizione della distribuzione di Gumbel. Si ha

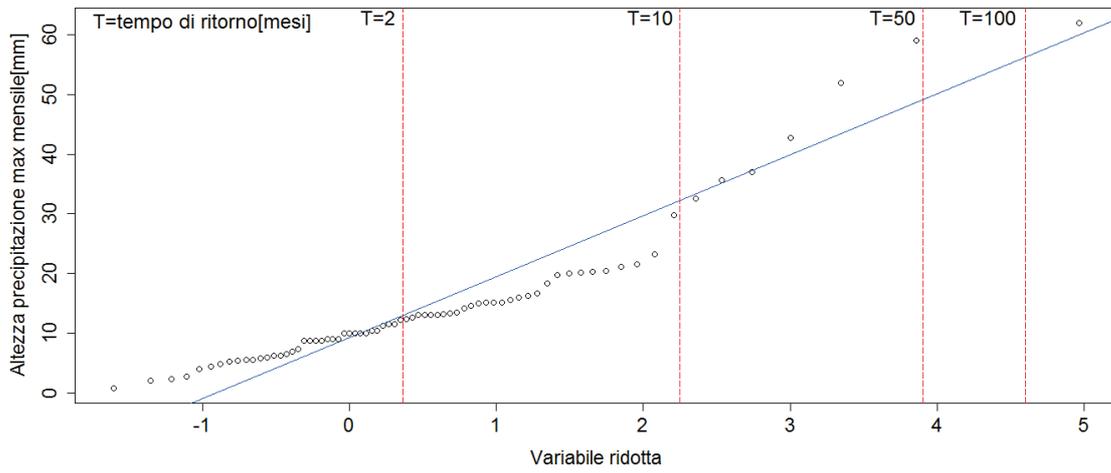
$$1 - \Phi(z) = \frac{1}{T} \rightarrow \Phi(z) = \frac{T-1}{T} = \exp(-\exp(-z))$$
$$\rightarrow z_T = -\ln\left(-\ln\left(\frac{T-1}{T}\right)\right), \quad x_T = \frac{1}{\alpha} z_T + u.$$

Si è ottenuto la relazione tra la variabile ridotta  $z$  e il tempo di ritorno  $T$ .

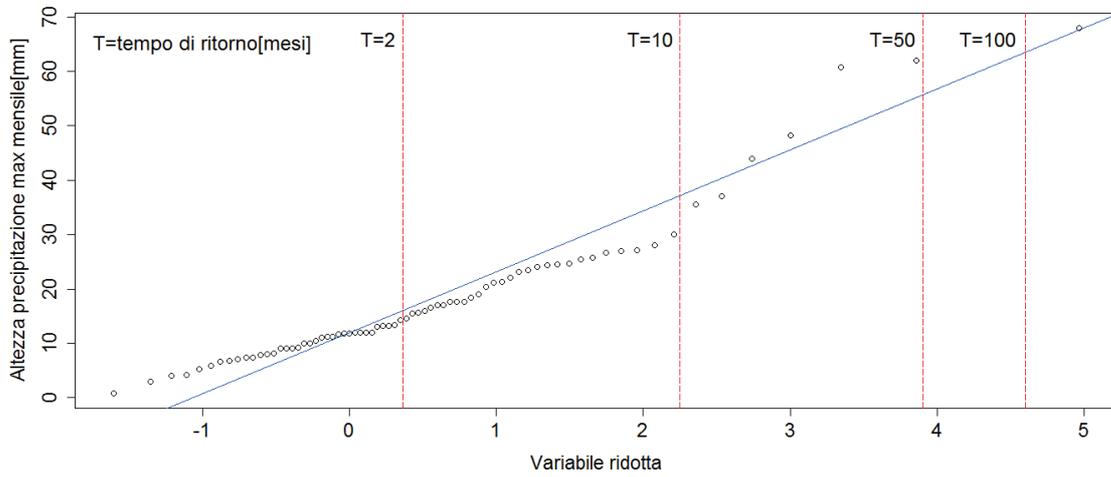
L'osservazione  $x_T = \frac{1}{\alpha} \cdot z_T + u$  è il massimo pluviometrico (mensile) che ha tempo di ritorno pari a  $T$ , cioè tale valore viene mediamente raggiunto o superato ogni  $T$  mesi. Notare che il periodo di ritorno  $T$  che figura nella relazione è espresso in mesi, dato che si sta lavorando con serie di massimi mensili.

Ora si riportano le otto carte probabilistiche relative agli otto campioni in esame, nelle quali si sono inserite delle linee verticali tratteggiate che individuano sulla retta le coppie  $(z, x)$  associate ai tempi di ritorno  $T=2$  mesi, 10 mesi, 50 mesi (circa 4 anni), 100 mesi (circa 8 anni), 200 mesi (circa 17 anni).

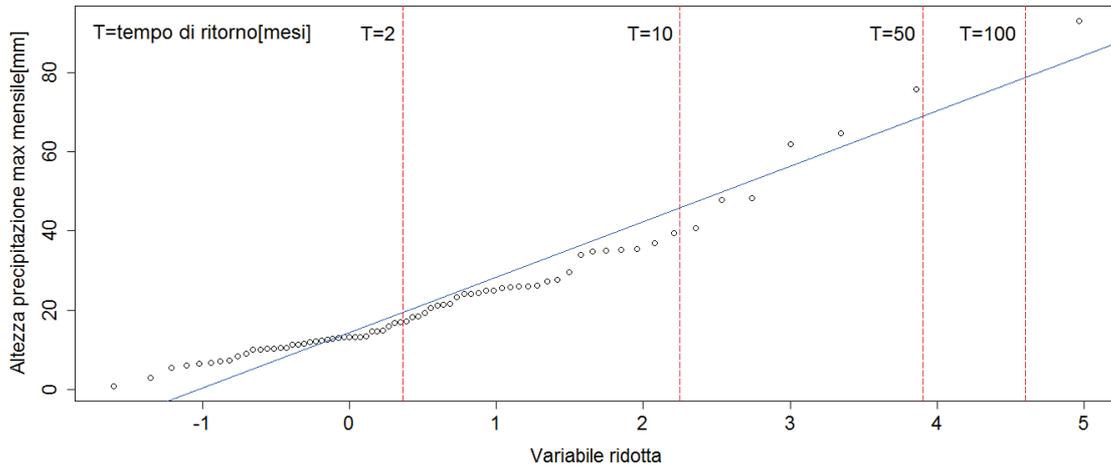
### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 3 ore (Mazzore)



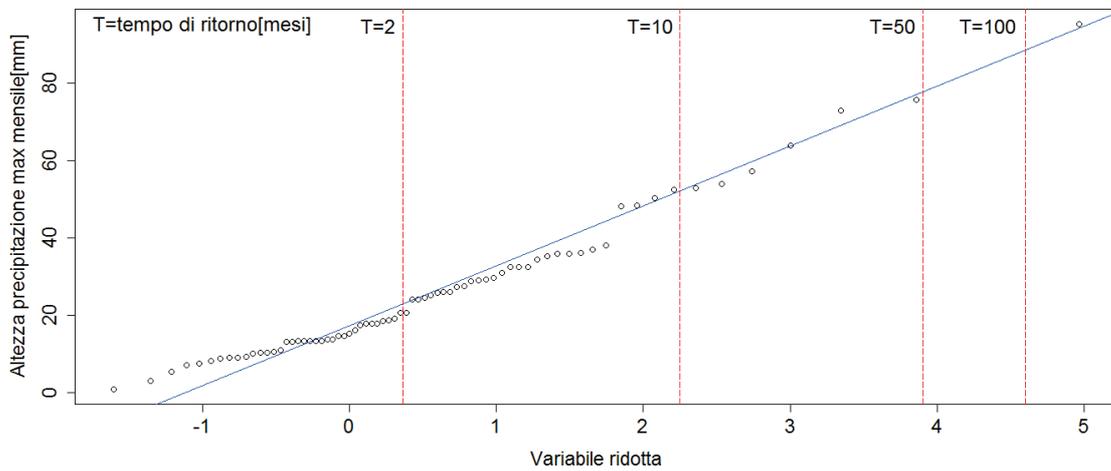
### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 6 ore (Mazzore)



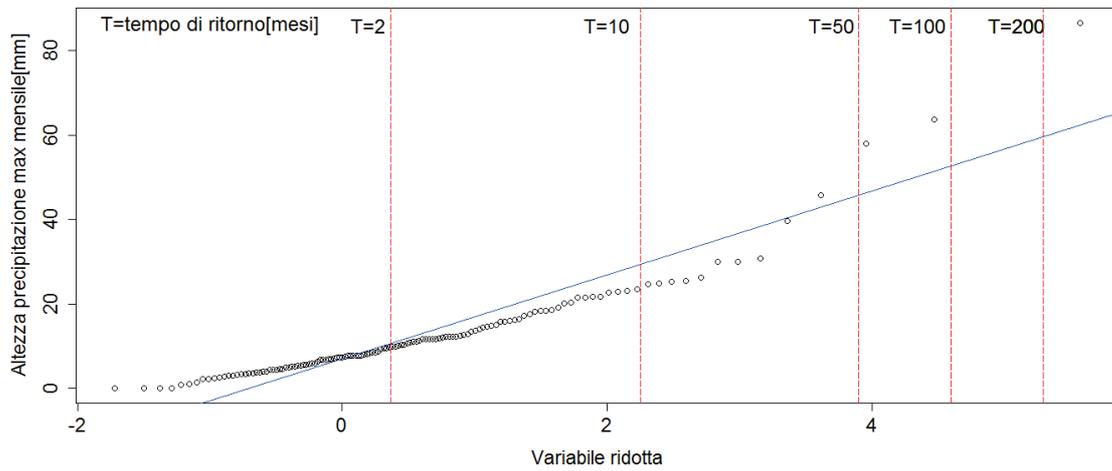
### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 12 ore (Mazzore)



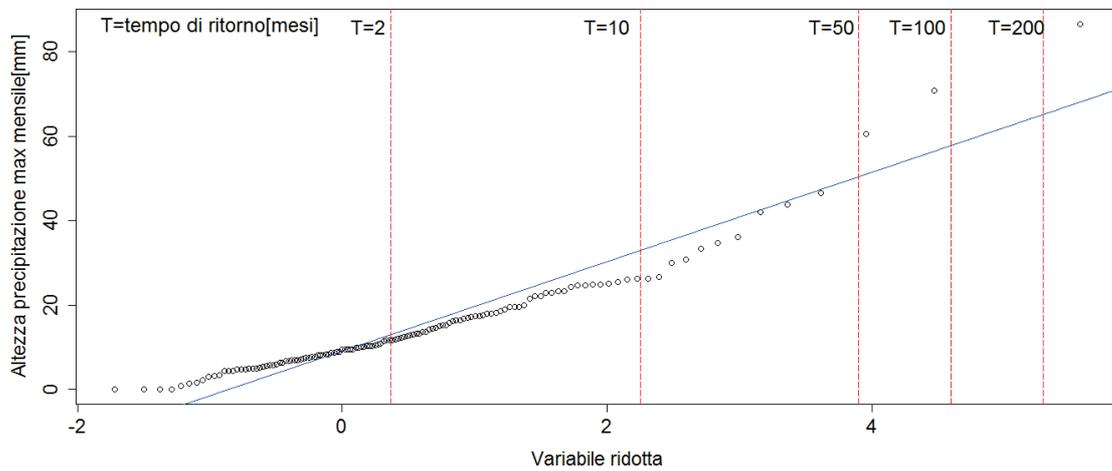
### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 24 ore (Mazzore)



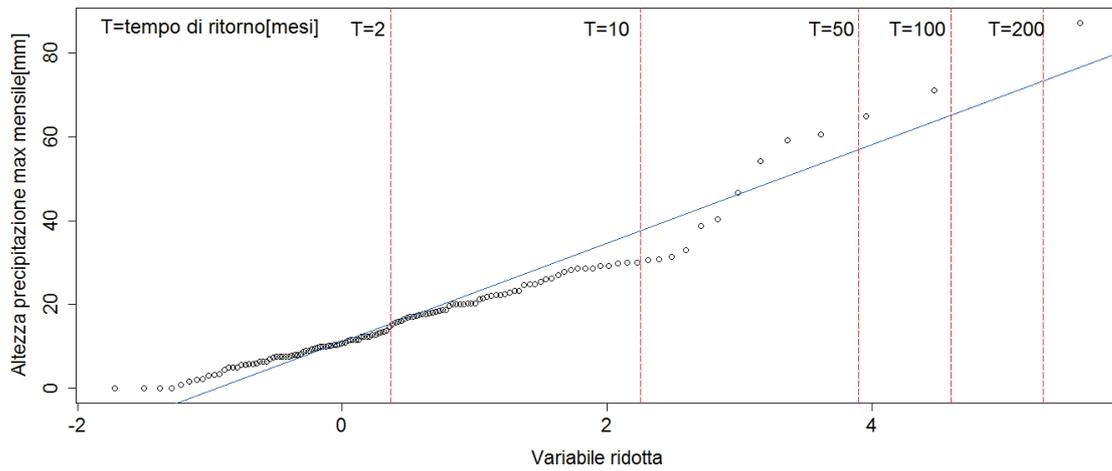
### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 3 ore (Bulgarello)



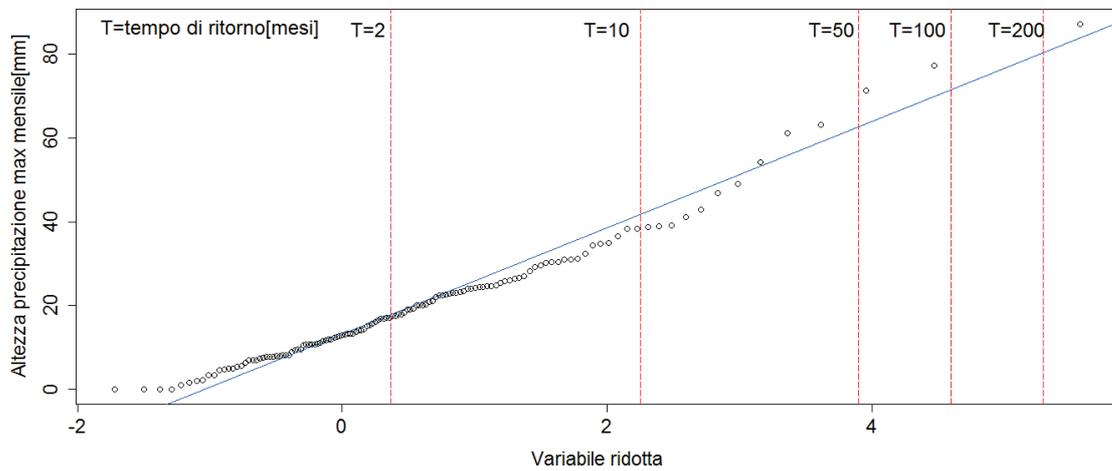
### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 6 ore (Bulgarello)



### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 12 ore (Bulgarello)



### Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 24 ore (Bulgarello)



### 4.3. Curve di probabilità pluviometrica

Per definire la curva di probabilità pluviometrica, si riprende la funzione di ripartizione di Gumbel

$$\Phi(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u)))$$

La relazione può essere espressa in forma esplicita ottenendo

$$x = u - \frac{1}{\alpha} \ln |\ln |\Phi(x)|| .$$

Ricordando la relazione che lega  $\Phi(x)$  con il tempo di ritorno  $T$ , si ottiene

$$T = \frac{1}{1 - \Phi(x)} \rightarrow \Phi(x) = \frac{T-1}{T}$$

e sostituendo

$$x(\theta) = u(\theta) - \frac{1}{\alpha(\theta)} \cdot \ln \left( -\ln \left( \frac{T-1}{T} \right) \right) \quad (1)$$

dove  $\theta$  rappresenta la durata (in ore),  $u(\theta)$  e  $\alpha(\theta)$  sono i parametri del modello di Gumbel stimati a partire dalla serie dei massimi di durata  $\theta$ .  $x(\theta)$  è l'altezza massima di precipitazione teorica di durata  $\theta$  associata al periodo di ritorno  $T$ .

La relazione (1) rappresenta la curva di probabilità pluviometrica relativa a  $T$ : essa fornisce le altezze di pioggia massime teoriche, cioè stimate dal modello, per qualsiasi durata  $\theta$  e per un fissato tempo di ritorno  $T$ . Affermare che le altezze massime hanno lo stesso periodo di ritorno equivale a dire che hanno la stessa frequenza di accadimento, ovvero che mediamente tali valori vengono raggiunti o superati a distanza di uguali intervalli di tempo.

Per realizzare le curve di probabilità pluviometrica relative a diversi periodi di ritorno  $T$  si procede come di seguito.

- A partire dalla serie dei massimi di precipitazione di durata  $\theta=1, 3, 6, 12, 24$  ore, si stimano i rispettivi parametri  $\alpha$  e  $u$  del modello di Gumbel.

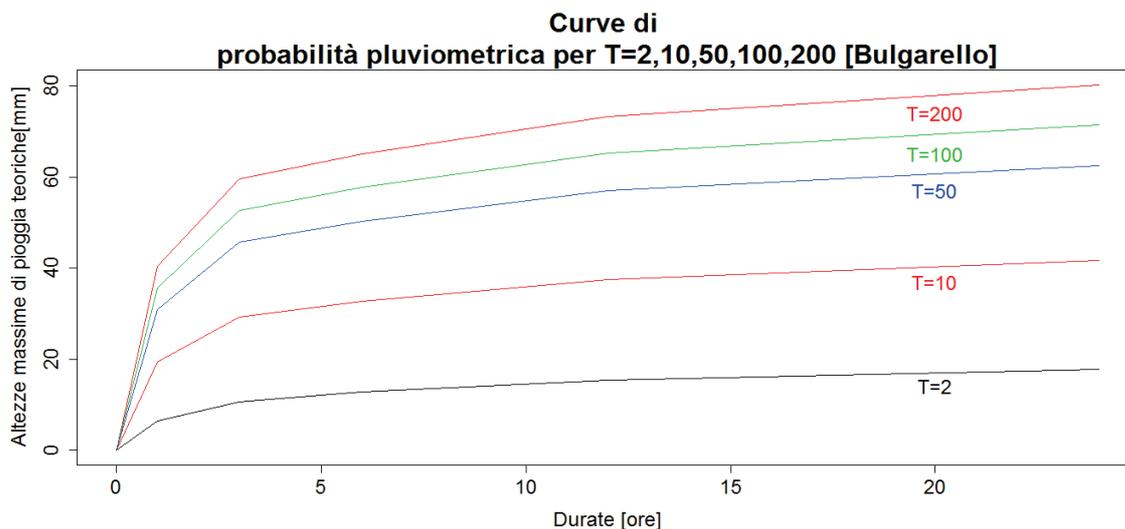
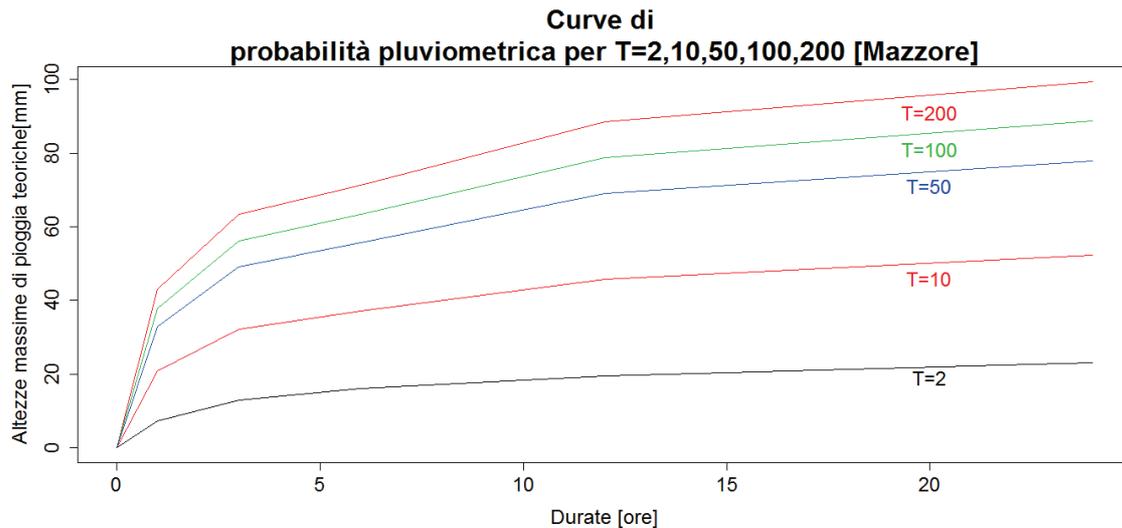
- Applicando la relazione (4.3.1), si stimano le altezze di pioggia massime per le diverse durate  $\theta$  e per un certo periodo di ritorno  $T$ .
- Infine si riportano questi valori su un diagramma cartesiano ( $\theta$  ,  $x(\theta)$ ) e si interpolano ottenendo la curva.

**Tabelle 4.3.1:** altezze di pioggia massime [mm] di assegnata durata e tempo di ritorno [Mazzore]

<b>Durate (<math>\theta</math>)</b>	<b>T=2</b>	<b>T=10</b>	<b>T=50</b>	<b>T=100</b>	<b>T=200</b>
<b><math>\theta=1</math></b>	7.152146	20.82130	32.80501	37.87119	42.91888
<b><math>\theta=3</math></b>	12.992489	32.21876	49.07439	56.20020	63.30000
<b><math>\theta=6</math></b>	16.074224	37.16904	55.66282	63.48117	71.27098
<b><math>\theta=12</math></b>	19.443264	45.83087	68.96483	78.74483	88.48915
<b><math>\theta=24</math></b>	23.018859	52.21546	77.81207	88.63317	99.41478

**Tabelle 4.3.2:** altezze di pioggia massime [mm] di assegnata durata e tempo di ritorno [Bulgarello]

<b>Durate (<math>\theta</math>)</b>	<b>T=2</b>	<b>T=10</b>	<b>T=50</b>	<b>T=100</b>	<b>T=200</b>
<b><math>\theta=1</math></b>	6.383776	19.40133	30.81380	35.63848	40.44556
<b><math>\theta=3</math></b>	10.582425	29.30235	45.71407	52.65221	59.56504
<b><math>\theta=6</math></b>	12.864703	32.81645	50.30810	57.70280	65.07050
<b><math>\theta=12</math></b>	15.393641	37.55638	56.98641	65.20055	73.38473
<b><math>\theta=24</math></b>	17.763361	41.66183	62.61357	71.47104	80.29618



[Il tempo di ritorno  $T$  è espresso in mesi.]

L'utilità delle curve di probabilità pluviometrica sta nel fatto che permettono di stimare, indicativamente, i valori massimi di pioggia anche per durate diverse da quelle disponibili, ossia  $\theta=1, 3, 6, 12, 24$  ore.

I grafici mostrano come, a parità di tempo di ritorno  $T$ , le altezze massime tendono a crescere all'aumentare della durata (il che è logico dato che una maggior durata implica una maggior portata di pioggia). Inoltre, a parità di durata, si nota che più un evento è *estremo* più è raro.

#### 4.4. Comandi usati in R

```
library(VGAM)
```

```
library(gumbel)
```

```
maxmb<-read.table("maxmb.txt")
```

```
names(maxmb)<-c("mese.anno","cIII","cVI","cXII","cXXIV")
```

```
maxmm<-read.table("maxmm.txt")
```

```
names(maxmm)<-c("mese/anno","CIII","CVI","CXII","CXXIV")
```

```
attach(maxmm)
```

```
sigmaxIII<-sqrt(var(CIII))
```

```
sigmazIII<-1.1873
```

```
aIII<-sigmazIII/sigmaxIII
```

```
meanzIII<-0.5552
```

```
meanxIII<-mean(CIII)
```

```
uIII<-meanxIII-1/aIII*meanzIII
```

```
zIII<-aIII*(CIII-uIII)
```

```
sigmaxVI<-sqrt(var(CVI))
```

```
sigmazVI<-1.1873
```

```
aVI<-sigmazVI/sigmaxVI
```

```
meanzVI<-0.5552
```

```
meanxVI<-mean(CVI)
```

```
uVI<-meanxVI-1/aVI*meanzVI
```

```
zVI<-aVI*(CVI-uVI)
```

```

sigmaXII<-sqrt(var(CXII))
sigmaZII<-1.1873
aXII<-sigmaZII/sigmaXII
meanZII<-0.5552
meanXII<-mean(CXII)
uXII<-meanXII-1/aXII*meanZII
zXII<-aXII*(CXII-uXII)
sigmaXXIV<-sqrt(var(CXXIV))
sigmaZXXIV<-1.1873
aXXIV<-sigmaZXXIV/sigmaXXIV
meanZXXIV<-0.5552
meanXXIV<-mean(CXXIV)
uXXIV<-meanXXIV-1/aXXIV*meanZXXIV
zXXIV<-aXXIV*(CXXIV-uXXIV)

guplot.default(CIII,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max
mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime
mensili di 3 ore (Mazzore)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)

abline(uIII,1/aIII,col="blue")
z10=-log(-log(9/10))
abline(v=z10,col="red",lty=5)
z50=-log(-log(49/50))
abline(v=z50,col="red",lty=5)
z2=-log(-log(1/2))
abline(v=z2,col="red",lty=5)

```

```

z100=-log(-log(99/100))
abline(v=z100,col="red",lty=5)
text(0.2,63,c("T=2"),cex=1.5)
text(2.05,63,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,63,c("T=50"),cex=1.5)
text(4.35,63,c("T=100"),cex=1.5)
text(-1,62,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
guplot.default(CVI,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max
mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime
mensili di 6 ore (Mazzore)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
abline(uVI,1/aVI,col="blue")
abline(v=z2,col="red",lty=5)
abline(v=z10,col="red",lty=5)
abline(v=z50,col="red",lty=5)
abline(v=z100,col="red",lty=5)
text(0.2,66,c("T=2"),cex=1.5)
text(2.05,66,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,66,c("T=50"),cex=1.5)
text(4.35,66,c("T=100"),cex=1.5)
text(-1,65,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
guplot.default(CXII,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max
mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime
mensili di 12 ore (Mazzore)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
abline(uXII,1/aXII,col="blue")

```

```
abline(v=z2,col="red",lty=5)
abline(v=z10,col="red",lty=5)
abline(v=z50,col="red",lty=5)
abline(v=z100,col="red",lty=5)
text(0.2,90,c("T=2"),cex=1.5)
text(2.05,90,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,90,c("T=50"),cex=1.5)
text(4.35,90,c("T=100"),cex=1.5)
text(-1,90,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
guplot.default(CXXIV,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max
mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime
mensili di 24 ore (Mazzore)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
abline(uXXIV,1/aXXIV,col="blue")
abline(v=z2,col="red",lty=5)
abline(v=z10,col="red",lty=5)
abline(v=z50,col="red",lty=5)
abline(v=z100,col="red",lty=5)
text(0.2,95,c("T=2"),cex=1.5)
text(2.05,95,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,95,c("T=50"),cex=1.5)
text(4.35,95,c("T=100"),cex=1.5)
text(-1,95,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
detach(maxmm)
```

*attach(maxmb)*

*z200=-log(-log(199/200))*

*sigmaXIII<-sqrt(var(cIII))*

*sigmaZIII<-1.21*

*AIII<-sigmaZIII/sigmaXIII*

*meanZIII<-0.563*

*meanXIII<-mean(cIII)*

*UIII<-meanXIII-1/AIII\*meanZIII*

*ZIII<-AIII\*(cIII-UIII)*

*sigmaXVI<-sqrt(var(cVI))*

*sigmaZVI<-1.21*

*AVI<-sigmaZVI/sigmaXVI*

*meanZVI<-0.563*

*meanXVI<-mean(cVI)*

*UVI<-meanXVI-1/AVI\*meanZVI*

*ZVI<-AVI\*(cVI-UVI)*

*sigmaXXII<-sqrt(var(cXII))*

*sigmaZXII<-1.21*

*AXII<-sigmaZXII/sigmaXXII*

*meanZXII<-0.563*

*meanXXII<-mean(cXII)*

*UXII<-meanXXII-1/AXII\*meanZXII*

*ZXII<-AXII\*(cXII-UXII)*

*sigmaXXXIV<-sqrt(var(cXXIV))*

*sigmaZXXIV<-1.21*

*AXXIV<-sigmaZXXIV/sigmaXXXIV*

*meanZXXIV<-0.563*

*meanXXXIV<-mean(cXXIV)*

*UXXIV<-meanXXXIV-1/AXXIV\*meanZXXIV*

*ZXXIV<-AXXIV\*(cXXIV-UXXIV)*

*guplot.default(cIII,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 3 ore (Bulgarello)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)*

*abline(UIII,1/AIII,col="blue")*

*abline(v=z2,col="red",lty=5)*

*abline(v=z10,col="red",lty=5)*

*abline(v=z50,col="red",lty=5)*

*abline(v=z100,col="red",lty=5)*

*abline(v=z200,col="red",lty=5)*

*text(0.2,86,c("T=2"),cex=1.5)*

*text(2,86,c("T=10"),cex=1.5)*

*text(3.7,86,c("T=50"),cex=1.5)*

*text(4.35,86,c("T=100"),cex=1.5)*

*text(5.1,86,c("T=200"),cex=1.5)*

*text(-1,86,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)*

*guplot.default(cVI,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime mensili di 6 ore (Bulgarello)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)*

```
abline(UVI,1/AVI,col="blue")
abline(v=z2,col="red",lty=5)
abline(v=z10,col="red",lty=5)
abline(v=z50,col="red",lty=5)
abline(v=z100,col="red",lty=5)
abline(v=z200,col="red",lty=5)
text(0.2,86,c("T=2"),cex=1.5)
text(2,86,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,86,c("T=50"),cex=1.5)
text(4.35,86,c("T=100"),cex=1.5)
text(5.1,86,c("T=200"),cex=1.5)
text(-1,86,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
guplot.default(cXII,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max
mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime
mensili di 12 ore (Bulgarello)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
abline(UXII,1/AXII,col="blue")
abline(v=z2,col="red",lty=5)
abline(v=z10,col="red",lty=5)
abline(v=z50,col="red",lty=5)
abline(v=z100,col="red",lty=5)
abline(v=z200,col="red",lty=5)
text(0.2,86,c("T=2"),cex=1.5)
text(2,86,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,86,c("T=50"),cex=1.5)
```

```
text(4.35,86,c("T=100"),cex=1.5)
text(5.1,86,c("T=200"),cex=1.5)
text(-1,86,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
guplot.default(cXXIV,xlab="Variabile ridotta",ylab="Altezza precipitazione max
mensile[mm]",main="Distribuzione di Gumbel per le precipitazioni massime
mensili di 24 ore (Bulgarello)",cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
abline(UXXIV,1/AXXIV,col="blue")
abline(v=z2,col="red",lty=5)
abline(v=z10,col="red",lty=5)
abline(v=z50,col="red",lty=5)
abline(v=z100,col="red",lty=5)
abline(v=z200,col="red",lty=5)
text(0.2,86,c("T=2"),cex=1.5)
text(2,86,c("T=10"),cex=1.5)
text(3.7,86,c("T=50"),cex=1.5)
text(4.35,86,c("T=100"),cex=1.5)
text(5.1,86,c("T=200"),cex=1.5)
text(-1,86,c("T=tempo di ritorno[mesi]"),cex=1.5)
detach(maxmb)
```

#### 4.4.1 Curve di probabilità pluviometrica

```
#Ricavare la serie dei massimi orari mensili
unorab<-read.table("unorab.txt", dec=",")
names(unorab)<-c("B")
attach(unorab)
unob<-matrix(B, nrow=730)
maxB1<-apply(unob,2,max)
maxB1
bulgarellomax1<-data.frame(maxB1)
bulgarellomax1
detach(unorab)
bulgarellomax1<-read.table("bulgarellomax1.txt") # aggiunta del vettore date
names(bulgarellomax1)<-c("data_mese","maxB1")
head(bulgarellomax1)
unoram<-read.table("unoram.txt", dec=",")
names(unoram)<-c("M")
attach(unoram)
unom<-matrix(M, nrow=730)
maxM1<-apply(unom,2,max)
maxM1
mazzoremax1<-data.frame(maxM1)
mazzoremax1
detach(unoram)
```

```

mazzoremax1<-read.table("mazzoremax1.txt")
names(mazzoremax1)<-c("data.mese","maxMI")
head(mazzoremax1)
attach(bulgarellomax1)
sigmaXI<-sqrt(var(maxBI))
sigmaZI<-1.21
AI<-sigmaZIII/sigmaXI
meanZI<-0.563
meanXI<-mean(maxBI)
UI<-meanXI-1/AI*meanZI
detach(bulgarellomax1)
attach(mazzoremax1)
sigmaxI<-sqrt(var(maxMI))
sigmazI<-1.1873
aI<-sigmazIII/sigmaxI
meanzI<-0.5552
meanxI<-mean(maxMI)
uI<-meanxI-1/aI*meanzI
detach(mazzoremax1)

#mazzore
T=2
hI<-uI-1/aI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
hIII<-uIII-1/aIII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))

```

$$h_{VI} < -u_{VI} - 1/a_{VI} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XII} < -u_{XII} - 1/a_{XII} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XXIV} < -u_{XXIV} - 1/a_{XXIV} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$t_2 < -c(h_I, h_{III}, h_{VI}, h_{XII}, h_{XXIV})$$

$$T=10$$

$$h_I < -u_I - 1/a_I * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{III} < -u_{III} - 1/a_{III} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{VI} < -u_{VI} - 1/a_{VI} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XII} < -u_{XII} - 1/a_{XII} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XXIV} < -u_{XXIV} - 1/a_{XXIV} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$t_{10} < -c(h_I, h_{III}, h_{VI}, h_{XII}, h_{XXIV})$$

$$T=50$$

$$h_I < -u_I - 1/a_I * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{III} < -u_{III} - 1/a_{III} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{VI} < -u_{VI} - 1/a_{VI} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XII} < -u_{XII} - 1/a_{XII} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XXIV} < -u_{XXIV} - 1/a_{XXIV} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$t_{50} < -c(h_I, h_{III}, h_{VI}, h_{XII}, h_{XXIV})$$

$$T=100$$

$$h_I < -u_I - 1/a_I * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{III} < -u_{III} - 1/a_{III} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{VI} < -u_{VI} - 1/a_{VI} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XII} < -u_{XII} - 1/a_{XII} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

$$h_{XXIV} < -u_{XXIV} - 1/a_{XXIV} * \log(\text{abs}(\log(\text{abs}((T-1)/T))))$$

```
t100<-c(hI,hIII,hVI,hXII,hXXIV)
```

```
T=200
```

```
hI<-uI-1/aI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
hIII<-uIII-1/aIII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
hVI<-uVI-1/aVI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
hXII<-uXII-1/aXII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
hXXIV<-uXXIV-1/aXXIV*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
t200<-c(hI,hIII,hVI,hXII,hXXIV)
```

```
tabM<-data.frame(t2,t10,t50,t100,t200)
```

```
#bulgarello
```

```
T=2
```

```
HI<-UI-1/AI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HIII<-UIII-1/AIII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HVI<-UVI-1/AVI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HXII<-UXII-1/AXII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HXXIV<-UXXIV-1/AXXIV*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
T2<-c(HI,HIII,HVI,HXII,HXXIV)
```

```
T=10
```

```
HI<-UI-1/AI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HIII<-UIII-1/AIII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HVI<-UVI-1/AVI*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HXII<-UXII-1/AXII*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
HXXIV<-UXXIV-1/AXXIV*log(abs(log(abs((T-1)/T))))
```

```
T10<-c(HI,HIII,HVI,HXII,HXXIV)
```

*T=50*

*HI<-UI-1/AI\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HIII<-UIII-1/AIII\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HVI<-UVI-1/AVI\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HXII<-UXII-1/AXII\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HXXIV<-UXXIV-1/AXXIV\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*T50<-c(HI,HIII,HVI,HXII,HXXIV)*

*T=100*

*HI<-UI-1/AI\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HIII<-UIII-1/AIII\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HVI<-UVI-1/AVI\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HXII<-UXII-1/AXII\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HXXIV<-UXXIV-1/AXXIV\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*T100<-c(HI,HIII,HVI,HXII,HXXIV)*

*T=200*

*HI<-UI-1/AI\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HIII<-UIII-1/AIII\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HVI<-UVI-1/AVI\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HXII<-UXII-1/AXII\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*HXXIV<-UXXIV-1/AXXIV\*log(abs(log(abs((T-1)/T))))*

*T200<-c(HI,HIII,HVI,HXII,HXXIV)*

*tabB<-data.frame(T2,T10,T50,T100,T200)*

*attach(tabM)*

```

durate <- c(0, 1, 3, 6, 12, 24)

t2. <- c(0, t2)

t10. <- c(0, t10)

t50. <- c(0, t50)

t100. <- c(0, t100)

t200. <- c(0, t200)

plot(durate, t200., type="l", col=2, xlab="Durate [ore]",
     ylab="Altezze massime di pioggia teoriche[mm]", main="Curve di
     probabilit  pluviometrica per T=2,10,50,100,200 [Mazzore]",
     cex.main=2, cex.axis=1.4, cex.lab=1.5, cex=1.5)

lines(durate, t100., col=3)

lines(durate, t50., col=4)

lines(durate, t10., col=10)

lines(durate, t2., col=9)

text(20, 91, c("T=200"), cex=1.4, col=2)

text(20, 81, c("T=100"), cex=1.4, col=3)

text(20, 71, c("T=50"), cex=1.4, col=4)

text(20, 46, c("T=10"), cex=1.4, col=10)

text(20, 19, c("T=2"), cex=1.4, col=9)

detach(tabM)

attach(tabB)

T2. <- c(0, T2)

T10. <- c(0, T10)

```

```
T50.<-c(0,T50)
T100.<-c(0,T100)
T200.<-c(0,T200)
plot(durate,T200.,type="l",col=2,xlab="Durate [ore]",
ylab="Altezze massime di pioggia teoriche[mm]",main="Curve di
probabilità pluviometrica per T=2,10,50,100,200 [Bulgarello]",
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.5,cex=1.5)
lines(durate,T100.,col=3)
lines(durate,T50.,col=4)
lines(durate,T10.,col=10)
lines(durate,T2.,col=9)
text(20,74,c("T=200"),cex=1.4,col=2)
text(20,65,c("T=100"),cex=1.4,col=3)
text(20,57,c("T=50"),cex=1.4,col=4)
text(20,37,c("T=10"),cex=1.4,col=10)
text(20,14,c("T=2"),cex=1.4,col=9)
detach(tabM)
```

## CAPITOLO 5: CONCLUSIONI

### *Valutazione dell'adeguatezza dei modelli stimati.*

Le carte probabilistiche precedentemente realizzate danno delle buone indicazioni circa la bontà di adattamento dei modelli stimati sugli otto campioni in esame. Un test che permette di interpretare meglio le carte probabilistiche è il test probability plot correlation, il quale si basa sulla valutazione dell'allineamento dei punti nella carta probabilistica.

Il test utilizza il coefficiente di correlazione  $r$  tra la serie ordinata delle osservazioni  $x_i$  ed i corrispondenti quantili ipotetici  $w_i$ , definiti come  $w_i = F_x^{-1}(p_i)$  dove  $F_x$  è la distribuzione di probabilità cumulata della variabile  $x$  in questione e  $p_i$  è la *plotting position* dell' $i$ -esimo valore della serie ordinata. Solitamente per la distribuzione di Gumbel si utilizza la seguente *plotting position*:

$$p_i = \frac{i - 0.44}{n + 0.12}, \quad i = 1, \dots, n,$$

dove  $n$  è la dimensione del campione.

Nel caso della Gumbel, i quantili si ottengono dalla seguente relazione:

$$w_i = u - \frac{1}{\alpha} \ln(-\ln(\frac{i - 0.44}{n + 0.12})) \quad , \quad i = 1, \dots, n,$$

il coefficiente di correlazione  $r$  è definito come:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (w_i - \bar{w})}{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot (w_i - \bar{w})^2 \right]^{1/2}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (w_i - \bar{w})}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_w},$$

dove  $\bar{x}$  e  $\bar{w}$  sono i valori medi delle osservazioni e dei quantili,  $\sigma_x$  e  $\sigma_w$  sono gli scarti quadratici medi.

Ovviamente più è elevato il coefficiente di correlazione, tanto migliore è l'allineamento dei punti nella carta probabilistica e quindi l'adattamento del modello stimato alla distribuzione dei dati.

Il test è basato sul confronto di  $r$  con opportuni valori critici  $r_c$ , tabellati in funzione della numerosità campionaria  $n$  e del livello di significatività  $\alpha$  fissato. Se  $r$  è inferiore al valore critico indicato ( $r_c$ ), significa che l'allineamento è peggiore di quello che ci si aspetterebbe e quindi il modello stimato non è sufficientemente adatto a rappresentare il campione di dati in esame.

Di seguito si elencano i risultati del test per gli otto modelli stimati.

**Tabella 5.0.1:** *risultati del test probability plot correlation (Mazzore)*

<b>Durata (d)</b>	<b>TEST (r)</b>
d = 3	r = 0.95
d = 6	r = 0.97
d = 12	r = 0.97
d = 24	r = 0.99

**Tabella 5.0.2:** *risultati del test probability plot correlation (Bulgarello)*

<b>Durata (d)</b>	<b>TEST (r)</b>
d = 3	r = 0.938
d = 6	r = 0.958
d = 12	r = 0.978
d = 24	r = 0.987

**Tabella 5.0.3:** *valori critici per il test probability plot correlation*

<b>n</b>	<b><math>\alpha = 0.05</math></b>	<b><math>\alpha = 0.01</math></b>
72	$r_c = 0.97$	$r_c = 0.95$
132	$r_c = 0.977$	$r_c = 0.959$

Il test conferma quanto mostrato dalle carte probabilistiche: per quanto riguarda i campioni delle precipitazioni di durata 3 ore (sia Mazzore che Bulgarello), l'adattamento della distribuzione di Gumbel ai dati non è buona, infatti si hanno valori di  $r$  inferiori ai valori critici, considerando un livello di significatività  $\alpha=0.05$ . Anche per Bulgarello 6 ore l'adattamento non è buono, invece per Mazzore 6 ore si ha un miglioramento al centro, anche se lo scostamento sulle code (soprattutto quella superiore) è ancora significativo.

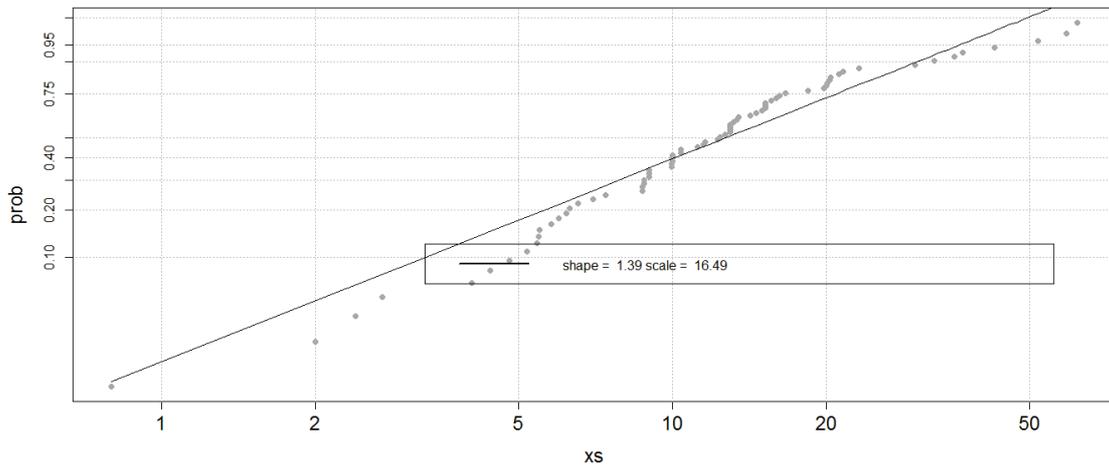
Il problema principale che riguarda i modelli stimati appena accennati sembra essere una sottostima dei valori più estremi, principalmente per Bulgarello 3 ore. Per i campioni delle precipitazioni di durata 12 ore, l'adattamento dei modelli migliora, gli scostamenti sulle code si riducono e i risultati del test mostrano valori di  $r$  superiori ai valori critici.

I modelli che sembrano adattarsi meglio ai dati sono quelli relativi alle precipitazioni di durata 24 ore: per Mazzore c'è un lieve scostamento sulla coda inferiore e al centro che però rientra subito, in compenso c'è un allineamento soddisfacente sulla coda superiore; per Bulgarello l'adattamento è un po' meno buono anche se è notevolmente migliorato rispetto ai modelli precedenti, come conferma il risultato del test.

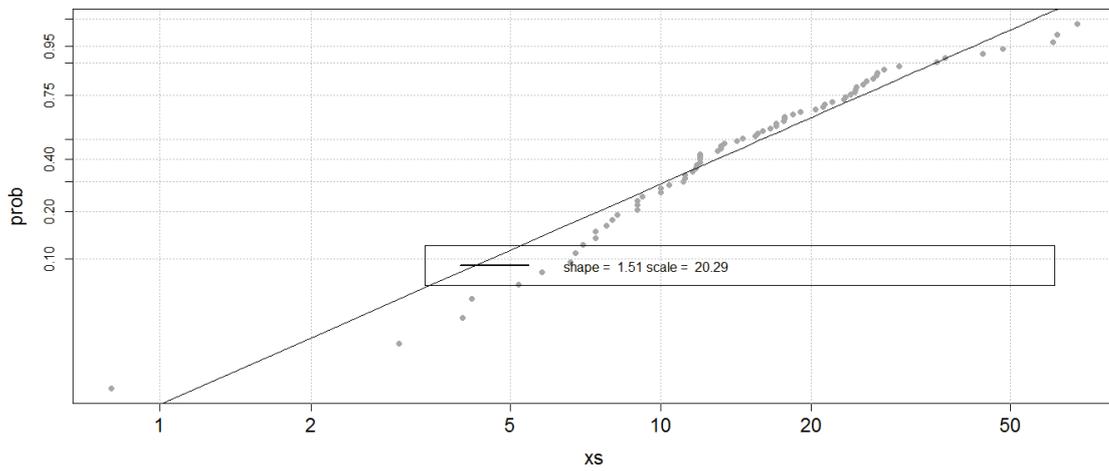
Di seguito sono riportate le carte probabilistiche di Weibull, con lo scopo di valutare l'adattamento della legge di Weibull (legge dei valori estremi di III° tipo) alle distribuzioni di dati e per vedere se c'è un miglioramento effettivo rispetto ai modelli basati sulla legge di Gumbel.

Dato che le stime dei parametri della distribuzione di Weibull, calcolate sugli otto campioni, sono molto complesse da calcolare manualmente si utilizza il software R (libreria MASS e Renext) per ottenere sia le stime che le carte probabilistiche.

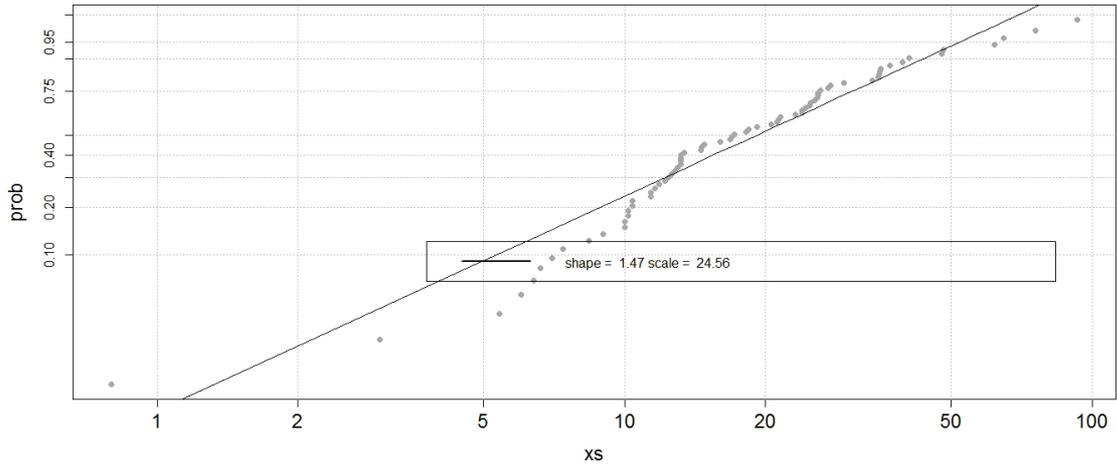
**Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 3 ore]**



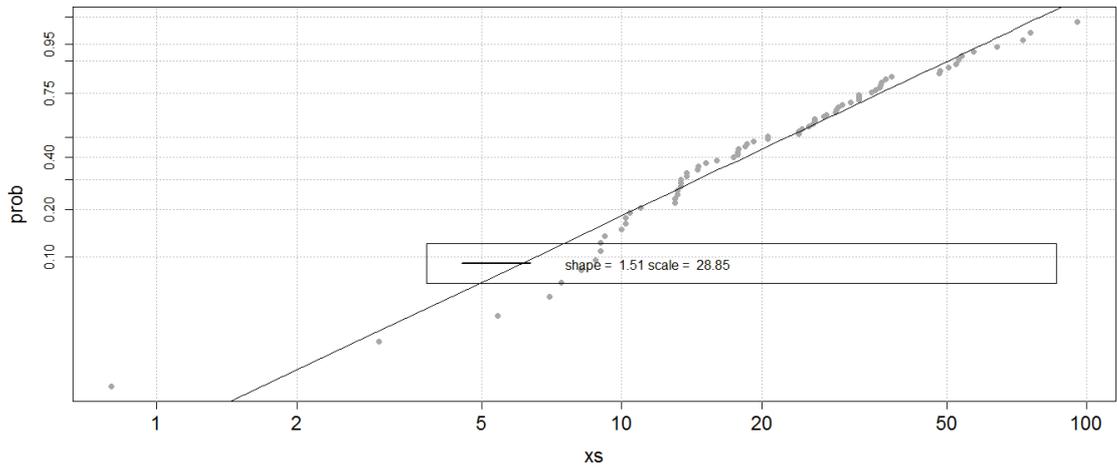
**Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 6 ore]**



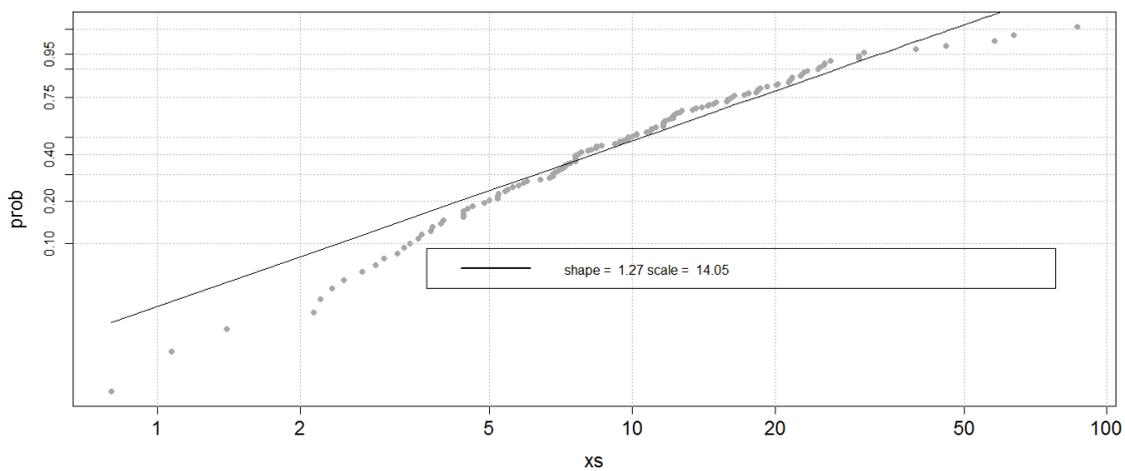
**Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 12 ore]**



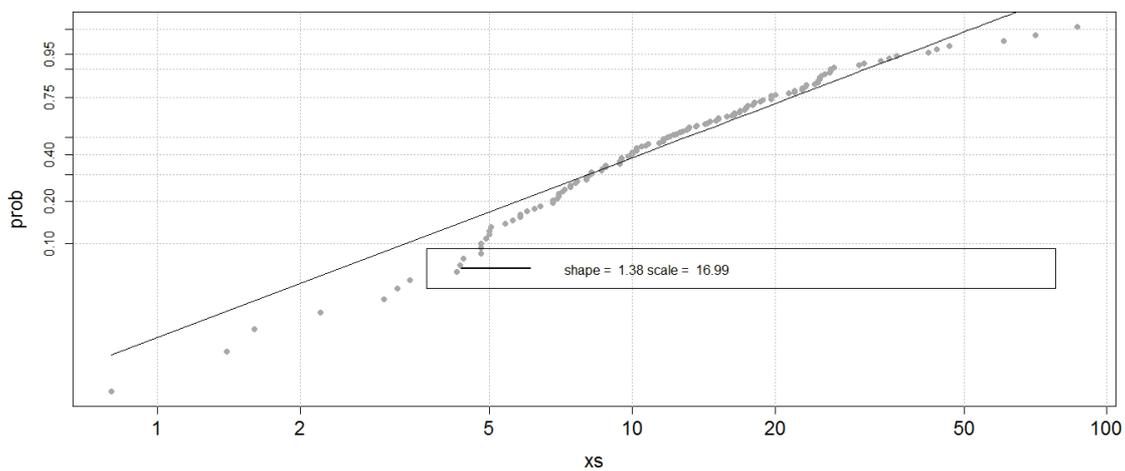
**Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 24 ore]**



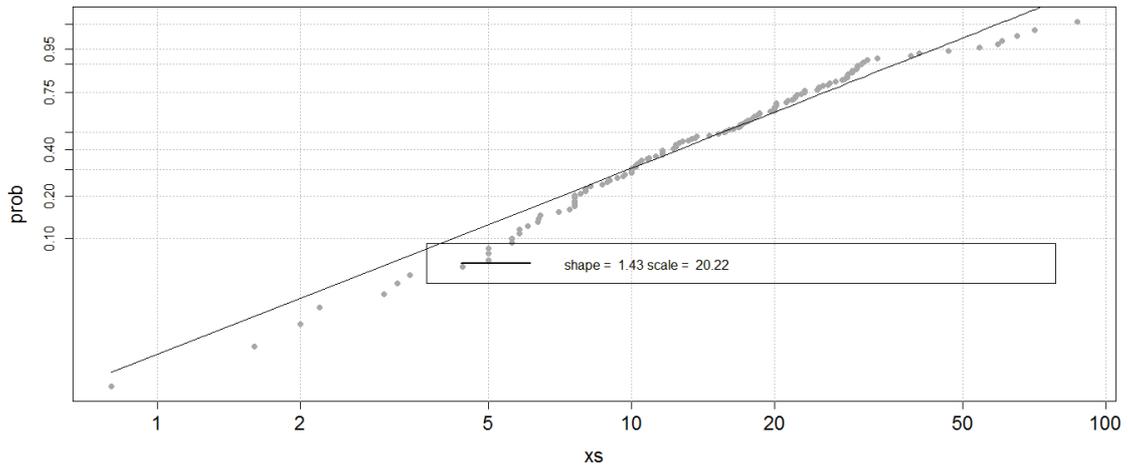
**Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 3 ore]**



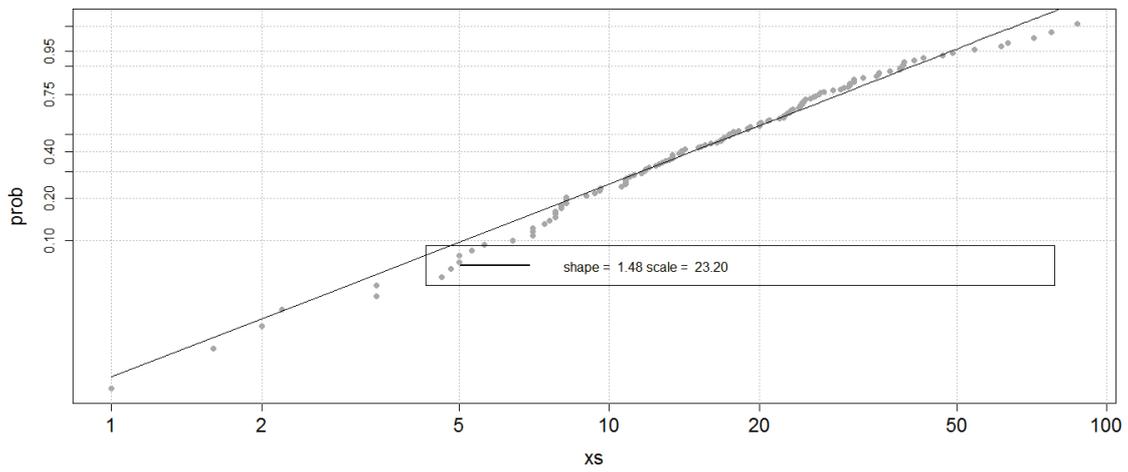
**Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 6 ore]**



**Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 12 ore]**



**Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 24 ore]**



Le carte di Weibull nel complesso non mostrano un miglioramento sostanziale nell'adattamento: se da una parte ci sono buoni miglioramenti sulla coda destra (eventi più estremi), dall'altra abbiamo un drastico peggioramento sulla coda sinistra che si attenua all'aumentare della durata di precipitazioni (come visto nelle carte precedenti).

In definitiva i risultati ottenuti con la legge di Gumbel e Weibull sono molto simili, quindi conviene scegliere la distribuzione di Gumbel che è decisamente più semplice da trattare. Si accetta l'adattamento della distribuzione di Gumbel ai campioni delle precipitazioni di durate 24 e 12 ore, anche se i risultati non sono dei più soddisfacenti.

### **5.1. Comandi usati in R**

```
se<-function(n)
{v<-rep(0,n)
  i=1
  while(i<=n)
  {v[i]=(i-0.44)/(n+0.12)
    i=i+1
  }
  return(v)
}
sa<-se(72)
sb<-se(132)
attach(maxmm)
```

```
wIII<-uIII-1/aIII*log(-log(sa))
CIII.<-sort(CIII)
am<-cor(CIII.,wIII)
wVI<-uVI-1/aVI*log(-log(sa))
CVI.<-sort(CVI)
bm<-cor(CVI.,wVI)
wXII<-uXII-1/aXII*log(-log(sa))
CXII.<-sort(CXII)
cm<-cor(CXII.,wXII)
wXXIV<-uXXIV-1/aXXIV*log(-log(sa))
CXXIV.<-sort(CXXIV)
dm<-cor(CXXIV.,wXXIV)
critic<-0.9720
corm<-data.frame(am,bm,cm,dm,critic)
corm
detach(maxmm)
attach(maxmb)
WIII<-UIII-1/AIII*log(-log(sb))
cIII.<-sort(cIII)
ab<-cor(cIII.,WIII)
WVI<-UVI-1/AVI*log(-log(sb))
cVI.<-sort(cVI)
bb<-cor(cVI.,WVI)
WXII<-UXII-1/AXII*log(-log(sb))
```

```

cXII.<-sort(cXII)
cb<-cor(cXII.,WXII)
WXXIV<-UXXIV-1/AXXIV*log(-log(sb))
cXXIV.<-sort(cXXIV)
db<-cor(cXXIV.,WXXIV)
critic<--0.9779
corb<-data.frame(ab,bb,cb,db,critic)
corb
detach(maxmb)

```

### 5.1.1 Carte probabilistiche Weibull

```

library(MASS)
library(Renext)

attach(maxmm)

fitdistr(CIII,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
scaleIII<--16.4857571
shapeIII<--1.3918110
weibplot(CIII,shapeIII,scaleIII,plot.pos="med",
main="Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 3 ore]",
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
fitdistr(CVI,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
scaleVI<--20.292190

```

```
shapeVI<-1.506807
```

```
weibplot(CVI,shapeVI,scaleVI,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 6 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
fitdistr(CXII,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
```

```
scaleXII<-24.5649719
```

```
shapeXII<-1.4683506
```

```
weibplot(CXII,shapeXII,scaleXII,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 12 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
fitdistr(CXXIV,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
```

```
scaleXXIV<-28.8501128
```

```
shapeXXIV<-1.5075505
```

```
weibplot(CXXIV,shapeXXIV,scaleXXIV,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Mazzore 24 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
detach(maxmm)
```

```
attach(maxmb)
```

```
cIII.<-cIII[-c(11,12,13,112)]
```

```
cVI.<-cVI[-c(11,12,13,112)]
```

```
cXII.<-cXII[-c(11,12,13,112)]
```

```
cXXIV.<-cXXIV[-c(11,12,13,112)]
```

```
fitdistr(cIII.,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
```

```
scaleIII<-14.05255820
```

```
shapeIII<-1.27066459
```

```
weibplot(cIII.,shapeIII,scaleIII,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 3 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
fitdistr(cVI.,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
```

```
scaleVI<-16.99424453
```

```
shapeVI<-1.37840083
```

```
weibplot(cVI.,shapeVI,scaleVI,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 6 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
fitdistr(cXII.,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
```

```
scaleXII<-20.21984072
```

```
shapeXII<-1.42777992
```

```
weibplot(cXII.,shapeXII,scaleXII,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 12 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
fitdistr(cXXIV.,densfun=dweibull,start=list(scale=1, shape=2))
```

```
scaleXXIV<-23.20345445
```

```
shapeXXIV<-1.48078350
```

```
weibplot(cXXIV.,shapeXXIV,scaleXXIV,plot.pos="med",
```

```
main="Carta probabilistica di Weibull [Bulgarello 24 ore]",
```

```
cex.main=2,cex.axis=1.4,cex.lab=1.4)
```

```
detach(maxmb)
```

## **BIBLIOGRAFIA**

E. J. Gumbel (1957) Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York.

R. D. Reiss, M. Thomas (1997) Statistical Analysis of Extreme Values, Birkhauser Verlag, Basel.

Coles S. (2001) An introduction to statistical modelling of extreme values, Springer, London

HP Technical Assistance (2002) How to analyse rainfall data, World Bank & Government of the Netherlands funded, New Delhi.

Autorità di Bacino Regionale, Analisi dei dati pluviometrici, Regione Friuli Venezia Giulia

Michael J. Crawley (2007) The R Book, Imperial College London at Silwood Park, UK

Luigi da Deppo, Claudio Datei (2000) Fognature, Edizioni libreria Cortina, Padova

### ***sitografia***

[www.camilab.unical.it](http://www.camilab.unical.it)

<http://www.cran.r-project.org/>

[www.idrologia.polito.it](http://www.idrologia.polito.it)

[www.idra.unipa.it](http://www.idra.unipa.it)

[www.afs.enea.it](http://www.afs.enea.it)

[www.manualihoepi.it](http://www.manualihoepi.it)